UNIVERSIDADE D COIMBRA

Eduardo José Caetano Branco

NADA É INATINGÍVEL SE POSSUIRMOS A CAPACIDADE DE APRENDER

Relatório de Estágio do Mestrado em Ensino da Matemática no 3.º ciclo do Ensino Básico e no Secundário, orientado pela Professora Doutora Joana Teles, apresentado ao Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências e de Tecnologia da Universidade de Coimbra

Junho de 2023

Nada é inantingível se possuirmos a capacidade de aprender

Eduardo José Caetano Branco

UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Mestrado em Ensino da Matemática no 3.º ciclo do Ensino Básico e no Secundário

Master in Mathematics Teaching in the 3rd Cycle of Basic and Secondary Education

Relatório de Estágio | Report of Stage

junho 2023

Agradecimentos

Este Estágio Pedagógico é um marco na minha vida académica. Sem dúvida, um de muitos passos da aprendizagem contínua que terei de fazer enquanto professor, mas um que muda significativamente a minha realidade. É a primeira vez que a responsabilidade de assumir o acompanhamento de uma turma e dos seus alunos se torna efetiva e se torna um verdadeiro constituinte daquilo que sou e quero ser. Ninguém faz uma aprendizagem sozinho ou isoladamente, e, no meu caso, tenho imenso a agradecer às pessoas presentes neste caminho.

À Professora Doutora Joana Teles, Orientadora Científica, pela disponibilidade constante, pelo apoio e compreensão, pelos conhecimentos facultados, pela exigência e pela confiança que depositou em mim.

Aos Professores do Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra, pelas bases científicas e pedagógicas que me transmitiram, pelo apoio e disponibilidade que sempre demonstraram.

Aos Professores do Departamento de Matemática da Universidade de Lisboa, pelas bases científicas que me transmitiram nas minhas anteriores formações académicas de Licenciatura e de Mestrado em Matemática, que são, sem dúvida, parte importante do conhecimento necessário neste trabalho.

À Professora Eunice Ferreira, Orientadora Cooperante, por todos os ensinamentos, por todas as discussões, por todas as correções e por toda a compreensão, apoio e força com que continuamente me privilegiou. Agradeço, especialmente, o exemplo que ela constitui enquanto pessoa e professora (neste caso, estas facetas estão já tão fundidas que uma não existe sem a outra), que nos guia e nos convence que é sempre possível fazer mais e melhor, por todos.

Ao Agrupamento de Escolas de Ourém (AEO), à direção, aos professores, aos funcionários e aos alunos, pelo acolhimento, pelo apoio, pela colaboração, pela partilha de conhecimentos e de experiências, e pela empatia e simpatia. Simplesmente, tornaram impossível não me sentir um verdadeiro elemento da comunidade AEO!

À turma F do 11. º ano da Escola Básica e Secundária de Ourém, pelo trabalho, pelo empenho, pela dedicação, pelo esforço, pela colaboração e pelo modo como me receberam, trataram e respeitaram ao longo de todo este processo.

Aos meus amigos, onde se incluem os meus colegas de mestrado, pelo interesse, pela compreensão e por estarem sempre disponíveis para me apoiarem.

Aos meus pais e à Susana, pela compreensão e paciência inesgotáveis, e pelo apoio que sempre me deram. Sem eles, simplesmente, não teria sido possível concretizar este trabalho.

Resumo

No âmbito do Mestrado em Ensino de Matemática no 3. º ciclo do Ensino Básico e no Secundário da Universidade de Coimbra, foi redigido o presente Relatório de Estágio que contempla as atividades desenvolvidas ao longo do ano letivo 2022/2023, no decorrer do Estágio Pedagógico na Escola Básica e Secundária de Ourém, orientado cientificamente pela Professora Doutora Joana Teles e orientado pedagogicamente pela Professora Eunice Ferreira.

O autor deste relatório desenvolveu a sua prática de ensino supervisionado na turma F do 11. º ano, na disciplina de Matemática A, tendo acompanhado o trabalho da Orientadora Cooperante na outra turma que lhe foi atribuída (a turma D do 11. º ano, na disciplina de Matemática Aplicada às Ciências Sociais). O Professor Estagiário lecionou algumas aulas, desenvolveu atividades, participou em diversas reuniões, acompanhou o trabalho realizado por um diretor de turma (o da própria Professora Eunice Ferreira, a quem foi atribuída a Direção de Turma do 11.º D) e acompanhou alunos com aulas de apoio e no Espaço Milage Aprender+.

O Estágio Pedagógico é um processo e uma fase de desenvolvimento extremamente importante na preparação de um aluno de um Mestrado em Ensino, e é aguardado e vivido com intensidade proporcional à sua importância. É no Estágio Pedagógico que várias metamorfoses se dão, onde, sem nunca deixar de ser um aluno, se começa verdadeiramente a ser um professor. Este relatório tem como objetivo descrever as aprendizagens feitas e as tarefas realizadas, e apresentar alguns dos materiais produzidos pelo Professor Estagiário neste período tão valioso e fundamental para perseguir o futuro que escolheu de ser Professor.

Palavras-chave: Estágio Pedagógico; Professor; Aluno; Matemática; Ensino; Aprendizagem.

Abstract

Within the scope of the Master in Mathematics Teaching in the 3rd cycle of Basic and Secondary Education at the University of Coimbra, this Internship Report was written, which includes the activities carried out throughout the academic year 2022/2023, during the Pedagogical Internship at Escola Básica e Secundária de Ourém, scientifically guided by Joana Teles PhD and pedagogically guided by Professor Eunice Ferreira.

The author of this report developed his supervised teaching practice in class F of the 11th grade, in the subject of Mathematics A, having accompanied the work of the Cooperating Advisor in the other class assigned to him (class D of the 11th grade, in the discipline of Mathematics Applied to Social Sciences). The Trainee Professor taught some classes, developed activities, participated in several meetings, accompanied the work carried out by a class director (that of Professor Eunice Ferreira, who was assigned the Class Management of the 11th D) and accompanied students with support classes and at Espaço Milage Aprender+.

The Pedagogical Internship is an extremely important process and stage of development in preparing a student for a Master's Degree in Teaching, and is expected and experienced with intensity proportional to its importance. It is in the Pedagogical Internship that several metamorphoses take place, where, without ever ceasing to be a student, one truly begins to be a teacher. This report aims to describe the lessons learned and the tasks carried out, and present some of the materials produced by the Trainee Teacher in this valuable and fundamental period for pursuing the future he chose to be a Teacher.

Keywords: Pedagogical Internship; Teacher; Student; Mathematics; Teaching; Learning.

Conteúdo

Lista de Figuras

Capítulo 1

Introdução

Após uma Licenciatura (que se iniciou no ano de 1997) e de um Mestrado (com início no ano de 2010) em Matemática (ambos realizados na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa e enquanto trabalhador-estudante), foram passadas algumas experiências profissionais (por vezes, em áreas afastadas da da Matemática), e várias vivências e contextos de vida, que ser um agente ativo no Ensino da Matemática se tornou um desejo e um dos objetivos principais a atingir. Quando essa vontade, que sempre existiu, se tornou por demais evidente e incontornável, a decisão de a perseguir deixou de ser opcional. Como pessoa convicta que sou, de que as nossas aprendizagens são essenciais em tudo o que fazemos e no que nos tornamos, a decisão de realizar o Mestrado em Ensino de Matemática no 3º ciclo do Ensino Básico e no Secundário ficou tomada. A parte científica e a parte pedagógica que esta formação proporciona são componentes essenciais do trabalho de um professor de Matemática e a Universidade de Coimbra é uma das principais referências nestas áreas.

Numa sociedade marcada por constantes alterações e evoluções, por um ritmo frenético e que parece não parar de acelerar, surgem, sucessivamente, novas exigências e expetativas que se pretendem ver encarnadas no cidadão do século XXI. O Ensino é uma resposta para estes novos desafios, mas deverá ser sempre apenas uma de várias. A missão do Ensino é, e sempre foi, uma fundamental para o Homem (poderá, verdadeiramente, haver Homem sem Ensino?), mas, por vezes, atribuem-se-lhe propósitos que transcendem os que lhe competem. Isto constitui mais um problema a juntar aos vários que o Ensino enfrenta na atualidade. Por vezes, docentes e discentes, sentem um desfasamento entre as suas expetativas e os processos de ensino/aprendizagem. O papel dos professores tem evoluído com as novas exigências que o Ensino vem incorporando, e, por vezes, consideram que cada vez têm menos tempo para ensinar, limitados por demasiado trabalho burocrático e pelo desenvolvimento de atividades que pensam merecer um lugar mais baixo na hierarquia de prioridades (e que só devem ocorrer "se houver tempo para isso"). Várias vezes os alunos não valorizam o privilégio de frequentar uma escola e desvalorizam as aprendizagens que esta lhes proporciona. Muitas vezes os alunos centram as suas preocupações em avaliações e classificações, descurando as aprendizagens, e, depois de avaliados, conhecimentos e capacidades aprendidos passam a ser descartáveis, pois "já cumpriram o seu propósito". Isto contribui para a falta de bases desses alunos e, assim, para que de ano para ano, se sintam mais perdidos nas várias disciplinas e vejam as suas expetativas distanciarem-se, ainda mais, do ensino/aprendizagem a encetar. Todas estas problemáticas são causa de ansiedade, tanto de professores como de alunos, e é grande a pressão que muitos sentem ao longo do ano letivo. Mais uma vez, o foco desproporcionado em avaliações e classificações (também por parte dos professores), desempenha aqui um papel considerável. Este contexto, evidencia vários dos desafios a enfrentar por um professor, mas, pela importância e implicações que estas problemáticas acarretam, estabelece também motivações extra para qualquer professor, em particular, para um novo professor.

Neste relatório, descrevo o trabalho que realizei e as competências que adquiri durante o Estágio Pedagógico. Esse trabalho foi essencialmente dedicado à Prática Pedagógica, mas passou também pela participação nas Estruturas de Orientação Pedagógica e Educativa e pela dinamização de Atividades ao longo do ano letivo 2022/2023. Este documento está estruturado em capítulos, onde, ordenadamente, contextualizo e descrevo o trabalho realizado (apresentando alguns dos materiais produzidos), e as aprendizagens e reflexões que tiveram lugar ao longo deste estágio.

Capítulo 2

Enquadramento do Estágio Pedagógico

2.1 Escola Básica e Secundária de Ourém

A Escola Básica e Secundária de Ourém (EBSO) foi, até 2007, a única escola pública de 3.º ciclo do ensino básico (CEB) e do ensino secundário do concelho de Ourém e foi nessa data que se tornou a escola sede de um agrupamento vertical de escolas. Em 2012 agregou, por extinção, o Agrupamento de Escolas de Freixianda e passou a englobar um parque escolar composto por 6 jardins de infância, 8 escolas do 1.º CEB, 5 centros escolares, 1 escola básica com 2.º e 3.º ciclo (Freixianda) e 1 escola básica e secundária (a EBSO em Ourém) dispersos geograficamente por 7 das 13 freguesias do concelho.

Os 21 estabelecimentos de ensino do Agrupamento de Escolas de Ourém (AEO) encontram-se distribuídos por 3 territórios organizativos:

- Território Educativo de Ourém que engloba os jardins de infância e as escolas de 1.º CEB das freguesias de Olival e Gondemaria e de Cercal e Matas, os lugares de Pinheiro e Vale Travesso (Freguesia de N.ª Sr.ª da Piedade) e a própria escola sede do agrupamento, a EBSO;

- Território Educativo de Fátima que, para além dos estabelecimentos públicos de ensino pré-escolar e do 1.º CEB da freguesia de Fátima, compreende ainda os localizados nos lugares do Bairro (Freguesia de N.ª Sr.ª das Misericórdias) e de Fontainhas da Serra (Freguesia de Atouguia) - esta composição foi herdada do anterior agrupamento horizontal de Fátima-Ajefátima, extinto em 2007 por agregação com a EBSO e que veio a originar o atual AEO; e

- Território Educativo de Freixianda que compreende os estabelecimentos de ensino pré-escolar, de 1.º CEB e uma escola de 2.º e 3.º CEB, da freguesia de Freixianda, Ribeira do Fárrio e Formigais – depois da extinção do Agrupamento de Escolas de Freixianda, passou a integrar o AEO apesar da descontinuidade geográfica (a freguesia de Freixianda é a localizada na zona geográfica mais distante da escola sede, a cerca de 25 km).

Fig. 2.1 Mapa do concelho de Ourém com identificação dos territórios educativos do Agrupamento de Escolas de Ourém, Fonte: Agrupamento de Escolas de Ourém (AEO)

A EBSO foi criada em 1971, teve 3 fases de ampliação (em 1975, 1993 e 1998) e, entre 2009 e 2010, sofreu uma profunda intervenção de modernização, onde se salienta a introdução de novas áreas artísticas e tecnológicas, oficinas e laboratório de eletricidade. Assim se chegou finalmente à estrutura física que detém atualmente e que tem capacidade para 49 turmas.

Fig. 2.2 Entrada principal da Escola Básica e Secundária de Ourém

Neste momento a EBSO tem 7 turmas do 2.º CEB, 13 turmas do 3.º CEB, 18 turmas do ensino secundário e 9 turmas de ensino secundário profissionalizante.

A oferta educativa da EBSO de 2.º e 3.º CEB compreende o ensino regular e o ensino articulado da música e da dança. Ao nível do ensino secundário, a oferta educativa inclui todos os cursos científico-humanísticos (ciências e tecnologias, ciências socioeconómicas, línguas e humanidades e artes gráficas), os cursos artísticos especializados da música e da dança e ainda cursos profissionais de nível secundário de dupla certificação, escolar e profissional. Ao nível do ensino e formação de adultos, o centro Qualifica apoia jovens e adultos na identificação das respostas educativas e formativas que se apresentem adequadas aos seus perfis individuais.

2.2 Núcleo de Estágio

Neste ano letivo de 2022/2023, através de um processo onde os responsáveis do Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º ciclo do Ensino Básico e no Secundário e a Professora Eunice Ferreira desempenharam papéis fundamentais, a EBSO acolheu, pela primeira vez, um estágio pedagógico de um aluno da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra (FCTUC). A Professora Eunice Ferreira da EBSO - a Orientadora Cooperante – e o Professor Estagiário Eduardo Branco, constituíram assim, o primeiro Núcleo de Estágio de Matemática (NEM) estabelecido entre o AEO e a FCTUC, abrindo, porventura, portas para novas e frutíferas colaborações.

Foram atribuídas duas turmas do ensino secundário da variante Científico-Humanísticos à Orientadora Cooperante: uma turma do Curso de Ciências Socioeconómicas – o 11.º F – e uma turma do

Curso de Línguas e Humanidades – o 11.º D. À Professora Eunice Ferreira ficou também atribuída a Direção de Turma do 11.º D.

Ficou decidido que o Professor Estagiário acompanharia o trabalho desenvolvido pela Orientadora Cooperante nas aulas de Matemática Aplicada às Ciências Sociais (MACS) e enquanto Diretora de Turma na turma 11.º D, lecionaria algumas aulas e acompanharia de forma mais aprofundada o trabalho da Orientadora na turma 11.º F, na disciplina de Matemática A.

2.3 Caracterização das Turmas

A caracterização das turmas fornece informação aos professores que pode ser de grande importância na maneira como estes gerem os processos de ensino-aprendizagem. Permite conhecer dados e especificidades dos alunos e das suas situações, que são muitas vezes essenciais aos professores, para que se consigam aperceber e compreender determinadas problemáticas e, assim, agir de acordo com as mesmas, procedendo, eventualmente, a adequações de processos de ensino-aprendizagem.

De seguida, caracterizam-se as duas turmas atribuídas à Orientadora Cooperante, uma vez que, na turma 11.º D, o Professor Estagiário acompanha o trabalho de direção de turma da Orientadora Cooperante e, na turma 11.º F, o Estagiário desenvolve o trabalho de ensino supervisionado.

2.3.1 Turma F do 11.º Ano

A turma 11.º F era constituída no início do ano letivo por vinte e nove alunos (oito raparigas e vinte e um rapazes), sendo que cinco deles (três raparigas e dois rapazes) apenas faziam parte da turma para obter aprovação a uma disciplina do 11.º ano que tinham em atraso, e, por isso, não são considerados no resto desta caracterização.

A média das idades dos alunos da turma era igual a 16,04 anos, sendo que estas variavam entre os 15 e os 17 anos.

Seis alunos da turma têm nacionalidade não portuguesa, mais concretamente, duas alunas são ucranianas e quatro alunos são brasileiros. A grande maioria dos alunos vive com ambos os pais, no entanto cinco alunos vivem apenas com a mãe e dois alunos vivem apenas com o pai.

Apenas sete alunos afirmam que não apresentam dificuldades de aprendizagem e dez alunos referem que têm ajuda no estudo por parte de explicadores. As dificuldades na aprendizagem são associadas pelos alunos à falta de interesse, a não compreenderem a explicação dos professores, ao pouco tempo que têm disponível para estudar e a prestarem pouca atenção nas aulas.

Quanto às atividades que preferem ver dinamizadas na sala de aula, das respostas dos alunos sobressaem o trabalho de grupo, as aulas interativas, as aulas com recurso a audiovisuais e o trabalho de pares.

No que diz respeito à Ação Social Escolar, cinco alunos enquadram-se no escalão A e três alunos têm situação enquadrada no escalão B.

Em relação ao tempo que demoram no percurso casa - escola, destacam-se dois alunos que demoram mais de sessenta minutos.

Considerando os elementos informativos a respeito dos Encarregados de Educação, referiu-se que tais responsabilidades são exercidas pelo pai em cinco casos e nos restantes dezanove pela mãe; as atividades profissionais oscilam entre as áreas dos serviços e da indústria, sendo de registar ainda três pais reformados, uma mãe reformada e uma doméstica. Quanto a habilitações, a maior parte dos alunos refere que o pai e/ou mãe completaram o ensino secundário; nos outros casos, os alunos têm pai e/ou mãe com segundo e terceiro ciclo, licenciatura ou mestrado.

Ainda no decorrer do 1.º período, por motivos de mudança de curso, o número de elementos desta turma diminui uma unidade e assim se manteve até ao final do ano letivo.

Fig. 2.3 Turma F do 11.º Ano

2.3.2 Turma D do 11.º Ano

A turma 11.º D era constituída no início do ano letivo por vinte e sete alunos (dezassete raparigas e dez rapazes). A média das idades dos alunos da turma era igual a 16 anos, sendo que estas variavam entre os 15 e os 17 anos.

Apenas um aluno da turma tem nacionalidade não portuguesa: uma aluna é brasileira. A grande maioria dos alunos vive com ambos os pais, no entanto quatro alunos vivem apenas com a mãe, um apenas com o pai, um vive com a mãe e o padrasto e um vive com os pais adotivos (tutores).

Doze alunos afirmam que não apresentam dificuldades de aprendizagem e onze alunos referem que têm ajuda no estudo por parte de familiares e de explicadores (estes últimos são apenas três). As dificuldades na aprendizagem identificadas pelos alunos são a não compreensão da explicação dos professores, o pouco tempo que têm disponível para estudar, a falta de interesse pelo estudo, a pouca atenção nas aulas e, embora com menor frequência, as explicações demasiado rápidas por parte dos professores.

Quanto às atividades que preferem ver dinamizadas na sala de aula, sobressaem o trabalho de grupo, o trabalho de pares, as aulas interativas e as aulas com recurso a audiovisuais. Da quantidade de variantes que cada aluno apresenta, conjetura-se que a maior preferência é a diversidade de estratégias de ensino.

No que diz respeito à Ação Social Escolar, três alunos enquadram-se no escalão A, quatro alunos têm situação enquadrada no escalão B e dois alunos no escalão C.

Em relação ao tempo que demoram no percurso casa - escola, oito demoram menos de 10 minutos para chegar à escola, dez demoram entre 10 e 30 minutos, seis demoram entre 30 e 60 minutos e dois demoram mais de 60 minutos.

Considerando os elementos informativos a respeito dos Encarregados de Educação, referiu-se que tais responsabilidades são exercidas pelo pai em apenas dois casos, vinte e quatro, pela mãe e um pelo tutor; as atividades profissionais situam-se maioritariamente na área dos serviços; há um aluno com o pai e a mãe desempregados, mas, como vive com a mãe e o padrasto, o impacto desta situação pode estar atenuado. Quanto às habilitações dos pais, um tem o 1.º ciclo, cinco têm o 2.º ciclo, nove o 3.º ciclo, oito o ensino secundário e três a licenciatura. Já as mães têm melhores habilitações académicas, havendo apenas uma com o 2.º ciclo, doze com o 3.º ciclo, sete com o ensino secundário, quatro com a licenciatura e duas com mestrado.

Fig. 2.4 Turma D do 11.º Ano

Capítulo 3

Prática Pedagógica

3.1 Planificações

3.1.1 Planificação Anual com Distribuição de Temas por Períodos

No início do ano letivo, o Grupo de Matemática elaborou uma planificação anual com distribuição dos temas por período para os diferentes níveis de ensino. Neste capítulo, vamos apenas abordar o caso particular da planificação de Matemática A do 11.º ano por ser a que corresponde à disciplina em que o Professor Estagiário realizou os trabalhos relativos à Prática Pedagógica.

A redação da planificação de Matemática A do 11.º ano teve como documento orientador as Aprendizagens Essenciais [11]. No entanto, uma vez que as mesmas "baseiam-se no programa e metas da disciplina (...) homologados em 2014" [9], esse trabalho foi complementado com esse documento (pelo que se mantêm as referências ao programa e metas curriculares que serviram de base para a elaboração das AE), mas não inclui os temas curriculares não identificados nas AE. Com o papel de complementação ao documento orientador desta planificação, nomeadamente no apoio à decisão da sequencialidade dos temas e à definição da calendarização, também é utilizado o manual adotado pela escola, o livro Dimensões 11 [2].

Esta Planificação Anual, com Distribuição de Temas por Períodos, é um documento bastante detalhado onde:

- Por cada período, estão discriminados os temas/unidades a serem lecionados e o número de aulas previstas para cada um;
- Por cada tema/unidade, estão explicitados os conteúdos, as aprendizagens essenciais a serem trabalhadas, os descritores do Perfil dos Alunos à Saída do Ensino Secundário (PASEO) a serem explorados, as ferramentas de avaliação a utilizar e o número de aulas previstas.

O Professor Estagiário teve oportunidade de participar na reunião de que resultou este documento e o mesmo encontra-se no Anexo A deste Relatório.

3.1.2 Planificação de Período

Apesar da Planificação Anual com Distribuição de Temas por Períodos ser um documento bastante completo, cabe aos professores geri-lo/adaptá-lo às condicionantes que vão encontrando ao longo do ano (por exemplo, diminuição do número de aulas a lecionarem por acomodação de outras atividades curriculares desenvolvidas na escola ou, como aconteceu neste ano letivo, a supressão de dias de aulas por motivo de greve geral de professores e/ou funcionários não docentes) e às realidades de sala de aula. Portanto, com base no anterior trabalho, são também elaboradas planificações por período, onde existe uma maior especificidade e adaptação às circunstâncias encontradas. Assim, à semelhança do que foi feito pelos restantes professores do Grupo de Matemática, em cada um dos três períodos, a Orientadora Cooperante e o Professor Estagiário, discutiram e elaboraram uma planificação para os mesmos, em que, aproveitando toda a base pedagógica estabelecida na Planificação Anual com Distribuição de Temas por Períodos, repensaram, para cada tema/unidade, os tempos letivos a serem utilizados para lecionar cada conteúdo.

Um bom exemplo destas adequações é a que se realizou no 3.º Período para a turma F do 11.º ano na disciplina de Matemática A. Devido a um menor número de aulas no 2.º período do que o inicialmente previsto, a planificação do 3.º período foi a que mais se distanciou do plano traçado no princípio do ano letivo. O realce vai para a Unidade de Estatística que passou a ser abordada com enfoque no estudo autónomo dos alunos, tendo, para isso, sido criados vários suportes à aprendizagem que permitiram criar um cenário de aprendizagem de aulas invertidas. Exemplo desses suportes são a própria maneira em como esse estudo foi estruturado (os conteúdos foram divididos por cinco momentos distintos), os conteúdos criados para auxiliar o trabalho dos alunos (cada um dos cinco momentos criados teve vídeos explicativos criados pela Professora Eunice Ferreira - em que, sempre que era pertinente, cada um dos três tipos de calculadora existentes na turma teve direito a um vídeo próprio), os exercícios formativos disponibilizados (facultados também através dos vídeos) e a avaliação sumativa (que foi dividida em quatro questões de aula: uma por cada momento em que os conteúdos foram divididos, exceto o 3.º e o 4.º momento que foram avaliados na mesma testagem). Todo o trabalho autónomo teve acompanhamento regular, com espaço para esclarecimento de dúvidas teóricas e de resolução de exercícios em sala de aula.

3.1.3 Planos de Aula

Todas as lições seguiram um Plano de Aula e, ao longo do ano, o Professor Estagiário elaborou cerca de duas dezenas de planos de aula (correspondentes a cerca de 4 dezenas de tempos letivos que o mesmo lecionou). O trabalho inicial desenvolvido pelo Estagiário em cada um deles, constituiu sempre a base para a discussão com a Orientadora Cooperante, e é dessa colaboração, enriquecido por sugestões e críticas, que sai o plano de aula final.

Os planos de aula seguiram essencialmente a mesma estrutura, incluindo informações como o tema, temas transversais, objetivos específicos, bibliografia, materiais a utilizar, sumário, as metodologias a adotar e o desenvolvimento esperado da aula. O Professor Estagiário teve sempre o cuidado de elaborar os planos de aula com conteúdos que fossem claramente suficientes para preencher todo o tempo de aula (nomeadamente, com exercícios) e com as resoluções de todos os exercícios nele propostos. Os documentos consultados para a elaboração destes planos foram variados:

- Aprendizagens Essenciais [11];

- Programa e Metas Curriculares de Matemática A para o Ensino Secundário [9];

- Diversos manuais escolares ([2], [3], [5] e [4]) e

- Materiais didáticos disponibilizados pelas editoras ([15], [13] e [16]).

Nos Anexos B, C e D, encontram-se três planos de aula elaborados pelo Professor Estagiário. Estes são os planos de aula referentes às aulas assistidas pela Orientadora Científica e, como tal, serão novamente abordados neste relatório.

3.2 Aulas

O Professor Estagiário lecionou cerca de 20 lições de Matemática A (correspondentes a cerca de 40 tempos letivos) na turma F do 11.º ano e esteve presente nas restantes aulas da Orientadora Cooperante, nesta turma e na turma D do 11.º ano (onde a disciplina lecionada era a de MACS).

3.2.1 Aulas Observadas

As aulas da Orientadora Cooperante observadas foram uma experiência muito enriquecedora. Por esta observação ter englobado tudo o que foi desenvolvido em sala de aula ao longo de um ano letivo completo, permitiu ao Professor Estagiário ter uma noção do trabalho enquanto um todo, e das particularidades e exigências que esse labor contínuo requer. Atendendo a cada aula observada por si só, elas constituíram oportunidades valiosas para aprender com a Orientadora Cooperante a gerir uma turma; a, em determinados conteúdos, recorrer a certas estratégias e metodologias para tornar as suas aprendizagens mais acessíveis; a ganhar mais experiência em perceber as dúvidas dos alunos e em transmitir os respetivos esclarecimentos – muitas vezes a comunicação entre alunos e professores não é tão clara quanto o desejado e a experiência do professor é uma ajuda valiosa para transpor as dificuldades que isso cria; a controlar comportamentos; e a motivar e/ou responsabilizar alunos (individualmente ou não).

Nas aulas observadas, era habitual o Professor Estagiário registar o escrito em quadro, mas, essencialmente, focar-se no modo como a Orientadora Cooperante concretizava em sala de aula o plano de aula que tinha delineado, sempre com as preocupações de chegar a todos os alunos e de manter o rigor científico. Também comum em todas estas aulas, era o Professor Estagiário circular pela sala de aula e, quando solicitado, responder individualmente a alguns alunos (sempre com a preocupação de não interferir com a aula que continuava a decorrer). Normalmente, este tipo de interação surgia por motivo de alguma falta de bases que impedia o aluno de perceber os novos conteúdos (por exemplo, alguns dos alunos brasileiros desta turma tinham feito a transição para o ensino português há pouco tempo e desconheciam por completo várias unidades de anos anteriores do Ensino Básico e Secundário), mas outras vezes eram dúvidas específicas que assim ficavam esclarecidas sem interferir com o desenrolar da aula (sempre que o Professor Estagiário considerava que qualquer das dúvidas colocadas eram pertinentes para mais alunos, encorajava o aluno a verbalizá-las para toda a turma).

3.2.2 Aulas Assistidas pela Orientadora Científica

No início do ano letivo ficou estabelecido entre a Orientadora Científica, a Orientadora Cooperante e o Professor Estagiário, que este seria avaliado em três lições (correspondendo a seis tempos letivos), uma em cada período.

Primeira Aula Assistida

Esta aula fez parte da unidade "Geometria Analítica" e introduziu e desenvolveu o tema "produto escalar de vetores e definição de lugares geométricos no plano". A efetivação desta aula foi pensada para ser desenvolvida recorrendo e fazendo interagir vários suportes:

- O manual adotado [2] (que foi sempre considerado como o documento base para os alunos desenvolverem o seu trabalho, constituindo uma fonte de consulta para todos os conteúdos lecionados e uma estrutura ordenada para orientar o estudo - em aula e o autónomo - dos alunos),
- O quadro de sala de aula, e
- O capítulo "Produto escalar e lugares geométricos do plano: alguns exemplos" (pode ser consultado em https://www.geogebra.org/m/mmtdqgng#chapter/875095) de um livro GeoGebra ("Produto Escalar de Vetores" que pode ser consultado em https://www.geogebra.org/m/mmtdqgng) produzido pelo Professor Estagiário.

O livro GeoGebra "Produto Escalar de Vetores" foi redigido pelo Professor Estagiário com o intuito de complementar o manual adotado em toda a unidade "Produto Escalar". Nele tentou-se seguir fielmente os caminhos tomados no manual, mas, simultaneamente, oferecer demonstrações alternativas e exemplos e apliquetas que, recorrendo às capacidades de "geometria dinâmica" do GeoGebra, pudessem ilustrar e evidenciar noções, certos casos geométricos e resultados presentes nesta unidade temática.

O capítulo "Produto escalar e lugares geométricos do plano: alguns exemplos" desse livro incorpora toda a matéria relacionada com esta lição e foi com ele em mente que se desenvolveu toda esta aula. Assim, para além duma abordagem (na mesma linha da que é desenvolvida no manual) aos conteúdos pretendidos, foram ao mesmo tempo proporcionados momentos de visualização, exploração e reflexão acerca dos mesmos, recorrendo às mais valias que o GeoGebra oferece. Sempre que possível, tentou-se, ainda, estabelecer contactos com matérias já estudadas e pensar de que maneira elas se relacionam com as aqui introduzidas.

Plano de Aula

O plano de aula seguiu a estrutura já brevemente descrita neste relatório e encontra-se no Anexo B. Nesta aula desempenhou essencialmente o papel de guião para a apresentação que foi feita em aula com base na projeção do capítulo "Produto escalar e lugares geométricos do plano: alguns exemplos", permitindo complementar a informação presente no capítulo GeoGebra, gerir tempos e servir de apoio, caso fosse necessário, para a resolução de alguns exercícios.

Implementação da aula

Na segunda-feira, dia 5 de dezembro de 2022, a Professora Joana Teles esteve presente na EBSO para assistir e avaliar a aula lecionada pelo Professor Estagiário.

A aula teve início às 10h15 e, depois de apresentar a Orientadora Científica aos alunos, o Professor Estagiário iniciou a lição com o sumário, prosseguindo a aula com a introdução programada. De seguida, reviu em quadro de sala de aula alguns conteúdos necessários à matéria a ser exposta (nomeadamente, a definição e resultados para o produto escalar de vetores no plano e a condição de perpendicularidade de dois vetores) e apresentou o capítulo GeoGebra que iria ser utilizado durante a aula, deixando os alunos à vontade para, sempre que fosse oportuno, acederem e utilizarem o mesmo durante a aula através dos seus telemóveis.

O restante da aula funcionou de maneira "recorrente" no sentido em que funcionou em três blocos estruturados de maneira semelhante:

1. Introduzia-se o lugar geométrico a tratar (respetivamente, mediatriz de um segmento de reta com ponto médio , reta tangente a uma circunferência num ponto e circunferência de diâmetro) e discutia-se o mesmo tendo o cuidado de estabelecer relações com matérias já estudadas (o que também ocorria no passo 3 que vai ser descrito),

2. Explorava-se cada lugar geométrico recorrendo a exemplos e às apliquetas, e

3. Resolvia-se um exercício do manual referente ao respetivo lugar geométrico.

Os pontos 1 e 2 foram desenvolvidos através da projeção (e manipulação) do capítulo GeoGebra para toda a turma e o ponto 3 era feito em quadro de sala de aula.

Durante a lição deixaram-se algumas tarefas e, no final, disponibilizou-se mais uma lista de exercícios (de aplicação direta da matéria abordada e também presente no plano de aula), a serem resolvidos pelos alunos como trabalho para casa (TPC).

Esta aula foi planeada com o intuito de ser complementada com a resolução de vários exercícios (incluindo os deixados como TPC) na aula imediatamente a seguir (e que teria lugar no dia da semana imediatamente a seguir), onde haveria também tempo para esclarecer e aprofundar qualquer ponto que fosse necessário para uma melhor aprendizagem dos conteúdos lecionados nesta aula. Este procedimento de utilizar as aulas das segundas-feiras para aulas mais expositivas ou de outro tipo que requeresse maior concentração e empenho por parte dos alunos, e segui-las por aulas, às terças-feiras, mais práticas ou com uma interação mais próxima e constante com os alunos, aconteceu recorrentemente ao longo do ano, tentando maximizar o proveito das aulas que ocorriam nesses dias da semana: as aulas das segundas-feiras iniciavam-se às 10h15m, ao passo que as aulas das terças-feiras ocupavam o último período de um dia de aulas completo e com início às 8h30, ocorrendo entre as 16h15 e as 17h45.

No geral, os alunos tiveram uma boa receção e participação, o que permitiu atingir os objetivos definidos. Convém, no entanto, notar, que a participação, o à-vontade na aula e a destreza para utilizar o GeoGebra, ficaram um pouco aquém do esperado (e do que era habitual), possivelmente devido ao facto desta aula ter sido a primeira a ser assistida pela Orientadora Científica.

Segunda Aula Assistida

Esta aula fez parte da unidade "Funções - Sucessões" e foi acerca do tema "Progressões Geométricas". Foi concebida de maneira a introduzir progressões geométricas a partir de uma atividade experimental – uma bola saltitante - e da sua modelação matemática, permitindo, a partir daí, chegar à definição por recorrência e através do termo geral de progressões geométricas e resolver alguns exercícios de modelação relacionados com esta matéria. Para atingir estes objetivos foram utilizados diversos materiais. Tal como habitual, recorreu-se ao manual adotado e ao quadro de sala de aula, mas, aqui, destacam-se os materiais unicamente relacionados com a experiência desenvolvida em sala de aula:

- Uma bola de basquetebol,
- Um detetor de movimento sónico CBR2 TM,
- Calculadoras TI-83 plus (uma em versão física e outra em versão de simulador para computador),
- Um TI Viewscreen,
- Um retroprojetor,
- Um computador, e
- Um projetor.

Plano de Aula

O plano de aula seguiu a estrutura habitual e encontra-se no Anexo C. Também nesta aula assistida, o plano de aula foi um guião, mas, aqui, a sua importância foi ainda mais evidente e foi, sem dúvida, o plano de aula com papel mais preponderante nas aulas lecionadas pelo Professor Estagiário. Nele estava descrito como toda a atividade experimental devia ser explicada e executada, e os papéis a desempenhar por cada elemento que nela participou. Apesar da simplicidade da experiência, a sua execução acabava por ser complexa: utilizou diversos materiais, requereu vários passos ordenados e, simultaneamente, foi alternada com momentos onde se introduziu, explicou e aplicou a matéria relacionada com a mesma. Neste plano de aula constam, ainda, as resoluções de alguns exercícios do manual que se tencionava fazer em aula.

Implementação da aula

Novamente a uma segunda-feira, dia 13 de fevereiro de 2023, a Professora Joana Teles esteve presente na EBSO para assistir e avaliar a aula lecionada pelo Professor Estagiário.

Tal como habitual, a aula teve início às 10h15 e, desta vez, os alunos foram surpreendidos pelos materiais que os aguardavam em sala de aula. Desde o retroprojetor, até ao sensor de movimento sónico, vários eram os elementos que lhes chamavam a atenção, mas, um que até lhes era bem familiar, não o fez menos: a bola de basquetebol.

Depois de uma explicação sucinta acerca da estrutura com que aula ia decorrer e após fazer a introdução da experiência a realizar e de explicar o funcionamento das várias ferramentas a utilizar (que até deu direito à apresentação de uma peça museológica: o retroprojetor), o Professor Estagiário deu início à atividade experimental. Para isso recorreu à colaboração de quatro alunos a quem coube executar o fenómeno físico a ser estudado, a observação e registo dos dados medidos, e a execução de alguns cálculos recorrendo à calculadora. O Estagiário desempenhou os papéis restantes e instruiu e auxiliou os colegas de experiência durante a execução da mesma.

Sucintamente, a experiência consistia em largar em queda livre uma bola de basquetebol no solo e medir as alturas máximas que esta atingia após cada embate com o solo (consultar o plano de aula que consta no Anexo C para perceber detalhadamente como a experiência era realizada e a maneira como os alunos iam colaborando e/ou acompanhando tudo o que ia sendo desenvolvido).

Os dados recolhidos na execução feita em aula não tiveram valores que refletissem tão bem as relações que se esperavam verificar como aqueles que se obtiveram nos vários ensaios feitos para a preparação desta lição. No entanto, os alunos tinham sido prevenidos para esta possibilidade (tinha-se, inclusive, discutido brevemente o porquê e as repercussões destes erros experimentais, e que tal é transversal a quaisquer experiências laboratoriais) e os dados registados continuavam a ter "qualidade suficiente" para desenvolver todo o trabalho previsto.

Em termos gerais, o descrito no plano de aula conseguiu ser implementado em sala de aula, nomeadamente concluir que a função mais adequada para relacionar os elementos recolhidos (número de embates no solo e altura máxima atingida pela bola após cada embate no solo em centímetros) era uma sucessão, que essa sucessão não era uma progressão aritmética (a matéria dada imediatamente antes), mas sim um novo tipo de progressão, uma progressão geométrica, e introduzir as mesmas, definindo-as tanto por recorrência como através do termo geral.

Não houve tempo para resolver em sala de aula todos os exercícios que constavam no plano de aula, tendo alguns sido deixados como trabalho para casa. A aula que se seguiu a esta (mais uma vez no dia consecutivo da semana) foi novamente programada para consolidar as aprendizagens aqui feitas, insistindo tanto na parte teórica como na resolução de exercícios.

Terceira Aula Assistida

Esta aula fez parte da unidade "Funções Reais de Variável Real" e introduziu e desenvolveu o tema "assíntotas ao gráfico de uma função".

É pertinente contextualizar o momento em que foi planificada esta aula pois ela é ambiciosa em termos da quantidade de conteúdos a lecionar. Tendo ao dispor menos tempos letivos do que aquilo que era esperado na planificação anual (por motivos já mencionados neste relatório e que se manifestaram essencialmente no 2.º período), o terceiro período constituiu um desafio em termos da gestão de tempo/matéria a lecionar. Aproveitando o facto de os alunos já estarem numa fase adiantada do estudo de limites e terem já bastante à-vontade no cálculo dos mesmos, decidiu-se entre a Orientadora Cooperante e o Professor Estagiário, introduzir e (começar a) explorar todo o tema de assíntotas ao gráfico de funções nesta aula. Dada a extensão e complexidade da lição, o Professor Estagiário teve grande preocupação ao preparar a aula, tentando agilizá-la sem, no entanto, comprometer as aprendizagens dos alunos com o ritmo rápido que a mesma exigia. Para tal, foi reforçado o recurso ao manual que, aqui, assumiu um lugar mais importante que o habitual: o Professor Estagiário decidiu orientar toda a aula em torno dele para que os alunos se sentissem muito familiarizados com ele e o mesmo pudesse ser uma fonte de esclarecimento rápido e que inspirasse a confiança de uma ferramenta bem testada.

Também nesta aula o Professor Estagiário elaborou documentos auxiliares, tanto para agilizar o desenrolar da aula como para a consulta dos alunos; no entanto, também estes documentos seguiram a intenção atrás descrita, acompanhando de muito perto o que é feito no manual.

Plano de Aula

O plano de aula teve apenas uma pequeníssima alteração relativamente à estrutura habitual: para uma ainda melhor gestão do tempo, adicionou-se a hora do dia em que cada elemento da sua estrutura era suposto terminar. Para além disso, na parte final do mesmo, existe um elemento apenas introduzido para o caso pouco provável de ainda restar tempo e/ou de ser pertinente introduzi-lo na resolução de algum dos exercícios. Este plano de aula encontra-se no Anexo D.

Implementação da aula

Na segunda-feira, dia 8 de maio de 2023, a Professora Joana Teles esteve presente, pela última vez no ano letivo, na EBSO para assistir e avaliar a aula lecionada pelo Professor Estagiário.

A aula teve início às 10h15 e começou com a distribuição do documento que o Professor Estagiário elaborou para os alunos (encontra-se também no Anexo D). Este documento consiste, essencialmente, num registo de toda a matéria abordada na aula, em alguns exemplos e em sugestões de estratégias para abordar exercícios de assíntotas ao gráfico de uma função, e tinha o duplo propósito de vir a constituir uma ferramenta a ser utilizada futuramente pelos alunos e o de facilitar o acompanhamento da aula, permitindo aos alunos maior disponibilidade para as aprendizagens a realizar.

A aula começou com a leitura do sumário e, de seguida, através da projeção de um terceiro documento que o Professor Estagiário elaborou (muito semelhante ao documento fornecido aos alunos e que foi redigido com o intuito de servir de apresentação durante toda a lição), apresentaram-se e discutiram-se os conteúdos pretendidos. Apesar da grande quantidade de matéria que integrava a lição, o plano de aula foi cumprido quase na totalidade (os tempos presentes no plano de aula foram maioritariamente respeitados), havendo oportunidade para esclarecimento das dúvidas e necessidades de aprofundamento que foram acontecendo ao longo da aula. Para isto muito contribuiu o conhecimento prévio dos alunos, que decorreu tanto do trabalho feito no estudo de limites de funções (em particular, das explorações feitas de gráficos de funções) como daquele que foi desenvolvido pela Orientadora Cooperante com esta turma no ano letivo anterior. Apenas alguns exercícios viram a sua resolução adiada para o dia seguinte, que, mais uma vez, foi dedicado à consolidação das aprendizagens feitas nesta aula.

3.3 Reforço das Aprendizagens e Espaço Milage Aprender+

A EBSO é uma escola parceira do projeto MILAGE APRENDER+ criado pela Universidade do Algarve. Uma descrição desta plataforma pode ser consultada em Prémio Boas Práticas da Universidade do Algarve - MILAGE APRENDER+, de onde se fazem as seguintes citações para chegar a uma breve caracterização:

"MILAGE APRENDER+ é uma plataforma de ensino em regime de Blended-Learning desenvolvida pela Universidade do Algarve, no âmbito dos projetos MILAGE (MathematIcs bLended Augmented GamE), LEARN+ e INCOLLAB, do programa ERASMUS+ financiado pela União Europeia, está disponível gratuitamente para dispositivos móveis (Android e iOS) e computadores Windows e Mac. O seu principal objetivo é promover a criação de recursos digitais e a utilização de tecnologias de informação e comunicação (smartphones, tablets ou computadores) para a aprendizagem em qualquer lugar a qualquer hora, visando melhorar o desempenho de todos os alunos."

"Ajudar todos os alunos a aprenderem, aproveitando as potencialidades dos smartphones, tablets, computadores, de um modelo de ensino presencial e à distância, conjugado com um modelo pedagógico desenvolvido para motivar os alunos e promover uma aprendizagem ativa, centrada no aluno, com maior autonomia e diferentes estilos de aprendizagem em ambiente gamificado e com vídeos educacionais. O seu modelo pedagógico tem por base motivar os alunos, pela inclusão da gamificação; estimular a autonomia dos alunos através de um esquema de autoavaliação e de avaliação por pares; promover uma aprendizagem mais interativa adaptada às necessidades individuais dos alunos, pela inclusão de materiais e ajudas diversificadas; e assegurar que todos os alunos tenham acesso a uma base comum de conhecimento de qualidade, pela disponibilização de fichas de variados graus de dificuldade. Em paralelo tem como objetivo desenvolver uma comunidade de partilha de professores e alunos autores, potenciando o desenvolvimento de recursos personalizados, de competências digitais e transversais (soft skills) que se traduzem em novas práticas pedagógicas."

"Os docentes têm acesso à aplicação MILAGE APRENDER+ PROFESSORES, que permite acompanhar o trabalho dos seus alunos em qualquer lugar e em qualquer momento. Esta aplicação permite também aos professores criarem conteúdos de aprendizagem. Uma das vantagens da aplicação para o professor é que lhe permite a inclusão, de um modo simples, de materiais à medida dos seus alunos e de acordo com o contexto da turma. Os docentes estão satisfeitos porque assim podem acompanhar e ajudar os alunos melhor. Os alunos também estão satisfeitos pois têm acesso a recursos educacionais que podem explorar em qualquer momento e em qualquer lugar, com feedback imediato e usando as tecnologias."

Os alunos da EBSO têm ao seu dispor salas de estudo e oficinas, que ocorrem ao longo de todo o ano letivo, em horários bem estabelecidos. Estas abrangem uma grande diversidade de disciplinas, e, no Ensino Secundário, a Matemática A e MACS estão entre elas. Para além disso, existe também o Espaço MILAGE APRENDER+ (que também funciona com salas e horários bem determinados - quatro tempos semanais - durante todo o ano letivo), que pela natureza do projeto em que se baseia, tem também a capacidade de ser um espaço de consolidação de aprendizagens e de apoio aos alunos.

A Orientadora Cooperante é Professora Embaixadora do projeto MILAGE APRENDER+, uma grande dinamizadora do mesmo na escola (tanto entre os seus pares como entre os alunos) e é a responsável do Espaço MILAGE APRENDER+ no horário em que ele funcionava às segundas-feiras, entre as 16h15 e as 17h45 (às terças-feiras, o Espaço MILAGE APRENDER+ era dinamizado por outro professor do grupo). O Espaço recebe todos os alunos da EBSO e em todas as disciplinas abrangidas pela plataforma; no entanto, muitos dos seus frequentadores regulares eram alunos das turmas em que a Professora Eunice Ferreira lecionava. Também eles utilizavam a plataforma de maneira diversificada, mas com bastante regularidade, aproveitavam estas horas a utilizar o MILAGE APRENDER+ para se dedicarem à disciplina de Matemática A (no caso dos alunos do 11.ºF) ou de MACS (no caso dos alunos do 11.ºD), tomando partido de terem ao seu dispor a professora da disciplina. Assim, desde cedo (ainda no 1.º período), o Professor Estagiário começou a fazer parte do Espaço MILAGE APRENDER+, sendo presença constante, tanto às horas do Espaço como, sempre que fazia sentido e era possível, nos tempos letivos que as antecediam (entre as 14h30 e as 16h00 das segundas-feiras), para apoio aos alunos de ambas as turmas.

O papel do Professor Estagiário no Espaço foi, muitas vezes, o de acompanhar alunos da turma 11.ºF na disciplina de Matemática A, o que permitiu desenvolver um trabalho, a muitos níveis, diferente do desenvolvido com os mesmos alunos em sala de aula. O facto de ser uma interação mais próxima com cada aluno, permitiu um trabalho mais personalizado e específico, revelando-se valioso, sobretudo, na recuperação de aprendizagens. Casos que merecem destaque, são os referentes aos alunos que tinham ingressado no Ensino Secundário português há pouco tempo (casos já mencionados neste relatório). Neste Espaço, conseguiu-se colmatar, com estes alunos, várias lacunas de pré-requisitos, decorrentes da frequência de um sistema de ensino diferente, onde as mesmas tinham sido dadas de forma diferente ou, simplesmente, não tinham mesmo sido lecionadas. Expondo primeiro as matérias em questão e, depois, recorrendo à plataforma MILAGE APRENDER+ para a resolução de exercícios, conseguiu-se dar uma ajuda importante a estes alunos. As especificidades da plataforma MILAGE APRENDER+, foram essenciais neste processo, nomeadamente, o poder escolher exercícios por tópico e por dificuldade, as resoluções completas que apresenta e os vídeos de explicação que complementam todos os exercícios. Tudo isto permite aos alunos resolver exercícios em qualquer altura e em qualquer lugar com a confiança de um apoio que não é comum sem a assistência de um professor ou de um explicador.

A presença do Professor Estagiário no Espaço proporcionou à Professora responsável mais liberdade e disponibilidade para desenvolver o seu trabalho (apesar de, simultaneamente, proporcionar-lhe também mais um aluno para orientar).

3.4 Avaliação

A EBSO, de acordo com o preconizado no DL n.º 55/2018 [6] e nas Portarias 223-A [7], 226-A [8] e 235-A [10] de 2018, com o apoio dos documentos produzidos pelo Projeto M.A.I.A. [12], avalia as aprendizagens por domínios que visam enquadrar, cada aluno, nos perfis de desempenho definidos para os Critérios Transversais de Avaliação assumidos como os que norteiam o Projeto Educativo deste Agrupamento. Os Critérios Transversais do AEO, assim como os Domínios de Avaliação específicos de cada disciplina e respetivas ponderações, definidos pelo Conselho Pedagógico ouvidos os grupos disciplinares, estão plasmados no Referencial de Avaliação do AEO [1].

Assim, todos os alunos foram avaliados com base nos Critérios Transversais: conhecimento científico, técnico e tecnológico; raciocínio e pensamento crítico e criativo; comunicação e informação; e cidadania e compromisso com a aprendizagem. No caso das disciplinas do Departamento de Matemática e Ciências Experimentais, os Domínios definidos foram: D1 - Conhecimento científico, técnico e tecnológico, D2 - Experimentação, raciocínio e resolução de problemas e D3 - Comunicação científica.

Para além da avaliação constante, inerente ao normal desenvolvimento de todas as aulas, ao longo do ano letivo, ocorreram também vários momentos formais de avaliação, quer formativa, quer sumativa, com o importante propósito de deles decorrerem não só classificações, mas, também, feedbacks construtivos que permitissem aos alunos, de forma regular e consistente, compreender as suas situações e desenvolvimentos nos respetivos processos de aprendizagem.

Os processos de avaliação implementados e os respetivos instrumentos de avaliação foram diversos e enquadrados em várias técnicas: testagem (testes, minitestes, questões de aula), análise de conteúdo (trabalhos de projeto, trabalhos de investigação) e observação (trabalhos experimentais, tarefas propostas em aula). Com exceção dos instrumentos de testagem, para cada trabalho foi criada uma rubrica de avaliação que, detalhando os critérios e indicadores/descritores em que elas se baseiam, que definem a classificação a atribuir, e sendo discutidas e partilhadas com os alunos antes da realização do respetivo trabalho, evidenciam o pretendido e guiam os alunos no trabalho a desenvolverem.

3.4.1 Avaliação pedagógica

A avaliação pedagógica, à qual a comunidade educativa foi formalmente vinculada aquando da publicação dos já referidos diplomas legais DL 55/2018 [6] e Portarias 223-A [7], 226-A [8] e 235-A [10] de 2018, preconiza a avaliação como um processo ao serviço da aprendizagem. Assumindo duas modalidades - avaliação formativa ou para as aprendizagens e avaliação sumativa ou das aprendizagens, o processo avaliativo assume um papel de relevo na promoção da aprendizagem, na medida em que mune o aluno de informação sobre o que sabe e o que ainda lhe falta aprender, quais as suas apetências e as suas dificuldades, o que está a fazer corretamente e o que precisa de melhorar, os Domínios em que está bem e em quais precisa de investir mais.

Após um período dedicado à formação de professores e à elaboração do Referencial de Avaliação do Agrupamento, as alterações introduzidas por estes diplomas legais começaram a ser implementadas no AEO neste ano letivo de 2022/2023. Assim, este foi um ano "experimental", que exigiu um grande esforço de adaptação por parte não apenas dos professores, mas de toda a comunidade educativa, em especial dos alunos e dos seus encarregados de educação. Ao avaliar por Domínios, foram introduzidas alterações à forma de classificar os elementos de avaliação, que passaram a ter tantas classificações quantos os domínios neles contemplados, e à forma de ponderar as classificações obtidas nos diversos elementos, que passaram a ser ponderados por domínios e não por elemento.

No que concerne ao trabalho do professor, nomeadamente na elaboração de elementos de avaliação sumativa, verificou-se um acréscimo considerável e complexidade desta tarefa. São disso um exemplo as matrizes dos elementos de testagem, que passaram a contemplar mais um fator - os Domínios - e os critérios de classificação desses elementos, pois as pontuações das etapas passaram a ser contabilizadas por Domínio, estando, muitas vezes, os três Domínios contemplados na mesma alínea.

A título de exemplo, apresenta-se no Anexo E a matriz, o enunciado e os critérios de classificação de um dos testes realizados pela turma 11.º F.

Também a necessidade de dar feedback frequente e de qualidade aos alunos e, com alguma frequência, também aos seus encarregados de educação, veio aumentar o volume de trabalho a realizar pelo professor.

3.4.2 Avaliação na disciplina de Matemática A

Na primeira reunião do Departamento de Matemática e Ciências Experimentais foi proposto adotar os mesmos domínios de avaliação em todas as disciplinas da responsabilidade dos grupos que o constituem, com exceção da disciplina de Tecnologias da Informação e Comunicação do 3.º Ciclo, que tem os seus domínios muito específicos definidos nas AE. Em sede de reunião de Grupo, os docentes dos grupos 230 e 500 (já mencionada neste relatório, no ponto 3.1.1) decidiram adotar a proposta apresentada no Departamento, com as ponderações sugeridas, a saber: D1 - 40%; D2 - 40%; D3 - 20% (critérios definidos no documento do Anexo F).

Para facilitar a organização dos dados recolhidos em cada elemento de avaliação sumativa e o cálculo das respetivas classificações a atribuir, foi elaborado um documento folha de cálculo, constituído por vários separadores. Este era constituído por:

- um separador por cada elemento de avaliação sumativa e
- um separador global que tinha em conta todos os anteriores, e onde se ponderavam todas as classificações obtidas pelos alunos ao longo do ano.

Neste último separador (o global), podem-se consultar e trabalhar todas as classificações - em cada um dos três domínios - por elemento de avaliação sumativa, por período ou no total do ano letivo. Para além disso, ainda se incluíram as informações que decorreram das autoavaliações quantitativas dos alunos em cada período.

É importante referir que ficou também definido desde o início do ano letivo que as classificações do final do 1.º e do 2.º período eram "herméticas", no sentido de apenas se referirem às aprendizagens e evolução dos alunos dentro de cada um desses períodos (tendo, como é de Lei, um carácter apenas informativo), sendo a classificação do 3.º período a única que refletia todo o processo e evolução das aprendizagens dos alunos (tendo para isso em conta, obviamente, toda a informação recolhida ao longo do ano letivo) e a única com valor, realmente, classificatório.

Sensivelmente a meio dos 1.º e 2.º períodos, houve também lugar a uma classificação qualitativa intercalar.

Folha de cálculo das classificações do 2º Teste de Avaliação Sumativa de Matemática A da turma F do 11.º ano:

1	1			2			3.1	3.2.1			3.2.2			3.2.3			3.3.1	3.3.2			4.1		4.2		5			6			7.1		7.2		7.3			8.1			8.2		Total de pontos			Valores			
2	D1	D2	D3	D1	D2	D3	D1	D1	D2	D3	D1	D2	D3	D1	D2	D3	D2	D1	D2	D3	D1	D2	D1	D2	D1	D2	D3	D1	D2	D3	D1	D2	D1	D2	D1	D2	D3	D1	D2	D3	D1	D2	D1	D2	D3	D1	D2	D3	
3	7	3	2	4	6	2	10	4	2	6	4	2	6	4	2	6	10	2	6	6	8	4	9	6	3	7	2	4	10	2	3	4	4	3	2	6	3	3	6	5	9	3	80	80	40	20	20	20	Total
4	4	2	0	4	0	0	7	4	2	6	4	2	6	4	2	6	10	0	2	0	8	4	0	0	1	2	0	4	0	0	3	4	4	3	2	6	3	3	6	5	7	2	59	47	26	14,75	11,75	13	13,2
5	4	2	0	4	6	2	10	4	0	2	0	0	4	4	2	5	2	0	2	0	8	4	9	6	1	7	2	1	7	2	3	4	4	2	2	4	3	2	6	5	7	3	63	57	25	15,75	14,25	12,5	14,5
6	0	0	0	4	0	2	7	0	0	0	0	0	0	4	2	6	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	0	2	0	0	1	0	1	3	1	0	3	0	0	0	8	0	31	8	11	7,75	2	5,5	5
7	4	0	0	4	6	2	5	0	2	0	0	0	4	4	2	6	0	0	0	0	8	4	3	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	28	16	12	7	4	6	5,6
8	5	2	0	4	6	2	10	4	2	6	4	1	6	4	2	6	10	0	4	4	8	3	9	5	3	7	2	2	8	2	3	4	4	3	2	6	3	2	6	5	9	3	73	72	36	18,25	18	18	18,1
9	4	2	0	4	6	2	5	0	2	0	0	0	4	4	2	6	4	0	0	0	6	2	6	2	3	7	2	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	34	29	16	8,5	7,25	8	7,9
10	7	3	2	4	6	2	10	4	2	6	4	2	6	4	0	6	10	0	2	0	8	4	9	6	3	7	2	4	10	2	3	4	4	3	2	6	3	3	6	5	9	2	78	73	34	19,5	18,25	17	18,5
11	0	0	0	4	3	0	0	4	2	6	0	0	4	4	2	6	2	2	6	6	2	4	5	2	3	7	2	2	8	0	3	4	4	3	2	6	3	0	0	0	9	3	44	52	27	11	13	13,5	12,3
12	5	3	2	4	6	2	7	4	2	0	0	0	4	4	2	6	10	0	2	0	8	4	7	2	1	4	0	0	3	0	0	4	4	3	0	4	0	3	4	0	7	2	54	55	14	13,5	13,75	7	12,3
13	5	3	0	2	0	0	7	0	0	0	0	0	4	4	2	4	0	2	6	6	7	4	7	6	0	0	0	0	0	0	2	3	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	38	25	14	9,5	6,25	7	7,7
14	0	0	0	0	0	0	4	4	0	0	0	0	0	4	0	0	2	0	2	0	1	0	0	0	3	5	0	0	0	0	2	4	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	20	14	0,01	5	3,5	0,005	3,401
15	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	2	2	3	0	0	0	0	2	0	3	2	0	0	0	2	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	14	4	7	3,5	1	3,5	2,5
16	2	0	2	4	6	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	4	3	6	0	0	0	0	0	0	1	0	1	2	0	0	0	0	0	0	4	0	19	18	4	4,75	4,5	2	4,1
17	7	3	2	4	6	2	7	4	0	2	0	0	4	2	2	6	2	0	2	0	0	0	2	0	3	7	2	0	0	0	3	3	4	3	2	6	3	2	1	0	0	0	40	35	21	10	8,75	10,5	9,6
18	7	3	2	4	6	2	10	4	2	6	4	2	6	4	2	6	2	2	6	6	8	4	9	6	3	7	2	0	0	0	3	4	4	3	0	6	3	3	6	5	9	3	74	62	38	18,5	15,5	19	17,4
19	7	3	0	4	6	2	10	4	2	6	0	0	4	4	2	6	10	2	6	6	8	4	7	6	1	5	0	4	10	0	3	4	4	3	2	6	3	3	6	5	9	3	72	76	32	18	19	16	18
20	0	0	0	4	0	2	0	4	2	6	4	2	6	4	2	6	0	2	2	2	2	2	3	2	0	0	0	0	5	2	3	4	1	1	0	2	0	0	0	0	0	0	27	24	24	6,75	6	12	7,5
21	0	0	0	2	0	2	0	0	2	0	4	2	0	0	0	0	2	0	0	0	8	4	7	2	0	0	0	0	0	0	2	0	2	3	2	6	3	0	2	0	0	0	27	23	5	6,75	5,75	2,5	5,5
22	5	2	0	4	6	2	10	4	2	6	0	0	4	4	2	6	10	2	4	5	8	4	7	2	3	7	2	2	0	0	3	4	4	3	2	6	3	3	5	5	9	3	70	60	33	17,5	15	16,5	16,3
23	2	0	2	0	0	0	7	0	0	0	0	0	0	4	2	6	0	0	0	0	0	0	0	0	2	6	0	0	0	2	0	0	4	3	0	4	0	3	4	3	8	0	30	19	13	7,5	4,75	6,5	6,2
24	3	0	0	4	6	2	7	4	2	6	0	0	4	0	2	0	10	0	2	0	8	4	9	2	3	7	2	0	0	0	0	0	4	3	2	6	3	0	2	0	9	3	53	49	17	13,25	12,25	8,5	11,9

Folha de cálculo das classificações do1.º período de Matemática A da turma F do 11.º ano:

1		1.º Período																	
2		D1:	40%				D2:	40%				D3:	20%				Ponderação	AA	AF1
3	N.º	Av1	Av2	Av3	Av4	Média	Av1	Av2	Av3	Av4	Média	Av1	Av2	Av3	Av4	Média			
4	1	6,50	14,75	13,50	0,00	11,58	6,00	11,75	18,75	0,00	12,17	7,00	13,00	16,00	0,00	12,00	11,90	12	13
5	2	16,00	15,75	17,25	0,00	16,33	10,00	14,25	18,75	0,00	14,33	13,50	12,50	20,00	0,00	15,33	15,33	15	16
6	3	12,00	7,75	11,25	10,25	10,31	10,75	2,00	15,25	9,25	9,31	7,50	5,50	3,50	7,50	6,00	9,05	10	10
7	4	5,50	7,00	5,00	0,00	5,83	5,00	4,00	7,50	0,00	5,50	1,00	6,00	12,00	0,00	6,33	5,80	6	6
8	5	18,00	18,25	18,25	0,00	18,17	17,75	18,00	17,00	0,00	17,58	14,00	18,00	20,00	0,00	17,33	17,77	18	18
9	6	15,00	8,50	12,00	0,00	11,83	14,25	7,25	16,00	0,00	12,50	13,50	8,00	10,50	0,00	10,67	11,87	12	12
10	7	19,75	19,50	19,25	0,00	19,50	19,25	18,25	18,50	0,00	18,67	19,00	17,00	18,00	0,00	18,00	18,87	19	19
11	8	16,50	11,00	18,25	0,00	15,25	16,50	13,00	19,00	0,00	16,17	17,50	13,50	12,00	0,00	14,33	15,43	16	16
12	9	11,50	13,50	15,75	0,00	13,58	10,50	13,75	11,50	0,00	11,92	10,00	7,00	12,50	0,00	9,83	12,17	12	13
13	10	8,50	9,50	4,00	0,00	7,33	9,00	6,25	10,00	0,00	8,42	7,00	7,00	6,50	0,00	6,83	7,67	8	8
14	11	6,00	5,00	10,00	7,00	7,00	3,75	3,50	13,75	6,75	6,94	4,50	0,01	16,00	0,01	5,13	6,60	7	7
15	12	10,00	3,50	12,00	0,00	8,50	7,50	1,00	11,75	0,00	6,75	5,50	3,50	15,00	0,00	8,00	7,70	8	8
16	13	11,75	4,75	3,50	7,75	6,94	9,00	4,50	14,50	10,00	9,50	10,00	2,00	13,50	6,00	7,88	8,15	8	9
17	14	8,25	10,00	6,00	0,00	8,08	5,00	8,75	9,00	0,00	7,58	10,00	10,50	8,50	0,00	9,67	8,20	10	9
18	15	15,25	18,50	17,50	0,00	17,08	12,50	15,50	17,50	0,00	15,17	13,50	19,00	15,50	0,00	16,00	16,10	16	17
19	16	16,25	18,00	12,50	0,00	15,58	15,75	19,00	16,25	0,00	17,00	17,50	16,00	20,00	0,00	17,83	16,60	17	18
20	17	15,00	6,75	14,75	0,00	12,17	9,00	6,00	11,25	0,00	8,75	9,50	12,00	14,50	0,00	12,00	10,77	11	11
21	18	14,00	6,75	7,00	11,50	9,81	11,75	5,75	12,00	8,75	9,56	10,00	2,50	10,00	7,50	7,50	9,25	10	10
22	19	12,75	17,50	12,50	0,00	14,25	10,25	15,00	11,50	0,00	12,25	10,50	16,50	3,50	0,00	10,17	12,63	13	14
23	20	10,50	7,50	17,50	11,75	11,81	5,75	4,75	17,50	7,50	8,88	7,00	6,50	17,50	11,00	10,50	10,38	10	11
24	21	20,00	13,25	18,75	16,75	17,19	20,00	12,25	12,50	16,50	15,31	20,00	8,50	19,00	15,00	15,63	16,13	16	17
25	22	7,25	8,50	8,25	0,00	8,00	5,00	8,50	12,25	0,00	8,58	4,50	0,00	15,00	0,00	9,75	8,58	9	9
26	23	7,25	8,75	3,75	0,00	6,58	5,00	8,75	10,00	0,00	7,92	4,50	8,00	10,00	0,00	7,50	7,30	8	8

Folha de cálculo das classificações referentes a todo o ano letivo de Matemática A da turma F do 11.º ano:

A	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	S	U
	1.º Período																
	D1:	40%				D2:	40%				D3:	20%				AA	AF1
N.º	Av1	Av2	Av3	Av4	Média	Av1	Av2	Av3	Av4	Média	Av1	Av2	Av3	Av4	Média		
1	6,50	14,75	13,50	0,00	11,58	6,00	11,75	18,75	0,00	12,17	7,00	13,00	16,00	0,00	12,00	12	13
2	16,00	15,75	17,25	0,00	16,33	10,00	14,25	18,75	0,00	14,33	13,50	12,50	20,00	0,00	15,33	15	16
3	12,00	7,75	11,25	10,25	10,31	10,75	2,00	15,25	9,25	9,31	7,50	5,50	3,50	7,50	6,00	10	10
4	5,50	7,00	5,00	0,00	5,83	5,00	4,00	7,50	0,00	5,50	1,00	6,00	12,00	0,00	6,33	6	6
5	18,00	18,25	18,25	0,00	18,17	17,75	18,00	17,00	0,00	17,58	14,00	18,00	20,00	0,00	17,33	18	18
6	15,00	8,50	12,00	0,00	11,83	14,25	7,25	16,00	0,00	12,50	13,50	8,00	10,50	0,00	10,67	12	12
7	19,75	19,50	19,25	0,00	19,50	19,25	18,25	18,50	0,00	18,67	19,00	17,00	18,00	0,00	18,00	19	19
8	16,50	11,00	18,25	0,00	15,25	16,50	13,00	19,00	0,00	16,17	17,50	13,50	12,00	0,00	14,33	16	16
9	11,50	13,50	15,75	0,00	13,58	10,50	13,75	11,50	0,00	11,92	10,00	7,00	12,50	0,00	9,83	12	13
10	8,50	9,50	4,00	0,00	7,33	9,00	6,25	10,00	0,00	8,42	7,00	7,00	6,50	0,00	6,83	8	8
11	6,00	5,00	10,00	7,00	7,00	3,75	3,50	13,75	6,75	6,94	4,50	0,01	16,00	0,01	5,13	7	7
12	10,00	3,50	12,00	0,00	8,50	7,50	1,00	11,75	0,00	6,75	5,50	3,50	15,00	0,00	8,00	8	8
13	11,75	4,75	3,50	7,75	6,94	9,00	4,50	14,50	10,00	9,50	10,00	2,00	13,50	6,00	7,88	8	9
14	8,25	10,00	6,00	0,00	8,08	5,00	8,75	9,00	0,00	7,58	10,00	10,50	8,50	0,00	9,67	10	9
15	15,25	18,50	17,50	0,00	17,08	12,50	15,50	17,50	0,00	15,17	13,50	19,00	15,50	0,00	16,00	16	17
16	16,25	18,00	12,50	0,00	15,58	15,75	19,00	16,25	0,00	17,00	17,50	16,00	20,00	0,00	17,83	17	18
17	15,00	6,75	14,75	0,00	12,17	9,00	6,00	11,25	0,00	8,75	9,50	12,00	14,50	0,00	12,00	11	11
18	14,00	6,75	7,00	11,50	9,81	11,75	5,75	12,00	8,75	9,56	10,00	2,50	10,00	7,50	7,50	10	10
19	12,75	17,50	12,50	0,00	14,25	10,25	15,00	11,50	0,00	12,25	10,50	16,50	3,50	0,00	10,17	13	14
20	10,50	7,50	17,50	11,75	11,81	5,75	4,75	17,50	7,50	8,88	7,00	6,50	17,50	11,00	10,50	10	11
21	20,00	13,25	18,75	16,75	17,19	20,00	12,25	12,50	16,50	15,31	20,00	8,50	19,00	15,00	15,63	16	17
22	7,25	8,50	8,25	0,00	8,00	5,00	8,50	12,25	0,00	8,58	4,50	0,00	15,00	0,00	9,75	9	9
23	7,25	8,75	3,75	0,00	6,58	5,00	8,75	10,00	0,00	7,92	4,50	8,00	10,00	0,00	7,50	8	8

A	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI	AJ	AM	AO
	2.º Período																
	D1:	40%				D2:	40%				D3:	20%				AA	AF2
N.º	Av1	Av2	Av3	Av4	Média	Av1	Av2	Av3	Av4	Média	Av1	Av2	Av3	Av4	Média		
1	16,25	15,5	18,5	10,25	15,13	16,88	13,75	20	12,00	15,66	10,25	13,75	17	12,50	13,38	14	15
2	17,00	13,25	20	16,75	16,75	16,50	6,25	19,5	18,75	15,25	18,25	6,25	16,25	13,50	13,56	16	16
3	9,63	6	18,5	12,25	11,59	8,75	2,5	18,25	13,50	10,75	5,25	2,5	16,5	8,50	8,19	12	11
4	4,88	0,5	15	2,25	5,66	3,75	3	14,5	2,00	5,81	2	3	13,75	0,00	6,25	6	6
5	18,75	19,5	20	11,75	17,50	18,13	20	18,75	15,75	18,16	19,75	20	17	15,00	17,94	18	19
6	7,88	10,25	15	9,25	10,59	9,13	8,75	15	14,25	11,78	7	8,75	12,5	1,00	7,31	11	11
7	19,75	20	18,5	19,75	19,50	20,00	18,25	20	19,50	19,44	19,5	18,25	16,5	11,00	16,31	19	19
8	18,13	14,25	18,5	20,00	17,72	17,88	16,75	18,25	20,00	18,22	14	16,75	15	20,00	16,44	18	18
9	14,00	14,25	20	14,75	15,75	17,38	10,25	16,25	18,25	15,53	11,25	10,25	17	4,00	10,63	15	15
10	14,13	8,25	20	14,50	14,22	14,13	1,25	16,25	8,25	9,97	9	1,25	16,25	13,00	9,88	12	11
11	9,38	6,25	20	9,50	11,28	10,63	4,5	18,75	10,00	10,97	11,25	4,5	16,25	7,50	9,88	11	10
12	17,13	12,75	15	13,00	14,47	17,75	14,5	14,25	15,25	15,44	16,5	14,5	13,75	10,00	13,69	15	14
13	8,00	7	15	4,00	8,50	13,13	9	13,75	10,00	11,47	8	9	13,75	0,00	10,25	10	10
14	18,13	11,5	17,5	14,75	15,47	18,75	8,75	16,25	17,50	15,31	10,25	8,75	15	4,00	9,50	13	14
15	19,00	15,5	17,5	17,75	17,44	19,50	10,75	16,25	19,50	16,50	13,25	10,75	15	11,00	12,50	16	17
16	20,00	16	17,5	20,00	18,38	20,00	18,75	17	20,00	18,94	19	18,75	16,25	19,00	18,25	19	19
17	11,50	6	15	1,75	8,56	16,88	12,25	12	5,00	11,53	11,5	12,25	7,5	0,00	10,42	10	10
18	13,00	8	20	10,50	12,88	12,88	8,25	18,25	14,75	13,53	9,25	8,25	17,5	7,50	10,63	13	13
19	17,13	17	17,5	16,00	16,91	19,75	11	17	19,00	16,69	14,25	11	15	12,00	13,06	15	16
20	6,88	11	15	6,00	9,72	11,50	7,75	16,75	11,00	11,75	6	7,75	15	1,00	7,44	10	10
21	20,00	18,25	20	19,25	19,38	20,00	16,5	20	20,00	19,13	18,5	16,5	16,25	18,50	17,44	19	19
22	11,63	5,75	20	8,00	11,34	15,88	5,5	18,75	8,75	12,22	6,25	5,5	16,25	0,00	9,33	12	11
23	6,50	1	15	10,00	8,13	11,75	7,75	14,25	9,75	10,88	3,5	7,75	13,75	0,00	8,33	10	9

A	AP	AQ	AR	AS	AT	AU	AV	AW	AX	AY	AZ	BA	BB	BC	BD	BF	BG	BH	BJ	BK
	3.º Período																			
	D1:	40%				D2:	40%				D3:	20%				Total				
N.º	Av1	Av2	Av3	Av4	Média	Av1	Av2	Av3	Av4	Média	Av1	Av2	Av3	Av4	Média	D1	D2	D3	AA	AF
1	12,5	18,25	13,5	20	16,06	10	18,75	14,5	20	15,81	10	20	11,5	17,5	14,75	14,50	14,76	13,50	15	16
2		16,50	19,5	20	18,67		17,50	15,5	20	17,67		14,50	12,5	20	15,67	17,20	15,70	14,73	16	17
3	11	16,25	10,75	19,5	14,38	3	16,75	9,5	20	12,31	9,5	16,50	4,5	20	12,63	12,09	10,79	8,94	13	12
4	4,25	11,50	4,25	19,25	9,81	3	14,25	4,75	20	10,50	13	15,00	5,5	17,5	12,75	7,22	7,43	8,07	8	8
5	18,75	19,50	17,5	20	18,94	18	20,00	18,25	20	19,06	20	20,00	19	17,5	19,13	18,20	18,33	18,20	19	20
6	11	17,50	3	19,75	12,81	7,75	19,50	1,75	20	12,25	9	14,00	0,5	17,5	10,25	11,74	12,15	9,30	12	12
7	20	20,00	19,75	20	19,94	20	20,00	19,25	20	19,81	20	20,00	20	20	20,00	19,66	19,36	18,11	20	20
8	16	19,50	19,25	20	18,69	10,75	18,50	19,25	20	17,13	11,5	20,00	16,5	20	17,00	17,40	17,26	16,07	17	18
9	15,5	18,75	10,5	19,5	16,06	13,25	18,00	11,75	20	15,75	12	20,00	2	20	13,50	15,27	14,63	11,45	15	16
10	11,25	10,25	8,25	19,5	12,31	7	13,25	9	20	12,31	10	14,50	2,5	20	11,75	11,65	10,40	9,73	12	12
11	12	19,50	13,5	19,75	16,19	6,25	17,50	14,25	20	14,50	10,5	20,00	14	20	16,13	11,49	10,80	10,38	13	13
12	0	9,75	4,5	0	3,56	0	8,75	5,25	0	3,50	0	7,50	1	0	2,13	8,88	8,73	7,93		EF
13	9,25	15,00	7,75	19,5	12,88	8,5	16,50	6,5	20	12,88	8	18,50	5	20	12,88	9,44	11,28	9,48	10	11
14	14,25	17,75	14,25	19,75	16,50	6,75	15,50	12	20	13,56	13,5	18,50	12	20	16,00	13,83	12,57	11,91	15	15
15	19	19,25	19,75	19,75	19,44	16	18,00	19,75	20	18,44	19,5	17,50	20	20	19,25	18,07	16,84	15,91	18	19
16	20	19,25	19,5	20	19,69	20	18,75	20	20	19,69	20	20,00	19	20	19,75	18,09	18,68	18,68	20	20
17	9	11,00	8,5	19,5	12,00	7,25	14,75	5,75	20	11,94	7	8,00	9	20	11,00	10,80	10,92	10,11	11	11
18	10	16,25	13	20	14,81	4,75	16,00	11,25	20	13,00	10,5	13,00	8,5	20	13,00	12,50	12,03	10,38	13	14
19	20	20,00	19,5	20	19,88	16,75	17,50	18,75	20	18,25	19	20,00	20	20	19,75	17,26	16,05	14,70	17	18
20	8	15,50	6,75	19,5	12,44	2,25	10,50	5,5	20	9,56	9	12,50	0	17,5	9,75	11,32	10,06	9,23	11	11
21	18,5	20,00	18,75	20	19,31	16,5	20,00	18,25	20	18,69	13	20,00	20	20	18,25	18,63	17,71	17,10	19	19
22	5,5	16,75	6,75	20	12,25	0	12,75	6,25	20	9,75	7,5	10,00	0	20	9,38	10,76	10,33	7,73	10	11
23	0	13,25	12,25	19,5	11,25	0	13,25	10	20	10,81	0	20,00	2,5	20	10,63	8,84	10,05	8,18	10	9

3.4.3 Avaliação Formativa

Desde o primeiro dia de aulas, a avaliação formativa foi uma prática regular na turma F do 11.º ano, quer através de momentos formais quer na interação com os alunos.

Um momento marcante desta prática foi implementado logo nas primeiras aulas do ano. Estas foram destinadas à recuperação de aprendizagens (no caso, trigonometria do 9.º ano) tendo, para tal, sido utilizada uma ficha de trabalho (com tarefas para desenvolver em grupo e outras individualmente), que incluía a utilização da plataforma GeoGebra. A realização desta ficha permitiu uma interação entre professores e alunos, pautada por uma avaliação formativa constante e de feedbacks detalhados (algumas vezes acerca das tendências gerais que se observavam na turma, mas, sobretudo, personalizado) evidenciando desde aí, esta faceta que iria marcar todo o trabalho a desenvolver até ao final do ano.

Para além da prática recorrente de avaliação formativa durante as aulas de todo o ano letivo, houve, obviamente, espaço para vários momentos formais de avaliação formativa, fossem eles através de fichas ou tarefas de resolução individual (nomeadamente, foi habitual antes de cada momento formal de avaliação sumativa os alunos da turma resolverem alguma ficha ou tarefa formativa, tanto em sala de aula como como trabalho de casa), ou trabalhos de grupo. Neste último caso, o Professor Estagiário quer apenas realçar que, ainda no 1.º período, elaborou uma tarefa de aula para ser desenvolvida como trabalho de grupo e onde a avaliação formativa desempenhava um papel preponderante. Esta atividade mereceu aqui atenção pela boa receção que teve pelos alunos e por ter sido o colocar em prática de uma atividade estudada numa disciplina do 1.º ano deste mestrado (a disciplina de Didática da Álgebra, lecionada pela Professora Doutora Helena Albuquerque) - a atividade pode ser encontrada em https://www.map.mathshell.org/lessons.php?unit=9255&collection=8, e que faz parte de um [14] de muitos recursos inspiradores que foram dados a conhecer nas diversas disciplinas do 1.º ano do mestrado e que o Professor Estagiário utilizou ao longo deste ano.

3.4.4 Elementos de Avaliação Sumativa

Na turma F do 11.º ano, no âmbito da avaliação sumativa, os alunos realizaram:

- No 1.º período, dois testes e uma tarefa de aula (todos com o mesmo peso);
- No 2.º período, dois testes, duas questões de aula (que em conjunto tiveram o mesmo peso que um teste) e um poster (também com o peso de um teste) - a desenvolver como trabalho de grupo; e
- No 3.º período, um teste, dois minitestes (que em conjunto tiveram o mesmo peso que um teste), quatro questões de aula (que em conjunto tiveram o mesmo peso que um teste) e um trabalho de grupo que consistia na elaboração de uma ficha para a plataforma MILAGE APRENDER+.

Estes elementos de avaliação sumativa foram maioritariamente de testagem, mas envolveram, também, outras técnicas: observação (tarefa de aula), análise de conteúdo (elaboração de poster e criação de exercício(s)) - perfazendo três técnicas no total -, sendo que em cada período houve sempre lugar à implementação de duas técnicas diferentes nos processos de avaliação sumativa (na formativa foram implementadas mais).

Os elementos de avaliação sumativa tiveram também um carácter formativo, pois permitiram sempre aos professores recolher informações acerca das aprendizagens dos alunos e dar feedback específico e individualizado aos discentes.

É importante notar que a diversidade de técnicas de avaliação utilizadas cumpriu a diretriz do Referencial de Avaliação de, em cada período, se recorrer a pelo menos duas técnicas distintas de processos de avaliação sumativa, sendo que, no final do ano letivo, teriam de ter sido utilizados pelo menos três técnicas diferentes.

Também como preconizado no Referencial de Avaliação, a cada processo/instrumento de avaliação foi atribuído, nos respetivos domínios avaliados, a mesma ponderação.

Testes, Minitestes e Questões de Aula

Ao longo do ano foram realizados vários elementos de avaliação sumativa de testagem: testes, minitestes e questões de aula. A opção por cada um derivou do que se considerou, em cada momento, ouvida a turma, ser melhor para promover as aprendizagens dos alunos. Estas decisões envolveram também o Professor Estagiário.

Todos estes elementos de testagem requereram a definição de objetivos e de conteúdos a avaliar, dos quais resultou sempre uma matriz que, com antecedência, foi facultada aos alunos (no Anexo E pode-se encontrar um exemplo de um destes documentos). Após a definição dessas linhas orientadoras era então criado o elemento de avaliação sumativa de testagem (no Anexo E pode-se encontrar um exemplo de um destes documentos), sempre acompanhado com uma grelha onde eram indicadas as classificações de cada item por domínio.

Apesar de a partir da 1.ª Avaliação Intercalar passar a haver na turma alunos que usufruíram de Aplicação e Monitorização de Medidas de Promoção do Sucesso Escolar, considerou-se que não seria necessário realizar qualquer tipo de modificação, tendo sido decidido que, caso os alunos em causa sentissem necessidade de mais tempo para a realização da prova, ser-lhes-ia dado mais tempo (até 15 minutos).

Trabalho de Grupo em Sala de Aula

As capacidades de trabalhar colaborativamente e em grupo são essenciais no mundo em que vivemos, tanto ao nível profissional, como no nosso dia-a-dia, constituindo fatores essenciais para que possamos viver num ambiente de maior liberdade e harmonia, numa sociedade mais justa e onde se respeitem os deveres e direitos de todos.

Assim, para além dos momentos formais de avaliação individual, os alunos foram, também, avaliados na realização de trabalhos realizados em grupo. Estas tarefas desenvolveram-se várias vezes ao longo do ano (algumas delas já referidas explicitamente neste relatório) e foram avaliadas tanto ao nível formativo como também sumativo. Neste último caso, contam-se dois elementos formais de avaliação (um no 2.º período – elaboração de Poster a propósito de Literacia Financeira, integrado no desenvolvimento de um Domínio de Autonomia Curricular (DAC) – e um no 3.º período – criação de uma ficha de exercícios para a plataforma MILAGE APRENDER+) e onde um dos principais objetivos da avaliação era a interação e colaboração entre os elementos do grupo. Em cada um destes momentos, houve também lugar para cada aluno avaliar o seu trabalho e o desenvolvido pelos restantes constituintes do grupo. No Anexo G apresenta-se um dos questionários que foi facultado aos alunos para poderem realizar esta auto e heteroavaliação.

3.4.5 Autoavaliação e Heteroavaliação

Uma importante capacidade a desenvolver nos processos de ensino/aprendizagem é a capacidade de os alunos saberem avaliar o trabalho por eles desenvolvido e as aprendizagens que realizaram. Esta é uma capacidade que, em complementaridade com os feedbacks fornecidos pelos professores, decorrentes da avaliação formativa, é fulcral para conseguirem identificar os seus pontos fortes e aqueles que lhes devem merecer especial trabalho e atenção para poderem melhorar o seu desempenho académico. Assim, ao mesmo tempo que permitem um desenvolvimento da autonomia dos alunos, estes momentos de auto e heteroavaliação constituem, também, bases que podem auxiliar os alunos a estabelecer planos de ação para o futuro trabalho a desenvolverem.

Outra característica importante deste tipo de avaliação é o facto de permitir ao professor saber como o aluno qualifica o seu trabalho, pois nem sempre este fica bem caracterizado pelas classificações obtidas nos vários momentos de avaliação sumativa.

Os alunos procederam à sua autoavaliação e à avaliação do empenho dos seus colegas de grupo no final de cada trabalho de grupo (relativamente ao trabalho em questão) e à sua autoavaliação no final de cada período letivo.

No Anexo H apresenta-se um dos questionários que foi facultado aos alunos no final de 3.º período para poderem realizar as suas autoavaliações.

3.5 Ações de Formação

Como se tenta expressar no título deste trabalho, a aprendizagem é fundamental para atingir qualquer objetivo e, em particular, a aprendizagem é fundamental para quem é professor: seja ela a aprendizagem constante que faz em sala de aula, a que desenvolve em trabalho autónomo ou a que desenvolve através de ações de formação.

Estar atualizado científica e pedagogicamente requer um trabalho regular e conhecer e dominar meios e ferramentas (que veem a sua diversidade, complexidade e quantidade aumentar a cada dia que passa) que podem ser utilizados nas práticas letivas, não o requer menos.

O Professor Estagiário no decurso do ano letivo de 2022/2023 frequentou duas ações de formação:

- Frequentou e concluiu com a avaliação de 10 (Excelente) a Oficina de Formação "MILAGE APRENDER+ para criar ambientes de aprendizagem do século XXI nas disciplinas dos ensinos básico e secundário", que decorreu de 12 de janeiro a 14 de abril de 2023 e que teve a duração de 30 horas (o respetivo certificado encontra-se no Anexo I). Esta formação teve como motivação extra a aplicação frequente da plataforma MILAGE APRENDER+ em sala de aula, no apoio a alunos e em atividades da EBSO (no Clube Milage e no Clube Ciência Viva).

- Frequentou a formação "Introdução à Calculadora Gráfica NumWorks", que decorreu na EBSO no dia 26 de abril de 2023 e que foi aberta a qualquer professor do Departamento de Matemática e Ciências Experimentais. Esta foi uma formação de curta duração (ACD) e destinou-se a dar a conhecer a tecnologia da calculadora NumWorks e a explorar as funcionalidades das suas diversas aplicações, bem como conhecer as mais recentes funcionalidades/capacidades obtidas através das últimas atualizações (uma das vantagens deste material é a frequente atualização de software).

Capítulo 4

Participação nas Estruturas de Orientação Pedagógica e Educativa

4.1 Direção de Turma

O papel de um Diretor de Turma é de grande importância na dinâmica das escolas, pois, para além de ser o responsável pela coordenação e orientação da turma, é um elemento basilar da relação entre alunos, professores do Conselho de Turma e encarregados de educação.

Coube à Orientadora Cooperante ser a diretora de turma do 11.º D e, assim, o Professor Estagiário, para além de assistir a todas as aulas destes alunos na disciplina de MACS, pôde também acompanhar todos os processos relativos à direção desta turma. Isto permitiu ao Professor Estagiário uma perspetiva privilegiada no acompanhamento desta turma desde o início do ano letivo.

Através deste acompanhamento de uma Direção de Turma, o Professor Estagiário teve a oportunidade de:

- consultar a plataforma GIAE (https://www.giae.pt/), que permitiu, nomeadamente, ter acesso aos dados dos alunos e dos seus encarregados de educação (importante, por exemplo, na caracterização da turma), consultar faltas dos alunos e colaborar no processo de justificações das mesmas;
- consultar documentos facultados e/ou enviados aos encarregados de educação;
- estar presente em reuniões com os encarregados de educação;
- participar nas reuniões do Conselho de Turma; e
- discutir com a Diretora de Turma sobre situações que transcendem as observadas nas lições que o Professor Estagiário observou em sala de aula, nomeadamente situações comportamentais do aluno noutras disciplinas ou no espaço escola e situações familiares que mereciam preocupação especial.

4.2 Participação em reuniões

4.2.1 Reunião Geral

O ano letivo 2022/2023 teve o seu início oficial na EBSO no dia 1 de setembro, mas foi na segunda-feira dia 5 de setembro, com a realização da Reunião Geral, que, para a grande maioria dos docentes, o ano escolar começou verdadeiramente. A Reunião Geral contou com todo o pessoal docente do AEO e, dada a grande quantidade de professores a que isso corresponde, a reunião teve lugar no Pavilhão Multiusos da EBSO, o que proporcionou um ambiente grandioso e uma oportunidade única para o Professor Estagiário conhecer os seus colegas docentes.

A ordem de trabalhos desta reunião começou após um momento destinado à interação e confraternização dos docentes, na maioria dos casos, reencontrando-se professores já conhecidos, e, noutros, conhecendo-se novos colegas.

A restante reunião debruçou-se, essencialmente, numa reflexão sobre o AEO, abrangendo tanto o ano letivo anterior como o que agora se iniciava. Nomeadamente, abordaram-se os processos de ensino/aprendizagem, as atividades postas em prática e as a desenvolver, e sempre que pertinente, as avaliações feitas acerca dos mesmos e dos objetivos perseguidos ou a perseguir. Esta ação foi desenvolvida através de várias apresentações, a cargo dos responsáveis do processo, e foi pensada para promover a discussão com os colegas que assistiam. Demonstrando o bom ambiente existente nesta comunidade escolar, o contributo da assistência foi de encontro ao pretendido e proporcionou discussões proveitosas.

No decorrer da Reunião Geral, houve ainda tempo para a introdução formal, por parte da Diretora do AEO e da EBSO - a Professora Sandra Pimentel -, do Professor Estagiário Eduardo Branco e para a divulgação do Estágio Pedagógico que iria decorrer na EBSO ao longo do ano letivo 2022/2023, uma realidade pouco habitual na história recente do AEO.

4.2.2 Grupo Disciplinar 230 e 500

Logo a seguir à Direção da EBSO, a segunda estrutura que o Professor Estagiário conheceu foi o Grupo Disciplinar 230 e 500. No dia da Reunião Geral, realizou-se também a primeira reunião deste grupo do AEO, e, dados a boa receção e acolhimento, no final da reunião já todos os novos membros se sentiam integrados.

As Reuniões de Grupo eram presididas pela Professora Eunice Ferreira (o que, mais uma vez, permitiu ao Professor Estagiário um acompanhamento mais profundo) e as ordens de trabalho eram de diversos tipos, nomeadamente:

- discutir, refletir e, por vezes, esclarecer dúvidas sobre várias temáticas (por exemplo, relacionadas com avaliação e classificação);
- organizar grupos de trabalho e coordenar os seus trabalhos (por exemplo, estabeleceram-se grupos de trabalho para planificar cada disciplina representada no grupo por ano de escolaridade);
- discutir e estabelecer atividades a desenvolver (por exemplo, as do Plano Anual de Atividades);
- fazer o acompanhamento das atividades letivas; e

- escolher os manuais a adotar.

Destas sessões de trabalho, sempre que permaneciam dúvidas, eram posteriormente levadas ao Conselho Pedagógico (do qual também fazia parte a Professora Eunice Ferreira) para esclarecimento.

4.2.3 Diretores de Turma

As Reuniões de Diretores de Turma eram presididas pela Professora Sónia Duarte e tinham como principal objetivo organizar o trabalho a desenvolver pelos diretores de turma. Nestas reuniões transmitiam-se informações e facultavam-se documentos destinados a guiar e auxiliar os diretores de turma, nomeadamente, nos Conselhos de Turma a que presidiam.

Mais uma vez, as dúvidas e questões dos diretores de turma eram posteriormente levadas ao Conselho Pedagógico com o objetivo de serem esclarecidas.

4.2.4 Conselho de Turma

As reuniões do Conselho de Turma tinham como principal objetivo promover o sucesso dos processos de ensino-aprendizagem. Nelas eram discutidas a situação e a evolução das aprendizagens dos alunos, tentando, sempre que possível, estabelecer padrões e reunir e/ou transmitir informações que pudessem melhor contextualizar a realidade de cada um e contribuir para uma melhor adequação de processos. Dessas análises resultaram as descrições das aprendizagens e atitudes dos alunos que eram disponibilizadas aos respetivos encarregados de educação, e, atendendo também às avaliações e classificações dos alunos nas diferentes disciplinas, resultaram, por vezes, algumas decisões de aplicação de Medidas de Suporte à Aprendizagem e Inclusão (com a respetiva elaboração do documento "Aplicação e Monitorização de Medidas de Promoção do Sucesso Escolar").

O Professor Estagiário participou em todas os Conselhos de Turma do 11.º D e do 11.º F, tendo sido sempre requisitada e bem recebida a sua contribuição (não tendo, obviamente, direito a voto em decisões levadas a votação).

4.2.5 Núcleo de Estágio de Matemática

Desde o início do ano letivo, que o horário da Orientadora Cooperante integrou quatro tempos letivos semanais para as Reuniões do Núcleo de Estágio. Nestes encontros desenvolveu-se, sobretudo, a coordenação e a orientação do trabalho do Professor Estagiário, nomeadamente, através da supervisão dos planos de aula, da discussão e definição de provas de avaliação (e, sempre que pertinente, das suas matrizes e rúbricas ou critérios), da correção de provas de avaliação, e de atividades a desenvolver pelo mesmo. Nestas reuniões houve também lugar para o trabalho colaborativo (e cujos resultados não estavam diretamente relacionados com o trabalho a desenvolver individualmente pelo Estagiário), onde, por exemplo, se discutiram e decidiram adequações a fazer à planificação anual, por período e por unidade; tipos e frequência de provas de avaliação a pôr em prática; classificações e atividades a desenvolver.

O tipo de trabalho realizado nestas reuniões ocorreu também noutros momentos dos dias de aulas. De modo natural e com a frequência que as situações o exigiam, o Professor Estagiário beneficiou do trabalho orientador, das críticas construtivas e das palavras incentivadoras que caracterizaram as Reuniões do Núcleo, sem a restrição de horários ou limite de tempo.

Capítulo 5

Atividades no AEO

5.1 Olimpíadas Portuguesas de Matemática

Devido ao interesse demonstrado por alguns alunos e pelo Núcleo de Estágio, que considerou importante a participação dos alunos, mas, também, a experiência que esta atividade proporcionaria ao Professor Estagiário, determinou-se a adesão do AEO às Olimpíadas Portuguesas de Matemática (OPM). A Professora Sílvia Matos foi quem registou o primeiro interesse de participação de alunos e logo efetuou a inscrição nas Olimpíadas. Isto ocorreu ainda antes da 2ª Reunião de Grupo Disciplinar, momento em que se decidiu e registou em ata a participação do AEO nas OPM, e onde se criou o grupo, constituído pela Professora Sílvia Matos e pelo Professor Estagiário, a desenvolver esta atividade. A partir desta reunião, o Estagiário teve oportunidade de se encarregar de todos os processos relativos à atividade, contando com a supervisão da Professora Sílvia e, sempre que fosse necessário, com a sua ajuda.

O tempo disponível para preparar a participação na 1ª Eliminatória das OPM foi relativamente curto (a 2ª Reunião de Grupo Disciplinar ocorreu no dia 6 de outubro e a 1ª Eliminatória teve lugar no dia 9 de novembro), pelo que apenas se dedicaram 2 tempos letivos a sessões de preparação de alunos para a participação nesta eliminatória. A participação do AEO nas OPM e a realização das sessões de preparação foram dadas a conhecer aos alunos através dos professores de Matemática e de cartazes afixados na escola. Houve 6 alunos a participar na preparação, 29 alunos que registaram a sua intenção de participação junto dos seus professores de Matemática e 19 participações efetivas na 1ª Eliminatória das OPM. Houve participações em todas as categorias. No dia da 1.ª Eliminatória, apesar da Professora Sílvia Matos não poder estar presente (o horário coincidia com períodos onde se encontrava a lecionar), vários professores de Matemática estiveram disponíveis para ajudar o Professor Estagiário na sua realização.

Na 2ª Eliminatória das OPM participou um aluno do AEO em cada uma das 3 categorias. Mais uma vez, havendo pouco tempo entre o início do 2.º período e a realização da 2.ª eliminatória (que se realizou no dia 11 de janeiro), dedicaram-se, novamente, apenas 2 tempos letivos a sessões de preparação. Todos os alunos que participaram receberam, posteriormente, o respetivo diploma de participação, e o enunciado e proposta de resolução da sua prova.

A avaliação feita da participação do AEO nas OPM foi ótima. Quanto ao número de inscrições, dado as OPM não ocorrerem habitualmente no AEO (nenhum dos alunos participantes tinha já participado) e dado as limitações causadas por horários e disponibilidade de transportes (muitos alunos mostraram interesse em participar, mas tinham aulas ou atividades extracurriculares, e outros não tinham transporte para casa à hora do término das eliminatórias), cumpriu as expetativas. O feedback dos alunos acerca das provas foi muito positivo e todos disseram ter gostado de participar e querer repetir a participação no ano seguinte. Muitos deles mostraram também interesse em participar em futuras sessões de preparação para as eliminatórias das OPM.

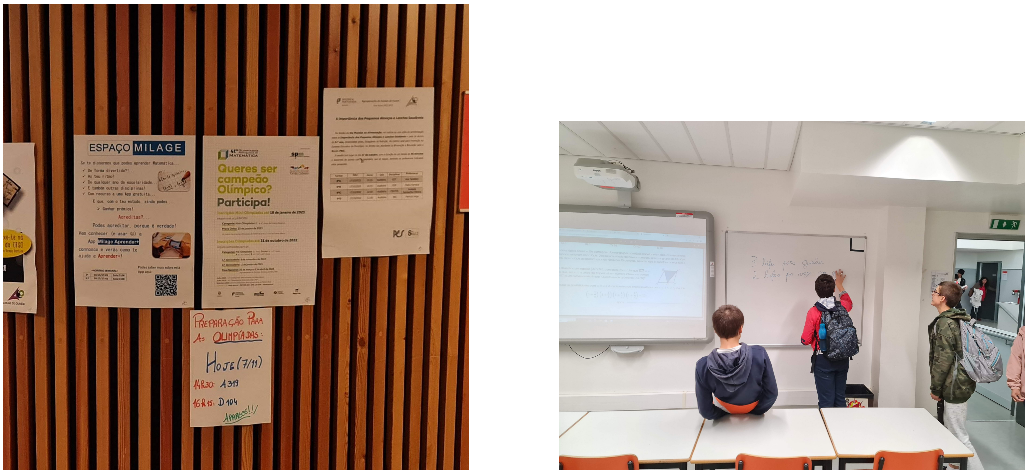


Fig. 5.1 À esquerda, temos uma foto, tirada no dia da sessão de preparação para a 1.ª Eliminatória das OPM, de um dos cartazes afixados na EBSO, e, à direita, temos uma foto de alguns alunos à saída dessa sessão de preparação

Fig. 5.2 À esquerda, temos uma foto da 1.º Eliminatória das OPM, e, à direita, temos uma foto do final da sessão de preparação para a 2.ª Eliminatória, onde podemos ver o aluno mais resistente e que ficou para além do tempo previsto, acompanhado pelo Estagiário e pela Professora Eunice Ferreira

5.2 Canguru Matemático

O Canguru Matemático é já uma referência para os alunos do AEO e que dispensa apresentações. Desde a primeira semana de aulas que os alunos perguntavam pelo mesmo aos seus professores de Matemática.

Foi também divulgado através de cartazes e de comunicações/informações dos professores de Matemática e contou com a participação de 80 alunos. O Professor Estagiário comunicou (e reforçou essa comunicação), desde o início dos seus trabalhos, a sua disponibilidade para colaborar com o grupo de professores de Matemática a que esse projeto foi atribuído. Ajudou, em tudo o que lhe foi pedido, no dia da realização da prova (o Certificado de Colaboração encontra-se no Anexo J).

Mais uma vez, a realização do Canguru Matemático cumpriu com as elevadas expetativas. Desde logo os alunos mostraram o agrado com as provas realizadas e a vontade de participar em anos futuros. No restante do ano letivo, o Estagiário foi várias vezes interpelado por alunos a comunicarem a satisfação com a edição desse ano e o orgulho na classificação obtida.

Fig. 5.3 Fotos tiradas na parte final da edição deste ano letivo do Canguru Matemático no AEO

5.3 Dia Internacional da Matemática – Dia do Pi

Este é um dia especial no AEO e foi desde a primeira Reunião do Grupo Disciplinar que se começaram a definir as atividades a implementar. Neste ano letivo, dado o Dia do Pi (o dia 14 de março) ocorrer a uma terça-feira, dia da semana em que os alunos costumavam ter aulas que lhes preenchiam totalmente os períodos da manhã e da tarde, ficou estipulado que as atividades seriam desenvolvidas nas aulas de Matemática. Uma vez que nem todos os alunos tinham aulas de Matemática nesse dia, decidiu-se, nesses casos, desenvolver as atividades na primeira aula que o procedeu. As atividades a serem executadas fora de sala de aula, como as que habitualmente se desenvolvem em todo o AEO no Dia Internacional da Matemática, ficaram remetidas para as Jornadas Culturais do AEO.

5.3.1 Fichas do Dia Internacional da Matemática – Dia do Pi, na plataforma MILAGE APRENDER+

Para cada ano de escolaridade existente no AEO, foram criadas fichas na plataforma MILAGE APRENDER+ alusivas ao Dia do Pi (a sequência de dígitos que se obtinha quando se colocavam, de maneira ordenada e consecutiva, os números correspondentes às respostas dadas às perguntas, coincidia com os primeiros dígitos do Pi). Da maneira que foi anteriormente descrita, estas fichas foram resolvidas nas aulas de Matemática.

O Professor Estagiário colaborou na produção destas fichas para os 5.º, 6.º, 7.º, 8.º e 9.º anos de escolaridade. O seu trabalho consistiu, em cada ficha, na elaboração das correções e classificações, na criação dos vídeos explicativos de cada resolução, e na implementação de todas estas fichas (incluindo todos os materiais descritos atrás) na plataforma MILAGE APRENDER+.

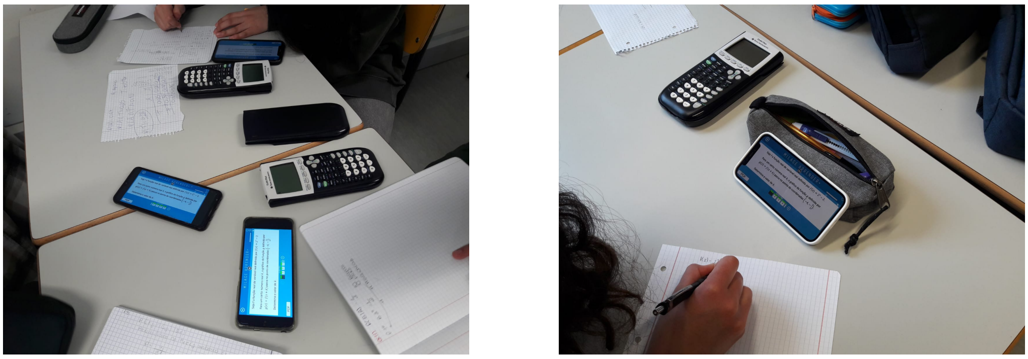


Fig. 5.4 Fotos de alguns alunos a recorrerem ao telemóvel para resolver uma "Ficha do Dia Internacional da Matemática – Dia do Pi" na plataforma MILAGE APRENDER+

5.3.2 Pulseira do Pi

Com inspiração num cartaz do PmatE (Projeto Matemática Ensino da Universidade de Aveiro), o Grupo Disciplinar decidiu realizar a atividade Pulseira do Dia do Pi em todos os anos de escolaridade do 2.º e 3.º CEB do AEO.

Estas pulseiras foram criadas com missangas e fio apropriado, sendo a sua construção muito simples. Com apenas duas cores (idealmente três, em que a terceira delimitaria o dígito das unidades do Pi) conseguia-se criar uma sequência onde se diferenciava cada um dos primeiros dígitos do Pi, alternando, para isso, as cores entre dígitos consecutivos. Para efeitos estéticos e para diversificar as pulseiras dos alunos, decidiu-se utilizar várias cores, permitindo aos alunos dar largas à sua criatividade e personalizar as pulseiras de acordo com a sua preferência. A Professora Eunice Ferreira e o Professor Estagiário trataram da escolha e aquisição dos materiais necessários, e fizeram a separação dos mesmos por kits.

O bom acolhimento e sucesso desta atividade pôde ser observado a circular pelo AEO a partir deste dia.

Fig. 5.5 À esquerda, temos o cartaz que esteve na origem desta atividade, e, à direita, temos uma foto que destaca uma pulseira acabada de ser produzida

Fig. 5.6 Fotos de algumas pulseiras a serem já utilizadas pelos alunos

5.3.3 Escape Room #MathsDay #PiDay

O Grupo Disciplinar decidiu aderir à atividade da Fábrica Centro Ciência Viva de Aveiro intitulada Escape Room #MathsDay #PiDay, e que consistia na resolução de uma ficha online que foi disponibilizada no Dia do Pi.

Seguindo o plano traçado, esta ficha foi resolvida com os alunos do Ensino Secundário nas aulas de Matemática e consistia na resolução de exercícios de vários tipos, essencialmente relacionados com o Pi e o Dia Internacional da Matemática. Os conhecimentos e capacidades a utilizar transcendiam a Matemática, mas foram todos de domínios essenciais na Matemática, nomeadamente, resolução de problemas, raciocínio lógico, abstração e reconhecimento de padrões.

O Professor Estagiário acompanhou a resolução desta atividade nas aulas de MACS e de Matemática A das turmas que acompanhava, e pôde observar a grande vontade de resolver cada problema e a satisfação que resultava da superação de cada desafio, que contagiou positivamente todos os alunos.

Fig. 5.7 À esquerda, temos um material produzido pela Fábrica Centro Ciência Viva de Aveiro que publicitava e permitia o acesso à atividade (através do código QR), e, à direita, temos uma foto que mostra toda a turma do 11.º D a resolver os desafios do Escape Room #MathsDay #PiDay

Fig. 5.8 Fotos onde se mostra os alunos a recorrer ao telemóvel para resolver esta atividade

5.4 Jornadas Culturais do AEO

As Jornadas Culturais do AEO têm a duração de um dia, e é já um evento com que os alunos estão bem familiarizados e que aguardam com avidez. O carinho que este dia lhes merece, deve-se em grande parte à diversidade das temáticas (todos os Grupos Disciplinares desenvolvem ações que envolvem as várias disciplinas que os constituem) e de tipos de atividades disponibilizadas, mas, também, por ser um dia onde todos os alunos do agrupamento podem confraternizar.

5.4.1 Jornadas Culturais AEOUREM – O MathCityMap na EBSO

Utilizando mais uma ferramenta dada a conhecer ao Professor Estagiário numa disciplina do 1.º ano deste mestrado (a disciplina de Meios Computacionais no Ensino da Matemática, lecionada pelo Professor Doutor Jaime Carvalho e Silva), o MathCityMap (https://mathcitymap.eu/pt/), o Professor Estagiário desenvolveu uma atividade pensada para poder ser realizada pelos alunos do 3.º CEB e do Ensino Secundário na EBSO.

Esta atividade consistiu num pedipaper em que os participantes (organizados em grupos) tiveram de percorrer, a pé, um determinado trajeto e responder a um questionário que envolveu perguntas e resolução de tarefas. O trajeto a percorrer e o questionário a responder eram consultados através da plataforma MathCityMap, e as respostas eram também aí inseridas. Após inserida cada resposta, a plataforma apresentava a classificação obtida e disponibilizava uma proposta de resolução da tarefa. As questões e tarefas desta atividade assentavam, essencialmente, em medições de comprimentos (em que para cada uma eram sugeridas estimativas que facilitavam o apuramento da medição) e, por vezes, um posterior cálculo de perímetro, área, volume ou massa (esta última calculada através da aplicação de proporcionalidade direta). Todos estes exercícios foram apresentados na plataforma com enunciados que pretenderam mostrar de que maneira as matérias aprendidas em Matemática e necessárias à resolução dos mesmos, têm aplicação em problemas do quotidiano. Algumas tarefas eram apenas apresentadas aos alunos do Ensino Secundário e tinham como tarefas auxiliares as que eram apresentadas aos alunos do 3.º CEB.

Por limitações de tempo, o Professor Estagiário teve oportunidade de acompanhar a prova de apenas dois grupos. Essa experiência foi ótima pois permitiu ver a reação dos alunos à atividade, as maneiras diferentes como eram resolvidas as mesmas tarefas, e perceber como melhorar os exercícios e a suas implementações na plataforma.

O Professor Estagiário contou com a importante colaboração de três alunos do 11.º F, que se voluntariaram para o auxiliar no desenvolvimento desta atividade, dando um contributo importante na receção aos participantes e na prestação de informações e esclarecimentos.

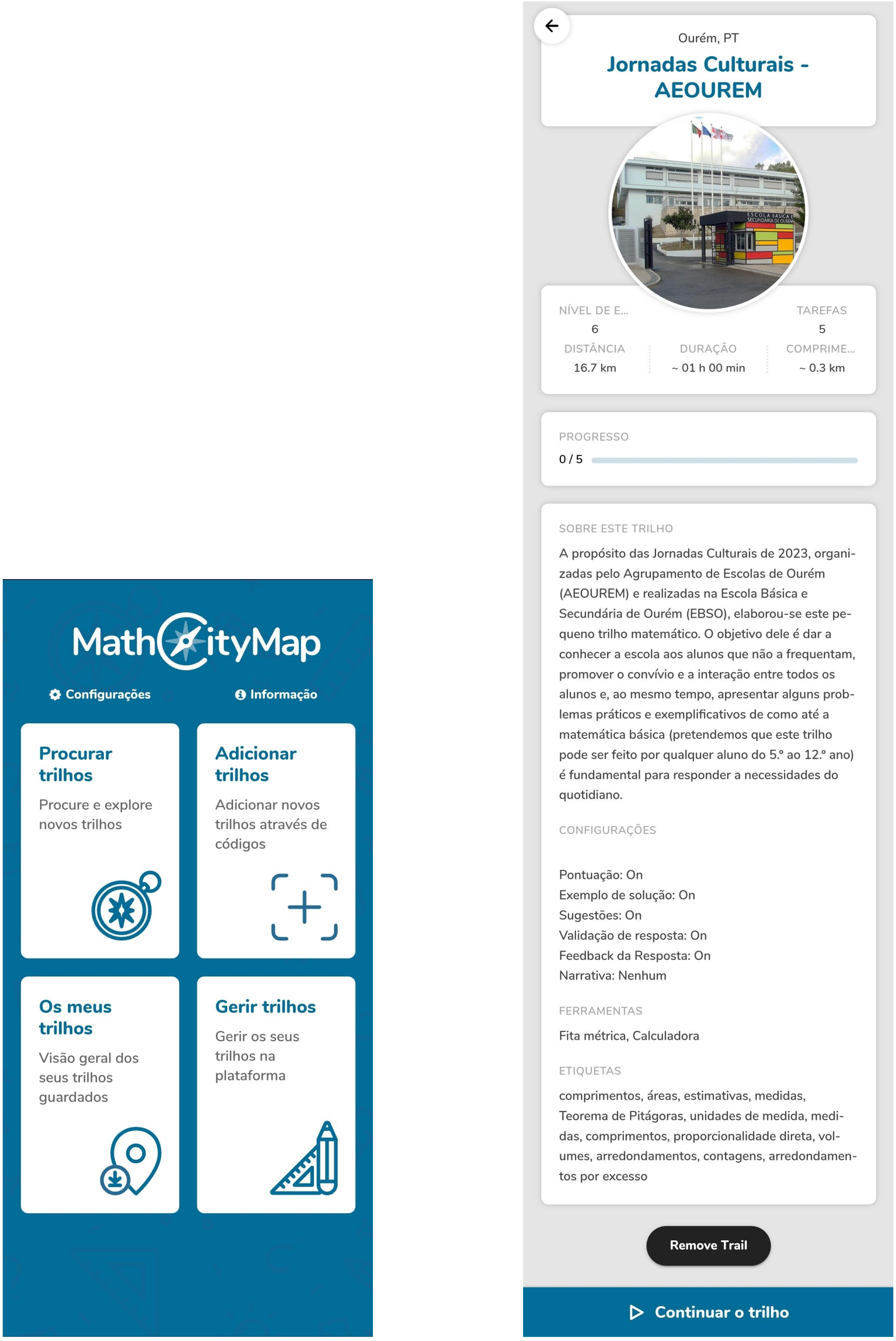


Fig. 5.9 À esquerda, a jeito de apresentação, temos o menu principal da aplicação para telemóvel do MathCityMap, e, à direita, temos o menu principal do roteiro desenvolvido pelo Professor Estagiário "Jornadas Culturais AEOUREM"

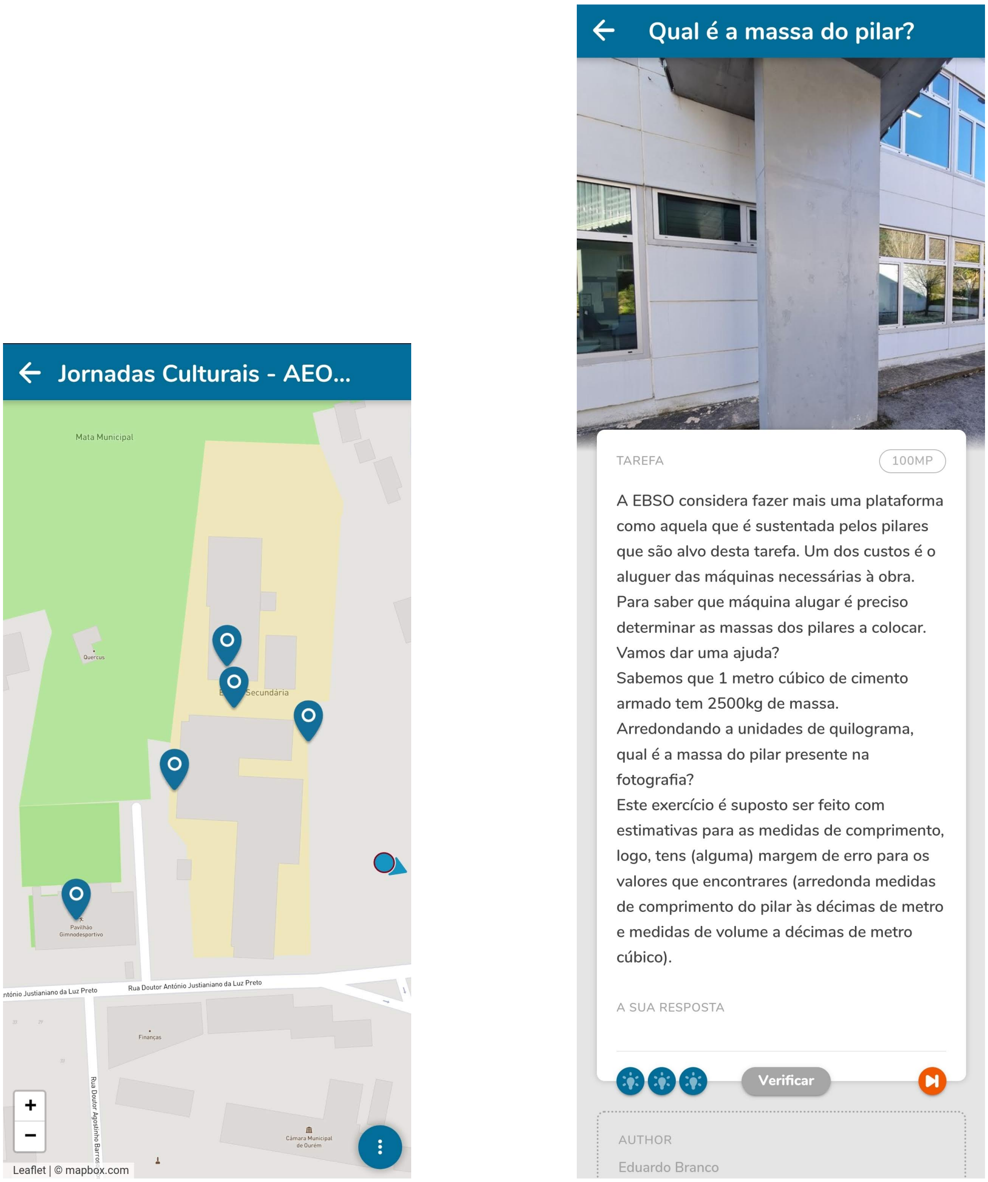


Fig. 5.10 À esquerda, temos o mapa com a localização dos desafios e a que podemos recorrer para localização geográfica, e, à direita, temos um exemplo dos exercícios propostos nesta atividade

5.4.2 Jogos do Projeto hypatyaMAT e Outros

Durante todo o dia das Jornadas Culturais, decorreram atividades do Clube do Jogo na sala que lhe é atribuída ao longo do ano e noutras que lhe eram próximas. Essas atividades foram dinamizadas pelos professores de Matemática responsáveis pelo Clube e por outros professores de Matemática que se voluntariaram, dos quais o Professor Estagiário fez parte. Realizando o secretariado e apoio aos participantes da atividade “Jornadas Culturais do AEO – O MathCityMap na EBSO” nas imediações da referida sala, o Estagiário conseguiu conciliar essa ação, com a de colaborar com o Clube do Jogo. O Clube desenvolveu essencialmente a sua ação através da realização dos muitos e variados jogos que tem para disponibilizar ao longo de todo o ano e da realização dos Torneios de Xadrez e de

Damas. A colaboração do Estagiário passou por prestar apoio na gestão do espaço e acomodação dos participantes, e por proporcionar outros jogos, nomeadamente, os da plataforma hypatyaMAT.

A plataforma hypatyaMAT tem várias dimensões, mas, a que aqui foi explorada, foi a que seguia mais de perto a temática da ação desenvolvida pelo Clube, e que se encontra na sua secção Quero jogar. O Professor Estagiário apresentou a plataforma aos interessados e depois promoveu a participação nos jogos que ela disponibiliza e que exercitam várias capacidades essenciais na Matemática. A esmagadora maioria dos participantes eram alunos do Ensino Básico e nunca antes tinham tido conhecimento do hypatyaMAT.

Adicionalmente, o Professor Estagiário realizou jogos com os alunos onde lhes propunha a resolução de quebra-cabeças, uns relacionados com fósforos (retirados e/ou inspirados na página web https://matchstickpuzzles.net/), e outros com a descodificação de mensagens (inspirados na página web https://highschool.spsd.org/crypt/index.html).

Capítulo 6

Conclusão

A experiência do Professor Estagiário na EBSO começou antes do ano letivo de 2022/2023 se iniciar: a convite da Professora Eunice Ferreira, o, na altura, ainda futuro Estagiário, dirigiu-se à escola, que o iria acolher em breve, para conhecer a sua futura Orientadora Cooperante, a escola e alguns dos colegas com quem iria colaborar. Desde esse momento, ficou a certeza de que teria a orientação, o apoio e o ambiente entre colegas ideais para alcançar os objetivos propostos para o seguinte ano letivo. Tudo isto ficou corroborado com o início do ano letivo, onde o Professor Estagiário não se poderia sentir mais bem recebido. Ao longo do ano a integração continuou a desenvolver-se e depressa se sentiu parte da família EBSO: desde os colegas, docentes e não docentes, a todos os alunos, o ambiente e as interações foram ótimas, e constituíram sempre uma motivação extra para o trabalho a levar a cabo.

Com o acompanhamento sempre próximo da Orientadora Cooperante, o Professor Estagiário foi desenvolvendo o seu trabalho, dentro e fora da sala de aula. A Professora Eunice Ferreira, com o seu exemplo, os seus ensinamentos e as suas críticas, permitiram ao Estagiário evoluir e melhorar as suas práticas. A recetividade, o espírito colaborativo, a vontade empreendedora e de procura de atualização e inovação de técnicas e conteúdos, são características fortes na Professora Eunice. Elas foram constantes e determinantes no trabalho que desenvolveu com o Professor Estagiário e moldaram as aprendizagens do mesmo.

A participação nas reuniões das Estruturas de Orientação Pedagógica e Educativa permitiram ao Professor Estagiário ter uma perspetiva mais ampla e mais profunda acerca de vários processos que caracterizam a prática letiva, assim como tomar consciência de dúvidas e de críticas dos docentes sobre alguns desses processos. Também um conhecimento mais rico acerca dos alunos foi proporcionado nestas reuniões, o que contribuiu para melhorar as práticas em sala de aula.

Nas várias atividades em que participou, para além de perseguir os objetivos pretendidos nas mesmas e de promover o interesse e o gosto pela Matemática, houve também espaço para o Professor Estagiário interagir com os alunos numa dimensão diferente das habituais. Isto foi bastante relevante na vivência de escola: notou-se uma aproximação por parte dos alunos que não faziam parte de nenhuma das turmas seguidas pelo Estagiário, e vários deles passaram a interagir frequentemente com ele, por vezes, apenas com um sentido social, mas muitas vezes, também por questões relacionadas com a escola e com a Matemática ou as Ciências em geral. Estas atividades proporcionaram também ao Professor Estagiário trabalhar com alunos do 2.º e do 3.º CEB, o que doutra maneira não ocorreria, uma vez que apenas acompanhou turmas do Ensino Secundário.

Numa fase da vida em que conciliar a vida familiar com a profissional é, por vezes, uma tarefa complexa, conjugar também a realização deste mestrado – com todo o trabalho, dedicação e tempo que ele significa -, foi, para o Professor Estagiário, um grande desafio a tomar em mãos, mas foi amplamente recompensado pelas aprendizagens e experiências que ele proporcionou, bem como pelas pessoas que permitiu conhecer. Em particular, o Estágio Pedagógico ocupou um lugar de destaque nas mais valias adquiridas e na satisfação obtida na realização de todo o trabalho e evolução. Este permitiu ao Estagiário, experienciar todas as etapas que constituem o trabalho e o dia-a-dia de um professor, observar como todas estas peças se encaixam e complementam para construir o trabalho global que se desenvolve ao longo de um ano letivo, e ver a sua substanciação nas aprendizagens e evolução dos alunos. Esta última é a verdadeira razão para se ser professor, e, sem dúvida, a que me trouxe aqui. Apesar de todos os desafios (e os receios que deles advêm) que a vida de um professor incorpora, continua a certeza de que os frutos a cultivar irão sempre superiorizar-se. Este Estágio Pedagógico dotou o Professor Estagiário de ferramentas e capacidades essenciais para o seu futuro profissional, mas, não menos importante, foi o dom que teve de explicitar a convicção de que este é o caminho que quer percorrer!

Bibliografia

[1] AEO. Referencial de avaliação do aeo, disponível em https://drive.google.com/file/d/1GvLR9nDsY-JDDMrwUEEYnje2dGrtIc0p/view, 2022.

[2] H. M. C. Negra, E. Martinho. *Dimensões 11*. Santillana, 2016.

[3] S. V. C. Viegas. *MAT11*. Texto Editores, 2016.

[4] Y. L. C. Viegas, F. Gomes. *XEQMAT11*. Texto Editores, 2011.

[5] L. G. D. Raposo. *Expoente 11*. ASA, 2016.

[6] M. da Educação. Decreto-lei n.º 55/2018, de 6 de julho, disponível em https://diariodarepublica.pt/dr/detalhe/decreto-lei/55-2018-115652962, 2018. Ministério da Educação.

[7] M. da Educação. Portaria n.º 223-a/2018, de 3 de agosto, disponível em https://diariodarepublica.pt/dr/detalhe/portaria/223-a-2018-115886163, 2018. Ministério da Educação.

[8] M. da Educação. Portaria n.º 226-a/2018, de 7 de agosto, disponível em https://diariodarepublica.pt/dr/detalhe/portaria/226-a-2018-115941646, 2018. Ministério da Educação.

[9] M. da Educação e Ciência. Programa e metas curriculares de matemática a para o ensino secundário, disponível em Programa e Metas Curriculares de Matemática A para o Ensino Secundário, 2013. Ministério da Educação e Ciência.

[10] M. da Educação e Ministério do Trabalho Solidariedade e Segurança Social. Portaria n.º 235-a/2018, de 23 de agosto, disponível em https://diariodarepublica.pt/dr/detalhe/portaria/235-a-2018-116154369, 2018. Ministério da Educação e Ministério do Trabalho, Solidariedade e Segurança Social.

[11] DGE. Aprendizagens essenciais, disponível em https://www.dge.mec.pt/aprendizagens-essenciais-ensino-secundario, 2018. Direção-Geral da Educação.

[12] DGE. Projeto m.a.i.a., disponível em https://afc.dge.mec.pt/projeto-maia-introducao, 2023. Direção-Geral da Educação.

[13] Leya. Aula digital, disponível em https://auladigital.leya.com/, 2023.

[14] U. of Nottingham. Formative assessment lessons, disponível em https://www.map.mathshell.org/lessons.php, 2023.

[15] Santillana. Santillana, disponível em https://www.santillana.pt/, 2023.

[16] E. Virtual. Escola virtual, disponível em https://www.escolavirtual.pt/, 2023.

Anexo A

Planificação Anual

PLANIFICAÇÃO de Matemática A – 11º ANO: Distribuição dos temas por período

Nota: Apesar de, no presente ano letivo, o único documento orientador das aprendizagens ser o que define as Aprendizagens Essenciais (AE) de 2018, estas "baseiam-se no programa e metas da disciplina (…) homologados em 2014", pelo que, nesta planificação, "os detalhes das AE" continuam a "ser complementados com esses documentos"[1]. Sendo assim, mantêm-se as referências ao programa e metas curriculares que serviram de base para a elaboração das AE, não incluindo, na planificação, os temas curriculares não identificados nas AE.

PERÍODOS	TEMAS	N.º aulas previstas (45 min)
1.º (78 aulas)	**Recuperação das aprendizagens (Trigonometria/9.º ano)**	**8**
	Trigonometria	**40**
	Geometria analítica no plano e no espaço	**26**
	Apresentação e autoavaliação	**4**
2.º (72 aulas)	**Geometria analítica no plano e no espaço**	**22**
	Funções – Sucessões	**24**
	Funções reais de variável real	**24**
	Autoavaliação	**2**
3.º (42 aulas)	**Funções reais de variável real**	**30**
	Estatística	**10**
	Autoavaliação	**2**

[1] APRENDIZAGENS ESSENCIAIS | ARTICULAÇÃO COM O PERFIL DOS ALUNOS 10.º/11.º/12.º ANO | SECUNDÁRIO | MATEMÁTICA A - Introdução

Escola Básica e Secundária de Ourém **Ano Letivo 2022/2023**

PLANIFICAÇÃO de MATEMÁTICA A – 11.º ANO

Áreas de competências do perfil dos alunos (ACPA):

A – Linguagens e textos
B – Informação e comunicação
C – Raciocínio e resolução de problemas
D – Pensamento crítico e pensamento criativo
E – Relacionamento interpessoal
F – Desenvolvimento pessoal e autonomia
G – Bem-estar, saúde e ambiente
H – Sensibilidade estética e artística
I – Saber científico, técnico e tecnológico
J – Consciência e domínio do corpo

AE: PRÁTICAS ESSENCIAIS DE APRENDIZAGEM – Na lecionação dos diversos temas, serão criadas condições de aprendizagem para que os alunos, em experiências individuais e colaborativas, tenham oportunidade de:

. Utilizar a tecnologia para fazer verificações e resolver problemas numericamente, mas também para fazer investigações, descobertas, sustentar ou refutar conjeturas.
. Utilizar a tecnologia gráfica, geometria dinâmica e folhas de cálculo, no estudo de funções e geometria.
. Apreciar o papel da matemática no desenvolvimento das outras ciências e o seu contributo para a compreensão e resolução dos problemas da humanidade através dos tempos.
. Enquadrar do ponto de vista da História da Matemática os conteúdos abordados que para o efeito se revelem particularmente adequados.
. Resolver problemas, atividades de modelação ou desenvolver projetos que mobilizem os conhecimentos adquiridos ou fomentem novas aprendizagens.
. Comunicar, utilizando linguagem matemática, oralmente e por escrito, para descrever, explicar e justificar procedimentos, raciocínios e conclusões.
. Avaliar o próprio trabalho para identificar progressos, lacunas e dificuldades na sua aprendizagem.

<table>
<tr><th colspan="5">Unidade 1: Trigonometria (48 tempos)</th></tr>
<tr><th>Conteúdos</th><th>Aprendizagens essenciais</th><th>Descritores do PASEO</th><th>Avaliação</th><th>N.º de aulas (45 min.)</th></tr>
<tr><td rowspan="6">. Ângulos orientados e ângulos generalizados

. Razões trigonométricas. Circunferência trigonométrica.

Noção de radiano.

. Funções trigonométricas $\sin(x)$ $\cos(x)$ e $\tan(x)$

. Equações trigonométricas</td><td>• Resolver problemas variados, ligados a situações concretas, que permitam recordar e aplicar métodos trigonométricos estudados no 3.º ciclo do ensino básico.</td><td rowspan="6">. Conhecedor/ sabedor/ culto/ informado (A, B, G, I, J)

. Criativo (A, C, D, J)

. Crítico/Analítico (A, B, C, D, G)

. Indagador/ Investigador (C, D, F, H, I)

. Respeitador da diferença/ do outro (A, B, E, F, H)

. Sistematizador/organizador (A, B, C, I, J)

. Questionador (A, F, G, I, J)

. Comunicador (A, B, D, E, H)

. Autoavaliador (transversal às áreas)

Participativo/colaborador (B, C, D, E, F)

. Responsável/ autónomo (C, D, E, F, G, I, J)

. Cuidador de si e do outro (B, E, F, G)</td><td rowspan="6">Testagem:
Testes (A. Sumativa)
Fichas de trabalho
Questões de aula
Teste digital

Análise de conteúdo:
Análise de uma situação da vida real (A. Sumativa)
Trabalho de pesquisa/investigação/ projeto
Relatório de atividade

Observação:
Tarefas propostas em sala de aula
Apresentação oral da resolução de exercícios</td><td>8</td></tr>
<tr><td>• Relacionar e aplicar na resolução de problemas as noções de ângulo orientado e a respetiva amplitude e de ângulo generalizado e a respetiva amplitude;</td><td>4</td></tr>
<tr><td>• Reconhecer, analisar e aplicar na resolução de problemas: razões trigonométricas de ângulos generalizados na circunferência trigonométrica e a noção de radiano.</td><td>8</td></tr>
<tr><td>• Reconhecer, analisar e aplicar na resolução de problemas funções trigonométricas $\sin(x)$, $\cos(x)$ e $\tan(x)$.</td><td>8</td></tr>
<tr><td>• Utilizar as fórmulas trigonométricas de “redução ao 1.º quadrante” e a fórmula fundamental da trigonometria na
resolução de problemas.</td><td>10</td></tr>
<tr><td>• Resolver equações trigonométricas simples $\left(\sin(x)=k,\ \cos(x)=k \text{ e } \tan(x)=k\right)$, num contexto de resolução de problemas.</td><td>10</td></tr>
</table>

Unidade 2: Geometria Analítica (48 tempos)				
Conteúdos	**Aprendizagens essenciais**	**Descritores do PASEO**	**Avaliação**	**N.º de aulas (45 min.)**
. Relação entre a inclinação e o declive de uma reta	Reconhecer e aplicar na resolução de problemas a relação entre a inclinação e o declive de uma reta no plano.	Comuns à Unidade 1	**Testagem:** **Testes (A. Sumativa)** Fichas de trabalho Questões de aula Teste digital	8
. Produto escalar	Reconhecer, analisar e aplicar na resolução de problemas a noção de produto escalar, nomeadamente na: – determinação do ângulo entre dois vetores; – definição de lugares geométricos.		**Análise de conteúdo:** Análise de situações da vida real Trabalho de pesquisa/investigação/projeto Relatório de atividade	6 10
	Resolver problemas envolvendo retas no plano e retas e planos no espaço, utilizando: – equações vetoriais de retas; – equações cartesianas de planos; – posição relativa de retas e planos.		**Observação:** **Tarefa proposta em sala de aula (A. Sumativa)** Apresentação oral da resolução de exercícios	4 8 12

Unidade 3: Funções – Sucessões (24 tempos)				
Conteúdos	**Aprendizagens essenciais**	**Descritores do PASEO**	**Avaliação**	**N.º de aulas (45 min.)**
. Generalidade sobre sucessões. Progressões aritméticas e geométricas	Resolver problemas envolvendo sucessões monótonas, sucessões limitadas, sucessões definidas por recorrência, progressões aritméticas e progressões geométricas (termo geral e soma de n termos consecutivos).	Comuns à Unidade 1	**Testagem:** **Testes (A. Sumativa)** Fichas de trabalho Questões de aula Teste digital	14
. Conceito de limite de uma sucessão	Conhecer o conceito de limite de uma sucessão (casos de convergência e de limites infinitos).		**Análise de conteúdo:** Análise de situações da vida real Relatório de atividade	8

	Relacionar a convergência com a monotonia e a limitação.		**Observação:** Tarefas propostas em sala de aula Apresentação oral da resolução de exercícios	2

<table>
<tr><th colspan="5">Unidade 4: Funções Reais de Variável Real (54 tempos)</th></tr>
<tr><th>Conteúdos</th><th>Aprendizagens essenciais</th><th>Descritores do PASEO</th><th>Avaliação</th><th>N.º de aulas (45 min.)</th></tr>
<tr><td rowspan="9">. Funções racionais do tipo $f(x)=a+\frac{b}{x-c}$

. Função inversa de restrições bijetivas de funções quadráticas e cúbicas

. Funções irracionais do tipo $f(x)=a\sqrt{x-b}+c$

. Limite segundo Heine

. Limite de uma função num ponto aderente do seu domínio; limites laterais; limites no infinito.

. Operar com limites. Levantamento algébrico de indeterminações

. Taxa média de variação de uma função. Derivada num ponto

. Reta tangente ao gráfico de uma função num ponto</td><td>• Caracterizar a função inversa de restrições bijetivas de funções quadráticas e cúbicas e relacionar os seus gráficos.</td><td rowspan="9">. Conhecedor/ sabedor/ culto/ informado (A, B, G, I, J)

. Criativo (A, C, D, J)

. Crítico/Analítico (A, B, C, D, G)

. Indagador/ Investigador (C, D, F, H, I)

. Respeitador da diferença/ do outro (A, B, E, F, H)

. Sistematizador/organizador (A, B, C, I, J)

. Questionador (A, F, G, I, J)

. Comunicador (A, B, D, E, H)

. Autoavaliador (transversal às áreas)

Participativo/colaborador (B, C, D, E, F)

. Responsável/ autónomo (C, D, E, F, G, I, J)

. Cuidador de si e do outro (B, E, F, G)</td><td rowspan="9">Testagem:
Testes (A. Sumativa)
Fichas de trabalho
Questões de aula
Teste digital

Análise de conteúdo:
Análise de uma situação da vida real (A. Sumativa)
Trabalho de pesquisa/investigação/ projeto
Relatório de atividade

Observação:
Tarefas propostas em sala de aula
Apresentação oral da resolução de exercícios</td><td>2</td></tr>
<tr><td>• Reconhecer, interpretar e representar graficamente funções irracionais do tipo $f(x)=a\sqrt{x-b}+c$ e usá-las na resolução de problemas e em contextos de modelação.</td><td>4</td></tr>
<tr><td>• Conhecer o conceito de limite segundo Heine;</td><td>2</td></tr>
<tr><td>• Determinar: Limite de uma função num ponto aderente ao respetivo domínio; limites laterais e limites no infinito;</td><td>6</td></tr>
<tr><td>• Operar com limites e casos indeterminados em funções;</td><td>8</td></tr>
<tr><td>• Calcular limites recorrendo ao levantamento algébrico de indeterminações;</td><td>8</td></tr>
<tr><td>• Calcular e interpretar geometricamente a taxa média de variação de uma função e a derivada de uma função num ponto;</td><td>10</td></tr>
<tr><td>• Determinar equações de retas tangentes ao gráfico de uma função;</td><td>8</td></tr>
<tr><td>• Resolver problemas envolvendo a derivada e a taxa média de variação de função, nomeadamente sobre velocidades média e instantânea.</td><td>6</td></tr>
</table>

Unidade 5: Estatística (10 tempos)				
Conteúdos	**Aprendizagens essenciais**	**Descritores do PASEO**	**Avaliação**	**N.º de aulas (45 min.)**
. Medidas de localização e medidas de dispersão	• Reconhecer o papel relevante desempenhado pela Estatística em todos os campos do conhecimento abordando nomeadamente os conceitos de Recenseamento e Sondagem (população e amostra);	Comuns à Unidade 1	**Testagem:** **Testes (A. Sumativa)** Fichas de trabalho Questões de aula Teste digital	1
. Distribuições bidimensionais	• Organizar e interpretar dados de natureza quantitativa e qualitativa, variáveis discretas e contínuas;		**Análise de conteúdo:** Análise de situações da vida real **Trabalho de pesquisa/ investigação/projeto (A. Sumativa)** Relatório de atividade	1
	• Interpretar medidas de localização de uma amostra: moda, média, mediana, quartis e percentis; medidas de dispersão: amplitude interquartil, variância, desvio padrão;			6
	• Abordar gráfica e intuitivamente distribuições bidimensionais, nomeadamente o diagrama de dispersão, o coeficiente de correlação e reta de regressão.		**Observação:** Tarefa proposta em sala de aula Apresentação oral da resolução de exercícios	2

De acordo com a Estratégia Nacional de Educação para a Cidadania, os temas "Saúde" e "Literacia Financeira e Educação para o Consumo" serão abordados, em articulação com as unidades seguintes, durante todo o ano letivo.

Os professores:

Eunice Ferreira/Eduardo Branco *Gracinda Baltazar* *Paula Silva*

Anexo B

Primeira Aula Assistida - Plano de Aula

Ano letivo:	2022-2023
Ano de escolaridade:	11º
Disciplina:	Matemática A
Turma:	F
Estagiário:	Eduardo Branco
Orientadora cooperante:	Eunice Ferreira
Orientadora científica:	Joana Teles
Tema:	Produto escalar de vetores e lugares geométricos do plano: - mediatriz do segmento de reta $[\mathrm{AB}]$ com ponto médio M - reta tangente a uma circunferência num ponto T - circunferência de diâmetro $[AB]$
Temas transversais:	Geometria, nomeadamente, segmentos orientados e vetores e trigonometria
Objetivos:	Aplicar o produto escalar de vetores à definição de lugares geométricos do plano já conhecidos e relacionar essas aplicações com as já conhecidas.
Bibliografia:	- Negra, C., Martinho, E., Martins, H. Dimensões 11 (volume 1). SANTILLANA. - Costa, B., Rodrigues, E. Novo Espaço. 11o ano. Porto Editora. - Viegas, Cristina; Valente, Sérgio. MAT10 (volume 1). Texto Editores.
Materiais:	Manual adotado: Negra, C., Martinho, E., Martins, H. Dimensões 11 (volume 1). SANTILLANA. GeoGebra: Produto Escalar de Vetores - AEOUREM Exercícios com enunciados escritos em quadro de sala
Duração da aula:	90 minutos
Sumário:	O produto escalar de vetores e a sua aplicação na definição de alguns lugares geométricos no plano: - mediatriz do segmento de reta $[AB]$ com ponto médio M - reta tangente a uma circunferência num ponto T - circunferência de diâmetro $[AB]$
Tempo	**Estratégia/desenvolvimento de aula**
5 min.	**Introdução** O produto escalar de vetores tem várias aplicações em geometria analítica, em particular, aplicações que envolvem a perpendicularidade e a determinação de medidas de amplitudes de ângulos. É exatamente a perpendicularidade de vetores que nos vai interessar nas construções que iremos desenvolver na aula de hoje. Vamos definir alguns lugares geométricos do plano utilizando o produto escalar de vetores e, recorrendo ao GeoGebra, vamos visualizar exemplos dos mesmos e das relações a que recorremos para os definir. Iremos também resolver alguns exercícios para ajudar a perceber esta teoria bem como algumas das suas aplicações práticas. No entanto, o treino e consolidação destas aplicações do produto escalar de vetores serão feitas ao longo das próximas aulas.

15 min.	**Produto escalar e mediatriz de um segmento de reta $[AB]$ com ponto médio M** Consideramos um plano e uma unidade de medida de comprimento definida nesse plano. Sejam A e B dois pontos do plano e seja M o ponto médio do segmento de reta $[AB]$. A mediatriz do segmento de reta $[AB]$ é: • a reta do plano que é perpendicular ao segmento de reta $[AB]$ e que passa em M • o lugar geométrico dos pontos do plano P que são equidistantes dos extremos de [AB] • o lugar geométrico dos pontos do plano P tais que $\overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ $\Leftrightarrow \overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{MA} = 0$ $\Leftrightarrow \overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$ **GeoGebra:** Produto escalar e mediatriz do segmento de reta $[\mathrm{AB}]$ com ponto médio M ([Produto escalar e mediatriz do segmento de reta [AB] com ponto médio M]()) Através da apliqueta podemos constatar que a reta m é de facto a mediatriz de $[AB]$ através de qualquer uma das duas condições que se seguem e que já são conhecidas de anos anteriores: $m \perp [AB] \wedge M \in m$, onde M é o ponto médio de $[AB]$ ou qualquer que seja o ponto P pertencente à mediatriz de $[AB]$, $d(P,A) = d(P,B)$. Podemos também observar que qualquer uma dessas condições implica as novas: $\overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{MA} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$ pois $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{MA}$ e $\overrightarrow{MB}$ são colineares e $(\overrightarrow{MP} \hat{\ } \overrightarrow{MA}) = 90°$ Podemos também inferir através da "observação dinâmica" dos pontos Q_1 e Q_2 que, para que um ponto qualquer Q pertença à mediatriz de $[AB]$ (de ponto médio M), temos de ter satisfeita(s) a(s) nova(s) condição(ões): $\overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{MA} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$ pois $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{MA}$ e $\overrightarrow{MB}$ são vetores colineares.
10 min.	Resolução do Exercício 23 do 1º Volume do Manual Dimensões (manual adotado)
15 min.	**Produto escalar e reta tangente a uma circunferência num ponto T** Consideremos um plano e uma unidade de medida de comprimento definida nesse plano. Consideremos uma circunferência no plano de centro num ponto C e de raio $r\ e\ um\ ponto\ T$ dessa circunferência. A reta tangente à circunferência no ponto T é: • a reta perpendicular ao raio da circunferência que passa em T (ou a reta perpendicular ao diâmetro de circunferência que passa em T) • o lugar geométrico dos pontos do plano P tais que $\overrightarrow{\mathrm{TP}} \perp \overrightarrow{\mathrm{TC}} \Leftrightarrow \overrightarrow{\mathrm{TP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{TC}} = 0$ **GeoGebra:** Produto escalar e reta tangente a uma circunferência num ponto T ([Produto escalar e reta tangente a uma circunferência num ponto T]()) Através da apliqueta podemos observar, por um lado, que qualquer ponto P pertencente à tangente à circunferência no ponto T satisfaz $\overrightarrow{\mathrm{TP}} \perp \overrightarrow{\mathrm{TC}} \Leftrightarrow \overrightarrow{\mathrm{TP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{TC}} = 0$.

	Por outro lado, **sabendo que uma reta é tangente a uma circunferência num ponto T se e só se a interseção das duas tiver uma e uma só solução**, através da manipulação do ponto Q, podemos inferir através da "observação dinâmica" que, para que uma reta que intersecta a circunferência em pelo menos um ponto, S, seja tangente à circunferência, ela tem de satisfazer a condição: $\overrightarrow{SQ} \perp \overrightarrow{SC} \Leftrightarrow \overrightarrow{SQ} \cdot \overrightarrow{SC} = 0$ para qualquer ponto Q dessa reta.
10 min.	Resolução do Exercício 25 do 1º Volume do Manual Dimensões (manual adotado)
20 min.	**Produto escalar e circunferência de diâmetro $[AB]$** Consideremos um plano e uma unidade de medida de comprimento definida nesse plano. Nesse plano, consideremos pontos A e B e o segmento de reta com extremos nesses pontos. A circunferência de diâmetro $[AB]$ pode ser definida como: • o lugar geométrico dos pontos do plano P tais que $\overrightarrow{\mathrm{PA}} \cdot \overrightarrow{PB} = 0$. Este é o lugar geométrico abordado neste estudo que, eventualmente, será o menos intuitivo: se os dois lugares geométricos anteriores eram definidos com o produto escalar de vetores e uma perpendicularidade relacionada com as já utilizadas em definições alternativas (e já conhecidas), aqui, a ideia a que se recorre para chegar a uma condição que define o lugar geométrico, parece ter "algum caracter inovador". **GeoGebra:** Produto escalar e circunferência de diâmetro $[AB]$ (Produto escalar e circunferência de diâmetro [AB]) Através da apliqueta podemos observar, por um lado, que qualquer ponto P pertencente à circunferência de diâmetro $[AB]$ satisfaz: $\overrightarrow{PA} \perp \overrightarrow{PB} \Leftrightarrow \overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = 0$. Esta é uma relação relacionada com uma há muito conhecida: a medida de amplitude $\left(\overrightarrow{\mathrm{PA}}\hat{\ }\overrightarrow{\mathrm{PB}}\right)$ é igual à do ângulo inscrito APB e, como tal, é metade da amplitude do arco AB (que vale, obviamente, $180°$), logo vale $90°$ e, como tal, temos a perpendicularidade justificada. Por outro lado, através da manipulação do ponto Q, podemos inferir através da "observação dinâmica" que, para que Q pertença à circunferência, ele tem de satisfazer a condição $\overrightarrow{QA} \perp \overrightarrow{QB} \Leftrightarrow \overrightarrow{QA} \cdot \overrightarrow{QB} = 0$ para qualquer ponto Q dessa reta.
15 min.	Resolução do Exercício 28 do 1º Volume do Manual Dimensões (manual adotado)

23 Considere, num referencial o.n. xOy, os pontos A e B de coordenadas $(2, 4)$ e $(-3, 0)$, respetivamente.

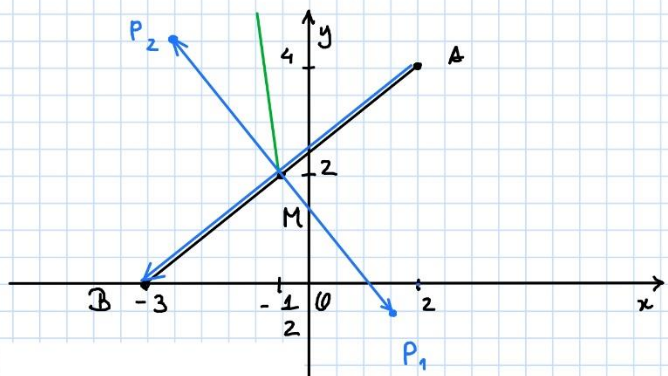
Seja M o ponto médio de $[AB]$.

Identifique o conjunto dos pontos P do plano tais que

$$\overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$$

Escreva uma condição que defina o conjunto referido.

120



23 O conjunto dos pontos P define a mediatriz de $[AB]$.

$y = -\frac{5}{4}x + \frac{11}{8}$

Então queremos a reta perpendicular a $[AB]$ que passa em M, ou seja, a mediatriz de $[AB]$ (com ponto médio M)

$M\left(\frac{2+(-3)}{2}, \frac{4+0}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}, 2\right)$

$\overrightarrow{AB}$ tem coordenadas $((-3)-(2), (0)-(4)) = (-5, -4)$

$\overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow \left(x+\frac{1}{2}\right)(-5) + (y-2)(-4) = 0 \Leftrightarrow -5x - \frac{5}{2} - 4y + 8 = 0 \Leftrightarrow$

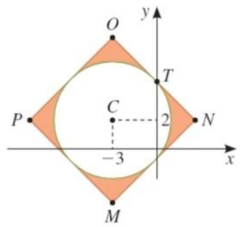
$\overrightarrow{MP}\left(x - \left(-\frac{1}{2}\right), y-2\right) = \left(x + \frac{1}{2}, y-2\right)$

$\Leftrightarrow -4y = 5x + \frac{5}{2} - \frac{16}{2} \Leftrightarrow -4y = 5x - \frac{11}{2} \Leftrightarrow y = -\frac{1}{4}\left(5x - \frac{11}{2}\right) \Leftrightarrow y = -\frac{5}{4}x + \frac{11}{8}$

T.P.C. para segunda, dia 12: Descobrir / redescobrir outros dois processos para chegar às eq. das retas pretendidas e resolver o ex. com cada um deles

25

No referencial o.n. da figura está representada uma circunferência de centro em $C(-3, 2)$ e raio 4, inscrita no quadrado $[MNOP]$. A reta NO é tangente à circunferência em T, ponto do eixo Oy.



Determine:

a) as coordenadas de T.

b) a equação reduzida da reta NO.

c) o declive da reta MN.

121

25

a) $T(0, 2+\sqrt{7})$

b) $y = -\frac{3\sqrt{7}}{7}x + 2 + \sqrt{7}$

c) $\frac{\sqrt{7}}{3}$

a) Sabemos T tem coordenadas $(0, y)$ pois pertence ao eixo Oy

Temos de ter $d(C,T) = 4 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \sqrt{(0-(-3))^2+(y-2)^2} = 4 \Rightarrow$ elevar ambos os membros ao quadrado

$\Rightarrow 3^2 + (y-2)^2 = 4^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 9 + y^2 - 4y + 4 = 16$

$\Leftrightarrow y^2 - 4y - 3 = 0$

$\Leftrightarrow y = \frac{4 \pm \sqrt{16+12}}{2}$

$\Leftrightarrow y = \frac{4 \pm \sqrt{28}}{2}$

$\Leftrightarrow y = \frac{4 \pm 2\sqrt{7}}{2}$

$\Leftrightarrow y = 2 - \sqrt{7} \vee y = 2 + \sqrt{7}$

$\therefore T(0, 2+\sqrt{7})$

b) Só conhecemos um ponto de NO, no entanto, NO é a reta tangente à circunferência no ponto T logo NO é o lugar geométrico dos pontos P : $\overrightarrow{TP} \cdot \overrightarrow{TC} = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x, y-2-\sqrt{7}) \cdot (-3, -\sqrt{7}) = 0 \Leftrightarrow$

$\overrightarrow{TP}(x-0, y-(2+\sqrt{7}))$

$\overrightarrow{TC}(-3-0, 2-(2+\sqrt{7}))$

$\Leftrightarrow x(-3) + (y-2-\sqrt{7})(-\sqrt{7}) = 0 \Leftrightarrow -3x - \sqrt{7}y + 2\sqrt{7} + 7 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -\sqrt{7}y = 3x - 2\sqrt{7} - 7 \Leftrightarrow y = \frac{3x}{-\sqrt{7}} - \frac{2\sqrt{7}}{-\sqrt{7}} - \frac{7}{-\sqrt{7}} \Leftrightarrow$

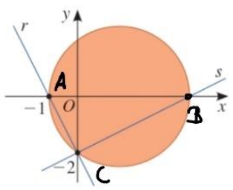
$\Leftrightarrow y = -\frac{3}{\sqrt{7}}x + 2 + \sqrt{7} \Leftrightarrow y = -\frac{3}{7}\sqrt{7}x + 2 + \sqrt{7}$ eq. reduzida de NO

c) $MN \perp NO$ (logo $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{NO} = 0$) logo declive de $MN = -\left(-\frac{3}{7}\sqrt{7}\right)^{-1} =$

$= \frac{7}{3\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{3}$

28

Na figura estão representados, em referencial o.n. xOy, um círculo e as retas r e s.



Sabe-se que:

- $r \perp s$
- o ponto de coordenadas $(0, -2)$ é comum às duas retas e à circunferência;
- r interseta a circunferência e o eixo Ox no ponto de coordenadas $(-1, 0)$;
- s e a circunferência intersetam o eixo Ox no mesmo ponto.

Determine uma condição que defina o círculo.

28

$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2 + y^2 \leqslant \frac{25}{4}$

Pelas nossas condições sabemos que [AB] é um diâmetro da circunferência pois A, B e C são pontos da circunferência e $\overrightarrow{CA} \perp \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 0$

Sabemos que $B(x,0)$

$\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 0 \Leftrightarrow (-1)(x)+(2)(2)=0 \Leftrightarrow$

$\overrightarrow{CA}(-1-0, 0-(-2)) = (-1,2)$ ou ver gráfico

$\overrightarrow{CB}(x-0, 0-(-2)) = (x,2)$

$\Leftrightarrow -x+4=0 \Leftrightarrow x=4$

$\therefore B(0,4)$

Temos 2 hipóteses para resolver e vamos fazer as 2 e explorar essas resoluções para ver se realmente a def. que demos hoje é "inovadora": <u>começar por 2)</u>

1) $\underbrace{\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = 0}_{\text{ACABOU}} \Leftrightarrow (-1-x)(4-x)+(-y)(-y)=0 \Leftrightarrow$

$\overrightarrow{PA}(-1-x, 0-y) = (-1-x, -y)$

$\overrightarrow{PB}(4-x, 0-y) = (4-x, -y)$

$\Leftrightarrow -4+x-4x+x^2+y^2=0 \Leftrightarrow x^2+4x-4+y^2=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2-3x+y^2=4 \Leftrightarrow x^2-2\cdot\frac{3}{2}\cdot x+\left(\frac{3}{2}\right)^2+y^2=4+\left(\frac{3}{2}\right)^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left(x-\frac{3}{2}\right)^2+y^2=\frac{16}{4}+\frac{9}{4} \Leftrightarrow \left(x-\frac{3}{2}\right)^2+(y-0)^2=\left(\frac{5}{2}\right)^2$

2) [AB] diâmetro logo o ponto médio $M\left(\frac{3}{2},0\right)$ é o centro da circunferência e o raio é $\frac{\overline{AB}}{2} = \frac{4-(-1)}{2} = \frac{5}{2}$

$\therefore \left(x-\frac{3}{2}\right)^2+(y-0)^2=\left(\frac{5}{2}\right)^2$

Exercícios Propostos:

4. Num referencial o.n. do plano, considera os pontos $A(2,1)$, $B(-3,4)$ e $C(0,-2)$.

a) Escreve uma equação da mediatriz de $[AC]$.

b) Determina uma equação da circunferência de diâmetro $[AB]$.

c) Determina uma equação da reta tangente à circunferência centrada em B, no ponto A.

5. Determina uma equação da reta tangente à circunferência de equação $x^2+y^2=5$, no ponto $A(-1,2)$

6. Determina uma equação da reta tangente à circunferência de equação $(x+1)^2+y^2=8$, no ponto $B(-3,2)$

7. Determina uma equação da circunferência de diâmetro $[AB]$ sendo $A(-1,1)$ e $B(1,3)$.

Anexo C

Segunda Aula Assistida - Plano de Aula

ESCOLA BÁSICA E SECUNDÁRIA DE OURÉM

Ano letivo:	2022-2023
Ano de escolaridade:	11º
Disciplina:	Matemática A
Turma:	F
Estagiário:	Eduardo Branco
Orientadora cooperante:	Eunice Ferreira
Orientadora científica:	Joana Teles
Tema:	Progressões Geométricas
Temas transversais:	Sucessões
Objetivos:	1) Modelar um acontecimento físico (bola saltitante), interpretando dados e reconhecendo padrões. 2) Comparar a sucessão modelo obtida com progressões aritméticas e concluir que a sucessão pertence a uma diferente e nova classe de sucessões, que designaremos por Progressões Geométricas. 3) Definir por recorrência e por termo geral uma progressão geométrica. 4)Resolver exercícios onde, analogamente, se modelam acontecimentos com progressões geométricas.
Bibliografia:	- Negra, C., Martinho, E., Martins, H. Dimensões 11 (volume 1). SANTILLANA. - Como começar com o CBR2 TM detetor de movimento sónico, Texas Instruments
Materiais:	Bola de basquetebol. CBR2 TM detetor de movimento sónico. TI-83 plus, TI Viewscreen e retroprojetor. Computador e projetor. Manual adotado: Negra, C., Martinho, E., Martins, H. Dimensões 11 (volume 1). SANTILLANA.
Duração da aula:	90 minutos
Sumário:	Atividade experimental: modelação de altura máxima de uma bola saltitante após embates com o solo. Progressões Geométricas: definição por recorrência e por termo geral. Resolução de exercícios.
Tempo	**Estratégia/desenvolvimento de aula**
5 min.	**Atividade experimental:** **0) Introdução** Os objetivos da atividade experimental de hoje são: - após ser largada em queda livre uma bola de basquetebol, modelar ao longo do tempo a altura máxima que ela atinge depois de embater no solo. - concluir se a função obtida recai em alguma classe de funções já estudadas ou se constitui um exemplo de uma nova classe de funções.

5 min.	1) Explicação do funcionamento do aparelho de medição e definição de um domínio adequado, percebendo o que melhor se adequa à tecnologia de medição utilizada e à situação física. Num determinado instante de tempo, o detetor de movimentos sónico envia uma onda sonora para determinar a posição da bola nesse instante. Podemos reduzir a amplitude do intervalo de tempo entre emissões, mas esta amplitude nunca será zero, pois o aparelho de medições funciona instantaneamente e não continuamente. Por um lado, a amplitude do intervalo de tempo entre emissões não pode ser demasiado grande (queremos registar com precisão os momentos em que é atingida a altura máxima da bola após cada embate) e, por outro lado, queremos que as medições durem toda a experiência, ou seja, até que a bola deixe de saltar (em cada execução de medições, o medidor emite um número fixo de ondas sonoras, logo, quanto menor for o tempo entre emissões, menor será o tempo total de medições e poderá não durar até ao final do acontecimento). Vamos começar com uma amplitude de tempo entre emissões de 0,01 segundos e ajustar de acordo com as observações realizadas. Domínio discreto (sendo possível estabelecer uma correspondência com N) ou contínuo (sendo possível estabelecer uma correspondência com R)? Sucessão ou função com domínio real?
10 min.	2) Realização da parte experimental. 2.1) Um voluntário deverá segurar a uma **altura constante ao longo de toda a experiência**, o emissor sónico e a calculadora ligada a ele – altura recomendada, por exemplo, 160cm do solo. 2.2) Outro voluntário deverá segurar a bola de basquetebol, **por baixo do emissor (na vertical)**, a uma distância do mesmo não inferior a 50 cm - altura recomendada, 100cm do solo. 2.3) Em simultâneo, ocorrerão o início da medição do emissor (recorrendo para isso à calculadora) e a largada a bola. Repetir até que a experiência aconteça com a bola sempre por baixo (na vertical) do emissor e que os dados registados estejam de acordo com o expectável (ver gráfico distância/tempo).
20 min.	3) Projetar dados da calculadora no retroprojetor e projetar simulador de calculadora para computador no projetor. 4) Interpretar dados registados (L1 – tempo decorrido em segundos, L2 – distância da bola ao emissor em centímetros) e decidir os dados a integrar na tabela. 5) Traçar gráfico com base nos valores tabelados e ver que não é este o pretendido (queremos distância ao solo e não ao emissor) 6) Adequar dados (fazer a diferença entre **a maior distância registada** – ocorre nos instantes em que a bola embate no solo – e **L2**) e registar os resultados em L3

	7) Calcular diferenças entre dois termos consecutivos (entre um termo e o que o antecedeu). Repetem-se? 8) Calcular quocientes entre dois termos consecutivos (entre um termo e o que o antecedeu). Repetem-se?
10 min.	9) **Definição por recorrência de uma progressão geométrica** 9.1) Concluir que as diferenças entre termos consecutivos não são constantes, mas que as razões entre termos consecutivos são constantes. 9.2) Interpretar a (valor inicial), confirmando com os respetivos dados em L3, e b (proporção direta em relação ao valor anterior). 9.3) Conjeturar modelo para a altura máxima após cada embate com o solo, vendo que depende da altura anterior (definição por recorrência de uma progressão geométrica). 9.4) Confirmar graficamente com a calculadora (recorrendo à regressão exponencial). 9.5) **Apresentar a definição por recorrência de uma progressão geométrica (arbitrária).**
5 min.	10) **Definição por termo geral de uma progressão geométrica** 10.1) Encontrar termo geral para a sucessão (progressão geométrica) encontrada para modelar a nossa experiência. 10.2) **Apresentar a definição por termo geral de uma progressão geométrica (arbitrária).**

30 min.	Resolução de exercícios:

Pág. 35, Ex. 23 e Ex. 24

23
Uma cultura de bactérias aumenta 12 % a cada dia que passa. Qual é o quociente entre o número de bactérias num determinado dia e no dia anterior?

$u_{n+1} = 1{,}12\, u_n$

$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{1{,}12\, u_n}{u_n} = 1{,}12$

23
1,12

24
O valor comercial de uma máquina industrial é dado, em euros, em cada ano, pela progressão geométrica (v_n). Sabendo que a sua razão é 0,96, qual é a percentagem de desvalorização a cada ano que passa?

$\frac{v_{n+1}}{v_n} = 0{,}96 \Leftrightarrow v_{n+1} = 0{,}96\, v_n$

$v_{n+1} - v_n = 0{,}96\, v_n - v_n = -0{,}04\, v_n$

$-0{,}04 < 0 \Rightarrow$ desvalorização

$(> 0 \Rightarrow$ valorização $)$

$\therefore$ A percentagem pretendida é de $+4\%$.

24
4 %

Pág. 36, Ex. 29

29

A Mariana, desde o seu 15.º aniversário, recebe todos os anos uma boneca russa (matriosca).

Em cada ano, a boneca que lhe oferecem tem um peso 20 % superior ao peso da boneca do ano anterior.

Sabendo que a boneca que lhe ofereceram quando fez 18 anos pesava 345,6 g, determine o peso da boneca que lhe ofereceram no 24.º aniversário.

Apresente o resultado em gramas, com aproximação às unidades.

$u_n = u_0 \times 1{,}2^n$

- $18 - 15 = 3$

$u_3 = u_0 \times 1{,}2^3 \Leftrightarrow$

$345{,}6 = u_0 \times 1{,}2^3 \Leftrightarrow$

$u_0 = \frac{345{,}6}{1{,}2^3} = 200$

- $24 - 15 = 9$

$u_9 = \frac{345{,}6}{1{,}2^3} \times 1{,}2^9 = 345{,}6 \times 1{,}2^6 = 1032$

$\frac{345.6}{(1.2)^3}$ 200.

345.6/(1.2)^3

$345.6 \cdot (1.2)^6$ 1031.96

345.6*1.2^6

29

1032 g

Pág. 37, Ex. 30

30
Um barco foi comprado novo por 30 000 euros. Por cada ano, após a sua compra, sofrerá uma desvalorização de 8 %.

Determine o valor do barco 15 anos após a sua compra.
Apresente o valor em euros, arredondado à centésima.

$u_n = 30\ 000 \times 0{,}92^n$

$u_0 = 30\ 000$

$u_{15} = 30\ 000 \times 0{,}92^{15} \cong 8\ 588{,}92$ €

```
▪ 30000·(.92)^15                8588.92
30000*0.92^15
```

30
9335,78 €

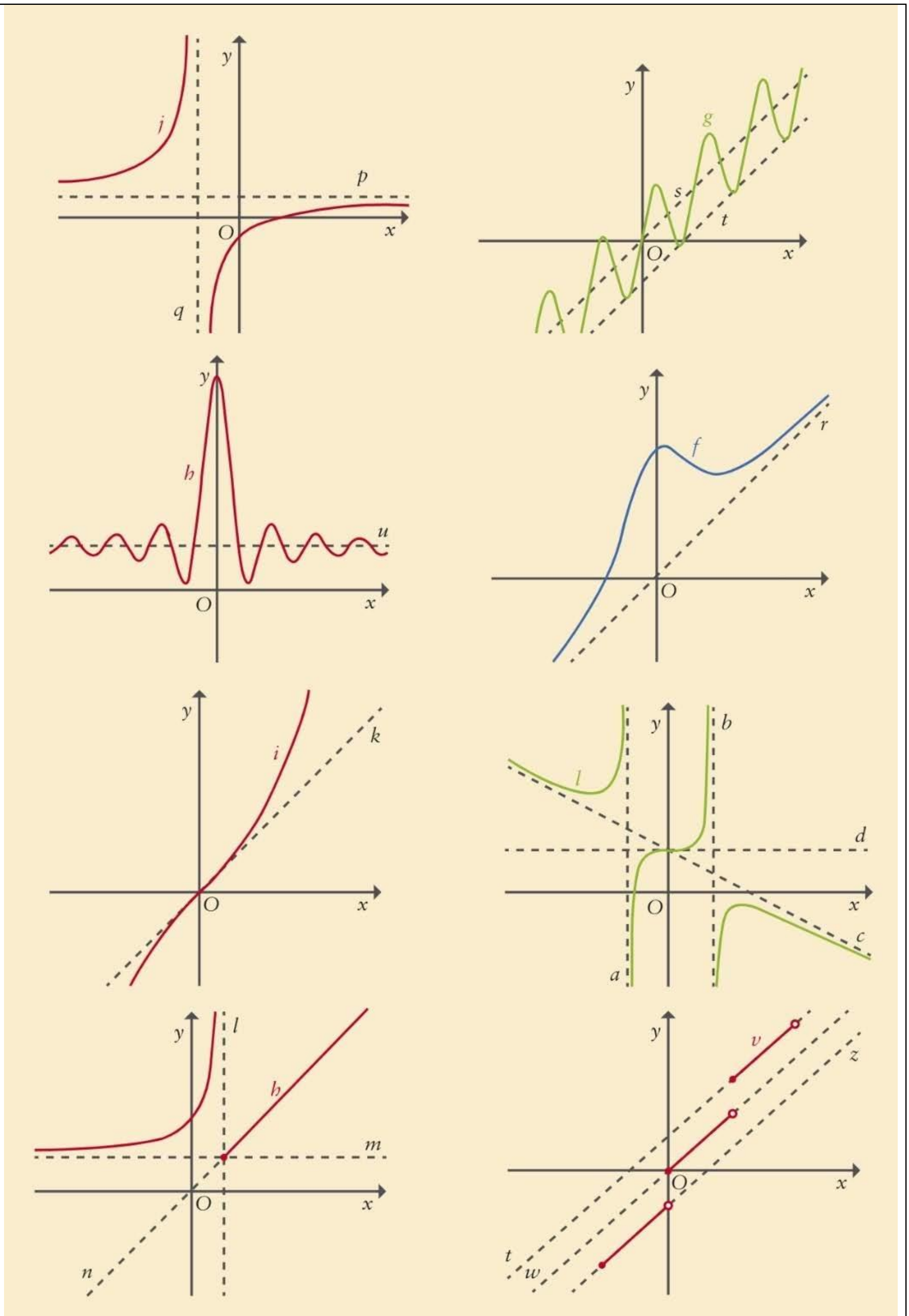
Anexo D

Terceira Aula Assistida

D.1 Plano de Aula

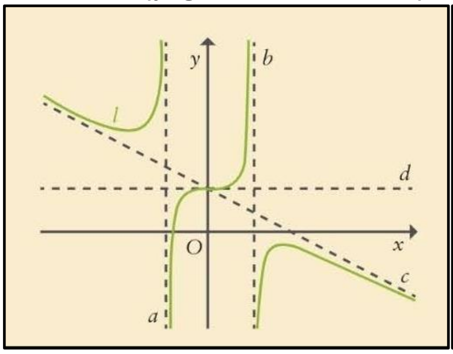
ESCOLA BÁSICA E SECUNDÁRIA DE OURÉM

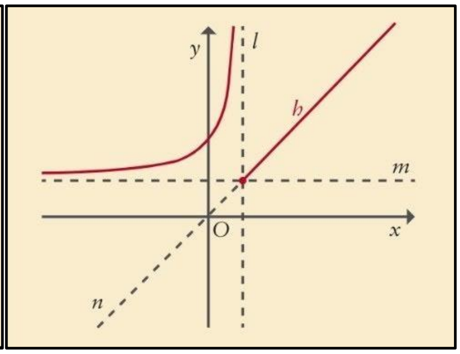
Ano letivo:	2022-2023
Ano de escolaridade:	11º
Disciplina:	Matemática A
Turma:	F
Estagiário:	Eduardo Branco
Orientadora cooperante:	Eunice Ferreira
Orientadora científica:	Joana Teles
Tema:	Assíntotas ao gráfico de uma função.
Temas transversais:	Funções reais de variável real - nomeadamente, gráficos, limites e continuidade de funções - e geometria - retas no plano.
Objetivos:	Reconhecer e calcular as equações de assíntotas ao gráfico de funções.
Bibliografia:	- Negra, C., Martinho, E., Martins, H. Dimensões 11 (volume 2). SANTILLANA. - Viegas, Cristina; Valente, Sérgio. MAT11 (volume 3). Texto Editores.
Materiais:	Manual adotado: Negra, C., Martinho, E., Martins, H. Dimensões 11 (volume 2). SANTILLANA; ficheiro PDF para os alunos (com os resultados a serem expostos e os principais exemplos a serem vitos) e projeção do mesmo em sala de aula juntamente com a de mais alguns exemplos.
Duração da aula:	90 minutos
Sumário:	Assíntotas ao gráfico de uma função: - assíntotas verticais - assíntotas oblíquas - assíntotas horizontais
Tempo	**Estratégia/desenvolvimento de aula**
15 min. (COMEÇA ÀS 10h15)	**Introdução** **Assíntotas ao gráfico de uma função** Suponhamos que um ponto percorre o gráfico de uma função. Se a distância desse ponto a uma reta tende para zero, quando a abcissa do ponto tende para infinito, diz-se que a reta é assíntota ao gráfico da função (este caso aqui descrito não inclui as assíntotas verticais, apenas descreve assíntotas oblíquas ou horizontais). Observa cada um dos referenciais seguintes (Exemplos retirados do manual MAT11 (Volume 3, página 56). Em cada um deles estão representados, a cor, parte do gráfico de uma função e, a tracejado preto, uma ou mais retas. Identifica as retas que te parecem ser assíntotas aos gráficos das funções representadas.


y
j
p
O
x
q
y
g
s
t
O
x
y
h
u
O
x
y
f
r
O
x
y
i
k
O
x
y
b
l
d
O
x
c
a
y
l
h
m
O
x
n
y
v
z
O
x
t
w

<table>
<tr>
<td></td>
<td>De entre as retas que identificámos como sendo assíntotas aos gráficos das funções representadas, há retas verticais, retas horizontais e retas oblíquas. Tal como já foi (eventualmente) referido, a forma intuitiva apresentada para o conceito de assíntota ao gráfico de uma função, não é suficiente para analisar todas essas situações. Vamos então formalizar esse conceito.</td>
</tr>
<tr>
<td>15 min.
(COMEÇA ÀS 10h30)</td>
<td>

Assíntotas verticais (pág. 122 do Volume 2)





Dados um referencial cartesiano, uma função real de variável real f e um número real a, dizemos que **a reta de equação $x = a$ é assíntota vertical do gráfico da função f** se e só se pelo menos um dos limites laterais de $f(x)$ no ponto a for infinito.
Se os dois limites laterais forem infinitos dizemos que a **assíntota vertical é bilateral** e se apenas um dos limites laterais for infinito dizemos que a **assíntota vertical é unilateral**.

Observação:
Vimos que a verificação de que a reta de equação $x = a$ é assíntota ao gráfico de uma função se faz comprovando que pelo menos um dos limites laterais no ponto a é infinito. Mas em que pontos é possível existir uma assíntota vertical?
Se uma função f é contínua no ponto a então $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$ (logo é um valor finito) e a reta de equação $x = a$ não é assíntota do gráfico de f.
Podemos então concluir que as assíntotas verticais só podem existir em:

- Pontos aderentes ao domínio e que não pertençam ao domínio, ou
- Pontos do domínio em que a função não seja contínua.

Em particular, não existem assíntotas verticais aos gráficos de funções polinomiais (porquê?).

Isto permite-nos desenvolver a seguinte estratégia:

Estratégia:
Seja f uma função real de variável real de domínio D_f.
Para estudar a existência de assíntotas verticais ao gráfico de uma função f devemos:

1. Encontrar os pontos a que são aderentes ao domínio de f mas que não pertencem ao domínio de f ou os pontos onde a função pode não ser contínua.
2. Para os valores de a encontrados no passo 1., calcular $\lim_{x \to a^-} f(x)$ e/ou $\lim_{x \to a^+} f(x)$.

</td>
</tr>
</table>

10 min. (COMEÇA ÀS 10h45)	Resolução das alíneas a) e b) do Exercício 1 da página 123 do Volume 2 **(a alínea c) fica para T.P.C.)**

1 Determine, caso existam, equações das assíntotas verticais aos gráficos das seguintes funções:

a) $f(x)=\frac{1-x}{x-2}$

b) $g(x)=\frac{2}{x^2-1}$

c) $h(x)=\frac{x-3}{x^2-9}$

2 T.P.C. ou logo à tarde

Determine, caso existam, as equações das assíntotas verticais aos gráficos das seguintes funções:

a) $f(x)=\frac{-1+\sqrt{x-1}}{x}$

b) $g(x)=\frac{x-2}{|x|-2}$

c) $h(x)=\begin{cases}-\frac{3}{x} & \text{se } x>0\\ x^2 & \text{se } x\leq 0\end{cases}$

3 T.P.C. ou logo à tarde

Considere-se a função f, real de variável real, de domínio $\mathbb{R}$, contínua, em que 1 é o único zero.

Seja g, definida por:

$$g(x)=\frac{\sqrt{x}}{f^2(x)}$$

Justifique que:

3.1 $D_g=\mathbb{R}_0^+\setminus\{1\}$

3.2 g é contínua.

3.3 a reta de equação $x=1$ é assíntota vertical ao gráfico de g.

123

Ex 1

a) $D_f=\{x\in\mathbb{R}: x-2\neq 0\}=\mathbb{R}\setminus\{2\}$

Pontos aderentes a D_f que não pertencem a D_f: 2

f contínua

$\therefore$ Apenas temos de estudar $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$ e $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$

$$\lim_{x\to 2^-} f(x)=\frac{1-(2^-)}{(2^-)-2}=\frac{-1}{0^-}=+\infty$$

$\therefore$ A reta de eq. $x=2$ é A.V. do gráfico de f

$$\lim_{x\to 2^+} f(x)=\frac{1-(2^+)}{(2^+)-2}=\frac{-1}{0^+}=-\infty$$

$\therefore$ A reta de eq. $x=2$ é A.V. bilateral do gráfico de f

b) $D_g=\{x\in\mathbb{R}: x^2-1\neq 0\}=\mathbb{R}\setminus\{-1,1\}$

$x^2-1=0 \Leftrightarrow x^2=1 \Leftrightarrow x=\pm 1$

Pontos aderentes a D_g que não pertencem a D_g: -1 e 1

g contínua

$\therefore$ Apenas temos de estudar $\lim\limits_{x\to -1^-} g(x)$, $\lim\limits_{x\to -1^+} g(x)$, $\lim\limits_{x\to 1^-} g(x)$ e $\lim\limits_{x\to 1^+} g(x)$.

$$\lim_{x\to -1^-} g(x)=\frac{2}{(-1^-)^2-1}=\frac{2}{1^+-1}=\frac{2}{0^+}=+\infty$$

$\therefore$ A reta de eq. $x=-1$ é A.V. do gráfico de g

$$\lim_{x\to -1^+} g(x)=\frac{2}{(-1^+)^2-1}=\frac{2}{1^--1}=\frac{2}{0^-}=-\infty$$

$\therefore$ A reta de eq. $x=-1$ é A.V. bilateral do gráfico de g

$$\lim_{x\to +1^-} g(x)=\frac{2}{(+1^-)^2-1}=\frac{2}{1^--1}=\frac{2}{0^-}=-\infty$$

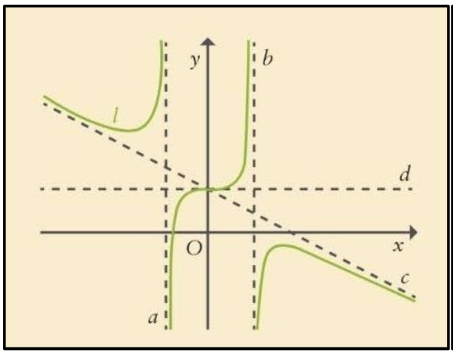
$\therefore$ A reta de eq. $x=1$ é A.V. do gráfico de g

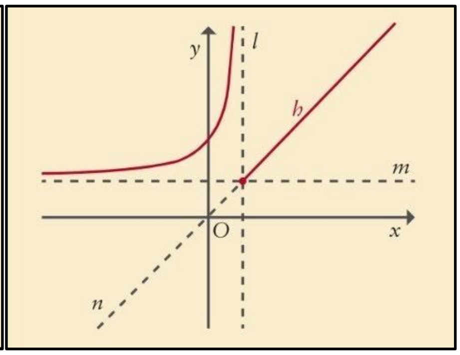
$$\lim_{x\to +1^+} g(x)=\frac{2}{(+1^+)^2-1}=\frac{2}{1^+-1}=\frac{2}{0^+}=+\infty$$

$\therefore$ A reta de eq. $x=1$ é A.V. bilateral do gráfico de g

<table>
<tr>
<td>5 min.
(COMEÇA ÀS 10h55)</td>
<td>

Assíntotas Não Verticais





Assíntotas horizontais (pág. 124 do Volume 2)

Definição: Dados um referencial cartesiano e uma função real de variável real f de domínio D_f, não majorado (respetivamente, não minorado), diz-se que **a reta de equação $\boldsymbol{y = b}$ ($b \in \mathbb{R}$) é assíntota horizontal ao gráfico de $\boldsymbol{f}$ em $+\infty$ (respetivamente, em $-\infty$)** se e só se $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = b$ (respetivamente, $\lim\limits_{x \to -\infty} \mathrm{f(x)} = \mathrm{b}$).

</td>
</tr>
</table>

ESCOLA BÁSICA E SECUNDÁRIA DE OURÉM

10 min. (COMEÇA ÀS 11h00)	Resolução do Exercício 5 da página 124 do Volume 2

AVALIAR CONHECIMENTOS

4 T.P.C. ou logo à tarde

Considere a função g, de domínio $\mathbb{R}\setminus\{-1, 1\}$, representada na figura seguinte.

As retas de equação $x = -1$, $x = 1$ e $y = -2$ são assíntotas ao gráfico de g.

Indique as equações das assíntotas aos gráficos das funções definidas por:

a) $a(x) = g(x - 1)$
b) $b(x) = g(x) + 3$
c) $c(x) = 1 - g(x)$
d) $d(x) = -1 + g(x + 2)$

5

Considere as funções definidas analiticamente por:

$$f(x) = \frac{3x+2}{x+1}$$

$$g(x) = \frac{2-x^2}{x^2-1}$$

Determine o domínio de cada uma e estude a existência de assíntotas horizontais ao gráfico de cada uma das funções.

124

Ex 5

a) $D_f = \{x \in \mathbb{R}: x+1 \neq 0\} = \mathbb{R}\setminus\{-1\}$

D_f não é majorado logo temos de estudar $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

D_f não é minorado logo temos de estudar $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \frac{\infty}{\infty}$ Ind

$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{3x+2}{x+1} = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{3\cancel{x}}{\cancel{x}} = 3 \; (\in \mathbb{R})$

∴ A reta de eq. $y = 3$ é A.H. do gráfico de f em $+\infty$

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \frac{\infty}{\infty}$ Ind

$\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{3x+2}{x+1} = \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{3\cancel{x}}{\cancel{x}} = 3 \; (\in \mathbb{R})$

∴ A reta de eq. $y = 3$ é A.H. do gráfico de f em $-\infty$

b) $D_g = \{x \in \mathbb{R}: x^2 - 1 \neq 0\} = \mathbb{R}\setminus\{-1, 1\}$

D_g não é majorado logo temos de estudar $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$

D_g não é minorado logo temos de estudar $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$

$\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = \frac{\infty}{\infty}$ Ind

$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{2-x^2}{x^2-1} = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{-x^2}{x^2} = -1 \; (\in \mathbb{R})$

∴ A reta de eq. $y = -1$ é A.H. do gráfico de g em $+\infty$.

$\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = \frac{\infty}{\infty}$ Ind

$\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{2-x^2}{x^2-1} = \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{-x^2}{x^2} = -1 \; (\in \mathbb{R})$

∴ A reta de eq. $y = -1$ é A.H. do gráfico de g em $-\infty$.

5 min. (COMEÇA ÀS 11h10)	**Vamos agora generalizar a definição anterior.** **Assíntotas Não Verticais (pág. 126 do Volume 2)** **Definição:** Dados um referencial cartesiano e uma função real de variável real f de domínio D_f, não majorado (respetivamente, não minorado), diz-se que **a reta de equação $\boldsymbol{y = mx + b}$ $(\boldsymbol{m, b} \in \mathbb{R})$ é assíntota ao gráfico de $\boldsymbol{f}$ em $+\infty$ (respetivamente, em $-\infty$)** se e só se: $\lim_{x\to+\infty}(f(x)-(mx+b)) = 0$ (respetivamente, $\lim_{x\to-\infty}(f(x)-(mx+b)) = 0$). Quando $m = 0$, temos o caso visto anteriormente e a assíntota é horizontal. Quando $m \neq 0$, a assíntota diz-se **assíntota oblíqua**.
5 min. (COMEÇA ÀS 11h15)	Resolução do Exercício 9 da página 127 do Volume 2

AVALIAR CONHECIMENTOS

9 Prove que a reta de equação $y = x + 2$ é assíntota, em $+\infty$ e em $-\infty$, ao gráfico da função f, definida por:

$$f(x) = \frac{x^2}{x-2}$$

127

Ex 9

$D_f = \{x \in \mathbb{R}: x - 2 \neq 0\} = \mathbb{R}\setminus\{2\}$

D_f não é majorado logo temos de estudar $\lim_{x\to+\infty}(f(x)-(x+2))$

D_f não é minorado logo temos de estudar $\lim_{x\to-\infty}(f(x)-(x+2))$

$\lim_{x\to+\infty}(f(x)-(x+2)) = \lim_{x\to+\infty}\frac{x^2}{x-2}-(x+2) = \infty - \infty$ Ind

$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2}{x-2}-(x+2) = \lim_{x\to+\infty}\frac{x^2-(x+2)(x-2)}{x-2} = \lim_{x\to+\infty}\frac{x^2-(x^2-4)}{x-2}$

$= \lim_{x\to+\infty}\frac{x^2-x^2+4}{x-2} = \lim_{x\to+\infty}\frac{4}{x-2} = 0$ c.q.d.

$\therefore$ A reta de eq. $y = x-2$ é A.N.V. (é mesmo A.O.) do gráfico de f em $+\infty$

$\lim_{x\to-\infty}(f(x)-(x+2)) = \lim_{x\to-\infty}\frac{x^2}{x-2}-(x+2) = \infty - \infty$ Ind

$\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2}{x-2}-(x+2) = \lim_{x\to-\infty}\frac{x^2-(x+2)(x-2)}{x-2} = \lim_{x\to-\infty}\frac{x^2-(x^2-4)}{x-2}$

$= \lim_{x\to-\infty}\frac{x^2-x^2+4}{x-2} = \lim_{x\to-\infty}\frac{4}{x-2} = 0$ c.q.d.

$\therefore$ A reta de eq. $y = x-2$ é A.N.V. (é mesmo A.O.) do gráfico de f em $-\infty$

<table>
<tr>
<td>15 min.
(COMEÇA ÀS 11h20)</td>
<td>

Na pág. 128 do Volume 2 temos um resultado que vem da aplicação dos seguintes teoremas:

Teorema 1
Dados um referencial cartesiano e uma função real de variável real f de domínio D_f, não majorado (respetivamente, não minorado), a reta de equação $y = mx + b$ $(m, b \in \mathbb{R})$ é assíntota ao gráfico de f em $+\infty$ (respetivamente, em $-\infty$) se e só se $\lim_{x\to+\infty}(f(x) - mx) = b$ (respetivamente, $\lim_{x\to-\infty}(f(x) - mx) = b$).

Teorema 2
Dados um referencial cartesiano e uma função real de variável real f de domínio D_f, não majorado (respetivamente, não minorado), se a reta de equação $y = mx + b$ $(m, b \in \mathbb{R})$ é assíntota ao gráfico de f em $+\infty$ (respetivamente, em $-\infty$) então $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x} = m$ (respetivamente, $\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x} = m$).

Observações:

- Só faz sentido falar em assíntota não vertical se o domínio da função não for limitado (isto é, existem $a, b \in \mathbb{R}$: $]-\infty, a[\subseteq D_f$ e/ou $]b, +\infty[\subseteq D_f$).
- Não podem existir mais do que duas assíntotas **não verticais** ao gráfico de uma função.

Estratégia:
Seja f uma função real de variável real de domínio D_f, não majorado (respetivamente, não minorado).
Para estudar a existência de assíntotas não verticais ao gráfico de f devemos:

1. Calcular $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$ (respetivamente, $\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}$).
1.1 Se o limite não existir ou se for infinito, concluímos que não existe assíntota ao gráfico de f em $+\infty$ (respetivamente $-\infty$).
1.2 Se o limite for um número real, será o declive da assíntota, caso exista, e podemos designar esse limite por m.
2. Calcular $\lim_{x\to+\infty}(f(x) - mx)$ (respetivamente, $\lim_{x\to-\infty}(f(x) - mx)$).
2.1 Se o limite não existir ou se for infinito, concluímos que não existe assíntota ao gráfico de f em $+\infty$ (respetivamente $-\infty$).
2.2 Se o limite for um número real, será a ordenada na origem da assíntota, e podemos designar esse limite por b.

(Se os dois limites forem números reais) concluímos que a reta de equação $y = mx + b$ é assíntota ao gráfico de f em $+\infty$ (respetivamente $-\infty$).

</td>
</tr>
<tr>
<td>15 min.
(COMEÇA ÀS 11h35)</td>
<td>

Resolução das alíneas a) e b) do Exercício 11 da página 128 do Volume 2 e uma alínea adicional e) onde $j(x) = \frac{x^3}{x+1}$

Muito provavelmente, por motivos de tempo, a resolução a desenvolver em aula será apenas relativa ao estudo de assíntotas não verticais (ficando o estudo das assíntotas verticais como T.P.C.).

</td>
</tr>
</table>

AVALIAR CONHECIMENTOS

10 T.P.C. ou logo à tarde

Considere uma função f, de domínio $\mathbb{R}^+$, em que se sabe que:

- f é contínua e estritamente crescente e $f(1) = 0$;
- o eixo Oy é assíntota ao gráfico de f;
- o gráfico de f tem uma assíntota não vertical, paralela à bissetriz dos quadrantes ímpares e que passa pelo ponto de coordenadas $(1, 0)$.

Indique:

a) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

b) $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$

c) $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x}{f(x)}$

d) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$

e) $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - x)$

11

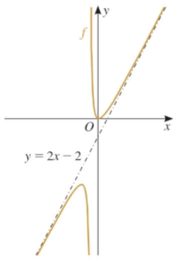
Determine as assíntotas aos gráficos das seguintes funções:

a) $f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 1}$

b) $g(x) = \frac{x^2 - 2x}{x + 3}$

c) $h(x) = \frac{x^3}{(x-1)^2}$

d) $i(x) = \frac{x^2}{2 - |x|}$



128

Ex 11

a) $D_f = \{x \in \mathbb{R}: x^2 - 1 \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$

A.V.:

Pontos aderentes a D_f que não pertencem a D_f: -1 e 1

f contínua

$\therefore$ Apenas temos de estudar $\lim\limits_{x \to -1^-} f(x)$, $\lim\limits_{x \to -1^+} f(x)$

$\lim\limits_{x \to 1^-} f(x)$ e $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x)$

$$\lim_{x \to -1^-} f(x) = \frac{2(-1^-)^2}{(-1^-)^2 - 1} = \frac{2}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \to -1^+} f(x) = \frac{2(-1^+)}{(-1^+)^2 - 1} = \frac{2}{0^-} = -\infty$$

$\therefore$ A reta de eq. $x = -1$ é A.V. bilateral do gráfico de f

$$\lim_{x \to 1^-} \frac{2(1^-)^2}{(1^-)^2 - 1} = \frac{2}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \to 1^+} \frac{2(1^+)^2}{(1^+)^2 - 1} = \frac{2}{0^+} = +\infty$$

$\therefore$ A reta de eq. $x = 1$ é A.V. bilateral do gráfico de f

A.N.V.: A.H. ou A.O.? A.H. (calcular mentalmente os limites)

D_f não é majorado e não é minorado

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \frac{\infty}{\infty} \text{ Ind}$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = \lim_{x \to +\infty} \frac{2\cancel{x^2}}{\cancel{x^2}} = 2$$

$\therefore$ A reta de eq. $y = 2$ é A.H. do gráfico de f em $+\infty$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \frac{\infty}{\infty} \text{ Ind}$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = \lim_{x \to \infty} \frac{2\cancel{x^2}}{\cancel{x^2}} = 2$$

$\therefore$ A reta de eq. $y = 2$ é A.H. do gráfico de f em $-\infty$

AVALIAR CONHECIMENTOS

10 T.P.C. ou logo à tarde

Considere uma função f, de domínio $\mathbb{R}^+$, em que se sabe que:

- f é contínua e estritamente crescente e $f(1) = 0$;
- o eixo Oy é assíntota ao gráfico de f;
- o gráfico de f tem uma assíntota não vertical, paralela à bissetriz dos quadrantes ímpares e que passa pelo ponto de coordenadas $(1, 0)$.

Indique:

a) $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

b) $\lim_{x\to 0} f(x)$

c) $\lim_{x\to 1} \frac{x}{f(x)}$

d) $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$

e) $\lim_{x\to+\infty} (f(x) - x)$

11

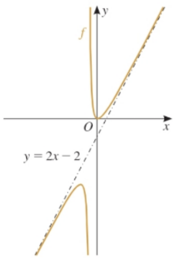
Determine as assíntotas aos gráficos das seguintes funções:

a) $f(x) = \frac{2x^2}{x^2-1}$

b) $g(x) = \frac{x^2-2x}{x+3}$

c) $h(x) = \frac{x^3}{(x-1)^2}$

d) $i(x) = \frac{x^2}{2-|x|}$



128

Ex 11

b) $D_g = \{x \in \mathbb{R}: x+3 \neq 0\} = \mathbb{R}\setminus\{-3\}$

A.V.:

Pontos aderentes a D_g que não pertencem a D_g: -3

g contínua

∴ Apenas temos de estudar $\lim_{x\to -3^-} g(x)$, $\lim_{x\to -3^+} g(x)$

$$\lim_{x\to -3^-} g(x) = \frac{(-3^-)^2 - 2(-3^-)}{(-3^-)+3} = \frac{15}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x\to -3^+} g(x) = \frac{(-3^+)^2 - 2(-3^+)}{(-3^+)+3} = \frac{15}{0^+} = +\infty$$

∴ A reta de eq. $x = -3$ é A.V. bilateral do gráfico de g

→ A.N.V.: A.H. ou A.O.? ~~A.H.~~ (calcular mentalmente os limites)

D_g não é majorado e não é minorado

• Em $+\infty$:

m:

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{g(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\frac{x^2-2x}{x+3}}{x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-2x}{x^2+3x} =$$

$= \frac{\infty}{\infty}$ Ind

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-2x}{x^2+3x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\cancel{x^2}}{\cancel{x^2}} = 1 \quad (\in \mathbb{R})$$

∴ $m = 1$

b: $\infty - \infty$ Ind

$$\lim_{x\to+\infty} g(x) - mx = \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-2x}{x+3} - 1x =$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-2x}{x+3} - x = \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-2x-x^2-3x}{x+3} =$$

$\frac{\infty}{\infty}$ Ind

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{-5x}{x+3} = \lim_{x\to+\infty} \frac{-5\cancel{x}}{\cancel{x}} = -5 \quad (\in \mathbb{R})$$

∴ $b = -5$

∴ A reta de eq. $y = x - 5$ é A.O. do gráfico de g em $+\infty$

→ A.N.V.: A.H. ou A.O.? ~~A.H.~~ (calcular mentalmente os limites)

D_g não é majorado e não é minorado

• Em $-\infty$:

m:

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{g(x)}{x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{\frac{x^2 - 2x}{x+3}}{x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{x^2 - 2x}{x^2 + 3x} \overset{\frac{\infty}{\infty}\text{ Ind}}{=}$$

$$= \lim_{x \to -\infty} \frac{\cancel{x^2}}{\cancel{x^2}} = 1 \quad (\in \mathbb{R})$$

$\therefore m = 1$

b:

$$\lim_{x \to -\infty} g(x) - mx = \lim_{x \to -\infty} \frac{x^2 - 2x}{x+3} - 1x \overset{\infty - \infty\text{ Ind}}{=}$$

$$= \lim_{x \to -\infty} \frac{x^2 - 2x}{x+3} - x = \lim_{x \to -\infty} \frac{x^2 - 2x - x^2 - 3x}{x+3} =$$

$$\overset{\frac{\infty}{\infty}\text{ Ind}}{=} \lim_{x \to -\infty} \frac{-5x}{x+3} = \lim_{x \to -\infty} \frac{-5\cancel{x}}{\cancel{x}} = -5 \quad (\in \mathbb{R})$$

$\therefore b = -5$

$\therefore$ A reta de eq. $y = x - 5$ é A.O. do gráfico de g em $-\infty$

Alínea extra:

e) $j(x)=\frac{x^3}{x+1}$, $D_j=\{x\in\mathbb{R}: x+1\neq 0\}=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

A.V.:

Pontos aderentes a D_j que não pertencem a D_j: -1

j contínua

$\therefore$ Apenas temos de estudar $\lim\limits_{x\to -1^-} j(x)$, $\lim\limits_{x\to -1^+} j(x)$

$$\lim_{x\to -1^-} j(x)=\frac{(-1^-)^3}{(-1^-)+1}=\frac{-1}{0^+}=-\infty$$

$$\lim_{x\to -1^+} j(x)=\frac{(-1^+)^3}{(-1^+)+1}=\frac{-1}{0^-}=+\infty$$

$\therefore$ A reta de eq. $x=-1$ é A.V. bilateral do gráfico de j

→ A.N.V.: A.H. ou A.O.? nenhumas (calcular mentalmente os limites)

D_j não é majorado e não é minorado

- Em $+\infty$:

m:
$$\lim_{x\to+\infty}\frac{j(x)}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{x^3}{x+1}}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^3}{x^2+x}\overset{\frac{\infty}{\infty}\text{ Ind}}{=}\lim_{x\to+\infty}\frac{x^3}{x^2}=$$
$$=\lim_{x\to+\infty}x=+\infty$$

$\therefore$ O gráfico de j <u>não</u> admite A.N.V. em $+\infty$

- Em $-\infty$:

m:
$$\lim_{x\to-\infty}\frac{j(x)}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\frac{x^3}{x+1}}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^3}{x^2+x}\overset{\frac{\infty}{\infty}\text{ Ind}}{=}\lim_{x\to-\infty}\frac{x^3}{x^2}=$$
$$=\lim_{x\to-\infty}x=\infty$$

$\therefore$ O gráfico de j <u>não</u> admite A.N.V. em $-\infty$

A parte que se segue é para ser introduzida quando houver oportunidade/tempo (muito provavelmente, já só na aula seguinte) e deve ser bem exemplificada com exercícios.

Estratégia para "poupar tempo e trabalho no estudo de assíntotas não verticais"

Se suspeitarmos que:

- **a assíntota não vertical é <u>horizontal</u>**, devemos utilizar o método das assíntotas horizontais (é o menos trabalhoso)
- **a assíntota não vertical é <u>oblíqua</u> (não horizontal) ou que <u>não existe assíntota não vertical</u>**, devemos utilizar o método das assíntotas oblíquas (pois evitamos de perder tempo com o método das assíntotas horizontais, pois não resulta no caso de a assíntota ser oblíqua (não horizontal) e também não é suficiente para provar que não existe assíntota não vertical)

Como ter uma "boa suspeita" acerca do "tipo" da assíntota não vertical?

Pensar em $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{f(x)}{x}\right)$

- Se $f(x)$ for uma função racional então $f(x)=\frac{p(x)}{q(x)}$ onde $p(x)$ e $q(x)$ são polinómios.

  Se

1. $grau\ de\ p(x) > \left[\left(grau\ de\ q(x)\right)+1\right]$ então não existe assíntota não vertical;
   Exemplo:
2. $grau\ de\ p(x) = \left[\left(grau\ de\ q(x)\right)+1\right]$ então existe assíntota oblíqua e
3. $grau\ de\ p(x) < \left[\left(grau\ de\ q(x)\right)+1\right]$ então existe assíntota horizontal

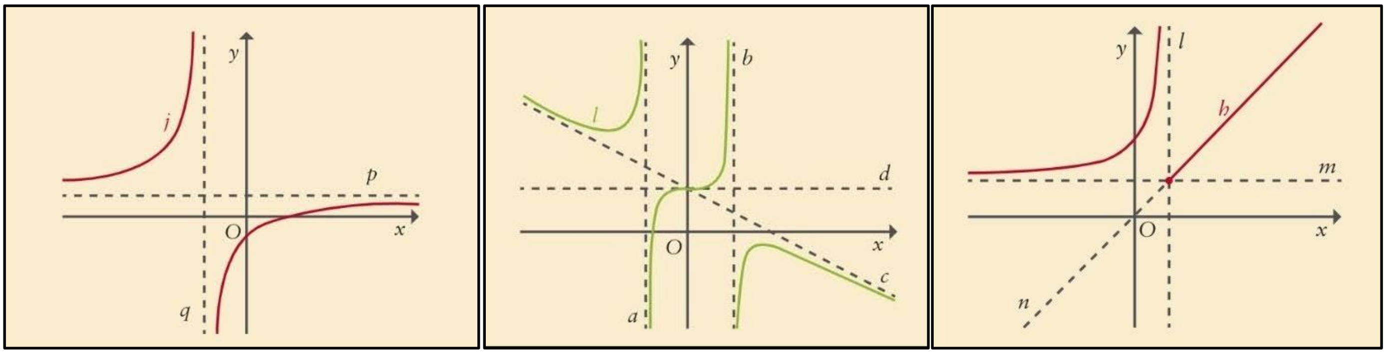
Exemplos:

1. $\frac{x^3}{x+1}$ (alínea extra e) do Ex. 11 da pág. 128 do Volume 2),
2. $\frac{x^2-2x}{x+3}$ (alínea b) do Ex. 11 da pág. 128 do Volume 2) e
3. $\frac{2x^2}{x^2-1}$ (alínea a) do Ex. 11 da pág. 128 do Volume 2).

D.2 Documento Fornecido aos Alunos

Assíntotas ao Gráfico de uma Função

1. **Assíntotas Verticais (pág. 122 do Volume 2)**



Dados um referencial cartesiano, uma função real de variável real f e um número real a, dizemos que **a reta de equação $x = a$ é assíntota vertical do gráfico da função f** se e só se pelo menos um dos limites laterais de $f(x)$ no ponto a for infinito.

Se os dois limites laterais forem infinitos dizemos que a **assíntota vertical é bilateral** e se apenas um dos limites laterais for infinito dizemos que a **assíntota vertical é unilateral**.

Se uma função f é contínua no ponto a então $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$ (logo é um valor finito) e a reta de equação $x = a$ não é assíntota do gráfico de f.
Podemos então concluir que as assíntotas verticais só podem existir em:

- Pontos aderentes ao domínio e que não pertençam ao domínio, ou
- Pontos do domínio em que a função não seja contínua.

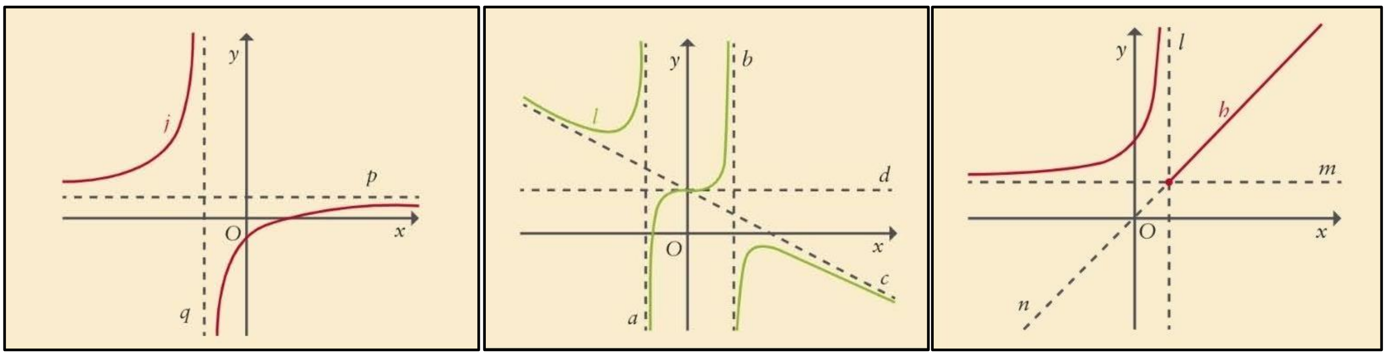
Estratégia:

Seja f uma função real de variável real de domínio D_f.

Para estudar a existência de assíntotas verticais ao gráfico de uma função f devemos:

1. Encontrar os pontos a que são aderentes ao domínio de f mas que não pertencem ao domínio de f ou os pontos onde a função pode não ser contínua.
2. Para os valores de a encontrados no passo 1., calcular $\lim_{x \to a^-} f(x)$ e/ou $\lim_{x \to a^+} f(x)$.

2. **Assíntotas Não Verticais**



2.1 Assíntotas horizontais (pág. 124 do Volume 2)

Definição: Dados um referencial cartesiano e uma função real de variável real f de domínio D_f, não majorado (respetivamente, não minorado), diz-se que **a reta de equação $y = b$ ($b \in \mathbb{R}$) é assíntota horizontal ao gráfico de f em $+\infty$ (respetivamente, em $-\infty$)** se e só se $\lim_{x \to +\infty} f(x) = b$ (respetivamente, $\lim_{x \to -\infty} \mathrm{f(x)} = \mathrm{b}$).

Vamos agora generalizar a definição anterior.

2.2 Assíntotas Não Verticais (pág. 126 do Volume 2)

Definição: Dados um referencial cartesiano e uma função real de variável real f de domínio D_f, não majorado (respetivamente, não minorado), diz-se que **a reta de equação $\boldsymbol{y = mx + b}$ $(\boldsymbol{m, b} \in \mathbb{R})$ é assíntota ao gráfico de $\boldsymbol{f}$ em $+\infty$ (respetivamente, em $-\infty$)** se e só se $\lim_{x \to +\infty} \big(f(x) - (mx + b)\big) = 0$
(respetivamente, $\lim_{x \to -\infty} \big(f(x) - (mx + b)\big)$).
Quando $m = 0$, temos o caso anterior e a assíntota é horizontal.
Quando $m \neq 0$, a assíntota diz-se **assíntota oblíqua**.

Na pág. 128 do Volume 2 temos um resultado que vem da aplicação dos seguintes teoremas:

Teorema 1

Dados um referencial cartesiano e uma função real de variável real f de domínio D_f, não majorado (respetivamente, não minorado), a reta de equação $y = mx + b$ $(m, b \in \mathbb{R})$ é assíntota ao gráfico de f em $+\infty$ (respetivamente, em $-\infty$) se e só se $\lim_{x \to +\infty} (f(x) - mx) = b$ (respetivamente, $\lim_{x \to -\infty} (f(x) - mx) = b$).

Teorema 2

Dados um referencial cartesiano e uma função real de variável real f de domínio D_f, não majorado (respetivamente, não minorado), se a reta de equação $y = mx + b$ $(m, b \in \mathbb{R})$ é assíntota ao gráfico de f em $+\infty$ (respetivamente, em $-\infty$) então $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = m$ (respetivamente, $\lim_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = m$).

Observações:

- Só faz sentido falar em assíntota não vertical se o domínio da função não for limitado (isto é, existem $a, b \in \mathbb{R}:]-\infty, a[\subseteq D_f$ e/ou $]b, +\infty[\subseteq D_f$).
- Não podem existir mais do que duas assíntotas **não verticais** ao gráfico de uma função.

Estratégia:

Seja f uma função real de variável real de domínio D_f, não majorado (respetivamente, não minorado).

Para estudar a existência de assíntotas não verticais ao gráfico de f devemos:

1. Calcular $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$ (respetivamente, $\lim_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x}$).
   1.1 Se o limite não existir ou se for infinito, concluímos que não existe assíntota ao gráfico de f em $+\infty$ (respetivamente $-\infty$).
   1.2 Se o limite for um número real, será o declive da assíntota, caso exista, e podemos designar esse limite por m.
2. Calcular $\lim_{x \to +\infty} (f(x) - mx)$ (respetivamente, $\lim_{x \to -\infty} (f(x) - mx)$).
   2.1 Se o limite não existir ou se for infinito, concluímos que não existe assíntota ao gráfico de f em $+\infty$ (respetivamente $-\infty$).
   2.2 Se o limite for um número real, será a ordenada na origem da assíntota, e podemos designar esse limite por b.

(Se os dois limites forem números reais) concluímos que a reta de equação $y = mx + b$ é assíntota ao gráfico de f em $+\infty$ (respetivamente $-\infty$).

Anexo E

Elementos de Avaliação Pedagógica

E.1 Matriz do 2.º Teste de Avaliação Sumativa de Matemática A da turma F do 11º ano e um plano de estudo autoformativo

Escola Básica e Secundária de Ourém

Matemática A – 11.º F Matriz para o teste sumativo de 09/12/2022

Aprendizagens Essenciais:	Domínios	Questão: 1	2	3	4	5	6	7	8	Total por AE
Trigonometria: Reconhecer, analisar e aplicar na resolução de problemas: razões trigonométricas de ângulos generalizados na circunferência trigonométrica e a noção de radiano. Reconhecer, analisar e aplicar funções trigonométricas na resolução de problemas. Utilizar as fórmulas trigonométricas de "redução ao 1.º quadrante" e a fórmula fundamental da trigonometria na resolução de problemas. Resolver equações trigonométricas simples, num contexto de resolução de problemas.	D1: 52 D2: 41 D3: 25	X	X	X	X					**118**
Geometria analítica – Declive e inclinação da reta; produto escalar de vetores: Reconhecer e aplicar na resolução de problemas a relação entre a inclinação e o declive de uma reta no plano. Reconhecer, analisar e aplicar na resolução de problemas a noção de produto escalar.	D1: 28 D2: 39 D3: 15					X	X	X	X	**82**
*EM = Escolha múltipla RA = Resposta Aberta	**Tipologia da questão*:**	**EM**	**EM**	**RA**	**RA**	**EM**	**EM**	**RA**	**RA**	**200**
	Total por domínio:	**D1: 80**		**D2: 80**		**D3: 40**				

Plano de estudo autoformativo

1. Elaborar/reescrever o resumo dos conteúdos de trigonometria (caderno diário + p. 86 a 89 do manual):
   a. Razões trigonométricas de um ângulo agudo como ângulo interno de um triângulo retângulo
   b. Fórmula Fundamental da Trigonometria e fórmula relacionando a tangente com o cosseno de um ângulo
   c. Quadro de razões trigonométricas exatas – ângulos de 30º $\left(\frac{\pi}{6}\right)$/45º $\left(\frac{\pi}{4}\right)$/60º $\left(\frac{\pi}{3}\right)$
   d. Circunferência trigonométrica – valores dos ângulos nos extremos de quadrante e das respetivas razões trigonométricas
   e. Método de redução de um ângulo ao primeiro quadrante
   f. Representação gráfica das funções $senx$, $cosx$ e tgx
   g. Estudo das funções trigonométricas por leitura do gráfico, com apoio na circunferência trigonométrica

2. Elaborar o resumo dos conteúdos de geometria (caderno diário + p. 150 e 151 do manual):
    a. Equação reduzida da reta
    b. Inclinação de uma reta
    c. Relação entre o declive e a inclinação de uma reta não vertical
    d. Norma de um vetor
    e. Ângulo de dois vetores
    f. Produto escalar a partir das normas e ângulo dos vetores
    g. Produto escalar a partir das coordenadas
    h. Perpendicularidade de vetores
    i. Declives de retas perpendiculares

3. Elaborar uma lista de procedimentos a adotar na calculadora para:
    a. Alternar entre graus e radianos
    b. Calcular razões trigonométricas de ângulos dados
    c. Calcular o ângulo dada uma razão trigonométrica
    d. Calcular uma imagem, dado o objeto
    e. Calcular um objeto, dada uma imagem/resolver uma equação
    f. Calcular extremos e extremantes (máximos/maximizantes, mínimos/minimizantes)
    g. Ajustar janelas de visualização

    Nota: os procedimentos d a g não serão objeto de avaliação neste teste.

4. Resolver exercícios!
    a. Trigonometria
        i. Manual:
            Pág. 50 a 65 – exs.: 2 a 24;
            Pág. 71 a 79 – exs. 30 a 41, 43 e 44;
            Pág. 80 a 85 – exs. 1 a 3, 5,6, 9, 11, 12 a 15.
        ii. Milage:
            Cap. 1, subcap. 2 – fichas 1, 2a, 2b
    b. Geometria
        i. Manual:
            Pág. 104 a 107 – exs. 3 a 6;
            Pág. 108 a 120 – exs. 6 a 9, 12, 13, 15 a 17, 19 a 22;
            Pág. 124 a 127: exs. 1 a 7, 9 a 13, 17, 18;
            Pág. 130: exs. 1, 4, 5
            Pág. 131 – exs. 3
            Pág. 154 a 158 – exs. 1 a 3, 5 a 9, 11, 23, 26, 27;
            Pág. 164 – exs. 1 e 2.
        ii. Milage:
            Cap. 2, subcap. 1, fichas 1, 1a, 1b, 1c, 3.

E.2 Enunciado do 2.º Teste de Avaliação Sumativa de Matemática A da turma F do 11º ano

Nome: ______________________________ Turma: _______ N.º: _______

Professor: ______________________ E.E. : ______________________ Data: ___/___/_____

Observações: ____

____

Classificação:	D1: Conhecimento científico, técnico e tecnológico	/80	V
	D2: Experimentação, raciocínio e resolução de problemas	/80	V
	D3: Comunicação científica	/40	V

Nota: Apresente todos os cálculos e justifique todas as respostas, incluindo as das questões de escolha múltipla. Nos cálculos intermédios conserve, no mínimo, três casas decimais.

1. Em IR, O conjunto solução da equação $sen^2x = cos^2x$ é:

(A) $x = k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

(B) $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

(C) $x = k\frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$

(D) $x = \pm\frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

2. Qual dos seguintes valores não é período da função real de variável real $f(x) = \cos(3x)$?

(A) π (B) $\frac{2}{3}\pi$ (C) $\frac{4}{3}\pi$ (D) 2π

3. Seja f a função definida, em $]0, \pi[$, por $f(x) = 4senx + 2$.

3.1. O gráfico da função f é imagem do gráfico da função seno pela composição de uma dilatação vertical com uma translação. Identifica o coeficiente de dilatação e o vetor translação, respetivamente.

3.2. Indica, justificando, o valor lógico das seguintes afirmações:

3.2.1. A função f não tem zeros.

3.2.2. O contradomínio de f é o intervalo [-2, 6].

3.2.3. A função tem um máximo.

3.3. Considera a função g, extensão da função f ao domínio IR.

3.3.1. Determina a expressão geral dos zeros de g.

3.3.2. Verifica que g não é par nem ímpar.

4. Considera a função f, de domínio IR, definida por $f(x) = \cos(2x)$. Determina os valores de x para os quais:

4.1. $f(x) = \frac{1}{2}$

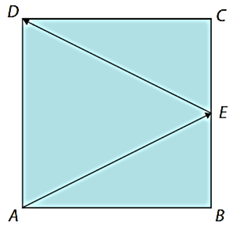
4.2. $2f(x) + \sqrt{3} = 0$

5. Considera, num referencial o.n. xOy, a reta r que passa no ponto de coordenadas (1,1) e tem inclinação $\alpha = 150°$. Qual das equações seguintes poderá ser uma equação da reta r?

(A) $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{3-\sqrt{3}}{3}$ (C) $y = -\sqrt{3}x + \sqrt{3} + 1$

(B) $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x$ (D) $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}+3}{3}$

6. Na figura está representado um quadrado [ABCD], de lado igual a a. O ponto E é o ponto médio do lado [BC]. Qual é o valor do produto escalar $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{ED}$?



(A) $-\frac{3}{4}a^2$ (B) $\frac{3}{4}a^2$ (C) $-\frac{1}{2}a^2$ (D) $\frac{1}{2}a^2$

7. Considera os vetores $\vec{u}, \vec{v}, \vec{x}, \vec{y}, \vec{w}, \vec{z}$ tais que:

$\vec{u} = (-1,3), \vec{v} = (2,4), \vec{y} = (m,-1), \|\vec{w}\| = 5, \|\vec{x}\| = 3, \left(\widehat{\vec{x},\vec{w}}\right) = 60°$ e $\vec{z}$ é um vetor perpendicular a $\vec{u}$.

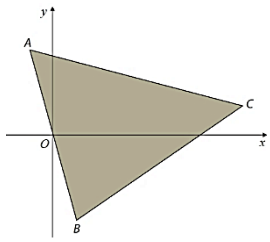
Calcula:

7.1. $2\vec{u} \cdot (\vec{v} - \vec{z})$

7.2. $\vec{x} \cdot \vec{w}$

7.3. o valor de m para o qual $\vec{y} \perp \vec{v}$

8. Na figura está representado, num referencial o.n. xOy, o triângulo [ABC]. Sabe-se que:
   - A tem coordenadas (-1, 3);
   - B é o simétrico de A relativamente à origem do referencial;
   - A reta AC tem equação $y = -\frac{1}{4}x + \frac{11}{4}$;
   - A reta BC tem equação $-2x + 3y = -11$.



8.1. Escreve uma equação da reta r que passa por A e é perpendicular a BC.

8.2. Determina a inclinação da reta AB. Apresenta o resultado em graus, com aproximação às décimas.

Cotações:

Questão	1	2	3						4		5	6	7			8		Total
			1	2			3		1	2			1	2	3	1	2	
				1	2	3	1	2										
D1	7	4	10	4	4	4		2	8	9	3	4	3	4	2	3	9	80
D2	3	6		2	2	2	10	6	4	6	7	10	4	3	6	6	3	80
D3	2	2		6	6	6		6			2	2			3	5		40
Total	12	12	10	12	12	12	10	14	12	15	12	16	7	7	11	14	12	200

Os professores: Eunice Ferreira e Eduardo Branco

E.3 Critérios de correção e cotações do 2.º Teste de Avaliação Sumativa de Matemática A da turma F do 11º ano

Escola Básica e Secundária de Ourém   Ano letivo: 2022/2023
Teste de Av. Sumativa de 9 de dezembro de 2022
Matemática A – 11.ºAno

CRITÉRIOS DE CORREÇÃO E DE CLASSIFICAÇÃO - Versão 1

Classificação:	D1: Conhecimento científico, técnico e tecnológico	/80	V
	D2: Experimentação, raciocínio e resolução de problemas	/80	V
	D3: Comunicação científica	/40	V

Nota: Apresente todos os cálculos e justifique todas as respostas, incluindo as das questões de escolha múltipla. Nos cálculos intermédios conserve, no mínimo, três casas decimais.

1. Em $\mathbb{R}$, as soluções da equação $sen^2 x = cos^2 x$ são os $x \in \mathbb{R}$:

(A) $x = k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ (C) $x = k\frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$

(B) $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ (D) $x = \pm\frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow sen^2 x - cos^2 x = 0$	D1: 1 ponto
$\Leftrightarrow (sen(x) + cos(x))(sen(x) - cos(x)) = 0$	D1: 2 pontos
$\Leftrightarrow sen(x) = cos(x) \vee sen(x) = -cos(x)$	D1: 2 pontos
$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \vee x = \frac{3}{4}\pi + k\pi, k \in Z$	D1: 2 pontos
e respetiva justificação recorrendo e apresentando a Circunferência Trigonométrica (doravante, apenas notada por CT)	D3: 2 pontos
$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$	D2: 3 pontos
R.: B	

2. Qual dos seguintes valores não é período da função real de variável real $f(x) = \cos(3x)$?

(A) π (B) $\frac{2}{3}\pi$ (C) $\frac{4}{3}\pi$ (D) 2π

Período $P = k \times \frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}^+$	D1: 4 ponto
$k = 1 \Rightarrow P = \frac{2}{3}\pi$	D2: 2 ponto
$k = 2 \Rightarrow P = \frac{4}{3}\pi$	D2: 2 ponto
$k = 3 \Rightarrow P = 2\pi$	D2: 2 pontos
Justificar que π não é período de $f(x)$ porque não existe nenhum $k \in \mathbb{Z}^+$ tal que $\pi = k \times \frac{2\pi}{3}$, como se pode concluir dos casos anteriores (ou algo equivalente).	D3: 2 pontos
R.: A	

3. Seja f a função definida, em $]0,\ \pi[$, por $f(x) = 4\ senx + 2$.

3.1. O gráfico da função f é imagem do gráfico da função seno pela composição de uma dilatação vertical com uma translação. Identifica o coeficiente de dilatação e o vetor translação, respetivamente.

Identificar o valor 4 como sendo o coeficiente de dilatação vertical	D1: 5 pontos
Identificar o vetor de coordenadas $(0,2)$ como sendo o vetor translação	D1: 5 ponto

3.2. Indica, justificando, o valor lógico das seguintes afirmações:

3.2.1.A função f não tem zeros.

Chegar ao valor lógico "Verdadeiro"	D1: 4 pontos
Justificar que a função $f(x)$ não tem zeros em $]0,\ \pi[$ recorrendo e apresentando o gráfico de $f(x)$ ($f(x) > 2$ em $]0,\ \pi[$)	D2: 2 pontos
Resposta, justificação e correção de escrita	D3: 6 ponto

3.2.2.O contradomínio de f é o intervalo $[-2, 6]$.

Chegar ao valor lógico "Falso"	D1: 4 pontos
Justificar que a função $f(x)$, de domínio $]0,\ \pi[$, tem contradomínio $]2,\ 6[$, recorrendo e apresentando o gráfico de $f(x)$ ou "enquadrando" a função $f(x)$	D2: 2 pontos
Resposta, justificação e correção de escrita	D3: 6 ponto

3.2.3.A função tem um máximo.

Chegar ao valor lógico "Verdadeiro"	D1: 4 pontos
Justificar que a função $f(x)$ tem máximo 6 em $]0,\ \pi[$ recorrendo e apresentando o gráfico de $f(x)$ ou "enquadrando" a função e chegando a $f(x) \leq 6$ em $]0,\ \pi[$ e $f(x) = 6$ quando $x = \frac{\pi}{2}$	D2: 2 pontos
Resposta, justificação e correção de escrita	D3: 6 ponto

3.3. Considera a função g, extensão da função f ao domínio $\mathbb{R}$.

3.3.1. Determina a expressão geral dos zeros de g.

$g(x) = 0$	
$\Leftrightarrow 4\ sen(x) + 2 = 0$	D1: 1 ponto
$\Leftrightarrow sen(x) = -\frac{1}{2}$	D1: 1 ponto
$\Leftrightarrow sen(x) = sen\left(-\frac{\pi}{6}\right)$, recorrendo à tabela e ao CT, apresentando a CT	D1: 2 pontos
$\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + \mathrm{k}2\pi \vee x = \pi - \left(-\frac{\pi}{6}\right) + \mathrm{k}2\pi, \mathrm{k} \in Z$	D1: (2+2=) 4 pontos
$\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + \mathrm{k}2\pi \vee x = \frac{7}{6}\pi + \mathrm{k}2\pi, \mathrm{k} \in Z$	D1: 2 pontos

3.3.2. Verifica que g não é par nem ímpar.

$g(-x) = 4\ sen(-x) + 2$	D2: 2 pontos
$x = -4\ sen(x) + 2$	D1: 2 ponto
e respetiva justificação recorrendo e apresentando a CT	D3: 2 ponto
Concluir que $g(-x) \neq g(x)$ e que $g(x)$ não é uma função par	D2: (2+2=) 4 pontos
Correção de escrita da resposta e das justificações	D3: 4 pontos

4. Considera a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = cos(2x)$. Determina os valores de x para os quais:

4.1. $f(x) = \frac{1}{2}$.

$\Leftrightarrow cos(2x) = \frac{1}{2}$	D2: 2 pontos
$\Leftrightarrow cos(2x) = cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$	D2: 2 pontos
$\Leftrightarrow 2\mathrm{x} = \frac{\pi}{3} + \mathrm{k}2\pi \vee 2\mathrm{x} = -\frac{\pi}{3} + \mathrm{k}2\pi, \mathrm{k} \in Z$	D1: (2+2=) 4 pontos
$\Leftrightarrow \mathrm{x} = \frac{\pi}{6} + \mathrm{k}\pi \vee 2\mathrm{x} = -\frac{\pi}{6} + \mathrm{k}\pi, \mathrm{k} \in Z$	D1: (2+2=) 4 pontos

4.2. $2f(x) + \sqrt{3} = 0$

$2\,cos(2x) + \sqrt{3} = 0$	D2: 2 pontos
$\Leftrightarrow cos(2x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$	D1: 3 pontos
$\Leftrightarrow cos(2x) = cos\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right)$, recorrendo à tabela e ao CT, apresentando a CT	D2: 4 pontos
$\Leftrightarrow 2x = \frac{5}{6}\pi + k2\pi \vee 2x = -\frac{5}{6}\pi + k2\pi, k \in Z$	D1: 3 pontos
$\Leftrightarrow x = \frac{5}{12}\pi + k2\pi \vee 2x = -\frac{5}{12}\pi + k2\pi, k \in Z$	D1: 3 pontos

5. Considera, num referencial o.n. xOy, a reta r que passa no ponto de coordenadas $(1,1)$ e tem inclinação $\alpha = 150°$. Qual das equações seguintes poderá ser uma equação da reta r?

(A) $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{3-\sqrt{3}}{3}$

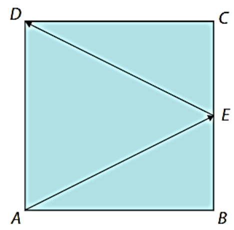
(B) $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x$

(C) $y = -\sqrt{3}x + \sqrt{3} + 1$

(D) $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}+3}{3}$

$\tan(150°) = \tan(180° - 30°)$	D2: 4 pontos
$\tan(180° - 30°) = -\tan(30°) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$	D1: 2 pontos
Escrever que $m = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ é o declive da reta r	D3: 2 pontos
Concluir que a equação da reta r é $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + b$ para certo $b \in \mathbb{R}$	D2: 3 pontos
Resolvendo a equação anterior, obter $b = \frac{\sqrt{3}+3}{3}$	D1: 1 ponto
R.: D	

6. Na figura está representado um quadrado $[ABCD]$, de lado igual a a. O ponto E é o ponto médio do lado $[BC]$. Qual é o valor do produto escalar $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{ED}$?



(A) $-\frac{3}{4}a^2$ (B) $\frac{3}{4}a^2$ (C) $-\frac{1}{2}a^2$ (D) $\frac{1}{2}a^2$

$\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{ED} = (\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BE}) \cdot (\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CD}) =$	D2: 3 pontos
$= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{CD} =$ (propriedade distributiva do p. e. em relação à adição de vetores)	D2: 2 pontos
$= 0 + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{EC} + 0 =$ e apresentar, com correção de escrita, a justificação do valor nulo para duas das parcelas, mencionando o p. e. e ortogonalidade de vetores (D3)	D1: 2 pontos D3: 1 ponto
$= a \times a \times cos(180°) + \frac{a}{2} \times \frac{a}{2} \times cos(0°) =$ concluindo que $\Vert\overrightarrow{AB}\Vert = \Vert\overrightarrow{CD}\Vert = a$, $\Vert\overrightarrow{BE}\Vert = \Vert\overrightarrow{EC}\Vert = \frac{a}{2}$, e $(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}}) = 180°$ e $(\widehat{\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{EC}}) = 0°$ (D2), e apresentar, com correção de escrita, estas conclusões (D3)	D2: (1+1+1=) 3 pontos D3: 1 ponto
$= -a^2 + \frac{a^2}{4} =$	D1: 2 pontos
$= -\frac{4a^2}{4} + \frac{a^2}{4} = -\frac{3}{4}a^2$	D2: 2 pontos
R.: A	

7. Considera os vetores $\vec{u}, \vec{v}, \vec{x}, \vec{y}, \vec{w}, \vec{z}$ tais que:

$\vec{u} = (-1, 3), \vec{v} = (2, 4), \vec{y} = (m, -1), \Vert\vec{w}\Vert = 5, \Vert\vec{x}\Vert = 3, (\widehat{\vec{x}, \vec{w}}) = 60$ e $\vec{z}$ é um vetor perpendicular a $\vec{u}$.

Calcula:

7.1. $2\vec{u} \cdot (\vec{v} - \vec{z})$

$= 2\vec{u} \cdot \vec{v} - 2\vec{u} \cdot \vec{z} =$ (propriedade distributiva do p. e. em relação à adição de vetores)	D2: 3 pontos
$= 2\vec{u} \cdot \vec{v} - 0 =$ (p. e. e ortogonalidade de vetores)	D2: 1 ponto
$= 2\ (-1,3) \cdot (2,4) =$	D1: 1 ponto
$= 2\ (-2 + 12)) = -20$	D1: 2 pontos

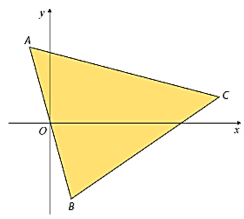
7.2. $\vec{x} \cdot \vec{w}$

$= 3 \times 5 \times cos(60°) =$	D2: 2 pontos
$= 15 \times \frac{1}{2} = \frac{15}{2}$	D1: 4 pontos

7.3. o valor de m para o qual $\vec{y} \perp \vec{v}$

$\Leftrightarrow \vec{y} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow$	D2: 2 pontos
e a respetiva justificação com correção de escrita: dois vetores são perpendiculares se e só se o produto escalar dos dois for nulo ou equivalente	D3: 3 pontos
$\Leftrightarrow (m, -1) \cdot (2, 4) = 0 \Leftrightarrow$	D2: 2 pontos
$\Leftrightarrow\ 2m - 4 = 0 \Leftrightarrow$	D2: 2 pontos
$\Leftrightarrow\ m = 2$	D1: 2 pontos

8. Na figura está representado, num referencial o.n. xOy, o triângulo $[ABC]$. Sabe-se que:
   - A tem coordenadas $(-1, 3)$;
   - B é o simétrico de A relativamente à origem do referencial;
   - A reta AC tem equação $y = -\frac{1}{4}x + \frac{11}{4}$;
   - A reta BC tem equação $2x + 3y = -11$.



8.1. Escreve uma equação da reta r que passa por A e é perpendicular a BC.

Concluir que o declive da reta BC é $m_{BC} = \frac{2}{3}$, através da correta resolução em ordem a y da equação $-2x + 3y = -11$	D2: 2 pontos
A partir do declive da reta BC concluir que o declive de qualquer reta que lhe seja perpendicular é: $-(m_{BC})^{-1} = -\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = -\frac{3}{2}$	D2: 2 pontos
Concluir que a equação da reta r é $y = -\frac{3}{2}x + b$ para certo $b \in \mathbb{R}$	D1: 2 pontos
Recorrer à equação anterior e ao ponto $A(-1,3)$ para descobrir b, chegando à equação: $3 = -\frac{3}{2}(-1) + b$	D1: 1 ponto
Resolver a respetiva equação em ordem a b para obter $b = \frac{3}{2}$.	D2: 2 pontos
Correção de escrita da resposta: Uma equação da reta r que passa por A e é perpendicular a BC é $y = -\frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$, ou equivalente.	D3: 5 pontos

8.2. Determina a inclinação da reta AB. Apresenta o resultado em graus, com aproximação às décimas.

B é o simétrico de A relativamente à origem do referencial, logo, $B(-x_A, -y_A) = (1, -3)$.	D1: 2 pontos
Chegar à expressão que dá o declive da reta AB, $m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$	D1: 4 pontos
$= \frac{-3-3}{1-(-1)} = -3$	D1: 2 pontos
A inclinação da reta AB, α, é tal que $tan(\alpha) = -3$	D1: 1 ponto
$tan(\alpha) = -3 \Longrightarrow \alpha \cong 108{,}4°$ (pois α tem amplitude positiva e inferior a 180°)	D2: 3 pontos

Cotações:

Questão	1	2	3						4		5	6	7			8		Total
			1	2			3		1	2			1	2	3	1	2	
				1	2	3	1	2										
D1	7	4	10	4	4	4		2	8	9	3	4	3	4	2	3	9	80
D2	3	6		2	2	2	10	6	4	6	7	10	4	3	6	6	3	80
D3	2	2		6	6	6		6			2	2			3	5		40
Total	12	12	10	12	12	12	10	14	12	15	12	16	7	7	11	14	12	200

Os professores: Eunice Ferreira e Eduardo Branco

Anexo F

Critérios de Avaliação do Departamento de Matemática e Ciências Experimentais

Critérios de avaliação do Agrupamento de Escolas de Ourém

Departamento Curricular: Matemática e Ciências Experimentais	Ciclo de Ensino: Secundário
Disciplinas de: Matemática A, Matemática Aplicada às Ciências Sociais, Biologia e Geologia, Física e Química	

Critérios transversais	Domínios	Ponderação	Técnicas/Instrumentos de avaliação[1][2][3][4][5]	
Conhecimento científico, técnico e tecnológico Raciocínio e pensamento crítico e criativo Comunicação e informação Cidadania e compromisso com a aprendizagem	D1: Conhecimento científico, técnico e tecnológico	40%	Por exemplo: Inquérito Observação Análise de conteúdo Testagem	Por exemplo: - Questionário oral/escrito sobre perceções e/ou opiniões - Inquérito - Apresentação oral - Atividade laboratorial/experimental - Tarefa proposta em aula - Portefólio - Relatório de atividade - Trabalho de pesquisa/investigação/projeto - Trabalho escrito - Caderno diário - Reflexão crítica - Análise de conteúdo - Trabalho escrito - Teste escrito - Teste oral - Teste digital - Questão de aula - Ficha de trabalho - Quizze
	D2: Experimentação, raciocínio e resolução de problemas	40%		
	D3: Comunicação científica	20%		

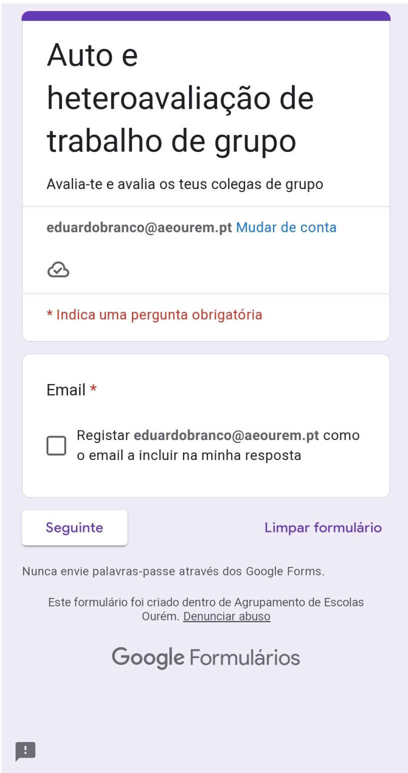
[1] Os diversos processos de recolha de informação deverão ser valorizados de acordo com as caraterísticas específicas dos alunos abrangidos pelo Decreto-Lei n.º 54/2018.
[2] Escala de classificação dos instrumentos de avaliação: Qualitativa no 1.º ciclo; 0% a 100% (2.º e 3.º ciclos); 0 a 20 valores (secundário).
[3] No decurso do ano letivo, se necessário, poderá haver alteração de algum processo de recolha de informação, nomeadamente em contexto de E@D.
[4] Duas técnicas por período/módulo, abrangendo, no total do ano, pelo menos três técnicas diferentes.
[5] Em cada domínio, todos os instrumentos de avaliação sumativa com caráter classificatório têm o mesmo peso.

Anexo G

Questionário de auto e heteroavaliação referente à realização de um trabalho de grupo

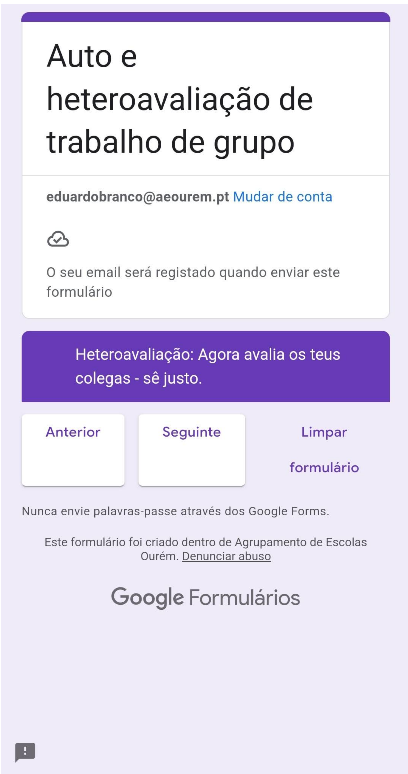
Este questionário de auto e heteroavaliação é referente a um trabalho de grupo em que cada grupo teve de produzir uma ficha de exercícios relativos à Unidade de Estatística e implementá-la na plataforma MILAGE APRENDER+. Essa implementação requereu a criação de enunciados, as respetivas resoluções e cotações, e um vídeo explicativo para cada uma das resoluções. O questionário foi-lhes facultado através da plataforma Google Classroom sobre a forma de um documento Google Forms.

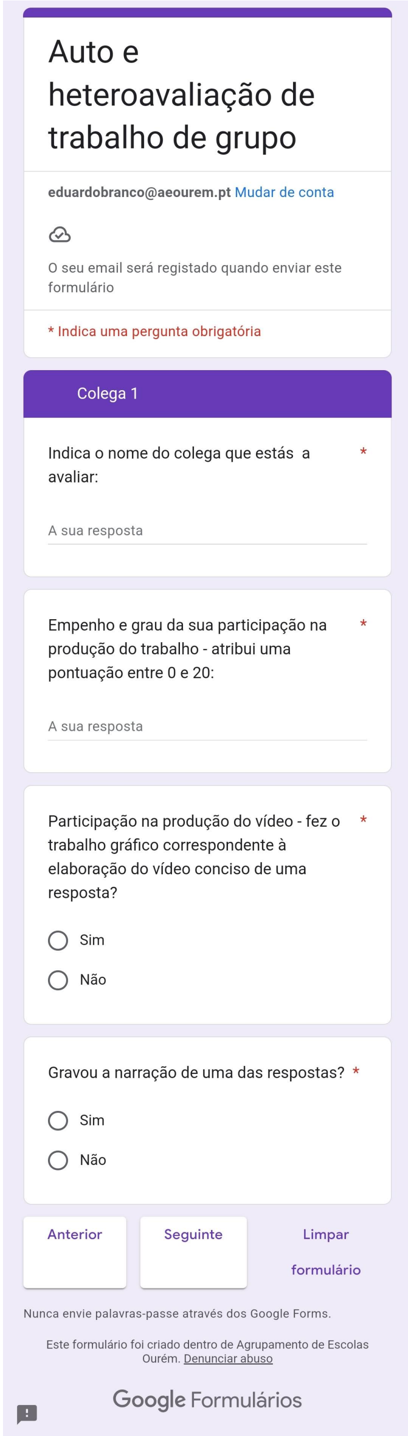
De seguida apresenta-se os primeiros dois menus do formulário:



À esquerda, temos o menu inicial do formulário, e, à direita, temos o questionário de autoavaliação.

Apresenta-se agora os restantes dois menus do formulário e que são referente à heteroavaliação:





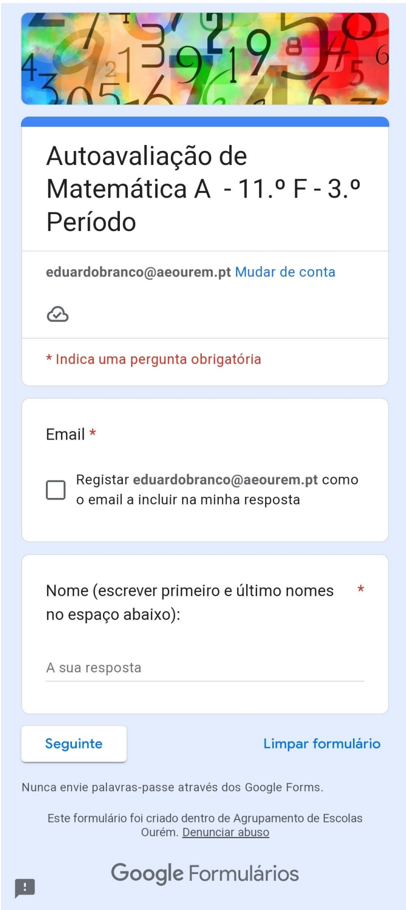
À esquerda, temos o menu que separa a autoavaliação da heteroavaliação, e, à direita, temos um exemplo do questionário de heteroavaliação que se teria de preencher para cada colega do grupo.

Anexo H

Questionário de autoavaliação do final do 3.º período

Este questionário de autoavaliação foi o realizado no final do 3.º período mas é referente a todo o ano letivo. O questionário foi facultado aos alunos através da plataforma Google Classroom sobre a forma de um documento Google Forms.

Apresenta-se aqui o primeiro menu do formulário e onde o aluno tem de proceder à sua identificação:


Autoavaliação de Matemática A - 11.º F - 3.º Período

eduardobranco@aeourem.pt Mudar de conta

* Indica uma pergunta obrigatória

Email *

Registar eduardobranco@aeourem.pt como o email a incluir na minha resposta

Nome (escrever primeiro e último nomes no espaço abaixo): *

A sua resposta

Seguinte

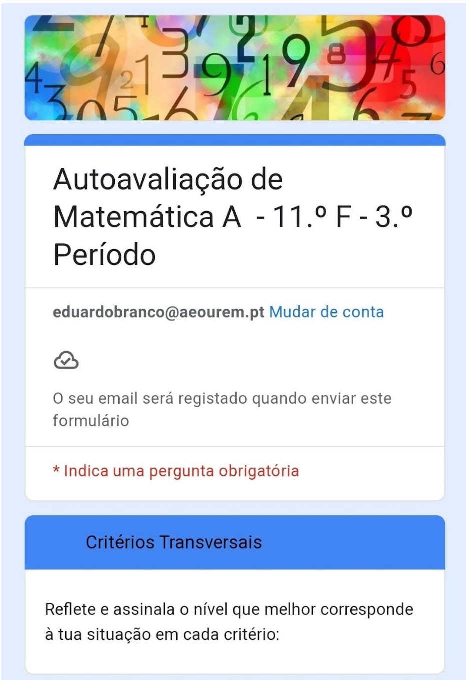
Limpar formulário

Nunca envie palavras-passe através dos Google Forms.

Este formulário foi criado dentro de Agrupamento de Escolas Ourém. Denunciar abuso

Google Formulários

De seguida apresenta-se o segundo e último menu do formulário, onde, efetivamente, o aluno deve realizar a sua autoavaliação. Devido ao formato do Google Forms, o menu foi aqui dividido em seis partes para facilitar a sua acomodação neste anexo.



Autoavaliação de Matemática A - 11.º F - 3.º Período

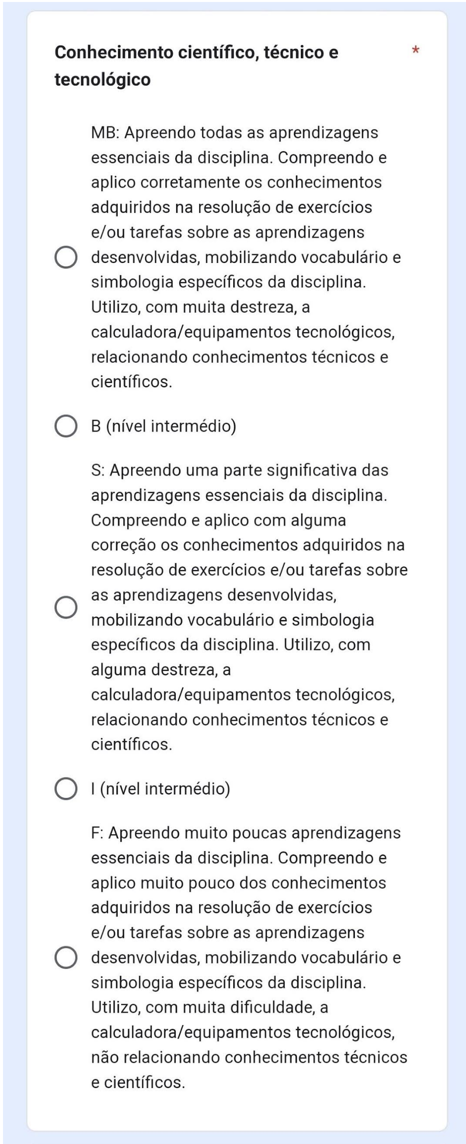
eduardobranco@aeourem.pt Mudar de conta

O seu email será registado quando enviar este formulário

* Indica uma pergunta obrigatória

Critérios Transversais

Reflete e assinala o nível que melhor corresponde à tua situação em cada critério:



Conhecimento científico, técnico e tecnológico *

MB: Apreendo todas as aprendizagens essenciais da disciplina. Compreendo e aplico corretamente os conhecimentos adquiridos na resolução de exercícios e/ou tarefas sobre as aprendizagens desenvolvidas, mobilizando vocabulário e simbologia específicos da disciplina. Utilizo, com muita destreza, a calculadora/equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos.

B (nível intermédio)

S: Apreendo uma parte significativa das aprendizagens essenciais da disciplina. Compreendo e aplico com alguma correção os conhecimentos adquiridos na resolução de exercícios e/ou tarefas sobre as aprendizagens desenvolvidas, mobilizando vocabulário e simbologia específicos da disciplina. Utilizo, com alguma destreza, a calculadora/equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos.

I (nível intermédio)

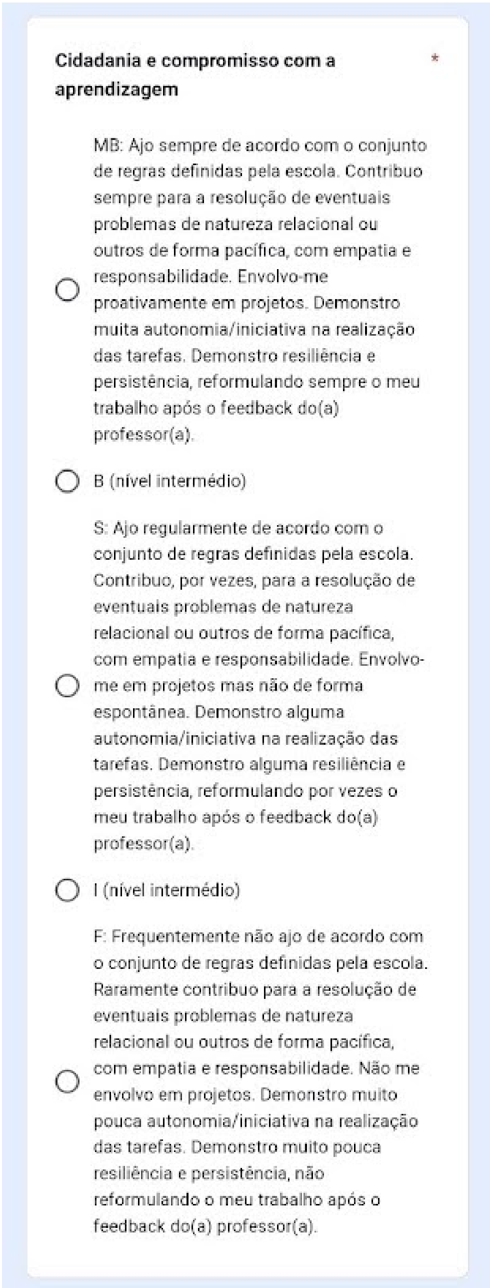
F: Apreendo muito poucas aprendizagens essenciais da disciplina. Compreendo e aplico muito pouco dos conhecimentos adquiridos na resolução de exercícios e/ou tarefas sobre as aprendizagens desenvolvidas, mobilizando vocabulário e simbologia específicos da disciplina. Utilizo, com muita dificuldade, a calculadora/equipamentos tecnológicos, não relacionando conhecimentos técnicos e científicos.

Raciocínio e pensamento crítico e criativo *

- MB: Observo, interpreto, discuto, comento e soluciono corretamente os problemas propostos, mobilizando os meus conhecimentos. Desenvolvo ideias/projetos e encontro soluções criativas, construindo conhecimento. Demonstro sempre espírito crítico fundamentando a minha opinião. Analiso sempre de forma crítica e construtiva o meu desempenho e o dos meus pares.
- B (nível intermédio)
- S: Observo, interpreto, discuto, comento e soluciono com alguma correção os problemas propostos, mobilizando os meus conhecimentos. Desenvolvo algumas ideias/projetos e encontro soluções criativas, construindo conhecimento. Demonstro espírito crítico, nem sempre fundamentando a minha opinião. Analiso de forma crítica mas nem sempre construtiva o meu desempenho e o dos meus pares.
- I (nível intermédio)
- F: Raramente observo, interpreto, discuto, comento ou soluciono os problemas propostos mobilizando os meus conhecimentos. Raramente desenvolvo ideias/projetos ou encontro soluções criativas, construindo conhecimento. Raramente demonstro espírito crítico, nunca fundamentando a minha opinião.Raramente analiso de forma crítica e construtiva o meu desempenho e o dos meus pares.

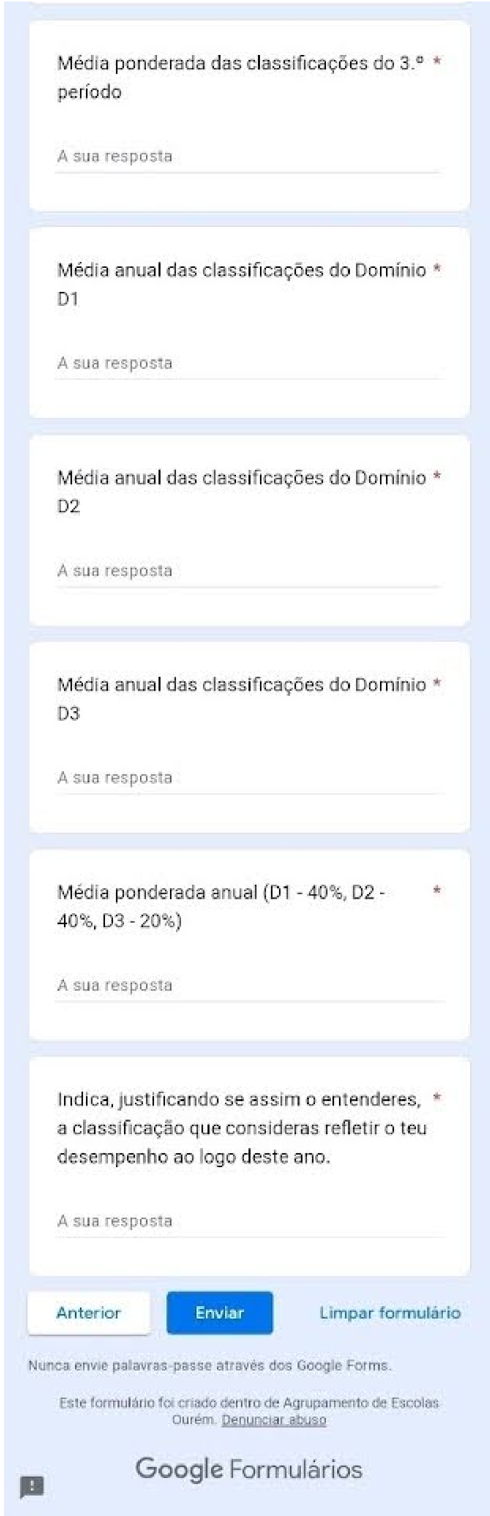
Comunicação e informação *

- MB: Pesquiso e organizo, com muita facilidade, informação sobre matérias escolares cruzando diferentes fontes, elaborando/apresentando um novo produto ou experiência. Apresento e explico com muita facilidade conceitos, ideias e projetos.
- B (nível intermédio)
- S: Pesquiso e organizo, com alguma facilidade, informação sobre matérias escolares cruzando diferentes fontes, elaborando/apresentando um novo produto ou experiência. Apresento e explico com alguma facilidade conceitos, ideias e projetos.
- I (nível intermédio)
- F: Pesquiso e organizo, com muita dificuldade, informação sobre matérias escolares, não cruzando diferentes fontes, nem elaborando/apresentando um novo produto ou experiência. Apresento e explico com muita dificuldade conceitos, ideias e projetos.



Cidadania e compromisso com a aprendizagem *

- MB: Ajo sempre de acordo com o conjunto de regras definidas pela escola. Contribuo sempre para a resolução de eventuais problemas de natureza relacional ou outros de forma pacífica, com empatia e responsabilidade. Envolvo-me proativamente em projetos. Demonstro muita autonomia/iniciativa na realização das tarefas. Demonstro resiliência e persistência, reformulando sempre o meu trabalho após o feedback do(a) professor(a).
- B (nível intermédio)
- S: Ajo regularmente de acordo com o conjunto de regras definidas pela escola. Contribuo, por vezes, para a resolução de eventuais problemas de natureza relacional ou outros de forma pacífica, com empatia e responsabilidade. Envolvo-me em projetos mas não de forma espontânea. Demonstro alguma autonomia/iniciativa na realização das tarefas. Demonstro alguma resiliência e persistência, reformulando por vezes o meu trabalho após o feedback do(a) professor(a).
- I (nível intermédio)
- F: Frequentemente não ajo de acordo com o conjunto de regras definidas pela escola. Raramente contribuo para a resolução de eventuais problemas de natureza relacional ou outros de forma pacífica, com empatia e responsabilidade. Não me envolvo em projetos. Demonstro muito pouca autonomia/iniciativa na realização das tarefas. Demonstro muito pouca resiliência e persistência, não reformulando o meu trabalho após o feedback do(a) professor(a).



Média ponderada das classificações do 3.º período *

A sua resposta

Média anual das classificações do Domínio D1 *

A sua resposta

Média anual das classificações do Domínio D2 *

A sua resposta

Média anual das classificações do Domínio D3 *

A sua resposta

Média ponderada anual (D1 - 40%, D2 - 40%, D3 - 20%) *

A sua resposta

Indica, justificando se assim o entenderes, a classificação que consideras refletir o teu desempenho ao logo deste ano. *

A sua resposta

Anterior Enviar Limpar formulário

Nunca envie palavras-passe através dos Google Forms.

Este formulário foi criado dentro de Agrupamento de Escolas Ourém. Denunciar abuso

Google Formulários

Anexo I

Certificado de conclusão com aproveitamento da ação de formação contínua "MILAGE APRENDER+ para criar ambientes de aprendizagem do século XXI nas disciplinas dos ensinos básico e secundário"

REPÚBLICA PORTUGUESA
EDUCAÇÃO

OS TEMPLÁRIOS
CENTRO DE FORMAÇÃO

CERTIFICADO

Registo de Acreditação da Entidade Formadora:

CCPFC/ENT – AE – 1375/20

Certifica-se que **Eduardo José Caetano Branco** concluiu com aproveitamento, a ação de formação contínua **"MILAGE APRENDER + para criar ambientes de aprendizagem do século XXI nas disciplinas dos ensinos básico e secundário"** tendo obtido a classificação de **Excelente,** 10 (dez) valores, numa escala de 1 a 10 valores.

A ação na modalidade de **Curso de Formação**, acreditada pelo *Conselho Científico-Pedagógico da Formação Contínua*, com o n.º de registo CCPFC/ACC – 117012/22, teve a duração de **30 horas presenciais**. Esta ação decorreu de 12 de janeiro a 14 de abril de 2023, tendo sido ministrada pela formadora Eunice da Graça Honório Santos Ferreira Neves, com o registo de formador nº - CCPFC/RFO-21699/07.

Para os efeitos previstos no nº1 do artigo 8º, do Regime Jurídico da Formação Contínua de Professores, a presente ação releva para efeitos de progressão em carreira de Educadores de Infância, Professores dos Ensinos Básico (1º, 2º e 3º ciclos) e Secundário, Professores de Educação Especial.

Para efeitos de aplicação do artigo 9º do Regime Jurídico da Formação Contínua de Professores (dimensão científica e pedagógica), a presente ação não releva para a progressão em carreira.

Tomar, 10 de maio de 2023

A Diretora do Centro de Formação

OS TEMPLÁRIOS
CENTRO DE FORMAÇÃO

Agripina Carriço Vieira

<u>DECLARAÇÃO ANEXA AO CERTIFICADO DE FORMAÇÃO</u>

Para efeitos da aplicação do Despacho nº 779/2019 de 18 de janeiro, alterado pelo Despacho nº 4840/23 de 21 de abril, a Comissão Pedagógica deste Centro de Formação considera que **a ação de formação MILAGE APRENDER + para criar ambientes de aprendizagem do século XXI nas disciplinas dos ensinos básico e secundário** com o registo de acreditação nº CCPFC/ACC-117012/22 **releva para a dimensão científico-pedagógica da formação contínua do docente, tal como previsto no artigo 9º do regime jurídico da formação contínua de docentes.**

Tomar, 10 de maio de 2023

A Presidente da Comissão Pedagógica do Centro de Formação Os Templários

Anexo J

Certificado de colaboração no Concurso Canguru Matemático sem Fronteiras 2023

Certificado de Colaboração

na Escola Básica e Secundária de Ourém

A Comissão do Concurso Canguru Matemático sem Fronteiras certifica que o Dr. Eduardo José Caetano Branco colaborou na organização do Concurso Canguru Matemático sem Fronteiras 2023 na Escola Básica e Secundária de Ourém.

Coimbra, maio de 2023

O Coordenador Nacional do Canguru Matemático

(Prof. Doutor Júlio S. Neves)

D8426C7E54822

A autenticidade deste documento poderá ser verficada com o QRcode ou em http://www.mat.uc.pt/canguru/verifica23/

Comissão Canguru: Cristina Caldeira, João Nogueira, Júlio S. Neves, Mª João Ferreira, Sandra Pinto e Susana Moura