

# **Planeamento de uma rede de carregamento para veículos eléctricos**

Joana Isabel Silva Lopes Cavadas



# Planeamento de uma rede de carregamento para veículos eléctricos

Joana Isabel Silva Lopes Cavadas

Dissertação para a obtenção do Grau de **Mestre em Matemática**  
Área de Especialização em **Estatística, Optimização e Matemática Financeira**

## Júri

**Presidente:** Luís Nunes Vicente  
**Co-Orientador:** João Eduardo da Silveira Gouveia  
**Co-Orientador:** Gonçalo Homem de Almeida Rodriguez Correia  
**Vogais:** João Luís Cardoso Soares  
Rodrigo Tiago Maia

**Junho, 2013**



# Resumo

Neste trabalho propomos um método que determine quais as melhores localizações para postos de carregamento de veículos eléctricos numa cidade, tendo como objectivo maximizar o nível de satisfação, segundo um orçamento fixo para proceder à construção da rede. Temos em conta a capacidade máxima de cada possível posto de carregamento e a distância entre este local e cada local de procura. Para aplicar estes métodos desenvolvemos um modelo de procura baseado em tempos de estacionamento, considerando que quanto mais tempo permanecer um veículo numa localização, maior será a probabilidade de ocorrer um carregamento. Também consideramos a relação entre a procura em diferentes locais, e.g., se um condutor puder carregar o seu veículo no seu local de residência, a probabilidade de querer carregar no local de trabalho será menor.

O modelo é aplicado à cidade de Coimbra, onde existe uma rede de postos de carregamento. Utilizando os dados obtidos através de um inquérito à mobilidade, é estimada a procura e desenvolvida uma grelha com as localizações dos locais de procura e a possível localização dos postos de carregamento. Aplicamos esta estimação aos modelos de localização, obtendo redes óptimas. Efectuamos uma comparação entre as redes óptimas obtidas e a rede existente em Coimbra. Propomos ainda um método numérico local para o melhoramento da qualidade da solução obtida.

Os resultados obtidos mostram que os modelos desenvolvidos determinam soluções sensatas, não sendo substancialmente distintas da rede presente em Coimbra. Os métodos desenvolvidos são ainda versáteis, permitindo adaptações e melhoramentos.

**Palavras Chave:** veículo eléctrico; localização de equipamentos ; programa inteiro misto; procura de carregamento

# Abstract

In this work we propose a method to plan the location of charging stations for electric vehicles (EV) in a city, in which the objective is to maximize the number of satisfied vehicles under a fixed budget for building the stations. We take into consideration the maximum capacity of each charging station and the distance from that location and each demand point. To be able to apply these models, we develop a charging demand model based on parking data, considering that the higher the parking time, the higher the probability of charging. We also take in consideration the relation between the demand at different points, e.g.,

if a vehicle can charge at home, the probability of charging at work will be significantly reduced.

We test our mathematical models for the case of the city of Coimbra, where there is already a network of charging stations. We first use an existing mobility survey to extract parking data and establish a demand grid, and then we apply the models that give us the optimal location for charging stations for the entire city allowing us to compare both. We also propose a numerical local method to improve the quality of the obtained solution.

The obtained results show that the developed methods define sensible solutions, not being substantially different from the existence network in Coimbra. Furthermore, the methods are versatile, allowing adaptations and improvements.

**Keywords:** electric vehicle; facility locations; mixed integer problem; charging demand.







# Agradecimentos

*É com muita satisfação que expresso o meu agradecimento a todos os que contribuíram, directa ou indirectamente, para que esta tese fosse realizada.*

*Em primeiro lugar, agradecer aos meus orientadores, João Gouveia e Gonçalo Correia, pela disponibilidade, orientação, incentivo e aconselhamento, assim como a oportunidade de aprendizagem que me proporcionaram. Às críticas construtivas e à preocupação demonstrada.*

*Aos meus pais, José e Clara, pelos valores que me inculcaram e pelo apoio que sempre me disponibilizaram. Aos meus irmãos, Sofia e Francisco, pela paciência e ajuda que sempre me deram.*

*Aos meus amigos, pelos risos, conversas, ideias, discussões e apoio incondicional. Aos meus colegas, Joana e Xavier, pelas longas conversas e troca de ideias no novo mundo dos veículos eléctricos.*

*Ao Guilherme, por tudo.*

*Este trabalho foi desenvolvido no âmbito de uma bolsa de investigação para licenciados financiada pelo Projecto mobiOS – mobility Operating System, COMPETE/QREN- Agência de Inovação.*





# Conteúdo

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Modelação Matemática</b>	<b>5</b>
2.1	Procura Local e Modelo Básico . . . . .	5
2.1.1	Procura Local . . . . .	5
2.1.2	Exemplo 1: Aplicação da Procura Local . . . . .	6
2.1.3	Modelo Básico . . . . .	7
2.1.4	Exemplo: <i>Cidade Ilustrativa</i> (parte I) . . . . .	9
2.2	Procura Transferível e Modelo Transferível . . . . .	10
2.2.1	Motivação . . . . .	11
2.2.2	Procura Transferível . . . . .	12
2.2.3	Exemplo 2: Aplicação da Procura Transferível . . . . .	13
2.2.4	Modelo Transferível . . . . .	14
2.2.5	Exemplo: <i>Cidade Ilustrativa</i> (parte II) . . . . .	15
2.3	Procura para Intervalos de Tempo e Modelo Refinado . . . . .	16
2.3.1	Procura para um Intervalo de Tempo . . . . .	17
2.3.2	Exemplo 2: Aplicação da Procura em Intervalos de Tempo . . . . .	19
2.3.3	Modelo Refinado . . . . .	21
2.3.4	Exemplo: <i>Cidade Ilustrativa</i> (Parte III) . . . . .	23
<b>3</b>	<b>Aplicação a Coimbra</b>	<b>25</b>
3.1	Inquérito à Mobilidade e Estimativa da Procura em Coimbra . . . . .	25
3.2	Aplicação dos Modelos de Localização a Coimbra . . . . .	28
3.3	Comparação das Redes Óptimas com a Rede Existente em Coimbra . . . . .	30
<b>4</b>	<b>Considerações Adicionais</b>	<b>35</b>
4.1	Variação da Localização dos Postos de Carregamento . . . . .	35
4.1.1	Redes Óptimas para Coimbra . . . . .	36
4.1.2	Rede mobie . . . . .	37
4.2	Variação da Função de Penalização de Distância . . . . .	39
<b>5</b>	<b>Conclusão</b>	<b>43</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>45</b>



# Capítulo 1

## Introdução

Com a actual crise económica e a forte dependência de combustíveis fósseis, principalmente na mobilidade, sendo esta última uma das causas dos elevados níveis de poluição nas nossas cidades e do efeito de estufa, assiste-se ao relançamento dos veículos eléctricos como parte da solução para este problema. Esta tecnologia já tinha sido utilizada nos primórdios do desenvolvimento do automóvel, mas cedo foi abandonada devido à descoberta de fontes de petróleo e à baixa autonomia e fraca potência do veículo eléctrico em comparação com o veículo de combustão interna (Cowan e Hultén (1996)).

Entende-se por veículo eléctrico uma viatura que utiliza a propulsão obtida através de um motor que transforma energia eléctrica em mecânica, permitindo assim o seu movimento. Os veículos eléctricos são mais eficientes no consumo de energia e apresentam níveis de emissões locais e de poluição sonora praticamente nulos, contrariamente aos veículos de combustão interna, responsáveis por 40% das emissões de CO<sup>2</sup> para a atmosfera e de 70% dos gases de efeito de estufa (Comissão Europeia (2009)). Em contrapartida, os veículos eléctricos apresentam uma baixa autonomia (60-160 km) e um elevado tempo de carregamento (6-8 horas em carregamento normal (Bostford e Szczepanek (2009))), condicionantes que dificultam a adopção deste tipo de veículo. Por um lado, a autonomia de um veículo eléctrico é suficiente para a maioria das viagens diariamente efectuadas por automobilistas (Webster (1999)). Por outro, a segunda condicionante poderá ser mitigada com a construção de uma rede de postos de carregamento junto dos principais locais de estacionamento dos utilizadores, permitindo que estes possam proceder ao carregamento dos seus veículos durante o tempo em que se encontram estacionados.

Por forma a definir quais são as melhores localizações para instalar postos de carregamento, é necessário fazer um levantamento ou uma estimativa da procura de carregamento. Com este fim, foram propostos na literatura alguns métodos de estimação baseados em factores que poderão influenciar o carregamento, nomeada-

mente: o fluxo de tráfego existente (Feng, Ge e Lui (2011); Ge, Feng e Liu (2012); Ip, Fong e Liu (2010)), a necessidade de carregamento (Bae e Kwasinski (2011); Qian, Zhou, Allan e Yuan (2010); Wang, Huang e Zhang (2010)), os tempos de permanência nos locais em estudo (Chen, Khan e Kockelman (2013)) e ainda o número de veículos e a sua utilização prática (Frade, Ribeiro, Gonçalves and Antunes (2011)).

Quanto ao planeamento de uma rede de postos de carregamento, os modelos propostos na literatura são baseados, na sua maioria, na adaptação de modelos de optimização e/ou heurísticas existentes. Particularmente: Feng, Ge e Lui (2011) desenvolveram um método baseado na partição da rede por forma a minimizar as perdas do utilizador nas deslocações ao posto de carregamento, e em 2012 (Ge, Feng e Liu (2012)) propuseram um novo método baseado no Diagrama de Voronoi com pesos e com o mesmo objectivo; Worley, Klabjan e Sweda (2012) formularam o problema de localização de postos de carregamento como um problema de programação inteira discreta cujo objectivo seria minimizar o custo total das viagens, dos carregamentos e dos postos de carregamento; em Frade, Ribeiro, Gonçalves e Antunes (2011) o modelo é baseado na abordagem do método p-mediana com o objectivo de maximizar a procura satisfeita; o recurso a um modelo multiobjectivo por Wang, Huang e Zhang (2010) e o desenvolvimento de um modelo de programação inteira mista que minimiza a distância percorrida a pé, entre o local de estacionamento/carregamento e o destino do indivíduo, em Chen, Khan e Kockelman (2013).

A estimativa da procura de carregamento, proposta neste estudo, terá como base o tempo de permanência apresentado por cada proprietário de um veículo eléctrico nas várias estadias que efectua, semelhante ao desenvolvido por Chen, Khan e Kockelman (2013). Será ainda desenvolvida uma nova abordagem, que considera a sucessão de viagens que são efectuadas e as estadias ocorridas pelos utilizadores, permitindo considerar a possibilidade de transferir procura de um local de estadia para outro local visitado pelo mesmo condutor.

Após o desenvolvimento do método de estimativa da procura a nível local, o nosso objectivo será, numa primeira instância, aplicar a procura de carregamento a um modelo de optimização linear misto baseado no método p-mediana (como elaborado em Frade, Ribeiro, Gonçalves e Antunes (2011)), com o propósito de maximizar o nível de satisfação, dentro de um orçamento disponibilizado para a construção da rede de postos de carregamento. Em seguida, será elaborada uma melhoria do modelo de localização, para que a abordagem de procura transferível seja

implementada juntamente com a procura determinada localmente, sendo expectável um aumento do número de utilizadores satisfeitos e abrangidos pela rede óptima. O modelo final considera não só a procura local e transferível, à semelhança do modelo anterior, mas também a possibilidade da divisão de um dia em intervalos de tempo, minimizando a influência das horas de ponta na solução óptima obtida.

Os modelos de localização propostos e as requeridas estimações de procura, serão aplicados à cidade de Coimbra com o propósito de testar as formulações para um caso real, sendo possível, posteriormente, realizar comparações das redes óptimas com a rede já implementada no projeto mobi-E (<http://www.mobie.pt/en/homepage>). As aplicações dos métodos de estimação de procura à cidade de Coimbra basear-se-ão em dados reais, obtidos através de um inquérito à mobilidade realizado aos conimbricenses (Sistemas de Mobilidade da Região do Mondego (2009)).

Iniciaremos este estudo pela modelação matemática. Será considerada a estimativa da procura em locais discretos no espaço e uma abordagem do modelo de optimização linear mista que maximizará a procura satisfeita. Prosseguiremos com a definição de procura dita transferível e a correspondente adaptação do modelo de localização. A nossa última adaptação do modelo de localização considera a divisão do dia em intervalos de tempo. Num segundo capítulo serão apresentadas as aplicações e conclusões obtidas para Coimbra, comparando as redes óptimas dadas pelos modelos de localização propostos à rede existente em Coimbra (rede mobie). No último capítulo será desenvolvido um método para melhorar a solução óptima encontrada pelos modelos de localização. Terminaremos este trabalho com as conclusões sobre a aplicabilidade e resultados inerentes.





# Capítulo 2

## Modelação Matemática

Iniciaremos a modelação matemática com uma proposta para estimar a procura de carregamento associada aos automobilistas de veículos eléctricos. Posteriormente, aplicar-se-á este método a um modelo de optimização que determinará quais as melhores localizações para postos de carregamento, definindo uma rede, por forma a maximizar o nível de satisfação, dado um orçamento fixo. As abordagens seguintes reflectem um melhoramento do método de procura e do modelo de localização desenvolvidos, considerando a possibilidade de transferência de procura e a divisão de um dia em intervalos de tempo.

### 2.1. Procura Local e Modelo Básico

#### 2.1.1. Procura Local

A estimativa do contributo de um veículo eléctrico na procura de carregamento será medida pelo tempo que um proprietário espera ter o seu veículo eléctrico a carregar num posto de carregamento público. A junção do contributo de todos os indivíduos associado a um local de permanência será denominada como procura local.

A estimação proposta será baseada em dois pressupostos:

- i) A probabilidade de um indivíduo proceder ao carregamento do seu veículo eléctrico, num determinado local, é proporcional ao tempo que permanece com o seu veículo estacionado nesse mesmo local;
- ii) O número médio de carregamentos diários efectuados por qualquer veículo eléctrico é constante.

Consideremos, a título de exemplo, o proprietário de um veículo eléctrico,  $m$ , e a sua estadia num local de permanência  $j$ . Seja  $T_j^m$  e  $T^m$  o tempo que  $m$  permanece com o seu veículo estacionado no local  $j$  e o tempo total que permanece estacionado ao longo de um dia, respectivamente. Dado os pressuposto i) e ii), concluímos que a

probabilidade de  $m$  proceder ao carregamento do seu veículo no local  $j$  é dado por:

$$P_j^m = \Omega \cdot \frac{T_j^m}{T^m}, \quad (2.1)$$

onde  $\Omega$  representa o número médio de carregamentos diários.

Caso  $m$  proceda ao carregamento do seu veículo em  $j$ , é expectável que este carregue durante o período de permanência no local  $j$ , ou seja,  $T_j^m$ . Deste modo, o tempo que  $m$  espera ter o seu veículo a carregar no local  $j$ , que designamos por  $E_j^m$ , é determinado pela probabilidade de carregar em  $j$  associada ao tempo de permanência neste local:

$$\Omega \cdot E_j^m = \Omega \cdot P_j^m \cdot T_j^m. \quad (2.2)$$

A procura local para  $j$ , isto é, o tempo total que todos os indivíduos esperam ter o seu veículo a carregar em  $j$ , resulta da soma das contribuições de cada indivíduo para a localização considerada. Concluimos que a procura local para  $j$  é da forma:

$$D_j = \sum_m E_j^m. \quad (2.3)$$

Obtemos assim um método para estimar a procura a nível local, baseada na contribuição de cada indivíduo a nível de tempo esperado, sendo este independente para cada local. A procura é medida em *carros · hora* ou *carros · minuto*, consoante a unidade de tempo utilizada para medir as estadias de cada indivíduo.

### 2.1.2. Exemplo 1: Aplicação da Procura Local

Apliquemos o método desenvolvido para estimar a procura local dado um lugar de permanência. Suponha-se o local de permanência 1, onde se conjectura a existência de 5 proprietários que apresentam os períodos de permanência em 1 considerados na Tabela 2.1 e um carregamento diário médio ( $\Omega = 1$ ).

Proprietário ( $m$ )	A	B	C	D	E
$T_1^m(\text{min.})$	845.00	300.00	85.00	245.00	725.00
$T^m(\text{min.})$	1410.00	1355.00	1390.00	1370.00	1300.00

Tabela 2.1: Tempo de permanência em 1 e tempo total de permanência ao longo de um dia para os 5 proprietários.

Analisemos a probabilidade de carregamento associada ao proprietário  $A$ , assim como o tempo que espera ter o seu veículo a carregar no local 1. Temos que a probabilidade de  $A$  proceder ao carregamento do seu veículo em 1 apresenta o valor:

$P_1^A = \frac{845.00}{1410.00}$ . Associando a probabilidade de  $A$  carregar em 1 com o seu tempo de permanência neste local, concluímos que a procura de  $A$  para o local de permanência 1 é de  $E_1^A = P_1^A \cdot T_1^A = 506.40$ . Ou seja, a contribuição do indivíduo  $A$  para a estimação da procura no local de permanência 1 apresenta o valor de 506.40 *carros · minuto*.

Fazendo este processo para todos os indivíduos considerados, temos que a sua probabilidade e o tempo esperado de carregamento apresentam os valores indicados na Tabela 2.2.

Proprietário $m$	A	B	C	D	E
$P_1^m$	0.599	0.22	0.06	0.18	0.56
$E_1^m(\text{carros} \cdot \text{minuto})$	506.40	66.42	5.12	43.81	404.33

Tabela 2.2: Probabilidade de carregamento e tempo esperado de carregamento de cada indivíduo para o local de permanência 1.

A procura local associada a 1 resulta da soma do tempo de carregamento esperado para todos os indivíduos, isto é:  $D_1 = \sum_{m \in \{A, B, C, D, E\}} E_1^m = 1026.16 \text{ carros} \cdot \text{minuto}$ .

### 2.1.3. Modelo Básico

O modelo básico pretende determinar a rede de postos de carregamento que maximiza a procura local satisfeita, dado um orçamento fixo  $T$ .

Seja  $M$  o número de locais de permanência onde a procura local será estimada ( $D_j, j = 1, \dots, M$ ) e  $N$  o número de potenciais localizações para postos de carregamento. Em cada um dos  $N$  locais, é definida a capacidade ( $C_k$ ) e o custo de construção ( $B_k$ ), inerentes ao posto de carregamento com localização potencial  $k$ . A capacidade para cada posto é dada em *carros · hora*, uma vez que é esta a unidade considerada para a procura.

Definimos  $\Gamma_{jk}$  como a penalização de distância, para o local de permanência  $j$  e a localização potencial  $k$ . Esta deverá tomar o valor um quando os dois locais forem relativamente próximos, decrescendo, até atingir o valor zero quando a distância obtida for superior à distância máxima aceitável (Figura 2.1). Deste modo, um local de permanência poderá ser abrangido por um posto de carregamento quando a sua distância for inferior à distância máxima aceitável.

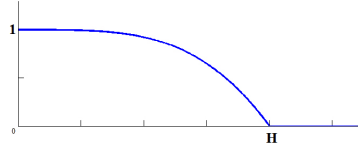


Figura 2.1: Exemplo da função de penalização de distância  $\Gamma$ , onde  $H$  representa o valor de distância máxima aceitável.

Ponderemos as variáveis de decisão  $z_{jk}$  e  $x_k$ , que representam, respectivamente, a proporção de procura satisfeita em  $j$  pelo posto de carregamento localizado em  $k$ , e a construção (ou não) do posto de carregamento com localização potencial  $k$ . Dadas estas variáveis de decisão e as variáveis de dados já definidas, é possível propor o seguinte modelo de optimização linear inteira mista (ver Frade, Ribeiro, Gonçalves e Antunes (2011)):

**Modelo Básico:**

$$\max \sum_{j=1}^M D_j \sum_{k=1}^N z_{jk} \cdot \Gamma_{jk} \quad (2.4)$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_{j=1}^M D_j z_{jk} \leq C_k, \quad k = 1, \dots, N, \quad (2.5)$$

$$\sum_{k=1}^N z_{jk} \leq 1, \quad j = 1, \dots, M, \quad (2.6)$$

$$z_{jk} \leq x_k, \quad j = 1, \dots, M, k = 1, \dots, N, \quad (2.7)$$

$$\sum_{k=1}^N B_k x_k < T, \quad (2.8)$$

$$z_{jk} \in [0, 1], \quad j = 1, \dots, M, k = 1, \dots, N, \quad (2.9)$$

$$x_k \in \{0, 1\}, \quad k = 1, \dots, N. \quad (2.10)$$

A função objectivo (2.4) deste modelo maximiza a procura satisfeita, considerando uma penalização associada à distância entre cada dois locais, por forma a promover a proximidade entre os postos seleccionados e a procura que satisfazem.

A capacidade de um posto de carregamento não pode ser ultrapassada pelo valor de procura que satisfaz (2.5). A procura satisfeita num local de permanência não pode exceder o valor 1 (100%) (2.6), caso contrário poderia ser satisfeita mais procura que a estimada. Só os postos de carregamento pertencentes à solução obtida poderão satisfazer valores de procura (2.7) e o custo associado à construção da rede de postos de carregamento não pode ser superior ao orçamento disponibilizado  $T$  (2.8).

As restrições (2.9) e (2.10) representam o domínio das variáveis de decisão.

2.1.4. Exemplo: *Cidade Ilustrativa* (parte I)

Com o objectivo de aplicar o modelo básico proposto, tenhamos em conta o seguinte exemplo, que denominaremos por *Cidade Ilustrativa*.

Suponhamos que na *Cidade Ilustrativa* todos os automobilistas conduzem veículos eléctricos e que o carregamento destes ocorrerá em postos de carregamento públicos.

Dada a existência de 7 locais de permanência ( $M = 7$ ), onde a procura local foi calculada segundo o método anteriormente proposto, resultando numa procura local total ao longo de um dia de  $105.76 \text{ carros} \cdot \text{hora}$  ( $\sum_{j=1}^7 D_j$ ). E sejam 4 as localizações potenciais para postos de carregamento ( $N = 4$ ). A disposição destas localizações encontra-se esquematizada de forma regular na Figura 2.2.

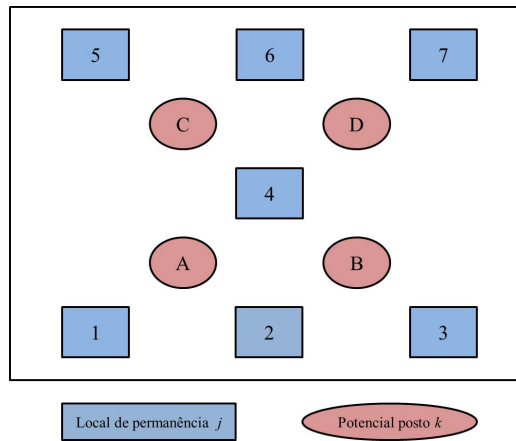


Figura 2.2: Representação das localizações regulares da *Cidade Ilustrativa*.

A distância entre quaisquer dois locais será medida em tempo médio percorrido a pé e consideremos que a distância entre o local 1 e o local A é de 1.4 minutos. A distância máxima aceitável será de 2 minutos, isto é, um utilizador está disposto a percorrer, no máximo, 2 minutos a pé desde o local onde deixa o seu veículo a carregar até ao local onde se pretende dirigir.

Seja  $p_k$  a capacidade instantânea associada ao posto potencialmente localizado em  $k$ , isto é, o número máximo de veículos que poderão estar a carregar simultaneamente neste posto, então a capacidade de um posto é dada por  $C_k = p_k \times 24 \text{ carros} \cdot \text{hora}$ ,  $k = A, B, C, D$ , uma vez que a procura foi determinada nesta unidade para um dia. O custo associado à construção de cada posto de carregamento será de uma unidade monetária e a função de penalização é da forma determinada na Figura 2.1, com  $H = 2$ .

Definimos por índice de cobertura o valor referente a:  $\frac{\text{função objectivo}}{\text{procura local total}}$ , uma normalização da função objectivo.

Fazendo variar  $p_k, \forall k$ , no conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  e  $T$  no conjunto  $\{1, 2, 3, 4\}$ , obtemos os valores do índice de cobertura apresentados no gráfico da Figura 2.3 e a rede óptima de postos de carregamento presente na Tabela 2.3, para cada caso.

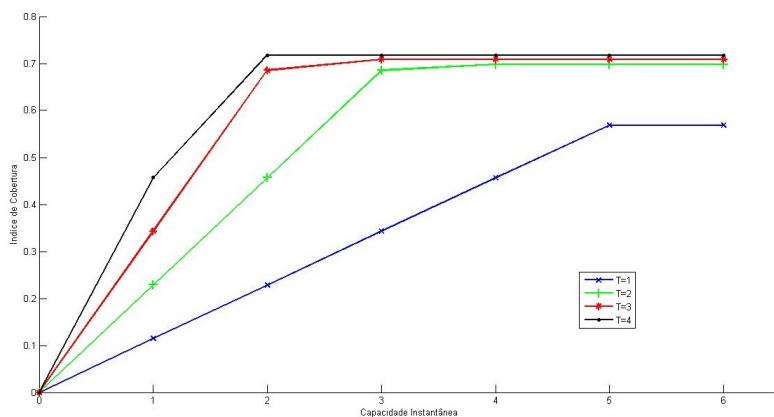


Figura 2.3: Índice de cobertura do modelo básico para a *Cidade Ilustrativa*, fazendo variar o orçamento e a capacidade instantânea de cada posto.

$T / p_k$	1	2	3	4	5	6
1	A	A	A	C	C	C
2	A; B	A;C	A;C	A;C	A;C	A;C
3	A;B;D	A;C;D	A;C;D	A;C;D	A;C;D	A;C;D
4	A;B;C;D	A;B;C;D	A;B;C;D	A;B;C;D	A;B;C;D	A;B;C;D

Tabela 2.3: Localização dos postos de carregamento obtidos pelo modelo básico para a *Cidade Ilustrativa*.

Dada a influência da função de penalização de distância, tem-se que o índice de cobertura nunca tomará o valor 1, sendo o seu máximo de aproximadamente 0.72, ainda que toda a procura estimada seja satisfeita por algum posto de carregamento, como é o caso de  $T = 4, p_k \geq 2$ . Para  $T \leq 3$ , independentemente da capacidade de cada posto, nunca cobriremos toda a procura, uma vez que a distância máxima aceitável limita a abrangência da rede.

## 2.2. Procura Transferível e Modelo Transferível

Com a possibilidade de um veículo eléctrico apresentar diversas estadias ao longo de um dia, é aceitável considerar que a existência de um posto de carregamento num dos locais onde permanece estacionado, irá influenciar a sua contribuição para a

procura dos restantes locais de permanência.

Para que esta relação entre os locais de permanência seja considerada, iremos propor um método que permita estimar a “procura transferível”. Entendemos por procura transferível o valor máximo de procura possível de incrementar num local de permanência, obtida através da sua relação com outro local de permanência onde se estima o valor máximo de procura subtraível. Consideremos que existe uma relação entre dois locais quando um indivíduo efectua um percurso entre os dois.

A procura transferível tem ainda como objectivo satisfazer valores de procura que não seriam satisfeitos considerando no modelo de localização apenas procura local, que é determinada com independência das localizações. Por este motivo é necessário proceder à adaptação do modelo básico, originando o modelo de localização denominado “ modelo transferível”.

### 2.2.1. Motivação

Consideremos a situação representada na Figura 2.4, onde existem 3 locais que são, simultaneamente, locais de permanência e de localização potencial para postos de carregamento ( $M = N = 3$ ). Suponhamos que a distância entre quaisquer dois locais é superior à distância máxima aceitável. Dado este facto, é de constatar que um local de permanência so apresentará procura satisfeita se for considerada a construção do posto com a mesma localização.

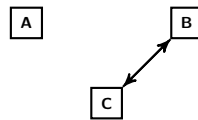


Figura 2.4: Localizações  $A$ ,  $B$  e  $C$ .

Conjecturemos a possibilidade de construir apenas 2 dos 3 postos possíveis.

Suponhamos que  $B$  e  $C$  são locais que apresentam uma procura superior à procura de  $A$ . A aplicação do modelo básico irá escolher a construção dos postos localizados onde se verifica uma maior procura,  $B$  e  $C$ , não sendo possibilitada satisfação da procura de  $A$ .

Suponhamos agora a informação adicional de que todos os veículos que permanecem em  $B$  permanecem também em  $C$ . É então questionável se a construção de um posto em  $A$ , com o detrimento de proceder à construção de um dos postos localizados em  $B$  ou  $C$ , não irá melhorar a qualidade da solução obtida, uma vez que desta forma seria possibilitado o acesso de todos os veículos a um posto de carregamento.

Na secção que se segue iremos modelar este fenómeno, propondo um modelo de localização que o contemple e os métodos de estimação referentes à procura necessários.

### 2.2.2. Procura Transferível

A procura transferível é determinada pela estimação de duas procuras: a procura adicionável e a procura subtraível. A primeira refere-se ao valor máximo possível de incrementar no local que recebe a transferência (será este o valor da procura satisfeita após a transferência), enquanto a segunda representa o valor máximo possível de subtrair ao local que transfere a procura.

Para determinar o método de estimação da procura transferível, analisemos novamente o proprietário  $m$ , que no seu percurso diário apresenta uma viagem entre os locais de permanência  $i$  e  $j$ . Seja  $T_i^m$  e  $T_j^m$  os tempos de permanência para as estadias de  $m$  em  $i$  e em  $j$ , respectivamente. Como anteriormente,  $P_i^m$  e  $P_j^m$  representam a probabilidade de  $m$  efectuar o carregamento do seu veículo eléctrico em  $i$  e em  $j$ , respectivamente.

A transferência de procura de um local  $i$  para um local  $j$ , resulta da transferência de uma parte da probabilidade de carregamento de  $i$  para  $j$ , incrementando esse valor de probabilidade à probabilidade de carregamento em  $j$ . Tendo por base o método para a estimação da procura local, concluímos que o incremento de procura em  $j$  dada a sua relação com  $i$  de  $m$ , tem o valor máximo de:

$$\Omega \cdot U_{ij}^m = \Omega \cdot P_i^m \cdot T_j^m, \quad (2.11)$$

como anteriormente,  $\Omega$  representa o número médio de carregamentos efectuados por um veículo eléctrico.

Isto é, a probabilidade de  $m$  carregar o seu veículo em  $j$ , após a transferência de probabilidade, resulta da soma da probabilidade associada a  $j$  e a proporção de probabilidade transferida para  $j$  originada de  $i$ .

Para estimar a procura adicionável em  $j$  com origem em  $i$ , basta obter o valor da soma das procuras incrementáveis,  $U_{ij}^m$ , para qualquer indivíduo  $m$  que viaje entre  $i$  e  $j$  ( $m : i \leftrightarrow j$ ), ou seja:

$$V_{ij} = \sum_{m:i \leftrightarrow j} U_{ij}^m. \quad (2.12)$$

É necessário, agora, considerar o valor máximo de procura subtraível de  $i$  para  $j$ , isto é, a quantidade máxima de procura que é possível de transferir para  $j$  obtida de



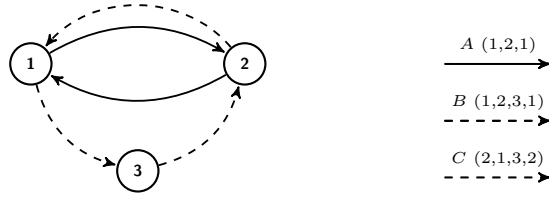


Figura 2.5: Localizações consideradas no Exemplo 2 e os percursos diários efectuados por cada proprietário.

$i$ , através da subtracção de procura do local  $i$ . Consideremos o indivíduo  $m$ , temos que a sua contribuição de procura para o local  $i$  corresponde ao tempo que espera ter o seu veículo a carregar em  $i$ , isto é,  $E_i^m$ . Ora, se  $m$  transferir uma parte da sua procura de  $i$  para  $j$ , supondo a existência de uma viagem entre estes dois locais, a proporção de procura correspondente à probabilidade de carregar em  $i$  passará para  $j$ , pelo que deverá ser retirada da contribuição de  $m$  para o local  $i$ .

Efectuando este raciocínio para todos os indivíduos que apresentem uma viagem entre  $i$  e  $j$  ( $m : i \leftrightarrow j$ ), concluímos que o valor máximo possível de subtrair de  $i$  para  $j$  resulta da soma de  $E_i^m$  para  $m : i \leftrightarrow j$ , ou seja:

$$W_{ij} = \sum_{m:i \leftrightarrow j} E_i^m. \tag{2.13}$$

Se todos os indivíduos que efectuam o trajecto entre  $i$  e  $j$  carregam o seu veículo em  $j$ , em detrimento de carregar em  $i$ , a proporção de procura possível de satisfazer aumenta em  $j$  por  $V_{ij}$  e diminui em  $i$  por  $W_{ij}$ .

Note-se que a quantidade de procura subtraível de um local não é, necessariamente, a mesma que resulta da transferência da probabilidade correspondente para o local de destino.

### 2.2.3. Exemplo 2: Aplicação da Procura Transferível

Suponhamos a existência de 3 localizações (1, 2, 3) e de 3 proprietários ( $A, B, C$ ), que efectuam os seus percursos diários entre estas 3 localizações na forma esquematizada na Figura 2.5, permanecendo um período de tempo apresentado na Tabela 2.4. Ainda na Tabela 2.4 são expostos os tempos esperados de carregamento associados a cada proprietário e a procura local associada a cada localização, para  $\Omega = 1$  (ver 2.1.1. Procura Local).

Proprietário( $m$ )	$T_1^m$ (min)	$T_2^m$ (min)	$T_3^m$ (min)	$T^m$ (min)	$E_1^m$	$E_2^m$	$E_3^m$
$A$	600	800	0	1400	257.14	457.14	0
$B$	400	950	60	1410	113.48	640.07	2.55
$C$	120	500	700	1320	10.91	189.39	371.21
				$D_j$	381.53	1286.60	373.76

Tabela 2.4: Tempos de permanência e tempos esperados de carregamento associados a cada proprietário e a procura local para cada localização do Exemplo 2.

A procura local total,  $\sum_{j=1}^3 D_j$ , toma o valor de 2041.89 *carros · minuto*.

A título de exemplo, analisemos o incremento de procura de  $B$  no local 2, obtido através da sua relação com 1 ( $1 \leftrightarrow 2$ ):  $U_{21}^B = P_2^B \cdot T_1^B = \frac{950}{1410} \cdot 400 = 269.5$ . Anlisemos agora o proprietário  $A$  e o seu valor de  $U_{12}^A$ , temos que 1 está relacionado com 2 duas vezes (uma vez que se dirige de 1 para 2 e ainda de 2 para 1), deste modo  $U_{12}^A = 2 \times P_1^A \cdot T_2^A = 2 \times 342.86 = 685.72$ . De igual forma, temos a determinação dos incrementos obtidos para  $j$  dada a sua relação com  $i$ , para cada proprietário  $m$ ,  $U_{ij}^m$  (matrizes  $U^A$ ,  $U^B$  e  $U^C$ ).

$$U^A = \begin{bmatrix} 0 & 685.72 & 0 \\ 685.72 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad U^B = \begin{bmatrix} 0 & 269.5 & 17.02 \\ 269.5 & 0 & 40.43 \\ 17.02 & 40.43 & 0 \end{bmatrix}, \quad U^C = \begin{bmatrix} 0 & 45.45 & 63.63 \\ 45.45 & 0 & 265.15 \\ 63.63 & 265.15 & 0 \end{bmatrix}.$$

Consideremos agora a procura adicionável total em  $j$  dado  $i$ ,  $V_{ij}$ . Este valor resulta da soma dos incrementos de procura para todos os indivíduos que apresentem uma relação entre  $i$  e  $j$  ( $m : i \leftrightarrow j$ ), esquematizadas na matriz  $V$ .

No caso da procura subtraível total, ter-se-á um raciocínio análogo ao analisado no incremento de procura. Temos que, por exemplo,  $W_{12} = 2 \times E_1^A + E_1^B + E_1^C$ , uma vez que o proprietário  $A$  apresenta a relação entre 1 e 2 duas vezes. A matriz  $W$  representa a procura subtraível total para cada  $i \leftrightarrow j$ .

$$V = \begin{bmatrix} 0 & 1000.70 & 80.65 \\ 1000.70 & 0 & 305.58 \\ 80.65 & 305.58 & 0 \end{bmatrix}, \quad W = \begin{bmatrix} 0 & 2 \times E_1^A + E_1^B + E_1^C & E_1^B + E_1^C \\ 2 \times E_2^A + E_2^B + E_2^C & 0 & E_2^B + E_2^C \\ E_3^B + E_3^C & E_3^B + E_3^C & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 638.67 & 124.38 \\ 1743.75 & 0 & 829.46 \\ 373.76 & 373.76 & 0 \end{bmatrix}.$$

### 2.2.4. Modelo Transferível

Tendo em conta as notações apresentadas no modelo básico e a introdução da procura transferível, adaptou-se o modelo básico para que seja considerada a possibilidade de transferir procura dadas quaisquer duas localizações.

Seja  $y_{ijk}$  a proporção de procura transferível que é efectivamente transferida de  $i$  para  $j$  e satisfeita pelo posto de carregamento localizado em  $k$ . Obtemos assim o

seguinte modelo de localização para postos de carregamento.

**Modelo Transferível:**

$$\max \sum_{j=1}^M D_j \sum_{k=1}^N z_{jk} \cdot \Gamma_{jk} + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M V_{ij} \sum_{k=1}^N y_{ijk} \cdot \Gamma_{jk} \quad (2.14)$$

$$s.a \quad \sum_{j=1}^M D_j z_{jk} + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M V_{ij} y_{ijk} \leq C_k \quad , k = 1, \dots, N, \quad (2.15)$$

$$\sum_{k=1}^N D_i z_{ik} + \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^N W_{ij} y_{ijk} \leq D_i \quad , i = 1, \dots, M, \quad (2.16)$$

$$\sum_{k=1}^N y_{ijk} \leq 1 \quad , i, j = 1, \dots, M, \quad (2.17)$$

$$z_{jk} \leq x_k, \quad j = 1, \dots, M, \quad k = 1, \dots, N, \quad (2.18)$$

$$y_{ijk} \leq x_k, \quad i, j = 1, \dots, M \quad k = 1, \dots, N, \quad (2.19)$$

$$\sum_{k=1}^N B_k x_k \leq T, \quad (2.20)$$

$$z_{jk} \in [0, 1], \quad j = 1, \dots, M, \quad k = 1, \dots, N, \quad (2.21)$$

$$y_{ijk} \in [0, 1], \quad i, j = 1, \dots, M, \quad k = 1, \dots, N, \quad (2.22)$$

$$x_k \in \{0, 1\}, \quad k = 1, \dots, N. \quad (2.23)$$

A alteração da função objectivo (2.4) para (2.14) resulta da consideração da possibilidade de transferir procura. Este facto também é tido em conta na restrição referente à capacidade dos postos de carregamento (2.15).

Na restrição referente à procura (2.6) é considerado que a procura satisfeita localmente juntamente com a procura que é transferida não pode ultrapassar o valor original da procura local (2.16). É necessário ainda garantir que não é transferida mais procura que a existente (2.17). Como no modelo básico, tem-se que a procura só pode ser satisfeita por postos de carregamento construídos ((2.18) e (2.19)) e o orçamento não pode ser excedido (2.20). As restrições (2.21) a (2.23) representam o domínio das variáveis de decisão.

Note-se que qualquer solução admissível do modelo básico é uma solução admissível do modelo transferível, bastando para isso considerar  $y_{ijk} = 0, \forall i, j, k$ , obtendo o mesmo valor da função objectivo. Assim, o valor óptimo obtido do modelo transferível será sempre maior ou igual ao valor óptimo obtido do modelo básico.

### 2.2.5. Exemplo: *Cidade Ilustrativa* (parte II)

Consideremos a aplicação do modelo transferível à *Cidade Ilustrativa*, onde os dados foram estimados através dos métodos de estimação de procura propostos nas secções 2.1.1 e 2.2.2.

Aplicando o modelo transferível, fazendo variar, como anteriormente,  $p_k$  em  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  e  $T$  em  $\{1, 2, 3, 4\}$ , obtemos os índices de cobertura representados graficamente na Figura 2.6 e as redes de postos de carregamento óptimas determinadas na Tabela 2.5.

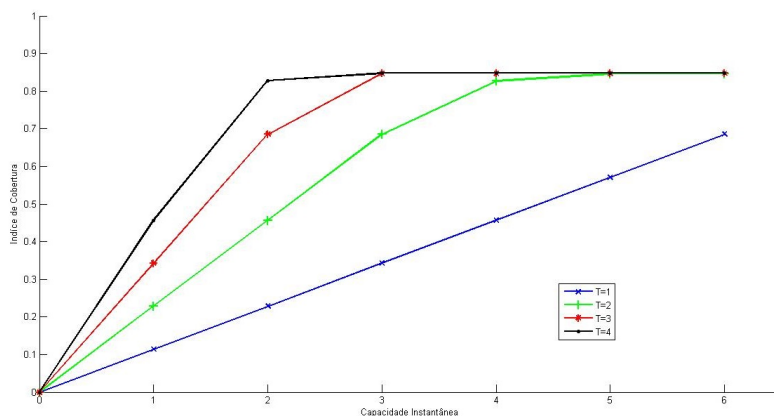


Figura 2.6: Índices de cobertura do modelo transferível para a *Cidade Ilustrativa*, fazendo variar o orçamento e a capacidade instantânea de cada posto.

$T / p_k$	1	2	3	4	5	6
1	D	A	A	C	C	C
2	B;D	A;B	B;C	B;C	B;C	B;C
3	A;B;D	A;B;D	B;C;D	B;C;D	B;C;D	B;C;D
4	A;B;C;D	A;B;C;D	A;B;C;D	A;B;C;D	A;B;C;D	A;B;C;D

Tabela 2.5: Localização dos postos de carregamento obtidos pelo modelo transferível para a *Cidade Ilustrativa*.

Ilustrando a relação existente entre os modelos básico e transferível, verifica-se que o índice de cobertura máximo de uma solução admissível sobe de 0.72 (modelo básico) para 0.83 (modelo transferível).

Neste caso, verificamos novamente que o índice de cobertura nunca atinge o valor 1, no entanto este facto não é generalizável ao modelo transferível. De facto, como a procura adicional pode ser maior que a subtraída, será possível em alguns casos satisfazer mais procura que a procura local total original, este fenómeno pode ser observado na *secção 3.2*.

### 2.3. Procura para Intervalos de Tempo e Modelo Refinado

É do senso-comum que a procura de carregamento associada a um local de permanência varia ao longo de um dia, sendo esperado que zonas industriais e de co-

mércio apresentem uma maior densidade populacional durante o período laboral, ao passo que zonas residenciais apresentam uma maior densidade populacional durante os períodos de descanso (Figura 2.7). Esta variação da densidade populacional irá afectar a procura estimada, não sendo tida em conta nos modelos de localização anteriormente desenvolvidos. De facto, se toda a procura ocorrer num curto espaço de tempo, a capacidade instantânea poderá ser insuficiente para responder às necessidades, esta questão não é ponderada pelos modelos de localização anteriores, que assumem implicitamente uma distribuição uniforme da procura. Com o objectivo de diminuir esta influência das horas de ponta na solução obtida desenvolvemos uma adaptação do modelo transferível para que seja possibilitada a divisão de um dia em intervalos de tempo disjuntos.

Esta adaptação do modelo de localização exige ainda uma adaptação dos métodos desenvolvidos para a estimação da procura, tanto local como transferível.

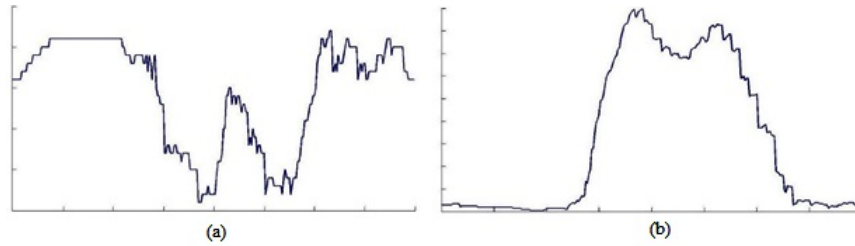


Figura 2.7: Número de veículos estacionados por cada hora diária numa zona residencial (a) e numa zona industrial/comercial (b)) (dados obtidos através de *Sistema de Mobilidade da Região do Mondego (2009)*).

### 2.3.1. Procura para um Intervalo de Tempo

Pretendemos agora adaptar os métodos de procura desenvolvidos para que considerem a divisão de um dia em intervalos de tempo.

Atentemos novamente o indivíduo  $m$  e a sua estadia em  $j$  com duração  $T_j^m$ . Dividindo o dia num conjunto  $I$  de intervalos de tempo, designamos por  $T_j^{m,\alpha}$  o tempo que  $m$  permanece em  $j$  durante o intervalo de tempo  $\alpha \in I$ . Em particular, note-se que  $T_j^m = \sum_{\alpha \in I} T_j^{m,\alpha}$ .

Utilizando o raciocínio proposto para a estimação da procura local (*secção 2.1.1*), obtemos o tempo de carregamento esperado de  $m$  na sua estadia em  $j$ , no intervalo de tempo  $\alpha$ :

$$\Omega \cdot E_j^{m,\alpha} = \Omega \cdot P_j^m \cdot T_j^{m,\alpha}. \quad (2.24)$$

Como na *secção 2.1.1*, temos que a procura local para o intervalo de tempo  $\alpha$  resulta da soma do tempo de carregamento esperado para o total dos indivíduos no intervalo de tempo considerado, isto é:

$$D_j^\alpha = \sum_m E_j^{m,\alpha}. \quad (2.25)$$

A soma de  $D_j^\alpha$  sobre todos os intervalos de tempo é  $D_j$ , pelo que  $D_j^\alpha, \forall \alpha \in I$ , representam apenas um refinamento temporal da procura local anteriormente proposta.

Adaptemos agora a forma proposta para a procura transferível. O valor máximo de procura adicionável do indivíduo  $m$  em  $j$ , para o intervalo de tempo  $\beta$ , obtido através da sua relação com  $i$  dado o intervalo de tempo  $\alpha$ , estimamos por:

$$\Omega \cdot U_{ij}^{m,\alpha\beta} = \Omega \cdot P_i^m \cdot T_j^{m,\beta} \cdot \frac{T_i^{m,\alpha}}{T_i^m}, \quad (2.26)$$

onde  $\frac{T_i^{m,\alpha}}{T_i^m}$  representa a proporção de tempo que  $m$  permanece em  $i$  no intervalo de tempo  $\alpha$ .

Para determinar o valor máximo de procura adicionável total de  $i$  para  $j$ , dados os intervalos de tempo em que ocorrem as estadias, é necessário considerar todos os indivíduos que apresentam uma relação entre  $i$  e  $j$ , nos intervalos de tempo  $\alpha$  e  $\beta$ , respectivamente, ou seja  $m : i^\alpha \leftrightarrow j^\beta$ . Como determinado para  $V_{ij}$ , temos que a procura adicionável total em  $j$  dada a relação com  $i$ , nos respectivos intervalos de tempo  $\alpha, \beta$ , resulta da soma sobre todos os indivíduos  $m : i^\alpha \leftrightarrow j^\beta$ :

$$V_{ij}^{\alpha\beta} = \sum_{m:i^\alpha \leftrightarrow j^\beta} U_{ij}^{m,\alpha\beta}. \quad (2.27)$$

Facilmente se verifica que  $\sum_{\alpha,\beta \in I} V_{ij}^{\alpha\beta} = V_{ij}$ , pelo que, de novo, estamos perante um refinamento do conceito anteriormente introduzido.

Realizemos agora a adaptação da procura subtraível total considerando intervalos de tempo. Relembremos que o indivíduo  $m$  apresenta uma viagem entre  $i$  e  $j$  nos intervalos de tempo  $\alpha, \beta$ , respectivamente. Temos assim que  $E_i^{m,\alpha}$  é o máximo que  $m$  pode transferir para  $j$ . Deste valor, a parte que é transferida para  $j$  no intervalo de tempo  $\beta$  corresponde à proporção do tempo da estadia no local  $j$  que ocorre em  $\beta$ , isto é,  $\frac{T_j^{m,\beta}}{T_j^m}$ . Assim:

$$W_{ij}^{\alpha\beta} = \sum_{m:i^\alpha \leftrightarrow j^\beta} E_i^{m,\alpha} \cdot \frac{T_j^{m,\beta}}{T_j^m}. \quad (2.28)$$

Mais uma vez, estes valores resultam de um refinamento de  $W_{ij}$ .

2.3.2. Exemplo 2: Aplicação da Procura em Intervalos de Tempo

Exploremos novamente o exemplo apresentado em *secção 2.2.3*, completando os seus dados com as horas a que cada proprietário chegou e abandonou os vários locais de permanência (Tabela 2.6).

Proprietário ( $m$ )	Local $j$	Hora de chegada a $j$	Hora de abandono de $j$
A	1	8:30	18:30
	2	18:50	8:10
B	1	9:00	15:40
	3	15:45	16:45
	2	17:00	8:50
C	2	8:10	16:30
	1	17:20	19:20
	3	20:00	7:40

Tabela 2.6: Horas de chegada e de abandono de cada proprietário nos seus locais de permanência.

Consideremos que  $I = \{[8, 20[, [20, 8[$ , e estimemos as procuras local e transferível para cada intervalo de tempo em  $I$ .

*Estimação da procura local para cada intervalo de tempo em  $I$ :*

Concretizemos, de forma exemplificativa, o tempo que o proprietário  $B$  espera ter o seu veículo a carregar dada a sua estadia em 2. Temos que  $B$  permanece um total de 230 minutos em 2 durante o intervalo de tempo  $[8, 20[$  (das 17:00 às 20:00 - 180 minutos - e das 8:00 às 8:50 - 50 minutos) e 720 minutos durante o intervalo de tempo  $[20, 8[$  (20:00 às 8:00). Deste modo, temos que  $E_2^{B,[8,20[} = P_2^B \cdot T_2^{B,[8,20[} = \frac{950}{1410} \cdot 230 = 154.96$  e que  $E_2^{B,[20,8[} = \frac{950}{1410} \cdot 720 = 485.11$ . Note-se que  $E_2^{B,[8,20[} + E_2^{B,[20,8[} = 640.07 = E_2^B$  (ver *secção 2.2.3*). Analogamente, determinamos o tempo que cada proprietário espera ter o seu veículo a carregar, cujos valores se encontram na Tabela 2.7.

Dado o tempo esperado de carregamento para cada proprietário, é possível determinar a procura local para cada intervalo de tempo, obtemos assim os valores de procura local presentes na Tabela 2.7. É de notar que  $D_1^{[8,20[} + D_1^{[20,8[} = D_1$ ,  $D_2^{[8,20[} + D_2^{[20,8[} = D_2$  e  $D_3^{[8,20[} + D_3^{[20,8[} = D_3$ , e ainda que a procura local total apresenta o valor  $2041.89 \text{ carros} \cdot \text{minuto}$ , como em *secção 2.2.3*.

Proprietário ( $m$ )	$E_1^{m,[8,20[}$	$E_2^{m,[8,20[}$	$E_3^{m,[8,20[}$	$E_1^{m,[20,8[}$	$E_2^{m,[20,8[}$	$E_3^{m,[20,8[}$
A	257.14	40	0	0	417.14	0
B	113.48	154.96	2.55	0	485.11	0
C	10.91	189.39	0	0	0	371.21
$D_j^\alpha$	381.53	384.36	2.55	0	902.25	371.21

Tabela 2.7: Tempo esperado de carregamento para cada proprietário e a procura local para  $j = 1, 2, 3$ , dado o intervalo de tempo  $\alpha \in \{[8, 20[; [20, 8[ \}$ .

*Estimação da procura transferível para cada intervalo de tempo em I:*

Consideremos novamente o indivíduo  $B$ , e determinemos o seu valor máximo de procura adicional no local 2, dado o intervalo de tempo  $[8, 20[$ , e a sua relação com 1 no intervalo de tempo  $[8, 20[$ , ou seja  $U_{12}^{B,[8,20[;[8,20[}$ . Deste modo,  $U_{12}^{B,[8,20[;[8,20[} = P_1^B \cdot T_2^{B,[8,20[} \cdot \frac{T_1^{B,[8,20[}}{T_1^B}$ , conclui-se que  $U_{12}^{B,[8,20[;[8,20[} = \frac{400}{1410} \cdot (180 + 50) \cdot \frac{400}{400} = 65.25$ . De forma análoga determinamos os restantes valores de  $U_{ij}^{m,\alpha\beta}$ , para  $m : i^\alpha \leftrightarrow j^\beta$   $i, j = 1, 2, 3$ ,  $m \in \{A, B, C\}$ ,  $\alpha, \beta \in \{[8, 20[; [20, 8[ \}$ :

$$U^{A,[8,20[;[8,20[} = \begin{bmatrix} 0 & 68.57 & 0 \\ 68.57 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad U^{A,[8,20[;[20,8[} = \begin{bmatrix} 0 & 617.14 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad U^{A,[20,8[;[8,20[} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 617.14 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$U^{B,[8,20[;[8,20[} = \begin{bmatrix} 0 & 65.25 & 17.02 \\ 65.25 & 0 & 9.79 \\ 17.02 & 9.79 & 0 \end{bmatrix}, \quad U^{B,[8,20[;[20,8[} = \begin{bmatrix} 0 & 204.26 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 30.64 & 0 \end{bmatrix}, \quad U^{B,[20,8[;[8,20[} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 204.26 & 0 & 30.64 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$U^{C,[8,20[;[8,20[} = \begin{bmatrix} 0 & 45.45 & 0 \\ 45.45 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad U^{C,[8,20[;[20,8[} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 63.63 \\ 0 & 0 & 265.15 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad U^{C,[20,8[;[8,20[} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 63.63 & 265.15 & 0 \end{bmatrix}.$$

Para  $\alpha = \beta = [20, 8[$  e  $m \in \{A, B, C\}$ , temos que  $U^{m,\alpha\beta} = [0]$ .

Determinemos agora o valor máximo total adicional dados os intervalos de tempo. Analisemos, a título de exemplo,  $V_{12}^{[8,20[;[20,8[}$ : temos que todos os indivíduos apresentam uma relação entre 1 e 2, no entanto apenas os proprietários  $A$  e  $B$  apresentam permanência em 1 no intervalo de tempo  $[8, 20[$  e em 2 no intervalo de tempo  $[20, 8[$ . Pelo que:  $V_{12}^{[8,20[;[20,8[} = U_{12}^{A,[8,20[;[20,8[} + U_{12}^{B,[8,20[;[20,8[} = 617.14 + 204.26 = 821.40$ . De forma análoga determinamos os valores das matrizes  $V^{\alpha\beta}$ , para  $\alpha, \beta \in \{[8, 20[, [20, 8[ \}$ . Particularmente  $V^{[20,8[;[20,8[} = [0]$ .

Determinemos agora a procura subtraível para cada intervalo de tempo. Analisemos  $W_{23}^{[8,20[;[8,20[}$ : o indivíduo  $A$  não apresenta um trajecto entre 2 e 3 e o indivíduo  $C$  não apresenta uma relação entre 2 e 3 no intervalo de tempo  $[8, 20[$ , concluímos que  $W_{23}^{[8,20[;[8,20[} = E_2^{B,[8,20[} \cdot \frac{T_3^{B,[8,20[}}{T_3^B} = 154.96 \cdot \frac{60}{60} = 154.96$ . Generalizando este



raciocínio para  $i, j \in \{1, 2, 3\}$  dado os dois intervalos de tempo, obtemos as matrizes  $W^{[8,20[;[8,20[}$ ,  $W^{[8,20[;[20,8[}$  e  $W^{[20,8[;[8,20[}$  que representam a procura subtraível total para o conjunto  $I$ . Particularmente,  $W^{[20,8[;[20,8[} = [0]$ .

$$V^{[8,20[;[8,20[} = \begin{bmatrix} 0 & 179.27 & 17.02 \\ 179.27 & 0 & 9.79 \\ 17.02 & 9.79 & 0 \end{bmatrix}, \quad V^{[8,20[;[20,8[} = \begin{bmatrix} 0 & 821.40 & 63.63 \\ 0 & 0 & 265.15 \\ 0 & 30.64 & 0 \end{bmatrix}, \quad V^{[20,8[;[8,20[} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 821.40 & 0 & 30.64 \\ 63.63 & 265.15 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$W^{[8,20[;[8,20[} = \begin{bmatrix} 0 & 89.81 & 113.48 \\ 435.79 & 0 & 154.96 \\ 2.55 & 0.62 & 0 \end{bmatrix}, \quad W^{[8,20[;[20,8[} = \begin{bmatrix} 0 & 548.86 & 10.90 \\ 0 & 0 & 189.39 \\ 0 & 1.94 & 0 \end{bmatrix}, \quad W^{[20,8[;[8,20[} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1307.9 & 0 & 485.10 \\ 371.21 & 371.21 & 0 \end{bmatrix}.$$

Notemos que  $V^{[8,20[;[8,20[} + V^{[8,20[;[20,8[} + V^{[20,8[;[8,20[} + V^{[20,8[;[20,8[} = V$  e que  $W^{[8,20[;[8,20[} + W^{[8,20[;[20,8[} + W^{[20,8[;[8,20[} + W^{[20,8[;[20,8[} = W$ , matrizes presentes na *secção 2.2.3*.

### 2.3.3. Modelo Refinado

Tendo em conta as notações anteriormente apresentadas para a procura com intervalos de tempo. Seja  $C_k^\alpha$  a capacidade associada ao posto de carregamento localizado em  $k$  no intervalo de tempo  $\alpha \in I$ , note-se que a capacidade é medida em *carros · hora*, pelo que  $C_k^\alpha$  terá o valor da capacidade instantânea do posto localizado em  $k$  a multiplicar pela amplitude do intervalo  $\alpha$  (na unidade temporal utilizada para medir a procura). Dadas ainda as variáveis de decisão:  $z_{jk}^\beta$ , que representa a proporção de procura local, dado o intervalo de tempo  $\beta$ , que é satisfeita pelo posto localizado em  $k$ , e  $y_{ijk}^{\alpha\beta}$  a proporção de procura transferida de  $i$ , no intervalo de tempo  $\alpha$ , para  $j$  que é satisfeita pelo posto de carregamento localizado em  $k$ , no intervalo de tempo  $\beta$ . Estamos em condições de adaptar o modelo transferível para que sejam considerados os intervalos de tempo.

**Modelo Refinado:**

$$max \quad \sum_{\alpha \in I} \left[ \sum_{j=1}^M D_j^\alpha \sum_{k=1}^N z_{jk}^\alpha \cdot \Gamma_{jk} + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \sum_{\beta \in I} V_{ij}^{\beta\alpha} \sum_{k=1}^N y_{ijk}^{\beta\alpha} \cdot \Gamma_{jk} \right] \quad (2.29)$$

$$s.a \quad \sum_{j=1}^M D_j^\beta z_{jk}^\beta + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \sum_{\alpha \in I} V_{ij}^{\alpha\beta} y_{ijk}^{\alpha\beta} \leq C_k^\beta, \quad k = 1, \dots, N, \forall \beta \in I, \quad (2.30)$$

$$\sum_{k=1}^N D_i^\alpha z_{ik}^\alpha + \sum_{j=1}^M \sum_{\beta \in I} W_{ij}^{\alpha\beta} \sum_{k=1}^N y_{ijk}^{\alpha\beta} \leq D_i^\alpha, \quad i = 1, \dots, M, \forall \alpha \in I, \quad (2.31)$$

$$\sum_{\alpha \in I} \sum_{k=1}^N y_{ijk}^{\alpha\beta} \leq 1, \quad i, j = 1, \dots, M, \forall \beta \in I, \quad (2.32)$$

$$\sum_{\beta \in I} \sum_{k=1}^N y_{ijk}^{\alpha\beta} \leq 1, \quad i, j = 1, \dots, M, \forall \alpha \in I, \quad (2.33)$$

$$z_{jk}^\beta \leq x_k, \quad j = 1, \dots, M, \quad k = 1, \dots, N, \forall \beta \in I, \quad (2.34)$$

$$y_{ijk}^{\alpha\beta} \leq x_k, \quad i, j = 1, \dots, M, \quad k = 1, \dots, N, \forall \alpha, \beta \in I, \quad (2.35)$$

$$\sum_{k=1}^N B_k x_k \leq T, \quad (2.36)$$

$$z_{jk}^\beta \in [0, 1], \quad j = 1, \dots, M, \quad k = 1, \dots, N, \forall \beta \in I, \quad (2.37)$$

$$y_{ijk}^{\alpha\beta} \in [0, 1], \quad i, j = 1, \dots, M, \quad k = 1, \dots, N, \forall \alpha, \beta \in I, \quad (2.38)$$

$$x_k \in \{0, 1\}, \quad k = 1, \dots, N. \quad (2.39)$$

A nova função objectivo resulta da soma de (2.14) para cada intervalo de tempo considerado (2.29). Para cada intervalo de tempo, tem-se a restrição referente à capacidade (2.30) e à procura (2.31). As restrições (2.32) e (2.33) pretendem garantir que o total de procura adicionável em  $j$  no intervalo de tempo  $\beta$  originária de  $i$  no intervalo de tempo  $\alpha$  e que o total de procura subtraível de  $i$  no intervalo de tempo  $\alpha$  com destino a  $j$  no intervalo de tempo  $\beta$  não exceda  $V_{ij}^{\alpha\beta}$  e  $W_{ij}^{\alpha\beta}$ , respectivamente. Analogamente aos modelos anteriores, apenas um posto construído pode satisfazer procura ((2.34) e (2.35)), o orçamento não poderá ser excedido (2.36) e as expressões (2.37) a (2.39) determinam o domínio das variáveis de decisão.

Como será ilustrado na *secção 2.3.4*, os modelos básico e refinado não são comparáveis. Já entre os modelos transferível e refinado, embora não exista uma relação simples, o modelo refinado é essencialmente construído impondo condições adicionais ao modelo transferível, pelo que esperamos que a função objectivo tome valores inferiores ao que tomaria neste caso.

2.3.4. Exemplo: *Cidade Ilustrativa* (Parte III)

Aplicamos agora o modelo refinado à *Cidade Ilustrativa* (secções 2.1.4 e 2.2.5). É necessário definir o conjunto dos intervalos de tempo, em horas. Neste caso temos que  $I = \{[2, 8], ]8, 14[, ]14, 20[, ]20, 2]\}$  e estimamos os valores de procura, quer local quer transferível, para cada um dos intervalos de tempo de  $I$ .

A unidade da capacidade de um posto de carregamento é determinada em *carros-hora*, deste modo há que adaptar a capacidade anteriormente considerada,  $C_k$ , para a divisão do dia em intervalos de tempo. Uma vez que a amplitude de cada intervalo em  $I$  é de 6 horas, temos que a capacidade de um posto  $k$  para cada intervalo de tempo  $\alpha \in I$ , é dada por  $C_k^\alpha = 6 \times p_k$ .

Fazendo variar a capacidade instantânea e o orçamento como feito nas secções 2.1.4 e 2.2.5 ( $p_k \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  e  $T \in \{1, 2, 3, 4\}$ ), obtemos os valores do índice de cobertura graficamente representados na Figura 2.8 e a rede de postos de carregamento para cada situação presente na Tabela 2.8.

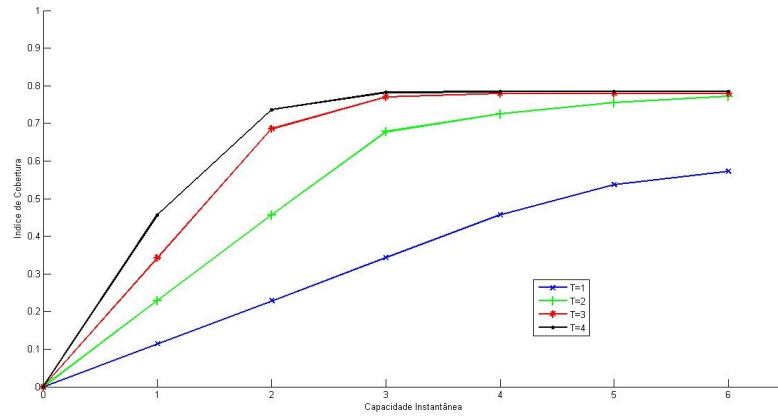


Figura 2.8: Índice de cobertura do modelo refinado para a *Cidade Ilustrativa*, fazendo variar o orçamento e a capacidade de cada posto.

$T / p_k$	1	2	3	4	5	6
1	D	D	D	C	D	C
2	A;D	C;D	A;C	A;C	B;C	B;C
3	A;B;D	A;C;D	A;C;D	B;C;D	B;C;D	B;C;D
4	A;B;C;D	A;B;C;D	A;B;C;D	A;B;C;D	A;B;C;D	A;B;C;D

Tabela 2.8: Localização dos postos de carregamento obtidos pelo modelo refinado para a *Cidade Ilustrativa*.

Como esperado, o valor do índice de cobertura decresce comparativamente ao modelo transferível, uma vez que este sobrestima a capacidade de cada posto, não

considerando a variação da procura ao longo do tempo.

Este exemplo ilustra que os modelos básicos e refinado não são comparáveis, particularmente temos os casos em que  $T = 1, p_k = 5$ , onde o índice de cobertura do modelo básico é superior ao do modelo refinado, e  $T = 4, p_k = 2, 3, 4, 5, 6$  onde se verifica o contrário.

# Capítulo 3

## Aplicação a Coimbra

Segundo os dados obtidos através dos censos realizados em 2011, Coimbra apresenta aproximadamente 140000 habitantes, numa área total de 31941 km<sup>2</sup>. Na aplicação que efectuamos a Coimbra, delimitamos a área total para a área da cidade com maior densidade populacional e uma concentração de actividade mais elevada.

De acordo com o último inquérito à mobilidade efectuado à população conimbricense, existe uma taxa de 530 veículos por cada 1000 residentes enquanto o número de veículos particulares é de cerca de 55000. Ainda neste inquérito, estima-se que 70% das viagens realizadas dentro da cidade de Coimbra são efectuadas em veículos particulares enquanto 17% são efectuadas através da rede de serviço público de transporte rodoviário, o único sistema de transporte colectivo existente. A maioria da população concretiza 2 viagens por dia (65%) cujos motivos, na maioria dos casos, são a ida para o trabalho, a ida para a escola ou a ida ao comércio (Sistema de Mobilidade da Região do Mondego (2011)).

O número de veículos eléctricos que circulam em Coimbra, em conformidade com o resto do país apresenta um valor baixo. Contudo, existe uma rede com um total de 9 postos de carregamento, sendo esta rede um dos resultados do Programa para a Mobilidade Eléctrica, desenvolvido em 2009 pelo Governo Português. Este programa teve como principal objectivo a criação, instalação e manutenção de redes de postos de carregamento, como forma de promover o uso do veículo eléctrico, reduzindo não só a dependência de petróleo e derivados mas também os níveis de poluição existentes. Numa primeira fase, foram desenvolvidas redes de postos de carregamento em 25 municípios (onde Coimbra está incluída).

### 3.1. Inquérito à Mobilidade e Estimativa da Procura em Coimbra

A base utilizada para estimar a procura de carregamento por parte dos habitantes de Coimbra foi um inquérito à mobilidade georreferenciado, desenvolvido entre

Perfil	Número de Permanências	Duração da Permanência			% dos inquiridos
		0 – 2 horas	2 – 8 horas	> 8 horas	
1	1	0	0	1	9.29
2		0	1	0	5.32
3	2	0	0	2	28.70
4		0	1	1	25.82
5		1	0	1	13.78
6	3	1	0	2	2.00
7	4	1	2	1	3.14
Outro					11.95

Tabela 3.1: Perfis de Permanência.

Outubro de 2008 e Março de 2009 (Sistema de Mobilidade da Região do Mondego (2009)). Com uma amostra de 10000 inquiridos, este inquérito permitiu averiguar as viagens efectuadas pelos inquiridos, a sua origem e destino, as horas em que ocorreram e o modo como foram efectuadas.

Utilizando os locais onde os inquiridos apresentam um maior número de estadias, procedemos à delimitação da cidade para uma área de 62.88 km<sup>2</sup> (Figura 3.2). É possível diferenciar os perfis de permanência através do número de estadias (1, 2, 3, 4 e ≥ 5) (Figura 3.1.) presentes na Tabela 3.1. É de referir ainda que a área considerada poderá não englobar todas as estadias efectuadas pelos inquiridos, motivo pelo qual existem perfis com apenas uma estadia.

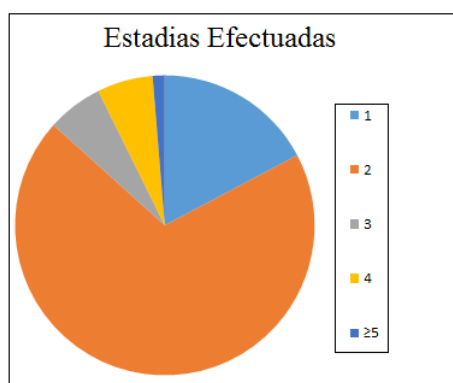


Figura 3.1: Percentagem dos inquiridos que realizam 1, 2, 3, 4 ou mais de 5 estadias.

Por uma questão prática, procedemos à divisão da área numa grelha em que cada quadrícula detém 800 metros de lado (com uma área de 0.64km<sup>2</sup>). Tendo em conta o número de estadias em cada quadrícula, subdividimos em 4 aquelas cujo número de estadias seja superior a 100, e consideramos negligenciáveis aquelas que detenham menos de 10 estadias. Deste modo, obtivemos assim uma grelha com 129

quadrículas, das quais 88 apresentam uma área de  $0.64 \text{ km}^2$  e as restantes uma área de  $0.16 \text{ km}^2$ , esquematizadas na Figura 3.2.

Determinemos o centro de massa de cada quadrícula através das localizações georreferenciadas das estadias dos inquiridos que pertençam àquela área. Estes centros de massa são considerados como os locais de permanência onde são aplicados os métodos de procura (Figura 3.2), deste modo temos que  $M = 129$ .

Uma vez que o inquérito à mobilidade em causa não contempla a diferenciação dos veículos em eléctricos e não eléctricos, e dado que os métodos propostos para estimar a procura consideram que todos os veículos são eléctricos, é necessário considerar um factor de correcção  $\Lambda$ . Factor este que representa a proporção de veículos eléctricos, cujo carregamento ocorre em postos de carregamento públicos, no universo de todos os veículos analisados.

A localização potencial de cada posto de carregamento será dada pelo centróide de cada quadrícula ( $N = 129$ ). É de referir que estas localizações são apenas indicativas, visto que na prática deverão ser obtidas através de estudos sobre a possibilidade física dos locais apresentarem um posto de carregamento (e possivelmente mais próximos dos centros de massa em cada quadrícula) (Figura 3.3).

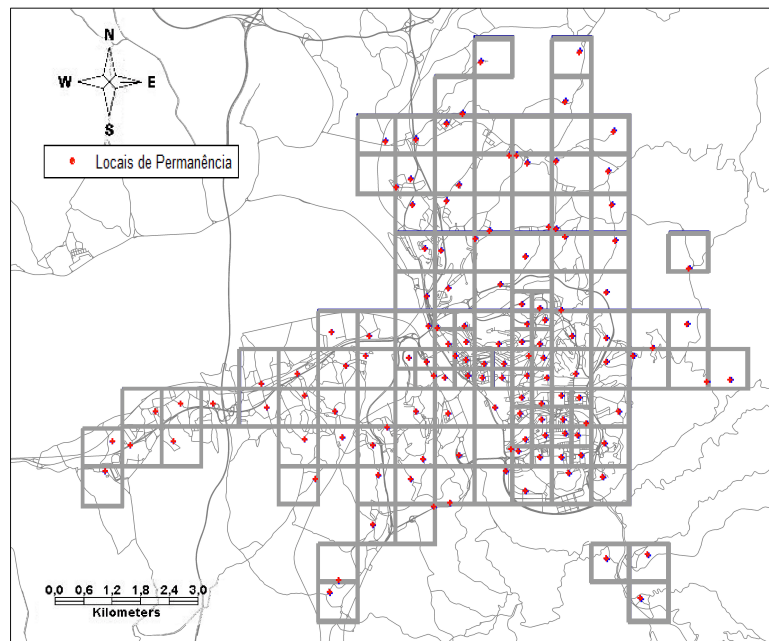


Figura 3.2: Aplicação da grelha na área em estudo, com a representação dos locais de permanência.

Para que sejam aplicados os métodos propostos para estimar a procura através do inquérito à mobilidade, é necessário escolher valores para a relação  $\Omega\Lambda$ , que

representam o número de carregamentos diários efectuados por veículo em postos públicos. Com o objectivo de aplicar os modelos propostos em Coimbra, consideramos que  $\Omega\Lambda$  toma valores de 0.5, 1, 1.5 e 2 por 1000 veículos. A distribuição da procura/procura média está ainda representada na Figura 3.3.

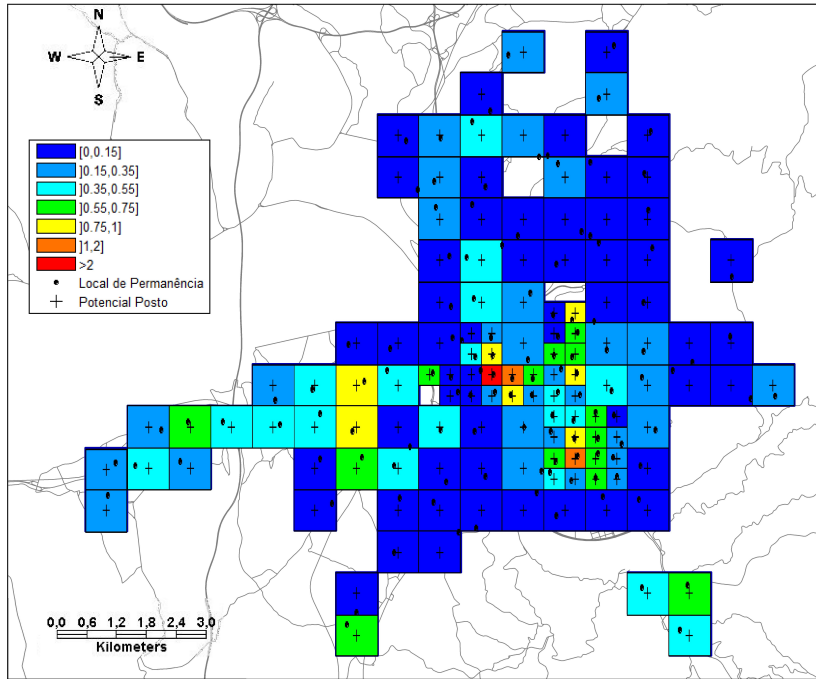


Figura 3.3: Distribuição da procura/procura média para cada quadrícula.

### 3.2. Aplicação dos Modelos de Localização a Coimbra

Para aplicar os modelos de localização desenvolvidos (básico, transferível e refinado), é necessário definir os valores referentes à função de penalização de distância, a capacidade e custo associado a cada posto de carregamento e o orçamento fixo para a construção da rede de postos de carregamento.

Consideremos que a penalização de distância,  $\Gamma_{jk}$ , toma o valor:

$$\Gamma_{jk} = \begin{cases} \frac{-(d_{jk})^4 + 20^4}{20^4 \cdot \exp\left(\left(\frac{d_{jk}}{40}\right)^3\right)} & \text{se } d_{jk} < 20 \text{ min} \\ 0 & \text{se } d_{jk} > 20 \text{ min,} \end{cases} \quad (3.1)$$

onde  $d_{jk}$  representa a distância entre o local de permanência  $j$  e a potencial localização  $k$  para um posto de carregamento, medida em minutos percorridos a pé. Supomos assim que 20 minutos é o tempo máximo que um automobilista está disposto a percorrer a pé desde o local onde estacionou o seu veículo até ao seu destino (Figura 2.1, com  $H = 20$ ), admitindo que, em média, uma pessoa percorre  $4\text{km}/\text{hora}$ .



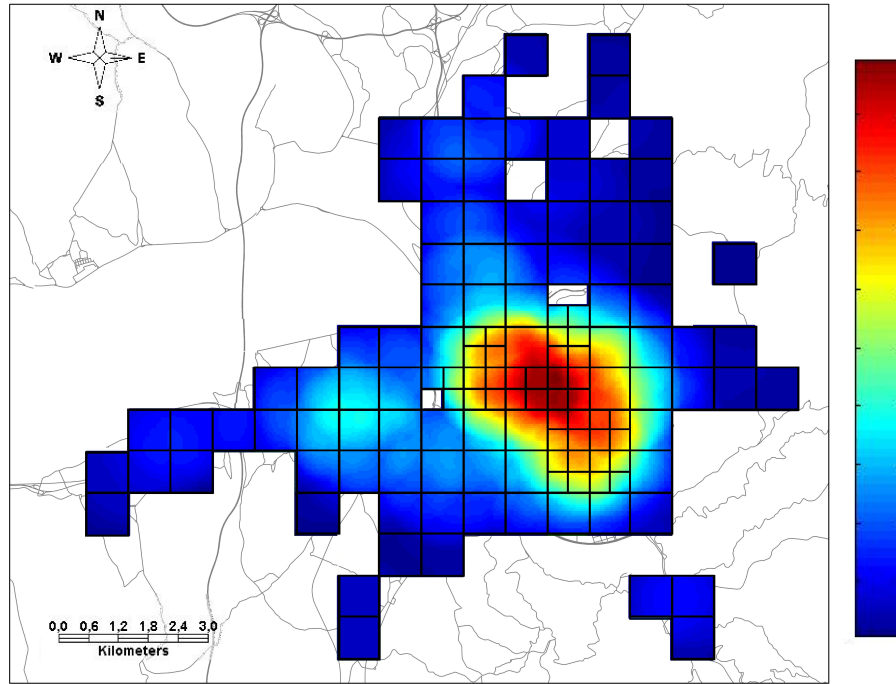


Figura 3.4: Distribuição da abrangência da procura na área em estudo dada a função de penalização de distância com  $H = 20$ .

Aplicando a função  $\Gamma$  a todos os locais de permanência, relativamente a qualquer ponto da área considerada, obtemos a distribuição da abrangência de cada local de permanência presente na Figura 3.4.

No caso dos modelos de localização que não contemplam a possibilidade de intervalos de tempo, modelos básico e transferível, consideremos que o custo associado a cada posto é de uma unidade e o orçamento para a construção da rede será de  $T = 9 + 10 \times t, t = 0, \dots, 12$  unidades. A capacidade instantânea de cada estação será de 4 (possibilitando o carregamento simultâneo de 4 veículos no mesmo posto), pelo que  $C_k = 4 \cdot 24 = 96 \text{ carros} \cdot \text{hora}$ . A capacidade máxima da rede possível de construir é de  $C_k \times T$ . Aplicando os dois modelos de localização considerados, obtemos, para  $\Omega \in \{0.5/1000; 1/1000; 1.5/1000; 2/1000\}$ , os índices de cobertura representados graficamente na Figura 3.5. Na Tabela 3.2 encontram-se os índices de cobertura para o caso particular  $T = 9$ .

No caso do modelo refinado, consideremos a divisão do dia em 4 intervalos de tempo com uma duração de 6 horas:  $I = \{[2, 8], [8, 14], [14, 20], [20, 24]\}$ , consequentemente a capacidade será de  $C_k^\beta = 4 \cdot 6 = 24 \text{ carros} \cdot \text{hora}$ , para  $\beta \in I$  e  $k = 1, \dots, 129$ . O custo associado a cada posto é de uma unidade monetária e o orçamento disponibilizado é de 9 unidades. Os valores do índice de cobertura para

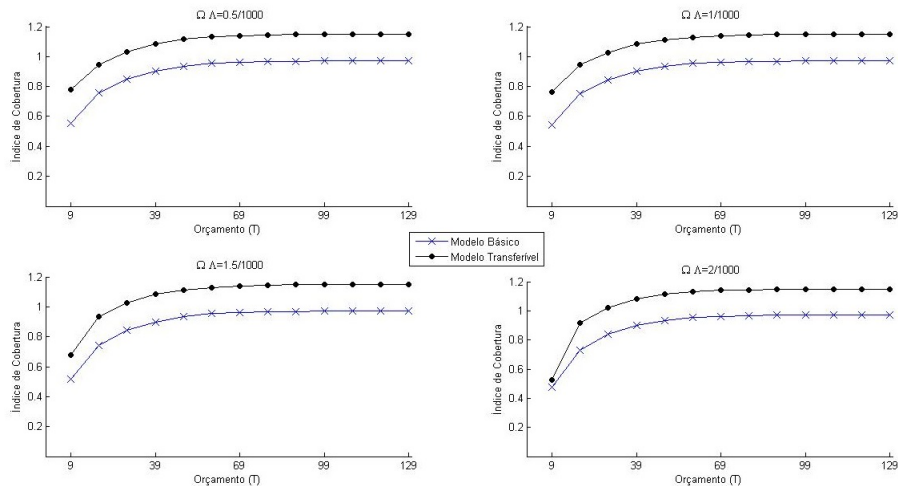


Figura 3.5: Índice de cobertura para  $\Omega\Lambda \in \{0.5/1000; 1/1000; 1.5/1000; 2/1000\}$  aplicando cada modelo de localização (básico e transferível).

cada  $\Omega\Lambda \in \{0.5/1000; 1/1000; 1.5/1000; 2/1000\}$  estão considerados na Tabela 3.2.

$\Omega\Lambda$	0.5/1000	1/1000	1.5/1000	2/1000
M. Básico	0.5567	0.5463	0.5185	0.4766
M. Transferível	0.7798	0.7616	0.6752	0.5272
M. Refinado	0.6499	0.6312	0.5820	0.4944

Tabela 3.2: Índices de cobertura das redes óptimas com  $T = 9$  dos modelos de localização, para  $\Omega\Lambda \in \{0.5/1000, 1/1000, 1.5/1000, 2/1000\}$ .

Verificamos que os índices de cobertura são mais elevados para o modelo transferível que para os modelos básico ou refinado, como esperado. O aumento do valor de  $\Omega\Lambda$  não implica que haja um aumento do índice de cobertura, uma vez que este factor é considerado tanto na função objectivo (pela procura que considera) e na determinação da procura local total (relembremos que índice de cobertura =  $\frac{\text{função objectivo}}{\text{procura local total}}$ ). De facto, depois de esgotada a capacidade da rede o aumento de  $\Omega\Lambda$  diminui sempre o índice de cobertura.

### 3.3. Comparação das Redes Óptimas com a Rede Existente em Coimbra

A rede existente na cidade de Coimbra, que denominaremos por *rede mobie*, apresenta um total de 9 postos de carregamento com uma capacidade instantânea de 4 *carros*, dispostos como representado na Figura 3.6.

Utilizando os valores de procura estimados para as redes óptimas e a função

### 3.3 Comparação das Redes Óptimas com a Rede Existente em Coimbra

$\Omega\lambda$	0.5/1000	1/1000	1.5/1000	2/1000
M. Básico	0.4240	0.4240	0.4240	0.4099
M. Transferível	0.6433	0.6435	0.6108	0.5010
M. Refinado	0.5168	0.5168	0.5018	0.4486

Tabela 3.3: Índices de cobertura da rede mobie para os modelos de localização, com  $\Omega\lambda \in \{0.5/1000, 1/1000, 1.5/1000, 2/1000\}$ .

de penalização de distância representada na Figura 2.1 para  $H = 20$ , considerando  $d_{jk}$  como a distância entre o local de permanência  $j$  e o posto  $k$  da rede mobie, procedemos à aplicação dos modelos de localização para determinar o índice de cobertura para cada valor de  $\Omega\lambda \in \{0.5/1000, 1/1000, 1.5/1000, 2/1000\}$  (Tabela 3.3).

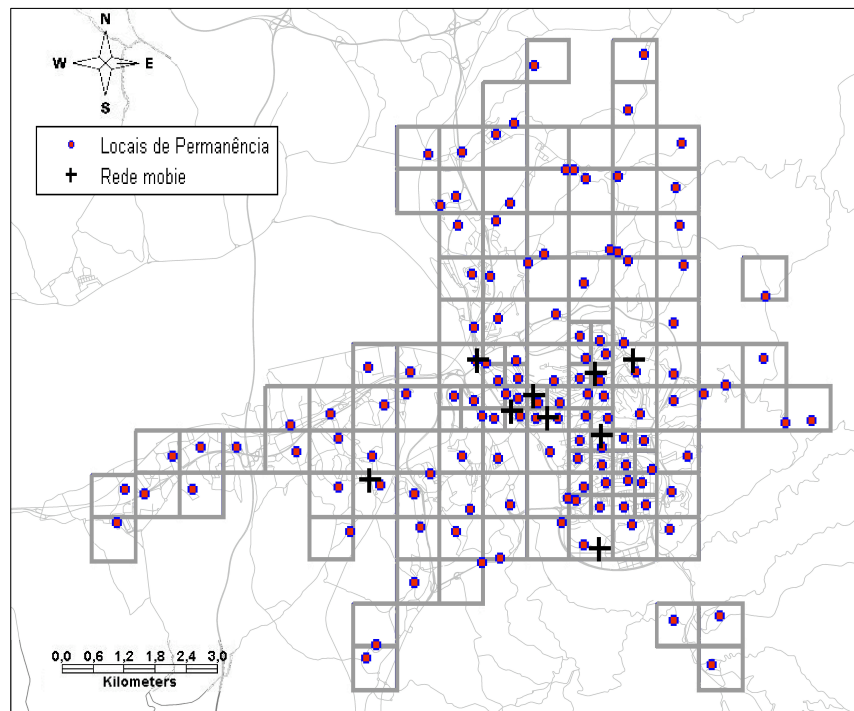


Figura 3.6: Rede mobie.

Com o objectivo de comparar as redes óptimas obtidas pelos modelos de localização e a rede mobie, consideremos as redes óptimas representadas nas Figuras 3.7 e 3.8 para  $\Omega\lambda \in \{1/1000, 1.5/1000\}$ .

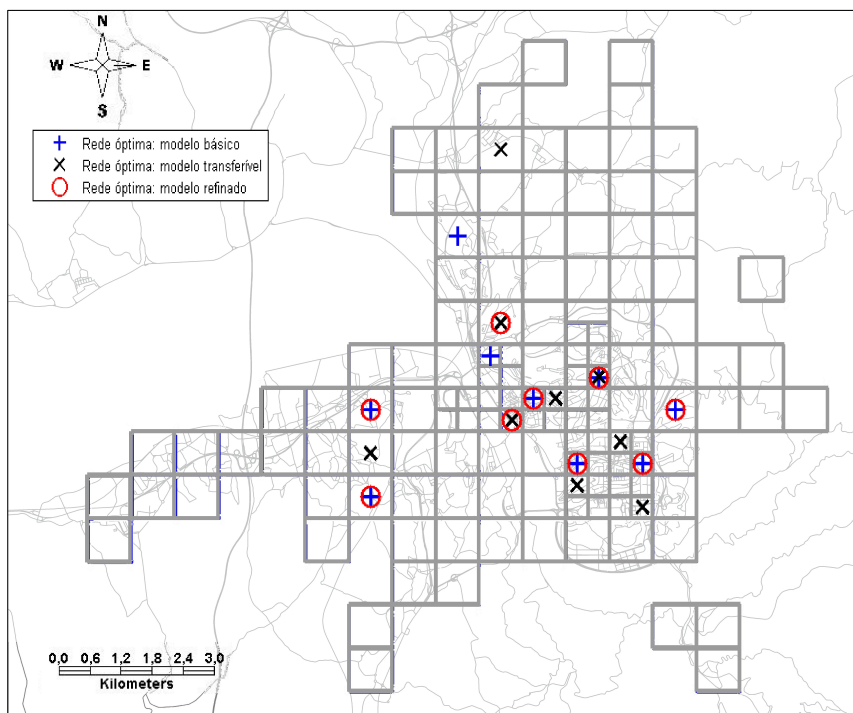


Figura 3.7: Redes óptimas dos modelos de localização, para  $\Lambda\Omega = 1/1000$ .

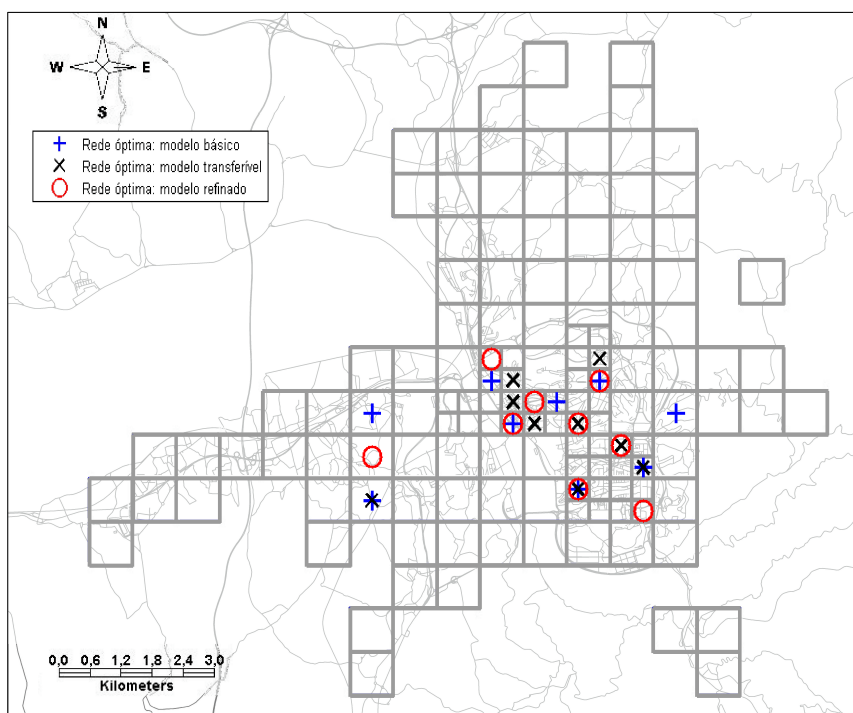


Figura 3.8: Redes óptimas dos modelos de localização, para  $\Lambda\Omega = 1.5/1000$ .

As redes óptimas obtidas para  $\Lambda\Omega = 1.5/1000$  apresentam uma maior concentração na zona onde a procura é mais elevada, revelando a exigência de uma calibração adequada entre a capacidade da rede possível de construir e o valor total de procura

### 3.3 Comparação das Redes Óptimas com a Rede Existente em Coimbra

---

local estimada. Para o valor de  $\Lambda\Omega = 1/1000$  os postos que constituem as redes óptimas encontram-se mais dispersos, no entanto aparentam uma maior disparidade com a rede mobie que as redes óptimas obtidas com  $\Lambda\Omega = 1.5/1000$ .



# Capítulo 4

## Considerações Adicionais

### 4.1. Variação da Localização dos Postos de Carregamento

A abordagem elaborada nos modelos de localização propostos, relativamente à localização possível para postos de carregamento, poderá condicionar o valor do índice de cobertura. Para proceder a um melhoramento da rede óptima obtida, e do respectivo índice de cobertura, introduzimos a possibilidade de deslocar localmente cada posto de carregamento pertencente à rede óptima determinada pelo modelo de localização analisado.

Resolvendo os modelos de localização, determinamos um conjunto de postos de carregamento a construir, cujas coordenadas designamos por  $\xi_1, \dots, \xi_t \in \mathbb{R}^2$ , e os valores das variáveis contínuas ( $z$  e  $y$ ) que representam as relações existentes entre os locais de permanência e os postos de carregamento obtidos.

Se a função objectivo for contínua relativamente às coordenadas dos postos de carregamento a construir, podemos fixar  $z$  e  $y$  e utilizar um algoritmo numérico local para, variando  $\xi_1, \dots, \xi_t$ , encontrar um máximo local. De seguida, fixando as novas localizações dos postos a construir, utilizamos um programa linear para actualizar as atribuições óptimas  $z$  e  $y$ . Podemos alternar estes dois procedimentos até estarmos satisfeitos com os valores obtidos. Note-se que, teoricamente, obtemos uma sequência crescente de valores para a função objectivo, o que implica a convergência assintótica para um máximo local.

Para implementar a primeira parte recorreremos à função do Matlab *fminsearch* (baseada no método numérico local Nelder-Mead), enquanto para a segunda parte recorreremos à função do Matlab *linprog* (baseada no método do ponto interior). Iteramos este processo até que haja um decréscimo da função objectivo (o que implica que os limites de precisão dos solvers foram ultrapassados), ou até que a variação da localização dos postos a construir seja suficientemente pequena.

#### 4.1.1. Redes Óptimas para Coimbra

Recordemos que a obtenção das redes óptimas para o estudo caso, consideravam que a distância presente na função de penalização de distância,  $d_{jk}$ , seria medida em tempo percorrido a pé entre as localizações  $j$  e  $k$ . Para aplicar este método é necessário que a função objectivo, e consequentemente a função de penalização da distância, esteja bem definida para qualquer localização dos postos de carregamento e seja contínuo com respeito a esta variável. A função de penalização baseada na distância percorrida a pé, para além de difícil de calcular, não cumpre estes requisitos, pelo que a substituiremos por uma função baseada na distância euclidiana. Deste modo a penalização é dada por:

$$\Gamma_{jk}^e = \begin{cases} \frac{-(\|Z_j - X_k\|)^4 + 20^4}{20^4 \cdot \exp\left(\left(\frac{\|Z_j - X_k\|}{40}\right)^3\right)} & \text{se } \|Z_j - X_k\| < 1 \text{ km} \\ 0 & \text{se } \|Z_j - X_k\| > 1 \text{ km}, \end{cases} \quad (4.1)$$

onde  $\|Z_j - X_k\|$  representa a norma euclidiana existente entre o local de permanência com coordenadas  $Z_j$  e o posto de carregamento cujas coordenadas são  $X_k$ , considerando que a distância máxima que um indivíduo está disposto a percorrer é de 1 km em linha recta.

Aplicando os modelos de localização para os casos em que os factores inerentes à procura ( $\Omega\Lambda$ ) tomam os valores  $\{0.5/1000, 1/1000, 1.5/1000, 2/1000\}$ , obtemos os índices de cobertura presentes na Tabela 4.1. Para o caso particular  $\Omega\Lambda = 1/1000$ , a partir da rede óptima de cada modelo de localização e a melhoria local determinada pela variação da localização dos postos da rede óptima, resultaram as diferentes localizações apresentadas na Figura 4.1. Consideramos que a variação da localização dos postos ocorre até que: ou o valor da norma euclidiana entre sucessivas variações das localizações dos postos fosse superior a 100 metros, ou o valor do índice de cobertura apresentasse um decréscimo.

Comparando a Figura 4.1 com a Figura 3.7, podemos observar que mesmo antes da aplicação da melhoria local, os resultados obtidos com a função de penalização de distância euclidiana diferem dos resultantes nas secções 3.2 e 3.3.

Fazendo a melhoria local das redes óptimas considerando  $\|Z_j - X_k\|$ , verificamos uma pequena variação positiva dos índices de cobertura (nunca superior a 9.97%) (Tabela 4.1) e que a alteração das localizações resultam essencialmente em pequenos ajustes dentro da quadrícula considerada.



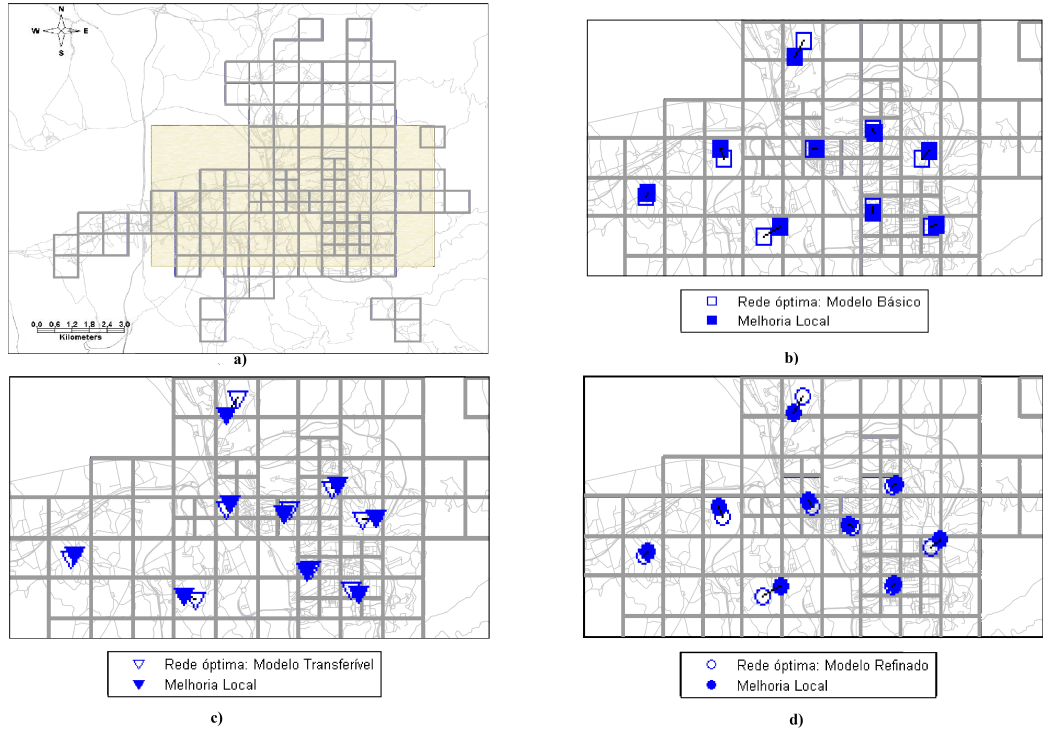


Figura 4.1: Redes ótimas e melhorias locais obtidas para pelos modelos básico (b)), transferível (c) e refinado (d)), dada a área sombreada em a), para  $\Omega\Lambda = 1/1000$ .

$\Omega\Lambda$	0.5/1000	1/1000	1.5/1000	2/1000
M. Básico	0.6057/0.63379/+4.64%	0.6015/0.6319/+5.06%	0.5666/0.5906/+4.23%	0.4941/0.5063/+2.48%
M. Transferível	0.8194/0.8561/+4.47%	0.8022/ 0.8352/+4.11%	0.6858/0.6999/+2.07%	0.5317/0.5351/+0.64%
M. Refinado	0.64997/0.7147/+9.97%	0.6764 <sup>1</sup> /0.7064/+4.44%	0.6184 <sup>2</sup> /0.6334/+2.43%	0.5087/0.5190/+2.04%

Tabela 4.1: Índice de cobertura da rede ótica /Índice de cobertura da melhoria local/variação dos modelos de localização, para  $\Omega\Lambda \in \{0.5/1000, 1/1000, 1.5/1000, 2/1000\}$ .

#### 4.1.2. Rede mobie

Com o intuito de viabilizar um maior grau de comparação entre a rede mobie e as redes obtidas pelos modelos de localização, aplicamos-lhe o método de melhoramento. Este melhoramento utilizou, como nas redes ótimas, a nova penalização de distância (4.1). Obtemos os índices de cobertura presentes na Tabela 4.2, para cada valor de  $\Omega\Lambda \in \{0.5/1000, 1/1000, 1.5/1000, 2/1000\}$ , considerando a rede mobie e as melhorias locais para cada modelo de localização, assim como a sua variação.

<sup>1</sup>Este valor não é ótico, tendo uma garantia de proximidade de 0.7404 %.

<sup>2</sup>Este valor não é ótico, tendo uma garantia de proximidade de 0.1677 %.

## Capítulo 4 Considerações Adicionais

Para o valor de  $\Omega\Lambda = 1/1000$  obtivemos as novas localizações representadas na Figura 4.2.

$\Omega\Lambda$	0.5/1000	1/1000	1.5/1000	2/1000
M. Básico (mobie)	0.4543/0.59189/+30.28%	0.4509/0.5729/+27.08%	0.4356/0.5638/+29.44%	0.4207/0.4931/+17.22%
M. Transferível (mobie)	0.6736/0.8197/+21.68 %	0.6633/0.7994/+20.52%	0.6292/0.6880/+9.35%	0.5063/0.5326/+5.20%
M. Refinado (mobie)	0.55019/0.6921/+25.80%	0.5435/0.6694/+23.15%	0.5171/0.6278/+21.40%	0.4585/0.5078/+10.76%

Tabela 4.2: Índice de cobertura da rede mobie /índice de cobertura da melhoria local/variação dos modelos de localização, para  $\Omega\Lambda \in \{0.5/1000, 1/1000, 1.5/1000, 2/1000\}$ .

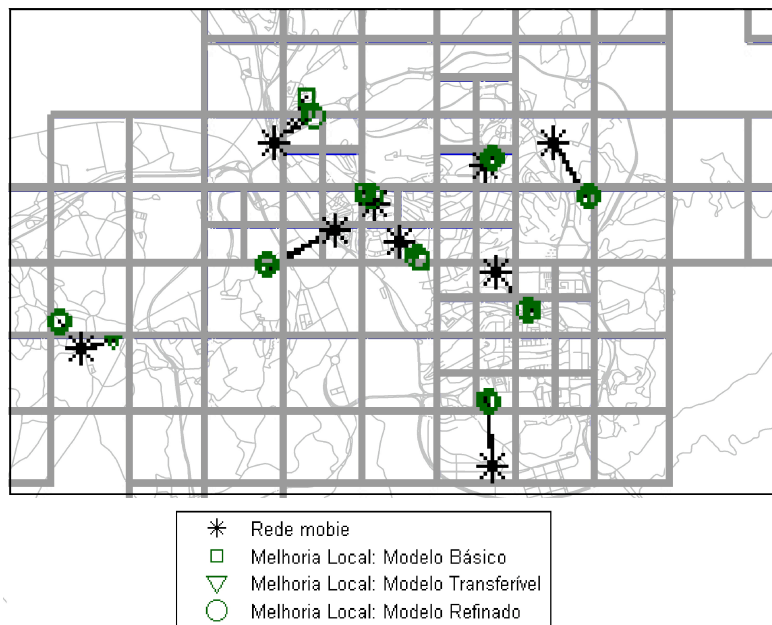


Figura 4.2: Rede mobie e melhorias locais obtidas para pelos modelos básico, transferível e refinado, para  $\Omega\Lambda = 1/1000$ .

Observando as novas localizações obtidas após o melhoramento da rede, concluímos que a rede mobie sofrerá uma alteração mais significativa em comparação com as alterações ocorridas nas redes óptimas (Figura 4.1 e 4.2), o que seria de esperar dado que estas foram calculadas pela maximização da função objectivo. Também sem surpresas, na rede mobie é onde se regista um maior aumento dos índices de cobertura (avaliando as variações positivas obtidas), auferimos ainda que o processo de melhoria local aproxima os postos da rede mobie dos postos encontrados pelos modelos de localização.

## 4.2. Variação da Função de Penalização de Distância

Ponderámos, até aqui, que a função de penalização de distância seria da forma representada na Figura 2.1, para  $H$  o valor máximo que um indivíduo está disposto a percorrer a pé. Na aplicação dos modelos a Coimbra, considerámos  $H = 20$  e determinámos as conclusões e resultados inerentes. Porém, na *secção 4.1*, tendo sido necessário introduzir uma variante euclidiana desta função de penalização de distância, verificámos que tal alteração teve um impacto significativo na solução obtida. Este sugere a necessidade de verificar a influência da função de penalização. Para estudar a influência do parâmetro  $H$ , utilizando os valores estimados para a procura com  $\Omega\Lambda = 1/1000$ , aplicamos os modelos de localização com  $H = 15$  e obtemos os valores do índice de cobertura presentes na Tabela 4.3 e as redes óptimas de cada modelo representadas na Figura 4.3.

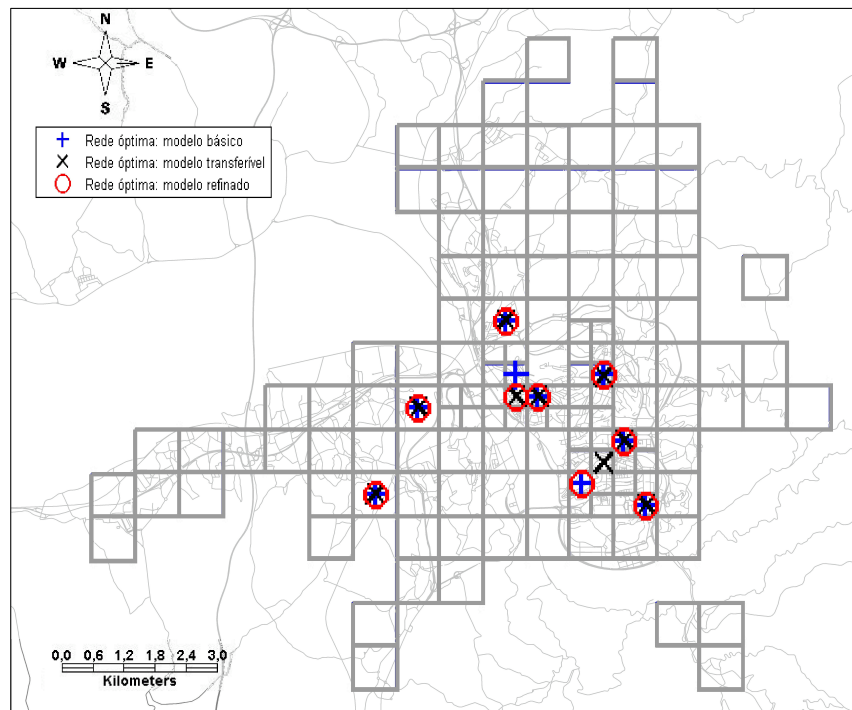


Figura 4.3: Rede óptima dados os modelos de localização com função de penalização  $\Gamma$  com  $H = 15$ , para  $\Omega\Lambda = 1/1000$ .

$H$	M. Básico	M. Transferível	M. Refinado
15	0.4205	0.6315	0.5043
20	0.5463	0.7616	0.6312

Tabela 4.3: Índice de cobertura para a rede óptima dados os modelos de localização com função de penalização  $\Gamma$  com  $H = 15, 20$ , para  $\Omega\Lambda = 1/1000$ .

Comparando as soluções encontradas neste caso com as obtidas na *secção 3.3* (Figura 3.7) e observando as redes obtidas para cada modelo, verifica-se que existe uma maior coincidência entre as redes dos modelos no caso em que  $H = 15$ , uma vez que a abrangência da rede é menor, o que conduz à construção de postos cuja distância aos locais de permanência também o seja. Relativamente aos índices de cobertura temos, como esperado, que estes são maiores para um valor de  $H$  mais elevado, corroborando a relação existente entre a solução obtida e a abrangência da rede dada a sua relação com a função de penalização.

É possível advogar que a escolha da função de penalização condicionada significativamente os postos de carregamento escolhidos, verificando que a rede óptima com  $H = 15$  (Figura 4.3) apresenta uma concentração superior dos postos nas quadrículas com menor área, comparativamente à rede óptima de  $H = 20$  (Figura 3.7).

Notemos que a rede óptima encontrada para  $H = 15$  está mais próxima da determinada utilizando a norma euclidiana para o cálculo da distância (Figura 4.1) que a rede óptima obtida por  $H = 20$ , assim como os valores referentes ao índice de cobertura de cada modelo (Tabelas 4.1 e 4.3).

Avaliando a variação das soluções obtidas para diferentes valores de  $H$ , surgem-nos a questão referente ao que ocorrerá com a alteração da forma da função de penalização. Com este fim, determinemos uma nova penalização  $\Gamma_{jk}^*$  (4.2), com  $H = 10$  minutos (como anteriormente, o tempo máximo que um indivíduo está disposto a percorrer a pé):

$$\Gamma_{jk}^* = \begin{cases} 1, & \text{se } d_{jk} \leq H \\ 0, & \text{se } d_{jk} \geq H. \end{cases} \quad (4.2)$$

Notemos que, contrariamente ao que se verificava com  $\Gamma$  (3.1), para qualquer valor de  $H$ ,  $\Gamma^*$  não é uma função contínua (consequentemente não é uma função diferenciável), o que dificultaria a obtenção de resultados caso se procedesse ao melhoramento da rede óptima encontrada pelo método descrito na *secção 4.1*.

Aplicando os modelos de localização, dada a procura estimada para  $\Omega\Lambda = 1/1000$ , para a nova função de penalização de distância  $\Gamma^*$ , obtivemos as redes óptimas representadas na Figura 4.4 assim como os índices de cobertura considerados na Tabela 4.4.

## 4.2 Variação da Função de Penalização de Distância

$\Omega\Lambda$	M. Básico	M. Transferível	M. Refinado
1/1000	0.5225	0.5943	0.4452

Tabela 4.4: Índice de cobertura para a rede óptima dados os modelos de localização com função de penalização  $\Gamma^*$  com  $H = 10$ , para  $\Omega\Lambda = 1/1000$ .

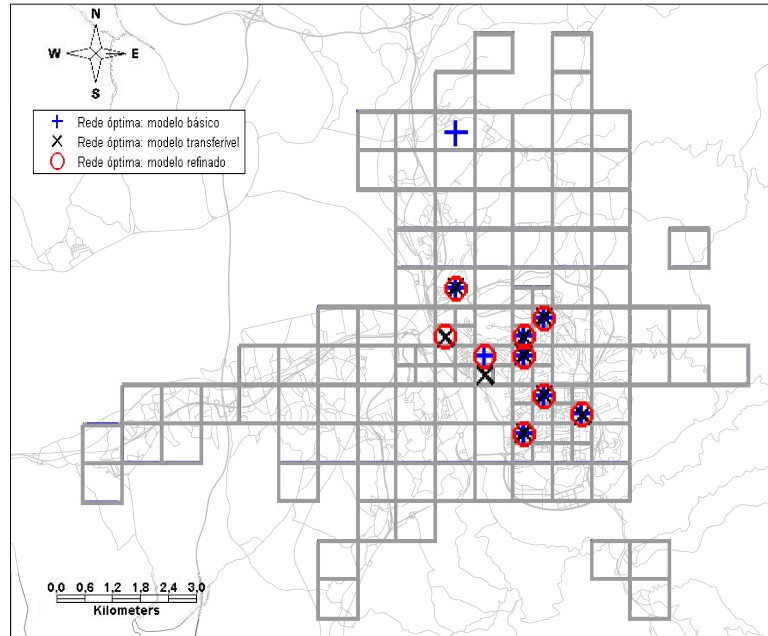


Figura 4.4: Rede óptima dados os modelos de localização com função de penalização  $\Gamma^*$  com  $H = 10$ , para  $\Omega\Lambda = 1/1000$ .

Os valores obtidos para o índice de cobertura, dado cada modelo, são globalmente mais baixos que os índices de cobertura obtidos até aqui para  $\Omega\Lambda = 1/1000$ . Este facto deve-se à total alteração da função de penalização de distância, tendo ainda em consideração que  $H = 10$ . Esta função de penalização reflecte que o indivíduo está sempre disposto a percorrer uma distância até 10 minutos (aproximadamente 500 metros, dada a suposição de um indivíduo percorrer  $4\text{hm}/\text{hora}$ ), e nunca percorrerá uma distância superior a este valor. Tal não era verificado pela função de penalização  $\Gamma$ , que considerava que até o valor  $H$ , observar-se-ia uma diminuição da vontade de percorrer a distância com o aumento da mesma.

Reflecte-se na rede óptima obtida para cada modelo a influência da função de penalização. Notemos que a rede óptima é, no seu geral, concentrada nos locais onde existe uma maior afluência de indivíduos (Figura 3.3) e onde se regista uma maior proximidade entre os locais de permanência considerados e os postos possíveis (a maioria dos elementos da rede encontram-se nas quadrículas com menor área).



# Capítulo 5

## Conclusão

O objectivo deste trabalho foi de desenvolver de um método para estimar a procura de carregamento de um veículo eléctrico, baseado no tempo e local de estacionamento, e a proposta de um modelo de optimização inteira-mista que determine as melhores localizações para a construção de postos de carregamento, por forma a criar uma rede que maximize a procura satisfeita. O método de procura desenvolvido, permite não só estimar a procura em cada local de permanência (como foi proposto em 2013 por Chen, Khan e Kockelman) mas também considerar as actividades diárias efectuadas pelos automobilistas, permitindo relacionar a procura entre localizações distintas. Utilizando estes conceitos, foi possível desenvolver e melhorar os modelos matemáticos propostos.

Os modelos foram aplicados à cidade de Coimbra, através da estimação da procura dado um inquérito à mobilidade georreferenciado, e permitiram mostrar que, para valores relativamente baixos de procura local, o impacto obtido pela transferência de procura é substancialmente alto. Uma vez que são considerados apenas alguns postos, é expectável que os utilizadores adaptem o seu percurso à rede de postos de carregamento óptima, incrementando valores de procura satisfeita. Este modelo é especialmente adequado para situações em que os locais de procura apresentam valores baixos, inviabilizando a construção de uma rede que possibilite a satisfação total de procura estimada. Após a divisão do dia em intervalos de tempo, observa-se um decréscimo nos índices de cobertura. Deste modo, conclui-se que desvalorizar a influência das horas de ponta na solução obtida sobrevaloriza a cobertura de procura da rede através da sobrelocação da capacidade inerente a cada posto.

É de referir a possibilidade de aplicar pequenas alterações aos modelos propostos, por forma a considerar situações pontuais. Poderíamos, por exemplo, considerar diferentes valores de procura consoante os dias de semana e de fim-de-semana; bem como dificultar a transferência de procura, limitando-a a uma função de transferência teoricamente possível. Outra questão a considerar relaciona-se com a utilização de

parâmetros  $\Omega\Lambda$  distintos, diferenciando as populações. Uma modificação adicional seria a substituição da variável binária por uma variável inteira representando o número de fichas instaladas, permitindo a existência de postos de carregamento com diferente número de fichas e a construção de uma rede mais abrangente. De facto, uma grande vantagem dos métodos de estimação de procura e dos modelos de localização propostos é a sua fácil readaptação teórica a novas interpretações, permitindo uma redefinição da problemática.

O melhoramento da localização dos postos que constituem a rede óptima dado um modelo de localização, é uma das readaptações possíveis de conceber. Este melhoramento considera pequenas variações das localizações óptimas, permitindo um aumento da cobertura da rede considerada e a sua adequação aos locais de permanência analisados. Outra interpretação, e conseqüente adaptação, dos modelos será a determinação da cobertura de uma rede já existente, semelhante ao elaborado para a rede mobie. Observámos ainda que os modelos desenvolvidos, permitem obter redes de carregamento não muito díspares da rede mobie existente em Coimbra.

As principais dificuldades encontradas na elaboração deste trabalho referem-se à obtenção de dados reais, nomeadamente a taxa de penetração presente e futura de veículos eléctricos, as localizações possíveis para postos de carregamento, ou a adequação à realidade da função de penalização de distância e o valor associado ao número médio de carregamentos diários efectuados. Estas duas últimas questões, estão relacionadas com factores do foro comportamental e psicológico dos indivíduos, e para os quais não foi possível obter informação referente à realidade portuguesa.

Advogamos, porém, que a metodologia desenvolvida poderá providenciar um bom planeamento para redes de postos de carregamento para veículos eléctricos, representando uma contribuição válida para o estudo da mobilidade eléctrica.



# Bibliografia

- [1] Bae, S. e Kwasinski, A. (2012). *Spatial and Temporal Model of Electric Vehicle Charging Demand*. IEEE Transactions on smart grid, 3,394-403.
- [2] Bostford, C. e Szczepanek, A. (2009) . *Fast Charging vs. Slow Charging: Pros and cons for the New Age of Electric Vehicles*. EVS 24 International Battery, Hybrid and Fuel Cell Electric Vehicle Symposium, Stavanger, Norway.
- [3] Chen, T., Khan, M. e Kockelman, K. (2013). *The Electric Vehicle Charging Station Location Problem: A Parking-Based Assignment Method for Seattle*, 92nd Annual Meeting of the Transportation Research Board, Washington DC, USA.
- [4] Cowan, R. e Hultén, S. (1996). *Escaping Lock-In: The Case of the Electric Vehicle*. Technological Forecasting and Social Change, 53, 61-79.
- [5] Comissão Europeia (2009). *A sustainable Future for Transport*. Publications Office of the European Union.
- [6] Feng, L., Ge, S. e Lui, H. (2011). *Electric vehicle charging station planning based on weighted voronoi diagram*. 2011 International Conference on Transportation, Mechanical and Electrical Engineering (TMEE), Changchun, China.
- [7] Frade, I., Ribeiro, A., Gonçalves, G. e Antunes, A.P. (2011). *Optimal Location of Charging Stations for Electric Vehicles in a Neighborhood in Lisbon, Portugal*. Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board,2252, 91-98.
- [8] Ge, S., Feng, L., Liu, H. (2011). *The Planning of Electric Vehicle Charging Station Based on Grid Partition Method*. IEEE Electrical and Control Engineering Conference, Yichang, China.
- [9] Hatton, C.E., Beella, S.K., Brezet, J.C. e Wijnia, Y.C. (2009). *Charging Stations for Urban Setting: the design of a product platform for electric vehicles*

- infrastructure in Dutch cities*. EVS 24 International Battery, Hybrid and Fuel Cell Electric Vehicle Symposium, Stavanger, Norway.
- [10] Ip, A., Fong, S. e Liu, E., (2010) *Optimization for Allocating BEV Recharging Stations in Urban Areas by Using Hierarchical Clustering*. The 2nd International Conference on Data Mining and Intelligent Information Technology Applications (ICMIA 2010), Seoul, Korea.
- [11] Qian, K., Zhou, C. Allan, M. e Yuan, Y. (2010). *Load model for prediction of electric vehicle charging demand*. 2010 International Conference on Power System Technology, Hangzhou, China.
- [12] Sistema de Mobilidade da Região do Mondego (2009) *Inquérito à Mobilidade da Região do Mondego*. Database Metadata. Coimbra, Portugal.
- [13] Sistema de Mobilidade da Região do Mondego (2011) *Transportation Planning Model of the Mondego Region Mobility System*. Report Volume 1 – Design and Results, Coimbra, Portugal.
- [14] Sweda, T. e Klabjan, D. (2011). *An Agent-Based Decision Support System for Electric Vehicle Charging Infrastructure Deployment*. 7th IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference, Chicago, Illinois.
- [15] Wang, H., Huang, Q., Zhang, C. e Xia, A. (2010). *A Novel Approach for the Layout of Electric Vehicle Charging Station*. Apperceiving Computing and Intelligence Analysis Conference.
- [16] Webster, R. (1999). *Can the Electricity Distribution Network Cope with an Influx of Electric Vehicles?*. Journal of Power Sources, 80, 217-225.
- [17] Worley, O., Klabjan, D. e Sweda, T. (2012). *Simultaneous vehicle routing and charging station siting for commercial electric vehicles*. IEEE International Electric Vehicle Conference 2012, Greenville, NC.