



FCTUC DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Métodos Simplificados de Análise de Sistemas Adutores Contra Pressões Transitórias

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil
na Especialidade de Hidráulica, Recursos Hídricos e Ambiente.

Autor

Rosa Bela Chaveiro Gatinho

Orientador

Professor Doutor José Manuel Eça Guimarães Abreu

Coimbra, Março, 2013

AGRADECIMENTOS

Ao Professor José Abreu, por todo o apoio e dedicação na realização deste trabalho, cujas insignes qualidades como investigador e pedagogo, considero verdadeiramente notáveis.

Aos meus pais, pelo apoio permanente que me têm dado e por tudo aquilo que me proporcionaram ao longo na minha vida.

Ao meu João por estar sempre ao meu lado!

Aos meus amigos João Dias e Dione pela sua amizade construída no curso para o resto da vida.

E em memória de quem eu nunca me vou esquecer, João Leonardo.

RESUMO

A ocorrência do golpe de aríete corresponde à situação potencialmente mais perigosa no que respeita à segurança dos sistemas hidráulicos, em particular em grandes sistemas adutores. As pressões extremas transitórias podem afastar-se muito significativamente dos valores calculados para as condições de projeto em regime permanente.

Na presente dissertação pretende-se sublinhar a importância e interesse do estudo dos transitórios hidráulicos e a necessidade de compreender bem a dinâmica dos sistemas hidráulicos em pressão. Atualmente, face à crescente complexidade dos sistemas hidráulico, o projetista é obrigado, na quase generalidade das situações, a recorrer a programas de cálculo informático, um facto facilitado pelos custos decrescentes, tanto dos computadores como dos programas comerciais de análise. No entanto, para interpretar corretamente os resultados, é conveniente um entendimento físico dos fenómenos envolvidos. Para o efeito os métodos simplificados de análise podem ter um papel fundamental.

O trabalho proposto consiste, numa primeira fase, em efetuar uma revisão e reanálise de alguns desses métodos. São identificados e caracterizados, através de parâmetros adimensionais, os três principais efeitos físicos que controlam a resposta de um sistema dinâmico quando sujeito a uma excitação exterior: capacitância (capacidade de armazenamento), inércia e resistência hidráulica. Efetuam-se aplicações dos métodos simplificados desenvolvidos a sistemas hidráulicos gravíticos (regulados por válvulas) e a sistemas elevatórios. Os respetivos resultados são apresentados em forma adimensional traduzindo, cada um dos parâmetros, a influência que tem na solução do problema o efeito físico considerado.

ABSTRACT

The occurrence of water hammer corresponds to the potentially more dangerous situation of safety of hydraulic systems, particularly in large systems adducts. The extreme transient pressures can veer very significantly from the values calculated for the design conditions in steady.

This dissertation aims to highlight the importance and interest in the study of hydraulic transients and the need to fully understand the dynamics of hydraulic systems in pressure. Currently, due to the increasing complexity of hydraulic systems, the designer is forced, almost in most situations, to resort to computerized calculation programs, a fact facilitated by falling costs of both computers and program trading analysis. However, to correctly interpret the results, it should be an understanding of the physical phenomena involved. For this purpose the simplified methods of analysis can be a fundamental role.

The proposed work in a first step is carrying out a review and reanalysis of some of these methods. Are identified and characterized through dimensionless parameters, the three main physical effects that control the response of a dynamic system when subjected to an excitation exterior: capacitance (storage capacity), inertia and hydraulic resistance. To perform applications of simplified methods developed for hydraulic gravitational (regulated by valves) and pumping systems. The respective results are presented in dimensionless translating, each of the parameters, the influence it has in troubleshooting the physical effect considered.

ÍNDICE

1. Introdução.....	1
2. Modelos matemáticos de sistemas dinâmicos	3
2.1. Introdução.....	3
2.2. Formulação integral.....	6
2.2.1. Equação da continuidade.....	7
2.2.2. Equação da quantidade de movimento.....	8
2.3. Formulação diferencial.....	10
2.3.1. A conduta como elemento dinâmico de parâmetros distribuídos (modelo elástico simplificado).....	10
2.3.2. A conduta como elemento dinâmico de parâmetros concentrados R-I (modelo rígido).....	11
2.3.3. A conduta como um elemento estático dissipativo (elemento R).....	12
2.4. Classificação dos modelos 1-D	12
3. Aplicações dos modelos simplificados.....	14
3.1. Tempo de esvaziamento de um reservatório	14
3.2. Tempo de estabelecimento de um escoamento (modelo rígido)	16
3.3. Capacidade de regulação das válvulas.....	20
3.3.1. Curvas características efetivas estacionárias	20
3.3.2. Curvas características efetivas não estacionárias	26
3.4. Sobrepressões originadas pelo fechamento das válvulas (modelo rígido)	30
4. Modelo elástico	35
4.1. Análise Qualitativa (descrição do fenómeno)	35
4.2. Influência do tempo de fechamento (T). Manobra rápida e lenta	39
4.3. Comprimento de conduta que suporta a sobrepressão máxima.....	41
4.4. Celeridade e pulso de Allievi.....	42
4.4.1. Equações constitutivas do fluido e da conduta.....	45
4.5. Método das características aplicado ao modelo elástico simplificado	47
4.6. Equações adimensionais do modelo elástico simplificado.....	51
4.7. Fechamento lento. Fórmula de Michaud	52

5. Condutas elevatórias.....	54
5.1. Introdução.....	54
5.2. Caracterização dos grupos eletrobomba.....	54
5.3. Curvas características adimensionais.....	56
5.4. Momento de inércia.....	58
5.5. Análise de acordo com o modelo rígido.....	59
5.6. Análise de acordo com o modelo elástico.....	61
5.7. Metodologia simplificada de Mendiluce.....	62
5.7.1. Introdução.....	62
5.7.2. O balanço rígido de Mendiluce.....	64
5.7.3. A expressão “experimental” de Mendiluce.....	65
5.7.4. Análise das expressões do tempo de anulação do caudal de Mendiluce.....	66
6. Conclusão.....	70
7. Referências Bibliográficas.....	71

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1: Regime transitório (entre dois regimes permanentes).....	3
Figura 2.2: Representação conceptual dum sistema hidráulico através de “nós” e “elementos”.....	4
Figura 2.3: Volume de controlo com entradas e saídas uniaxiais.....	6
Figura 2.4: Volume de controlo fixo no interior de um reservatório.....	7
Figura 2.5: Ilustração da aplicação da forma integral do princípio da quantidade de movimento a um volume de controlo tubular.....	9
Figura 3.1: Esvaziamento de um reservatório.....	14
Figura 3.2: Situação inicial (válvula fechada).....	16
Figura 3.3: Sistema em condições de regime permanente após abertura total da válvula.....	17
Figura 3.4: Tempo de estabelecimento do escoamento e tempo de inercia rígido.....	19
Figura 3.5: Grau de abertura de uma válvula para: (i) movimento linear , (ii) movimento angular do respetivo obturador.....	20
Figura 3.6: Curvas características inerentes de diferentes válvulas.....	22
Figura 3.7: Esquema da instalação estudada.....	23
Figura 3.8: Curvas características inerente e efetivas (L=0m; L=400m; L=2000m) de uma válvula de borboleta.....	25
Figura 3.9: Características efetivas (L=0m; L=400m; L=2000m) correspondentes a uma curva caraterística inerente linear.....	25
Figura 3.10: Características efetivas, correspondentes a uma curva caraterística inerente linear, e a diferentes valores de hf.....	26
Figura 3.11: Características efetivas não estacionárias, correspondentes a uma curva caraterística inerente linear e diferentes valores do parâmetro inercial Γ	29
Figura 3.12: Resumo esquemático da influência do efeito estacionário resistência hidráulica e dos efeitos dinâmicos inércia e elasticidade nas curvas características inerentes.....	30
Figura 3.13: Esquema e simbologia do sistema gravítico.....	31
Figura 3.14: Comparação da evolução temporal das sobrepressões na seção jusante de uma conduta impostas por uma diminuição parabólica de caudal considerando ($f \neq 0$) ou não ($f = 0$) a resistência hidráulica.....	33
Figura 3.15: Sobrepressões provocadas pelo fechamento de uma válvula (curva caraterística	34

inerente linear) para diferentes valores do parâmetro inercial Γ	
Figura 4.1: Transmissão e reflexão das ondas em diferentes instantes de um ciclo (manobra instantânea).....	37
Figura 4.2: Evolução da linha piezométrica após o fechamento da válvula ($T>0$).....	40
Figura 4.3: Lei de fechamento da válvula.....	40
Figura 4.4: Tramo de conduta que suporta a máxima sobrepressão.....	41
Figura 4.5: Representação esquemática das linhas piezométricas para distintos valores de T.....	42
Figura 4.6: (a) frente de onda); (b) volume de controlo movendo-se com a frente de onda..	43
Figura 4.7: Discretização de um elemento conduta e do plano x-t para resolução de um transitório através do modelo elástico.....	48
Figura 4.8: Lei linear de velocidade imposta a jusante da conduta.....	52
Figura 4.9: Leis de velocidade e domínios de aplicação da fórmula de Michaud.....	53
Figura 5.1: curvas adimensionais de alturas para diferentes números de forma.....	58
Figura 5.2: curvas adimensionais de binário para diferentes números de forma	58
Figura 5.3: Comparação das subpressões máximas relativas na bomba obtidas pelos modelos rígido e elástico para diferentes valores do parâmetro inercial, Γ_b , e elástico.....	62
Figura 5.4: Manobra rápida.....	63
Figura 5.5: Manobra lenta	63
Figura 5.6: Valores do coeficiente C.....	66
Figura 5.7: Valores do coeficiente K	66
Figura 5.8: Comparação dos tempos relativos de anulação do caudal (T/T_w).....	67
Figura 5.9: Comparação das subpressões máximas relativas na secção da bomba.....	67
Figura 5.10: Fórmula experimental. Comparação dos tempos de anulação do caudal (T/T_w)	69
Figura 5.11: Fórmula experimental. Comparação das subpressões máximas relativas na secção da bomba	69

SIMBOLOGIA

\forall	Volume
a	Celeridade das ondas de pressão
A	Área da secção transversal da conduta
A_0	Área da secção transversal do orifício do reservatório
A_R	Área da secção transversal do reservatório
A_{rv}	Área da secção de referência
A_v	Área de abertura da válvula
b	Caudal da bomba adimensional
C	Capacitância
$C_{eq.}$	Capacitância equivalente da conduta
C_d	Coefficiente de descarga (vazão)
C_R	Capacitância do reservatório
D	Diâmetro da conduta
f	Fator de atrito de Darcy-Weisbach
g	Aceleração da gravidade
H	Altura piezométrica
h	Cota piezométrica adimensional
H_b	Altura de elevação total da bomba
H_g	Altura geométrica de elevação do sistema elevatório
H_R	Altura piezométrica do reservatório
I	Momento de inercia das massas giratórias
k	Coefficiente da perda de carga
K	Modulo elástica de um líquido
K_v	Coefficiente de perda de carga da válvula
L	Comprimento da conduta
p	Pressão
Q	Caudal
s	Grau de abertura
t	Variável temporal
T	Tempo de anulação do caudal (manobra)
T_e	Tempo de esvaziamento
$T_{elast.}$	Tempo de ida e volta de uma onda elástica
$T_{est.}$	Tempo de estabelecimento do caudal
T_{MR}	Tempo da manobra rápida (fórmula de Allievi)
T_p	Período próprio ou período de oscilação elástica
T_R	Tempo de enchimento/esvaziamento de um depósito cilíndrico com Q constante

V	Velocidade do escoamento
V_r	Velocidade padrão
z	Cota topográfica do eixo da conduta
α	Velocidade de rotação reduzida
β	Binário adimensional
γ	Peso específico do fluido
ΔH	Variação da cota piezométrica
ΔH_M	Variação de pressão da Fórmula de Michaud
ΔH_v	Perda de carga hidráulica (válvula)
Δp	Variação de pressão
ρ	Massa volúmica do fluido
ω	Velocidade rotação da bomba

1. INTRODUÇÃO

O transporte de água em condutas é sempre o resultado de uma diferença de carga hidráulica entre montante e jusante. Esta diferença, no caso de sistemas gravíticos, é imposta naturalmente pelos níveis de água nos reservatórios existentes nas extremidades das condutas enquanto, no caso de sistemas adutores elevatórios, é obtida pelo efeito de bombas hidráulicas.

Como é conhecido, o aumento do consumo de água ao longo das últimas décadas tem vindo sempre a evoluir fazendo com que a obrigatoriedade de cumprimento de normas de qualidade sejam cada vez mais exigentes e levem na maioria das vezes a recorrer a captações mais afastadas dos locais de consumo com estações de tratamento de maior complexidade. Assim as obras de adução (sistemas em alta) representam uma boa parte dos custos totais de um sistema de distribuição de água. Desta forma, é cada vez mais importante uma boa fundamentação das decisões que se tomam com base nos estudos de avaliação técnico-económico, bem como uma exigência crescente na segurança destes sistemas hidráulicos cada vez mais complexos.

Os sistemas hidráulicos nos quais o escoamento ocorre em pressão, estão sujeitos à ocorrência de regimes variáveis durante os quais os valores da pressão e da velocidade do fluido variam em função do tempo. Qualquer circunstância, voluntária ou involuntária, que possa alterar o caudal que escoar ao longo de uma conduta e, por consequência, a respetiva velocidade de escoamento, provocará uma variação (positiva ou negativa), no valor da pressão. As operações de abertura ou fecho de válvulas, paragem de eletrobombas causadas por falhas de energia elétrica, são as mais correntes, podendo haver outros tipos de causas.

No caso particular do regime variável corresponder à transição entre dois regimes permanentes, designa-se de regime transitório. O regime transitório é denominado golpe de aríete ou choque hidráulico quando o caudal se reduz ou aumenta de forma suficientemente rápida para que as forças elásticas sejam mobilizadas. Estas forças originam ondas de pressão que se propagam, com uma determinada celeridade ao longo da conduta. Em alguns casos, a mobilização das forças elásticas é muito limitada podendo o regime transitório ser analisado como se o fluido e a conduta fossem infinitamente rígidas.

A ocorrência do golpe de aríete corresponde à situação potencialmente mais perigosa no que respeita à segurança do sistema hidráulico: as pressões extremas transitórias podem afastar-se muito significativamente dos valores calculados para as condições de projeto em regime permanente. O golpe de aríete pode originar pressões transitórias excessivamente elevadas, capazes de provocar a rotura da parede da conduta ou danificar uma componente da instalação.

Por outro lado, pode conduzir a pressões demasiado baixas (depressões) que provoquem a cavitação e vaporização do líquido ou ainda o colapso por esmagamento da conduta. Deste modo, a quantificação das pressões máximas e mínimas é de fundamental interesse para o projetista, a fim de que este possa dimensionar a conduta e eventualmente introduzir equipamentos protetores, cuja finalidade é amortecer as variações de carga, prejudiciais à vida útil da instalação.

As proteções mais adequadas contra o choque hidráulico dependem logicamente do perfil da conduta e das condições nas quais ocorre o escoamento no interior desta. Elevadas depressões podem ser atenuadas através da utilização de chaminés de equilíbrio ou tanques unidimensionais. No entanto a forma mais eficiente de prevenir pressões negativas, e também pressões elevadas, é a utilização de Reservatórios de Ar Comprimido (RAC) (Stephenson 2002). Estes dispositivos para além de aliviarem as pressões negativas podem ainda manter o controlo sobre as pressões positivas ao longo do tempo.

Na presente dissertação pretende-se sublinhar a importância e interesse do estudo dos transitórios hidráulicos e a necessidade de compreender bem a dinâmica dos sistemas hidráulicos em pressão. Já se comentou que a crescente complexidade dos sistemas quase sempre obriga a recorrer a programas de cálculo informático, um facto facilitado pelos custos decrescentes, tanto dos computadores como dos programas comerciais de análise. No entanto, para interpretar corretamente os resultados, é fundamental conhecer bem a física do fenómeno. Apenas desta forma se estará em condições de, por exemplo, identificar o sistema de proteção da instalação mais conveniente. O programa de cálculo que permite analisar transitórios e o computador que o suporta de modo algum se podem substituir ao especialista, que deve ter sempre os tais conhecimentos físicos do fenómeno, que aqui se pretendem salientar e resumir.

Nos planos de estudo dos cursos de Engenharia Civil pós-Bolonha, o estudo dos regimes variáveis em geral e dos regimes transitórios em pressão em particular, têm perdido bastante protagonismo, eventualmente por estarem conotados com uma formulação matemática demasiado elaborada para a atual preparação ministrada. A utilização de métodos simplificados, se bem estruturados e justificados teoricamente e, por outro lado, com uma clara visão das respetivas condições de aplicação, poderia ser uma alternativa para que estas matérias fossem lecionadas e, pelo menos a um nível conceptual, se pudesse ficar com ideias claras acerca de determinados tipos de problemas e respetivos métodos de resolução.

2. MODELOS MATEMÁTICOS DE SISTEMAS DINÂMICOS

2.1. Introdução

Na hidráulica a classificação tradicional dos escoamentos em função da variável tempo (Chaudhry, 1987) pode resumir-se da seguinte forma:

- Escoamento permanente ou estacionário
- Escoamento variável ou não estacionário
 - Escoamento periódico
 - Escoamento transitório

O regime de escoamento num sistema hidráulico sob pressão diz-se permanente ou estacionário quando as variações das grandezas hidráulicas que o definem (pressão, velocidade, etc.) podem considerar-se, em qualquer secção da conduta, constantes no tempo. Por outro lado, o escoamento é variável se estas grandezas se alteraram ao longo do tempo. Um escoamento variável é periódico se apresentar uma estrutura ao longo do tempo também periódica. O escoamento designa-se por transitório (Figura 2.1) quando corresponde a um regime hidráulico não estacionário entre dois escoamentos permanentes (eventualmente um deles poderá corresponder a uma situação de repouso).

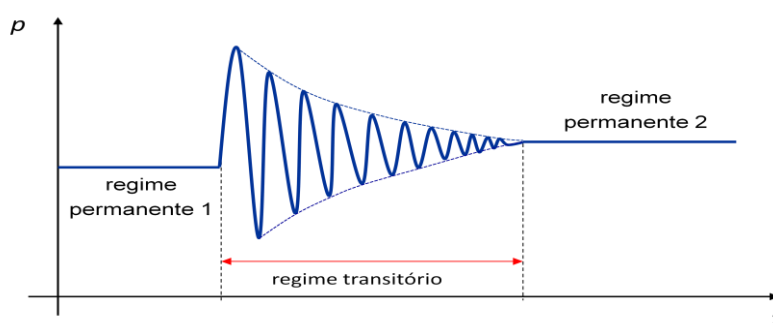


Figura 2.1: Regime transitório (entre dois regimes permanentes).

Um circuito ou rede hidráulica é um sistema que compreende um conjunto interconectado de componentes ou elementos que permite o transporte de um líquido. Qualquer componente do sistema é considerado um elemento. Os vários elementos encontram-se conectados entre si através dos nós (Figura 2.2). Os elementos podem ser condutas ou outros componentes, aqui

designados por *elementos especiais*, tais como, reservatórios, válvulas, bombas, reservatórios de ar comprimido (RACs) ou reservatórios unidirecionais (RUDs). Para que se possa efetuar a análise hidráulica do sistema o modelo computacional deverá ser capaz de reproduzir o comportamento hidráulico de cada elemento específico e simultaneamente considerar a interconexão adequada entre eles. Para tal propósito, o modelo deverá incluir as equações básicas que modelam cada um dos elementos: condutas e elementos especiais (equações características dos elementos) e uma equação geral para os nós que modele o efeito físico da conexão dos diferentes elementos.

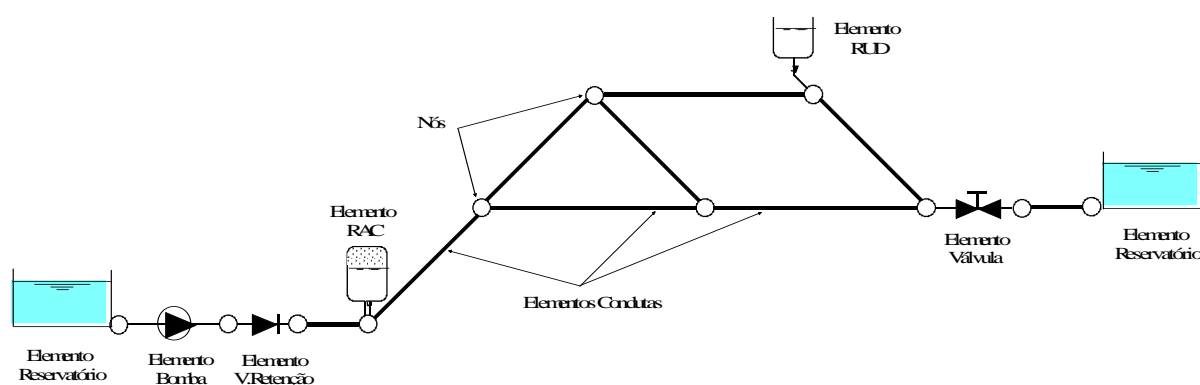


Figura 2.2: Representação conceptual dum sistema hidráulico através de “nós” e “elementos”.

Em geral, os elementos de um sistema hidráulico do tipo “não conduta”, os denominados *elementos especiais*, têm um comprimento muito reduzido quando comparados com os primeiros, o que permite admitir que a sua frequência “característica” é muito maior que a correspondente aos *elementos conduta*. Em consequência, o tempo de resposta dos elementos especiais é, quando comparado com o das condutas, praticamente nulo, comportando-se cada elemento como um “bloco”. É, assim, razoável desprezar as variações espaciais do escoamento no seu interior o que permite modelá-los como sistemas de parâmetros concentrados. Em termos matemáticos equivale a poder aplicar as leis básicas a volumes de controlo finitos (ou seja muito superiores aos diferenciais) com todas as vantagens que tal aproximação propícia. De facto, a análise integral, ao ser mais intuitiva, permite uma melhor compreensão do fenómeno físico e, para além disso, permite efetuar, nos sistemas mais simples, uma análise preliminar.

Para ambos os tipos de sistemas (parâmetros concentrados e distribuídos), as equações diferenciais surgem do estabelecimento de balanços dinâmicos da matéria, energia e quantidade de movimento. Um balanço expressa o princípio de conservação de uma determinada propriedade (massa, quantidade de movimento ou energia) num dado volume de

controlo. Um volume de controlo é uma região do espaço (entidade geométrica, independente da massa) através do qual um fluido poderá escoar. O volume de controlo pode ser um volume macroscópico dando origem a um balanço global (equações integrais) ou pode ser um volume microscópico (diferencial) originando equações diferenciais.

Na análise dos escoamentos transitórios, é habitual admitir, dado que a água é um fluido muito pouco compressível (Abreu et al., 2012), que o escoamento é praticamente isotérmico e, portanto, poder-se-á prescindir das propriedades térmicas o que tem como consequência que se produza um "desacoplamento" entre os processos térmicos e mecânicos. Nestes últimos apenas intervêm as incógnitas velocidade e pressão, que podem calcular-se através da equação da continuidade e da quantidade de movimento. Nestas condições, o problema simplifica-se bastante ficando a equação da energia reduzida à igualdade $T=\text{constante}$.

Assim, desde o ponto de vista matemático, devem satisfazer-se as duas leis físicas básicas: conservação da massa e da quantidade de movimento, as quais se aplicam diretamente a um sistema, definido como uma porção de fluido de identidade fixa (constituída sempre pelas mesmas partículas fluidas) que pode continuamente variar de forma e dimensão ao se mover. A saber:

a) Conservação da massa (equação da continuidade):

$$\frac{d}{dt}(m) = 0 \quad (2.1)$$

sendo m a massa do sistema.

b) Segunda lei de Newton (equação da quantidade de movimento). Estando o sistema referido a um sistema de coordenadas inerciais, a segunda lei de Newton estabelece que a rapidez de variação da quantidade de movimento linear de um sistema em relação ao tempo corresponde à resultante instantânea das forças exteriores (superficiais e de volume), \mathbf{F} , que atuam sobre o mesmo. Assim:

$$\frac{d}{dt}(m \mathbf{V}) = \mathbf{F} \quad (2.2)$$

em que \mathbf{V} representa o vetor velocidade.

Tendo por objetivo a análise dos escoamentos transitórios, interessa confinar o âmbito da respetiva modelação matemática em conformidade com as características próprias destes escoamentos, para que os correspondentes modelos computacionais sejam eficientes. Assim,

não serão considerados modelos gerais tri ou bidimensionais mas sim modelos ajustados aos escoamentos caracterizados por um movimento dominante segundo uma dimensão espacial.

2.2. Formulação integral

Quando nas secções de entrada e saída dos volumes de controlo o escoamento puder ser considerado uniaxial, isto é, paralelo a um único eixo, e as propriedades do escoamento nessas secções puder ser representada por um valor médio, o teorema de transporte de Reynolds pode escrever-se simplificada (Vardy, 1990) como:

$$\frac{D}{Dt}(B)_{sist} = \frac{d}{dt}(B)_{vc} + \sum (b\dot{m})_{sai} - \sum (b\dot{m})_{ent} \quad (2.3)$$

na qual B representa qualquer propriedade fluida extensiva (ou seja, proporcional à massa, tal qual a própria massa, a quantidade de movimento ou a energia), b o corresponde valor específico (por unidade de massa), ou seja, $b=B/m$, e $\dot{m} = \rho AV = \rho Q$ o caudal mássico.

Ao utilizar esta formulação integral não é necessário que o escoamento no interior do volume de controlo seja uniaxial (Figura 2.3) nem que o escoamento nas secções de entrada e saída do volume de controlo seja paralelo.

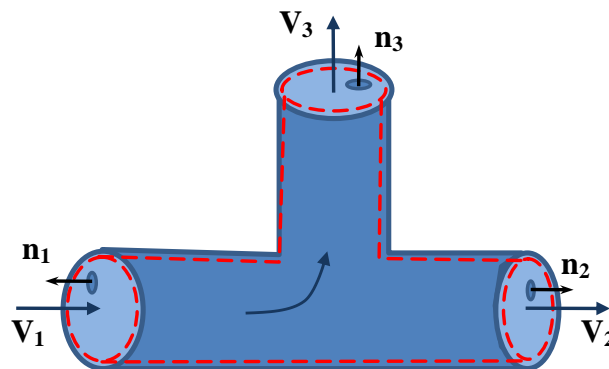


Figura 2.3: Volume de controlo com entradas e saídas uniaxiais.

2.2.1. Equação da continuidade

Neste caso, a propriedade extensiva e o correspondente valor específico são $B=m$ e $b=1$, pelo que conjugando as equações (2.1) e (2.3) se obtém

$$\frac{d}{dt}(m_{VC}) = \sum(\rho AV)_{ent} - \sum(\rho AV)_{sai} = \sum \dot{m}_{ent} - \sum \dot{m}_{sai} \quad (2.4)$$

que estabelece que a variação da massa contida no interior do volume de controlo é igual a diferença entre os somatório dos caudais mássicos, \dot{m} , que entram e saem do respetivo volume de controlo.

Particularizando a equação (2.4) a um nó de condutas, supostas rígidas e considerando, que o fluido é incompressível, a equação anterior pode escrever-se se simplifica, y resulta

$$\sum Q_{ent} - \sum Q_{sai} = 0 \quad (2.5)$$

válida tanto para escoamentos permanentes como transitórios. Indica que os caudais que entram e saem do nó se compensam. É, assim, uma simples equação algébrica obtida a partir de uma formulação geral.

Outro caso particular de (2.4) é a equação dinâmica que rege o enchimento/esvaziamento de um reservatório. Um processo que, dada a variação do respetivo nível, é não estacionário. Considere-se um reservatório aberto (atmosférico), com secção transversal A_D , e com as entradas e saídas detalhadas na Figura 2.4. Pretende-se determinar a expressão que proporciona a variação do nível de água dh/dt .

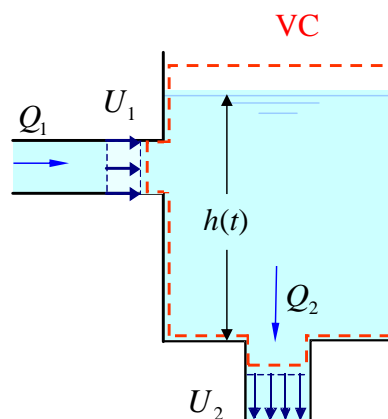


Figura 2.4: Volume de controlo fixo no interior de um reservatório.

Considera-se o volume de controlo fixo representado na Figura que, como se verifica, inclui no seu interior a superfície do nível de água do depósito. O escoamento no seu interior é não estacionário, pois o nível da água no reservatório varia no tempo. A partir da equação (2.4), e dado apenas existir uma entrada e uma saída, obtém-se:

$$\frac{d}{dt}(\rho A_D h) + \rho_2 A_2 U_2 - \rho_1 A_1 U_1 = 0 \quad (2.6)$$

que, ao ser o fluido incompressível, se pode simplificar para

$$\frac{dh}{dt} = \frac{Q_1 - Q_2}{A_D} \quad (2.7)$$

que é a equação diferencial que permite calcular a variação temporal do nível de água no reservatório, a que corresponde o efeito dinâmico de capacidade de armazenamento.

Num caso mais geral (volume de controlo qualquer, com volume \forall), em que não fosse lícito considerar a hipótese de incompressibilidade, a equação (2.6) escrever-se-ia

$$\frac{d}{dt}(\rho \forall) + \rho_2 Q_2 - \rho_1 Q_1 = 0 \quad (2.8)$$

ou assumindo uma massa volúmica média

$$Q_{ent} - Q_{sai} = \frac{\forall}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{d\forall}{dt} \quad (2.9)$$

equação que mostra que para além do efeito de armazenamento ilustrado no caso anterior (reservatório) poderá também existir um efeito dinâmico de compressibilidade que permita que o caudal que entra no volume de controlo não seja igual ao que sai. Este será o efeito a considerar no caso do golpe de aríete. Os dois efeitos poderão designar-se genericamente por *capacitância* do elemento.

2.2.2. Equação da quantidade de movimento

A particularização do teorema de transporte de Reynolds (2.3) à propriedade extensiva quantidade de movimento, proporciona $\mathbf{B}=m\mathbf{V}$ e $\mathbf{b}=\mathbf{V}$. Em consequência de (2.2) resulta:

$$\frac{d}{dt}(m \mathbf{V})_{vc} = \sum(\dot{m} \mathbf{V})_{ent} - \sum(\dot{m} \mathbf{V})_{sal} + \sum \mathbf{F} \quad (2.10)$$

Nesta expressão \mathbf{V} representa a velocidade de escoamento em relação a um sistema de coordenadas inercial, enquanto $\sum \mathbf{F}$ é o vetor resultante das forças exteriores que atuam sobre o volume de controlo considerado.

Particulariza-se (2.10) ao volume de controlo tubular isolado da Figura 2.5, no interior do qual escoa uma coluna fluida de comprimento L e secção transversal A . Designando, como habitualmente, a secção montante por 1 e a secção jusante por 2, o balanço de forças aplicadas sobre o volume de controlo (pressão, gravidade e resistência na parede), proporciona:

$$\rho L \frac{dQ}{dt} = (p_1 - p_2) A + \rho g A (z_1 - z_2) - \pi D L \tau_w \quad (2.11)$$

que é a conhecida equação de Euler, base do denominado *modelo rígido*. Esta equação generalizada em função da carga hidráulica, H , ou seja

$$\frac{L}{gA} \frac{dQ}{dt} = H_1 - H_2 - JL \quad (2.12)$$

em que J representa a perda de carga unitária, é também conhecida como equação de Bernoulli generalizada a escoamento não estacionário.

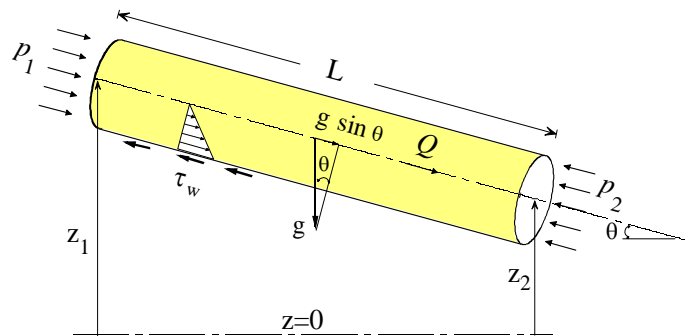


Figura 2.5: Ilustração da aplicação da forma integral do princípio da quantidade de movimento a um volume de controlo tubular

2.3. Formulação diferencial

No estudo dos regimes transitórios em sistemas complexos, ou quando se pretenda aprofundar o conhecimento dos mais simples, ter-se-á de partir das equações diferenciais que governam o fenómeno cuja complexidade exige a resolução por métodos numéricos e o apoio do computador.

Do ponto de vista funcional e hidráulico, as condutas são sem qualquer dúvida a componente principal de um sistema hidráulico pois é o elemento do sistema que permite o transporte do fluido, apesar de um sistema hidráulico ser constituído por uma grande variedade de elementos. Assim, a complexidade dos modelos de análise está sobretudo associada ao nível de sofisticação com que se efetua a modelação matemática do escoamento no interior do elemento conduta, de tal forma que, o sistema considera-se constituído por condutas e as restantes componentes são agrupadas no que se conhece com o nome de “condições de fronteira”.

A aplicação de idênticos balanços (de massa e quantidade de movimento) a volumes diferenciais (e não finitos), permite estabelecer as equações diferenciais em derivadas parciais que governa a transmissão das perturbações ao longo de uma conduta. No que se segue, apresenta-se apenas a forma final dessas equações diferenciais correspondentes ao elemento conduta, cuja dedução se pode encontrar nos livros clássicos sobre o tema (Wylie e Streeter, 1983; Chaudhry, 1987) .

2.3.1. A conduta como elemento dinâmico de parâmetros distribuídos (modelo elástico simplificado)

A determinação dos valores instantâneos de H (altura piezométrica) e Q podem basear-se no sistema de equações básicas simplificadas, simplificação das equações completas do golpe de ariete quando se despreza a velocidade do fluido em relação ao valor da celeridade ($V \ll a$), que podem ser expressas da seguinte forma (Wylie e Streeter, 1983)

$$\begin{cases} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g A} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + g A \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{f}{2 D A} Q |Q| = 0 \end{cases} \quad (2.13)$$

ou de forma equivalente (Abreu et al., 2012):

$$\begin{cases} \frac{C_{eq}}{L} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \\ \frac{I}{L} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{R}{L} Q = 0 \end{cases} \quad (2.14)$$

Onde, $C_{eq} = \rho g \nabla \left(\frac{1}{K} + \frac{D}{Ee} \right) = \frac{g L A}{a^2}$, $I = \frac{L}{g A}$ e $R = \frac{f L}{2 g D A^2}$, evidenciam que a transmissão de informação através de um elemento conduta no modelo elástico inclui os efeitos dinâmicos “capacitância” e “inercia” fluida, assim como o efeito estático de “resistência” ao escoamento.

O sistema de equações diferenciais (2.13) deverá ser integrado para se conhecerem as respostas $H(x,t)$ e $Q(x,t)$ em cada instante nas varias secções da conduta. Em alguns casos, a mobilização das forças elásticas é muito reduzida podendo o regime variável ser analisado como se a água e a conduta fossem infinitamente rígidas.

2.3.2. A conduta como elemento dinâmico de parâmetros concentrados R-I (modelo rígido)

A transição do modelo elástico ao rígido (fluido incompressível e conduta rígida) equivale a considerar que a celeridade tende a infinito devido à rigidez do sistema, ou seja, a fazer $C_{eq} = 0$ na equação da continuidade, que se reduz a $\frac{\partial Q}{\partial x} = 0$.

O fluido comporta-se no interior da conduta como se fosse uma massa rígida, $Q=Q(t)$. Não sendo fisicamente possível a propagação instantânea de perturbações ao longo da conduta, esta hipótese do ponto de vista matemático poderá ser aceitável quando $\frac{C_{eq}}{L} \frac{\partial H}{\partial t} \ll \frac{\partial Q}{\partial x}$. Esta condição cumpre-se quando nos contornos das condutas se realizam manobras lentas.

Na condição anterior (modelo rígido), a equação da continuidade é trivial, correspondendo o protagonismo à equação da dinâmica, na qual a derivada de Q em relação a t se transforma numa derivada ordinária, pois Q não depende de x . Obtém-se assim, a partir do sistema (2.14), o sistema que se segue, o qual caracteriza o modelo rígido no tramo da conduta considerado.

$$\begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial x} \equiv 0 \\ I \frac{dQ}{dt} + (H_2 - H_1) + RQ/Q = 0 \end{cases} \quad (2.15)$$

onde, $I = \frac{L}{g A}$ e $R = \frac{f L}{2 g D A^2}$.

O comportamento dinâmico de uma coluna rígida fica assim definido por dois parâmetros: R (coeficiente de resistência) e I (inertância), reduzindo a análise do problema à integração de uma equação diferencial ordinária.

2.3.3. A conduta como um elemento estático dissipativo (elemento R)

No caso de se poder considerar um regime permanente ($dQ/dt = 0$), a diferença de cotas piezométricas é igual ao trabalho dissipado pelas forças resistentes. A equação que se segue constitui a equação básica do elemento conduta nos modelos estáticos e quasi-estáticos.

$$H_1 - H_2 = RQ^2 = \frac{f L}{2 g D A^2} Q^2 \quad (2.16)$$

2.4. Classificação dos modelos 1-D

Após a anterior visão geral, são focados os modelos 1-D que, atendendo à escala de tempos dos fenómenos transitórios habituais nos sistemas hidráulicos em pressão, se agrupam do seguinte modo:

- Modelo de análise estático (regime permanente)

- Modelos de análises dinâmicos (regime transitório)
 - Modelo quasi-estático (escoamento muito lento ou lento)
 - Modelo rígido (escoamento lento ou rápido)
 - Modelo elástico (escoamento rápido ou muito rápido)

O modelo elástico 1D é o mais completo e geral dos modelos dinâmicos, sendo também o mais complexo. À medida que se introduzem hipóteses simplificativas obtêm-se outros dois modelos que não são mais que casos particulares do modelo elástico. São muito mais simples e conseqüentemente de mais fácil aplicação. A gama de possibilidades é proporcionada pela variabilidade das ordens de grandeza das escalas de tempo que regem as respostas dos fenómenos físicos que estão sendo estudados. Desde variações de consumos, que constituem transitórios lentos, até arranques e paragens de bombas e variações bruscas de operação de elementos de controlo, que constituem transitórios muito rápidos. Por conseguinte deve ser utilizado, consoante cada caso, uma apropriada simplificação do modelo específico correspondente. Desde o modelo quasi-estático (escoamentos lentos) até ao modelo elástico (golpe de aríete).

Os modelos dinâmicos também se podem classificar atendendo a critérios mais físicos:

- Modelos inerciais que têm em consideração a inercia e que dão lugar, dependendo se os efeitos elásticos da conduta e do liquido são considerados ou não, a dois modelos diferentes:
 - Golpe de aríete ou modelo elástico (modelo de parâmetros distribuídos)
 - Oscilação em massa ou modelo rígido (modelo de parâmetros concentrados)
- Modelos não inerciais, nos quais a característica dinâmica é atribuída ao modelo pela variação temporal das suas condições de fronteira. Este modelo, conhecido como modelo quasi-estático, é muito utilizado na análise de redes de distribuição de água.

Conclui-se assim que existem quatro modelos 1D diferentes para analisar problemas em sistemas hidráulicos em pressão: três dinâmicos e um estático.

À medida que se simplificam as equações, obtêm-se modelos mais simples, mas por outro lado, a sua utilização é restringida a um número mais limitado de situações.

3. APLICAÇÕES DOS MODELOS SIMPLIFICADOS

3.1. Tempo de esvaziamento de um reservatório

Considere-se um reservatório que descarrega livremente para a atmosfera através de um pequeno orifício circular existente na sua parede lateral (Figura 3.1). Supondo um determinado nível de água inicial h_0 (h é, como se indica na Figura 3.1, a altura de líquido no reservatório medida em relação ao centro do orifício), pretende-se conhecer o tempo necessário para o esvaziamento completo do reservatório.

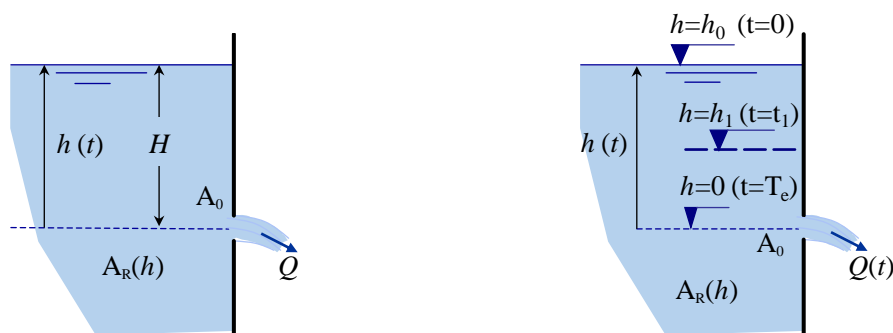


Figura 3.1: Esvaziamento de um reservatório

A aplicação da equação da continuidade (2.7) ao reservatório permite escrever

$$\frac{dh}{dt} = - \frac{Q}{A_R} \quad (3.1)$$

No caso de um reservatório de grandes dimensões ($h=\text{const.}=H$, sendo H a carga sobre o orifício) o caudal descarregado, em regime permanente, será dado por:

$$Q = C_d A_0 \sqrt{2 g H} \quad (3.2)$$

na qual, C_d é o coeficiente de descarga (vazão) do orifício de secção A_0 . Esta equação pode ser considerada válida mesmo que o nível da superfície do depósito não se mantenha constante, sempre que a aceleração local seja muito inferior à convectiva (processo quasi-estacionário). Tal ocorre sempre que a secção do orifício seja muito inferior à secção transversal do reservatório ($A_0 \ll A_R$) para que $|dh/dt| \ll V = Q/A_0$. Neste caso, a velocidade

de saída é alcançada de uma forma quase instantânea porque os efeitos inerciais ficam restringidos a uma região de comprimento característico da ordem do diâmetro do orifício. Nesta curta região a aceleração convectiva experimenta um acréscimo substancial e a partícula de fluido adquire a maior parte da sua velocidade. Tais condições permitem tratar o problema como uma sucessão de estados estacionários (regime quasi-estacionário) em que a equação (3.2) é aplicada em cada instante.

Combinando então as duas equações, (3.1) e (3.2) obtém-se

$$\frac{dh}{dt} = - \frac{C_d A_0}{A_R} \sqrt{2 g h} \quad (3.3)$$

que é uma equação diferencial não linear que pode ser resolvida por separação de variáveis.

$$dt = - \frac{A_R}{C_d A_0 \sqrt{2g}} h^{-1/2} dh \quad (3.4)$$

Para determinar a carga no orifício (nível de água no reservatório) em qualquer instante, ou em alternativa o tempo que tarda o nível de água no reservatório a alcançar determinado valor, é necessário integrar a equação anterior entre um instante inicial $t=t_0=0$, em que $h=h_0$ e um instante genérico $t=t_1$, em que $h=h_1$, isto é

$$t_{0-1} = \int_0^{t_1} dt = - \frac{1}{C_d A_0 \sqrt{2g}} \int_{h_0}^{h_1} A_R h^{-1/2} dh \quad (3.5)$$

No caso particular de um reservatório com a área da secção transversal, A_R , constante, a equação anterior pode integrar-se analiticamente obtendo-se

$$t_{0-1} = \frac{2A_R}{C_d A_0 \sqrt{2g}} \left(\sqrt{h_0} - \sqrt{h_1} \right) \quad (3.6)$$

pelo que o tempo necessário ao completo esvaziamento do reservatório será dado por

$$T_e = \frac{2A_R}{C_d A_0 \sqrt{2g}} \sqrt{h_0} = \frac{2A_R h_0}{Q_0} \quad (3.7)$$

Recorde-se que o tempo necessário para encher (ou esvaziar) um depósito cilíndrico de altura h (ou altura piezométrica, H) assumindo um caudal de entrada, Q , constante é dado por:

$$T_R = A_R \frac{H}{Q} \quad \text{ou} \quad T_R = C_R \frac{H}{Q} \quad (3.8)$$

em que C_R representa a capacitância que, em geral, caracteriza a capacidade que um elemento do sistema hidráulico tem para armazenar (ou ceder) fluido durante o regime não estacionário. No caso particular de um reservatório, corresponde ao volume de líquido necessário para alterar de uma unidade o respetivo nível (altura piezométrica).

3.2. Tempo de estabelecimento de um escoamento (modelo rígido)

Considere-se o sistema hidráulico ilustrado na Figura 3.2, com a válvula inicialmente fechada e, conseqüentemente, o fluido em repouso. Suponha-se que se pretende calcular o tempo necessário, após a abertura total e instantânea da válvula, para que o escoamento alcance as condições de regime permanente (Figura 3.3). Quando se abre instantaneamente a válvula, o desequilíbrio de forças origina a aceleração no fluido, ou seja, a carga disponível é utilizada para acelerar o fluido no interior da conduta.

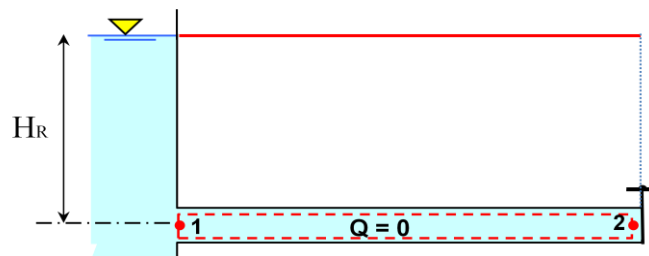


Figura 3.2: Situação inicial (válvula fechada)

Efetuem-se as seguintes hipóteses:

- Depósito de grandes dimensões ($H_R = \text{Constante}$);
- Abertura instantânea da válvula;
- Não considerar os efeitos elásticos.

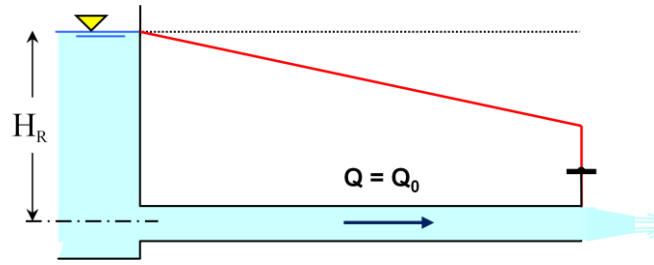


Figura 3.3: Sistema em condições de regime permanente após abertura total da válvula.

Considerando como condições iniciais: $H_1(0) = H_2(0) = H_R$ e $V(0) = 0$, utilizando a equação diferencial (EDO) do modelo rígido (2.12) :

$$\frac{L}{g} \frac{dV}{dt} = \left(z + \frac{p}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} \right)_1 - \left(z + \frac{p}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} \right)_2 - \frac{f L V^2}{D 2g} \quad (3.9)$$

e as seguintes condições de fronteira: $H_1(t) = H_R$ e $H_2(t) = \frac{V^2}{2g}$ obtém-se:

$$\frac{L}{g} \frac{dV}{dt} = H_R - \frac{V^2}{2g} - \frac{f L V^2}{D 2g} \quad (3.10)$$

Na equação anterior desprezou-se a perda de carga localizada na válvula. Considerando ainda o atrito nulo, $f=0$, (o efeito das perdas de carga será considerado posteriormente) a equação (3.10) escreve-se

$$\frac{L}{g} \frac{dV}{dt} = H_R - \frac{V^2}{2g} \quad (3.11)$$

Inicialmente ($t=0$) toda a carga está disponível para acelerar o escoamento uma vez que a velocidade é zero. No entanto, ao longo do tempo a velocidade aumenta e a carga vai diminuindo. No limite, quando o escoamento estiver totalmente estabelecido, a aceleração é será nula, $\left(\frac{dV}{dt} \right) = 0$, pelo que (3.11) permite escrever $H_R = \frac{V_0^2}{2g}$ e obter, assim, a velocidade de regime,

$$V_0 = \sqrt{2g H_R} \quad (3.12)$$

Utilizando a equação anterior, a equação (3.11) pode reescrever-se como:

$$\frac{g H_R}{L V_0} dt = \frac{dV}{V_0^2 - V^2} \quad (3.13)$$

Integrando agora entre o instante inicial, ($t=0$ e $V=0$), e um instante genérico, (t e V), obtém-se

$$t = \frac{L V_0}{2 g H_R} \ln \left(\frac{V_0 + V}{V_0 - V} \right) = \frac{1}{2} T_w \ln \left(\frac{V_0 + V}{V_0 - V} \right) \quad (3.14)$$

ou, em alternativa, explicitando, a velocidade,

$$V(t) = V_0 \frac{e^{\frac{2}{T_w} t} - 1}{e^{\frac{2}{T_w} t} + 1} \quad (3.15)$$

Teoricamente verifica-se que nunca se atinge V_0 , embora o escoamento tenda assintoticamente para este valor.

Admitindo-se que o escoamento atinge a estabilização quando a velocidade do fluido alcança 99% da velocidade de regime ($V=0.99V_0$), obtém-se um tempo de estabelecimento do escoamento (Figura 3.4), dado por:

$$T_{est.} = 2.65 \frac{L V_0}{g H_R} \quad (3.16)$$

Como se verifica na Figura 3.4, a aceleração é máxima imediatamente após a abertura da válvula o que se explica pela razão já anteriormente referida de inicialmente toda a carga estar disponível para acelerar o escoamento. No caso particular de num dado escoamento a carga aceleradora ser mantida constante ao longo do tempo, o tempo necessário para acelerar o escoamento a partir do repouso até atingir uma determinada velocidade, V_0 , seria obtido por:

$$\int_0^t dt = \frac{L}{g H_R} \int_0^{V_0} dV \quad (3.17)$$

pelo que,

$$t = T_w = \frac{LV_0}{g H_R} \quad (3.18)$$

O valor T_w é habitualmente denominado tempo de inércia rígido.

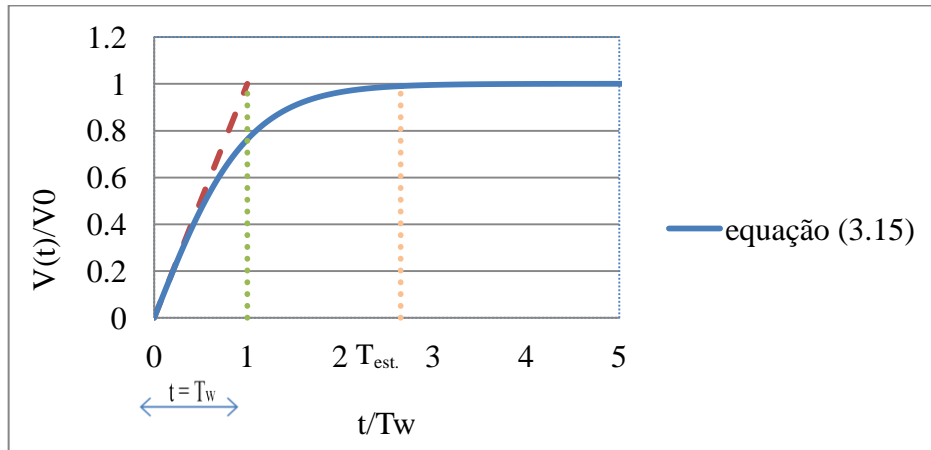


Figura 3.4: Tempo de estabelecimento do escoamento e tempo de inercia rígido

Considere-se agora o efeito do atrito na conduta ($f \neq 0$) e da perda de carga localizada na válvula. A equação (3.11) será substituída por:

$$\frac{L}{g} \frac{dV}{dt} = H_R - \left(1 + \frac{fL}{D} + k \right) \frac{V^2}{2g} = H_R - C_1 \frac{V^2}{2g} \quad (3.19)$$

na qual se considerou $C_1 = 1 + \frac{fL}{D} + k$.

Analogamente ao caso anterior, quando o escoamento se encontra totalmente estabelecido o valor da aceleração será nulo, $\left(\frac{dV}{dt} \right) = 0$, pelo que, de acordo com (3.19) a velocidade de regime será dada por:

$$V_0 = \sqrt{2g H_R / C_1} \quad (3.20)$$

Utilizando a equação anterior, a equação (3.19) poderá escrever-se na forma:

$$\frac{LV_0^2}{g H_R} dV = (V_0^2 - V^2) dt \quad (3.21)$$

a qual coincide com a equação (3.13) anteriormente obtida. Assim, as funções soluções do problema dadas por (3.14) ou (3.15) não dependerão explicitamente do atrito. No entanto, o valor da velocidade de regime V_0 depende (cf. Equações (3.12) e (3.20)), bem como o valor numérico do tempo de estabelecimento do escoamento, T_{est} . (ou T_w).

3.3. Capacidade de regulação das válvulas

3.3.1. Curvas características efetivas estacionárias

As válvulas são órgãos fundamentais na operação de sistemas hidráulicos, em particular quando se pretende regular o caudal ou interromper o escoamento. Existem no mercado vários tipos de válvulas (cunha, borboleta, esférica, globo, agulha, ...), as quais introduzem perdas de carga diferentes no escoamento, tendo comportamentos distintos consoante as suas características geométricas e o respetivo grau de abertura.

O grau de abertura, s , expressa-se em função da posição do obturador, podendo o movimento deste ser linear (válvulas de cunha, globo, agulha...) ou angular (válvula borboleta, esférica, ...). Em qualquer dos casos o grau de abertura pode ser definido como:

$$s = \frac{z}{D} \quad \text{ou} \quad s = \frac{\theta}{90^\circ} \quad (3.22)$$

ou seja, como a relação entre o espaçamento linear, z , (ou o espaçamento angular, θ), correspondente a uma determinada posição e a posição de abertura total (Figura 3.5). Assim, o grau de abertura corresponderá a $s=1$, no caso da válvula estar completamente aberta e será $s=0$, no caso da mesma se encontrar totalmente fechada.

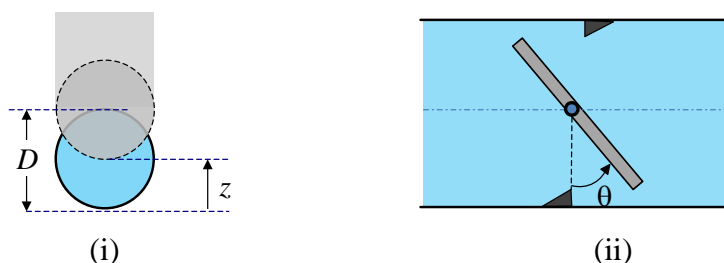


Figura 3.5: Grau de abertura de uma válvula para: (i) movimento linear, (ii) movimento angular do respetivo obturador

Uma válvula impõe uma dissipação localizada de energia ao escoamento, que admitindo a hipótese quasi-estacionária, ou seja, sem considerar os efeitos da inércia local, pode caracterizar-se através da seguinte expressão:

$$\Delta H_V = K_V \frac{V_r^2}{2g} \quad (3.23)$$

onde ΔH_V representa a perda de carga hidráulica provocada pela válvula, K_V é o coeficiente (adimensional) de perda de carga na válvula (dependente do grau de abertura) e V_r é uma velocidade de referência. A determinação de K_V é, em geral, obtida por via experimental em função da posição da válvula na instalação, da sua geometria e da sua dimensão. Uma válvula caracteriza-se pelo seu coeficiente de perda de carga K_V em função do grau de abertura s . Em geral, os valores de K_V para uma válvula totalmente aberta são pequenos, aumentando com o respetivo grau de fecho até tender para infinito quando a mesma se encontra totalmente fechada ($V=0$).

O caudal escoado através da válvula calcula-se pela seguinte equação, obtida a partir de (3.23)

$$Q = C_d A_{rv} \sqrt{2g\Delta H_V} \quad (3.24)$$

onde: $C_d = \frac{1}{\sqrt{K_V}}$, A_{rv} é a área da secção de referência (secção nominal da válvula ou da conduta onde a mesma está inserida) e ΔH_V a perda de carga através da válvula. O coeficiente adimensional C_d é conhecido por coeficiente de vazão ou descarga da válvula.

Guins (1968) e Tullis (1989) propuseram o uso de outro coeficiente de descarga, baseado no conceito da carga forçadora através da válvula, definido por:

$$C_{d1} = \frac{V}{\sqrt{2g\Delta H_V + V^2}} \quad (3.25)$$

o qual tem a vantagem de restringir a gama de variação do respetivo valor ao intervalo [0;1]. A relação entre os vários coeficientes pode ser obtida através da expressão:

$$C_{d1} = \frac{1}{\sqrt{1+K}} = \frac{C_d}{\sqrt{1+C_d^2}} \quad (3.26)$$

A equação (3.24) particularizada para uma abertura genérica, s , e para a abertura total ($s=1$) permite obter:

$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{C_d}{C_{d0}} \sqrt{\frac{\Delta H_v}{\Delta H_{v,0}}} = \tau_i \sqrt{\frac{\Delta H_v}{\Delta H_{v,0}}} \quad (3.27)$$

na qual a função $\tau_i(s)$ é designada de curva característica inerente da válvula. O índice 0 na expressão anterior pretende representar os valores correspondentes a abertura total.

A Figura 3.6 permite visualizar, a título de exemplo, algumas curvas características inerentes (Cabrera et al, 1996).

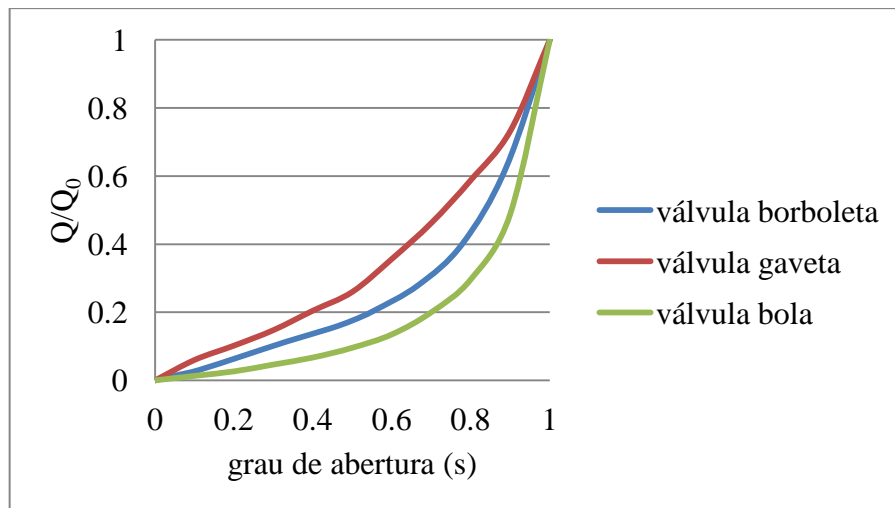


Figura 3.6: Curvas características inerentes de diferentes válvulas

A função $\tau_i(s)$, curva característica inerente da válvula, traduz assim a relação entre o caudal escoado e o grau de abertura de uma válvula isolada, ou seja, independentemente da instalação onde está inserida. Tal significa que é determinada pelos fabricantes experimentalmente, impondo uma carga constante através da válvula, $\Delta H_v = \Delta H_{v,r}$, e efetuando medições do caudal através da válvula para os diferentes graus de abertura. Consequentemente obtém-se:

$$\tau_i(s) = \frac{Q}{Q_0} = \frac{C_d}{C_{d0}} = \frac{\sqrt{K_{v0}}}{\sqrt{K_v}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{C_{d1_0}^2} - 1}{\frac{1}{C_{d1}^2} - 1}} \quad (3.28)$$

Na prática a válvula não está isolada mas sim integrada num sistema hidráulico. Interessa então analisar de que forma o sistema influência a capacidade efetiva de regulação do caudal. Para o efeito considere-se o exemplo de um sistema adutor gravítico (Figura 3.7), com uma diferença de carga hidráulica, H , imposta pelos níveis de água nos reservatórios, e regulado através de uma válvula localizada na extremidade jusante da conduta.

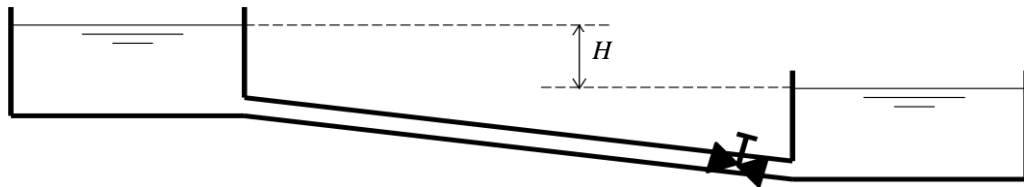


Figura 3.7: Esquema da instalação estudada

A aplicação da equação da energia permite escrever:

$$H = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} + k \frac{V^2}{2g} + \frac{V^2}{2g} = \frac{V^2}{2g} \left(1 + k + f \frac{L}{D} \right) \quad (3.29)$$

Explicitando na equação anterior a velocidade de escoamento pode obter-se:

$$V = \sqrt{\frac{2gH}{f \frac{L}{D} + 1 + k}}, \text{ com } k = \frac{1}{C_d^2} - 1. \quad (3.30)$$

A partir da equação (3.30) pode obter-se a relação $\frac{V}{V_0}$ ou $\frac{Q}{Q_0}$ (quociente entre o caudal, Q , escoado com uma abertura parcial e o caudal, Q_0 , correspondente a válvula totalmente aberta),

$$\frac{Q}{Q_0} = \sqrt{\frac{f \frac{L}{D} + 1 + k_0}{f \frac{L}{D} + 1 + k}} \quad (3.31)$$

cuja variação traduz, em função do grau de abertura da válvula, a característica efetiva de regulação da válvula em regime permanente (característica efetiva estacionária).

Suponha-se, a título de exemplo, que a válvula de controlo é do tipo borboleta (curva característica inerente reproduzida na Figura 3.6) e que a mesma se encontra instalada no sistema da Figura 3.7 com uma diferença de níveis de água, $H=15$ m, entre os dois reservatórios. Considerando que a conduta tem um diâmetro igual a 400mm e um coeficiente de atrito de 0.02, pretende-se verificar a influência do comprimento da conduta ($L=0$, $L=400$ e $L=2000$ m) na capacidade de regulação da válvula (exemplo extraído de Cabrera et al, 1996).

Os resultados obtidos, para cada um dos três casos considerados, em função do grau de abertura da válvula encontram representados no Quadro 3.1.

Quadro 3.1: Relações de caudais, Q/Q_0 , em função do grau de abertura da válvula

% abert.	Válvula Borboleta		L=0 [m]	L=400 [m]	L=2000 [m]	k_0	Q/Q ₀ (%)			cur. iner.
	Cd ₁	k					L=0	L=400	L=2000	
0	0	∞					0	0	0	0
0.06	0.04	815.3	$f^*(L/D)$	$f^*(L/D)$	$f^*(L/D)$	0.19	0.04	0.16	0.33	0.02
0.11	0.07	203.1	=0	=20	=100		0.08	0.31	0.58	0.03
0.22	0.16	36.18					0.17	0.62	0.86	0.07
0.33	0.26	14.38					0.28	0.78	0.94	0.11
0.44	0.33	8.02	V_0 (m/s)	V_0 (m/s)	V_0 (m/s)		0.36	0.86	0.96	0.15
0.5	0.38	6.04	=11.60	=3.64	=1.70		0.41	0.89	0.97	0.18
0.56	0.43	4.43					0.47	0.92	0.98	0.21
0.67	0.54	2.39					0.59	0.95	0.99	0.28
0.78	0.68	1.17	Q_0 (m ³ /s)	Q_0 (m ³ /s)	Q_0 (m ³ /s)		0.74	0.98	0.995	0.40
0.89	0.82	0.48	=1.46	=0.46	=0.21		0.90	0.99	0.999	0.62
1	0.92	0.19				1	1	1	1	

No gráfico da Figura 3.8 pode verificar-se como a curva característica inerente é transformada em curvas características efetivas que se afastam tanto mais da inerente quanto maior o valor do comprimento L da conduta adutora e, que no presente caso, tornam cada vez menos eficaz o papel de controlo do caudal por parte da válvula. Conclusão análoga pode ser extraída da

Figura 3.9, que representa os resultados obtidos, em idênticas condições, para uma válvula com característica inerente linear.

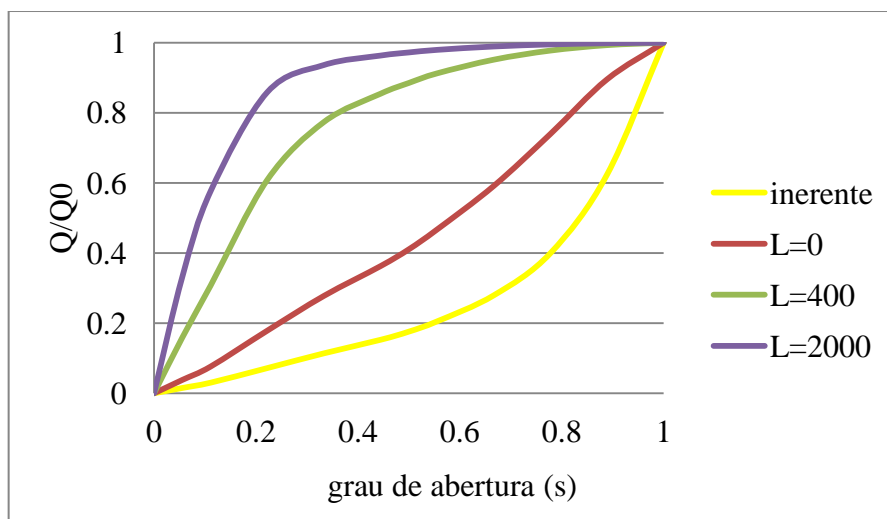


Figura 3.8: Curvas características inerente e efetivas ($L=0\text{m}$; $L=400\text{m}$; $L=2000\text{m}$) de uma válvula de borboleta

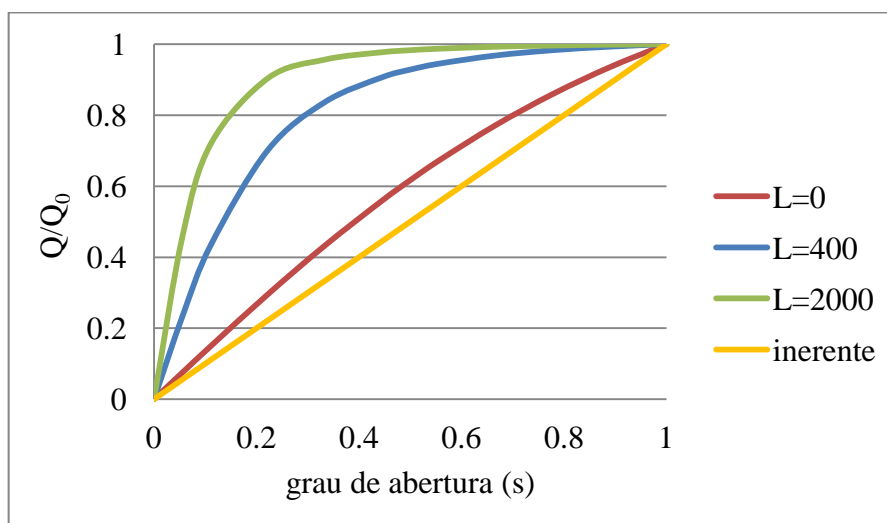


Figura 3.9: Características efetivas ($L=0\text{m}$; $L=400\text{m}$; $L=2000\text{m}$) correspondentes a uma curva característica inerente linear

Conclui-se assim que a capacidade de regulação de uma válvula depende, para além da sua característica inerente, das características do sistema onde a mesma se encontra instalada. Verificou-se que as características de resistência hidráulica do sistema, responsáveis pela

transformação da curva característica inerente em características efetivas, podem ser caracterizadas pelo parâmetro adimensional, hf , definido por

$$hf = \frac{H_f}{H_r} = \frac{\frac{fL}{D}}{\frac{fL}{D} + 1 + k_0} \quad (3.32)$$

que traduz a relação entre a perda de carga contínua na conduta correspondente a válvula totalmente aberta, H_f , e a carga total disponível, H_r , ou seja, a diferença de cotas de nível de água entre os dois reservatórios.

O gráfico da Figura 3.10 generaliza assim os resultados apresentados na Figura 3.9 em função do parâmetro adimensional, hf .

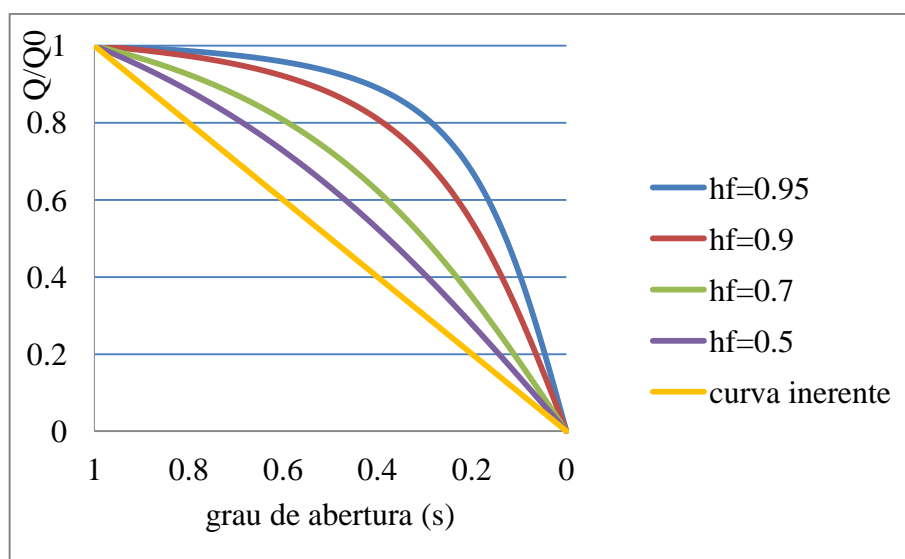


Figura 3.10: Características efetivas, correspondentes a uma curva característica inerente linear, e a diferentes valores de hf

3.3.2. Curvas características efetivas não estacionárias

As curvas características efetivas obtidas anteriormente são denominadas estacionárias pelo facto de não terem em consideração os efeitos dinâmicos da inércia hidráulica e capacitância (efeitos elásticos). Ou seja, foram calculadas no pressuposto que a manobra de fechamento da válvula fosse efetuada tão lentamente que a importância daqueles efeitos pudesse ser

desprezada. Na realidade, em várias circunstâncias (por exemplo, numa situação de emergência), as condições de operação do sistema podem exigir um fechamento mais rápido da válvula e, nesses casos, convirá conhecer a resposta do sistema.

Supondo válida a hipótese quási-estacionária, que pressupõe que os coeficientes de descarga obtidos em ensaios em regime permanente, para as diferentes aberturas da válvula, sejam válidos em regime variável (corresponde a desprezar os efeitos inerciais no interior da válvula), a equação (3.24) particularizada para um tempo genérico, t , e para o instante inicial, correspondente a abertura total ($s=1$) da válvula, permite obter:

$$\frac{Q(t)}{Q_0} = \frac{C_d}{C_{d0}} \sqrt{\frac{\Delta H_v}{\Delta H_{v,0}}} = \tau_i \sqrt{\frac{\Delta H_v}{\Delta H_{v,0}}} \quad (3.33)$$

Adotando inicialmente o modelo rígido para a resolução do problema, combinando a equação anterior com a equação do modelo rígido (2.4) obtém-se

$$\frac{Q(t)}{Q_r} = \tau_i(t) \sqrt{\left(1 - \frac{L}{g H_r} \frac{dV}{dt} - h_f\right) \frac{H_r}{\Delta H_{v,0}}} \quad (3.34)$$

que mostra claramente a influência da inércia, em complemento à resistência hidráulica, na curva característica efetiva não estacionária.

Para caracterizar a manobra de fechamento da válvula dever-se-á conhecer qual o tempo total de duração da mesma, T_c , e a respetiva lei de manobra, isto é, a forma como o obturador é manobrado ao longo do tempo (ver Figura 3.13). Nos exemplos apresentados neste trabalho considerou-se velocidade uniforme do obturador.

A rapidez da manobra da válvula pode ser melhor caracterizada, no caso do modelo rígido, pela relação entre o tempo total de duração da mesma, T_c , e o tempo de inércia rígido $T_w = LV_r/(g H_r)$ que, como se viu em 3.2, corresponde ao tempo que tarda uma coluna líquida ideal a acelerar desde o repouso até alcançar uma velocidade V_0 quando submetida a uma diferença de carga constante, H_r , entre os seus extremos. Obtém-se assim o parâmetro inercial

$$\Gamma = \frac{T_c}{T_w} = \frac{g A H_r T_c}{L Q_0} \quad (3.35)$$

Por outro lado, adotando as variáveis adimensionais:

$$h = \frac{H}{H_r} ; v = \frac{V}{V_0} ; t^* = \frac{t}{T_c} \quad (3.36)$$

a equação da coluna rígida vem dada pela expressão

$$\frac{1}{\Gamma} \frac{dv}{dt^*} + h - 1 + h_f v^2 = 0 \quad (3.37)$$

enquanto (3.33) se transforma em

$$v = \tau_i \sqrt{\frac{1}{1-h_f} h} \quad (3.38)$$

A combinação de (3.37) e (3.38) permite escrever

$$\frac{Q(t)}{Q_r} = \tau_i \sqrt{\frac{1}{1-h_f} \left(1 - \frac{1}{\Gamma} \frac{dv}{dt} - h_f v^2 \right)} = \tau_e \quad (3.39)$$

que, tal como (3.34), mostra como a resistência hidráulica e a inércia modificam a característica inerente da válvula, transformando-a na denominada característica efetiva não estacionária (também, como já referido, os efeitos elásticos, quando significativos, contribuem para diferenciar as duas curvas características). Em resumo, de acordo com o modelo rígido, o comportamento do transitório gerado pelo fechamento de uma válvula e, portanto, o carácter da sua solução, depende exclusivamente dos três seguintes fatores:

- curva característica inerente da válvula, τ_i ;
- inércia da coluna líquida (caracterizada pelo parâmetro Γ);
- resistência hidráulica (caracterizada pelo parâmetro h_f).

As equações (3.37) e (3.38) podem ser facilmente resolvidas numericamente, por exemplo, pelo método de Runge-Kutta de ordem 4, para cada tipo de válvula, caracterizada pela sua curva característica inerente, τ_i , para distintos valores dos parâmetros h_f e Γ .

Para se verificar de que forma a inércia modifica a curva característica inerente de uma válvula, a solução daquelas equações para uma válvula com uma característica inerente linear, é apresentada na Figura 3.11 considerando apenas a influência da variação do parâmetro inercial Γ , já que se considerou nula a resistência hidráulica ($h_f=0$). Como é fácil constatar a

influência da inércia na curva característica inerente de uma válvula é semelhante à que ocorria com a resistência hidráulica, ou seja, para valores progressivamente maiores do parâmetro inercial Γ , o caudal através da válvula diminui de forma cada vez mais lenta à medida que se produz o seu fechamento, tornando cada vez menos eficaz o controlo efetivo do caudal por parte da válvula.

A Figura 3.12 resume de forma esquemática as conclusões obtidas no presente apartado em relação à capacidade de regulação das válvulas.

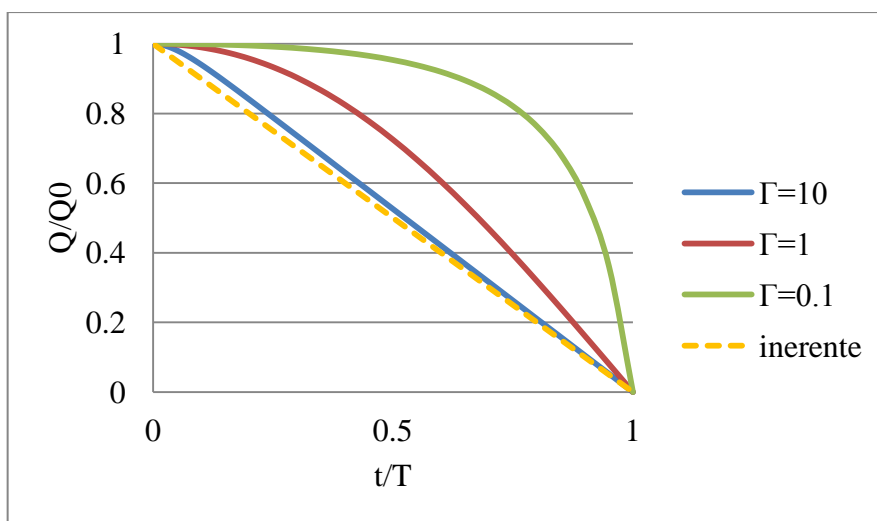


Figura 3.11: Características efetivas não estacionárias, correspondentes a uma curva característica inerente linear e diferentes valores do parâmetro inercial Γ

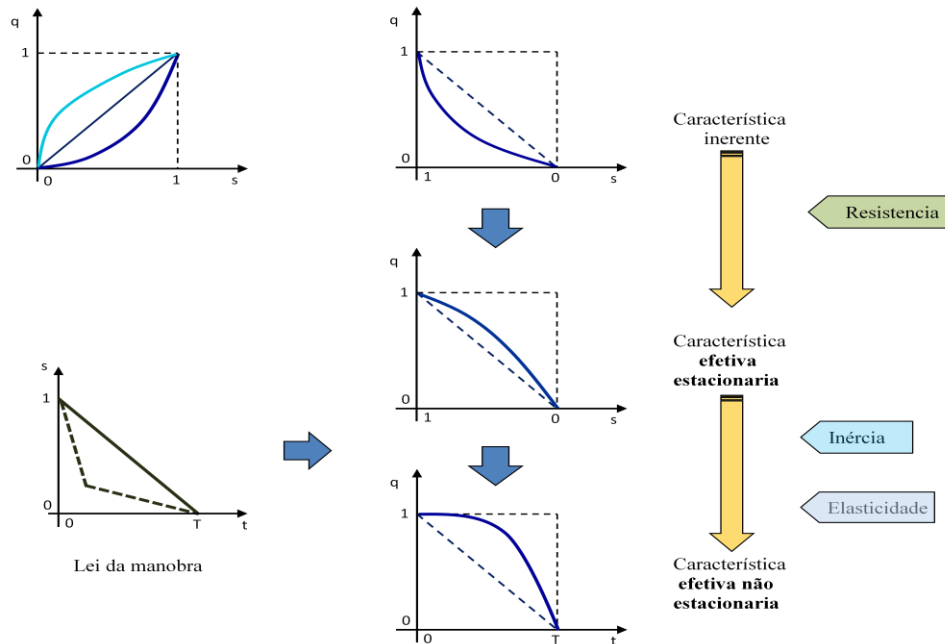


Figura 3.12: Resumo esquemático da influência do efeito estacionário resistência hidráulica e dos efeitos dinâmicos inércia e elasticidade nas curvas características inerentes.

3.4. Sobrepressões originadas pelo fechamento das válvulas (modelo rígido)

Uma conduta pode conter uma grande massa de água. No caso de se pretender levar ao repouso rapidamente uma massa em movimento será necessário criar um forte gradiente de pressões. Por exemplo, o diferencial de pressões requerido para reduzir a quantidade de movimento de uma coluna líquida em movimento (caudal Q_0) a zero num tempo $t=T$ é dado por aplicação da 2ª lei de Newton (a força da massa em movimento é igual à variação da quantidade de movimento na unidade de tempo)

$$\overbrace{(p_1 - p_2) A}^{\text{Força}} = \overbrace{(\rho L A)}^{\text{massa}} \times \overbrace{\frac{(0 - V_0)}{T}}^{\text{aceleração}} \quad (3.40)$$

ou com $\Delta p = p_2 - p_1$,

$$\Delta p = \frac{\rho L V_0}{T} \quad (3.41)$$

Se o tempo T for curto tal conduzirá a elevados diferenciais de pressão, ou seja, se numa conduta de 1000 m se escoar um líquido com uma velocidade de 1 ms^{-1} e se pretender levar

esta coluna ao repouso num intervalo de tempo de 1s, a hipótese de incompressibilidade conduz a um diferencial de pressão de $1000 \times 1000 \times 1/1 = 10^6$ Pa, ou seja, 10 atm! Uma manobra instantânea produziria um diferencial de pressões infinito! Com efeito, apenas no caso de variações graduais de velocidade os efeitos elásticos (na conduta e na coluna líquida) serão pouco relevantes para que se possa considerar a hipótese de incompressibilidade aceitável. No caso geral, ter-se-á que recorrer ao modelo elástico de que se tratará no capítulo seguinte (Capítulo 4).

Para se verificar a influência da inércia no valor das sobrepressões máximas alcançadas, considere-se uma válvula cujo fechamento impusesse na extremidade da conduta uma dada lei de caudal (curva característica efetiva não estacionária). Como é exequível impor uma infinidade de possíveis leis de variação do caudal, vai assumir-se uma relação contínua da forma:

$$Q = Q_0 \left[1 - \left(\frac{t}{T} \right)^m \right] \quad (3.42)$$

na qual o expoente $m \geq 0$ é denominado fator de forma e o tempo característico do contorno T corresponde ao tempo de anulação do caudal.

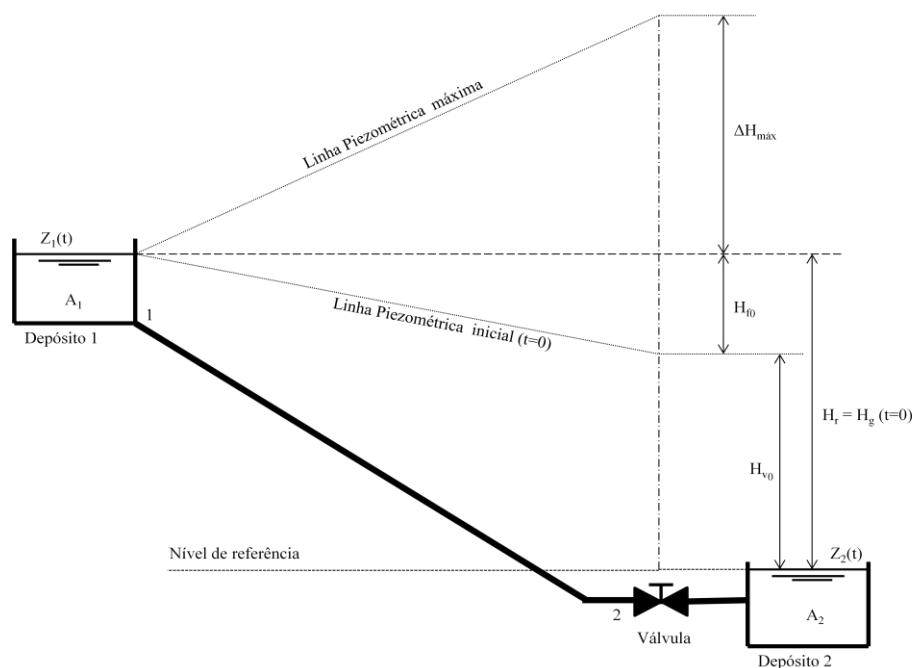


Figura 3.13: Esquema e simbologia do sistema gravítico

Para este caso o modelo rígido permite obter uma solução analítica. De facto, combinando (3.42) com a equação do modelo rígido (2.4) obtém-se:

$$\Delta H = m \frac{LV_0}{gT} \left(\frac{t}{T}\right)^{m-1} - \frac{fL}{2gD} V_0^2 \left[1 - \left(\frac{t}{T}\right)^m\right]^2 \quad (3.43)$$

Introduzindo a carga adimensional $h=H/H_r$ e o parâmetro inicial Γ dado por (3.35), (3.43) escreve-se:

$$\Delta h = m \frac{1}{\Gamma} \left(\frac{t}{T}\right)^{m-1} - h_f \left[1 - \left(\frac{t}{T}\right)^m\right]^2 \quad (3.44)$$

Para $m < 1$ a derivada dV/dt não está definida em $t=0$ o que equivale, do ponto de vista físico, a uma manobra instantânea para a que, como já referido, o modelo rígido proporciona um pulso de pressão infinito.

Se $m \geq 1$, é fácil comprovar que a sobrepressão máxima ocorre sempre no final da manobra, e por isso é independente da resistência hidráulica. O respetivo valor vem dado por:

$$\Delta h_{\max} = m \frac{1}{\Gamma} \quad (3.45)$$

A Figura 3.14 ilustra, para o caso $m=2$ (variação parabólica de caudal), $\Gamma=1$ e $h_f \neq 0$, o modo como a sobrepressão vai evoluindo temporalmente, ao longo da manobra, na seção jusante da conduta e, em simultâneo, como a perda de carga na conduta vai decrescendo ao longo do tempo em face da diminuição do caudal. A título de comparação, mostra-se igualmente o diagrama triangular de sobrepressões correspondente ao caso de se desprezar a resistência hidráulica ($h_f=0$). Como se verifica a sobrepressão máxima é alcançada no final da manobra e é igual para os dois casos.

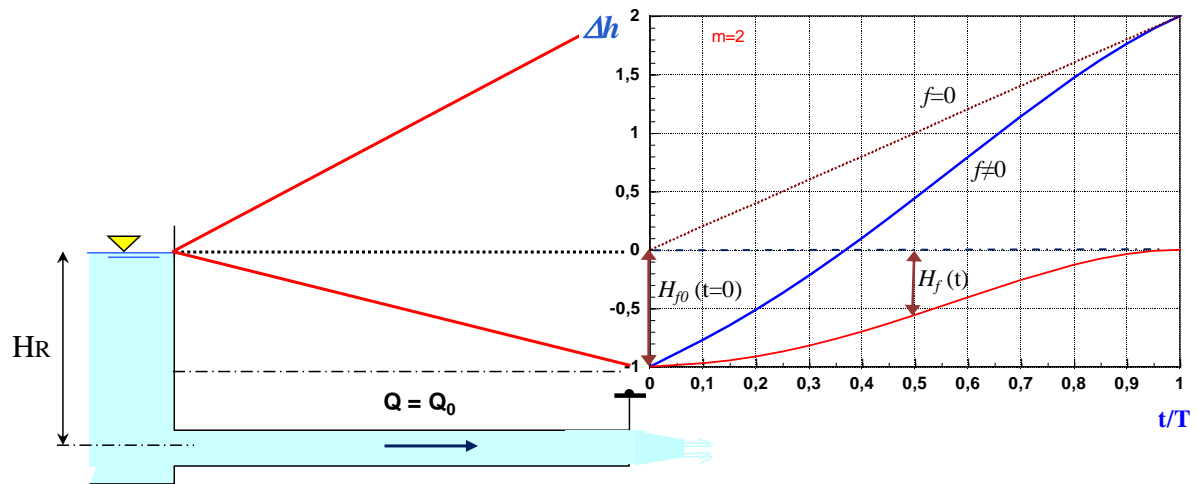


Figura 3.14: Comparação da evolução temporal das sobrepressões na seção jusante de uma conduta impostas por uma diminuição parabólica de caudal considerando ($f \neq 0$) ou não ($f=0$) a resistência hidráulica

Dada a curva característica inerente da válvula o sistema constituído pelas equações (3.37) e (3.38), anteriormente considerado, permite a resolução do problema. A Figura 3.15 apresenta a evolução temporal das sobrepressões ao longo da manobra, para diferentes valores do parâmetro inercial Γ , obtidas numericamente, nas mesmas condições anteriormente admitidas, isto é, considerando uma válvula com uma característica inerente linear e desprezando a resistência hidráulica ($h_f=0$).

Este caso da válvula com característica inerente linear corresponde ao caso clássico estudado por Allievi, para o qual no caso de se desprezar a perda de carga ($h_f=0$) o sistema de equações (3.37) - (3.38) se reduz à seguinte equação diferencial de variáveis separadas:

$$(1-t^*) \frac{d(\Delta h)}{dt^*} = 2(1+\Delta h) - 2\Gamma \sqrt{1+\Delta h} \Delta h \quad (3.46)$$

cuja integração analítica permite obter a sobrepressão máxima adimensional, sempre alcançada no final da manobra, dada pela equação

$$\Delta h_{\max} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\Gamma} \right)^2 + \sqrt{\left(\frac{1}{\Gamma} \right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\Gamma} \right)^4} \quad (3.47)$$

que, uma vez mais, permite verificar a relevância do parâmetro inercial Γ no valor da sobrepressão máxima.

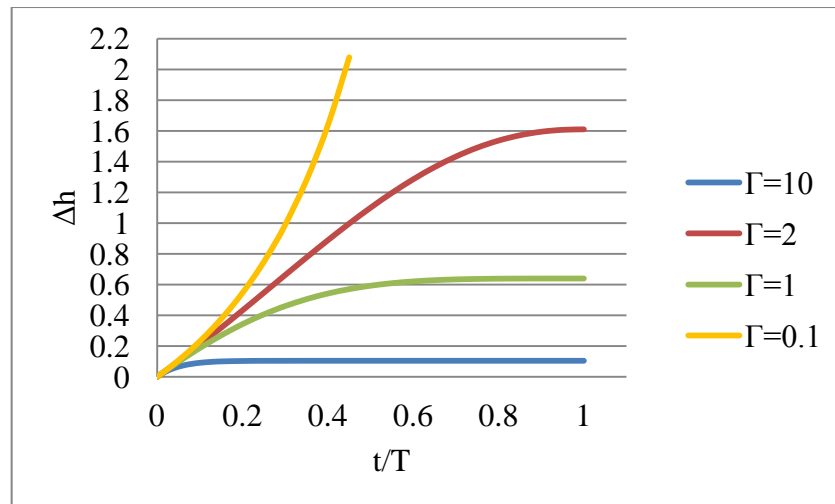


Figura 3.15: Sobrepressões provocadas pelo fechamento de uma válvula (curva característica inerente linear) para diferentes valores do parâmetro inercial Γ

4. MODELO ELÁSTICO

4.1. Análise Qualitativa (descrição do fenómeno)

Com o objetivo de analisar fisicamente o fenómeno do golpe de ariete e descrever o mecanismo de transmissão e reflexão das ondas de pressão, considera-se um sistema simples integrado por um depósito de grandes dimensões (nível constante) que alimenta uma conduta horizontal de comprimento L e características uniformes a qual finaliza numa válvula que descarrega livremente para a atmosfera. A válvula, tal como se esquematiza na Figura 4.1(a), permite a regulação do caudal.

Inicialmente a válvula encontra-se regulada para uma determinada posição fixa (por exemplo, abertura total), enquanto que na conduta circula, em regime permanente, um caudal Q_0 (velocidade média V_0). O respetivo valor depende do nível de água no depósito, H_0 . Para melhor entendimento do fenómeno despreza-se o atrito na conduta, o que equivale a admitir que as oscilações de pressão que se originam após o fechamento da válvula não se amortecem. Por outro lado, despreza-se a altura cinética o que tem como resultado uma linha piezométrica, em regime permanente, horizontal, à qual corresponde uma altura piezométrica (ou pressão, expressa em altura de coluna de fluido) H_0 (Figura 4.1(a)).

Se nas condições anteriores se produz o fechamento total e instantâneo ($T=0$) da válvula (manobra, que embora fisicamente impossível, serve de exemplo didático para abordar o estudo de casos reais) o caudal através da mesma também se anulará instantaneamente (Figura 4.1(b)). Deste modo a condição de contorno a impor na secção jusante da conduta é a de caudal nulo ($Q=0$).

Caso o líquido fosse incompressível e as paredes do tubo rígidas a totalidade da coluna líquida, a montante da válvula, se imobilizaria em bloco e de imediato. Esta possibilidade não é viável do ponto de vista físico, porque a aceleração negativa resultante, tal como a pressão, seria infinita. A propagação instantânea de uma perturbação é apenas uma simplificação da realidade (a qual poderá ser útil na análise simplificada de algumas situações). Num sistema real, uma variação brusca de caudal terá como consequência uma variação de pressão a qual mobiliza a energia elástica acumulada internamente na parede da conduta e na coluna líquida (efeitos elásticos).

Será, assim, necessário introduzir, ainda que tenham valores diminutos, a compressibilidade do líquido e a elasticidade da conduta. Deste modo quando se produz o fechamento da válvula, o líquido em contacto imediato com a mesma (que se poderá visualizar como um elemento cilíndrico de espessura diferencial) imobiliza-se subitamente, convertendo a respetiva energia cinética (devida à velocidade V_0 que possuía) em energia de pressão que se manifesta através de uma sobrepressão, em relação ao valor da piezométrica de regime, de valor ΔH . Inicia-se assim um processo caracterizado por uma transformação alternativa (e cíclica) da energia cinética do fluido em energia elástica que será armazenada tanto na massa fluida como nas paredes da própria conduta em forma de energia elástica de pressão. A quantidade de energia intercambiada neste processo depende da variação de energia cinética (causa) que o transitório introduza no escoamento.

Em consequência da sobrepressão ΔH produzem-se dois efeitos: pequena compressão da água, reduzindo o volume do elemento cilíndrico, e, simultaneamente, pequena dilatação da conduta (efeitos elásticos). Desta forma, o restante fluido que circula no interior da conduta não acusará imediatamente o fechamento da válvula e continuará circulando a idêntica velocidade V_0 , ocupando a porção de espaço deixada livre pela compressão e dilatação do elemento cilíndrico, permitindo assim que possa continuar a entrar fluido no sistema. Ao processo de compressão do primeiro elemento cilíndrico de líquido, segue-se-lhe o do seguinte, de forma que à medida que decorre o tempo após o instante inicial, a paragem e compressão do fluido e a dilatação das paredes do tubo vá alcançando os elementos de fluido que ficam nas condições anteriormente descritas. Em lugar de uma propagação instantânea, verifica-se, assim, a existência de uma perturbação que se propaga no sentido válvula-deposito como uma onda com velocidade finita, denominada celeridade de onda, α . A coluna fluida mais afastada da válvula, continua escoando sem que sua velocidade seja afetada até que o pulso de pressão, que se desloca em direção contrária, a alcance provocando a respetiva imobilização.

Em resumo, um observador movendo-se com o fluido (à velocidade V_0) observa o fenómeno como um pulso de pressão de intensidade ΔH , gerado após o fechamento da válvula, que se propaga para montante a uma velocidade finita α (celeridade). O fluido que se situa atrás da frente da onda fica em repouso a uma pressão $H_0 + \Delta H$, expressa em metros de coluna de água, mca, (Figura 4.1(c)).

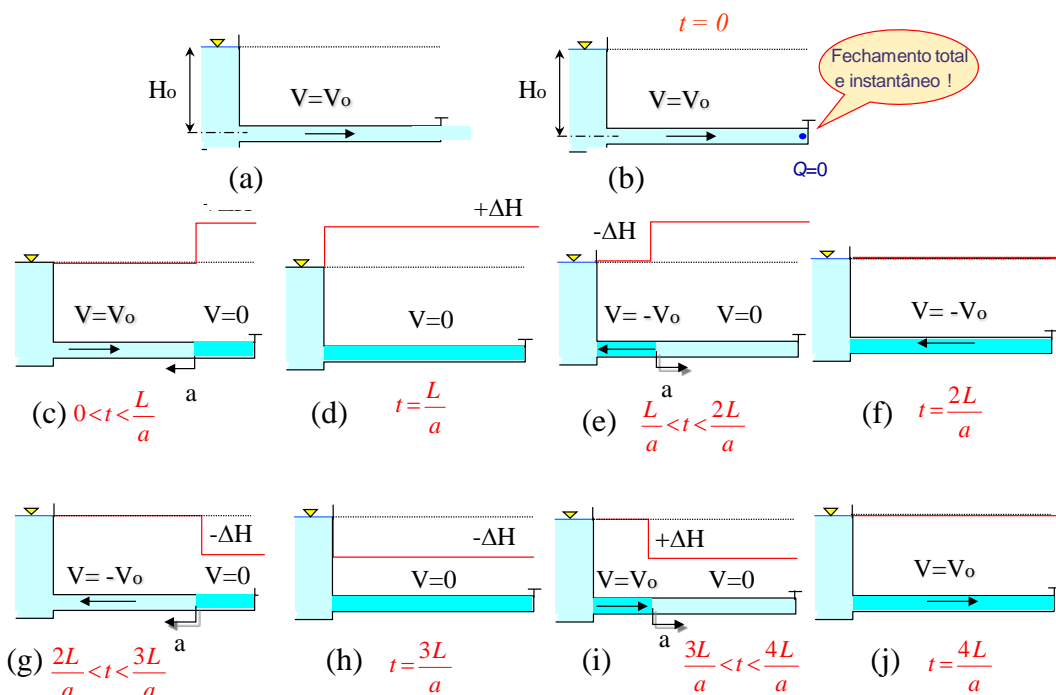


Figura 4.1: Transmissão e reflexão das ondas em diferentes instantes de um ciclo (manobra instantânea). Adaptado de Abreu et al., 2012

Quando a onda de compressão chega, no instante $t=L/a$, ao depósito, toda a massa líquida contida na conduta encontra-se em repouso ($V=0$) e sob os efeitos da sobrepressão ΔH e o tubo totalmente expandido (Figura 4.1(d)). Convém realçar que, na realidade, em relação a um observador fixo, a onda viaja a uma velocidade $a-V_0$. No entanto, como normalmente $a \gg V_0$, não é habitual a consideração deste facto.

Como o depósito (de grandes dimensões) impõe na extremidade montante da conduta uma condição de cota piezométrica constante (igual a H_0), no instante $t=L/a$ produz-se uma situação de desequilíbrio. Este desequilíbrio de pressões tem como consequência, uma aceleração do fluido contido na conduta expandida, o qual inicia o seu retrocesso em direção ao depósito com velocidade V_0 , iniciando-se esse movimento pelo elemento cilíndrico de fluido contíguo à secção de conexão da conduta com o depósito. Nesse elemento a pressão do fluido retoma o valor que tinha antes do fechamento da válvula, a parede do tubo recupera a dimensão original e o líquido adquire uma velocidade igual, mas de sentido contrário, à original (Figura 4.1(e)). Nesta fase, produz-se um novo intercâmbio de energia embora de sentido inverso. A energia elástica armazenada converte-se agora em energia cinética.

Na ausência de perdas, o intercambio devolve ao fluido a velocidade $-V_0$ à custa, claro está, de uma redução de pressão de valor ΔH . O efeito descrito equivale à reflexão do pulso de compressão que, chegado ao depósito, se converte num pulso de descompressão que viaja em direção à válvula a idêntica celeridade a .

A segunda fase completa-se quando no instante $t=2L/a$ a onda chega à válvula, e de novo a totalidade da conduta se encontra sujeita à pressão inicial, H_0 e o fluido circulando à velocidade de regime, embora em sentido contrario, $V = -V_0$ (Figura 4.1(f)). Daí que se denomine, tempo de fase ou período da conduta o período de tempo que tarda a onda de pressão a ir e regressar da válvula ao depósito ($T_{MR}=2L/a$).

O início da terceira fase é originado pela situação instável correspondente ao final da fase anterior, já que quando a onda de descompressão chega à válvula, no instante $t=2L/a$, não é possível a reposição de fluido (estando a válvula fechada não pode haver escoamento através da mesma). Nestas condições o sistema responde tentando compensar a não reposição de fluido (o que avança não é repostado), gerando uma depressão a montante da válvula, de valor $-\Delta H$ mca, em relação à pressão em condições estáticas. Uma depressão que provoca a imobilização do fluido, num processo que recorda o que se seguiu ao fechamento da válvula, mas com uma diferença. A energia cinética que corresponde à velocidade $-V_0$ converte-se em depressão $-\Delta H$, de tal forma que nestas condições viaja em direção ao depósito uma onda depressiva, com celeridade a , que deixa atrás de si o fluido em repouso, com uma pressão $H_0 - \Delta H$ e com a conduta contraída. A válvula, neste caso, refletiu a onda de descompressão mas sem modificar o sinal ao pulso (Figura 4.1(g)).

Ao chegar o pulso $-\Delta H$ ao depósito no instante $t=3L/a$ (Figura 4.1(h)) este, de forma idêntica ao que ocorreu com a onda de compressão, promove a sua reflexão. No entanto, neste caso a onda que viaja em direção à válvula deixa atrás de si o fluido a escoar em direção à válvula a uma velocidade V_0 , submetido a uma pressão igual à inicial e com a conduta no seu estado normal (Figura 4.1(i)), tudo isso propiciado pela nova instabilidade. Porque com a chegada da onda de depressão ao depósito volta a existir um gradiente de pressões entre a conduta e o depósito. O nível de pressões neste é superior ao da conduta, desequilíbrio que se corrige aumentando a velocidade na conduta. Assim, ocorre um novo intercâmbio energético com novo intercâmbio de energia elástica a energia cinética. A pressão, na ausência de perdas de carga, aumenta em ΔH e, pelo contrário, a velocidade, circulando o fluido no sentido inicial, adquire o respetivo valor inicial V_0 .

Após $4L/a$ segundos após o início do transitório, esta quarta onda chega à válvula (Figura 4.1(j)), reproduzindo-se exatamente a situação inicial do instante do fechamento. De novo

começa o processo que, na ausência de perdas de carga, se repetiria ciclicamente de forma indefinida e com período de oscilação $T_p=4L/a$. A presença das perdas de carga faz com que estes ciclos se amortecem progressivamente até se alcançar o valor final de regime permanente.

A partir da precedente descrição poder-se-á representar o historial das cotas piezométricas em qualquer ponto da conduta.

4.2. Influência do tempo de fechamento (T). Manobra rápida e lenta

Na descrição anterior considerou-se um fechamento instantâneo de uma válvula, uma manobra “teórica” que como se referiu facilita a descrição física do fenómeno. Convém recordar que o fechamento instantâneo é uma abstração da realidade porque os órgãos de obturação, por mais rápidos que atuem, sempre exigem um tempo mínimo para completar a obturação do caudal. O tempo de manobra, T , da válvula joga um papel importante no estudo do transitório que gera, pois as sobrepressões e depressões a que estará submetida a conduta dependerão do seu valor. Se a manobra for muito rápida, a válvula fechará por completo antes que retorne a onda de depressão procedente do depósito. Por outro lado se a válvula fechar lentamente, haverá tempo suficiente, antes que se complete a obturação, para que a onda de depressão atue e compense o progressivo aumento da pressão.

Para analisar qualitativamente a influência do tempo de fechamento supõe-se uma manobra de fechamento constituída pela sobreposição de um conjunto de manobras elementares “instantâneas” (Quintela, 1991). Deste modo, o pulso de pressão que se propaga pela conduta será a soma de muitos pulsos de pressão infinitesimais sobrepostos. De algum modo uma manobra real de fechamento numa válvula pode considerar-se a sucessão de pulsos infinitesimais (breves e finitos) no tempo (Figura 4.2). A primeira manobra elementar de redução de secção provoca na válvula uma modificação da velocidade de V para $V-\Delta V$, a qual dá origem a uma sobrepressão inferior à anulação instantânea de velocidade (fechamento instantâneo). Cada manobra gera uma pequena sobrepressão na secção da válvula e uma onda que se propaga em direcção ao depósito (Figura 4.2). A pressão em cada secção, é a resultante das sucessivas variações Δp (ou ΔH) correspondentes às ondas elásticas incidentes e refletidas geradas pelas perturbações elementares.

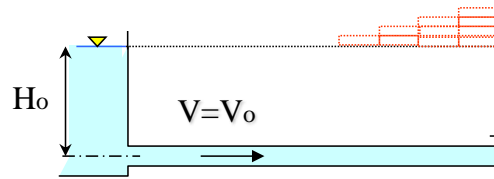


Figura 4.2: Evolução da linha piezométrica após o fechamento da válvula ($T > 0$)

Após a primeira manobra elementar de fechamento da válvula, a primeira onda viaja para montante, em direção ao depósito, onde chega no instante L/a . Aí sofre reflexão, invertendo o sinal do pulso. Pouco tempo depois, em $t=2L/a$, a primeira onda retorna à válvula que a gerou de tal forma que num instante de tempo determinado, a sobrepressão na válvula corresponde à sobreposição das sobrepressões geradas pelas sucessivas manobras elementares e as primeiras depressões que, procedentes do depósito, tenham tido tempo suficiente para regressar.

Assim, se o fechamento se produz num tempo T_1 inferior a $2L/a$ (Figura 4.3), na válvula alcança-se a máxima sobrepressão antes que as primeiras ondas geradas estejam de volta. Obviamente neste caso alcança-se o pulso máximo de Allievi, $\rho a V_0$, soma das ondas infinitesimais geradas pelos sucessivos fechamentos da válvula até ao fechamento total. Este T_1 , embora não seja instantâneo, não impede que se alcance a sobrepressão que corresponde ao fechamento instantâneo. Por isso denomina-se de fechamento rápido.

Se, pelo contrário, o fechamento se produz num tempo T_2 superior a $2L/a$, a válvula ainda não terá completado o fechamento quando as primeiras ondas negativas procedentes do depósito, estejam de volta. Estas ondas negativas de retorno, após nova reflexão na válvula, são origem de novas ondas, também negativas, que de algum modo compensarão as ondas positivas que continua gerando o fechamento da válvula que ainda não se completou. Em consequência, ao não se alcançar a máxima sobrepressão, falar-se-á de fechamento lento.

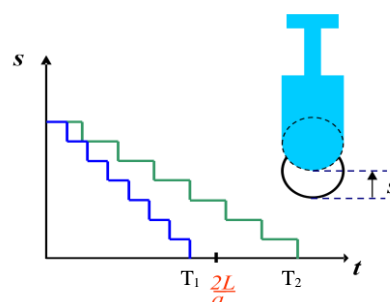


Figura 4.3: Lei de fechamento da válvula

4.3. Comprimento de conduta que suporta a sobrepressão máxima

Numa manobra rápida a sobrepressão máxima alcançada na secção da válvula coincide, como se viu, com a que corresponde ao fechamento instantâneo. No entanto, esta não irá afetar a totalidade da conduta. De facto, a envolvente das pressões máximas (assim se denomina ao lugar geométrico dos pontos das linhas piezométricas correspondentes às pressões máximas e mínimas) é distinta em ambos os casos. No que segue demonstra-se que a zona de conduta que suporta a máxima pressão depende de T e é tanto maior quanto menor seja o tempo de manobra.

A zona de conduta, de comprimento x (Figura 4.4), que suporta a máxima sobrepressão pode determinar-se a partir de um simples balanço de tempos. De facto, poderá verificar-se que a última secção reta que suporta a pressão máxima corresponde ao ponto P (Figura 4.4) no qual se encontram a última onda de pressão gerada pela válvula, Δh_f , e a primeira que regressa, já com o sinal modificado, procedente do depósito, Δh_0 .

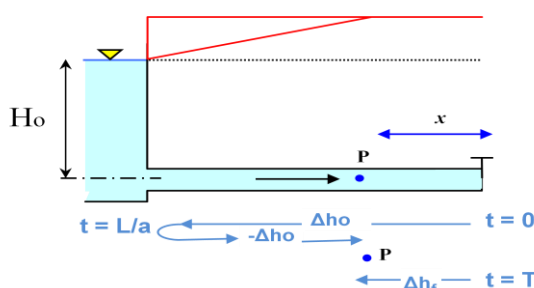


Figura 4.4: Tramo de conduta que suporta a máxima sobrepressão

O balanço de tempos é o seguinte:

- Tempo necessário para Δh_0 atingir o ponto P: $\frac{L}{a} + \frac{L-x}{a}$ (ida mais parte do retorno);
- Tempo necessário para Δh_f atingir o ponto P: $T + \frac{x}{a}$, já que parte da válvula com um atraso de T segundos em relação à onda inicial Δh_0 .

Igualando os tempos, resulta: $x = L - \frac{aT}{2}$, que é o comprimento de conduta que suporta a máxima pressão. Quando $T=0$ (fechamento instantâneo), toda a conduta suporta a pressão máxima ($x=L$) enquanto que se $T=2L/a$ a pressão máxima não se alcança em nenhum ponto

interior da conduta ($x=0$), o que corresponderá ao fechamento lento mais breve possível (Figura 4.4).

A Figura 4.5 resume graficamente a influência do tempo de fechamento T nas linhas piezométricas. Contempla o fechamento instantâneo ($T=2L/a$), rápido ($T<2L/a$), fechamento limite entre rápido e lento ($T=2L/a$) e fechamento lento ($T>2L/a$). Corresponde às envolventes das sobrepressões e depressões máximas.

Quando se pretende dimensionar uma conduta, as envolventes de pressões máximas e mínimas jogam um papel decisivo. Com efeito, da comparação da envolvente de sobrepressões com a linha de pressões máximas que uma conduta admite e, fazendo o mesmo com as depressões, pode concluir-se se o sistema, no seu conjunto, está bem dimensionado. Quando tal não sucede porque, por exemplo, a envolvente das sobrepressões está por cima da curva resistente da conduta, existem duas soluções. Ou tentar baixar as ordenadas da envolvente de sobrepressões máximas (aumentando a proteção do sistema contra o golpe de ariete), ou então instalar uma conduta de superiores prestações aumentando assim as ordenadas da curva resistente. No caso do problema ser consequência de baixas pressões geradas pelo transitório, a mesma reflexão, embora mudando o estritamente necessário, deverá ser aplicada.

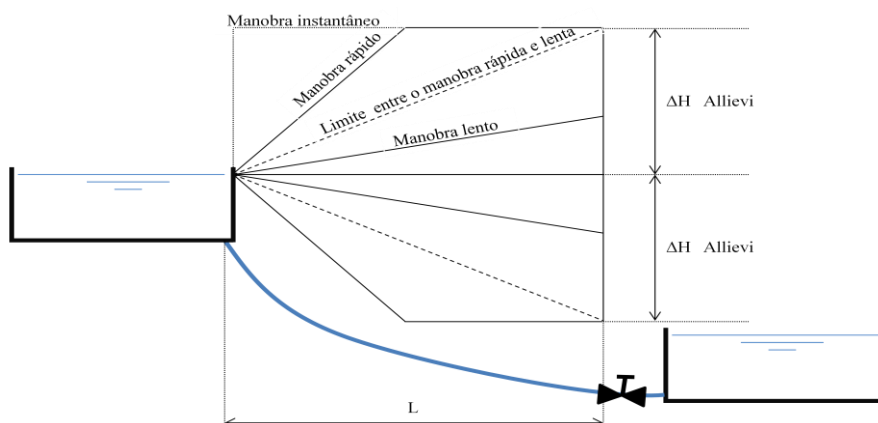


Figura 4.5: Representação esquemática das linhas piezométricas para distintos valores de T

4.4. Celeridade e pulso de Allievi

Na anterior descrição do fenómeno do golpe de ariete, correspondente ao fechamento instantâneo da válvula, foram referidas as grandezas celeridade da onda e pulso de pressão ΔH . Estas duas grandezas estão relacionados com outros parâmetros geométricos e

operacionais da instalação em questão. As equações integrais de continuidade e de quantidade de movimento podem ser aplicadas para obter o valor do pulso de pressão produzida por uma dada mudança de velocidade do fluido ΔV (e também o valor da celeridade).

O valor do pulso de Allievi fornece o valor da sobrepressão máxima gerada numa conduta devido a uma dada alteração instantânea na velocidade do fluido (embora tal não seja rigorosamente verdadeiro, já que existem outros fenómenos que podem incrementar esse valor da pressão, como a cavitação ou a não uniformidade do perfil de velocidade numa seção reta).

Considere-se o fluido a circular, em regime permanente, com uma velocidade V_0 e uma altura piezométrica constante H_0 (Figura 4.6). Se em vez de se fechar por completo e instantaneamente a válvula, se fechar parcialmente a mesma e a velocidade se reduzir para $V_0 + \Delta V$, a sobrepressão gerada será ΔH (pulso Allievi). A manobra de fechamento parcial da válvula origina, de imediato, o aparecimento de uma onda de pressão que, como se viu, viaja para montante, na direção do reservatório, com uma velocidade a relativa ao fluido (a velocidade em relação a um sistema de referência fixo será $a-V_0$). A Figura 4.6 (a) corresponde a um “zoom” da zona da frente da onda, num instante compreendido no intervalo de tempo $0 < t < L/a$.

O método utilizado para analisar a propagação das ondas depende da perspetiva como as equações são escritas: observador estacionário, observador que viaja à velocidade da água ou observador viajando com a velocidade da onda . Neste último caso a situação será estacionária (Figura 4.6 (b)), equivalente à situação transitória da Figura 4.6 (a). A velocidade a utilizar na equação da quantidade de movimento deverá ser uma velocidade relativa (entre o fluido e a superfície de controlo) \mathbf{V}_r , ou seja, a velocidade do fluido vista por um observador que se move com o volume de controlo, a uma velocidade \mathbf{V}_{vc} . Por sua vez esta velocidade estará referida a um sistema de coordenadas fixo, em relação ao qual o fluido se move à velocidade absoluta \mathbf{V} (White, 1994). Ambas estão relacionadas pela equação: $\mathbf{V} = \mathbf{V}_r + \mathbf{V}_{vc}$.

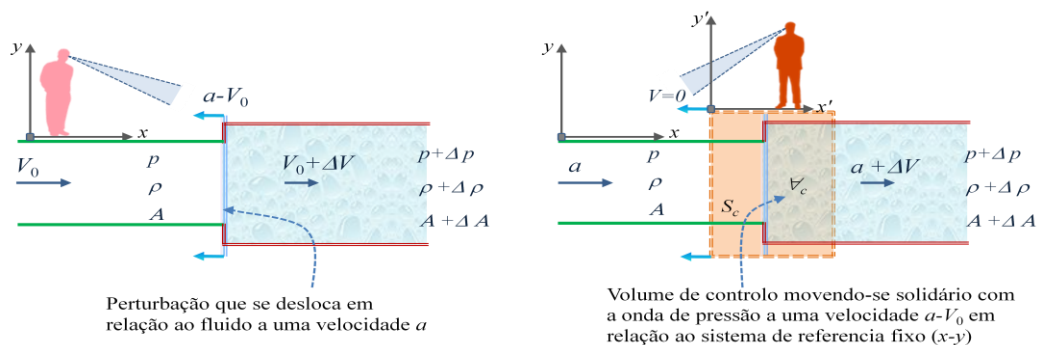


Figura 4.6: (a) frente de onda); (b) volume de controlo movendo-se com a frente de onda

Ao aplicar a equação de continuidade (2.4) ao volume de controlo da Figura 4.6 (b) obtém-se:

$$\rho a A = (\rho + \Delta\rho)(a + \Delta a)(A + \Delta A) \quad (4.1)$$

Por outro lado, por aplicação da segunda lei de Newton, após substituir o termo do somatório das forças exteriores pela resultante das forças de pressão (recorde-se que as forças gravitacionais e de atrito na direção do eixo da conduta não têm qualquer contribuição, de acordo com as hipóteses formuladas)

$$\sum F = -(p + \Delta p)A + pA = -\Delta p A \quad (4.2)$$

poder-se-á obter:

$$-\Delta p A = (\rho + \Delta\rho)(a + \Delta a)(A + \Delta A)^2 - \rho A a^2 \quad (4.3)$$

Introduzindo a equação de continuidade (4.1) a equação acima é simplificada para:

$$-\Delta p A = \rho A a(a + \Delta a) - \rho A a^2 \quad (4.4)$$

logo,

$$\Delta p = -\rho a \Delta V \quad (4.5)$$

onde o sinal negativo põe em evidência tratar-se de um aumento da pressão (isto é, Δp positivo) correspondente a uma diminuição da velocidade (ΔV negativo) e vice-versa.

Quando se trabalha com a cota piezométrica em vez da pressão, pode obter-se uma outra forma alternativa, que muitas vezes é expressa o valor do pulso de Allievi

$$\Delta H = -\frac{a \Delta V}{g} \quad (4.6)$$

No caso de um fechamento instantâneo e completo da válvula (4.6) será correspondente a

$$\Delta H = \frac{a \Delta V}{g} \quad (4.7)$$

uma vez que, neste caso, temos $\Delta V = -V_0$.

O segundo parâmetro chave para a análise de um regime transitório é o valor da celeridade ou velocidade de propagação dos pulsos de pressão. A obtenção da celeridade é imediata a partir de um balanço de volumes. Na verdade (4.1) pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{\rho + \Delta\rho}{\rho} \frac{A + \Delta A}{A} \frac{a + \Delta V}{a} = 1 \quad (4.8)$$

equivalente a:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} + \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta V}{a} = 0 \quad (4.9)$$

Tendo em conta, de acordo com (4.5), que $\Delta p = -\rho a \Delta V$

$$a^2 = \frac{1}{\frac{\Delta\rho}{\Delta p} + \frac{\rho}{A} \frac{\Delta A}{\Delta p}} = \frac{1}{\rho(C^* + D^*)} \quad (4.10)$$

em que, como veremos, os valores de C^* e D^* permitem relacionar os efeitos elásticos (variações de ρ e da secção A) com a causa que os gera: as variações de pressão. No entanto, analisando as funções desconhecidas primitivas verifica-se que estas três equações contêm cinco incógnitas: $p(x, t)$, $\rho(x, t)$ e $A(x, t)$. Portanto, para este problema em particular, precisa-se de duas relações mais complementares, as equações constitutivas do fluido (equação de estado) e da conduta.

4.4.1. Equações constitutivas do fluido e da conduta

Em contraste com o que acontece nos gases, a equação do estado de um líquido não pode ser estabelecida, em geral, por princípios físicos. Para superar esta dificuldade, usam-se modelos “teóricos” simplificados que representam aproximações suficientes para o comportamento das funções termodinâmicas necessárias para o cálculo (Abreu et al., 2012).

O fluxo isotérmico é um caso particular do escoamento “barotrópico”, isto é, a densidade depende apenas da pressão ρ , $\rho = \rho(p)$, o que permite a introdução de uma grande simplificação na resolução do problema, pois cada partícula de fluido em equilíbrio termodinâmico pode ser determinada pelo valor de uma única variável termodinâmica. No caso mais geral de um

escoamento barotrópico, pode-se definir (Lighthill, 1978; Almeida e Koelle, 1992) a compressibilidade do fluido, C^* , tal como a variação relativa da densidade por unidade de aumento de pressão,

$$C^* = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dp} \quad (4.11)$$

que é a equação constitutiva para o caso de o fluxo de fluido barotrópica.

Além disso, o módulo de elasticidade (compressibilidade) volumétrico do fluido isotérmico, K , é definido por

$$K = \rho \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_T \quad (4.12)$$

onde dp representa uma variação de pressão (causa), que corresponde a uma variação relativa da densidade (efeito), $d\rho/\rho$, a uma temperatura constante (White, 1991). Logo,

$$C^* = \frac{1}{K} \quad (4.13)$$

O módulo volumétrico é expresso com as mesmas dimensões que a pressão. A ordem de grandeza de K (varia ligeiramente com a pressão e temperatura), particularizando para a água (White, 1991): $K = 2,2 \times 10^9 \text{ N/m}^2$.

Por outro lado, semelhante ao conceito de compressibilidade pode ser definida a distensibilidade de uma conduta ou canal (Lighthill, 1978; Almeida e Koelle, 1992), como a variação relativa da área por unidade de aumento de pressão

$$D^* \approx \frac{1}{A} \frac{\Delta A}{\Delta p} = \psi \frac{D}{E e} \quad (4.14)$$

que constitui a equação constitutiva de uma conduta de secção constante.

Substituindo os valores de C^* e D^* dados, respetivamente, pelas equações (4.13) e (4.14) e substituindo na (4.10), pode deduzir-se a seguinte expressão para o valor da celeridade a ,

$$a = \frac{\sqrt{\frac{K}{\rho}}}{\sqrt{1 + \psi \frac{K D}{E e}}} \quad (4.15)$$

onde o numerador representa a velocidade de propagação do som num meio fluido infinito e o denominador representa o coeficiente de correção aplicado aquele valor pelo facto do meio não ser infinito e sim confinado ao interior de uma conduta.

4.5. Método das características aplicado ao modelo elástico simplificado

Nos casos em que é necessário resolver as equações diferenciais (2.13) do golpe de aríete o método mais utilizado para o efeito é o método das características. Este método permite a transformação do sistema de equações às derivadas parciais (2.13) no seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias (EDOs)

$$dH \pm \frac{a}{gA} dQ \pm \frac{f}{2gDA^2} Q/Q dx = 0 \quad (4.16)$$

válido ao longo das retas características: $\frac{dx}{dt} = \pm a$.

Introduzindo os conceitos de impedância característica $B = \frac{a}{gA}$ e coeficiente de resistência de

um tramo computacional de conduta: $R = \frac{f \Delta x}{2gDA^2}$, o sistema anterior escreve-se:

$$dH + B dQ + \frac{R}{\Delta x} Q/Q dx = 0 \quad \text{sobre} \quad C^+ : \frac{dx}{dt} = a \quad (4.17)$$

$$dH - B dQ - \frac{R}{\Delta x} Q/Q dx = 0 \quad \text{sobre} \quad C^- : \frac{dx}{dt} = -a \quad (4.18)$$

A *impedância característica*, B , pode ser relacionada facilmente com os parâmetros característicos dos efeitos dinâmicos capacitância (C_{eq}) e inércia fluida (I) através de:

$$B = \frac{a}{gA} = \frac{I}{C_{eq}} \quad (4.19)$$

De certa forma o parâmetro (dimensional) *impedância característica* B mede o valor relativo dos efeitos inerciais e elásticos.

Para integrar (4.17)-(4.18) devemos escolher uma malha de cálculo na qual as retas características, C^+ e C^- , se fazem coincidir com as diagonais dos retângulos determinados pela malha, como ilustra a Figura 4.7. Basta forçar a relação: $\Delta t = \Delta x/a$ ($C_N=1$). Desta forma, para além de simplificar o processo de cálculo evitam-se problema inerentes à interpolação, em particular a dispersão e a difusão numéricas.

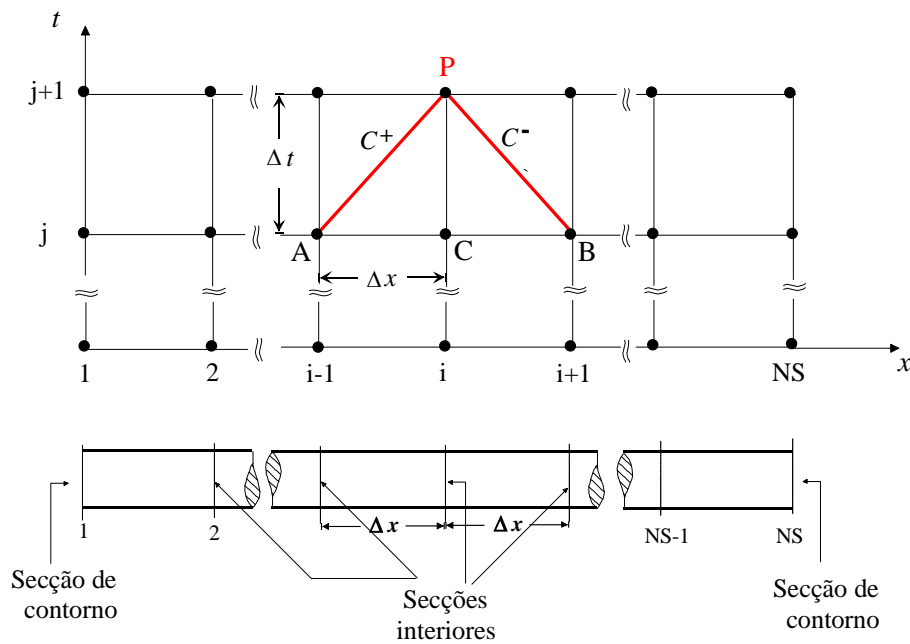


Figura 4.7: Discretização de um elemento conduta e do plano $x-t$ para resolução de um transitório através do modelo elástico.

A integração de (4.17) sobre C^+ e de (4.18) sobre C^- , conduz a:

$$\begin{aligned} (H_P - H_A) + B (Q_P - Q_A) + \int_A^P \frac{R}{\Delta x} Q/Q \, dx &= 0 \\ (H_P - H_B) - B (Q_P - Q_B) - \int_B^P \frac{R}{\Delta x} Q/Q \, dx &= 0 \end{aligned} \quad (4.20)$$

equações algébricas, válidas no plano (x,t) , respetivamente, ao longo das linhas características C^+ e C^- . As equações (4.20) são uma representação exata de (2.13)-(4.15) no subespaço

definido pelas linhas características. Por outras palavras, ao longo das linhas características os resultados obtidos por (4.20) seriam exatos se as variações de caudal $Q(x)$ fossem conhecidas ao longo das mesmas ou no caso de se desprezarem as perdas de carga. Tal resulta do facto do cálculo exato (analítico ou numérico) dos integrais de (4.20) exigir o conhecimento, ao longo das linhas características, dos valores das funções integradas. Como em geral, na prática, a verdadeira distribuição de $Q(x)$ ao longo das características não é conhecida os integrais terão de ser calculados, de forma aproximada, através de métodos de integração numérica.

Admitindo, em primeira aproximação, que o escoamento é puramente turbulento (perda de carga proporcional ao quadrado do caudal e $R=\text{constante}$) as equações (4.20) escrevem-se na forma

$$\begin{aligned} H_p - H_A + B(Q_p - Q_A) + R F_{AP} &= 0 \\ H_p - H_B - B(Q_p - Q_B) - R F_{BP} &= 0 \end{aligned} \quad (4.21)$$

onde:

$$F_{AP} = \frac{1}{\Delta x} \int_A^P Q |Q| dx \quad \text{e} \quad F_{BP} = \frac{1}{\Delta x} \int_B^P Q |Q| dx \quad (4.22)$$

A resolução prática do problema reduz-se então a determinar uma forma que ajuste, de modo adequado, os integrais (4.22). Entre as diferentes expressões alternativas que têm sido utilizadas para o cálculo numérico destes integrais, a partir dos caudais nos pontos A, B e P da rede de cálculo, a mais simples (a que aparece nas obras clássicas de Wylie e Streeter (1983) e Chaudhry (1987)) consiste na utilização do Método de Euler explícito (regra do retângulo)

$$F_{AP} \approx Q_A |Q_A| \quad ; \quad F_{BP} \approx Q_B |Q_B| \quad (4.23)$$

A substituição de (4.23) em (4.21) conduz a:

$$H_p = C_p - B Q_p \quad \text{ao longo de } C^+ \quad (4.24)$$

e

$$H_p = C_m + B Q_p \quad \text{ao longo de } C^- \quad (4.25)$$

onde os parâmetros C_p e C_m são definidos por:

$$C_p = H_A + B Q_A - R Q_A / |Q_A| \quad \text{e} \quad C_m = H_B - B Q_B + R Q_B / |Q_B|$$

onde de novo R designa o coeficiente de resistência correspondente a um tramo Δx de conduta, isto é, $R = \frac{f \Delta x}{2 g D A^2}$.

Como consequência da aplicação do método das características a conduta é dividida num conjunto de trechos de comprimento Δx , cujos extremos recebem o nome de secções. Nelas os valores do caudal e carga deverão ser determinados. Um elemento conduta terá em geral $NS=N+1$ secções, sendo N o número de trechos a considerar após a sua discretização. A integração das equações diferenciais básicas conduz, então, à substituição do meio contínuo unidimensional (conduta) por um meio discreto equivalente (secções) - ver Figura 4.7. Por sua vez, as secções presentes em cada conduta podem ser divididas em dois grupos: as *secções fronteira ou de contorno*, localizadas em cada uma das extremidades da conduta, e as restantes, cujo número dependerá das características de cada conduta e da discretização efetuada, que designaremos por *secções interiores*.

A transmissão de informação num elemento conduta uniforme, que se processa em cada instante t , é obtida através da variação do caudal (Q) e da carga (H) em cada secção i da referida conduta.

De acordo com o MC tal é conseguido fazendo com que as características propaguem em cada instante a informação a qualquer ponto genérico P no qual converjam, a partir dos valores de Q e H nos pontos A e B num instante anterior.

A descodificação das informações enviadas por A através da equação (4.24) e por B da equação (4.25) é efetuada no ponto P no instante $t + \Delta t$ na forma:

$$H_P = \frac{C_p + C_m}{2} \quad (4.26)$$

e

$$Q_P = \frac{C_p - C_m}{2B} \quad (4.27)$$

Deste modo, os valores Q_P e H_P podem ser determinados em todas as secções interiores, mediante a informação transmitida de um instante ao seguinte através das linhas características.

No entanto, os valores nas secções de contorno não se conseguem obter se não se especifica Q ou H , ou uma relação auxiliar entre ambas (ou ainda um conjunto de expressões que relacionem as variáveis Q e H e em certos casos outras variáveis auxiliares) em cada um dos extremos da conduta. Estas relações, que proporcionam informação adicional entre as variáveis básicas do problema Q e/ou H em cada secção fronteira da conduta, são as *condições de contorno*.

4.6. Equações adimensionais do modelo elástico simplificado

As equações diferenciais (2.13) do golpe de aríete podem ser adimensionalizadas, adotando em substituição das variáveis dependentes (V e H) e independentes (x e t) as seguintes variáveis reduzidas:

$$v = \frac{V}{V_0}, \quad h = \frac{H}{H_r}, \quad x' = \frac{x}{L}, \quad t' = \frac{t}{\frac{L}{a}} \quad (4.28)$$

O sistema (2.13) toma então a seguinte forma adimensional:

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t'} + 2\rho \frac{\partial v}{\partial x'} = 0 \\ 2\rho \frac{\partial v}{\partial t'} + \frac{\partial h}{\partial x'} + h_f v |v| = 0 \end{cases} \quad (4.29)$$

onde

$$\rho = \frac{a V_0}{2 g H_r} \quad e \quad h_f = \frac{H_f}{H_r} \quad (4.30)$$

são, respetivamente, o parâmetro de conduta de Allievi e o parâmetro de resistência (resistência relativa).

O parâmetro ρ de Allievi expressa o quociente entre a sobrepessão de Allievi (Joukowsky), ΔH_j , e o dobro da altura de referência H_r . Pode igualmente expressar como a relação entre o tempo de inércia rígida, T_w e o período característico da conduta $T_e = 2L/a$.

Fisicamente, ρ representa uma medida da importância relativa dos efeitos elásticos e inerciais. Em geral, se ρ é muito superior à unidade, as forças de inércia (aceleração) devidas ao carácter não estacionário do escoamento predominam e justifica-se desprezar os efeitos elásticos.

4.7. Fechamento lento. Fórmula de Michaud

O valor máximo da sobrepressão que se alcança num fechamento lento pode ser calculado a partir das equações diferenciais do golpe de ariete. No entanto, têm sido propostas fórmulas aproximadas que proporcionam, com maior ou menor precisão, aquele valor máximo. Entre as mais conhecidas está a de Michaud.

A análise que segue centra-se de novo no sistema hidráulico descrito anteriormente, alimentado por um depósito de grandes dimensões, e com o caudal (velocidade) regulado por uma válvula situada no extremo jusante. A máxima sobrepressão de Michaud ($\Delta H_{\max} \equiv \Delta H_M$), determina-se supondo que a mesma se alcança na válvula em $t=2L/a$ (instante em que começam a chegar as ondas negativas) e admitindo que a velocidade diminui linearmente seguindo a lei representada na Figura 4.8.

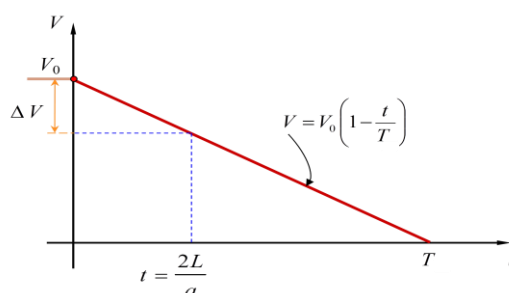


Figura 4.8: Lei linear de velocidade imposta a jusante da conduta

Com estas hipóteses, a diminuição temporal de velocidade que tem lugar ao se atingir $t=2L/a$ virá dada por:

$$\Delta V = V\left(t = \frac{2L}{a}\right) - V_0 = V_0 \left(1 - \frac{2L}{aT}\right) - V_0 \quad (4.31)$$

à qual corresponde uma sobrepressão na válvula, calculada através da expressão de Allievi (2.25), dada por:

$$\Delta H_M = \frac{2LV_0}{gT} \quad (4.32)$$

Convém ressaltar que a fórmula de Michaud (4.32) baseia-se numa hipótese de difícil cumprimento. Como se viu, a diminuição de velocidade do fluido na conduta é o efeito, e não

a causa, da redução gradual da secção de passagem da válvula. A uma “manobra linear de fechamento do obturador” não tem porque corresponder uma diminuição linear de velocidade. Impor esta lei de variação da velocidade em função do tempo (e portanto do caudal, Q) é o que se conhece como condição de contorno fonte de caudal e, tal como o caso de fechamento instantâneo, é uma hipótese ideal. O interesse de ambos casos limite reside em facilitar tanto a compreensão das estratégias de controlo (uma lei de caudal está associada à curva característica inerente de uma válvula) como análises qualitativas que permitem uma melhor compreensão do fenómeno.

Considerando a lei contínua de variação de caudal (3.42) o modelo elástico permite demonstrar que tanto para $m=1$ (lei linear de caudal) como para $m=2$ (lei parabólica de caudal) o valor da sobrepressão máxima coincide com o valor da fórmula de Michaud. Para valores intermédios ($1 < m < 2$), a sobrepressão real é inferior à calculada pela fórmula de Michaud, pelo que sempre se estará do lado da segurança, o que explica sua ampla difusão. No entanto, para $m > 2$ a sobrepressão real é superior à que proporciona a expressão de Michaud. A Figura 4.9 ilustra as condições de validade, que convém conhecer bem porque, caso contrário, pode propiciar algumas surpresas. De facto geralmente admite-se que com $T > 2L/c$ (fechamento lento), as máximas sobrepressões são limitadas pelo valor de Michaud mas, tal como se afirmou, se $m > 2$ pode não ser assim.

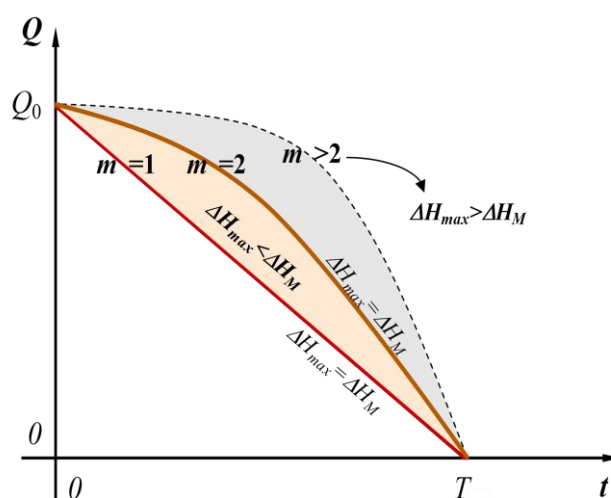


Figura 4.9: Leis de velocidade e domínios de aplicação da fórmula de Michaud.

5. CONDUTAS ELEVATÓRIAS

5.1. Introdução

Os regimes transitórios assumem especial importância no projeto de conduatas elevatórias, que são, em geral, componentes fundamentais dos sistemas em alta. Os regimes variáveis nas conduatas elevatórias são, na maioria dos casos, motivados por alterações no funcionamento dos grupos eletrobomba. Assim, sempre que se verifica uma alteração nas condições de funcionamento de uma conduata elevatória (variação da velocidade do grupo, entrada em funcionamento de um novo grupo, interrupção súbita do fornecimento de energia), o respetivo escoamento assume as características de um regime transitório durante um período de tempo mais ou menos longo.

Um dos objetivos da análise dos regimes transitórios na fase de projeto das conduatas elevatórias é assim o da verificação da não ocorrência de pressões extremas que excedam as pressões admissíveis, por forma a evitar a rotura ou as deformações excessivas das paredes das conduatas. O projetista deve começar por avaliar o comportamento do sistema sem dispositivos de proteção contra o golpe de aríete, em especial na secção imediatamente a jusante dos grupos e nos pontos altos. Em cada secção, o valor da pressão mínima indicará se há possibilidade de ocorrerem pressões inferiores à pressão atmosférica (ou mesmo cavitação ou rotura da veia líquida) e o valor da pressão máxima terá de ser comparado com o correspondente à pressão de serviço admissível para o tipo de material na conduata em análise.

5.2. Caracterização dos grupos eletrobomba

As bombas permitem a conversão de energia mecânica rotativa, usualmente fornecida por um motor elétrico, em energia mecânica (hidráulica) transmitida ao fluido. O fluido sai de uma bomba com pressão superior à inicial porque a bomba lhe transmitiu a energia recebida no seu eixo. A potência absorvida é a potência livre no eixo, ou seja, a potência absorvida da rede multiplicada pelo rendimento do motor elétrico, dada pela expressão: $P_{eixo} = M \omega$, sendo M [N.m] o binário no eixo e ω [rad/s] a correspondente velocidade de rotação dada por $\omega = \frac{2\pi}{60} N$.

Por outro lado, a potencia transmitida ao fluido designada de potencia útil é dada por:

$$P_u = \gamma Q H_b. \quad (5.1)$$

Se não existissem perdas as duas potências seriam iguais. Na prática a potência útil é sempre inferior. O rendimento global da bomba é então definido por:

$$\eta = \frac{P_u}{P_{eixo}} = \frac{\gamma Q H_b}{M \omega}. \quad (5.2)$$

O comportamento de uma bomba, tanto em regime estacionário como transitório, é descrito pelas respectivas curvas características, as quais traduzem as relações existentes entre as diferentes variáveis que definem as condições de operação de uma bomba e que podem ser divididas em duas categorias:

- Variáveis hidráulicas [caudal, Q , e altura de elevação, H_b];
- Variáveis mecânicas [velocidade de rotação da bomba, N , binário resistente atuante da bomba, M , ou potencia do eixo, P_{eixo}].

Estas variáveis estão relacionadas entre elas através de (5.2). Para a obtenção das curvas características, devem ser escolhidas para variáveis independentes, uma variável hidráulica e uma variável mecânica. As restantes variáveis serão definidas como funções dessas duas variáveis independentes. Normalmente a velocidade de rotação, N , e o caudal, Q , são escolhidas para variáveis independentes, pelo que o conhecimento, por exemplo, das funções:

$$H_b = H_b(Q, N) \text{ e } M = M(Q, N) \quad (5.3)$$

permitem definir as características operacionais da bomba (curvas características).

Em regime variável a variação da velocidade de rotação do grupo é caracterizada pela seguinte equação dinâmica (equação das massas giratórias):

$$I_g \frac{d\omega}{dt} = M_m - M \quad (5.4)$$

sendo M_m e M os binários motor e resistente no instante t para o qual a velocidade angular das massas giratórias, de momento de inercia I_g , é ω [rad/s].

Uma situação que requer especial atenção é a saída de serviço de uma bomba em consequência de uma falha de energia. Supondo que o binário motor se anula no instante em que cessa a alimentação do motor, a velocidade de rotação irá decrescer progressivamente até se anular.

Igualando-se, para efeito de cálculo, o binário resistente à soma do binário hidráulico com o binário resultante de outro tipo de atrito, permite calcular a evolução da velocidade de rotação do grupo através pela seguinte expressão:

$$M = -\frac{\pi}{30} I_g \frac{dN}{dt}. \quad (5.5)$$

A equação dinâmica (5.5) combinada com as curvas características (5.3) constituem as equações da máquina. Nelas aparecem quatro variáveis: Q , H_b , N e M .

5.3. Curvas características adimensionais

As curvas características (5.3) são, em geral, fornecidas pelos fabricantes das bombas para a zona de bombagem normal, com base em valores obtidos em ensaios em regimes permanentes. Para o funcionamento fora da zona de bombagem normal a informação acerca do comportamento das bombas é difícil de obter, sendo a expressão matemática das relações (5.3) obtida por ajustamento de curvas a alguns pontos obtidos por via experimental.

Por aplicação da teoria de semelhança entre máquinas com semelhança geométrica embora com diferentes dimensões, é possível organizar os dados empíricos de forma a caracterizar completamente o comportamento de famílias de máquinas semelhantes. Tal permite tratar de forma geral problemas que, de outra forma, se reduziriam a um estudo caso a caso sem qualquer possibilidade de utilização racional da informação obtida num caso, para a sua utilização noutros. Actualmente a metodologia mais robusta de tratar a informação é a utilização das curvas adimensionais desenvolvidas por Marchal, Flesch e Suter (1965) e por Suter (1966).

As várias famílias de bombas com características semelhantes podem ser identificadas e distinguidas em função do denominado “*número de forma*” (adimensional) que se define segundo a expressão:

$$Kn = \frac{\omega\sqrt{Q}}{(gH)^{3/4}}, \quad (5.6)$$

onde ω é a velocidade angular em (rad/s), enquanto que Q e H definem o ponto de funcionamento da bomba (caudal e altura).

As curvas características (5.3) formuladas de forma adimensional são definidas por:

$$WH(x) = \frac{h}{\alpha^2 + q^2} \quad ; \quad WB(x) = \frac{\beta}{\alpha^2 + q^2} \quad (5.7)$$

Onde q é o caudal reduzido e α a velocidade de rotação reduzida. O ângulo $x = \pi + \arctg\left(\frac{q}{\alpha}\right)$, variando entre 0 e 2π . Em geral uma bomba pode trabalhar em qualquer ponto do intervalo $0 < x < 2\pi$.

Os valores referentes ao ponto de melhor rendimento são denominados condições nominais do funcionamento da bomba. Usando estes valores como referência podem definir-se as seguintes variáveis reduzidas:

$$h=(H/H_r); \quad q=(Q/Q_r); \quad \alpha=(N/N_r); \quad \beta=(M/M_r) \quad (5.8)$$

onde H , Q , N e M representam, respetivamente, os valores instantâneos da altura da bomba, caudal, velocidade de rotação do grupo e binário no eixo, enquanto que o índice r pretende representar as mesmas variáveis definidas no ponto de maior rendimento (condições nominais).

As funções $WH(x)$ e $WB(x)$ são disponibilizadas sob a forma de tabelas ou de gráficos. As curvas adimensionais desenvolvidas inicialmente por Marchal, Flesch e Suter, estabelecem o valor da altura reduzida e do binário reduzido em função do caudal e da velocidade de rotação.

Apresentam-se de seguida graficamente as funções $WH(x)$ (Figura 5.1) e $WB(x)$ (Figura 5.2) para alguns valores do “numero de forma”.

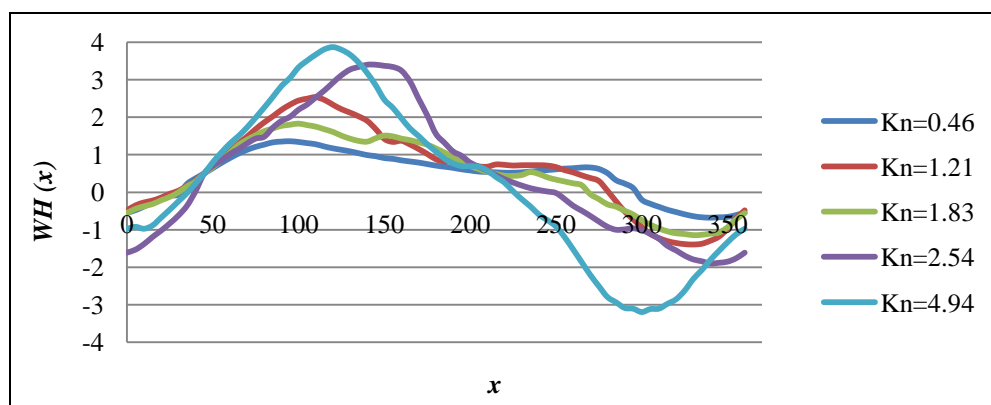


Figura 5.1: curvas adimensionais de alturas para diferentes números de forma

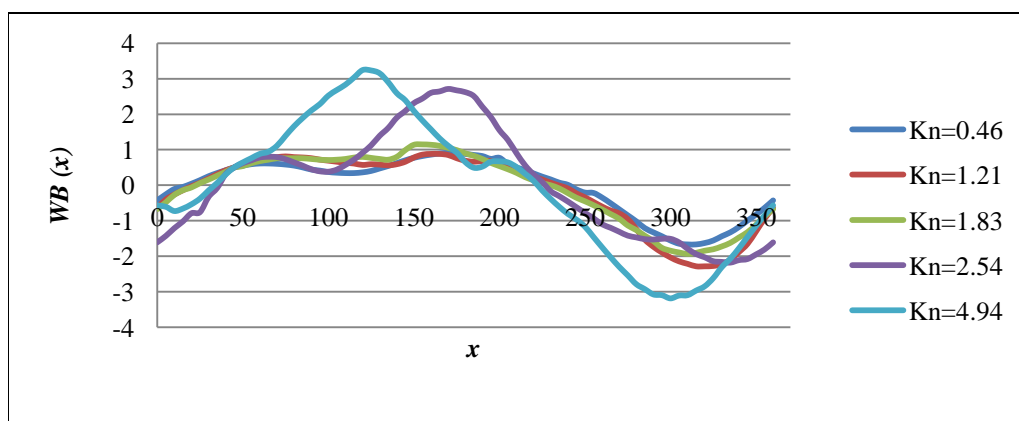


Figura 5.2: curvas adimensionais de binário para diferentes números de forma

5.4. Momento de inércia

O valor do momento de inércia das massas girantes, I_g (Kg.m^2), parâmetro da equação (5.5), tem especial importância na análise do golpe de aríete. A inércia das massas girantes beneficia, como se verá, de um modo significativo as condições da conduta elevatória durante o regime variável decorrente da interrupção do fornecimento de energia ao motor do grupo eletrobomba. A inércia dos grupos pode ser aumentada com a introdução de uma massa adicional (volante de inércia) que poderá funcionar como dispositivo de proteção (Almeida 1982).

O momento de inércia das massas girantes I_g é definido por: $\sum_{i=1}^n m_i \times r_i^2$, sendo m (Kg) a massa acoplada ao eixo do grupo resultante da decomposição da massa total em n massas de configurações geométricas mais simples e r (m) a distância do centro de gravidade da massa i ao eixo do grupo. Para determinar o valor do momento de inércia para uma aplicação em particular é necessário conhecer o valor da potência no eixo, $P \equiv P_{eixo}$, e da velocidade de rotação N . A potência P pode relacionar-se com a altura de elevação H e o caudal Q através da equação (5.2) do rendimento, η , como:

$$P = \frac{\gamma Q H}{\eta} \quad (5.9)$$

As principais massas girantes acopladas ao eixo de cada eletrobomba são as do motor e do impulsor da bomba que deverão ser fornecidas pelos fabricantes. Na falta desta informação, os valores podem ser estimados através das seguintes expressões obtidas por Thorley e Faithfull (1992):

- Momento de inercia das bombas: $I_g = 0.034 \left(\frac{P}{N^3} \right)^{0.84}$ (5.10)

- Momento de inercia de motores: $I_g = 0.0043 \left(\frac{P}{N} \right)^{1.48}$ (5.11)

Através destas equações é possível obter o intervalo onde possivelmente se encontra o valor do momento de inercia.

Alguns dos textos de base referentes a escoamentos transitórios utilizam o parâmetro PD^2 [Kgfm²] em vez do momento de inercia I , sendo $PD^2 = 4gI$.

5.5. Análise de acordo com o modelo rígido

Adotando o modelo rígido o movimento da coluna líquida é caracterizado, uma vez mais, pela equação de Bernoulli para escoamento não estacionário (2.12) que neste caso se escreve:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{gA}{L} \left(H_b - H_g - \frac{fL}{2gDA^2} |Q|Q \right) \quad (5.12)$$

na qual $H_b=H_b(t)$ é a altura instantânea fornecida pela bomba ($H_{b0}= H_r$). As restantes variáveis foram já definidas previamente.

A solução do problema a partir do modelo rígido passa pela resolução simultânea de (5.12) e da equação dinâmica da bomba (5.5). Tal como no caso do fechamento de uma válvula para generalizar o procedimento e sistematizar os resultados efetua-se a adimensionalização das equações. Utilizando as variáveis reduzidas (5.8) e considerando $t^*=t/T_w$, a equação (5.5) pode reescrever-se como:

$$\frac{d\alpha}{dt^*} = -\frac{M_r T_w}{\omega_r I} \beta = -\frac{T_w}{T_m} \beta = -\frac{1}{\Gamma_b} \beta \quad (5.13)$$

onde T_m é o tempo de inércia mecânica da bomba (Kinno e Kennedy, 1965; Donsky et al., 1979), que representa o tempo que decorre entre a falha energética e a paragem das masas rodantes na hipótese que o binário resistente M_R não varie.

$$T_m = \left(\frac{2\pi}{60} \right)^2 \frac{I \eta_r N_r^2}{\gamma H_r Q_r} \quad (5.14)$$

A adimensionalização de (5.5) introduz assim de forma natural o parâmetro de inercia, Γ_b , que a partir dos dados iniciais do problema se exprime como:

$$\Gamma_b = \frac{T_m}{T_w} = \left(\frac{2\pi}{60} \right)^2 \frac{g I \eta_r N_r^2}{\gamma L V_r Q_r} \quad (5.15)$$

A analogia entre Γ_b e Γ (utilizado para as válvulas) resulta evidente. O tempo de anulação do caudal na secção da bomba (que no caso da válvula coincidia com o respetivo tempo de manobra, T) não é aqui conhecido a priori, e deve ser substituído por um tempo função das características hidráulicas e de inércia dos grupos, T_m . Assim é possível caracterizar, após a anulação do binário motor, a rapidez de variação do caudal. Parmakian (1963) inclui na sua análise o inverso do tempo mecânico T_m denominando-o de parâmetro da bomba K_I , enquanto que a notação aqui adotada de tempo mecânico T_m pode ser encontrada em Kinno e Kenedy (1965).

Desde um ponto de vista energético (Almeida, 1981) o parâmetro Γ_b representa a relação entre a energia cinética das massas girantes da bomba e a energia cinética inicial (em regime permanente) da coluna líquida, corrigida pelo rendimento do grupo nas condições de referência.

A partir de (5.12) e (5.5), e tendo em consideração (5.7) e (5.8), obtém-se o seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias:

$$\frac{dq}{dt^*} - (\alpha^2 + q^2) WH(x) + 1 + h_f (q^2 - 1) = 0 \quad (5.16)$$

$$\frac{d\alpha}{dt^*} = -\frac{1}{\Gamma_b} (\alpha^2 + q^2) WB(x) \quad (5.17)$$

Assim, de acordo com o modelo rígido, o comportamento do transitório é função de:

- Curvas características da bomba, $WH(x)$ y $WB(x)$;
- Parâmetro de inercia, Γ_b ;
- Perda de carga, representada por h_f .

5.6. Análise de acordo com o modelo elástico

Como se referiu em 4.6, as relações que proporcionam informação adicional entre as variáveis básicas do problema Q e/ou H em cada secção fronteira da conduta, são as *condições de contorno*. As equações características da bomba (5.7) e a equação das massas girantes (5.5) são as equações adicionais que substituem a falta da equação característica C^+ . Resolvidas em simultâneo com a equação característica C^- (4.25), permitem obter o sistema não-linear:

$$\begin{cases} Z_M - H_B + B Q_B - R Q_B / Q_B / -B Q_r q + H_r (\alpha^2 + q^2) WH(x) = 0 \\ (\alpha^2 + q^2) WB(x) + \beta_{i-1} + \frac{\pi I_g N_r}{15 \Delta t T_r} (\alpha - \alpha_{i-1}) = 0 \end{cases} \quad (5.18)$$

que fornece, em cada instante de cálculo t , o caudal, q , e a velocidade de rotação, α , da bomba.

Efetuada diferentes simulações utilizando (5.16) e (5.17), ou seja, o modelo rígido verificou-se que a influência do segundo fator aí apontado, o parâmetro de inércia Γ_b é capital e, por isso é merecedora da maior atenção. Após a interrupção de energia elétrica, a bomba continua a girar no sentido direto devido ao efeito da energia cinética residual das massas girantes (motor, bomba e água no interior da bomba). Uma parte desta energia é cedida à coluna líquida e embora seja insuficiente para manter o escoamento contra a carga resistente, retarda

o instante de anulação do caudal. No decurso deste processo e como consequência da redução de velocidade de rotação, o caudal e a carga à saída da bomba diminuem.

Considerando uma bomba do tipo centrífuga, caracterizada, por exemplo, por um número de forma $Kn=1.83$, e considerando nulas as perdas de carga, foi possível traçar a curva apresentada na Figura 5.3 que ilustra como a subpressão máxima relativa na secção da bomba vai diminuindo para valores crescentes de Γ_b (bombas com maiores inércias). Como também se ilustra na Figura, utilizando o modelo elástico, os valores das subpressões são, em geral, pouco alterados. À medida que o valor do parâmetro elástico ρ de Allievi aumenta (o que significa uma diminuição da importância relativa dos efeitos elásticos) as curvas correspondentes ao modelo elástico tendem para a curva representativa do modelo rígido.

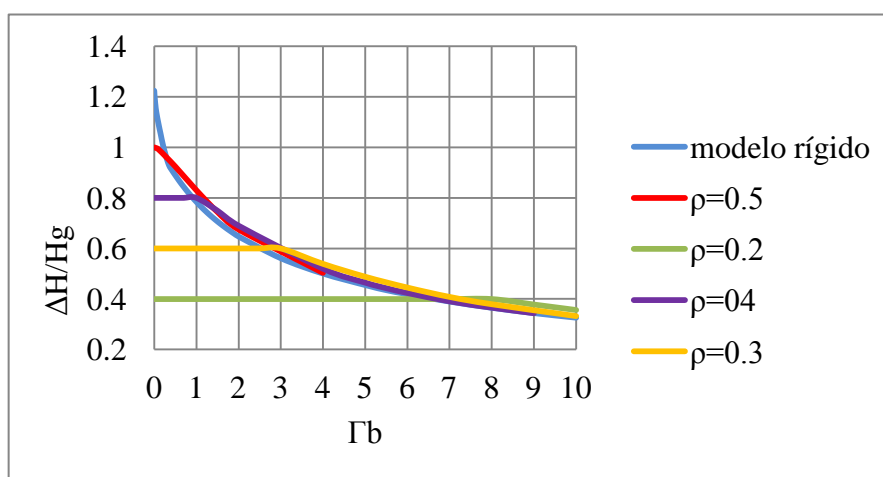


Figura 5.3: Comparação das subpressões máximas relativas na bomba obtidas pelos modelos rígido e elástico para diferentes valores do parâmetro inercial, Γ_b , e elástico, ρ

5.7. Metodologia simplificada de Mendiluce

5.7.1. Introdução

As fórmulas simplificadas de Michaud e Allievi, tal como ocorria para as válvulas, também poderão ser utilizadas para determinar aproximadamente as envolventes de pressão no caso das elevatórias (Figuras 5.4 e 5.5) se for conhecido o tempo de anulação do caudal, T . No caso de uma manobra rápida ($T < 2L/a$) utilizar-se-á o valor correspondente à expressão de Allievi, exceto num troço de comprimento $x = aT/2$ em que as sobrepressões (subpressões) variaram

linearmente até ao reservatório (Figura 5.4). No caso de se tratar de uma manobra lenta, a sobrepressão máxima, na secção da bomba, corresponderá à obtida pela expressão de Michaud e assumir-se até ao reservatório (Figura 5.5).

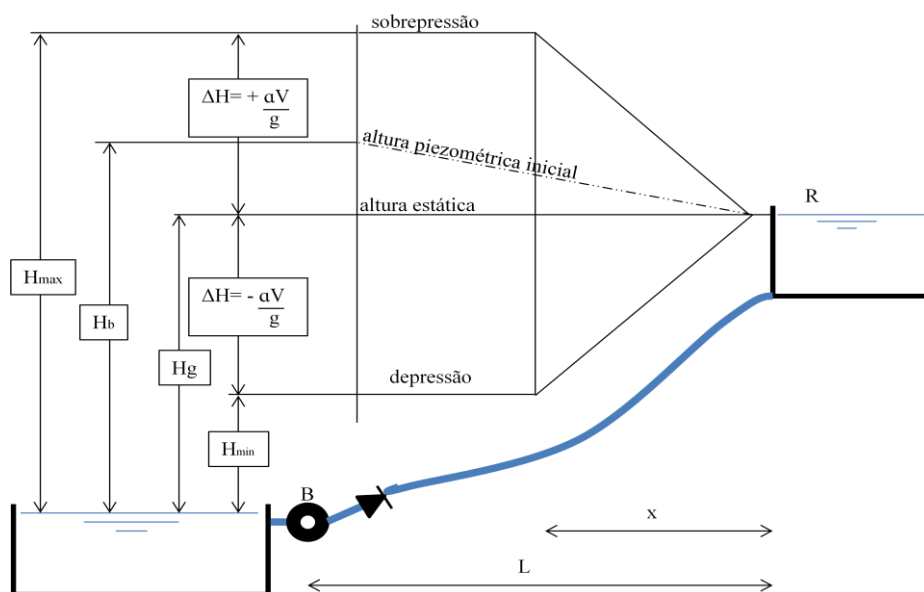


Figura 5.4: Manobra rápida

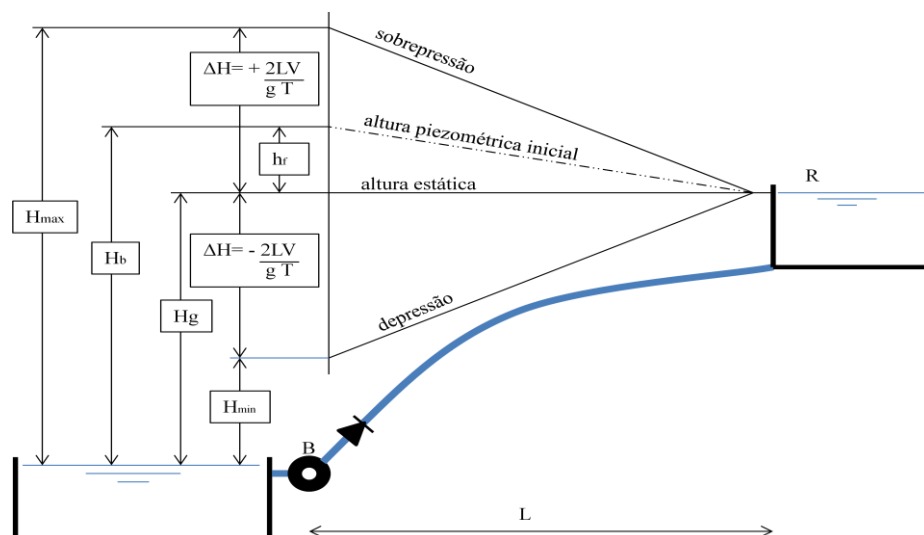


Figura 5.5: Manobra lenta

O problema reside então na determinação do tempo de anulação do caudal, T . Em 1965 Mendiluce publica a sua fórmula do tempo de anulação do caudal numa conduta elevatória

(Mendiluce, 1965), expressão que teve grande popularidade em toda a Península Ibérica (e também no Brasil e na América Latina) e que, por isso, é merecedora da atenção que seguidamente se lhe presta. Através de uma série de artigos posteriores Mendiluce introduz melhoramentos na sua expressão inicial, estando toda a informação recolhida num trabalho de síntese final (Mendiluce, 1987).

Em Portugal, onde a expressão de Mendiluce foi muito utilizada, Almeida (1981, 1982, 1991) dedica-lhe grande atenção e propõe fórmulas alternativas.

Como anteriormente se concluiu, em muitos casos o modelo rígido pode originar uma boa aproximação ao problema. Por isso, os resultados da metodologia anteriormente exposta permitem verificar a validade da principal contribuição de Mendiluce, o tempo de anulação da coluna líquida, em cuja expressão apenas intervêm parâmetros do sistema próprios do modelo rígido.

5.7.2. O balanço rígido de Mendiluce

O balanço "rígido" de Mendiluce (1972) supõe igualar a energia cinética inicial (da coluna de água e do grupo elevatório) ao trabalho realizado pelas forças gravíticas e tangenciais (dissipativas) entre os instantes inicial e final (anulação do caudal), admitindo no cálculo um decrescimento linear da velocidade (caudal) da coluna rígida. Obteve assim a seguinte expressão, aqui denominada expressão "teórica" do tempo de anulação do caudal

$$T_{teórico} = \frac{LV + \frac{PD^2 \omega^2 \eta}{8Q}}{g \left(H + \frac{JL}{2} \right)} \quad (5.19)$$

Para obter a equação (5.19) foi efetuado o seguinte raciocínio. A energia cinética da coluna líquida no instante da falha de energia vem dada pela expressão:

$$E_c = \frac{1}{2} mV^2 = \frac{1}{2} \rho \frac{\pi D^2}{4} LV^2 = \frac{\gamma QLV}{2g} \quad (5.20)$$

Por outro lado, a energia correspondente à inércia do grupo elevatório transmitida á coluna líquida será dada por:

$$E_i = \frac{1}{2} I \omega^2 \eta \quad (5.21)$$

ou, com $I = \frac{1}{2} \frac{PD^2}{4g}$,

$$E_i = \frac{PD^2 \omega^2 \eta}{16g} \quad (5.22)$$

A energia da gravidade é dada por :

$$E_g = m g H = \rho \frac{Q}{2} T g H = \gamma \frac{Q}{2} T H \quad (5.23)$$

supondo, como já referido, que o caudal se anula de forma linear num tempo T .

Por último tem-se a energia dissipada por atrito, que virá dada pela seguinte expressão:

$$E_\gamma = \int_0^T \alpha \frac{Q^3}{T^3} t^3 dt = \frac{\alpha Q^3 T^4}{4 T^3} = \frac{Q J T}{4} \quad (5.24)$$

Efetuando o balanço de energias, $E_c + E_i = E_g + E_\gamma$, obtém-se:

$$\frac{Q L V}{2g} + \frac{P D^2 \omega^2 \eta}{16g} = \frac{Q H T}{2} + \frac{Q J}{4} T \quad (5.25)$$

equação que resolvida em ordem a T permite obter a expressão (5.19).

5.7.3. A expressão “experimental” de Mendiluce

A equação (5.19) pretendeu justificar, por via analítica, a respetiva fórmula 'experimental' apresentada alguns anos antes (Mendiluce, 1965)

$$T_{experimental} = C + \frac{K L V}{g H_m}, \quad (5.26)$$

Nesta expressão C e K são coeficientes de carácter experimental (Mendiluce, 1965). O coeficiente C é obtido em função do declive H_m/L , ($H_m = H + JL$), sendo os seus valores dados na Figura 5.6.

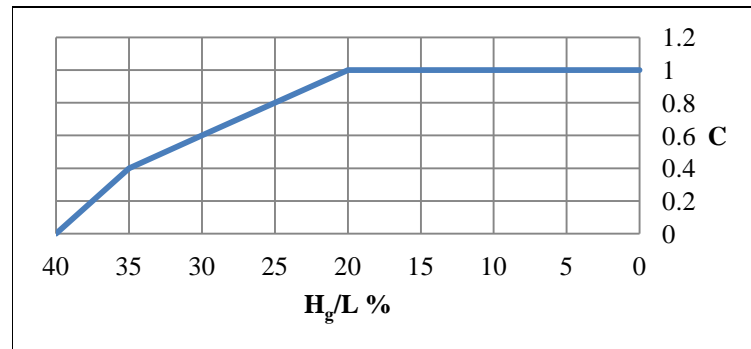


Figura 5.6: Valores do coeficiente C

O coeficiente K pretendia, de acordo com Mendiluce, representar o efeito da inércia do grupo. Também estes valores são obtidos experimentalmente (Figura 5.7).

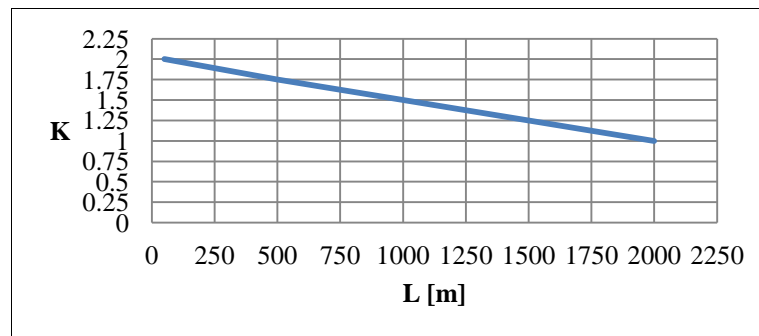


Figura 5.7: Valores do coeficiente K

5.7.4. Análise das expressões do tempo de anulação do caudal de Mendiluce

A equação (5.19) pode ser expressa em função do parâmetro inercial Γ_b , como:

$$T_{teórico} = (1 + \Gamma_b) \frac{LV_r}{g \left(H_g + \frac{JL}{2} \right)} \quad (5.27)$$

ou, considerando a perda de carga nula,

$$\frac{T_{teórico}}{T_w} = 1 + \Gamma_b \quad (5.28)$$

A equação (5.28) é comparada na Figura 5.8 com os correspondentes resultados obtidos pelo modelo rígido. Como se verifica os resultados são discrepantes, tanto mais quanto maior o valor do parâmetro inercial Γ_b . Como se explica esta discrepância de resultados?

Antes de responder à pergunta anterior, apresenta-se na Figura 5.9 a comparação de resultados no que se refere às subpressões máximas relativas na secção da bomba. Neste caso os resultados são bem menos discrepantes. Porquê?

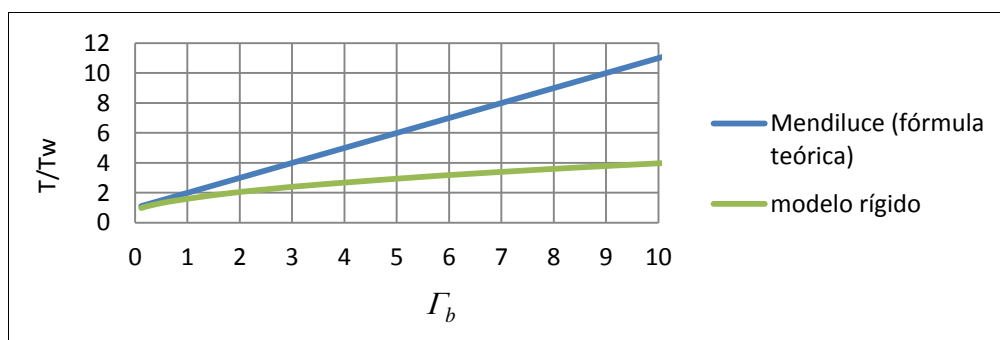


Figura 5.8: Comparação dos tempos relativos de anulação do caudal (T/T_w)

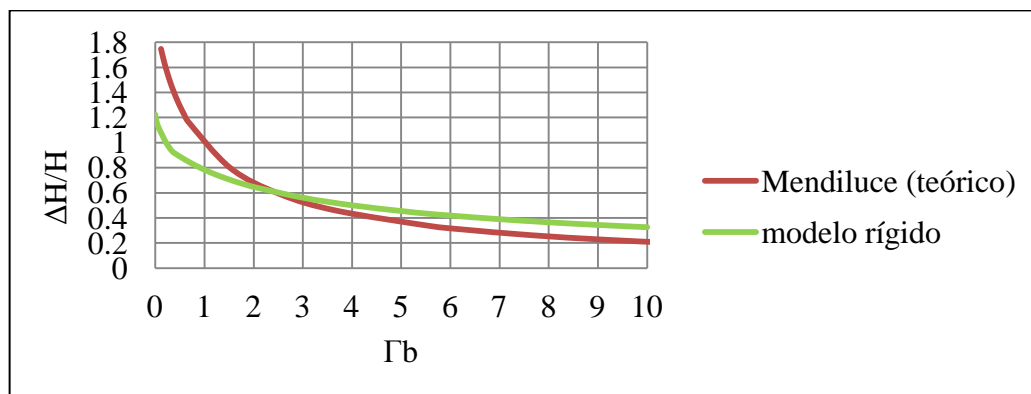


Figura 5.9: Comparação das subpressões máximas relativas na secção da bomba

Para dar resposta às perguntas anteriores, há que começar por assinalar que a metodologia de Mendiluce é inconsistente, uma vez que utiliza um balanço energético do modelo rígido (despreza os efeitos da elasticidade da conduta e do fluido) mas, no entanto, utiliza para o cálculo das subpressões (sobrepções) expressões próprias do modelo elástico.

Como se pode verificar através de simulações numéricas (tanto com o modelo rígido como com o elástico) no momento de anulação do caudal (fechamento da válvula de retenção) os rotores dos grupos elevatórios ainda estão em rotação. Essa velocidade de rotação residual é tanto maior quanto maior o valor do parâmetro inercial Γ_b . Como no balanço energético Mendiluce contabiliza a energia cinética das massas girantes na sua totalidade esta poderá ser uma explicação, pelo menos parcial, para os valores mais elevados por ele obtidos.

A resposta à segunda pergunta: porque é que a nível das subpressões os resultados se aproximam? tem que ver com a inconsistência da metodologia já anteriormente referida. Ao utilizar o modelo rígido e supondo uma variação linear de caudal na extremidade da conduta elevatória o valor da subpressão (sobrepessão) a considerar deveria ser, de acordo com a expressão (3.43) exatamente metade do valor previsto pela fórmula de Michaud. A conjugação dos dois erros (de sinais contrários) tendem a compensar-se e, assim, permitir um valor de subpressão mínima mais de acordo com calculado pelo modelo rígido, como se verifica no gráfico da Figura 5.9.

As Figuras 5.10 e 5.11 apresentam o resultado de um conjunto vasto de simulações efetuadas com a fórmula “experimental” (5.26) para uma grande gama de variação de parâmetros do problema (comprimento e diâmetro da elevatória, velocidade de escoamento, ...) de forma a poder comparar os resultados obtidos pela mesma com os resultados anteriores. Conclui-se que, em geral, a fórmula “experimental” tende a aumentar ainda mais os tempos relativos de anulação do caudal (o que corresponde a aumentar o erro dos mesmos) de forma a que a compensação anteriormente referida corrija um pouco mais os valores das subpressões e as aproxime dos valores corretos.

Em conclusão, a metodologia simplificada proposta por Mendiluce consegue em vários casos práticos aproximar o valor das subpressões (sobrepensões) máximas dos valores reais à custa de um cálculo errado do tempo de anulação do caudal (e de uma compensação de erros). O facto do tempo de anulação do caudal estar errado pode, em alguns casos, ter graves consequências pois, como foi referido, é este o tempo que vai permitir classificar a manobra de “rápida” ou “lenta”.

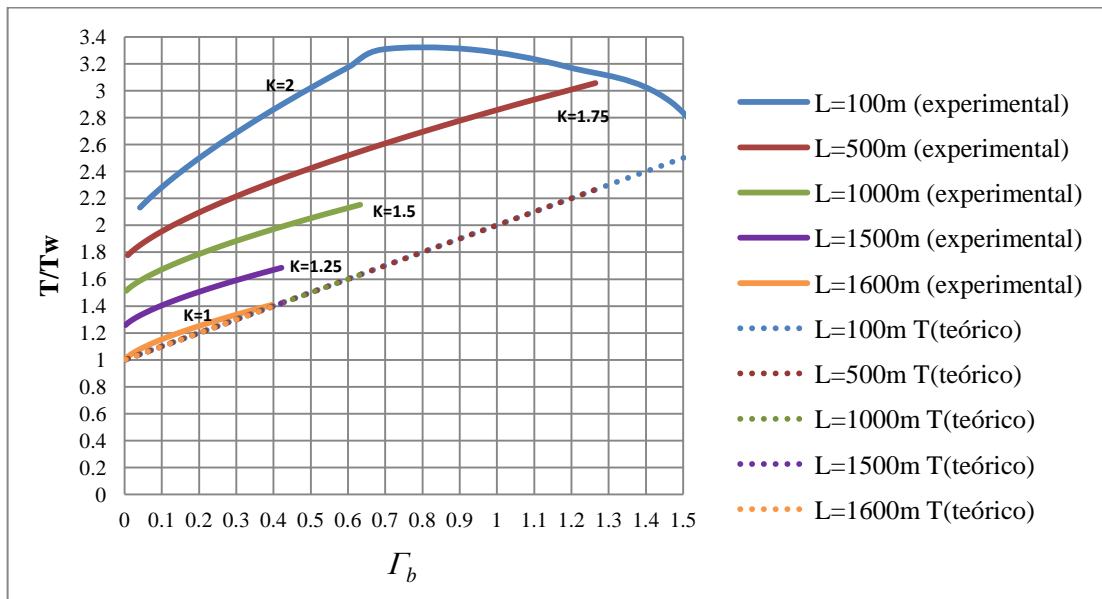


Figura 5.10: Fórmula experimental. Comparação dos tempos de anulação do caudal (T/T_w)

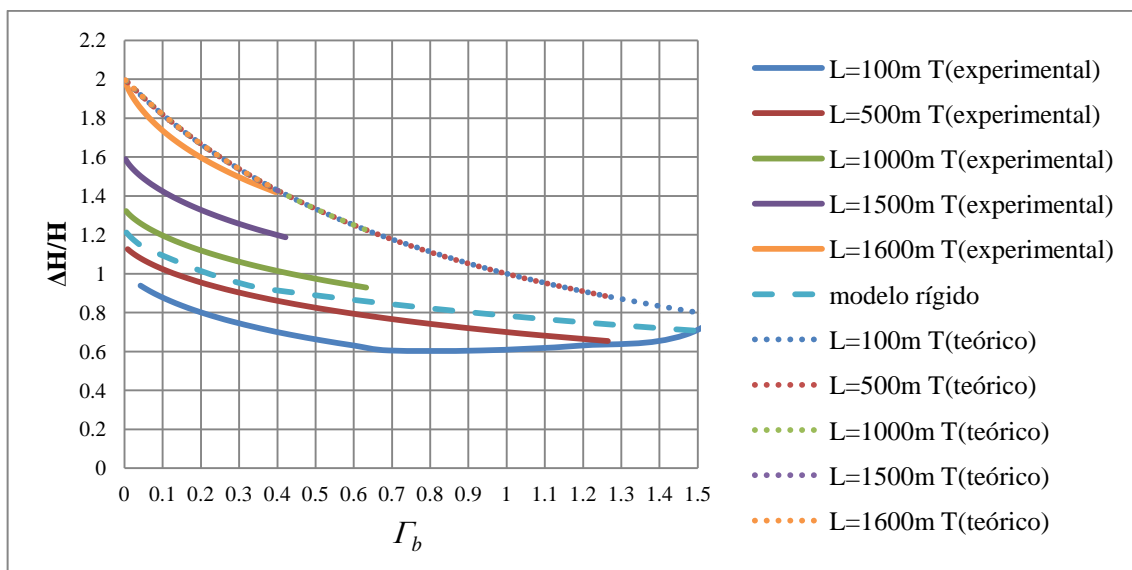


Figura 5.11: Fórmula experimental. Comparação das subpressões máximas relativas na secção da bomba

6. CONCLUSÃO

O presente trabalho teve como principal objetivo sublinhar a importância e interesse do estudo dos transitórios hidráulicos e a necessidade de compreender bem a dinâmica dos sistemas hidráulicos em pressão de modo a facilitar a interpretação e justificação dos resultados fornecidos, por exemplo, a partir da aplicação de programas informáticos.

Após uma revisão e reanálise de alguns métodos de cálculo, foram identificados e caracterizados, através de parâmetros adimensionais, os três principais efeitos físicos que controlam a resposta de um sistema dinâmico quando sujeito a uma excitação exterior: capacitância (capacidade de armazenamento), inércia e resistência hidráulica. Estes efeitos, após serem traduzidos matematicamente por parâmetros adimensionais, permitiram quantificar a importância relativa dos mesmos em cada problema concreto. Foram efetuadas aplicações dos métodos simplificados desenvolvidos a sistemas hidráulicos gravíticos (regulados por válvulas) e a sistemas elevatórios. Os respetivos resultados, apresentados em forma adimensional, permitem uma visão geral dos resultados a esperar em cada aplicação concreta e traduzem, através dos valores de cada um dos parâmetros considerados, a influência que tem na solução do problema um determinado efeito físico.

Na última parte da dissertação foi analisada uma metodologia aproximada de cálculo para o cálculo das pressões extremas em condutas elevatórias, a qual revelou algumas deficiências ao nível da respetiva formulação. Este exemplo constitui um alerta para a não utilização de “receitas” de cálculo mas, pelo contrário, tentar manter um espírito crítico que apenas pode ser conseguido com um claro entendimento dos problemas que se pretendem resolver.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abreu, J.; Guarga, R. e Izquierdo, J. Editores (1995a), *Transitorios y Oscilaciones en Sistemas Hidráulicos a Presión*. U.D. Mecánica de Fluidos. Universidad Politécnica de Valencia. (800 págs.) ISBN 84-600-9146-5.
- Abreu, J., Cabrera, E., Iglesias P. , Izquierdo, J. (1995b) - "*El golpe de ariete en tuberías de impulsión. Comentarios a las expresiones de Mendiluce*". Ingeniería del Agua. Vol.2.
- Abreu, J.; Cabrera, E.; Espert, V., Garcia-Serra, J.; Sanz, F. Editores (2012), *Transitorios Hidráulicos – del régimen estacionario al golpe de ariete*. 1ª Edição, Editorial Universitat Politècnica de Valencia. (587 pag.) ISBN 978-84-8363-780-7.
- Almeida, A.B. (1981) - *Regimes Hidráulicos Transitórios em Conduitas Elevatórias*. Tese de Doutoramento. Instituto Superior Técnico. Lisboa.
- Almeida, A.B. (1982) - *Manual de Protecção Contra o Golpe de Ariete em Conduitas Elevatórias*. LNEC. Lisboa.
- Almeida, A.B. (1991), *Protecção contra o golpe de ariete*. Manual de Saneamento Básico. MARN, Direcção Geral dos Recursos Naturais. Lisboa.
- Almeida, A.B. e Koelle, E., (1992) - *Fluid Transients in Pipe Networks*. Computational Mechanics Publications. Elsevier Applied Science. Southampton, U.K.
- Almeida A.B., Martins C.C. (1994). *Controlo Hidráulico - Operacional de Sistemas Adutores*, EPAL, Lisboa.
- Cabrera, E., Espert, V., García-Serra, J., Martínez, F. (1996) - *Ingeniería Hidráulica aplicada a los sistemas de distribución de agua*. U.D. Mecánica de Fluidos, Universidad Politécnica de Valencia.
- Chaudhry, M.H., (1987)- *Applied Hydraulic Transients*. 2nd Edition. Ed. Van Nostrand Reinhold Company, New York. U.S.A.
- Donsky, B., Byrne, R., Barlett, P. (1979) - "*Upsurge and Speed-rise Charts due to Pump Shut-down*". Journal of the Hydraulic Division. ASCE. June pp. 661-674.

- Guins, V.G. (1968) – “*Flow characteristics of butterfly and spherical valves*“. Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 94, HY3, pp. 675-690.
- Kinno, H. y Kennedy, J.F., (1965) - "*Water Hammer Charts for Centrifugal Pump Systems*". Journal of the Hydraulic Division. ASCE, May, pp. 247-270.
- Larock, B. E., Jeppson, R. W. , Watters, G. Z.. (2000) - *Hydraulics of Pipeline Systems*. CRC Press, Boca Raton, Florida, U.S.A.
- Lighthill, J. (1978) - *Waves in Fluids*. Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- Mendiluce, E. (1965) "*Investigación teórico-práctica de los valores reales del golpe de ariete por parada brusca del grupo motor bomba en impulsiones*". Dyna, nº3, 155-170, nº4, 205-215.
- Mendiluce, E. (1972) "*Golpe de ariete. Nueva comprobación analítica y experimental de la fórmula del tiempo de parada en impulsiones*". Revista de Obras Publicas, pp.575-586.
- Mendiluce, E. (1987) *El Golpe de ariete en Impulsiones*. Librería Editorial Bellisco. Madrid.
- McCloy, D. y Martin, H.R. (1980) - *Control of Fluid Power. Analysis and Design*.
- Marchal, M., Flesh, G. y Sutter, P. (1965) - "*The calculation of Waterhammer problems by means of digital computer*". Proc. International Symposium on Water hammer in pumped storage projects. ASME. pp. 168-188.
- Parmakian, J. (1963) - *Waterhammer Analysis*. Dover Pub. Inc., New York.
- Stephenson, D. (2002). “Simple Guide for Design of Air Vessels for Water Hammer Protection of Pumping Lines”. Journal of Hydraulic Engineering, pp. 792 – 797
- Suter, P. (1966) – “Representation of pump characteristics for calculation of water hammer”. Sulzer Technical Review, N°66, p. 45-48
- Quintela, A.C., (1991) *Hidráulica*. 3ªEd. Fundação Calouste Gulbenkian. Lisboa. Portugal.
- Thorley, A.R.D., Faithfull, E.M. (1992). “Inertias of pumps and their driving motors”. Unsteady Flow and Fluid Transients: Proceedings of the International Conference Durham, U. K., pp. 285-289
-

Tullis, J.P. (1989) - *Hydraulics of Pipelines: pumps, valves, cavitation and transients*. John Wiley and Sons Inc. New York.

Vardy, A. (1990) - *Fluid Principles*. McGraw-Hill Book Company. U.K.

White, F.M. (1991) - *Viscous Fluid Flow*, 2rd Ed., McGraw-Hill, New York.

White, F.M. (1994) - *Fluid Mechanics*. 3rd Ed., McGraw-Hill, New York. U.S.A.

Wylie, E.B. e Streeter, V. (1983), *Fluid Transients*. Feb Press, Ann Arbor, Michigan (USA)

Wylie E.B. e Streeter V.L., (1993) - *Fluid Transients in Systems*. Ed. Prentice Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey, U.S.A.