



UNIVERSIDADE D
COIMBRA

João Pedro Miranda Santos

**ESTUDO DE VIABILIDADE DA OBTENÇÃO DE
IMAGENS DE TRANSMISSÃO DE DUPLA
ENERGIA COM O USO DE EMISSORES GAMA**

**Tese apresentada à Faculdade de Ciências e Tecnologia da
Universidade de Coimbra para obtenção do grau de Mestre
em Engenharia Biomédica com especialização em Imagem e
Radiação, sob a orientação do Prof. Dr. Francisco Caramelo e
do Prof. Dr. Nuno Ferreira.**

Setembro 2023



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE
COIMBRA

Estudo de Viabilidade da Obtenção de Imagens de Transmissão de Dupla Energia com o uso de Emissores Gama

João Pedro Miranda Santos

Tese submetida à Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra
para o grau de Mestre em Engenharia Biomédica com especialização em Imagem e Radiação.

Orientadores:

Prof. Dr. Francisco José Santiago Fernandes Amado Caramelo (iCBR)

Prof. Dr. Nuno David Sousa Chichorro Fonseca Ferreira (iCBR)

Coimbra, 2023

Este trabalho foi desenvolvido em colaboração com:

Instituto de Investigação Clínica e Biomédica de Coimbra



Esta cópia da tese é fornecida na condição de que quem a consulta reconhece que os direitos de autor são da pertença do autor da tese e que nenhuma citação ou informação obtida a partir dela pode ser publicada sem a referência apropriada.

This thesis copy has been provided on the condition that anyone who consults it understands and recognizes that its copyright belongs to its author and that no reference from the thesis or information derived from it may be published without proper acknowledgement.



Agradecimentos

Dizer adeus a Coimbra depois de cinco anos de estudo é uma experiência carregada de emoções. Os corredores da universidade, as margens do Rio Mondego e as ruelas históricas da cidade testemunharam a minha jornada, e agora chegou o momento de me despedir. Agradeço aos meus orientadores por toda ajuda nesta minha última fase académica, com especial agradecimento ao Professor Nuno Ferreira por todo acompanhamento, dedicação e paciência.

Ao longo do meu percurso académico tive a sorte que construir um grupo de amigos fundamental para a minha evolução académica e pessoal. Foram o meu maior porto seguro, na partilha de vitórias e desafios, conquistas e recursos. A vocês Cruzados, o meu mais sincero obrigado por toda a amizade e companheirismo: Caramelo, Castela, Chico, Costini, Eva, Laura, Luís, Martini, Mati, Mari, Mendonça, Prata, Tomé e Xanax.

Também a todas as pessoas que conheci ao longo dos meus 5 anos nesta casa, sobretudo aos meus afilhados: Açor, JN, Sebastião, Faria e Nelson. Um obrigado pela confiança que depositaram em mim, por me deixarem ver-vos crescer, pelas vezes que me apoiaram e pelas histórias que construímos juntos.

Aos meus colegas de casa da Mansão: a grandiosa Ana Magno, a caótica Castela, o sonecas Luís, e os mais recentes Balão e Pegado, que conviveram comigo diariamente e viveram de perto momentos de desesperos e euforia, sobretudo na montanha russa de emoções que foram estes últimos meses. Sem esquecer o membro honorário Fonte, que paga a renda em tartes de Nata.

E como ao longo de tantos anos se conhecem pessoas bonitas que nos marcam, agradeço aos Teleká, caloiros quando estava eu já no 4^o ano, mas sempre me consideraram um exemplo e me fizeram sentir especial. Acompanhei-vos desde o início e são agora o abraço mais doloroso de despedida. Sei que continuarão a fazer um ótimo trabalho a tudo o que se propuserem. Sou um *pai* muito orgulhoso.

Mesmo que a distância seja muita, aí por terras moçambicanas, também te agradeço Mariana Salazar, por todo o apoio e pelas vezes que me ouviste queixar por querer ser perfeccionista demais.

Por fim, e mais importante, agradeço aos meus pais que tornaram todo este percurso possível, por me aturarem nos dias de bom e mau humor (que dominaram), confiaram em mim e no meu trabalho, e me incentivam a nunca desistir por mais obstáculos se pusessem à frente. À minha prima Rita, que me apoiou dia a dia desde sempre, e viveu tanto esta fase final como se fosse também a dela. Aos meus avós, em especial à minha avó São, que de lágrima no olho e com fé nas suas Santas, foi a principal entusiasta para ver o seu primeiro neto conseguir terminar o curso. E claro, aos meus cão-panheiros Simba e Puppy, conhecidos por toda esta malta.

Obrigado a todos vocês que torceram genuinamente por mim, e me deram a força necessária para conseguir ultrapassar todos os obstáculos e dificuldades.

Fica um até já a esta cidade que me viu crescer, que foi e continuará a ser a minha casa por muito tempo, onde fui feliz, guardo as melhores memórias e a mais sincera saudade.

*"You're not obligated to win. You're obligated to keep trying to
do the best you can everyday."*

Marian Wright Edelman

Resumo

Neste trabalho foi estudada a viabilidade de obtenção de imagens de atenuação com o uso de radioisótopos que emitem radiação gama, com diferentes energias. Inicialmente, a ideia deste projeto seria estudar a viabilidade de obtenção de imagens de transmissão usando radioisótopos com emissão gama de diferentes energias. Para a detecção seria usada uma câmara gama com a janela de energia especificada para cada caso e um fantoma com diferentes materiais com coeficientes de atenuação próximos. Para cada energia, esperaríamos uma imagem de transmissão as quais seriam combinadas numa imagem paramétrica de coeficientes de atenuação. Devido a problemas técnicos com o equipamento, não foi possível proceder à obtenção de imagens. Com a falta de possibilidade de fazer aquisições, recorreremos a uma maneira simplificada de fazer a simulação de medidas de transmissão realizadas com a câmara de Tomografia Computadorizada por Emissão de Fóton Único e emissores gama. A simulação completa por Monte Carlo poderia ser demorada, devido a ter uma curva de aprendizagem maior e requeria maior poder computacional, então, optou-se por fazer um cálculo numérico baseado na Transformada de Radon para estimar a atenuação da radiação emitida pela fonte no objeto, no colimador e no cristal, seguindo várias direções, utilizando a linguagem *Python* na versão 3.11.2. Nesta simulação de medidas de transmissão com SPECT, consideraram-se quatro componentes essenciais que desempenham papéis cruciais no processo: a fonte, o objeto, o detetor e o cristal. O código foi desenvolvido para implementar as funções de projeção direta e retroprojeção, conhecidas como *forward projection* e *backprojection*, respetivamente. Na fase de retroprojeção, foi possível aplicar um filtro rampa, frequentemente apodizado com uma janela de *Hanning*, semelhante ao algoritmo FBP (*Filtered Backprojection*). Os resultados indicaram a viabilidade da obtenção da imagem desejada, mas a abordagem apresenta limitações de precisão. A simplicidade da simulação em *Python* com fontes monoenergéticas oferece flexibilidade, mas não alcança a precisão de simulações avançadas. Melhorias futuras incluem considerar objetos mais realistas e lidar com o fenómeno de *scatter*.

Palavras-Chave: Tomografia computadorizada por emissão de fóton único, Emissores gama, Dupla energia, Estudo de viabilidade, Tomografia computadorizada



Abstract

This work studied the feasibility of obtaining attenuation images using radioisotopes that emit gamma radiation at different energies. Initially, the idea behind this project was to study the feasibility of obtaining transmission images using radioisotopes with gamma emissions at different energies. For detection, a gamma camera would be used with the energy window specified for each case and a phantom with different materials with close attenuation coefficients. For each energy, we would expect a transmission image which would be combined into a parametric image of attenuation coefficients. Due to technical problems with the equipment, it was not possible to take images. With the lack of possibility of making acquisitions, we resorted to a simplified way of simulating transmission measurements made with the SPECT camera and gamma emitters. A complete Monte Carlo simulation could be time-consuming, due to having a longer learning curve and requiring more computing power, so we opted for a numerical calculation based on the Radon Transform to estimate the attenuation of the radiation emitted by the source on the object, the collimator and the crystal, following various directions, using the Python language in version 3.11.2. In this simulation of transmission measurements with SPECT, we considered four essential components that play crucial roles in the process: the source, the object, the detector and the crystal. The code was developed to implement the forward projection and backprojection functions, known as forward projection and backprojection, respectively. In the backprojection phase, it was possible to apply a ramp filter, often apodized with a Hanning window, similar to the FBP (Filtered Backprojection) algorithm. The results indicated that it was feasible to obtain the desired image, but the approach has limitations in terms of precision. The simplicity of the Python simulation with monoenergetic sources offers flexibility, but does not reach the precision of advanced simulations. Future improvements include considering more realistic objects and dealing with the scatter phenomenon.

Keywords: Single-photon emission computed tomography, Gamma emitters, Dual energy Feasibility study, Computed tomography

Conteúdo

Lista de Figuras	xv
Lista de Tabelas	xix
1 Introdução	1
1.1 Motivação	1
1.2 Objetivos e Contribuições	2
1.3 Estrutura da Tese	3
2 Conceitos Teóricos	5
2.1 Características da Radiação	6
2.1.1 Radiação Eletromagnética	6
2.1.2 Interação dos Fótons com a Matéria	7
2.2 Fundamentos de Radiologia Convencional	13
2.2.1 Produção de Raios-X	13
2.2.1.1 Lei de Beer-Lambert e Coeficiente de Atenuação	15
2.3 Fundamentos de Tomografia Computadorizada	19
2.3.1 Princípios Básicos da Tomografia Computadorizada	19
2.3.2 Componentes do Equipamento de TC	20
2.3.3 Reconstrução de Imagem	24
2.3.3.1 Transformada de Radon	25
2.3.3.2 Teorema da Secção Central	26
2.3.3.3 Retroprojeção Filtrada	27
2.4 Fundamentos de Tomografia Computadorizada de Dupla Energia (DECT)	30
2.4.1 DECT em comparação com SECT	30
2.4.2 Principais Considerações DECT	31
2.4.3 Algoritmos DECT	32
2.4.3.1 Baseado em Projeções	34
2.4.3.2 Baseado em Imagens	34
2.4.4 Equipamentos DECT	35
2.5 Fundamentos da Tomografia por Emissão	39
2.5.1 Princípios Básicos do Funcionamento de SPECT	40

3	Métodos	43
3.1	Resumo da ideia	43
3.1.1	Etapas de Simulação	44
3.1.2	Definição dos Componentes	45
3.2	Descrição do Software	47
3.2.1	Projeção fwproj()	47
3.2.2	Retroprojeção Filtrada bkproj()	49
3.2.3	Parâmetros	52
3.2.4	Definição do Objeto	53
3.2.5	Simulação da Atenuação da Radiação	54
4	Análise e Resultados	57
4.1	Aquisições para a Energia Teste	57
4.2	Energias utilizadas em SPECT: 93keV, 140keV, 159keV	65
4.2.1	Retroprojeção obtida com 93keV, simulando o uso do radionuclídeo Gálio-67	67
4.2.2	Retroprojeção obtida com 140keV, simulando o uso do radionuclídeo Tecnécio-99m	68
4.2.3	Retroprojeção obtida com 159keV, simulando o uso do radionuclídeo Iodo-123	69
4.2.4	Retroprojeção adicional obtida com energia de 511keV	69
4.3	Imagens Paramétricas	71
4.3.1	Imagem paramétrica dos coeficientes de atenuação para energias de 93keV e 140keV	71
4.3.2	Imagem paramétrica dos coeficientes de atenuação para energias de 93keV e 159keV	71
4.3.3	Imagem paramétrica dos coeficientes de atenuação para energias de 93keV e 511keV	72
4.4	Limitações e Vantagens da Simulação	72
5	Conclusão	75
	Referências	77
	Apêndice	85
A	Cálculos de Interpolação Linear	87
B	Código Python	89

Lista de Figuras

2.1	Comparação de comprimento de onda(λ), frequência (ν) e energia ($h\nu$) das diferentes regiões que constituem o espectro eletromagnético.	7
2.2	Domínio de cada processo de interação com a matéria em função do número atômico do material e da energia do fóton incidente.	8
2.3	Esquema do efeito fotoelétrico.	9
2.4	Esquema do efeito de Compton.	10
2.5	Esquema da produção de pares e respetiva radiação de aniquilação após o evento.	11
2.6	Esquema de componentes da ampola de raio-X.	13
2.7	Espectro de energias da radiação X.	14
2.8	Esquema das etapas de produção, atenuação e deteção de raio-x.	16
2.9	Esquema da aquisição e reconstrução das imagens em modelos tridimensionais.	20
2.10	Constituição de um equipamento de TC	21
2.11	Esquema da geometria paralela e geometria fan beam , respetivamente, de aquisição em TC.	22
2.12	Esquema da geometria da TC <i>multi-slice</i> e da geometria de feixe cónico, respetivamente, de aquisição em TC.	23
2.13	Movimento helicoidal da TC helicoidal.	24
2.14	Aplicação dos princípios matemáticos de Transformada de Fourier e Inversa da Transformada de Fourier, Teorema da Secção Central durante a projeção em TC.	24
2.15	Diagrama da transformada de Radon aplicada a um objeto $f(x,y)$	25
2.16	Aplicação da transformada de Radon a um objeto e formação da projeção.	26
2.17	Esquema de aplicação do algoritmo de retroprojeção filtrada em TC.	28
2.18	Filtros geralmente aplicados no método de retroprojeção filtrada.	29
2.19	<i>Design</i> de diferentes <i>scanners</i> de DECT.	37
2.20	Funcionamento da aquisição e reconstrução de imagem em SPECT.	41
3.1	Esquema da simulação com todos os componentes considerados:fonte, objeto, colimador e cristal.	43
3.2	a) Espaço de 1000 x 1000 pixels (100cm x 100cm) usado num possível exemplo de simulação. b) Estimativa do número de fótons em cada ponto a partir da Transformada de Radon	44

3.3	Diminuição do número de fótons estimados em cada ponto por atenuação do objeto, colimador e cristal; atenuação do colimador e cristal; atenuação do cristal.	45
3.4	Exemplo de aplicação da função <code>fwproj()</code> .	48
3.5	Exemplo de aplicação da função <code>bkproj()</code> .	50
3.6	Array construído para o filtro rampa.	50
3.7	Aplicação do filtro rampa a uma projeção a filtrar.	51
3.8	Exemplo de janela de Hanning, Hamming e Blackman.	52
3.9	Demonstração do movimento de rotação do objeto.	53
4.1	Imagem após rotação da fonte e respetivo sinograma, obtido com a função <code>fwproj()</code> .	57
4.2	Imagem após rotação do colimador e respetivo sinograma e sinograma de atenuação, obtido com a função <code>fwproj()</code> .	58
4.3	Imagem após rotação do cristal e respetivo sinograma e sinograma de atenuação, obtido com a função <code>fwproj()</code> .	58
4.4	Imagem após rotação do objeto e respetivo sinograma e sinograma de atenuação, obtido com a função <code>fwproj()</code> .	58
4.5	Imagens referentes aos fótons que conseguem chegar, deixar o cristal e que são detetados em caso da presença de objeto.	59
4.6	Imagens referentes aos fótons que conseguem chegar, deixar o cristal e que são detetados em caso da ausência de objeto.	59
4.7	Representação do cristal, colimador, objeto e fonte, respetivamente.	60
4.8	Exemplo do efeito de truncatura e da influência do tamanho no objeto na rotação, respetivamente.	61
4.9	Imagens de retroprojeção simples do sinograma de deteção do cristal com objeto e sem objeto e do objeto.	61
4.10	Representação do cristal com a atenuação do objeto e do próprio objeto atenuado.	62
4.11	Projeção no cristal com objeto e sem objeto, e com as curvas sobrepostas.	62
4.12	Rácio das duas curvas (com e sem objeto), inverso do rácio e resultado da aplicação do logaritmo a essa imagem.	63
4.13	Exemplo de projeção com ruído, $fBlur=0$.	63
4.14	Exemplo de projeção sem ruído, $fBlur=1$.	63
4.15	Resultado da projeção simples sem esborratamento e com esborratamento, respetivamente, com $npxeis_blur=7$.	64
4.16	Resultado da projeção filtrada sem esborratamento e com esborratamento, respetivamente, com $npxeis_blur=7$.	64
4.17	Atenuação no colimador de tungsténio para cada energia.	65
4.18	Atenuação no cristal de NaI(Tl) para cada energia.	65
4.19	Atenuação no objeto composto por água e chumbo para cada energia.	66
4.20	Retroprojeção simples para a energia 93keV.	67
4.21	Retroprojeção filtrada para a energia 93keV.	67
4.22	Retroprojeção simples para a energia 140keV.	68
4.23	Retroprojeção filtrada para a energia 140keV.	68

4.24	Retroprojeção simples para a energia 159keV.	69
4.25	Retroprojeção filtrada para a energia 159keV.	69
4.26	Retroprojeção simples para a energia 159keV.	70
4.27	Retroprojeção filtrada para a energia 159keV.	70
4.28	Imagem paramétrica correspondente à subtração de 93keV com 140keV, sem e com escala ajustada.	71
4.29	Imagem paramétrica correspondente à subtração de 93keV com 159keV, sem e com escala ajustada.	71
4.30	Imagem paramétrica correspondente à subtração de 93keV com 511keV, sem e com escala ajustada.	72

Lista de Tabelas

3.1	Valores de coeficiente de atenuação linear em cm^{-1} , considerados nas várias simulações.	47
-----	--	----

Introdução

1.1 Motivação

A história da radiografia médica teve início com a descoberta dos raios X em 1895, creditada ao cientista Conrad Roentgen, cuja relevância foi posteriormente consagrada com a concessão do Prémio Nobel em 1901 [1]. Os raios X consistem em fótons emitidos pela nuvem eletrônica cuja energia se situa no espectro da radiação eletromagnética, ocupando uma faixa compreendida entre os 100 eV até centenas keV [2]. Essa faixa energética forma a base essencial de diversas técnicas de imagem médica, tais como a radiografia, a fluoroscopia, a mamografia, a angiografia e a tomografia computadorizada (TC).

Em todas estas metodologias ambiciona-se encontrar um espectro ideal para cada situação de diagnóstico específica. Isso inclui a escolha do material do ânodo do tubo de raios X, a tensão do tubo, bem como o material e a espessura dos filtros adicionais. Para visualizar uma determinada lesão, a relação sinal ruído deve ser a mais alta possível, garantindo um elevado contraste que se define como a diferença de sinal entre a lesão e o tecido circundante [3] [4].

Geralmente, como o coeficiente de absorção diminui com o aumento da energia, uma baixa energia de fótons pode proporcionar alto contraste. No entanto, nesse caso, a dose do doente tende a aumentar e também existe perda de sinal. O uso de energias mais elevadas é, por isso, necessário mas com outras desvantagens associadas [4].

Até agora, os raios X monoenergéticos são produzidos por sincrotrões ou fontes de raios X paramétricos, que são métodos muito caros e complexos. Portanto, a radiação monoenergética não é aplicada na prática clínica quotidiana. A abordagem comum é usar radiação polienergética, caracterizada pela emissão de fótons com diferentes energias, o que significa que num único feixe há emissão de uma diversidade de comprimentos de onda de fótons [5] [6].

A principal desvantagem do uso das fontes polienergéticas está associada ao efeito de "endurecimento do feixe". O endurecimento do feixe ocorre devido aos fótons de energia mais baixa geralmente sofrerem uma maior atenuação do que os fótons de energia mais alta, de modo que o espectro da radiação que atinge os tecidos mais profundos é relativamente estreito (composto por energias mais altas) comparado à largura em energia do feixe inicialmente emitido, o que também impossibilita a discriminação fina dos elementos constituintes [5] [6]. Este efeito tem implicações significativas na qualidade da imagem reconstruída, especialmente quando se utiliza

a técnica de retroprojeção filtrada (FBP) que é amplamente utilizada em TC, resultando em artefactos de **cupping** e de listas que degradam a qualidade da imagem reconstruída. Nos artefactos de **cupping**, as áreas densas aparecerem mais escuras porque os raios-X são atenuados de maneira não linear, já nos artefactos de listas, existem padrões de variação de brilho devido a diferenças nas projeções causadas pela reconstrução [7]. Este problema não ocorre no caso de fontes de raios-X monoenergéticas, onde devido à largura de banda estreita do espectro, os fótons podem ser descritos por uma única energia e são absorvidos com igual probabilidade.

Para ser possível a discriminação fina de materiais e obter informações de absorção quantitativa, é essencial ter um conhecimento preciso do espectro da fonte. Soluções para a separação de diferentes materiais usando raios-X multienergéticos incluem a aplicação de fontes de dupla energia, filtragem de feixe de fótons, pares de filtros Ross e limiar de energia usando detectores de contagem de fótons com resolução de energia [8] [9]. Embora todas essas abordagens possam reduzir efetivamente os efeitos prejudiciais do endurecimento do feixe, elas geralmente não conseguem eliminá-lo completamente. Portanto, é necessário continuar a investigar e aprimorar metodologias para a aquisição de imagens por transmissão com a utilização de feixes de energia única claramente definidos. Assim, neste trabalho, focamos-nos nas técnicas de dupla energia.

Nos últimos anos, a Tomografia Computadorizada de Energia Dupla (DECT) foi introduzida na prática clínica. Embora o potencial dos métodos de energia dupla seja conhecido desde a década de 70, as suas capacidades não estavam disponíveis nos dispositivos clínicos de primeira geração. A DECT é uma técnica de tomografia computadorizada que utiliza feixes de raios-X de diferentes energias para diferenciar materiais com a mesma atenuação numa determinada energia e que, portanto, não são distinguíveis com a tomografia computadorizada de energia única (SECT). Esta técnica de imagem, cada vez mais implementada na prática clínica diária, oferece um desempenho diagnóstico aprimorado em relação à SECT, nomeadamente a possibilidade de representar e quantificar materiais específicos, a redução potencial de agente de contraste e doses de radiação [10] [11].

A radiação gama é emitida pelo núcleo e geralmente é composta por fótons de alta energia, com energias na faixa de centenas de keV a vários MeV [12]. Em contraste com os raios-X, a radiação gama não exibe um espectro contínuo de energias; em vez disso, os fótons possuem energias discretas e específicas. Essa característica confere à radiação gama uma propriedade que a aproxima de radiações monoenergéticas, ou seja, da capacidade de produzir radiação com uma energia muito bem definida e única [13] [12].

1.2 Objetivos e Contribuições

Inicialmente, a ideia deste projeto seria estudar a viabilidade de obtenção de imagens de transmissão usando radioisótopos com o uso de emissores gama de diferentes energias. Para a detecção seria usada uma câmara gama com a janela de energia especificada para cada caso e um fantoma com diferentes materiais com coeficientes de atenuação próximos. Para cada energia, es-

peraríamos uma imagem de transmissão as quais seriam combinadas numa imagem paramétrica de coeficientes de atenuação. Devido a problemas técnicos com o equipamento, não foi possível proceder à obtenção de imagens. Com a falta de possibilidade de fazer aquisições, recorreremos a uma maneira simplificada de fazer a simulação de medidas de transmissão realizadas com a câmara SPECT e emissores gama. A simulação completa por Monte Carlo poderia ser demorada, devido a ter uma curva de aprendizagem maior e requeria maior poder computacional [14]. Então, optou-se por fazer um cálculo numérico baseado na Transformada de Radon para estimar a atenuação da radiação emitida pela fonte no objeto, no colimador e no cristal, seguindo várias direções, utilizando a linguagem Python na versão 3.11.2. Futuramente, pretende-se considerar na simulação parâmetros mais realistas tendo em conta as características dos equipamentos de SPECT, comparar os resultados com aquisições reais e analisar os resultados obtidos da simulação para um maior número de fontes, como por exemplo, considerando três emissores gama.

1.3 Estrutura da Tese

Este documento está organizado em quatro capítulos além da introdução:

O Capítulo 2 fornece informações do contexto no qual esta tese está inserida e apresenta o principal conhecimento existente que serviu como ponto de partida para a investigação. Encontra-se dividido em vários subtemas: Características da Radiação, Fundamentos de Radiologia Convencional, Fundamentos de Tomografia Computadorizada, Fundamentos de Tomografia Computadorizada de Dupla Energia e termina com a revisão da técnica de Tomografia Computadorizada por Emissão de Fóton Único.

O Capítulo 3 descreve as várias etapas metodológicas utilizadas ao longo do trabalho experimental.

O Capítulo 4 relata não apenas os resultados obtidos neste estudo, mas também uma discussão e uma análise interpretativa.

O Capítulo 5 apresenta uma conclusão e aborda as perspetivas futuras.

Conceitos Teóricos

No presente capítulo são apresentados conceitos teóricos que constituem os pilares fundamentais para o desenvolvimento das tecnologias de imagem médica baseadas na utilização da radiação eletromagnética. A compreensão profunda destes princípios é essencial para o avanço contínuo das técnicas de radiologia e tomografia computadorizada.

Inicialmente, na secção 2.1 abordaremos as características inerentes à radiação eletromagnética, destacando a interação de fótons com a matéria. São discutidos fenómenos como o efeito fotoelétrico e o efeito de Compton, entre outros, ressaltando a sua influência na formação das imagens. Posteriormente, na secção 2.2, são explorados os fundamentos subjacentes à radiologia convencional, englobando tanto a produção dos raios-X quanto a formação das imagens radiográficas. São abordados princípios básicos como funcionamento da ampola de raios-X, bem como a relação entre a intensidade da radiação incidente com a atenuação da radiação, representada pela Lei de Beer-Lambert, além de serem apresentados os conceitos referentes ao coeficiente de atenuação. Este capítulo também abordará os fundamentos da tomografia computadorizada, na secção 2.3, onde são discutidos os princípios básicos da tomografia como a explicação dos componentes e respetivo funcionamento, e os processos de reconstrução de imagem, incluindo a Transformada de Radon e o Teorema da Secção Central, que são fundamentais para a obtenção de imagens. Em seguida, na secção 2.4, o foco é a tomografia computadorizada de dupla energia (DECT). É feita a comparação com a técnica convencional e, além disso, abordaremos as principais considerações e algoritmos relacionados à reconstrução, com base em projeções e com base em imagens, juntamente com uma análise dos principais equipamentos deste equipamento. Finalmente, na secção 2.5, destacam-se os princípios básicos do funcionamento da tomografia computadorizada por emissão de fóton único (SPECT) e também a sua importância na área de diagnóstico.

Este capítulo visa estabelecer uma base sólida de conhecimento teórico, a qual se revela crucial para a exploração posterior dos métodos experimentais, resultados obtidos e conclusões discutidas nas secções seguintes deste trabalho.

2.1 Características da Radiação

A radiação eletromagnética pode ser caracterizada por uma onda ou por partículas elementares, conhecidas por fótons. A interação da radiação eletromagnética com a matéria é de grande importância em diversas áreas, como a radiologia, a medicina, as ciências dos materiais, entre outras. As interações envolvem tanto os núcleos como os elétrons orbitais do meio absorvente. Nomeadamente, as interações com os núcleos podem consistir em interações diretas entre o fóton e o núcleo ou, interações entre o fóton e o campo eletrostático do núcleo como no caso da produção de pares. Já as interações entre o fóton e os elétrons orbitais podem ocorrer com elétrons fracamente ligados, resultando no efeito Compton, ou no caso de elétrons fortemente ligados resulta em efeito fotoelétrico ou espalhamento de Rayleigh [15] [16].

Estes fenômenos desempenham um papel fundamental em diversos contextos e estão diretamente associados ao diagnóstico médico por imagem, a terapia de radiação, a detecção de partículas e outras aplicações tecnológicas. Por conseguinte, uma análise detalhada destes processos é crucial para o desenvolvimento nestas áreas.

2.1.1 Radiação Eletromagnética

De acordo com a física elementar, uma carga elétrica gera um campo elétrico ao seu redor, enquanto que uma carga em movimento gera um campo magnético. Além disso, cargas aceleradas emitem radiação eletromagnética, e a radiação, por sua vez, acelera partículas carregadas. A radiação eletromagnética é caracterizada por se manifestar tanto como onda quanto como partícula. O comportamento ondulatório é observado na formação de campos elétrico e magnético ortogonais em relação à direção de propagação, enquanto o comportamento de partícula, por sua vez, é revelado pela existência dos fótons, cuja energia é determinada pela frequência da radiação e pela constante de Planck [16] [17].

$$E_p = \frac{hc_0}{\lambda_p} = f_p h \quad (2.1)$$

Na equação 2.1 a energia dos fótons é definida, onde h denota a constante de Planck (aproximadamente $6,626\,069 \times 10^{-34}$ J/s) e c_0 é a velocidade da luz (aproximadamente 299.792.458 m/s). A energia está diretamente relacionada com o comprimento de onda do fóton λ_p ou com a frequência f_p e pode ser dada pela unidade de elétron-volt (eV).

Esta energia também pode ser utilizada para categorizar a radiação eletromagnética em diferentes bandas, nomeadamente ondas de rádio, micro-ondas, infravermelho (IV), luz visível, luz ultravioleta (UV), raios-X e raios gama. A figura 2.8 representa essas bandas típicas em relação às suas faixas características de frequência e comprimento de onda.

Na extremidade de baixa energia do espectro, encontramos as ondas de rádio que são amplamente utilizadas em comunicações sem fio, como transmissões de rádio e televisão. Elas possuem comprimentos de onda longos e baixas frequências. À medida que avançamos no espectro, entramos na faixa das micro-ondas, que possuem frequências e comprimentos de onda um pouco menores que as ondas de rádio. As micro-ondas são utilizadas em diversos campos,

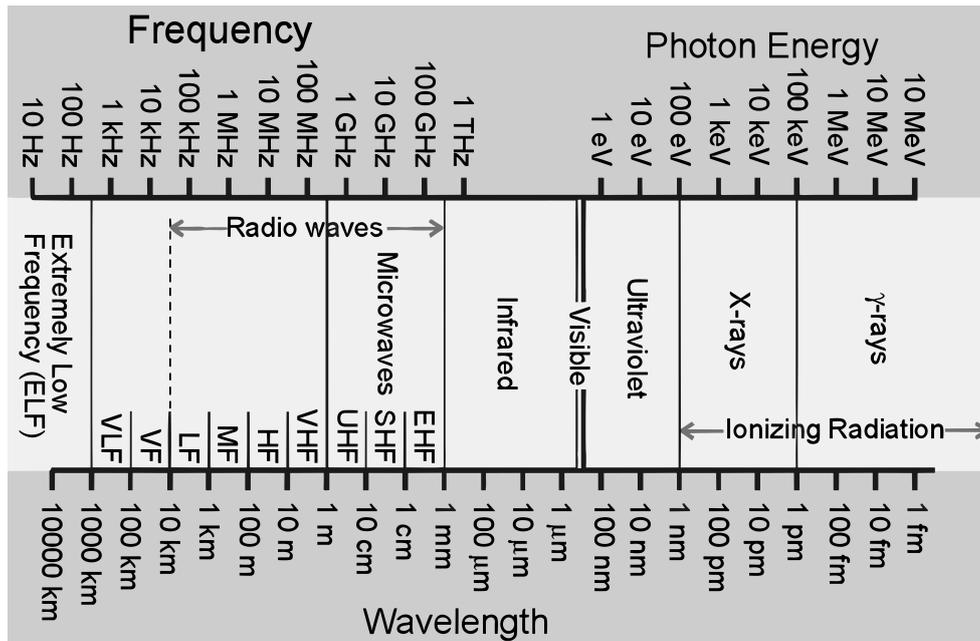


Figura 2.1: Comparação de comprimento de onda (λ), frequência (ν) e energia ($h\nu$) das diferentes regiões que constituem o espectro eletromagnético. Importa referir que o comprimento de onda da maioria dos raios-X situa-se numa faixa de energia de 100 eV a centenas de keV [18].

desde o aquecimento de alimentos em fornos de micro-ondas até a comunicação via satélite e tecnologia de radar. Na região seguinte, temos a faixa do infravermelho, com comprimentos de onda mais curtos e frequências mais altas. O infravermelho é utilizado em sistemas de visão noturna, controle remoto e tecnologia de sensores térmicos. A luz visível ocupa uma faixa no espectro que pode ser percebida pelo olho humano. Diferentes cores correspondem a diferentes comprimentos de onda dentro dessa faixa. A luz visível desempenha um papel essencial na visão humana e possui aplicações em ótica, tecnologia de equipamentos e iluminação. Prosseguindo no espectro, encontramos o ultravioleta, com frequências e energias ainda mais altas. Essa radiação é dividida em três regiões: UV-A, UV-B e UV-C. O ultravioleta é conhecido pelos seus efeitos na pele e é utilizado em aplicações como esterilização, fototerapia e análise de materiais. Os raios X possuem energias ainda maiores do que o ultravioleta, são amplamente utilizados na área médica para diagnóstico por imagem, pois têm a capacidade de penetrar em tecidos. Os raios X são utilizados na visualização de ossos e órgãos internos. No extremo de alta energia do espectro, estão as emissões gama, que são as mais energéticas de todas. Os raios gama são produzidos por fontes radioativas e possuem a capacidade de atravessar a matéria e ionizar átomos. As aplicações das emissões gama incluem a medicina nuclear, a terapia por radiação e a análise de materiais [19] [18].

2.1.2 Interação dos Fótons com a Matéria

Como foi referido anteriormente, a interação da radiação eletromagnética com a matéria é um processo complexo que pode ser descrito por diferentes mecanismos. Ao atravessar um meio, os fótons podem transferir a sua energia para o material, desencadeando diversos fenómenos. O

processo de interação mais provável é definido pelas características energéticas dos fótons (E) e pelo número atômico (Z) do material envolvido nessa interação [17].

O gráfico fornece uma representação da relação do número atômico do material (Z) em função da energia do fóton incidente ($h\nu$), permitindo visualizar o efeito mais provável de ocorrer, perante o número atômico do material e a energia do fóton incidente. É possível observar as diferentes curvas que delimitam os domínios de cada processo de interação com a matéria: o efeito fotoelétrico, o efeito de Compton e a produção de pares.

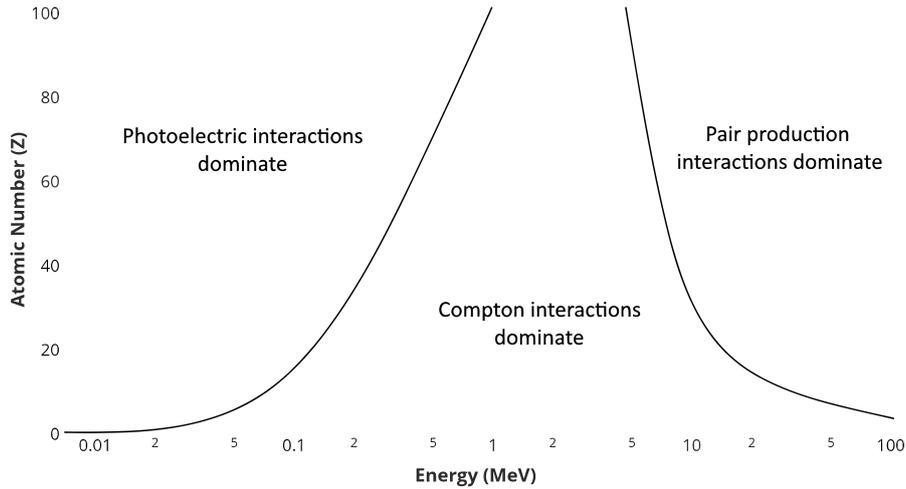


Figura 2.2: Domínio de cada processo de interação com a matéria em função do número atômico do material e da energia do fóton incidente. O efeito fotoelétrico e as interações de Compton têm a mesma seção eficaz ao longo do limite $\sigma = \tau$, e a produção de pares domina além de $\sigma = \kappa$ [16].

Pela sua análise, verifica-se que o efeito fotoelétrico é mais provável de ocorrer em materiais com número atômico elevado e para fótons de baixa energia. O limite do domínio do efeito fotoelétrico é representado por uma curva, que mostra a energia mínima necessária para que ocorra o processo em função do número atômico do material. Da mesma forma, o efeito de Compton é mais provável de ocorrer em materiais com número atômico moderado e para fótons de energia intermediária. No gráfico, o domínio do efeito de Compton é representado por uma região entre a linha do efeito fotoelétrico e a linha da produção de pares. Por fim, verificamos ainda que, para ocorrer a produção de pares, são necessários fótons de alta energia e este efeito ocorre em materiais com número atômico alto. O limite do domínio da produção de pares (para haver produção de pares a energia mínima requerida é 1022 keV de forma a dar origem a um par elétron-positrão com massas em repouso de 511 keV cada) é representado por uma curva, indicando a energia mínima necessária para que ocorra esse processo em função do número atômico do material.

Em suma, em faixas de energia mais baixas, comumente utilizadas em diagnósticos, o efeito fotoelétrico predomina. No entanto, em energias típicas utilizadas em radioterapia, o fenômeno de maior relevância é o efeito Compton [20].

Efeito Fotoelétrico

Conforme discutido anteriormente, um dos efeitos fundamentais a ser considerado é o efeito fotoelétrico. Descrito pela primeira vez por Albert Einstein em 1905, constitui uma evidência fundamental da natureza corpuscular dos fótons [16]. Neste mecanismo, quando um fóton incide sobre um átomo, ocorre a transferência total de energia para o elétron ligado, provocando a sua ejeção (fotoelétrão). A transferência energética pode ser expressa pela seguinte equação:

$$E_c = E_f - E_l \quad (2.2)$$

Onde E_c representa a energia cinética do fotoelétrão ejetado, E_f é a energia do fóton incidente e E_l corresponde à energia de ligação entre o elétron e o átomo.

Após a ejeção do elétron, o átomo fica com uma lacuna numa das suas camadas, tornando-se ionizado. Esta lacuna é posteriormente preenchida por um elétron proveniente de uma camada mais energética, o que resulta na emissão de um fóton que, por sua vez, cria uma nova lacuna nessa camada. Este processo de transição eletrônica repete-se até que o átomo atinja o seu estado de energia mais baixo. São essas transições eletrônicas sucessivas que originam a emissão característica de fótons de radiação X [16] [17] [21].

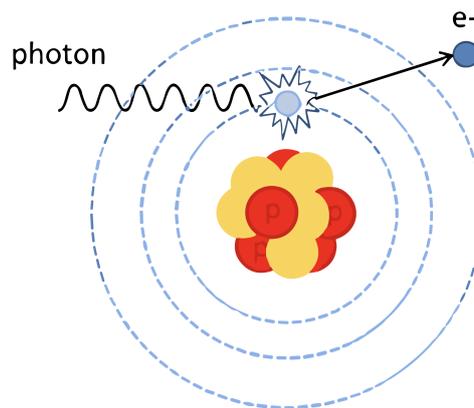


Figura 2.3: Esquema do efeito fotoelétrico [16].

Efeito de Compton

Além do efeito fotoelétrico, outro processo importante é o efeito de Compton, que descreve a interação entre um fóton incidente e um elétron livre ou fracamente ligado. Foi descoberto por Arthur H. Compton em 1923 e contribuiu significativamente para a compreensão da natureza corpuscular da radiação eletromagnética [16]. No efeito de Compton, apenas uma parte da energia do fóton incidente é transferida para o elétron, resultando no recuo e deflexão do elétron. Tendo em conta os princípios de conservação do momento linear e da energia, o fóton é desviado de um ângulo θ em relação à sua direção de incidência e a sua energia diminui. Consequentemente, o fóton pode emergir do material com sua energia inicialmente diminuída ou interagir com outros elétrons presentes no meio. A cada interação, o fóton perde energia, o que

aumenta significativamente a probabilidade de ocorrerem fenômenos como o efeito fotoelétrico, em que o elétron é ejetado ou a dispersão de Rayleigh, caracterizada pela difusão incoerente do fóton. Além disso, é importante destacar que o elétron de recuo resultante da interação com o fóton sofre um desvio angular no mesmo plano definido pela direção de incidência e dispersão do fóton. O efeito Compton é especialmente relevante em elétrons localizados nas camadas mais externas dos átomos, podendo provocar a ionização [16] [17] [21].

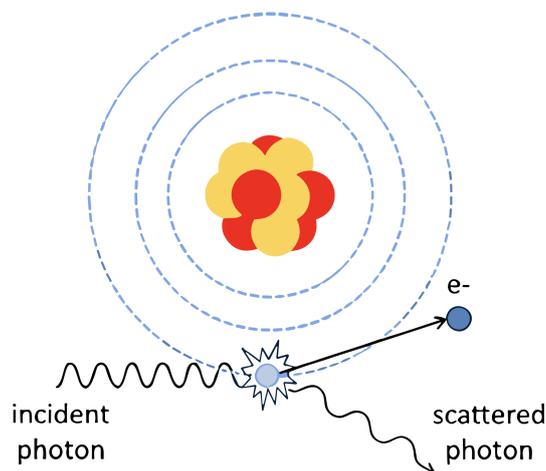


Figura 2.4: Esquema do efeito de Compton [16].

Na radiologia diagnóstica, a interação predominante que apresenta maiores desafios é a dispersão de Compton. Esta interação é problemática devido aos desvios ocorridos, os quais introduzem incerteza na localização precisa do fóton, resultando numa redução do contraste da imagem e numa diminuição da relação sinal-ruído. Além disso, é importante notar que o efeito de Compton pode aumentar o risco de exposição secundária à radiação para os profissionais que operam os equipamentos [22].

Conforme vimos na figura 2.2, em materiais com números atômicos menores, a dispersão de Compton torna-se mais significativa, enquanto o efeito fotoelétrico predomina em materiais com números atômicos mais elevados. Adicionalmente, é de destacar que a probabilidade de ocorrência do efeito de Compton aumenta para fótons de alta energia. No entanto, devido ao fato de que fótons de energia mais alta resultam em ângulos de deflexão maiores, a utilização de radiação de alta energia não é desejável em imagens radiológicas.

Produção de Pares

A produção de pares, descoberta por Carl D. Anderson em 1932, é um fenômeno que ocorre quando a radiação eletromagnética de alta energia interage com a matéria. Tem sido extensivamente estudado e possui aplicações significativas em áreas como a física de partículas, a medicina nuclear e a radioterapia.

O fóton, ao penetrar o campo elétrico do núcleo atômico, é aniquilado e dá origem a um par de partículas carregadas: um elétron e um positrão. Caso a energia do fóton seja superior a

1,022 MeV, o excesso de energia é convertido em energia cinética, a qual é compartilhada pelas partículas resultantes. Esta interação é relevante apenas em altas energias, e a sua probabilidade aumenta com o número atômico do material absorvente. No entanto, a interação não é significativa para técnicas de radiografia convencionais.

Posteriormente, tanto o positrão quanto o elétron perdem a sua energia cinética por meio de processos de ionização e excitação do meio absorvente. O positrão, após desacelerar, aniquila-se, e emite dois fótons de aniquilação com energia de 511 keV cada um, que são emitidos em sentidos opostos de 180 graus. Esse processo é semelhante ao princípio utilizado na tomografia por emissão de positrões (PET) [16] [17] [21].

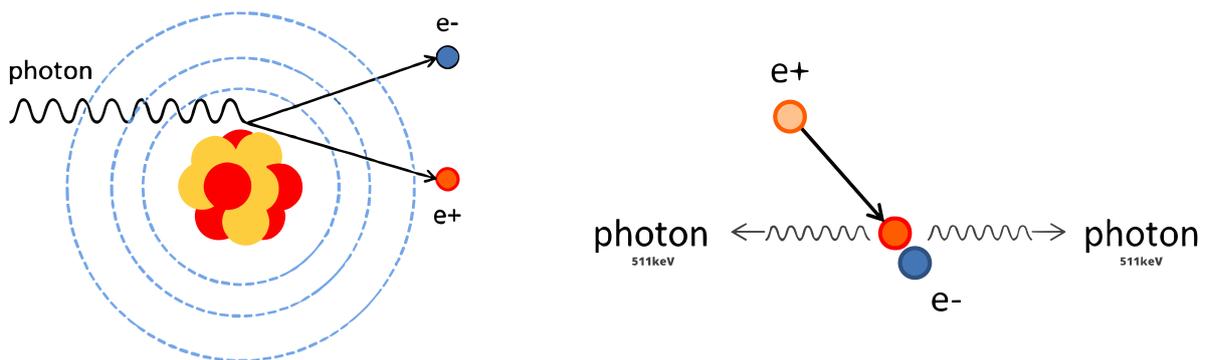


Figura 2.5: Esquema da produção de pares e respetiva radiação de aniquilação após o evento [16].

Assim, a produção de pares representa um efeito que ocorre em interações de alta energia.

Dispersão de Rayleigh

A dispersão de Rayleigh, também conhecida por espalhamento elástico de luz, foi descoberta pelo físico britânico John William Strutt no final do século XIX. Em 1871, Rayleigh desenvolveu uma teoria que descrevia o espalhamento da luz por partículas muito menores que o comprimento de onda da luz incidente. Posteriormente, a dispersão de Rayleigh foi observada noutras formas de radiação eletromagnética, como os raios X. Este efeito descreve um processo de interação entre um fóton e um átomo, caracterizado pelo espalhamento dos fótons pelos elétrons atômicos. Esse tipo de interação ocorre predominantemente com raios X de baixa energia, como os utilizados na técnica de mamografia, cujas energias estão compreendidas entre 15 e 30 keV [23].

Durante a dispersão de Rayleigh, o átomo não sofre excitação nem ionização como resultado da interação. Os elétrons ligados não passam por transições de energia e, assim, retornam ao seu estado original após o processo. O átomo, como um todo, absorve o momento transferido durante a interação, mas a energia de recuo do átomo é insignificante, resultando num desvio angular θ do fóton incidente e preservando essencialmente a mesma energia do fóton original.

A dispersão de Rayleigh não é considerada um dos principais efeitos de interação da radiação eletromagnética com a matéria, devido às suas características particulares. Este fenómeno ocorre

principalmente para baixas energias, como raios X de baixa energia ou luz visível, em contraste com outros efeitos de interação que abrangem uma faixa mais ampla de energias, incluindo energias mais altas, como o efeito fotoelétrico e a dispersão de Compton. No entanto, este efeito desempenha um papel importante em diversas aplicações, como a propagação da luz em meios dispersores [16] [17] [21].

2.2 Fundamentos de Radiologia Convencional

A radiologia convencional é uma modalidade de imagem médica amplamente utilizada na prática clínica para o diagnóstico e acompanhamento de diversas condições de saúde.

Desempenha um papel crucial no campo da medicina, fornecendo informações essenciais sobre a estrutura e função de tecidos e órgãos. A técnica baseia-se na utilização de radiação ionizante para a obtenção de imagens detalhadas do interior do corpo humano. Por meio de equipamentos de raios-X, é possível obter imagens de alta resolução, permitindo que profissionais de saúde detectem fraturas, identifiquem doenças, avaliem a progressão de condições médicas e acompanhem a eficácia dos tratamentos. É amplamente utilizada devido à sua acessibilidade, eficiência e custo relativamente baixo em comparação com outras técnicas de imagem mais avançadas. Além disso, esta modalidade de imagem tem sido continuamente melhorada com o avanço da tecnologia, resultando em imagens de maior qualidade e menor exposição à radiação [21] [24].

2.2.1 Produção de Raios-X

A radiação X é produzida em tubos (ou ampolas) de raio-X que podem apresentar vários formatos mas mantêm sempre o mesmo princípio de funcionamento.

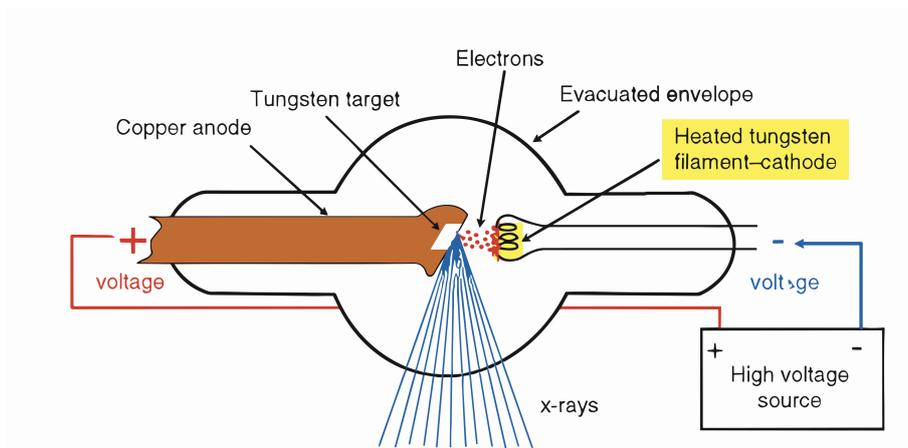


Figura 2.6: Esquema de componentes da ampola de raio-X [25].

A figura 2.6 ilustra o funcionamento básico de uma ampola de raio-X. No interior de um ambiente de vácuo controlado, a aplicação de corrente elétrica provoca o aquecimento do cátodo, constituído geralmente por um filamento metálico de tungsténio. O aquecimento resulta na emissão de elétrons por efeito termoiónico. Os elétrons emitidos são posteriormente acelerados em direção ao ânodo, que é comumente feito de tungsténio ou molibdénio, dependendo da finalidade e das energias requeridas para a aplicação específica. O tungsténio é escolhido para casos onde se pretender atingir maior energia e penetração de raios-X, enquanto o molibdénio é utilizado em aplicações que requerem energias mais baixas, proporcionando uma boa combinação de características físicas para produção de raios-X na faixa de energia desejada. A interação entre os elétrons acelerados e o ânodo é responsável pela produção de radiação X. A energia e

o espectro dessa radiação dependem do material do ânodo e dos parâmetros de aceleração dos elétrons [21].

A produção de raios-X ocorre por meio de dois principais mecanismos: a emissão de raios-X característicos e a emissão de radiação bremsstrahlung [26].

A produção de raios X característicos ocorre através de transições eletrônicas em átomos excitados, resultando na emissão de fótons X quando os átomos retornam ao estado fundamental. Por outro lado, a componente bremsstrahlung (do alemão, "travagem") é gerada por interações Coulomb inelásticas entre partículas carregadas leves e os núcleos dos átomos absorvedores. Quando um elétron interage com átomos do alvo, um dos elétrons das orbitais desses átomos é ejetado, resultando em ionização do átomo e formação de uma lacuna. Quando um elétron de uma orbital de energia superior preenche a lacuna, ocorre a emissão de radiação eletromagnética com energia igual à diferença de energia envolvida na transição eletrônica. Outra possibilidade para o átomo retornar ao seu estado estável é a transferência direta de energia de excitação do átomo para um elétron de uma camada mais externa, resultando na ejeção desse elétron, designado por elétron Auger [26].

A energia do raio X característico é específica para cada átomo, uma vez que cada elemento na tabela periódica possui energias de ligação próprias para cada orbital. No espectro de energia dos raios X, a radiação característica manifesta-se como máximos ou linhas características [27].

Por outro lado, o efeito de bremsstrahlung produz o tipo de radiação X responsável pela parte contínua do espectro de energia produzido por um equipamento de raios X, seguindo uma distribuição contínua de energia. Este efeito descreve a produção de radiação quando os elétrons acelerados incidem no alvo e sofrem uma diminuição de velocidade, resultando na emissão de raios X. A energia da radiação de bremsstrahlung aumenta com a energia dos elétrons incidentes e com o número atômico dos elementos constituintes do material-alvo [26].

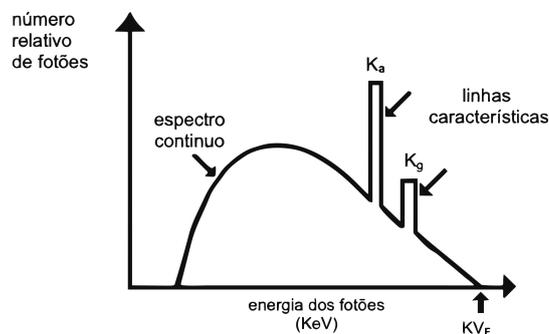


Figura 2.7: Espectro de energias da radiação X. Apresenta picos que representam os raios X característicos, e componente contínua designada pelo efeito de bremsstrahlung. Adaptado de: [26].

2.2.1.1 Lei de Beer-Lambert e Coeficiente de Atenuação

A atenuação dos feixes de raios-X ao atravessar um meio material alvo é um fenômeno físico que resulta na redução da intensidade do feixe. Esta atenuação ocorre devido à interação dos raios-X com os átomos do material, envolvendo processos de absorção, dispersão e transmissão. A Lei de Beer-Lambert, descrita em 1729 por Johann Heinrich Lambert, é uma expressão matemática que descreve a intensidade do feixe transmitido através de um material em função da intensidade inicial do feixe, da espessura do material homogêneo e do coeficiente de atenuação do material [21]. Ao sofrer atenuação a intensidade da radiação diminui, o que leva a uma equação diferencial ordinária, linear e homogênea, de primeira ordem com coeficiente constante:

$$\frac{dI}{I} = -\mu dx \quad (2.3)$$

Nesta equação, I é a intensidade da radiação incidente, dx é a espessura do material homogêneo e μ é o coeficiente de atenuação do material. O coeficiente de atenuação tem principalmente contribuições no efeito de absorção fotoelétrica e da dispersão de Compton. Ao integrar ambos os lados, temos:

$$\int_0^x \frac{dI(x)}{I(x)} dx = - \int_0^x \mu dx \quad (2.4)$$

$$\log I(x) - \log I(0) = -\mu x.$$

Assim:

$$I(x) = I(0) \cdot e^{-\mu x} \quad (2.5)$$

Em geral, podemos definir $I(0)$ como a energia do feixe incidente e $I(x)$ como a energia após o feixe atravessar o material com espessura x .

Quando o raio passa por objetos não homogêneos, o fator $\mu(x)$ é o coeficiente de atenuação linear em cada ponto no caminho do raio.

$$-\ln \frac{I}{I_0} = \int \mu(x) dx \quad (2.6)$$

No entanto, em configurações práticas, os fótons de raios-X emitidos têm várias energias, resultando em espectros de energia polienergéticas. A medida de intensidade de um feixe policromático I no detector pode ser escrita como a soma das contribuições monoenergéticas para cada energia E no espectro de raios-X. O coeficiente de atenuação μ também depende da energia. Quando raios-X multienergéticos são levados em conta, obtemos:

$$I = \int_0^{E_{\max}} I_0(E) \exp\left(-\int \mu(x, E) dx\right) dE \quad (2.7)$$

O coeficiente de atenuação μ é uma grandeza que representa a capacidade de um material de reduzir a intensidade dos raios-X. Este coeficiente é influenciado pela energia do feixe de raios-X e composição química do material alvo. Quanto maior o valor do coeficiente de atenuação,

maior será a capacidade do material de reduzir a intensidade da radiação incidente, resultando numa menor intensidade do feixe transmitido através do material.

Equação da lei de Beer-Lambert Probabilística

Durante a produção de raios X podem ser consideradas várias etapas regidas pela distribuição estocástica de Poisson ou por uma distribuição binomial estocástica. A forma como os fótons interagem com o material e o procedimento de deteção seguem uma distribuição binomial, mas a forma como são produzidos segue uma distribuição estocástica de Poisson. Estes processos interagem durante o percurso dos raios X e produzem outra distribuição estocástica semelhante a Poisson. Assim, a lei de Beer-Lambert apresenta uma interpretação probabilística em que cada observação no detetor segue uma distribuição de Poisson para o caso da radiação monoenergética [21].

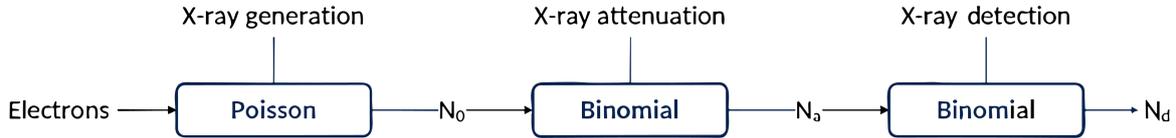


Figura 2.8: Esquema das etapas de produção, atenuação e deteção de raio-x. N_0 é o valor de intensidade de radiação, N_a representa o número de fótons atenuados, N_d representa o número de fótons detetados [21].

A distribuição de Poisson é um modelo matemático utilizado para descrever a probabilidade de ocorrência de eventos raros num determinado intervalo de tempo ou espaço, quando esses eventos ocorrem de maneira independente e com uma taxa média conhecida. No contexto específico dos raios-X, a contagem dos fótons emitidos durante a interação dos eletrões acelerados no ânodo pode ser modelada por uma distribuição de Poisson. Durante a aceleração dos eletrões no ânodo, em certas condições, pode ocorrer a conversão dos mesmos em fótons de raios-X. A conversão tem uma taxa de ocorrência média associada, conhecida como p_{ex} . Os parâmetros essenciais para determinar a distribuição de Poisson na geração de fótons de raios-X são o número de eletrões acelerados (N_e) e a taxa de conversão média (p_{ex}). A partir desta distribuição, é possível calcular a probabilidade de gerar diferentes quantidades de fótons de raios-X. A distribuição é então dada por:

$$N_0 = N_e p_{ex}$$

$$P(\mathcal{N} = n) = \frac{(N_e p_{ex})^n}{n!} e^{-N_e p_{ex}} \quad (2.8)$$

onde N_0 denota o valor esperado para o número de eletrões que desencadeiam um fóton de raios-X, que também é conhecido como uma medida para a intensidade da radiação. Usamos ($P(N_x)$) como a probabilidade de que uma fonte de raios-X produza exatamente fótons de raios-

X N_x . $P(N_x)$ é então dado pela equação acima, onde n foi substituído por N_x . A distribuição resultante para o número de fótons após a interação da matéria é, portanto, dada por:

$$P(\mathcal{N} = n_s) = \frac{(N_0 p_a)^{n_s}}{n_s!} e^{-N_0 p_a} \quad (2.9)$$

Os fótons de raios-X gerados dirigem-se ao detetor e interagem com a matéria, pela qual passam de acordo com a lei de Beer. A atenuação $\mu(x)$ caracteriza a probabilidade de um fóton interagir, a qual depende das propriedades dos materiais atravessados e da energia do fóton. A probabilidade p_a para o fóton passar inalterado é novamente dada pela lei de Beer:

Os fótons de raios-X gerados dirigem-se ao detetor e interagem com a matéria ao longo do caminho, o que depende das propriedades do material, ou seja, sua atenuação $\mu(x)$. A probabilidade p_a de um fóton passar sem sofrer interações significativas é determinada pela lei de Beer, que tem em conta a absorção e dispersão do fóton pelo material ao longo da sua trajetória. Essa probabilidade é calculada através da seguinte equação:

$$p_a = e^{-\int \mu(x) dx} \quad (2.10)$$

Como os fótons de raios-X individuais são independentes uns dos outros em termos de interação ou não, o processo pode ser descrito como uma distribuição binomial. Além disso, pode-se mostrar que quando temos uma variável distribuída de Poisson (N_x) que representa o número de amostras numa distribuição binomial, o resultado é novamente distribuído por Poisson.

$$\begin{aligned} P(\mathcal{N} = n_s) &= \sum_{N_x=n_s}^{\infty} P(N_x) \cdot P(n_s | N_x) \\ &= \sum_{N_x=n_s}^{\infty} \frac{(N_0)^{N_x}}{N_x!} e^{-N_0} \cdot \binom{N_x}{n_s} p_a^{n_s} (1 - p_a)^{N_x - n_s} \\ &= \frac{(N_0 p_a)^{n_s}}{n_s!} e^{-N_0 p_a} \end{aligned} \quad (2.11)$$

onde N_x é o número de fótons de raios-X, n_s é o número de fótons que passam pelo objeto não afetados, $P(N_x)$ é a probabilidade de que a geração de raios-X produz fótons N_x e $P(n_s | N_x)$ é a probabilidade condicional que modela o número de fótons não afetados, dado o número de fótons de entrada. $P(N = n_s)$ agora representa a probabilidade geral de que os fótons n_s chegam ao detetor depois de terem passado pelo objeto.

Também podemos determinar o valor esperado desta distribuição de Poisson, isto é:

$$E[n_s] = N_0 p_a = N_0 e^{-\int \mu(x) dx} \quad (2.12)$$

Assim, o valor esperado é dado novamente pela lei de Beer-Lambert, que foi introduzida anteriormente.

É de realçar que cada processo posterior na etapa de detecção de raios-X também pode ser modelado ou pelo menos aproximado por uma distribuição binomial. Isto é válido para a conversão de fótons de raios-X em fótons de luz em detetores baseados em cintiladores, para

a subsequente conversão de fótons de luz em elétrons, mas também para a conversão de raios X em cargas elétricas em detectores de conversão direta. Cada uma das etapas produz outra distribuição de Poisson para o número de fótons ou elétrons de saída, portanto, também o valor final no final da etapa de detecção segue uma distribuição de Poisson.

2.3 Fundamentos de Tomografia Computadorizada

A tomografia computadorizada de raios X é amplamente reconhecida como uma das modalidades de imagem médica mais essenciais, capaz de fornecer informações minuciosas e precisas sobre a anatomia e patologia do corpo humano. Como o próprio nome indica, a TC resulta da medição dos perfis de atenuação dos raios X à medida que atravessam um objeto ou doente. A capacidade de visualizar secções transversais do corpo em tempo real desencadeou uma transformação na prática médica, possibilitando diagnósticos mais precisos e abordagens terapêuticas mais efetivas.

O ponto de partida para a TC remonta a 1895, quando Wilhelm Conrad Roentgen fez uma descoberta crucial ao identificar os raios X. Essa revelação abriu caminho para uma série de inovações na área de diagnóstico por imagem. No entanto, foi apenas em 1917 que Johann Radon estabeleceu os fundamentos matemáticos do algoritmo de reconstrução, um marco crucial no desenvolvimento da TC. Radon criou as bases teóricas para a formação de imagens transversais a partir de medições de transmissão de raios X.

O progresso continuou em 1963, quando Allan Cormack propôs uma técnica para calcular a distribuição de absorção no corpo humano. Este avanço matemático foi um passo significativo em direção à capacidade de obter informações tridimensionais a partir de dados bidimensionais de transmissão de raios X. A interseção entre a matemática, a física e a medicina consolidou-se, resultando num futuro promissor para a TC.

O verdadeiro ponto de destaque ocorreu em 1972, quando ocorreram os primeiros exames clínicos de TC. Os cientistas Godfrey N. Hounsfield e James Ambrose realizaram esses exames, utilizando um tomógrafo de corpo inteiro especialmente projetado. Esses primeiros resultados clínicos demonstraram o potencial revolucionário da TC na visualização interna do corpo humano, fornecendo informações detalhadas sobre estruturas anatômicas e eventuais desvios à normalidade.

A partir de 1975, uma série de avanços técnicos e tecnológicos impulsionaram ainda mais a evolução da TC. Diferentes modos de aquisição, arranjos de detetores, operações da fonte de raios X e algoritmos de reconstrução foram desenvolvidos e implementados, melhorando a qualidade das imagens e a eficiência do processo de obtenção.

Os esforços pioneiros de Hounsfield e Cormack foram reconhecidos em 1979 com o Prémio Nobel de Fisiologia ou Medicina, um testemunho do impacto que a TC teve na prática médica e na compreensão da anatomia humana. As suas contribuições, aliadas aos avanços subsequentes, culminaram na TC moderna que conhecemos hoje, um instrumento poderoso no diagnóstico precoce, planeamento cirúrgico e acompanhamento de doenças [28] [29].

2.3.1 Princípios Básicos da Tomografia Computadorizada

A representação esquemática elementar da aquisição de imagens por Tomografia Computadorizada (TC) é ilustrada na figura 2.9.

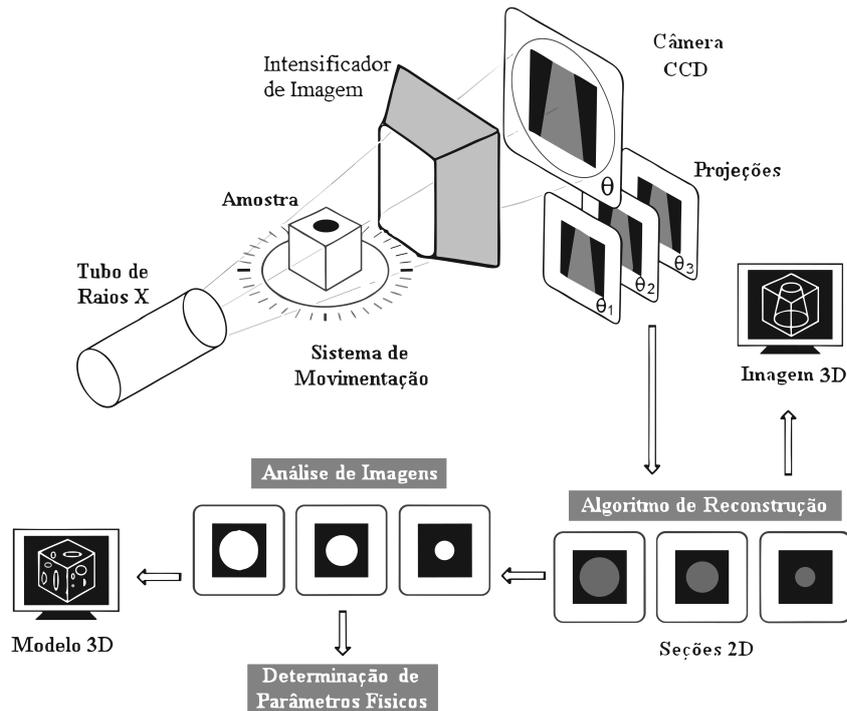


Figura 2.9: Esquema da aquisição e reconstrução das imagens em modelos tridimensionais [30].

O tubo emissor de radiação X emite um feixe de partículas que é filtrado e delimitado por dispositivo colimador, cujo propósito é circunscrever a irradiação apenas às áreas pertinentes da região de interesse, prevenindo a exposição indesejada a áreas circundantes.

O feixe irradiante atravessa o doente, resultando numa interação com os tecidos biológicos presentes. A atenuação dos fótons X ocorre de forma diferenciada em virtude das distintas naturezas dos tecidos atravessados. Após a interação, o feixe, modulado pela atenuação, configura um perfil de intensidade, que, por sua vez, é registado mediante uma matriz de detetores, que se encontra posicionada frontalmente ao emissor.

Os perfis de atenuação são obtidos, armazenados e posteriormente combinados para todas as configurações angulares usadas no processo de aquisição. O perfil de atenuação inerente a um determinado ângulo é designado como "projeção" e numa etapa subsequente, essas projeções são usadas num algoritmo de reconstrução que é aplicado, com o intuito de obter a imagem tridimensional desejada.

2.3.2 Componentes do Equipamento de TC

Enquanto num aparelho de raio-X convencional se obtém uma imagem do tecido corporal através da emissão de raios-X de um lado e da deteção dos raios-X atenuados do outro, num equipamento de TC a abordagem é mais elaborada. O doente deita-se numa cama que se move num anel em forma de rosca, conhecido como gantry. Em cada posição da mesa, recolhem-se dados de raios-X a partir de ângulos diferentes em torno do corpo. Isto é possível graças à rotação coordenada do tubo de raios-X e da matriz de detetores de raios-X em torno do doente. Utilizando um algoritmo computacional, estes dados são transformados numa imagem

axial chamada de "corte", que resulta da combinação das informações recolhidas de diferentes perspectivas em torno da posição do corpo. O próximo "corte" é obtido movendo a cama do doente na gantry e repetindo a rotação do tubo de raios-X e da matriz de detetores, recolhendo dados de raios-X a novos ângulos na nova posição do doente. A figura 2.10 ilustra os principais elementos físicos que compõem um equipamento de TC.

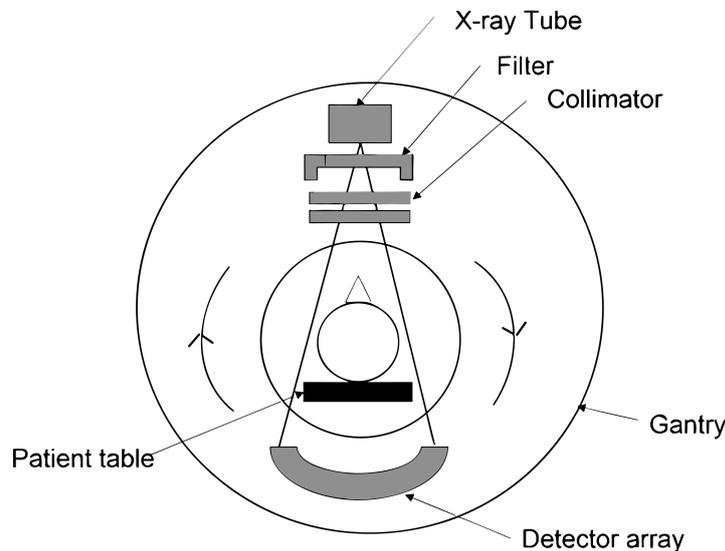


Figura 2.10: Constituição de um equipamento de TC [31].

A parte superior do equipamento aloja o tubo gerador de raios-X, responsável pela emissão dos raios-X. De forma estratégica, são posicionados o filtro e os colimadores do feixe, que têm o propósito de definir a área de emissão dos raios-X e delimitar as energias. O suporte do equipamento, conhecido como gantry, contém o campo de medição onde o doente é colocado. O centro deste campo de medição coincide exatamente com o centro de rotação.

A matriz de detetores é constituída por colimadores fixos e ajustáveis, juntamente com o material sensível do detetor. Logo após esta, encontram-se os componentes eletrónicos encarregues de recolher e armazenar os dados de projeção, que posteriormente serão sujeitos a análise computacional.

Os colimadores desempenham um papel crucial neste procedimento, uma vez que a sua principal função é limitar a distribuição da radiação. A primeira colimação do feixe é alcançada através do revestimento externo do tubo gerador de raios-X. Um colimador fixo define a abertura máxima do feixe para uma aquisição específica. O colimador ajustável, localizado mais próximo do gantry, tem o propósito de minimizar áreas de sombra. Adicionalmente, um colimador posicionado à frente dos detetores é utilizado para reduzir o impacto da radiação dispersa no sinal. Além disso, colimadores opcionais ao longo do eixo z são alinhados com o ponto focal para otimizar o desempenho [21] [31].

Nos equipamentos modernos de TC, destaca-se a relevância do filtro de forma, conhecido como filtro Bowtie. Este componente ajusta a filtragem conforme o ângulo, assegurando a uniformidade da intensidade do detetor de raios-X durante a obtenção de imagens. Como resultado, verifica-se uma diminuição da dose de radiação devido ao aumento da espessura do filtro na periferia do leque de radiação [32].

Uma característica notável dos equipamentos de TC avançados é a inclusão de blocos de detetores removíveis. Estes detetores utilizam materiais como cristais cintiladores ou cerâmica para a detecção. Estes cristais são integrados em módulos, com o espaço entre os detetores preenchido de forma a evitar interferências óticas. Fotodíodos estão posicionados entre os cristais e o módulo eletrônico, que fornece energia e processa os sinais, convertendo-os em formato digital. Apesar das variações possíveis nos materiais, o funcionamento geral dos detetores e componentes eletrônicos mantém-se consistente [31].

O diagrama apresentado na figura 2.11 delinea diversas configurações geométricas fundamentais utilizadas na aquisição de imagens por meio da TC. Ao longo das distintas gerações de *scanners* de TC, diversas inovações geométricas foram implementadas para melhorar a qualidade e a eficiência do processo de aquisição.

Inicialmente, os *scanners* de TC de primeira geração adotaram uma abordagem de feixe paralelo, conforme ilustrado na figura 2.11 (a). Nesta configuração, os raios X incidem de forma paralela sobre a região de interesse, resultando em projeções que são posteriormente utilizadas para reconstrução tomográfica. A transição para a segunda geração viabilizou a medição simultânea de múltiplas direções de feixe por meio da introdução de matrizes de detetores, como demonstrado na figura 2.11 (b). Contudo, foi apenas na terceira geração que o ângulo de abertura dos feixes se tornou suficientemente amplo, eliminando a necessidade de movimentos de translação durante a aquisição.

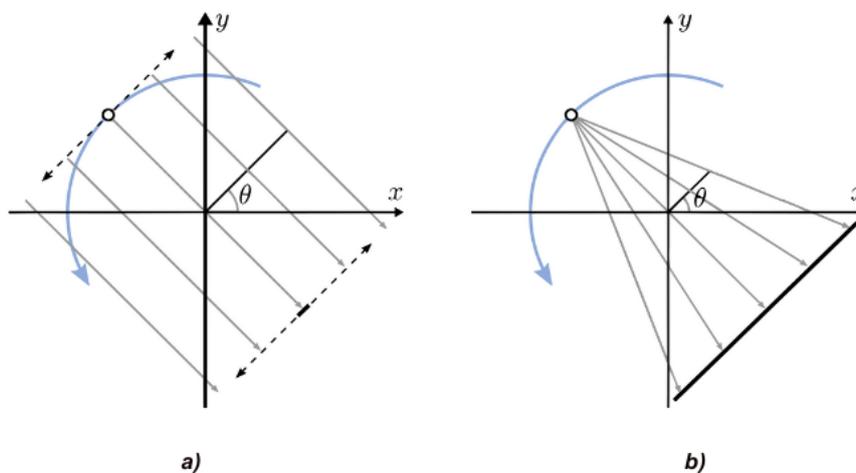


Figura 2.11: Esquema da geometria paralela e da geometria fan beam, respectivamente, de aquisição em TC. A seta azul representa o movimento da fonte de raios-X [21].

No feixe paralelo, a fonte de raios-X é deslocada transversalmente em relação à direção de projeção, gerando feixes de raios-X em forma de lápis que atravessam o objeto. Na geometria de feixe cônico, todos os feixes são emitidos de uma única posição para cada ângulo, resultando em feixes não paralelos, semelhantes a um leque. Embora esta abordagem otimize a eficiência de aquisição, também introduz uma complexidade adicional na reconstrução.

Uma evolução subsequente crucial envolveu a implementação de múltiplos detectores, conforme retratado na figura 2.12 (a), possibilitando a aquisição paralela de diversos cortes, caracterizando a TC *multi-slice*. Uma iteração mais recente dessa técnica incorpora a aquisição de projeções 2D completas usando intensificadores de imagem ou detectores de painel plano, habilitando a captura de um amplo campo de visão numa única rotação, conforme ilustrado na figura 2.12 (b).

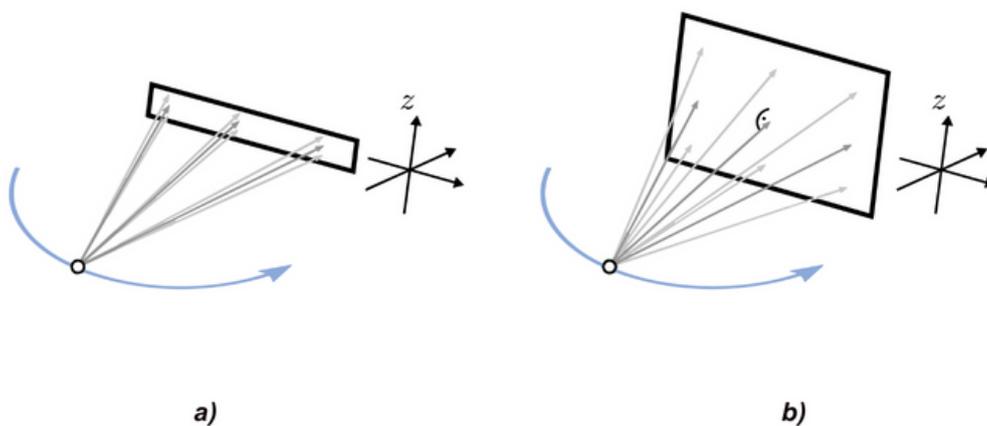


Figura 2.12: Esquema da geometria da TC *multi-slice* e da geometria de feixe cônico, respectivamente, de aquisição em TC. A seta azul representa o movimento da fonte de raios-X [21].

Deste modo, destaca-se a capacidade da TC para adquirir múltiplas fatias de imagem simultaneamente usando a TC *multi-slice*. No entanto, esta abordagem tem a desvantagem dos feixes de raios-X não estarem restritos ao plano de rotação, o que exige considerações adicionais na reconstrução. Isto torna-se ainda mais evidente na TC de feixe cônico, onde a disposição dos detectores muda para uma matriz mais ampla, resultando numa formação de feixes num arranjo cônico tridimensional.

No contexto da aquisição de imagens de partes corporais extensas com um número limitado de fileiras de detectores, a abordagem tradicional necessitava de uma sequência de rotações intercaladas com movimentos da mesa para alinhar o próximo corte a ser adquirido com o detector. A introdução da TC helicoidal permitiu um movimento contínuo tanto do anel rotativo quanto da cama. O movimento helicoidal, mostrado na figura 2.13, possibilita a interpolação das projeções para todos os ângulos no plano axial, viabilizando a aplicação de métodos convencionais de reconstrução.

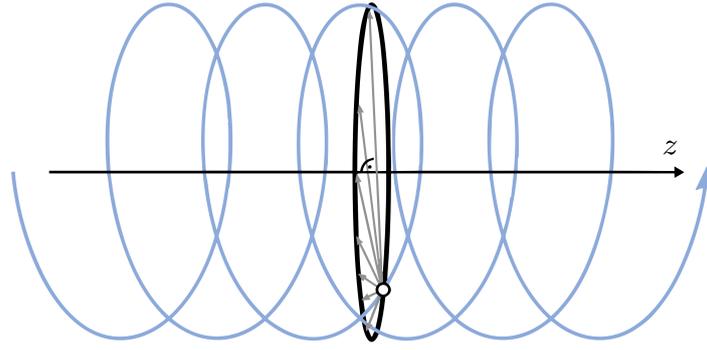


Figura 2.13: Movimento helicoidal da TC helicoidal [21].

Em síntese, ao longo das gerações de *scanners* de TC, observou-se uma evolução notável nas geometrias de aquisição, desde a configuração inicial de feixe paralelo até as inovações avançadas da TC helicoidal e das imagens 2D completas por feixe cônico. Estas melhorias geométricas têm desempenhado um papel fundamental na otimização da qualidade e eficiência da aquisição de imagens por TC.

2.3.3 Reconstrução de Imagem

Nesta secção, é apresentada de forma sucinta os princípios matemáticos fundamentais utilizados no processo de reconstrução de imagens pelo algoritmo de Retroprojeção Filtrada envolvendo conceitos como a Transformada de Radon, a Transformada Inversa de Radon e o Teorema da Fatia de Fourier, como se mostra na figura 2.14.

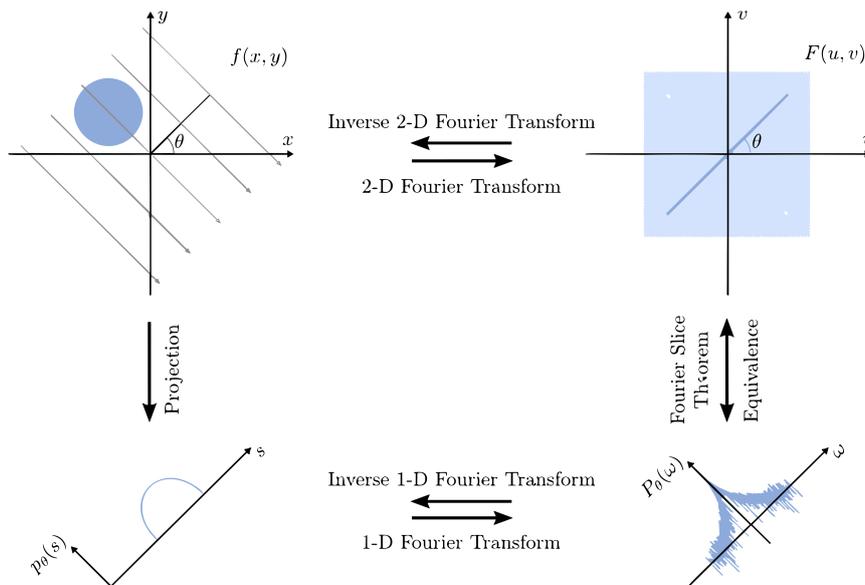


Figura 2.14: Aplicação dos princípios matemáticos de Transformada de Fourier e Inversa da Transformada de Fourier, Teorema da Secção Central durante a projeção em TC [21].

2.3.3.1 Transformada de Radon

A transformada de Radon descreve a relação matemática entre uma fatia 2D dentro de um objeto e o integral de linha 1D correspondente resultante de uma projeção dessa fatia [33] [34] [35].

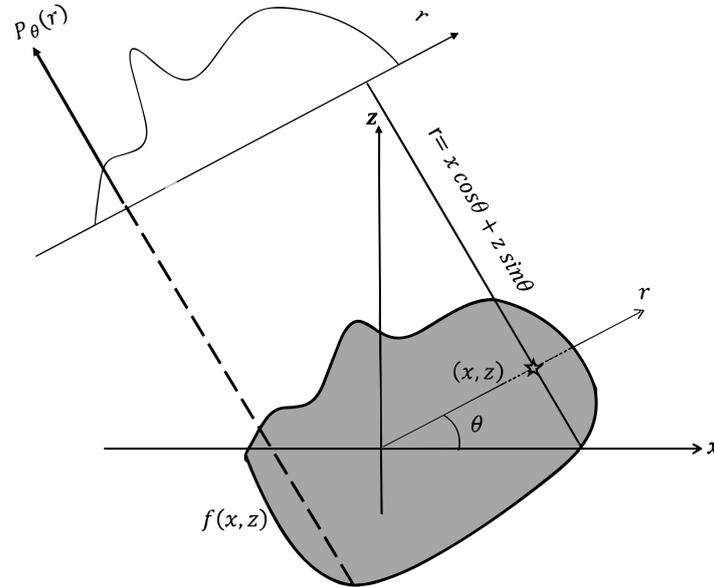


Figura 2.15: Diagrama da transformada de Radon aplicada a um objeto $f(x,y)$ [33].

No esquema representado na figura 2.15, a função bidimensional $f(x,z)$ é usada para representar o objeto. A linha reta, que representa um raio viajando através do objeto com um ângulo de incidência ($theta$) e um comprimento de caminho (r) a partir da origem, é dada pela equação:

$$r = x \cos(\theta) + z \sin(\theta) \quad (2.13)$$

De modo a definir a linha integral $P_\theta(r)$, surge a relação que se tornou a equação fundamental no contexto da projeção em tomografia computadorizada. Esta utiliza a função delta na sua descrição:

$$P_\theta(r) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, z) dr. \quad (2.14)$$

$$P_\theta(r) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, z) \delta(x \cos \theta + z \sin \theta - r) dx dz. \quad (2.15)$$

Com o objetivo de construir uma representação visual no espaço real, são adquiridas múltiplas projeções da amostra, variando o parâmetro (θ), e estas são utilizadas na formação do sinograma.

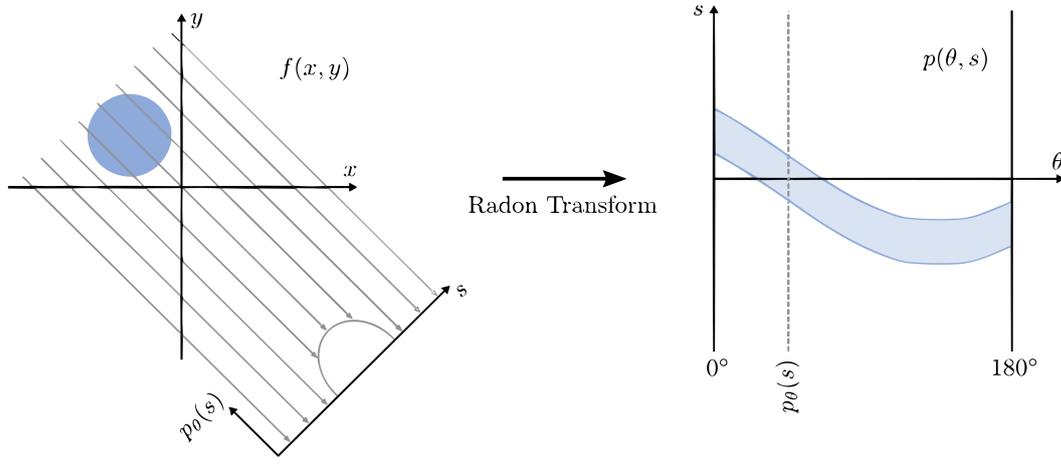


Figura 2.16: Aplicação da transformada de Radon a um objeto e formação da projeção. O objeto circular $f(x,y)$ tem valores diferentes de 0. Podemos observar uma aquisição à esquerda, e à direita o resultado de múltiplas projeções desse objeto, que deram origem a um sinograma [21].

Em cenários ideais, a reconstrução do objeto é realizada através da aplicação da transformada inversa de Radon [36]. A aplicação do modelo matemático é apresentado por:

$$f(x, z) = \int_0^\pi P_\theta(x \cos \theta + z \sin \theta) d\theta \quad (2.16)$$

2.3.3.2 Teorema da Secção Central

Como ilustrado na figura 2.16, há uma equivalência entre a Transformada de Fourier de uma projeção e a linha radial traçada através da transformada de Fourier bidimensional θ de $f(x, z)$, feita a partir da origem e paralela à linha de projeção. Esta equivalência é estabelecida pelo Teorema da Secção Central. A Transformada de Fourier da projeção num objeto $P(r, \theta)$ realizada num ângulo θ corresponde a uma única linha radial dentro da Transformada de Fourier bidimensional de $f(x, z)$ [33].

A representação do espaço real de $f(x, z)$ ocorre no "domínio espacial", enquanto sua correspondente Transformada de Fourier é representada no "domínio de frequência".

Ao adquirir um conjunto completo de dados de projeção de diferentes ângulos, a Transformada de Fourier bidimensional de $f(x, z)$ pode ser construída.

Com amostragem suficiente da Transformada de Fourier bidimensional de $f(x, z)$, é possível aplicar uma Transformada de Fourier inversa para obter uma representação de $f(x, z)$ no domínio espacial.

A derivação do Teorema de Fatias de Fourier pode ser compreendida ao considerar o sistema de coordenadas transformado (x', z') , que é uma versão rodada do sistema de coordenadas

cartesianas (x, z) . As transformações de coordenadas correspondentes são expressas como:

$$\begin{bmatrix} x' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Por conseguinte, o integral da linha no sistema de coordenadas rodado pode ser definido como:

$$P_{\theta}(x') = \int_{-\infty}^{\infty} f(x', z') dz' \quad (2.18)$$

A transformada de Fourier 1D dessa equação é definida como:

$$L_{\theta}(w) = \int_{-\infty}^{\infty} P_{\theta}(x') e^{-j2\pi wx'} dx' \quad (2.19)$$

Onde w representa a frequência, e substituindo a equação 2.18 em 2.19, temos:

$$L_{\theta}(w) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} f(x', z') dz' \right] e^{-j2\pi wx'} dx' \quad (2.20)$$

A Equação 2.20 pode ser transformada num sistema de coordenadas cartesianas usando a equação 2.20. E então incluímos todos os ângulos de rotação de θ resultando em:

$$L(w, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, z) e^{-j2\pi w(x \cos \theta + z \sin \theta)} dx dz \quad (2.21)$$

A equação anterior é a transformada de Fourier 2D de $f(x, z)$ que é tipicamente representada no domínio de Frequência ($u = w \cos \theta, v = w \sin \theta$), onde u e v são o conjugado de Fourier de x e z . Portanto, a equação 2.21 pode ser reescrita como:

$$L(w, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, z) e^{-j2\pi(ux+ vz)} dx dz = F(u, v) \quad (2.22)$$

A equação representa a forma mais comum da transformada de Fourier 2D, enquanto a fatia central num ângulo é expressa na Eq. 2.19 como transformada de Fourier 1D da projeção $P_{\theta}(r)$ em $\theta = 0$. Da Eq. 2.22, uma imagem bidimensional do objeto $f(x, z)$ pode ser reconstruída através da transformada inversa de Fourier:

$$f(x, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(u, v) e^{j2\pi(ux+ vz)} du dv \quad (2.23)$$

2.3.3.3 Retroprojeção Filtrada

Conforme mencionado previamente, é possível transformar as projeções de raios-X em integrais de linha utilizando a lei de Beer-Lambert, possibilitando, assim, a aplicação dos conceitos de Radon no processo de reconstrução em TC, que confere uma representação espacial da atenuação linear, representada por μ , expressa como $\mu(x, y)$.

Diversos algoritmos têm sido explorados para conferir a aplicação dos conceitos de Radon no processo de reconstrução em TC. Entre eles, destaca-se o algoritmo de Retroprojeção Filtrada

(FBP), que é amplamente utilizado para reconstruir um objeto a partir das suas projeções de raios-X. Uma das vantagens distintivas do FBP é sua eficiência computacional, uma vez que cada projeção é utilizada apenas uma vez, como ilustrado na figura 2.17

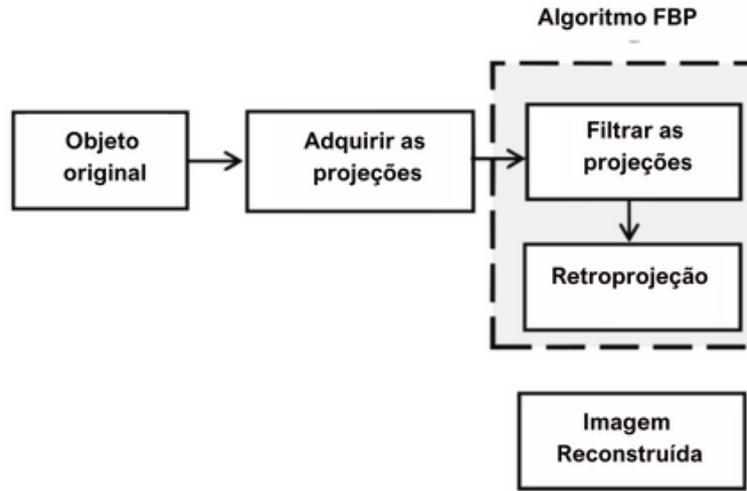


Figura 2.17: Esquema de aplicação do algoritmo de retroprojeção filtrada em TC. Adaptado de [37].

O algoritmo de retroprojeção filtrada (FBP) é a abordagem de reconstrução mais comum usada na TC de raios X. O uso de retroprojeção geralmente resulta num efeito de esborratamento. Isto ocorre porque a amostragem finita da transformada de Fourier 2D de $f(x, z)$ significa que os pixels são "manchados" quando a transformada de Fourier é invertida para criar uma imagem contínua de espaço real. Para levar em conta a discrepância entre a posição exata dos pixels da imagem e onde o sinal realmente termina após a retroprojeção, um filtro passa-alto é normalmente aplicado, o que destaca as bordas e as características internas da amostra, enquanto subtrai o esborratamento produzido pela retroprojeção. Esta abordagem é chamada de Retroprojeção Filtrada. O FBP pode ser escrito como na equação 2.20 [33].

$$f(x, z) = \int_0^\pi \left[\int_{-\infty}^{\infty} F(w, \theta) |w| e^{j2\pi wr} dw \right] d\theta \quad (2.24)$$

Onde $|w|$ representa a frequência espacial associada ao filtro passa-alto.

O comportamento matemático de diversos filtros comumente utilizados no contexto da retroprojeção filtrada é mostrado na figura 2.18. Estes filtros desempenham um papel crucial na redução do efeito de esborratamento presente na imagem não filtrada, ao diminuírem a contribuição das baixas frequências no processo de reconstrução. Dentro desse âmbito, destaca-se o filtro Ramp, também referido como filtro Ram-Lak, utilizado para a reconstrução das imagens no âmbito deste trabalho.

Na FBP, a função do filtro, expressa como $H(w) = |w|$, assume a denominação de filtro rampa. Para além de intensificar as frequências espaciais elevadas, também amplifica componentes de ruído de alta frequência. Por esta razão, o filtro Shepp-Logan é também frequentemente

escolhido por encontrar um equilíbrio apropriado entre a preservação dos elementos de alta frequência e a não introdução excessiva de ruído de alta frequência. Adicionalmente, outros filtros rotineiramente utilizados no método FBP incluem os filtros Hann, Hamming e Ramp, mostrados na figura 2.18 [38] [39].

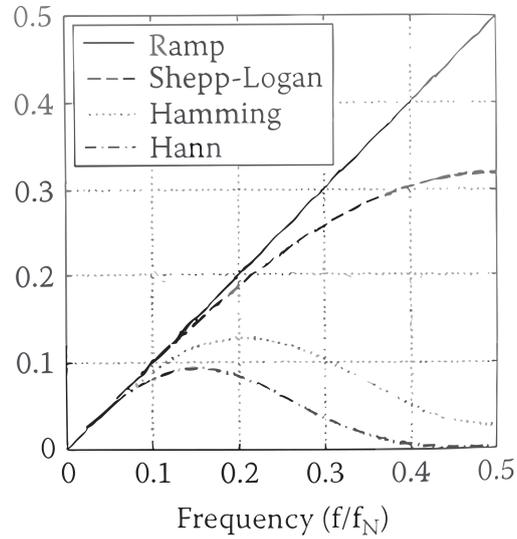


Figura 2.18: Filtros geralmente aplicados no método de retroprojeção filtrada [38].

2.4 Fundamentos de Tomografia Computadorizada de Dupla Energia (DECT)

A Tomografia Computadorizada de Dupla Energia (DECT) é uma modalidade de tomografia que permite a caracterização precisa de materiais, com o uso de dois espectros distintos de fótons. Tem como principal objetivo diferenciar materiais nas imagens tomográficas, baseando-se na relação entre a energia dos fótons e a composição do material [40].

Desde os anos 1970 que já se tem conhecimento das vantagens proporcionadas pela DECT. Foi inicialmente investigada por Alvarez e Macowski, que demonstraram a possibilidade de caracterizar o coeficiente de atenuação linear medido por meio das contribuições separadas provenientes dos processos de efeito fotoelétrico e espalhamento Compton, mesmo quando se faz uso de espectros de raios-X incidentes policromáticos. No entanto, a sua implementação clínica inicial enfrentou várias desvantagens, sendo o seu maior obstáculo a exigência da exposição do doente a dois espectros de fótons, o que levantou questões relacionadas à dose de radiação. Foi a introdução do sistema de TC de fonte dupla, em 2006, que reavivou o interesse pela DECT. Desde então, surgiu um aumento significativo na pesquisa e desenvolvimento nessa tecnologia. Atualmente, diversos fabricantes disponibilizam uma variedade de dispositivos que exploram devidamente os benefícios oferecidos pela DECT, o que pode ser visto em mais detalhe nas próximas seções [41].

2.4.1 DECT em comparação com SECT

Diferenciar os tecidos em imagens de SECT enfrenta desafios devido à possível sobreposição dos seus coeficientes de atenuação linear numa energia específica de raios-X. Os coeficientes de atenuação dependem da composição do material, da densidade de massa e das energias de interação fóton-material. Através da aquisição com um feixe de raios-X de espectro de energia diferente, a DECT viabiliza a diferenciação de materiais que exibem a mesma atenuação numa energia determinada (como iodo e cálcio a 100 keV), porém com curvas de atenuação distintas.

Em comparação com a SECT, a DECT oferece vantagens consideráveis, que incluem um maior desempenho diagnóstico devido a uma relação contraste-ruído mais elevada para iodo (CNR), a redução de artefactos causados pelo endurecimento do feixe e a capacidade de produzir imagens específicas de materiais. Além desses benefícios, é importante notar que a DECT exige concentrações mais baixas de agentes de contraste e, por ser capaz de gerar imagens virtuais sem contraste (VNC), possibilita uma redução na dose de radiação aplicada.

Assim, a principal vantagem da DECT em relação à SECT é que, ao adquirir dados em 2 espectros de energia diferentes, é possível usar algoritmos computacionais sofisticados para combinar os diferentes dados de energia a fim de avaliar a atenuação do tecido em diferentes energias, em vez de uma única energia efetiva. Devido ao fato de que diferentes tipos de materiais e tecidos podem atenuar raios X de maneira diferente em diferentes energias, dependendo de sua composição elementar, a DECT pode ser usada para realizar caracterizações de tecidos

dos [42] [41] [43].

2.4.2 Principais Considerações DECT

Para fins de diferenciação de materiais, seria ideal que cada um dos dois feixes de raios X de energia diferente fosse composto por energias monoenergéticas. No entanto, com a tecnologia atual de tubos de raios X utilizada em ambientes clínicos, não é possível gerar espectros de raios X monocromáticos. Portanto, os *scanners* clínicos de DECT utilizam fontes de raios X multienergéticas, mas tentam minimizar a sobreposição dos diferentes espectros de energia [6] [5].

Para sistemas DECT que dependem de diferentes tensões de tubo para separação espectral, as energias de pico padrão usadas para aquisição de aquisição são tipicamente de 80 e 140 kVp. Para alguns modelos de *scanners* de dupla fonte, 90 ou 100 kVp com um filtro podem ser usados em vez de 80 kVp, especialmente para doentes obesos. Alternativamente, energias inferiores a 80 kVp, como 70 kVp, também podem ser usadas com alguns modelos ou para aplicações especializadas, como em imagens pediátricas. Para as aquisições de alta energia, 150 kVp pode ser usado em vez de 140 kVp nalguns modelos. Os protocolos também podem variar dependendo do fornecedor do scanner ou da aplicação específica em consideração [41].

A escolha das energias deve-se ao fato de que, tipicamente, em energias de pico inferiores a aproximadamente 80 kVp, poucos fótons são gerados e, adicionalmente, uma grande proporção de fótons seria absorvida pelo corpo, e, portanto, não geraria informações clinicamente úteis. Para as aquisições de alta energia, tensões maiores que 140 kVp geralmente não estão disponíveis em todos os *scanners* DECT. Além disso, tais altas energias podem resultar em doses maiores e em pouco contraste de tecido mole, limitando as aplicações no ambiente clínico, embora ainda possam ser úteis para aplicações especializadas e para discriminação entre materiais de baixo e alto número atômico [41].

É importante entender a base da caracterização de materiais em DECT, bem como as forças e limitações desta técnica. A atenuação de raios X é regulada por dois processos principais, com um terceiro processo contribuindo apenas uma quantidade insignificante, como podemos verificar na figura anterior 2.2. Nas tensões de tubo típicas usadas na TC, o efeito de Compton responde pela maior contribuição para a atenuação geral. O efeito de Compton é uma função tanto da densidade de elétrons do tecido quanto da voltagem e do espectro do tubo. A densidade de elétrons do tecido é o fator dominante, uma vez que o efeito Compton é minimamente dependente da energia do fóton. O outro processo físico importante responsável pela atenuação na TC é o efeito fotoelétrico. Este efeito, que é fortemente dependente do número atômico ou Z (ou seja, o número de prótons no núcleo) dos elementos que constituem o tecido em questão, é particularmente relevante para a TC espectral. As interações fotoelétricas são fortemente dependentes de energia e, como resultado, são essenciais para a caracterização de materiais em DECT. O terceiro processo físico, o espalhamento Rayleigh ou espalhamento coerente, repre-

sentada apenas uma percentagem muito pequena de interações e atenuação, sendo tipicamente considerado insignificante na TC convencional baseada em absorção [44].

Para que elementos ou tecidos possam ser diferenciados com base nas suas propriedades espectrais, deve haver uma diferença suficiente no seu número atómico ou Z . Compreender o impacto de tais propriedades elementares ou teciduais é fundamental ao planejar aplicações de DECT em qualquer configuração de pesquisa ou clínica. Como exemplo, elementos comuns encontrados no corpo humano, como hidrogénio ($Z = 1$), carbono ($Z = 6$), nitrogénio ($Z = 7$) e oxigénio ($Z = 8$), têm números atómicos baixos e muito semelhantes. Como resultado, esses materiais não apresentam componentes suficientes de interações fotoelétricas: a sua atenuação é relativamente baixa e muito semelhante entre si em diferentes energias, impossibilitando uma diferenciação confiável com base nas suas propriedades espectrais. Portanto, a capacidade de distinguir entre diferentes materiais ou tecidos com base nas suas características espectrais está intrinsecamente relacionada à existência de uma discrepância suficiente nos números atómicos (Z). Entre esses elementos, um dos principais candidatos de interesse clínico é o iodo ($Z = 53$). A maioria dos agentes de contraste de TC clinicamente usados é à base de iodo e são amplamente utilizados em várias indicações que incluem imagem oncológica e angiografia. A forte dependência energética do iodo pode, portanto, ser explorada em várias configurações em que exames de TC com contraste são obtidos para caracterização de materiais. Entre os elementos intrínsecos ao corpo humano e com número atómico relativamente alto, o cálcio ($Z = 20$) é outro candidato principal. O cálcio tem sido utilizado em diversas aplicações clínicas em imagens corporais e em imagens da cabeça e do pescoço [41] [43].

2.4.3 Algoritmos DECT

A irradiação de materiais por meio de dois espectros energéticos viabiliza a reconstrução de mapas representativos das propriedades materiais, as quais variam em função da energia da radiação utilizada. Em contexto de relevância na radiologia clínica, destaca-se a necessidade de discernir entre materiais com valores de intensidade (tipicamente unidades Hounsfield) semelhantes nas imagens de TC. Quando se dispõe de informações provenientes de dois espectros distintos, emerge a perspectiva de segmentar uma imagem em dois componentes discretos [45].

Assim sendo, mediante a seleção criteriosa de funções pertinentes, torna-se exequível a obtenção de imagens reconstruídas tanto para tecidos ósseos quanto para tecidos moles, ademais da obtenção de representações visuais correspondentes à água e a agentes de contraste. Tais abordagens, consubstanciadas como Métodos de Decomposição de Materiais em Base (BMD), testemunham a capacidade de aprimorar a precisão nos procedimentos diagnósticos no âmbito médico. Importa mencionar que dois algoritmos distintos podem ser utilizados para efetuar a BMD: um deles fundamenta-se nas informações físicas presente nas projeções (ou sinogramas), ao passo que o segundo é baseado nas informações derivadas das imagens reconstruídas [21].

A representação do coeficiente de atenuação em relação à energia pode ser expressa por meio de combinações lineares de funções fundamentais, como ilustrado na formulação apresentada na equação 2.4.3. Na expressão, as funções $f(E)$ representam as características materiais inerentes à energia, enquanto que as quantidades c_i denotam as correspondentes concentrações [21] [46].

$$\mu(E) = c_1 f_1(E) + c_2 f_2(E) + \dots + c_n f_n(E) \quad (2.25)$$

No caso da decomposição de energia espectral, destaca-se que a decomposição de energia dupla surge como um caso particular, quando n é igual a 2. Convém salientar que o coeficiente de atenuação, $\mu(E, x, y)$, apresenta uma dependência simultânea tanto em termos espaciais quanto energéticos, isto pode ser representado da seguinte forma, tendo em conta que o feixe de raios X usado na TC é polienergético:

$$A = \frac{I}{I_0} = \frac{\int_E S(E) D(E) e^{-\int_{E'} \mu(E, x, y) ds} dE}{\int_{E'} S(E') D(E') dE'} \quad (2.26)$$

Onde $S(E)$ e $D(E)$ representam o espectro de raios X e a resposta do detector, respectivamente, para uma energia, e $S(E')$ e $D(E')$ para a outra energia.

$$w(E) = \frac{S(E) D(E)}{\int_{E'} S(E') D(E') dE'} \quad (2.27)$$

$$A = \int_E w(E) e^{-\int \mu(E, x, y) ds} dE \quad (2.28)$$

Ao aplicarmos a fórmula de atenuação à radiação polienergética conforme definida na equação anterior, resulta que a atenuação decorrente de ambos os espectros:

$$\begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \int_E w_1(E) \exp\left(-\int_L \mu(E, x, y) ds\right) dE \\ \int_E w_2(E) \exp\left(-\int_L \mu(E, x, y) ds\right) dE \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

Assim, através da introdução da parametrização correspondente ao coeficiente de atenuação no conjunto de equações, torna-se notável a estimativa do conteúdo material contido no objeto de imagem.

De particular relevância são os pares de materiais que suscitam interesse clínico notório, tais como iodo e cálcio, ou iodo e água.

A obtenção de imagens monoenergéticas virtuais (VMI) é uma aplicação de destaque na Tomografia Computadorizada Espectral (TC espectral). Isto deve-se à sua capacidade potencial de minimizar problemas como artefactos causados por feixes de radiação intensos ou presença de materiais metálicos, além de fornecer informações mais precisas sobre como os materiais atenuam a radiação. As VMIs podem ser criadas usando diferentes abordagens, seja no processo de coleta de projeções (projeção baseada em BMD) ou no processamento das imagens já obtidas (imagens baseadas em BMD), mas ambas são baseadas na técnica de BMD. A BMD é uma aplicação útil da DECT, pois pode fornecer informações adicionais sobre diferentes tipos de tecido para

discriminação mútua, em comparação com a TC simples convencional. Além disso, visto que os coeficientes de atenuação linear da água e do iodo para uma energia de raios-X específica são conhecidos, imagens de energia monoenergética em Unidades Hounsfield podem ser sintetizadas a partir das imagens de densidade equivalente de água e iodo.

2.4.3.1 Baseado em Projeções

Este algoritmo utiliza as informações contidas nos sinogramas. Então, é realizado antes da reconstrução das imagens [46].

Atualizando o sistema de equações, e considerando que a função $c(x,y)$ corresponde à informação espacial do coeficiente de atenuação, enquanto que $f(E)$ corresponde à dependência energética, é possível obter:

$$\mu(E, x, y) = c_1(x, y)f_1(E) + c_2(x, y)f_2(E) \quad (2.30)$$

$$\begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \int_E w_1(E) \exp(- (f_1(E)C_1 + f_2(E)C_2)) dE \\ \int_E w_2(E) \exp(- (f_1(E)C_1 + f_2(E)C_2)) dE \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

Desta forma, tendo em conta os espectros de Raio-X, a sensibilidade do detector, as funções base do material e as atenuações medidas, é possível calcular C_1 e C_2 , que são definidos como os coeficientes de projeção:

$$\begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \int_L c_1(x, y) ds \\ \int_L c_2(x, y) ds \end{pmatrix} \quad (2.32)$$

Com estes coeficientes, é possível reconstruir $c(x,y)$, usando os algoritmos de reconstrução de retroprojeção, e posteriormente reconstruir as imagens virtuais monoenergéticas.

$$\bar{\mu}(x, y) = \int_{\Gamma} w(E)\mu(E, x, y)dE \quad (2.33)$$

$$\begin{pmatrix} \bar{\mu}_1(x, y) \\ \bar{\mu}_2(x, y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1(x, y) \int_E w_1(E)f_1(E)dE + c_2(x, y) \int_E w_1(E)f_2(E)dE \\ c_1(x, y) \int_E w_2(E)f_1(E)dE + c_2(x, y) \int_E w_2(E)f_2(E)dE \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

Além desta técnica de BMD baseada em projeções, o método de decomposição de materiais (MD) também pode ser alcançada por meio de um método baseado em imagens.

2.4.3.2 Baseado em Imagens

Este método aproveita as informações contidas nas imagens reconstruídas convencionais obtidas em diferentes tensões do tubo de raios-X. Portanto, é uma abordagem realizada após a reconstrução das imagens. As atenuações medidas nos dados de projeção (sinogramas) resultam em duas imagens convencionais, definidas como $\mu(x, y)$, correspondentes a cada um dos espectros

de energia. Com base nessa etapa, é viável retomar ao conceito de tratamento de dupla energia, considerando que as duas imagens reconstruídas aderem à relação expressa na equação 2.33 [21] [46].

Neste contexto, na abordagem baseada em imagens, as imagens convencionais de TC adquiridas em duas diferentes energias (por exemplo, 80 e 140 keV) são adquiridas como ponto de partida. Subsequentemente, imagens monoenergéticas e imagens de densidade equivalente de água e iodo são geradas por meio da combinação linear das imagens obtidas nas duas energias, com ponderações apropriadas para cada imagem. Comparativamente à técnica fundamentada em projeções, essa abordagem de base imagética destaca-se pela sua simplicidade, evitando a necessidade de um processamento mais complexo dos dados de projeção. Contudo, é importante notar que a abordagem de MD baseada em imagens pode apresentar uma menor precisão quando comparada ao método baseado em projeções. Este possível decréscimo de precisão deriva da presença prévia de efeitos de endurecimento do feixe nas imagens obtidas em energias baixa e alta, interferindo na exatidão das imagens de densidade equivalente e nas imagens monoenergéticas calculadas [47].

Em suma, o método de MD baseado em projeções proporciona estimativas mais precisas da atenuação de materiais de contraste e, de forma notável, diminui os defeitos visuais oriundos das discrepâncias na absorção da radiação. Entretanto, é importante mencionar que a implementação desta abordagem exige a um processo adicional de calibração, crucial para assegurar melhores resultados.

No campo da eficiência computacional, é relevante indicar que a abordagem de MD baseada em imagens destaca-se pela sua agilidade. Entretanto, é incontestável reconhecer que a técnica centrada em projeções apresenta resultados significativamente mais confiáveis relativamente à estimativa da composição dos materiais. Essa fiabilidade acentuada decorre da própria natureza da abordagem baseada em projeções, que se concentra na estimativa direta da composição dos materiais a partir dos dados das projeções, eliminando a necessidade de uma fase subsequente de reconstrução das imagens. Considerando essas ponderações, a abordagem de decomposição de materiais baseada em projeções é a mais apropriada para obter imagens dotadas da capacidade de reduzir artefactos visuais.

2.4.4 Equipamentos DECT

A forma mais simples capaz de obter imagens de dupla energias requer a possibilidade de se realizar aquisições consecutivas, como mostra a figura 2.19 e), onde não é necessário nenhum hardware específico. No entanto, a resolução temporal é reduzida e a aplicação em estudos realizados sem contraste ou em regiões anatómicas com movimento pode resultar em artefactos.

Para além dessa técnica, existem outras modalidades de equipamentos que utilizam a dupla energia. Podem dividir-se em dois grupos de acordo com o seu princípio de funcionamento: técnicas baseadas na fonte e técnicas baseadas no detetor.

As técnicas baseadas no funcionamento da fonte incluem: a modalidade de rotação rápida,

a dupla fonte, a troca rápida de voltagem e em técnicas de feixe dividido. Já as baseadas em detetores incluem técnicas como o detetor de camada dupla e a tomografia computadorizada de contagem de fótons [41] [43] [48].

- Técnicas Baseadas no Funcionamento da Fonte

A tecnologia de tomografia computadorizada de dupla fonte (DSCT), figura 2.19 A, como o nome sugere, é baseada em duas unidades de tubo de raios-X e detetores montados num suporte de TC com um deslocamento angular de 90° entre eles e cujas imagens se sobrepõem. Ambos os tubos de raios-X podem ser controlados separadamente, o que permite a aquisição de imagens simultâneas com diferentes tensões do tubo. A DECT de dupla fonte possui uma maior resolução temporal devido à utilização das duas fontes e detetores de raios-X posicionados em ângulos diferentes, permitindo a aquisição simultânea de dados. Isto é vantajoso em técnicas como angiografia, pois possibilita a melhor captura de mudanças rápidas, reduzindo artefatos de movimento e proporcionando visualização mais clara para uma avaliação mais precisa. No entanto, uma das principais desvantagens é o facto das informações de dupla energia só serem adquiridas se o modo de dupla energia for ativado pelo radiologista antes da aquisição. Portanto, as informações de DECT só são adquiridas se forem escolhidas ativamente antes do exame, ao contrário dos detetores de camada dupla e de contagem de fótons, onde as informações são sempre armazenadas e podem ser reconstruídas se necessário após o exame. Além disso, o diâmetro do suporte da DSCT é menor devido à configuração de hardware com dois tubos de raios-X e detetores.

A técnica de troca rápida de voltagem, figura 2.19 B, envolve apenas um tubo de raios-X e um detetor que alterna, numa velocidade inferior a 1 milissegundo, entre potenciais baixos e altos. Assim, permite o registo de diferentes espectros de energia. No entanto, devido às limitações físicas desta tecnologia e à separação não perfeita dos potenciais devido ao tempo de transição, esta técnica apresenta também algumas limitações. A transição entre os potenciais alto e baixo do tubo afeta negativamente a diferenciação dos espectros de energia para aplicações de DECT, pois, num ambiente perfeito, uma separação completa entre os dois espectros de energia é desejável. Ainda assim, uma vantagem é que consegue reduzir tanto o efeito de *scatter* como também reduz algumas limitações no campo de visão.

A tecnologia de feixe dividido, figura 2.19 D, requer uma unidade de tubo de raios-X, um detetor e o feixe é dividido em dois espectros de energia diferentes, devido a um sistema de pré-filtragem, em espectros de baixa e alta energia. A aquisição é realizada primeiro com um potencial de tubo e imediatamente depois com um segundo potencial. Consequentemente, estruturas anatómicas com movimento (como o coração ou aorta torácica) são inadequadas para esta técnica de exame. Como as duas informações de imagem são adquiridas em momentos diferentes, a capacidade de avaliá-las pode ser limitada porque a estrutura a ser examinada é adquirida em diferentes fases de movimento.

- Técnicas Baseadas no Funcionamento do Detetor

Por fim, a nível das técnicas baseadas no detetor, existem equipamentos baseados em detetores de dupla camada, 2.19 C. Apesar de utilizarem apenas um detetor, vários espectros de energia são diferenciados com o uso de duas camadas de materiais cintiladores diferentes. Assim, as duas camadas são sensíveis a espectros diferentes. São realizadas aquisições de dados simultaneamente, de baixa e alta energia sem limitações quanto ao campo de visão e ao efeito de *scatter*.

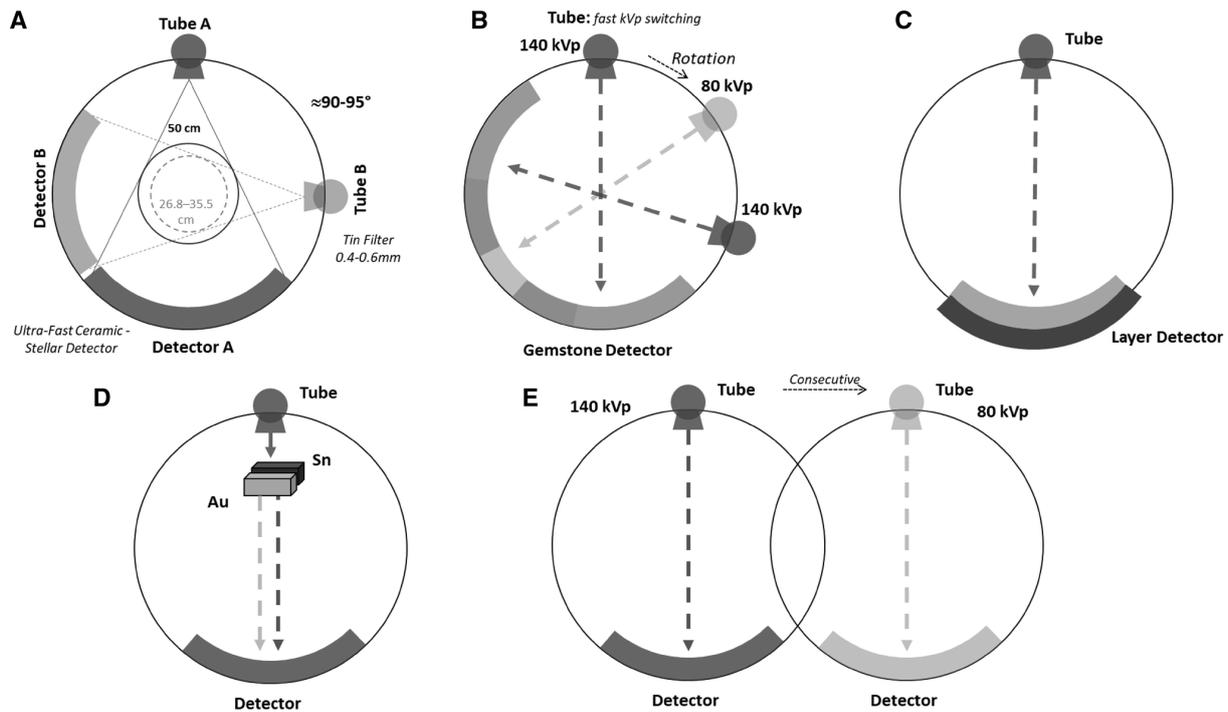


Figura 2.19: *Design* de diferentes *scanners* de DECT. A - Dupla Fonte: dois tubos operam a diferentes tensões e dois detetores assimétricos são montados com um desvio de aproximadamente 90° . A filtragem de estanho para uma melhor separação espectral é possível com estes equipamentos. B - Troca rápida de kVp: O tubo de raios-X alterna entre 80 kVp e 140 kVp enquanto roda em torno do doente, recolhendo a informação. C - Detetor de Dupla Camada: O detetor é composto por duas camadas sensíveis a diferentes níveis de energia do feixe incidente; a separação espectral é realizada apenas pelo detetor. D - Filtro Dividido: Um filtro composto de estanho e ouro tem a capacidade de filtrar, respetivamente, as partes mais baixas e mais altas do espectro de raios-X dividindo o feixe. E - Aquisições Consecutivas: são realizadas duas aquisições consecutivas, em espiral ou sequenciais, em dois níveis de energia diferentes [48].

Também existe a modalidade de TC de contagem de fótons. Esta técnica requer apenas um tubo de raios-X e um detetor para calcular os espectros de múltiplas energias a partir da atenuação causada pelo objeto. Tem a capacidade de contar tanto o número total de fótons de raios-X quanto a distribuição de energia dos mesmos, aumentando as relações contraste-ruído e a capacidade de discriminação de energia, o que se traduz em características de ruído superiores, especialmente em aquisições de dose baixa. Algumas particularidades desta técnica são o uso de um material semiconductor em vez de um material cintilador e a opção de subdividir as unidades de deteção, o que contribui para uma maior resolução espacial. O sinal de saída é proporcional ao

número de fótons, e cada fóton é atribuído a um bin específico de energia conforme a sua energia. Desta forma o registo de dados de pós-processamento espectral contém informações de atenuação de cada fóton e, portanto, permite o cálculo das propriedades de atenuação típicas de materiais. Alguns dos avanços mais significativos da DECT foram obtidos por meio de equipamentos da geração de dupla fonte mais recente, que agora permitem uma separação espectral mais ampla entre os tubos, com um tubo a operar a 70 kVp e o outro a 150 kVp, proporcionando uma faixa máxima de diferença de 80 kVp, o que significa informações de dupla energia mais precisas e melhor diferenciação de materiais. Além disso, a introdução da filtragem de estanho do espectro de raios-X permitiu uma importante redução nos níveis de dose, apesar das energias mais altas aplicadas durante a aquisição [49] [50].

Para concluir este capítulo de introdução teórica, dada a natureza do nosso projeto, que visa avaliar a obtenção de imagens paramétricas de duas energias utilizando radiação de emissores gama, é de particular importância considerar a Tomografia Computadorizada por Emissão de Fóton Único (SPECT) como a técnica principal para a aquisição e processamento das imagens desejadas. Além disso, é relevante contextualizar a SPECT e as principais escolhas de emissores gama pertinentes para o nosso trabalho tendo em conta estudos semelhantes nesta área.

2.5 Fundamentos da Tomografia por Emissão

A tomografia por emissão é uma técnica de imagem médica que detecta a radiação emitida por radioisótopos injetados no corpo para fornecer medidas da função regional *in vivo*. Na tomografia computadorizada por emissão de fóton único (SPECT), fótons emitidos pelo radiofármaco no corpo são detectados pelo sistema como eventos independentes. Na tomografia por emissão de pósitrons (PET), os dois fótons resultantes da aniquilação de pósitrons originalmente emitidos pelo radiofármaco são a base da formação de imagens, já que são detectados pelo sistema em coincidência [51] [28].

A principal vantagem da SPECT e do PET como modalidades de imagem funcional, face às restantes modalidades, está na sua capacidade de fornecer informações sobre a função fisiológica, que geralmente precede as mudanças anatômicas no decurso da progressão da doença. Embora a resolução espacial da tomografia por emissão em sistemas clínicos seja relativamente pobre em comparação com outras modalidades, como CT ou MR, geralmente apresenta melhor resolução de contraste e, portanto, a sensibilidade do SPECT e do PET são bastante superiores. As vantagens da tomografia por emissão incluem assim a capacidade de utilizar marcadores que visam especificamente vias moleculares nos tecidos *in vivo*. As aplicações clínicas de PET e SPECT são encontradas em oncologia, em cardiologia, em neurologia e em psiquiatria [52] [53].

Na última década, tanto o PET quanto o SPECT foram cada vez mais combinados com componentes de TC para melhorar as informações funcionais com imagens estruturais/anatômicas. Embora inicialmente a combinação de modalidades funcionais com anatômicas tenha sido experimental, o rápido desenvolvimento de sistemas de imagem híbrida de PET/CT e SPECT/CT estabeleceu ambos como ferramentas diagnósticas na prática clínica atual. Apesar do fato de que o SPECT/CT híbrido foi introduzido tanto experimentalmente quanto comercialmente antes do PET/CT, este último desenvolveu-se rapidamente devido à maior facilidade de usar TC em vez de fontes externas para correção da atenuação mas também porque o número de exames PET aumentou exponencialmente. No entanto, mais recentemente, o SPECT/CT híbrido tem vindo a crescer rapidamente, também auxiliado pela introdução de sistemas comerciais com capacidades avançadas de imagem de TC *multi-slice* [54] [55].

A SPECT é uma técnica de imagem tridimensional em medicina nuclear que combina informações de cintigrafia e tomografia computadorizada, permitindo assim a visualização tridimensional da distribuição de radionuclídeos, o que proporciona mais detalhes, contraste e

informações espaciais. [51]. A cintigrafia é um procedimento minimamente invasivo que produz imagens das estruturas dentro do corpo, usado para diagnosticar e acompanhar doenças. Os radiofármacos são substâncias que contem isótopos radioativos e são projetados para acumular-se em áreas específicas do corpo, como tumores ou tecidos com atividade metabólica anormal. O radiofármaco acumula-se na área de interesse, emitindo radiações que são detetadas por um equipamento especializado, permitindo assim a criação de imagens tridimensionais que podem ser usadas para fins diagnósticos [56].

2.5.1 Princípios Básicos do Funcionamento de SPECT

Os detetores de radiação são geralmente caracterizados como detetores de cintilação ou detetores de ionização. Nos detetores de cintilação, é produzida luz visível ou ultravioleta quando a radiação excita os átomos de um cristal. Esta luz é convertida num sinal eletrônico, ou pulso, que é amplificado por um tubo fotomultiplicador (PMT) [57].

Em SPECT, a aquisição de dados é baseada no registo de fotões detetados independentemente uns dos outros, mas depende da colimação física para obter informações direcionais sobre os fotões incidentes. A deteção é realizada por uma câmara gama composta por uma ou várias cabeças de detetor. A parte ativa da cabeça do detetor é geralmente um grande cristal de cintilação que consegue detetar os fotões incidentes que não foram absorvidos pelo material do colimador físico posicionado na frente do cristal. Um colimador é fabricado com um material adequado (chumbo ou tungsténio) de alta probabilidade de interação com os fotões e possui um grande número de orifícios para permitir o acesso destes apenas na direção paralela aos orifícios. Caso atinjam o colimador em outras direções têm uma probabilidade muito alta de serem absorvidos pelo material do colimador [51] [58]. O tamanho típico dos orifícios do colimador é de 1,4 a 3,0 mm, com comprimento de 24 a 60 mm [59].

O processo de deteção de fotões em SPECT é descrito na figura 2.20. À medida que os fotões são emitidos de áreas de captação de radiofármacos em várias profundidades dentro do corpo, podem passar por várias interações com a matéria, como visto no capítulo 2.1.2, sendo o efeito predominante o efeito de Compton. Como resultado, haverá fotões que alcançam o detetor da câmara gama, seja sem interrupções ou após serem desviados da sua direção original de emissão. Os fotões que atingem o detetor em direções paralelas aos orifícios do colimador interagirão com o cristal, resultando na ionização do cristal. Um material de cristal adequado deve ter uma alta probabilidade de interação com os fotões incidentes, e tipicamente, as câmaras gama usam iodeto de sódio dopado com tálio, NaI(Tl), que como cristal de cintilação, possui propriedades adequadas (densidade, número atómico) para uma alta eficiência na deteção de fotões na faixa de energia usada na medicina nuclear convencional. A desexcitação do cristal de cintilação ocorre através da emissão de luz, que é posteriormente detetada pelos tubos fotomultiplicadores na parte posterior do cristal. Os PMTs são dispositivos responsáveis por converter a luz de cintilação em pulso de corrente elétrica [57].

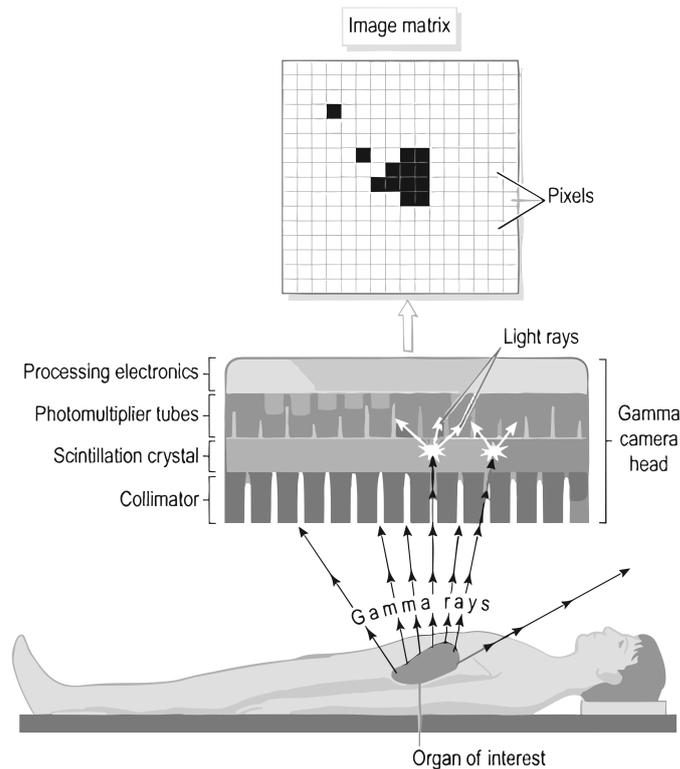


Figura 2.20: Funcionamento da aquisição e reconstrução das imagens em modelos tridimensionais em SPECT [60].

Cada imagem planar adquirida num ângulo específico da rotação da câmara, chamada de projeção, contém informações em cada pixel da integral de contagens em todo o corpo. Geralmente, é necessário um conjunto de dados de projeção ao longo da rotação completa da câmara ao redor do doente para calcular imagens transversais da distribuição de atividade. Isto é feito por meio de algoritmos de reconstrução de imagem que se enquadram em duas categorias amplas: métodos analíticos (FBP, na secção 2.3.3.3), como visto anteriormente, projeta diretamente a soma de contagens adquiridas na matriz de imagem na direção de aquisição da projeção específica, resultando, após todas as projeções adquiridas, na formação de uma imagem que representa a distribuição de atividade transversal. A reconstrução pode também ser feita recorrendo a métodos estatísticos, que tendem a estar sujeitos a uma taxa de convergência não uniforme em diferentes áreas da imagem e exigem consideravelmente mais capacidade de processamento computacional em comparação com o FBP [61] [62]. Por outro lado, os métodos estatísticos tendem a oferecer vantagens em termos de relação sinal-ruído e na capacidade de incorporar detalhes sobre o processo de deteção, permitindo assim a correção precisa de atenuação de fótons e correção do efeito de dispersão dos fótons [58].

3

Métodos

Este capítulo descreve a metodologia utilizada para alcançar os objetivos deste estudo. Inicia-se com a apresentação do resumo da ideia, abordando as etapas fundamentais da simulação. Em seguida, prossegue com uma explicação e análise detalhadas do código, onde é explicado o raciocínio estabelecido em cada etapa. Isto abrange a lógica subjacente às principais funções utilizadas, os parâmetros considerados, a definição dos componentes do ambiente de simulação e o processo de simulação do objeto em rotação. Também são explicados os cálculos efetuados para acompanhar a trajetória de atenuação dos fótons, culminando no modo de obtenção das imagens paramétricas do coeficiente de atenuação do objeto.

3.1 Resumo da ideia

Nesta simulação de medidas de transmissão com SPECT, consideraram-se quatro componentes essenciais: a fonte, o objeto, o detetor e o cristal. Cada um desses elementos desempenha um papel específico na aquisição de dados e na formação da imagem final, permitindo-nos entender mais profundamente como a imagem é obtida. Foram feitas importações de bibliotecas como *numpy*, *scipy.ndimage*, *matplotlib.pyplot*, *scipy.fft* e *skimage.draw*, que fornecem as ferramentas computacionais capazes de recriar algumas das técnicas usadas na prática médica e essenciais para manipular matrizes, realizar rotações de imagens e criar visualizações gráficas.

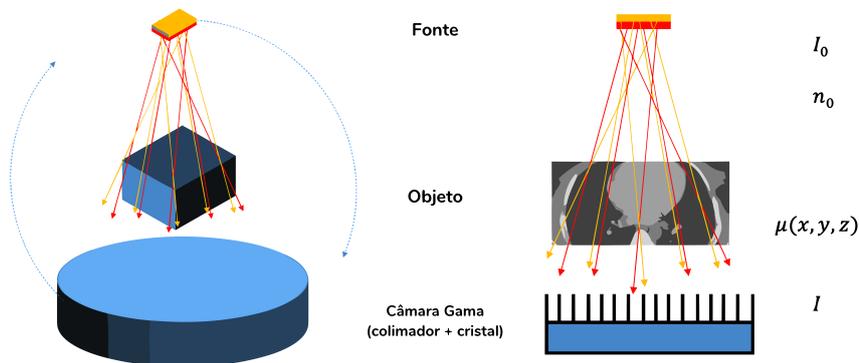


Figura 3.1: Esquema da simulação com todos os componentes considerados: A fonte que emite uma quantidade inicial I_0 de radiação contendo n_0 fótons. O objeto caracterizado pela função do coeficiente de atenuação. A câmara gama (constituída por colimador e cristal). As setas azuis representam a rotação em 360° do equipamento. A intensidade de cada raio tendo em conta a atenuação sofrida ao longo do percurso, é expressa como $I = I_0 \cdot e^{-\int \mu(x) dx}$.

3.1.1 Etapas de Simulação

O plano de trabalho envolveu uma série de etapas para simular e obter uma imagem paramétrica final que represente a distribuição de atenuação num objeto, considerando fontes de diferentes energias e as influências da atenuação nos componentes do sistema. Inicialmente, o código implementa as funções *fwproj*(*forward projection*) e *bkproj*(*backprojection*) para realizar as operações relacionadas com a Transformada de Radon direta e inversa, a projeção e retroprojeção. No caso da retroprojeção, esta podia ser simples ou feita com a aplicação de um filtro rampa, eventualmente apodizado com uma janela de Hanning, como é frequente no algoritmo FBP (Filtered Backprojection).

O código simula a atenuação da radiação emitida pela fonte nos componentes objeto, colimador e cristal, e gera sinogramas correspondentes para cada componente. Durante a simulação, o trajeto da radiação é considerado levando em conta a atenuação da radiação ao passar pelos diferentes componentes do sistema. Isto inclui a multiplicação dos sinogramas correspondentes aos componentes atenuados.

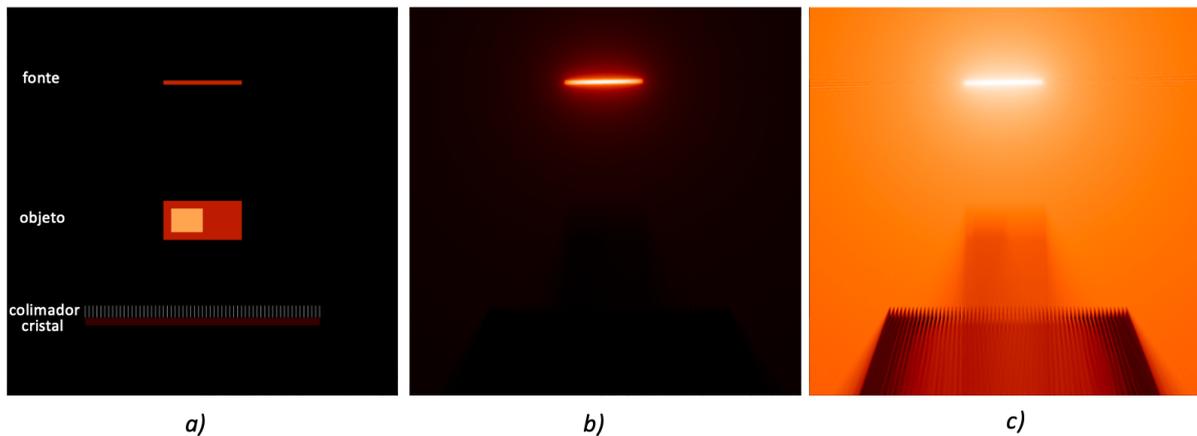


Figura 3.2: a) Um espaço de 1000 x 1000 pixels (100 cm x 100 cm) é usado como exemplo de simulação. Os valores dos pixels representam o número de fótons emitidos (no caso da fonte) ou os coeficientes de atenuação linear (no caso do objeto, colimador e cristal, já que neste exemplo, a atenuação na fonte é desconsiderada). 3.2 b) Estimativa do número de fótons em cada ponto usando a Transformada de Radon. Primeiro, calculamos essa estimativa apenas com a fonte no campo de simulação. Em seguida, adicionamos uma linha de cada vez da imagem dos coeficientes de atenuação para calcular a atenuação devido a essa linha de material absorvente. Quando todas as linhas com materiais absorventes foram usadas, obtemos a imagem "3.2 b", que nos dá uma estimativa do número de fótons em cada ponto do espaço, considerando a atenuação do objeto, do colimador e do cristal. A redução do número de fótons devido a essas três componentes não é visível na imagem "b" porque é pequena em comparação com o número total de fótons emitidos pela fonte. Para destacar melhor essa redução, aplicamos o logaritmo à imagem "3.2 b", obtendo a imagem "3.2 c". Assim é possível observar a diminuição do número de fótons devido à atenuação pelo objeto, colimador e cristal.

O resultado final do processo é a obtenção de imagens que permitem perceber de forma aproximada a forma como a radiação emitida pela fonte é atenuada pelo objeto e ainda a quantidade de radiação que chega a cada região do cristal, após passar pelo objeto e pelo

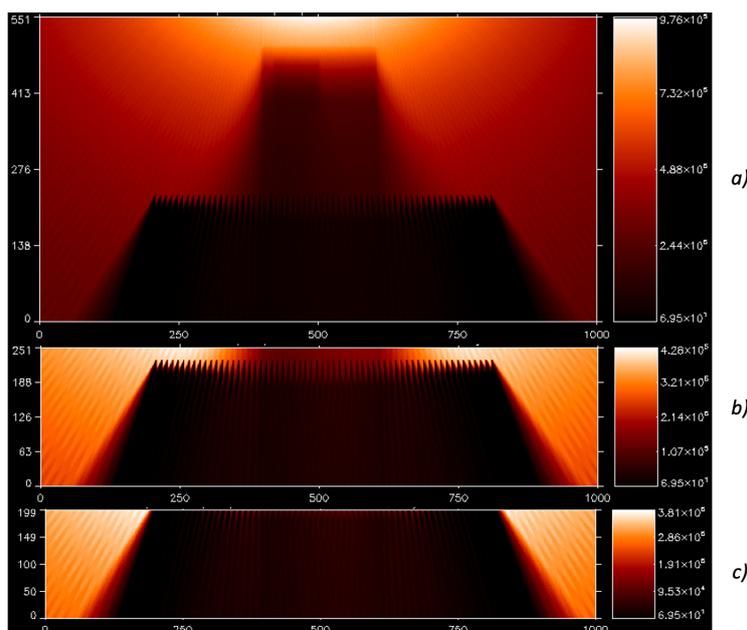


Figura 3.3: Parte da Fig. 3.2 b) que representa a diminuição do número de fótons estimados em cada ponto devido à: a) atenuação do objeto, colimador e cristal; b) atenuação do colimador e cristal; c) atenuação do cristal. Os eixos horizontal e vertical representam o número de pixels, onde cada pixel corresponde a uma área de 0.1 cm x 0.1 cm.

colimador. O resultado é obtido para cada uma das duas fontes distintas, com diferentes energias. A aplicação da técnica de dupla energia permite obter uma imagem paramétrica dos coeficientes de atenuação considerando as imagens finais das duas fontes, o que pode eventualmente ser usado para obter mais informação acerca dos materiais que constituem o objeto. A imagem paramétrica é obtida pela subtração da imagem final de uma fonte pela imagem final da outra fonte.

3.1.2 Definição dos Componentes

Esta secção aborda como foram definidos os componentes utilizados no processo de projeção utilizado em imagens médicas, específica para simulações envolvendo cintigrafia. Este procedimento é essencial para compreender como a atenuação da radiação por vários objetos é detetada por um sistema de imagem. Serão exploradas as etapas detalhadas para projetar as imagens da fonte, do colimador e do cristal, incluindo como os sinogramas são gerados a partir dessas projeções. A análise deste processo é crucial para compreender como as informações da imagem original são transformadas em dados de projeção que, posteriormente, serão utilizados na reconstrução da imagem.

Os componentes podem ser vistos na figura 3.2 a). O espaço considerado em cada simulação 2D foi 1000x1000 pixels. Como cada pixel tinha 0.1cm de lado, este espaço correspondia a uma região de 100cm x 100cm. A fonte refere-se à emissão da radiação que é atenuada pelo objeto analisado. O processo de projeção da imagem da fonte envolve somar os valores de radioatividade ao longo das colunas da matriz, resultando num vetor de projeção para cada ângulo

de projeção. Os valores desses vetores formam um sinograma que representa as projeções da imagem da fonte em diferentes ângulos. O colimador é um componente que limita o feixe de radiação que atinge o detetor. Para simular a projeção do colimador, é criada uma matriz que representa a geometria do colimador, onde áreas preenchidas indicam as partes do colimador que permitem a passagem da radiação. Semelhante ao processo de projeção da fonte, os valores ao longo das colunas da matriz do colimador são somados para cada ângulo de projeção, gerando um vetor de projeção para cada ângulo. Esses vetores compõem outro sinograma que representa as projeções da geometria do colimador. O cristal é outro componente da câmara de cintilação usado para detetar a radiação emitida pelo objeto. O valor dos pixels do objeto correspondem aos coeficientes de atenuação, tendo em conta o tamanho do pixel. O processo de projeção do cristal é semelhante aos processos anteriores. Uma matriz é criada para representar a distribuição do cristal, onde áreas preenchidas indicam a sensibilidade do cristal à radiação. Os valores ao longo das colunas dessa matriz são somados para cada ângulo de projeção, resultando num vetor de projeção para cada ângulo. Esses vetores compõem um terceiro sinograma que representa as projeções da distribuição que permitem determinar a atenuação pelo cristal e consequentemente uma estimativa da medida da radiação pelo cristal.

Tendo em conta os principais emissores gama utilizados na medicina nuclear [63] para diagnóstico, neste projeto simulamos para o ^{67}Ga (com energia 93keV), o $^{99\text{m}}\text{Tc}$ (com energia 140keV) e o ^{123}I (com energia a 159keV). Adicionalmente, consideramos uma energia de 511keV, normalmente usada em técnicas PET.

Segundo os valores tabelados em [64], para calcular os coeficientes de atenuação foi preciso fazer interpolação linear dos valores de energias. Por exemplo, para a obtenção do valor de $\mu(140\text{keV})$ para a água:

$$\begin{aligned}\mu(140\text{keV}) &= \mu(100\text{keV}) + \frac{\mu(150\text{keV}) - \mu(100\text{keV})}{150\text{keV} - 100\text{keV}} \cdot (140\text{keV} - 100\text{keV}) \\ \mu(140\text{keV}) &= 0.1707 \text{ cm}^{-1} + \frac{0.1505 \text{ cm}^{-1} - 0.1707 \text{ cm}^{-1}}{150\text{keV}^{-1} - 100\text{keV}} \cdot (140\text{keV} - 100\text{keV}) \\ \mu(140\text{keV}) &= 0.15454 \text{ cm}^{-1}\end{aligned}\tag{3.1}$$

Os restantes cálculos estão no anexo A.

Em seguida, procedeu-se à identificação dos constituintes de cada elemento utilizado no estudo, a fim de calcular o coeficiente de atenuação linear adequado. O número de fótons emitidos por cada pixel da fonte é igual em todas as simulações, 1000 fótons. O objeto em consideração foi composto por dois materiais distintos, água e chumbo, cada um com sua respetiva densidade. Além disso, o colimador foi simulado em tungsténio, e o cristal considerado foi de NaI(Tl), cada um com suas respetivas densidades:

- Densidade da água: 1 g/ cm^3 [65].

- Densidade do chumbo: 11.3 g/ cm³ [66].
- Densidade do tungstênio: 19.3 g/ cm³ [67].
- Densidade do cristal de NaI(Tl): 3.67 g/ cm³ [68].

Além disso, foram incorporados valores de teste adicionais que introduzem uma discrepância significativa nos valores considerados, com o propósito de avaliar o potencial da simulação antes de proceder à simulação dos cálculos para energias específicas. Assim, a tabela 3.1 representa os valores considerados ao longo deste projeto.

Tabela 3.1: Valores de coeficiente de atenuação linear em cm⁻¹, considerados nas várias simulações. Para o objeto, existe o coeficiente de atenuação para a água (μ_1) e o coeficiente de atenuação para o chumbo (μ_2). Os valores de coeficiente de atenuação para a água foram calculados no anexo A. Os restantes valores foram obtidos através da multiplicação para a respetiva densidade do elemento.

Simulação	Objeto μ_1	Objeto μ_2	Colimador de Tungstênio	Cristal de NaI(Tl)
Teste	0.0961	0.15	18	0.3
93keV	0.1753	1.9803	3.3823	0.6432
140keV	0.1545	1.7463	2.9826	0.5672
159keV	0.1481	1.6732	2.8578	0.5434
511keV	0.0961	1.0855	1.8541	0.3526

3.2 Descrição do Software

O processo de projeção de imagens foi dividido em três partes principais: projeção, retroprojeção e posteriormente um ciclo que simula a rotação do objeto na *gantry*. Estas etapas são fundamentais para simular o processo de imagem em SPECT. O código construído está disponível no anexo B.

3.2.1 Projeção `fwproj()`

A projeção direta simula o processo de obtenção de dados de projeção a partir de uma imagem. No código construído, a função `fwproj()` realiza a projeção direta usando um número especificado de ângulos. Para cada ângulo, a imagem é rodada e a projeção é obtida somando as intensidades ao longo das linhas de projeção. Os dados resultantes da projeção, ou sinograma, fornecem informações sobre como a imagem seria capturada de diferentes ângulos.

A definição da função `fwproj()` introduz parâmetros importantes, como *img*, a imagem original a ser processada, e *show*, um indicador para exibir passos intermediários do processo de aquisição. A inclusão de *nangles* quantifica os ângulos de projeção, simulando a coleta de projeções radiográficas a partir de múltiplas posições ao redor de um objeto. *order* controla a

interpolação na rotação. O valor de *maxdegrees*, que é definido dependendo da *modality*, reflete a amplitude angular disponível (180° ou 360°, conforme a modalidade pretendida), o que tem implicações no alcance da visão e da aquisição de dados.

Posteriormente, é considerado um ciclo de iteração com o objetivo de simular a aquisição de várias projeções de fótons de diferentes ângulos. A rotação da imagem é feita por meio da função *rotate* que simula o movimento de um equipamento SPECT, enquanto a soma das intensidades de pixel verticalmente (*axis=0*) simula a atenuação dos fótons durante a passagem pelo objeto. O preenchimento da matriz *sino* com projeções acumuladas é o que gera o sinograma. Cada coluna representa uma visão angular única, correspondendo aos dados ao longo dos diferentes ângulos corridos. A opção de exibição ativada por *show* replica a prática de visualizar imagens intermediárias durante a aquisição real. Isto permite avaliar a qualidade das projeções e acompanhar o progresso do processo.

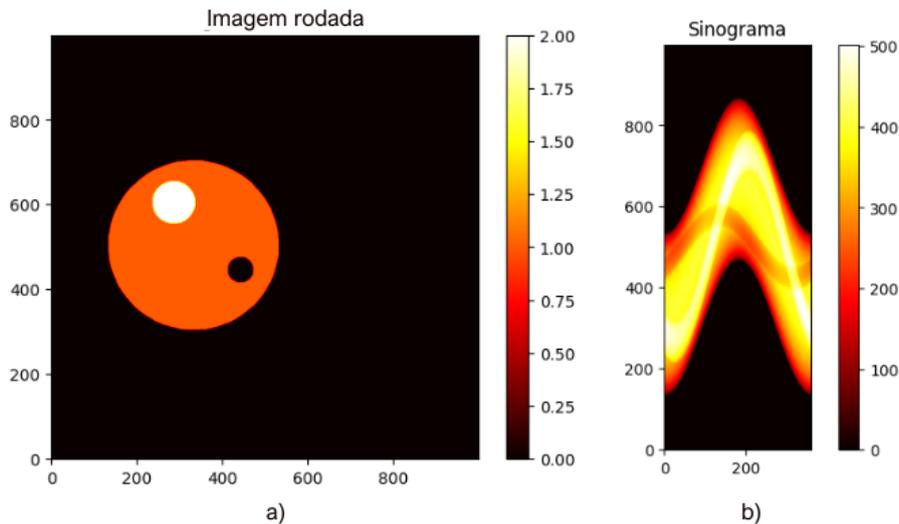


Figura 3.4: Exemplo de aplicação da função *fwproj()*: a) Objeto simulado (a escala de valores representa o coeficiente de atenuação linear do objeto, neste caso em unidades arbitrárias). b) Soma das linhas de projeção (sinograma). Os valores dos pixels correspondem à soma dos valores do objeto ao longo de todas as linhas retas que se podem definir na imagem 3.4a).

Assim, a função *fwproj()* permite calcular integrais de linha ao longo de todas as retas possíveis de definir numa imagem, o que pode ser usado para determinar de uma forma simples os fatores de atenuação ao longo de cada linha, se os valores dos pixels da imagem forem os valores dos coeficientes de atenuação linear. Também permite calcular o número de fótons emitido em qualquer direção pela fonte. Juntando um determinado componente da simulação (objeto, colimador ou cristal) uma linha de cada vez, é possível estimar o número de fótons perdido devido à atenuação de cada linha de material e assim construir, juntando a atenuação de todas as linhas, imagens como a mostrada na figura 3.2b, que juntam a informação dos fótons perdidos devido à atenuação completa desses componentes.

3.2.2 Retroprojeção Filtrada `bkproj()`

A retroprojeção, por outro lado, reconstrói uma imagem a partir dos dados de projeção. A função `bkproj` recebe os dados do sinograma e reconstrói a imagem usando a técnica de retroprojeção filtrada. Este método calcula a contribuição de cada projeção para cada pixel na imagem reconstruída, recuperando a imagem inicial a partir dos dados de projeção.

Esta segunda função desempenha um papel crucial na reconstrução de imagens tomográficas, transformando as projeções do sinograma numa imagem. Para o uso desta função, uma série de parâmetros é introduzida à semelhança da função `fwproj`. O parâmetro `sino` é o sinograma resultante da aquisição de projeções. O parâmetro `show` determina se desejamos visualizar as etapas intermediárias. `nangles` é o número de ângulos de projeção, `order` controla a interpolação na rotação. Neste caso, ainda temos em consideração o argumento `ramp`, que ativa ou desativa a aplicação do filtro rampa.

A determinação das dimensões da imagem e o número de `bins` a partir do sinograma são fundamentais para a reconstrução, pois definem como as projeções são transformadas de volta em pixels da imagem. A inicialização de matrizes, como `img` (a imagem reconstruída) e `ones` (uma matriz de uns), é realizada. Essas matrizes serão preenchidas com as informações das projeções para construir gradualmente a imagem final. A matriz `ones` é uma matriz preenchida com o valor 1 e tem o mesmo tamanho que a matriz `img`, que, no nosso caso, é 1000x1000. A matriz `ones` é usada para o tamanho da imagem resultante `tmpimg` ser o mesmo que o tamanho da imagem final será reconstruída. Assim, garantimos que os valores são multiplicados corretamente e que as dimensões da matriz final sejam preservadas.

Se o parâmetro `ramp`, estiver definido como 0, é aplicada a retroprojeção simples que fornece uma versão esborratada do objeto. Se ele for 1, o filtro rampa representado pela figura 3.6 será aplicado. O objetivo é corrigir o esborratamento por amplificação das altas frequências da imagem de forma apropriada, na ausência de ruído.

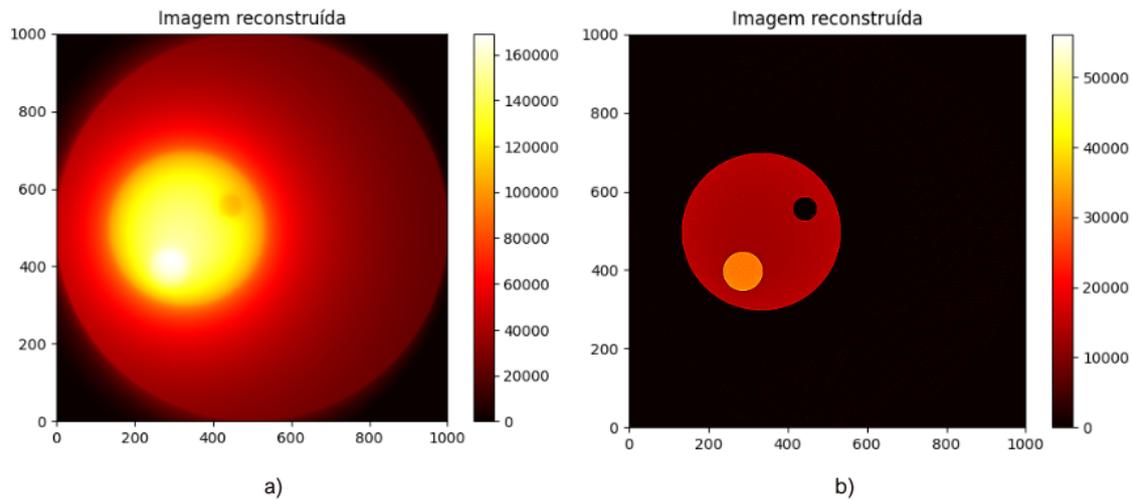


Figura 3.5: Exemplo de aplicação da função `bkproj()`: a) Retroprojeção simples usando $ramp=0$; b) Retroprojeção filtrada com $ramp=1$.

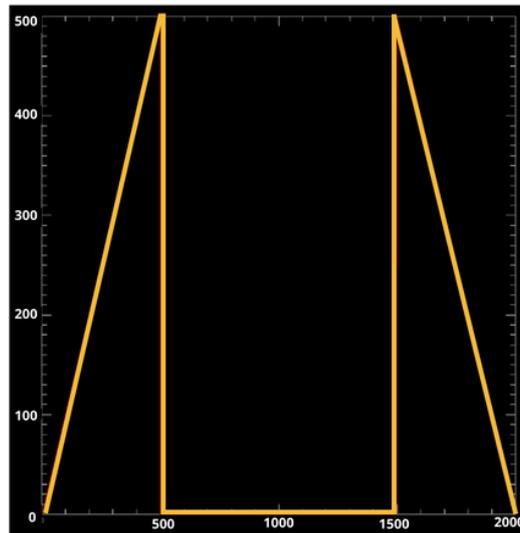


Figura 3.6: Array construído para o filtro rampa: O eixo horizontal representa o elemento do array, correspondendo a frequência: a frequência 0 está nos extremos, as frequências positivas/negativas na primeira/segunda metade do eixo horizontal; e a frequências de Nyquist no centro). O eixo vertical representa a amplitude do filtro em unidades arbitrárias.

O significado físico da figura 3.6 baseia-se na resposta não uniforme do processo matemático da retroprojeção simples em relação às diferentes frequências. O filtro rampa amplifica as altas frequências e atenua as baixas (a amplitude do filtro aumenta linearmente com a frequência). Para evitar que a imagem não fique com demasiado ruído de alta frequência (que existem nos dados porque as imagens de medicina nuclear têm pouca estatística de contagem de eventos, logo elevado ruído), aplica-se uma janela de apodização, como a de Hanning, para que as frequências mais elevadas sejam cortadas, em maior quantidade ou menor, consoante a frequência de corte que se escolhe. A frequência de corte corresponde a uma frequência acima da qual se consi-

dera que a janela de apodização está a atenuar as altas frequências. Na figura 3.4, no intervalo [500,1000], as altas frequências do filtro rampa foram colocadas a zero (cortaram-se essas altas frequências). O mesmo acontece para a zona das frequências negativas que vai do elemento [1000,1500], essas também foram colocadas a zero para não se ter demasiadas altas frequências na imagem. Com uma janela de apodização como a de Hanning esse corte não é tão abrupto quanto o da figura 3.4, é mais suave.

A filtragem no domínio da frequência é executada multiplicando a transformada de Fourier da projeção pelo filtro rampa. A transformada inversa de Fourier é então aplicada à projeção filtrada, trazendo-a de volta ao domínio espacial, o que resulta na projeção filtrada, onde as frequências indesejadas foram atenuadas, contribuindo para uma imagem reconstruída mais nítida. O uso da transformada de Fourier permite assim manipular as componentes de frequência das projeções, realçando informações relevantes e reduzindo as indesejadas.

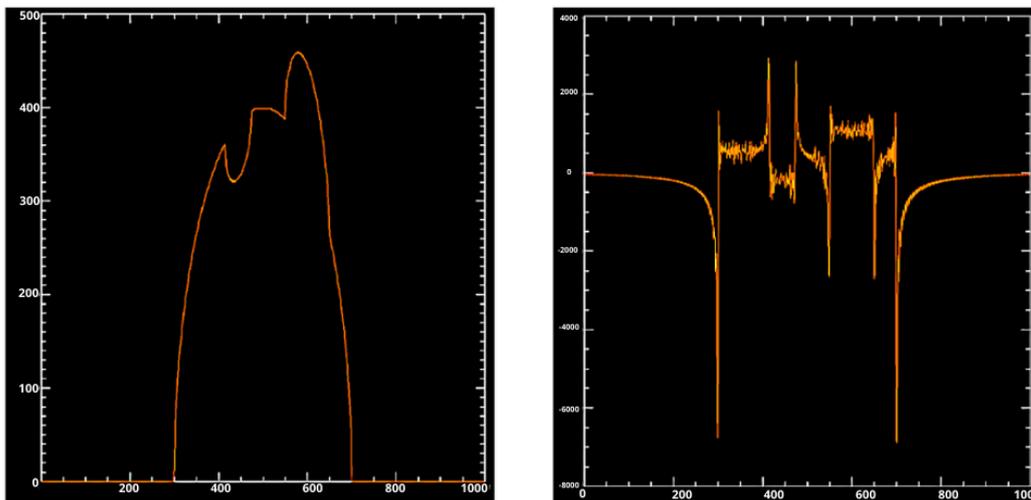


Figura 3.7: Aplicação do filtro rampa a uma projeção a filtrar: A imagem à esquerda representa uma das projeções a filtrar, considerando o ângulo = 0, e a imagem à direita representa o final da projeção filtrada dessa informação, que posteriormente será retroprojetada. A projeção filtrada tem valores negativos que acabam por compensar os valores demasiado positivos que existiriam na imagem se fizéssemos retroprojeção simples. A retroprojeção simples dispersa os valores da projeção pela imagem, deixando valores positivos mesmo em zonas onde eles deveriam ser por exemplo zero (fora do objeto, tipicamente). Ao usar as projeções filtradas, os valores negativos vão cancelar esses excessos de valores positivos, dando a imagem correta, isto se as projeções não tiverem ruído e se tivermos um número suficientemente elevado de projeções. O eixo vertical nas imagens representa os fotões detetados em unidades arbitrárias.

Ainda, para reduzir os artefactos de janela finita (fim abrupto de informação) e melhorar a qualidade da reconstrução, aplicou-se ao filtro rampa uma multiplicação pela janela de Hanning, mostrado na figura 3.8.

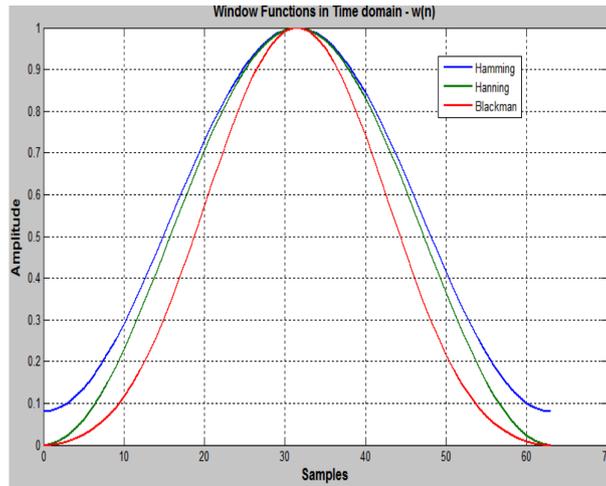


Figura 3.8: Exemplo de janela de Hanning, Hamming e Blackman. A janela escolhida está a apresentada a verde e representa a janela de Hanning. Obtido em [69]

Assim, a função `bkproj()` é um passo crítico no processo de SPECT, capaz de converter projeções adquiridas em diferentes ângulos numa imagem reconstruída.

3.2.3 Parâmetros

O software apresenta uma série de parâmetros iniciais que determinam as características fundamentais do processo de simulação e reconstrução de imagens e influenciam diretamente os resultados obtidos.

O primeiro parâmetro, denominado *sz*, corresponde ao tamanho da imagem a ser utilizada durante o processo. A dimensão da imagem tem impacto direto na quantidade de detalhes que podem ser representados, uma vez que mais pixels permitem uma maior precisão na captura de informações. O segundo parâmetro, chamado *pixpercm*, diz respeito à resolução da imagem, ou seja, quantos pixels correspondem a uma unidade de medida em centímetros. Um valor maior de *pixpercm* resultará numa imagem com resolução mais alta, permitindo a representação de detalhes menores. O parâmetro denominado *order*, está relacionado com técnica de interpolação utilizada para estimar valores intermediários entre os dados conhecidos. O valor de *order* determina o tipo de interpolação empregado. Um valor de 0 indica interpolação por vizinho mais próximo, preservando os contornos dos objetos na imagem. Um valor de 1 representa interpolação bilinear, que suaviza a imagem ao considerar a média ponderada de quatro pixels vizinhos. Por fim, um valor de 3 corresponde à interpolação cúbica, que resulta em imagens com mais detalhes e menos suavizadas, por isso é computacionalmente mais exigente. O parâmetro *nangles_factor* é um valor que multiplica o número de ângulos utilizados no processo de simulação. Isto permite ajustar a velocidade de execução da simulação. Valores iguais ou inferiores a 1 reduzem o número de ângulos, tornando o processo mais rápido, mas potencialmente menos preciso. Por outro lado, valores superiores a 1 aumentam o número de ângulos, resultando em maior precisão, mas com aumento do tempo de execução. A opção de aplicar um

filtro gaussiano (*blur*) durante o processo de reconstrução tem como objetivo suavizar a imagem resultante, reduzindo detalhes de alta frequência e realçando características de baixa frequência. Se o parâmetro *fBlur* for definido como 1, o filtro gaussiano é aplicado; se for definido como 0, o filtro não é aplicado. O parâmetro *npixels_blur* determina a intensidade do esborratamento, ou seja, o tamanho da janela do filtro gaussiano.

Estes parâmetros formam a base para a configuração e adaptação do código, permitindo que ele seja ajustado às necessidades específicas de cada cenário de SPECT. Neste caso, consideramos $sz = 1000$, $pixpercm = 10$, $order = 0$, $nangles_factor = 1$, $blur = 1$ e $npixels_blur = 7$.

3.2.4 Definição do Objeto

Cada iteração do ciclo *for angle in range(nangles)*: representa uma posição angular distinta ao redor do objeto, semelhante à SPECT.

Primeiro, um objeto bidimensional vazio é criado usando a matriz $obj = np.zeros((sz, sz))$. O objetivo é preencher regiões específicas deste objeto simulado com coeficientes de atenuação que representam diferentes materiais. As regiões dentro do objeto que representam diferentes materiais são definidas através das linhas de código que atribuem valores de coeficiente de atenuação a essas regiões específicas, semelhante à definição da fonte e cristal. O resultado é mostrado na figura 3.9.

A função *fwproj* é utilizada para projetar o objeto rodado na orientação atual, resultando num sinograma que representa a projeção do objeto para esse ângulo.

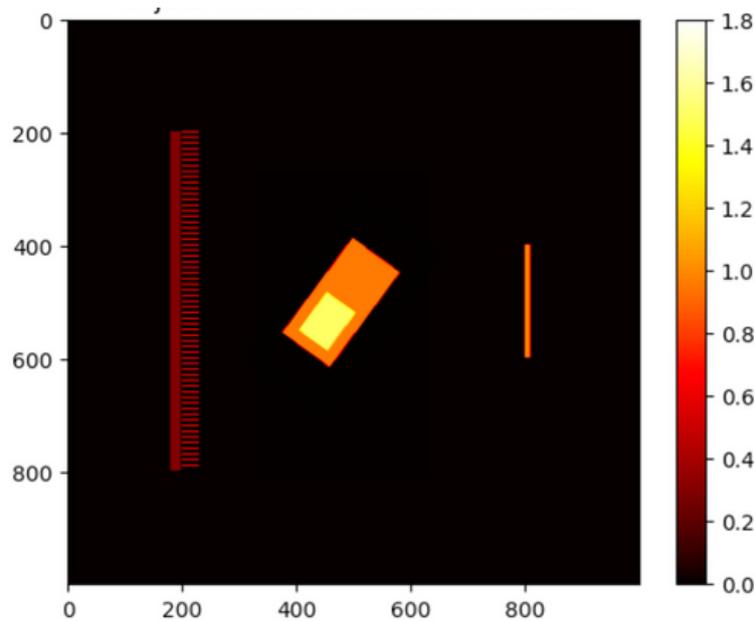


Figura 3.9: Demonstração do movimento de rotação do objeto. Neste caso, o objeto tem dois coeficientes de atenuação. A escala está em unidades arbitrárias para melhor visualização.

3.2.5 Simulação da Atenuação da Radiação

Para considerar a trajetória da radiação pelo sistema, é essencial compreender como a intensidade da radiação é afetada à medida que atravessa os componentes do sistema, incluindo a fonte, o objeto em estudo e o colimador. A atenuação da radiação ao atravessar os componentes é simulada multiplicando o sinograma do componente gerado por `bkproj()`, pela função exponencial inversa. Isto leva em consideração a redução da intensidade da radiação devido à atenuação. Esses elementos atenuam a intensidade da radiação incidente, o que tem implicações diretas na medida obtida pelo detector.

Assim, os sinogramas de chegada e saída da radiação no cristal têm uma relevância crucial. O sinograma de chegada, denominado *sino_crys_arrive*, guarda a intensidade da radiação que efetivamente atinge o cristal. Este sinograma engloba as atenuações decorrentes das interações com a fonte, o objeto e o colimador, todos afetados pela absorção e dispersão da radiação. Em contrapartida, o sinograma de saída, referido como *sino_crys_leave*, representa a radiação restante após sua passagem pelo objeto e pelo colimador. Em última análise, o sinograma de detecção, denominado *sino_crys_detect*, emerge como a diferença entre os sinogramas de chegada e saída. Este sinograma retrata a radiação que é efetivamente detetada pelo cristal, revelando como a presença do objeto e os efeitos do colimador influenciam a atenuação da radiação medida.

A consideração minuciosa da atenuação da fonte, do objeto e do colimador é de suma importância neste contexto. A radiação emitida pela fonte sofre uma atenuação significativa à medida que atravessa o objeto e o colimador, resultando numa intensidade detetada substancialmente menor. A subestimação desses efeitos de atenuação poderia levar a interpretações equivocadas dos sinais detetados e, conseqüentemente, a diagnósticos ou avaliações incorretas. A etapa de multiplicação dos sinogramas da fonte, do objeto e do colimador atenuados, como implementado nas linhas de código relacionadas a *sino_crys_arrive*, *sino_crys_leave* e *sino_crys_detect*, é uma representação matemática dessa interação complexa. A multiplicação combina os efeitos individuais de atenuação desses componentes, gerando um sinograma que reflete os ajustes necessários para corrigir a atenuação. A subsequente obtenção do sinograma de detecção por meio da diferença entre os sinogramas de chegada e saída fornece uma medida quantitativa aproximada da atenuação resultante da presença do objeto e do colimador.

Posteriormente, esses passos são repetidos, mas considerando que não há objeto presente, resultando na variável *sino_crys_detect_noobject*.

A seguir, é criada a variável *w*, que armazena as coordenadas (linhas e colunas) onde os valores no sinograma de detecção sem o objeto, (*sino_crys_detect_noobject*), não são iguais a zero. Isto é necessário, pois em locais onde os valores são zero, calcular a razão entre os sinogramas não teria sentido. Posteriormente, uma cópia do sinograma de detecção é gerada para permitir manipulações sem afetar os valores originais do sinograma, preservando a integridade dos dados. Nessa cópia, todos os valores do sinograma são inicializados a 1, correspondendo

à situação de não haver atenuação. Por fim, é realizada a divisão entre os valores do sinograma com o objeto (*sino_crys_detect*) e os valores correspondentes do sinograma sem o objeto (*sino_crys_detect_noobject*). Isto ocorre somente nas posições em que o sinograma sem o objeto não possui valores iguais a zero. Dessa forma, é possível determinar a proporção exata da radiação detetada, considerando a influência do objeto no sistema.

A função *jps_bkproj* pode agora ser aplicada para reconstruir as imagens a partir dos sinogramas de detecção (*sino_crys_detect*, *sino_crys_detect_noobject*), gerando duas imagens: uma correspondente ao sinograma de detecção com o objeto (*img_crys_detect*) e outra para o sinograma de detecção sem o objeto (*img_crys_detect_noobject*).

A imagem de atenuação do objeto (*img_obj_atten*) é calculada pela divisão entre as imagens reconstruídas dos sinogramas de detecção com e sem o objeto. Isto fornece uma representação das alterações na atenuação do objeto. No entanto, alguns valores podem se tornar "NaN" devido a divisões por zero ou operações inválidas. Para tratar isso, substituímos esses valores "NaN" por zeros, garantindo a integridade dos dados.

As imagens *img_obj_atten_in_obj* e *img_obj_atten_in_crys* são geradas multiplicando a imagem de atenuação do objeto pelas correspondentes ao objeto e ao cristal. Isto permite visualizar a distribuição de atenuação do objeto dentro das regiões do objeto e do cristal, separadamente.

As contagens de radiação no cristal são calculadas multiplicando as imagens reconstruídas dos sinogramas de detecção com e sem o objeto pelas máscaras do cristal. Isto isola a radiação que interage com o cristal.

Além disso, são calculadas as projeções médias das contagens de radiação no cristal, tanto com o objeto quanto sem o objeto. O vetor *proj* armazena as médias das contagens de radiação para cada ângulo de projeção. A partir dessas projeções, é calculado o fator de atenuação da projeção (*proj_atten*) pela divisão entre as projeções com e sem o objeto. Por fim, o vetor *proj_ACF* armazena os fatores de correção da atenuação. Os resultados obtidos são armazenados em vetores que acumulam estas informações para cada ângulo de projeção. Dessa forma, aplicando a função *bkproj()*, é possível obter as projeções de detecção (*sinoallprojs_detected*), os fatores de atenuação (*sinoallprojs_AFs*), os fatores de correção de atenuação (*sinoallprojs_ACFs*) e os logaritmos dos fatores de correção de atenuação (*sinoallprojs_logACFs*).

O filtro gaussiano é aplicado nas imagens que representam as contagens detetadas no cristal (*counts_in_crystal1* e *counts_in_crystal_noobject1*). O filtro é implementado por meio da função *gaussian_filter* da biblioteca SciPy, que aplica um filtro gaussiano para suavizar a imagem. Ao aplicar o filtro gaussiano, os detalhes finos e ruídos presentes nas imagens são atenuados, resultando numa imagem mais suave e menos granulada. Isto pode ser vantajoso em certas situações, como na melhoria da qualidade visual da imagem ou na redução de artefatos de alta frequência decorrentes de ruído. No entanto, é importante notar que a aplicação de um filtro gaussiano

também pode levar à perda de detalhes importantes da imagem. Portanto, a decisão de aplicar o filtro deve ser ponderada de acordo com os objetivos específicos da análise e interpretação das imagens reconstruídas.

Com o intuito de alcançar o objetivo estabelecido neste projeto, o programa conclui sua execução obtendo as imagens paramétricas dos coeficientes de atenuação do objeto. Essa obtenção é realizada por meio da operação de subtração das imagens reconstruídas por retro-projeção filtrada a partir das informações armazenadas em (*sinoallprojs_logACFs*) correspondentes às duas energias consideradas.

Análise e Resultados

Ao longo desta simulação, foi possível obter vários tipos de imagens correspondentes a etapas que decorrem ao longo da aquisição de imagem através da SPECT. Esta primeira secção neste capítulo tem como principal objetivo analisar os resultados obtidos, não tendo por base nenhuma energia concreta, mas valores de teste que permitem uma melhor visualização dos resultados pretendidos. A segunda parte visa aplicar este raciocínio às imagens definidas com valores de algumas energia usadas em SPECT: 93keV, 140keV, 159keV. Adicionalmente, é utilizado uma fonte de 511keV, energia normalmente utilizada em PET.

Por fim, com o objetivo de obter as imagens de transmissão de coeficientes de atenuação com a dupla energia, será apresentado as subtrações das imagens para 93keV com 140keV, 140keV com 159keV, 140keV com 511keV.

4.1 Aquisições para a Energia Teste

Tendo em conta a metodologia considerada no capítulo anterior, obtivemos a imagem correspondente à fonte, objeto, colimador e cristal e respetivo sinograma de cada componente para posteriormente calcular o sinograma de atenuação. É de notar que a fonte tanto neste caso como na secção 4.2, manteve-se com a mesma consideração de 1000 fotões emitidos, e que cada ponto de um sinograma corresponde a uma linha no espaço da imagem.

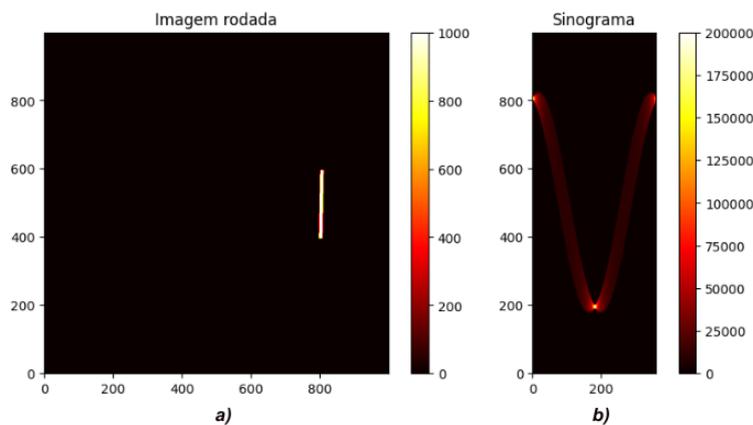


Figura 4.1: a) Imagem após rotação da fonte considerando 1000 fotões emitidos, e b) respetivo sinograma, obtido com a função `fwproj()`.

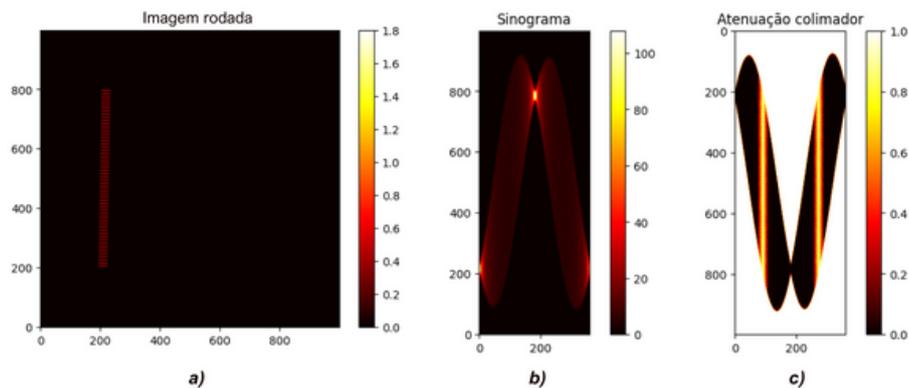


Figura 4.2: a) Imagem após rotação do colimador, b) respectivo sinograma, obtido com a função `fwproj()`, e c) sinograma de atenuação obtido com a equação 2.5.

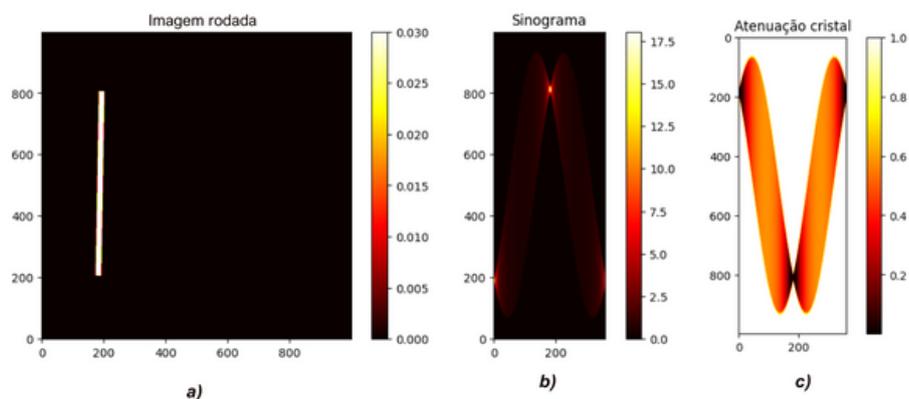


Figura 4.3: a) Imagem após rotação do cristal, b) respectivo sinograma, obtido com a função `fwproj()`, e c) sinograma de atenuação obtido com a equação 2.5.

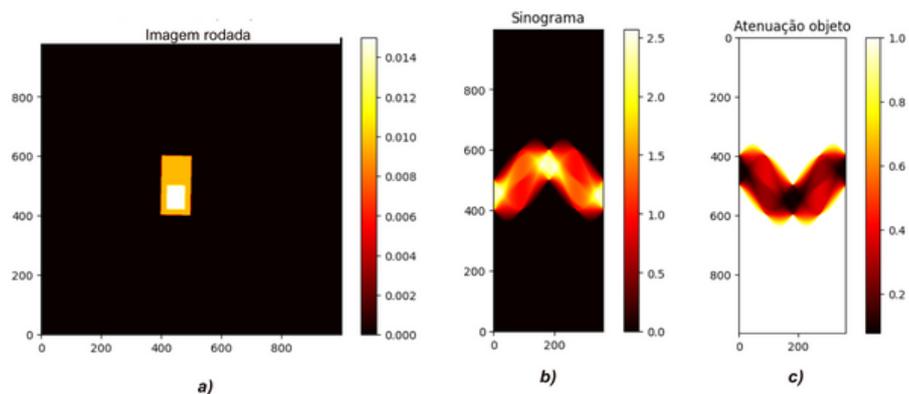


Figura 4.4: a) Imagem após rotação do objeto, b) respectivo sinograma, obtido com a função `fwproj()`, e c) sinograma de atenuação obtido com a equação 2.5.

Através dos sinogramas obtidos conseguimos estimar os fótons que conseguem chegar, deixar o cristal e que são detetados. "sino", no título das imagens 4.5 e 4.6 é uma abreviatura para sinograma.

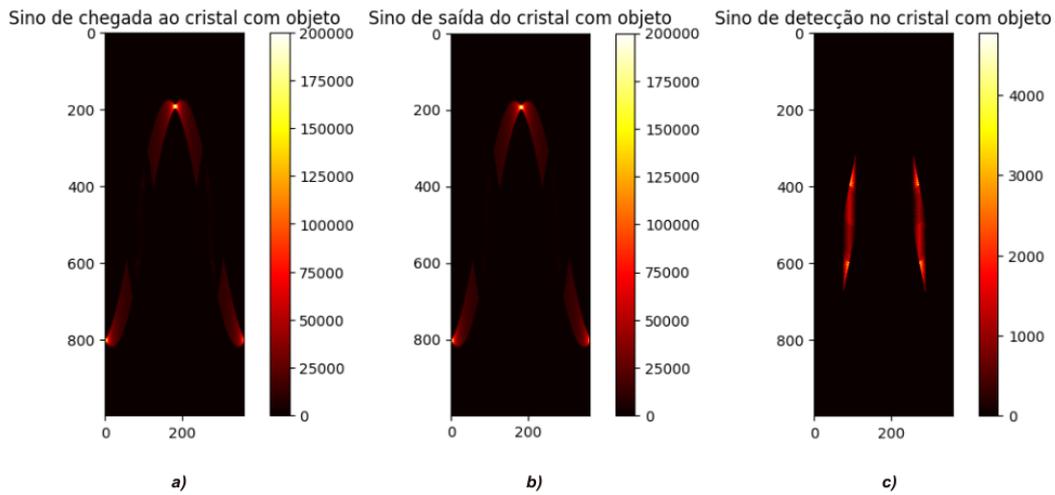


Figura 4.5: Imagens referentes aos fótons que conseguem: a) chegar ao cristal, b) deixar o cristal e c) são detetados em caso de presença de objeto.

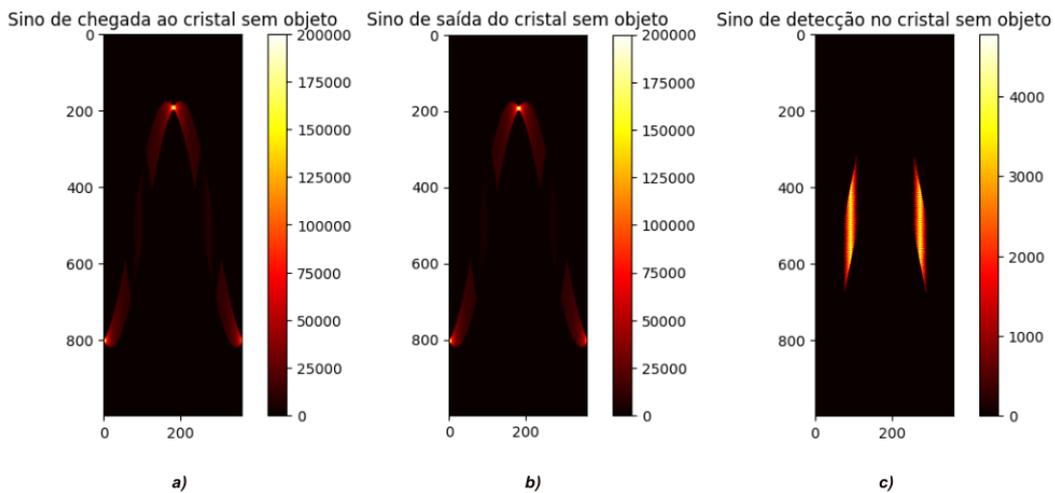


Figura 4.6: Imagens referentes aos fótons que conseguem: a) chegar ao cristal sem objeto, b) deixar o cristal sem objeto e c) são detetados sem objeto.

Ao obter estes resultados, testou-se para $order=0$ e $order=3$. Isto altera o tipo de interpolação da função rotação, no caso de $order=0$, estamos a considerar interpolação do tipo *nearest-neighbour*, caso $order=3$, estamos a considerar a interpolação cúbica. A interpolação do tipo *nearest-neighbour* é uma técnica simples e mais rápida. Atribui o valor do pixel mais próximo a um novo ponto, o que a torna computacionalmente eficiente, especialmente em situações em que o tempo de processamento é crítico. No entanto, surge a desvantagem da qualidade das imagens interpoladas com esta técnica tender a ser inferior, com bordas irregulares e uma aparência pixelizada. Além disso, a interpolação de *nearest-neighbour* pode introduzir artefatos indesejados, tornando-se menos adequada para aquisições significativas. Por outro lado, a interpolação cúbica, é conhecida por produzir imagens interpoladas de alta qualidade. Leva em consideração informações dos pixels vizinhos e realiza cálculos mais complexos para criar imagens mais suaves. Além disso, a interpolação cúbica minimiza a introdução de artefatos visuais, tornando as

imagens interpoladas mais realistas. No entanto, essa abordagem é computacionalmente mais intensiva, o que significa que pode ser mais lenta, especialmente ao lidar com imagens de alta resolução. Além disso, em alguns casos, pode exigir mais dados de entrada, o que pode ser um desafio se os dados disponíveis forem limitados. No entanto, ao ser testado, verificou-se que ao considerar-mos a interpolação cúbica havia valores negativos que surgiam no sinograma correspondente à atenuação do colimador, o que não era suposto. Ao considerar a interpolação de *nearest-neighbours*, os resultados tornaram-se visivelmente melhores. Como neste caso os valores dos pixels têm um significado físico, é provável que seja a melhor opção evitar a introdução de novos valores no pixels da imagem como na interpolação cúbica.

No decorrer deste projeto também foi preciso ter em atenção outras duas situações. Uma delas, o comprimento do objeto, pois, como lhe é associado uma rotação diferente da dos restantes componentes, no caso de ser muito grande, o objeto colide com os componentes, resultando em erros na imagem. A outra é a probabilidade de haver truncatura do objeto. Isto refere-se a que o objeto seja rodado fora do alcance da fonte e do cristal, devido à sua posição caso não seja centrado ou pelos componentes serem pouco extensos e não irradiar ou detetar o objeto na sua totalidade. Isto resultaria em zonas do objeto que não seriam detetadas. Assim, a posição de todos elementos, e a sua dimensão é um fator crucial para se obter uma simulação exequível.

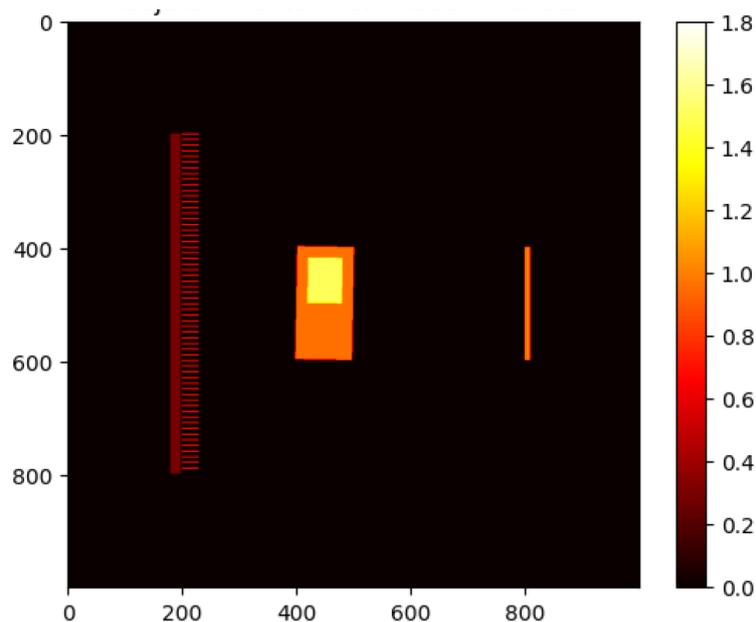


Figura 4.7: Representação do cristal, colimador, objeto e fonte, respetivamente. Os valores dos pixels correspondem a coeficientes de atenuação mas que foram multiplicados por diferentes fatores apenas para efeito de visualização.

Tendo em conta todas estas questões, conseguimos estabelecer uma imagem com todos os componentes, figura 4.7. É de notar que foi preciso multiplicar os valores dos componentes por valores maiores, de forma a garantir a sua visibilidade para esta imagem em que todos os componentes estão visíveis. Esta multiplicação é apenas feita para esta imagem, e não afetará os resultados posteriores.

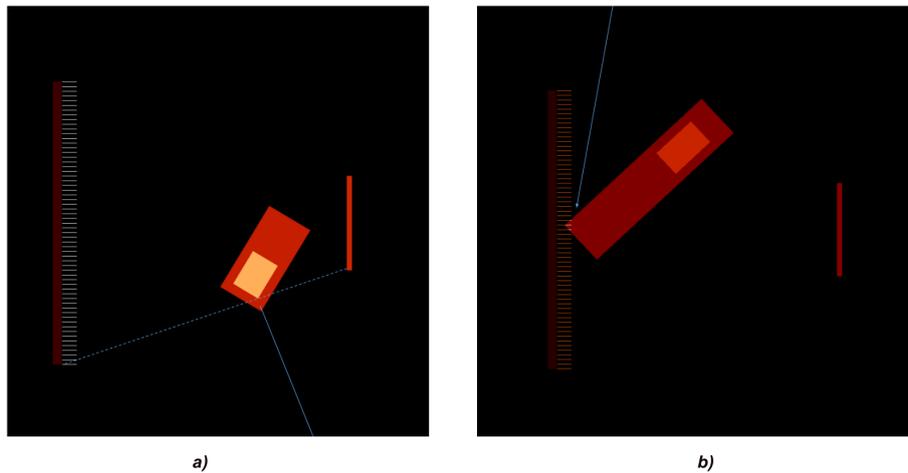


Figura 4.8: a) Exemplo do efeito de truncatura ; b) exemplo da influência do tamanho no objeto na rotação

Conseguimos distinguir a fonte, o objeto com duas zonas de atenuação distintas, onde a zona mais amarela representa a região mais atenuante e a parte laranja o material com o coeficiente de atenuação menos atenuante.

Para comparação, obtivemos a imagem correspondente à detecção no cristal para o caso da simulação pretendida, em que temos um objeto, e também para o caso de não haver objeto.

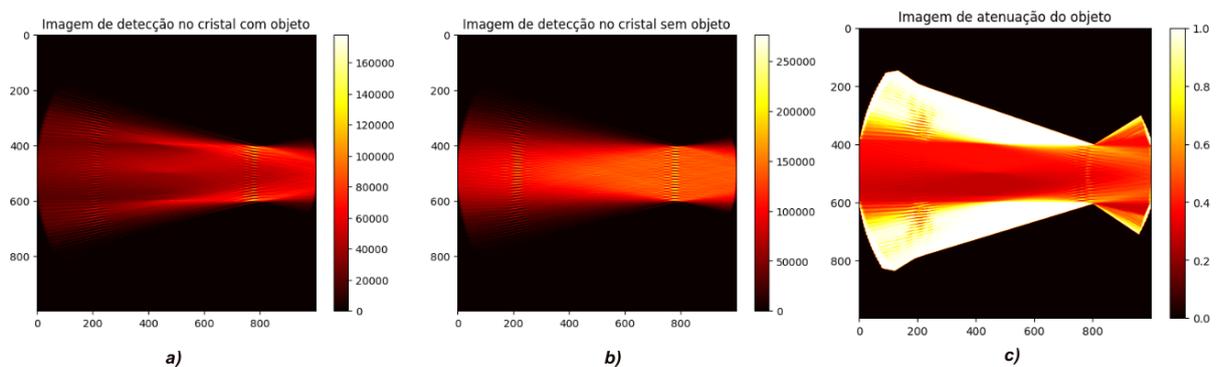


Figura 4.9: Imagens de retroprojeção simples do: a) sinograma de detecção do cristal com objeto, b) sem objeto e c) do objeto atenuado. As imagens mostram no caso onde existe objeto, há uma parte (mais escura) que sofre mais atenuação que outra, o que vai de encontro ao esperado, já que os coeficientes de atenuação são definidos em conformidade. Estas imagens não representam o número de fótons que existe em cada espaço, apenas permite ter uma ideia do trajeto e atenuação dos fótons que são detetados no cristal. Da mesma forma, o mesmo efeito verifica-se na imagem do cristal, onde na imagem correspondente à presença do objeto é notável a presença de uma zona mais atenuante.

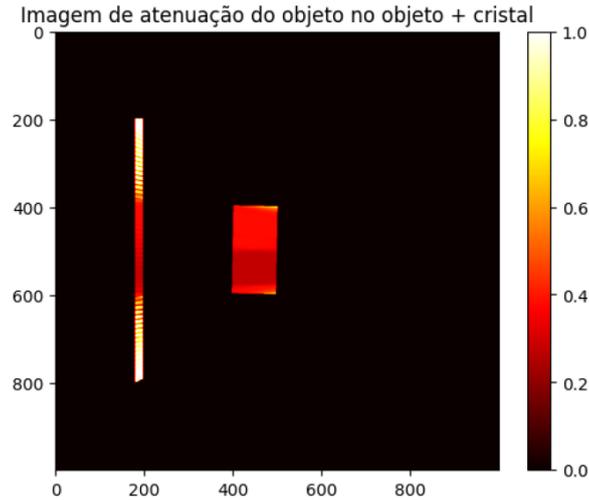


Figura 4.10: Representação do cristal com a atenuação do objeto e do próprio objeto atenuado.

Se visualizarmos a média, segundo a vertical, dos pixels desta imagem 4.11a) em comparação com a ausência de objeto 4.11b), podemos confirmar que sem o objeto, o número de fótons detetados é superior à média no caso de haver o objeto. Esta média é apenas uma estimativa, uma vez que é calculada em todas as linhas.

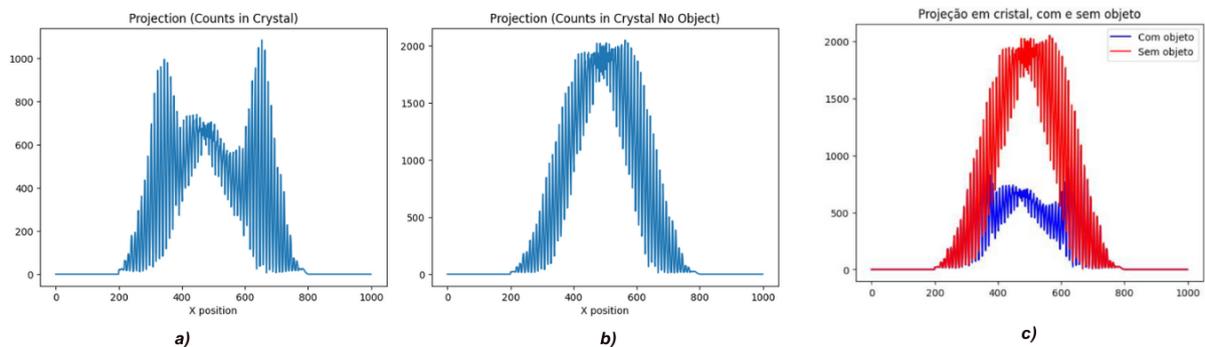


Figura 4.11: Projeção no cristal: a) com objeto, b) sem objeto e c) com as curvas sobrepostas. A linha azul representa a projeção no cristal com objeto, a linha vermelha representa o caso de ausência de objeto, na posição de 359° .

Ao realizar o rácio das duas curvas da figura 4.11c), é possível obter o fator de atenuação devido ao objeto, 4.12a). No caso de haver divisão por 0, o resultado dará igual a 1, o que significa que não há atenuação. Depois, é calculado o inverso da curva, 4.12b), resultando no fator que permite corrigir a atenuação e é a esta curva é aplicada um logaritmo natural, 4.12c), o que é necessário para a reconstrução da imagem dos coeficientes de atenuação, uma vez que por exemplo, considera os valores igual a zero fora do objeto.

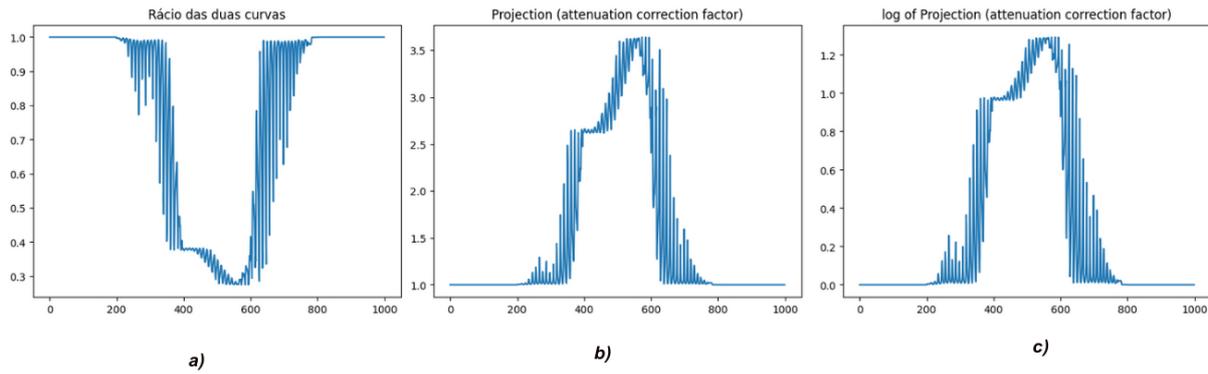


Figura 4.12: a) Rácio das duas curvas (com e sem objeto), b) inverso desse rácio e c) resultado da aplicação do logaritmo a essa imagem.

As várias projeções guardam-se em *sinoallprojs_detected*, uma para cada grau de rotação do objeto. Após a rotação total, será submetido a reconstrução. É possível verificar as zonas onde existe mais atenuação, correspondente à posição final pós rotação, do objeto.

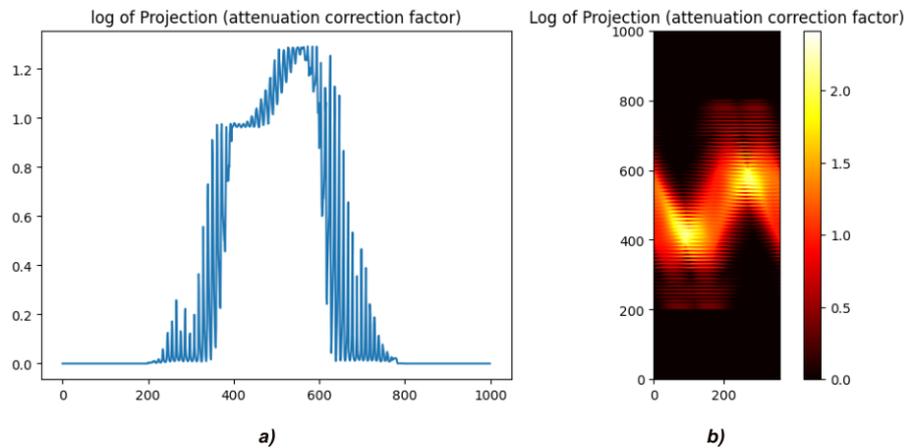


Figura 4.13: Exemplo de projeção com ruído: a) Logaritmo das projeções sem esborratamento e b) representa a sua consequência em *sinoallprojs_logACFs*.

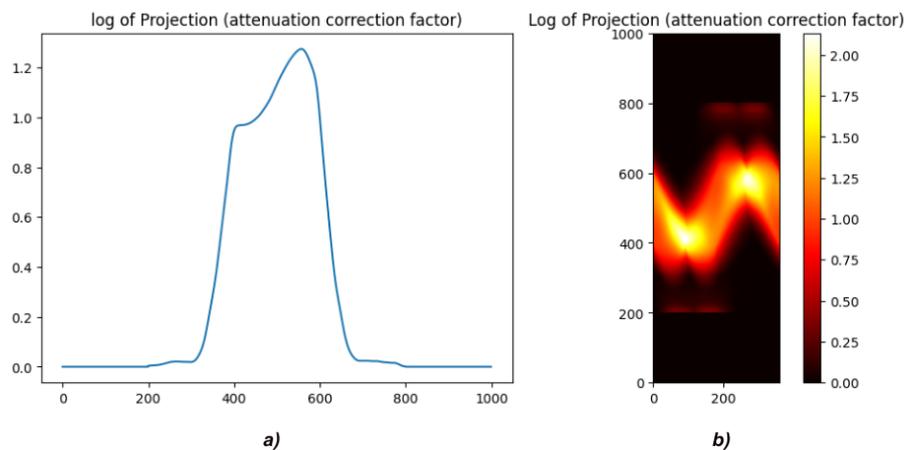


Figura 4.14: Exemplo de projeção sem ruído: a) Logaritmo das projeções com esborratamento e b) representa a sua consequência em *sinoallprojs_logACFs*.

Por fim da simulação, procedemos à retroprojeção simples do sinograma anterior. No caso em que é aplicado o parâmetro $fBlur$, é notório uma melhoria na qualidade de imagem final. Os artefactos circulares foram reduzidos devido à definição de $npixeis_blur$ que, quanto maior for, mais efeito de esborratamento aplica à imagem.

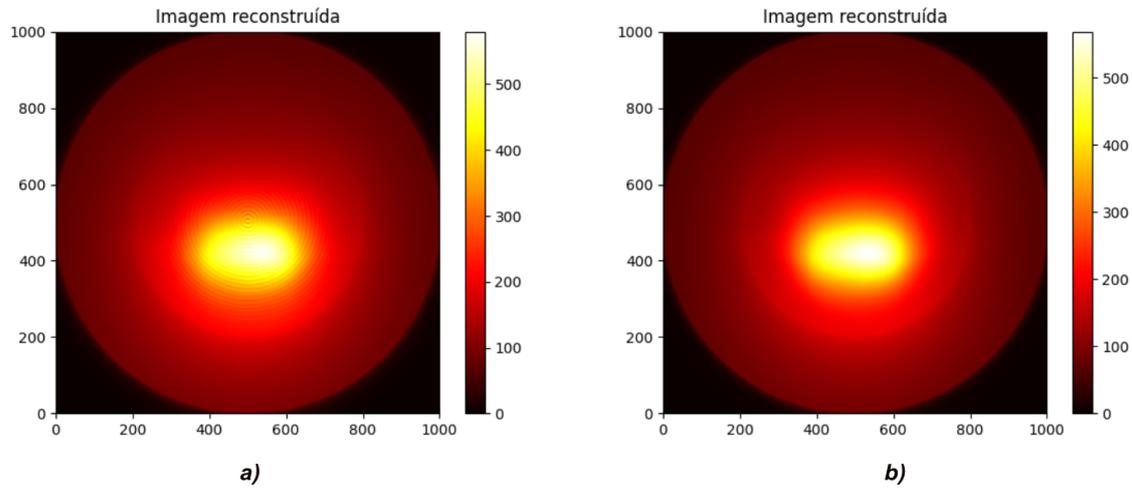


Figura 4.15: Resultado da projeção simples: a) sem esborratamento e b) com esborratamento de $npixeis_blur=7$.

Com a retroprojeção filtrada, observa-se uma diferença maior, onde é bem visível a zona mais atenuante, ou seja, que possui maior coeficiente de atenuação, bem como onde a zona onde o meio menos atenuante, a água, também foi definida.

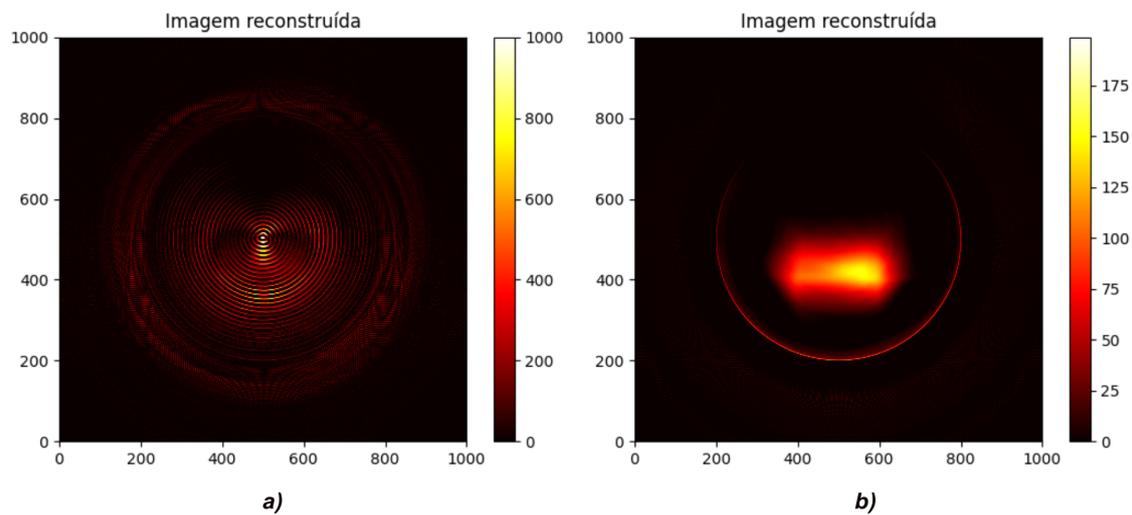


Figura 4.16: Resultado da projeção filtrada: a) sem esborratamento e b) com esborratamento de $npixeis_blur=7$.

Desta forma, comprova-se a importância de aplicação da retroprojeção filtrada e como esta melhora as imagens obtidas, mesmo tendo em conta que o sinograma final obtido possui muitas altas frequências que se tornam dominantes quando filtradas pelo filtro rampa (que amplifica as altas frequências).

4.2 Energias utilizadas em SPECT: 93keV, 140keV, 159keV

Nesta secção, são mostradas as imagens finais com principais alterações face às obtidas com a energia teste. Os resultados obtidos resultam da aplicação das mesmas etapas apresentadas anteriormente na secção 4.1 para a energia teste, mas aos valores correspondentes a cada energia referidos na tabela 3.1.

Atenuação no colimador de tungsténio

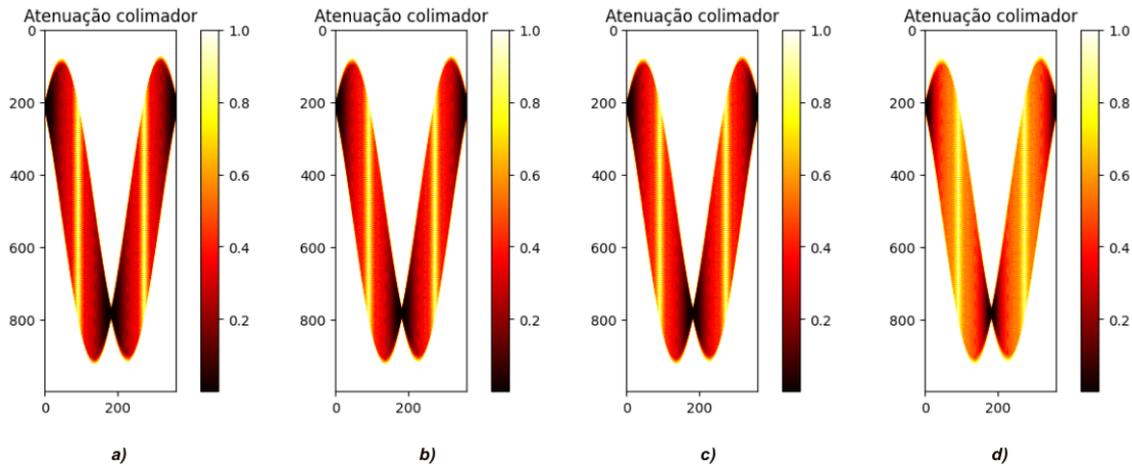


Figura 4.17: Atenuação no colimador de tungsténio para cada energia: a) para energia 93keV; b) para energia 140keV; c) para energia 159keV; d) para energia 511keV. Nota-se que à medida que a energia aumenta, há menos atenuação. Quando a atenuação é 1, significa que intensidade do feixe não foi alterada.

Atenuação no cristal de NaI(Tl)

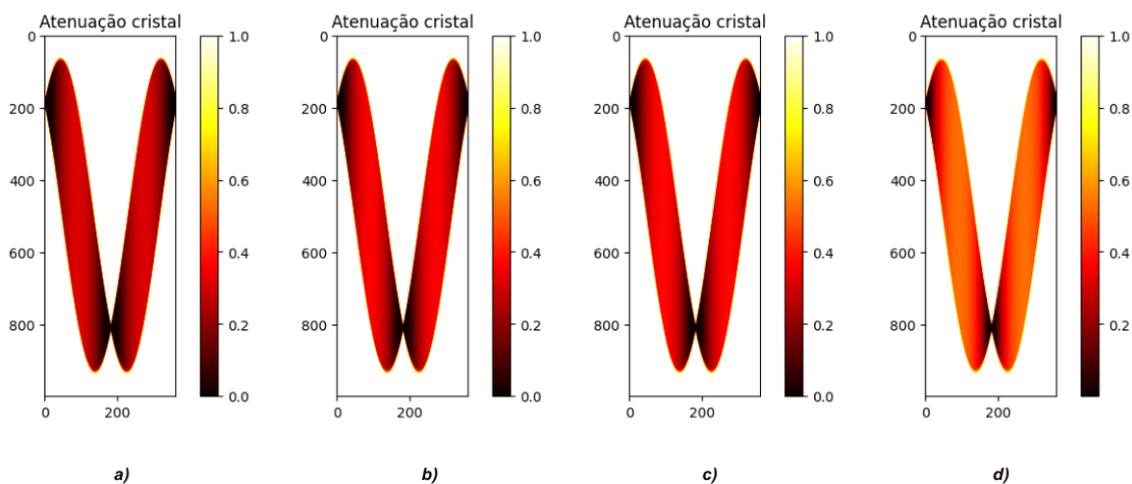


Figura 4.18: Atenuação no cristal de NaI(Tl) para cada energia: a) para energia 93keV; b) para energia 140keV; c) para energia 159keV; d) para energia 511keV. Nota-se que à medida que a energia aumenta, há menos atenuação. Quando a atenuação é 1, significa que intensidade do feixe não foi alterada.

Atenuação no objeto composto por água e chumbo

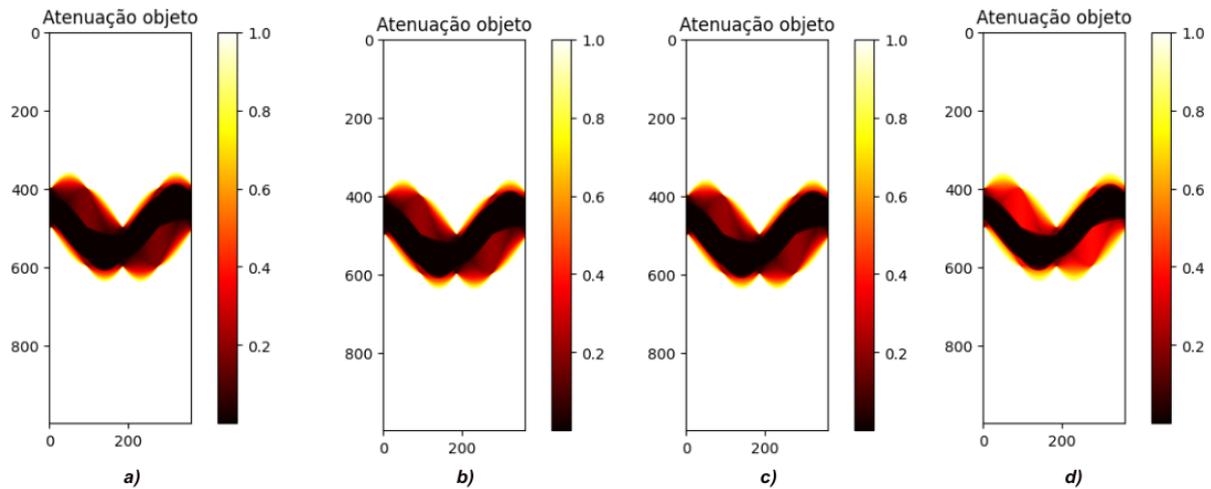


Figura 4.19: Atenuação no objeto composto por água e chumbo para cada energia: a) para energia 93keV; b) para energia 140keV; c) para energia 159keV; d) para energia 511keV. A zona mais escura mostra a possível localização do chumbo, e a zona mais avermelhada mostra a possível localização da água. Nota-se que à medida que a energia aumenta, há menos atenuação. Quando a atenuação é 1, significa que a intensidade do feixe não foi alterada.

Comparativamente ao cenário da energia teste, a consideração das substâncias água e chumbo como materiais de interesse na simulação permitiu uma análise mais detalhada das áreas de atenuação ao longo de um ciclo de rotação completo. Neste contexto, a região mais escura nas imagens obtidas indica com maior precisão a localização do chumbo, ressaltando assim as propriedades de atenuação desse material em relação à água. Isto reflete-se também no comportamento do cálculo das projeções e respectivos sinogramas. Os resultados obtidos para cada componente, mostram que quanto maior a energia, menor a atenuação. É de notar que a definição da fonte mantém-se constante ao longo de todas as simulações, com emissão de 1000 fótons.

A barra de intensidade de cores ajusta-se automaticamente às imagens, no entanto, como estas ainda estão sujeitas a ruídos de alta intensidade, e tendo em consideração o percurso de atenuação, consideramos o valor máximo de 400. Desta forma, consegue-se estabelecer comparações visuais entre as imagens geradas.

4.2.1 Retroprojeção obtida com 93keV, simulando o uso do radionuclídeo Gálio-67

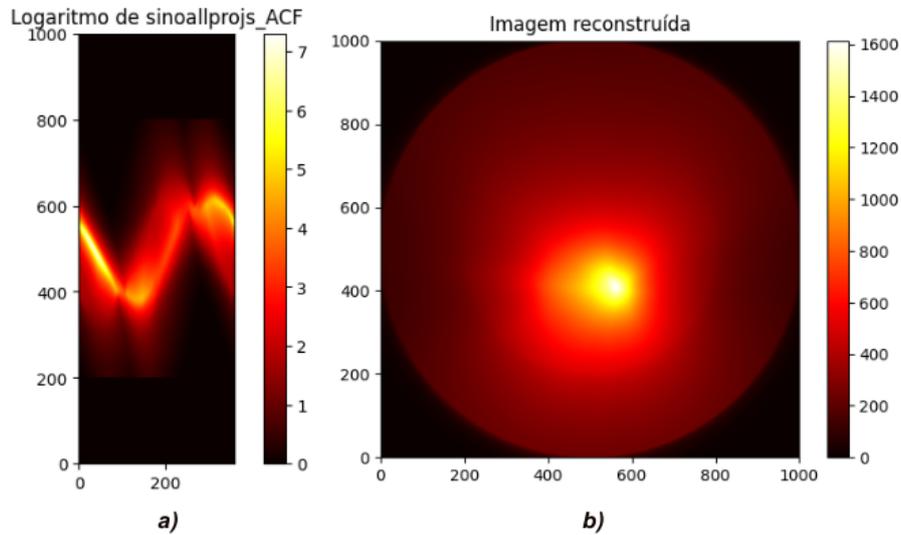


Figura 4.20: Retroprojeção simples com energia 93keV: a) Sinograma resultante do logaritmo aplicado às projeções após a rotação de 360° do objeto atenuado; b) Retroprojeção simples da figura 4.20a) através da função `bkproj()` com `ramp=0`.

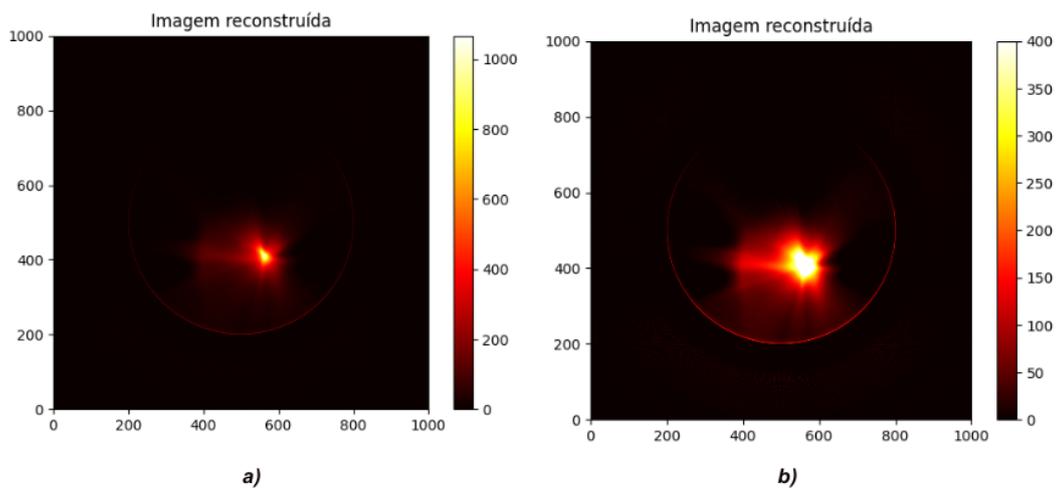


Figura 4.21: Retroprojeção filtrada com energia 93keV: a) Retroprojeção filtrada da figura 4.20a) através da função `bkproj()` com `ramp=1`; b) figura 4.21a) com escala ajustada a um valor máximo igual para todas as imagens (400).

4.2.2 Retroprojeção obtida com 140keV, simulando o uso do radionuclídeo Tecnécio-99m

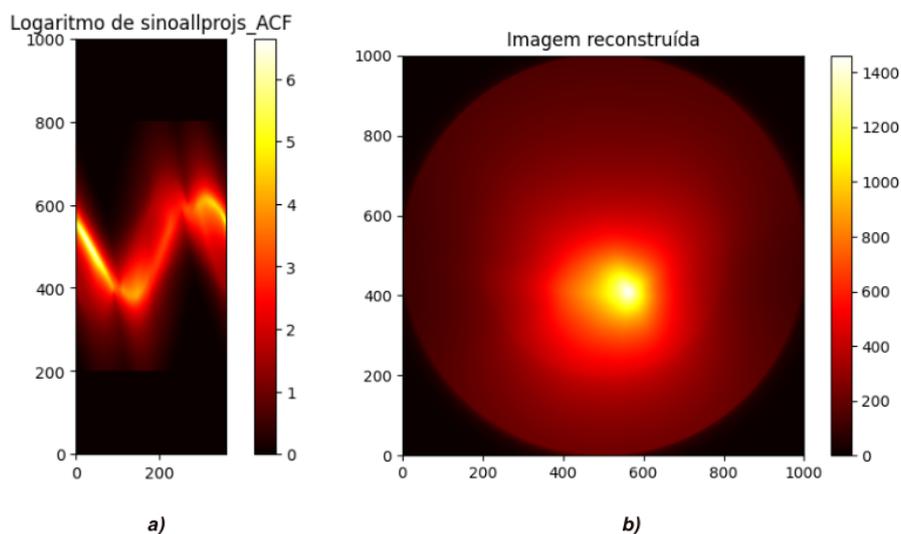


Figura 4.22: Retroprojeção simples com energia 140keV: a) Sinograma resultante do logaritmo aplicado às projeções após a rotação de 360° do objeto atenuado; b) Retroprojeção simples da figura 4.22a) através da função `bkproj()` com `ramp=0`.

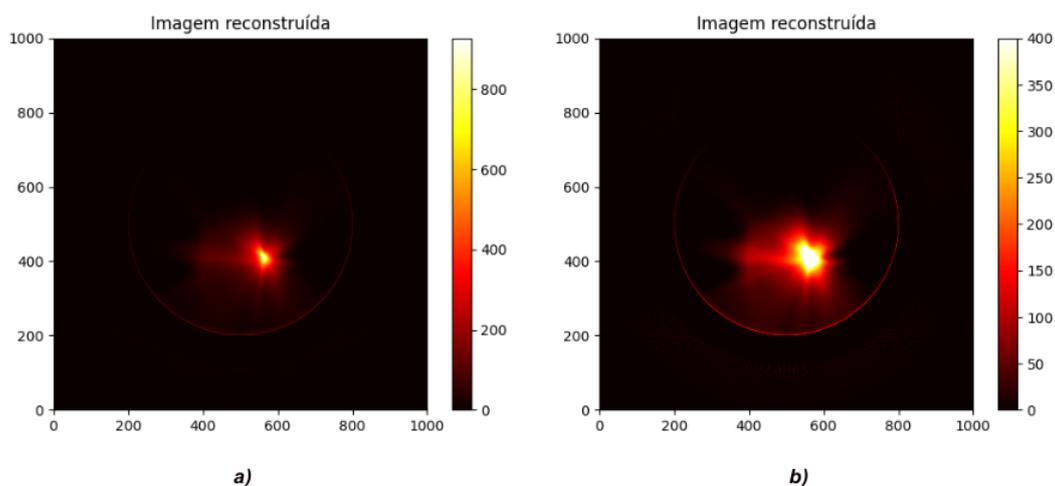


Figura 4.23: Retroprojeção filtrada com energia 140keV: a) Retroprojeção filtrada da figura 4.22a) através da função `bkproj()` com `ramp=1`; b) figura 4.23 a) com escala ajustada a um valor máximo igual para todas as imagens (400).

4.2.3 Retroprojeção obtida com 159keV, simulando o uso do radionuclídeo Iodo-123

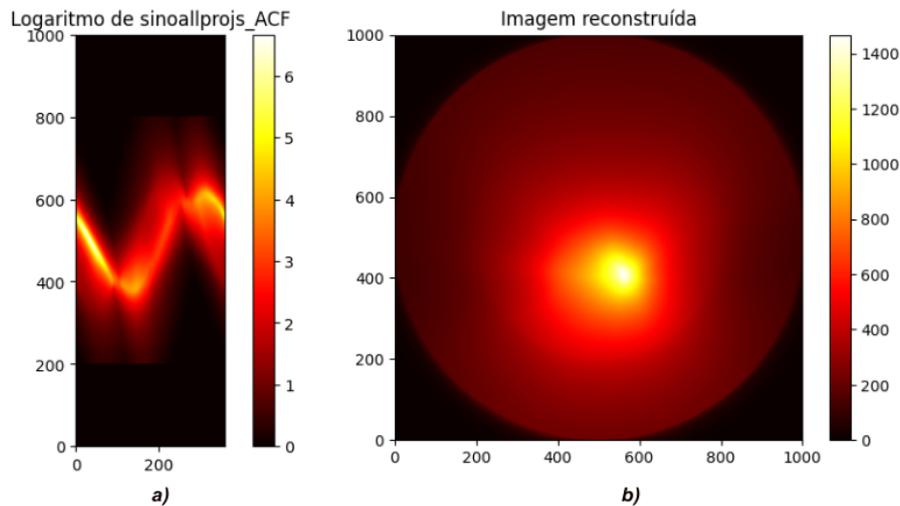


Figura 4.24: Retroprojeção simples com energia 159keV: a) Sinograma resultante do logaritmo aplicado às projeções após a rotação de 360° do objeto atenuado; b) Retroprojeção simples da figura 4.24 a) através da função `bkproj()` com $ramp=0$.

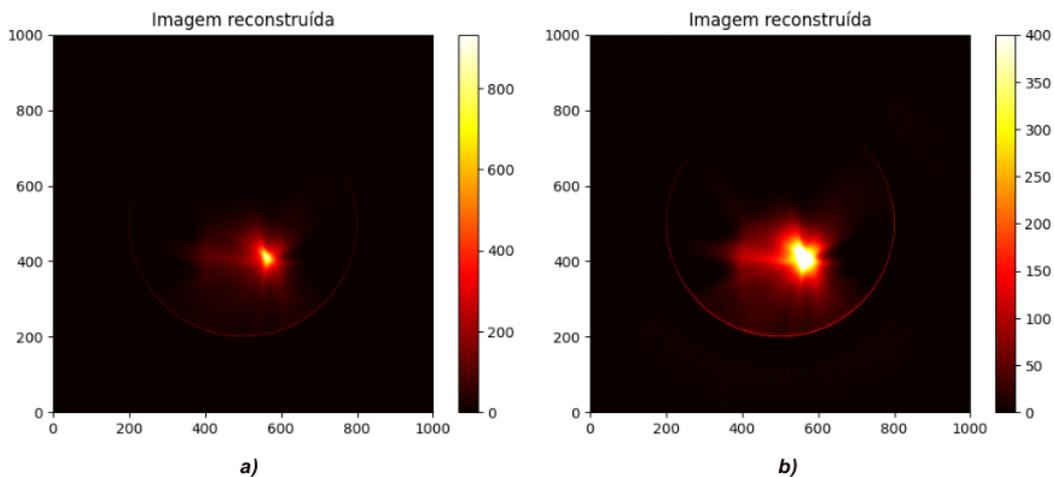


Figura 4.25: Retroprojeção filtrada com energia 159keV: a) Retroprojeção filtrada da figura 4.24a) através da função `bkproj()` com $ramp=1$; b) figura 4.25a) com escala ajustada a um valor máximo igual para todas as imagens (400).

4.2.4 Retroprojeção adicional obtida com energia de 511keV

Por fim, calculamos também as imagens para a energia de 511keV. Embora esta energia seja tipicamente utilizada em PET devido à aniquilação de pósitrons que a caracteriza, em alguns casos também pode ser interessante considerar o uso nesta simulação SPECT, dado ser relativamente comum a presença de fontes de emissores de pósitrons em serviços de medicina nuclear. Para além disso, considerar uma energia tão elevada pode ser útil na caracterização de amostras de materiais específicos.

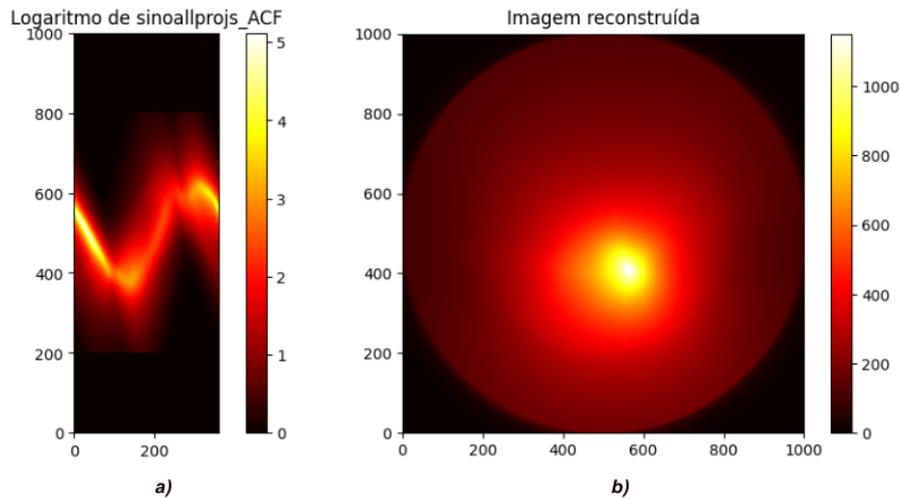


Figura 4.26: Retroprojeção simples com energia 511keV: a) Sinograma resultante do logaritmo aplicado às projeções após a rotação de 360° do objeto atenuado; b) Retroprojeção simples da figura 4.26a) através da função `bkproj()` com `ramp=0`.

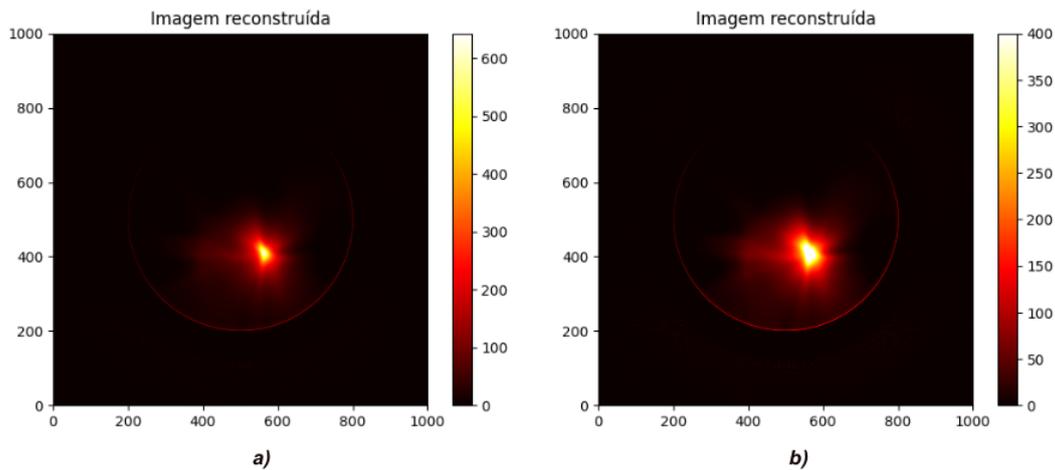


Figura 4.27: Retroprojeção filtrada com energia 511keV: a) Retroprojeção filtrada da figura 4.26a) através da função `bkproj()` com `ramp=1`; b) figura 4.27a) com escala ajustada a um valor máximo igual para todas as imagens (400).

Os resultados decorrentes do cálculo das projeções considerando a energia de 159keV demonstram notável semelhança com aqueles obtidos para a energia de 140keV, o que conduz a uma ausência de diferenças substanciais na reconstrução da imagem final. Esta proximidade entre os valores considerados para ambas as energias é caracterizada por uma diferença bastante reduzida, sendo, portanto, consonante com o comportamento previamente antecipado.

Assim, obtendo as imagens podemos realçar que quando a escala se ajusta automaticamente, o valor máximo é menor que nas outras imagens. Mas quando ajustamos a escala para os mesmos valores, podemos comparar os resultados visuais. A imagem resultante em 511keV é menos brilhante que em 140keV e 159keV.

4.3 Imagens Paramétricas

Assim que obtidas as imagens finais de retroprojeção filtrada, é possível criar as imagens paramétricas dos coeficientes de atenuação do objeto, fazendo a subtração destas imagens.

4.3.1 Imagem paramétrica dos coeficientes de atenuação para energias de 93keV e 140keV

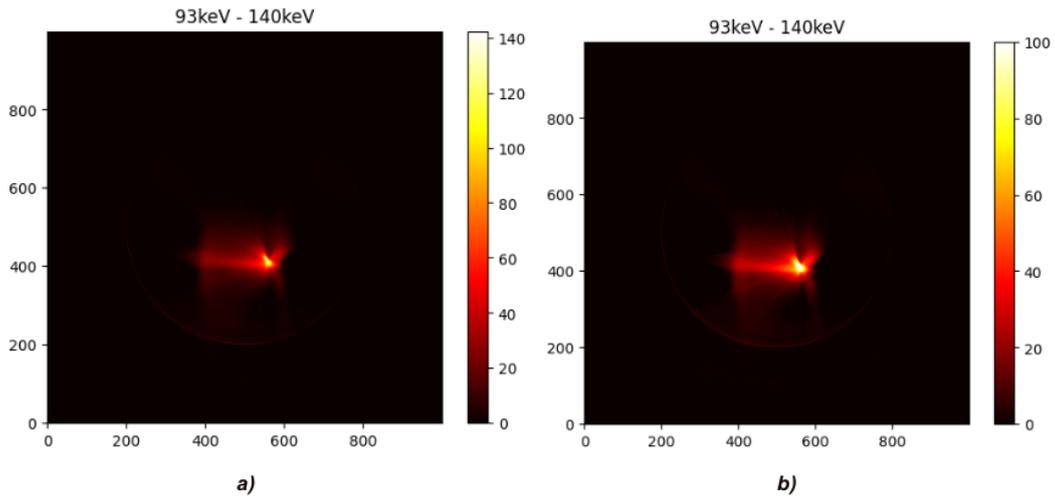


Figura 4.28: Imagem paramétrica correspondente à subtração de 93keV com 140keV: a) sem escala ajustada e b) com escala ajustada ao valor máximo de 100.

4.3.2 Imagem paramétrica dos coeficientes de atenuação para energias de 93keV e 159keV

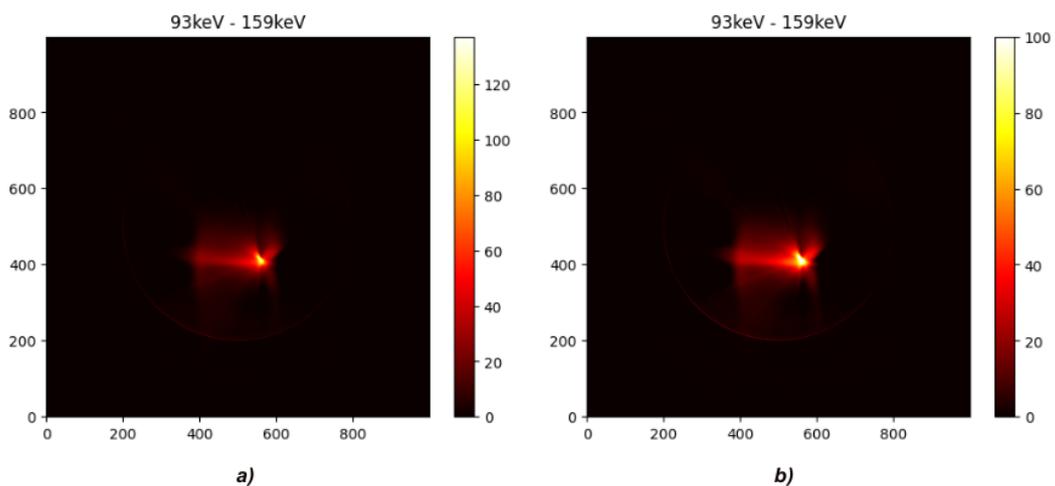


Figura 4.29: Imagem paramétrica correspondente à subtração de 93keV com 159keV: a) sem escala ajustada e b) com escala ajustada ao valor máximo de 100.

4.3.3 Imagem paramétrica dos coeficientes de atenuação para energias de 93keV e 511keV

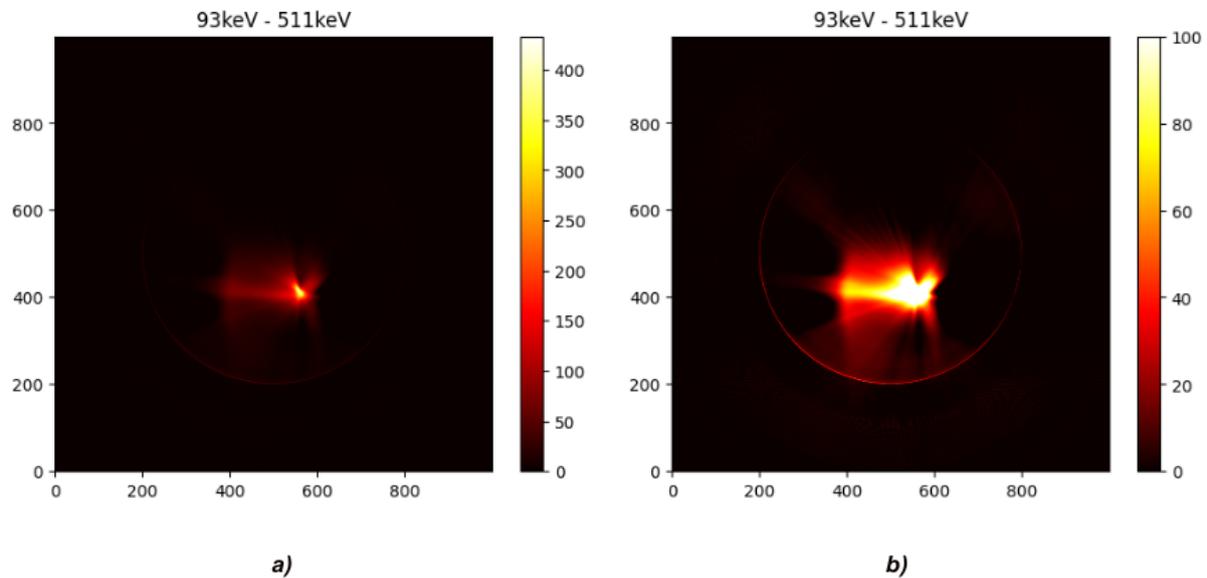


Figura 4.30: Imagem paramétrica correspondente à subtração de 93keV com 511keV: a) sem escala ajustada e b) com escala ajustada ao valor máximo de 100.

Comparando as imagens, observa-se que a imagem final resultante de 93keV por 511keV apresenta maiores valores, e quando comparadas à mesma escala de intensidade (intensidade máximo de 100), a imagem resultante desta subtração é muito mais visível que a imagem resultante da subtração das restantes. Isto deve-se à proximidade de energias e ao facto dos valores de atenuação variarem mais quão mais distante forem os picos de energia considerados. No entanto, comparados as imagens obtidas com as energias utilizadas em SPECT, figura 4.28 e figura 4.29, verifica-se que os resultados são semelhantes, dado a proximidade das energias consideradas. Como se pretendia, confirma-se a viabilidade de obtenção de imagens paramétricas dos coeficientes de atenuação dado que se mostra a possível localização do chumbo (zona mais clara) no objeto, e também a presença de água (zona mais avermelhada no objeto), permitindo diferenciar os dois componentes constituintes do objeto.

4.4 Limitações e Vantagens da Simulação

É relevante destacar a vantagem intrínseca desta simulação, caracterizada pela consideração de fontes monoenergéticas, em vez de espectros de energias das fontes de raios-X onde os fótons possuem várias energias, e em caso de energias próximas, pode ocorrer sobreposição desse espectro, que provoca ruído nas imagens. Também pela sua simplicidade em comparação com simulações mais complexas envolvendo técnicas como Monte Carlo e *Geant4*. Isto ofereceu a flexibilidade de explorar diversos cenários e ajustar diferentes conjuntos de parâmetros. Ainda, o facto de utilizarmos a transformada de Radon, faz com que sejam calculados os integrais de linha para todas as linhas retas que se possam definir na imagem, permitindo avaliar a atenuação

dos diferentes materiais para todas as direções dos fótons emitidos pela fonte. O método funcionaria do mesmo modo para objetos arbitrariamente complicados sendo apenas uma questão de os definir previamente. O tempo de processamento seria semelhante, não dependendo da complexidade dos objetos. No entanto, deve-se ressaltar que essa abordagem possui limitações, uma vez que não alcança a precisão de simulações mais sofisticadas e serve principalmente como uma ferramenta que permite ter uma ideia do que seria observável. Há ainda vários detalhes que podem ser melhorados para otimizar o desempenho desta simulação. Isso inclui a consideração de modelos mais realistas para objetos e componentes da *gantry*, como o tipo de detetor, bem como a exploração de objetos compostos com coeficientes de atenuação mais variados. Ainda nas desvantagens, é importante realçar que não é considerado as mudanças de direção dos fótons que os fótons *scattered* provocariam, devido à sua complexidade em simulá-lo e a Transformação de Radon possivelmente já não ajudaria. Outro fator que também pode ter impacto nas conclusões tiradas é os efeitos do *blurring* aplicado para modelizar a incerteza no cristal pode não ser a melhor solução, como os pixels têm valor físico, qualquer manipulação deles pode influenciar as conclusões tiradas.

Conclusão

Com base nos resultados obtidos, foi possível realizar uma comparação abrangente das imagens simuladas em todos os cenários, bem como reconhecer o papel crucial desempenhado pela técnica de retroprojeção filtrada na melhoria da qualidade das imagens. Apesar dos desafios enfrentados durante este projeto científico, acreditamos que esta pesquisa contém um considerável potencial de investigação e melhoria, particularmente quando se considera a utilização de equipamentos adequados e a aquisição de imagens de fantasmas com coeficientes de atenuação também próximos entre si. Esta abordagem permitirá uma avaliação mais precisa do impacto da dupla energia na discriminação de materiais.

Tendo em conta todas as limitações desta simulação, é de realçar que a maior será a falta de precisão e a não consideração de *scatter*, o que faz com que os resultados obtidos apenas permitam avaliar se há viabilidade e ter uma ideia do que poderia ser o resultado. No entanto, para além da facilidade com que se podem simular diferentes tipos de objetos compostos por diferentes materiais e coeficientes de atenuação, das maiores vantagens também é a consideração de fontes monoenergéticas, onde todos os fótons têm a mesma energia e são absorvidos com igual probabilidade, ao contrário do que acontece quando são considerados espectros de energia, compostos por fótons com diferentes energias.

Em relação à análise da atenuação da radiação, conclui-se que com a imagem de dupla energia para energias normalmente utilizadas em SPECT (93keV-140keV, figura 4.28 e 93keV-159keV, figura 4.29) há de facto viabilidade e possivelmente poderá melhorar os resultados.

A inclusão de uma energia de teste, na qual valores de aquisição de imagem não realistas foram utilizados, foi particularmente significativa pois permitiu a exploração de cenários alternativos e a avaliação do potencial da simulação, servindo como uma base de comparação ao longo de todo o projeto. Assim como a consideração do valor de 511keV que apesar da característica resultante das aniquilações dos pósitrons de energia não se adequar ao tipo de deteção em SPECT, a aplicação desta fonte de PET seria fácil, mas a câmara gama deteta apenas fótons individuais. O esperado era que o coeficiente de atenuação tendesse a diminuir com a energia, mas por vezes há aumentos bruscos [64].

De acordo com a lei de Beer-Lambert, a intensidade diminui com a espessura do material e com o coeficiente de atenuação. O coeficiente de atenuação depende da energia, de tal forma

que em geral diminui com a energia. Portanto, a intensidade que emerge do material fica maior se houver menos atenuação, o que acontece no caso do chumbo. Perante os nossos cálculos, o coeficiente do chumbo diminui conforme se foi aumentando a energia de 93keV para 140keV, para 159keV e para 511keV. Posto isto, esperar-se-ia ter maior atenuação com 93keV do que com 511keV. Na prática, podemos observar que as imagens reconstruídas para energias mais baixas resultam em imagens com menos fótons detetados, devido à maior atenuação, o que vai de encontro com o esperado.

Referências

- [1] R. F. Mould, “The early history of x-ray diagnosis with emphasis on the contributions of physics 1895-1915,” *Physics in Medicine & Biology*, vol. 40, no. 11, p. 1741, 1995.
- [2] E. Saloman, J. Hubbell, and J. Scofield, “X-ray attenuation cross sections for energies 100 eV to 100 keV and elements $Z=1$ to $Z=92$,” *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, vol. 38, no. 1, pp. 1–196, 1988.
- [3] R. Jennings, R. Eastgate, M. Siedband, and D. Ergun, “Optimal x-ray spectra for screen-film mammography,” *Medical Physics*, vol. 8, no. 5, pp. 629–639, 1981.
- [4] C. Martin, “The importance of radiation quality for optimisation in radiology,” *Biomedical imaging and intervention journal*, vol. 3, no. 2, 2007.
- [5] M. Hoheisel, P. Bernhardt, R. Lawaczeck, and H. Pietsch, “Comparison of polychromatic and monochromatic x-rays for imaging,” in *Medical Imaging 2006: Physics of Medical Imaging*, vol. 6142, pp. 71–78, SPIE, 2006.
- [6] M. Hoheisel, R. Lawaczeck, H. Pietsch, and V. Arkadiev, “Advantages of monochromatic x-rays for imaging,” in *Medical Imaging 2005: Physics of Medical Imaging*, vol. 5745, pp. 1087–1095, SPIE, 2005.
- [7] J. F. Barrett and N. Keat, “Artifacts in CT: recognition and avoidance,” *Radiographics*, vol. 24, no. 6, pp. 1679–1691, 2004.
- [8] B. D. Arhatari, T. E. Gureyev, and B. Abbey, “Elemental contrast x-ray tomography using Ross filter pairs with a polychromatic laboratory source,” *Scientific Reports*, vol. 7, no. 1, p. 218, 2017.
- [9] V. S. Yokhana, B. D. Arhatari, and B. Abbey, “Materials separation via the matrix method employing energy-discriminating x-ray detection,” *Applied Sciences*, vol. 12, no. 6, p. 3198, 2022.
- [10] A. Agostini, A. Borgheresi, A. Mari, C. Floridi, F. Bruno, M. Carotti, N. Schicchi, A. Barile, S. Maggi, and A. Giovagnoni, “Dual-energy CT: theoretical principles and clinical applications,” *La radiologia medica*, vol. 124, pp. 1281–1295, 2019.

- [11] R. Ghasemi Shayan, M. Oladghaffari, F. Sajjadian, and M. Fazel Ghaziyani, “Image quality and dose comparison of single-energy ct (sect) and dual-energy ct (dect),” *Radiology Research and Practice*, vol. 2020, 2020.
- [12] H. Tashima and T. Yamaya, “Compton imaging for medical applications,” *Radiological Physics and Technology*, vol. 15, no. 3, pp. 187–205, 2022.
- [13] C. L. Cowan, “The absorption of gamma-radiation,” *Physical Review*, vol. 74, no. 12, p. 1841, 1948.
- [14] I. Buvat, I. Castiglioni, *et al.*, “Monte carlo simulations in spet and pet,” *QJ Nucl Med*, vol. 46, no. 1, pp. 48–61, 2002.
- [15] “Electromagnetic Radiation - an overview — ScienceDirect Topics — sciencedirect.com.” <https://www.sciencedirect.com/topics/chemistry/electromagnetic-radiation>. [Accessed 12-06-2023].
- [16] J. Mott and J. Daniel, “Interactions of electromagnetic radiation and subatomic particles with matter—part 1,” *Clinical Oncology*, vol. 33, no. 7, pp. 451–454, 2021.
- [17] I. Pérez-Juste and O. Nieto Faza, “Interaction of radiation with matter,” *Structure Elucidation in Organic Chemistry: The Search for the Right Tools*, pp. 1–26, 2015.
- [18] I. W. G. on the Evaluation of Carcinogenic Risks to Humans *et al.*, “Non-ionizing radiation, part 2: Radiofrequency electromagnetic fields,” *IARC monographs on the evaluation of carcinogenic risks to humans*, vol. 102, no. PT 2, p. 1, 2013.
- [19] S. Gupta, R. S. Sharma, and R. Singh, “Non-ionizing radiation as possible carcinogen,” *International Journal of Environmental Health Research*, vol. 32, no. 4, pp. 916–940, 2022.
- [20] K. Weeks, V. Litvinenko, and J. Madey, “The compton backscattering process and radiotherapy,” *Medical physics*, vol. 24, no. 3, pp. 417–423, 1997.
- [21] A. Maier, S. Steidl, V. Christlein, and J. Hornegger, “Medical imaging systems: An introductory guide,” 2018.
- [22] M. A. Haidekker and M. A. Haidekker, “X-ray projection imaging,” *Medical imaging technology*, pp. 13–35, 2013.
- [23] A. A. I. Dawod, “Quality control tests for conventional mammography,” 2014.
- [24] K.-L. D. Gottfried, G. Penn, *et al.*, “Radiation in medicine: a need for regulatory reform,” 1996.
- [25] U. Themes, “X-ray Production, Tubes, and Generators — radiologykey.com.” <https://radiologykey.com/x-ray-production-tubes-and-generators/>. [Accessed 23-06-2023].
- [26] J. Mott and J. Daniel, “Interactions of electromagnetic radiation and subatomic particles with matter—part 2,” *Clinical Oncology*, vol. 33, no. 7, pp. 455–460, 2021.

- [27] J. Yano and V. K. Yachandra, “X-ray absorption spectroscopy,” *Photosynthesis research*, vol. 102, pp. 241–254, 2009.
- [28] N. R. Council *et al.*, “Mathematics and physics of emerging biomedical imaging,” 1996.
- [29] J. Hsieh and T. Flohr, “Computed tomography recent history and future perspectives,” *Journal of Medical Imaging*, vol. 8, no. 5, pp. 052109–052109, 2021.
- [30] J. S. Fernandes, C. R. Appoloni, and C. P. Fernandes, “Determinação de parâmetros microestruturais e reconstrução de imagens 3-d de rochas reservatório por microtomografia de raios x,” *RECEN-Revista Ciências Exatas e Naturais*, vol. 11, no. 1, pp. 35–47, 2009.
- [31] R. R. Gharieb, “X-rays and computed tomography scan imaging: Instrumentation and medical applications,” *Computed-Tomography (CT) Scan*, p. 1, 2022.
- [32] G. Zhang, N. Marshall, R. Jacobs, Q. Liu, and H. Bosmans, “Bowtie filtration for dedicated cone beam ct of the head and neck: a simulation study,” *The British journal of radiology*, vol. 86, no. 1028, p. 20130002, 2013.
- [33] A. C. Kak and M. Slaney, *Principles of computerized tomographic imaging*. SIAM, 2001.
- [34] F. Natterer, *The mathematics of computerized tomography*. SIAM, 2001.
- [35] M. A. Haidekker, “Medical imaging technology,” 2013.
- [36] B. D. Arhatari, *High resolution phase contrast x-ray radiography*. University of Melbourne, School of Physics, 2006.
- [37] T. Özge Onur, “An application of filtered back projection method for computed tomography images,” *International Review of Applied Sciences and Engineering*, vol. 12, no. 2, pp. 194–200, 2021.
- [38] P. Grangeat, *Tomography*. John Wiley & Sons, 2013.
- [39] M. A. Haidekker, “Medical imaging technology,” 2013.
- [40] K. Shimomura, F. Araki, Y. Kono, Y. Asai, T. Murakami, T. Hyodo, M. Okumura, K. Matsumoto, H. Monzen, and Y. Nishimura, “Identification of elemental weight fraction and mass density of humanoid tissue-equivalent materials using dual energy computed tomography,” *Physica Medica*, vol. 39, pp. 59–66, 2017.
- [41] R. Forghani, B. De Man, and R. Gupta, “Dual-energy computed tomography: physical principles, approaches to scanning, usage, and implementation: part 1,” *Neuroimaging Clinics*, vol. 27, no. 3, pp. 371–384, 2017.
- [42] A. P. Borges, C. Antunes, and L. Curvo-Semedo, “Pros and cons of dual-energy ct systems: “one does not fit all”,” *Tomography*, vol. 9, no. 1, pp. 195–216, 2023.

- [43] R. Forghani, B. De Man, and R. Gupta, “Dual-energy computed tomography: physical principles, approaches to scanning, usage, and implementation: part 2,” *Neuroimaging Clinics*, vol. 27, no. 3, pp. 385–400, 2017.
- [44] A. So and S. Nicolaou, “Spectral computed tomography: fundamental principles and recent developments,” *Korean Journal of Radiology*, vol. 22, no. 1, p. 86, 2021.
- [45] F. Tatsugami, T. Higaki, Y. Nakamura, Y. Honda, and K. Awai, “Dual-energy ct: minimal essentials for radiologists,” *Japanese Journal of Radiology*, vol. 40, no. 6, pp. 547–559, 2022.
- [46] B. J. Heismann, B. T. Schmidt, and T. G. Flohr, “Spectral computed tomography,” 2012.
- [47] C. H. McCollough, S. Leng, L. Yu, and J. G. Fletcher, “Dual-and multi-energy ct: principles, technical approaches, and clinical applications,” *Radiology*, vol. 276, no. 3, pp. 637–653, 2015.
- [48] A. Agostini, A. Borgheresi, A. Mari, C. Floridi, F. Bruno, M. Carotti, N. Schicchi, A. Barile, S. Maggi, and A. Giovagnoni, “Dual-energy ct: theoretical principles and clinical applications,” *La radiologia medica*, vol. 124, pp. 1281–1295, 2019.
- [49] S. Dell’Aversana, R. Ascione, M. De Giorgi, D. R. De Lucia, R. Cuocolo, M. Boccalatte, G. Sibilio, G. Napolitano, G. Muscogiuri, S. Sironi, *et al.*, “Dual-energy ct of the heart: A review,” *Journal of Imaging*, vol. 8, no. 9, p. 236, 2022.
- [50] L. S. Alizadeh, T. J. Vogl, S. S. Waldeck, D. Overhoff, T. D’Angelo, S. S. Martin, I. Yel, L. D. Gruenewald, V. Koch, F. Fulisch, *et al.*, “Dual-energy ct in cardiothoracic imaging: Current developments,” *Diagnostics*, vol. 13, no. 12, p. 2116, 2023.
- [51] R. J. Jaszczak, R. E. Coleman, and C. B. Lim, “Spect: Single photon emission computed tomography,” *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 27, no. 3, pp. 1137–1153, 1980.
- [52] P. J. Slomka, T. Pan, D. S. Berman, and G. Germano, “Advances in spect and pet hardware,” *Progress in Cardiovascular Diseases*, vol. 57, no. 6, pp. 566–578, 2015.
- [53] F.-M. Lu and Z. Yuan, “Pet/spect molecular imaging in clinical neuroscience: recent advances in the investigation of cns diseases,” *Quantitative imaging in medicine and surgery*, vol. 5, no. 3, p. 433, 2015.
- [54] S. R. Cherry, “Multimodality imaging: Beyond pet/ct and spect/ct,” in *Seminars in nuclear medicine*, vol. 39, pp. 348–353, Elsevier, 2009.
- [55] L. Livieratos, “Technical pitfalls and limitations of spect/ct,” in *Seminars in nuclear medicine*, vol. 45, pp. 530–540, Elsevier, 2015.
- [56] L. Martí-Bonmatí, R. Sopena, P. Bartumeus, and P. Sopena, “Multimodality imaging techniques,” *Contrast media & molecular imaging*, vol. 5, no. 4, pp. 180–189, 2010.

- [57] “Scintillation Crystal - an overview — ScienceDirect Topics — sciencedirect.com.” <https://www.sciencedirect.com/topics/engineering/scintillation-crystal>. [Accessed 17-07-2023].
- [58] S. Dorbala, K. Ananthasubramaniam, I. S. Armstrong, P. Chareonthaitawee, E. G. DePuey, A. J. Einstein, R. J. Gropler, T. A. Holly, J. J. Mahmarian, M.-A. Park, *et al.*, “Single photon emission computed tomography (spect) myocardial perfusion imaging guidelines: instrumentation, acquisition, processing, and interpretation,” *Journal of Nuclear Cardiology*, vol. 25, pp. 1784–1846, 2018.
- [59] B. Zhang and G. L. Zeng, “High-resolution versus high-sensitivity spect imaging with geometric blurring compensation for various parallel-hole collimation geometries,” *IEEE Transactions on Information Technology in Biomedicine*, vol. 14, no. 4, pp. 1121–1127, 2010.
- [60] U. Themes, “Nuclear medicine imaging — radiologykey.com.” <https://radiologykey.com/nuclear-medicine-imaging-2/>. [Accessed 18-07-2023].
- [61] M. Lyra and A. Ploussi, “Filtering in spect image reconstruction,” *Journal of Biomedical Imaging*, vol. 2011, pp. 1–14, 2011.
- [62] P. P. Bruyant, “Analytic and iterative reconstruction algorithms in spect,” *Journal of Nuclear Medicine*, vol. 43, no. 10, pp. 1343–1358, 2002.
- [63] R. Oliveira, D. Santos, D. Ferreira, P. Coelho, and F. Veiga, “Preparações radiofarmacêuticas e suas aplicações,” *Revista Brasileira de Ciências Farmacêuticas*, vol. 42, pp. 151–165, 2006.
- [64] “NIST: X-Ray Mass Attenuation Coefficients - Water, Liquid — physics.nist.gov.” <https://physics.nist.gov/PhysRefData/XrayMassCoef/ComTab/water.html>. [Accessed 10-08-2023].
- [65] J. Wang, G. Roman-Perez, J. M. Soler, E. Artacho, and M. Fernandez-Serra, “Density functional theory study of the equilibrium density of water at normal conditions,” in *APS March Meeting Abstracts*, vol. 2010, pp. H27–004, 2010.
- [66] M. Kondo, Y. Nakajima, M. Tsuji, and T. Nozawa, “Evaluation of thermal conductivity for liquid lead lithium alloys at various li concentrations based on measurement and evaluation of density, thermal diffusivity and specific heat of alloys,” *Fusion Engineering and Design*, vol. 109, pp. 1345–1350, 2016.
- [67] R. L. Keiter, W. L. Puzey, and E. A. Blitz, “Density visualization,” *Journal of chemical education*, vol. 83, no. 11, p. 1629, 2006.
- [68] A. Burger, E. Rowe, M. Groza, K. Morales Figueroa, N. J. Cherepy, P. R. Beck, S. Hunter, and S. A. Payne, “Cesium hafnium chloride: A high light yield, non-hygroscopic cubic crystal scintillator for gamma spectroscopy,” *Applied Physics Letters*, vol. 107, no. 14, 2015.

- [69] P. Podder, T. Z. Khan, M. H. Khan, and M. M. Rahman, “Comparative performance analysis of hamming, hanning and blackman window,” *International Journal of Computer Applications*, vol. 96, no. 18, pp. 1–7, 2014.

Apêndice

A

Cálculos de Interpolação Linear

Para calcular os valores do coeficiente de atenuação linear em água foram realizados os seguintes cálculos, tendo em conta os valores de coeficientes de atenuação linear que se encontram em [64] para certas energias:

$$\begin{aligned}\mu(93\text{keV}) &= \mu(80\text{keV}) + \frac{\mu(100\text{keV}) - \mu(80\text{keV})}{100\text{keV} - 80\text{keV}} \cdot (93\text{keV} - 80\text{keV}) \\ &= 0.1837 \text{ cm}^{-1} + \frac{0.1707 \text{ cm}^{-1} - 0.1837 \text{ cm}^{-1}}{20\text{keV}} \cdot (13\text{keV}) \\ &= 0.17525 \text{ cm}^{-1}\end{aligned}\tag{A.1}$$

$$\begin{aligned}\mu(140\text{keV}) &= \mu(100\text{keV}) + \frac{\mu(150\text{keV}) - \mu(100\text{keV})}{150\text{keV} - 100\text{keV}} \cdot (140\text{keV} - 100\text{keV}) \\ &= 0.1707 \text{ cm}^{-1} + \frac{0.1505 \text{ cm}^{-1} - 0.1707 \text{ cm}^{-1}}{50\text{keV}} \cdot (40\text{keV}) \\ &= 0.15454 \text{ cm}^{-1}\end{aligned}\tag{A.2}$$

$$\begin{aligned}\mu(159\text{keV}) &= \mu(150\text{keV}) + \frac{\mu(200\text{keV}) - \mu(150\text{keV})}{200\text{keV} - 150\text{keV}} \cdot (159\text{keV} - 150\text{keV}) \\ &= 0.1505 \text{ cm}^{-1} + \frac{0.1370 \text{ cm}^{-1} - 0.1505 \text{ cm}^{-1}}{50\text{keV}} \cdot (9\text{keV}) \\ &= 0.14807 \text{ cm}^{-1}\end{aligned}\tag{A.3}$$

$$\begin{aligned}\mu(511\text{keV}) &= \mu(500\text{keV}) + \frac{\mu(600\text{keV}) - \mu(500\text{keV})}{600\text{keV} - 500\text{keV}} \cdot (511\text{keV} - 500\text{keV}) \\ &= 0.09687 \text{ cm}^{-1} + \frac{0.08956 \text{ cm}^{-1} - 0.09687 \text{ cm}^{-1}}{100\text{keV}} \cdot (11\text{keV}) \\ &= 0.096066 \text{ cm}^{-1}\end{aligned}\tag{A.4}$$

B

Código Python

```
import numpy as np
from scipy.ndimage import rotate
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.ndimage import gaussian_filter
from scipy.fft import fftshift, ifft, fft

# Função forward projection
def jps_fwproj(img, show, nangles, order, modality):

    if modality == 2:
        maxdegrees = 360.
    else:
        maxdegrees = 180.

    sz = img.shape[0]
    sino = np.zeros((sz, nangles), dtype=float)
    rotimg = img.copy()

    for i in range(nangles):
        proj = np.sum(rotimg, axis=0)
        sino[:, i] = proj
        rotimg = rotate(img, (-i / float(nangles) * maxdegrees), reshape=False,
            order=order)

    if show == 1:
        plt.figure(), plt.imshow(rotimg, cmap='hot', origin='lower'), plt.colorbar(),
        plt.title('Imagem rodada'), plt.show()
        plt.figure(), plt.imshow(sino, cmap='hot', origin='lower'), plt.colorbar(),
        plt.title('Sinograma')

    return sino

# Função retroprojeção filtrada
```

```
def jps_bkproj(sino, show, nangles, order, modality, ramp):

    if modality == 2:
        maxdegrees = 360.
    else:
        maxdegrees = 180.

    sz = sino.shape
    nbins = sz[0]
    img = np.zeros((nbins, nbins), dtype=float)
    ones = np.ones((nbins, nbins), dtype=float)

    for i in range(nangles):

        # Aplicação do Filtro
        if np.any(ramp == 1):
            window = np.hamming(2*nbins)
            rampfilter = np.concatenate((np.arange(nbins // 2), np.zeros(nbins),
            np.arange(nbins // 2)[::-1])) * window
            imgzero = np.concatenate((sino[:,i], np.zeros(nbins)))
            shifted_array = np.roll(imgzero, -(nbins//2))
            fft_shifted_array = np.fft.fft(shifted_array)
            mult_result = fft_shifted_array * rampfilter
            inv_fft_result = np.fft.ifft(mult_result)
            filtered_proj = np.roll(inv_fft_result, nbins)
            filtered_proj = filtered_proj[(nbins//2):(3*(nbins//2))]
            tmpimg = filtered_proj.real * ones

        # Sem Filtro
        else:
            tmpimg = sino[:, i] * ones

        angle = (-i / float(nangles) * maxdegrees)
        img += rotate(tmpimg, angle, reshape=False, order=order)

    if show == 1:
        plt.figure(), plt.imshow(img, cmap='hot', origin='lower'),
        plt.colorbar(), plt.xlim(0, nbins), plt.ylim(0, nbins),
        plt.title('Imagem reconstruída'), plt.show()

    return img
```

```

# Parâmetros
sz = 1000 # Tamanho da imagem, em pixels
pixpercm = 10 # Número de pixels por cm
show = 1 # 1 para aparecer gráficos intercalares, 0 para não aparecer
order = 0 # 0 para Interpolação Nearest-Neighbor, 1 para Interpolação Cúbica
modality = 2 # 1 para PET (180°), 2 para SPECT (360°)
fBlur = 1 # 1 para aplicar esborratamento, 0 para não aplicar
npixels_blur = 7 # número de pixels para aplicar a esborratamento
nangles_factor = 1. # 1 ou <1 para aumentar a velocidade
nangles = int(maxdegrees * nangles_factor) # Número de ângulos em "sino_detected",
que corresponde a todas as rotações do objeto em relação à câmara

# Fonte
src = np.zeros((sz, sz), dtype=float)
src[400:600, 800:810] = 1000 # Valor de fotões emitidos

sino_src = jps_fwproj(src, order=order, modality=modality, show=show, nangles=360)
img_src0 = jps_bkproj(sino_src, order=order, modality=modality, show=show,
nangles=nangles, ramp=0)
img_src = jps_bkproj(sino_src, order=order, modality=modality, show=show,
nangles=nangles, ramp=1)

sino_src_att = np.exp(-sino_src)
plt.figure(), plt.imshow(sino_src_att, cmap='hot'), plt.colorbar(),
plt.title('Atenuação da Fonte')

# Colimador
collim = np.zeros((sz, sz), dtype=float)
collim[200:800:10, 200:230] = 2.9829 / pixpercm # Valor de atenuação para o Colimador

sino_collim = jps_fwproj(collim, order=order, modality=modality, show=show,
nangles=360)
img_collim0 = jps_bkproj(sino_collim, order=0, modality=modality, show=show,
nangles=360, ramp=0)
img_collim = jps_bkproj(sino_collim, order=0, modality=modality, show=show,
nangles=360, ramp=1)

sino_collim_att = np.exp(-sino_collim)
plt.figure(), plt.imshow(sino_collim_att, cmap='hot'), plt.colorbar(),
plt.title('Atenuação colimador')

```

```
# Cristal
crys = np.zeros((sz, sz), dtype=float)
crys[200:800, 180:198] = 0.5670 / pixpercm # Valor de atenuação para o Cristal

sino_crys = jps_fwproj(crys, order=order, modality=modality, show=show,
nangles=nangles)
img_crys0 = jps_bkproj(sino_crys, order=order, modality=modality, show=show,
nangles=nangles, ramp=0)
img_crys = jps_bkproj(sino_crys, order=order, modality=modality, show=show,
nangles=nangles, ramp=1)

sino_crys_att = np.exp(-sino_crys)
plt.figure(), plt.imshow(sino_crys_att, cmap='hot'), plt.colorbar(),
plt.title('Atenuação cristal')

# Inicialização
sinoallprojs_detected1 = np.zeros((sz, nangles))
sinoallprojs_AFs1 = np.zeros((sz, nangles))
sinoallprojs_ACFs1 = np.zeros((sz, nangles))
sinoallprojs_logACFs1 = np.zeros((sz, nangles))

show=0
for i in range(nangles):

    # Objeto
    obj = np.zeros((sz, sz))
    obj[400:600,400:500] = 0.1545 / pixpercm # Valor de atenuação para o objeto
    obj[420:500,420:480] = 1.7458 / pixpercm # Outros valor de atenuação para o objeto

    obj = rotate(obj, (i / float(nangles) * maxdegrees), reshape=False, order=order)

    sino_obj = jps_fwproj(obj, order=order, modality=modality, show=show,
nangles=nangles)
    sino_obj_att = np.exp(-sino_obj)

    # Sinogramas no Cristal com Objeto
    sino_crys_arrive = sino_src * sino_obj_att * sino_collim_att
    sino_crys_leave = sino_crys_arrive * sino_crys_att
    sino_crys_detect = sino_crys_arrive - sino_crys_leave

    # Sinogramas no Cristal sem Objeto
    sino_crys_arrive_noobject = sino_src * sino_collim_att
```

```

sino_crys_leave_noobject = sino_crys_arrive_noobject * sino_crys_att
sino_crys_detect_noobject = sino_crys_arrive_noobject - sino_crys_leave_noobject

w = np.where(sino_crys_detect_noobject != 0)
sino_crys_detect_objatten = sino_crys_detect.copy()
sino_crys_detect_objatten[:] = 1
sino_crys_detect_objatten[w] = sino_crys_detect[w] / sino_crys_detect_noobject[w]

img_crys_detect = jps_bkproj(sino_crys_detect, show=show, order=order,
modality=modality, nangles=nangles, ramp=0)
img_crys_detect_noobject = jps_bkproj(sino_crys_detect_noobject, show=show,
order=order, modality=modality, nangles=nangles, ramp=0)

img_obj_atten = img_crys_detect / img_crys_detect_noobject
img_obj_atten[np.isnan(img_obj_atten)] = 0

img_obj_atten_in_obj = img_obj_atten * (obj != 0)
img_obj_atten_in_crys = img_obj_atten * (crys != 0)

counts_in_crystal = img_crys_detect * (crys > 0)
counts_in_crystal_noobject = img_crys_detect_noobject * (crys > 0)

# Aplicar esborratamento
fBlur = 1
if fBlur == 1:
    counts_in_crystal1 = gaussian_filter(counts_in_crystal,
npixels_blur) * (crys != 0)
    counts_in_crystal_noobject1 = gaussian_filter(counts_in_crystal_noobject,
npixels_blur) * (crys != 0)

proj1 = np.mean(counts_in_crystal1, axis=1)
proj_noobject1 = np.mean(counts_in_crystal_noobject1, axis=1)
proj_atten1 = proj1 / proj_noobject1

proj_atten1[np.where(~np.isfinite(proj_atten1))] = 1
proj_ACF1 = 1 / proj_atten1

sinoallprojs_detected1[:,i] = proj1
sinoallprojs_AFs1[:,i] = proj_atten1
sinoallprojs_ACFs1[:,i] = proj_ACF1
sinoallprojs_logACFs1[:, i] = np.log(proj_ACF1)

```

```
show = 1
# BackProjection
img_obj1 = jps_bkproj(sinoallprojs_detected1, show=show, order=order,
modality=modality, nangles=nangles, ramp=0)
img_obj_AFs1 = jps_bkproj(sinoallprojs_AFs1, show=show, order=order,
modality=modality, nangles=nangles, ramp=0)
img_obj_ACFs1 = jps_bkproj(sinoallprojs_ACFs1, show=show, order =order,
modality=modality, nangles=nangles, ramp=0)
img_obj_logACFs1 = jps_bkproj(sinoallprojs_logACFs1, show=show,
order=order, modality=modality, nangles=nangles, ramp=0) #Retroprojeção Simples
img_obj_logACFs_FBP1 = jps_bkproj(sinoallprojs_logACFs1, show=show,
order=order, modality=modality, nangles=nangles, ramp=1) #Retroprojeção Filtrada

#Imagens paramétricas, o código é repetido para cada energia

#Subtração da retroprojeção filtrada de duas energias
final = img_obj_logACFs_FBP1 - img_obj_logACFs_FBP2
plt.figure, plt.imshow(final, cmap='hot', origin='lower',
plt.colorbar())
```