

PEDRO AUGUSTO DE MELO LOPES FERREIRA

**Relatório sobre um curso
de
Análise da Decisão**

∫

Coimbra

1994

Relatório apresentado a concurso para o lugar de professor associado do grupo III, Economia Matemática e Modelos Económicos, da Faculdade de Economia da Universidade de Coimbra, nos termos do disposto nos artigos 37º a 52º do Estatuto da Carreira Docente Universitária, anexo à Lei 19/80, de 16 de Julho, e do Edital do Reitor da mesma Universidade, Doutor Rui Nogueira Lobo de Alarcão e Silva, de 27 de Abril de 1994, publicado no Diário da República, II Série, de 21 de Maio de 1994.

Decision analysis will not solve a decision problem, nor is intended to. Its purpose is to produce insight and promote creativity to help decision makers make better decisions.

Ralph Keeney

Ideas are incestuous. They commingle and refuse to sort themselves out so that one can say, "These ideas are his or hers and those mine." I know, however, that many of the ideas in the chapters that follow are the ideas of others, and some of these others can be identified.

Howard Raiffa

SUMÁRIO

Pr e - texto	1
1 Apresentação geral do curso	
1.1 Introdução	5
1.2 Âmbito do curso	7
1.3 Objectivos	13
1.4 Processo pedagógico e avaliação de conhecimentos	14
2 Plano de estudos	
2.1 Introdução	18
2.2 Apresentação geral do plano de estudos	18
2.3 Programa da disciplina e sua distribuição no tempo	24
3 Análise desenvolvida do plano de estudos	
3.1 Introdução	27
3.2 Parte I — Racionalidade	27
3.2.1 Tomada de decisão racional	27
3.2.2 Aspectos psicológicos da tomada de decisão	28
3.2.3 Metodologia da resolução de problemas	29
3.2.4 Tomada de decisão em grupo	32
3.3 Parte II — Bases matemáticas da medição	33
3.3.1 O conceito de medição	33
3.3.2 Escalas e significância	35
3.3.3 Relação de preferência	36
3.3.4 Função de valor	37
3.4 Parte III — Modelos e métodos de análise da decisão	37
3.4.1 Introdução	37

3.4.2	Decisão em certeza	39
3.4.3	Decisão em risco	41
3.4.4	Decisão em incerteza	43
3.4.5	Teoria moderna da utilidade	44

4 Bibliografia

4.1	Introdução	47
4.2	Bibliografia geral	47
4.3	Bibliografia complementar	48

Conclusão		57
------------------	--	-----------

Apêndices

A1	Folhas informativas sobre o curso	59
A2	Axiomática	66
A3	Exemplos de perguntas de exames	77

(-)
PRE-TEXTO

A origem desta disciplina remonta a 1991, quando cheguei dos Estados Unidos a meio de um ano lectivo e o Professor João Clímaco me convidou a participar no Mestrado em Sistemas e Automação da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra (a que a Faculdade de Economia estava a dar colaboração), com uma disciplina que versasse a área multiatributo monocritério e a teoria da utilidade. Este repto veio permitir dar corpo a uma ideia e um desejo que tinha de poder leccionar naquela que foi a área principal dos meus estudos de preparação para doutoramento no Departamento de Engenharia Industrial da Universidade de Wisconsin-Madison.

Aceitei, elaborei esse curso e, desde então, tenho leccionado esta disciplina no referido mestrado e também, com ligeiras alterações, no Mestrado de Economia Financeira da Faculdade de Economia da Universidade de Coimbra.

Parte do conteúdo deste curso foi baseado em disciplinas com objectivos semelhantes leccionadas em Madison, nomeadamente pelos Professores David Gustafson, meu orientador de doutoramento, Dennis Fryback e François Sainfort, todos do Departamento de Engenharia Industrial e Sandra Pothoff, da Universidade de Minneapolis. Eu próprio tive o privilégio, enquanto estudante graduado, de leccionar algumas aulas desses cursos.

A contribuição da psicologia, principalmente da psicologia comportamental, na tomada de decisão e especialmente na tomada de decisão individual, não foi por mim esquecida e, por isso, recorri a alguns ensinamentos que pude colher da convivência de quase três anos com a Professora Lola Lopes, do Departamento de Psicologia da Universidade de Wisconsin, hoje na Duke University. Realço também a minha experiência no Departamento de Gestão da mesma Universidade, nomeadamente com o Professor Ray Aldag, que me permitiu enquadrar alguns dos ensinamentos em contextos mais próximos da gestão.

A estes, um muito obrigado. Todos eles estão incluídos na frase de Howard Raiffa, que eu gostaria de ter pensado e de ter escrito, e que inicia este relatório. Há também a salientar toda uma extensa leitura de artigos e de livros que tive o gosto de fazer, no âmbito ou não das disciplinas atrás mencionadas.

O texto que se segue é o corolário de uma reflexão sobre a disciplina *Análise da Decisão*. A elaboração deste relatório coincidiu com uma necessidade de uma maior estruturação do curso, nomeadamente, tornando explícitas e mais visíveis as linhas condutoras do raciocínio que, desde o início, esbocei e que acompanham toda a matéria leccionada. A experiência acumulada tem permitido ir afinando a forma de leccionar, dando maior ou menor ênfase às diversas componentes da matéria. Embora não definitiva, esta é a sua versão actual.

Parece-me também importante realçar o facto de a maior parte do meu trabalho de investigação, durante a preparação do doutoramento e neste últimos três anos, se ter centrado fundamentalmente na medição de fenómenos e situações multiatributo e com uma componente subjectiva significativa. Trata-se da medição e avaliação de estados funcionais de saúde (quer pelo prestador de cuidados, quer pelo próprio doente) e da avaliação da qualidade dos cuidados de saúde prestados.

Finalmente, gostaria de chamar a atenção para o facto de um curso como este ser necessário na Faculdade de Economia, onde, espero, outras matérias na área das ciências

da decisão (algumas já estudadas na Licenciatura em Organização e Gestão de Empresas) virão a ser leccionadas.

Este relatório é composto por quatro capítulos principais. O capítulo 1 introduz o leitor nas preocupações de natureza geral que pautaram a escolha dos pontos mais importantes e relevantes deste curso. É ainda neste capítulo que são apresentados os objectivos, assim como o processo pedagógico e a avaliação de conhecimentos escolhida para este curso.

No capítulo 2 é feita uma discussão geral do curso e das três principais partes que o compõem, a saber, o estudo da racionalidade, as bases matemáticas da medição e os métodos e modelos de análise da decisão. É também neste capítulo que é apresentado o programa da disciplina e a sua distribuição ao longo do tempo.

No capítulo 3 é feita uma descrição pormenorizada da matéria apresentada no curso. Seguindo uma abordagem *top-down* e à boa maneira do analista da decisão, cada uma das três partes atrás referidas é dissecada em partes mais pequenas, por forma a conseguir uma melhor representação do que é efectivamente leccionado aos alunos.

O capítulo 4 integra a bibliografia geral entregue aos alunos no início da parte lectiva e uma bibliografia mais especializada, organizada tematicamente. O relatório termina com uma conclusão (capítulo 5).

Em anexo, são também apresentados três apêndices. O apêndice A1 inclui as folhas explicativas do programa e dos objectivos do curso, entregues aos alunos no início da parte lectiva. No apêndice A2 são listados os axiomas, as definições e os teoremas que são discutidos, durante o curso, com os alunos. E, finalmente, no apêndice A3 encontram-se alguns exemplos de perguntas que, durante estes últimos três anos, têm sido dadas aos alunos em exames.

Este relatório não pretende ser mais do que um modelo do que é (ou deveria ser) o curso de *Análise da Decisão*. Alguns pontos permitem separar uma perspectiva descritiva de uma normativa em relação a este modelo. Mas, como adiante se verá, também este modelo é uma versão simplificada da realidade e, de facto, temo não ter sido capaz de transmitir, por escrito, todo o entusiasmo com que tenho leccionado este curso.

CAPÍTULO 1

APRESENTAÇÃO GERAL DO CURSO

1.1 Introdução

Há uma arte e uma ciência da decisão. Entendemos por ciência da decisão a análise sistemática da resolução de problemas. A componente artística tem a ver com as capacidades interpessoais, a habilidade em dissecar o problema-decisão, a habilidade em utilizar as várias ferramentas ao dispôr do agente de decisão (Keeney, 1982) e a perícia e conhecimentos necessários para saber quando e como as utilizar.

Normalmente diz-se que, quem apenas dispõe de um martelo, tem tendência a ver todos os problemas como um prego e recusa qualquer outro instrumento. A análise da decisão, combinação feliz de ciências como a economia, a matemática, a lógica e a psicologia, além de nos dar acesso a outras ferramentas muitas vezes mais apropriadas para a situação concreta, coloca-nos nas mãos critérios de racionalidade e formas “correctas” de lidar com os problemas, pensando-os e repensando-os, e de os conhecer mais profundamente.

Porquê analisar decisões? Porquê analisá-las sob uma forma quantitativa? As respostas a essas perguntas, segundo Rivett (1994) remontam à época da primeira revolução industrial, quando se assistiu à fragmentação não só da propriedade entre credores e accionistas, como à fragmentação da gestão em funções especializadas como compras, produção, *marketing*, formação, pessoal e distribuição. Quase da noite para o

dia, o sistema de um só proprietário, senhor de tudo e de todos, transforma-se num sistema complexo — económico, técnico, humano e político —, onde as lutas pelo poder tornam mais difíceis as definições dos problemas. E é também interessante analisarmos o facto de, ao mesmo tempo que tudo isto acontecia, a própria ciência se estar a fragmentar, dando lugar a novas disciplinas. Já não fazia sentido que uma só pessoa dominasse todo o conhecimento (como ainda Leibniz proclamava), e tornava-se cada vez mais impossível pôr em prática a estratégia de aprender com as experiências e com os erros.

Nasceu, então, a necessidade de construir edifícios lógicos e caminhos para os percorrer. E é precisamente alguns destes edifícios e destes caminhos que me proponho visitar neste curso. Ciência aqui é encarada como uma abordagem lógica e organizada para a compreensão do mundo à nossa volta, sendo vitais a criação de modelos e a utilização da linguagem matemática, matemática encarada como veículo e não como destino.

Dois conceitos nos vão acompanhar neste relatório: são eles o de informação e o de complexidade. Estão relacionados com a necessidade e com o próprio processo de construção de modelos. Apesar de se não tratar de nenhuma ideia revolucionária ou nova, o objectivo da sua construção já não é descrever ou explicar o que se passa num sistema fechado; é, sim, ir além dos limites da experiência e da observação, permitindo a extrapolação e o aconselhamento.

De salientar a discussão, permanente em todo o curso, sobre a relação (ou a dependência, se quisermos) existente entre o tipo de decisão tomada, as técnicas e os modelos apropriados e a quantidade e a qualidade da informação disponível e acessível ao agente de decisão.

Neste capítulo descreverei a filosofia geral do curso de *Análise da Decisão* e algumas das questões fundamentais que lhe estão subjacentes (ponto 1.2), os seus objectivos (ponto 1.3) e o processo pedagógico e correspondente sistema de avaliação

(ponto 1.4). De referir que, no início da primeira aula, os alunos são informados do conteúdo do curso, da sua distribuição ao longo do tempo e da forma de avaliação.

1.2 Âmbito do curso

Este curso é denominado, de uma forma parcimoniosa, *Análise da Decisão* e os seus objectivos são, de uma maneira geral, explicar em termos matemáticos e numa linguagem lógica, alguma da ciência (teoria) da decisão e alguns problemas que preocupam o analista da decisão, cuja missão principal não é decidir, mas sim apoiar o processo de decisão. Deste modo, a arte da tomada da decisão não é esquecida neste curso, principalmente na forma de conduzir (“facilitar”) a discussão (Keeney, 1977) e a tomada da decisão em grupo e na elaboração das questões teoricamente correctas e conducentes à determinação dos parâmetros dos modelos de apoio à decisão para, mais tarde, serem usados pelo agente da decisão.

Num âmbito mais amplo, e considerando que um agente de decisão é concomitantemente um agente de mudança, podem também ser consideradas arte da decisão áreas de actuação como a criação da tensão para a mudança, a compreensão das posições dos outros intervenientes e a implementação de apoios de natureza social às acções escolhidas (Gustafson *et al.*, 1992).

Existe um grande debate à volta da discussão se os objectivos da análise da decisão são descritivos (*como é*) ou normativos/prescritivos (*como devia ser*), estes últimos não necessariamente baseados na evidência empírica. É o exemplo de um gestor que tem a hipótese de investir num negócio com probabilidades diminutas de obter um enorme lucro. Será correcto que este agente da decisão arrisque os seus recursos financeiros, necessariamente limitados e eventualmente escassos, numa aventura como a atrás descrita?

As respostas a perguntas deste género dependem do tipo de óculos que colocarmos. Se usarmos uns óculos descritivos, olharemos para os gestores e para os agentes de decisão e veremos como eles actuaram em situações semelhantes de risco, o que pensaram e como é que "racionalizaram" perante as alternativas à sua frente. A teoria descritiva preocupa-se com o estudo das variáveis que determinam o comportamento de escolha em vários contextos.

Se colocarmos os óculos prescritivos ou normativos, faremos tudo para orientar o agente da decisão na sua escolha, de modo a que seja honesto e coerente com os seus valores e com aquilo em que verdadeiramente acredita. A teoria normativa da decisão preocupa-se com escolhas óptimas e não com as realmente tomadas. O seu objectivo é "receitar" que decisões devem ser tomadas, tendo em conta os objectivos do agente de decisão e a informação que lhe está disponível. Pressupõe-se que cada indivíduo pretende maximizar, por exemplo, o ganho esperado devendo, portanto, seguir um determinado curso de acção.

Os portadores dos óculos normativos são analistas da decisão que ajudam o decisor a agir; os portadores dos óculos descritivos tentam perceber porque é que uma determinada decisão foi tomada. Na maioria dos casos, no entanto, e apesar das suas características, objectivos e orientações serem bem diferentes, ambas as teorias estão intimamente relacionadas quando aplicadas no terreno empírico.

Pessoalmente considero que a análise — e, muitas vezes, a análise simples — ajuda à decisão, não só em termos de um melhor entendimento e compreensão do problema, mas também em termos de uma escolha exaustiva das alternativas, uma boa avaliação destas alternativas conducente a uma escolha óptima (embora alguns autores considerem que o agente da decisão apenas se preocupa ou se deve preocupar em alcançar uma decisão que o satisfaça) e, finalmente a uma correcta e eficaz monitorização dos resultados e consequências da decisão tomada. Por essa razão, neste curso, tento demonstrar aos alunos os benefícios desta análise estruturada e, portanto, da visão prescritiva ou normativa da análise da decisão.

Além disso, como mais adiante mencionarei, o modelo racional da tomada de decisão é baseado na lógica da escolha óptima, maximizando os valores da organização. Ora este modelo é fortemente normativo, partindo-se então do pressuposto que o agente da decisão é objectivo e informado.

Um outro tema de (constante) discussão e que acompanha este curso ao longo da sua duração é o da racionalidade. Numa situação ideal, o agente de decisão comporta-se de uma maneira racional, enquadrando correctamente as questões, recolhendo a informação necessária, discutindo o problema correctamente com outros indivíduos interessados e pesando cuidadosamente todos os prós e os contras antes de tomar a decisão correcta e justa. O termo "racional é muitas vezes intuitivamente compreendido e aceite. No entanto, este cenário é fictício pois, na vida real, diariamente assistimos a decisões tomadas a todo nível e que mal podem ser classificadas de racionais. E isto nada tem a ver (ou tem, mas noutra linha de raciocínio) com a qualidade da decisão tomada.

Dave Gustafson (Gustafson *et al.*, 1992) distingue dois tipos de racionalidade: a racionalidade de conteúdo (consistência e objectividade da informação necessária à tomada da decisão) e a racionalidade processual (lógica da combinação da informação). Afirma este autor que uma boa decisão depende de ambos os tipos de racionalidade. De notar que o processo da tomada de decisão, iniciado na obtenção da informação, não termina na fase do seu processamento; como é óbvio, há ainda a considerar a fase de saída e apresentação da informação e a fase de controlo, *feedback* e monitorização.

Restrições de natureza psicológica, cognitiva e organizacional impedem, no entanto, o agente de decisão de respeitar os requisitos de racionalidade (Jannis e Mann, 1977) e condicionam o seu comportamento irracional. Estes enviesamentos no processamento da informação constituem limites à racionalidade e, como já em 1957 afirmava Herbert Simon, “a primeira consequência do princípio da racionalidade limitada é que a racionalidade pretendida de um actor faz com que este construa um modelo

simplificado da situação real” (Simon, 1957, p. 198). O seu comportamento é julgado em termos deste modelo, o que nem sempre constitui uma aproximação óptima do real, pois nem sempre os indicadores considerados relevantes pelo agente da decisão, o são na realidade. O modelo das lentes (Brunswick, 1956) é considerado, por alguns autores, um modelo útil para conceptualizar a forma como as opiniões e os juízos são elaborados pelos indivíduos.

Este curso, em toda a sua extensão, apresentando estruturas axiomáticas e modelos de tomada de decisão, toca umas vezes mais, outras menos intensamente, mas de uma forma contínua, no problema da racionalidade. Na verdade, é feita uma pequena alusão à racionalidade de conteúdo quando é mencionado um tipo de metodologia de resolução de problemas, logo no início do curso. Mas, está-se constantemente a transmitir aos alunos a ideia de que a análise da decisão pressupõe o desenho de um modelo, necessariamente imperfeito, da realidade e das circunstâncias em que o agente da decisão se enquadra e, como Simon também afirmava, a qualidade e a racionalidade da decisão são analisadas à luz deste modelo.

E é também Simon (1976) que sumaria o processo de escolha racional, começando pela fase em que o agente da decisão é confrontado com um certo número de cursos alternativos de acção e com as respectivas consequências esperadas associadas, classifica (valoriza) estas consequências e escolhe uma alternativa.

Relacionado com este tema existem outras áreas de discussão. Neste curso, saliento a existência dos enviesamentos e heurísticas na tomada de decisão e dos paradoxos tanto do interesse dos teóricos da decisão. Em relação às primeiras áreas, é realçado o trabalho realizado por Kahneman, Tversky e Slovic (Kahneman *et al.*, 1990; Tversky e Kahneman, 1974) ao apresentarem os enviesamentos da disponibilidade, da representatividade e a heurística da ancoragem e ajuste. Os alunos são motivados e postos perante situações em que, independentemente (ou quase) da preparação de

natureza matemática que possuem (e estes alunos estão, obviamente, mais bem preparados no raciocínio lógico do que a grande maioria da população), pouco se distanciam do agente de decisão comum.

Outros enviesamentos são mencionados neste curso, como a percepção selectiva (Dearborn e Simon, 1967), os enviesamentos de frequência e de correlação ilusória (Einhorn e Hogarth, 1979), o da excessiva importância dada à informação quantitativa em relação à informação qualitativa e, finalmente, o da compreensão tardia do que deveria ter sido feito, enviesamento conhecido pelo termo inglês *hindsight* (Fischhoff, 1977; Hogarth, 1980). Também as heurísticas da satisfação (Simon, 1957) e as estratégias compensatórias e não compensatórias, como a conjuntiva, a disjuntiva, a da eliminação por aspectos e a lexicográfica são apresentadas neste curso a par da descrição das tabelas de estruturação das decisões.

O tempo dispendido nos enviesamentos e nas heurísticas é explicado aos alunos como um tempo ganho, uma vez que o conhecimento prévio da existência destas limitações à racionalidade e ao comportamento racional (no sentido clássico definido acima) nos dá oportunidade de melhorar a qualidade da decisão final. No entanto, devido à constantemente presente escassez de tempo num curso como este que tenho tido o prazer de leccionar (e não se veja isto como uma falha na programação do curso; é mais um sinal da frustração de quem gostaria, *já agora*, de tocar em outros pontos fortemente relacionados com os do núcleo central do curso, mas que possui a consciência das limitações que, também a ele, são impostas) são deixadas para trás áreas como o teorema de Bayes de revisão da verosimilhança e outras técnicas de processamento probabilístico da informação. E isto, pelo menos de uma forma explícita, pois quando, por exemplo, são leccionadas as técnicas de desenho e manipulação das matrizes e árvores de decisão, estamos implicitamente a utilizar estes conhecimentos.

Quando criamos um modelo quantitativo como os de apoio à decisão apresentados neste curso, estamos implicitamente a recorrer às bases matemáticas da medição. Assim, como veremos nos capítulos seguintes, é dado um relevo especial à axiomática necessária não só à medição, mas também à agregação e ao processamento (racional) da informação, com vista à obtenção de uma única medida numérica que tenha em conta todos os factores relevantes à decisão. Esta ideia de se construir uma medida numérica para representar o valor de cada uma das alternativas foi primeiramente estudada por Daniel Bernoulli (1738) ao defender que o dinheiro não era uma medida adequada de valor (valor no sentido de *worth*, não no sentido de *value*).

Parte-se do pressuposto de que estamos perante um espaço X onde cada alternativa é representada à custa de n atributos (um espaço n -dimensional) e onde, através de um modelo de valor (matematicamente, um homomorfismo), é possível fazer corresponder a cada alternativa um valor pertencente ao conjunto dos reais. Como este sistema lógico é baseado no conceito de preferência, operacionalizado por uma relação binária $>$, a alternativa a que corresponder o maior valor numérico deverá ser considerada pelo agente de decisão como a alternativa a escolher, a óptima, tendo em conta as circunstâncias do problema de decisão e os valores do agente de decisão. A figura seguinte apresenta esta ideia para um espaço a três dimensões e com uma transformação linear de valor na recta dos reais, perfeitamente possível devido ao teorema da unicidade que, mais tarde, mencionarei mais pormenorizadamente.

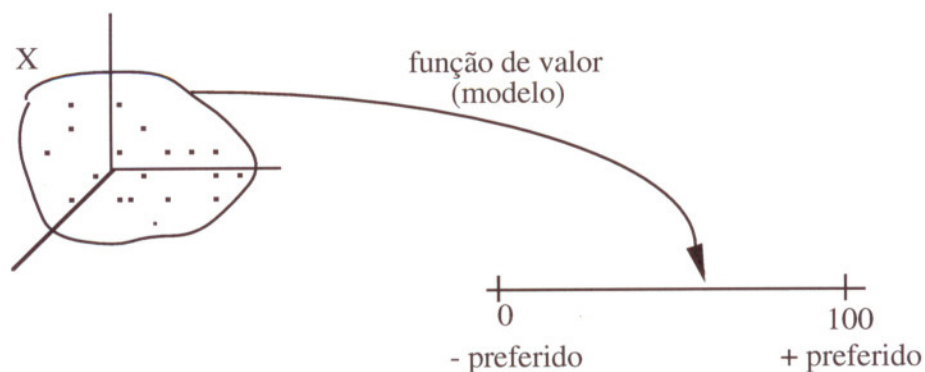


Figura 1 — Medição

A axiomática necessária ao estabelecimento do homomorfismo associado à medição é apresentada, neste curso, como uma forma de validar e testar a racionalidade. Deste modo é lógico que o passo seguinte seja apresentar alguns modelos de apoio à decisão. Assim, as decisões são classificadas segundo a qualidade e a quantidade da informação que o agente de decisão possui e, para cada um dos tipos de decisão estudados, são discutidas algumas técnicas e instrumentos de medição. É o que fazemos e o que apresento nos dois capítulos seguintes (capítulos 2 e 3), onde faço uma análise mais detalhada do plano de estudos deste curso.

1.3 Objectivos

O objectivo geral deste curso é proporcionar aos alunos os fundamentos básicos dos métodos da Análise da Decisão, hoje tão aplicada em áreas que vão da simples escolha de um automóvel ou apartamento até à determinação do local mais apropriado para a instalação de um aeroporto ou de uma central nuclear, passando pela tomada de decisão clínica e pelas estratégias diplomáticas e de negociação entre países ou entre empresas. Pretende-se apresentar um curso que traduza as várias complicações que existem com outras disciplinas, nomeadamente com as ciências sociais.

Operacionalizando um pouco mais o que atrás foi dito, são os seguintes alguns dos objectivos deste curso:

- Familiarizar os alunos com uma discussão filosófica da racionalidade e da medição;
- Solicitar uma participação activa dos alunos nas várias discussões ao longo do curso;
- Demonstrar a utilidade dos métodos de apoio à decisão; e
- Incentivar os alunos a desenvolver um projecto onde seja tratada uma decisão multiatributo, "obrigando-os" a vestir o fato do analista de decisão, a pensar activamente e a participar num processo de apoio à decisão;

- Fazer com que os alunos descubram as dificuldades, na “vida real”, da implementação destes métodos.

Os conhecimentos prévios necessários exigidos aos alunos para frequentar este curso, são um treino básico em estatística elementar, em análise e em álgebra e, fundamentalmente, uma disponibilidade para raciocinar de uma maneira lógica, mas crítica, à medida que os vários aspectos do curso são leccionados.

1.4 Processo pedagógico e avaliação de conhecimentos

A primeira aula é o momento de fazer uma apresentação do curso, dos seus objectivos, dos conhecimentos que se pretende que os alunos possuam no final e do regime de avaliação que vigorará. Assim, no início das primeiras aulas dos cursos já leccionados têm sido distribuídas aos alunos algumas folhas com uma apresentação extensa do curso. O apêndice A1 inclui as folhas informativas apresentadas num dos últimos cursos, iniciado em Novembro de 1993.

O ensino da disciplina *Análise da Decisão* reparte-se por aulas teórico-práticas e pressupõe uma participação activa e constante por parte dos alunos, intervindo nas aulas, apresentando os temas dos projectos e discutindo comigo e com os seus colegas os projectos de fim de curso.

A acompanhar as lições deste curso, escritas por mim e colocadas à disposição dos alunos também desde a primeira aula, são apresentados artigos e excertos de capítulos de autores relevantes e que considero importantes para complementar uma formação neste domínio. Os alunos são incentivados a não se limitarem à leitura dos apontamentos onde, além de uma bibliografia mínima, está incluída uma outra mais especializada. São também adicionados dois ou três artigos que descrevem aplicações empíricas da teoria multiatributo, não sempre os mesmos todos os anos.

A avaliação de conhecimentos é composta pelos seguintes elementos:

- elaboração, apresentação escrita e discussão oral de um projecto; e
- um exame no fim da parte lectiva.

O projecto tem como objectivo provar que o aluno é capaz de reconhecer um problema possível de ser tratado através de um modelo multiatributo e que inclua uma situação de preferências individuais. O aluno é incentivado a utilizar um agente de decisão (para não cair na tentação de criar modelos de si próprio) e a criar um modelo que respeite os valores e as opiniões desse agente da decisão.

A cerca de dois terços do tempo destinado à parte lectiva e quando os alunos já se integraram nos objectivos e na filosofia geral do curso, é utilizada uma aula (3 horas) para os alunos apresentarem os temas dos projectos que se propõem desenvolver. Mantém-se então uma discussão, normalmente só com o docente da disciplina, mas que tem um duplo objectivo. Como nem todos os alunos estarão ao mesmo nível relativamente ao conhecimento e estudo da matéria, apenas assistindo às discussões, permite-lhes compreender quais as principais questões que são levantadas na elaboração de um projecto deste tipo. Parto do pressuposto que grande parte destas questões são gerais, independentemente do tema estudado. Além disso, esta aula “força” os alunos a pensar, a tempo, na principal componente da sua avaliação.

O relatório correspondente a este projecto deverá ser escrito à máquina, não exceder as 20 páginas modelo A4 em espaço duplo, incluir um resumo de, no máximo, 150 palavras em página separada com o título do trabalho e nome do autor e incluir secções com, pelo menos, a seguinte informação:

- introdução: descrição, motivação;
- razões para a escolha do problema;
- dimensões: como, porquê, quais, problemas enfrentados;
- funções de escala/utilidade: técnicas usadas, problemas, lições extraídas; e
- conclusão: utilidade, alterações, pontos fortes e fracos do modelo.

O número total de 20 páginas para o relatório não inclui as tabelas, as figuras, nem o próprio resumo. A avaliação e correção destes relatórios, num total de 100 pontos, tem seguido o critério abaixo indicado:

• Resumo -----	5
• Introdução -----	15
descrição e interesse do problema	
descrição das alternativas	
• Atributos -----	30
quais e porquê, como foram obtidos	
como e porquê estão organizados	
outras alternativas não usadas	
independência	
escalas e medidas usadas	
importância relativa (qual e como foi obtida)	
problemas que enfrentou ao "elicitare" os atributos	
• Funções unidimensionais de valor ou utilidade -----	25
descrição da técnica usada, quais	
problemas que sentiu ao "elicitare" estas funções	
• Conclusão -----	25
modelo final	
utilidade do modelo (como está e com alterações)	
discussão (+ e -) da técnica usada	

Habitualmente, o tempo destinado a cada apresentação oral do trabalho é de, aproximadamente, 20 minutos, seguindo-se uma discussão com a intervenção de todos os presentes na sala. Incentivo esta participação dos colegas, a que atribuo um peso, embora não muito grande, na classificação final.

O exame tem versado sobre toda a matéria, excepto a que é abrangida pelo projecto, isto é, excepto os modelos de Keeney e SMART, sendo a parte axiomática um pouco desvalorizada no exame. Em apêndice A3 apresento alguns exemplos de perguntas de exames nestes últimos anos.

O cálculo da classificação final do curso é conseguido através de uma média ponderada, tendo em conta não só a qualidade do projecto e a da sua apresentação, mas também a qualidade dos comentários orais às apresentações feitas pelos seus colegas e, finalmente a nota obtida no exame. Assim, é a seguinte a distribuição das ponderações:

- conteúdo do relatório do projecto ----- 50%
- apresentação e defesa do projecto ----- 15%
- participação nas discussões dos projectos ----- 5%
- exame ----- 30%



Concluída esta sinopse dos grandes temas de discussão que orientaram este curso e da avaliação de conhecimentos, o capítulo seguinte prossegue com uma primeira descrição dos pontos da matéria que considero mais relevantes.

CAPÍTULO 2

PLANO DE ESTUDOS

2.1 Introdução

Neste capítulo, os leitores são convidados a fazer um voo de reconhecimento sobre o plano de estudos deste curso onde irão ser percorridos, em traços gerais, os grandes temas cobertos. Uma descida ao terreno, pormenorizando o que, efectivamente, é leccionado aos alunos, será objecto do capítulo seguinte.

2.2 Apresentação geral do plano de estudos

Conforme se pode ver no documento entregue aos alunos no início das aulas e apresentado no apêndice A1, este curso poderá ser decomposto em três partes principais:

Parte I — Racionalidade

Parte II — Bases matemáticas da medição

Parte III — Métodos e modelos de análise da decisão

Nos parágrafos que se seguem, apresentarei, de uma maneira geral, o conteúdo da matéria leccionada em cada uma destas partes. Mais adiante, será feita uma apresentação mais detalhada desta mesma matéria.

A primeira parte é dedicada ao problema da racionalidade, e é dado um maior ênfase à vertente que valoriza a integração das percepções e dos valores dos agentes de decisão na tomada da decisão. É constantemente afirmado que há necessidade de um enquadramento racional que ajude o agente da decisão a pensar *através* das decisões que toma, sendo considerado racional sempre que, tendo adoptado regras que os seus juízos e acções respeitam, actuar de um modo consistente.

De seguida, são discutidos com os alunos alguns casos de decisões paradoxais e alguns aspectos psicológicos da tomada de decisão. É apresentada, então, uma metodologia de resolução de problemas, juntamente com algumas limitações normalmente sentidas pelo agente de decisão. Não há qualquer intenção de fazer uma apresentação exaustiva desta parte do programa; não se trata nem de um curso de psicologia ou tomada de decisão comportamental, nem de um curso sobre metodologias de resolução de problemas, onde outras alternativas necessariamente seriam abordadas.

Até ao fim desta primeira parte preocupamo-nos em clarificar o problema para decisão. Assim, estudamos processos para melhor compreender o problema, determinar os seus objectivos e quem eventualmente será atingido pelos possíveis cursos de acção. Analisamos também as incertezas que o agente da decisão tem de enfrentar e os pressupostos que tem de admitir. Há, no fim de contas, uma definição e uma consciencialização do ambiente tecnológico, económico e social que rodeia a tomada de decisão em questão. Finalizo esta parte com a apresentação de duas técnicas de apoio à tomada de decisão em grupo para os casos em que a complexidade do problema o exija.

O objectivo da segunda parte é introduzir o aluno no campo da matemática da medição. Não querendo entrar na facilidade da afirmação de que esta matéria constitui uma formulação sofisticada do óbvio, pretendo, e principalmente numa disciplina de mestrado como esta, chamar a atenção dos alunos para a importância dos fundamentos matemáticos da medição.

Como na construção de qualquer modelo, nesta parte da matéria serão identificados objectos e relações existentes no mundo real com objectos e relações num sistema formal, considerado este como uma representação abstracta da realidade. Também aqui, e do ponto de vista lógico, um modelo apenas pode ser rejeitado com base nos dados, nunca podendo ser provado. E assim, mantemos acesa a discussão da racionalidade e das suas eventuais violações.

A ciência tenta explicar e prever os fenómenos observáveis em termos de algumas leis gerais (Coombs *et al.*, 1970), exprimindo, por vezes, relações quantitativas entre propriedades fundamentais dos objectos em estudo. Estas propriedades tanto podem ser a velocidade e a massa, como a oferta e a procura ou a utilidade e a probabilidade subjectiva. Ao processo segundo o qual se representam as propriedades através de números é dado o nome de medição. O conceito de medição é, então, apresentado neste curso como sendo a atribuição de números a objectos ou acontecimentos segundo regras (Stevens, 1959) ou, de um modo mais formal, uma correspondência (um homomorfismo ψ) entre um sistema relacional empírico e um sistema relacional numérico. Este diz-se representar o sistema empírico se aos elementos do sistema empírico forem atribuídos números e se a relação entre estes elementos se reflectir numa relação entre os referidos números. A figura 2 apresenta esquematicamente esse homomorfismo.



Figura 2 — A ideia de medição

Desta maneira, é transmitida ao aluno a mensagem de que, para medir, é necessário não só um instrumento de medição (modelo) mas também uma (infra-)estrutura suficientemente sólida e onde as propriedades entre objectos (ou números) estejam

definidas e representadas. Apresenta-se então um edifício lógico formado por definições, axiomas e teoremas que não só garantam a medição como a definam como única, a menos de determinadas transformações matemáticas. Há vários sistemas axiomáticos; este é apenas um deles. Mais concretamente, este edifício lógico permitir-nos-á, já a seguir, construir um modelo aditivo com base nos atributos.

E, como quaisquer duas funções, homomorfismos, transformações ou modelos (para nós quase sinónimos) dos mesmos objectos para números estão relacionadas, a forma como estas funções se relacionam dá-nos uma indicação do tipo de escala que usamos, determinando obviamente quais as operações numéricas admissíveis. É, deste modo, estabelecida a ligação entre os diversos tipos de escalas (nominal, ordinal, intervalar, de razão e absoluta) e os tipos de modelos usados para a medição.

O passo seguinte é na direcção da construção do melhor modelo para apoiar a decisão e na obtenção de valores quantitativos a incluir nesse modelo. Ora, como há necessidade de enquadrar a decisão num contexto mais formal, recorreremos frequentemente às tabelas de estruturação, como uma abstracção e uma representação de um problema de decisão. Nem sempre as alternativas de curso de acção ou os estados relevantes da natureza podem ser claramente definidos. E assim, mais uma vez é chamada a atenção dos alunos para o facto desta representação não ser necessariamente única e assim termos, de novo, presentes manifestações da arte da decisão. Além disso, como já disse Savage (1954), o que parece ser uma decisão em certeza relativamente a um nível de análise e abstracção, pode tornar-se numa decisão em incerteza em análises mais profundas das consequências.

São apresentados aos alunos os três tipos mais vulgares de problemas de decisão classificados conforme a informação e o conhecimento que o agente de decisão tem (ou pensa que tem) das consequências. São eles a decisão em certeza, a decisão em risco e a decisão em incerteza, estas, por vezes, denominadas decisões em ignorância. Apesar do

termo incerteza ter vindo a ser usado num sentido mais amplo, envolvendo as situações de risco e de ignorância, preferi mantê-lo pois, principalmente fora da literatura da área da psicologia comportamental, é frequentemente aplicado.

Estes três paradigmas não esgotam a extensa variedade de decisões a que os indivíduos fazem face nem o objectivo desta parte da matéria é descrever o estado da arte, mas tão somente introduzir os alunos nos conceitos básicos da teoria da decisão. No caso específico da decisão em certeza, onde o agente de decisão sabe exactamente a consequência de cada alternativa, é apresentado o modelo multiatributo de valor (MAV) e são descritas duas técnicas para obtenção deste modelo. São elas a técnica de Keeney (Keeney e Raiffa, 1976), fortemente baseada na axiomática matemática, e a técnica SMART de Edwards (von Winterfeldt e Edwards, 1986), com uma significativa contribuição da psicologia. Estamos perante situações sem quaisquer processos aleatórios associados.

Em relação às decisões em incerteza, o outro lado extremo do mesmo espectro, o agente de decisão nada sabe acerca dos estados da natureza. Trata-se de uma situação pouco recomendável e rara, uma vez que, na maioria das situações, o agente de decisão tem alguma informação, pelo menos relativamente à verosimilhança dos estados de natureza que são relevantes para a decisão. Vários critérios são propostos e apresentados aos alunos, a maioria dos quais reduzindo-se a decisões em risco, onde é utilizada a informação relevante relativa aos estados da natureza.

Na tomada de decisão em risco, parte-se do pressuposto de que o indivíduo pode calcular as verosimilhanças dos vários estados da natureza. Além disso, os valores de verosimilhança associados aos estados relevantes podem ser expressos por uma distribuição de probabilidades, eventualmente subjectivas. Assim, iniciamos esta parte da matéria com um definição do conceito de probabilidade e de algumas formas distintas de operacionalizar este conceito, nomeadamente a abordagem subjectiva. De seguida são utilizadas as matrizes e as árvores de decisão, como forma de agregar e dispôr a informação para apoiar o agente da decisão.

A determinação do valor da informação fecha este ciclo dedicado às situações de decisão. São incluídos aqui os conceitos de valor esperado com informação perfeita e de valor esperado com informação imperfeita.

Paralelamente a estes tipos de decisão é apresentado o conceito de utilidade, revisitando o princípio do valor esperado e analisando o da utilidade esperada e as regras de decisão associadas (Fishburn, 1988). Ao aceitar e incorporar as escalas subjectivas, o modelo de utilidade esperada resolve alguns dos problemas criados pelo modelo do valor esperado. Neste curso são realçadas as vantagens da teoria da utilidade esperada em relação à teoria do valor esperado, nomeadamente o permitir que os indivíduos tenham utilidades diferentes em relação ao dinheiro e, portanto, diferentes preferências em relação aos jogos, demonstrando alguma dependência com as atitudes perante o risco. Além disso, salienta-se o facto de que quanto mais dinheiro os indivíduos têm, menos valorizam os aumentos do seu capital. São também discutidos com os alunos outros tipos de exemplos que não usam resultados monetários. Satisfação, alegria, frustração e desencanto são alguns dos conceitos que necessariamente estão presentes nas várias discussões mantidas com os alunos.

No fim, são revisitados os axiomas de racionalidade, enquadrados no contexto mais amplo de utilidade. São também referidas algumas formas de obtenção das funções unidimensionais de utilidade e é descrito muito sumariamente o conceito de risco. A teoria moderna da utilidade, inicialmente desenvolvida como uma teoria prescritiva por von Neumann e Morgenstern e apresentada no seu livro *Theory of Games and Economic Behavior* (von Neumann e Morgenstern, 1947) consiste numa série de axiomas acerca da preferência entre jogos, apresentados aos alunos e, neste relatório, colocados no apêndice A2. Um dos principais resultados desta teoria pode ser resumido num teorema que diz que, se as preferências de um indivíduo satisfizerem determinados axiomas, então o seu comportamento pode ser descrito através da maximização da sua utilidade esperada. Ora, como estes axiomas podem também ser vistos como pilares do

comportamento racional, podemos dizer que nos fornecem uma argumentação normativa para o princípio da utilidade esperada.

E assim concluímos este curso voltando às discussões iniciais de descritivo *versus* normativo e sobre o conceito de racionalidade. No capítulo 3, será apresentada uma descrição mais detalhada de todas as partes relevantes agora mencionadas. No entanto, antes disso, são referidos os títulos dos vários pontos que compõem este curso.

2.3 Programa da disciplina e sua distribuição no tempo

Como já anteriormente se disse, o programa desta disciplina, assim como a sua distribuição ao longo das suas 45 horas, comporta três partes fundamentais: o estudo da racionalidade, as bases matemáticas da medição e os métodos e modelos de análise da decisão.

Passo de seguida a apresentar, em detalhe, o programa deste curso. Deixo, no entanto, para o capítulo seguinte uma descrição pormenorizada do conteúdo de cada uma das alíneas seguintes.

<p style="text-align: center;">PARTE I RACIONALIDADE</p>
--

- 1.1 Tomada de decisão racional
- 1.2 Aspectos psicológicos da tomada de decisão
- 1.3 Metodologia de resolução de problemas
- 1.4 Tomada de decisão em grupo

PARTE II
BASES MATEMÁTICAS DA MEDIÇÃO

- 2.1 O conceito de medição
- 2.2 Escalas e significância
- 2.3 Relação de preferência
- 2.4 Função de valor

PARTE III
MODELOS E MÉTODOS DE ANÁLISE DA DECISÃO

- 3.1 Introdução
- 3.2 Decisão em certeza
 - 3.2.1 Modelo MAV
 - 3.2.2 Método de Keeney
 - 3.2.3 Método SMART
- 3.3 Decisão em risco
 - 3.3.1 Incerteza e probabilidade
 - 3.3.2 Matriz de decisão
 - 3.3.3 Árvore de decisão
 - 3.3.4 Valor da informação
- 3.4 Decisão em incerteza
 - 3.4.1 Critérios de apoio à decisão

3.5 Teoria moderna da utilidade

3.5.1 Noção de utilidade

3.5.2 Bases matemáticas revisitadas

3.5.3 Funções unidimensionais de utilidade

3.5.3 Noção de risco

Felizmente este curso é um curso ao nível de mestrado e, portanto, não tem sido obrigatório respeitar escrupulosamente as datas efectivas de início e de fim de semestre (as primeiras normalmente tão fluidas), o que compromete, por vezes, uma programação mais cuidadosa. Temo-nos apenas regido pelo número total de horas, o que nos tem permitido planear, de uma maneira mais correcta, o desenrolar das matérias leccionadas.

Apresento, de seguida, uma distribuição das unidades teórico-práticas de três horas e a sua visualização em cronograma (figura 3).

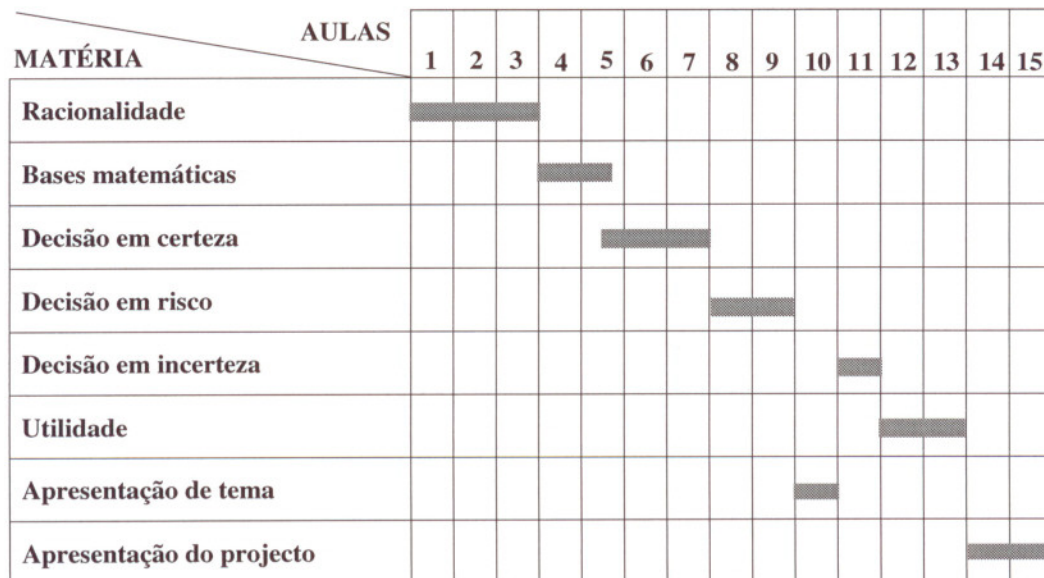


Figura 3 — Cronograma do curso *Análise da Decisão*

CAPÍTULO 3

ANÁLISE DESENVOLVIDA DO PLANO DE ESTUDOS

3.1 Introdução

Apresento de seguida um desenvolvimento do plano deste curso. Serão referidas, em detalhe, as áreas mais importantes que, ao longo destes últimos três anos, têm sido leccionadas aos alunos da disciplina de *Análise de Decisão*.

3.2 Parte I — Racionalidade

3.2.1 Tomada de decisão racional

Logo na primeira aula deste curso, e após se ter enumerado os seus pontos mais importantes, os alunos são postos perante o problema da qualidade de uma decisão e é mantida uma breve discussão sobre se faz ou não sentido estudar-se a tomada de decisão e, no caso afirmativo, sobre a possibilidade de melhorar essa decisão. No âmbito deste curso consideramos que uma decisão é boa se for racional, conceito que iremos, ao longo do tempo, definindo e operacionalizando nas suas mais diversas facetas.

De seguida, são apresentadas algumas características dos problemas que tornam a análise da decisão uma disciplina interessante de se estudar, mas que fazem com que as decisões tomadas possam ter boas ou más consequências, independentemente dos processos seguidos. Entre estas características, são referidas a complexidade dos

problemas, a incerteza, os objectivos em conflito (*trade-off judgments*) e a existência de múltiplos agentes de decisão.

Voltando já à racionalidade, e para mostrar aos alunos que, por vezes, há uma certa distância entre os modelos lógicos e matemáticos e as situações reais, é apresentado o exemplo da transitividade, conceito normalmente considerado, mesmo pelo homem comum, como fazendo parte do ser racional. Poucos indivíduos aceitam ser racional afirmar-se que, sendo eu indiferente entre A e B e também entre A e C, eu prefira A a C.

No entanto, e apesar de nos terem sempre apresentado a transitividade como uma propriedade normal, ela nem sempre é respeitada no dia-a-dia. Há situações reais em que, sem qualquer dificuldade e até sem darmos conta disso, desrespeitamos esta propriedade considerada natural. Mantém-se então uma discussão com os alunos centrada em casos em que há impossibilidade de se distinguir A de B por estes diferirem, física ou psicologicamente, muito pouco (em relação ao grau de abstracção com que estamos a raciocinar). Outras duas situações de violação da transitividade, também discutidas com os alunos, são o caso de comparações através de lados diferentes de uma mesma função não monotónica de preferência ou comparações de preferências entre dimensões distintas, ambas as situações de medições de natureza psicológica. É aqui lembrada a afirmação de Fishburn de que a transitividade não é uma propriedade necessária (Fishburn, 1982).

3.2.2 Aspectos psicológicos da tomada de decisão

Esta parte da matéria começa por apresentar dois paradoxos: o paradoxo de Allais (1953) de demonstração da violação dos axiomas de racionalidade e o paradoxo de S. Petersburgo, ilustrativo da inadequação do critério do valor esperado, outro critério normalmente relacionado com a racionalidade.

O objectivo da apresentação deste paradoxo de Allais é chamar a atenção dos alunos para que pode sempre haver algo a ganhar com uma estruturação cuidadosa de um problema da decisão (French, 1988). O paradoxo de S. Petersburgo relata a situação de um jogo com um valor esperado infinito, mas que poucas pessoas (ou nenhuma) seriam capazes de aceitar jogar, arriscando toda a sua fortuna. A moral deste exemplo é que o ganho monetário esperado não é necessariamente o critério apropriado que se deve usar para valorizar jogos incertos; a utilidade esperada fornece uma resolução a este paradoxo.

De seguida, são discutidos os enviesamentos e as heurísticas mais vulgares na tomada de decisão. São elas o enquadramento da decisão, a disponibilidade, a representatividade e a ancoragem e ajuste (Kahneman *et al.*, 1990; Tversky e Kahneman, 1974, 1981). Para cada um deste tipos, os alunos são postos perante os enunciados-problema e é mantida uma discussão com o objectivo de melhor compreender mais estas violações da racionalidade.

Discussões extremamente interessantes têm sido conseguidas nos últimos anos. Muito ao de leve, é mencionada nestas discussões a existência de outras teorias com pressupostos mais realistas acerca do comportamento humano de escolha (Fishburn, 1989; Kahneman e Tversky, 1979).

3.2.3 Metodologia da resolução de problemas

Antes de prosseguirmos, são discutidos alguns factores individuais que afectam a resolução de problemas e que, eventualmente, constituem limitações “desculpabilizadoras” de situações de violação da racionalidade.

Sob um ponto de vista ideal, o agente da decisão deverá possuir toda a informação de que necessita e não mais, quando a necessita e sob a forma desejável. Os seus mecanismos de percepção serão usados sem enviesamentos, o processo cognitivo avaliará a informação rapidamente, de uma maneira precisa e objectiva e chegará a uma

escolha óptima. A subsequente avaliação das consequências não será enviesada e o armazenamento será eficiente.

Como o "mundo real" é, no entanto, bem diferente deste cenário idílico, há necessidade de referir alguns factores, como os apresentados na Figura 4, que limitam o agente de decisão (Aldag e Stearns, 1987).

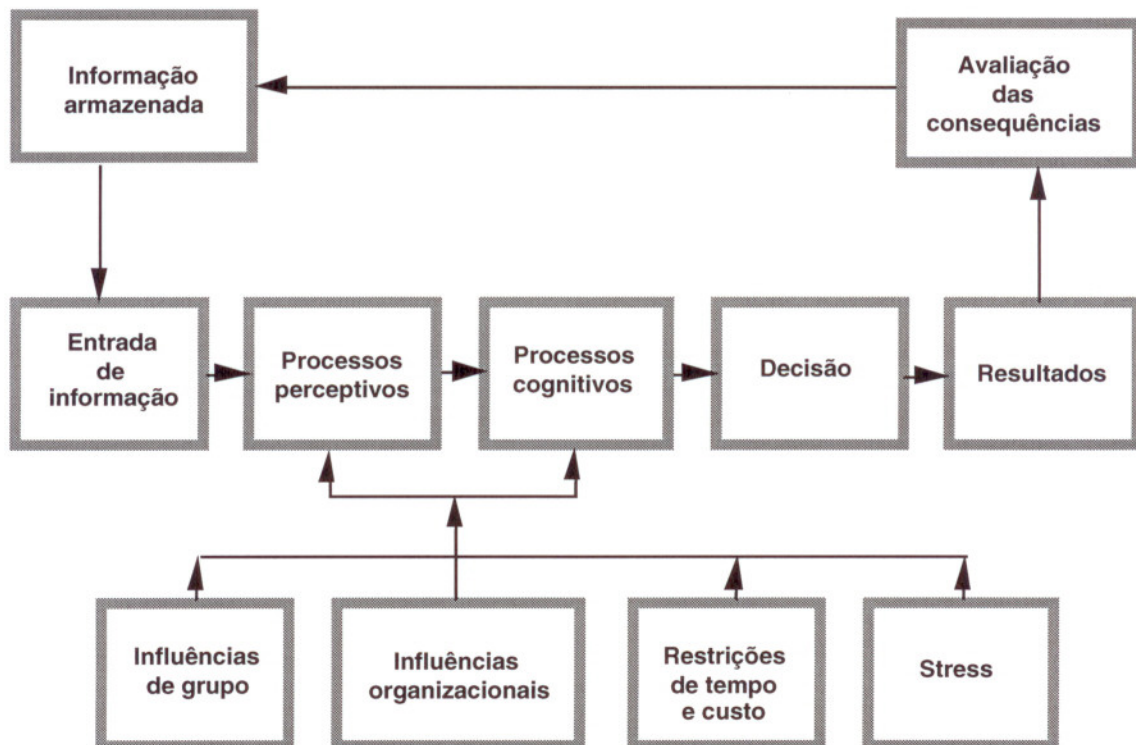


Figura 4 - Factores individuais que afectam a resolução de problemas

Estes factores são discutidos com os alunos e têm essencialmente a ver com a qualidade da informação (menos que perfeita, incompleta, tardia ou sob a forma errada), com a personalidade e características pessoais (quantidade de informação pesquisada), com a percepção da informação e com a forma como a processamos (em série, limitada e lentamente). São, além disso, discutidas as pressões para a conformidade exercidas pelos

grupos e pelas organizações onde o agente de decisão se insere e as correspondentes alterações das preferências individuais de risco. Finalmente, são mencionadas as restrições de tempo, de dinheiro e as motivadas pelo *stress* psicológico a que os agentes de decisão estão sujeitos.

O objectivo desta discussão é mostrar aos alunos que, por muito perfeitos que sejam os modelos e as construções lógicas que sustentam a tomada de decisão, existem, de facto, condicionalismos que limitam uma tomada de decisão racional. Os alunos são postos perante situações como o caso Watergate, a invasão da Baía dos Porcos ou outros tipos de decisões tomadas ao mais alto nível, conforme os relatos de Crossman (1975) e Peyrefitte (1976).

São então confrontados com a necessidade de definição do conceito de problema e com a necessidade do agente da decisão se munir de ferramentas estruturadas para tentar evitar algumas das ratoeiras colocadas no seu percurso. E assim passamos directamente para a exposição de uma metodologia de resolução de problemas.



Figura 5 - Passos na resolução de problemas

Apresentada na Figura 5, esta metodologia é composta por cinco fases principais: definição do problema (diagnóstico da situação e descrição formal), geração de alternativas, avaliação e escolha, implementação da decisão e controlo da decisão (Aldag e Stearns, 1987; Elbing, 1978; Huber, 1980). São também referidos os perigos de ignorar ou de passar mais apressadamente por cada uma destas fases.

3.2.4 Tomada de decisão em grupo

Neste ponto da matéria os alunos já têm consciência do que se entende pelo termo “racional” e do que é um problema que necessita de uma decisão e de uma solução. Além disso, haverá uma consciência das limitações enfrentadas por todo o agente da decisão.

Centrámo-nos então na tomada de decisão individual. Por vezes, no entanto, e especialmente quando são vários os actores (“accionistas”/stakeholders) interessados no problema e na decisão final, há necessidade de recorrer à perícia de outras pessoas não só para melhor definir o problema e discutir as várias alternativas de solução, mas também para obter delas os valores necessários à inclusão da subjectividade no modelo. Como efeito lateral, usando estes peritos (internos ou externos à organização) na tomada da decisão estamos, implícita mas conscientemente, a preocupar-nos com a eventual resistência à mudança uma vez implementada a decisão.

O restante desta primeira parte da matéria apresenta o conceito de grupo como um conjunto de indivíduos com um objectivo comum, independentes e encarando-se como uma unidade e é chamada a atenção dos alunos, não só para as vantagens de utilizar grupos na tomada de decisão e na resolução de problemas, mas também para algumas desvantagens, ou mesmo inconvenientes, desta utilização, nomeadamente o fenómeno chamado *groupthink* (Jannis e Mann, 1977), tão em voga hoje em dia em equipas técnicas, membros de conselhos de administração ou de comités de várias naturezas. Neste contexto não é possível desenvolver-se qualquer teoria descritiva da decisão com base em observações empíricas (Rapoport, 1989).

São então discutidas duas técnicas para estruturar a tomada de decisão em grupo. A primeira é a Técnica de Grupo Nominal (Delbecq *et al*, 1975; Van de Ven e Delbecq, 1971) que tenta tirar partido da interacção entre os membros de um grupo quando esta interacção é desejável, mas consegue evitar muitos dos inconvenientes da tomada de decisão em grupo. A segunda, é a técnica de Delfos (*delphi*, em inglês), desenvolvida inicialmente para a Rand Corporation, e que permite obter, de uma forma sistemática, as opiniões de um grande número de especialistas, fundamentalmente quando estão dispersos geograficamente, quando preferem manter o anonimato ou se não dão bem uns com os outros (Delbecq *et al*, 1975; Linstone e Turoff, 1975).

Na fase seguinte recorreremos a uma metodologia baseada em axiomas e estruturas relacionais que o agente da decisão deverá, *a priori*, respeitar. É então demonstrado aos alunos que estamos, de novo, a visitar o problema da racionalidade, que sem um mecanismo estruturado adequado não há racionalidade processual e que, sem uma validação dos pressupostos deste mecanismo, não há racionalidade de qualquer tipo.

3.3 Parte II — Bases matemáticas da medição

3.3.1 O conceito de medição

Após ter apresentado, sob o ponto de vista conceptual e filosófico, os aspectos da racionalidade, é nesta parte da matéria que começo a operacionalizar, em termos axiomáticos, o conceito de medição. Assim, inicio-a discutindo com os alunos duas definições gerais deste conceito, e só após uma profunda compreensão do que elas representam passo para a formalização matemática.

Segundo Krantz, Luce, Suppes e Tversky (1971), medição é a atribuição de números (ou outras entidades matemáticas como vectores) a objectos, de tal modo que as propriedades dos objectos sejam correctamente representadas pelas propriedades numéricas. Na mesma linha, também Blalock (1968) comparou medição a uma ponte

entre a teoria e a investigação, entre os conceitos abstractos e os indicadores empíricos e Stevens e definiu como sendo a “atribuição de número a objectos ou acontecimentos de acordo com regras” (Stevens, 1951: 22).

De uma maneira formal, se tivermos um conjunto de objectos empíricos e um conjunto de relações R_i ($i \in I$) definido em A , podemos construir um sistema relacional $\mathbf{A} = \langle A ; R_i (i \in I) \rangle$ (Pfanzagl, 1973), denominado numérico se A for o conjunto dos reais ($A \equiv \mathfrak{R}$); caso contrário, denomina-se empírico. Sendo dados dois sistemas relacionais, um empírico, $\langle A; R_i (i \in I) \rangle$ e outro numérico, $\langle \mathfrak{R}; S_j (j \in I) \rangle$ e considerando ψ como uma função entre estes dois sistemas, ψ é chamado um homomorfismo sse envia A em \mathfrak{R} e preserva as propriedades das relações, isto é,

$$\forall i \in I \text{ e } (a_1, \dots, a_k) \in A^k, R_i(a_1, \dots, a_k) = S_j(\psi(a_1), \dots, \psi(a_k))$$

onde (a_1, \dots, a_k) é um k -tuplo e $R_i(a_1, \dots, a_k)$ é uma relação k_i -ária em A .

Assim, para se proceder a uma avaliação (medição), os alunos são encaminhados para a necessidade de percorrerem vários passos, entre eles a definição dos limites das alternativas, a definição dos vários atributos X_1, \dots, X_n , a obtenção de medidas para cada X_i , a construção da função ψ , e só então se preocuparem com as incertezas. Além disso, é colocada ênfase na construção da árvore de atributos com as características definidas por Keeney e Raiffa (1976) e que incluem a integridade, a operacionalidade, a decomponibilidade, a não redundância e o pequeno tamanho.

Depois destas definições caracterizadoras do conceito de medição, passamos a enunciar dois teoremas que garantem que, sob determinadas condições, esta medição é possível. São eles o teorema de representação (que nos permite usar os números ou vectores para representar as propriedades dos objectos) e o teorema da unicidade (que nos diz que quaisquer duas funções de objectos em números estão relacionadas). A maneira como estas duas funções estão relacionadas fornece-nos o tipo de escala que podemos usar e determina o tipo de manipulações aritméticas a que podemos aceder (significância de estatísticas). E assim, voltamos de novo à problemática da racionalidade

e à discussão, centrada agora nas escalas, nas propriedades e nas funções estatísticas admissíveis.

3.3.2 Escalas e significância

O conceito de escala é apresentado aos alunos como sendo uma função de objectos no sistema que fornece a representação numérica das relações qualitativas. O teorema de Arrow (1950) é aqui mencionado, muito ao de leve, como um exemplo onde um conjunto de axiomas caracterizadores de relações qualitativas, não mutuamente exclusivos, pode conduzir à impossibilidade de uma representação numérica.

Partindo, portanto, do pressuposto que a representação é possível, a discussão com os alunos desloca-se para o problema da unicidade e dos elementos do conjunto $\Gamma_{\mathfrak{R}}$ das transformações admissíveis de ψ (Anderson *et al.*, 1983). Assim, são introduzidos os conceitos de escala nominal (se $\Gamma_{\mathfrak{R}}$ for o conjunto das relações um-a-um de \mathfrak{R} em \mathfrak{R}), o de escala ordinal (se $\Gamma_{\mathfrak{R}}$ for o conjunto das funções contínuas, monótonas e estritamente crescentes, como uma função ordinal de valor), o de escala intervalar (se $\Gamma_{\mathfrak{R}}$ é formado por todas as transformações lineares positivas, como as funções aditivas de valor ou as funções de utilidade), o de escala de razão (com as transformações de similaridade, isto é, que difiram de ψ por um múltiplo positivo, como as funções lineares de valor) ou o de escala absoluta (se a única transformação permissível de ψ for a transformação identidade).

De seguida, os alunos são transportados para o conceito de significância quantitativa, no sentido de que uma afirmação S é formalmente significativa se a sua verdade ou falsidade for invariante a todas as transformações admissíveis dos seus valores (Suppes e Zinner, 1963). É-lhes dito que, em geral, escalas ordinais não admitem a comparação de médias e que uma comparação entre duas combinações lineares de valores, possível em escalas de razão, só é possível em escalas intervalares se determinada condição for satisfeita (Pfanzagl, 1973). São discutidos com os alunos

exemplos do cotidiano de cada um onde, mais uma vez, estas regras não são respeitadas, nomeadamente no tratamento quantitativo de questionários.

É, de novo, no problema da racionalidade, agora associado ao da validação do homomorfismo requerido pela medição, que estamos a tocar. É o que French denomina significância substantiva (French, 1988).

3.3.3 Relação de preferência

O curso prossegue então com uma revisão do que constitui uma relação binária e de algumas das propriedades mais conhecidas (reflexiva, irreflexiva, simétrica, assimétrica, antisimétrica, transitiva e transitiva negativa), após o que são introduzidas a propriedade ligada ($\forall x, y \in X, xRy$ ou yRx ou ambos) que permite a expressão de preferência e a propriedade ligada fraca ($\forall x, y, z \in X, x \neq y \Rightarrow xRy$ ou yRx). Esta matéria baseia-se em Fishburn (1970, 1972) e parte da sua formalização está apresentada no apêndice A2.

Baseado na definição da estrutura relacional e nas propriedades das relações binárias, concretamente na relação binária de preferência ou indiferença (\succsim) definida num conjunto de resultados A , passa-se à definição de uma ordem fraca necessária à formalização dos teoremas de representação e da unicidade da função de valor. Garantida a existência desta função, é apresentado o teorema para estruturas conjuntas finitas e aditivas (Luce e Tukey, 1964), que nos enuncia as condições necessárias e as suficientes para a aditividade. Definimos então \succ como preferência estrita e \sim como indiferença e apresentamos os teoremas da representação e da unicidade (Fishburn, 1970). As definições prévias e estes teoremas estão apresentados no apêndice A2. Mais tarde, iremos ver o enriquecimento deste conjunto de resultados com jogos da forma (x, p, y) onde o resultado x é obtido com probabilidade p e o resultado y é obtido com probabilidade $(1-p)$.

Aqui, é chamada a atenção para o facto de ser vital (racional) preocuparmo-nos com as propriedades relacionadas com a independência. Já nas condições P2 e P3, necessárias à aditividade, é definido o conceito de independência preferencial. De seguida, usando o resultado de Keeney e Raiffa (1976), define-se o conceito de independência preferencial mútua para n atributos $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$. Este conceito é então ilustrado e discutido na aula.

3.3.4 Função de valor

Com base na axiomática que precedeu este ponto e nas definições de independência preferencial e independência preferencial mútua, é dito aos alunos, à laia de corolário, que se conseguirmos provar que as nossas preferências respeitam a mútua independência preferencial, então deve existir uma função de valor com a forma aditiva

$$v(x) = \sum_{i=1}^n k_i v_i(x_i)$$

3.4 Parte III — Modelos e métodos de análise da decisão

3.4.1 Introdução

Os alunos, no início desta parte da matéria, são confrontados com as vantagens associadas à utilização de técnicas sistemáticas de apoio à tomada da decisão. São técnicas que nos ajudam a estruturar o processo de dispôr a informação e que nos permitem, de uma forma fiável, justificar as nossas decisões, através de um processo normalmente agradável e não agressivo para o agente de decisão.

Na tentativa de dispormos, sob uma forma compacta, a informação que possuímos para a tomada de decisão, utilizamos normalmente a chamada tabela de estrutura da decisão (Anderson *et al.*, 1989; Palvia e Gordon, 1992) como a apresentada na figura 6.

		Acontecimentos			
		s_1	s_1	...	s_m
		p_1	p_1	...	p_m
Alternativas	a_1	$O_{11}(U_{11})$	$O_{12}(U_{12})$...	$O_{1m}(U_{1m})$
	a_2	$O_{21}(U_{21})$	$O_{22}(U_{22})$...	$O_{2m}(U_{2m})$
	a_3	$O_{31}(U_{31})$	$O_{32}(U_{32})$...	$O_{3m}(U_{3m})$

	a_n	$O_{n1}(U_{n1})$	$O_{n2}(U_{n2})$...	$O_{nm}(U_{nm})$

Figura 6 — Tabela de estrutura de decisão

Trata-se de uma matriz rectangular cujas linhas $a_1, \dots, a_i, \dots, a_n$ correspondem às alternativas disponíveis ao agente de decisão e cujas colunas $s_1, \dots, s_j, \dots, s_m$ correspondem aos possíveis estados da natureza. As celas da matriz são os resultados ou as consequências resultantes de uma selecção de uma linha e de uma coluna. Assim, o_{ij} representa o resultado obtido quando o agente de decisão escolher a alternativa a_i e o estado da natureza s_j ocorrer. As utilidades (isto é, os níveis de satisfação) de cada consequência são representados por u_{ij} . Associados a cada acontecimento estão também os respectivos valores de probabilidade $p_1, \dots, p_j, \dots, p_m$.

As várias situações de decisão são definidas tendo em conta a quantidade de informação disponível aos agentes de decisão. E, assim, os alunos são introduzidos nos três tipos mais frequentes de decisão: a decisão em certeza (onde o analista da decisão possui toda a informação necessária à construção da matriz da decisão e sabe quais os acontecimentos que irão ocorrer), a decisão em risco (onde tem toda a informação necessária à construção da matriz e, embora o acontecimento que ocorre não esteja determinado à partida, são conhecidas as probabilidades de ocorrência dos vários acontecimentos) e a decisão em incerteza (onde não tem toda a informação necessária à

construção da tabela de estrutura da decisão, desconhece qual o acontecimento que irá ocorrer, assim como as várias probabilidades de ocorrência).

Não serão tratados neste curso os casos de decisão em conflito, onde, neste enquadramento, o analista não possui toda a informação necessária à construção da tabela de estrutura da decisão. A teoria de jogos está fora do âmbito deste curso.

Passamos, de seguida, a apresentar, um pouco em detalhe, o que tem sido leccionado relativamente à resolução de cada um destes tipos de situações de decisão.

3.4.2 Decisão em certeza

No estudo de decisões em certeza os alunos são conduzidos a distinguir as situações em que as alternativas apenas diferem num atributo (qualidade, ganho ou tamanho, por exemplo) e as situações em que estas diferem em mais do que um atributo. Com o primeiro tipo de situações, é implicitamente apresentado aos alunos o conceito de utilidade, tal como Maurice Allais o definiu — valor psicológico ou satisfação relativa associada a um objecto, acontecimento ou alternativa (Allais, 1953). Utilidade é definida como uma medida inerentemente subjectiva e relativa, usada para fins quer descritivos, quer prescritivos.

No caso de alternativas com multiatributos, são abordados os métodos de separação (*screening*) e de pontuação (*scoring*) e, de entre os métodos de separação, cujo objectivo comum é separar alternativas, analisando quais as que satisfazem um certo número de restrições, são apresentadas aos alunos situações da aplicação da regra de satisfação e da regra de eliminação por aspectos. Estabelece-se, então, uma discussão acerca das vantagens e problemas associados a cada uma destas regras e é, pela primeira vez, analisado o conceito de alternativa óptima.

Sempre que seja necessária uma alternativa óptima, os alunos são aconselhados a usar a abordagem compensatória de pontuação denominada modelo multiatributo de valor

(MAV) onde, e tal como também acontece com a teoria multiatributo de utilidade (MAUT), a modelação das preferências do agente da decisão desempenha um papel vital.

De uma maneira geral, é dado um ênfase especial à determinação dos n atributos relevantes e à maneira como estes estão estruturados hierarquicamente na árvore de valor. A determinação das outras duas componentes do modelo (os pesos relativos e as funções unidimensionais) é deixada para quando, a seguir, se apresentarem duas técnicas de construção deste modelo. É dado, no entanto, um relevo especial à necessidade de garantirmos a (mútua) independência (preferencial) já definida anteriormente, sendo realçada a estreita ligação entre este conceito e o de modelo aditivo.

São então estudadas duas técnicas de obtenção deste modelo aditivo. A primeira é a técnica de Keeney (Keeney, 1977; Keeney e Raiffa, 1976) baseada no conceito de indiferença e apresentada aos alunos como uma excelente ilustração dos vários conceitos de independência, de obtenção de escalas para os atributos e de obtenção dos valores de importância relativa associados a cada um destes atributos. E, como se trata de uma técnica fortemente baseada na axiomatização, tem sido encarada pelos alunos como muito difícil de ser aplicada, exigindo uma grande dose de experiência — e de arte — antes de ser posta em prática.

Por esta razão, é quase aplaudida pelos alunos a técnica SMART (von Winterfeldt e Edwards, 1986) apresentada a seguir. Trata-se de uma técnica robusta e eficaz mas onde, para a execução dos vários passos, se parte de alguns pressupostos cuja verificação é deixada ao analista da decisão. Os alunos são alertados para o facto de que, embora seja aparentemente de execução muito mais fácil e pareça despreocupada em relação a algumas características teóricas importantes, essa simplicidade não é real, já que exige uma grande preparação do analista da decisão.

Apenas a título ilustrativo são, nesta altura do curso, apresentadas outras formas de agregação das componentes constituintes de um modelo, alternativas ao modelo linear aditivo (ou linear compensatório). São exemplos disso as formas multiplicativa (onde há

interacção entre atributos), a conjuntiva (onde todos os atributos têm de ser satisfatórios) e disjuntiva (onde apenas olhamos para a melhor característica de cada alternativa).

Teoricamente, podemos usar um modelo não linear; no entanto, deixamos cair esta hipótese por considerações de ordem prática. Além disso, é também referida a discussão entre amplitudes e pesos de um atributo (Keeney e Raiffa, 1976; von Winterfeldt e Edwards, 1986; von Nitzsch e Weber, 1993).

E assim terminamos a parte deste curso dedicada a situações de decisão onde são conhecidos com certeza os resultados da escolha de cada opção, de tal modo que o único problema seja gerir os conflitos entre objectivos. Como, no entanto, para a maioria das decisões, estes pressupostos são irrealistas, há necessidade de introduzir o conceito de incerteza nas nossas teorias e modelos de escolha e de passar ao estudo das situações de decisão em que o agente de decisão não possui um conhecimento completo do que se passa, as chamadas decisão em risco e decisão em incerteza.

3.4.3 Decisão em risco

Nesta parte da matéria é introduzido o conceito de probabilidade e a sua característica de funcionar como uma medida da incerteza, sendo dito aos alunos que, nestes casos, não faz qualquer sentido aplicar o critério da maximização da utilidade.

Começa-se por definir probabilidade, salientando a existência de várias definições deste conceito. São mencionadas a abordagem clássica, organizada a partir das ideias de Laplace e que parte do pressuposto de que conhecemos *a priori* a situação amostral, que foi considerada não apropriada ao mundo real por não incorporar métodos satisfatórios de medição; a abordagem empírica ou de frequência relativa, defendida por Venn (1886), von Mises (1951) e Reichenbach (1949) que apresenta a probabilidade de um acontecimento como a frequência a longo prazo quando este acontecimento ocorre um número finito de vezes; a abordagem lógica, defendida por Keynes (1921), Carnap

(1962) e Kyburg (1974), que considera a probabilidade como uma relação lógica entre uma afirmação e o corpo de conhecimento, entre uma afirmação e outra afirmação que represente a evidência; e, finalmente, a abordagem subjectiva, defendida por Ramsey (1931), De Finetti (1974) e Savage (1954), que apresenta a probabilidade como um grau de crença — *degree of belief* — que um indivíduo tem relativamente a uma afirmação.

Esta parte da matéria foi baseada na excelente introdução ao livro *Studies in Subjective Probability*, escrito por Kyburg e Smokle (1980). Qualquer que seja a abordagem escolhida, a função probabilidade deverá respeitar os axiomas de probabilidade apresentados aos alunos e, neste relatório, em apêndice A2.

Aos alunos é dito que, na teoria da decisão, se adopta a abordagem subjectiva. Só assim é possível encontrar justificações de natureza intelectual para os processos da análise da decisão. Passa-se então à análise dos métodos de obtenção das probabilidades subjectivas (método de contrato de referência, método do intervalo fixo e método do intervalo variável) e à discussão do conceito de calibragem necessária para eliminar (ou reduzir) alguns enviesamentos.

De seguida, são apresentados os dois modelos mais comuns para o tratamento de decisões em risco (a matriz de decisão e a árvore de decisão) e são introduzidos os critérios de valor e de utilidade esperados. Associados a este conceito, e porque as decisões na vida real envolvem normalmente informação imprecisa acerca da forma como os resultados são determinados, são também abordados os conceitos de valor esperado da informação perfeita e o de valor de informação, utilizando implicitamente, como atrás referi, os conceitos da abordagem Bayesiana da análise da decisão (Smith, 1988). Parte-se aqui do pressuposto de que os dados são completamente informativos (Lindley, 1985).

Os alunos são informados de que, apesar das concepções de Ramsey, de De Finetti e de Savage baseadas em preferências serem amplamente adoptadas, por exemplo pelos

analistas Bayesianos da decisão, não são as únicas existentes. Outras interpretações da probabilidade subjectiva têm sido defendidas (Allais, 1979; Fishburn, 1964).

3.4.4 Decisão em incerteza

Neste tipo de situação, o agente da decisão é completamente ignorante, não conhece as probabilidades dos vários acontecimentos, nem mesmo se um deles é mais provável que outro. Aos alunos é dito que se trata de uma situação incómoda, nada recomendável e que os agentes de decisão deverão fazer tudo por tudo para a evitar e deverão tentar obter, mesmo sendo difícil, as estimativas das probabilidades, quer elas sejam objectivas, quer subjectivas.

Porque não existe um modelo apropriado ou uma solução óptima disponível para o agente de decisão aplicar, são apresentados aos alunos vários critérios, sendo-lhes afirmado que nalguns deles há violação de pelo menos um critério considerado de racionalidade.

Os critérios estudados são o critério do optimismo (ganho maximax), o do pessimismo (ganho maximin), o critério de Hurwicz ($\alpha \times$ optimismo + $(1-\alpha) \times$ pessimismo), o critério de Laplace, da racionalidade ou da razão insuficiente atribuído a J. Bernoulli (pressupõe que as probabilidades são iguais; o problema é tratado como uma decisão em risco) e o critério de Savage (remorso minimax). Os alunos são aconselhados a ler o capítulo 13 de *Games and decisions* de Luce e Raiffa (1957).

Todos estes critérios são compatíveis com cada um dos quatro primeiros princípios para decisões em incerteza discutidos com os alunos e apresentados no apêndice A2. No entanto, o axioma 5 desses princípios é incompatível com os critérios maximin e de Hurwicz; o axioma 6 é incompatível com o critério minimax; o axioma 7 é incompatível com o critério da razão insuficiente; e o axioma 8 é incompatível com o critério de Hurwicz.

3.4.5 Teoria moderna da utilidade

Começamos este capítulo com um exemplo de uma pessoa que tem 1000 contos no banco e a quem é oferecida a hipótese de participar num jogo, que consiste em lançar uma moeda ao ar, e onde pode ganhar ou perder 3000 contos, conforme a face da moeda que ficar, no chão, virada para cima.

Com este exemplo introduzimos os conceitos de "coisa certa" e de incerteza. E, referindo também o paradoxo de S. Petersburgo, apresento aos alunos o conceito moderno de utilidade de um resultado para um indivíduo, igual à probabilidade de ganhar um prémio *standard* num jogo, de tal modo que seja indiferente entre receber "a coisa certa" e aceitar jogar.

São então estudados o princípio da substituição e os axiomas de utilidade de Savage (1954), também apresentados, neste relatório, no apêndice A2 e baseados no conceito de probabilidade subjectiva. De seguida passamos à noção e às formas de obtenção das funções unidimensionais de utilidade, referindo os métodos de estimação directa (Edwards, 1977), de equivalente certo e do jogo padrão (*standard gamble*).

São revistas as regras de decisão baseadas no valor esperado de cada alternativa e o critério de escolher a alternativa à qual está associado o maior valor esperado. Este valor esperado de uma alternativa ou de um jogo, calculado pela soma dos seus resultados x_1, \dots, x_n , cada um deles ponderado pela correspondente probabilidade de ocorrência p_1, \dots, p_n , é dado por $\sum_{i=1}^n p_i x_i$ e pressupõe que os vários x_i 's são acontecimentos mutuamente exclusivos.

Também este critério é por vezes "desrespeitado" pelos indivíduos. Isto é, há situações em que as pessoas simplesmente o não respeitam (e outras em que elas pensam que não têm nada que o respeitar). É o caso dos indivíduos que aceitam jogar, por exemplo em casinos, sabendo que têm uma probabilidade praticamente nula de ganhar o que quer que seja, ou dos indivíduos que estabelecem contrato com uma companhia de

seguros para os livrar de situações altamente dispendiosas, embora com escassíssimas probabilidades de ocorrer, chegando mesmo estes indivíduos a pagar anualmente mais do que o valor esperado dos bens segurados.

É considerado atitude racional fazer um seguro ou mesmo participar nalguns tipos de jogos e é normalmente recusada a participação, por exemplo, num jogo de lançar uma moeda ao ar cujas consequências sejam ganhar ou perder 10 contos. Talvez, neste caso, se considere que o eventual ganho não compensa a eventual perda, ideia já anteriormente apresentada à comunidade científica por Daniel Bernoulli.

Voltamos, neste ponto do curso, a alguns exemplos já apresentados anteriormente nas aulas dedicadas ao estudo das árvores de decisão, agora incorporando as funções de utilidade em vez dos valores monetários. A utilidade esperada de um jogo com resultados x_1, \dots, x_n a ocorrer com probabilidades p_1, \dots, p_n é apresentada como sendo igual a $\sum_{i=1}^n p_i u(x_i)$, onde $u(x_i)$ é a utilidade do resultado de ordem i (Dyer e Sarin, 1979; Fishburn, 1970; Keeney, 1968; Keeney e Raiffa, 1976; Pollak, 1967). Em analogia com o princípio anterior, este princípio da utilidade esperada estabelece que o agente da decisão deve escolher a alternativa com a maior utilidade esperada. É referido que esta noção de maximização da utilidade está na base do conceito de Homem Económico de Bentham e Mill.

Prossegue este curso com os conceitos de equivalente certo e de prémio de risco (diferença entre o valor esperado e o equivalente certo), com a apresentação das várias atitudes perante o risco (aversão ao risco, neutralidade perante o risco e procura do risco) e com as formas típicas das funções de utilidade associadas a estas atitudes (curvatura côncava, recta e curvatura convexa, respectivamente), assim como os perfis-tipo dos agentes da decisão em cada um dos casos.

Ralph Swalm (1966) é lembrado como um dos primeiros cientistas que examinou as curvas de utilidade de gestores de um número vasto de organizações. Este curso

termina com uma discussão que tem por tema as principais conclusões deste investigador.

CAPÍTULO 4

BIBLIOGRAFIA

4.1 Introdução

Este capítulo inclui a bibliografia base (ponto 4.2) e a bibliografia especializada (ponto 4.3). Os alunos têm hipótese de, pelo menos, ler excertos de textos de autores como André Delbecq, Ward Edwards, Peter Fishburn, Daniel Kaneman, Ralph Keeney, Howard Raiffa, Detlof von Winterfeldt e Amos Tversky .

No fim deste relatório apresentarei, em apêndice, alguns documentos que são entregues aos alunos no início das aulas, uma lista da axiomática usada neste curso, assim como uma selecção de algumas perguntas apresentadas nestes últimos anos.

4.2 Bibliografia geral

A bibliografia geral encontra-se no apêndice A1. Embora na bibliografia complementar, apresentada a seguir, estejam alguns trabalhos de natureza geral, estes não são *ab initio* referidos aos alunos e, por isso, não se encontram na lista geral.

4.3 Bibliografia complementar

Para facilitar uma leitura, a bibliografia que se segue está apresentada tematicamente. Quando a mesma referência poderia ter sido colocada em mais do que uma tema, está colocada no tema que considere mais relevante para a matéria leccionada.

Racionalidade

Allais, M. (1953). Le comportement de l'homme rationnel devant le risque: critique des postulats et axiomes de l'école américaine. *Econometrica*, 21, 503-46.

Brunswick, E. (1956). *Perception and the representative design of experiments*. Berkeley: University of California Press.

Fishburn, P. C. (1964). *Decision and value theory*. New York: John Wiley.

Fishburn, P. C. (1972). *Mathematics of decision theory*. Mouton: Unesco.

French, S. (1988). *Decision theory: an introduction to the mathematics of rationality*. Chichester: Ellis Horwood.

Gustafson, D. H., Cats-Baril, W. L. e Alemi, F. (1992). *Systems to support health policy analysis: theory, models, and uses*. Ann Harbor, MI: Health Administration Press.

Hogarth, R. M. e Reuder, M. W. (Orgs.). (1987). *Rational choice: the contrast between economics and psychology*. Chicago: The University of Chicago Press.

Jannis, I. J. e Mann, L. (1977). *Decision making: a psychological analysis of conflict, choice and commitment*. New York: Free Press.

Rapoport, A. (1989). *Decision theory and decision behavior: normative and descriptive approaches*. Dordrecht: Kluwer.

Simon, H. A. (1957). *Administrative behavior*. New York: Free Press.

Simon, H. A. (1976). *Administrative behavior*. New York: MacMillan.

Enviesamentos, heurísticas, juízos e tomada de decisão

Arkes, H. R. e Hammond, K. R. (1986). *Judgment and decision making*. Cambridge: Cambridge University Press.

Bazerman, M. H. (1994). *Judgment in managerial decision making*. New York: John Wiley.

Crossman, R. H. (1975). *The diaries of a cabinet minister*. London: Hamilton and Cape.

Dearborn, D. e Simon, H. (1967). Selective perception: a note on the Departmental Identification of Executive. In M. Alexis e C. Wilson (Orgs.), *Organizational decision making*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall.

Einhorn, H. J. e Hogarth, R. M. (1979). Behavioral decision theory: process of judgment and choice. *Annual Review of Psychology*, 32.

Fischhoff, B. (1977). Perceived informativeness of facts. *Journal of Experimental Psychology*, 3.

Hogarth, R. M. (1990). *Insights in decision making*. Chicago: The University of Chicago Press.

Hogarth, R. M. (1991). *Judgment and choice*. New York: John Wiley.

Peyrefitte, A. (1976). *Le mal français*. Paris: Plon.

Kahneman, D., Slovic, P. e Tversky, A. (Orgs.). (1990). *Judgments under uncertainty: heuristics and biases*. Cambridge, MA: Cambridge University Press.

Tversky, A. e Kahneman, D. (1974). Judgments under uncertainty: heuristics and biases. *Science*, 185, 1124-31.

Tversky, A. e Kahneman, D. (1981). The framing of decisions and the psychology of choice. *Science*, 211, 453-58.

Medição

Anderson, A. B., Basilevsky, A. e Hum, D. P. (1983). Measurement: theory and techniques. In P. H. Rossi, J. D. Wright e A. B. Anderson, *Handbook of survey research* (pp. 231-89). San-Diego: Academic Press.

Arrow, K. J. (1950). A difficulty in the concept of social welfare. *The Journal of Political Economy*, 58, 328-346.

Bernoulli, D. (1738). Specimen theoriæ novæ de mensura sortis. *Commentarii academiae scientiarum imperialis Petropolitanae*, 175-192; traduzido em Sommer, L., 1984, *Econometrica*, 22, 23-26.

Blalock, H. M., Jr. (1968). The measurement problem. In H. M. Blalock e A. Blalock (Orgs.), *Methodology in social research* (pp. 5-27). New York: McGraw-Hill.

Blalock, H. M., Jr. (1982). *Conceptualization and measurement in the social sciences*. Beverly Hills: Sage.

Coombs, C. H., Dawes, R. M. e Tversky, A. (1970). *Mathematical psychology*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

Fishburn, P. C. (1970). *Utility theory for decision making*. New York: John Wiley

Kyburg, H. E. (1984). *Theory and measurement*. Cambridge, England: Cambridge University Press.

- Krantz, D. H., Luce, R. D., Suppes, P., e Tversky. (1971). *Foundations of measurement*. San Diego: Academic Press.
- Luce, R. D. e Tukey, J. W. (1964). Simultaneous conjoint measurement: a new type of fundamental measurement. *Journal of Mathematical Psychology*, 1, 1-27.
- Pfanzagl, J. (1973). *Theory of measurement*. New York: Wiley.
- Stevens, S. S. (1951). Mathematics, measurement and psychophysics. In S. S. Stevens (Org.), *Handbook of experimental psychology* (pp. 1-49). New York: John Wiley.
- Stevens, S. S. (1959). Measurement, psychophysics and utility. In C. W. Churchman e P. Ratoosh (Orgs.), *Measurement definitions and theories*. New York: Wiley.
- Suppes, P. e Zinnes, J. (1963). Basic measurement theory. In R. D. Luce, R. R. Bush e E. Galanter (Orgs.), *Handbook of mathematical psychology*, vol 1. New York: John Wiley.

Conceito de probabilidade

- Allais, M. (1979). The so-called Allais paradox and rational decisions under uncertainty. In M. Allais e O. Hagen (Orgs.), *Expected utility hypothesis and the Allais paradox* (pp. 437-681). Dordrecht: Reidel.
- Carnap, R. (1962). *Logical foundations of probability*. Chicago: Chicago University Press.
- De Finetti, B. (1974). *Theory of probability*. New York: Academic Press.
- Fishburn, P. C. (1964). *Decision and value theory*. New York: Wiley.

- Keynes, J. M. (1921). *A treatise on probability*. London: Macmillan (reedição: Cambridge: Cambridge University Press, 1988).
- Kyburg, H. E., Jr. (1974). *The logical foundations of statistical inference*. Dordrecht: Reidel.
- Kyburg, H. E., Jr. e Smokler, H. E. (Orgs.). (1980). *Studies in subjective probability*. Huntington, NY: Robert E. Krieger.
- Ramsey, F. P. (1931). Truth and probability. In F. P. Ramsey, *The foundations of mathematics and other logical essays* (pp. 156-98). New York: Harcourt, Brace.
- Reichenbach, H. (1949). *The theory of probability*. Berkeley: University of California Press.
- Savage, L. J. (1954). *The foundations of statistics*. New York: John Wiley.
- Venn, J. (1886). *The logic of chance*. London: Macmillan.
- von Mises, R. (1951). *Probability, statistics and truth*. New York: Macmillan.

Resolução de problemas individualmente ou em grupo

- Aldag, R. J. e Stearns, T. M. (1987). *Management*. Cincinnati: South-Western.
- Delbecq, A. L., Van de Ven, A. H. e Gustafson, D. H. (1975). *Group techniques for program planning*. Glenview, IL: Scott, Foresman.
- Elbing, A. (1978). *Behavioral decisions in organizations*. Glenview, IL: Scott Foresman.
- Huber, G. P. (1980). *Managerial decision making*. Glenview, IL: Scott Foresman.

Linstone, H. A. e Turoff, M. (Orgs.). (1975). *The delphi method: techniques and applications*. London: Addison-Wesley.

Mintzberg, H. (1973). *The nature of managerial work*. New York: Harper & Row.

Mintzberg, H. (1975). The manager's job: folklore and fact. *Harvard Business Review*, 53, 49-61.

Van de Ven, A. H. e Delbecq, A. L. (1971). Nominal versus interacting groups for committee decision-making effectiveness. *Academy of Management Journal*, 4, 302-12.

Tomada de decisão e utilidade

Anderson, Sweeney e Williams (1989). *Quantitative methods for business*. St. Paul, MN: West Publishing.

Bunn, D. W. (1984). *Applied decision analysis*. New York: McGraw-Hill.

Clemen, R. T. (1991). *Making hard decisions: an introduction to decision analysis*. Boston: PWS-Kent.

Dyer, J. S., Fishburn, P. C., Steuer, R. E., Wallenius, J. e Zionts, S. (1992). Multiple criteria decision making, multiattribute utility theory: the next ten years. *Management Science*, 38 (5), 645-54.

Dyer, J. S. e Sarin, R. K. (1979). Measurable multiattribute value functions. *Operations Research*, 27, 810-822.

Edwards, W. (1971). Social utilities. *Engineering Economist*, Summer Symposium Series, 6.

- Edwards, W. (1977). How to use multiattribute utility measurement for social decision making. *IEEE Transactions Systems: Man and Cybernetics*, 7, 326-40.
- Fishburn, P. C. (1968). Utility theory. *Management Science*, 14: 335-78.
- Fishburn, P. C. (1970). *Utility theory for decision making*. New York: John Wiley.
- Fishburn, P. C. (1982). Nontransitive measurable utility. *Journal of Mathematical Psychology*, 26, 31-67.
- Fishburn, P. C. (1988). Retrospective on the utility theory of von Neumann and Morgenstern. *Journal of Risk and Uncertainty*, 2, 127-58.
- Fishburn, P. C. (1989). Foundations of decision analysis: along the way. *Management Science*, 35 (4), 387-405.
- Gardiner, P. C. e Edwards, W. (1975). Public values: multiattribute utility measurement for social decision making. In M. F. Kaplan e S. Schwartz (Orgs.), *Human judgment and decision process*. New York: Academic Press.
- Goodwin, P. e Wright, G. (1993). *Decision analysis for management judgment*. Chichester: John Wiley.
- Kahneman, D. e Tversky, A. (1979). Prospect theory: an analysis of decisions under risk. *Econometrica*, 47, 263-91.
- Keeney, R. (1968). Quasi-separable utility functions. *Naval Research Logistic Quarterly*, 15, 551-65.
- Keeney, R. (1977). The art of assessing multi-attribute utility functions. *Organizational behavior and human performance*, 19, 267-310.
- Keeney, R. L. (1982). Decision analysis: an overview. *Operations Research*, 30, 803-38.

- Keeney, R. L. e Raiffa, H. (1976). *Decisions with multiple objectives: preferences and value tradeoffs*. New York: John Wiley.
- Lindley, D. V. (1985). *Making decisions*. London: John Wiley.
- Luce, R. D. e Raiffa, H. (1957). *Games and decisions*. New York: John Wiley.
- Palvia, S. C. e Gordon, S. R. (1992). Tables, trees and formulas in decision analysis. *Communications of the ACM*, 35 (19), 104-12.
- Pollak, R. A. (1967). Additive von Neumann-Morgenstern utility functions. *Econometrica*, 35, 385-494.
- Raiffa, H. (1968). *Decision analysis: introductory lectures on choices under uncertainty*. Reading, MA: Addison Wesley.
- Raiffa, H. (1982) *The art & science of negotiation*. Cambridge, MA: Belknap Press.
- Rivett, P. (1994). *The craft of decision modeling*. Chichester: John Wiley.
- Smith, J. Q. (1988). *Decision analysis: a Bayesian approach*. London: Chapman and Hall.
- Swalm, R. O. (1966). Utility theory: insights into risk taking. *Harvard Business Review*, Nov-Dez, 123-36.
- von Neumann, J. e Morgenstern, O. (1947). *Theory of games and economic behavior*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- von Nitzsch, R. e Weber, M. (1993). The effect of the attribute ranges on weights in multiattribute utility measurements. *Management Science*, 39 (8), 937-43.
- von Winterfeldt, D. e Edwards, W. (1986). *Decision analysis and behavioral research*. Cambridge: Cambridge University Press.

Watson, S. R. e Buede, D. M. (1989). *Decision synthesis: the principles and practice of decision analysis*. Cambridge: Cambridge University Press.

CONCLUSÃO

Agora que acabei de escrever este relatório, devo confessar que a maior dificuldade que tive foi a escolha do nome do curso. Algumas alternativas de peso foram: teoria da decisão, ciência da decisão, ciências da decisão, avaliação multiatributo e análise da decisão. Também aqui se verifica uma certa incestuosidade entre os conceitos. São normalmente usados indiscriminadamente, sem qualquer critério aparente.

Decidi-me pelo nome *Análise da Decisão*, pois parece-me ser o que melhor reflecte as minhas intenções ao elaborar este curso, nomeadamente de estabelecer o difícil equilíbrio entre ciência e arte da decisão na integração da complexidade e das ramificações da vida real. Este relatório, como qualquer outro modelo que reflecte a realidade, deveria transmitir a alegria e o entusiasmo existente na sua construção. Tentei tornar estes sentimentos visíveis nas linhas que o compõem.

Se quiser resumir todo este curso numa só frase, talvez possa afirmar que não existe nenhum imperativo moral que nos force a adoptar a teoria da decisão ou qualquer outro conjunto de regras. Os agentes da decisão são livres de tomarem as suas decisões da maneira que quiserem. A teoria existe para guiar aqueles que queiram seguir os princípios e fornece-lhes um enquadramento sensível para pensarem, como afirmei atrás, *através* de situações complexas de decisão que envolvam incerteza. A racionalidade é definida em termos de adesão a um conjunto de regras; não há, no entanto, razão que

obrigue o agente de decisão a reger-se pelas regras da teoria da decisão, ou por quaisquer outras.

Pessoalmente defendo que, independentemente desta declaração de liberdade tão necessária a qualquer manifestação intelectual, devemos, sempre que possível e que a natureza da decisão o condicione, utilizar uma estrutura lógica para sustentar (e justificar perante outros) as nossas decisões.

Daí a utilidade de um curso como este.

APÊNDICE A1

FOLHAS INFORMATIVAS SOBRE O CURSO

OBJECTIVOS

AVALIAÇÃO

PROGRAMA

LEITURAS

PROJECTO E RELATÓRIO

FACULDADE DE ECONOMIA DA UNIVERSIDADE DE COIMBRA

MESTRADO EM ECONOMIA FINANCEIRA

ANÁLISE DA DECISÃO

Pedro Lopes Ferreira

Outubro de 1993

Os problemas da avaliação de sistemas e as tomadas de decisão actuais envolvem frequentemente situações complexas de compromisso, com múltiplos critérios de *performance* ou dimensões de valor. Este curso pretende fornecer uma introdução à teoria matemática da medição e à prática da criação de modelos multiatributo para apoiar a tomada de decisão. Utiliza uma metodologia de resolução de problemas para explorar as dificuldades na resolução de problemas e sugere algumas técnicas para melhorar a tomada de decisão individual ou em grupo. Explora o conceito de racionalidade e é fundamentalmente prescritivo ou normativo na sua orientação.

A avaliação será baseada num exame e num projecto de fim de curso. Num total de 100 pontos, ao exame serão dados **30** pontos, sendo os outros 70 pontos distribuídos pelo projecto, incluindo o relatório (**50** pontos), a sua apresentação e defesa (**15** pontos) e a participação na discussão dos projectos dos restantes colegas (**5** pontos). De uma maneira geral, a matéria coberta pelo projecto não será objecto de avaliação no exame.

Será colocado à disposição dos alunos um conjunto de textos, incluindo três textos em português, alguns artigos e excertos de alguns capítulos de livros. É aconselhável que as leituras destes textos sejam feitas antes de cada aula. O plano do curso é apresentado a seguir.

MESTRADO EM ECONOMIA FINANCEIRA — ANÁLISE DA DECISÃO
--

TÓPICO	DATA	HORA
I. INTRODUÇÃO		
Apresentação do curso	22/10	9:30
Porquê estudar a resolução de problemas e as decisões		
II. RACIONALIDADE		
Tomada de decisão racional		
Aspectos psicológicos da tomada de decisão		
Metodologia da resolução de problemas	29/10	9:30
Tomada de decisões em grupo	5/11	9:30
III. BASES MATEMÁTICAS DA MEDIÇÃO		
O conceito de medição	12/11	9:30
Escala e significância		
Relação de preferência		
Função de valor	19/11	14:00
IV. TOMADA DE DECISÃO EM CERTEZA		
Função de valor		
Método de Keeney	26/11	14:00
Método SMART	3/12	14:00
V. TOMADA DE DECISÃO EM RISCO		
Incerteza e probabilidade	10/12	14:00
Matriz de decisão		
Árvore de decisão	17/12	14:00
Valor da informação		
DISCUSSÃO DO TEMA DO PROJECTO	7/1	14:00

TÓPICO	DATA	HORA
VI. TOMADA DE DECISÃO EM INCERTEZA		
Critérios de apoio à decisão	14/1	14:00
VII. TEORIA MODERNA DA UTILIDADE		
Noção de utilidade	21/1	14:00
Bases matemáticas revisitadas		
Funções unidimensionais de utilidade	28/1	14:00
Noção de risco		
DISCUSSÃO FINAL DO PROJECTO — 1	18/2	14:00
DISCUSSÃO FINAL DO PROJECTO — 2	25/2	14:00
EXAME	data e hora a definir	

LEITURAS

- Delbecq, A.L., Van de Ven, A.H. e Gustafson, D.H. (1975). *Group techniques for program planning*. Glenview, IL: Scott, Foresman and Co. (pp. 1-39)
- Ferreira, P. L. (1993). *Resolução de problemas*. Coimbra: Faculdade de Economia.
- Ferreira, P. L. (1993). *Introdução à análise da decisão*. Coimbra: Faculdade de Economia.
- Ferreira, P. L. (1991). *Avaliação multiatributo: modelos de utilidade e métodos*. Coimbra: Faculdade de Economia.
- Fishburn, P. C. (1970). *Utility theory for decision making*. New York: John Wiley. (pp. 9 - 25).
- Fishburn, P. C. (1989). Foundations of decision analysis: along the way. *Management Science*, 35 (4), 387-405.
- Keeney, R. L. e Raiffa, H. (1976). *Decisions with multiple objectives: Preferences and value tradeoffs*. New York: John Wiley. (pp. 131 - 153; 188 - 200).
- Krantz, D. H., Luce, R. D., Suppes, P., e Tversky. (1971). *Foundations of measurement*. San Diego: Academic Press. (pp. 1 - 35).
- von Winterfeldt, D. e Edwards, W. (1986). *Decision analysis and behavioral research*. Cambridge: Cambridge University Press. (pp. 259 - 287).
- Watson, S. R. e Buede, D. M. (1989). *Decision synthesis: the principles and practice of decision analysis*. Cambridge: Cambridge University Press. (pp. 81 - 100).

PROJECTO

Objectivo: O projecto permite provar que o estudante é capaz de reconhecer um problema com interesse e que possa ser encarado através de procedimentos escalares de multiatributo. Permite-lhe mostrar que é capaz de utilizar a teoria e os métodos inteligentemente, para produzir resultados eventualmente usáveis.

Serve também para lhe dar oportunidade de obter experiência ao executar, do princípio ao fim, um projecto de criação de um modelo onde exista uma situação de preferências individuais que se pretendem moldar.

O quê: Deve escolher um problema que envolva uma modelação multiatributo e a criação de um modelo para um agente da decisão nele representado. Deve também escrever um relatório descrevendo o problema, o processo usado, os pontos positivos e negativos do modelo e as possíveis aplicações.

Os projectos que representem os valores e as opiniões de uma outra qualquer pessoa serão classificados mais generosamente do que os projectos que utilizem as funções de utilidade ou de valor do próprio autor.

RELATÓRIO DO PROJECTO

Limite: O relatório escrito à máquina não deve exceder 20 páginas, em espaço duplo. Nesta contagem são excluídas as tabelas, as figuras e o resumo. O que quer que seja que exceda este limite não será lido.

Data limite: 14 de Fevereiro de 1994

Conteúdo: O relatório deve incluir um resumo de 150 palavras no máximo, escrito à máquina em página separada e com o título do trabalho e o nome do autor. Deve também incluir, pelo menos, o seguinte:

- 1 Introdução que descreva o problema e a motivação que o autor teve ao considerar este problema como interessante;
- 2 Razões para que o problema escolhido possa ser visto como um problema multiatributo;
- 3 Discussão sobre as dimensões. Como e porquê escolheu a estrutura conceptual que apresenta? Quais foram as alternativas que considerou, mas não usou? Que problemas teve?
- 4 Discussão sobre a obtenção das funções de escala. Porque escolheu as técnicas que usou? Que problemas teve? Procederia diferentemente se no futuro tivesse de criar um modelo semelhante?
- 5 Secção de conclusão sumariando o modelo. Como pensa que ele poderá ser útil? Que alterações são necessárias para que ele seja útil? Acha que este modelo merece mais trabalho e dispêndio de tempo? Quais os pontos fortes e fracos da abordagem que usou nesta situação e neste modelo?

APÊNDICE A2

AXIOMÁTICA

RELAÇÕES BINÁRIAS

ORDEM INDUZIDA POR UMA RELAÇÃO DE PREFERÊNCIA

AXIOMAS DA TEORIA DAS PROBABILIDADES

AXIOMAS PARA A DECISÃO EM INCERTEZA

UTILIDADE E AXIOMAS DA UTILIDADE

Relações binárias

Uma relação binária R , num conjunto X , é um conjunto de pares ordenados (x,y) tal que $x \in X$ e $y \in X$. Esta relação R pode ter algumas propriedades.

Assim $\forall x,y,z \in X$

P1	reflexiva	xRx
P2	irreflexiva	não xRx
P3	simétrica	$xRy \Rightarrow yRx$
P4	assimétrica	$xRy \Rightarrow$ não yRx
P5	antissimétrica	$(xRy \text{ e } yRx) \Rightarrow x=y$
P6	transitiva	$(xRy \text{ e } yRz) \Rightarrow xRz$
P7	transitiva negativa	$(\text{não } xRy \text{ e } \text{não } yRz) \Rightarrow \text{não } xRz$
P8	ligada	xRy ou yRx ou ambos
P9	ligada fraca	$x \neq y \Rightarrow (xRy \text{ ou } yRx)$

Ordem induzida por uma relação de preferência

Definição 1: $\langle A ; \succsim \rangle$ é uma ordem fraca sse

ligada $a \succsim b$ ou $b \succsim a$

transitiva $(a \succsim b \text{ e } b \succsim c) \Rightarrow a \succsim c$

Definição 2: \succsim é uma relação binária em $A \Rightarrow a \sim b \Leftrightarrow a \succsim b \text{ e } b \succsim a$

$a \succ b \Leftrightarrow a \succsim b \text{ e não } b \succsim a$

Teorema 1: Se $\langle A ; \succsim \rangle$ é uma ordem fraca

(teorema de representação) $\Rightarrow \exists v: A \rightarrow \mathfrak{R} : a \succsim b \Leftrightarrow v(a) \geq v(b) , \forall a, b \in A$

(teorema de unicidade) $\Rightarrow v'(a) = f[v(a)]$

Definição 3: Uma opção A diz-se dominar uma outra opção B se $\forall i \in I, x_i^A \geq x_i^B$ e para pelo menos um $i, x_i^A > x_i^B$

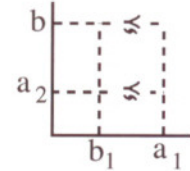
Teorema 2 (Luce & Tukey, 1964): Se tivermos a estrutura $\langle A_1 \times A_2; \succsim \rangle$ com A_1 e A_2 finitos e as propriedades

P₁ \succsim é uma ordem fraca

P₂ A_1 é preferencialmente independente de A_2

$$\forall a_1, b_1 \in A_1 \text{ se } \exists a_2 \in A_2 : (a_1, a_2) \succsim (b_1, a_2)$$

$$\text{então } \forall b \in A_2 \quad (a_1, b) \succsim (b_1, b)$$

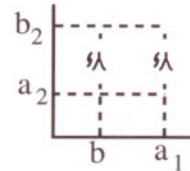


as preferências em A_1 são indep. de valores fixados em A_2

P₃ A_2 é preferencialmente independente de A_1

$$\forall a_2, b_2 \in A_2 \text{ se } \exists a_1 \in A_1 : (a_1, a_2) \succsim (a_1, b_2)$$

$$\text{então } \forall b \in A_1 \quad (b, a_2) \succsim (b, b_2)$$



as preferências em A_2 são indep de valores fixados em A_1

P₄ *Solvabilidade*

Se tivermos (a,b) e (c,x) , é sempre possível encontrar-se x de tal modo que

$$(a,b) \sim (c,x)$$

P₅ *Axioma arquimediano* (fornece-nos a continuidade)

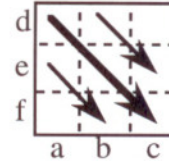
Nada está infinitamente longe que se não possa atingir num espaço finito

P6 *Essencial*

Necessitamos de duas dimensões; cada componente é essencial.

P7 *Condição estrutural - cancelamento duplo*

Se $(b,f) \succeq (a,e)$ e $(c,e) \succeq (b,d)$ então $(c,f) \succeq (a,d)$



Então,

$$\exists v_1, v_2 : (x_1, x_2) \succeq (x'_1, x'_2) \Leftrightarrow v_1(x_1) + v_2(x_2) \geq v_1(x'_1) + v_2(x'_2)$$

ou (à la Fishburn), $\exists v : (A_1 \times A_2) \rightarrow \mathfrak{R}$ tal que $(x_1, x_2) \succeq (x'_1, x'_2) \Leftrightarrow v(x_1, x_2) \geq v(x'_1, x'_2)$

P1, P2, P3 e P7 são condições necessárias para a aditividade, isto é, se tivermos aditividade, devemos ter estas condições. P4 e P6 são condições suficientes.

Definição 4: Se a nossa estrutura de preferências é tal que quaisquer dois atributos sejam preferencialmente independentes de todos os outros, então dizemos que os atributos são mútua preferencialmente independentes.

$$\begin{aligned} \{X_1, X_2, \dots, X_n\} \text{ MPI se } \{X_1, X_2\} \text{ PI } \{X_{\overline{12}}\} \\ \{X_2, X_3\} \text{ PI } \{X_{\overline{23}}\} \\ \dots \\ \{X_{n-1}, X_n\} \text{ PI } \{X_{\overline{n-1 n}}\} \end{aligned}$$

Axiomas da teoria das probabilidades

(Goodwin e Wright, 1993)

Ax1 *Positividade*

A probabilidade de um acontecimento que pode ocorrer deve ser sempre não negativa.

Ax2 *Certeza*

A probabilidade de um acontecimento que é certo que ocorra é igual a 1.

Ax3 *União*

Se A e B forem dois acontecimentos mutuamente exclusivos,

$$P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B)$$

Axiomas para a decisão em incerteza

(Rapoport, 1989)

Dada uma decisão em incerteza representada por uma tabela de estrutura ...

1 *Ordenação das alternativas em relação a preferências*

A regra de decisão deve tornar possível a ordenação das alternativas, pelo menos numa escala ordinal em relação a preferências.

2 *Princípio da coisa certa*

Se a consequência u_{ij} (associada à alternativa A_i) for maior do que u_{kj} ($k \neq i, j = 1, \dots, n$), então A_i deve ter uma ordenação de preferências superior à de A_k .

3 *Princípio da simetria*

Alterar a ordem das linhas ou das colunas de uma tabela não afecta a solução.

4 *Linearidade*

A solução do problema deve ser invariante em relação a transformações lineares positivas das consequências.

5 *Linearidade em colunas*

Adicionar uma constante a uma coluna não deve afectar a solução.

- 6 A inclusão de uma linha deve deixar inalterada as ordens relativas das alternativas originais.

7 *Independência*

Duplicando uma coluna ou aglotinando numa só duas colunas idênticas, deve deixar invariante a solução.

8 *Convexidade*

Se um indivíduo for indiferente entre as alternativas A_i e A_j , deve ser também indiferente entre qualquer uma delas e uma mistura equiprovável de ambas ($\forall (1,2) A_i, \forall (1,2) A_j$), isto é, cujo resultado seja A_i ou A_j , conforme o resultado de uma moeda lançada ao ar.

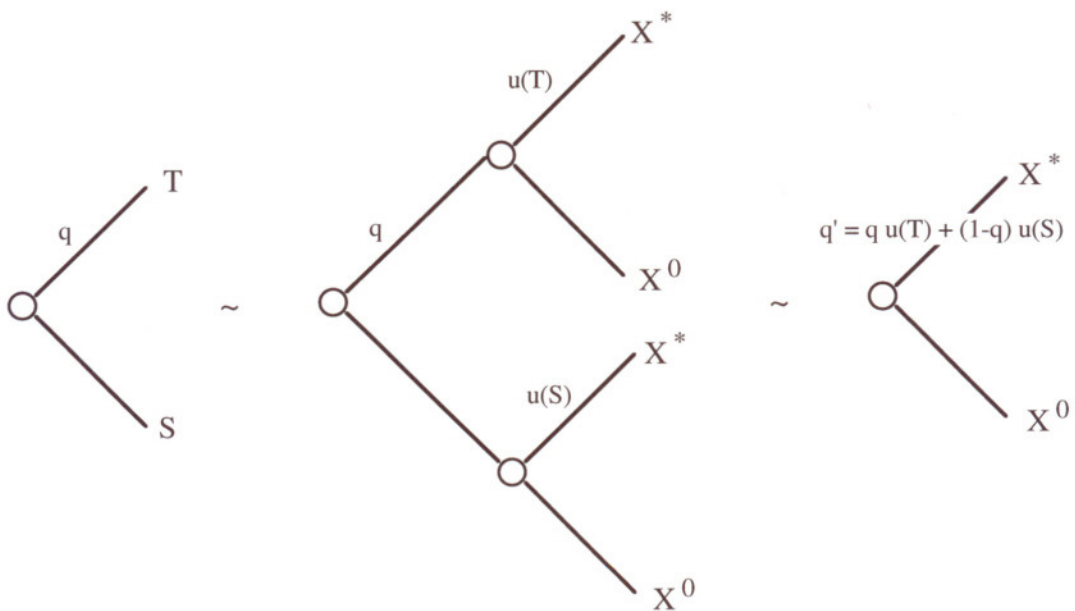
Utilidade e axiomas da utilidade

Definição 5: A utilidade de um resultado para um indivíduo é igual à probabilidade de ganhar um prémio *standard* num jogo, de tal modo que o indivíduo seja indiferente entre receber o resultado de certeza e aceitar o jogo.

Princípio da substituição: se tivermos dois valores S e T, qualquer um deles entre X^0 e X^* , então

$$\{S, T; q\} \sim \{\{X^0, X^*; u(S)\}, \{X^0, X^*; u(T)\}; q\}$$

Isto é, graficamente,



Axiomas de utilidade de Savage (Luce e Raiffa, 1957)

A1 Ordenação de alternativas

Dadas várias lotarias, o agente de decisão é capaz de as ordenar segundo a ordem de preferência. Isto é, dadas duas lotarias A e B, pode sempre dizer qual a que prefere ou se é indiferente entre ambos.

A2 Ordenação de lotarias

Dados três prémios P_1, P_2 e P_3 , se $P_1 \succ P_2 \succ P_3$, então existe uma probabilidade $0 \leq p \leq 1$, tal que o agente de decisão seja indiferente entre obter P_2 de certeza e a lotaria que lhe dá P_1 com probabilidade p e P_3 com probabilidade $(1-p)$.

$$P_1 \succ P_2 \succ P_3 \Rightarrow P_2 \sim \begin{array}{l} \nearrow^p P_1 \\ \searrow P_3 \end{array}$$

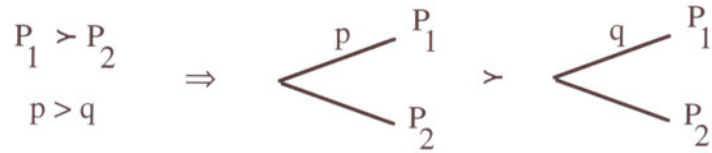
A3 Substitutibilidade

Se o agente de decisão é indiferente entre dois prémios P_1 e P_2 , ele é também indiferente entre duas lotarias, de tal modo que a primeira dá o prémio P_1 com probabilidade p e o prémio P_3 com probabilidade $(1-p)$ e o segundo, o prémio P_2 com probabilidade p e o prémio P_3 com probabilidade $(1-p)$. Isto deve verificar-se quaisquer que sejam os valores de P_3 e p .

$$P_1 \sim P_2 \Rightarrow \begin{array}{l} \nearrow^p P_1 \\ \searrow P_3 \end{array} \sim \begin{array}{l} \nearrow^p P_2 \\ \searrow P_3 \end{array}$$

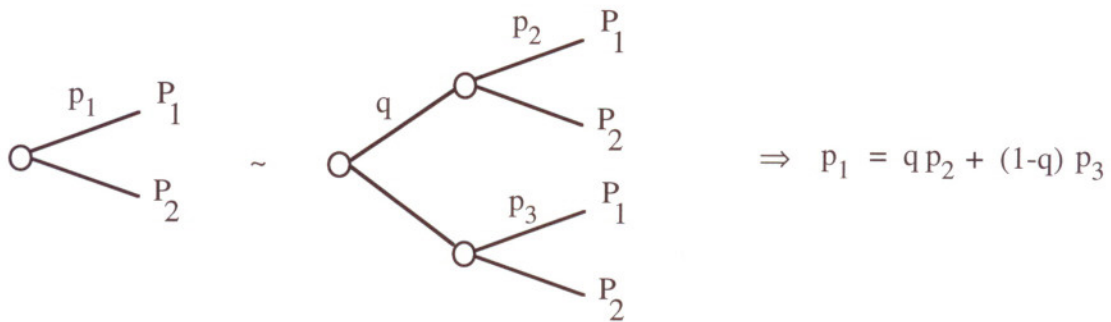
A4 Monotonicidade

Se tivermos duas lotarias, cada uma delas apenas com os prêmios P_1 e P_2 , e se o agente da decisão preferir P_1 a P_2 , então deverá preferir a lotaria com maior probabilidade de ganhar P_1 .



A5 Redução de lotarias compostas

Sejam dadas as lotarias A_i com um prêmio P_1 com probabilidade p_i e o prêmio P_2 com probabilidade $(1-p_i)$, para $i=1,2,3$. Suponhamos também que a lotaria B dá entrada à lotaria A_2 com uma probabilidade q e entrada à lotaria A_3 com uma probabilidade $(1-q)$. O agente de decisão é indiferente entre a lotaria A_1 e a lotaria B sse $p_1 = q p_2 + (1-q) p_3$.



Se uma pessoa puder aceitar estas propriedades como indicadores das suas preferências em relação a lotarias, então pode ser demonstrado que deve existir uma função de utilidade e que a acção racional será escolher a opção com maior utilidade esperada.

APÊNDICE A3

EXEMPLOS DE PERGUNTAS DE EXAMES

ASPECTOS PSICOLÓGICOS DA TOMADA DA DECISÃO

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

PARADOXOS

MODELO MULTIATRIBUTO

MATRIZ DE DECISÃO

ÁRVORE DE DECISÃO

UTILIDADE / RISCO

Racionalidade — Aspectos psicológicos da tomada de decisão

- Considere o caso de um indivíduo que um antigo vizinho descreve da seguinte forma:

O João é muito tímido e "recolhido", sempre disponível mas com 69

pouco interesse pelas pessoas e pelo mundo da realidade. Criatura ordenada e arrumada, com necessidade de ordem e estrutura e a paixão do pormenor.

Perante uma lista de eventuais profissões (agricultor, vendedor, piloto, bibliotecário ou médico) qual a que considera a mais provável? Justifique a sua resposta.

- Considere o seguinte exemplo:

Numa escola secundária há dois programas de ensino. Os rapazes estão em maioria (65%) no programa A e em minoria (45%) no programa B. Há um número idêntico de turmas a seguir cada um dos dois programas. Uma pessoa entra numa turma ao acaso e observa que 11 dos 20 estudantes dessa turma (55%) são rapazes. É mais provável esta turma estar a seguir o programa A ou o programa B?

Sabendo que a maioria das pessoas responde A, identifique o enviesamento existente.

- Identifique o enviesamento associado à seguinte afirmação:

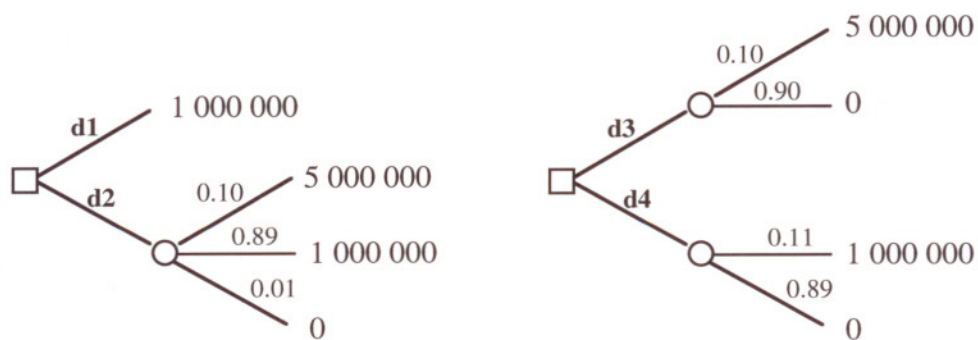
As pessoas normalmente sobrestimam as frequências relativas de causas de morte do tipo assassinatos e ciclones, mas subestimam situações de morte causadas por diabetes ou doenças do coração.

Racionalidade — Resolução de problemas

- Descreva brevemente os passos da metodologia de resolução de problemas. Explique a importância de se usarem todos os passos.
- Em que passos do processo de resolução de problemas se pode recorrer às técnicas de grupo? Explique.
- A investigação sobre grupos tem provado que estes, quando se reúnem, já possuem uma solução em mente. O que é que isto significa? Como é que as técnicas TGN e Delfos ultrapassam este problema? Quando é que a Delfos não deve ser usada?

Racionalidade — Paradoxos

- Sendo dadas as duas decisões



a maioria das pessoas prefere d1 a d2 e d3 a d4. Comente esta afirmação.

Métodos e modelos de análise de decisão — Modelo multiatributo

- Uma determinada empresa pretende adquirir uma máquina fotocopadora. Sabe-se que as máquinas deste tipo diferem entre si em atributos como a qualidade de cópias, a fiabilidade, a facilidade de manutenção e o custo. Havendo várias alternativas e havendo a necessidade de escolher uma delas, classifique este tipo de decisão e descreva brevemente o método que utilizaria para o apoiar nessa decisão.
- O Ricardo tem uma decisão a tomar relativa a um emprego. Tem como alternativas quatro possíveis empregos, cada um deles com diferentes salários iniciais, oportunidades de promoção, locais e níveis de criatividade exigidos. O problema foi estruturado com os seguintes atributos, valores e pesos:

Empregos	Salário inicial	Oportunidades de promoção	Local	Níveis de criatividade
A	100	0	20	60
B	65	100	0	40
C	30	65	100	0
D	0	25	75	100
Pesos	0.4	0.2	0.1	0.3

- a) Partindo do pressuposto que todos os pares de atributos são preferencialmente independentes de outros atributos, qual é o emprego que maximiza a função de valor do Ricardo?
- b) Se o Ricardo alterar as importâncias relativas dos atributos de tal modo que o salário inicial tenha peso 0.2 e as oportunidades de promoção um peso 0.4, será que o emprego com maior valor se altera? Que pode concluir disso?
- c) Será que algum destes resultados se altera se o emprego C for retirado da análise? Comente!

Métodos e modelos de análise de decisão — Matriz de decisão

- Para que valores de probabilidade do acontecimento 1 é que cada uma das seguintes alternativas deverá ser escolhida?

		Acontecimento	
		1 p	2 1-p
Alternativas	1	8	2
	2	5	5
	3	1	6

- Um agente de decisão, perante quatro alternativas de decisão e quatro estados da natureza, constrói a seguinte tabela de rendibilidade de investimento:

		Estados da natureza			
		n1	n2	n3	n4
Alternativas de decisão	a1	14	9	10	5
	a2	11	10	8	7
	a3	9	10	10	11
	a4	8	10	11	13

Este agente de decisão obtém informação que lhe permite estimar as probabilidades $P(n1) = 0.5$, $P(n2) = 0.2$, $P(n3) = 0.2$, $P(n4) = 0.1$.

- Use o critério do valor esperado para determinar a decisão ótima.
- Suponha que os valores da tabela constituem custos; use o critério do valor esperado para determinar a decisão ótima.

Métodos e modelos de análise de decisão — Árvore de decisão

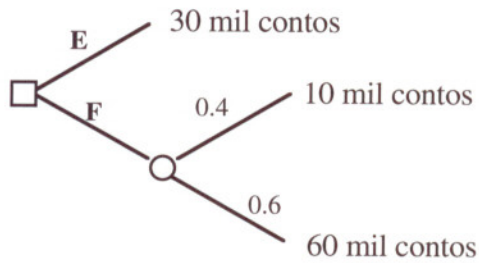
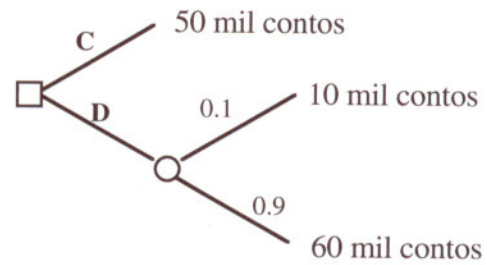
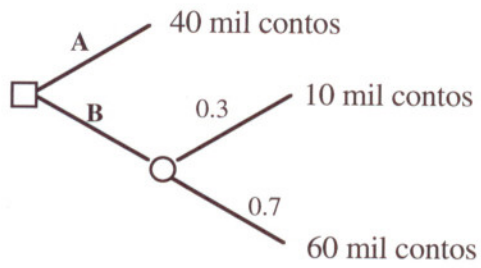
- O grupo de I&D de uma empresa de engenharia concluiu os planos para um motor subaquático controlado por um microprocessador mas, infelizmente, ainda continuam por resolver alguns problemas técnicos. A empresa tem de decidir se autoriza o grupo de I&D a prosseguir com o desenvolvimento e tentar solucionar os problemas. Caso não tenha êxito dentro de um ano, a companhia saberá que terá de abandonar o projecto; precisa deste grupo de I&D para outros fins. Se os problemas de concepção forem resolvidos dentro de um ano, a empresa enfrentará uma outra decisão: construir uma fábrica pequena ou grande para construir esse motor.

As consequências das decisões dependem da procura subsequente do produto que, por simplicidade, diremos que pode ser grande ou pequena. Esquemáticamente, são as seguintes as consequências:

Consequência	Estados da natureza	
	Grande procura	Pequena procura
Construir uma fábrica grande	A empresa usa a fábrica no máximo da capacidade, obtendo grandes lucros. Procura satisfeita	A empresa usa apenas parte da capacidade da fábrica. É "ela por ela" e a procura é satisfeita.
Construir uma fábrica pequena	A empresa usa a fábrica no máximo da capacidade, obtendo lucros moderados. Mas procura não satisfeita provoca consumidores insatisfeitos	A empresa usa a fábrica no máximo da capacidade, obtendo lucros moderados. A procura é satisfeita.

Apresente uma estrutura de árvore para a decisão e especule sobre algumas formas de apoiar esta decisão.

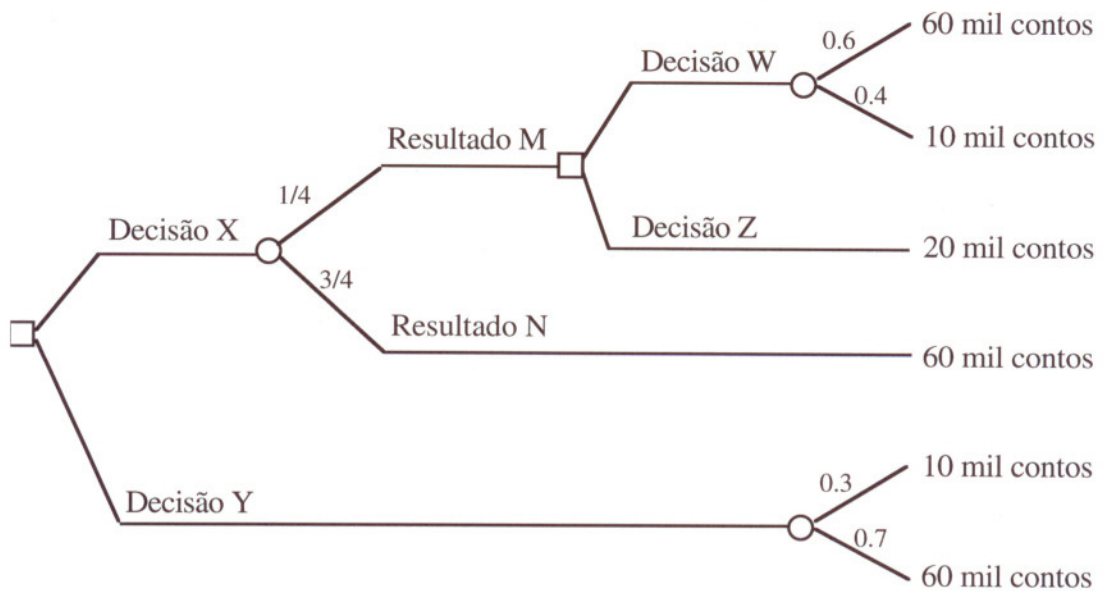
- Suponha que um agente de decisão, face às seguintes decisões, fornece a seguinte informação:



O agente de decisão ...

- prefere A a B
- é indiferente entre C e D
- é indiferente entre E e F

- Use esta informação obtida do agente de decisão para analisar a seguinte árvore de decisão.
- Indique qual a melhor estratégia que o agente de decisão deve seguir e qual é o valor do equivalente certo para esta estratégia.



- Um gestor tem à sua disposição dois investimentos, mas não possui o capital necessário para ambos, simultaneamente. Pode escolher fazer o investimento A primeiro e parar ou, caso A tenha êxito, fazer então o investimento B. Pode também escolher primeiro o investimento B e parar ou, caso B tenha êxito, fazer então o investimento A. A probabilidade de êxito de A é 0.7, enquanto que a de B é de 0.4. Cada investimento exige uma despesa inicial de 2000 contos e, caso não tenha êxito, nada receberá. A dará um lucro de 3000 contos, caso tenha êxito e o êxito de B terá um lucro de 5000 contos. Qual a decisão que o gestor deverá tomar? Qual o valor esperado da decisão óptima.

- Uma empresa têxtil pretende decidir se deverá ou não desenvolver um tipo de poliéster próprio para reforçar pneus. Se a empresa decidir desenvolver o reforço de poliéster para os pneus, a questão fulcral é saber se a imagem de segurança do poliéster vai ser superior ou inferior à do reforço de nylon. Estes são os dois resultados incertos cujas probabilidades de ocorrência se estimam, respectivamente, em 20% e 80%. Em qualquer dos casos a empresa deverá decidir pelo lançamento ou não da ideia.

Se a empresa decidir pelo lançamento, o êxito no mercado depende principalmente de saber se a investigação existente sobre o reforço de nylon irá ou não desenvolver um produto que conquiste o mercado, tornando-se competitivo. A probabilidade desta situação ocorrer é estimada em 30%.

O resultado final de cada uma das possíveis sequências de decisões e situações de incerteza são apresentados a seguir:

não desenvolver o poliéster	0
não lançar a ideia	-5
o poliéster é superior ao nylon mas este é competitivo	10
o poliéster é superior ao nylon e este não é competitivo	30
o poliéster é inferior ao nylon e este é competitivo	-15
o poliéster é inferior ao nylon mas este não é competitivo	-2

Com base nestes dados, que decisão deverá *a priori* ser tomada pela empresa?

- No seu vigésimo aniversário, um doente vai a um hospital e é-lhe dito que tem uma probabilidade de 0.4 de ter uma doença do Tipo I em oposição a uma doença do Tipo II (probabilidade 0.6). Independentemente do tipo de doença, e antes de qualquer decisão relativa ao tratamento, há uma probabilidade de 0.8 de morrer nesse mesmo dia; caso contrário, sobreviverá e terá uma esperança de vida normal.

O cirurgião tem três cursos possíveis de acção: não tratar o doente, dar-lhe um medicamento ou operá-lo. Não é possível operar e administrar o medicamento; seria prejudicial para o doente. Independentemente do tipo de doença, há uma probabilidade de 0.5 de que o doente morra se operado e uma probabilidade de 0.2 de morrer após o medicamento.

Se o doente sobreviver aos efeitos venenosos do medicamento, há uma probabilidade de 0.5 de ficar curado ou do medicamento não provocar qualquer efeito, caso a doença seja do tipo I; se a doença for do tipo II, o medicamento não provocará qualquer efeito.

Se o doente sobreviver à operação, há 80% de probabilidade de ficar curado se tiver uma doença do tipo I e 40% se tiver uma doença do tipo II. Caso contrário, não provocará qualquer efeito.

A sobrevida do doente dá-lhe uma esperança de vida de 70 anos.

Desenhe uma árvore para representar este tipo de problema e calcule a melhor estratégia, pressupondo que o objectivo do cirurgião é maximizar a esperança de vida do doente.

- O senhor Manuel Floriano, dono das Quintas Floriano, localizadas na zona demarcada do Dão está, no fim de Agosto, perante uma importante decisão. Cultiva um certo tipo de uvas sem grainhas e o seu problema está em o que fazer com as sobras. As uvas deste tipo podem ser usadas para vários fins, desde conserva ou para a mesa, até produção de vinho ou serem secas para serem vendidas como passas. As áreas reservadas para conserva e para mesa são pré-definidas em contrato no início da época, e o resto da colheita pode, no fim da época, ser usado para vinho ou para passas.

Esta decisão é normalmente tomada em Agosto, perto do fim da época e, uma vez tomada, é irreversível. As condições atmosféricas, difíceis de previsão após a decisão ser tomada são, no entanto, decisivas. As passas são, nesta quinta, secas ao sol e a chuva nessa fase pode causar perdas se o agricultor tiver tomado essa decisão. Se este, pelo contrário, decidir fazer vinho, as uvas podem-se manter nas vinhas ainda mais algumas semanas, e a chuva não provoca grande dano.

O Sr. Floriano tem 100 acres de uvas ainda sem destino e pretende considerar três alternativas: (1) destiná-las a passas; (2) destiná-las à produção de vinho; ou (3) destinar metade para cada um dos usos. Em relação ao tempo, ele pensa que pode simplificar o problema, partindo do pressuposto de que a queda da chuva pode ser classificada em nula, ligeira ou forte. O agricultor conseguiu obter os registos das condições atmosféricas dos últimos vinte anos e apresenta a seguir uma tabela relativa à distribuição da chuva:

Ano	Chuva	Ano	Chuva	Ano	Chuva	Ano	Chuva
1974	nula	1979	ligeira	1984	nula	1989	ligeira
1975	ligeira	1980	nula	1985	forte	1990	nula
1976	forte	1981	forte	1986	nula	1991	nula
1977	ligeira	1982	nula	1987	nula	1992	forte
1978	nula	1983	nula	1988	ligeira	1993	ligeira

Construiu também a tabela a seguir, representando o lucro esperado, por acre, segundo as várias alternativas de áreas e de condições atmosféricas:

Condições	Destino a dar às uvas		
	Passas	Vinho	Ambos
Atmosféricas			
Seco	60	40	50
Chuva ligeira	50	30	40
Chuva forte	-20	20	10

Qual deverá ser a decisão a tomar e qual o respectivo rendimento esperado?

- Os executivos da empresa *Animais Amalgamados (AA)* estão a considerar quatro abordagens alternativas para a publicidade de uma nova comida para cães. As opções a examinar são as seguintes:

Opção 1 Abordagem tradicional dirigida para o mercado geral de comida para cão.

Nos anúncios, mostrar simplesmente um cão a comer. Com esta abordagem, a experiência anterior e investigações preliminares sugerem que os lucros serão de 100 mil contos, no primeiro ano.

Opção 2 Abordagem de diferenciação do produto chamado *Cão Viril*. Investigações

sugerem que há apenas cerca de uma hipótese em quatro desta abordagem ser bem sucedida. Se o for e nenhum competidor entrar no mercado, os lucros do primeiro ano serão estimados em 500 mil contos. Se for mal sucedida e nenhum competidor entrar no mercado, os prejuízos do primeiro ano deverão ser de 50 mil contos. Contudo, fala-se que um competidor está a desenvolver um produto chamado *Cãezinhos Sexys*.

Se for verdade, a fatia de mercado da AA será drasticamente reduzida. Se *Cãezinhos Sexys* for introduzido no mercado e a nossa ideia resultar, os lucros serão nulos. Se

Cão Viril. não tiver êxito e o competidor entrar, AA perderá 300 mil contos. Peritos da empresa estimam numa hipótese em cinco dos rumores dos *Cãezinhos Sexys* entrarem no mercado serem verdadeiros. (Considere que a introdução de *Cãezinhos Sexys* é independente do êxito de *Cão Viril*.).

Opção 3 Ser agressiva na forma de reivindicar qualidade para *Cão Viril*. através do facto de nenhum outro produto ser mais nutritivo do que a oferta da AA. Consiste no pagamento de 100 mil contos a alguém que possa refutar a reivindicação de AA. Peritos estimam que esta abordagem, mais agressiva do que a da opção 1, renderá 250 mil contos de lucro, a menos que o desafio da AA seja aceite por um competidor. Se um competidor aceitar o desafio, os nossos peritos prevêm que o tão qualificado produto da AA resulte numa probabilidade de 0.5 associada à reivindicação refutada. Se for refutada, AA perde os 100 mil contos que ofereceu, as vendas caem vertiginosamente, e o total das perdas atingirá 400 mil contos. Investigações sugerem que há uma probabilidade de 0.5 associada à possível contestação da reivindicação por parte de alguém. Se se confirmar a reivindicação da AA no caso de contestação, os lucros anuais serão de 350 mil contos.

Opção 4 Segmentação de mercado. Orientar o nosso produto para o mercado do cão-de-água francês. Dar a forma de espagete ao produto, chamando-lhe *Massinhas dos Águas*. Peritos da AA prevêm que os lucros para o primeiro ano com esta opção serão de 200 mil contos, a menos que casos recentes de fungos no cão-de-água assumam proporções epidémicas. Se ocorrer tal epidemia, os lucros descerão a zero. As probabilidades associadas à epidemia dos fungos são de 1 em 10

Métodos e modelos de análise de decisão — Utilidade/Risco

- Em que é que consiste o chamado paradoxo de S. Petersburgo e quais as suas implicações para a análise da decisão?
- O jogo (100, .5, 0) foi apresentado a três agentes da decisão (AD) tendo cada um deles fornecido os seguintes equivalentes certos:

AD1: 50 AD2: 25 AD3: 75

Desenhe a curva de utilidade correspondente a cada agente de decisão e classifique-o em relação ao risco.

- Descreva uma situação em gestão onde um agente de decisão esteja perante uma decisão em risco e não faça sentido utilizar-se o critério da maximização do valor monetário esperado.
- Um gestor tem um índice de utilidade de 0.50 para -2 contos; o seu índice para 500 contos é de 0.60. Afirma que é indiferente entre receber de certeza 500 contos e jogar uma lotaria com 80% de probabilidade de perder 2 contos e 0.20 de probabilidade de ganhar 20 mil contos. Qual é o seu índice de utilidade para 20 mil contos?