



UNIVERSIDADE D  
COIMBRA

Maria Fonseca Lopes

## **A Introdução de Indicadores Técnicos em Políticas Paramétricas de Portefólio**

**Dissertação no âmbito do Mestrado em Métodos Quantitativos em Finanças,  
orientada pelo Professor Doutor Pedro Godinho e apresentada ao Departamento  
de Matemática da Faculdade de Ciências e Tecnologia e à Faculdade de Economia.**

Março de 2024



# A introdução de Indicadores Técnicos em Políticas Paramétricas de Portefólio

**Maria Fonseca Lopes**



UNIVERSIDADE DE  
**COIMBRA**

Mestrado em Métodos Quantitativos em Finanças

Dissertação de Mestrado

Março 2024



## **Agradecimentos**

Gostaria de agradecer primeiramente aos meus pais, Helder Lopes e Rita Fonseca, e à minha irmã, Mariana Lopes, pelo apoio incansável durante esta caminhada desafiadora. Um agradecimento especial pelos sacrifícios, pelo amor incondicional, compreensão e motivação. Sem vocês nada disto teria sido possível.

Ao meu orientador, Pedro Godinho, resta-me agradecer pela orientação excepcional, paciência e dedicação para o sucesso do meu trabalho. Quero agradecer também aos meus coordenadores de mestrado, por estarem sempre disponíveis para ajudar e dar conselhos.

Sou grata também aos meus colegas de faculdade e amigos, cujo apoio e presença foram essenciais para mim ao longo deste percurso.

Por fim, agradecer a todos os que contribuíram de alguma maneira para este trabalho e o tornaram possível.



## Resumo

Este trabalho tem como objetivo analisar o desempenho do modelo de políticas paramétricas de portfólio proposto por Brandt et al. (2009) para uma amostra de dez ações portuguesas e verificar o impacto da incorporação de alguns indicadores de análise técnica. A amostra com dez empresas portuguesas é recolhida da *Eikon DataStream* e incorpora os dados históricos desde 2 de março de 2009 a 31 de dezembro de 2022, com o primeiro ano a ser usado para calcular valores desfasados. A nossa implementação é baseada num conjunto amplo de características, incluindo aquelas consideradas pelo modelo de Brandt et al. (*me*, *btm* e *mom*) mas ainda certos indicadores técnicos conhecidos da literatura (*SMA*, *EMA*, *MACD*, *RSI* e *Bandas de Bollinger*). Consideramos para análise do nosso caso de estudo a estimativa de alguns parâmetros importantes incluindo as médias e desvios-padrão dos thetas, as rentabilidades médias, as suas volatidades e ainda o rácio de Sharpe. Para além disto, consideramos três horizontes diferentes para avaliar se os valores são consistentes à medida que a amostra considera mais dados, e avaliamos a possibilidade de vendas a descoberto e diferentes valores de aversão ao risco do investidor.





# Conteúdo

<b>Lista de Figuras</b>	<b>ix</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xi</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2 Revisão Bibliográfica</b>	<b>3</b>
2.1 Modelo de Média-Variância de Markowitz . . . . .	3
2.2 Abordagem de Políticas Paramétricas de Portefólio . . . . .	4
2.2.1 Perspectivas na literatura sobre a abordagem de Brandt et. al (2009) . . . . .	6
<b>3 Metodologia</b>	<b>9</b>
3.1 Estrutura de Políticas Paramétricas de Portefólio . . . . .	9
3.2 Indicadores de Análise Técnica . . . . .	12
3.2.1 SMA e EMA . . . . .	12
3.2.2 MACD . . . . .	13
3.2.3 RSI . . . . .	13
3.2.4 BB . . . . .	14
<b>4 Análise Empírica</b>	<b>15</b>
4.1 Dados . . . . .	15
4.1.1 Dados Estatísticos . . . . .	16
4.2 Resultados . . . . .	18
4.2.1 Caso Base . . . . .	18
4.2.2 Vendas a descoberto . . . . .	21
4.2.3 Diferentes valores do parâmetro de aversão ao risco . . . . .	23
<b>5 Conclusão</b>	<b>29</b>
<b>Bibliografia</b>	<b>31</b>



# Lista de Figuras

4.1	Média dos retornos semanais da amostra . . . . .	16
4.2	Média e desvio padrão da característica <i>me</i> da amostra . . . . .	17
4.3	Média e desvio padrão da característica <i>btm</i> da amostra . . . . .	17
4.4	Média e desvio padrão da característica <i>mom</i> da amostra . . . . .	17
4.5	Valor capitalizado acumulado de cada u.m. investida, para os três comprimentos do horizonte usados dentro da amostra e com três características para $\gamma=5$ . Apresenta-se também o valor capitalizado acumulado obtido com a estratégia <i>equal-weighted</i> . . .	20
4.6	Valor capitalizado acumulado de cada u.m. investida, para os três comprimentos do horizonte usados dentro da amostra e com oito características para $\gamma=5$ . Apresenta-se também o valor capitalizado acumulado obtido com a estratégia <i>equal-weighted</i> . . .	20
4.7	Valor capitalizado acumulado de cada u.m. investida, para os três comprimentos do horizonte usados dentro da amostra, com vendas a descoberto e com três características para $\gamma=5$ . Apresenta-se também o valor capitalizado acumulado obtido com a estratégia <i>equal-weighted</i> . . . . .	22
4.8	Valor capitalizado acumulado de cada u.m. investida, para os três comprimentos do horizonte usados dentro da amostra, com vendas a descoberto e com oito características para $\gamma=5$ . Apresenta-se também o valor capitalizado acumulado obtido com a estratégia <i>equal-weighted</i> . . . . .	22
4.9	Valor capitalizado acumulado de cada u.m. investida, para os três comprimentos do horizonte usados dentro da amostra e com três características para $\gamma=1$ . Apresenta-se também o valor capitalizado acumulado obtido com a estratégia <i>equal-weighted</i> . . .	24
4.10	Valor capitalizado acumulado de cada u.m. investida, para os três comprimentos do horizonte usados dentro da amostra e com oito características para $\gamma=1$ . Apresenta-se também o valor capitalizado acumulado obtido com a estratégia <i>equal-weighted</i> . . .	24
4.11	Valor capitalizado acumulado de cada u.m. investida, para os três comprimentos do horizonte usados dentro da amostra e com três características para $\gamma=100$ . Apresenta-se também o valor capitalizado acumulado obtido com a estratégia <i>equal-weighted</i> . . .	25
4.12	Valor capitalizado acumulado de cada u.m. investida, para os três comprimentos do horizonte usados dentro da amostra e com oito características para $\gamma=100$ . Apresenta-se também o valor capitalizado acumulado obtido com a estratégia <i>equal-weighted</i> . . .	25



# Lista de Tabelas

4.1	Política Paramétrica de Portefólio: $\gamma=5$ , sem vendas a descoberto e sem custos de transação . . . . .	26
4.2	Política Paramétrica de Portefólio: $\gamma=5$ , com vendas a descoberto e sem custos de transação . . . . .	27
4.3	Política Paramétrica de Portefólio: $\gamma=1$ , sem vendas a descoberto e sem custos de transação . . . . .	27
4.4	Política Paramétrica de Portefólio: $\gamma=100$ , sem vendas a descoberto e sem custos de transação . . . . .	28



# Capítulo 1

## Introdução

Os modelos de construção de portfólios são cruciais para apoiar os investidores nas más decisões de investimento. Ao longo do tempo, diversos foram os modelos desenvolvidos com este propósito. Harry Markowitz (1952) desenvolveu o modelo tradicional da média-variância para a construção de portfólios eficientes. Este modelo foi o que estabeleceu as bases para a Teoria Moderna de Portefólio, que procura construir portfólios otimizados através da maximização do retorno esperado de um investimento enquanto minimiza o risco associado. Introduce a fronteira eficiente, representando combinações de ações para otimizar o retorno em relação ao risco. Esta abordagem permite aos investidores construir portfólios que equilibram risco e retorno de forma eficiente. Apesar do trabalho revolucionário do economista, observaram-se algumas dificuldades na construção do portefólio, nomeadamente nas soluções instáveis e inconsistentes ao longo do tempo e também nos pesos extremos.

As políticas paramétricas de portefólio surgem como solução para os problemas apresentados por outros modelos na construção dos portefólios, incluindo o de Markowitz. Essas políticas oferecem abordagens estatísticas abrangentes para um grande número de ações, permitindo decisões bem fundamentadas e consistentes na construção de portefólios. É neste sentido que surge o trabalho desenvolvido por Brandt et al. (2009). O método desenvolve uma técnica que modela diretamente os pesos do portefólio como uma função linear das características das empresas. Os parâmetros são estimados através da maximização da utilidade média do rendimento do portefólio, durante o período amostral. As características usadas na formulação deste método são o logaritmo de capitalização de mercado da empresa (*me*), o logaritmo da relação entre o valor contabilístico e o valor de mercado (*book-to-market ratio*) e o retorno anual desfasado de um período (*mom*). Um dos fatores mais importantes deste método é a capacidade de conseguir relacionar as características de cada empresa com os seus retornos e através disso, otimizar o portefólio.

O objetivo deste trabalho é explorar e analisar a abordagem proposta por Brandt et al. (2009) relativa às políticas paramétricas de portefólio. Além de examinarmos a possibilidade de impor restrições às vendas a descoberto e diferentes níveis de aversão ao risco, também pretendemos introduzir alguns indicadores de análise técnica nas características usadas. Com a inclusão destes indicadores pretende analisar-se a forma como estes podem alterar o desempenho dos portefólios obtidos. A ideia é dar uso das mesmas características usadas por Brandt et al. (2009) e acrescentar os indicadores técnicos, apresentando duas políticas de portefólio (uma com as três características de

Brandt et al. (2009) e outra com as oito características). Com isto, estimamos os valores dos parâmetros estudados com base em diferentes janelas, para analisar o portfólio fora da amostra.

Para análise desta abordagem, consideramos uma amostra com dez empresas portuguesas cotadas na bolsa e um período amostral de desde 2 de março de 2009 a 31 de dezembro de 2022. Ao investigar o desempenho destas políticas fora da amostra e dentro do contexto do mercado financeiro português, procuramos obter informações para a construção de portfólios ótimos. A abordagem de Brandt et al. (2009) permite uma análise abrangente do desempenho das políticas paramétricas de portfólio, proporcionando dados importantes para a construção de portfólios eficazes.

O nosso trabalho está estruturado da seguinte forma: No capítulo 2, examinamos o método de média-variância de Markowitz e os seus problemas, assim como o método das políticas paramétricas de portfólio e autores que dão uso destas políticas importantes nos seus artigos. No capítulo 3, analisamos a implementação do método proposto por Brandt et al. (2009). e os indicadores de análise técnica utilizados. No capítulo 4 analisamos e discutimos os resultados obtidos. Por fim, no capítulo 5, apresentamos as nossas conclusões, destacando as contribuições do estudo de Brandt et al. (2009).



## Capítulo 2

# Revisão Bibliográfica

### 2.1 Modelo de Média-Variância de Markowitz

Apesar de existirem vários métodos usados para a otimização de portfólios com um número elevado de ações, alguns possuem certas limitações e desvantagens. Vamos apresentar algumas diferenças entre o modelo tradicional de média-variância de Markowitz e as políticas paramétricas de portfólio, de modo a entender a relevância e importância destas políticas.

O modelo de Markowitz (1952) foi inovador ao introduzir uma abordagem quantitativa para determinar portfólios ótimos, utilizando apenas a média dos retornos e as variâncias e covariâncias de cada ação durante um período amostral. A média dos retornos representa o retorno esperado e a variância dos retornos do portfólio representa o risco. Perante isto, os portfólios que maximizam o retorno esperado dada a minimização do risco são os ideais. O objetivo principal é então construir um portfólio otimizado com um risco mínimo para um determinado retorno esperado.

Markowitz demonstrou que a diversificação de um portfólio pode reduzir o seu risco, mantendo o mesmo retorno. Ele desenvolveu um modelo matemático que tem em consideração a esperança do retorno de cada ação e as suas correlações entre si. Este modelo possibilitou aos investidores a otimização de portfólios de ações, escolhendo combinações que proporcionassem o maior retorno esperado para um determinado nível de risco, ou o caso contrário. Tornou-se assim a base da Teoria Moderna de Portfólio e causou um grande impacto no mundo financeiro e matemático. Porém, começaram-se a observar certos erros de estimação na análise da derivação dos momentos dos retornos.

Sharpe (1964) expande o trabalho de Markowitz ao introduzir o *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), que incorpora o conceito de média-variância e permite relacionar o primeiro e o segundo momento. Este é uma representação de como os mercados financeiros determinam os preços das ações e estimam a rentabilidade esperada dos investimentos de capital.

A instabilidade dos resultados obtidos pela média-variância é em parte explicada pelos estimadores da matriz de variância-covariância e da esperança dos retornos de todas as ações. Merton (1980) aborda as instabilidades na estimação dos retornos esperados no mercado financeiro. Destaca a importância de considerar a restrição de não-negatividade das variáveis sobre o retorno esperado e reconhece ainda que a variância do retorno do mercado tende a variar com o tempo. O desenvolvimento de modelos precisos para estimar a variância é essencial devido à variância significativa dos retornos esperados.

Além disso, a inclusão de informações sobre o preço das ações e outros dados, pode expandir as aplicações destes modelos e aprimorar as estimativas dos retornos.

Um desafio nas aplicações da análise da média-variância é a necessidade de estimar o retorno esperado e a matriz de covariância, com base nos dados históricos. Jobson e Korkie (1981) realizaram um estudo, destacando o facto de a dependência dos dados da amostra poder levar a um desempenho inferior do modelo de Markowitz em comparação com uma estratégia igualmente ponderada (*equal-weighted*). Por outro lado, Michaud (1989) destaca que a otimização da média-variância proposta por Markowitz pode enfrentar dificuldades relevantes e que uma estratégia igualmente ponderada pode, muitas vezes, oferecer resultados mais robustos.

DeMiguel et al. (2007) analisam o desempenho *out-of-sample* (fora da amostra) de um portefólio igualmente ponderado ( $\frac{1}{N_t}$  - pesos com igual valor em  $N$  ações no tempo  $t$ ) e provam que supera muitas vezes um conjunto de estratégias mais complexas e otimizadas, atribuindo o desempenho inferior dessas abordagens ao impacto dos erros nas estimativas.

O modelo de Markowitz representou um marco importante no estudo da otimização de portefólios de investimento. Inicialmente, o foco estava na maximização dos retornos esperados, com pouca consideração do risco. A instabilidade dos resultados obtidos pela abordagem de média-variância é em grande parte atribuída à estimativa da matriz de variância-covariância e das esperanças de retornos. Portanto, dadas as dificuldades que o método tradicional de Markowitz apresenta, foram desenvolvidos outros métodos para a construção de portefólios, nomeadamente para um grande número de ações. Surgiram então as políticas paramétricas de portefólio que constituem uma forma mais robusta e eficiente de construir os portefólios, reduzindo a sensibilidade dos resultados.

## 2.2 Abordagem de Políticas Paramétricas de Portefólio

Jagannathan e Ma (2003) e Green e Hollifield (1992) utilizam a abordagem das políticas paramétricas de portefólios, contribuindo significativamente para a área financeira dos investimentos. Green e Hollifield abordam as dificuldades na construção de portefólios devido à imprecisão na estimação dos parâmetros e à presença de pesos extremos devido às variações dos retornos ao longo do tempo. Jagannathan e Ma propõem soluções para otimizar pesos ótimos em portefólios de média-variância, visando melhorar a eficiência das estratégias.

As Políticas Paramétricas de Portefólio destacam-se em relação a outras estratégias de otimização devido a três vantagens principais, nomeadamente a capacidade de aplicar o modelo sem a necessidade de modelar os primeiros momentos dos retornos, a flexibilidade para incorporar um grande número de ações na análise sem grande dificuldade computacional (computacionalmente mais acessível) e a possibilidade de integrar outras informações ou até mesmo parâmetros da área financeira.

Os problemas existentes no modelo de Markowitz são abordados pelas políticas paramétricas, que procuram reduzir o impacto de erros de estimação dos parâmetros. Por outro lado, as políticas paramétricas oferecem mais simplicidade ao processo e estabilidade na construção do portefólio, ao inserir poucos parâmetros dentro de uma única função. A ideia desta abordagem é modelar os pesos de cada ação do portefólio, de modo a construir portefólios com bom desempenho.

Brandt (1999) e Ait-Sahalia e Brandt (2001) modelam os pesos das ações como funções não paramétricas de variáveis das quais os retornos dependem. Brandt (1999) propõe uma abordagem condicional de momentos para a estimação de portefólios.

O método de momentos condicionais é uma técnica estatística usada para a estimação de parâmetros em modelos probabilísticos e procura ajustar um modelo estatístico aos dados observados, assegurando que os momentos da distribuição estejam alinhados com os momentos empíricos da amostra. Em contraste com os métodos convencionais, este método incorpora condições adicionais para os momentos. O método ajusta o modelo para que os momentos da distribuição condicional coincidam com os momentos observados nos dados históricos, sendo útil quando há informações sobre a distribuição que se deseja incorporar na estimação dos parâmetros.

O método de políticas paramétricas, como utilizado por Brandt (1999), envolve a otimização dos pesos das ações dentro de um portefólio com base em parâmetros estatísticos. A abordagem paramétrica refere-se à utilização de parâmetros ou medidas estatísticas específicas para modelar o comportamento dos mercados financeiros. No contexto de otimização de portefólio, isso pode envolver a maximização de uma função de utilidade que incorpora preferências de risco, sujeita a restrições. O método de momentos condicionais permite que a estimativa do modelo leve a ter em consideração informações sobre os momentos condicionais da distribuição dos retornos.

O estudo de Brandt e Santa-Clara (2006) é outro alicerce das políticas paramétricas de portefólio, propondo uma abordagem para modelar os pesos das ações num dado portefólio com base em variáveis económicas e de mercado. A ideia é expandir o espaço de ações para incluir portefólios simples e calcular o portefólio com base na modelação dos pesos ótimos em função dos fatores usados na previsão. Modelam-se os pesos de cada ação como uma função separada e isto é relevante para problemas que envolvam ações com características diferentes. Os autores demonstraram que esta abordagem pode melhorar significativamente o desempenho do portefólio em comparação com métodos tradicionais de otimização de portefólio.

### 2.2.1 Perspectivas na literatura sobre a abordagem de Brandt et. al (2009)

Nesta dissertação optamos por uma abordagem alternativa ao método tradicional de média-variância, explorando modelos diferentes, como a abordagem das políticas paramétricas de portfólio proposta por Brandt et al. (2009).

Esta abordagem visa melhorar a eficiência das estratégias de investimento ao explorar uma gama mais ampla de informações disponíveis no mercado financeiro. Ao contrário do método mencionado anteriormente, o peso investido em cada ação é modelado pela mesma função, com os mesmos coeficientes. O objetivo deste trabalho é estimar e analisar o desempenho das políticas paramétricas de portfólio, comparando os resultados com o portfólio igualmente ponderado (*EW*).

As vantagens da abordagem proposta por Brandt et al. (2009) surgem como solução para os desafios de estimação enfrentados pelo modelo de Markowitz. Ao reduzir a complexidade do problema, esta abordagem elimina a necessidade de estimar os momentos de primeira e segunda ordem, evitando possíveis problemas como imprecisões nos coeficientes de estimação e sobreajustes (*overfitting*). Os autores simplificam o problema de Markowitz ao evitar a modelagem da distribuição conjunta dos retornos e características, concentrando-se diretamente nos pesos do portfólio. Além disso, não assumem preferências do investidor e consideram apenas a relação entre os retornos esperados e as características das ações.

O modelo de Markowitz requer a estimação dos  $N$  primeiros e  $\frac{(N^2+N)}{2}$  segundos momentos para  $N$  ações, juntamente com outras considerações, enquanto que o modelo de Brandt et al (2009) evita a necessidade de modelar estes momentos, e também evita a modelação da distribuição conjunta dos retornos e das características. Isso permite um foco direto nos pesos do portfólio, sem assumir hipóteses sobre as preferências do investidor ou as distribuições conjuntas dos retornos.

Ao modelar os pesos ótimos do portfólio como uma função de um pequeno conjunto de características das ações, Brandt et al. atenuam o problema do risco de estimação, uma vez que só é necessário estimar um pequeno número de parâmetros. A abordagem pode ser utilizada independentemente da dimensão do universo de investimento.

DeMiguel et al. (2013) revelam benefícios ao incorporar as características das ações, considerando restrições de venda a descoberto. Lamoureux e Zhang (2014) expandem ainda mais essa abordagem, incorporando um conjunto mais abrangente de características do que o estudo anterior de Brandt et al (2009).

Hand e Green (2017) aplicam a abordagem relativa às políticas paramétricas de portfólio de Brandt et al. (2009) com três características contabilísticas anuais específicas das empresas e comparam os retornos anualizados fora da amostra com os das características de Brandt et al. (2009).

Medeiros, Passos e Vasconcelos (2014) analisam as políticas paramétricas de portfólio em relação às três variáveis explicativas em Brandt et al. (2009) e comparam os resultados com o portfólio igualmente ponderado e a abordagem tradicional da média-variância de Markowitz. Os resultados revelam que, mesmo considerando restrições de vendas a descoberto nos pesos e possíveis custos de mercado, a política paramétrica de portfólio continua a apresentar um melhor desempenho relativamente aos modelos existentes.

Fletcher (2017) dá também uso da abordagem usada por Brandt et al. (2009) através do seu artigo, onde usa as mesmas características para analisar os benefícios da utilização das características das ações para modelar os pesos ótimos do portfólio na perspectiva do Reino Unido.

Outro estudo relevante é o de Chen, Jegadeesh e Wermers (2017), onde utilizam políticas paramétricas de portefólio para investigar o impacto das características individuais das ações no portefólio e no desempenho do mercado. Eles concluem que certas características usadas têm um efeito importante nas decisões de investimento e podem influenciar os retornos do portefólio.

Os estudos acima mencionados destacam a versatilidade e eficácia da abordagem de Brand et al. (2009) nas políticas paramétricas de portefólio, uma abordagem que tem sido amplamente reconhecida pela capacidade de otimizar os pesos de portefólios com um grande número de ações, estimar os coeficientes através da maximização da utilidade média quanto ao rendimento estimado e melhorar o desempenho dos portefólios. Ao empregar essa metodologia, os autores não apenas contribuíram significativamente para o avanço da área de investimentos, mas também abriram novas perspectivas para a gestão de riscos de investimentos. Com uma compreensão mais aprofundada das características e comportamentos do mercado, estes estudos oferecem informações importantíssimas sobre como adaptar estratégias de investimento às condições existentes. Para além disto, estes estudos têm o potencial de beneficiar e ajudar os investidores nas decisões.



# Capítulo 3

## Metodologia

### 3.1 Estrutura de Políticas Paramétricas de Portefólio

O método de políticas paramétricas de portefólio, procura uma maneira mais simples de otimizar os pesos de portefólios com um grande número de ações, onde cada peso é modelado em função das características de cada ação, e por conseguinte, estimar os coeficientes através da maximização da utilidade média relativamente ao rendimento do portefólio.

Consideramos que em cada dada data  $t$ , há um grande número de ações,  $N_t$ . Cada ação  $i$  possui um retorno  $r_{i,t+1}$  desde a data  $t$  à  $t + 1$  e está associado a um vetor de características de cada ação  $x_{i,t}$ , observado numa data  $t$ .

A dificuldade do investidor consiste em escolher os pesos  $w_{i,t}$  para maximizar a utilidade esperada do retorno do portefólio  $r_{p,t+1}$ .

Para tal, o investidor escolhe para uma data  $t$  um conjunto de pesos do portefólio  $w_{i,t}$  sobre um conjunto de ações  $N_t$  de modo a maximizar a utilidade condicional esperada de um retorno  $r_{p,t+1}$  do portefólio,

$$\max_{\{w_{i,t}\}_{i=1}^{N_t}} E_t[u(r_{p,t+1})] = E_t \left[ u \left( \sum_{i=1}^{N_t} w_{i,t} r_{i,t+1} \right) \right]. \quad (3.1)$$

Esta metodologia permite geralmente, evitar pesos extremos no portefólio e pode ser facilmente adaptada para incorporar a impossibilidade de vendas a descoberto, custos de transação e parametrizações não lineares.

A utilidade esperada do investidor pode ser aproximada com uma expansão de série de Taylor em torno do retorno esperado do portefólio  $E[r_{p,t+1}]$ , com

$$E[u(r_{p,t+1})] \approx u(E[r_{p,t+1}]) + \frac{1}{2} u''(E[r_{p,t+1}]) E[(r_{p,t+1} - E[r_{p,t+1}])^2] \quad (3.2)$$

$$+ \frac{1}{6} u'''(E[r_{p,t+1}]) E[(r_{p,t+1} - E[r_{p,t+1}])^3] + \dots \quad (3.3)$$

Os pesos do portefólio são parametrizados como uma função de um vetor das características das ações  $x_{i,t}$ , normalizadas com média zero e desvio-padrão unitário entre todas as ações no tempo  $t$ ,

$$w_{i,t} = f(x_{i,t}; \theta). \quad (3.4)$$

As características  $x_{i,t}$  são normalizadas por dois métodos. O primeiro é para garantir que as características normalizadas  $\hat{x}_{i,t}$  são estacionárias ao longo do tempo, enquanto que as características  $x_{i,t}$  podem ser não estacionárias. Para além deste motivo, a normalização faz com que a média de  $\theta^T \hat{x}_{i,t}$  seja zero, sendo a soma dos desvios dos pesos ótimos do portefólio em relação aos pesos de referência igual a zero e, por conseguinte, a soma dos pesos igual a um.

As políticas paramétricas diferem dos outros métodos de otimização por se focarem nas características das ações e não nas ações em si.

Consideramos a função dos pesos do portefólio,

$$w_{i,t} = \bar{w}_{i,t} + \frac{1}{N_t} \theta^T \hat{x}_{i,t}, \quad (3.5)$$

onde  $w_{i,t}$  são os pesos de cada ação  $i$  em  $t$ ,  $\bar{w}_{i,t}$  os pesos num portefólio de referência geralmente value-weighted (portefólio ponderado pelo valor),  $\theta$  um vetor de coeficientes a estimar e  $\hat{x}_{i,t}$  as características normalizadas de cada ação  $i$ .

A restrição mais comum no problema da escolha do portefólio é sobre os seus pesos ótimos. No caso de Brandt et al. (2009), estes assumem uma restrição de não haver pesos com valores negativos, restringindo a possibilidade de vendas a descoberto. Assim posto, é necessário renormalizar os pesos do portefólio através da seguinte fórmula,

$$w_{i,t}^+ = \frac{\max[0, w_{i,t}]}{\sum_{j=1}^{N_t} \max[0, w_{j,t}]}. \quad (3.6)$$

Este é um exemplo de parametrização não linear da função em (3.5).

Para além disto, o termo  $\frac{1}{N_t}$  é uma normalização que permite que a função dos pesos do portefólio seja aplicada a um número arbitrário e variável no tempo, de ações.

O aspeto mais importante desta parameterização passa pelo facto de os coeficientes  $\theta$  serem constantes com o passar do tempo, o que implica que os pesos de cada ação no portefólio dependam apenas das características de cada um.

Rescrevemos a condição dos pesos do portefólio  $w_{i,t}$  em (3.6) com respeito aos coeficientes  $\theta$ ,

$$\max_{\theta} E[u(r_{p,t+1})] = E \left[ \left( \sum_{i=1}^{N_t} f(x_{i,t}; \theta) r_{i,t+1} \right) \right]. \quad (3.7)$$



Podemos estimar os coeficientes  $\theta$  ao maximizar o problema,

$$\max_{\theta} \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} u(r_{p,t+1}) = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} u \left( \sum_{i=1}^{N_t} f(x_{i,t}; \theta) r_{i,t+1} \right), \quad (3.8)$$

para uma função de utilidade associada ao retorno,  $u(r_{p,t+1})$ .

No caso linear, o problema de otimização é dado pela expressão,

$$\max_{\theta} \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} u \left( \sum_{i=1}^{N_t} (\bar{w}_{i,t} + \frac{1}{N_t} \theta^T \hat{x}_{i,t}) r_{i,t+1} \right). \quad (3.9)$$

Um dos elementos mais importantes para a escolha do portefólio é a função objetivo da utilidade do investidor. Em geral Brandt, Santa-Clara e Valkanov (2009) usam as preferências CRRRA normalizadas,

$$u(r_{p,t+1}) = \frac{(1 + r_{p,t+1})^{1-\gamma}}{1-\gamma}, \quad (3.10)$$

onde  $\gamma$  é um índice de aversão ao risco.

Neste artigo, abrangem-se diferentes níveis de aversão ao risco de  $\gamma$ , sendo esses 1, 5 e 100. A aversão ao risco é essencial para entender as decisões de investimento, sendo que valores mais baixos indicam uma menor aversão ao risco e maior propensão a estratégias arriscadas.

A vantagem desta utilidade,  $u(r_{p,t+1})$ , é que incorpora preferências por momentos de ordem superior de uma forma mais simples. Para além disto, como é duas vezes continuamente diferenciável, permite o uso de algoritmos de otimização numérica mais eficientes que utilizam o gradiente analítico e o Hessiano da função objetivo.

## 3.2 Indicadores de Análise Técnica

Os indicadores de análise técnica são instrumentos matemáticos usados na análise de preços e volumes de transações, visando identificar oportunidades de compra e de venda de ações com base em dados históricos e explorá-los por meios de estratégias de negociação.

Caso o investidor decida incorporar uma regra da análise técnica traduzida em sinal e aplicar à sua estratégia de negociação, este pode tirar proveito dos movimentos do mercado. Por exemplo, se o sinal gerado pela regra de negociação associada a um indicador de análise técnica indicar uma probabilidade de aumento nos preços do mercado, o investidor optará comprar antecipadamente, com a expectativa de vender posteriormente a um preço mais elevado. Dessa forma, caso as regras de análise técnica demonstrem eficácia, o investidor poderá alcançar consistentemente lucros acima da média ao longo de um longo período.

Como tal, testamos os algoritmos de otimização com base em cinco estratégias de análise técnica: médias móveis simples e exponenciais (*SMA* e *EMA*), média móvel convergência/divergência (*MACD*), índice de força relativa (*RSI*) e bandas de Bollinger (*BB*).

Macedo et al. (2017) analisam o problema de otimização do portfólio multiobjetivo e dão uso dos indicadores de análise técnica de modo a obterem melhores resultados relativamente à relação risco-retorno. Ko (2020) analisa e explica os indicadores técnicos em R. Estes foram a base do nosso estudo dos indicadores de análise técnica.

### 3.2.1 SMA e EMA

As médias móveis usam como referência os valores médios obtidos pelos preços durante certos períodos, permitindo que os investidores identifiquem mudanças nas tendências do mercado. A média móvel simples (*SMA*) e a média móvel exponencial (*EMA*) são dois exemplos de médias móveis usadas na análise técnica. A *SMA* é uma média aritmética simples dos preços durante um determinado período, tornando-se menos sensível a flutuações de curto prazo e mais indicada para identificar tendências de longo prazo.

Uma média móvel simples de  $n$  dias (*SMA* de  $n$  dias) é a média aritmética dos preços dos últimos  $n$  dias:

$$SMA_t(n) = \frac{\sum_{i=1}^n P_{t-i+1}}{n}, \quad (3.11)$$

onde  $P$  são os preços de fecho de cada ação num dado período  $n$ .

Por outro lado, a *EMA* dá mais ênfase aos preços mais recentes, reagindo mais rapidamente às mudanças no mercado e atribui mais peso aos preços recentes, tornando-a mais sensível a mudanças recentes no preço.

O cálculo da *EMA* utiliza uma fórmula que leva em conta o preço atual e a *EMA* anterior,

$$EMA_t(P, n) = \beta P_t + \beta(1 - \beta)P_{t-1} + \dots = \beta P_t + (1 - \beta)EMA_{t-1}(P, n), \quad (3.12)$$

onde o coeficiente  $\beta$  é dado pela expressão  $\beta = \frac{2}{n+1}$ .

A escolha entre o *SMA* e o *EMA* depende dos objetivos do investidor, sendo que a *SMA* é mais usada em casos de longo prazo e a *EMA* em casos de curto prazo, onde as mudanças recentes no preço são mais significativas. No caso da média móvel simples (*SMA*), o investidor compra quando o preço cruza a *SMA*, indicando uma tendência de alta se o preço estiver acima e vende quando o preço está abaixo do *SMA*, sinalizando uma tendência de baixa. Na média móvel exponencial (*EMA*), a estratégia é idêntica.

### 3.2.2 MACD

O indicador média móvel convergência/divergência (*MACD*) é usado na análise técnica e faz uso da média móvel exponencial (*EMA*). Na configuração original, o *MACD* utiliza períodos de tempo ( $n; m; t$ ) iguais a (12;26;9) para os comprimentos dos períodos de preço rápido, preço lento e linha de sinal da *EMA*, respectivamente.

O *MACD* permite reconhecer comportamentos e tendências, sendo indicado cruzar as médias móveis para entender se convergem ou divergem. Este indicador calcula a diferença entre a média móvel exponencial (*EMA*) de curto prazo (de 12 períodos) e a *EMA* de longo prazo (de 26 períodos), considerando também uma linha de sinal (*EMA* de 9 períodos).

A relação entre o *MACD* e a linha de sinal indica sinais de compra ou venda, enquanto que o seu histograma destaca a divergência entre o *MACD* e a linha de sinal, fornecendo informações sobre a mudança de preços. Quando o *MACD* cruza acima da linha de sinal, é geralmente interpretado como um sinal de compra (posição longa) e quando cruza abaixo da linha, é geralmente interpretado como um sinal de venda (posição curta).

### 3.2.3 RSI

O Índice de Força Relativa (*RSI*) é um indicador de análise técnica que analisa a velocidade e as mudanças nos preços de uma ação, identificando se há situações de sobrecompra ou sobrevenda num dado mercado. Este é geralmente usado em análises de curto e médio prazo e é um indicador que gera valores entre 0 e 100 com base em ganhos e perdas médias ao longo de um período específico.

O indicador *RSI* pode ser calculado com a expressão,

$$RSI_t = 1 - \frac{1}{1 + RS_t}, \quad (3.13)$$

onde  $RS_t = \frac{\sum_{i=1}^n U_{t-i+1}}{n} / \frac{\sum_{i=1}^n D_{t-i+1}}{n}$ , dada a soma dos ganhos dos pesos em  $n$  dias anteriores a  $t$ ,  $\sum_{i=1}^n U_{t-i+1}$ , e a soma das perdas dos pesos em  $n$  dias anteriores a  $t$ ,  $\sum_{i=1}^n D_{t-i+1}$ .

Numa situação em que a soma dos ganhos iguala a soma das perdas, o *RSI* tem o valor 0,5 ou 50%, que representa um equilíbrio nos mercados. Se há uma tendência crescente nos preços e a soma de  $D_t$  tem valor zero, então  $RS_t$  tende para infinito e portanto  $RSI_t$  tem valor 1 ou 100%. Isso sugere uma situação de sobrecompra. Se a soma de  $U_t$  tem valor zero, então  $RS_t$  também é zero, resultando num igual valor para  $RSI_t$ . Isso indica uma situação de sobrevenda.

O indicador é suscetível a várias interpretações, pelo que outros agentes de mercado podem utilizá-lo de uma forma diferente, como estar comprado (posição longa) quando o *RSI* estiver a subir e

acima de 30% e estar vendido (posição curta) quando estiver a descer e abaixo da marca dos 70%. No nosso caso, será adoptada a seguinte regra de negociação: posição longa no mercado se  $RSI > 30\%$  e o preço estiver num movimento ascendente (o preço no dia atual é maior do que o preço no dia anterior). Caso contrário, o sinal é interpretado como sendo de venda. Para o cálculo, consideramos  $n=14$ .

### 3.2.4 BB

As Bandas de Bollinger são um indicador de análise técnica criado por John Bollinger. Elas são compostas por três linhas que são sobrepostas no gráfico de preços de um ações. Aqui estão as principais características das Bandas de Bollinger:

A banda superior é definida como duas vezes o desvio padrão de uma média móvel simples (*SMA*) de um determinado número de períodos, adicionada à própria *SMA*.

A banda inferior é definida como duas vezes o desvio padrão de uma média móvel *SMA* de um determinado número de períodos, subtraída da própria *SMA*.

A banda do meio é a própria *SMA* da série de preços ao longo do mesmo número de períodos.

As Bandas de Bollinger expandem-se em períodos de alta volatilidade e contraem-se em períodos de baixa volatilidade. Quando os preços tocam ou ultrapassam as bandas, são considerados extremos, indicando possíveis reversões. Sinais de compra ocorrem quando o preço toca ou ultrapassa a banda inferior, enquanto sinais de venda ocorrem quando o preço toca ou ultrapassa a banda superior. As Bandas de Bollinger são úteis para identificar condições de sobrecompra, sobrevenda e possíveis pontos de reversão ou certas tendências.

As três bandas de bollinger são dadas pelas expressões

$$SMA_t = \frac{\sum_{i=1}^{20} P_{t-i+1}}{20}, \quad (3.14)$$

$$UB_t = SMA_t + 2\sigma_t, \quad (3.15)$$

$$LB_t = SMA_t - 2\sigma_t, \quad (3.16)$$

onde  $SMA_t$  é a média móvel simples,  $UB_t$  a banda superior e  $LB_t$  a banda inferior das bandas de bollinger, com referência do dia  $t$ , e  $\sigma_t$  o desvio padrão das variações de preços para o período do dia  $t$  e para os seus 19 dias anteriores.

Neste trabalho, vamos adotar uma estratégia de negociação que considera uma posição longa no dia  $t$  se o preço estiver acima da linha de base ( $LB$ ) e abaixo da média móvel ( $SMA$ ) no dia anterior ( $t - 1$ ). Caso contrário, estamos fora do mercado.

## Capítulo 4

# Análise Empírica

### 4.1 Dados

Escolhemos uma amostra de ações de 10 empresas portuguesas, incluindo a *EDP-Energias de Portugal*, *BCP-Banco Comercial Português*, *Jerónimo Martins*, *Galp*, *Altri*, *Cofina*, *Corticeira*, *Sonae*, *EDP Renováveis* e *Mota-Engil*. Os dados para a análise do caso de estudo são recolhidos da base *Eikon DataStream* e abrangem o período de 2 de março de 2009 a 31 de dezembro de 2022. Neste intervalo, recolhemos as informações históricas semanais de cada empresa, incluindo os retornos semanais e as características não normalizadas de cada empresa. O primeiro ano é dedicado à construção de valores defasados, de modo a garantir que a informação dos relatórios anuais esteja disponível na altura da decisão do investidor.

As empresas selecionadas foram escolhidas com base na ausência de problemas relevantes na disponibilidade de dados nesse período selecionado. Além disto, são empresas com uma capitalização significativa na bolsa portuguesa. Estes fatores foram essenciais para garantir a representatividade e a solidez das análises e das comparações a serem realizadas. A escolha das empresas procura também fornecer uma visão abrangente do mercado em Portugal, contribuindo assim para uma análise mais completa.

Das variáveis da base de dados que serviram de base para o cálculo dos retornos e dos indicadores indicados, fazem parte o *Total Return Index*, o *Price*, o *Market Value*, e o *Book Value per Share*. A ideia é usar estas variáveis para calcular as mesmas características que Brandt et al. (2009) empregam nas políticas paramétricas de portefólio e, para além disso, introduzir alguns indicadores técnicos para analisar se com eles o portefólio otimizado tem ou não um melhor desempenho.

Primeiramente vamos descrever os dados e só depois apresentar e analisar os resultados do nosso caso de estudo, fora da amostra. Na formulação das características, utilizo as variáveis mencionadas em Brandt et al. (2009) : logaritmo de capitalização de mercado (*me*) / logaritmo do preço por ação vezes o número de ações, logaritmo da relação entre o valor contabilístico e o valor de mercado (*book-to-market ratio*) / logaritmo de um mais o rácio do capital próprio contabilístico dividido pelo capital próprio de mercado, e o retorno anual defasado de um período (*mom*).

Adotamos a convenção de manter um intervalo de pelo menos seis meses entre as características do final do ano fiscal e os retornos mensais, garantindo assim que as informações dos relatórios anuais estejam disponíveis no momento de tomar decisões de investimento.

Adicionalmente, incorporo os indicadores de análise técnica mencionados no capítulo anterior: *SMA* (Média Móvel Simples), *EMA* (Média Móvel Exponencial), *MACD* (Convergência / Divergência da Média Móvel), *RSI* (Índice de Força Relativa) e *BB* (Bandas de Bollinger).

Além destes parâmetros acima mencionados, temos em consideração a preferência CRRA do investidor e uma aversão relativa ao risco com os parâmetros 1, 5 e 100, conforme utilizado em BSCV. Para análise do nosso caso base consideramos inicialmente o índice de aversão ao risco do investidor com valor 5 e só posteriormente é que consideramos os outros valores de aversão, de modo a observar as diferenças no comportamento do portefólio.

As características são posteriormente normalizadas transversalmente, seguindo a abordagem de Brandt et al. (2009), de modo a garantir uma média zero e um desvio-padrão unitário. Esta normalização simplifica a comparação entre as medidas, evitando possíveis valores desproporcionais em cada variável relativa às empresas. Com isto, a análise torna-se mais equilibrada e reduz a influência das características com medidas acima da média na formulação da política paramétrica do portefólio durante a análise.

Para portefólio de referência consideramos um portefólio igualmente ponderado (*equal-weighted*), onde os pesos são distribuídos de igual modo dentro do portefólio. Esta abordagem pode limitar a diversificação em relação aos diferentes níveis de aversão ao risco devido à alta volatilidade e à necessidade frequente de rebalanceamento dos pesos e portanto, é essencial analisar todos os parâmetros considerados para a função dos pesos.

A construção e a avaliação do desempenho dos portefólios foi feita com recurso ao software R. Para maximizar a função utilidade, foi usado o *package* de otimização "Nelder-Mead".

#### 4.1.1 Dados Estatísticos

A figura 4.1 mostra o gráfico da média dos retornos semanais de toda a amostra, com as dez empresas portuguesas escolhidas. Podemos observar através da figura que o maior pico dos retornos se deu a 3 de março de 2015. Além disso, verificamos que a maior parte dos valores oscila entre -0,05% e 0,05%, sugerindo uma relativa estabilidade ou proximidade dos dados em torno desses valores.

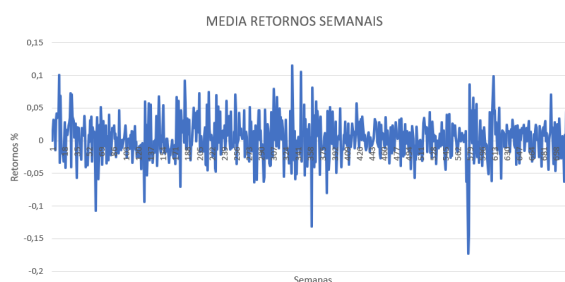


Fig. 4.1 Média dos retornos semanais da amostra

Consideramos inicialmente as três características não normalizadas usadas por BSCV das empresas em cada semana da amostra desde a semana 1 (3 de março de 2009) até à semana 722 (31 de dezembro de 2022). As figuras 4.2, 4.3 e 4.4 descrevem as médias transversais e os desvios-padrão semanais das três características da amostra, *me*, *btm* e *mom*, desde 2009 a 2022. Os valores são calculados com base nas dez empresas em cada momento temporal semanal.

Observamos variações no capital próprio e no valor de mercado das empresas ao longo da amostra, com um crescimento constante, apesar de algumas quebras. O retorno defasado demonstra grandes ganhos e perdas, resultando num valor final menor.

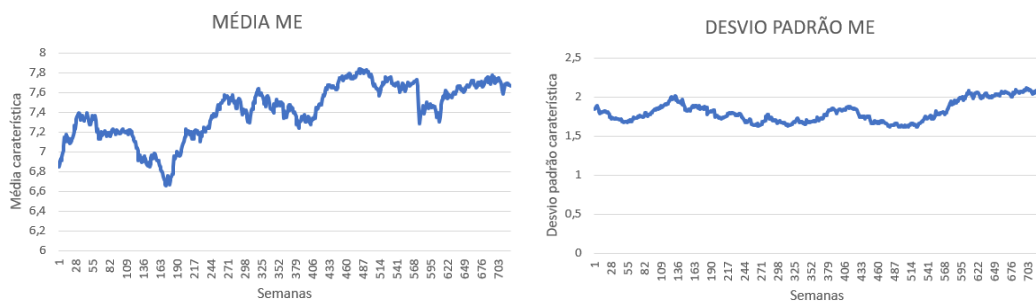


Fig. 4.2 Média e desvio padrão da característica *me* da amostra

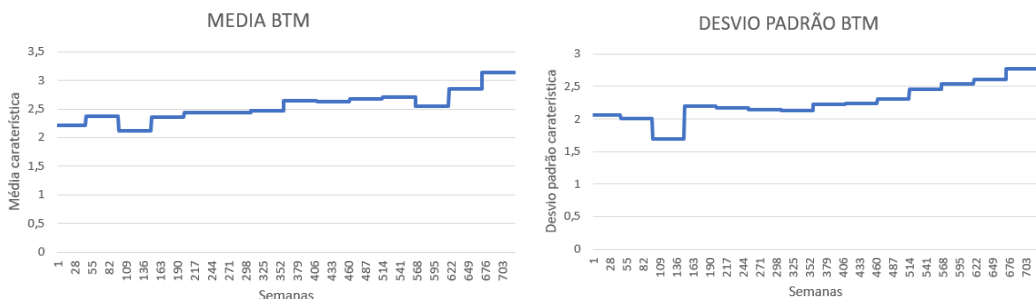


Fig. 4.3 Média e desvio padrão da característica *btm* da amostra

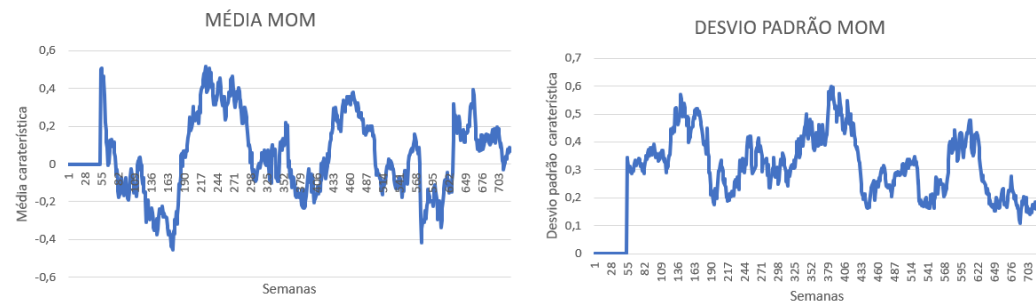


Fig. 4.4 Média e desvio padrão da característica *mom* da amostra

## 4.2 Resultados

### 4.2.1 Caso Base

A forma correta de avaliar o desempenho desta abordagem é através da avaliação do portfólio otimizado fora da amostra. De modo a analisar a robustez dos resultados fora da amostra neste modelo das políticas paramétricas de portfólio, consideramos que estes resultados podem ser obtidos com diferentes comprimentos do período dentro da amostra (*in-sample*). Os comprimentos utilizados são de 100, 150 e 200 semanas, e serão doravante referidos como horizonte 1, 2 e 3, respetivamente. Estes diferentes horizontes permitem-nos analisar a consistência e o comportamento dos valores à medida que são considerados mais dados.

Consideramos duas políticas paramétricas de portfólio:  $PPP_3$ , com o uso de apenas as 3 características de Brandt et al. (2009) e a  $PPP_8$ , com a introdução dos cinco indicadores de análise técnica acima mencionados, de modo a analisar se estes indicadores trazem ou não melhor comportamento ao portfólio. Consideramos as características e os indicadores de análise técnica: logaritmo de capitalização de mercado (*me*), logaritmo da relação entre o valor contabilístico e o valor de mercado (*btm*), retorno anual desfasado de um período (*mom*), média móvel simples (*SMA*), média móvel exponencial (*EMA*), média móvel convergência/divergência (*MACD*), índice de força relativa (*RSI*) e as bandas de bollinger (*BB*). Nos indicadores técnicos damos uso do sinal do indicador em questão.

Para cada horizonte, estimamos os parâmetros do portfólio através do modelo introduzido e, aplicamos os coeficientes estimados para criar um portfólio no período seguinte e fora da amostra, com dados semanais. Em cada semana, formamos um portfólio dando uso das características de cada empresa observadas e os coeficientes estimados. A amostra vai desde 11 de janeiro de 2014 até 31 de dezembro de 2022, uma vez que os anos anteriores foram usados para estimar o portfólio do período inicial.

Para análise do caso de base consideramos que não há possibilidade de vendas a descoberto nem de custos de transação, e estabelecemos uma função utilidade de CRRA com uma aversão ao risco  $\gamma$  com valor 5. A tabela 4.1 apresenta os resultados das políticas paramétricas para cada horizonte, com 3 e 8 características estimadas fora da amostra para o período semanal amostral considerado, sem possibilidade de vendas a descoberto, e possui os  $\theta$ 's estimados para as duas políticas paramétricas calculadas fora da amostra. As colunas *EW*,  $PPP_3$  e  $PPP_8$  apresentam estatísticas do portfólio igualmente ponderado e das políticas paramétricas de portfólio ótimas, respetivamente.

A Tabela 4.1 apresenta os valores das estimativas dos parâmetros e desempenho para as duas políticas paramétricas de portfólio e para os diferentes horizontes, com as três características e os cinco indicadores técnicos, para  $\gamma=5$ . O cálculo dos indicadores de análise técnica usados é especificado na secção 3.2. Apresenta-se também o desempenho do portfólio igualmente ponderado (*equal-weighted*).

O primeiro conjunto de linhas da Tabela 4.1 apresenta as estimativas médias dos parâmetros  $\theta$  e dos seus desvios-padrão, para as duas políticas paramétricas de portfólio e para cada horizonte. O segundo conjunto de linhas da tabela mostra as estatísticas médias dos pesos dos portfólios ao longo do tempo e estas incluem a média dos pesos mínimos e máximos das ações ( $\min w_i$  e  $\max w_i$ , respetivamente). As últimas linhas da tabela caracterizam o desempenho dos portfólios através das rentabilidades médias, do desvio padrão, do rácio de Sharpe e do valor acumulado obtido, no final do



horizonte temporal para cada u.m. investida no início desse horizonte. O índice de Sharpe pondera a rentabilidade pelo risco de um portfólio. Quanto maior o índice, mais atrativo o portfólio é para o investidor. Para o cálculo do rácio de Sharpe, consideramos uma taxa de rentabilidade livre de risco de 0%, dado os dados serem semanais e o seu valor ser bastante baixo e próximo de zero. A fórmula do rácio de Sharpe é dada por

$$\frac{\text{Rentabilidade esperada} - \text{Taxa de rentabilidade livre de risco}}{\text{Volatilidade da rentabilidade}}$$

Observamos valores de  $\theta$ 's bastante elevados, o que pode ser explicado pela fórmula de renormalização dos pesos de cada ação em (3.6). Isto porque, quando a fórmula é usada, um aumento idêntico de todos os  $w_{i,t}$  não altera o valor final dos pesos. Nestas circunstâncias, o modelo tende a conduzir  $\theta$ 's com um valor absoluto elevado. Nos três horizontes observamos desvios-padrão muito superiores dos  $\theta$ 's para a política com apenas as três características..

Por observação dos valores dos  $\theta$ 's nos vários horizontes e para as duas políticas de portfólio, presentes na Tabela 4.1, analisamos que um aumento da capitalização de mercado (*me*) resulta numa redução dos pesos ótimos em relação aos pesos de referência. Por outro lado, uma diminuição do índice *book-to-market* e do retorno anual desfasado de um período (*mom*) leva a um aumento dos pesos ótimos em relação aos pesos de referência.

No caso do Horizonte 1 e para as políticas  $PPP_3$  e  $PPP_8$ , os pesos médios máximos (ao longo do tempo) do portfólio otimizado são 45.4% e 45.6%, respectivamente. No caso do Horizonte 2, os pesos médios máximos (ao longo do tempo) do portfólio otimizado são 46.9% e 43.5%, respectivamente. No Horizonte 3, os pesos médios máximos (ao longo do tempo) do portfólio otimizado são 47.4% e 42.9%, respectivamente. Comparando com o portfólio igualmente ponderado, onde os pesos possuem todos os valores de 10%, observamos que os valores são superiores embora nas políticas com oito características decresçam com o aumento do horizonte e se aproximem mais dos pesos igualmente ponderados e, nas políticas com três características aumentem com o aumento do horizonte. Dado o portfólio estar com os pesos normalizados (todos positivos ou iguais a zero e com soma unitária), os pesos mínimos médios são 0.0% em todos os casos.

No caso do Horizonte 1, as políticas  $PPP_3$  e  $PPP_8$  apresentam um portfólio com uma volatilidade ligeiramente superior à do portfólio *EW* (3.35% e 3.48%, respetivamente, comparado com 2.98%). Os portfólios têm uma rentabilidade média ligeiramente superior (0.31% e 0.21%, respetivamente) à do portfólio de igual ponderação, 0.19%.

No caso do Horizonte 2, as políticas  $PPP_3$  e  $PPP_8$  apresentam um portfólio com uma volatilidade ligeiramente ainda mais superior à do portfólio *EW* (3.52% e 3.34%, respetivamente, comparado com 2.98%). Os portfólios têm uma rentabilidade média ligeiramente superior à do horizonte 1 (0.39% e 0.39%, respetivamente) ao portfólio de igual ponderação, 0.19%.

No caso do Horizonte 3, as políticas  $PPP_3$  e  $PPP_8$  apresentam um portfólio com uma volatilidade mais superior à do portfólio (3.36% e 3.38%, respetivamente, comparado com 2.98%). Os portfólios têm uma rentabilidade média ligeiramente superior à dos horizontes 1 e 2 (0.49% e 0.53%, respetivamente) ao portfólio de igual ponderação, 0.19%. Esta pequena subida leva a que o horizonte 3 tenha um índice de Sharpe um pouco superior ao do portfólio igualmente ponderado relativamente aos outros horizontes que apresentam um rácio de Sharpe mais idêntico. Com isto, observamos que

para o horizonte 3, as políticas paramétricas de portfólio com as oito características apresentam uma rentabilidade superior.

Analisamos o valor capitalizado acumulado de cada unidade monetária investida para os horizontes 1,2 e 3 com os três e oito indicadores e comparamos com o valor capitalizado acumulado da *equal-weighted* (portfólio igualmente ponderado). Os dados podem ser analisados através das figura 4.5, da figura 4.6 e da tabela 4.2. Nas figuras, o *OPT 1* corresponde ao horizonte 1, o *OPT 2* ao horizonte 2 e o *OPT 3* ao horizonte 3. Os gráficos permitem uma comparação do desempenho do portfólio otimizado em relação a um portfólio igualmente ponderado ao longo do tempo, usando diferentes conjuntos de indicadores.

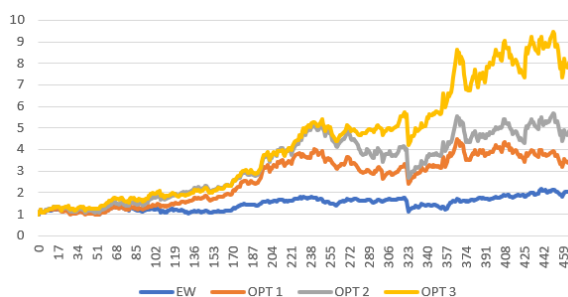


Fig. 4.5 Valor capitalizado acumulado de cada u.m. investida, para os três comprimentos do horizonte usados dentro da amostra e com três características para  $\gamma=5$ . Apresenta-se também o valor capitalizado acumulado obtido com a estratégia *equal-weighted*

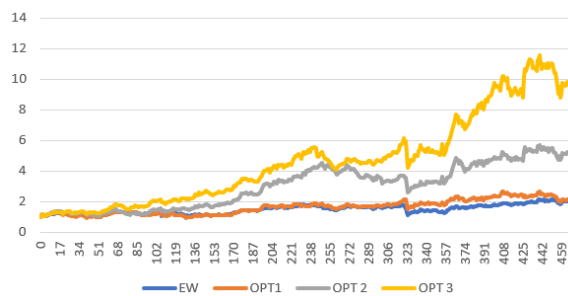


Fig. 4.6 Valor capitalizado acumulado de cada u.m. investida, para os três comprimentos do horizonte usados dentro da amostra e com oito características para  $\gamma=5$ . Apresenta-se também o valor capitalizado acumulado obtido com a estratégia *equal-weighted*

Para as duas políticas de portfólio consideramos um índice de aversão ao risco de 5, sem vendas a descoberto, sem custos de transação e diferentes horizontes. Observando os gráficos, notamos algumas diferenças claras no desempenho das políticas paramétricas, em especial para o horizonte 3.

Por observação das figuras 4.5 e 4.6, notamos que os dois portfólios apresentam um desempenho semelhante para os Horizontes 1 e 2. No entanto e para o Horizonte 3, o portfólio com as três características e os cinco indicadores ( $PPP_8$ ) apresenta um melhor desempenho em comparação com o portfólio  $PPP_3$  e com o portfólio igualmente ponderado ( $EW$ ).

Observando as figuras 4.5 e 4.6, e olhando para a tabela, também se constata que, para o mesmo conjunto de indicadores, o desempenho das políticas paramétricas de portfólio melhora quando o comprimento do período dentro da amostra aumenta.

### 4.2.2 Vendas a descoberto

A maioria dos gestores de portfólios enfrentam restrições às vendas a descoberto. Os resultados da política de portfólio com vendas a descoberto são apresentados na Tabela 4.2, fora da amostra. A fim de comparar e analisar esses resultados, é adotada uma aversão ao risco de  $\gamma=5$ .

O primeiro conjunto de linhas da Tabela 4.2 exibe as estimativas médias dos parâmetros  $\theta$  e os seus desvios-padrão para as duas políticas paramétricas de portfólio em cada horizonte. O segundo conjunto de linhas da tabela mostra as estatísticas dos pesos do portfólio ao longo do tempo. Estas estatísticas incluem a média dos pesos mínimos e máximos das ações ( $\min w_i$  e  $\max w_i$ , respetivamente), a média da soma dos pesos negativos negativos, correspondentes a vendas a descoberto ( $\sum w_i I(w_i < 0)$ ), e a média da fração de pesos menores ou iguais a zero ( $\sum I(w_i \leq 0)/N_t$ ). As últimas linhas da tabela caracterizam o desempenho do portfólio otimizado em relação ao portfólio igualmente ponderado, através da rentabilidade média, da sua volatilidade, do rácio de Sharpe e do valor acumulado obtido, no final do horizonte temporal para cada u.m. investida no início desse horizonte.

No caso do Horizonte 1, observamos pelos valores dos  $\theta$ 's que o aumento da capitalização de mercado ( $me$ ) e do retorno anual desfasado de um período ( $mom$ ) conduz a uma redução dos pesos ótimos em relação aos de referência. O contrário acontece para o índice  $btm$ . No caso dos Horizontes 2 e 3, o aumento da característica  $me$  leva a uma redução dos pesos enquanto que a diminuição do  $btm$  e  $mom$  leva a um aumento dos pesos. Comparando com o caso sem vendas a descoberto, observamos que com as vendas a descoberto os parâmetros são muito menores.

As diferenças nos pesos médios máximos entre as diversas estratégias são evidentes. As estratégias que permitem vendas a descoberto apresentam valores significativamente mais altos em comparação com o caso base sem vendas a descoberto, refletindo uma maior variedade de possibilidades de posicionamento disponíveis. Notavelmente, a política paramétrica de portfólio com 8 características destaca-se pelas maiores estimativas de máximos e mínimos dos pesos, em comparação com a política com 3 características, indicando uma maior diversidade de posicionamentos com estratégias de venda a descoberto.

Na política com três características, o portfólio demonstra rentabilidades médias superiores na presença de vendas a descoberto, enquanto o oposto acontece para a política com oito características. Isso reflete-se nos valores dos índices de Sharpe, que são mais altos na ausência de vendas a descoberto.

De modo a analisar o comportamento do valor capitalizado acumulado de cada unidade monetária investida com vendas a descoberto e comparar sem as vendas a descoberto, obtemos os gráficos 4.7 e 4.8. Por observação das imagens, analisamos uma maior oscilação nos resultados com vendas a descoberto sobretudo na política com as oito características mas que também se observa na política com as três características. A conclusão principal que retiramos destes resultados é a importância das características da empresa, na otimização do portefólio que depende sobretudo se o investidor pode vender ou não a descoberto.

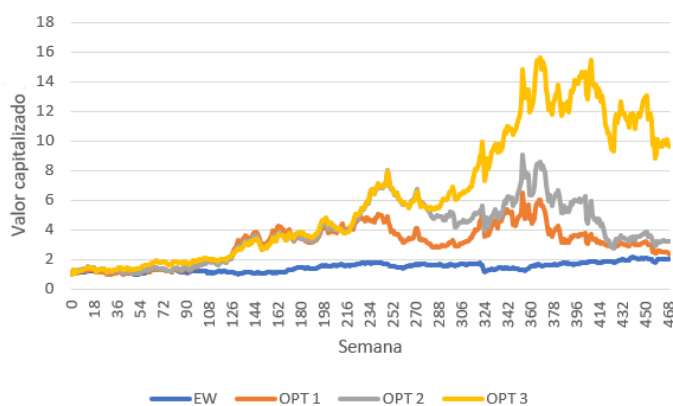


Fig. 4.7 Valor capitalizado acumulado de cada u.m. investida, para os três comprimentos do horizonte usados dentro da amostra, com vendas a descoberto e com três características para  $\gamma=5$ . Apresenta-se também o valor capitalizado acumulado obtido com a estratégia *equal-weighted*

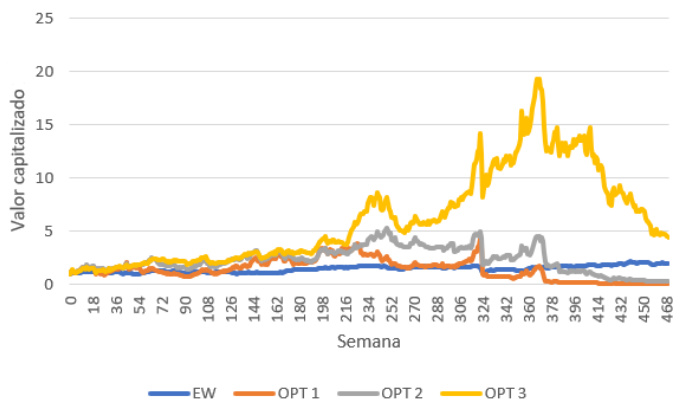


Fig. 4.8 Valor capitalizado acumulado de cada u.m. investida, para os três comprimentos do horizonte usados dentro da amostra, com vendas a descoberto e com oito características para  $\gamma=5$ . Apresenta-se também o valor capitalizado acumulado obtido com a estratégia *equal-weighted*

### 4.2.3 Diferentes valores do parâmetro de aversão ao risco

A política de portfólio é significativamente influenciada pelas preferências individuais do investidor. Os resultados iniciais foram obtidos assumindo uma aversão relativa ao risco  $\gamma = 5$  na função de utilidade CRRA. Para uma análise mais abrangente do impacto dos valores da utilidade no portfólio, apresentamos nas tabelas os resultados para diferentes níveis de aversão ao risco nas três subamostras. Além do  $\gamma = 5$ , que serve como referência para comparação, também estimamos o portfólio otimizado para  $\gamma = 1$ , correspondente ao caso comum de log-utilidade, e para  $\gamma = 100$ , representando um nível extremamente alto de aversão ao risco e tornando o investidor extremamente sensível a perdas. A aversão ao risco representa a tolerância de um investidor ao risco financeiro. Um índice menor indica uma maior disposição para assumir estratégias arriscadas em procura de retornos mais elevados, enquanto que um índice maior reflete uma resistência a posições financeiras arriscadas, priorizando a segurança sobre ganhos potenciais mais altos.

Os resultados dos parâmetros do portfólio otimizado já são conhecidos pelo caso base, na tabela 4.2. As tabelas 4.3 e 4.4 mostram os resultados fora da amostra para  $\gamma=1$  e  $\gamma=100$ .

Para  $\gamma=1$ , as estimativas sobre os coeficientes  $\theta$ 's para cada característica e os seus desvios-padrão, são em geral bastante grandes e muito maiores que para a aversão ao risco de valor 5. No caso de  $\gamma=100$ , as estimativas e os desvios-padrão para cada característica permanecem bastante elevados, embora mais pequenos que para o caso com uma aversão mais inferior, sendo as estimativas dos coeficientes relativas às características das empresas todas grandes em valor absoluto. À medida que a aversão ao risco do investidor aumenta, é evidente que os coeficientes  $\theta$ 's das características diminuem, juntamente com os indicadores de análise técnica, sugerindo uma associação com as rentabilidades médias e o risco.

A distribuição dos pesos ótimos também se altera com o diferente nível de aversão ao risco e isso afeta inevitavelmente os valores estimados das rentabilidades. Para os diferentes níveis de aversão ao risco, os valores médios dos pesos máximos são semelhantes, não variando muito.

Na maior parte dos casos, as rentabilidades médias e as volatilidades são semelhantes. No caso do gama 100, este apresenta valores superiores de rentabilidades médias e volatilidade, levando em vários casos, a um valor superior do rácio de Sharpe. Ao que aparenta e por comparação das tabelas, um portfólio com maiores níveis de aversão ao risco apresenta melhores desempenhos em comparação com um portfólio com menores níveis de aversão.

Analizamos também os gráficos do valor capitalizado acumulado de cada unidade monetária investida para os diferentes valores de aversão ao risco, diferentes horizontes e diferentes políticas paramétricas de portfólio, de modo a analisar em qual dos casos se obtém melhores comportamentos. Estes estão presentes nas figuras 4.9, 4.10, 4.11 e 4.12.

O portfólio com as oito características,  $PPP_8$ , e um maior nível de aversão ao risco aparenta apresentar melhores comportamentos para um maior período da amostra (neste caso o Horizonte 3).

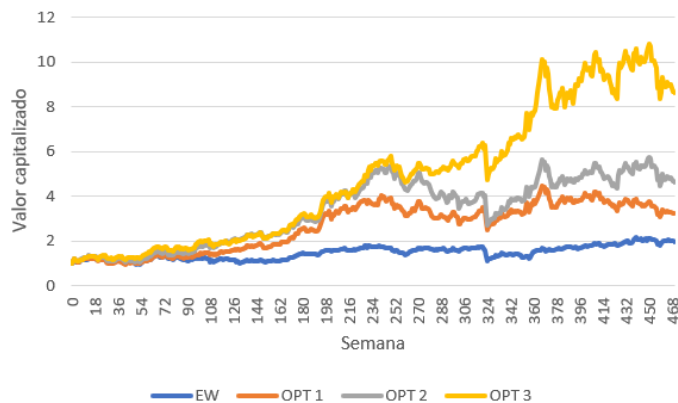


Fig. 4.9 Valor capitalizado acumulado de cada u.m. investida, para os três comprimentos do horizonte usados dentro da amostra e com três características para  $\gamma=1$ . Apresenta-se também o valor capitalizado acumulado obtido com a estratégia *equal-weighted*

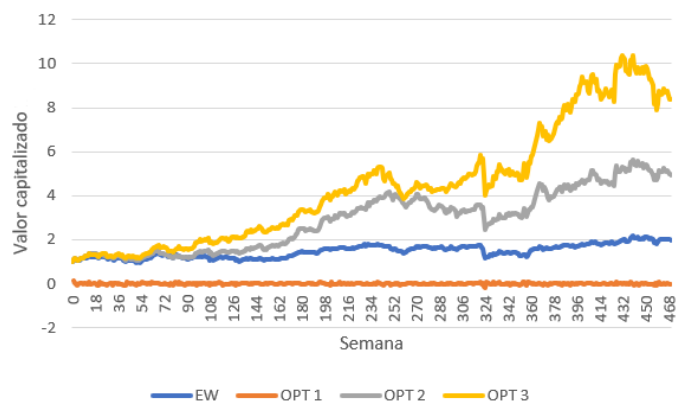


Fig. 4.10 Valor capitalizado acumulado de cada u.m. investida, para os três comprimentos do horizonte usados dentro da amostra e com oito características para  $\gamma=1$ . Apresenta-se também o valor capitalizado acumulado obtido com a estratégia *equal-weighted*

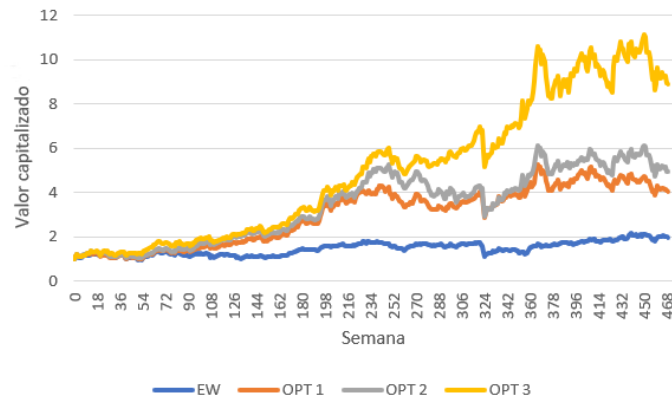


Fig. 4.11 Valor capitalizado acumulado de cada u.m. investida, para os três comprimentos do horizonte usados dentro da amostra e com três características para  $\gamma=100$ . Apresenta-se também o valor capitalizado acumulado obtido com a estratégia *equal-weighted*

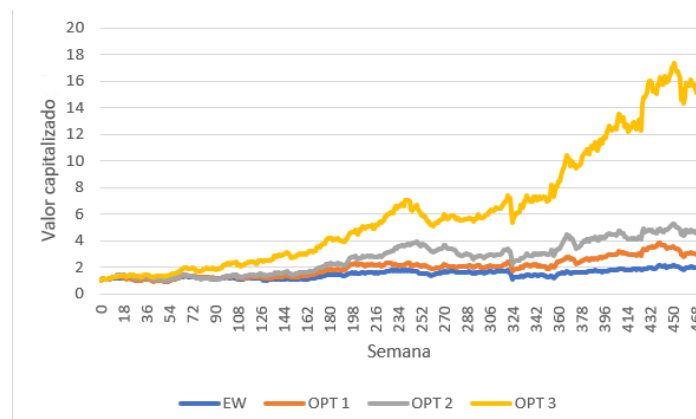


Fig. 4.12 Valor capitalizado acumulado de cada u.m. investida, para os três comprimentos do horizonte usados dentro da amostra e com oito características para  $\gamma=100$ . Apresenta-se também o valor capitalizado acumulado obtido com a estratégia *equal-weighted*

Tabela 4.1 Política Paramétrica de Portefólio:  $\gamma=5$ , sem vendas a descoberto e sem custos de transação

	Horizonte 1		Horizonte 2		Horizonte 3		EW
	$PPP_3$	$PPP_8$	$PPP_3$	$PPP_8$	$PPP_3$	$PPP_8$	
$\theta_{me}$	-92341.737	-863.191	-177163.319	-736.681	-39828.246	-1002.589	-
$s_{me}$	517130.135	8230.265	2100732.297	3323.401	191090.145	3379.632	-
$\theta_{btm}$	162114.175	2823.599	292624.593	1982.089	23932.211	1852.669	-
$s_{btm}$	1109367.185	10293.283	3098876.323	5937.068	106633.135	4585.269	-
$\theta_{mom}$	34947.409	1453.796	190943.754	1218.636	50838.818	2138.739	-
$s_{mom}$	493302.289	9793.162	2785253.601	3384.,658	195182.582	6185.286	-
$\theta_{SMA}$	-	-1101.079	-	-1092.851	-	-766.569	-
$s_{SMA}$	-	8397.751	-	4466.376	-	3218.552	-
$\theta_{EMA}$	-	-1056.003	-	-708.883	-	-1162.979	-
$s_{EMA}$	-	6758.509	-	2489.556	-	4190.740	-
$\theta_{MACD}$	-	-793.669	-	31.707	-	189.572	-
$s_{MACD}$	-	11546.603	-	4338.103	-	5733.989	-
$\theta_{RSI}$	-	582.457	-	-160.641	-	-1038.629	-
$s_{RSI}$	-	8680.234	-	4008.086	-	4305.856	-
$\theta_{BB}$	-	-558.087	-	-129.043	-	-174.594	-
$s_{BB}$	-	5736.508	-	2954.143	-	4358.532	-
max $w_i$	0.454	0.456	0.469	0.435	0.474	0.429	0.1
min $w_i$	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.1
$\bar{r}$	0.0031	0.0021	0.0039	0.0039	0.0049	0.0053	0.0019
$\sigma(r)$	0.0335	0.0348	0.0352	0.0334	0.0336	0.0338	0.0298
$SR$	0.0936	0.0614	0.1103	0.1192	0.1459	0.1580	0.0642
Valor Acumulado * <sup>1</sup>	3.339	2.041	4.589	4.965	7.606	9.288	1.990

<sup>1</sup>Valor acumulado obtido, no final do horizonte temporal, para cada u.m. investida no início desse horizonte



Tabela 4.2 Política Paramétrica de Portefólio:  $\gamma=5$ , com vendas a descoberto e sem custos de transação

	Horizonte 1		Horizonte 2		Horizonte 3		EW
	$PPP_3$	$PPP_8$	$PPP_3$	$PPP_8$	$PPP_3$	$PPP_8$	
$\theta_{me}$	-1.339	-0.491	-1.489	-0.873	-1.619	-1.174	-
$s_{me}$	1.881	1.838	1.427	1.517	1.237	1.387	-
$\theta_{btm}$	3.269	5.046	3.111	4.209	2.89	3.926	-
$s_{btm}$	2.279	3.491	1.657	2.050	1.326	1.471	-
$\theta_{mom}$	-0.188	-0.417	0.314	0.471	0.674	0.808	-
$s_{mom}$	1.611	2.701	1.277	1.810	0.804	0.872	-
$\theta_{SMA}$	-	-0.371	-	-0.282	-	-0.149	-
$s_{SMA}$	-	4.961	-	3.713	-	2.619	-
$\theta_{EMA}$	-	-2.352	-	-1.744	-	-1.564	-
$s_{EMA}$	-	4.651	-	3.337	-	2.505	-
$\theta_{MACD}$	-	0.211	-	0.053	-	0.209	-
$s_{MACD}$	-	3.481	-	2.145	-	1.139	-
$\theta_{RSI}$	-	0.647	-	0.455	-	0.357	-
$s_{RSI}$	-	2.072	-	1.434	-	0.851	-
$\theta_{BB}$	-	-0.243	-	-0.496	-	-0.442	-
$s_{BB}$	-	1.940	-	1.599	-	1.323	-
max $w_i$	0.772	1.189	1.594	0.921	0.674	0.779	0.1
min $w_i$	-0.404	-0.857	-0.357	-0.612	-0.335	-0.467	0.1
$\sum w_i I(w_i < 0)$	-0.954	-1.809	-0.859	-1.339	-0.747	-0.997	-
$\sum I(w_i \leq 0)/N_t$	-0.010	-0.004	-0.002	-0.003	-0.002	-0.002	-
$\bar{r}$	0.0034	-0.0008	0.0039	0.0002	0.0059	0.0048	0.0019
$\sigma(r)$	0.0553	0.0299	0.0531	0.0724	0.0463	0.0567	0.0298
SR	0.0615	-0.02904	0.07356	0.0027	0.1276	0.0851	0.0642
Valor Acumulado *	2.378	0.058	3.193	0.277	9.633	4.432	1.990

Tabela 4.3 Política Paramétrica de Portefólio:  $\gamma=1$ , sem vendas a descoberto e sem custos de transação

	Horizonte 1		Horizonte 2		Horizonte 3		EW
	$PPP_3$	$PPP_8$	$PPP_3$	$PPP_8$	$PPP_3$	$PPP_8$	
$\theta_{me}$	-99864255912	-10704.814	-20707121248	-6651.568	-5983841766	-18317.051	-
$s_{me}$	1733511802926.08	103750.056	349144712159.59	60718.621	106730619796.29	188993.474	-
$\theta_{btm}$	216887643135	9608.419	27031796757	5718.411	3777528181	9267.163	-
$s_{btm}$	4431684006052.56	105423.369	488297361318.48	74201.340	46768503894.67	45604.499	-
$\theta_{mom}$	-5629920940	6473.619	24985298346	6154.482	4804935153	20855.852	-
$s_{mom}$	247030913360.24	113996.661	434605229039.40	63749.805	116053600053.96	128585.097	-
$\theta_{SMA}$	-	-7994.196	-	-3925.947	-	-5249.783	-
$s_{SMA}$	-	95122.942	-	59889.884	-	43725.466	-
$\theta_{EMA}$	-	-3101.162	-	-2497.023	-	-15485.476	-
$s_{EMA}$	-	80002.933	-	31931.301	-	234509.110	-
$\theta_{MACD}$	-	-2389.070	-	1389.742	-	15728.230	-
$s_{MACD}$	-	96404.409	-	40735.664	-	292795.899	-
$\theta_{RSI}$	-	19660.821	-	421.817	-	-13063.330	-
$s_{RSI}$	-	289319.187	-	50899.274	-	156135.618	-
$\theta_{BB}$	-	-13581.935	-	497.642	-	5787.157	-
$s_{BB}$	-	221680.028	-	64426.178	-	144895.082	-
max $w_i$	0.454	0.457	0.469	0.433	0.474	0.429	0.1
min $w_i$	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.1
$\bar{r}$	0.0031	0.0022	0.0039	0.0039	0.0052	0.0051	0.0019
$\sigma(r)$	0.0335	0.0347	0.0354	0.0333	0.0335	0.0338	0.0298
SR	0.0915	0.0634	0.11067	0.1193	0.1541	0.1513	0.0642
Valor Acumulado *	3.224	-0.008	4.648	4.945	8.643	8.356	1.990

Tabela 4.4 Política Paramétrica de Portefólio:  $\gamma=100$ , sem vendas a descoberto e sem custos de transação

	Horizonte 1		Horizonte 2		Horizonte 3		EW
	$PPP_3$	$PPP_8$	$PPP_3$	$PPP_8$	$PPP_3$	$PPP_8$	
$\theta_{me}$	-8029577.735	-2681.560	-8003765.47	-5275.246	-1436776.798	-5803.969	-
$s_{me}$	99393888.41	26970.081	65054367.05	20964.543	20710340.71	28458.472	-
$\theta_{btm}$	27688962.4	13217.082	12977791.89	5098.908	1440823.07	7926.551	-
$s_{btm}$	317552902.14	86957.8782	95591999.26	22903.567	18599270.72	31344.329	-
$\theta_{mom}$	-1124682.268	4430.967	7969686.885	5751.477	1537078.051	7254.721	-
$s_{mom}$	197162019.07	25589.771	102067768.46	17534.417	22685327.42	22865.113	-
$\theta_{SMA}$	-	-2944.749	-	-3267.605	-	-4022.561	-
$s_{SMA}$	-	25205.273	-	21745.301	-	25920.049	-
$\theta_{EMA}$	-	-5457.560	-	-2619.966	-	-4033.7019	-
$s_{EMA}$	-	62048.962	-	18792.199	-	22360.234	-
$\theta_{MACD}$	-	-2061.094	-	1115.574	-	3181.485	-
$s_{MACD}$	-	27174.176	-	30441.406	-	29149.503	-
$\theta_{RSI}$	-	102.644	-	-2257.676	-	-5157.188	-
$s_{RSI}$	-	25060.444	-	19576.858	-	22892.781	-
$\theta_{BB}$	-	277.303	-	-1097.973	-	548.339	-
$s_{BB}$	-	12330.939	-	21575.126	-	15383.833	-
max $w_i$	0.457	0.451	0.463	0.427	0.469	0.427	0.1
min $w_i$	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.1
$\bar{r}$	0.0035	0.0029	0.0040	0.0038	0.0052	0.0064	0.0019
$\sigma(r)$	0.0329	0.0346	0.0341	0.0345	0.0334	0.0332	0.0298
SR	0.1074	0.0838	0.1173	0.1110	0.1563	0.1915	0.0642
Valor Acumulado *	4.059	2.930	4.954	4.544	8.884	15.082	1.990

## Capítulo 5

# Conclusão

Ao longo deste estudo, concentramo-nos nas políticas paramétricas de portefólio e em especial numa amostra de dez ações portuguesas. Expandimos as características consideradas, incorporando indicadores técnicos adicionais para entender como isso leva a uma perspectiva diferente sobre o comportamento do portefólio. É evidente que as políticas paramétricas de portefólio oferecem uma abordagem sólida e eficaz para a construção de portefólios de investimento. Ao explorar o método proposto por Brandt, et al. (2009) e aplicá-lo a um contexto específico de empresas portuguesas, podemos observar o comportamento destas políticas.

Analisamos o caso base com e sem vendas a descoberto para as políticas paramétricas com três e oito características sobre um nível de aversão ao risco com valor 5 e observamos um melhor comportamento para as políticas com oito características e sem vendas a descoberto. Isto mostra que os indicadores de análise técnica trazem um melhor desempenho. Analisamos também diferentes níveis de aversão ao risco que refletem as preferências individuais do investidor nos investimentos em relação ao equilíbrio entre o risco e retorno, evidenciando o melhor comportamento do portefólio para um nível de aversão ao risco superior.

Neste estudo, destacamos a eficácia das políticas paramétricas na otimização de portefólios com diversas características, incluindo aquelas utilizadas na abordagem de Brandt et al. (2009) e os indicadores de análise técnica mencionados ao longo do trabalho. Ao examinar o desempenho das políticas ao longo do tempo, conseguimos avaliar a robustez e relevância num ambiente financeiro em constante evolução.

Em relação às limitações do nosso trabalho, poderíamos considerar uma amostra maior, analisar em períodos de tempo diferentes e ainda incluir mais características, nomeadamente de desempenho de empresas (lucros por ação, *cash flow* por ação, dívida, etc.).

É importante reconhecer a utilidade das políticas paramétricas de portefólio embora haja espaço para possíveis desenvolvimentos futuros. No geral, este trabalho contribui para a melhor compreensão das políticas paramétricas de portefólio, o seu impacto nas decisões de investimento e ainda a influência dos indicadores técnicos nestas políticas.



# Bibliografia

- [1] Ait-Sahalia, Y. and Brandt, M. W. (2001). Variable selection for portfolio choices. *Journal of Finance*, 56:1297–351.
- [2] Brandt, M. W. (1999). Estimating portfolio and consumption choice: A conditional method of moments approach. *Journal of Finance*, 54:1609–46.
- [3] Brandt, M. W. and Santa-Clara, P. (2006). Dynamic portfolio selection by augmenting the asset space. *Journal of Finance*, 61:2187–217.
- [4] Brandt, M. W., Santa-Clara, P., and Valkanov, R. (2009). Parametric portfolio policies: Exploiting characteristics in the cross-section of equity returns. *The Review of Financial Studies*, 22(9):3411–3447.
- [5] Chen, H., Jegadeesh, N., and Wermers, R. (2000). The value of active mutual fund management: An examination of the stockholdings and trades of fund managers. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 35:343–368.
- [6] DeMiguel, V., Garlappi, L., and Uppal, R. (2007). Optimal versus naive diversification: How inefficient is the 1/n portfolio strategy? *The Society for Financial Studies*, pages 1916–1953.
- [7] Fletcher, J. (2017). Exploring the benefits of using stock characteristics in optimal portfolio strategies. *The European Journal of Finance*, 3(23):192–210.
- [8] Green, R. C. and Hollifield, B. (1992). When will mean-variance efficient portfolios be well diversified? *The European Journal of Finance*, 47(5):1785–1809.
- [9] Hand, J. and Green, J. (2011). The importance of accounting information in portfolio optimization. *Journal of Accounting, Auditing Finance*, 26(1).
- [10] Jagannathan, R. and Ma, T. (2003). Risk reduction in large portfolios: Why imposing the wrong constraints helps. *The European Journal of Finance*, 58(4):1651–1683.
- [11] Jobson, J. D. and Korbie, B. (1980). Estimation of markowitz efficient portfolios. *Journal of American Statistical*, 75:544–554.
- [12] Ko, C. Y. (2020). *Technical analysis with R*. Gitbook.
- [13] Lamoureux, C. and Zhang, H. (2014). Risk, return, and the optimal exploitation of stock characteristics. *Working Paper, University of Arizona*, 45:31–42.
- [14] Macedo, L. B., Godinho, P., and Alves, M. J. (2017). Mean-semivariance portfolio optimization with multiobjective evolutionary algorithms and technical analysis rules. *Expert Systems with Applications*, 79(2):33–43.
- [15] Machado, V., André, M., Medeiros, R., and Otávio (2011). Modelos de precificação de ativos e o efeito liquidez: evidências empíricas no mercado acionário brasileiro. *Revista Brasileira de Finanças, Sociedade Brasileira de Finanças*, 9(3):323–361.

- [16] Markowitz, H. M. (1952). Portfolio selection. *Journal of Finance*, (7):77–91.
- [17] Merton, R. (1980). On estimating the expected return on the market: An exploratory investigation. *National Bureau of Economic Research*, 444:323–361.
- [18] Michaud, R. O. (1989). The markowitz optimization enigma: Is "optimized" optimal? *Financial Analysts Journal*, 45:31–42.
- [19] Sharpe, W. F. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The Journal of Finance*, 19(3):425–442.