



**FCTUC** DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL  
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

# **Análise Analítica de Vigas Mistas Madeira-Betão Comparando Diferentes Metodologias**

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil  
na Especialidade de Estruturas

Autor

**Maria Teresa Reis Carneiro Aroso Linhares**

Esta dissertação é da exclusiva responsabilidade do seu autor,  
não tendo sofrido correções após a defesa em provas públicas.  
O Departamento de Engenharia Civil da FCTUC declina  
qualquer responsabilidade pelo uso da informação apresentada

**Coimbra, Março, 2013**

## AGRADECIMENTOS

Terminada a etapa académica da minha vida, não poderia deixar de agradecer a todos que, direta ou indiretamente, me ajudaram a chegar até aqui.

Quero agradecer ao Professor Doutor Alfredo Manuel Pereira Geraldês Dias pela disponibilidade, pelos ensinamentos transmitidos, dedicação e apoio demonstrados em todas as fases da realização desta dissertação.

A todos os meus amigos, pelo companheirismo e dedicação ao longo destes últimos anos, e ainda por todas as vivências inesquecíveis, de forma especial à Ana Pereira, Débora Correia, Joana Lopes e Sofia Matias.

Com um carinho enorme, quero agradecer à minha grande família, pelo amor, apoio, confiança e pelos inúmeros momentos que tanto me ajudaram a chegar até aqui. Em especial aos meus pais e às minhas irmãs pelo estímulo, ajuda, paciência e compreensão incondicionais. Não podendo deixar de dar destaque ao João e ao Francisco pelos momentos de descontração proporcionados nas alturas de “aperto”.

## RESUMO

A dissertação para obtenção do grau de Mestre na Especialidade de Estruturas que aqui se apresenta será um trabalho numérico focado numa análise paramétrica do comportamento mecânico de estruturas mistas madeira-betão.

Neste tipo de estruturas são aproveitadas as melhores propriedades de cada um dos materiais, uma vez que o betão será responsável pela resistência à compressão e a madeira será solicitada essencialmente à tração. Sendo assim, é possível, em termos estruturais, encontrar-se uma secção eficiente, mais rígida que uma solução só de madeira e mais leve que uma solução de betão.

O desenvolvimento prático deste trabalho centrar-se-á no cálculo da rigidez de flexão, seguindo dois métodos distintos. Um deles baseado nos critérios do Eurocódigo 5, direcionados para sistemas mistos com ligações semi-rígidas. O outro método é utilizado quando o sistema de ligação é rígido, recorrendo à técnica da homogeneização. O objetivo será comparar estes métodos através do cálculo do erro percentual, de forma a definir em que situações os dois métodos determinam resultados semelhantes.

Nesta análise serão consideradas as propriedades de cada um dos materiais que têm maior influência no comportamento global da estrutura mista, bem como as características essenciais de uma estrutura deste tipo. Os parâmetros em destaque serão o módulo de escorregamento entre as componentes de madeira e betão, a geometria da secção transversal do conjunto, e o vão da estrutura mista.

## **ABSTRACT**

The present dissertation, submitted in support of a candidature for a Master's degree in the specialty of Structures, is a numerical work focused on a parametric analysis of the mechanical behavior of timber-concrete composite structures.

In this type of structures one will use the best properties of each material, being certain that the concrete will be responsible for the compressive strength and the timber will be mainly required to tension. Thus, it seems possible, in structural terms, to obtain an efficient section, stiffer than a timber solution and lighter than a concrete solution.

The practical development of this work will focus on calculating the bending stiffness, following two different methods. One will be based on the criteria of Eurocode 5, directed to composite systems with semi-rigid connections. The other method will be used when the connection system is rigid, using a technique of homogenization. The goal will be to compare these methods by calculating the percentage error in order to define situations in which the two methods achieve similar results.

This analysis will consider not only the properties of those materials which have greater influence on the global behavior but also the composite structure and the essential characteristics of such a structure. The highlighted parameters will be the slip modulus between timber and concrete components, the cross-section geometry and the span of the composite structure.

---

## ÍNDICE

AGRADECIMENTOS .....	i
RESUMO .....	ii
ABSTRACT .....	iii
ÍNDICE.....	iv
ÍNDICE DE FIGURAS .....	vi
ÍNDICE DE QUADROS .....	viii
SIMBOLOGIA .....	ix
ABREVIATURAS .....	xi
1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Objetivo .....	1
1.2 Enquadramento .....	1
1.3 Organização da dissertação.....	3
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	4
2.1 Enquadramento Histórico .....	4
2.2 Estruturas mistas madeira-betão .....	6
2.2.1 Introdução.....	6
2.2.2 Comportamento .....	7
2.2.3 Vantagens em relação a outros materiais de construção .....	7
2.3 Ligações .....	9
2.4 Modelos de cálculo para estruturas mistas madeira-betão.....	16
3 METODOLOGIAS E PARAMETROS EM ANÁLISE.....	20
3.1 Critério de dimensionamento segundo o EUROCÓDIGO 5 .....	20
3.1.1 Valores de cálculo .....	20
3.1.2 Ligação e sua eficiência.....	20
3.1.3 Tensões normais e tangenciais .....	23

---

3.1.4	Carga nos ligadores .....	25
3.2	Técnica da homogeneização de secções mistas .....	25
3.3	Parâmetros em estudo .....	26
3.4	Resultados experimentais de referência.....	27
4	ANÁLISE PARAMÉTRICA E RESULTADOS .....	28
4.1	Introdução .....	28
4.2	Influência da ligação na rigidez efetiva de estruturas mistas.....	29
4.2.1	Influência da configuração geométrica da secção, rigidez e resistência da ligação .....	29
4.3	Influência do betão em estruturas mistas .....	40
4.4	Influência da madeira em estruturas mistas .....	40
4.5	Erro percentual e discussão de resultados.....	41
4.5.1	Rigidez.....	42
4.5.2	Tensões .....	45
4.5.3	Materiais .....	48
5	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES .....	50
5.1	Conclusões .....	50
5.2	Recomendações para trabalhos futuros.....	51
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	52
	ANEXOS .....	55

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 – Esquema de um pavimento misto [1].....	2
Figura 2.1 – Ponte <i>Vihataselemi</i> , Finlândia. ....	6
Figura 2.2 – Estrutura após situação de incêndio. Comparação entre os elementos de aço e madeira. ....	7
Figura 2.3 – Vista interna de uma estrutura mista madeira-betão. ....	9
Figura 2.4 – Solução com perfis em T colados [14].....	12
Figura 2.5 – Diferentes exemplos de sistemas de ligação [6]. ....	14
Figura 2.6 - Curvas carga-escorregamento. (1) Ligação colada (2) Ligação entalhada (3) furos na madeira com 70 mm de diâmetro e ligadores $\phi 20$ mm (4) cavilhas $\phi 10$ mm (5) “spilt-ring” $\phi 100$ mm (6) parafusos pós-tensionados (7) pregos (8) parafusos $\phi 7.5$ (9) placas metálicas... 15	15
Figura 3.1 – Secção transversal mista e distribuição de tensões [29].....	21
Figura 3.2 – Curva carga-escorregamento com representação dos módulos de escorregamento. ....	22
Figura 3.3 – Distribuição de tensões e respetiva decomposição na componente axial e de flexão. ....	23
Figura 3.4 – Representação da secção transversal antes (acima) e depois da homogeneização (abaixo). ....	26
Figura 4.1 - Distribuição de tensões e deformação sem e com ação conjunta [14].....	28
Figura 4.2 - Configuração geométrica de um elemento misto de madeira-betão (adaptado: [4]). ....	29
Figura 4.3 – Configuração da secção transversal com $C_p=30$ e $C_p=3$ , respetivamente. ....	30
Figura 4.4 – Eficiência estrutural da solução. ....	31
Figura 4.5 – Influência do fator de composição. ....	32
Figura 4.6 – Curvas da rigidez efetiva, em função do módulo de escorregamento. Para um vão de 6m. Base logarítmica. ....	33
Figura 4.7 – Curvas da rigidez efetiva, em função do módulo de escorregamento. Para um vão de 6m. Base logarítmica. ....	33
Figura 4.8 – Razão entre a rigidez efetiva máxima e rigidez mínima em função de k, para $C_p$ 3 à esquerda e $C_p$ 6 à direita. Base logarítmica. ....	34
Figura 4.9 – Razão entre a rigidez efetiva máxima e rigidez mínima em função de k, para $C_p$ 12 à esquerda e $C_p$ 18 à direita. Base logarítmica. ....	34
Figura 4.10 – Razão entre a rigidez efetiva máxima e rigidez mínima em função de k, para $C_p$ 24 à esquerda e $C_p$ 30 à direita. Base logarítmica. ....	35

---

Figura 4.11 – Relação entre o vão da viga e o fator de combinação, $\gamma$ .	36
Figura 4.12 – Curvas rigidez efetiva-módulo de escorregamento, para Cp3, com representação da rigidez máxima. Base logarítmica.	37
Figura 4.13 – Curvas rigidez efetiva-módulo de escorregamento, para Cp6 à esquerda e Cp12 à direita, com representação da rigidez máxima. Base logarítmica.	37
Figura 4.14 – Curvas rigidez efetiva-módulo de escorregamento, para Cp18 à esquerda e Cp24 à direita, com representação da rigidez máxima. Base logarítmica.	38
Figura 4.15 – Curvas rigidez efetiva-módulo de escorregamento, para Cp30, com representação da rigidez máxima. Base logarítmica.	38
Figura 4.16 – Carga de corte, por ligador, para interação perfeita.	39
Figura 4.17– Tensão na madeira e razão entre a rigidez efetiva e a rigidez no elemento de madeira, variando o módulo de escorregamento. Base logarítmica.	41
Figura A.1 – Curvas da rigidez efetiva, em função do módulo de escorregamento. Para um vão de 3m. Base logarítmica.	69
Figura A.2 – Curvas da rigidez efetiva, em função do módulo de escorregamento. Para um vão de 3m. Base logarítmica.	69
Figura A.3 – Curvas da rigidez efetiva, em função do módulo de escorregamento. Para um vão de 9m. Base logarítmica.	70
Figura A.4 – Curvas da rigidez efetiva, em função do módulo de escorregamento. Para um vão de 9m. Base logarítmica.	70
Figura B.1 – Carga de corte, por ligador, para interação perfeita. Para vão de 3 metros.	71
Figura B.2 – Carga de corte, por ligador, para interação perfeita. Para vão de 6 metros.	71
Figura C.1 – Variação da percentagem de erro para Cp 3 e 6.	72
Figura C.2 – Variação da percentagem de erro para Cp 12 e 18.	72
Figura C.3 – Variação da percentagem de erro para Cp 24 e 30.	72



---

## ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 4.1 – Módulos de escorregamento com erro de 5 e 2.5%.....	42
Quadro 4.2 – Módulos de escorregamento com erro de 1% e percentagem mínima alcançada. .....	43
Quadro 4.3 – Rigidez efetiva com erro de 5 e 2.5%.....	44
Quadro 4.4 – Rigidez efetiva com erro de 1% e percentagem mínima alcançada. ....	44
Quadro 4.5 – Estabilização dos módulos de escorregamento para o erro mínimo.....	45
Quadro 4.6 – Tensão de flexão com erro de 5 e 2.5%.....	45
Quadro 4.7 – Tensão de flexão com erro de 1% e erro mínimo.....	46
Quadro 4.8 – Tensão de flexão para um vão de 3 metros, para cargas de $2\text{kN/m}^2$ , $6\text{kN/m}^2$ e $9\text{kN/m}^2$ , com erro de 5, 2.5 e 1% e erro mínimo.....	46
Quadro 4.9 – Tensão de flexão para um vão de 6 metros, para cargas de $2\text{kN/m}^2$ , $6\text{kN/m}^2$ e $9\text{kN/m}^2$ , com erro de 5, 2.5 e 1% e erro mínimo.....	47
Quadro 4.10 – Tensão de flexão para um vão de 9 metros, para cargas de $2\text{kN/m}^2$ , $6\text{kN/m}^2$ e $9\text{kN/m}^2$ , com erro de 5 e 2.5%.....	47
Quadro 4.11 – Tensão de flexão para um vão de 9 metros, para cargas de $2\text{kN/m}^2$ , $6\text{kN/m}^2$ e $9\text{kN/m}^2$ , com erro de 1% e erro mínimo.....	48
4.12 – Módulos de escorregamento para 5% de erro. Variação do betão. ....	48
Quadro 4.13 – Percentagem de erro mínima. Variação do betão.....	49

## SIMBOLOGIA

$A_i$  – Área da secção transversal do material  $i$   
 $A_1$  – Área da secção transversal do betão  
 $A_2$  – Área da secção transversal da madeira  
 $a_i$  – Dimensão da secção transversal  
 $a_1$  – Dimensão da secção transversal  
 $a_2$  – Dimensão da secção transversal  
 $b_i$  – Largura da secção transversal do material  $i$   
 $b_B$  – Largura da secção transversal do betão  
 $b_M$  – Largura da secção transversal da madeira  
 $C_p$  – Parâmetro de dimensionamento  
 $E_i$  – Módulo de elasticidade do material  $i$   
 $E_2$  – Módulo de elasticidade do betão  
 $E_B$  – Módulo de elasticidade do betão  
 $E_M$  – Módulo de elasticidade da madeira  
 $(EI)_{ef}$  – Rigidez efetiva da secção transversal  
 $(EI)_{max}$  – Rigidez na situação de interação perfeita  
 $(EI)_{min}$  – Rigidez na situação de interação nula  
 $f_{c,d}$  – Resistência de cálculo à compressão do betão  
 $f_{ctm,d}$  – Resistência de cálculo à tração do betão  
 $F_i$  – Força nos ligadores  
 $f_{m,d}$  – Resistência de cálculo à flexão da madeira  
 $f_{t,0,d}$  – Resistência de cálculo à tração da madeira  
 $h_i$  – Altura da secção transversal do material  $i$   
 $h_B$  – Altura da secção transversal do betão  
 $h_M$  – Altura da secção transversal da madeira  
 $h$  – Razão entre a altura do betão e a altura da madeira  
 $I_i$  – Inércia do material  $i$   
 $K$  – Módulo de escorregamento  
 $k$  – Módulo de escorregamento por ligador  
 $k_{mod}$  – fator de modificação  
 $K_{ser}$  – Módulo de escorregamento para ELS  
 $K_u$  – Módulo de escorregamento para ELU  
 $l$  – Comprimento do vão da viga

---

$M(x)$  – Momento fletor

$n$  – Razão entre os módulos de elasticidade dos materiais (coeficiente de homogeneização)

$s$  – espaçamento entre ligadores

$s_{ef}$  – espaçamento efetivo entre ligadores

$s_{max}$  – espaçamento máximo entre ligadores

$s_{min}$  – espaçamento mínimo entre ligadores

$V(x)$  – Força de corte

$X_d$  – Valores de cálculo

$X_{EC5}$  – Valor final seguindo o EC5

$X_{max}$  – Valor final na situação de interação perfeita

$X_k$  – Valores de característicos

$\gamma$  – Fator de composição

$\gamma_1$  – Parâmetro do cálculo da rigidez efetiva (betão)

$\gamma_2$  – Parâmetro do cálculo da rigidez efetiva (madeira)

$\gamma_i$  – Parâmetro do cálculo da rigidez efetiva (material  $i$ )

$\gamma_M$  – Fator parcial

$\gamma_s$  – Coeficiente de minoração

$\sigma_{2,d}$  – Tensão de cálculo de tração na madeira

$\sigma_c$  – Tensão normal de compressão

$\sigma_i$  – Tensão normal no material  $i$

$\sigma_{m,2,d}$  – Tensão de cálculo de flexão na madeira

$\sigma_{m,i}$  – Tensão normal de flexão no material  $i$

$\tau_{2,max}$  – Tensão tangencial máxima

$\tau_{2,max,d}$  – Tensão tangencial máxima de cálculo

$\phi$  – Diâmetro do ligador

## **ABREVIATURAS**

3D – Tridimensional

ASCE – American Society of Civil Engineers

CEN – Comité Européen de Normalisation

EC – Eurocódigo

ELS – Estados Limite de Serviço

ELU – Estados Limite Últimos

EN – European Norm

FCTUC – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

IUFRO – International Union of Forest Research Organizations

LNEC – Laboratório Nacional de Engenharia Civil

MEF – Método de Elementos Finitos

Ph.D. – Philosophy Doctor

USA – United States of America

WCTE – World Conference on Timber Engineering

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Objetivo

Nesta dissertação desenvolveu-se um trabalho numérico focado no estudo da rigidez efetiva da secção transversal. São utilizados dois métodos de cálculo diferentes, um seguindo o procedimento proposto pelo EC5 e o outro baseado numa metodologia simplificada, com o objetivo de avaliar em que circunstâncias esta metodologia simplificada pode ser aplicada.

A rigidez efetiva determinou-se pesando vários fatores, e quantificando a sua influência na comportamento global do sistema, como as propriedades materiais constituintes, a geometria da secção transversal, o vão da viga, a carga aplicada e o módulo de escorregamento. Este último foi analisado também com o propósito de entender a rigidez da ligação do sistema.

## 1.2 Enquadramento

Uma prática recorrente, ao nível da reabilitação, era a substituição de estruturas antigas de madeira por estruturas de betão. Esta solução acatava inúmeros inconvenientes, como o aumento do peso próprio, agravando as cargas verticais nas paredes e conseqüentemente um aumento das forças sísmicas. Outra questão importante era a descaracterização das estruturas antigas a nível arquitetónico, perdendo-se de forma irreversível uma parte do seu valor patrimonial.

A valorização da madeira permitiu atingir-se uma gestão da floresta e dos seus recursos, beneficiando o meio ambiente, uma vez que se alcança uma diminuição do efeito de estufa. Os consumos de energias fósseis são significativamente inferiores, quando comparados com os recursos necessários na construção com aço, betão e alumínio. Não esquecendo que a madeira é um material renovável, o que leva a uma prestação ambiental melhorada e, ainda, os custos energéticos conseguem ser inferiores [1].

O primeiro requisito a ter em conta para alcançar um projeto ideal pode dizer-se que é, sem dúvida, a aplicação do material certo no lugar certo.

Com o passar do tempo investiu-se no desenvolvimento de outras possibilidades de estruturas mistas, nomeadamente as estruturas mistas de madeira-betão.

Neste tipo de estruturas são aproveitadas as melhores propriedades de cada um dos materiais. O betão será responsável pela resistência à compressão e a madeira será solicitada essencialmente à tração, o que possibilita, em termos estruturais, encontrar-se uma secção eficiente, com maior rigidez que uma solução só de madeira (aumentando a sua capacidade de carga), e mais leve que uma solução só de betão.

Ao nível da resistência ao fogo e comportamentos térmico e acústico são, também, alcançadas melhorias. Conseguem-se, ainda, uma diminuição das vibrações e o betão confere uma proteção a madeira à ação da água, aumentando a sua durabilidade [2].

Esta solução tem vindo a ganhar cada vez mais adeptos por dar resultado a elementos esteticamente apelativos. Outra vantagem importante, em termos de reabilitação, é a capacidade de rentabilizar todo material, as vigas de madeira existentes são utilizadas, e o soalho pode servir diretamente para a cofragem do betão. A Figura 1.1 esquematiza um pavimento misto madeira-betão.

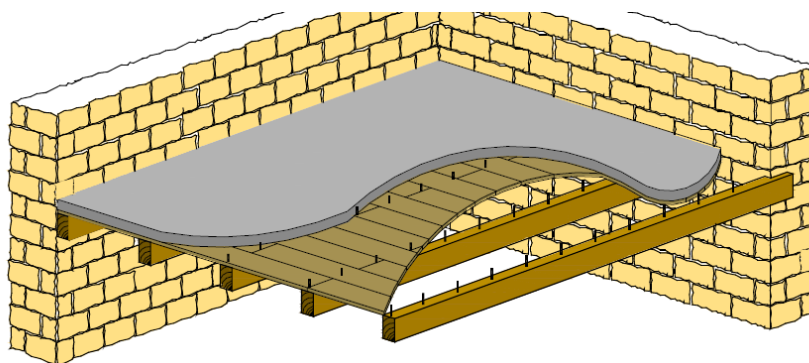


Figura 1.1 – Esquema de um pavimento misto [1].

Esta técnica consiste em ligar uma estrutura de madeira a uma lâmina de betão, através de um dispositivo de ligação. O sistema de ligação é decisivo no comportamento do conjunto, conferindo maior ou menor eficiência à estrutura.

No caso do nosso país existem muitas estruturas antigas, apresentando uma evidente degradação, assim a reabilitação e o reforço das estruturas devem ser consideradas intervenções primordiais.

As estruturas mistas de madeira-betão são uma técnica de construção aplicada a estruturas novas e já existentes. Esta dissertação pretende continuar o estudo deste tipo de estruturas, analisando vigas em T com a caracterização da rigidez efetiva, tensões, forças internas de corte e rigidez da ligação.

### **1.3 Organização da dissertação**

Esta dissertação foi organizada em sete capítulos, incluindo os capítulos da Introdução, Referências Bibliográficas e Anexos.

No Capítulo 2 reuniu-se a informação bibliográfica relevante para este estudo. Fez-se inicialmente um enquadramento histórico, de forma a entender a evolução dos materiais de construção até se atingirem sistemas mistos madeira-betão satisfatórios a vários níveis. Descreveram-se as vantagens, o comportamento deste tipo de estruturas, dando ainda um destaque aos sistemas de ligação. Por fim foram apresentados alguns modelos de cálculo, propostos por vários autores ao longo do tempo, para estruturas mistas madeira-betão.

O Capítulo 3 descreve os métodos de cálculo numéricos utilizados nesta dissertação, fazendo ainda uma validação dos valores obtidos com resultados experimentais concretizados por outros autores.

No Capítulo 4 foi feita a análise paramétrica. Os parâmetros em análise são variados, podendo analisar a influência de cada um sobre os elementos mistos deste tipo. São comparados os métodos descritos no Capítulo 3, através de um erro percentual, que permite contabilizar a proximidade entre eles. Com o intuito de reunir toda a informação deste capítulo, foi feita a comparação de resultados.

Por fim, no Capítulo 5 são apresentadas conclusões e também recomendações para trabalhos futuros.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 Enquadramento Histórico

Ao longo da nossa história, os materiais de construção tradicionalmente utilizados, eram a pedra e a madeira. Mas com o passar do tempo e o conseqüente desenvolvimento dos critérios de dimensionamento e de durabilidade estes foram sendo substituídos, nomeadamente pelo aço e pelo betão [3].

Van der Linden foca, no seu trabalho, que foi entre as duas guerras mundiais do século passado, devido à conseqüente escassez de aço, que se começaram a desenvolver as estruturas mistas de madeira-betão. O mesmo autor menciona duas patentes para sistemas mistos: uma recorrendo a pregos e *steel braces* para o sistema de ligação entre os dois materiais, e outro onde a ligação é feita por meio de perfis metálicos em Z e em I [4]. Na realidade existem registos da utilização de elementos mistos madeira-betão com funções estruturais desde a década de 30 [5], mas o verdadeiro desenvolvimento deste tipo de estruturas deu-se a partir dos anos 70, com novas técnicas de ligação e novos modelos de cálculo.

As estruturas mistas madeira-betão são uma técnica que permite a construção de elementos edifícios, a sua reabilitação e reforço, e ainda a criação de elementos pré-fabricados. No entanto, foi com o papel de reabilitar que esta técnica acabou por despertar maior atenção [6]. Por todo o continente Europeu existem registos de reabilitação ao nível de pavimentos antigos. Segundo o LNEC, no território Português, uma grande parte dos edifícios têm mais de 50 anos, com um estado de degradação visível, o que se reflete numa perda de funcionalidade e risco de ruína. Também pela falta de áreas de construção, e a exigência de adaptação de edifícios para novas ações (sismo, incêndio), a reabilitação e reforço tornaram-se um problema muito atual. O recurso a estruturas mistas possibilita a reabilitação do património sem necessidade de substituição integral, aumentando os níveis de conforto, segurança e a capacidade mecânica do conjunto, mantendo, então, as características arquitetónicas.

O interesse por este tipo de estruturas tem sido acompanhado por inúmeros documentos publicados. Onde é mencionada, por exemplo, a reabilitação de edifícios com recurso a sistemas de ligação pregados, apontando para mais de 10000 m<sup>2</sup> de pisos de madeira



reabilitados e para 1000 m<sup>2</sup> em Lodz (Polónia). Relatam, também, aplicações em edifícios históricos italianos, onde os elementos de ligação foram inseridos em furos de dimensões superiores a estes, posteriormente preencheram-se os furos com cola, ligando-os assim à madeira, e finalizando com uma camada de betão sobre todo o pavimento [1].

O recurso a elementos pré-fabricados tem atingido grande sucesso [7]. São várias as características, que, em simultâneo, tornam esta solução muito competitiva, em termos construtivos. Através comissão internacional *Rilem TC 111 CST* vários autores descreveram o uso de elementos pré-fabricados. Nomeadamente elementos para pavimentos, onde a ligação dos dois materiais foi assegurada por placas pregadas. Outro exemplo apresentado na mesma publicação descreve também um sistema pré-fabricado, mas com recurso a perfis metálicos em U para a ligação. Para além da tipologia dos sistemas pré-fabricados, foi também revelado neste documento a quantidade de produção a este nível, em 1990 superaram-se os 400000 m<sup>2</sup>. Há 11 anos atrás foi apresentado um sistema pré-fabricado desenvolvido pela *VTT Technical Research Center of Finland – Business from technology* para ser utilizado em edifícios de vários andares, recorrendo a placas pregadas como sistema de ligação entre a madeira e o betão [1].

Ao longo dos tempos foram construídas pontes de madeira, usando toros de madeira. Esta solução era interessante para estradas florestais, onde o material era adquirido a baixo custo. No entanto acarretava também muitas desvantagens ao nível da capacidade de carga e da durabilidade. O recurso a sistemas mistos em tabuleiros de pontes resulta não só em soluções mais resistentes e rígidas, mas o betão ainda confere uma proteção à madeira ao nível da humidade. Um bom exemplo destas melhorias é uma ponte mista na Suíça com uma extensão total de 13 m, em que os toros de madeira são ligados à laje de betão através de uma combinação de entalhes com ligadores tipo cavilha pós-esforçados [2].

Outro autor descreve a construção de várias pontes na Nova Zelândia, que remontam a 1970, com dois sistemas mistos diferentes. Um usado em pontes com longos vãos, entre 10.8 a 24.5 m, onde vigas de madeira laminada-colada e uma laje de betão se ligavam através de um sistema que combina a colagem de blocos de madeira ao corte com ligadores metálicos. O segundo sistema ligava os dois materiais recorrendo a entalhes e placas de aço, atingindo vãos de 6 m de comprimento [8]. Sistemas semelhantes a estes também se encontram retratados num relatório da comissão internacional *Rilem TC 111 CST*.

Um sistema totalmente diferente dos referidos anteriormente foi utilizado para a construção de uma ponte mista de madeira-betão com um comprimento de 19 m, no ano 2000. O principal elemento ao nível da capacidade de carga é um sistema de treliças coladas. Um

exemplo deste tipo de solução, usando madeira, betão e aço, é a ponte *Vihantaselmi* (Figura 2.1) construída em 1999 na Finlândia, perto de Helsínquia, que atingiu nos seus vãos centrais 42 m e nos laterais 21 m.



Figura 2.1 – Ponte *Vihataselemi*, Finlândia.

As pontes exigem requisitos ainda mais rigorosos que os restantes edifícios, o que comprova o grande potencial das estruturas mistas madeira-betão. O interesse neste tipo de estruturas mistas tem sido acompanhado por muitos trabalhos publicados sobre vários aspetos desta técnica. As novas pesquisas assentam tanto na criação de propostas como em testes de novas aplicações, e de alguns destes trabalhos têm resultado soluções bastante inovadoras e competitivas quando comparadas com soluções a nível de outros materiais.

## 2.2 Estruturas mistas madeira-betão

### 2.2.1 Introdução

Pode dizer-se que as estruturas mistas reúnem os benefícios de cada um dos materiais, responsabilizando o betão pela resistência à compressão e solicitando a madeira essencialmente à tração.

### 2.2.2 Comportamento

Estão estabelecidos dois limites entre os quais o comportamento das estruturas mistas se pode definir [9]. Sendo que no limite inferior, denominado por *comportamento misto sem interação*, não existe qualquer transmissão de forças horizontais entre os dois materiais, nem mesmo através do atrito. De forma oposta, quando a estrutura tem um único eixo neutro, e conseqüentemente as extensões dos dois materiais na zona da interface são as mesmas, encontra-se o limite superior, o *comportamento misto de interação perfeita*. O comportamento intermédio, onde já existe na interface entre os dois materiais alguma resistência ao escorregamento, é designado por *comportamento misto de interação parcial*. Quando a viga mista se encontra fletida, esta resistência ao escorregamento vai proporcionar-lhe uma ação conjunta dos dois materiais, mesmo na presença de um escorregamento relativo.

### 2.2.3 Vantagens em relação a outros materiais de construção

Com as estruturas mistas madeira-betão conseguem atingir-se soluções com diversas regalias em relação a outros tipos de materiais. As principais vantagens são a redução do peso próprio comparando com estruturas só de betão, uma vez que há uma redução das solicitações dos elementos de suporte, e atingir-se uma solução mais rígida e com uma capacidade de carga significativamente superior a uma estrutura simples de madeira [6].

O fogo é um verdadeiro inimigo dos materiais de construção, mas cada um destes reage de maneira diferente em situação de incêndio. O aço vai perdendo resistência e rigidez, o betão torna-se vulnerável devido ao efeito de *spalling* (expansão da água até à explosão do revestimento) e a madeira vai apresentando uma redução gradual da secção. A Figura 2.2 mostra elementos de madeira e de aço após situação de incêndio.



Figura 2.2 – Estrutura após situação de incêndio. Comparação entre os elementos de aço e madeira.

Os pavimentos simples de madeira têm, por norma, uma resistência ao fogo de R30 [10], mas este valor é insuficiente em termos regulamentares [11]. Esta característica é melhorada com a inserção do elemento de betão, conclusão retirada de vários estudos realizados, atingindo-se uma resistência de cerca de 90 minutos ao fogo nas estruturas mistas madeira-betão, mantendo a estabilidade e o isolamento térmico [12].

O betão concede uma proteção à madeira em relação à ação da água, limitando, assim, as variações do teor de água, de forma a evitar os fenómenos de retração e dilatação da madeira [13].

Outra melhoria alcançada é um aumento expressivo do isolamento acústico. Esta melhoria é atingida com a existência da camada de betão, visto que esta vai aumentar a massa da estrutura interferindo diretamente na resistência acústica. Num laboratório Finlandês, *VTT Building and Transport*, foram realizados vários ensaios, revelando o acréscimo de satisfação que esta solução garante. Foi, ainda, criando um documento onde se estabeleceu uma classificação com base nas características de vibração em cada piso, fundamentada em testes “in situ” e experimentais, sugerindo critérios e definindo limites [14].

O nosso país situa-se numa zona de risco sísmico. Esta é um dos motivos da reabilitação e reforço. As construções mais antigas encontram-se privadas de sistemas de contraventamento. Tal carência pode ser combatida recorrendo a estruturas mistas de madeira-betão, porque o piso cria o efeito de diafragma (os pavimentos podem funcionar como diafragmas distribuindo as ações para os núcleos de paredes), com capacidade de se ligar às paredes verticais, potencializando a estrutura face a um ataque sísmico [1].

Com o recurso a esta técnica, subsiste a vantagem de se poder rentabilizar o material já existente, e atingir-se maior rapidez de construção, utilizando a estrutura de madeira presente para a cofragem da camada de betão.

Algumas destas alterações permitem que os edifícios antigos passem a respeitar os níveis de exigência atuais, de uma forma económica.

A questão estética também é valorizada. Com a conversão de pavimentos de madeira em sistemas mistos (Figura 2.3) [2].



Figura 2.3 – Vista interna de uma estrutura mista madeira-betão.

### 2.3 Ligações

É o comportamento do conjunto madeira-betão (tração na madeira e compressão no betão) o fator decisivo para o desempenho da estrutura. Assim sendo, a ligação entre os dois materiais é vital para uma maior eficiência da estrutura.

A tarefa da ligação é transmitir as forças de equilíbrio entre os dois materiais. Esta união dos elementos longitudinais vai originar esforços axiais, e conseqüentemente uma sollicitação de flexão composta, o que não aconteceria se os materiais se deformassem de forma independentemente (estariam sujeitos cada um a flexão simples).

Analisando o comportamento global das estruturas mistas reconhecesse-se um comportamento frágil na madeira, sujeita à combinação de esforços de flexão e tração. No que diz respeito ao betão, sollicitado a esforços de flexão composta com compressão, normalmente não plastifica antes da rotura do elemento de madeira. Assim, a ductilidade destas estruturas mistas é atingida em função da ductilidade da própria ligação.

Nas primeiras estruturas mistas os sistemas de ligação usados foram os que se encontravam nas estruturas só de madeira. Estas soluções pioneiras tinham o inconveniente de tolerarem grandes escorregamentos. De forma a tentar minorar este problema, o desenvolvimento e investigação nesta área tem aumentado de forma significativa.

Dos sistemas de ligação madeira-madeira recriados nos sistemas mistos, os pregos foram os mais utilizados, daí a existência de diversas pesquisas sobre este tipo de ligação. Desenvolveram-se, então, alguns métodos, um baseado em ensaios experimentais de forma a avaliar o comportamento mecânico de ligações pregadas [14], e outros onde se fizeram testes

ao corte e à flexão a pregos com diferentes propriedades, conseguindo definir a influência de cada parâmetro no comportamento do sistema misto [15, 1].

Independentemente de serem menos utilizados, foi importante, também, tentar definir as propriedades mecânicas de outros sistemas de ligação. Sobre os ligadores tipo cavilha (cavilhas, parafusos ou parafusos de porca), dos documentos publicados concluiu-se que, na maior parte dos casos, esta solução não se torna vantajosa em termos de pré-furação [16]. Alguns autores protagonizaram pesquisas ao nível dos sistemas de ligação com recurso a placas dentadas [14] e pregadas [17, 4].

No entanto, a maior parte destas ligações permitem um escorregamento considerável entre os dois materiais, e consequentemente a ação conjunta da madeira e do betão é baixa, o que pode levar a estruturas pouco eficientes.

Foram definidos quatro grupos com base no funcionamento da ligação, mas certos sistemas podem encontrar-se em mais do que um grupo. Os tipos de ligação apresentados anteriormente situam-se no grupo das ligações por interposição de um ligador metálico, onde, no geral, a aproximação entre os resultados experimentais e os modelos seguidos pelo EC5 é bastante razoável [17]. Existem ainda as chamadas ligações por atrito (ou aderência natural), onde, devido a um fenómeno químico, o comportamento da estrutura mista é adequado sem recurso a um dispositivo de ligação. Nos vários ensaios efetuados não se encontraram grandes discrepâncias, o que demonstra a importância deste fenómeno [1], mesmo quando é adicionado outro mecanismo, o atrito tem sempre um papel muito relevante. No entanto, o EC5 apenas reporta a existência de ensaios específicos.

Os últimos dois grupos dizem respeito a ligações por contacto (entalhes) e às ligações coladas, onde interessa focar a análise da durabilidade da colagem, as variações higrométricas e a evolução a longo prazo [1]. No caso das ligações por contacto, as propriedades mecânicas, a capacidade de carga e o módulo de escorregamento são bastante elevadas, o que permite a utilização desta solução em estruturas com grau de exigência superior [14]. Estas duas situações atingem um comportamento misto perfeito, e consequentemente, para efeitos de dimensionamento, homogeneiza-se o material, atendendo aos níveis de resistência e qualidade da colagem.

No início da década de 70, estudou-se uma solução com o uso da resina epoxy, conseguindo eliminar o escorregamento por completo. Contudo não foi possível resolver problemas como o efeito das variações de humidade, o comportamento a longo prazo ou a carga de impacto [14].

Numa tentativa de melhorar o comportamento mecânico dos ligadores tipo cavilha, foi executada uma combinação destes com resina epoxy. A pré-furação foi feita com um diâmetro superior, para que, antes da inserção do ligador, o furo fosse parcialmente preenchido com a resina. O resultado proporcionou um aumento da resistência e rigidez do material circundante à cavilha [14].

Foi encontrada outra solução, recorrendo a uma estratégia semelhante, mas desta vez os ligadores foram perfis de aço em U e C colados na superfície superior no elemento de madeira. Estes perfis foram fixados por meio de parafusos, mas a transmissão de forças para a madeira continuou a ser feita pela cola [14].

Em 1984, foi publicado um artigo com a descrição da execução de tabuleiros de pontes, onde as ligações foram resolvidas através de uma combinação entre entalhes, placas de aço e parafusos. A inclusão dos parafusos teve o objetivo de evitar um possível levantamento do betão em relação ao elemento de madeira [18].

A partir daqui desenvolveram-se soluções específicas para estruturas mistas madeira-betão. Foi produzido um ligador de alta resistência, com duas cabeças. A cabeça superior foi utilizada para aparafusar o ligador e posteriormente ancorá-lo no elemento de betão. De forma oposta a inferior foi colocada na madeira, com o intuito de fixar o comprimento do parafuso em cada um dos elementos [19].

Com base no sistema de ligação convencional de placas pregadas foi apresentada uma nova solução. A execução consistiu em posicionar as placas na face lateral da madeira, mas deixando uma parte acima, onde foi colocada uma folha fina de aço com a função de servir de cofragem ao betão e posteriormente de reforço [14].

Ceccoti e Concan atingiram a solução mais resistente e rígida conhecida. Onde a alma de um perfil metálico com secção transversal em T foi inserida e colada (com resina epoxy) no elemento de madeira, como representado na Figura 2.4. Nos banzos do perfil ainda foi soldada uma treliça para moldar o betão. A transmissão de forças é feita da treliça para o perfil, e deste para a madeira. A grande resistência é atingida pela continuidade da ligação e também pela eliminação do escorregamento por meio da ligação entre o aço e a madeira [14].

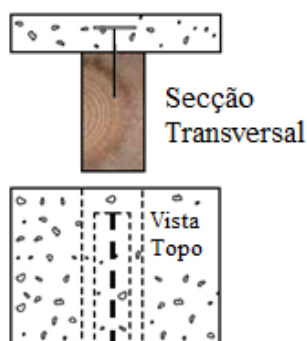


Figura 2.4 – Solução com perfis em T colados [14].

As ligações por entalhes permitem a transmissão das forças de corte por meio das superfícies de contacto em compressão de forma eficiente, a baixos custos e atingindo boa capacidade de carga. Mas problema destes sistemas é a possibilidade não evitarem a elevação de um material em relação ao outro, daí existirem diversas soluções onde este tipo de ligação é combinado com ligadores metálicos.

Uma abordagem diferente, numa tentativa de prevenir a elevação, foi proposta e combinava entalhes na superfície horizontal da madeira com entalhes na face vertical. Obteve-se elevada resistência e rigidez, mas apenas quando o elemento de madeira se encontra inserido no betão.

Numa tentativa de otimizar o sistema de ligação que combina entalhes com ligadores metálicos, conseguiu-se uma solução com cavilhas sujeitas a tensão após o endurecimento do betão. Na realidade este arranjo nem sempre evita a elevação do betão, mas consegue forçar o contacto entre os dois elementos do sistema misto, aumentando a resistência por atrito [14].

Usando uma concretização diferente, com recurso a barras de reforço no betão que trabalhavam em conjunto com entalhes, atingiram-se melhorias ao nível da resistência ao corte, mas principalmente um aumentando a rigidez do conjunto. Com isto foi alcançada uma alternativa à forma de transmissão das forças de corte nos arranjos tradicionais [1].

Foi exposto outro sistema contínuo, que apesar da elevada rigidez, reportou alguma capacidade de deformação plástica. Consistia, então, na instalação de uma malha de aço com meia altura, colada longitudinalmente, com uma abertura na superfície superior da madeira, enquanto a outra parte é colocada no elemento de betão [14].

Em 2002, criou-se um ligador que na parte do elemento de betão assume a forma de um cone, com a finalidade de aumentar a capacidade de deformação plástica antes da rotura, e a parte



inserida no elemento de madeira, através de furos e resina epoxy, apresentava uma forma cilíndrica [14].

Na secção anterior referiu-se o recurso à pré-fabricação de paredes e pavimentos mistos madeira-betão. O sistema de ligação usado nestes casos foi feito por meio de cabos de aço com a forma de um U invertido, onde as extremidades finais deste foram inseridas no elemento de madeira [1].

Concluindo, sem dúvida, as ligações mais eficientes são obtidas recorrendo a sistemas colados, uma vez que podem atingir uma interação perfeita entre a madeira e o betão a um custo aceitável. Mas ainda existe a necessidade de se executarem mais pesquisas nesta área de forma a minorar os seus problemas como, rotura muito frágil e o seu comportamento a curto prazo.

Na prática, as características a que a estrutura, neste caso a ligação em si, são definidas apenas como referências, porque a verdadeira análise é comparativa, considerando as condições de ensaio e as características de ambos os materiais. Ao nível dos aspetos económicos é importante definir o preço do ligador escolhido e a facilidade de aplicação em série.

Ainda existem muitos outros sistemas de ligação para além dos aqui referidos, mas estes já se podem considerar uma grande amostra. Através da Figura 2.5 conseguem resumir-se algumas ligações por interposição de ligadores metálicos.

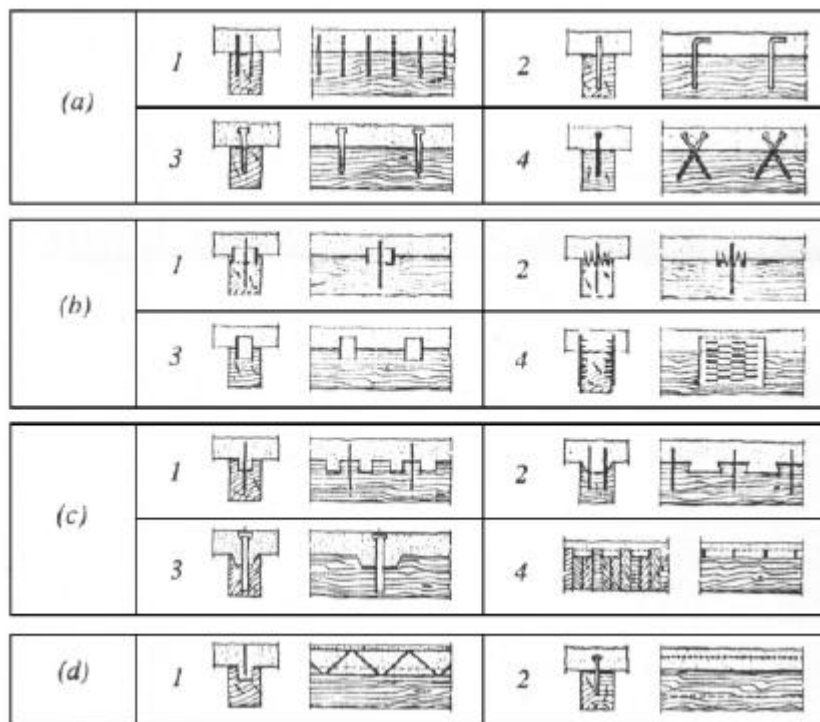


Figura 2.5 – Diferentes exemplos de sistemas de ligação [6].

Para a avaliar o comportamento mecânico dos diferentes tipos de ligação é importante conhecer as curvas carga-escorregamento para cada caso. Estas curvas, normalmente, são descritas através do valor da carga última e do módulo de escorregamento. De alguns dos estudos [4, 14], com base em desenvolvimentos experimentais, definiram-se as curvas carga-escorregamento de vários sistemas de ligação (Figura 2.6).

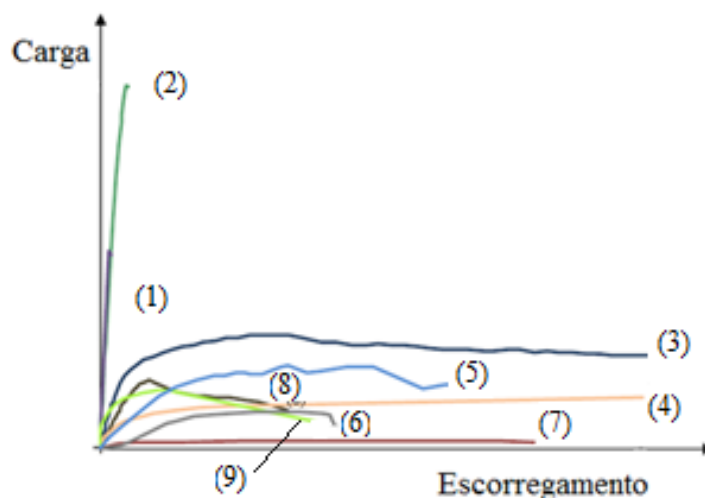


Figura 2.6 - Curvas carga-escorregamento. (1) Ligação colada (2) Ligação entalhada (3) furos na madeira com 70 mm de diâmetro e ligadores  $\phi 20$  mm (4) cavilhas  $\phi 10$  mm (5) “spilt-ring”  $\phi 100$ mm (6) parafusos pós-tensionados (7) pregos (8) parafusos  $\phi 7.5$  (9) placas metálicas.

Nestas curvas familiariza-se a percentagem de força comportada pelos ligadores com o escorregamento na interface dos dois materiais. Nos exemplos considerados, é de fácil percepção que apenas as ligações colada e entalhada têm um comportamento aproximadamente linear até à rotura, apresentando elevada rigidez e resistência. No entanto, têm desvantagem de atingirem valores de deformação muito inferiores comparando com os restantes sistemas de ligação.

De forma oposta, as restantes ligações seguem uma linha altamente não-linear, com baixas rigidez e resistência, mas com um elevado patamar de deformação plástica.

Conseguiu-se, então, definir uma espécie de dois limites: as ligações colada e entalhada como as mais rígidas, os parafusos e as cavilhas como os que atingem maior plastificação. As restantes (5), (6), (8) e (9) atingem valores intermédios tanto de rigidez como de capacidade de carga. É importante salientar que o sistema de ligação (3) é uma opção muito satisfatória, os seus valores de resistência e rigidez são os mais próximos das ligações mais rígidas, e ainda atingem um elevado patamar de plastificação.

Van der Linden [4] determinou, ainda, os coeficientes de fluência para os diferentes tipo de ligação, para períodos de carga entre 1200 a 18250 dias (aproximadamente 50 anos). Estes resultados foram obtidos por derivações, baseadas em medições em vigas mistas a longo prazo, e com a sua associação a modelos analíticos e com aplicação do MEF.

## 2.4 Modelos de cálculo para estruturas mistas madeira-betão

Na combinação de dois materiais espera-se que estes interajam resultando numa estrutura mista. Normalmente, como já referido anteriormente, esta interação é apenas parcial, o que aumenta a dificuldade da sua análise. Esta dificuldade pode ainda ser acrescida na presença de fenómenos como o comportamento não-linear dos materiais a curto e a longo prazo.

É fácil encontrar trabalhos realizados, nas últimas décadas, dirigidos ao desenvolvimento de modelos de cálculo que simulem o comportamento de estruturas mistas. A evolução da tecnologia, nomeadamente dos computadores, tornou o trabalho do engenheiro menos exaustivo e proporcionou-lhe um maior número de ferramentas, permitindo que cada vez se encontrarem soluções mais próximas da realidade e mais rigorosas.

A maior parte dos modelos foram desenvolvidos, de modo geral, para estruturas mistas com interação parcial. Werner [20] apresentou um modelo linear que considerava o escorregamento entre madeira e betão, com base em trabalhos anteriores publicados onde definiram equações diferenciais de equilíbrio [21, 1]. O modelo é simples, fácil de usar e é apresentado no anexo do EC5 para analisar o comportamento das estruturas mistas. No entanto, tem limitações relacionadas com a geometria dos elementos, cargas aplicadas e comportamento mecânico do material. Portanto, devem considerar-se elementos com seções e propriedades constantes ao longo de todo o vão da viga. A carga aplicada deve ter uma distribuição sinusoidal, considerando o comportamento elástico linear dos materiais e da ligação, a fim de se atingirem soluções exatas.

Outros modelos têm sido desenvolvidos para superar estas limitações, apresentando modelos derivados da equação diferencial geral para analisar diferentes condições de carga. O modelo considera diferentes larguras efetivas da laje de betão para os diferentes tipos de cargas aplicadas [22].

Foi analisado o caso particular de vigas mistas sujeitas a fenómenos de “shear lag” e escorregamento na interface. Através de uma análise elástica-linear, combinando duas hipóteses cinemáticas: a deformação de corte em cada viga é desprezada e a interface é rígida transversalmente, assim o deslocamento vertical de cada sub-viga é o mesmo. Este método define equações governativas e condições de fronteira, utilizando como incógnitas os deslocamentos e rotações de pontos situados em cada sub-viga [22].

Uma evolução deste método foi concretizada, onde vigas mistas simplesmente apoiadas sujeitas a cargas transversais uniformes foram estudadas alterando as condições de fronteira. Estas condições variaram na restrição ao escorregamento na interface. Através de uma análise

numérica solucionaram-se equações diferenciais, e desenvolveu-se um estudo paramétrico exaustivo [23].

Para incluir as forças axiais atuantes combinadas com os momentos fletores e efeitos de segunda ordem ( $P-\Delta$ ) foi apresentado um novo modelo. Desenvolveram equações governativas em função do deslocamento vertical do sistema misto. Aplicando estas equações a um exemplo prático, foi possível comparar os resultados obtidos na análise exata com as formulações aproximadas de segunda ordem, e concretizar a sua aplicabilidade em situações práticas. Os resultados finais permitem concluir que esta formulação analítica estima com precisão as deformações e os esforços internos de segunda ordem, neste tipo de sistemas mistos. Essa abordagem é útil especialmente para pilares ou paredes de madeira-betão devido à susceptibilidade de ocorrência de esforços axiais [24].

Em 2006, os estudos anteriores foram expandidos e generalizados. Sendo o modelo aplicável a vigas mistas, pesando a influência dos coeficientes e o efeito da encurvadura lateral. Os objetivos centraram-se em analisar a deformação, investigando uma viga simplesmente apoiada sujeita a um carregamento pontual a meio-vão, e a relevância dos efeitos de segunda ordem. Inovando com o estudo dos coeficientes de encurvadura, executaram a comparação entre os resultados obtidos através de uma interação mecânica parcial com os coeficientes respeitantes a uma interação total. Para a análise de segunda ordem, com o auxílio de um caso prático concluíram, novamente, que os efeitos desta análise não são desprezáveis, em termos de dimensionamento [25].

Um ano mais tarde, foi proposto um modelo matemático com a capacidade de ser aplicado em qualquer estrutura mista. A grande novidade deste estudo foi considerar o efeito da deformação de corte nos elementos constituintes da estrutura mista. Este modelo aplica-se a estruturas simplesmente apoiadas solicitadas a cargas transversais uniformes, onde os materiais apresentam um comportamento elástico-linear, com tensões muito inferiores às tensões de rotura dos materiais, variando linearmente em cada elemento, e, conseqüentemente exibem rotações e deslocamentos mínimos. Os materiais encontram-se em contacto permanente, não existindo separação transversal entre elementos, e a rigidez da ligação é constante. A secção da estrutura mista tem de apresentar simetria em relação ao plano de deformação, e o efeito do atrito é desprezável. As equações governativas foram definidas com o escorregamento na interface como variável base. Para determinar a influência da deformação de corte, uma vez que este foi o objetivo primordial do trabalho, desenvolveram-se um estudo paramétrico com o auxílio de um programa de cálculo matemático [26].

Geralmente, os métodos de análise disponíveis não são capazes de considerar os efeitos da não-linearidade e podem conduzir a resultados não conservativos sob certas condições. Uma solução para ultrapassar este problema é a utilização de outros métodos, como o Método de Elementos Finitos. Mas independentemente do método utilizado a precisão de resultados depende essencialmente de três características: as propriedades físicas e mecânicas, a geometria da estrutura e o carregamento externo aplicado.

Na atualidade, o MEF é sem dúvida o mais utilizado método de análise de estruturas, existindo inúmeros programas computacionais disponíveis. Este método surgiu na década de 50, na indústria aeronáutica.

O MEF pode ser aplicado em estruturas de diversas formas e diferentes níveis de complexidade. Consiste em dividir um meio contínuo numa quantidade finita de elementos, interligados por pontos (nós). Os erros nesta análise numérica devem ser minorados definindo com a maior precisão possível os elementos finitos, tendo em conta o comportamento expectável do modelo em estudo e a aplicação das condições de fronteira. O grande risco está, portanto, na falta de conhecimento do comportamento real da estrutura [14].

No fim dos anos 80, dois investigadores apresentaram um modelo, baseado em elementos finitos. O objetivo foi analisar o comportamento de pavimentos com vigas de madeira (em T) e uma laje de betão unidas por meio de ligadores metálicos. Nesta modelação foi assumido o comportamento elástico-linear dos materiais e da ligação. O teorema da energia potencial mínima foi a base para desenvolver o problema [22].

Dez anos mais tarde, Van der Linden estudou o comportamento de vigas mistas simplesmente apoiadas. Para isso, criou dois modelos, com diferentes formulações, uma diferencial, assumindo o comportamento elástico-linear dos materiais, chegando a equações diferenciais governativas; e a outra variacional, recorrendo a um programa de elementos finitos, onde é tida em conta a não-linearidade dos materiais e da ligação. O comportamento da ligação foi estudado a dois níveis, assumindo um comportamento elástico linear e um comportamento elástico-plástico perfeito. O modelo de elementos finitos é em muito semelhante ao exposto anteriormente, e foi resolvido num programa que analisa os modelos numéricos por meio de retroanálise dos resultados experimentais, avaliando a interface [4].

Em 2006, foi estudada uma modelação, valendo-se de uma análise 3D com o MEF. Seguindo uma análise não-linear, estimaram o comportamento mecânico de estruturas mistas madeira-betão. A interação entre os materiais assumiu um contacto com atrito, e o escorregamento global foi simulado em termos qualitativos. O objetivo foi validar as simulações numéricas

comparando-as com resultados experimentais (testes de corte). Um passo fundamental foi modelar de forma correta a ligação, uma vez que o seu comportamento foi fundamental na capacidade de simulação. Na análise numérica a capacidade de carga e a rigidez inicial foram claramente sobrestimadas [3]. Apesar dos bons resultados atingidos continua a ser necessária mais investigação nesta área, principalmente ao nível das propriedades de compressão da madeira e na incorporação do ligador. Para que as previsões se aproximem ainda mais dos resultados finais do trabalho prático deve ter-se em maior atenção o comportamento do betão ao esmagamento, uma vez que os resultados desviam-se para valores de deformação superiores.

Por norma, são utilizados modelos lineares, assumindo o comportamento elástico-linear dos materiais e da própria ligação. Mas, na prática, o comportamento real das ligações deste tipo de estruturas é muitas vezes não-linear. Assim sendo, em 2010, foi aprofundado um estudo que descrevesse o comportamento da carga e escorregamento das ligações. Os valores obtidos foram semelhantes na análise numérica e na experimental, o que indicou que os parâmetros do modelo aproximaram-se bastante das propriedades mecânicas da ligação. Assim foram estabelecidas as relações numéricas e experimentais. Ao incorporar estas relações numa modelação exponencial atinge-se um modelo de carga-escorregamento preciso. Conclui-se que é possível realizar um análise não-linear recorrendo apenas aos parâmetros que normalmente são utilizados na análise linear elástica [22].

No mesmo ano, analisou-se o comportamento mecânico de vigas mistas, focando-se em determinar os deslocamentos verticais do sistema em equilíbrio. Definindo equações analíticas, com recurso a um programa de elementos finitos, especificamente seguindo o princípio dos trabalhos virtuais. É importante referir que a utilização de equações diferenciais é independente do modo de rotura da ligação, e que este modelo apresenta diferentes valores para o módulo de escorregamento, para ELU e ELS, considerando a não-linearidade do material [27].

Conclui-se que, na maioria dos casos, o comportamento não-linear dos materiais ou da ligação foi a principal razão para utilizar este método.

Uma abordagem diferente, usando métodos das diferenças finitas, permitiu modelar vigas mistas madeira-betão com propriedades variáveis ao longo do comprimento longitudinal e diferentes tipos de cargas [1].

### 3 METODOLOGIAS E PARAMETROS EM ANÁLISE

#### 3.1 Critério de dimensionamento segundo o EUROCÓDIGO 5

Ainda existe uma escassez de informações normativas para o dimensionamento deste tipo de estruturas, daí ser importante continuarem-se os estudos neste campo [28]. Assim sendo, de seguida, desenvolve-se a metodologia de dimensionamento tendo por base os Eurocódigos.

##### 3.1.1 Valores de cálculo

Em termos de análise estrutural, devem considerar-se as propriedades elásticas dos materiais (módulos de elasticidade e módulo de escorregamento da ligação) através dos seus valores médios. No entanto para condições de estados limite de segurança os cálculos devem basear-se nos valores característicos de resistência nas duas componentes.

No material madeira, segundo o EC5, os valores característicos são transformados em valores de cálculo:

$$X_d = k_{mod} \frac{X_k}{\gamma_M} \quad (1)$$

onde,  $\gamma_M$  é o factor parcial,  $k_{mod}$  é o fator de modificação,  $X_d$  valor de cálculo e  $X_k$  valor característico.

##### 3.1.2 Ligação e sua eficiência

No anexo B do EC5 está exposto um método de dimensionamento, que pode ser aplicado para secções mistas de madeira com qualquer outro material, utilizando um ligador metálico. Os ligadores metálicos conferem à ligação um comportamento semi-rígido, sendo necessário ter em conta a rigidez efetiva da ligação e o escorregamento entre as duas componentes da estrutura mista. O grau de rigidez da ligação depende do tipo de ligador escolhido [6].

Na Figura 3.1 está representada a secção transversal de uma viga mista, assumindo como componente 1 a laje de betão e componente 2 a viga de madeira, e respetiva distribuição de tensões.



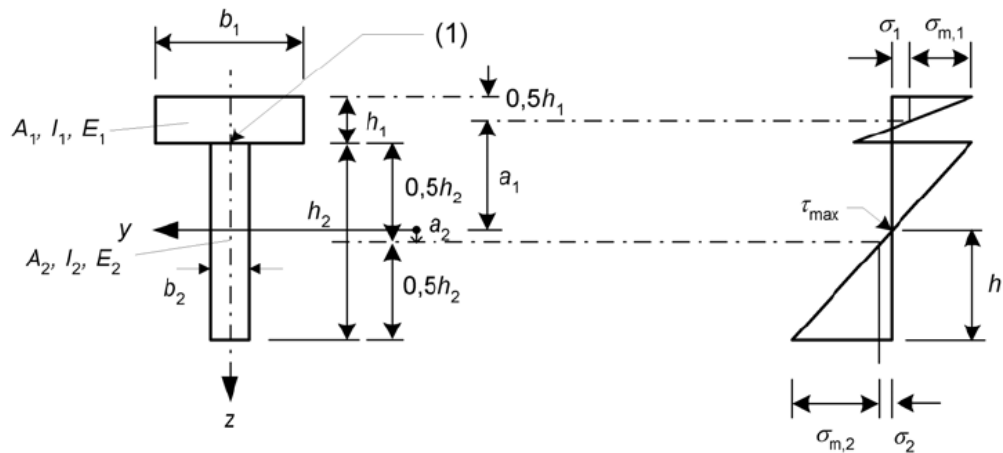


Figura 3.1 – Secção transversal mista e distribuição de tensões [29].

As equações expressas no EC5 assumem as seguintes hipóteses básicas:

- Vigas simplesmente apoiadas;
- O módulo de escorregamento da ligação é  $K$ , que define a rigidez da ligação;
- O espaçamento entre os ligadores,  $s$ , é constante ou varia uniformemente de acordo com a força de corte entre  $s_{min}$  e  $s_{max}$ , com  $s_{max} \leq 4s_{min}$ ;
- O carregamento deve ter a direcção do eixo  $z$ , surgindo um momento  $M=M(x)$  variando senoidal ou parabolicamente e a força de corte  $V=V(x)$ .

No anexo B, capítulo B.2, é definida a rigidez de flexão efetiva através de uma metodologia simplificada.

$$(EI)_{ef} = \sum_{i=1}^3 (E_i I_i + \gamma_i E_i A_i a_i^2) \quad (2)$$

Onde (considerando que para secções transversais em T não existe  $i = 3$ ),

$$A_i = b_i h_i \quad (3)$$

$$I_i = \frac{b_i h_i^3}{12} \quad (4)$$

$$\gamma_2 = 1 \quad (5)$$

$$\gamma_1 = \left[ 1 + \frac{\pi^2 E_1 A_1 s_1}{K_1 l^2} \right]^{-1} \quad (6)$$

$$a_2 = \frac{\gamma_1 E_1 A_1 (h_1 + h_2)}{2 \sum_{i=1}^3 \gamma_i E_i A_i} \quad (7)$$

$$a_1 = (h_1 + h_2) - \frac{h_1}{2} - \frac{h_2}{2} - a_2 \quad (8)$$

Estando a simbologia definida na Figura 3.2, e  $K_i$  é o módulo de escorregamento:  $K_{ser}$  para ELS;  $K_{u,ser}$  para ELU (Figura 3.1).

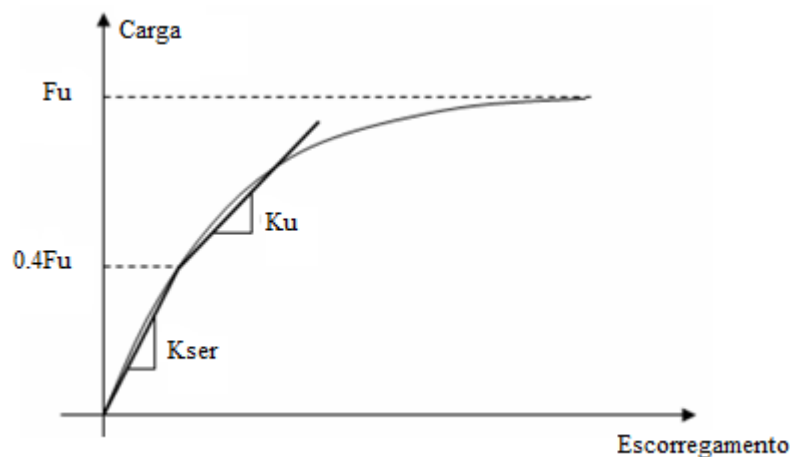


Figura 3.2 – Curva carga-escorregamento com representação dos módulos de escorregamento.

Se o afastamento for um valor constante então  $s_i = s$ , caso contrário o afastamento efetivo é determinado em função do afastamento máximo e mínimo:

$$s_{ef} = 0.75s_{min} + 0.25s_{max} \quad (9)$$

Quando o carregamento a que a viga está sujeita não é simétrico, esta relação de deformações não apresenta um valor constante ao longo do eixo da viga, mas para um carregamento de andamento sinusoidal é possível obter uma relação constante recorrendo ao parâmetro  $\gamma$  acima apresentado. É o coeficiente  $\gamma$  que representa a eficiência da ligação, atingindo o valor 1 na

presença de interação total e 0 quando as componentes têm um comportamento independente uma da outra.

### 3.1.3 Tensões normais e tangenciais

As tensões normais, nos dois materiais, são calculadas pelas seguintes expressões:

$$\sigma_i = \frac{\gamma_i E_i a_i M}{(EI)_{ef}} \quad (10)$$

$$\sigma_{m,i} = \frac{0.5 E_i h_i M}{(EI)_{ef}} \quad (11)$$

Onde  $M$  é o momento fletor atuante na viga mista.

A Figura 3.3 mostra o diagrama de tensões a sua decomposição:

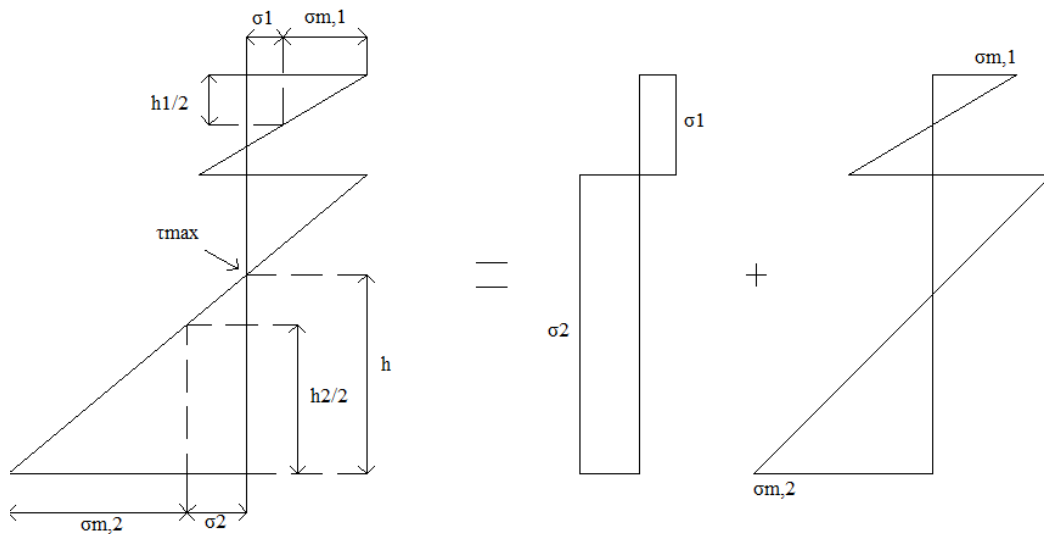


Figura 3.3 – Distribuição de tensões e respetiva decomposição na componente axial e de flexão.

Na parte superior da componente de betão a tensão de compressão é dada por:

$$\sigma_c = \sigma_1 + \sigma_{m,1} \quad (12)$$

Na parte inferior do elemento de betão, é a soma algébrica das tensões normais que define se se está na presença de tração ou compressão:

$$\sigma_c = \sigma_1 + \sigma_{m,1} \text{ se } \sigma_1 > \sigma_{m,1} \quad (13)$$

$$\sigma_t = \sigma_1 + \sigma_{m,1} \text{ se } \sigma_1 < \sigma_{m,1} \quad (14)$$

Posto isto, são necessárias as verificações que se seguem, para a componente de betão e para a componente de madeira, respetivamente:

$$\sigma_{c,d} < f_{cd} \quad (15)$$

$$\sigma_{t,d} < f_{ctm,d} \quad (16)$$

sendo,  $\sigma_{c,d}$  a tensão de cálculo de compressão,  $\sigma_{t,d}$  a tensão de cálculo de tração,  $f_{c,d}$  a resistência de cálculo à compressão do betão,  $f_{ctm,d}$  a resistência de cálculo à tração do betão.

$$\frac{\sigma_{2,d}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,2,d}}{f_{m,d}} \leq 1 \quad (17)$$

onde,  $\sigma_{2,d}$  é a tensão de cálculo de tração na madeira,  $\sigma_{m,2,d}$  é a tensão de cálculo de flexão na madeira,  $f_{t,0,d}$  é a resistência de cálculo à tração da madeira,  $f_{m,d}$  é a resistência de cálculo à flexão da madeira.

A tensão tangencial máxima dá-se onde a tensão normal é nula, e segundo o EC5, B.4:

$$\tau_{2,max} = \frac{0.5E_2h_2^2}{(EI)_{ef}}V \quad (18)$$

nde,  $V$  é o esforço transversal atuante na viga mista.

Esta tensão tem de ser inferior à resistência ao corte:

$$\tau_{2,max,d} \leq f_{v,d} \quad (19)$$

sendo,  $f_{v,d}$  a resistência ao corte da madeira.

### 3.1.4 Carga nos ligadores

O EC5 apresenta a expressão para o cálculo da força nos ligadores, B.5:

$$F_i = \frac{\gamma_i E_i A_i \alpha_i s_i}{(EI)_{ef}} V \quad (20)$$

O afastamento dos ligadores ser constante ou não é um fator que influencia diretamente o cálculo da força nos ligadores. Se o espaçamento não for constante o valor a substituir na expressão anterior deve o ser  $s_{\min}$ .

## 3.2 Técnica da homogeneização de secções mistas

É na situação limite quando a ligação é rígida que se atinge a rigidez efetiva máxima da secção transversal. Um sistema rígido permite aceitar a hipótese de Bernoulli, o que torna o cálculo extremamente simples. A hipótese de Bernoulli permite considerar que durante o processo de deformação as secções retas da viga permanecem planas e perpendiculares ao eixo fletido da viga.

Basta, então, homogeneizar a secção num só material, madeira ou betão, para obter os esforços e as deformações da secção, sendo suficiente a aplicação de equações básicas da resistência dos materiais.

O módulo de elasticidade do betão é superior ao da madeira, a homogeneização vai ser feita em madeira, de forma conservativa. Com a relação entre os dois módulos de elasticidade calcula-se o coeficiente de homogeneização:

$$n = \frac{E_B}{E_M} \quad (21)$$

onde,  $E_B$  e  $E_M$  são os módulos de elasticidade do betão e da madeira, respetivamente.

Assim, a largura homogeneizada do betão é equivalente a  $n$  vezes a sua largura real, como representado na Figura 3.4.

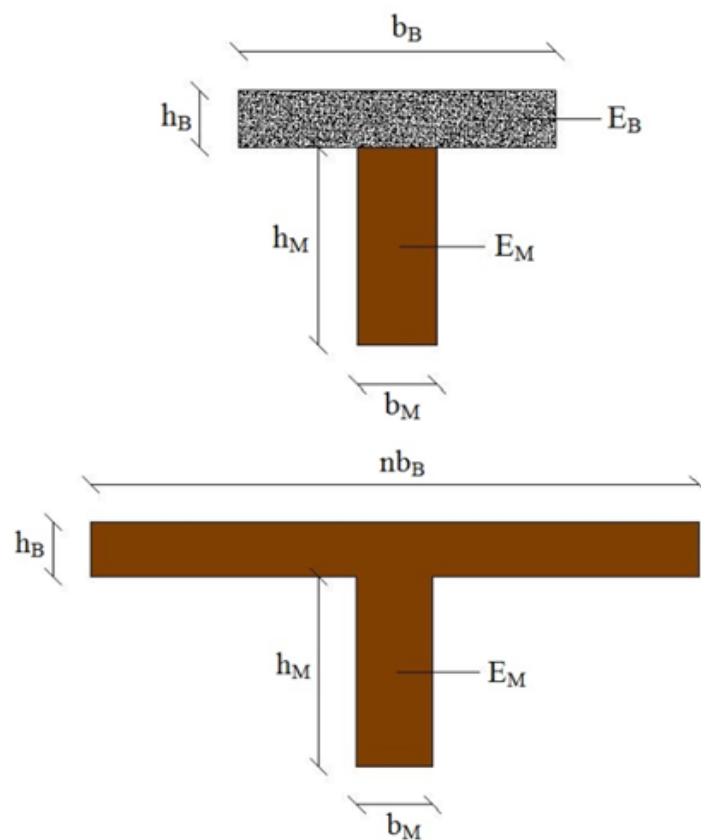


Figura 3.4 – Representação da secção transversal antes (acima) e depois da homogeneização (abaixo).

Como o valor de  $n$  é elevado a secção do betão adquire uma importância maior, o que leva a uma mudança no eixo neutro da secção, passando este para uma posição mais elevada, e consequentemente, o betão encontra-se praticamente todo comprimido e a madeira trabalha essencialmente à tração.

Ao nível da resistência dos materiais as tensões normais são calculadas pela razão entre a força resultante e a área da secção transversal. Por outro lado, com a relação entre a força resultante e área de contacto entre os dois materiais (interface) determinam-se as tensões tangenciais [8].

### 3.3 Parâmetros em estudo

Para analisar o comportamento de sistemas mistos madeira-betão fizeram-se variar vários parâmetros, de forma a compreender a influência de cada um deles neste tipo de estruturas.

O módulo de elasticidade é uma propriedade intrínseca dos materiais. Uma vez que as estruturas mistas são compostas por dois materiais distintos é importante variar cada um deles, e conseqüentemente as suas propriedades mecânicas. No conteúdo desta dissertação a razão entre os módulos de elasticidade da madeira e do betão, de forma a se obterem configurações realísticas como será exposto no capítulo seguinte, é 3.

Outro parâmetro tido em conta foi a configuração geométrica da secção transversal, variando as larguras e alturas de cada componente do sistema misto, com base em critérios de dimensionamento.

É importante frisar que as suposições consideradas daqui para a frente dizem respeito a aplicações correntes com vãos pequenos e médios de 3, 6, e 9 metros, e com uma distribuição de cargas média (com máximo de 12kN/m<sup>2</sup>) provocando essencialmente esforços de flexão.

A rigidez do sistema misto é definida principalmente pelo módulo de escorregamento, K. Este módulo varia com o tipo de ligação e de ligador escolhido. Com o intuito de englobar uma vasta gama de situações, o módulo de escorregamento por ligador, k, variou desde valores muito baixos até valores que levassem a alcançar rigidezes efetivas próximas da rigidez máxima. Assim, de forma indireta também foi tida em conta a influência dos diferentes tipos de ligadores e o espaçamento, s, entre eles.

$$k = \frac{K}{s} \quad (22)$$

Com esta simplificação a expressão do coeficiente  $\gamma$  toma a seguinte forma:

$$\gamma_1 = \left[ 1 + \frac{\pi^2 E_1 A_1}{kl^2} \right]^{-1} \quad (23)$$

### 3.4 Resultados experimentais de referência

De forma a validar os resultados obtidos foi importante estudar documentos da bibliografia que comparassem resultados experimentais com estes modelos analíticos. Os valores obtidos a nível analítico nesta dissertação podem ser considerados válidos, no entanto é importante referir que os resultados analíticos são sobrestimados quando comparados com ensaios de flexão, uma vez que não têm em conta o comportamento plástico dos ligadores [4].

## 4 ANÁLISE PARAMÉTRICA E RESULTADOS

### 4.1 Introdução

Como já foi concluído por vários autores para se atingir uma solução mista eficaz é necessário obter uma ligação eficiente [4, 5]. Isto é, uma ligação com resistência suficiente para transmitir as forças de corte que se desenvolvem na interface, e com uma rigidez tal que limite o escorregamento entre os dois materiais do elemento misto.

No caso de uma viga simplesmente apoiada podem definir-se duas situações extremas, quando a interação entre os dois materiais é nula, levando a que cada um deles trabalhe de forma independente do outro, e, por outro lado, quando a ligação é perfeita, alcança-se uma secção mista que trabalha completamente em conjunto. A Figura 4.1 mostra a distribuição de tensões, a deformação e o escorregamento nestas duas situações.

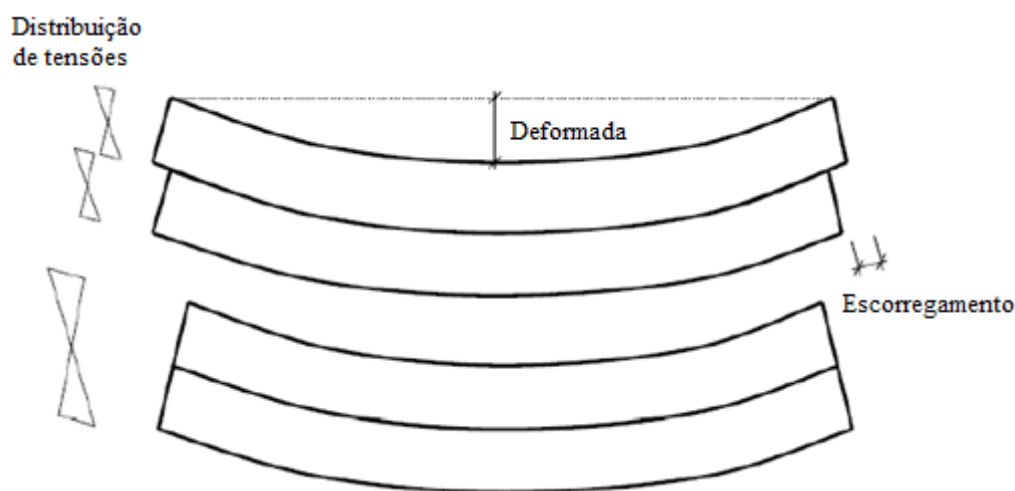


Figura 4.1 - Distribuição de tensões e deformação sem e com ação conjunta [14].

Analisando cada uma das situações referidas acima, no caso em que a interação é inexistente o escorregamento resulta do facto dos dois materiais resistirem de forma independente aos esforços de flexão e, conseqüentemente, às forças de compressão e tração. Na 2ª situação, como é exigido que ambos os materiais trabalhem em conjunto, o elemento de madeira resiste aos esforços de tração e o betão à compressão, o que leva a deformações inferiores.



Nesta altura é importante focar as propriedades mais importantes das ligações.

A análise de resultados apresentada neste capítulo é feita através de uma percentagem de erro, calculada ao nível da rigidez efetiva da secção e das tensões. O erro percentual é definido pela comparação de resultados obtidos pelo método do EC5 e pela técnica da homogeneização. O EC5 representa os valores mais rigorosos e quando se homogeneiza a secção atingem-se os valores máximos possíveis para uma determinada configuração geométrica, propriedades dos materiais, nível de carga e vão da viga.

## 4.2 Influência da ligação na rigidez efetiva de estruturas mistas

### 4.2.1 Influência da configuração geométrica da secção, rigidez e resistência da ligação

Suposições têm de ser feitas para se definirem as dimensões e respetivas relações da geometria da secção e propriedades dos materiais. As dimensões da viga de madeira e da laje de betão interferem na rigidez e resistência do conjunto, e a efetividade da ação conjunta depende da proporção dos dois materiais.

A Figura 4.2 representa a geometria de um elemento misto com a respetiva nomenclatura das dimensões de cada componente.

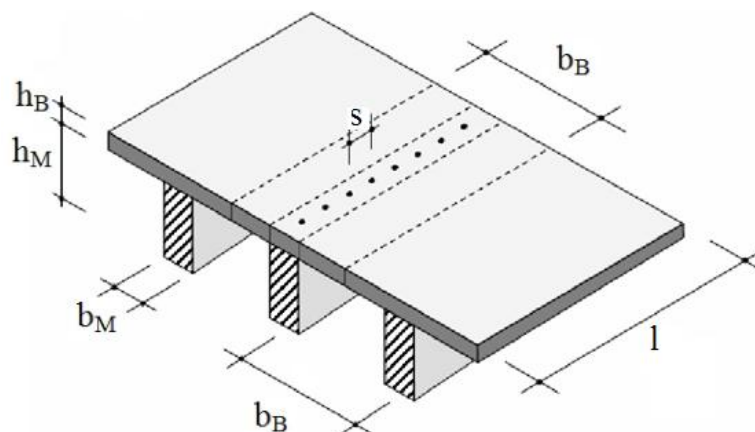


Figura 4.2 - Configuração geométrica de um elemento misto de madeira-betão (adaptado: [4]).

Inicialmente foi definido um parâmetro em função dos módulos de elasticidade dos materiais e das larguras de cada elemento. Com o propósito de englobar uma vasta gama de situações foram atribuídos a este parâmetro diferentes valores: 3, 6, 12, 18, 24 e 30.

$$C_p = n \frac{b_B}{b_M} \quad (24)$$

sendo,  $b_B$  e  $b_M$  as larguras da componente de betão e de madeira, respetivamente, e  $n$  a razão entre os módulos de elasticidade:

$$n = \frac{E_B}{E_M} \quad (25)$$

onde,  $E_B$  e  $E_M$  são os módulos de elasticidade do betão e da madeira, em valores médios, respetivamente.

Para que os valores obtidos representem a realidade assume-se que este parâmetro  $n$  seja 3. Nestes casos, quando, por exemplo a largura da viga de madeira for de 100 mm a respetiva largura do elemento de betão apresenta um valor de 1000 mm, para o valor máximo de  $C_p$ . Na situação contrária, quando o parâmetro  $C_p$  for 3, para a mesma largura da componente de madeira atinge-se uma largura da laje de 100 mm. No entanto, se a razão entre os módulos de elasticidade for diferente de 3 não significa que os cálculos estejam errados, mas sim que os critérios que relacionam as dimensões da secção transversal podem ser diferentes. A Figura 4.3 esquematiza a geometria da secção transversal para diferentes valores do parâmetro  $C_p$ .

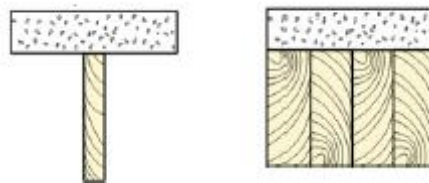


Figura 4.3 – Configuração da secção transversal com  $C_p=30$  e  $C_p=3$ , respetivamente.

O nível de ação conjunta dos elementos mistos, como já referido anteriormente, pode ser nulo, se não existir ligação entre as componentes dos dois materiais, ou total se a ligação for perfeita. O cálculo da rigidez de flexão máxima foi feito homogeneizando a secção, tornando-a numa secção equivalente só de madeira. A rigidez de flexão mínima, uma vez que os materiais trabalham de forma independente, é apenas um somatório das rigidezes de cada material. Sendo assim, a razão entre a rigidez de flexão máxima e mínima resulta na seguinte expressão:

$$\frac{EI_{max}}{EI_{min}} = \frac{1 + 4C_p h + 6C_p h^2 + 4C_p h^3 + C_p^2 h^4}{1 + C_p h^3 + C_p h + C_p^2 h^4} \quad (24)$$

onde,  $h$  corresponde à razão entre a altura do betão e a altura da madeira.

O quociente entre os valores de rigidez de flexão nestas duas situações extremas, para certas configurações geométricas e propriedades dos materiais, foi analisado por Van der Linden [4] que definiu o seu valor máximo como 4. Através da Figura 4.4 é demonstrada essa mesma conclusão, que é independente do material utilizado uma vez que a razão entre os módulos de elasticidade é tida em conta pela razão  $n$ :

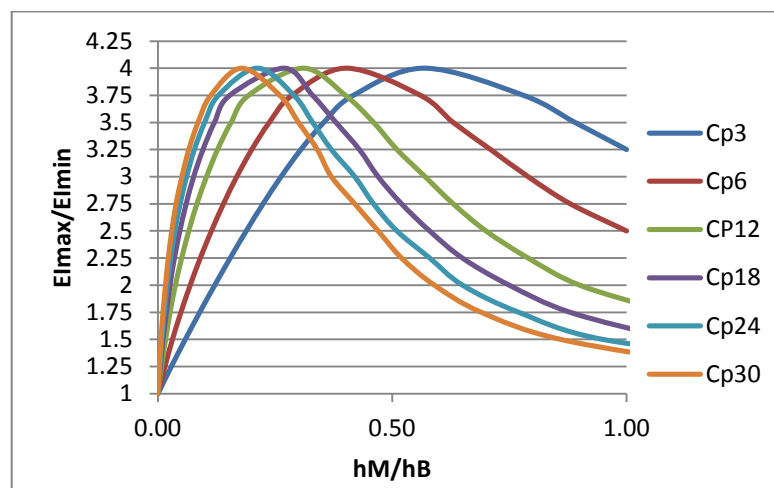


Figura 4.4 – Eficiência estrutural da solução.

Esta definição do valor 4 leva diretamente à diminuição máxima das deformações, o que é importante porque as deformações são um fator que muitas vezes condiciona a conceção deste tipo de estruturas [4]. Encontrada a expressão (24) facilmente se obtém o valor da relação entre as alturas dos dois materiais para cada valor do parâmetro  $C_p$ .

A rigidez efetiva de uma secção mista depende do fator de composição  $\gamma$ . Este fator define a eficácia do elemento misto. A Figura 4.5 mostra a variação da razão entre a rigidez de flexão efetiva com a rigidez mínima, em função das alturas das componentes de betão e madeira, para diferentes valores do coeficiente de composição, para o parâmetro  $C_p$  12.

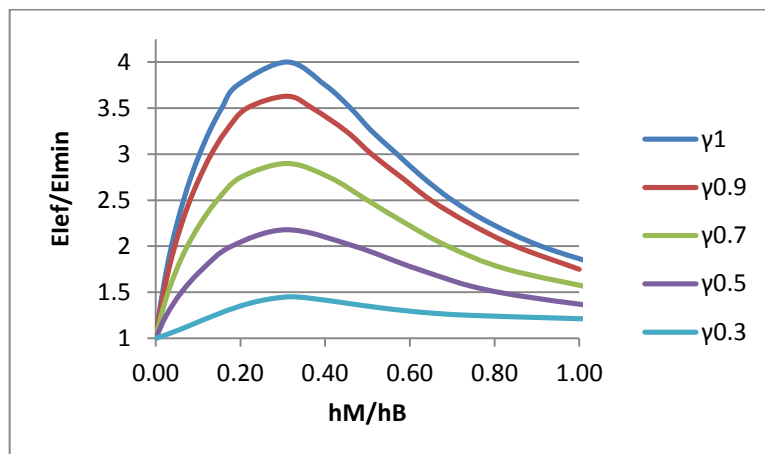


Figura 4.5 – Influência do fator de composição.

Com a análise da figura anterior, torna-se claro que, apenas uma dada configuração alcança a sua rigidez relativa máxima  $(E_{ief}/E_{imin})_{max}$ , para cada  $C_p$ . Assim, Van der Linden [4] apresenta uma expressão, equivalente à (32):

$$\frac{h_B}{h_M} \sqrt{n \frac{b_B}{b_M}} = 1 \quad (25)$$

Com o objetivo de se alcançar esta razão ótima, para algumas soluções torna-se necessário diminuir a altura ou a largura das componentes, ou em alternativa aumentar o módulo de escorregamento [4].

Finalmente foi também assumido, com o propósito de otimizar a secção de madeira, que o valor largura da componente de madeira é sempre igual à respetiva altura dividida por 2.5.

Para cada um dos parâmetros  $C_p$  foi calculada a rigidez efetiva, fazendo variar o módulo de escorregamento de valores muito baixos até valores elevados, com o propósito entender as diferenças entre cada configuração geométrica. Fixando como valor máximo do módulo de escorregamento de 10000 N/mm/mm (Figura 4.6 e 4.7).

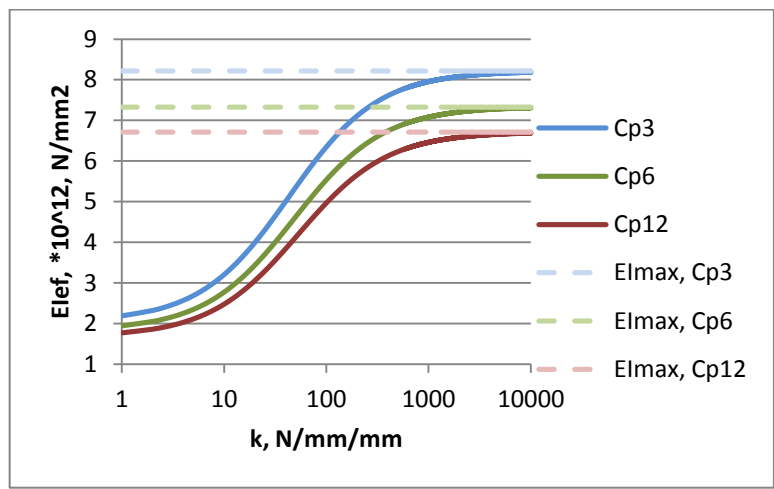


Figura 4.6 – Curvas da rigidez efetiva, em função do módulo de escorregamento. Para um vão de 6m. Base logarítmica.

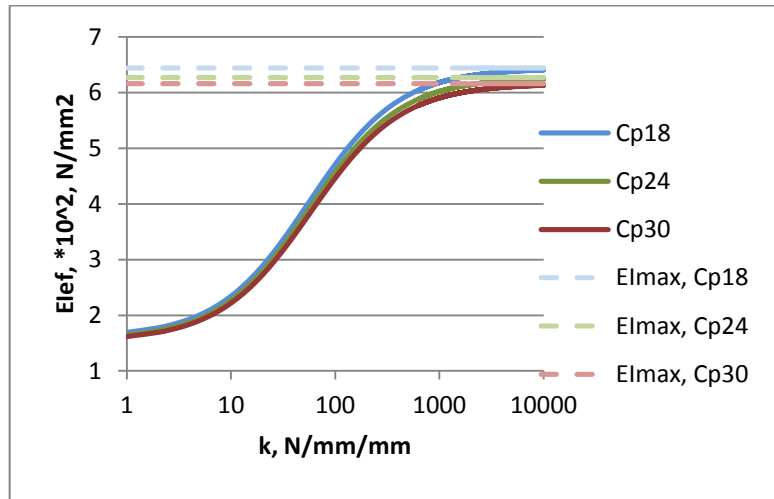


Figura 4.7 – Curvas da rigidez efetiva, em função do módulo de escorregamento. Para um vão de 6m. Base logarítmica.

As linhas a tracejado representam o valor máximo de rigidez e as restantes a variação da rigidez efetiva seguindo o método do EC5. As curvas obtidas permitem entender que o erro percentual entre as duas análises vai diminuindo para valores do módulo de escorregamento elevados, mantendo-se próximo de um valor constante a partir de um certo patamar tendendo para a rigidez máxima. No Anexo A encontram-se curvas semelhantes para os casos em que o vão da viga é de 3 e 9 metros (Figura A.1-A.4).

Para cada parâmetro  $C_p$  e para diferentes valores de vão da viga, o valor da razão entre a rigidez efetiva máxima e a rigidez na situação de interação parcial nula nunca ultrapassou o já referido valor 4, como é visível nas Figuras 4.8-4.10.

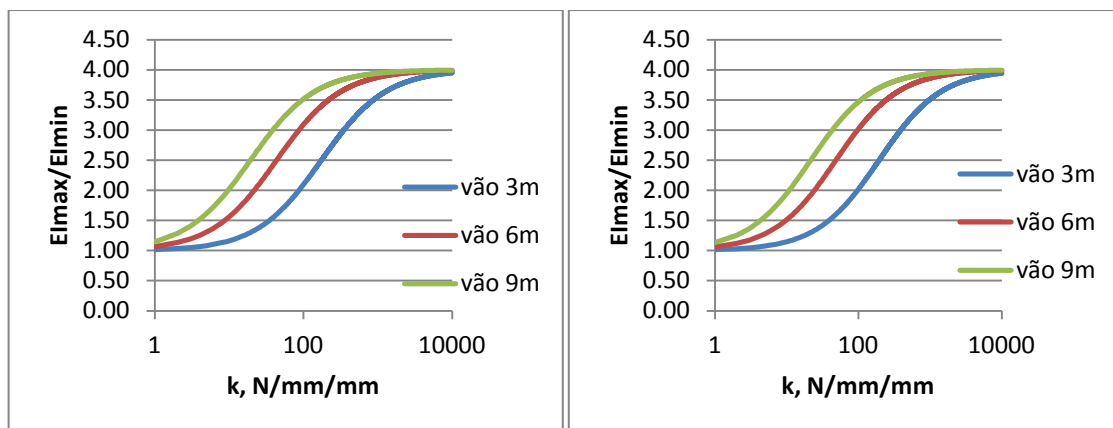


Figura 4.8 – Razão entre a rigidez efetiva máxima e rigidez mínima em função de  $k$ , para  $C_p$  3 à esquerda e  $C_p$  6 à direita. Base logarítmica.

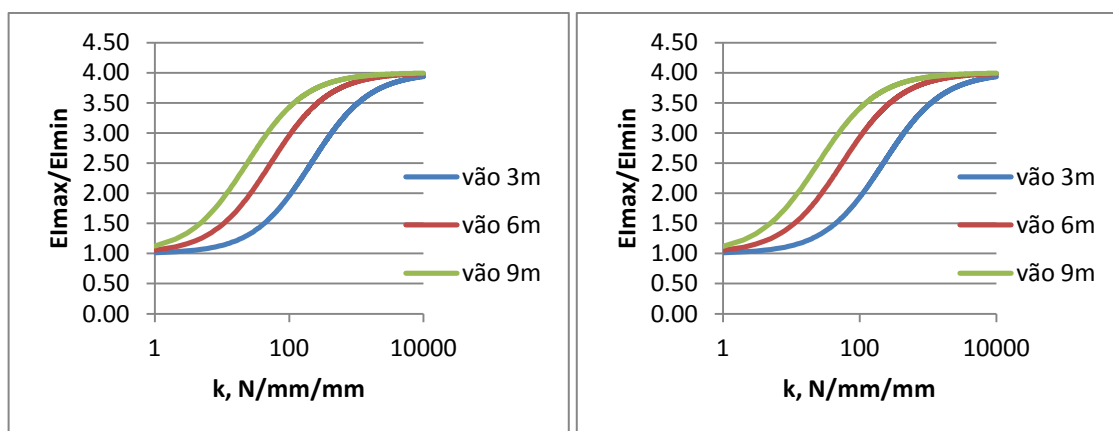


Figura 4.9 – Razão entre a rigidez efetiva máxima e rigidez mínima em função de  $k$ , para  $C_p$  12 à esquerda e  $C_p$  18 à direita. Base logarítmica.

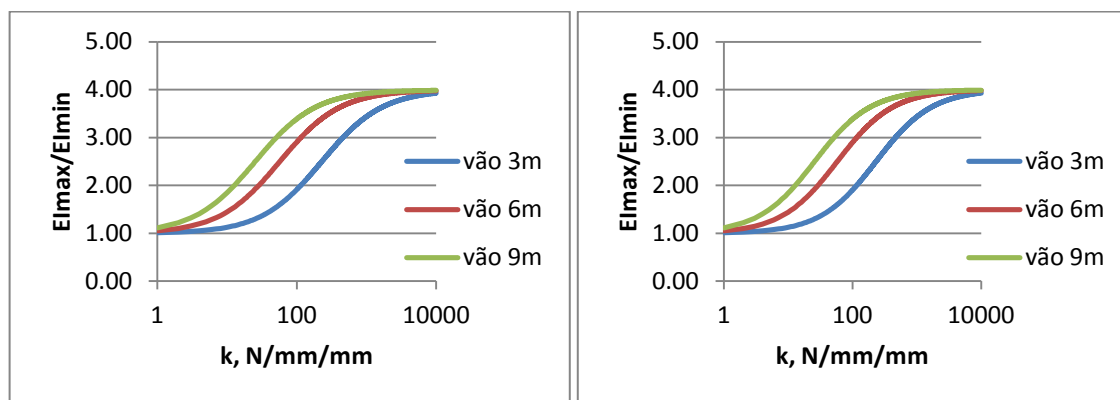


Figura 4.10 – Razão entre a rigidez efetiva máxima e rigidez mínima em função de  $k$ , para  $C_p$  24 à esquerda e  $C_p$  30 à direita. Base logarítmica.

Pode dizer-se que o módulo de escorregamento é uma propriedade importante no comportamento mecânico dos elementos mistos de madeira-betão. É esta propriedade que permite contornar a dificuldade em avaliar o comportamento dos sistemas de ligação usados neste tipo de estruturas. Por esta razão, na escolha do ligador adequado o peso do módulo de escorregamento deve ser grande, desde que o comportamento final da estrutura mista dependa do comportamento da ligação.

É importante definir a diferença que o comprimento do vão da viga pode exercer. Admitindo um módulo  $k$  constante, o que pressupõe um mesmo sistema de ligação e espaçamento entre os ligadores para cada caso, o vão define significativamente o nível de eficácia da secção mista. A Figura 4.11 apresenta a evolução do fator de composição  $\gamma$ , para quatro diferentes módulos, em função do vão de uma viga com o parâmetro  $C_p$  6 e com a configuração geométrica para uma largura do elemento de madeira de 100 mm.

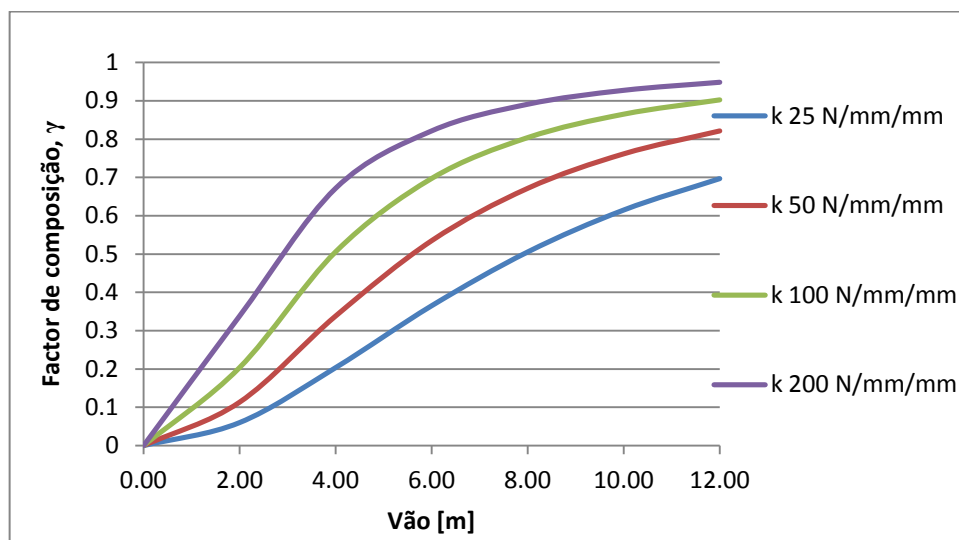


Figura 4.11 – Relação entre o vão da viga e o fator de combinação,  $\gamma$ .

Para vãos até dois metros de comprimento dificilmente se atingem fatores de combinação superiores a 0.35, isto mostra que, independentemente dos ligadores usados e do espaçamento entre eles, apenas se atinge um incremento de rigidez de 35%. Para vãos mais elevados torna-se mais fácil atingir valores próximos da interação perfeita ( $\gamma=1$ ), concluindo que para se chegar a uma maior rigidez serão necessários vãos mais elevados. A comparação seguinte foi feita para destacar o efeito da dimensão do vão. O fator 0.5 é atingido no caso em que o módulo é 100 N/mm/mm para vãos de 4 metros, enquanto se  $k=25$  N/mm/mm consegue-se aos 8 metros, isto significa que se atinge a mesma rigidez de flexão com o dobro do vão e apenas 25% do módulo de escorregamento, reduzindo-se o número de ligadores significativamente.

A influência do vão da viga pode também ser expressa com curvas rigidez efetiva-módulo de escorregamento. As Figuras 4.12-4.15 apresentam essas curvas para cada valor de  $C_p$ .



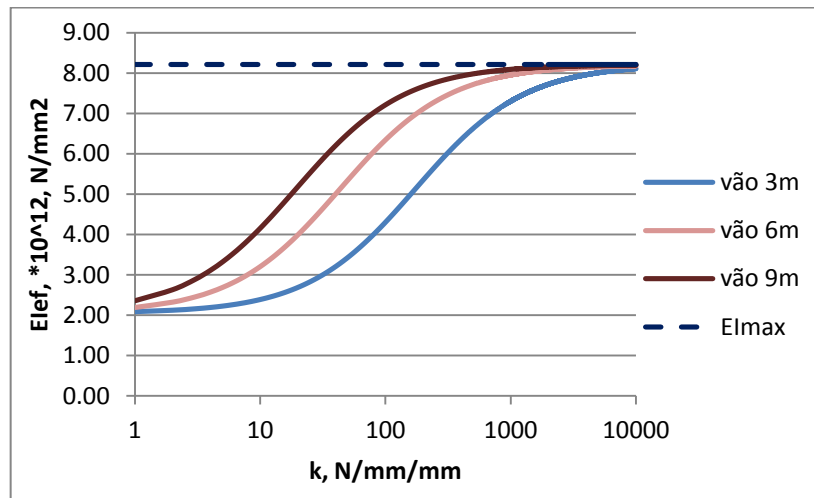


Figura 4.12 – Curvas rigidez efetiva-módulo de escorregamento, para Cp3, com representação da rigidez máxima. Base logarítmica.

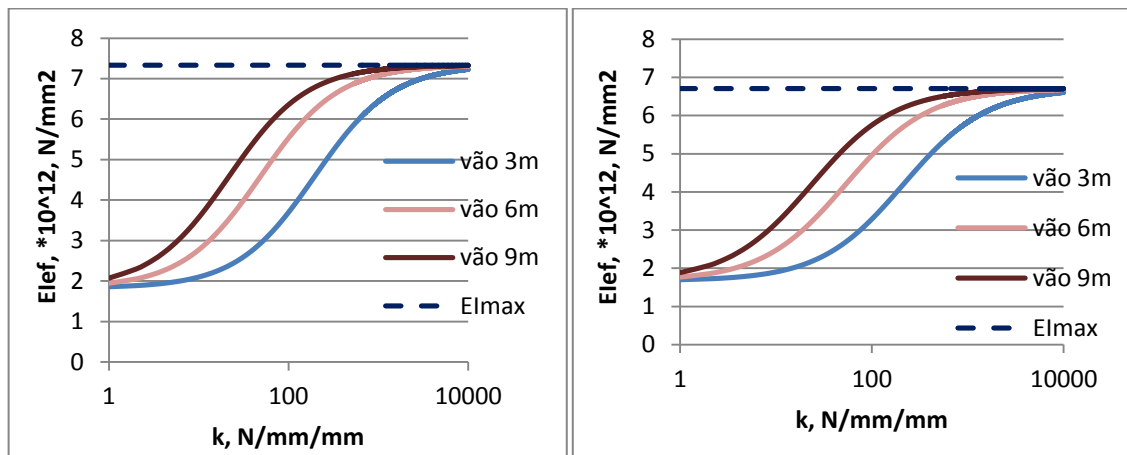


Figura 4.13 – Curvas rigidez efetiva-módulo de escorregamento, para Cp6 à esquerda e Cp12 à direita, com representação da rigidez máxima. Base logarítmica.

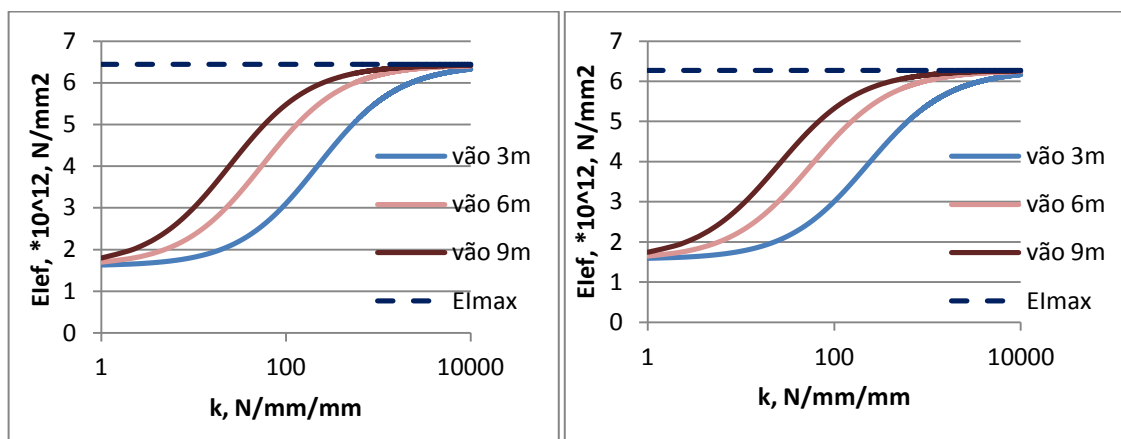


Figura 4.14 – Curvas rigidez efetiva-módulo de escorregamento, para Cp18 à esquerda e Cp24 à direita, com representação da rigidez máxima. Base logarítmica

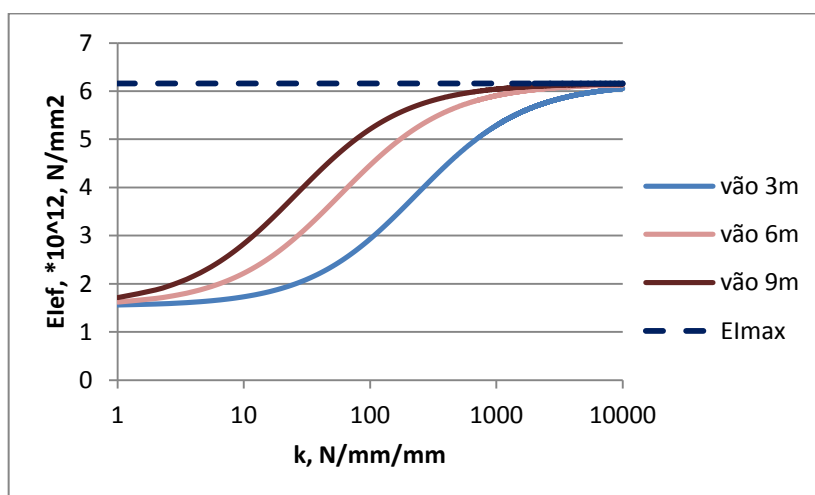


Figura 4.15 – Curvas rigidez efetiva-módulo de escorregamento, para Cp30, com representação da rigidez máxima. Base logarítmica.

Das curvas rigidez-módulo de escorregamento, representadas nas Figuras 4.13-4.16, é visível que para um certo nível do módulo de escorregamento as curvas vão atingindo um patamar próximo de constante. Condição que também é facilmente observada pelas Figuras e pelo Quadro C.1 do Anexo C.

Pode então dizer-se que o módulo de escorregamento a partir de certos valores deixa de influenciar de forma significativa a rigidez de flexão das estruturas mistas madeira-betão. Por outro lado, abaixo de certos valores deste parâmetro a interação entre os dois materiais torna-se desprezável, já não sendo rentável o uso de sistemas mistos.

Por outro lado, a resistência da ligação é a responsável pela transmissão das forças de corte. Sendo assim, não tem influência direta na distribuição de tensões, contando que a conceção da ligação garanta a resistência necessária. No entanto, caso isto não se verifique, a rotura do sistema de ligação pode levar à eliminação da interação entre os dois materiais ou até ao colapso da estrutura, facto que torna essencial o papel desta propriedade.

Pode então dizer-se que a resistência tem de ser tida em conta quando combinada com o módulo de escorregamento, uma vez que não é interessante optar por um sistema de ligação muito rígido se a resistência não for suficiente.

A força de corte a que a ligação está sujeita apresenta o valor zero, na situação em que a madeira e o betão trabalham de forma independente, atingindo o seu valor máximo quando se esta na presença da um interação perfeita. Na maioria dos casos práticos, o valor da força encontra-se entre estes dois valores.

É importante dimensionar as estruturas dando a devida atenção ao valor da resistência da ligação. Sabendo que as forças máximas atuam nos extremos da viga (zonas junto aos apoios), com o exemplo de uma viga com largura de 100 mm, para interação perfeita, obtiveram as seguintes curvas para três casos de carga diferentes (cargas uniformemente distribuídas), para o caso de uma vão de 9 metros (Figura 4.16).

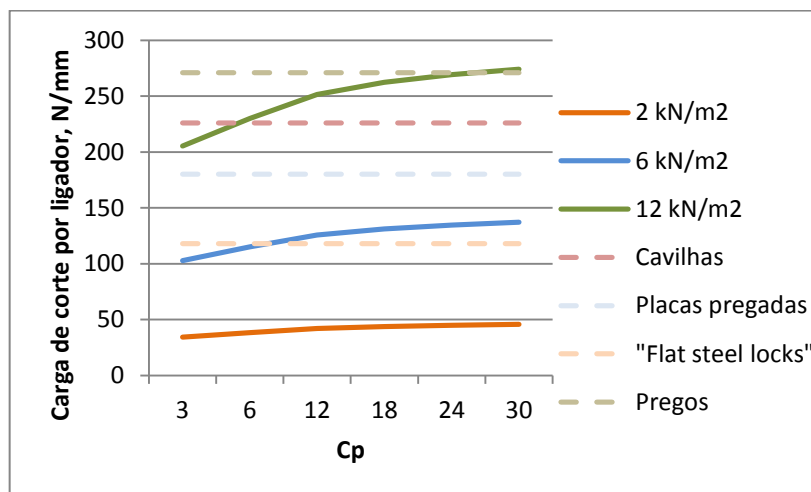


Figura 4.16 – Carga de corte, por ligador, para interação perfeita.

As curvas para o caso de um vão de 3 e 6 metros encontram-se no Anexo B (Figuras B.1 e B.2).

A figura acima mostra a variação do valor das cargas de corte, em função dos diferentes valores do parâmetro  $C_p$ , para os três níveis de carga. O tracejado marca os valores de carga que diferentes tipos de sistemas de ligação atingem para estruturas mistas deste tipo retirados da bibliografia [38], o que permite concluir que a maior parte das ligações consegue suportar a resistência ao corte máxima atingida na maioria das configurações. Como estes valores dizem respeito a situações em que a ação conjunta dos dois materiais é perfeita, na prática os valores atingidos serão inferiores, uma vez que normalmente a interação é parcial. Pode então concluir-se que, no geral, a escolha do ligador pode ser feita com base noutro critério que não a força de corte máxima que este consegue suportar.

### **4.3 Influência do betão em estruturas mistas**

Em vigas mistas com secção transversal em T, a laje de betão é colocada inicialmente sob compressão na maioria das configurações geométricas. Consoante os valores de resistência e rigidez do sistema de ligação, e para um certo nível de carga, a componente de betão permanece sujeita a esforços de compressão ou a tensões de tração. Na realidade, a rigidez total da secção mista é influenciada principalmente pela proporção dos dois materiais e pela rigidez do elemento de madeira, sendo dificilmente afetada pela rigidez do betão.

Na conceção do projeto de um elemento misto é importante assegurar que as forças de corte transmitidas pelos ligadores sejam suportadas pela componente de betão. Para determinar a eficiência deste mecanismo de transmissão de forças longitudinais de corte é importante saber se o betão se encontrava ou não inicialmente fissurado.

A retração do betão provoca deformações e tensões nos elementos estruturais que podem levar à fissuração, e depende das condições ambientais em que a peça está inserida e dos componentes do material. Nas estruturas mistas os responsáveis pela resistência à retração são os ligadores, o que leva a que as forças de corte provocadas pela retração do betão tenham direção oposta relativamente às forças verticais devido à gravidade. Independentemente disso, a retração do betão causa deformações no mesmo sentido que as restantes forças aplicadas na estrutura [30].

### **4.4 Influência da madeira em estruturas mistas**

As suas propriedades mecânicas da madeira são determinantes na resistência e rigidez do conjunto. Para o cálculo da capacidade de carga da viga mista é fundamental conhecer-se a resistência à tração paralela às fibras da componente de madeira.

A Figura 4.17 demonstra a importância do módulo de escorregamento na tensão de tração da madeira, e também na relação entre a rigidez efetiva do conjunto e a rigidez do elemento de madeira. Analisando o caso de uma viga simplesmente apoiada com um vão de 6 metros sujeita a uma carga uniformemente distribuída de  $6 \text{ kN/m}^2$ , com uma configuração geométrica de parâmetro  $C_p$  3.

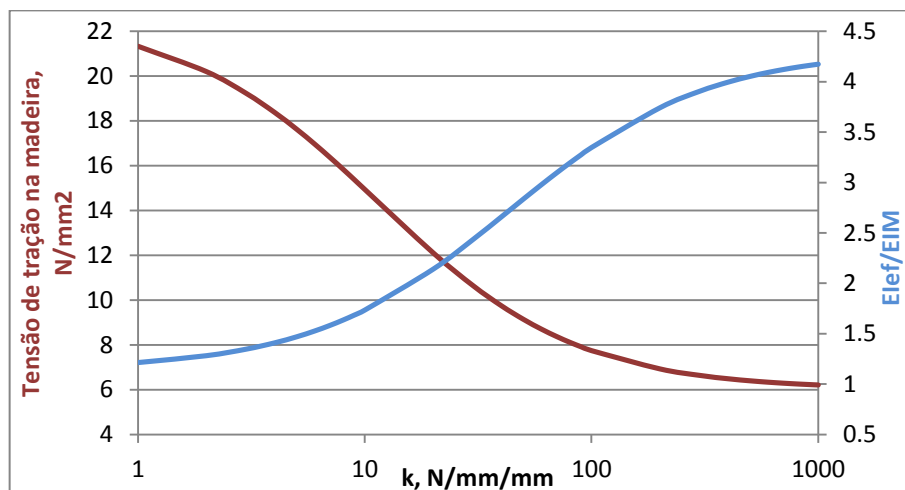


Figura 4.17– Tensão na madeira e razão entre a rigidez efetiva e a rigidez no elemento de madeira, variando o módulo de escorregamento. Base logarítmica.

A tensão de tração na madeira atinge um valor de 21.3 MPa quando os materiais trabalham de forma independente, diminuindo até 6.2 para um valor elevado do módulo de escorregamento. A madeira usada neste exemplo foi um C22, e a rigidez de flexão do elemento misto aumenta até um valor superior a 4 quando relacionada com a rigidez de flexão da componente de madeira, com o aumento do módulo de escorregamento.

#### 4.5 Erro percentual e discussão de resultados

A diferença entre a rigidez efetiva atingida segundo o EC5 e a rigidez máxima calculada homogeneizando a secção foi pesada em termos de erro percentual. A variação deste erro encontra-se descrita nos gráficos no Anexo C (Figura C.1-C.3).

Nos resultados relativamente às tensões de flexão as percentagens obtidas são as mesmas que para a rigidez, como previsto, uma vez que a tensão depende da rigidez.

O cálculo do erro percentual pretende analisar em que circunstâncias o método simplificado, o que recorre à técnica da homogeneização, pode ser usado. Isto acontece quando o erro entre

os valores obtidos por este método e os resultantes da metodologia apresentada no EC5 toma valores aceitáveis.

O erro é determinado pela expressão seguinte, e apresentado sob a forma de percentagem.

$$erro = \frac{X_{max} - X_{EC5}}{X_{max}} \quad (26)$$

onde  $X$  é uma incógnita generalizada, correspondendo aos valores de resistência ou tensões.

Para estudar os resultados obtidos analisaram-se as percentagens de erro de 5%, 2.5%, 1%, uma vez que assim destes valores o erro não poderia ser considerado aceitável. Foi importante também definir em cada caso o erro mínimo, valor determinado uma vez que foi fixado um valor máximo do módulo de escorregamento de 10000 N/mm/mm. Este limite foi definido uma vez que para valores superiores o erro percentual obtido vai se mantendo constante.

#### 4.5.1 Rigidez

Os Quadro 4.1 e 4.2 reúnem os valores do módulo de escorregamento em que se atingiu cada uma das percentagens em análise, para os diferentes parâmetros. E permitem entender a partir de que módulos de escorregamento começam a encontrar-se percentagens de erro baixas.

Quadro 4.1 – Módulos de escorregamento com erro de 5 e 2.5%.

Cp	k, N/mm/mm					
	Erro 5%			Erro 2.5%		
	vão 3m	vão 6m	vão 9m	vão 3m	vão 6m	vão 9m
3	2462	616	274	5158	1290	574
6	2691	673	299	5506	1377	612
12	2962	741	330	6102	1526	678
18	3147	787	350	6602	1651	734
24	3173	794	353	6541	1636	727
30	3254	814	362	6757	1690	751

Quadro 4.2 – Módulos de escorregamento com erro de 1% e percentagem mínima alcançada.

C <sub>p</sub>	k, N/mm/mm					
	Erro 1%			Erro mínimo		
	vão 3m	vão 6m	vão 9m	vão 3m	vão 6m	vão 9m
3	-	3409	1515	1.34%	0.38%	0.20%
6	-	3388	1506	1.37%	0.30%	0.10%
12	-	3830	1703	1.54%	0.37%	0.15%
18	-	4381	1948	1.69%	0.48%	0.25%
24	-	4115	1829	1.65%	0.40%	0.17%
30	-	4343	1931	1.71%	0.44%	0.20%

Dos dados apresentados, para as diferentes configurações geométricas e respetivas proporções entre a madeira e o betão, verifica-se que são necessários valores superiores do módulo de escorregamento, para se atingir a mesma rigidez, à medida que se aumenta o parâmetro  $C_p$ . De facto quanto mais esbelta for a componente de madeira da secção transversal mista ( $C_p$  superior), menor rigidez efetiva atinge o sistema misto. No entanto à medida que os dois métodos se aproximam a variação entre as diferentes geometrias deixa de ser tão evidente, principalmente para vão superiores.

Quando é analisada a influência que o comprimento do vão pode provocar, pode dizer-se que quanto maior o comprimento do vão, mais facilmente se consegue atingir a interação perfeita. Dos Quadros 4.1 e 4.1 comprova-se o mesmo, uma vez que os valores do módulo de escorregamento para atingir a mesma percentagem de erro são muito inferiores para os casos com um vão de 9 metros. E ainda que é com o vão de 9 metros que se atinge a mais baixa percentagem de erro (0.1 %), e de forma contrária, quando o vão é de 3 metros o erro é sempre superior a 1%. Então, para se conseguir valores de rigidez mais elevados são necessários vãos maiores.

Concluindo que, na presença de comprimentos de vão elevados pode optar-se pelo cálculo através da metodologia simplificada da resistência dos materiais, mas para vãos abaixo de 3 metros, independentemente do ligador escolhido e respetivo espaçamento, já não é aceitável esta simplificação. Em relação à configuração geométrica, Quando menos esbelto for o elemento de madeira, ou seja, quando o parâmetro  $C_p$  tiver valores mais baixos, torna-se mais aceitável o recurso à metodologia simplificada.

A quantificação da rigidez das ligações é de grande complexidade, é esta propriedade que garante a capacidade de impedir as rotações relativas. Nesta análise verifica-se que para vãos

superiores e  $C_p$  mais baixos é possível utilizar uma maior variedade de ligadores (dos mais rígidos aos menos rígidos) e mesmo assim atingir soluções eficazes. Quando o módulo de escorregamento exigido é elevado apenas um número reduzido de ligadores soluciona a ligação do sistema misto.

Estes módulos de escorregamento correspondem aos valores de rigidez efetiva apresentados nos Quadro 4.3 e 4.4.

Quadro 4.3 – Rigidez efetiva com erro de 5 e 2.5%.

Cp	Rigidez *10 <sup>12</sup> [N/mm <sup>2</sup> ]					
	Erro 5%			Erro 2.5%		
	vão 3m	vão 6m	vão 9m	vão 3m	vão 6m	vão 9m
3	7.81			8.01		
6	6.96			7.15		
12	6.37			6.55		
18	6.12			6.28		
24	5.96			6.11		
30	5.85			6.01		

Quadro 4.4 – Rigidez efetiva com erro de 1% e percentagem mínima alcançada.

Cp	Rigidez *10 <sup>12</sup> [N/mm <sup>2</sup> ]					
	Erro 1%			Erro mínimo		
	vão 3m	vão 6m	vão 9m	vão 3m	vão 6m	vão 9m
3	-	8.14		8.11	8.19	8.20
6	-	7.26		7.23	7.31	7.32
12	-	6.64		6.61	6.69	6.70
18	-	6.38		6.33	6.41	6.42
24	-	6.21		6.17	6.24	6.26
30	-	6.1		6.05	6.13	6.15

É importante entender a partir de que valor do módulo de escorregamento é que o erro mínimo é alcançado, de forma a analisar em que circunstâncias os valores de rigidez se tornam constantes. O Quadro 4.5 mostra o valor do módulo de escorregamento correspondente à percentagem mínima de erro.



Quadro 4.5 – Estabilização dos módulos de escorregamento para o erro mínimo.

Cp	k [N/mm/mm]		
	Erro mínimo		
	vão 3m	vão 6m	vão 9m
3	9976	9868	9721
6	9965	9874	9635
12	9937	9859	9690
18	9967	9794	9594
24	9948	9948	9531
30	9979	9979	10000

A partir de valores próximos de 10000 N/mm/mm do módulo de escorregamento, o erro vai se mantendo constante até valores muito superiores do módulo de escorregamento, daí a ter sido fixado como valor máximo de referência para a comparação entre os dois métodos.

#### 4.5.2 Tensões

O erros percentuais de 5, 2.5 e 1% correspondem aos valores de tensão de flexão apresentados nos Quadros 4.6 e 4.7, quando aplicada uma carga uniformemente distribuída de 6 kN/m<sup>2</sup>.

Quadro 4.6 – Tensão de flexão com erro de 5 e 2.5%.

Cp	Tensão [N/mm <sup>2</sup> ]					
	Erro 5%			Erro 2.5%		
	vão 3m	vão 6m	vão 9m	vão 3m	vão 6m	vão 9m
3	1.08	4.32	9.72	1.05	4.21	9.47
6	1.21	4.85	10.91	1.18	4.72	10.63
12	1.32	5.29	11.91	1.29	5.16	11.61
18	1.38	5.52	12.41	1.34	5.38	12.09
24	1.42	5.67	12.75	1.38	5.52	12.42
30	1.44	5.77	12.98	1.40	5.62	12.64

Quadro 4.7 – Tensão de flexão com erro de 1% e erro mínimo.

Cp	Tensão [N/mm <sup>2</sup> ]					
	Erro 1%			Erro mínimo		
	vão 3m	vão 6m	vão 9m	vão 3m	vão 6m	vão 9m
3	-	4.15	9.33	1.04	4.12	9.26
6	-	4.65	10.46	1.17	4.62	10.37
12	-	5.08	11.43	1.28	5.05	11.32
18	-	5.29	11.91	1.33	5.27	11.82
24	-	5.44	12.23	1.37	5.40	12.13
30	-	5.53	12.45	1.39	5.50	12.35

Analisando os cálculos da tensão é possível determinar a influência da carga aplicada sobre a estrutura. Considerando três níveis de carga (cargas uniformemente distribuídas) atingiram-se os valores apresentados nos Quadros 4.8-4.11

Quadro 4.8 – Tensão de flexão para um vão de 3 metros, para cargas de 2kN/m<sup>2</sup>, 6kN/m<sup>2</sup> e 9kN/m<sup>2</sup>, com erro de 5, 2.5 e 1% e erro mínimo.

Cp	Tensões [N/mm <sup>2</sup> ]					
	Erro 5%			Erro 2.5%		
	vão 3m			vão 3m		
	2kN/m <sup>2</sup>	6kN/m <sup>2</sup>	12kN/m <sup>2</sup>	2kN/m <sup>2</sup>	6kN/m <sup>2</sup>	12kN/m <sup>2</sup>
3	0.36	1.08	2.16	0.35	1.05	2.11
6	0.4	1.21	2.42	0.39	1.18	2.36
12	0.44	1.32	2.65	0.43	1.29	2.58
18	0.46	1.38	2.76	0.45	1.34	2.69
24	0.47	1.42	2.83	0.46	1.38	2.76
30	0.48	1.44	2.88	0.47	1.4	2.81
Cp	Erro 1%			Erro mínimo		
	vão 3m			vão 3m		
	2kN/m <sup>2</sup>	6kN/m <sup>2</sup>	12kN/m <sup>2</sup>	2kN/m <sup>2</sup>	6kN/m <sup>2</sup>	12kN/m <sup>2</sup>
3	-	-	-	0.35	1.04	2.08
6	-	-	-	0.39	1.17	2.33
12	-	-	-	0.43	1.28	2.55
18	-	-	-	0.44	1.33	2.67
24	-	-	-	0.46	1.37	2.74
30	-	-	-	0.46	1.39	2.79

Quadro 4.9 – Tensão de flexão para um vão de 6 metros, para cargas de 2kN/m<sup>2</sup>, 6kN/m<sup>2</sup> e 9kN/m<sup>2</sup>, com erro de 5, 2.5 e 1% e erro mínimo.

Cp		Tensões [N/mm <sup>2</sup> ]					
		Erro 5%			Erro 2.5%		
		vão 6m			vão 6m		
	2kN/m <sup>2</sup>	6kN/m <sup>2</sup>	12kN/m <sup>2</sup>	2kN/m <sup>2</sup>	6kN/m <sup>2</sup>	12kN/m <sup>2</sup>	
3	1.44	4.32	8.64	1.4	4.21	8.42	
6	1.62	4.85	9.69	1.57	4.72	9.44	
12	1.76	5.29	10.59	1.72	5.16	10.3	
18	1.84	5.52	11.03	1.79	5.38	10.75	
24	1.89	5.67	11.33	1.84	5.52	11.04	
30	1.92	5.77	11.53	1.87	5.62	11.24	
Cp		Erro 1%			Erro mínimo		
		vão 6m			vão 6m		
		2kN/m <sup>2</sup>	6kN/m <sup>2</sup>	12kN/m <sup>2</sup>	2kN/m <sup>2</sup>	6kN/m <sup>2</sup>	12kN/m <sup>2</sup>
3	1.38	4.15	8.29	1.37	4.12	8.24	
6	1.55	4.65	9.3	1.54	4.62	9.24	
12	1.69	5.08	10.16	1.68	5.05	10.1	
18	1.76	5.29	10.59	1.76	5.27	10.53	
24	1.81	5.44	10.87	1.8	5.4	10.81	
30	1.84	5.53	11.07	1.83	5.5	11.01	

Quadro 4.10 – Tensão de flexão para um vão de 9 metros, para cargas de 2kN/m<sup>2</sup>, 6kN/m<sup>2</sup> e 9kN/m<sup>2</sup>, com erro de 5 e 2.5%.

Cp		Tensões [N/mm <sup>2</sup> ]					
		Erro 5%			Erro 2.5%		
		vão 9m			vão 9m		
	2kN/m <sup>2</sup>	6kN/m <sup>2</sup>	12kN/m <sup>2</sup>	2kN/m <sup>2</sup>	6kN/m <sup>2</sup>	12kN/m <sup>2</sup>	
3	3.24	9.72	19.45	3.16	9.47	18.95	
6	3.64	10.91	21.81	3.54	10.63	21.25	
12	3.97	11.91	23.82	3.86	11.61	23.17	
18	4.14	12.41	24.82	4.03	12.09	24.29	
24	4.25	12.75	25.50	4.14	12.42	24.84	
30	4.33	12.98	25.95	4.21	12.64	25.29	

Quadro 4.11 – Tensão de flexão para um vão de 9 metros, para cargas de 2kN/m<sup>2</sup>, 6kN/m<sup>2</sup> e 9kN/m<sup>2</sup>, com erro de 1% e erro mínimo.

		Tensões [N/mm <sup>2</sup> ]				
		Erro 1%			Erro mínimo	
		vão 9m			vão 9m	
C <sub>p</sub>	2kN/m <sup>2</sup>	6kN/m <sup>2</sup>	12kN/m <sup>2</sup>	2kN/m <sup>2</sup>	6kN/m <sup>2</sup>	12kN/m <sup>2</sup>
3	3.11	9.33	18.66	3.09	9.26	18.51
6	3.49	10.46	20.93	3.45	10.37	20.74
12	3.81	11.43	22.86	3.78	11.32	22.67
18	3.97	11.91	23.82	3.94	11.82	23.64
24	4.08	12.23	24.47	4.04	12.13	24.26
30	4.15	12.45	24.9	4.12	12.35	24.71

As tensões, uma vez que estas dependem inversamente dos valores da rigidez, vão aumentando com o aumento do parâmetro  $C_p$ . Com a variação da carga a que a estrutura se encontra sujeita, conclui-se que a tensão aumenta com o aumento da carga, uma vez que o cálculo da tensão entra diretamente com o momento fletor.

#### 4.5.3 Materiais

A definição do parâmetro  $n$  com valor 3 para se atingirem simulações realísticas, não permite uma análise qualitativa da influência direta o tipo de material escolhido. No entanto, foi possível comparar duas classes de betão, fixando a madeira com classe de resistência C22, obtendo os módulos de escorregamento para um erro percentual de 5% e a percentagem de erro mínima obtida (Quadro 4.12 e 4.13).

4.12 – Módulos de escorregamento para 5% de erro. Variação do betão.

		k, N/mm/mm				
		Erro 5%				
		vão 3m		vão 6m		vão 9m
Betão	C16/20	C20/25	C16/20	C20/25	C16/20	C20/25
3	3259	2462	815	616	363	274
6	3319	2691	830	673	369	299
12	3474	2962	869	741	386	330
18	3607	3147	902	787	401	350
24	3571	3173	893	794	397	353
30	3625	3254	907	814	403	362

Quadro 4.13 – Percentagem de erro mínima. Variação do betão.

		k, N/mm/mm				
		Erro mínimo				
Cp	vão 3m		vão 6m		vão 9m	
Betão	C16/20	C20/25	C16/20	C20/25	C16/20	C20/25
3	2.54%	1.34%	1.61%	0.38%	1.44%	0.20%
6	2.33%	1.37%	1.28%	0.30%	1.08%	0.10%
12	2.27%	1.54%	1.13%	0.37%	0.91%	0.15%
18	2.32%	1.69%	1.12%	0.48%	0.89%	0.25%
24	2.20%	1.65%	0.97%	0.40%	0.74%	0.17%
30	2.22%	1.71%	0.97%	0.44%	0.73%	0.20%

A classe de betão pouca influência tem sobre os valores da rigidez efetiva e por sua vez nos valores de tensões e deslocamentos. Há medida que o módulo de escorregamento tende para valores mais elevados a diferença é mais evidente, mas mesmo assim pouco influente.

Na realidade esta análise não é completamente rigorosa, devido parâmetro  $n$ , foi aqui exposta apenas a título qualitativo.

## 5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

### 5.1 Conclusões

Este trabalho permitiu fazer-se uma análise paramétrica de sistemas mistos madeira-betão com secção transversal em T e ainda, uma comparação direta entre o método exposto no EC5 e a técnica da homogeneização.

Ao longo do trabalho foi perceptível que para cada viga de madeira, com certas dimensões e propriedades, apenas existe uma configuração do elemento de betão que torna o sistema misto ideal, isto é, que otimiza a secção transversal.

As propriedades do elemento de betão apresentaram sempre uma baixa influência no comportamento do sistema misto.

As propriedades mais importantes que afetam o comportamento dos elementos mistos são a resistência e rigidez do elemento de madeira. É o módulo de elasticidade da madeira que define a capacidade de carga do conjunto e para além disso, determina, em grande parte, as tensões de tração. Na maioria dos casos o sistema misto rompe por ser atingida a resistência à tração na madeira.

A largura do betão na prática é a distância entre as vigas de madeira, uma vez que foram tidas em conta apenas cargas uniformemente distribuídas. Quanto maior o valor desta carga maiores as tensões obtidas.

Outro fator importante é o comprimento do vão da viga. Ao contrário do que acontece nas vigas comuns, onde o vão da viga não influencia as distâncias na secção transversal, nas vigas mistas o vão tem influência na eficácia dos ligadores. Daí a possibilidade de se atingir uma interação perfeita entre a madeira e o betão aumentar com vão mais elevados.

Os ligadores são peças fundamentais num sistema misto. Têm um grande peso na resistência e rigidez do conjunto, dependendo estas da resistência da ligação e do espaçamento entre ligadores. São também os ligadores os responsáveis por transmitir ao sistema misto um comportamento plástico, obviamente apenas se não apresentarem rotura frágil.

O módulo de escorregamento é uma propriedade importante no comportamento mecânico dos elementos mistos de madeira-betão, uma vez que permite contornar a dificuldade em avaliar o comportamento dos sistemas de ligação. Neste trabalho apenas para valores elevados do módulo de escorregamento por ligador é que foi possível atingir valores de rigidez efetiva que se aproximassem realmente dos valores para ligações rígidas, assim, até que seja permitido é sempre preferível aumentar o módulo de escorregamento por ligador em vez de adicionar mais material à componente de betão, de forma a aumentar a rigidez do conjunto.

O erro percentual obtido mais baixo foi de 0.1%, mas apenas quando considerado um vão de 9 metros e para um parâmetro  $C_p$  de 6. Concluindo que é aceitável o recurso à metodologia simplificada que segue a técnica da homogeneização, principalmente, para vãos da viga elevados e configurações geométricas menos esbeltas

## 5.2 Recomendações para trabalhos futuros

A principal recomendação seria variar o coeficiente  $n$ . Para isso, seria importante encontrar uma relação entre os módulos de elasticidade que continuasse coerente com a realidade, mas que permitisse a comparação direta entre tipos de materiais diferentes, e não apenas a comparação entre a proporção da madeira e do betão. Variando apenas o elemento de madeira mantendo o mesmo betão, e o mesmo, de forma oposta, para a análise do betão.

Outra informação adicional importante para trabalhos futuros, seria não apenas variar o módulo de escorregamento, mas entender em que situações as ligações específicas utilizadas na prática para este tipo de sistemas de ligação

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Jorge, L.F.C., *Estruturas mistas madeira-betão com utilização de agregados leve*. Tese para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia Civil na especialidade de estruturas, 2005.
- [2] Branco, J.M., Cruz, P.J., *Lajes Mistas Madeira-Betão*. Departamento de Engenharia Civil, Universidade do Minho, 2002.
- [3] Dias, A.M.P.G., Ferreira, M.C.P., Jorge, L.F.C., Martins, H.M.G., *Timber-concrete practical applications – bridge case study*. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Structures and Buildings, Vol. 164 Issue SB2, 2011.
- [4] Van der Linden, M. L. R., *Timber-concrete composite floor systems*. PhD Thesis. Delft University Press, 1999.
- [5] Linden, M., Blass, H., *Timber – concrete composite floor systems*. Proceedings of International Wood Engineering Conference, vol. 3, Louisiana, USA, 1996, pp. 309 - 316.
- [6] Ceccotti, A., *Timber-concrete composite structures*. STEP-Timber Engineering 2, Almere Centrum Hout: 1994: E13/1–E13/12, 2002.
- [7] Appleton, J., *Construções Pré-fabricadas em Zonas Sísmicas*. Instituto Superior Técnico, Lisboa.
- [8] Toratti, T., Talja, A., Järvinen, E., *Classification of human-induced floor vibrations in buildings: a wood-concrete composite floor example*. Proceedings of the 7<sup>th</sup> World Conference on Timber Engineering. WCTE2002. Shah Alam, Malásia. Agosto, 2002. pp. 43-51.
- [9] Silva, V. D., *Mecânica e Resistência dos Materiais*. 3<sup>a</sup> Edição, Departamento de Engenharia Civil UNIVERSIDADE DE COIMBRA, 2004.
- [10] Jorge, L., Silva, S., *Resistência ao fogo de estruturas de madeira lamelada-colada*. Congresso Nacional da Engenharia de Estruturas. pp. 431-438. LNEC, 2002.



- [11] Porto Editora, Regulamento de Segurança contra Incêndios. 1993.
- [12] Fontana, M., Frangi, A., *Fire behaviour of timber concrete composite slabs*. International Wood Engineering Conference, Montreux, Swizerland, 1998.
- [13] Dias, A.M.P.G., *Estruturas de Madeira e Alvenaria*. FCTUC, Departamento de Engenharia Civil, 2009/2010.
- [14] Dias, A.M.P.G., *Mechanical behaviour of timber-concrete joints*. PhD Thesis. Delft University Press, 2005.
- [15] Ahmadi, B. H., Saka, M. P., *Behaviour of Composite Concrete Timber Floors*. Journal of Structural Engineers, Vol. 119, Nr. 10, pp. 3111-3130, 1993.
- [16] Murthy, C. K., *Timber – Concrete composites for low cost housing*. Housing Science, Vol. 8, Nr. 2, pp. 205-215, 1984.
- [17] Dias, A., Cruz, H., Lopes, S., Kuilen, J., *Experimental shear-friction tests on dowel type fasteners timber-concrete joints*. Proceedings of the 8th World Conference on Timber Engineering. Lahti. Finland. 2004. Vol. III, pp. 305-316.
- [18] Nauta, F., *New Zealand Forest Service Timber Bridges*. Proceedings of 1984 Pacific Timber Engineering Conference, Auckland, New Zealand, 1984.
- [19] Ceccotti, A., Cocan, C., *Behaviour of timber and concrete composite load-bearing structures*. IUFRO S5.02, St John, New Brunswick and Montreal, Canada, 1990.
- [20] Werner, H., *Holz-Beton-Verbunddecke mit einer neuartigen Fugenausbildung*. Bauen mit Holz Nr. 4, 1992.
- [21] Newmark, N.M., Siess, C.P., Viest, I.M., *Tests and analysis of composite beams with incomplete interaction*. Proceedings, Society for Experimental Stress Analysis, VI.9, Nr. 1, pp 75-92, 1951.
- [22] Rodrigues, J.N.A., *Modelação Analítica de Vigas Mistas Madeira-Betão*. Dissertação para a obtenção de grau de Mestre em Engenharia Civil na Especialidade de estruturas, 2008.

[23] Betti, R., Gjelsvik, A., *Elastic Composite Beams*. Computers & Structures, Vol. 59, No. 3, pp 437-451, 1996.

[24] Girhammar, U.A., Gopu, V.K.A., *Composite Beam-Columns with Interlayer Slip – Exact Analysis*. Journal of Structural Engineering, Vol. 119, No. 4, pp. 1265-1282, 1993.

[25] Girhammar, U.A., Pan, D.H., *Exact static analysis of partially composite beams and beam-columns*. International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 49, pp. 239-255, 2006.

[26] Schnabl, S., Saje, M. Turk, G. and Planinc, I., *Analytical Solution of Two-Layer Beam Taking into account Interlayer Slip and Shear Deformation*. ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 133, No. 6, pp. 886-894, 2007.

[27] Mascia, N.T., Forti, N.C.S., Soriano, J., Nicolas, E.A., Forti, T.L.D., *study of concrete-timber composite beams using an analytical approach based on the principle of virtual work and experimental results*. Engineering Structures, 2012.

[28] Moreira, L.F.N., *Dimensionamento à flexão de vigas mistas madeira/concreto*. Dissertação de Pós-Graduação em engenharia de estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais.

[29] Eurocode 5 part 1, *Eurocode 5 – Design of timber structures – Part 1 – General rules and rules for buildings*. CEN, 2003.

[30] Miotto, J.L., *Estruturas mistas Madeira-concreto: avaliação das vigas mistas de madeira lamelada colada reforçada com fibras de vidro*. Dissertação para obtenção do título de Doutor em Engenharia de Estruturas, Universidade de São Paulo, 2009.

➤ Referências consultadas:

EN 338, *Structural Timber – Strength Classes*. CEN, 2003.

EN 26891, *Timber structures – Joints made with mechanical fasteners – General principles for the determination of strength and deformation characteristics*. CEN, 1991.

## ANEXOS

### A. Curvas de rigidez efetiva em função do módulo de escorregamento

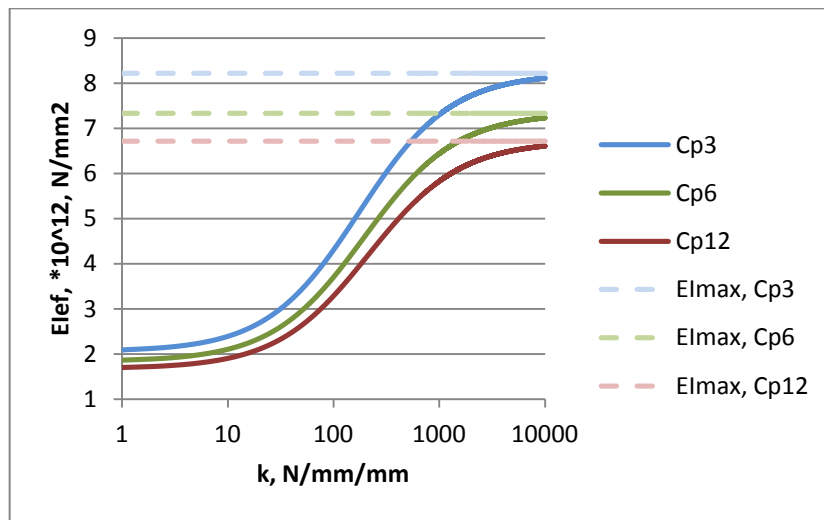


Figura A.1 – Curvas da rigidez efetiva, em função do módulo de escorregamento. Para um vão de 3m. Base logarítmica.

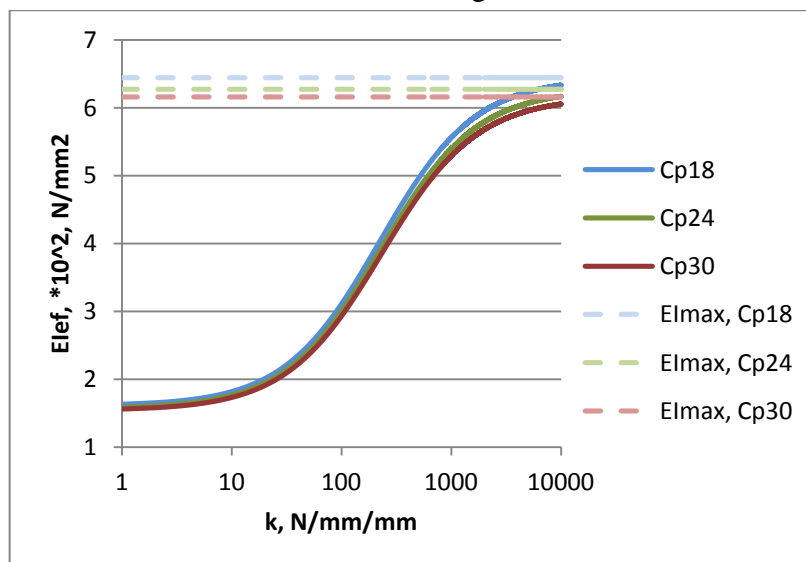


Figura A.2 – Curvas da rigidez efetiva, em função do módulo de escorregamento. Para um vão de 3m. Base logarítmica.

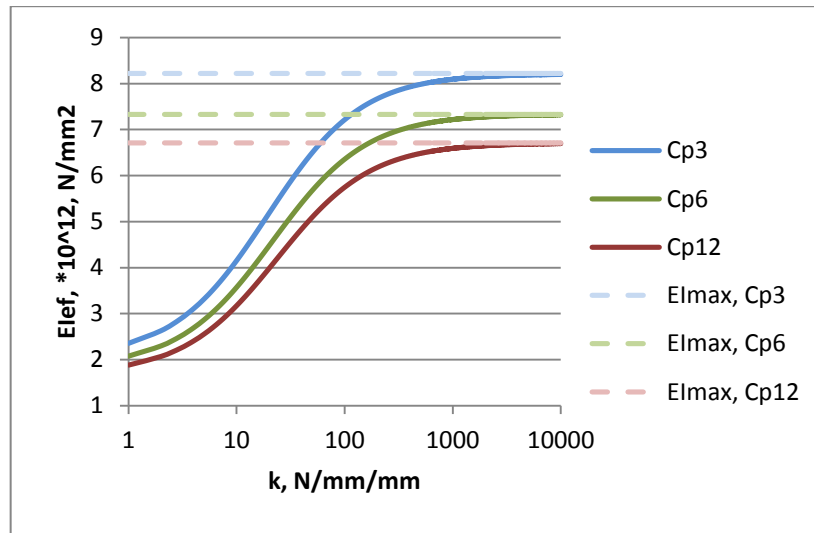


Figura A.3 – Curvas da rigidez efetiva, em função do módulo de escorregamento. Para um vão de 9m. Base logarítmica.

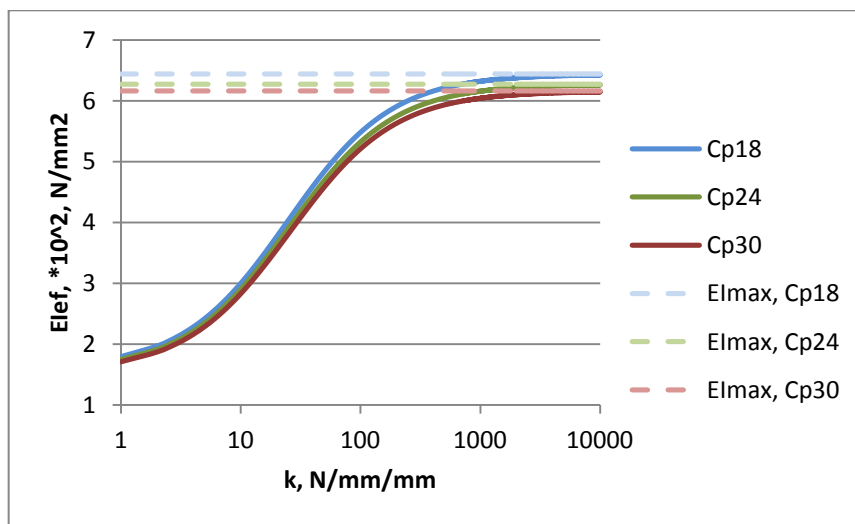


Figura A.4 – Curvas da rigidez efetiva, em função do módulo de escorregamento. Para um vão de 9m. Base logarítmica.

### B. Carga de corte, por ligador, para interação perfeita

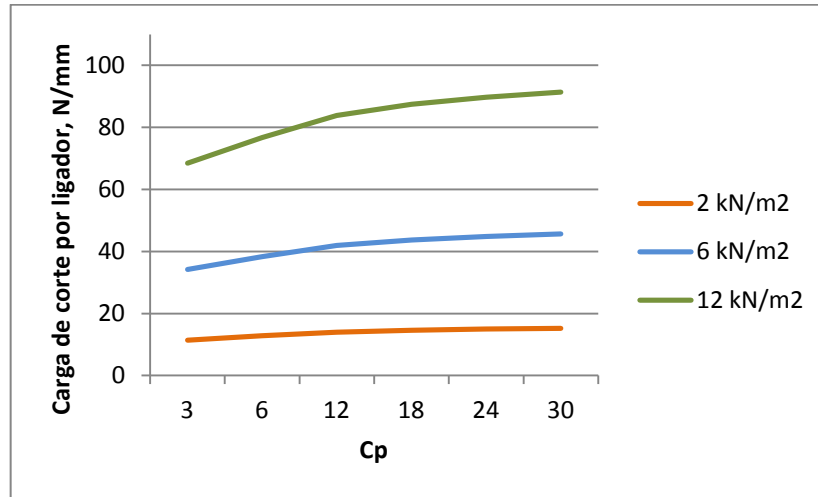


Figura B.1 – Carga de corte, por ligador, para interação perfeita. Para vão de 3 metros.

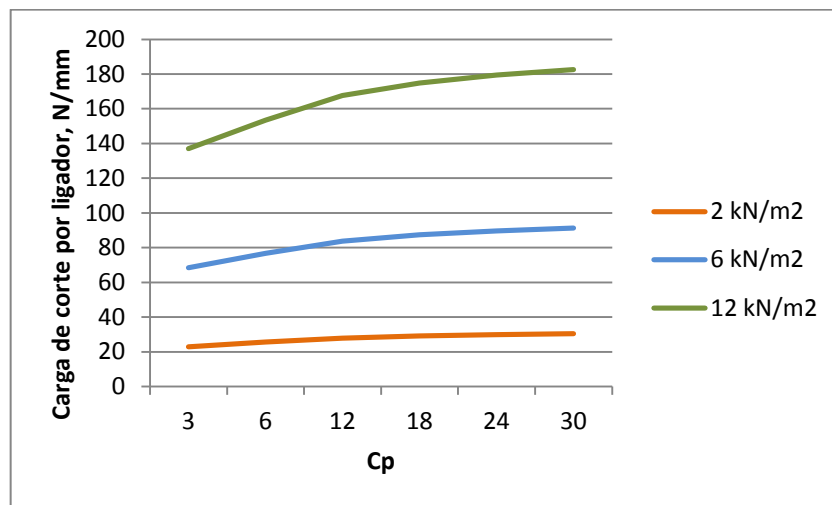


Figura B.2 – Carga de corte, por ligador, para interação perfeita. Para vão de 6 metros.

### C. Erro percentual

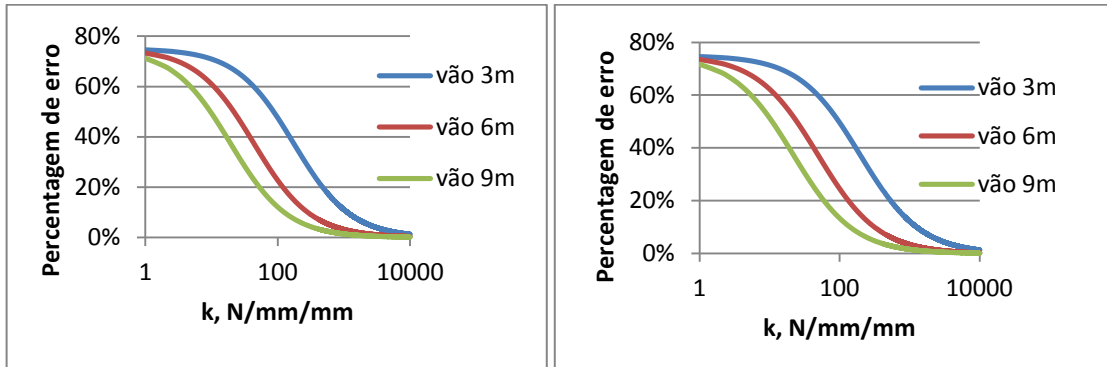


Figura C.1 – Variação da percentagem de erro para  $C_p$  3 e 6.

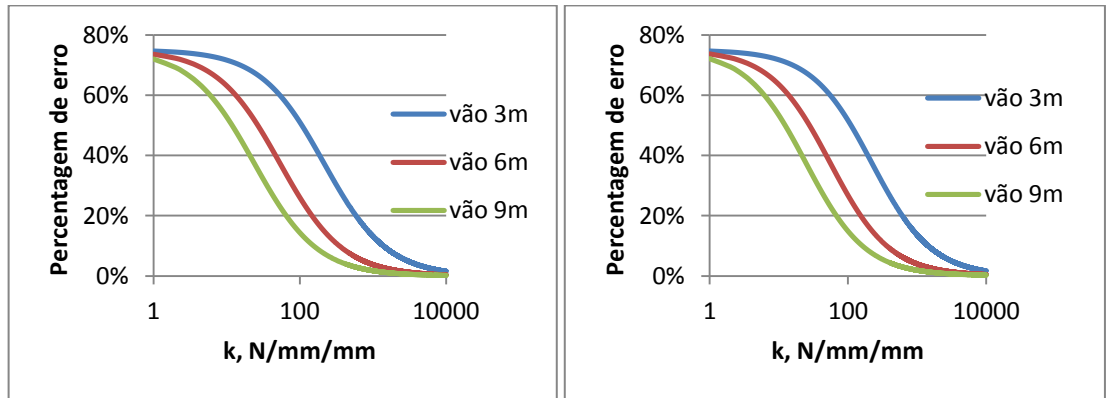


Figura C.2 – Variação da percentagem de erro para  $C_p$  12 e 18.

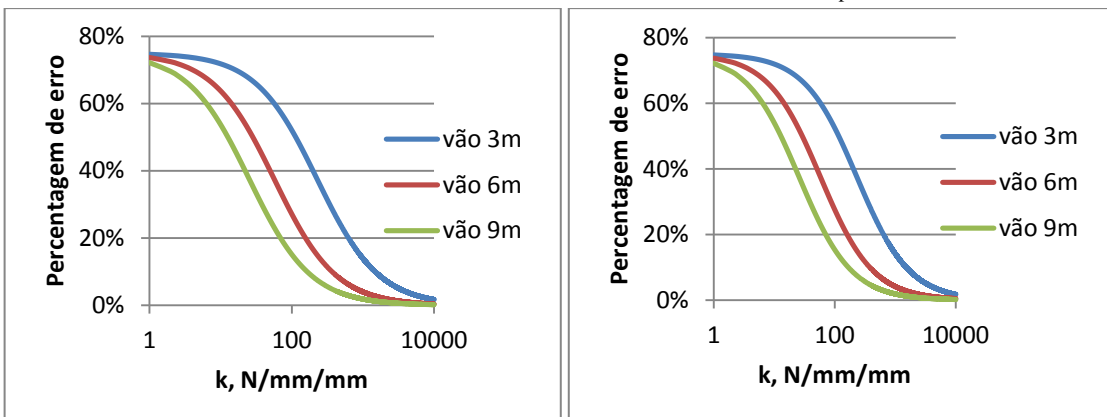


Figura C.3 – Variação da percentagem de erro para  $C_p$  24 e 30.

Quadro C.1 – Módulos de escorregamento para diferentes percentagens de erro.

k [N/mm/mm]						
Cp3			Cp6			
Erro	vão 3m	vão 6m	vão 9m	vão 3m	vão 6m	vão 9m
5.0%	2462	616	274	2691	673	299
4.0%	3130	783	348	3402	851	378
3.0%	4253	1064	473	4576	1144	509
2.0%	6530	1633	726	6887	1722	766
1.0%	-	3409	1515	-	3388	1506
0.8%	-	4337	1928	-	4184	1860
0.6%	-	5948	2644	-	5460	2427
0.4%	-	9436	4194	-	7839	3484
0.2%	-	-	9721	-	-	6149
0.1%	-	-	-	-	-	9931
Cp12			Cp18			
Erro	vão 3m	vão 6m	vão 9m	vão 3m	vão 6m	vão 9m
5.0%	2962	741	330	3147	787	350
4.0%	3750	938	417	4002	1001	445
3.0%	5059	1265	563	5440	1360	605
2.0%	7659	1915	851	8363	2091	930
1.0%	-	3830	1703	-	4381	1948
0.8%	-	4769	2120	-	5585	2483
0.6%	-	6305	2803	-	7685	3416
0.4%	-	9279	4124	-	-	5457
0.2%	-	-	7770	-	-	-
0.1%	-	-	-	-	-	-
Cp24			Cp30			
Erro	vão 3m	vão 6m	vão 9m	vão 3m	vão 6m	vão 9m
5.0%	3173	794	353	3254	814	362
4.0%	4018	1005	447	4128	1032	459
3.0%	5422	1356	603	5588	1397	621
2.0%	8213	2054	913	8515	2129	947
1.0%	-	4115	1829	-	4343	1931
0.8%	-	5128	2279	-	5460	2427
0.6%	-	6791	3018	-	7338	3262
0.4%	-	9906	4455	-	-	4958
0.2%	-	-	8462	-	-	10000
0.1%	-	-	-	-	-	-