



UNIVERSIDADE D  
COIMBRA

Hugo Miguel Ferreira de Melo

**INFLUÊNCIA DA VARIABILIDADE DA  
ESPESSURA NO ENSAIO HIDRÁULICO DE  
EXPANSÃO BIAxIAL**

Dissertação no âmbito do Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica no âmbito de Produção e Projeto orientada pelo Doutor André Filipe Gomes Pereira e pelo Doutor José Valdemar Bidarra Fernandes apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Julho de 2023



1 2



9 0

FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DE  
COIMBRA

# **Influência da variabilidade da espessura no ensaio hidráulico de expansão biaxial**

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica  
na Especialidade de Produção e Projeto

## **Influence of thickness variability in the bulge test**

**Autor**

**Hugo Miguel Ferreira de Melo**

**Orientadores**

**André Filipe Gomes Pereira**

**José Valdemar Bidarra Fernandes**

**Júri**

<b>Presidente</b>	<b>Doutora Nataliya Sakharova</b> <b>Investigadora Doutorada da Universidade de Coimbra</b>
<b>Orientador</b>	<b>Doutor André Filipe Gomes Pereira</b> <b>Investigador Doutorado da Universidade de Coimbra</b>
<b>Vogais</b>	<b>Professora Doutora Marta Cristina Cardoso de Oliveira</b> <b>Professora Associada da Universidade de Coimbra</b>

**Coimbra, Julho, 2023**







## Agradecimentos

Aos meus pais que sempre acreditaram que seria capaz de atingir os meus objetivos, aos meus amigos pelo apoio, ao Engenheiro Gonçalo Santos, ao Professor André pelo apoio e disponibilidade ao longo deste projeto final e ao resto do corpo docente do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Coimbra.

Ao Licínio.

A dissertação foi realizada no âmbito do projeto “RealForm: Modelação Estocástica e Quantificação da Incerteza de Processos de Conformação de Chapas Metálicas” (2022.02370.PTDC), financiado pela Fundação Portuguesa para a Ciência e Tecnologia (FCT); Também foi patrocinada com fundos FEDER através do programa COMPETE - Programa Operacional Fatores de Competitividade - e com fundos nacionais através da FCT, no âmbito dos projetos UIDB/00285/2020, UIDB/00481/2020, UIDP/00481/2020, CENTRO-01- 0145-FEDER-022083, LA/P/0104/2020 and LA/P/0112/2020. O trabalho de investigação do Dr. André Pereira é financiado através de fundos nacionais por parte da FCT (2022.04905.CEECIND).

Cofinanciado por:



UNIÃO EUROPEIA  
Fundo Europeu  
de Desenvolvimento Regional





## Resumo

A estampagem de chapas metálicas é um processo fundamental na indústria, permitindo a fabricação de uma ampla gama de produtos essenciais em diversos setores. Nesse contexto, o método dos elementos finitos (MEF) é comumente utilizado para simular o processo de estampagem, auxiliando no desenvolvimento e otimização do processo. Para uma simulação precisa, é crucial conhecer o comportamento mecânico do material com precisão. Nesse sentido, o ensaio hidráulico de expansão biaxial desempenha um papel importante na determinação dos parâmetros de modelos constitutivos que modelam o comportamento mecânico de chapas metálicas. No entanto, a análise de resultados deste ensaio não tem em conta a variabilidade na espessura que, inevitavelmente, se observa em chapas metálicas.

O objetivo desta dissertação é avaliar a influência da variabilidade da espessura nos resultados do ensaio hidráulico de expansão biaxial, especialmente em relação à evolução da altura do pólo, espessura no pólo, razão entre tensões principais, razão entre deformações principais, raio de curvatura, tensão biaxial (avaliada pela teoria da membrana) e localização da deformação máxima. A análise é realizada para quatro materiais com diferentes comportamentos mecânicos, com o intuito de identificar que materiais são mais propensos a serem influenciados pela variabilidade da espessura.

Concluiu-se que a evolução da razão de deformações principais, raio de curvatura e tensão biaxial são os resultados mais influenciado pela variabilidade da espessura, principalmente o raio de curvatura e a tensão biaxial. Observou-se ainda que a deformação plástica equivalente máxima, no caso com variabilidade de espessura, pode ser 18% superior ao caso sem variabilidade de espessura, para o mesmo material. Sendo que a localização da deformação é claramente afetada pela variabilidade da espessura, ocorrendo em zonas afastadas do pólo do ensaio (até 20 mm). Os resultados deste trabalho mostraram uma evolução similar entre os diferentes materiais, indicando que a variabilidade da espessura é um fator mais relevante do que o tipo de material.

**Palavras-chave:** Ensaio bulge, Variabilidade na Espessura, Processos de Conformação, Simulação Numérica.



## Abstract

Sheet metal forming is a fundamental process in industry, enabling the manufacture of a wide range of products essential in several sectors. In this context, the finite element method (FEM) is commonly used to simulate the stamping process, assisting in development and optimization. For an accurate simulation, it is crucial to precisely know the mechanical behavior of the material. In this sense, the hydraulic bulge test plays an important role in determining the parameters of constitutive models that model the mechanical behavior of sheet metal. However, the analysis of results from this test does not take into account the variability in thickness that is inevitably observed in metal sheets.

The aim of this dissertation is to evaluate the influence of thickness variability on the results of the hydraulic bulge test, especially in relation to the evolution of pole height, thickness at pole, principal stress ratio, principal strain ratio, radius of curvature, biaxial stress (evaluated by membrane theory) and location of maximum strain. The analysis is carried out for four materials with different mechanical behaviors in order to identify which materials are more likely to be influenced by thickness variability.

It was concluded that the evolution of principal strain ratio, radius of curvature and biaxial stress are the results most influenced by thickness variability, mainly radius of curvature and the biaxial stress. It was also observed that the maximum equivalent plastic strain, in the case with thickness variability, can be 18% higher than the case without thickness variability, for the same material. The localization of the deformation is clearly affected by the thickness variability, occurring in zones far from the test pole (up to 20 mm). The results of this work showed a similar evolution between the different materials, indicating that the thickness variability is a more relevant factor than the type of material.

**Keywords:** Bulge test, Thickness variability, Forming Processes, Numerical Simulation.



---

## Índice

Índice de Figuras .....	ix
Índice de Tabelas .....	xi
Simbologia e Siglas .....	xiii
Simbologia.....	xiii
Siglas .....	xiv
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1. Enquadramento e Motivação .....	1
1.2. Objetivos.....	3
1.3. Estrutura da Dissertação de Mestrado.....	4
2. Base de dados .....	5
2.1. Ensaio Hidráulico de Expansão Biaxial – Ensaio <i>bulge</i> .....	5
2.2. Análise de Resultados .....	7
2.2.1. Pressão.....	7
2.2.2. Raio de Curvatura.....	7
2.2.3. Deformação e Espessura.....	9
2.2.4. Tensão Biaxial .....	9
2.3. Modelo Numérico .....	10
2.4. Materiais .....	12
2.5. Metodologia.....	16
3. Resultados.....	19
3.1. Curva Altura vs. Pressão .....	20
3.2. Evolução da Espessura da Chapa.....	22
3.3. Razão entre as tensões principais.....	24
3.4. Razão entre as deformações principais .....	26
3.5. Raio de Curvatura .....	28
3.6. Tensão Biaxial .....	30
3.7. Influência da variabilidade nos diferentes resultados .....	33
3.8. Deformação Máxima .....	34
4. Conclusão .....	37
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	39



## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1. A - Representação do ensaio bulge (ISO - 16808); B - Representação dos meios de captação de dados de deformação da chapa metálica. ....	6
Figura 2.2. Representação do ensaio de bulge: Parâmetros para o estudo do raio de curvatura. ....	8
Figura 2.3. Geometria do ensaio de <i>bulge</i> . ....	10
Figura 2.4. Malha do quadrante analisado (Sousa, 2023). ....	11
Figura 2.5. Malha do quadrante analisado – Zona crítica de avaliação da malha (Sousa, 2023). ....	11
Figura 2.6. Malha do quadrante analisado – Elementos discretos em análise (Sousa, 2023). ....	12
Figura 2.7. Evolução de encruamento. ....	15
Figura 2.8. Superfícies de limite elástico. ....	16
Figura 2.9. Distribuições de espessura (em mm). ....	17
Figura 3.1. Evolução da altura em função da pressão. Indicação do intervalo de variação e do valor médio da altura para o conjunto de simulações com variabilidade. A curva “constante” mostra a evolução da altura para a simulação sem variabilidade. ....	21
Figura 3.2. Evolução do intervalo de variação, $I.V.$ , da altura do pólo para os quatro materiais. ....	22
Figura 3.3. Evolução da métrica $Dif$ da altura do pólo para os quatro materiais. ....	22
Figura 3.4. Evolução da espessura da chapa em função da pressão. Indicação do intervalo de variação e do valor médio da espessura da chapa para o conjunto de simulações com variabilidade. A curva “constante” mostra a evolução da espessura da chapa para a simulação sem variabilidade. ....	23
Figura 3.5. Evolução do intervalo de variação, $I.V.$ , da espessura da chapa para os quatro materiais. ....	24
Figura 3.6. Evolução da métrica $Dif$ da espessura da chapa para os quatro materiais. ....	24
Figura 3.7. Evolução da razão de tensões principais em função da pressão. Indicação do intervalo de variação e do valor médio da razão de tensões principais para o conjunto de simulações com variabilidade. A curva “constante” mostra a evolução da razão de tensões principais para a simulação sem variabilidade. ....	25
Figura 3.8. Evolução do intervalo de variação, $I.V.$ , da razão de tensões principais para os quatro materiais. ....	26
Figura 3.9. Evolução da métrica $Dif$ da razão de tensões principais para os quatro materiais. ....	26

Figura 3.10. Evolução da razão de deformações principais em função da pressão. Indicação do intervalo de variação e do valor médio da razão de deformações principais para o conjunto de simulações com variabilidade. A curva “constante” mostra a evolução da razão de deformações principais para a simulação sem variabilidade. ....	27
Figura 3.11. Evolução do intervalo de variação, <i>I.V.</i> , da razão de deformações principais para os quatro materiais. ....	28
Figura 3.12. Evolução da métrica <i>Dif</i> da razão de deformações principais para os quatro materiais. ....	28
Figura 3.13. Evolução do raio de curvatura em função da pressão. Indicação do intervalo de variação e do valor médio do raio de curvatura para o conjunto de simulações com variabilidade. A curva “constante” mostra a evolução do raio de curvatura para a simulação sem variabilidade. ....	29
Figura 3.14. Evolução do intervalo de variação, <i>I.V.</i> , do raio de curvatura para os quatro materiais. ....	30
Figura 3.15. Evolução da métrica <i>Dif</i> do raio de curvatura para os quatro materiais. ....	30
Figura 3.16. Evolução da tensão biaxial em função da pressão. Indicação do intervalo de variação e do valor médio da tensão biaxial para o conjunto de simulações com variabilidade. A curva “constante” mostra a evolução da tensão biaxial para a simulação sem variabilidade. ....	31
Figura 3.17. Evolução do intervalo de variação, <i>I.V.</i> , da tensão biaxial para os quatro materiais. ....	32
Figura 3.18. Evolução da métrica <i>Dif</i> da tensão biaxial para os quatro materiais. ....	32
Figura 3.19. Evolução do coeficiente de variação, <i>C.V.</i> ao longo da pressão para os 4 materiais: Isotrópico; Isotrópico – YSAT; Isotrópico – CY; Anisotrópico. ....	33
Figura 3.20. Diagrama de caixa, com a representação da distância ao pólo a que se dá a deformação máxima. ....	35
Figura 3.21. Distribuição da deformação plástica equivalente para os casos (material Isotrópico): A – Sem variação de Espessura; B – Com variação de espessura. ...	36

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2.1. Parâmetros do encruamento.....	13
Tabela 2.2. Parâmetros de Anisotropia.....	15



## SIMBOLOGIA E SIGLAS

### Simbologia

$\bar{\varepsilon}$  – Deformação plástica equivalente

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$  – Deformações principais no plano da chapa

$\varepsilon_3$  – Deformação em espessura

$\nu$  – Coeficiente de Poisson

$\rho$  – Raio de curvatura

$\sigma'$  – Tensor desviador de Cauchy

$\bar{\sigma}$  – Tensão equivalente

$\sigma_B$  – Tensão biaxial

$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}, \tau_{xy}, \tau_{xz}$  e  $\tau_{yz}$  – Componentes do tensor de tensões de Cauchy

$\sigma_x^{RD}$  – Tensão limite de elasticidade segundo a direção de laminagem

$\psi_i$  – Constantes associadas ao cálculo de  $B$

$a$  – Expoente associado ao critério CPB06

$a_0, a_1, a_2, a_3, a_4$  e  $a_5$  - Coeficientes da superfície quadrática

$B$  - Constante associada ao critério CPB06

$C_{11}, C_{22}, C_{33}, C_{44}, C_{55}, C_{66}, C_{12}, C_{13}$  e  $C_{23}$  - Coeficientes de anisotropia associado ao critério CPB06

$C_y$  – Coeficiente que caracteriza a taxa de saturação

$C.V.$  – Coeficiente de variação

$d_{die}$  – Diâmetro da matriz

$Dif$  – Diferença

$E$  – Módulo de Elasticidade

$h$  – Altura do pólo

$I.V.$  - Intervalo de variação

$k$  - Coeficiente de assimetria tensão-compressão

$K$  – Valor da curvatura média

$K_x, K_y$  – Curvatura principal segundo os eixos x e y

$\overline{K_x}$  e  $\overline{K_y}$  – Valor médio da curvatura principal segundo os eixos x e y

$p$  – Pressão hidráulica do fluido

$r_1$  – Raio do círculo representado na Figura 2.2

$r_2$  – Raio do círculo representado na Figura 2.2

$Res_i(p_j)$  – Resultado do ensaio bulge medido para uma dada pressão  $p_j$ , e para a  $i$ -ésima simulação com variabilidade de espessura.

$Res_{Cons}(p_j)$  – Resultado do ensaio bulge medido para uma dada pressão  $p_j$ , e para a simulação sem variabilidade de espessura.

$s_1, s_2$  e  $s_3$  – Valores principais do tensor  $\mathbf{s} = \mathbf{C}\boldsymbol{\sigma}'$

$t$  – Espessura da chapa ao longo do ensaio no pólo

$t_0$  – Espessura inicial da chapa

$Y$  – Tensão de escoamento

$Y_0$  - Tensão limite de elasticidade

$Y_{SAT}$  - Tensão de saturação

$z(x, y)$  – Superfície quadrática

## Siglas

DD3IMP – Deep Drawing 3D Implicit Code

ISO – International Standards Organization

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1. Enquadramento e Motivação

O processo de estampagem é um dos processos de conformação de chapas metálicas mais importantes e desempenha um papel fundamental na indústria, permitindo a fabricação de uma gama abrangente de produtos que são essenciais em diversos setores (Kim & Park, 2002). Em Portugal, a estampagem, principalmente inserida no setor automóvel, é muito importante na sua economia, com um impacto importante no PIB. De facto, a indústria metalúrgica e de conformação é bastante evoluída e várias empresas dedicam-se exclusivamente a esta área. Assim, vários postos de trabalho são assegurados devido ao crescente investimento na especialização da transformação de chapas metálicas através do processo de estampagem (Pereira, 2017).

De forma a garantir a qualidade e a eficiência desses processos, é fundamental compreender as propriedades mecânicas do material utilizado (Patil et al., 2019). A análise do processo de estampagem é geralmente complexa devido a vários fatores como: as grandes deformações plásticas envolvidas; a geometria complexa das ferramentas (punção e matriz); a anisotropia do material; entre outras características do processo (evolução da força aplicada pelo cerra-chapas, velocidade do punção, lubrificação, etc.) (da Rocha et al., 2021). Devido à complexidade do processo e com o intuito de melhorar a qualidade do produto, o método dos elementos finitos – MEF – é geralmente utilizado. Trata-se de uma análise numérica que permite simular a conformação do material durante a estampagem ao dividir a peça em elementos discretos. Com isto é possível tirar conclusões sobre a deformação e tensão existentes durante o processo. Assim, ao prever estes resultados, previnem-se falhas o que aumenta a eficiência do processo (Bruschi et al., 2014).

Para a correta simulação do processo de estampagem e dos seus resultados é essencial conhecer com precisão as propriedades do material. Neste contexto, os ensaios biaxiais surgem como uma ferramenta importante, tanto para a indústria como para a pesquisa académica, na determinação das propriedades do material. O ensaio biaxial consiste na aplicação de cargas mecânicas em diferentes direções sobre uma chapa metálica, nomeadamente segundo  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$ , com o objetivo de simular as condições reais de

conformação a que ela será submetida durante os processos industriais (i.e., solicitações biaxiais). Este ensaio permite a análise do comportamento do material sob diferentes níveis de tensão e deformação, fornecendo informações valiosas sobre o seu comportamento elastoplástico (Lăzărescu, 2013).

A importância do ensaio biaxial na indústria é evidente, uma vez que ele desempenha um papel crucial no desenvolvimento e na otimização dos processos de conformação de chapas metálicas. Por meio da compreensão das propriedades mecânicas do material, é possível projetar e ajustar os processos de conformação de forma a obter produtos finais de alta qualidade, com menor tempo de produção e custos reduzidos (da Rocha et al., 2021).. No âmbito acadêmico, o ensaio biaxial também desempenha um papel fundamental ao proporcionar uma base sólida para o estudo e a compreensão dos fenômenos de deformação e rotura dos materiais metálicos em solicitações biaxiais, permitindo o avanço do conhecimento científico nessa área.

O ensaio biaxial pode ser realizado em provetes cruciformes com diferentes geometrias ou com recurso à conformação da chapa em matrizes de geometria circular ou elíptica. Este trabalho foca-se na utilização do ensaio hidráulico de expansão biaxial em matrizes circulares, geralmente designado por ensaio *bulge*. A aplicação do ensaio *bulge* em chapas metálicas tem se mostrado uma ferramenta essencial no estudo de comportamentos mecânicos em solicitações biaxiais (Santos et al., 2012). Esse ensaio consiste na aplicação de pressão hidráulica interna numa chapa metálica presa por um cerra-chapas, no que resulta uma expansão controlada conhecida como *bulge* (Chen & Ou, 2015). Uma das principais vantagens desse ensaio é a capacidade de provocar grandes deformações e criar estados de tensões biaxiais que representam condições reais de conformação (Koç et al., 2011). Isto permite a investigação detalhada do comportamento do material, onde outros ensaios tradicionais podem falhar em fornecer dados relevantes (ex. ensaio de tração ou ensaio biaxial em provete cruciforme).

## 1.2. Objetivos

A influência da variabilidade da espessura em chapas metálicas é um fator a ter em conta em várias aplicações, uma vez que pode afetar de forma significativa o desempenho e a qualidade dos produtos fabricados. Falhas prematuras e menores resistências estruturais são alguns dos problemas que podem derivar da não homogeneidade da espessura numa chapa metálica. A variabilidade da espessura pode ter, portanto, implicações diretas na conformação do material.

A análise tradicional dos resultados do ensaio hidráulico de expansão biaxial é realizada através da aplicação da teoria da membrana (ISO 16808, 2014). No entanto, esta análise de resultados não considera a variabilidade de espessura, isto é, assume-se que a espessura inicial é constante ao longo da chapa, o que é uma simplificação. Assim, há uma necessidade de perceber de que forma a variação de espessura ao longo da chapa influencia a análise de resultados do ensaio *bulge*.

A presente dissertação tem como objetivo a avaliação da influência da variabilidade da espessura nos resultados do ensaio hidráulico de expansão biaxial, isto é, a forma como a variabilidade da espessura influencia alguns dos resultados do ensaio *bulge*, nomeadamente a tensão biaxial, a evolução da espessura, à razão de tensões e de deformações, e por fim o raio de curvatura. Esta análise é realizada para quatro materiais, com diferentes comportamentos mecânicos, com intuito de identificar os materiais, cujos resultados são mais propensos a serem influenciados pela variabilidade da espessura. O Método de Elementos Finitos é a ferramenta utilizada para realizar este estudo numérico.

### 1.3. Estrutura da Dissertação de Mestrado

A dissertação está estruturada da seguinte forma:

- 1º Capítulo: Neste capítulo são enquadrados os processos de conformação e o ensaio hidráulico de expansão biaxial. Posteriormente são apresentados os objetivos e a estrutura do trabalho;
- 2º Capítulo: Neste capítulo é apresentada a revisão bibliográfica relativa ao ensaio hidráulico de expansão biaxial. Posteriormente, é explicada a metodologia aplicada para analisar os resultados do ensaio. Por fim são apresentados o modelo numérico e os materiais estudados, assim como o software utilizado para gerar o conjunto de simulações do ensaio *bulge*;
- 3º Capítulo: Apresentação dos conceitos para a modelação dos resultados e discussão dos mesmos;
- 4º Capítulo: Conclusões relativas aos resultados obtidos e propostas para futuros trabalhos.

## 2. BASE DE DADOS

Neste capítulo é feita uma revisão bibliográfica do ensaio hidráulico de expansão biaxial – Ensaio *bulge* – e dos resultados obtidos pelo mesmo. De seguida, introduzem-se o modelo numérico, utilizado na simulação do ensaio *bulge*, e os materiais estudados. Por fim, é apresentado o software usado para realizar e tratar os resultados das simulações numéricas de forma automatizada.

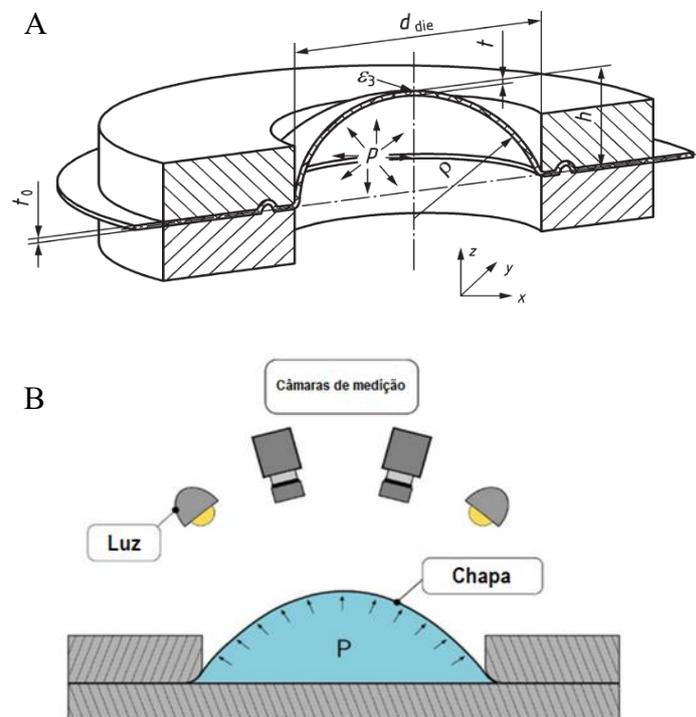
### 2.1. Ensaio Hidráulico de Expansão Biaxial – Ensaio *bulge*

O ensaio *bulge* teve origem na década de 40, desenvolvido com o objetivo de estudar a influência da pressão hidráulica em tubos metálicos. Posteriormente, foi adaptado para o estudo de chapas metálicas planas onde permitiu avaliar as propriedades mecânicas e o comportamento para grandes deformações (Rossi et al., 2022). Segundo (Grolleau et al., 2008), é possível determinar propriedades como a ductilidade, resistência à deformação e capacidade de expansão do material. O principal objetivo do *bulge* é avaliar a capacidade de deformações plásticas significativas, em condições de expansão biaxial, em chapas metálicas (Rodrigues, 2010).

Existem vantagens na realização deste tipo de ensaio comparativamente com outros ensaios. Enquanto, por exemplo, o ensaio de tração uniaxial avalia a resistência à tração de um material para cargas uniaxiais, o ensaio *bulge* permite avaliar a resistência para cargas biaxiais, o que o torna relevante para estudar materiais sujeitos a cargas em várias direções como as que frequentemente ocorrem nos processos de conformação (Dimarn et al., 2014). Para além disso, o fato de ser possível a avaliação de uma área ampla da chapa, ao invés de apenas uma pequena zona útil de medição, facultava uma avaliação mais abrangente do comportamento do material (He et al., 2014).

Para avaliar o comportamento mecânico do material em expansão biaxial através do ensaio *bulge* é necessário seguir um procedimento experimental. Primeiro, a chapa é fixa entre a matriz e o cerra-chapas, elementos que evitam movimentos segundo o raio da chapa, ou seja, promove a deformação plástica da mesma. De seguida, é inserido, de forma gradual, um fluido pressurizado entre a matriz e a chapa metálica. A pressão promove a deformação

da chapa até se atingir uma deformação pretendida ou a rotura da mesma. Na Figura 2.1-A possível ver a representação do ensaio bulge. A cada momento do ensaio, são registadas a pressão,  $p$ , altura atingida pelo pólo,  $h$ , o raio de curvatura,  $\rho$ , e a deformação em espessura da chapa,  $t$ , esta última é obtida a partir da medição das deformações no plano da chapa. A pressão é medida através de uma manómetro digital, enquanto os restantes resultados são medidos com recurso a sistemas óticos (ver Figura 2.1-B), de acordo com a norma (ISO 16808, 2014). Estas medições permitem através da teoria da membrana obter a curva de tensão-deformação em condições de carga biaxiais (Wang et al., 2016).



**Figura 2.1.** A - Representação do ensaio bulge (ISO - 16808); B - Representação dos meios de captação de dados de deformação da chapa metálica.

## 2.2. Análise de Resultados

Neste capítulo são apresentados os meios para obter a pressão, raio de curvatura, a espessura, os valores de tensão biaxial e de deformação segundo a norma (ISO 16808, 2014).

### 2.2.1. Pressão

Ao fluido é imposta uma pressão por meio de um sistema hidráulico que está ligado à câmara de expansão. O manómetro permite controlar a pressão, fornecendo leituras concretas sobre a pressão aplicado durante o ensaio.

### 2.2.2. Raio de Curvatura

Para calcular o raio de curvatura é necessário definir um círculo em torno do pólo. Na Figura 2.2 mostra-se a representação deste círculo no pólo da chapa durante o ensaio bulge. O raio do círculo,  $r_1$ , é dado por:

$$r_1 = (0.125 \pm 0.025)d_{die} \quad (2.1)$$

onde  $d_{die}$  é o diâmetro da matriz. Neste trabalho,  $d_{die} = 150$  mm pelo que o valor de  $r_1$  médio será de 18.75 mm. Segundo a norma (ISO 16808, 2014), o raio de curvatura,  $\rho$ , é medido através do ajuste de uma superfície quadrática,  $z(x, y)$ , às coordenadas dos pontos que se encontram dentro do círculo de raio  $r_1$ , ao longo de todo o ensaio. A superfície quadrática,  $z(x, y)$ , utilizada neste estudo, é uma função polinomial completa de 2º grau dada por:

$$z(x, y) = a_0x^2 + a_1y^2 + a_2xy + a_3x + a_4y + a_5 \quad (2.2)$$

onde os valores,  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $a_4$  e  $a_5$  são os coeficientes da superfície quadrática. Neste trabalho, é utilizado o método dos mínimos quadrados de forma a identificar os coeficientes que melhor ajustam a superfície aos pontos contido no círculo de raio  $r_1$ . Após o ajuste, calculam-se as curvaturas principais  $K_x$  e  $K_y$  através das seguintes equações:

$$K_x = \frac{2a_0}{[1 + (2a_0y + a_2x + a_3)^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (2.3)$$

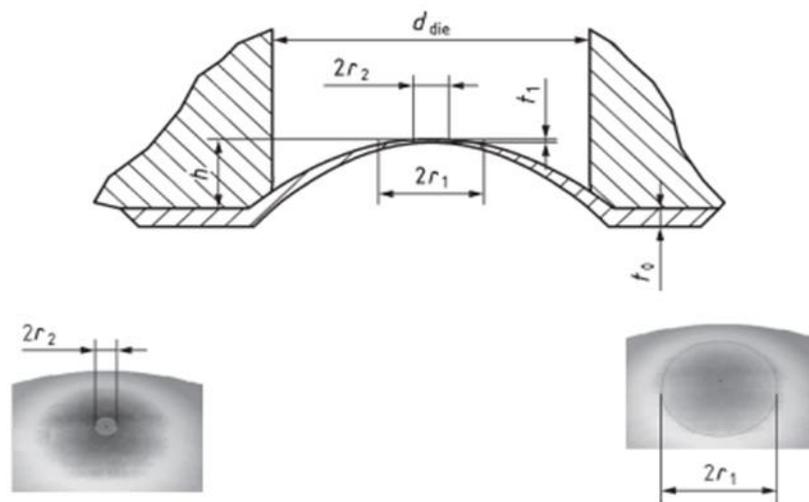
$$K_y = \frac{2a_1}{[1 + (2a_1y + a_2x + a_4)^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (2.4)$$

Depois de obter os valores das curvaturas principais  $K_x$  e  $K_y$  para cada um dos pontos  $(x, y, z)$  contidos no círculo de raio  $r_1$ , calculam-se os valores médios desses,  $\overline{K_x}$  e  $\overline{K_y}$  para que se possa obter a curvatura média,  $K$ :

$$K = \frac{\overline{K_x} + \overline{K_y}}{2} \quad (2.5)$$

Por fim, com o valor da curvatura média,  $K$ , é possível calcular o raio de curvatura,  $\rho$ :

$$\rho = \frac{1}{K} \quad (2.6)$$



**Figura 2.2.** Representação do ensaio de bulge: Parâmetros para o estudo do raio de curvatura.

### 2.2.3. Deformação e Espessura

As deformações principais,  $\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_2$ , são obtidas com recurso a sistemas óticos. Os valores destas deformações são dados pelos valores médios das deformações obtidas para os pontos contidos num círculo de raio  $r_2$ :

$$r_2 = (0.05 \pm 0.01)d_{die} \quad (2.7)$$

Tendo em conta que o valor do diâmetro da matriz,  $d_{die}$ , é de 150 [mm] é possível deduzir que o valor de  $r_2$  é de 7.5 [mm]. A deformação em espessura,  $\varepsilon_3$ , é obtida em função de  $\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_2$ :

$$\varepsilon_3 \approx -\varepsilon_1 - \varepsilon_2 \quad (2.8)$$

Esta relação parte do pressuposto que o material é incompressível. Com o valor da deformação em espessura é calculado o valor da espessura,  $t$ , a cada momento do ensaio através da equação seguinte:

$$t = t_0 \exp(\varepsilon_3) \quad (2.9)$$

em que,  $t_0$  é a média da espessura inicial da chapa. Neste trabalho, assume-se que a espessura média da chapa é  $t_0 = 1$  mm.

### 2.2.4. Tensão Biaxial

A tensão biaxial,  $\sigma_B$ , é calculada a partir da teoria da membrana, com base nos resultados da pressão,  $p$ , do raio de curvatura,  $\rho$ , e da espessura da chapa  $t$ . A tensão biaxial,  $\sigma_B$ , é dada por:

$$\sigma_B = \frac{\rho p}{2t} \quad (2.10)$$

## 2.3. Modelo Numérico

Neste capítulo é exposto o modelo numérico usado para simular o ensaio *bulge*. Em detalhe, é descrita a malha, os modelos constitutivos dos materiais e os parâmetros constitutivos utilizados.

Na Figura 2.3 mostra-se a geometria das ferramentas do ensaio *bulge*. Neste trabalho assume-se que a espessura média da chapa é sempre igual a 1 mm.

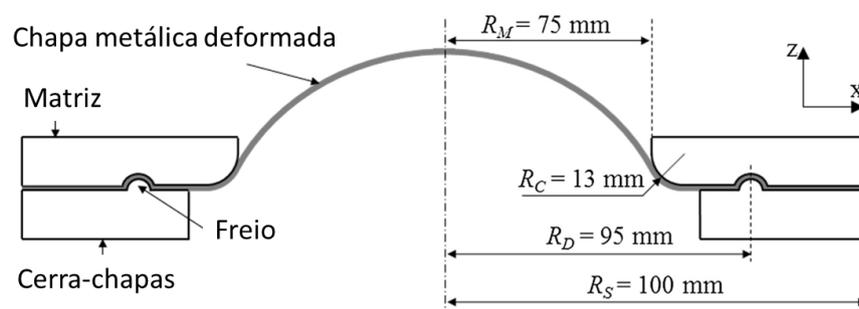
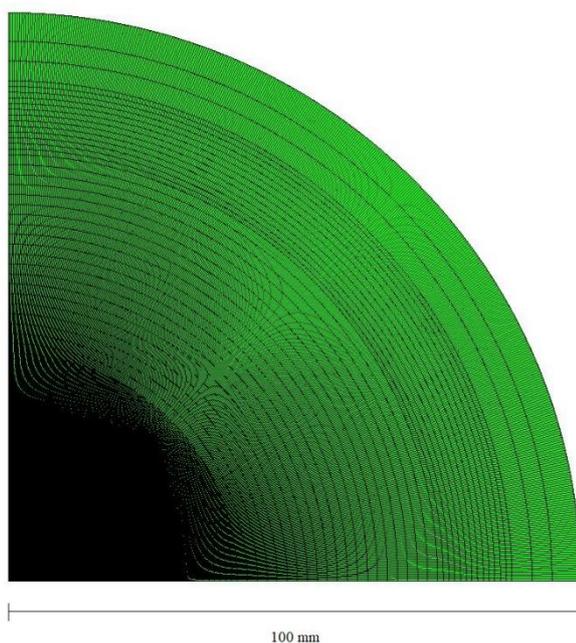
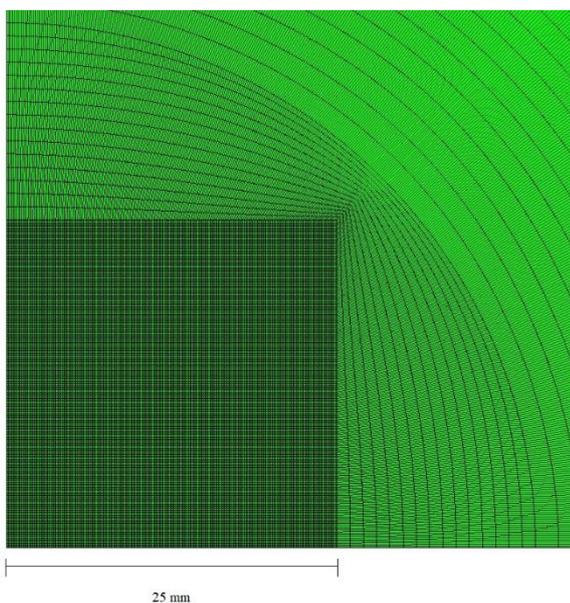


Figura 2.3. Geometria do ensaio de *bulge*.

Com o objetivo de minimizar o custo da simulação numérica, só se simula um quarto do ensaio *bulge*, devido às condições de simetria na geometria e no material, uma vez que a direção de laminagem da chapa se encontra alinhada com o eixo  $Ox$ . A malha utilizada neste trabalho é baseada na malha previamente utilizada por (Sousa, 2023). Esta malha é discretizada com 120800 elementos hexaédricos, com 2 elementos em espessura, como se mostra na Figura 2.4 e na Figura 2.5.

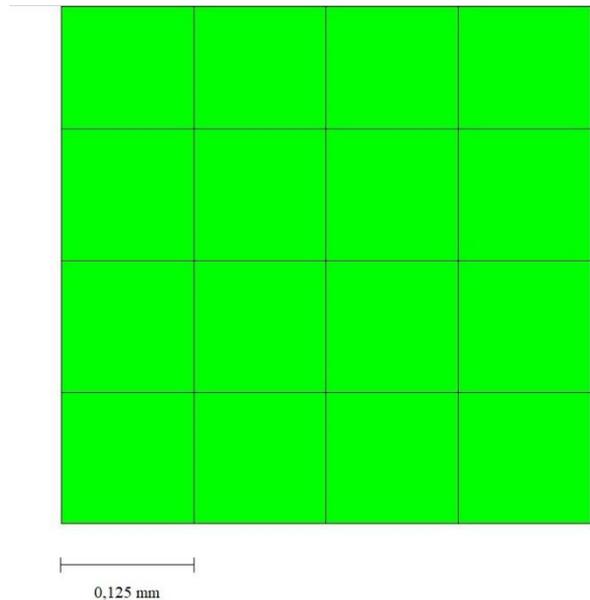


**Figura 2.4.** Malha do quadrante analisado (Sousa, 2023).



**Figura 2.5.** Malha do quadrante analisado – Zona crítica de avaliação da malha (Sousa, 2023).

Esta discretização foi selecionada de forma a descrever com precisão a variação da espessura, sem comprometer o custo computacional da simulação. O tamanho dos elementos, na zona do pólo, têm dimensões de  $0.125 \text{ mm} \times 0.125 \text{ mm}$ , como se vê na Figura 2.6.



**Figura 2.6.** Malha do quadrante analisado – Elementos discretos em análise (Sousa, 2023).

Para a realização das simulações numéricas utilizou-se o programa DD3IMP – Deep Drawing 3D Implicit Code. Na simulação são impostos incrementos de pressão até se atingir um valor máximo de 3.5, 3.33 ou 4.1 MPa, dependendo do tipo de material usado. No modelo numérico, o freio é substituído por uma restrição que impede o movimento radial dos nós. Neste trabalho, utilizou-se um coeficiente de atrito de 0.02 (Lei de Coulomb), ainda que este tenha um efeito insignificante nos resultados do ensaio *bulge* (Manahan et al., 1981).

## 2.4. Materiais

No presente estudo foi analisada a influência da variabilidade da espessura nos resultados do ensaio *bulge* para 4 materiais distintos: um material isotrópico de referência, designado por “ISO”; um material isotrópico com uma taxa de saturação menor da tensão equivalente, designado por “ISO-CY”; um material isotrópico com um índice de saturação maior, designado por “ISO-SAT”; e um material com o mesmo encruamento do isotrópico de referência, mas anisotrópico, designado por “ANI”.

O comportamento elástico dos 4 materiais é descrito pela lei de Hooke generalizada, com um módulo de Young,  $E$ , de 70 GPa e um o coeficiente de Poisson,  $\nu$ , de 0.3, valores típicos de um alumínio (Gere & Goodno, 2011). O comportamento plástico dos 3 materiais isotrópicos (“ISO”, “ISO-CY” e “ISO-SAT”) é descrito pelo critério de plasticidade de von

Mises e pela lei de encruamento de Voce (encruamento isotrópico com saturação) (Fleck & Budiansky B., 1991). O critério de von Mises é dado por:

$$Y^2 = (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 6\tau_{xz}^2 + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 \quad (2.11)$$

onde,  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{zz}$ ,  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{xz}$  e  $\tau_{yz}$  são as componentes do tensor das tensões de Cauchy (Li et al., 2022) e  $Y$  é a tensão de escoamento. A lei de Voce representa a evolução da tensão equivalente em função da deformação plástica equivalente,  $\bar{\sigma}(\bar{\epsilon})$ :

$$\bar{\sigma}(\bar{\epsilon}) = Y_0 + (Y_{SAT} - Y_0)((1 - \exp(-C_y \bar{\epsilon})) \quad (2.12)$$

onde,  $Y_0$  é a tensão limite de elasticidade,  $Y_{SAT}$  é a tensão de saturação e  $C_y$  é um parâmetro que caracteriza a taxa de saturação. Os parâmetros da lei de Voce, para os quatro materiais estudados, são indicados na Tabela 2.1.

**Tabela 2.1.** Parâmetros do encruamento

Material	$Y_0$ [MPa]	$C_y$	$Y_{SAT}$ [MPa]
ISO	118.02	15.421	271.781
ISO-CY	118.02	7.7105	271.781
ISO-SAT	168.02	15.421	321.781
ANI	118.02	15.421	271.781

O comportamento plástico do material anisotrópico (“ANI”) é descrito pela lei de Voce e pelo critério de plasticidade CPB06 (Cazacu et al., 2006). Neste critério a superfície limite de elasticidade é dada por:

$$Y = B[(|s_1| - ks_1)^a + (|s_2| - ks_2)^a + (|s_3| - ks_3)^a]^{1/a} \quad (2.13)$$

onde:  $k$  representa o coeficiente de assimetria tensão-compressão;  $a$  é um parâmetro inteiro e positivo;  $s_1$ ,  $s_2$  e  $s_3$  são os valores principais do tensor  $\mathbf{s} = \mathbf{C}\boldsymbol{\sigma}'$ , em que  $\boldsymbol{\sigma}'$  é o tensor desviador de Cauchy e  $\mathbf{C}$  é dado por:

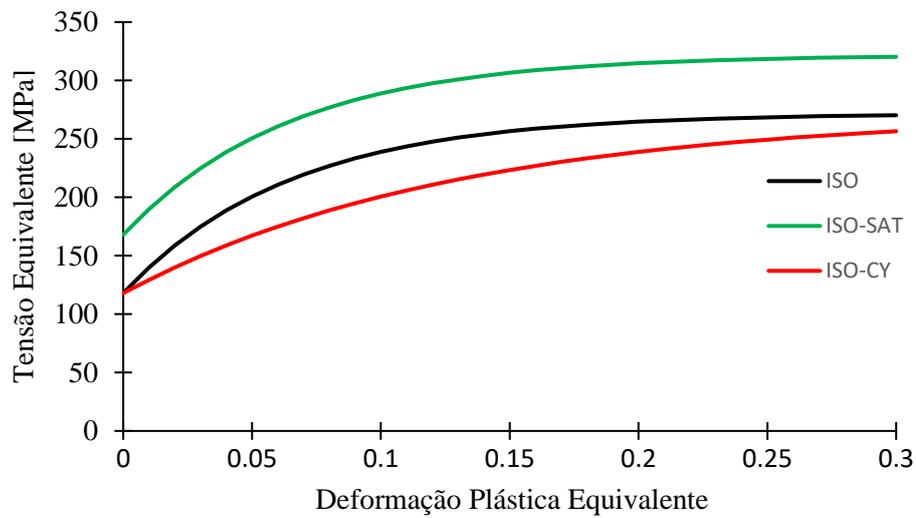
$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

onde,  $C_{11}$ ,  $C_{22}$ ,  $C_{33}$ ,  $C_{44}$ ,  $C_{55}$ ,  $C_{66}$ ,  $C_{12}$ ,  $C_{13}$  e  $C_{23}$  são coeficientes de anisotropia. Na equação 2.11,  $B$  é uma constante dada por:

$$B = [ (|\psi_1| - k\psi_1)^a + (|\psi_2| - k\psi_2)^a + (|\psi_3| - k\psi_3)^a ]^{-\frac{1}{a}}, \quad (2.15)$$

com  $\psi_i = (2/3)C_{i1} - (1/3)C_{i2} - (1/3)C_{i3}$  ( $i = 1$  até 3).

Na Figura 2.1 são indicados os parâmetros da lei de Voce para os 4 materiais estudados. Na Figura 2.7 representa-se a evolução do encruamento para 3 materiais. Observa-se desta figura que: o material “ISO-SAT”, tem uma taxa de saturação idêntica ao material de referência “ISO”, no entanto é mais resistente que o material “ISO”; o material “ISO-CY”, têm as mesmas tensões de limite de elasticidade e de saturação do material de referência “ISO”, mas a taxa de saturação é inferior ao material “ISO”. Embora, não seja representado, o material anisotrópico “ANI” tem o mesmo encruamento do material de referência “ISO”.



**Figura 2.7.** Evolução de encruamento.

Os parâmetros de anisotropia do material “ANI” são indicados na Tabela 2.2, e são baseados numa liga de alumínio AA5754 (Cruz et al., 2022).

**Tabela 2.2.** Parâmetros de Anisotropia

	a	C <sub>11</sub>	C <sub>22</sub>	C <sub>33</sub>	C <sub>44</sub>	C <sub>55</sub>	C <sub>66</sub>	C <sub>12</sub>	C <sub>13</sub>	C <sub>23</sub>
ANI	4	1	1.165	1.072	1	1	1.076	0.088	-0.041	0.021

Na Figura 2.8 compara-se as superfícies limite de elasticidade (normalizadas pela tensão limite de elasticidade segundo a direção de laminagem,  $\sigma_x^{RD}$ ) dos materiais isotrópicos com a do material anisotrópico.

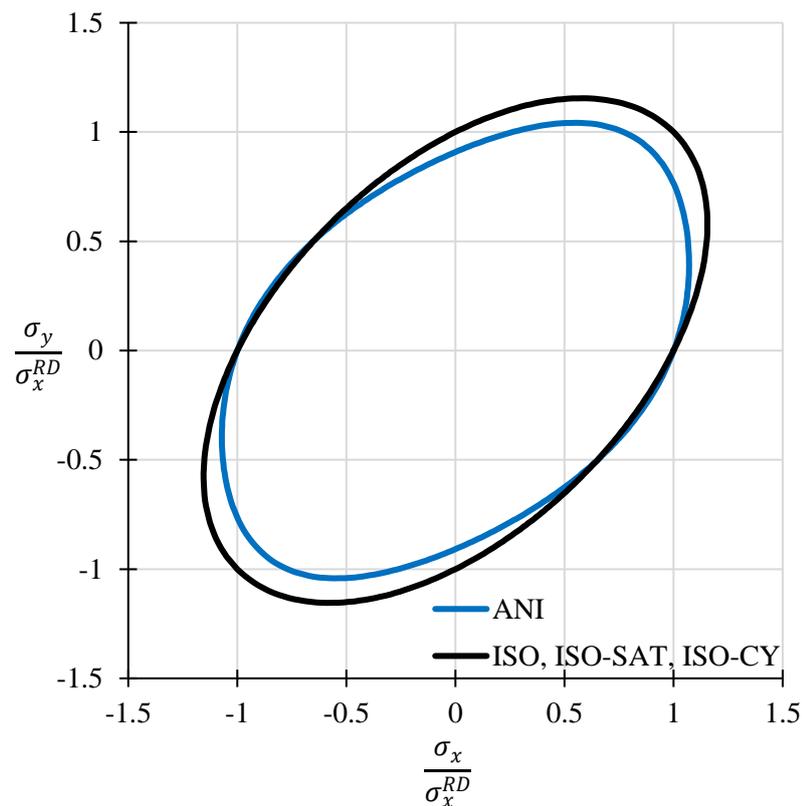


Figura 2.8. Superfícies de limite elástico.

## 2.5. Metodologia

De forma a avaliar a influência da variabilidade da espessura, em cada um dos 4 materiais são realizadas simulações para: um caso em que a espessura da chapa é constante; 20 distribuições de espessura, todas elas caracterizadas por uma variância de  $0.0001 \text{ mm}^2$ . Em qualquer um destes casos o valor médio da espessura é de 1 mm. Na Figura 2.9 mostram-se como exemplo, 4 das 20 distribuições de espessura analisadas.

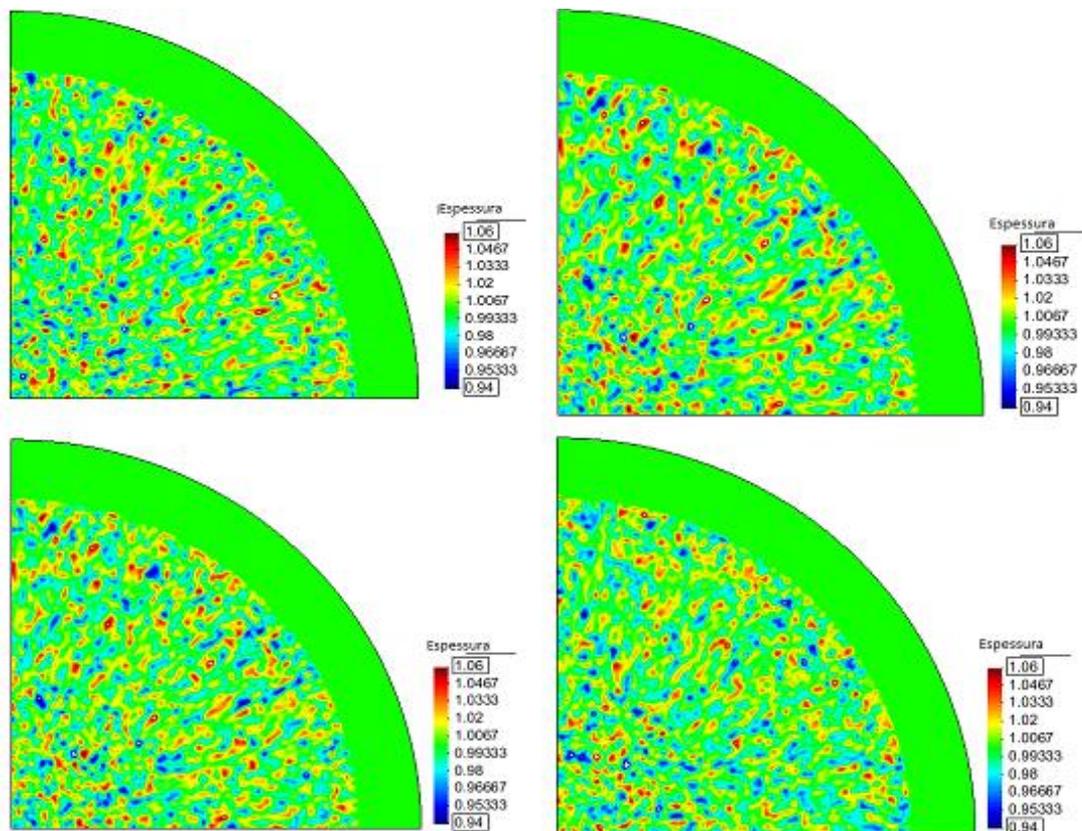
No presente trabalho utilizaram-se vários softwares com diferentes objetivos:

- Inicialmente são geradas 20 malhas com diferentes distribuições de espessura através de um programa em Python (Sousa, 2023);
- Para cada uma destas malhas é realizada a simulação numérica do ensaio *bulge* recorrendo ao programa DD3IMP;
- Após as 20 simulações, é utilizado um programa em Python (Sousa, 2023) para a recolher os dados do ensaio *bulge* das várias simulações. Neste programa são guardadas as informações como tensões, pressões, altura do pólo, deformações,

posições dos nós e espessura da chapa em ficheiros “CSV”, que agrupam os resultados das 20 simulações;

- Por fim, é utilizado o programa Microsoft Excel, para o tratamento de dados e para a reprodução dos gráficos, e o programa GID 10.0.9 para a representação gráfica da variação da espessura e da deformação equivalente ao longo da chapa.

No total do trabalho foram realizadas 84 simulações, 21 para cada um dos 4 materiais. Todas as simulações foram realizadas num computador com um processador “Intel<sup>(R)</sup> Core<sup>(TM)</sup> i7-8700K CPU” de 6 núcleos físicos e 12 virtuais, que permite atingir uma frequência máxima de 4.70GHz. Em média, cada simulação numérica demorou cerca de 2h.



**Figura 2.9.** Distribuições de espessura (em mm).



### 3. RESULTADOS

Neste capítulo avalia-se a influência da variabilidade da espessura nos resultados do ensaio *bulge*, para materiais com diferentes comportamentos mecânicos. Ao analisar estes resultados, pretende-se contribuir para uma melhor compreensão dos resultados do ensaio. Os parâmetros constitutivos dos quatro materiais estudados estão indicados na Tabela 2.1 e na Tabela 2.2. A metodologia utilizada para estudar a influência da variabilidade da espessura nos resultados do ensaio *bulge* foi previamente apresentada na secção 2.5. Em particular pretende-se analisar esta influência nos seguintes resultados: evolução altura vs. pressão, espessura no pólo, razão entre tensões principais, razão entre deformações principais, raio de curvatura, tensão biaxial (avaliada pela teoria da membrana) e localização da deformação máxima. Estes resultados serão comparados entre materiais e para o mesmo material considerando uma espessura inicial com e sem variabilidade (i.e., constante).

Neste capítulo são utilizadas três métricas, o intervalo de variação *I.V.*, a diferença *Dif* e o coeficiente de variação *C.V.*, para avaliar a influência da variabilidade da espessura nos resultados do ensaio *bulge*. O intervalo de variação, *I.V.*, é obtido por:

$$I.V.(p_j) = \text{máximo}(Res_i(p_j)) - \text{mínimo}(Res_i(p_j)) \quad (3.1)$$

onde,  $Res_i(p_j)$  é um resultado do ensaio *bulge* (por exemplo, altura ou raio de curvatura) medido para uma dada pressão,  $p_j$ , para a simulação  $i$  com variação de espessura na malha. Neste trabalho são utilizados conjuntos de 20 simulações, então  $i$  está compreendido entre  $i = 1$  e  $i = 20$ . O *I.V.* dá uma indicação da variação absoluta dos resultados do ensaio *bulge*.

A métrica diferença, *Dif*, é dada por:

$$Dif(p_j) = \text{média}(Res_i(p_j)) - Res_{Cons}(p_j) \quad (3.2)$$

onde,  $Res_{Cons}(p_j)$  é um resultado do ensaio *bulge* (por exemplo, altura ou raio de curvatura) medido para uma dada pressão,  $p_j$ , para a simulação sem variação de espessura na malha (i.e., espessura constante). A métrica *Dif* permite quantificar a diferença entre o resultado

médio do conjunto de simulações (com variabilidade) e o resultado da simulação sem variabilidade.

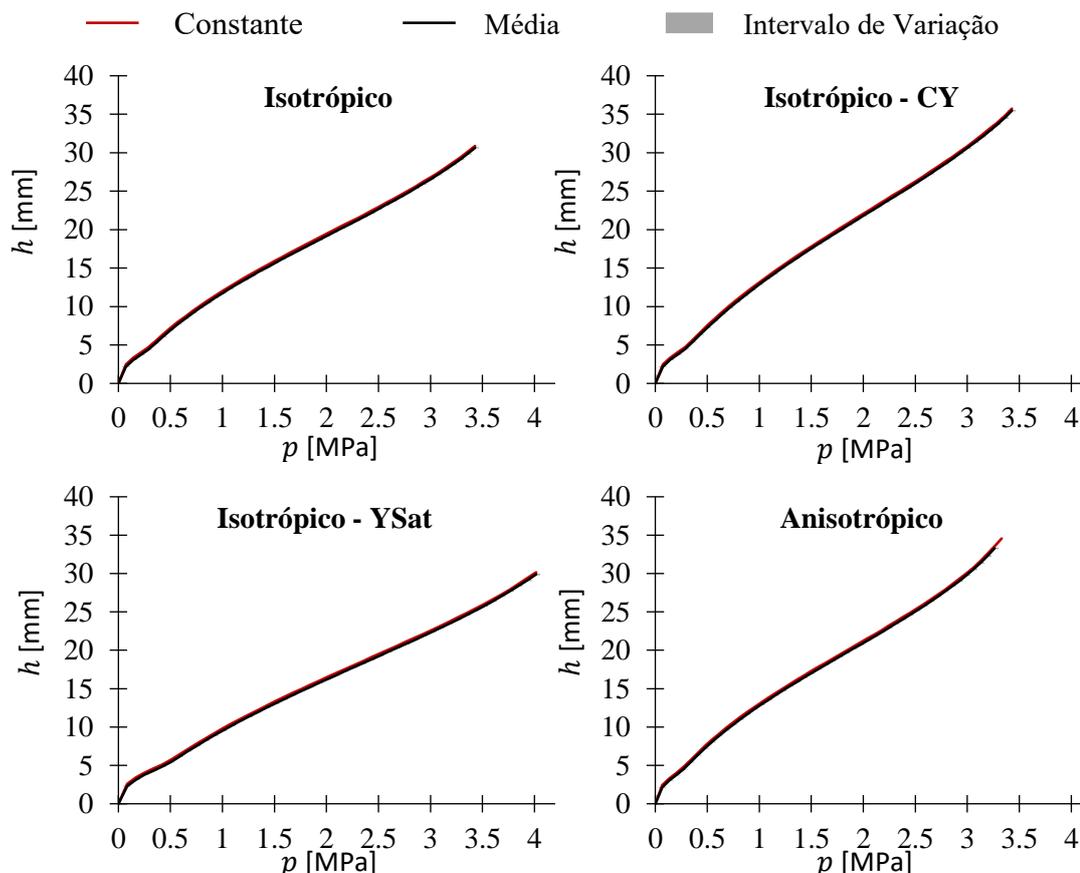
O coeficiente de variação,  $C.V.$  é dada por:

$$C.V. = 100 \times \frac{\text{desvio padrão} (Res_i(p_j))}{\text{média} (Res_i(p_j))} \quad (3.3)$$

A métrica  $C.V.$  permite quantificar a variação dos resultados do ensaio *bulge* relativamente ao seu valor médio, portanto, é uma métrica adimensional que permite comparar a influência da variabilidade da espessura entre os vários resultados do ensaio *bulge*.

### 3.1. Curva Altura vs. Pressão

Ao longo do ensaio, o fluido hidráulico é inserido, gradualmente, a uma pressão controlada. Neste subcapítulo é analisada de que forma a altura,  $h$ , evolui com um aumento da pressão,  $p$ , para cada um dos materiais. Na Figura 3.1 é representada esta evolução para os 4 tipos de materiais. Nesta figura são indicadas as evoluções do valor médio (designada por “média”) e do intervalo de variação da altura do pólo, avaliadas para as 20 simulações com diferentes distribuições de espessura. Também se mostra a evolução da altura do pólo para a simulação com espessura constante (designada por “constante”). Observa-se desta figura que o valor médio da altura para o conjunto de 20 simulações é semelhante ao obtido para a simulação da chapa com espessura constante. O que é justificado pelo facto de o intervalo de variação para o conjunto de 20 simulações ser muito pequeno. Pode-se concluir que a altura pólo é pouco afetada pela variabilidade da espessura. De facto, já se esperava este resultado, uma vez que a altura do pólo é um resultado global, isto é, que tem em conta as deformações e tensões que ocorrem ao longo de toda a chapa. Assim, este resultado é pouco influenciado por variações locais da espessura.



**Figura 3.1.** Evolução da altura em função da pressão. Indicação do intervalo de variação e do valor médio da altura para o conjunto de simulações com variabilidade. A curva “constante” mostra a evolução da altura para a simulação sem variabilidade.

De forma, a clarificar os intervalos de variação observados para os diferentes materiais, é representado na Figura 3.2 a evolução da métrica  $I.V.$  para a altura do pólo. Conclui-se desta figura que o  $I.V.$  é idêntico para os diferentes materiais, o que significa que a variabilidade no resultado de altura do pólo é consequência da variabilidade observada na espessura da chapa e não depende do tipo de material. Na Figura 3.3. Evolução da **métrica Dif da altura** do pólo para os quatro materiais. mostra-se a métrica  $Dif$  para a altura do pólo. É de notar que todos os materiais apresentam valores semelhantes de  $Dif$ . O que significa que o valor médio de altura do pólo obtido para as simulações de espessura variável é idêntico ao da simulação com espessura constante, independentemente do material. Em ambas as métricas,  $I.V.$  e  $Dif$ , existem algumas diferenças na parte final do ensaio, que resultam dos diferentes valores máximos de pressão impostos para cada material, e eventualmente, do início da estricção no pólo do ensaio *bulge*.

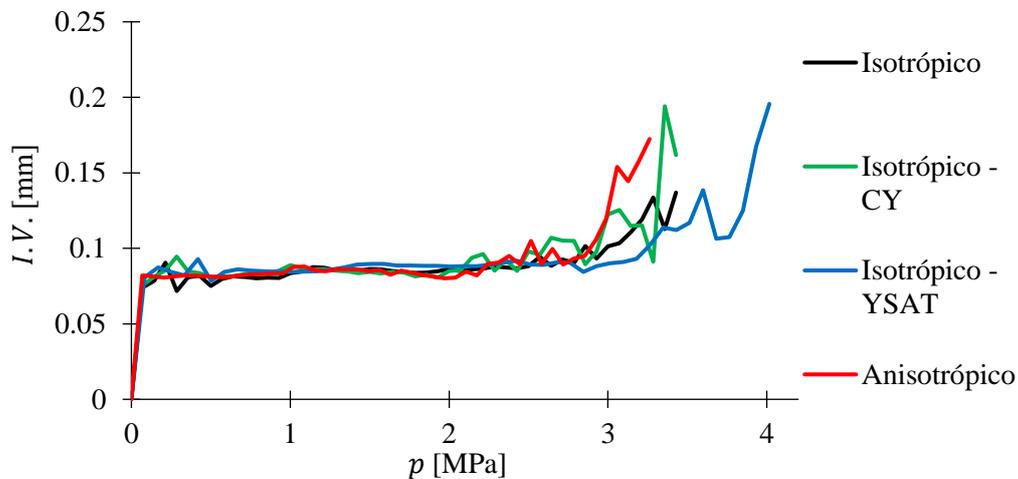


Figura 3.2. Evolução do intervalo de variação,  $I.V.$ , da altura do pólo para os quatro materiais.

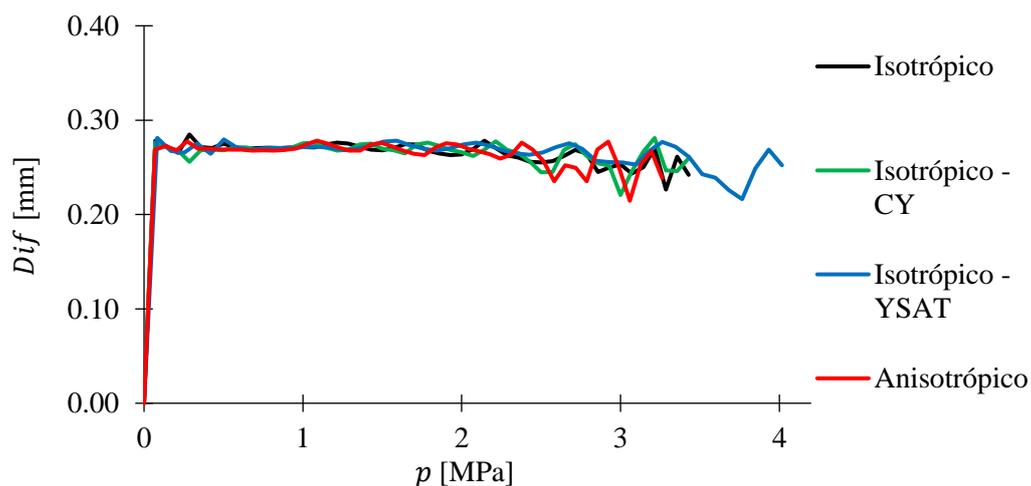
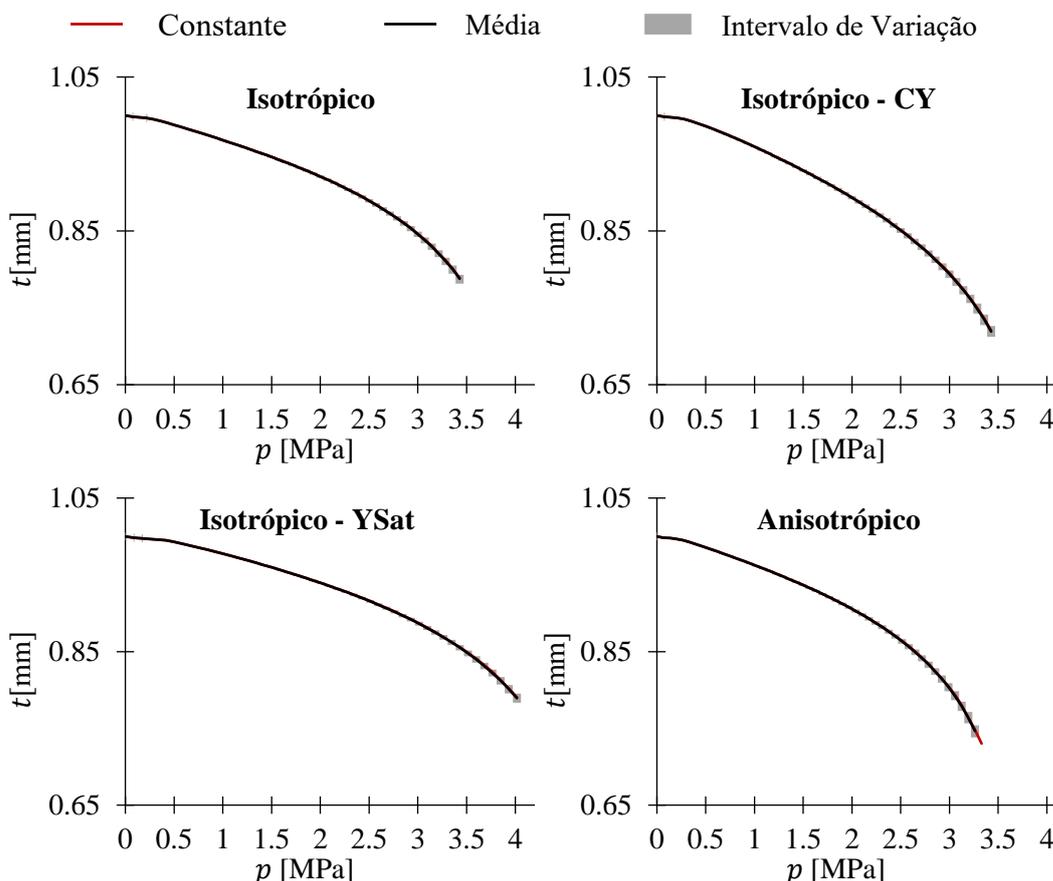


Figura 3.3. Evolução da métrica  $Dif$  da altura do pólo para os quatro materiais.

### 3.2. Evolução da Espessura da Chapa

Neste subcapítulo é analisada a evolução da espessura chapa,  $t$ , com o aumento da pressão, para cada tipo de material. Na Figura 3.4 é representada esta evolução para os 4 tipos de materiais. Verifica-se que é necessária uma maior pressão para o material Isotrópico-YSAT para se conseguir a mesma variação de espessura que nos outros materiais, uma vez que este material é mais resistente. Por outro lado, o material Isotrópico-CY, com valores menores de taxa de saturação, atinge menores valores de espessura. Observa-se desta figura que o valor médio da espessura para as simulações com variabilidade é semelhante ao obtido

para a simulação da chapa com espessura constante. Observa-se ainda que o intervalo de variação é relativamente pequeno no início do ensaio, mas aumenta com o aumento da pressão.



**Figura 3.4.** Evolução da espessura da chapa em função da pressão. Indicação do intervalo de variação e do valor médio da espessura da chapa para o conjunto de simulações com variabilidade. A curva “constante” mostra a evolução da espessura da chapa para a simulação sem variabilidade.

Tal como feito na secção anterior, mostra-se na Figura 3.5 e na Figura 3.6 a evolução das métricas  $I.V.$  e  $Dif$  para a espessura da chapa. Ambas as figuras colaboram os resultados descritos no parágrafo anterior, isto é: o intervalo de variação é relativamente pequeno no início do ensaio, mas aumenta com o aumento da pressão (Figura 3.5); e o valor médio da espessura para as simulações com variabilidade é semelhante ao obtido para a simulação da chapa com espessura constante (Figura 3.6). Em ambas as métricas, observa-se que embora diferentes entre materiais, a sua evolução é semelhante com o aumento da pressão. De notar

que o  $I.V.$  atinge valores máximos de 0.0158 mm (Figura 3.5), o que já demonstra algum impacto da variabilidade da espessura inicial nos resultados da espessura final da chapa.

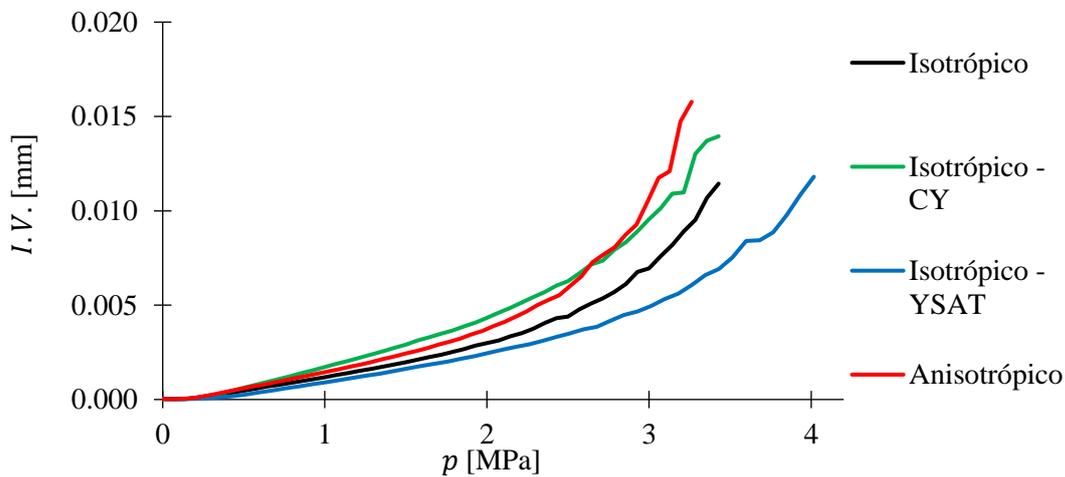


Figura 3.5. Evolução do intervalo de variação,  $I.V.$ , da espessura da chapa para os quatro materiais.

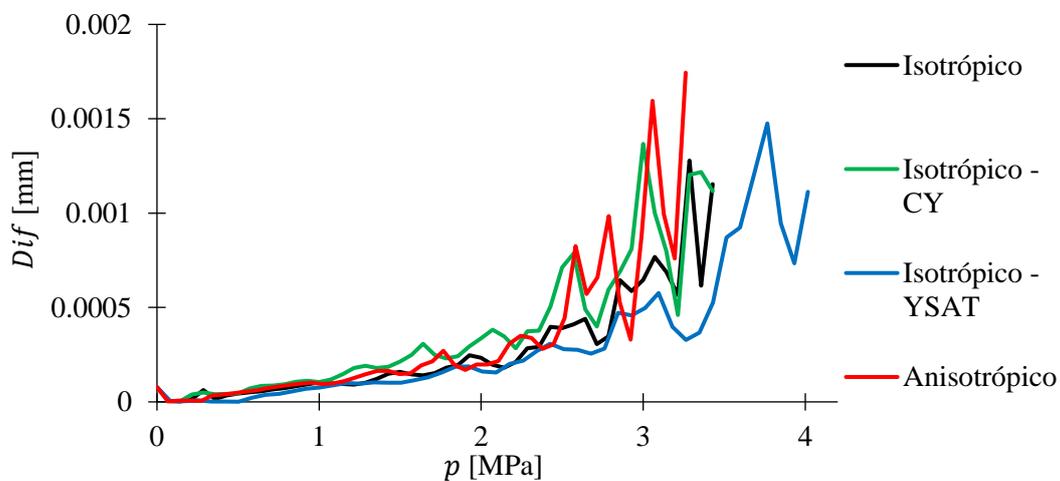
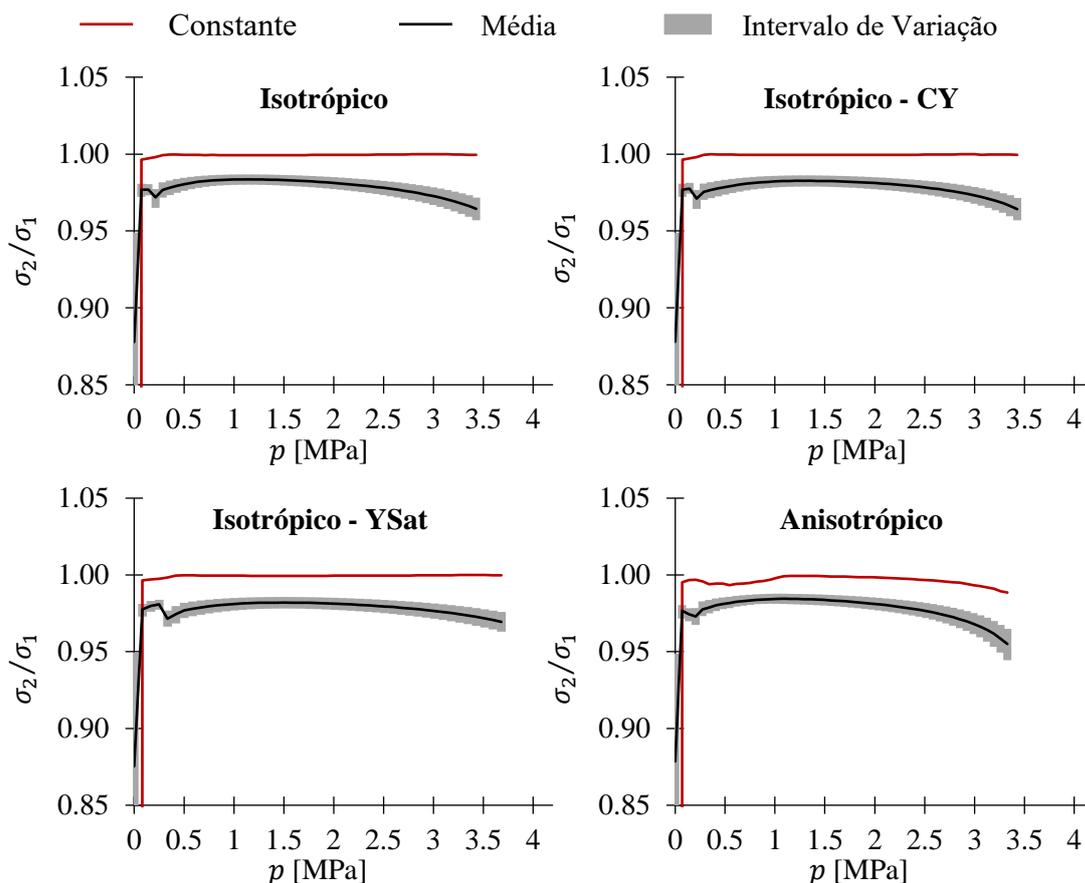


Figura 3.6. Evolução da métrica  $Dif$  da espessura da chapa para os quatro materiais.

### 3.3. Razão entre as tensões principais

Neste subcapítulo é analisada a evolução da razão entre tensões principais,  $\sigma_2/\sigma_1$ , com o aumento da pressão, para cada tipo de material. Na Figura 3.7 é representada esta evolução para os 4 tipos de materiais. Observa-se que  $\sigma_2/\sigma_1$  é 1 para os casos isotrópicos (sem variação de espessura), como seria de esperar. Uma vez que a tensão principal  $\sigma_1$  é

sempre maior ou igual que a tensão principal  $\sigma_2$  por definição, então a razão entre elas é sempre inferior ou igual a 1. Este facto leva a que o valor médio da razão entre tensões principais, avaliado para o conjunto de simulações seja bastante diferente da razão entre tensões principais avaliada para a simulação de espessura constante.



**Figura 3.7.** Evolução da razão de tensões principais em função da pressão. Indicação do intervalo de variação e do valor médio da razão de tensões principais para o conjunto de simulações com variabilidade. A curva “constante” mostra a evolução da razão de tensões principais para a simulação sem variabilidade.

Mostram-se na Figura 3.7 e Figura 3.8 a evolução das métricas  $I.V.$  e  $Dif$  da razão entre tensões principais, respetivamente. Destas figuras conclui-se que a evolução das métricas é semelhante para os diferentes materiais. Assim, pode-se concluir que, de forma geral, a influência da variabilidade da espessura na razão de tensões é independente do material. O facto de a métrica  $Dif$  ter valores próximo de 0.025, mostra que a razão de tensões das simulações com espessura variável não é coincidente com a razão obtida para a simulação com espessura constante. A partir desta observação, pode-se concluir que variabilidade na espessura afeta o estado de tensão no pólo do ensaio *bulge*.

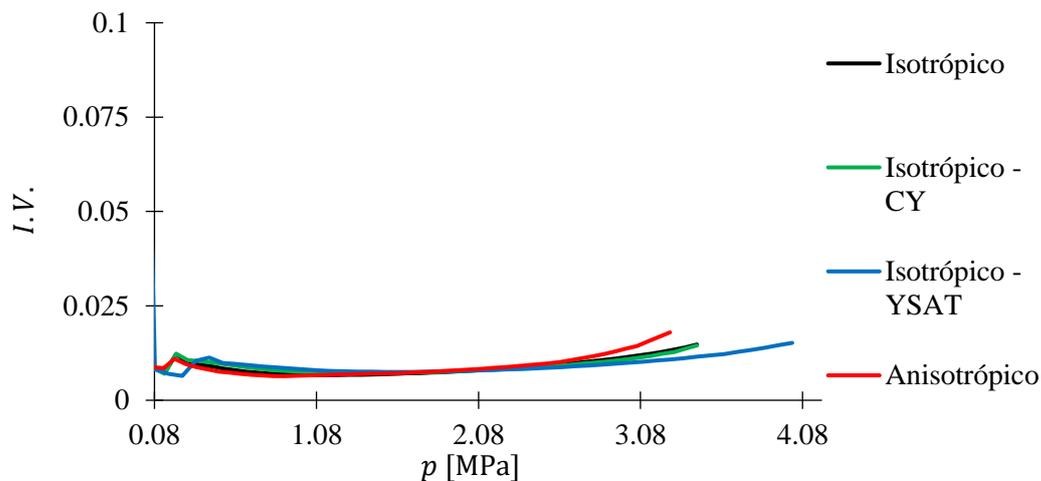


Figura 3.8. Evolução do intervalo de variação, *I.V.*, da razão de tensões principais para os quatro materiais.

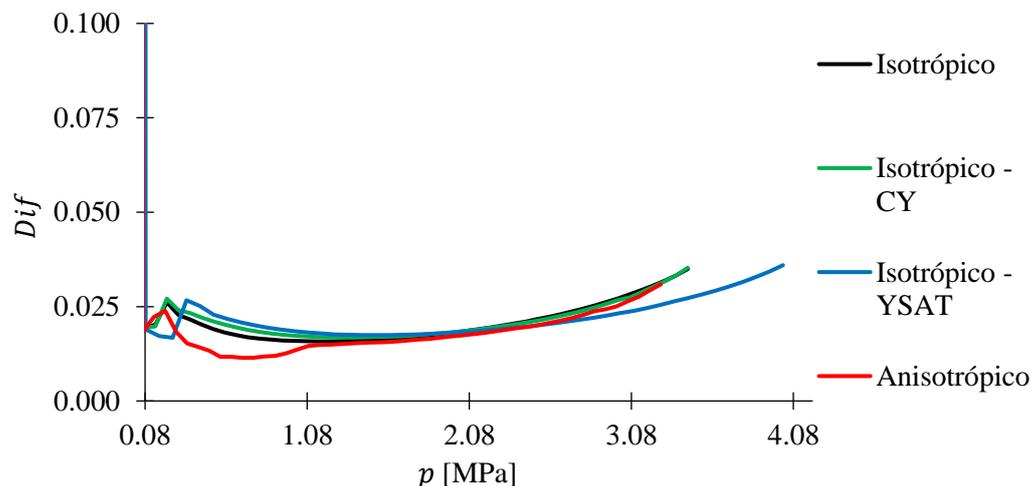
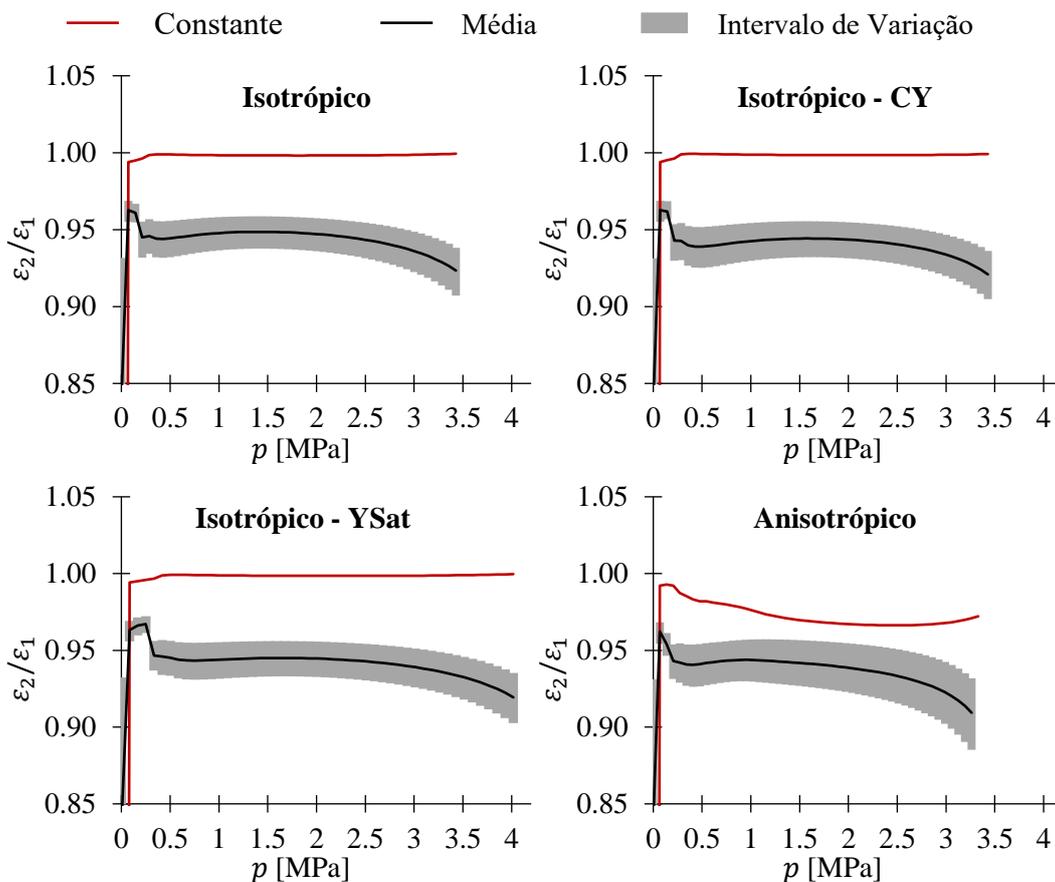


Figura 3.9. Evolução da métrica *Dif* da razão de tensões principais para os quatro materiais.

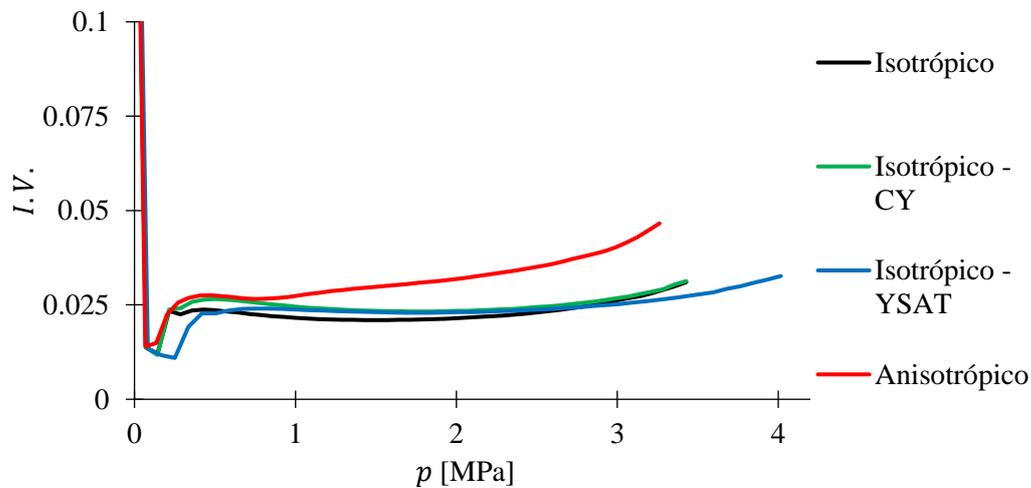
### 3.4. Razão entre as deformações principais

Nesta secção é analisada a evolução da razão entre deformações principais,  $\varepsilon_2/\varepsilon_1$ , com o aumento da pressão, para cada tipo de material. Na Figura 3.10 é representada esta evolução. Como nas deformações principais é sempre garantido que  $\varepsilon_2 \leq \varepsilon_1$ , o valor da razão das deformações principais será menor ou igual a 1. Verifica-se nesta figura que  $\varepsilon_2/\varepsilon_1$  é igual a 1 para os casos isotrópicos (sem variação de espessura), como seria de esperar. Para além disso, verifica-se que o valor médio da razão entre deformações principais, avaliado para o conjunto de simulações com variabilidade, é bastante diferente da razão entre tensões principais avaliada para a simulação de espessura constante.

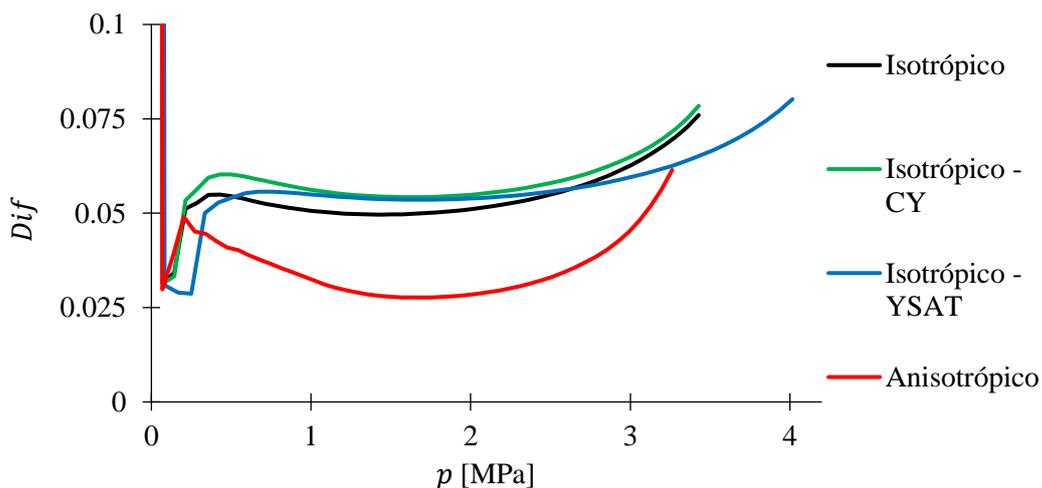


**Figura 3.10.** Evolução da razão de deformações principais em função da pressão. Indicação do intervalo de variação e do valor médio da razão de deformações principais para o conjunto de simulações com variabilidade. A curva “constante” mostra a evolução da razão de deformações principais para a simulação sem variabilidade.

Mostram-se na Figura 3.11 e Figura 3.12 a evolução das métricas  $I.V.$  e  $Dif$  da razão entre deformações principais, respetivamente. Destas figuras conclui-se que a evolução das métricas é semelhante para os diferentes materiais, com ligeiras diferenças no material anisotrópico. Contrariamente às conclusões para a razão de tensões (secção anterior), na razão deformações a influência da variabilidade da espessura neste resultado é ligeiramente diferente para materiais com diferentes anisotropias. O facto de a métrica  $Dif$  ter valores próximos de 0.05, mostra que a razão de tensões das simulações com espessura variável não é coincidente com a razão obtida para a simulação com espessura constante. A partir desta observação, pode-se concluir que variabilidade na espessura afeta o estado de deformação no pólo do ensaio *bulge*. Quando comparando com a razão de tensões (ver Figura 3.9) observa-se que a razão de deformações (Figura 3.12) é mais afetada pela variabilidade na espessura.



**Figura 3.11.** Evolução do intervalo de variação,  $I.V.$ , da razão de deformações principais para os quatro materiais.

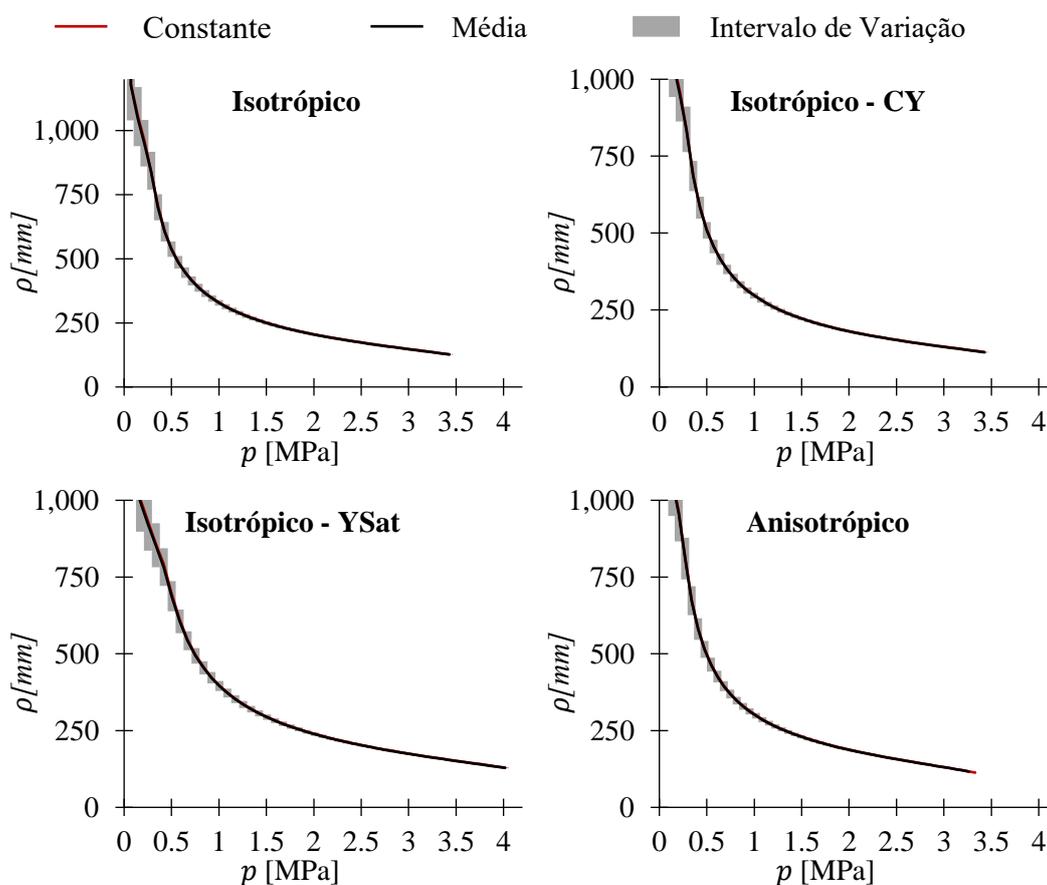


**Figura 3.12.** Evolução da métrica  $Dif$  da razão de deformações principais para os quatro materiais.

### 3.5. Raio de Curvatura

Nesta secção é analisada a evolução do raio de curvatura,  $\rho$ , com o aumento da pressão, para cada tipo de material. Na Figura 3.13 é representada esta evolução. Os materiais têm uma evolução do raio de curvatura muito semelhante à medida que a pressão aumenta o que leva a crer que o tipo de material não tem um grande impacto na forma como variam os valores do raio de curvatura. Nota-se claramente nesta figura, que o intervalo de variação diminui com o aumento da pressão. De facto, isto confirma-se na Figura 3.14, onde se mostra a evolução do intervalo de variação,  $I.V.$ . A maior variabilidade no início do ensaio

deve-se ao facto da chapa metálica ser praticamente plana nesta fase do ensaio, e, portanto, apresentam-se valores de raios de curvatura muito grandes. Nesta situação, qualquer pequena variação da espessura, leva a que o raio de curvatura da chapa tenha variações muito grandes, o que justifica o acentuado intervalo de variação no início do ensaio. Verifica-se ainda na Figura 3.14, que todos os materiais têm *I.V.* semelhantes, com apenas algumas diferenças no caso do material Isotrópico-YSAT, que requer pressões maiores para ter raios de curvatura semelhantes aos demais materiais.



**Figura 3.13.** Evolução do raio de curvatura em função da pressão. Indicação do intervalo de variação e do valor médio do raio de curvatura para o conjunto de simulações com variabilidade. A curva “constante” mostra a evolução do raio de curvatura para a simulação sem variabilidade.

Na Figura 3.15, mostra-se a evolução da métrica *Dif* associada ao raio de curvatura. Conclui-se desta figura que a diferença do raio de curvatura médio obtido através das simulações com espessura variável é semelhante ao obtido para a simulação de espessura constante. Nota-se que mesmo para casos em que o raio de curvatura é muito grande, aproximadamente 1000 mm, a métrica *Dif* apenas atinge valores de 14 mm. A evolução da

métrica  $Dif$  é semelhante para todos os materiais, com apenas ligeiras diferenças no caso do material Isotrópico-YSAT, como justificado anteriormente.

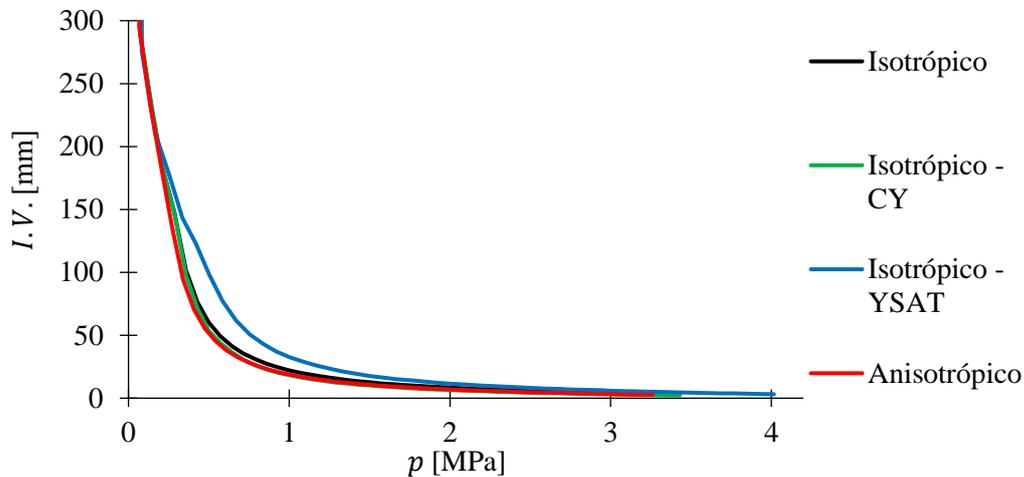


Figura 3.14. Evolução do intervalo de variação,  $I.V.$ , do raio de curvatura para os quatro materiais.

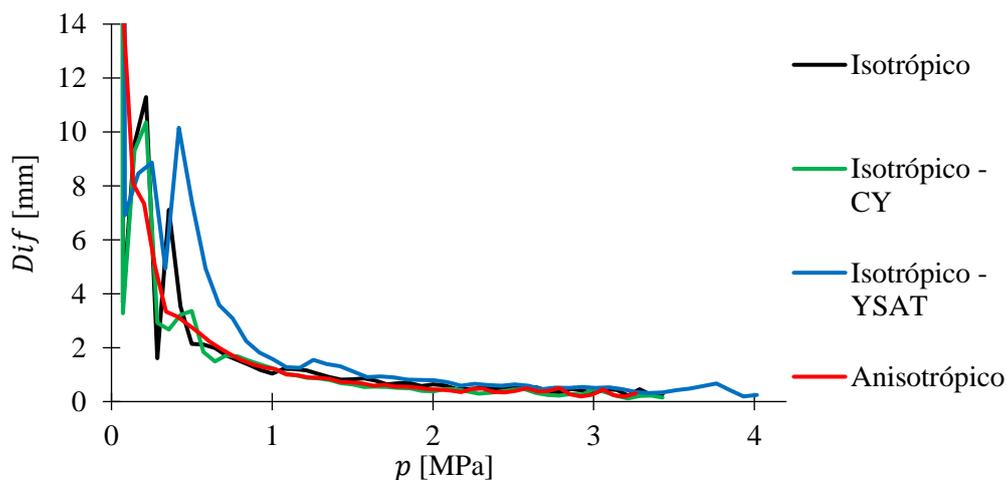
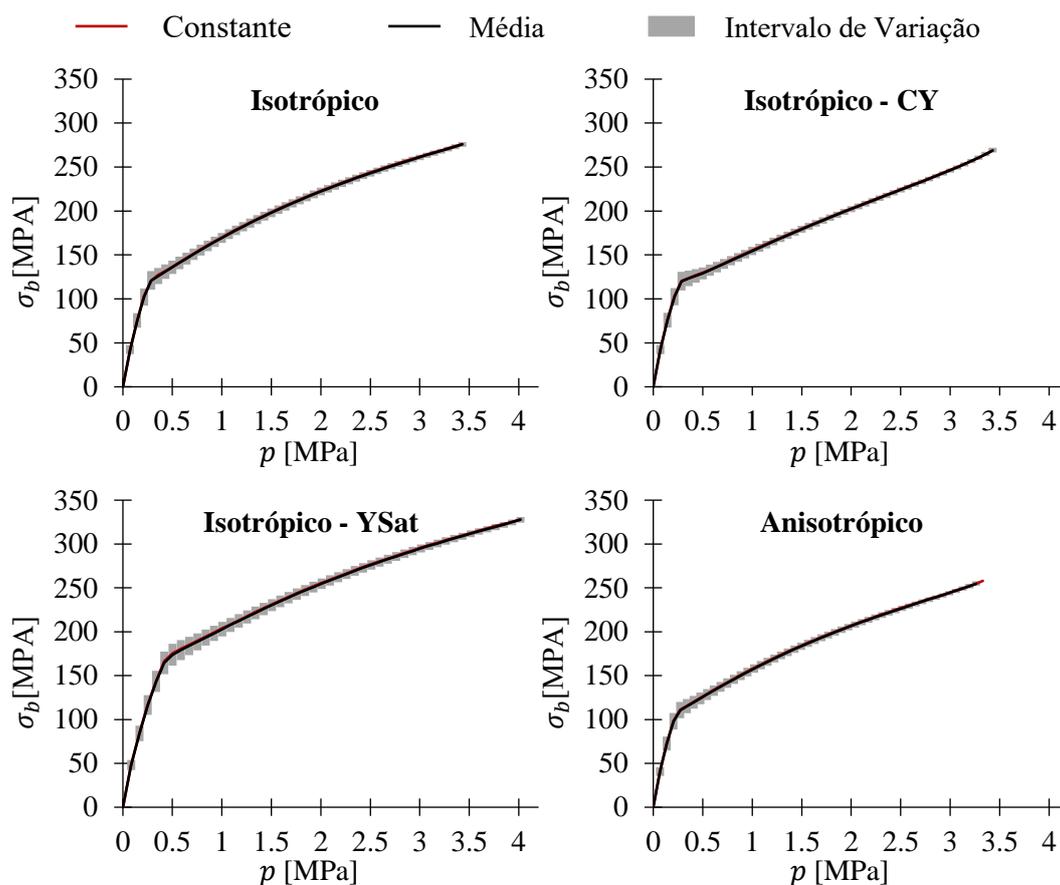


Figura 3.15. Evolução da métrica  $Dif$  do raio de curvatura para os quatro materiais.

### 3.6. Tensão Biaxial

A tensão biaxial, como foi mostrado anteriormente, obtém-se através da teoria da membrana que é calculada através do raio de curvatura, da pressão e da espessura. Assim, é de esperar que a variabilidade na tensão biaxial resulte da combinação entre as variabilidades observadas anteriormente para o raio de curvatura e espessura. Na Figura 3.16 é representada a evolução da tensão biaxial,  $\sigma_b$ , com o aumento da pressão, para cada tipo de material. Como se verificou anteriormente (secção 3.2), a evolução da espessura no pólo é pouco

influenciada pela variabilidade da espessura inicial e pelo tipo de material. Logo, é previsível que a variabilidade na tensão biaxial é principalmente ditada pela variabilidade do raio de curvatura e pela pressão. De facto, podem-se observar na Figura 3.16 variações significativas no início do ensaio, e que à medida que a pressão aumenta, as variações na tensão biaxial vão desvanecendo, tal como no raio de curvatura (ver Figura 3.13).



**Figura 3.16.** Evolução da tensão biaxial em função da pressão. Indicação do intervalo de variação e do valor médio da tensão biaxial para o conjunto de simulações com variabilidade. A curva “constante” mostra a evolução da tensão biaxial para a simulação sem variabilidade.

Mostram-se na Figura 3.17 e Figura 3.18 a evolução das métricas *I.V.* e *Dif* tensão biaxial, respetivamente. Destas figuras conclui-se que a evolução das métricas é semelhante para os diferentes materiais, com ligeiras diferenças no material Isotrópico – YSAT, resultando da diferença que se observava no raio de curvatura deste material (secção 3.5). Como concluído no parágrafo anterior, verifica-se que o intervalo de variação é maior no início, e decresce com o aumento da pressão (Figura 3.17). O intervalo de variação que existe no início do ensaio pode levar a erros significativos na identificação de parâmetros, por

exemplo, no limite de elasticidade existem variações de 30 MPa o que pode afetar a identificação da tensão limite de elasticidade,  $Y_0$ . Da Figura 3.18 conclui-se que a métrica  $Dif$  tem valores inferiores a 2.2 MPa, o que mostra que a média da tensão biaxial obtida com as simulações de espessura variável é semelhante à obtida pela simulação de espessura constante. Este resultado permite ainda concluir que, se o ensaio *bulge* for repetido várias vezes, a influência da variabilidade da espessura na tensão biaxial é muito reduzida, e consequentemente, também a identificação de parâmetros.

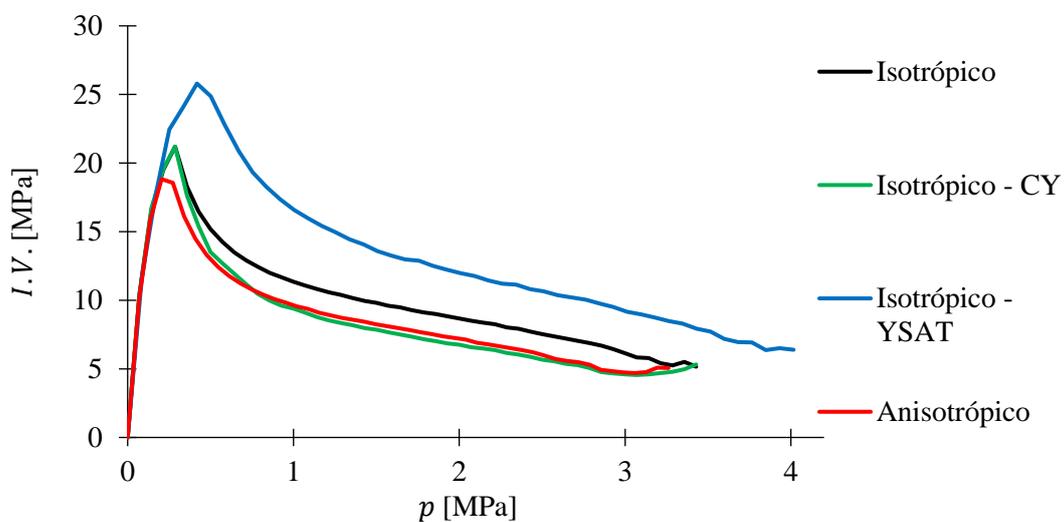


Figura 3.17. Evolução do intervalo de variação,  $I.V.$ , da tensão biaxial para os quatro materiais.

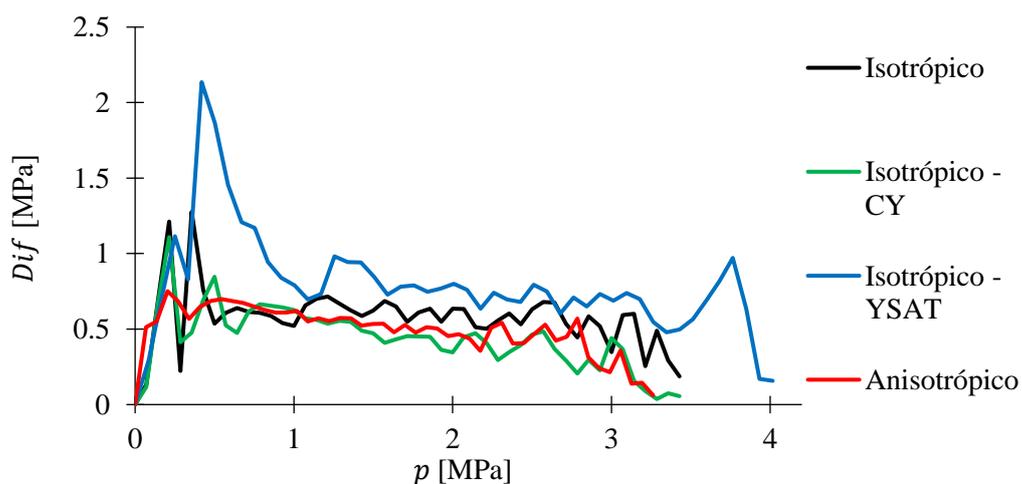
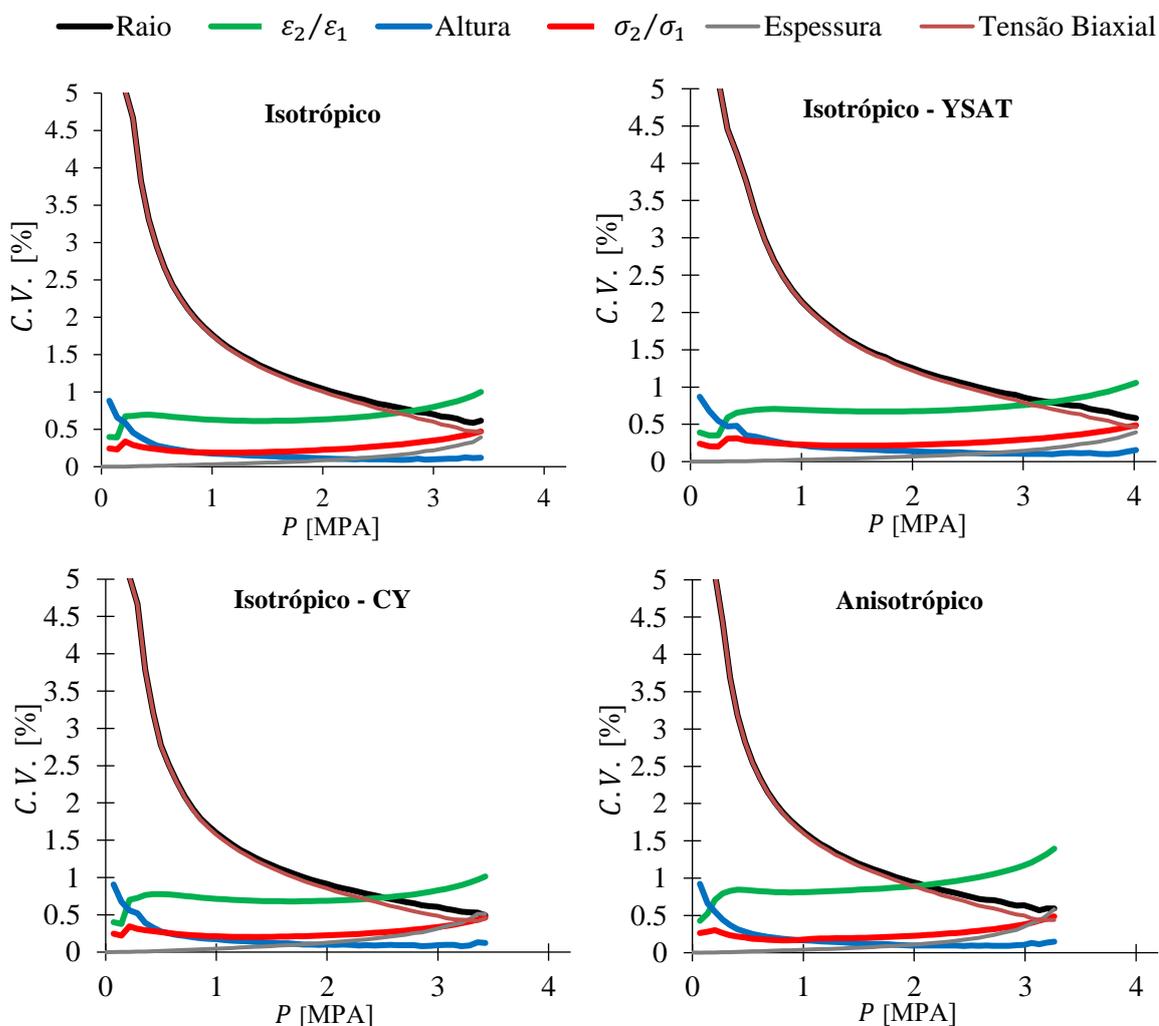


Figura 3.18. Evolução da métrica  $Dif$  da tensão biaxial para os quatro materiais.

### 3.7. Influência da variabilidade nos diferentes resultados

Nesta secção compara-se a influência da variabilidade de espessura para os resultados analisados anteriormente (secções 3.1 a 3.6). Em particular, pretende-se com esta secção analisar quais os resultados que são mais afetados pela variabilidade da espessura. Para isto utiliza-se a métrica coeficiente de variação,  $C.V.$ , por se tratar de uma métrica adimensional. Como explicado no início deste capítulo, o coeficiente de variação é dado pela razão entre o desvio padrão e a média dos resultados obtidos para o conjunto de 20 simulações com variabilidade na espessura. Na Figura 3.19 mostra-se a evolução do coeficiente de variação,  $C.V.$ , com o aumento da pressão para os seis resultados analisados anteriormente (secções 3.1 a 3.6) e para os quatro materiais.

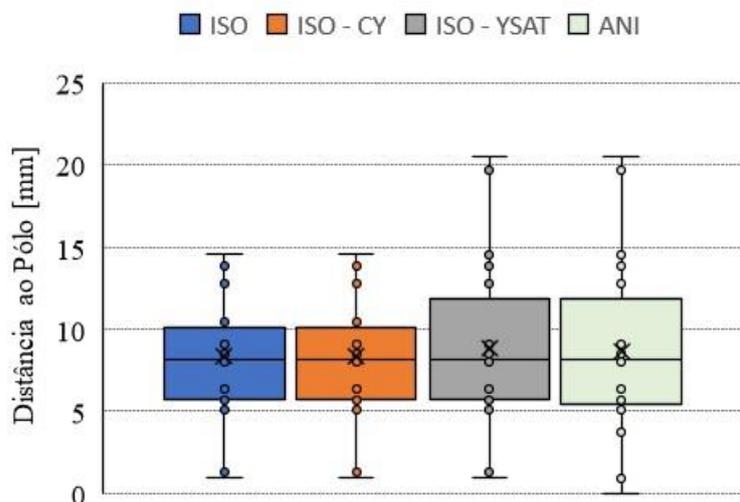


**Figura 3.19.** Evolução do coeficiente de variação,  $C.V.$  ao longo da pressão para os 4 materiais: Isotrópico; Isotrópico – YSAT; Isotrópico – CY; Anisotrópico.

Verifica-se que os parâmetros que mais são influenciados pela variabilidade da espessura são a razão de deformações, o raio de curvatura e, conseqüentemente, a tensão biaxial. O raio de curvatura e a tensão biaxial são muito afetados pela variabilidade da espessura no início do ensaio. Já na parte final do ensaio, o parâmetro mais afetado pela variabilidade da espessura é a razão de deformações. A razão de tensões, a espessura e a altura são menos influenciados pela variabilidade na espessura. Comparando os resultados para diferentes materiais, observa-se que a variabilidade da espessura tem uma influência semelhante.

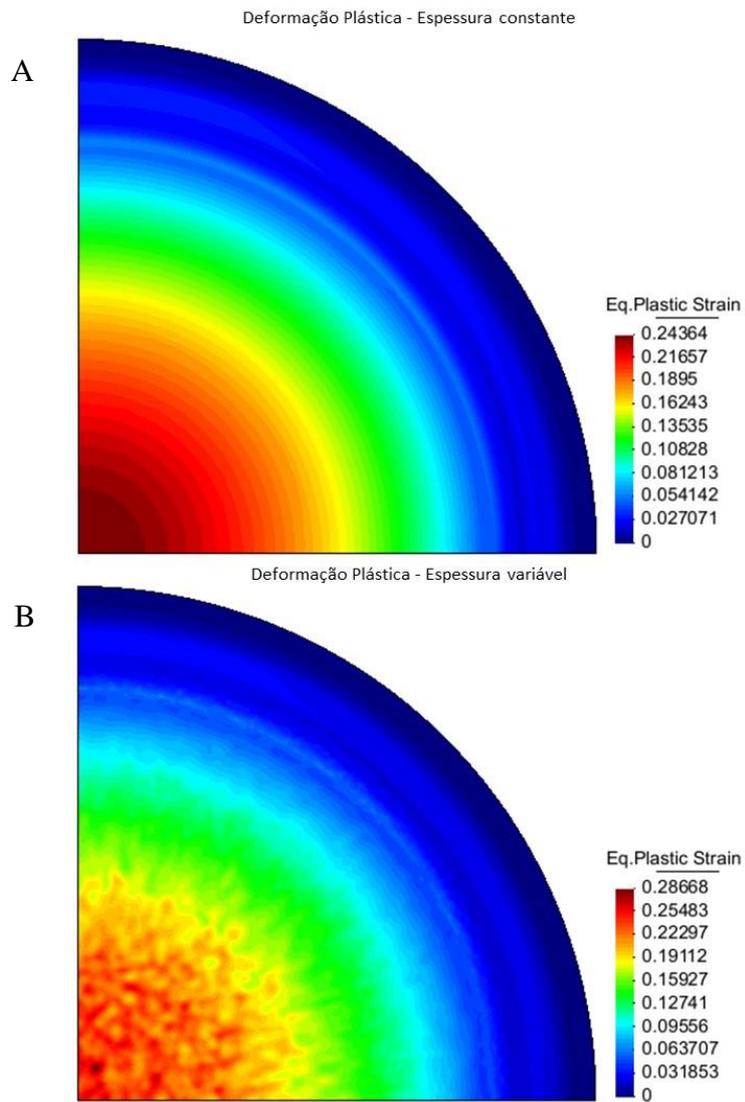
### **3.8. Deformação Máxima**

No presente subcapítulo é analisado o efeito que a variabilidade da espessura tem na localização do ponto de deformação máxima. A distância é avaliada pela métrica “distância ao pólo”, que indica o valor da norma (distância) entre as coordenadas do ponto de deformação máxima e o pólo do ensaio. Na Figura 3.20 representa-se esta distância para os 4 materiais, tendo em conta as 20 simulações com variabilidade de espessura. É possível verificar que a distância máxima acontece a cerca de 20 mm do pólo para os materiais Isotrópico- $Y_{SAT}$  e Anisotrópico. Cada quartil representa 25% dos resultados (5 simulações com variabilidade), logo, para os três primeiros quartis (75% das simulações), a deformação máxima nos materiais Isotrópico e Isotrópico-CY ocorre a uma distância entre 1 a 10 mm do pólo, enquanto que nos materiais Isotrópico- $YSAT$  e Anisotrópico ocorre a uma distância entre 0 a 12 mm. Concluiu-se então que a variabilidade da espessura e o tipo de material influencia a localização da deformação máxima.



**Figura 3.20.** Diagrama de caixa, com a representação da distância ao pólo a que se dá a deformação máxima.

De forma a visualizar as diferenças na distribuição de deformação equivalente ao longo da chapa, mostra-se na Figura 3.21 a distribuição da deformação equivalente para casos com e sem variabilidade de espessura. Verifica-se que a deformação equivalente máxima, no caso com variabilidade de espessura, é 18% superior ao caso sem variabilidade de espessura. Também se observa uma maior dispersão espacial da deformação equivalente com vários pontos que correspondem a mínimos e máximos locais de deformação. É por esta razão que a deformação plástica máxima não ocorre no centro do ensaio, contrariamente ao que acontece no caso sem variabilidade de espessura



**Figura 3.21.** Distribuição da deformação plástica equivalente para os casos (material Isotrópico): A – Sem variação de Espessura; B – Com variação de espessura.

## 4. CONCLUSÃO

Neste trabalho, foi avaliado o efeito da variabilidade da espessura da chapa nos resultados do ensaio *bulge*, nomeadamente, na evolução da altura do pólo, espessura no pólo, razão entre tensões principais, razão entre deformações principais, raio de curvatura, tensão biaxial (avaliada pela teoria da membrana) e localização da deformação máxima. Nesta análise foram considerados diversos materiais com diferentes encruamentos e anisotropias. O objetivo deste trabalho é melhorar a compreensão da variabilidade nos resultados do ensaio *bulge*.

Foi observado que a variabilidade da espessura da chapa não afeta significativamente a evolução da altura do pólo. No caso da evolução da espessura no pólo e da razão de tensões principais nota-se alguma influência da variabilidade da espessura, ainda que reduzida. Já na evolução da razão de deformações principais, raio de curvatura e tensão biaxial (calculada através da teoria da membrana) nota-se uma influência mais significativa. Em particular o raio de curvatura é claramente o parâmetro mais afetado pela variabilidade da espessura. Esta variabilidade no raio de curvatura conduz a uma variabilidade idêntica na tensão biaxial, uma vez que esta tensão é calculada com base no raio de curvatura (teoria da membrana). Por último analisou-se a localização da deformação plástica máxima no final do ensaio. Desta análise conclui-se que a deformação equivalente máxima, no caso com variabilidade de espessura, pode ser 18% superior ao caso sem variabilidade de espessura, para o mesmo material. A localização da deformação é claramente afetada pela variabilidade da espessura, ocorrendo em zonas afastadas do pólo do ensaio (até 20 mm).

Deste trabalho, concluiu-se ainda que os resultados para os diferentes materiais são diferentes, devido em grande parte ao facto de estes materiais exigirem pressões diferentes ao longo do ensaio. No entanto, é importante salientar que os resultados mostraram uma evolução similar entre os diferentes materiais, sugerindo que a variabilidade da espessura é um fator mais relevante do que o tipo de material.

Em síntese, os resultados deste trabalho destacam a importância de ter em conta o efeito da variabilidade da espessura no ensaio *bulge*. A compreensão dos efeitos dessa variabilidade nos parâmetros mecânicos e no comportamento da chapa metálica durante o

ensaio contribui para uma melhoria da utilização dos resultados deste ensaio, com potenciais aplicações na área da identificação de parâmetros do material.

É importante ressaltar que este trabalho possui algumas limitações. Os resultados obtidos são baseados em simulações numéricas e é necessário validar estes resultados experimentalmente. Além disso, não foi estudado o efeito da variabilidade dos resultados na identificação dos parâmetros constitutivos, sendo recomendado explorar esta influência em trabalhos futuros. E posteriormente, desenvolver estratégias de identificação que têm em conta a variabilidade nos resultados do ensaio.

---

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bruschi, S., Altan, T., Banabic, D., Bariani, P. F., Brosius, A., Cao, J., Ghiotti, A., Khraisheh, M., Merklein, M., & Tekkaya, A. E. (2014). Testing and modelling of material behaviour and formability in sheet metal forming. *CIRP Annals*, 63(2), 727–749. <https://doi.org/10.1016/j.cirp.2014.05.005>
- Cazacu, O., Plunkett, B., & Barlat, F. (2006). Orthotropic yield criterion for hexagonal closed packed metals. *International Journal of Plasticity*, 22(7), 1171–1194. <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2005.06.001>
- Chen, K.-S., & Ou, K.-S. (2015). MEMS Residual Stress Characterization. In *Handbook of Silicon Based MEMS Materials and Technologies* (pp. 398–412). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-0-323-29965-7.00017-8>
- Cruz, D. J., Pereira, A. F. G., Simões, V. M., Amaral, R., dos Santos, A., & Oliveira, M. C. (2022). Work Hardening of Metallic Sheets under Tension-Compression and Simple Shear Reverse Loading. *Key Engineering Materials*, 926, 2012–2021. <https://doi.org/10.4028/p-731q3w>
- da Rocha, R. P., Riffel, M., Bueno, T., Rosiak André, & Schaeffer, L. (2021). Análise numérica da força máxima nos processos de estampagem de peças prismáticas. *Estampagem & Conformação*, 20–29.
- Dimarn, A., Thanadngarn, C., Buakaew, V., & Neamsup, Y. (2014). Mechanical properties testing of sheet metal by hydraulic bulge test (S. Sirisoonthorn, Ed.; p. 92340K). <https://doi.org/10.1117/12.2054257>
- Fleck, N. A., & Budiansky B. (1991). Compressive failure of fibre composites due to microbuckling.
- Gere, J. M., & Goodno, B. J. (2011). *Mechanics Of Materials* (Brief Edition).
- Grolleau, V., Gary, G., & Mohr, D. (2008). Biaxial Testing of Sheet Materials at High Strain Rates Using Viscoelastic Bars. *Experimental Mechanics*, 48(3), 293–306. <https://doi.org/10.1007/s11340-007-9073-5>

- He, Z., Yuan, S., Lin, Y., Wang, X., & Hu, W. (2014). Analytical model for tube hydro-bulging test, part I: Models for stress components and bulging zone profile. *International Journal of Mechanical Sciences*, 87, 297–306.  
<https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2014.05.009>
- ISO 16808. (2014). *Metallic Materials - Sheet and Strip - Determination of Biaxial Stress-strain Curve by Means of Bulge Test With Optical Measuring Systems*.
- Kim, Y. H., & Park, J. J. (2002). Effect of process parameters on formability in incremental forming of sheet metal. *Journal of Materials Processing Technology*, 130–131, 42–46. [https://doi.org/10.1016/S0924-0136\(02\)00788-4](https://doi.org/10.1016/S0924-0136(02)00788-4)
- Koç, M., Billur, E., & Cora, Ö. N. (2011). An experimental study on the comparative assessment of hydraulic bulge test analysis methods. *Materials & Design*, 32(1), 272–281. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2010.05.057>
- Lăzărescu, L. (2013). DETERMINATION OF MATERIAL PARAMETERS OF SHEET METALS USING THE HYDRAULIC BULGE TEST. *Acta Metallurgica Slovaca*, 19(1), 4–12. <https://doi.org/10.12776/ams.v19i1.81>
- Li, Z., Yang, H., Liu, J., & Liu, F. (2022). An improved yield criterion characterizing the anisotropic and tension-compression asymmetric behavior of magnesium alloy. *Journal of Magnesium and Alloys*, 10(2), 569–584.  
<https://doi.org/10.1016/j.jma.2021.05.005>
- Manahan, M. P., Argon, A. S., & Harling, O. K. (1981). The development of a miniaturized disk bend test for the determination of postirradiation mechanical properties. *Journal of Nuclear Materials*, 104(C), 1545–1550.  
[https://doi.org/10.1016/0022-3115\(82\)90820-0](https://doi.org/10.1016/0022-3115(82)90820-0)
- Patil, S. P., Fenard, Y., Bailkeri, S., Heufer, K. A., & Markert, B. (2019). Investigation of Sheet Metal Forming Using a Rapid Compression Machine. *Materials*, 12(23), 3957. <https://doi.org/10.3390/ma12233957>
- Pereira, C. (2017). *Análise de falhas em ferramentas de estampagem*. Universidade do Porto.
- Rodrigues, J. M. P. (2010). *Tecnologia Mecânica - Vol. I - 2a Edição: Vol. Vol. 1 (Escolar Editora, Ed.; 2a Edição)*.

- Rossi, M., Lattanzi, A., Barlat, F., & Kim, J.-H. (2022). Inverse identification of large strain plasticity using the hydraulic bulge-test and full-field measurements. *International Journal of Solids and Structures*, 242, 111532. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2022.111532>
- Santos, A., Mendes, J., Almeida, F. G., Reis, J., Teixeira, P., & Rocha, A. B. (2012). DESENVOLVIMENTO DE UM SISTEMA DE DETERMINAÇÃO DA CURVA TENSÃO-DEFORMAÇÃO ATRAVÉS DO ENSAIO “BULGE.” *Mecânica Experimental*, 145–152.
- Sousa, C. (2023). ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DO ENSAIO HIDRÁULICO DE EXPANSÃO BIAXIAL À VARIABILIDADE NA ESPESSURA. Universidade de Coimbra.
- Wang, H., Xu, T., & Shou, B. (2016). Determination of Material Strengths by Hydraulic Bulge Test. *Materials*, 10(1), 23. <https://doi.org/10.3390/ma10010023>