

**Faculdade de Economia
Universidade de Coimbra**

**Introdução
à
Análise de Decisão**

Pedro Lopes Ferreira

1994

ÍNDICE

1	Introdução	1
2	Tomada de decisão em certeza	3
2.1	Alternativas com um só atributo	3
2.2	Alternativas com multiatributos	5
3	Tomada de decisão em risco	11
3.1	Utilidade esperada	11
3.2	Matriz de decisão	12
3.3	Árvore de decisão	13
4	Tomada de decisão em incerteza	17
4.1	Crítério do optimismo	18
4.2	Crítério do pessimismo	18
4.3	Crítério de Hurwicz	18
4.4	Crítério de Laplace	19
4.5	Crítério de Savage	19
5	Tomada de decisão em conflito	21
5.1	Jogo de soma nula	21
5.2	Jogo de soma não nula	23
6	Conclusão	25

1

Introdução

Para se atingirem boas decisões, os agentes de decisão devem pesar uma variedade de informação. Existem modelos disponíveis, podendo as situações de decisão serem caracterizadas pela certeza, pelo risco, pela incerteza, pelo conflito ou pela má formulação. Uma matriz de decisão, tal como a mostrada na figura abaixo, permite-nos clarificar as diferenças existentes entre estas situações. Trata-se de uma ferramenta usada pelo agente da decisão para dispor a informação necessária de modo a que uma decisão óptima seja tomada.

A informação contida na matriz de decisão é a seguinte:

- As alternativas disponíveis ao agente da decisão;
- Os acontecimentos (também por vezes denominados estados da natureza) que podem ocorrer afectando a qualidade da escolha;
- As probabilidades dos vários acontecimentos;
- As consequências resultantes das várias combinações das alternativas com os acontecimentos; e
- As utilidades (isto é, os níveis de satisfação) de cada consequência.

		Acontecimentos			
		1	2	...	m
		P_1	P_1	...	P_m
Alternativas	1	$O_{11}(U_{11})$	$O_{12}(U_{12})$...	$O_{1m}(U_{1m})$
	2	$O_{21}(U_{21})$	$O_{22}(U_{22})$...	$O_{2m}(U_{2m})$
	3	$O_{31}(U_{31})$	$O_{32}(U_{32})$...	$O_{3m}(U_{3m})$

	n	$O_{n1}(U_{n1})$	$O_{n2}(U_{n2})$...	$O_{nm}(U_{nm})$

Figura 1 - Matriz de decisão

As várias situações de decisão são definidas à custa da quantidade de informação disponível aos agentes de decisão, do seguinte modo:

- **Certeza.** O analista da decisão tem toda a informação necessária à construção da matriz de decisão e sabe quais os acontecimentos que irão ocorrer.
- **Risco.** O analista da decisão tem toda a informação necessária à construção da matriz de decisão. Embora o acontecimento que ocorre não esteja determinado à partida, são conhecidas as probabilidades de ocorrência dos vários acontecimentos.
- **Incerteza.** O analista da decisão não tem toda a informação necessária à construção da matriz de decisão. Desconhece-se qual o acontecimento que irá ocorrer, assim como as várias probabilidades de ocorrência.
- **Conflito.** O analista da decisão não tem toda a informação necessária à construção da matriz de decisão. Os acontecimentos são acções de um competidor e as probabilidades são desconhecidas.

2

Tomada de decisão em certeza

No caso da tomada de decisão em certeza, o acontecimento que ocorre é conhecido. Apenas se tem de decidir qual a melhor alternativa se o acontecimento ocorrer. Por vezes, as alternativas em consideração diferem em apenas um atributo, tal como custo; outras vezes diferem em mais do que um. Isto requer abordagens diferentes.

2.1 Alternativas com um só atributo

Quando as alternativas têm apenas um atributo relevante (retorno, qualidade ou tamanho) é necessário apenas determinarem-se os graus de satisfação correspondentes aos vários níveis do atributo. Então, a alternativa com maior grau de satisfação poderá ser seleccionada.

A utilidade, o grau relativo de satisfação de alguma coisa para um indivíduo é medida em utilidades de tal modo que uma alternativa a que o agente de decisão atribua maior utilidade é mais satisfatória do que outra. Esta definição evidencia alguns pontos que merecem algum destaque acerca do conceito de utilidade. Em primeiro lugar, a utilidade tem apenas um valor relativo, não absoluto. Deste modo, a afirmação "A localização desta fábrica tem uma utilidade de 20" não tem qualquer significado a menos que a utilidade possa ser comparada com qualquer outra coisa, tal como as utilidades correspondentes a outros locais. Em segundo, como a utilidade é uma medida de satisfação para um indivíduo, é inerentemente subjectiva.

Uma curva de utilidade é um gráfico dos utiles que correspondem aos vários níveis de um atributo. O método mais simples de se obter curvas de utilidade é o chamado método de estimação directa, isto é, o agente de decisão atribui 100 utiles ao nível mais elevado de um atributo e aos outros níveis atribui valores resultantes de respostas à pergunta, "Relativamente ao nível mais elevado, que graus de satisfação teria com este nível?"

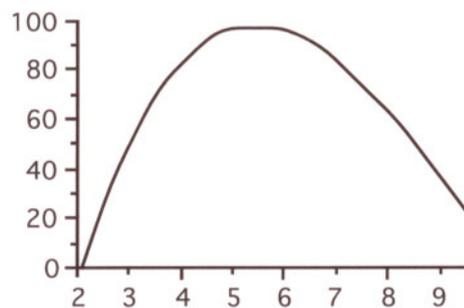


Figura 2 - Curva de utilidade para o tamanho de um grupo na tomada de decisão

Para ilustrar isto, consideremos a Figura 2 onde é apresentada uma curva de utilidade de um agente de decisão relativamente aos possíveis tamanhos de um grupo para uma tomada de decisão. Como o agente de decisão considera que o tamanho de um grupo de cinco elementos é o mais satisfatório, a esse tamanho faz corresponder o valor 100. Relativamente ao tamanho cinco, um grupo com sete elementos recebe uma utilidade de 80, um grupo de três recebe uma utilidade de 50, e assim por diante.

A forma de uma curva de utilidade fornece informação relativamente às preferências de risco de um indivíduo. A Figura 3 mostra as curvas de utilidade para dinheiro reflectindo, respectivamente, a neutralidade perante o risco, a aversão ao risco e a procura do risco. Em face de decisões idênticas, indivíduos com curvas de utilidade diferentes - e por conseguinte, preferências de risco diferentes - procedem a escolhas diferentes.



Figura 3 - Curvas de utilidade para dinheiro

Ralph Swalm examinou curvas de utilidade de gestores numa variedade de organizações. Descobriu que os gestores apresentam uma grande amplitude de formas de curva, reflectindo orientações diferentes perante o risco. Por vezes, os agentes de decisão na mesma posição na mesma organização possuem formas de curvas distintas. Em geral, Swalm mostrou que a curva predominante entre os gestores é a côncava manifestando uma aversão ao risco. A explicação para este sucedido, segundo Swalm, é que os sistemas de incentivo - que penalizam as perdas mais do que recompensam os ganhos - podem condicionar esta atitude.

2.2 Alternativas com multiatributos

Os gestores estão normalmente perante problemas nos quais devem optar entre várias alternativas que diferem num número de dimensões. Por exemplo, podem ter de decidir qual dos cinco empregados deverão promover. Um é superior em anos de experiência, outro em desempenho anterior, outro em cartas de referência, e assim por diante. Como vimos atrás, existem dois processos de atacar estes problemas. São as chamadas abordagens de separação (*screening*) e pontuação (*scoring*).

Uma abordagem de separação identifica cada alternativa como satisfatória ou insatisfatória. As alternativas não satisfatórias são eliminadas. Isto é conseguido através de uma tabela de estrutura da decisão, tal como a apresentada na Figura 4, que apresenta a informação para a decisão de um emprego.

		Atributos			
		Salário	Desafio	Promoções	Localização
Alternativas	1	260000	grande	fraca	centro
	2	210000	médio	média	norte
	3	330000	grande	alta	sul
	4	195000	fraco	média	sul
Restrições		≥ 200000	\geq médio	\geq média	norte ou sul

Figura 4 - Tabela de estrutura da decisão

A tabela apresenta simplesmente as alternativas (listadas no eixo vertical), os seus atributos relevantes (listados em cima), os níveis dos atributos (mostrados nas celas) e os níveis das restrições (listados ao longo do eixo horizontal de baixo). Por conveniência, os atributos estão dispostos do mais importante para o agente de decisão (o salário, à esquerda) para o menos importante (localização, à direita).

Há duas regras normalmente usadas para separar as opções satisfatórias. A regra de satisfação considera as alternativas sequencialmente e a primeira alternativa que satisfaça todas as restrições é a escolhida. No caso apresentado na Figura 4, a alternativa 1 não satisfaz a restrição da promoção e é eliminada, enquanto que a segunda alternativa satisfaz todas as restrições e, por isso, é a escolhida.

A outra regra, denominada de regra de eliminação por aspectos, separa as alternativas não aceitáveis atributo a atributo, normalmente do mais importante para o menos importante. No nosso caso, as alternativas 2 e 3 satisfazem todas as restrições e, portanto, sobrevivem à aplicação da regra de eliminação por aspectos. Aqui, as restrições deveriam ser sucessivamente mais apertadas até apenas restar uma só alternativa ou outros atributos serem acrescentados. Como a alternativa 3 é melhor do que a alternativa 2 em termos dos três atributos mais importantes e é tão boa como a 2 no quarto atributo, seria provavelmente a escolhida. Notar que se tivéssemos usado a regra da satisfação, a alternativa 3 nunca seria a escolhida.

Embora a abordagem de selecção seja de fácil aplicação, fornece-nos uma alternativa satisfatória, mas não necessariamente óptima. Além disso, não permite que níveis bons de um atributo compensem níveis mais fracos de outro. Assim, se uma alternativa for francamente superior em todos os atributos excepto num, será eliminada se não satisfizer a restrição nesse atributo, nem que seja apenas por uma unidade. Apesar disso, as abordagens de separação fornecem processos sistemáticos para tomar decisões e são suficientes se nos bastar uma alternativa satisfatória.

Sempre que seja necessária uma alternativa óptima, podemos usar uma abordagem de pontuação denominada modelo multiatributo de utilidade (MAU). Trata-se de um instrumento para determinar o grau de satisfação geral de algo com um certo número de características. Considera as utilidades de cada alternativa em cada atributo e a importância relativa dos atributos. Comparando os graus de satisfação, ou utilidade, das várias alternativas, a melhor pode ser escolhida.

Vejamos alguns passos no desenvolvimento e utilização de um modelo MAU:

- i Determinar os n atributos relevantes e as amplitudes possíveis;
- ii Para cada atributo i , desenvolver a curva de utilidade;
- iii Determinar os pesos de importância relativa w_i dos atributos;
- iv Combinar a informação através de um modelo linear aditivo do tipo:

$$\text{Utilidade multiatributo } i = \sum_{j=1}^n w_i U_{ij}$$

onde U_{ij} representa a utilidade da alternativa j em relação ao atributo i .

Para ilustrar, vejamos de novo o exemplo da escolha de um emprego apresentado na Figura 6 e encontremos as utilidades para as alternativas 1 a 4. Suponhamos que as curvas de utilidade dos atributos, encontradas pelo processo da estimação directa, são os apresentados na Figura 5.

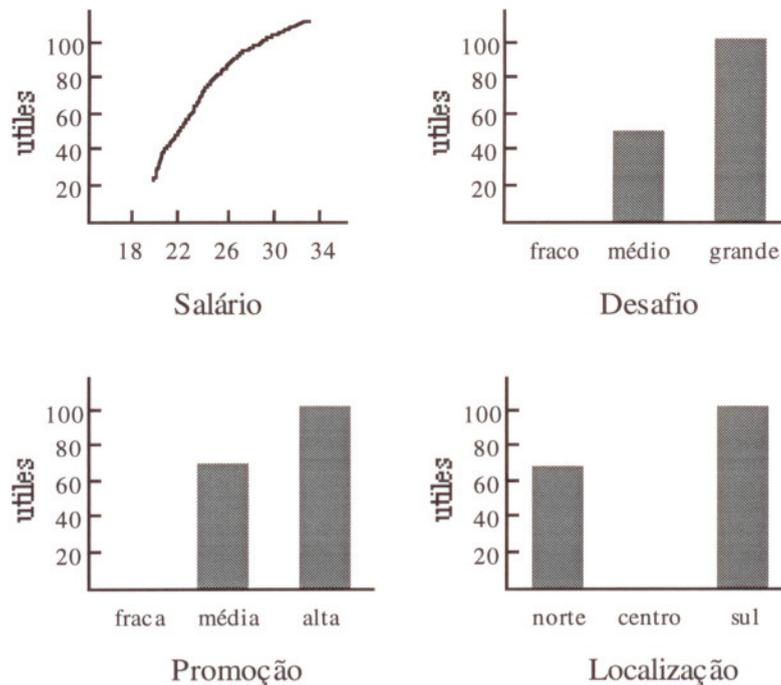


Figura 5 - Curvas de utilidade para o exemplo da escolha de emprego

Suponhamos também que o agente de decisão considera que o salário é o mais importante dos atributos e atribui um peso de 10. O desafio é considerado quase tão importante como o salário e obtém o peso de 9. A promoção e a localização foram considerados relativamente menos importantes e obtiveram, respectivamente os pesos de 5 e de 3.

O modelo multiatributo de utilidade seria então

$$MAU_i = \sum_{j=1}^4 w_j U_{ij} = 10 U_{1j} + 9 U_{2j} + 5 U_{3j} + 3 U_{4j}$$

Os valores das utilidades dos atributos podem ser obtidos a partir da Figura 5. Para a primeira alternativa, a utilidade do salário é $U(260000) = 75$, a utilidade do desafio é $U(\text{grande}) = 100$, a utilidade da promoção é $U(\text{fraca}) = 0$ e a utilidade da localização é $U(\text{centro}) = 0$. Então

$$MAU_1 = 10 \times 85 + 9 \times 100 + 5 \times 0 + 3 \times 0 = 1650$$

E, do mesmo modo,

$$MAU_2 = 10 \times 25 + 9 \times 50 + 5 \times 60 + 3 \times 70 = 1210$$

$$MAU_3 = 10 \times 100 + 9 \times 100 + 5 \times 100 + 3 \times 100 = 2700$$

$$MAU_4 = 10 \times 20 + 9 \times 0 + 5 \times 60 + 3 \times 100 = 800$$

A melhor alternativa é claramente a alternativa 3, enquanto que a alternativa 2 seleccionada pela regra da satisfação é a terceira.

3

Tomada de decisão em risco

No caso da tomada de decisão em risco, o agente de decisão desconhece qual o acontecimento que irá ocorrer. Assim, não lhe é possível aplicar o critério da maximização da utilidade, pois tem de entrar em conta com os vários acontecimentos que podem ocorrer.

3.1 Utilidade esperada

Como as probabilidades dos acontecimentos são conhecidas, o agente de decisão pode pesar as utilidades das consequências pelas respectivas probabilidades de ocorrência de modo a obter as utilidades esperadas. A opção com a maior utilidade esperada pode então ser escolhida pois a que se espera venha a fornecer a mais alta satisfação. Quando existem n acontecimentos que podem ocorrer, a utilidade esperada de uma alternativa pode ser calculada da seguinte maneira:

$$\text{Utilidade esperada da alternativa } i = \sum_{j=1}^n (p_j U_{ij})$$

Por exemplo, suponhamos que existem três acontecimentos possíveis com probabilidades .2 , .5 e .3, respectivamente. Suponhamos, além disso, que uma alternativa poderia

fornecer a utilidade de 20 se o primeiro acontecimento ocorresse, de 30 se o segundo ocorresse e de 0 se o terceiro ocorresse. A utilidade esperada da alternativa seria então:

$$\text{Utilidade esperada} = .2 \times 20 + .5 \times 30 + .3 \times 0 = 19$$

Por vezes também acontece que não se encontram disponíveis boas estimações das probabilidades de ocorrência dos acontecimentos. Neste caso os agentes de decisão tentarão ou tomar as decisões sem o auxílio de probabilidades (situação altamente desaconselhável), ou tentar obter os melhores estimadores para essas probabilidades. Estes estimadores são denominados probabilidades subjectivas pois residem na mente do agente de decisão. A não existência de boas probabilidades "objectivas" não pode ser vista como razão suficiente ou desculpa para o abandono da tomada de decisão em risco. Dois instrumentos para esta análise são a matriz de decisão e a árvore de decisão.

3.2 Matriz de decisão

A matriz de decisão é uma forma compacta de organizar a informação necessária no caso de tomada de decisão em risco. Consideremos, por exemplo a matriz de decisão da Figura 6, onde os números na matriz são as utilidades correspondentes às várias combinações de alternativas e acontecimentos.

		Acontecimento		
		1 p ₁ = .4	2 p ₂ = .5	3 p ₃ = .1
Alternativa	1	12	1	6
	2	8	0	14
	3	16	4	0
	4	9	6	3

Figura 6 - Matriz de decisão na tomada de decisão em risco

As utilidades esperadas correspondentes a cada uma das quatro alternativas podem ser calculadas multiplicando cada utilidade pela probabilidade de ocorrência do acontecimento correspondente e somando através dos acontecimentos. Assim,

$$\text{Utilidade esperada } 1 = 12 \times .4 + 1 \times .5 + 6 \times .1 = 5.9$$

$$\text{Utilidade esperada } 2 = 8 \times .4 + 0 \times .5 + 14 \times .1 = 4.6$$

$$\text{Utilidade esperada } 3 = 16 \times .4 + 4 \times .5 + 0 \times .1 = 8.4$$

$$\text{Utilidade esperada } 4 = 9 \times .4 + 6 \times .5 + 3 \times .1 = 6.9$$

Deste modo, a alternativa 3 tem a maior utilidade esperada e deverá ser a escolhida. Podemos esperar que será a alternativa à qual estará associada uma mais alta satisfação.

A matriz de decisão é, de facto, uma maneira fácil de se apresentar informação, apesar de não poder ser usada em todos os problemas. Essencialmente, é aplicável em decisões isoladas e onde as alternativas podem ser influenciadas por todos os acontecimentos.

3.3 Árvore de decisão

Uma árvore de decisão é outra maneira de se dispor a informação necessária à tomada de decisão em risco. É composta por ramos de acção e ramos de acontecimentos. Os primeiros emanam de nodos quadrados e constituem alternativas; os segundos emanam de nodos circulares e correspondem aos vários acontecimentos. A cada um destes ramos de acontecimentos está sempre associada uma probabilidade objectiva ou subjectiva e, no fim de cada ramo terminal, encontram-se os valores ou utilidades das respectivas consequências.

Uma vez construída a árvore, a melhor alternativa é encontrada através de um método que envolve a movimentação da direita para a esquerda (*rollback*) na árvore, de modo a serem determinados os vários valores de utilidade ou valor esperados. De cada vez que for encontrado um ramo de acção este é considerado como uma decisão separada.

Como ilustração, consideremos a árvore de decisão da Figura 7.

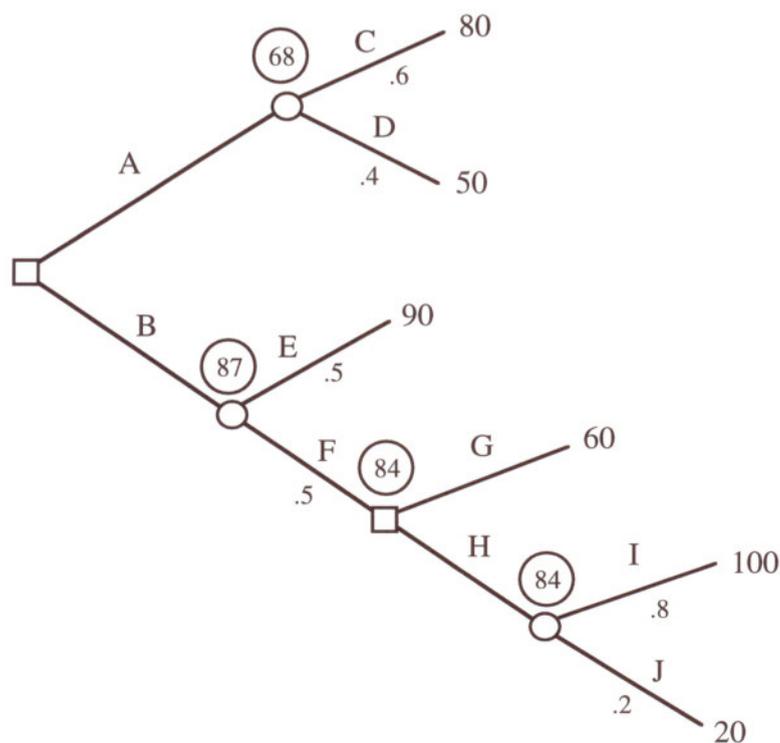


Figura 7 - Árvore de decisão

O agente de decisão considera duas alternativas, A e B. Se a alternativa A for a escolhida, um de dois acontecimentos C e D pode ocorrer. A probabilidade de C é .6 e a probabilidade de D é .4. Notar como um dos dois acontecimentos ocorre de certeza, a soma das probabilidade é um. Se C ocorrer, a utilidade será de 80; se D ocorrer, a utilidade será de 50. Se o agente de decisão escolher a alternativa B, as coisas são um pouco mais complexas. Um de dois acontecimentos E ou F pode ocorrer, cada um com

probabilidade de .5. Se o acontecimento E ocorrer, a utilidade será de 90. Contudo, se o acontecimento F ocorrer, o agente de decisão estará perante uma outra decisão. Pode optar por G, com uma utilidade certa de 60, ou por H. Se escolher H, um de dois acontecimentos I ou J pode ocorrer, com probabilidades de .8 e .2, respectivamente, e utilidades de 100 e 20, também respectivamente.

Para determinar a utilidade esperada de cada alternativa, é apenas necessário ir da direita para a esquerda. A utilidade esperada da alternativa A é simplesmente $.6 \times 80 + .4 \times 50 = 68$. Para encontrar a utilidade esperada da alternativa B, é primeiro necessário determina-se se se opta por G ou por H. A utilidade esperada de H é $.8 \times 100 + .2 \times 20 = 84$. Como este valor é maior do que o valor da utilidade esperada de 60 oferecida por G, H deverá ser escolhida. Assim, a utilidade esperada de 84 pode ser atribuída ao nodo quadrado e então, a utilidade esperada da alternativa B é $.5 \times 90 + .5 \times 84 = 87$. Como 87 é superior a 68, ao agente de decisão deve escolher a alternativa B. Por conseguinte, se o acontecimento F ocorrer, o agente de decisão deve escolher a alternativa H.

Embora menos compacta do que a matriz de decisão, a árvore de decisão tem algumas vantagens relativas. Por exemplo, pode apresentar alternativas para as quais estão associados acontecimentos relevantes diferentes. Pode também ser usada para representar situações complexas que envolvam uma série de decisões.

3

Tomada de decisão em incerteza

No caso da tomada de decisão em incerteza, não conhecemos as probabilidades dos vários acontecimentos - nem mesmo se um deles é mais ou menos provável do que outro. Trata-se de uma situação não muito agradável pois não existe uma solução certa disponível ao agente de decisão. Em vez disso, apenas podemos aplicar um ou mais critérios, alguns bem conhecidos. No entanto, é importante salientar-se que cada um destes critérios é, de certo modo, impreciso pois viola pelo menos um princípio de comportamento racional.

Para ver como estes critérios podem ser aplicados, consideremos a matriz de decisão apresentada na Figura 8. Notar que não estão representadas as probabilidades associadas a cada acontecimento uma vez que elas são desconhecidas.

		Acontecimento		
		1	2	3
Alternativa	1	10	6	0
	2	8	8	8
	3	- 2	20	20

Figura 8 - Matriz de decisão na tomada de decisão em incerteza

4.1 Critério do otimismo

O critério do otimismo parte do pressuposto de que as coisas irão correr tão bem quanto possível e assim, faz sentido escolhermos a alternativa que nos fornece as melhores consequências. No caso de uma matriz de retornos, isto é chamado critério maximax pois maximiza o retorno máximo. Na Figura 8, os retornos máximos para as alternativas 1, 2 e 3 são, respectivamente, 10, 8 e 20. O máximo dos máximos é 20, correspondente à alternativa 3.

4.2 Critério do pessimismo

O critério do pessimismo vê a natureza de costas voltadas para o agente de decisão, partindo do pressuposto de que, qualquer que seja a alternativa escolhida, o pior acontecimento possível ocorrerá. Deste modo, o mais razoável é escolher-se a alternativa que possui a melhor consequência, se o pior acontecer. No caso de uma matriz de retornos, isto é denominado critério maximin, pois escolhe-se a alternativa com o máximo dos mínimos retornos. Na Figura 8, os mínimos retornos para as alternativas 1, 2 e 3 são, respectivamente, 0, 8 e -2. O máximo dos mínimos é 8, correspondendo à alternativa 2.

4.3 Critério de Hurwicz

Este critério combina os dois critérios anteriores, pesando por α a pior consequência para cada alternativa (coeficiente de pessimismo) e por $(1-\alpha)$ a melhor consequência. α varia de 0 (se o indivíduo for completamente otimista) a 1 (se o indivíduo for completamente pessimista).

4.4 Critério de Laplace

O critério de Laplace, também denominado critério da razão insuficiente, parte da ideia de que, se não conhecemos nada acerca das probabilidades dos acontecimentos, parece razoável pressupor-se que as probabilidades são iguais. Assim, o problema é tratado como um problema de uma situação de tomada de decisão em risco. Como na Figura 8 estão apresentados três acontecimentos, a cada um deles é atribuída uma probabilidade de $1/3$. Os valores esperados para as alternativas são, respectivamente, $5 \frac{1}{3}$, 8 e $12 \frac{2}{3}$. O melhor retorno é $12 \frac{2}{3}$, correspondente à alternativa 3.

4.5 Critério de Savage

Este critério, também chamado critério do remorso minimax, afirma que as pessoas devem actuar de modo a minimizar os maiores remorsos possíveis, para assim não se sentirem arrependidas. O remorso é calculado com base em quanto é que o agente de decisão se arrependeria, caso uma determinada alternativa fosse escolhida e acontecesse um determinado acontecimento. Por exemplo, se na Figura 8, fosse escolhida a alternativa 1 e o acontecimento ocorresse, o agente de decisão não sentiria remorso, uma vez que esta era a melhor consequência para este acontecimento. Por outro lado, se a alternativa 2 tivesse sido escolhida haveria 2 $[10-8]$ unidades de remorso, o mesmo acontecendo com a alternativa 3 com 12 $[10-(-2)]$ unidades de remorso. Cria-se então uma matriz de remorsos, subtraindo cada número de uma coluna pelo melhor número dessa coluna. A matriz de remorso associada à matriz da Figura 8 é apresentada a seguir. Os níveis maiores de remorsos correspondentes às três alternativas são, respectivamente, 20, 12 e 12. Assim, o nível de remorso minimax (mínimo dos máximos) é 12 e corresponde às alternativas 2 e 3.

		Acontecimento		
		1	2	3
Alternativa	1	0	14	20
	2	2	12	12
	3	12	0	0

Figura 9 - Matriz de remorsos

Dados todos estes critérios e as suas recomendações muitas vezes confusas, levanta-se naturalmente a questão sobre o que é que o agente de decisão deverá fazer. Infelizmente, tal como foi dito atrás, não existe uma solução certa para esta questão. Se todos os critérios nos levarem à escolha da mesma alternativa, podemos talvez escolhê-la com alguma confiança.

Podem também existir situações em que alguns critérios pareçam ser os apropriados. Um agente de decisão que esteja sujeito a uma grande escassez de liquidez, por exemplo, pretende jogar pelo seguro e aplicar o critério do pessimismo. Além disso, só o facto de desenharmos a matriz de decisão pode ajudar. Algumas alternativas (tal como a alternativa 1 no nosso caso) podem então ser eliminadas se não forem as melhores em nenhum dos critérios.

Contudo, devemos ter sempre presente que os agentes de decisão deverão sempre fazer tudo por tudo para evitarem estar perante situações em incerteza. Deverão tentar obter, mesmo que sendo difícil, as estimativas das probabilidades quer elas sejam objectivas, quer subjectivas.

4

Tomada de decisão em conflito

No caso da tomada de decisão em conflito, o agente de decisão não enfrenta um ambiente despreocupado. Em vez disso, o "ambiente" é constituído pelas acções de um competidor. Estas situações de conflito são por vezes denominadas jogos, podendo estes jogos possuir algumas dimensões relevantes: número de jogadores, número de estratégias por jogador e soma do jogo.

5.1 Jogo de soma nula

Um jogo de soma nula é um jogo no qual os ganhos de um jogador são as perdas de outro. Neste caso, os ganhos e as perdas somam zero e o "bolo" tem um tamanho fixo. Num jogo de soma não nula o "bolo" pode aumentar ou diminuir de tamanho dependendo do comportamento dos jogadores. Uma solução "win-win" na qual os jogadores podem aumentar os lucros totais através de cooperação será um jogo de soma não nula. Uma situação em que exista uma guerra tão grande quanto possível por parte dos competidores e na qual ambas as partes possam perder, será também um caso de um jogo de soma nula.

Muitas situações de gestão são de soma nula ou podem ser tratadas como sendo de soma nula. Por exemplo, firmas a competir por um mercado fixo, departamentos a lutar por parte de um orçamento fixo, ou indivíduos a tentar a mesma promoção são essencialmente situações de soma nula.

No caso de dois jogadores e de situações de soma nula, a teoria dos jogos mostra-se extremamente útil. É usada para se encontrar uma estratégia ótima ou uma mistura de estratégias para cada competidor, ou jogador, numa situação de conflito de soma nula. De acordo com a teoria dos jogos, cada jogador deve comportar-se de tal maneira que faça o melhor possível face a um adversário que estará a tentar minimizar o seu bem-estar. Isto é, cada competidor deverá adoptar uma estratégia maximin (no caso de ganhas) ou uma estratégia minimax (no caso de perdas).

Consideremos a matriz de jogo apresentada na Figura 10. Esta matriz mostra que o jogador no eixo vertical (normalmente chamado azul) tem quatro estratégias, enquanto que o jogador no eixo horizontal (normalmente chamado vermelho) tem três estratégias.

		Vermelho			Min
		1	2	3	
Azul	1	6	3	8	3
	2	9	4	5	4 Maximin
	3	- 2	3	6	- 2
	4	10	2	-1	- 1
Max		10	4 Minimax	8	

Figura 10 - Matriz de jogo

Os números no interior da matriz são lucros para o jogador no eixo vertical (azul). Por exemplo, se o azul jogar a estratégia 1 e o vermelho jogar a estratégia 3, o lucro para o azul é de 8. O valor maximin para o azul é 4, enquanto que o valor minimax para o

vermelho é também 4. Sempre que o valor maximin do azul iguala o valor minimax do vermelho, como neste caso, a intersecção das estratégias é denominado ponto de sela. Quando existir um ponto de sela, cada jogador deverá sempre jogar a estratégia correspondente à sela, sendo o lucro esperado para o azul (chamado o valor do jogo) igual ao valor da sela. De notar que se o jogador azul jogar uma estratégia diferente da 2, ao mesmo tempo que o jogador vermelho jogue correctamente 2, o lucro para o azul será menor do que 4. Se o vermelho jogar uma estratégia qualquer diferente de 2, enquanto o azul joga 2, os custos para o vermelho serão maiores do que 4.

Estes pontos de sela são comuns em matrizes pequenas, mas extremamente raros em matrizes maiores. Quando não existir qualquer ponto de sela, são necessários outros cálculos para se determinar qual a mistura óptima de estratégias para cada jogador. Podemos, por exemplo, chegar à conclusão de que um jogador deverá jogar uma estratégia metade do tempo e outra estratégia a outra metade. O outro jogador poderá considerar melhor jogar uma estratégia um quarto do tempo e outra estratégia os três quartos do tempo restantes.

5.2 Jogo de soma não nula

Quando o jogo é de soma não nula, as coisas ainda se tornam mais complicadas. Um exemplo clássico é o do dilema do prisioneiro apresentado na Figura 11. No dilema do prisioneiro, a cada um dos acusados de um crime é dada uma oportunidade de confessar ou não confessar. Embora para cada um seja melhor ambos não confessarem, será pior se o outro prisioneiro for o único a confessar.

		Prisioneiro 2	
		não confessa	confessa
Prisioneiro 1	não confessa	1 ano cada	10 anos para 1; 3 meses para 2
	confessa	3 meses para 1; 10 anos para 2	8 anos cada

Figura 11 - O dilema do prisioneiro

O dilema do prisioneiro é um jogo a um só tempo. Uma negociação entre entidade patronal e sindicatos, por outro lado, já pode ser considerada uma situação de contínua interação que pode passar por uma sequência de passos. A teoria dos jogos pode ser aplicada em várias situações de gestão, incluindo estabelecimento de preços, negociações, gestão de conflitos, localização de fábrica e acordos de fusão.

6

Conclusão

Vimos que a natureza de situações de decisão deve ser tida em consideração sempre que se decide qual o modelo de decisão a escolher. A Figura 12 sumaria as várias situações de decisão que considerámos anteriormente, as respectivas características, critérios a serem aplicados e instrumentos apropriados.

Situação da decisão	Características	Crítérios apropriados	Instrumentos
Certeza	Acontecimento que ocorre é conhecido	Maximiza utilidade	Modelo de utilidade, modelo MAU, tabela de estrutura da decisão
Risco	Probabilidades dos acontecimentos são conhecidas	Maximiza utilidade esperada	Árvore de decisão, matriz de decisão
Incerteza	Probabilidades dos acontecimentos são desconhecidas	Vários	Matriz de decisão
Conflito	Acontecimentos são estratégias de um competidor	Maximiza ganho mínimo ou minimiza máxima perda	Matriz de jogo

Figura 12 - Sumário de modelos de escolha