



**FCTUC DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**  
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

# **Caracterização Experimental de Elementos em Aço com Secção Variável**

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil  
na Especialidade de Mecânica Estrutural

**Autor**

**João Rodrigo Ferreira da Silva Maia Rodrigues**

**Orientador**

**João Pedro Simões Cândido Martins**

**Liliana Raquel Simões Marques**

Esta dissertação é da exclusiva responsabilidade do seu autor, não tendo sofrido correções após a defesa em provas públicas. O Departamento de Engenharia Civil da FCTUC declina qualquer responsabilidade pelo uso da informação apresentada

**Coimbra, Fevereiro, 2016**

## AGRADECIMENTOS

Ao fim de vários meses de trabalho e dedicação eis que vejo a minha dissertação (finalmente) concluída. Confesso que não foi fácil todo o percurso mas chego ao fim com o sentimento de satisfação e orgulho, acreditando ter feito um bom trabalho. É claro que não foi só de mim que dependeu o sucesso deste trabalho, esperando assim conseguir agradecer a todos os que, de uma maneira ou de outra, me ajudaram e deram força para continuar nesta jornada até ao fim.

Em primeiro lugar quero deixar um agradecimento muito especial aos meus orientadores, Professor João Pedro Martins e Professora Liliana Marques, à investigadora Trayana Tankova e ao Professor Luís Simões da Silva. Os conhecimentos que me transmitiram, os conselhos e as orientações aguçaram-me o sentido crítico e espírito de engenheiro. Espero ter correspondido.

De seguida, quero agradecer a todas as pessoas do Laboratório de Mecânica Estrutural, em especial ao Eng<sup>o</sup> Ilídio Santos, ao Eng<sup>o</sup> Edmundo, ao Luís Gaspar e ao Rafael. Sem eles seria impossível realizar qualquer ensaio experimental referido nesta dissertação. Junto deles aprendi muito sobre o que é a componente prática da engenharia civil. Quero agradecer ainda ao Sr. David pela disponibilidade e ajuda nos ensaios de tensões residuais. Obrigado.

Num campo mais pessoal, aos meus amigos devo toda a força, amizade, e companheirismo, não só do último ano mas ao longo da minha vida. Ao Simões e ao Castanheira devo muito do que sou hoje, e mesmo sem saberem “nada” de engenharia civil, nos momentos de maior pressão eram eles quem descobriam força em mim. Ao Lopes, Nuno, Hugo, Kiko, André, João Duarte, Pires, Vera e Diana Dias, eternos companheiros não só de curso mas da vida, um muito obrigado. À Laura, que mesmo longe esteve comigo e me deu palavras de incentivo que, em determinadas alturas, foram as que me permitiram continuar. Não posso deixar de referir outras pessoas especiais, nomeadamente, André Fernandes, Alvarinhas, Bruno Pedrosa, Joana Fernandes, Jorge Silva, Liliana Relvão, Maximino, Raquel Azevedo, Tiago Martins e Valente.

Por último, e maior sentido de gratidão é para com a minha família, nomeadamente os meus pais e as minhas irmãs, por acreditarem sempre em mim e me deixarem levar as coisas a meu ritmo, demonstrando sempre total apoio no “futuro engenheiro”. Quero agradecer ainda ao Sebastião e à Nikita que fazem parte de família. O agradecimento estende-se à restante família.

Numa página curta não consegui agradecer a todos. Aos que referi e não referi, Muito Obrigado!

## RESUMO

O aço estrutural possui uma elevada capacidade resistente para uma baixa quantidade de material, graças às suas propriedades reológicas. Além disso, quando se opta por soluções com elementos em aço de secção variável, a eficiência estrutural aumenta já que a utilização de cada secção é otimizada, resultando numa poupança significativa do material.

Apesar da norma NP EN 1993-1-1 apresentar metodologias à verificação da estabilidade de elementos e pórticos metálicos, estas limitam-se a elementos de secção transversal constante. Na análise de elementos não uniformes (seja por inércia variável, eixo não reto ou distribuição irregular de contraventamentos) surgem diversas dificuldades, tais como: escolha da curva de encurvadura, secção utilizada para o dimensionamento, análise do efeito de torção, efeito das imperfeições (geométricas e tensões residuais) e o fato das condições reais de carregamento não serem corretamente consideradas no dimensionamento.

Recentemente, têm vindo a ser desenvolvidas metodologias de cálculo simplificadas inseridas em projetos de investigação de modo a contemplar os parâmetros referidos anteriormente, colmatando as incoerências da norma NP EN 1993-1-1 quanto à análise da estabilidade de elementos não uniformes. No entanto, estes estudos baseiam-se na análise de modelos numéricos e fórmulas analíticas, o que não permite o esclarecimento do comportamento e condições de apoio reais para este tipo de elementos.

A presente dissertação dá continuidade aos estudos desenvolvidos através de ensaios experimentais. Estes focam três tipos de elementos de secção variável: vigas, colunas e uma viga-coluna, de diferentes rácios na variação da altura da secção. Os elementos estudados foram obtidos por dois processos de fabrico: soldados e laminados, e permitiram avaliar: (i) imperfeições geométricas; (ii) tensões residuais; (iii) curva carga-deslocamento (carga última). A comparação dos resultados experimentais com os modelos numéricos permite a calibração desses modelos e o desenvolvimento de regras de dimensionamento compatíveis com a norma.

O estudo experimental insere-se na *Task 3* do projeto de investigação nacional *TaperSteel – Stability design of non-uniform steel members*, referência: PTDC/ECM-EST/1970/2012.

**Palavras-chave:** Aço Estrutural | Elementos de inércia variável | Ensaio experimentais | Estabilidade

## ABSTRACT

Due to its rheological properties, structural steel has a high load carrying capacity for a low amount of material. Furthermore, when one chooses optimal solutions with tapered steel members, structural efficiency increases since the use of each section is optimized, resulting in a significant saving of material.

Although the NP EN 1993-1-1 present methodologies to verify the stability of elements and steel frames, these are limited to uniform cross section members. In non-uniform elements (either by variable moment of inertia, non-linear axis, asymmetrical distribution of braces, etc.) there are several difficulties, such as: choice of the buckling curve, choice of the design cross section, the analysis of torsion effect, imperfections (geometric and residual stresses) and the fact that the actual loading conditions are not properly considered in the analysis.

Recently, several research projects seek to obtain simplified methodologies focusing on the previously mentioned parameters, correcting these inconsistencies in NP EN 1993-1-1 regarding the stability analysis of non-uniform elements. However, most studies are based on the analysis of numerical and analytical models which do not allow the complete elucidation of the actual behavior and support of tapered members.

The objective of the present dissertation is to follow up the studies developed through experimental tests. These focus on three types of variable section elements: beams, columns and one beam-column, with different tapered ratios. The elements were obtained by two manufacturing processes: welded and hot-rolled, and assessed de evaluation of: (i) geometric imperfections; (ii) residual stresses; (iii) load vs displacement curve (ultimate load). The comparison of the experimental results with the numerical models allows a further calibration of the models and the development of design rules compatible with the NP EN 1993-1-1.

The experimental study is performed on the scope of Portuguese Project *TaperSteel – Stability design of non-uniform steel members*, with reference PTDC/ECM-EST/1970/2012.

**Keywords:** Structural Steel | Tapered elements| Experimental tests | Stability

## ÍNDICE

<b>AGRADECIMENTOS</b> .....	<b>i</b>
<b>RESUMO</b> .....	<b>ii</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>iii</b>
<b>ÍNDICE</b> .....	<b>iv</b>
<b>SIMBOLOGIA</b> .....	<b>vi</b>
<b>ABREVIATURAS</b> .....	<b>viii</b>
<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
1.1. Enquadramento .....	1
1.2. Projeto de investigação [PTDC/ECM-EST/1970/2012] <i>TaperSteel – Task 3</i> .....	3
1.3. Objetivos da dissertação .....	3
1.4. Estrutura da dissertação .....	4
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>5</b>
2.1. Introdução .....	5
2.2. Métodos de análise experimental.....	5
2.2.1. Tensões residuais .....	5
2.2.2. Imperfeições geométricas .....	7
2.3. Estabilidade.....	8
2.3.1. Elementos uniformes .....	8
2.3.1.1. <i>Encurvadura por flexão de elementos à compressão</i> .....	9
2.3.1.2. <i>Encurvadura lateral de elementos sujeitos a esforços de flexão</i> .....	12
2.3.1.3. <i>Encurvadura local – classificação de secções</i> .....	13
2.3.2. Elementos de inércia variável .....	14
2.3.2.1. <i>Método de dimensionamento atual – Método Geral (cl. 6.3.4 – EC3-1-1)</i> ..	16
2.3.2.2. <i>Vigas</i> .....	17
2.3.2.3. <i>Colunas</i> .....	18
2.3.2.4. <i>Vigas-coluna</i> .....	19
<b>3 CAMPANHA EXPERIMENTAL</b> .....	<b>21</b>
3.1. Introdução .....	21
3.2. Equipamento .....	22
3.3. Caracterização das propriedades mecânicas do aço.....	23

3.4.	Geometria dos provetes.....	23
3.4.1.	Condições de apoio e de contraventamentos .....	24
3.4.1.1	<i>Rótulas e chapas de topo – dimensionamento</i> .....	25
3.4.1.2	<i>Apoio intermédio (para elementos viga) e contraventamentos</i> .....	30
3.4.2.	Vigas .....	31
3.4.3.	Colunas .....	33
3.4.4.	Viga-coluna.....	34
3.5.	Procedimentos de ensaio .....	34
3.5.1.	Montagem de <i>layout</i> .....	34
3.5.1.1.	<i>Vigas</i> .....	34
3.5.1.2.	<i>Colunas</i> .....	35
3.5.1.3.	<i>Viga-coluna</i> .....	37
3.5.2.	Medição das propriedades mecânicas do aço – ensaios de tração .....	38
3.5.3.	Imperfeições geométricas .....	40
3.5.4.	Tensões residuais .....	41
3.5.5.	Protocolo de carregamento .....	43
3.5.5.1.	<i>1ª Fase – Ciclo de cargas e descargas</i> .....	43
3.5.5.2.	<i>2ª Fase – Carregamento até rotura</i> .....	43
<b>4</b>	<b>RESULTADOS EXPERIMENTAIS .....</b>	<b>44</b>
4.1.	Introdução .....	44
4.2.	Resumo dos resultados obtidos nos modelos numéricos .....	44
4.3.	Resultados dos ensaios para obtenção das propriedades mecânicas do aço .....	46
4.4.	Imperfeições geométricas .....	47
4.5.	Tensões residuais .....	49
4.6.	Ensaio até ao colapso .....	52
4.6.1.	Viga 1, elemento 3 .....	52
4.6.1.1.	<i>1ª Fase – Ciclo de cargas e descargas</i> .....	52
4.6.1.2.	<i>2ª Fase – Carregamento até à rotura</i> .....	55
4.6.2.	Viga 2, elemento 4 .....	59
4.6.2.1.	<i>1ª Fase – Ciclo de cargas e descargas</i> .....	59
4.6.2.2.	<i>2ª Fase – Carregamento até à rotura</i> .....	62
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES.....</b>	<b>66</b>
<b>6</b>	<b>DESENVOLVIMENTOS FUTUROS .....</b>	<b>68</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>69</b>

## SIMBOLOGIA

### Letras minúsculas latinas

$b$	Largura
$d_{máx}$	Deslocamento máximo
$e_0$	Imperfeições locais
$e_{0b}$	Tolerância de excentricidade
$f_y$	Tensão de cedência
$f_u$	Tensão última
$h$	Altura do andar/piso da estrutura   Altura de secção
$h_{eq}$	Altura da secção equivalente
$h_{máx}$	Altura da secção máxima
$h_{mín}$	Altura da secção mínima
$i$	Raio de giração da secção
$k_w$ e $k_z$	Fatores de comprimento efetivo dependentes das condições de apoio nas extremidades
$t$	Espessura
$y_h$	Grau de variação da altura da secção
$z_g$	Diferença entre a coordenada do ponto de aplicação de carga com a do centro de corte em relação ao centro de gravidade da secção
$z_j$	Grau de assimetria da peça em relação ao eixo de maior momento de inércia $y$

### Letras maiúsculas latinas

$C_1, C_2$ e $C_3$	Coefficientes que dependem da forma do diagrama de momentos fletores e condições de apoio para cálculo do $M_{CR}$
$E$	Módulo de elasticidade de flexão (ou módulo de Young)
$E_t$	Módulo de elasticidade tangente
$EI$	Rigidez de flexão
$G$	Módulo de elasticidade de torção
$GJ$	Rigidez de torção
$H$	Altura da estrutura
$I$	Momento de inércia de flexão da secção
$I_{eq}$	Momento de inércia equivalente para elemento não uniforme
$I_W$	Constante de empenamento
$I_Z$	Momento de inércia em relação ao eixo de menor inércia $z$
$K$	Coefficiente de rigidez de vigas e pilares $I/L$

---

$L$	Comprimento real do elemento
$L_0$	Comprimento de referência inicial dos <i>coupons</i>
$L_c$	Comprimento total de secção transversal constante dos <i>coupons</i>
$L_t$	Comprimento total inicial dos <i>coupons</i>
$L_E$	Comprimento de encurvadura
$M_{CR}$	Momento crítico de instabilidade
$M_{CR}^E$	Momento crítico constante equivalente
$N_{Ed}$	Esforço axial de dimensionamento
$P$	Carga aplicada
$P_{ult}$	Carga última
$P_{CR}$	Carga crítica de instabilidade
$S_0$	Área da secção retangular dos <i>coupons</i>
$V_{Ed}$	Esforço transversal de dimensionamento

### Letras minúsculas gregas

$\alpha$	Fator de imperfeição para encurvadura por compressão   Ângulo de variação
$\alpha_{LT}$	Fator de imperfeições do Método Geral
$\alpha_m$	Fator de multiplicação para obtenção do $M_{CR}$ através de $M_{CR}^E$
$\gamma_{Mi}$	Fator parcial de segurança, índice $i$
$\delta$	Deslocamento (vertical ou horizontal)
$\varepsilon$	Extensão
$\lambda$	Coefficiente de esbelteza
$\lambda_I$	Coefficiente de esbelteza normalizada
$v$	Deslocamento lateral inicial
$\sigma$	Tensão
$\sigma_{CR}$	Tensão crítica de instabilidade
$\sigma_p$	Tensão limite de proporcionalidade
$\sigma_R$	Tensão residual
$\varphi$	Rotação torsional inicial
$\chi$	Coefficiente de encurvadura por compressão
$\chi_{LT}$	Coefficiente de encurvadura do Método Geral
$\psi$	Coefficiente de segurança

### Letras maiúsculas gregas

$\Omega$	Área de secção transversal
$\emptyset$	Imperfeições globais

### Letras latinas e gregas

$(P-\Delta)$	Efeitos de 2ª ordem globais
$(p-\delta)$	Efeitos de 2ª ordem locais



## ABREVIATURAS

AISC	American Institute of Steel Construction
CTICM	Centre Technique Industriel de la Construction Métallique
DEM	Departamento de Engenharia Mecânica
ECCS	European Convention for Construction Steelwork
FCTUC	Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra
GMNIA	Geometrical and Material Non-linear Analysis with Imperfections
ISISE	Institute for Sustainability and Innovation in Structural Engineering
LABEST	Laboratório da Tecnologia do Betão e do Comportamento Estrutural
MEF	Método dos Elementos Finitos
REAPE	Regulamento de Estruturas de Aço Para Edifícios
RQSQ	Raiz Quadrada da Soma dos Quadrados
SAFEBRITTLE	Safety Evaluation Across Brittle to Ductile Failure Modes
SCTN	Sistema Científico e Tecnológico Nacional
UA	Universidade de Aveiro
UC	Universidade de Coimbra

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1. Enquadramento

Desde o início do século XX, as excelentes características reológicas do aço estrutural associadas à evolução do conhecimento do comportamento de elementos e estruturas metálicas permitiu um grande crescimento económico nas sociedades industrializadas já que possibilitava a construção de obras de grande porte como coberturas de estádios, pavilhões ou arranha-céus. Além disso, dado o controlo no processo de fabrico de elementos metálicos, o aço é homogéneo e 100% reciclável, fazendo da construção de edifícios metálicos uma solução sustentável.

Procurando a otimização do material em estruturas metálicas ou mistas, da qual resultam reduções significativas dos impactes económicos e ambientais, surgiu a necessidade de aprofundar os conhecimentos do comportamento de elementos em aço com secção variável. A correta aplicação destes, sejam eles de inércia variável, eixo longitudinal não reto ou disposição irregular de contraventamentos, permite uma distribuição otimizada do material utilizando maiores secções transversais nas zonas mais esforçadas e menores em zonas menos esforçadas, do que resulta uma maior esbelteza e distribuição mais uniforme de tensões.

O fabrico de elementos de secção variável pode ser efetuado de duas formas distintas: soldadura de chapas (Figura 1.1a) ou por corte e soldadura de elementos laminados (Figura 1.1b). Do processo de fabrico surgem imperfeições que diminuem a capacidade de carga dos elementos.

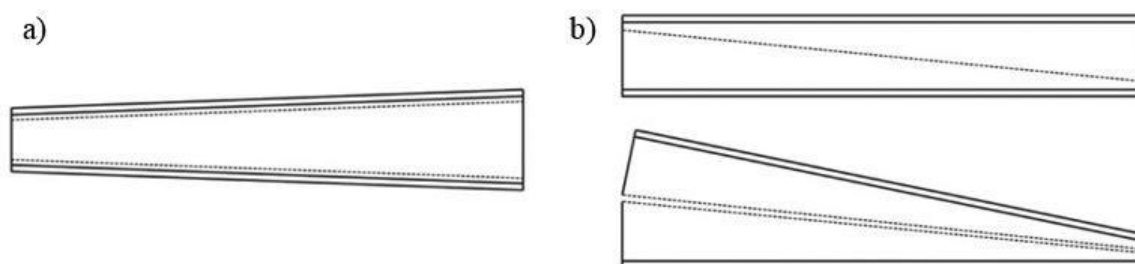


Figura 1.1 - Fabrico de elementos em I de secção variável. a) Soldadura de chapas; b) Corte e soldadura de elemento laminado (Canha, 2012).

Define-se grau de variação,  $y_h$ , como o quociente entre a altura máxima  $h_{máx}$  e a altura mínima  $h_{mín}$  de um elemento não uniforme de variação constante –  $y_h = h_{máx}/h_{mín}$ . É aconselhável considerar-se, para efeitos de dimensionamento, um limite máximo de  $y_h = 4$  (Marques, 2012).

As Figuras 1.2 a 1.4 mostram alguns exemplos reais de aplicação destes elementos em coberturas de estádios, pavilhões industriais e aeroportos. Além da componente estrutural, salienta-se a componente estética que estes elementos conferem à estrutura final.



Figura 1.2 - Vigas de cobertura do Estádio Cidade de Coimbra, Coimbra, Portugal (TAL PROJECTO@, 2003).



Figura 1.3 - Armazéns com vigas e colunas de secção variável (O&GO@, sem data) e (ASB@, sem data).

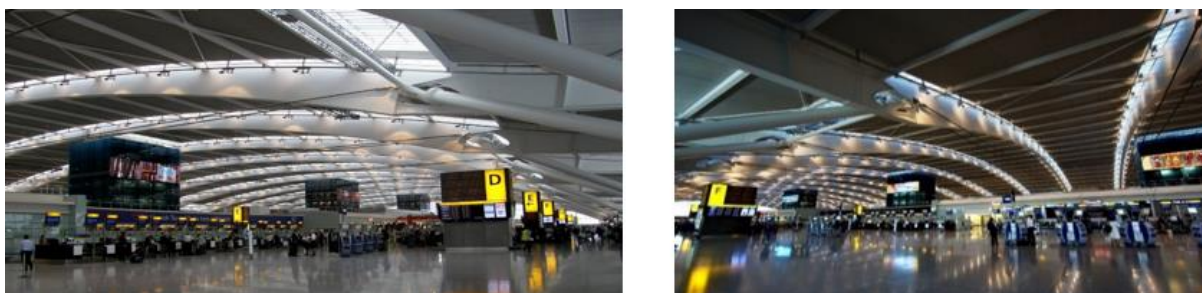


Figura 1.4 - Aeroporto de Heathrow, Londres, Reino Unido (WORLD PRESS@, 1930).

Segundo a norma vigente NP EN 1993-1-1 (EC3-1-1), a análise da estabilidade de elementos de secção variável, globais ou locais, verifica-se segundo a cl. 6.3.4 através do Método Geral. No entanto, a sua aplicabilidade é limitada e, nalguns aspetos, inconsistente (Marques, 2012). Em estruturas constituídas por elementos não uniformes, os parâmetros de imperfeição a aplicar são de difícil definição, podendo por vezes levar a soluções do lado da insegurança ou até demasiado conservativas. Por outro lado, para consideração dos efeitos de 2ª ordem globais ( $P - \Delta$ ) e locais ( $p - \delta$ ) e das imperfeições globais ( $\emptyset$ ) e locais ( $e_0$ ) numa estrutura, o número de combinações e imperfeições sobre os eixos principais centrais de inércia do elemento poderá

não ser simples de definir. Alternativamente ao Método Geral, a estabilidade pode ser analisada com recurso a modelos numéricos através de uma Análise Materialmente e Geometricamente Não Linear com Imperfeições (GMNIA – *Geometrical and Material Non-linear Analysis with Imperfections*) (Marques, 2012).

A realização de ensaios experimentais para avaliação de fenómenos de encurvadura e respetiva análise de resultados em elementos de secção variável permite a calibração e validação dos modelos numéricos e analíticos mais adequados. Torna-se assim imprescindível uma apreciação aprofundada não só das cargas de encurvadura mas também das imperfeições (geométricas e tensões residuais) que influenciam diretamente a capacidade de carga de elementos não uniformes sujeitos a fenómenos de instabilidade.

## **1.2. Projeto de investigação [PTDC/ECM-EST/1970/2012] *TaperSteel* – Task 3**

Esta dissertação insere-se no projeto de investigação *TaperSteel – Stability design of non-uniform steel members*, que resulta de uma parceria entre a Universidade de Aveiro (UA) e a Universidade de Coimbra (UC) em colaboração com o Laboratório da Tecnologia do Betão e do Comportamento Estrutural (LABEST) e o *Institute for Sustainability and Innovation in Structural Engineering* (ISISE). À UC compete a experimentação e análise de elementos de secção variável.

## **1.3. Objetivos da dissertação**

Na análise à estabilidade de elementos metálicos não uniformes surgem diversas dificuldades tal como a escolha de curva de encurvadura, a secção crítica de dimensionamento, o efeito de torção, as imperfeições dos elementos (geométricas ou tensões residuais) e o facto das condições de carregamento não serem corretamente consideradas no dimensionamento.

O principal objetivo do projeto da *TaperSteel* passa pelo desenvolvimento de novas regras de dimensionamento para elementos não uniformes, tendo por base uma metodologia geral, onde o fenómeno da instabilidade é considerado através de um fator de imperfeição generalizado. A implementação dos resultados no EC3 (prioridade do Comité ECCS-TC8) permitirá obter soluções mais otimizadas e económicas. A campanha experimental, juntamente com o programa numérico, possibilitarão desenvolver novas regras de verificação de estabilidade para elementos de secção variável, consistentes com as atuais regras existentes para elementos uniformes. Os resultados esperados e a sua contribuição para o conhecimento científico-tecnológico contribuirão para o avanço no campo do dimensionamento de elementos em aço.

Especificamente, a campanha experimental inserida no projeto *TaperSteel*, e em parte desta dissertação, tem como principal objetivo a caracterização das imperfeições em elementos não

---

uniformes dependendo do seu processo de fabrico e a sua influência na análise das cargas de encurvadura para dimensionamento à estabilidade de elementos de secção variável, e a comparação de resultados com os modelos paramétricos. Os resultados servirão para calibração desses modelos. O objetivo da dissertação é a avaliação experimental à estabilidade das vigas.

As tarefas desenvolvidas na presente dissertação assentam nos seguintes pontos:

- Análise de estabilidade em elementos de secção variável: Vigas (2x), Colunas (3x) e Viga-coluna (1x) – no âmbito desta dissertação apenas se ensaiaram os elementos Viga;
- Análise de duas variações diferentes das secções dos elementos:  $y_h = \{2; 4\}$ ;
- Caracterização do material por ensaios de tração;
- Medição das imperfeições geométricas dos elementos;
- Medição das tensões residuais em parte de elemento laminado de secção variável;
- Obtenção da carga última;
- Comparação dos resultados obtidos experimentalmente com os resultantes da análise numérica, desenvolvida em *TaperSteel - Task 2*, que serviu de pré-dimensionamento.

#### 1.4. Estrutura da dissertação

A presente dissertação encontra-se dividida em 6 capítulos:

- No **Capítulo 1** faz-se referência à utilização de elementos metálicos de secção variável demonstrada com exemplos práticos. Apresentam-se as principais dificuldades na análise à instabilidade e descrevem-se os objetivos principais da dissertação. Refere-se ainda o projeto de investigação em que a dissertação se insere, *TaperSteel - Task 3*;
- No **Capítulo 2** faz-se uma revisão bibliográfica dos estudos e metodologias de análise aos efeitos de encurvadura, tensões residuais e imperfeições geométricas em elementos de secção variável, dando particular ênfase às investigações de carácter experimental;
- O **Capítulo 3** descreve a campanha experimental. Apresenta-se a preparação dos ensaios, incluindo classificação do material, equipamento laboratorial, disposição e geometria dos provetes. Descrevem-se os procedimentos dos ensaios dos elementos: medição das imperfeições geométricas, tensões residuais e carregamento até colapso;
- No **Capítulo 4** são apresentados os resultados medidos experimentalmente nos ensaios: tensões residuais, imperfeições geométricas e carregamento até colapso. Analisam-se e comparam-se os resultados experimentais com os modelos numéricos desenvolvidos anteriormente a este trabalho na *Task 2* do projeto *TaperSteel*;
- No **Capítulo 5** apresentam-se as conclusões da análise dos resultados experimentais;
- O **Capítulo 6** apresenta alguns tópicos de interesse para investigação futura, quer numérica quer experimental, de elementos metálicos de secção não uniforme.

## **2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

### **2.1. Introdução**

A verificação de fenómenos de instabilidade em elementos metálicos pode ser feita através de muitas alternativas, cabendo ao projetista a escolha do método a adotar, e que depende da complexidade do problema e do nível de segurança pretendido. Apesar do EC3-1-1 apresentar métodos de verificação à estabilidade de elementos metálicos, o método sugerido para elementos de secção variável, Método Geral (cl. 6.3.4), não apresenta soluções satisfatórias resultando em soluções consideravelmente sobredimensionadas (com uma grande quantidade de aço em determinadas zonas superior ao efetivamente necessário), ou por vezes subdimensionadas (Marques, 2012).

Os elementos de secção variável permitem soluções estruturais otimizadas e portanto economicamente competitivas, pelo que muitos estudos analíticos, numéricos e experimentais têm sido desenvolvidos nos últimos anos dentro desta área de forma a compreender o seu comportamento quanto a fenómenos de instabilidade, quer em fase elástica ou plástica.

Neste capítulo faz-se uma revisão bibliográfica dos estudos relevantes à presente dissertação, dando maior destaque aos estudos experimentais e ao Método Geral. Deste modo, a secção 2.2 apresenta estudos experimentais para quantificação de tensões residuais e imperfeições geométricas e o modo da sua consideração na análise de instabilidade de elementos. A quantificação destes parâmetros torna-se relevante pois influencia diretamente o valor da carga crítica de instabilidade dos elementos. Na secção 2.3 faz-se uma revisão histórica de estudos à instabilidade (analíticos, numéricos e experimentais) de elementos de secção uniforme e não uniforme, retirando-se as principais conclusões de cada um desses estudos.

### **2.2. Métodos de análise experimental**

#### **2.2.1. Tensões residuais**

As tensões residuais definem-se como as tensões, de compressão ou tração, que permanecem num material ou componente sólido após a conclusão do processo de fabrico (soldadura, oxicorte, fundição, maquinagem, arrefecimento após tratamento térmico, etc.) e na ausência de forças externas (diretas ou indiretas) (Ribeiro, 2006). Estas tanto podem ser benéficas ou prejudiciais dependendo da sua magnitude, sinal e distribuição, e passam despercebidas na

maioria dos casos até que ocorram falhas estruturais já que influenciam diretamente o comportamento à encurvadura e induz rotura frágil nas estruturas soldadas. Exemplo disso foi o colapso da ponte *Silver Bridge* em *West Virginia*, EUA, em dezembro de 1967. As tensões residuais resultantes do arrefecimento não uniforme dos elementos no processo de fabrico foram apontadas como as causas mais prováveis do acidente de que resultaram 46 mortos (Figura 2.1). Como tal, torna-se imprescindível avaliar a influência das tensões residuais para cada caso de forma a prever e controlar os seus efeitos.

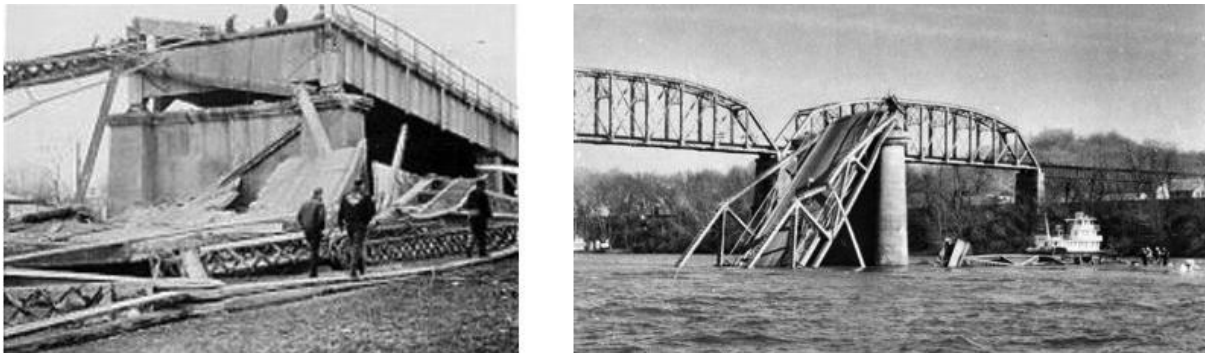


Figura 2.1 - Colapso da ponte *Silver Bridge*, *West Virginia*, EUA, causada por tensões residuais (WIKIPEDIA@, 1967).

Em elementos resultantes de soldadura de chapas topo-a-topo, a distribuição das tensões residuais longitudinais e transversais segue os esquemas representados na Figura 2.2.

A avaliação das tensões residuais faz-se por medição experimental das deformações na superfície da solda quando sobre ela se provoca uma perturbação que resulta do relaxamento de tensões, recorrendo à Lei de Hooke (métodos mecânicos de libertação de tensões), com processos óticos ou ainda por ultra-sons. Em peças soldadas, estas técnicas podem classificar-se em: destrutivas (D), semi-destrutivas (SD) e não destrutivas (ND) (Ribeiro, 2006).

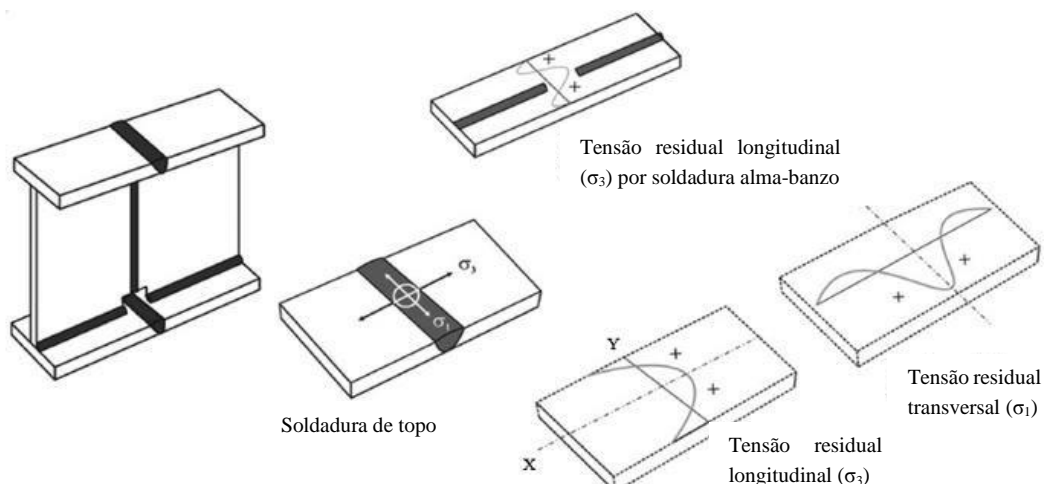


Figura 2.2 - Distribuição de tensões residuais resultantes de soldadura (Ribeiro, 2006).

Desde o início do século XX até à atualidade várias técnicas de medição de tensões residuais foram desenvolvidas, destacando-se: Método de Remoção de Camada e Curvatura (Heyn, 1914; Treuting e Read, 1951) (D), Método do Corte/Seccionamento (Ueda e Fakuda, 1980) (D), Método do Furo com Extensometria (SD) (Mathar, 1934; Soete, 1949; Kesley, 1956), Método de Difração de Raios X (Lu *et al.*, 1996) (ND), Método de Difração de Neutrões (ND), Método dos Ultra-sons (Pao *et al.*, 1984) (ND) e o Método Magnético (ND). Algumas destas técnicas podem ainda ser combinadas, tal como o Método do Furo com Holografia Interferométrica desenvolvido por Steffens e Crostack (1978), mais tarde melhorada por Nelson e Makino (1997).

O Método do Corte (ou Método do Seccionamento), utilizado na presente dissertação, é um método destrutivo que se baseia no princípio de libertação das tensões internas (residuais resultantes do processo de fabrico) por cortes (“golpes”) muito próximos entre si, transversais ao eixo longitudinal da peça, em várias secções dos elementos. Medindo as extensões sofridas nas zonas entre cada “golpe”, e usando a Lei de Hooke, foi possível estimar a libertação de tensões presente na peça antes dos cortes, sendo este o nível de tensões residuais presente. De forma a reduzir a indução de tensões pela temperatura no corte, este foi realizado com aplicação de ar comprimido, semelhante à técnica de jato de água apresentada por Može *et al.* (2014).

### **2.2.2. Imperfeições geométricas**

Em estruturas ou elementos metálicos as imperfeições geométricas são inevitáveis e introduzem no sistema estrutural esforços adicionais não previstos na configuração inicial e que devem ser considerados na análise global e dimensionamento estrutural. As imperfeições geométricas, tais como a falta de verticalidade e retilinearidade dos elementos ou a excentricidade (não desejada) na aplicação das cargas, sempre que superiores às tolerâncias indicadas na norma EN 1090-2 (CEN, 2011) têm de ser consideradas na análise estrutural. Estudos realizados nos últimos 20 anos, tais como os trabalhos de Liew *et al.* (1994), White e Hajjar (1997; 2000), e Surovek-Maleck e White (2004), demonstram que os efeitos das imperfeições podem ter impacto considerável na estabilidade de elementos e estruturas metálicas (Mathur, 2011).

O EC3-1-1 afirma, segundo a cl. 5.3.1 (2), que “deverão utilizar-se *imperfeições geométricas equivalentes* com valores que traduzam os possíveis efeitos de todos os tipos de imperfeições, exceto aqueles que estejam já incluídos nas expressões de resistência utilizadas na verificação de segurança dos elementos” (CEN, 2010). Este valor corresponde ao valor de imperfeição mais desfavorável e inclui as imperfeições geométricas e materiais (e.g. tensões residuais). Em pórticos, estruturas suscetíveis de instabilizar segundo modos com deslocamentos laterais (pórticos não contraventados) “devem considerar-se as imperfeições globais e as imperfeições locais dos elementos na configuração mais desfavorável” (Simões, 2014). Em elementos isolados, como são os casos estudados na presente dissertação, as imperfeições locais associadas à encurvadura por flexão devem ser de amplitude  $e_0/L$ , considerando  $L$  o



comprimento do elemento e  $e_0$  a amplitude máxima do deslocamento lateral inicial, de acordo com o Quadro 5.1 do EC3-1-1.

Em 1998, Bridge (1998) sugeriu dois métodos para consideração das imperfeições geométricas: i) aplicação de excentricidade uniforme de  $e_{0b}/H$  globalmente ( $e_{0b}$  – tolerância de excentricidade;  $H$  – altura da estrutura); ii) imperfeição de  $h/500$  por cada piso ( $h$  – altura do piso em análise). Maleck (2001) analisou três métodos para consideração das imperfeições geométricas: i) modelação explícita de imperfeições geométricas iniciais fictícias; ii) redução do módulo de elasticidade,  $E$ ; iii) aplicação de cargas horizontais equivalentes nodais. No seu estudo concluiu que o primeiro método (i) traduzia resultados muito satisfatórios, embora exija maior carga de cálculo. O método da redução do módulo de elasticidade era inseguro, pois em determinados casos permitia obter cargas resistentes superiores às obtidas por modelação direta. O último dos métodos corresponde ao método recomendado pelo EC3-1-1, cl. 5.3.2 (7), esquematizado na Figura 2.3 (Mathur, 2011).

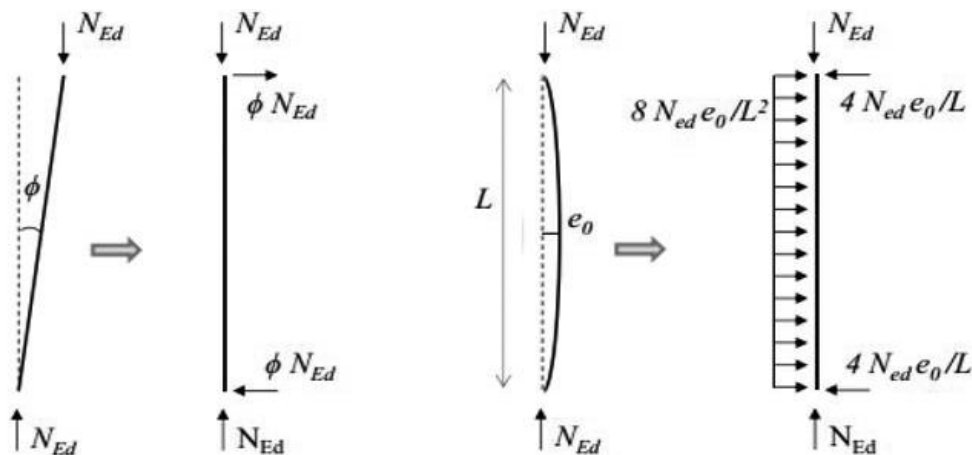


Figura 2.3 - Imperfeições iniciais por forças horizontais equivalentes (Simões, 2014).

## 2.3. Estabilidade

### 2.3.1. Elementos uniformes

Os fenómenos de instabilidade por flexão podem ocorrer em elementos ou estruturas esbeltas com secções sujeitas a tensões de compressão e consistem no afastamento lateral do material em relação à direção de atuação do esforço de compressão, do que resultam grandes deformações transversais (Simões, 2014).

O fenómeno de instabilidade é também influenciado pela distribuição das tensões no interior do material e a sua análise é realizada através das *teorias de análise de 2ª ordem*, considerando a configuração deformada dos elementos, que contemplam a interação entre os esforços e as deformações que podem provocar instabilidade. Define-se como *carga crítica*  $P_{CR}$  a carga em

que uma alteração na deformação não provoca alterações no equilíbrio das forças que atuam no corpo (Silva, 2013). A encurvadura de elementos metálicos pode ser global (por flexão ou lateral) ou local.

### 2.3.1.1. *Encurvadura por flexão de elementos à compressão*

Com base na teoria da estabilidade elástica e considerando a configuração deformada, Euler determinou a carga crítica de uma barra em compressão axial, obtendo a expressão da *carga crítica de Euler* dada pela Equação 2.1 - esforço axial para o qual o elemento deixa de sofrer deformações apenas axiais. O valor da carga crítica  $P_{CR}$  permite obter a tensão crítica  $\sigma_{CR}$  (Equação 2.2) que se relaciona com o coeficiente de esbelteza  $\lambda$ , calculado pela Equação 2.3. No seu problema considerou uma coluna bi-rotulada sem imperfeições com material de comportamento elástico linear, secção constante e carregamento axial perfeitamente centrado assumindo apenas rotações/deslocamentos infinitesimais. Euler concluiu que, para um elemento em condições designadas como ideais, a resistência à encurvadura depende apenas da rigidez de flexão, do seu comprimento e das condições de apoio.

$$P_{CR} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad \text{Eq. (2.1)}$$

$$\sigma_{CR} = \frac{P_{CR}}{\Omega} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad \text{Eq. (2.2)}$$

$$\lambda = \frac{L}{\sqrt{I/\Omega}} = \frac{L}{i} \quad \text{Eq. (2.3)}$$

Onde:

$EI$  – rigidez de flexão;

$L$  – comprimento real do elemento;

$\Omega$  – área da secção transversal;

$i$  – raio de giração.

Para outras condições de apoio,  $P_{CR}$  pode ser obtida pela resolução da equação diferencial de equilíbrio usada por Euler, nas novas condições de apoio. Em alternativa, substitui-se o comprimento real do elemento  $L$  pelo comprimento de encurvadura  $L_E$  que traduz o comprimento fictício que um elemento uniforme com determinadas condições de apoio teria de ter para que a carga crítica de instabilidade fosse igual à obtida para a coluna de Euler. A Figura 2.4 apresenta alguns exemplos de  $L_E$  para diferentes condições fronteira.

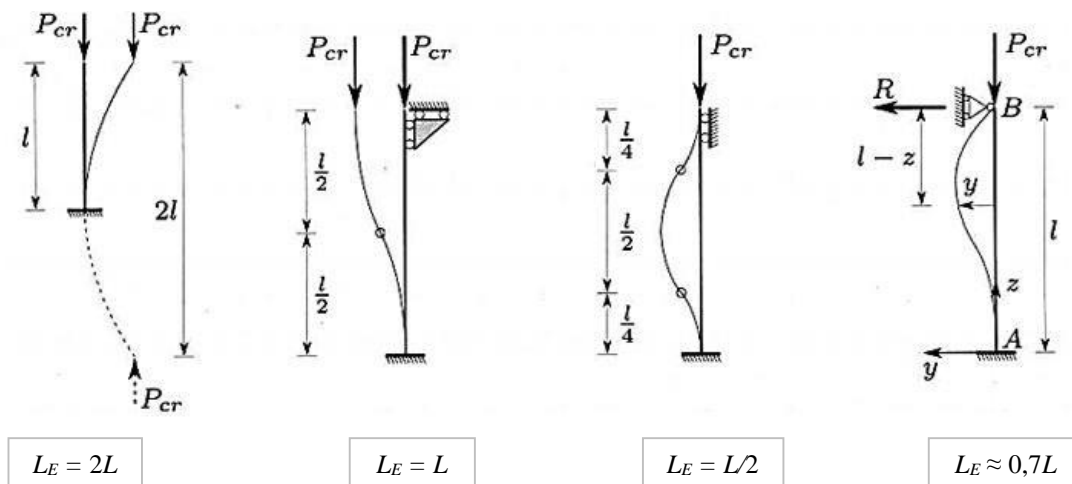


Figura 2.4 - Determinação dos comprimentos de encurvadura (Silva, 2013).

Dada a existência de imperfeições iniciais das colunas reais “não é possível determinar experimentalmente o valor de  $P_{CR}$  de forma direta” (Reis e Camotim, 2000). De forma a contornar o problema, Southwell (1932) desenvolveu o *Diagrama de Southwell*, baseado nas trajetórias de equilíbrio de uma coluna, que têm com assíntotas  $w_1 = 0$  e  $P = P_{CR}$ , com  $w_1$  igual ao valor da excentricidade da imperfeição inicial. A Equação 2.4 traduz a reta de declive  $1/P_{CR}$  e abcissa na origem,  $-w_1^0$ . Através de sucessivas medições experimentais de  $P$  e  $w_1$  ao longo do carregamento em fase elástica é possível definir a reta referida e obter o valor de  $P_{CR}$ . É importante referir que se devem excluir os valores mais baixos de  $P$  considerando apenas os valores mais elevados, ver Figura 2.5. Quando se pretende obter, com uma boa aproximação, a carga crítica de instabilidade de colunas e vigas-coluna, este método é extremamente útil pois extrapola os resultados experimentais em ensaios não destrutivos (Reis e Camotim, 2000).

$$\frac{w_1}{P} = \frac{w_1}{P_{CR}} + \frac{w_1^0}{P_{CR}} \tag{Eq. (2.4)}$$

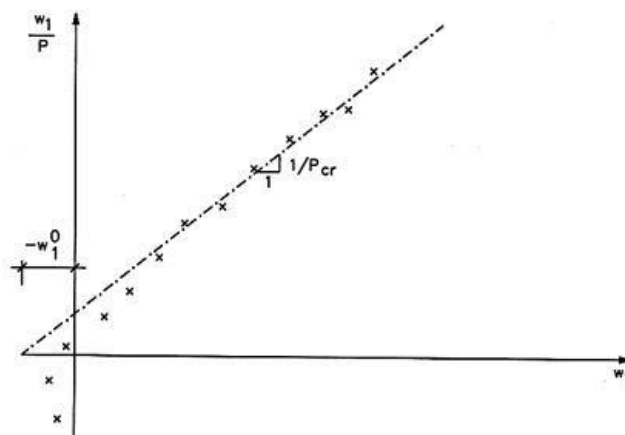


Figura 2.5 – Diagrama de Southwell (Reis e Camotim, 2000).

Em 1974, Wood desenvolveu um método aproximado que permitia obter o  $L_E$  de elementos inseridos em estruturas porticadas, com ou sem deslocamentos laterais, avaliado com base em ábacos e que dependia dos coeficientes de rigidez  $K = I/L$  dos pilares e das vigas adjacentes, sendo  $I$  o momento de inércia das secções dos elementos. Obtendo o comprimento de encurvadura  $L_E$  utilizava-se novamente a equação de Euler substituindo  $L$  por  $L_E$  (Silva, 2013).

Em elementos e estruturas reais, devido às inevitáveis imperfeições (tensões residuais e geométricas), os elementos comprimidos afastam-se da sua configuração geométrica inicial desde o início da aplicação da carga de compressão (flexão composta: N+M), o que provoca tensões adicionais tanto maiores quanto mais próxima se encontra a carga do valor crítico, de tal forma que a carga crítica dada pela equação de Euler nunca é atingida. Assim, na verificação da segurança pela Equação 2.5 de peças esbeltas ( $\sigma_{CR} \leq \sigma_y$ ) utiliza-se um coeficiente de segurança  $\psi = 1,8$  segundo a antiga regulamentação portuguesa, o REAPE (*Regulamento de Estruturas de Aço Para Edifícios*), ver Silva (2013).

$$P \leq \frac{\pi^2 EI}{\psi L_E^2} \quad \rightarrow \quad \sigma \leq \frac{\pi^2 E}{\psi \lambda^2} \quad \text{Eq. (2.5)}$$

Nos casos em que a tensão limite de proporcionalidade do material é ultrapassada, pode utilizar-se a teoria de Euler com o módulo de elasticidade tangente  $E_t$ , mas dada dificuldade na obtenção deste parâmetro (processo iterativo), desenvolveram-se curvas baseadas em resultados experimentais que fornecem a tensão crítica de encurvadura em função do coeficiente de esbelteza, como a curva de Tetmeyer ou a parábola de Johnson. Tetmeyer aproximou, por testes experimentais, as relações entre a carga crítica de encurvadura e a esbelteza de peças pouco esbeltas, através de retas que passam no limite onde a teoria de Euler deixa de ser válida, o ponto correspondente à tensão limite de proporcionalidade. Os limites da curva dependem da esbelteza e esta depende da tensão limite de proporcionalidade  $\sigma_p$ . A reta de Tetmeyer era a usada na regulamentação portuguesa antes dos Eurocódigos, pelo REAPE.

O atual regulamento de dimensionamento de estruturas metálicas, o EC3-1-1, utiliza as *curvas europeias de dimensionamento à encurvadura* obtidas por correlações numéricas dos resultados de vários ensaios experimentais com provetes de configuração inicial sinusoidal, na cl. 6.3.1.2. Estas foram desenvolvidas em 1978 por Maquoi e Rondal (1978) com base na fórmula de Ayrton-Perry e consideram diretamente as imperfeições resultantes da existência de tensões residuais e de desvios geométricos nos elementos. Estas curvas permitem relacionar o coeficiente de encurvadura  $\chi$  com o coeficiente de esbelteza normalizada  $\lambda_I$  através de um coeficiente  $\alpha$ , que depende da geometria das secções transversais, da classe do aço, do processo de fabrico e do plano de encurvadura condicionante, de acordo com a Tabela 6.2 e a Figura 6.4 do EC3-1-1 (CEN, 2010).

### 2.3.1.2. *Encurvadura lateral de elementos sujeitos a esforços de flexão*

Em elementos de secção aberta de paredes finas (tais como secções em I ou H) não restringidos lateralmente e sujeitos a esforços de flexão pode ocorrer instabilidade por encurvadura lateral. Este tipo de secções possui baixa rigidez de torção,  $GJ$ , e baixa rigidez de flexão segundo o eixo de menor inércia,  $EI_z$ . A encurvadura lateral (ou encurvadura lateral-torsional) ocorre por deformação lateral da zona comprimida da secção de um elemento sujeito a esforços de flexão em torno do eixo de maior inércia.

Para este elemento a estabilidade depende essencialmente do momento crítico  $M_{CR}$ , “momento máximo que o elemento, em condições ideais, pode suportar sem encurvar lateralmente” (Simões, 2014). O valor do  $M_{CR}$  depende das propriedades geométricas e materiais da secção - como o momento de inércia em relação ao eixo de menor inércia  $I_z$ , a constante de torção uniforme  $I_T$ , a constante de empenamento  $I_W$ , do comprimento do elemento  $L$ , dos módulos de elasticidade de flexão  $E$  e de torção  $G$  - bem como do carregamento e das condições de apoio e contraventamento (Simões, 2014).

Pela variedade dos casos possíveis, não existe uma fórmula exata de avaliação do momento crítico. No entanto, Trahair (1993) sugere no seu estudo que o  $M_{CR}$  de uma viga simplesmente apoiada, secção duplamente simétrica, sujeita a esforços de flexão em torno do eixo de maior inércia  $I_y$  e carregamento aplicado ao nível do centro de corte, pode ser estimado multiplicando um momento crítico constante  $M_{CR}^E$ , dado pela Equação 2.6, por um fator  $\alpha_m$  que depende da forma do diagrama de momento fletor. Para diferentes condições de apoio Trahair deduziu equações para o cálculo do  $M_{CR}$ , como para vigas em consola carregadas uniformemente ou vigas contínuas de carregamento pontual na extremidade livre.

$$M_{CR}^E = \frac{\pi}{L} \sqrt{GI_T EI_z \left(1 + \frac{\pi^2 EI_W}{L^2 GI_T}\right)} \quad \text{Eq. (2.6)}$$

Em alternativa, os trabalhos de Clark e Hill (1960) e de Galéa (1981) permitiram desenvolver a Equação 2.7 de âmbito mais alargado para elementos em flexão em torno do eixo de maior inércia, constituído por secções transversais duplamente simétricas ou monossimétricas com simetria em relação ao eixo de menor inércia, com diversas condições de apoio e diversos tipos de carregamento, ver Simões (2013).

$$M_{CR} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{(k_z L)^2} \left\{ \left[ \left( \frac{k_z}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(k_z L)^2 GI_T}{\pi^2 EI_z} + (C_2 z_g - C_3 z_j)^2 \right]^{0,5} - (C_2 z_g - C_3 z_j) \right\} \quad \text{Eq. (2.7)}$$

Os coeficientes  $C_1$ ,  $C_2$  e  $C_3$  dependem da forma do diagrama de momentos fletores e das condições de apoio. Os fatores  $k_w$  e  $k_z$  traduzem o comprimento efetivo dependente das

condições de apoio nas extremidades. O fator  $z_g$  traduz a diferença entre a coordenada do ponto de aplicação de carga e a do centro de corte, ambas em relação ao centro de gravidade da secção, e  $z_j$  traduz o grau de assimetria da peça em relação ao eixo de maior inércia  $y$ .

Além desta equação existem programas de cálculo automático que permitem a obtenção do  $M_{CR}$  de vigas de diferentes condições de apoio e carregamento, como o *LTBeam* desenvolvido em França pelo *Centre Technique Industriel de la Construction Métallique (CTICM)*.

Tal como no caso da compressão, o efeito das imperfeições, sejam elas deformações laterais  $v$ , distorções  $\varphi$  entre secções transversais, excentricidades da carga em relação ao centro de corte e/ou tensões residuais, condicionam o comportamento do elemento, impedindo-o de atingir o  $M_{CR}$  nas condições consideradas “ideais”. Assim, a metodologia para dimensionamento à instabilidade por encurvadura lateral do EC3-1-1 volta a considerar as *curvas europeias de dimensionamento à encurvadura*, cuja escolha depende do tipo de secção e do processo de fabrico dos elementos, traduzindo-se num fator de imperfeição  $\alpha_{LT}$  a aplicar no Caso Geral, cl. 6.3.2.2 e cl. 6.3.2.3, e que depende da geometria das secções transversais, da classe do aço, do processo de fabrico e do plano de encurvadura condicionante. A Equação (6.56) do EC3-1-1 permite calcular o coeficiente de encurvadura  $\chi_{LT}$  que por sua vez possibilita obter o momento fletor resistente à encurvadura  $M_{b,Rd}$  de elementos à flexão.

### **2.3.1.3. Encurvadura local – classificação de secções**

Além dos fenómenos de encurvadura global, os elementos de uma estrutura com secções total ou parcialmente em compressão podem também sofrer encurvadura local, dependendo da classe das secções dos elementos. Para cada secção, a classe é dada pela maior classe dos componentes comprimidos que a constituem (mais desfavorável).

A instabilização local de um elemento é tanto mais suscetível quanto mais alta for a sua classe (das secções) e que depende de vários fatores:

- esbelteza dos componentes da secção (relação  $c/t$ , sendo  $c$  o comprimento do elemento comprimido e  $t$  a espessura);
- esforços atuantes (axial e momento fletor);
- classe do aço (parâmetro  $\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$ , sendo  $f_y$  a tensão de cedência), segundo a cl. 5.5 e o Quadro 5.2. do EC3-1-1.

A classe das secções indica a capacidade de rotação e de formação de rótulas plásticas das secções em análise. A definição da classe de uma secção é muito relevante pois indica se o elemento deve ser dimensionado usando as suas capacidades plásticas (Classes 1 e 2), elásticas (Classe 3) ou se se exige a utilização de secções efetivas para um dimensionamento elástico

(Classe 4). Segundo o apresentado no trabalho de Simões (2013), as quatro classes definem-se por:

- **Classe 1** – secções em que se pode formar uma rótula plástica, com capacidade de rotação superior à mínima exigida para utilização de métodos plásticos de análise;
- **Classe 2** – secções em que é possível atingir o momento plástico mas que possuem uma capacidade de rotação limitada;
- **Classe 3** – secções em que a tensão na fibra extrema mais comprimida do elemento em aço, assumindo uma distribuição elástica, pode atingir o valor da tensão de cedência, mas que encurva localmente sem conseguir atingir o momento plástico;
- **Classe 4** – secções em que a encurvadura local impede que seja atingida a tensão de cedência nas zonas mais comprimidas da secção.

Para as secções de classe 4, o EC3-1-1 indica que se deve utilizar uma secção transversal efetiva retirando as zonas suscetíveis de instabilizar localmente de forma a poder utilizar-se a sua capacidade elástica (Simões, 2013). A definição das propriedades das secções efetivas é determinada regulamentarmente pelo EC3-1-5.

### 2.3.2. Elementos de inércia variável

São inúmeras as investigações na análise da estabilidade, onde se incluem peças metálicas como elementos simplesmente apoiados, elementos em consola, vigas contínuas e vigas-coluna. No entanto, quando se referem a peças de inércia variável, o número de investigações desenvolvidas é reduzido, sendo na sua maioria estudos analíticos ou recorrendo a modelos numéricos.

Segundo Timoshenko e Gere (1961), a necessidade de análise de elementos de secção variável remonta ao final do século XIX, por A. Föppl. Apesar disso, o primeiro trabalho de investigação em elementos de secção variável sujeitos a fenómenos de encurvadura pertence ao próprio Timoshenko (1908). Nos anos 20, Dinnik (1929) apresentou um método de dimensionamento para colunas de secção variável. Mais tarde, destacam-se os estudos experimentais desenvolvidos por Butler e Anderson (1963) e Prawel *et al.* (1974) na análise elástica e plástica da estabilidade, respetivamente. Os efeitos da não linearidade foram considerados por Horne *et al.* (1979) e Salter *et al.* (1980). Mais recentemente, Hirt e Crisinel (2001) desenvolveram expressões para a determinação do momento de inércia equivalente  $I_{eq}$  de elementos com secção em I de altura variável.

Comparando com a análise de estabilidade de elementos uniformes, a primeira grande dificuldade na análise de elementos de inércia variável surge na escolha da secção de dimensionamento à estabilidade local. Enquanto nos elementos uniformes a secção de dimensionamento corresponde à secção de maior classe, nos elementos não uniformes, pela

variação do momento de inércia ao longo do elemento, a secção de maior classe pode não ser a secção crítica, e por isso conduzir a sobredimensionamento da estrutura (Marques, 2012).

Outro aspeto relevante é a determinação das tensões que surgem nas secções. Dado o grau de variação da altura de secção em elementos não uniformes sujeitos a momento fletor surgem tensões normais (perpendiculares a um arco que se desenvolve perpendicularmente de um banzo ao outro) tanto maiores quanto mais afastadas do eixo longitudinal da peça, e tensões tangenciais necessárias ao equilíbrio vertical, Figura 2.5a. Em 1931, Bleich (1931) demonstrou que esta curva pode ser aproximada por uma superfície bi-linear na avaliação da capacidade elástica a esforços de corte, Figura 2.5b. Galambos (1988) demonstrou que estas tensões apenas tomavam efeitos consideráveis para ângulos  $\alpha$  superiores a  $15^\circ$  (Marques, 2012).

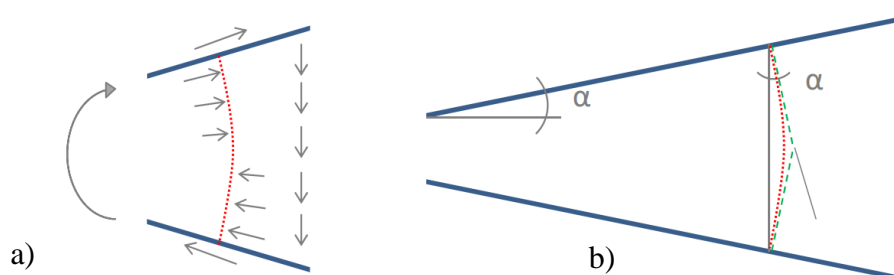


Figura 2.5 - Tensões geradas em elemento de secção variável. a) Tensões normais e tangenciais por flexão; b) Aproximação bi-linear por Bleich (Marques, 2012).

Em trabalho semelhante Silva (2013) calculou o erro que se cometia, usando a Teoria da Elasticidade, no cálculo das tensões internas de um elemento de secção variável em forma de cunha e ângulo de variação  $\alpha$  em consola sujeito a esforço axial  $N$ , esforço transversal  $V$  ou momento fletor  $M$  na extremidade livre, quando se utilizava a Teoria de Peças Prismáticas. Na aplicação de um momento fletor  $M$  em vez de carga transversal  $V$  a distribuição das tensões deixa de ser puramente radial, surgindo uma tensão tangencial. Silva (2013) demonstrou que o erro cometido dependia apenas do ângulo de variação  $\alpha$  e era tanto maior quanto maior esse mesmo ângulo, tornando-se relevante em ângulos superiores a  $20^\circ$ , cometendo-se no caso de aplicação de momento fletor  $M$  um erro por excesso, ou seja, favorável à segurança.

Mais recentemente, Andrade *et al.* (2007) desenvolveram um modelo unidimensional na análise da instabilidade por flexão-torção de vigas em consola com secção variável e Marques (2012) propôs novas regras de estabilidade na verificação da encurvadura por flexão-torção em elementos de altura variável, consistentes com as existentes no EC3-1-1.

O estudo de elementos de secção variável pode ser dividido em quatro categorias: vigas, colunas, vigas-coluna e pórticos. Esta dissertação apenas faz análise às três primeiras categorias, dando particular importância aos elementos vigas (ensaiados experimentalmente) e aos estudos de carácter experimental e modelos numéricos ou analíticos mais relevantes. Os



elementos analisados na presente dissertação tiveram como base de dimensionamento as propostas apresentadas no trabalho de Marques (2012) onde apresenta algumas alterações ao método de dimensionamento atual na verificação da encurvadura lateral e por flexão de elementos de inércia variável, o Método Geral, cl. 6.3.4 do EC3-1-1.

### 2.3.2.1. Método de dimensionamento atual – Método Geral (cl. 6.3.4 – EC3-1-1)

Atualmente, a verificação aos fenómenos de instabilidade para elementos não uniformes, como os estudados nesta dissertação, está contemplada na cl. 6.3.4 do EC3-1-1. Este método permite a verificação da resistência à encurvadura lateral e à encurvadura por flexão-torção sempre que se verifica a condição dada pela Equação 2.8. Da Equação 2.9 obtém-se a esbelteza normalizada  $\overline{\lambda}_{op}$ . A determinação dos fatores  $\alpha_{ult,k}$  e  $\alpha_{cr,op}$  pode ser feita com recurso a análise por elementos finitos (CEN, 2010).

$$\frac{\chi_{op}\alpha_{ult,k}}{\gamma_{M1}} \geq 1,0 \quad \text{Eq. (2.8)}$$

$$\overline{\lambda}_{op} = \sqrt{\alpha_{ult,k}/\alpha_{cr,op}} \quad \text{Eq. (2.9)}$$

Onde:

$\alpha_{ult,k}$  – valor mínimo do fator de amplificação a aplicar às ações de cálculo para se atingir o valor característico de resistência da secção transversal mais crítica do componente estrutural, considerando o seu comportamento no plano do carregamento sem ter em conta a encurvadura por flexão no plano lateral ou a encurvadura lateral (por flexão-torção), mas tendo no entanto em conta todos os efeitos devidos à deformação geométrica no plano e às imperfeições, globais e locais;

$\chi_{op}$  – coeficiente de redução calculado para esbelteza normalizada  $\overline{\lambda}_{op}$  para ter em consideração a encurvadura por flexão no plano lateral ou a encurvadura lateral (por flexão-torção);

$\gamma_{M1}$  – fator parcial de segurança para os efeitos à instabilidade (= 1,0 pelo Anexo Nacional);

$\overline{\lambda}_{op}$  – esbelteza normalizada global do componente estrutural;

$\alpha_{cr,op}$  – valor mínimo do fator de amplificação a aplicar às ações de cálculo atuantes no plano para atingir o carregamento crítico elástico do componente estrutural a encurvadura por flexão no plano lateral ou a encurvadura lateral (por flexão-torção), sem ter em consideração a encurvadura por flexão no plano.

Segundo o EC3-1-1, cl. 6.3.4(4), o valor de  $\chi_{op}$  pode ser obtido por:

- valor mínimo de  $\chi$  para encurvadura por flexão (cl. 6.3.1) ou de  $\chi_{LT}$  para encurvadura lateral (cl. 6.3.2) utilizando  $\overline{\lambda}_{op}$ ;
- valor interpolado entre  $\chi$  e  $\chi_{LT}$  determinados por a) utilizando a expressão que permite obter  $\alpha_{ult,k}$  na secção transversal crítica.

Como já foi referido, em elementos de secção variável torna-se difícil definir à partida qual a secção crítica a considerar no dimensionamento dado que, devido à variação da altura das secções de um elemento, podem existir várias secções de diferentes classes e que nem sempre a secção de classe mais alta corresponde à secção crítica. No entanto, o regulamento obriga que se considere sempre a classe de secção mais alta (situação mais desfavorável) o que resulta, na maioria dos casos, em soluções sobredimensionadas.

Outras dificuldades na aplicabilidade desse método passam pela escolha da *curva europeia de dimensionamento à encurvadura* para o cálculo do fator de imperfeições, a consideração dos efeitos de torção ou das condições reais de carregamento.

### **2.3.2.2. Vigas**

Estando maioritariamente sujeitas a esforços de flexão, as vigas tendem a instabilizar por encurvadura lateral ou por encurvadura local da secção (no caso de secções esbeltas).

Baseando-se em estudos numéricos, Boley e Zimnoch (1952) desenvolveram um estudo de análise à encurvadura lateral de elementos não uniformes. Mais tarde, Timoshenko e Gere (1961), através de uma análise pelo Método dos Elementos Finitos (MEF), e com base nas leis de energia de Timoshenko, desenvolveram um sistema de equações lineares para determinação de cargas críticas de encurvadura, usando alguns coeficientes de correção aproximados, de vigas em consola sujeitas a diferentes condições de carregamento.

Em 1959, Krefeld *et al.* (1959) realizaram ensaios experimentais em vigas de aço em consola com secção em I, analisando as tensões críticas na fase elástica do material para diferentes graus de variação e diferentes comprimentos. Comparando com resultados experimentais de elementos uniformes estabeleceram *fatores de redução* em função das dimensões das secções nos apoios e do ângulo de variação  $\alpha$  que permitiam o cálculo da tensão elástica de encurvadura de vigas não-uniformes em consola.

No mesmo ano, através de modelos analíticos, Lee (1959) desenvolveu equações para determinar a deformação longitudinal com base nas relações Momento-Curvatura e Torção-Distorção. A principal conclusão foi que as expressões traduziam resultados similares às expressões desenvolvidas para secções uniformes.

Em 1963, Butler e Anderson (1963) estudaram, através de ensaios experimentais, a estabilidade elástica de vigas de secção variável em I. Num estudo semelhante, Prawel *et al.* (1974) realizaram análises de estabilidade em vigas em I em fase plástica. A medição das tensões residuais permitiu concluir que a distribuição das tensões era idêntica à distribuição em elementos prismáticos soldados. Dando continuidade ao seu trabalho, Butler (1966) realizou

alguns testes experimentais em vigas de aço em consola com secção variável dos quais retirou informações empíricas sobre condições de travamentos laterais.

Em 1972, Kittiporchai e Trahair (1972) analisaram o efeito de cargas verticais e a excentricidade em relação ao centro de corte, do que resultou num método geral de análise de encurvadura em fase elástica para vigas em I com grau de variação e carregamento qualquer, através de uma expressão para obtenção do  $M_{CR}$ . Ensaio experimentais permitiram concluir que este método conduzia a resultados próximos dos reais.

Mais tarde Gálea (1986) desenvolveu expressões para o cálculo do  $M_{CR}$  de uma viga não uniforme de momento fletor constante, através do cálculo da altura e momento de inércia efetivos da secção de dimensionamento.

Em 1988, Bradford (1988) concluiu que, no que respeitava à análise de estabilidade em vigas de secção em I de altura variável, as expressões usadas nos códigos de dimensionamento de estruturas metálicas Britânico e Australiano baseavam-se num baixo número de configurações geométricas e condições de apoio, o que as tornava muito limitadas. Com base numa análise em elementos finitos conseguiu desenvolver soluções paramétricas exatas (iterativas com velocidade de convergência muito rápida) no cálculo do momento resistente à encurvadura para instabilidade em fase elástica. Além disso, desenvolveu um método de dimensionamento à instabilidade em fase plástica de vigas não uniformes com base nas soluções elásticas. Através de exemplos, demonstrou ser possível obter as curvas reais de comportamento destes elementos em vez de considerar os métodos aproximados apresentados nos códigos de dimensionamento.

Considerando os efeitos das imperfeições geométricas, reunidos no *American Institute of Steel Construction* (AISC), encontram-se os trabalhos de Kim (2010), Ziemian (2010) e Kaelher *et al.* (2010) que estabeleceram os limites de encurvadura de elementos não uniformes como elementos uniformes equivalentes, ou seja, vigas uniformes com a mesma carga crítica de instabilidade que o elemento original.

### **2.3.2.3. Colunas**

Habitualmente, os esforços a que os elementos coluna de uma estrutura metálica estão sujeitos são maioritariamente de compressão, pelo que estes elementos, além de poderem instabilizar por encurvadura local das secções, podem também instabilizar por modos de encurvadura por flexão-torção.

A estabilidade em elementos de secção variável sujeitos a esforços de compressão começou por ser estudada por Dinnik em 1914. A publicação de Timoshenko (1953) reúne toda a informação estudada até à altura, desde os estudos de Dinnik, Ostwald e Morley.

Butler e Anderson (1963) realizaram ensaios experimentais em colunas variáveis de secção em I sujeitas apenas a esforços de compressão para avaliação da  $P_{CR}$ . Os resultados permitiram a validação da fórmula proposta por Nakagawa (1937).

Considerando uma análise de estabilidade em regime plástico, Prawel *et al.* (1974) concluíram que as tensões residuais em colunas de secção variável por chapas soldadas eram idênticas às de elementos prismáticos. Os efeitos das imperfeições foram também estudados por Horne *et al.* (1979) e Salter *et al.* (1980).

Em 1986, Ermopoulos (1986) investigou o caso de barras não uniformes à compressão por cargas pontuais aplicadas em diversos pontos ao longo do seu eixo longitudinal. Com base numa análise linear de estabilidade, estabeleceu equações de equilíbrio de barras axialmente comprimidas considerando a variação da rigidez de flexão  $EI$  dos elementos. Utilizando estas equações, que permitiram obter as cargas críticas dos elementos, desenvolveu três conjuntos de equações para três condições de apoio diferentes. Utilizando estas equações desenvolveu ábacos que, avaliando a rigidez das barras, permitia calcular a carga crítica de uma coluna de secção variável, em semelhança ao método de Wood (1974) para a análise da carga crítica de colunas inseridas em estruturas porticadas, apresentado no trabalho de Simões (2014).

Considerando as regras de dimensionamento dispostas no EC3-1-1, Batista e Muzeau (1998) propuseram uma regra de dimensionamento de colunas de secção variável através da aplicação de um fator de multiplicação  $K$  obtido por ábacos desenvolvidos por estudos numéricos. A carga de encurvadura do elemento variável obtém-se por multiplicação do fator  $K$  pelo esforço axial crítico da menor secção.

#### **2.3.2.4. Vigas-coluna**

Os elementos vigas-coluna são elementos sujeitos simultaneamente a esforço axial e de flexão significativos. Na análise à instabilidade o modo de encurvadura poderá ser por flexão, flexão-torção ou encurvadura local.

Num estudo de análise de estabilidade de vigas-coluna em I, Butler e Anderson (1963) determinaram uma curva de interação das tensões devidas a esforços de compressão, independente do grau de variação da altura da secção, que traduzia resultados compatíveis com os obtidos na análise de vigas uniformes, tendo como base ensaios experimentais.

Mais tarde Prawel *et al.* (1974) incluíram os efeitos de contraventamentos laterais em vigas-coluna simplesmente apoiadas. Experimentalmente mediram a carga crítica  $P_{CR}$  que provocava instabilidade. Nesse estudo iniciaram ainda uma pesquisa na influência das tensões residuais resultantes do fabrico dos elementos. Os resultados permitiram estabelecer grupos de curvas de

interação momento-curvatura de vigas-colunas de secção variável sujeitas a flexão em torno do eixo de maior inércia. Com estas curvas era possível prever a deformação dos elementos. Do fabrico concluíram que diferentes processos influenciavam a resposta elástica como, por exemplo, o facto de o uso de oxicorte gerar elementos com maior resistência à encurvadura lateral na fase plástica do material. Além disso, quanto maior  $y_h$  maior o nível de encurvadura local do elemento, localizada no banzo comprimido próximo do apoio.

Em 1980, Salter *et al.* (1980) realizaram testes experimentais em colunas simplesmente apoiadas e secção em I de altura variável, sujeitas a esforço axial de compressão e momentos fletores pontuais em torno do eixo principal de inércia em cada extremo. Entre cada teste variavam o  $y_h$ , o quociente entre a carga axial e a carga crítica de Euler, o comprimento dos elementos e a localização dos travamentos laterais ao longo do elemento. Nos elementos não contraventados a encurvadura ocorreu por flexão ou por flexão-torção. Pela análise dos resultados, concluíram que a carga determinada nos códigos de dimensionamento *BS 449* e *Draft British Limit State Standard* traduziam resultados demasiado conservadores.

Shiomi e Kurata (1984) analisaram numérica e experimentalmente a resistência à encurvadura de vigas-coluna por forma a desenvolver fórmulas de dimensionamento. Os testes experimentais foram realizados em 24 vigas-coluna de secção em I obtidas por soldadura de chapas. Dos resultados foi possível concluir que para valores baixos das cargas a deformação máxima localizava-se na posição prevista pela análise analítica em fase elástica. Para cargas superiores, o deslocamento máximo ocorria mais próximo da menor secção que o previsto. Comparando os resultados com a equação desenvolvida, concluíram que os resultados da fórmula analítica estavam demasiado do lado da segurança, ou seja, conduziam a soluções pouco económicas.

## 3 CAMPANHA EXPERIMENTAL

### 3.1. Introdução

A análise comportamental de elementos lineares, quer sejam de secção constante ou variável, dependem não só da configuração geométrica dos mesmos e das ações de carregamento mas também das condições de apoio e das imperfeições iniciais. Para que seja possível a obtenção de resultados experimentais capazes de caracterizar o comportamento real dos elementos no que respeita à encurvadura global (dentro e fora do plano) ou local, à carga de instabilidade, às imperfeições geométricas e à influência das tensões residuais, é crucial definir em pormenor as componentes necessárias à instrumentação, desde a classificação do material, a geometria dos provetes e a descrição dos procedimentos de ensaio.

No âmbito desta dissertação estavam previstos seis ensaios experimentais distribuídos por três tipologias de elementos em aço de secção variável - 3 colunas, 2 vigas e 1 viga-coluna - com o principal objetivo de medir a carga última e avaliar o modo de instabilidade, local ou global, e cruzar os resultados com a influência das imperfeições iniciais (geométricas e tensões residuais). No entanto, dada a complexidade de preparação de ensaios desta magnitude apenas se realizaram, até à data de publicação deste documento, os ensaios experimentais relativos aos elementos viga. Apesar disso, apresentam-se também as características (geométricas e materiais) bem como os *layouts* de ensaio dos restantes elementos (colunas e viga-coluna). Todos estes elementos obtiveram-se por soldadura de chapas com dois formatos diferentes, em “L” e em “V”, ver Figura 3.1. Além dos ensaios dos elementos lineares realizaram-se ensaios de seccionamento em provetes-teste para a medição das tensões residuais resultantes do processo de fabrico por corte e soldadura de perfis laminados que permitiram medir as tensões residuais e avaliar a sua distribuição para secções de diferentes alturas de elementos lineares não uniformes.

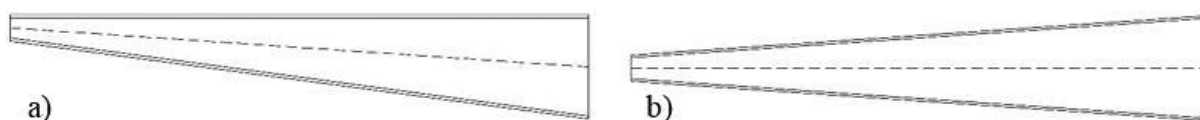


Figura 3.1 – a) Formato tipo “L”; b) Formato tipo “V” (Canha, 2012).

Neste capítulo listam-se os equipamentos laboratoriais necessários aos ensaios experimentais, faz-se referência às propriedades mecânicas dos provetes e das componentes de apoio/ligação e descrevem-se a geometria dos provetes e procedimentos de ensaios, onde se insere o

dimensionamento das ligações rotuladas e das chapas de topo, a disposição geométrica para cada tipo de elemento estudado, a montagem dos *layouts* e os procedimentos de medição dos parâmetros em análise: imperfeições (geométricas e tensões residuais), modos de encurvadura, cargas últimas e distribuição de tensões.

### 3.2. Equipamento

A realização dos ensaios experimentais para a avaliação dos efeitos de encurvadura requereram a utilização de equipamentos laboratoriais e dispositivos, tais como: pórticos de reação, macaco hidráulico (cilindro de alta pressão de 300 toneladas e extensão máxima de 250mm – marca ENERPAC) (Figura 3.2a), células de carga, *data logger* (TDS-530), LVDT's (Transformador Diferencial Variável Linear) e extensómetros (FLA-6-11 de 120 $\Omega$ ). Além destes equipamentos, foi ainda utilizado um dispositivo robótico de varrimento laser (ROBOT Romer F-41800 Montoire) que permitiu a modelação tridimensional das Vigas 1 e 2 e conseqüentemente obter o modelo digital com a geometria real, incluindo todas as imperfeições e desvios presentes na peça. Para a medição de tensões residuais utilizou-se uma serra mecânica e arrefecimento por ar comprimido (modelo SABI SH 260) (Figura 3.2b), extensómetros do tipo YFLA-6-11 de 120 $\Omega$ , termopares para medição da temperatura na fase de corte e o *data logger*. Por fim nos ensaios de tração para caracterização do aço dos provetes utilizou-se a prensa mecânica de 100 toneladas (marca SERVOSIS) (Figura 3.2c), além de extensómetros FLA-6-11 de 120 $\Omega$ , um extensómetro mecânico, um LVDT e do *data logger* para registo dos dados.



Figura 3.2 – Equipamentos laboratoriais: a) Macaco hidráulico; b) Serra mecânica; c) Prensa.

Os pórticos de reação são elementos de grandes dimensões, resistentes e rígidos, fixos ao pavimento (laje de reação) do laboratório, que em colaboração com a parede de reação permitem ao macaco hidráulico aplicar o carregamento nos provetes, além de servir de condição de apoio à viga-coluna e às colunas. Para os ensaios serão necessários dois pórticos, um vertical para carregamento transversal das vigas e um horizontal para carregamento axial das colunas e da viga-coluna, suportando o macaco hidráulico.

O *data logger* regista a força aplicada na célula de carga (e conseqüentemente nos provetes), as variações de resistência elétrica dos extensómetros, os deslocamentos medidos pelos LVDT's e a temperatura dos provetes (nos ensaios de tensões residuais) medida pelos termopares. As

células de carga são transdutores de força e permitem medir indiretamente a força aplicada pela mudança de pressão no seu interior. Nos ensaios experimentais este dispositivo encontra-se entre o macaco hidráulico e ponto de aplicação de carga nos elementos não uniformes. Os LVDT's foram colocados nas zonas de deformação vertical e horizontal máxima de acordo com as previsões dos modelos numéricos (ver subcapítulo 4.2), pontos de aplicação de carga e entre travamentos laterais. Estes permitem medir os deslocamentos em pontos estratégicos das peças. Os extensómetros são transdutores colados aos provetes em pontos pré-definidos e medem as extensões dos elementos pela variação da resistência elétrica, permitindo obter o nível de tensão nesses mesmos pontos.

### **3.3. Caracterização das propriedades mecânicas do aço**

Os elementos foram fabricados por soldadura de chapas em aço de laminação termodinâmica de acordo com a norma EN 10025-2:2004 (+M). No que respeita à resistência ao impacto, o aço tem tenacidade JR. Assim, os elementos ensaiados experimentalmente foram fabricados em aço S355 JR +M de acordo com a norma EN 10025-2:2004.

De forma a garantir resistência suficiente nas ligações rotuladas quando sujeitas aos esforços atuantes durante todas as fases dos ensaios utilizaram-se sempre classes de aço iguais ou superiores aos dos elementos lineares para as componentes constituintes das rótulas (chapas, cavilhas, parafusos, porcas, anilhas e soldadura). Todos os constituintes em chapa, bem como a soldadura, são executados em aço igual ao utilizado nos elementos lineares. Para as cavilhas utilizou-se um aço de alta resistência de classe 8.8 e por isso uma tensão de cedência de 640MPa. Os parafusos são M30 de classe 8.8 com cabeça hexagonal de Grau A, normas EN 15048-1 e NP EN ISO 4017:2008, respetivamente. As porcas e anilhas necessárias ao aparafusamento dos parafusos são também de Grau A, de acordo com as normas NP EN ISO 4032:2008 e NP EN ISO 7089:2008, respetivamente.

### **3.4. Geometria dos provetes**

A análise do comportamento de elementos lineares, quer sejam de secção constante ou variável, depende não só da configuração geométrica dos mesmos e das ações de carregamento, mas também das condições de apoio. Para que seja possível a obtenção de resultados experimentais capazes de caracterizar o comportamento real dos elementos no que respeita à encurvadura global ou local, à carga de encurvadura, às imperfeições geométricas e às tensões residuais, as ligações dos elementos ao exterior deverão ser suficientemente resistentes, garantindo que não influenciam os parâmetros medidos ao mesmo tempo que garantem os apoios e libertações pretendidas. Este capítulo faz referência à configuração geométrica dos provetes, incluindo o dimensionamento dos elementos de apoio e dos contraventamentos.



### 3.4.1. Condições de apoio e de contraventamentos

As ligações a utilizar nos ensaios são do tipo rótula para qualquer das configurações dos ensaios experimentais, coluna, viga ou viga-coluna, variando a posição e direção de funcionamento das mesmas de acordo com a tipologia do elemento. A sua uniformização com a parede de reação e com os elementos lineares é garantida por aparafusamento às chapas de topo.

A verificação da configuração geométrica e da resistência das ligações rotuladas apresentadas nos subcapítulos seguintes foi executada para as condições de carregamento que produziam os maiores esforços nas componentes críticas, com base nos resultados dos modelos numéricos desenvolvidos na *Task 2* do projeto de investigação *Tapersteel*.

As componentes da ligação que necessitam de verificação, além da configuração geométrica, são a cavilha ao corte ( $N_{Ed}$  e  $V_{z,Ed}$ ) e à flexão, os parafusos ao corte, chapas ao esmagamento (rótula e topo dos elementos lineares) e rotura em bloco nas chapas, Figura 3.3.

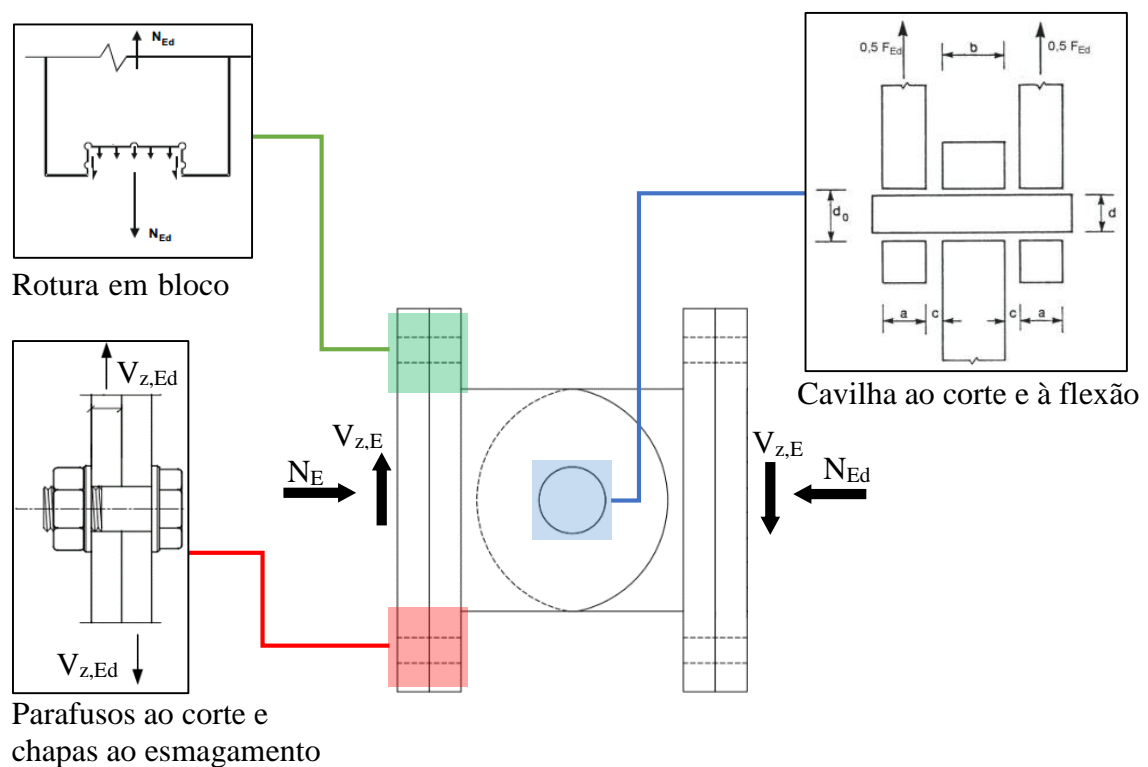


Figura 3.3 - Identificação das componentes necessárias à verificação da ligação rotulada.

O carregamento de que resultam os esforços de cálculo inclui, além das cargas dos ensaios obtidas nos modelos numéricos, os pesos próprios dos elementos e das rótulas (que foram pré-dimensionadas e verificadas posteriormente). Aos esforços existentes foi aplicado um fator de segurança multiplicativo (F.S.) de 3, de forma a garantir uma grande resistência destes elementos de ligação, e estes são apresentados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 - Cargas de cálculo e de dimensionamento resultantes dos modelos numéricos.

Ensaio	Elemento	L <sub>elemento</sub> [m]	Cálculo		F.S.	Dimensionamento	
			N [kN]	V <sub>z,máx</sub> [kN]		N <sub>Ed,máx</sub> [kN]	V <sub>Ed,máx</sub> [kN]
1	Coluna 1	6	<b>1231,84</b>	5,60	3	<b>3695,52</b>	<b>924,60</b>
2	Coluna 2	6	1140,28	5,40			
3	Viga 1	4	819,30	<b>308,20</b>			
4	Viga 2	4	699,03	263,20			
5	Coluna 3	6	1207,00	5,50			
6	Viga-Coluna	6	191,48	16,10			

### 3.4.1.1 Rótulas e chapas de topo – dimensionamento

#### i) Configuração Geométrica

Para os ensaios verificou-se a necessidade de dimensionar duas rótulas de configuração geométrica diferente, dada a condicionante do espaçamento vertical e horizontal dos *dywigads* na parede de reação. Cada uma das rótulas é constituída por três corpos rígidos: uma cavilha, um elemento com quatro chapas de espessura  $t = 40\text{mm}$  soldadas à chapa de topo e um elemento idêntico com cinco chapas de espessura  $t = 30\text{mm}$  soldadas à chapa de topo. Estes dois últimos elementos encaixam um no outro e ligam-se por colocação da cavilha que os atravessa, Figura 3.4. Os elementos de cinco chapas soldadas têm configuração geométrica diferente para cada rótula e o elemento de quatro chapas soldadas será igual em ambas as rótulas.

No texto que se segue utilizar-se-á a seguinte simbologia para a designação das peças em análise:

- *Pin5,A* – elemento de cinco chapas de espessura  $t = 30\text{mm}$  soldadas à chapa de topo da rótula em contato com a parede de reação (rótula A);
- *Pin5,B* – elemento de cinco chapas de espessura  $t = 30\text{mm}$  soldadas à chapa de topo da rótula que não se encontra em contato com a parede de reação (rótula B);
- *Pin4,AB* – elemento de quatro chapas de espessura  $t = 40\text{mm}$  soldadas à chapa de topo comum às rótulas A e B.

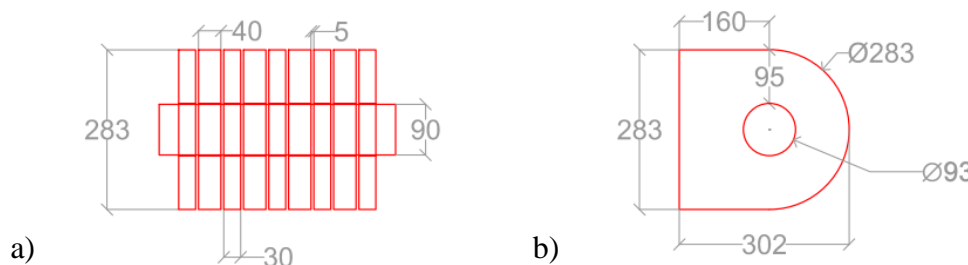


Figura 3.4 – a) Uniformização dos corpos rígidos das rótulas por atravessamento das cavilhas.  
b) Dimensões geométricas das chapas soldadas às chapas de topo das rótulas.

As Figuras 3.5a, 3.5b e 3.5c apresentam as características geométricas dos elementos *Pin5,A*, *Pin5,B* e *Pin4,AB*, respetivamente. Adjacente às figuras, as Tabelas 3.2a, 3.2b e 3.2c resumem as características geométricas das chapas de topo e furação dos respetivos elementos, de acordo com a disposição apresentada na Figura 3.1 pertencente à cláusula 3.5 do EC3-1-8 e a geometria dos ensaios que traduzem as maiores cargas de dimensionamento, neste caso, a Coluna 1 ( $N_{Ed,máx}$ ) e a Viga 1 ( $V_{Ed,máx}$ ).

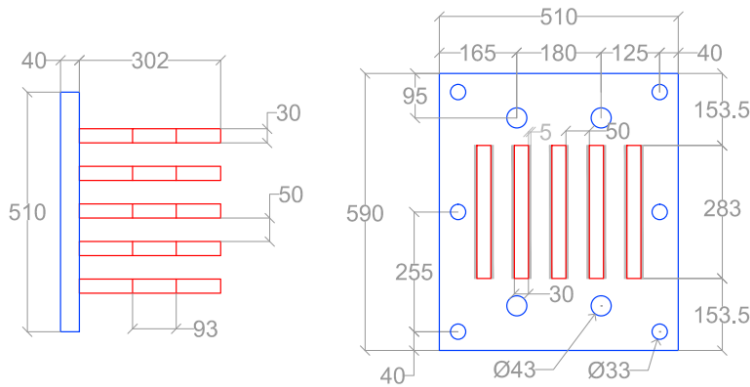


Figura 3.5a - Geometria de elemento *Pin5,A*.

Tabela 3.2a - Características geométricas *Pin5,A* (vertical).

Elemento <i>Pin5,A</i>	
$t_{chapa,topo}$ [mm]	40
$b$ [mm]	510
$h$ [mm]	590
$d_0$ [mm]	43
$e_1$ [mm]	95
$p_1$ [mm]	400
$e_2$ [mm]	165
$p_2$ [mm]	180

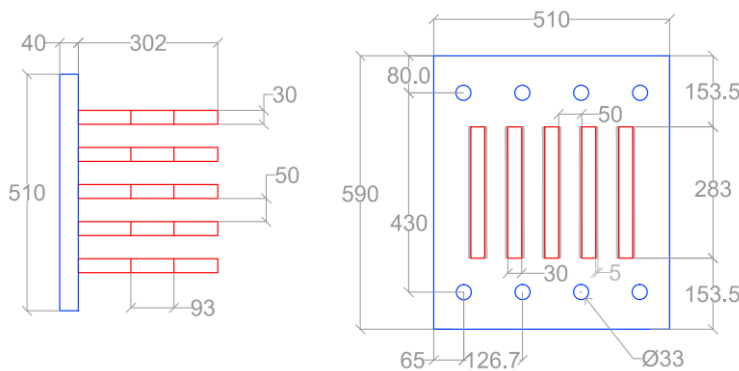


Figura 3.5b – Geometria do elemento *Pin5,B*.

Tabela 3.2b - Características geométricas *Pin5,B* (horizontal).

Elemento <i>Pin5,B</i>	
$t_{chapa,topo}$ [mm]	40
$b$ [mm]	590
$h$ [mm]	510
$d_0$ [mm]	33
$e_1$ [mm]	65
$p_1$ [mm]	126,7
$e_2$ [mm]	80
$p_2$ [mm]	430

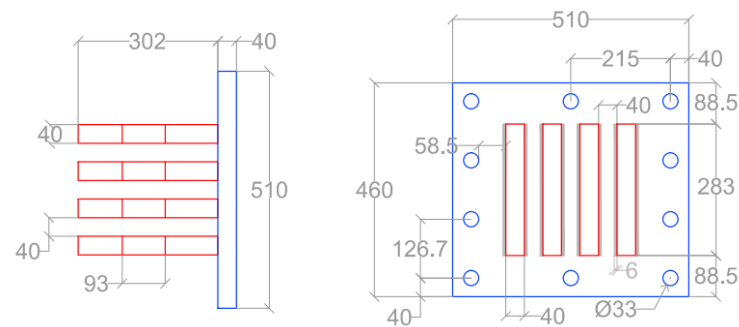


Figura 3.5c – Geometria do elemento *Pin4,AB* (2x).

Tabela 3.2b - Características geométricas *Pin4,AB*.

Elemento <i>Pin4,AB</i>	
$t_{chapa,topo}$ [mm]	40
$b$ [mm]	510
$h$ [mm]	590
$d_0$ [mm]	33
$e_1$ [mm]	40
$p_1$ [mm]	126,7
$e_2$ [mm]	40
$p_2$ [mm]	215

Estas configurações vão de encontro aos limites mínimos e máximos estipulados na cláusula 3.5 (Quadro 3.3) do EC3-1-8 na disposição dos furos de parafusos e cláusula 3.13.1 (Quadro 3.9) da mesma norma para a configuração geométrica das chapas soldadas às chapas de topo das rótulas, utilizando a Tipologia A. A mesma verificação da geometria e furação das chapas foi realizada para as chapas de topo dos elementos lineares de ensaio. Verificou-se que estes cumpriam, como era exigido, os limites mínimos e máximos.

## ii) Verificação da Resistência

A verificação da resistência das componentes foi realizada considerando sempre a tensão de cedência dos elementos, caindo na zona de comportamento elástico linear dos materiais.

### Cavilha e Chapas para atravessamento da cavilha

As cavilhas usadas para as rótulas são em aço de alta resistência de classe 8.8, e têm diâmetro  $\varnothing_{Cavilha} = 90\text{mm}$ . As características deste elemento encontram-se resumidas na Tabela 3.3.

Tabela 3.3 - Características do elemento cavilha.

Classe	8.8
$f_{yc}$ [MPa]	640
$f_{uc}$ [MPa]	800
$f_{yc,design}$ [MPa]	640
$\varnothing_{Cavilha}$ [mm]	93
$d$ [mm]	90
$A$ [mm <sup>2</sup> ]	6 361,73
$I_p$ [mm <sup>4</sup> ]	3 220 623,34
$W_{el}$ [mm <sup>3</sup> ]	71 569,41

A componente de cavilha ao corte influencia não só a cavilha, mas também os elementos *Pin5,A*, *Pin5,B* e *Pin4,AB* que esta atravessa. Os modos de rotura e os requisitos de dimensionamento para ligações com cavilhas apresentam-se no Quadro 3.10 da cláusula 3.13.2. do EC3-1-8.

O esforço de corte atuante na cavilha,  $F_{Ed}$ , obteve-se como a atuação de ação de corte devido à carga de compressão ( $N_{Ed,máx}$ ) e devido ao esforço transversal ( $V_{Ed,máx}$ ) divididos pelo número de chapas soldadas à chapa de topo (utilizou-se o elemento de quatro chapas soldadas pois traduzia em esforços atuantes maiores), utilizando o teorema da raiz quadrada da soma dos quadrados (RQSQ). Para a resistência à flexão da cavilha (combinada ou não com o esforço de corte), o momento atuante,  $M_{Ed}$ , foi calculado com recurso à Figura 3.11 (EC3-1-8) e fórmula adjacente à mesma da referida norma. As verificações encontram-se apresentadas na Tabela 3.4.

Tabela 3.4 – Verificação dos requisitos de dimensionamento cavilha.

Modo de rotura	Requisitos de dimensionamento	Esforços atuantes e resistentes	
Resistência ao corte da cavilha	$F_{v,Rd} = \frac{0,6 * A * f_{up}}{\gamma_{M2}} \geq F_{v,Ed}$	$F_{v,Ed} = \sqrt{N_{d,dent}^2 + V_{d,máx,dent}^2}$	952,36 kN
		$F_{v,Rd}$	1954,32 kN
Resistência ao esmagamento da chapa da cavilha	$F_{b,Rd} = \frac{1,5 * t * d * f_y}{\gamma_{M0}} \geq F_{b,Ed}$	$F_{b,Ed} = F_{v,Ed}$	952,36 kN
	$F_{b,Rd, Serv} = \frac{0,6 * t * d * f_y}{\gamma_{M6, Serv}} \geq F_{b,Ed, Serv}$	$F_{b,Rd}$	1917,00 kN
		$F_{b,Rd, Serv}$	<b>766,80 kN</b>
Resistência à flexão da cavilha	$M_{Rd} = \frac{1,5 * W_{el} * f_{yp}}{\gamma_{M0}} \geq M_{Ed}$	$M_{Ed} = \frac{F_{v,Ed}}{8} * (b + 4c + 2a)$	12,14 kN.m
		$M_{Rd}$	68,71 kN.m
	$M_{Rd, Serv} = \frac{0,8 * W_{el} * f_{yp}}{\gamma_{M6, Serv}} \geq M_{Ed, Serv}$	$M_{Rd, Serv}$	36,64 kN.m
Resistência da cavilha a combinação de esforços de corte e flexão	$\left[ \frac{M_{Ed}}{M_{Rd}} \right]^2 + \left[ \frac{F_{v,Ed}}{F_{v,Rd}} \right]^2 \leq 1$	0,27	

É de salientar que não se verifica resistência suficiente em serviço ao esmagamento das chapas da cavilha, por uma diferença de quase 190kN. Apesar disso, como se aplicou um fator multiplicativo de segurança elevado (F.S. = 3) para a obtenção dos esforços atuantes, os valores destes esforços permitem uma larga folga e nunca serão atingidos. De acordo com o esforço resistente da chapa da cavilha ao esmagamento tem-se um fator de segurança F.S. = 2,42.

As cavilhas das rótulas, por se utilizarem em todos os ensaios, são do tipo amovível. A equação 3.14 do EC3-1-8 prevê que nestes casos a pressão diametral de contacto,  $\sigma_{h,Ed}$ , deverá ser inferior a tensão diametral resistente,  $f_{h,Rd}$ , ver Tabela 3.5.

Tabela 3.5 - Verificação de pressão diametral para cavilha amovível.

Requisito de dimensionamento	Pressão diametral atuante e resistente [MPa]		
$\sigma_{h,Ed} \leq f_{h,Rd}$	$\sigma_{h,Ed} = 0,591 * \sqrt{\frac{E * F_{b,Ed, Serv} * (d_0 - d)}{d^2 * t}}$	Pin5,A e Pin5,B	Pin4,AB
		415,31	402,12
	$f_{h,Rd} = 2,5 * \frac{f_y}{\gamma_{M6, Serv}}$	887,5	

### Parafusos/Dywidags e Chapas de Topo das Rótulas

Os carregamentos existentes nos ensaios induzem nos parafusos e nos *dywidags* esforços de corte segundo o eixo *zz* (vertical). Este esforço sobre os parafusos deve ser controlado para que não ocorra rotura por corte dos parafusos e *dywidags* ou por esmagamento das chapas que estes atravessam. A verificação destes modos de rotura foi verificada segundo o disposto no Quadro 3.4, cláusula 3.6.1 do EC3-1-8.

O esforço de corte atuante ao nível de cada parafuso/*dywidag* será igual ao esforço transversal de dimensionamento ( $V_{Ed,máx}$ ) distribuído igualmente por cada um destes elementos, sendo essa a carga de verificação do dimensionamento. Na Tabela 3.6 apresentam-se as verificações de resistência dos elementos referidos, diferenciado para cada peça diferente.

Tabela 3.6 - Verificação do dimensionamento de chapas de topo e parafusos/*dywidags*.

Modo de rotura	Requisitos de dimensionamento	Esforços atuantes e resistentes [kN]			
		Chapa	Pin5,A	Pin5,B	Pin4,AB
Resistência ao corte por plano de corte	$F_{v,Rd} = \frac{\alpha_v * A * f_{ub}}{\gamma_{M2}} \geq F_{v,Ed}$	$F_{v,Ed} = \frac{V_{Ed,máx}}{n^{\circ}parafusos}$	231,15	115,58	92,46
		$F_{v,Rd}$	603,19	143,62	143,62
Resistência ao esmagamento	$F_{b,Rd} = \frac{k_1 * \alpha_b * d * t * f_u}{\gamma_{M2}} \geq F_{b,Ed}$	$F_{b,Ed} = F_{v,Ed}$	231,15	115,58	92,46
		$F_{b,Rd,extremidade}$	1761,24	559,39	233,25
		$F_{b,Rd,interior}$	1761,24	559,39	344,24

Além destas verificações é necessário garantir resistência suficiente das chapas de topo para que não exista risco de rotura em bloco. O EC3-1-8 contempla esta verificação na cláusula 3.10.2, Equação (3.9). Esta equação permite o cálculo do esforço transversal resistente máximo,  $V_{eff,1,Rd}$ , para um grupo de parafusos simétricos sujeitos a carregamento centrado, considerando as áreas úteis das chapas solicitadas à tração ( $A_{nt}$ ) e ao corte ( $A_{nv}$ ), separadamente. A Tabela 3.7 apresenta a verificação do modo de rotura em bloco pelos furos dos *dywidags* na chapa de topo da rótula coincidente com a parede de reação.

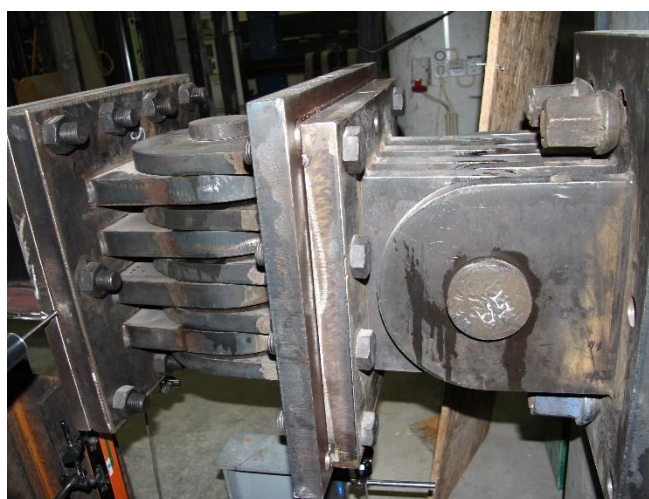
Tabela 3.7 - Verificação da resistência da rotura em bloco pelos *dywidags*.

Modo de rotura	Requisitos de dimensionamento	Esforços atuantes e resistentes [kN]	
Resistência ao destacamento do bloco	$V_{eff,1,Rd} = f_u * \frac{A_{nt}}{\gamma_{M2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} * f_y * \frac{A_{nv}}{\gamma_{M0}}$	$V_{Ed} = V_{Ed,máx}$	924,60
		$V_{eff,1,Rd}$	2090,28

Além da verificação das chapas de topo dos elementos pertencentes à ligação, as verificações das Tabelas 3.6 e 3.7 foram também realizadas para as chapas de topo dos elementos lineares dos ensaios, verificando-se que estas se encontravam em segurança.

### 3.4.1.2 Apoio intermédio (para elementos viga) e contraventamentos

Dependendo da tipologia dos ensaios foi necessário aplicar travamentos horizontais em determinados planos horizontais e de ambos os lados dos elementos. Os elementos viga, além do sistema bi-rotulado junto à parede de reação por associação das rótulas em série (Figura 3.6a), requeriam ainda uso de um apoio intermédio que permitisse a rotação em torno do eixo forte, garantido por uso de uma cavilha ( $\varnothing_{cavilha} = 85\text{mm}$ ) apoiada sobre um perfil HEB300 com chapas soldadas de espessura  $t = 40\text{mm}$  nos topos (Figura 3.6b). Tendo-se apenas realizado os ensaios para as viga, apenas se apresentam aqui os travamentos usados nesses mesmos ensaios.



a) Ligação bi-rotulada junto à parede de reação (vigas).

b) Apoio Intermédio.

Figura 3.6 – Condições de apoio dos elementos viga.

Para os elementos viga, os travamentos laterais na zona do apoio intermédio garantiram-se por soldadura de dois rolamentos de cada lado (a alturas diferentes) a perfis verticais, travados no pórtico de reação, impedindo a torção das vigas. Para a Viga 1 utilizaram-se perfis SHS250\*10 (Figura 3.7a) enquanto para a Viga 2 usou-se um perfil HEB160 para a soldadura dos rolamentos (Figura 3.7b).

Na zona de aplicação de carga, para a Viga 1 utilizaram-se novamente perfis SHS250\*10 encostados à chapa de topo com placas de acrílico de ambos os lados para evitar o máximo de atrito e permitir um deslocamento vertical livre (Figura 3.8a). Já para a Viga 2, os travamentos laterais garantiram-se por soldadura de rolamentos a perfis HEB140, inclinados a  $45^\circ$  na extremidade livre (um rolamento de cada lado) (Figura 3.8b).

A utilização de diferentes perfis entre os dois elementos deve-se exclusivamente ao fato de se ter ensaiado primeiro a Viga 2 (mais flexível) e dadas as cargas atingidas terem sido superiores às esperadas, apesar dos travamentos terem resistido na perfeição para este elemento, concluiu-se que havia necessidade de utilizar travamentos mais reforçados para o ensaio da Viga 1.



a) Travamento da Viga 1.



b) Travamento da Viga 2.

Figura 3.7 – Travamentos laterais na zona do apoio intermédio.



a) Travamento da Viga 1.



b) Travamento da Viga 2.

Figura 3.8 – Travamentos laterais na zona de aplicação de carga.

### 3.4.2. Vigas

As vigas ensaiadas são constituídas por duas partes, uma de secção linearmente variável com 4m de comprimento e uma zona de 1,8m de altura constante com chapas de reforço verticais (Vigas 1 e 2) e horizontais (Viga 2). Estes elementos foram obtidos por soldadura de chapas, segundo o esquema da Figura 3.9.



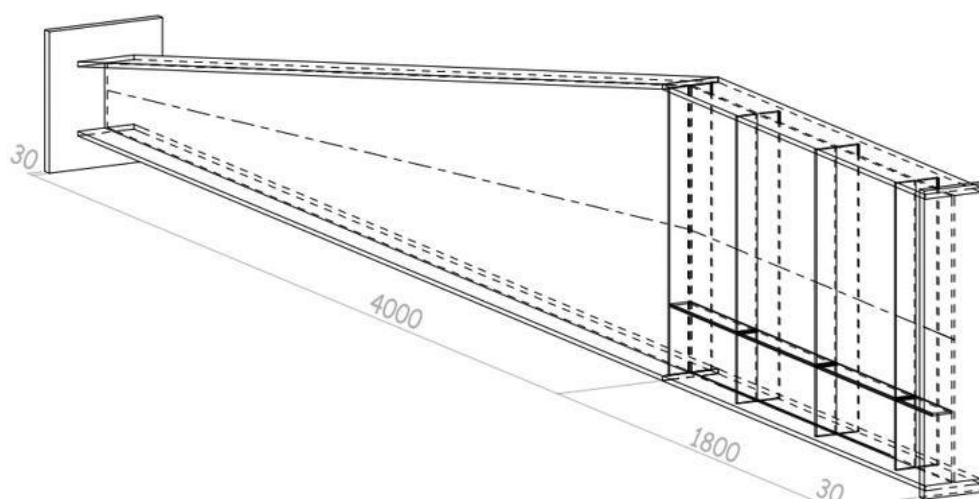


Figura 3.9 - Esquema de configuração geométrica do elemento viga.

Ambas as vigas possuem um grau de variação  $\gamma_h = 4$  e um formato em “L”, diminuindo a espessura da chapa que constitui a alma da Viga 1 para a Viga 2 e a existência de reforços horizontais na Viga 2 (apenas do lado esquerdo). As características geométricas dos elementos e dos reforços estão resumidas na Tabela 3.8 e na Tabela 3.9, respectivamente. Foram medidas as espessuras reais nos provetes, valores que se encontram entre parêntesis nas mesmas tabelas.

Tabela 3.8 - Características geométricas dos elementos viga.

Elemento	Forma	$\gamma_h$	$L$ [m]	$b$ [mm]	$t_w$ [mm]	$t_f$ [mm]	Menor secção [mm]		Maior secção [mm]	
							$h_i$	Chapa ( $b \cdot h$ )	$h_j$	Chapa ( $b \cdot h$ )
<b>Viga 1</b>	L	4	5,80	210	15 (15,63)	16 (15,88)	250	460*510	1000	270*1060
<b>Viga 2</b>	L	4	5,80	210	6 (7,10)	16 (15,99)	250	460*510	1000	270*1060

Tabela 3.9 – Reforços dos elementos viga.

Elemento	Reforço vertical no apoio			Reforços verticais fora do apoio			Reforços horizontais		
	$b$ [mm]	$h$ [mm]	$t$ [mm]	$b$ [mm]	$h$ [mm]	$t$ [mm]	$b$ [mm]	$h$ [mm]	$t$ [mm]
<b>Viga 1</b>	90	968	20 (19,59)	90	968	10 (10,56)	-	-	-
<b>Viga 2</b>	100	968	20 (19,38)	100	968	10 (10,55)	100	1790	10 (10,56)

Avaliadas à flexão pura, considerando o valor real de tensão de cedência  $f_y$  obtido pelos ensaios de tração (ver subcapítulo 4.3) e as espessuras reais das chapas constituintes das vigas, a Viga 1 é de classe 2 e a Viga 2 de classe 4, ambas condicionadas pela alma na secção mais alta (zona de transição entre secção variável e secção constante) já que os banzos são sempre Classe 1. Considerando o eixo  $xx$  (eixo longitudinal) com origem na secção de menor inércia (excluindo espessura de chapa) e  $L = 4000\text{mm}$  (projeção horizontal do trecho de secção variável), a Tabela

3.10 apresenta a relação  $x/L$  ( $x$  em mm) para os quais se verifica variação da classe de secções (e respetiva altura total) condicionada pela altura da alma.

Tabela 3.10 – Classificação das secções dos elementos viga.

Elemento	Viga 1		Viga 2			
	$x/L$	[0; 0,888]	]0,888; 1]	[0;0,257]	]0,257;0,337]	]0,337; 0,6369]
Classe	Classe 1	Classe 2	Classe 1	Classe 2	Classe 3	Classe 4
Altura [mm]	[250; 915,84]	]915,84; 1000]	[250; 442,77]	]442,77; 502,90]	]502,90; 727,17]	]727,17; 1000]

### 3.4.3. Colunas

Os elementos do tipo coluna são de secção variável duplamente simétrica em I com grau de variação em altura  $y_h$  constante (variação linear). Estes foram obtidos por soldadura de três chapas, uma constituindo a alma de altura variável e duas para os banzos de largura constante. Os elementos têm um comprimento longitudinal de 6,00 metros aos quais foram soldadas chapas de topo de espessura igual a 30mm, de acordo com o esquema da Figura 3.10.

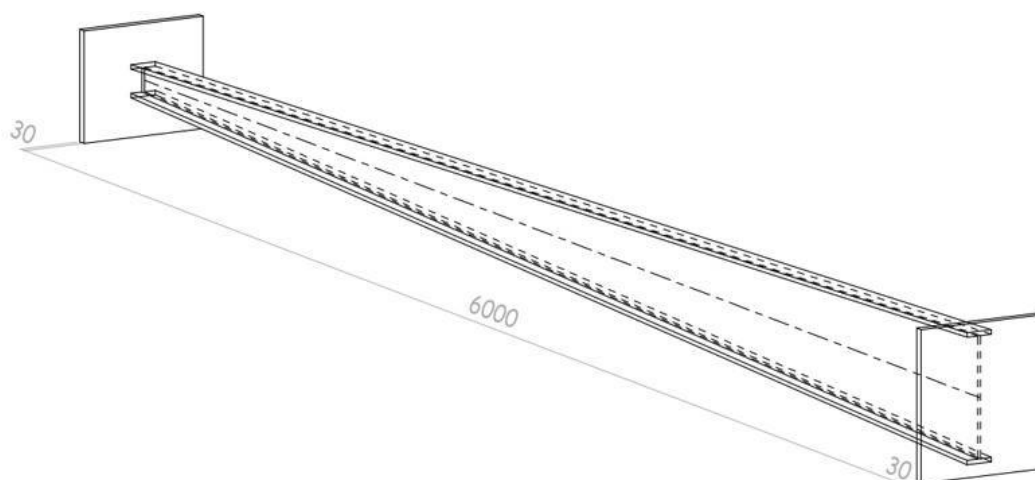


Figura 3.10 – Esquema de configuração geométrica do elemento coluna.

Existindo apenas variação da altura do elemento, a Coluna 1 é de classe 4 condicionada pela alma na zona da maior secção transversal, quando sujeita a compressão pura e tem grau de variação de  $y_h = 4$  e formato tipo “V”. A Coluna 2 tem um formato em “V”, com um grau de variação  $y_h = 2$ . Mais uma vez, o elemento é de classe 4 condicionado pela alma da secção transversal de maior altura. A Coluna 3 tem um formato em “L” e tem grau de variação  $y_h = 3$ . Este elemento é de classe 3 para compressão pura. As características geométricas dos elementos coluna, incluindo dimensões das chapas de topo soldadas apresentam-se na Tabela 3.11.

Tabela 3.11 – Características geométricas dos elementos coluna.

Elemento	Forma	$\gamma_h$	$L$ [m]	$b$ [mm]	$t_w$ [mm]	$t_f$ [mm]	Menor secção [mm]		Maior secção [mm]	
							$h_i$	Chapa ( $b*h$ )	$h_j$	Chapa ( $b*h$ )
Coluna 1	V	4	6,00	100	12	12	120	510*460	480	510*540
Coluna 2	V	2	6,00	110	6	12	185	510*460	370	510*460
Coluna 3	L	3	6,00	100	10	16	120	510*460	360	510*460

### 3.4.4. Viga-coluna

O elemento viga-coluna apresenta uma configuração geométrica muito semelhante ao da Coluna 3 (Figura 3.10). De facto, a única diferença entre os dois elementos referidos são, além do carregamento aplicado, as dimensões das chapas de topo e a existência de um perfil HEB200 soldado à secção de maior altura da viga coluna, por forma a conferir-lhe a excentricidade da carga pretendida. As chapas de topo têm uma espessura variável em altura de 30 a 38mm. As características geométricas deste elemento apresentam-se na Tabela 3.12.

Tabela 3.12 – Características geométricas do elemento viga-coluna.

Elemento	Forma	$\gamma_h$	$L$ [m]	$b$ [mm]	$t_w$ [mm]	$t_f$ [mm]	Menor secção [mm]		Maior secção [mm]	
							$h_i$	Chapa ( $b*h$ )	$h_j$	Chapa ( $b*h$ )
Viga-Coluna	L	3	6,00	100	10	16	120	160*460	360	510*460

## 3.5. Procedimentos de ensaio

### 3.5.1. Montagem de *layout*

Dependendo do tipo de elemento ensaiado, a preparação e montagem dos *layouts* variam em alguns aspetos desde as condições de apoio, os travamentos laterais, a posição para colocação dos extensómetros e LVDT's e tipo de pórtico laboratorial, tornando necessário referenciar os procedimentos de ensaio separadamente pelos diferentes elementos.

#### 3.5.1.1. Vigas

As vigas ensaiadas têm uma configuração geométrica idêntica entre si, variando apenas a espessura das chapas e a existência ou não de chapas de reforço horizontais (subcapítulo 3.4.2). São simplesmente apoiadas com duas rótulas em série (restrição à torção e das translações nas três direções principais) na extremidade de menor secção transversal e um apoio intermédio no ponto de transição entre o troço de secção variável e o de secção transversal constante que permite a rotação em torno do eixo de maior inércia da secção transversal. A carga é aplicada pontualmente, ao nível do banzo superior, a 85mm para dentro da extremidade livre do troço

em consola (não considerando os 30mm da chapa de topo), de cima para baixo, através do macaco hidráulico acoplado ao pórtico de reação. As vigas encontram-se travadas lateralmente na zona de aplicação da carga e na zona do apoio intermédio. A Figura 3.11 apresenta a configuração geométrica do *layout* dos elementos viga.

Tendo por base os resultados dos modelos numéricos desenvolvidos na *Task 2* do projeto de investigação *TaperSteel* e considerando uma análise GMNIA (subcapítulo 4.2), avaliaram-se as zonas de maior concentração de tensões (von Mises) e as secções com maior deslocamento horizontal e vertical. Esta pré-análise permitiu aferir de forma aproximada as zonas mais esforçadas e de deslocamentos máximos e, assim, decidir a distribuição dos extensómetros e dos LVDT's nos elementos para os ensaios experimentais. Para as vigas, a escolha da disposição dos extensómetros e dos LVDT's seguiu estes princípios da distribuição de tensões e deslocamento vertical e horizontal máximo previsto nos modelos numéricos, além de outros deslocamentos em pontos de interesse. Esta distribuição segue o apresentado na Figura 3.11 e nos Pormenores 1, 2 e 3.

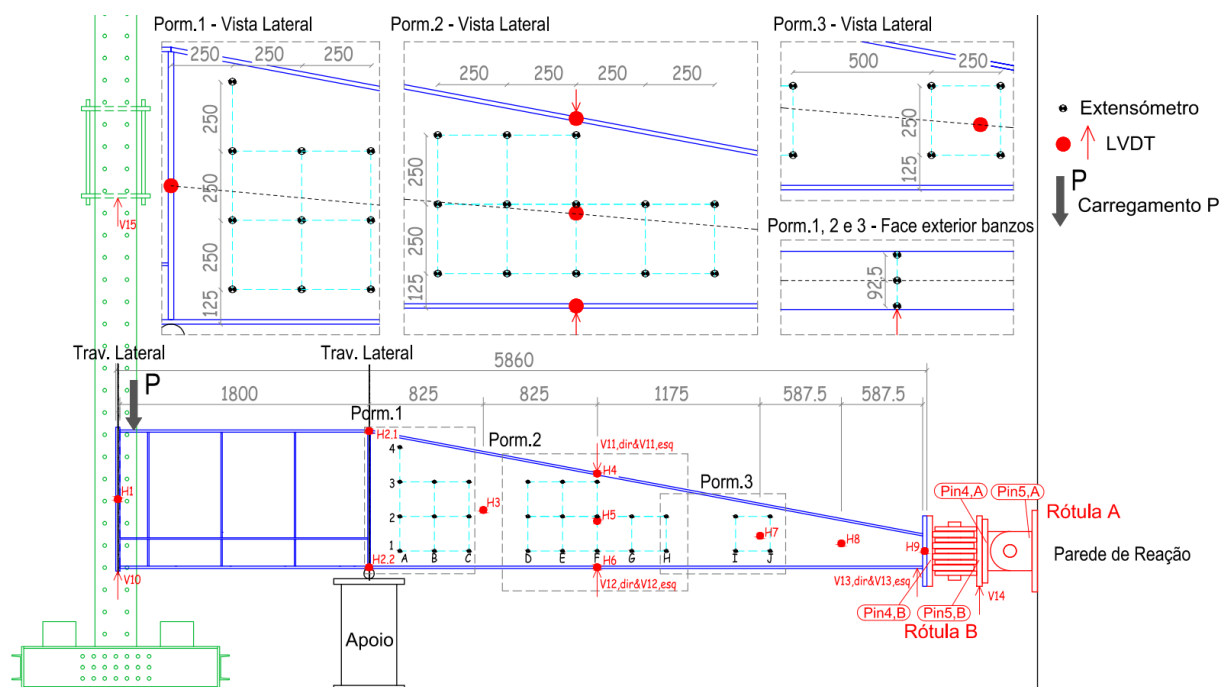


Figura 3.11 - Configuração geométrica de ensaio das Vigas 1 e 2.

### 3.5.1.2. Colunas

Independentemente das características geométricas, as colunas são simplesmente apoiadas, sujeitas a uma carga de compressão axial sobre o eixo longitudinal aplicada na extremidade de maior secção transversal. As ligações ao exterior garantem-se por aparafusamento de rótulas no topo de cada uma das extremidades dos elementos coluna, libertando a rotação em torno do eixo de maior inércia e restringindo-as nas restantes direções além de impedir translações em

todas as direções exceto no eixo longitudinal da peça no apoio junto ao pórtico de reação onde o carregamento é aplicado (zona de maior secção). Quanto a travamentos no plano horizontal, perpendiculares ao eixo dos elementos, as Colunas 1 e 2 são travadas a cada 1m excetuando as zonas de apoio, num total de 5 travamentos horizontais (Figuras 3.12 e 3.13). Para a Coluna 3 usaram-se três travamentos laterais espaçados de 1,5m (Figura 3.14).

Tal como para as vigas, na disposição dos extensómetros e dos LVDT's foram tidos em conta os resultados dos modelos numéricos desenvolvidos por Canha (2012) de acordo com a distribuição de tensões e de deslocamentos máximos.

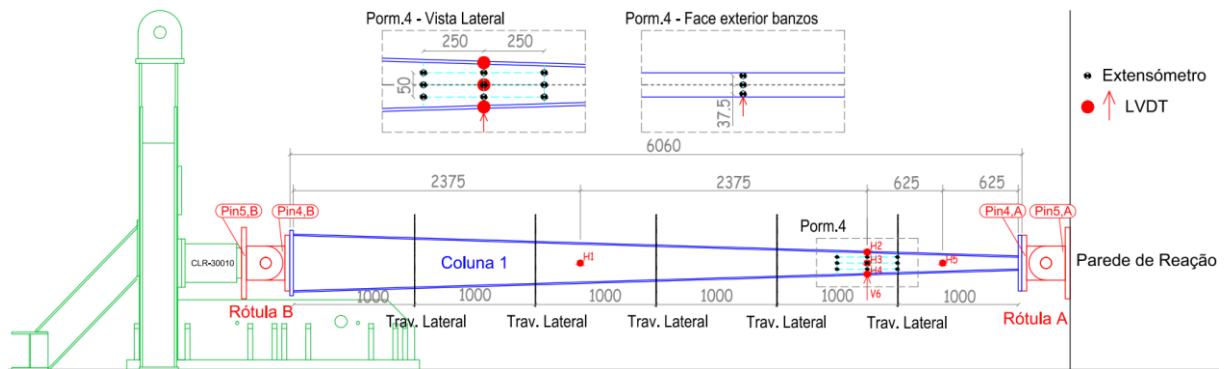


Figura 3.12 – Configuração geométrica de ensaio da Coluna 1.

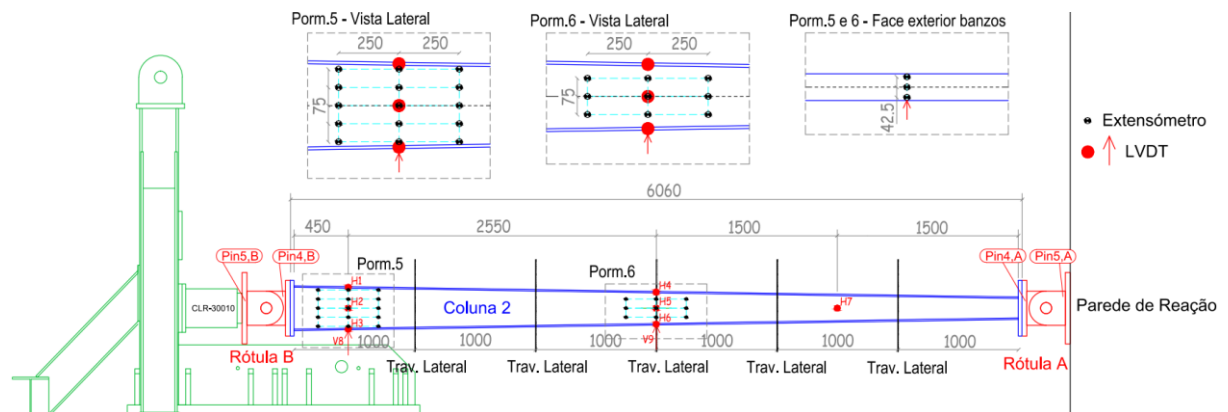


Figura 3.13 - Configuração geométrica de ensaio da Coluna 2.

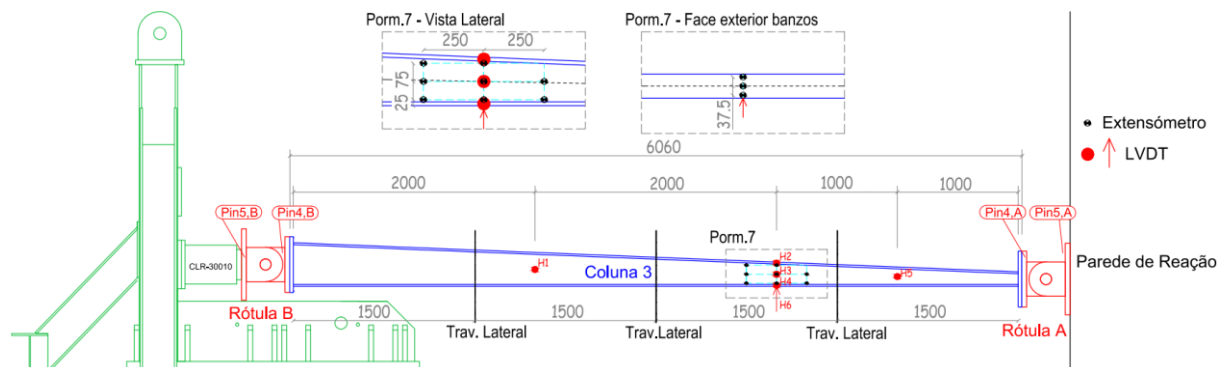


Figura 3.14 - Configuração geométrica de ensaio da Coluna 3.

No alinhamento vertical das zonas onde se esperam que ocorram os deslocamentos máximos colocam-se 2 LVDT's horizontais nos banzos, 1 LVDT horizontal na alma ao nível do eixo longitudinal e 1 LVDT vertical no banzo inferior, permitindo medir os deslocamentos reais e comparar com os resultados numéricos. Além disso, a meia distância entre estes alinhamentos e os apoios coloca-se um LVDT horizontal na alma ao nível do eixo longitudinal dos elementos. A posição dos extensómetros definiu-se de duas formas distintas para a alma e para os banzos. Em ambos os lados da alma, dispõem-se os extensómetros em malha nas zonas de deslocamentos máximos e de maior concentração de tensões. Na superfície exterior de cada banzo, colocam-se 3 extensómetros nos alinhamentos de 4 LVDT's (zonas de deslocamentos horizontal e vertical máximos), um central e os restantes a meio dos banzos.

Para a Coluna 1, os deslocamentos máximos eram esperados a 1,25m da extremidade da secção com menor altura (excluindo a chapa de topo). O Pormenor 4 da Figura 3.12 apresenta a disposição dos extensómetros e dos LVDT's usada para este elemento. O elemento Coluna 2 possui uma distribuição de extensómetros de acordo com os Pormenores 5 e 6 da Figura 3.13 Na mesma figura apresenta-se a disposição dos LVDT's. Por fim, a Coluna 3 apresenta um *layout* de acordo com a Figura 3.14 e o Pormenor 6. Neste último elemento os extensómetros são paralelos ao banzo inferior e não ao eixo longitudinal, como acontece nas Colunas 1 e 2.

### 3.5.1.3. Viga-coluna

O ensaio da viga-coluna tem uma disposição de um elemento simplesmente apoiado, libertando as rotações em ambas as direções principais na extremidade com secção de menor altura impedindo a torção da viga-coluna e as translações. Na zona de maior secção, um apoio simples liberta a rotação em torno do eixo de maior inércia. Este elemento é sujeito a uma carga de compressão aplicada a 0,25m da face exterior do banzo superior, originando uma excentricidade total da carga em relação ao eixo longitudinal do elemento de 0,43m. Esta excentricidade confere carga axial e momento fletor pontual na extremidade com a secção de maior altura. A viga-coluna está contraventada lateralmente a meio vão. A Figura 3.15 apresenta a disposição do ensaio do elemento viga-coluna.

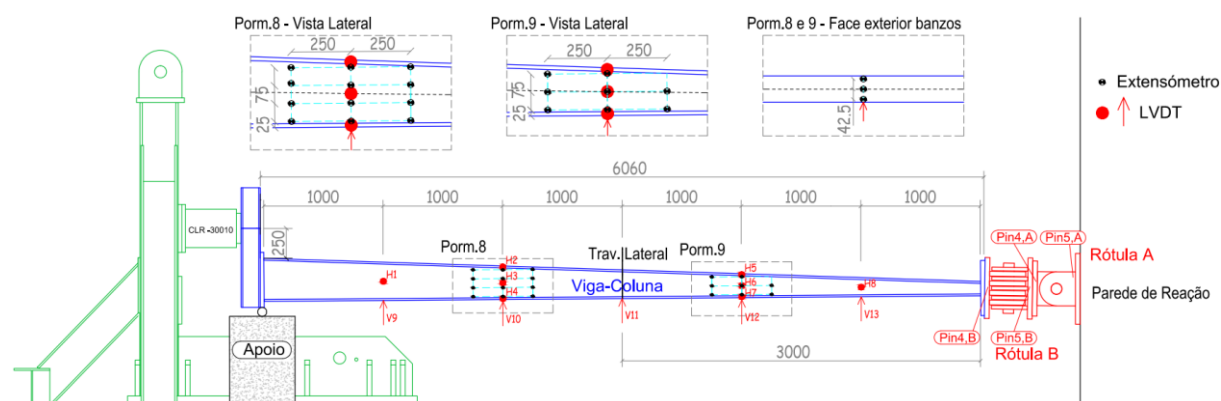


Figura 3.15 - Configuração geométrica de ensaio da Viga-coluna.

A posição dos extensómetros e LVDT's foi escolhida com base no modelo numérico da *Task 2* da *TaperSteel* da mesma forma que havia sido feito para as vigas e para as colunas. A distribuição destes elementos segue a apresentada na Figura 3.15 e dos Pormenores 8 e 9.

### 3.5.2. Medição das propriedades mecânicas do aço – ensaios de tração

Com os ensaios de tração pretendem-se obter as propriedades mecânicas reais do material, neste caso do aço, utilizado nos elementos de secção variável sujeitos aos ensaios experimentais. Este ensaio consiste em submeter um corpo de prova de dimensões padronizadas (*coupon*) a um esforço de tração crescente que tende a alongar o provete até atingir o ponto de rutura, registrando a evolução da deformação ao longo do ensaio. A realização deste ensaio em diversos *coupons* permite a caracterização do material quanto ao seu módulo de elasticidade  $E$ , o valor característico da tensão de cedência  $f_{yk}$  e o valor característico da tensão de rutura  $f_{uk}$ . Os resultados dos ensaios ao material serão inseridos na base de dados desenvolvida no âmbito do projeto europeu *SAFEBRICTLE – Safety Evaluation Across Brittle to Ductile Failure Modes*.

Os *coupons* foram obtidos da Viga 2, Elemento 4, retirando-se 3 *coupons* da alma e 3 *coupons* dos banzos, segundo a localização estipulada nas figuras A.1.f) e A.10.a) da norma EN ISO 377 dependendo do processo de fabrico (laminado ou chapas soldadas). Uma vez que todas as espessuras de chapa são superiores a 3mm, as dimensões dos *coupons* estão de acordo com as especificações do Anexo D da norma ISO 6892-1:2009. A geometria dos *coupons* apresenta-se na Tabela 3.13 em concordância com a Figura 3.16. Os parâmetros geométricos foram obtidos pelas Equações 3.1 a 3.3, indicadas na referida norma.

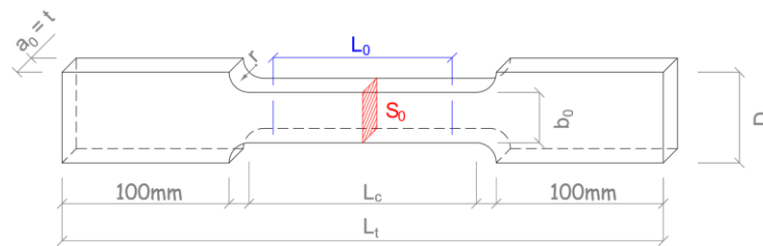


Figura 3.16 – Geometria dos *coupons*.

$$S_0 = a_0 * b_0 \quad \text{Eq. (3.1)}$$

$$L_0 = k * \sqrt{S_0} = 5,65 * \sqrt{S_0}, \quad \text{Eq. (3.2)}$$

$$L_c \geq L_0 + 1,5 * \sqrt{S_0} \quad \text{Eq. (3.3)}$$

Onde:

$S_0$  – área da secção retangular analisada;

$L_0$  – comprimento de referência inicial (múltiplo de 5mm mais próximo);

$k$  – fator de multiplicação (cl. D.2.3.1. da norma ISO 6892-1:2009);

$L_c$  – comprimento total de secção transversal constante;

$L_t$  – comprimento total inicial.

Tabela 3.13 – Parâmetros geométricos dos coupons.

Aço	Elem.	Zona	$r$ [mm]	$a_0 = t$ [mm]	$b_0$ [mm]	$D$ [mm]	$S_0$ [mm <sup>2</sup> ]	$L_0$ [mm]	$L_{0,adot}$ [mm]	$L_{c,adot}$ [mm]	$L_t$ [mm]
S355	Viga 2	Banzo	12,5	16	16	41	256	90,40	140	155	380
		Alma		7	7	32	49	39,55	110	125	350

Para a realização dos ensaios, colaram-se dois extensómetros em cada um dos *coupon* para medição das extensões medidas na zona de fratura. Além disso, utilizou-se ainda um extensómetro mecânico (50mm) e um LVDT para que se pudessem obter curvas de comportamento do aço pelos três dispositivos. O LVDT permite perceber qual o escorregamento que os provetes sofreram na zona das garras quando tracionados. Desta forma, os provetes encontravam-se fixos nas garras da máquina de tração pelas extremidades, de acordo com a Figura 3.17.

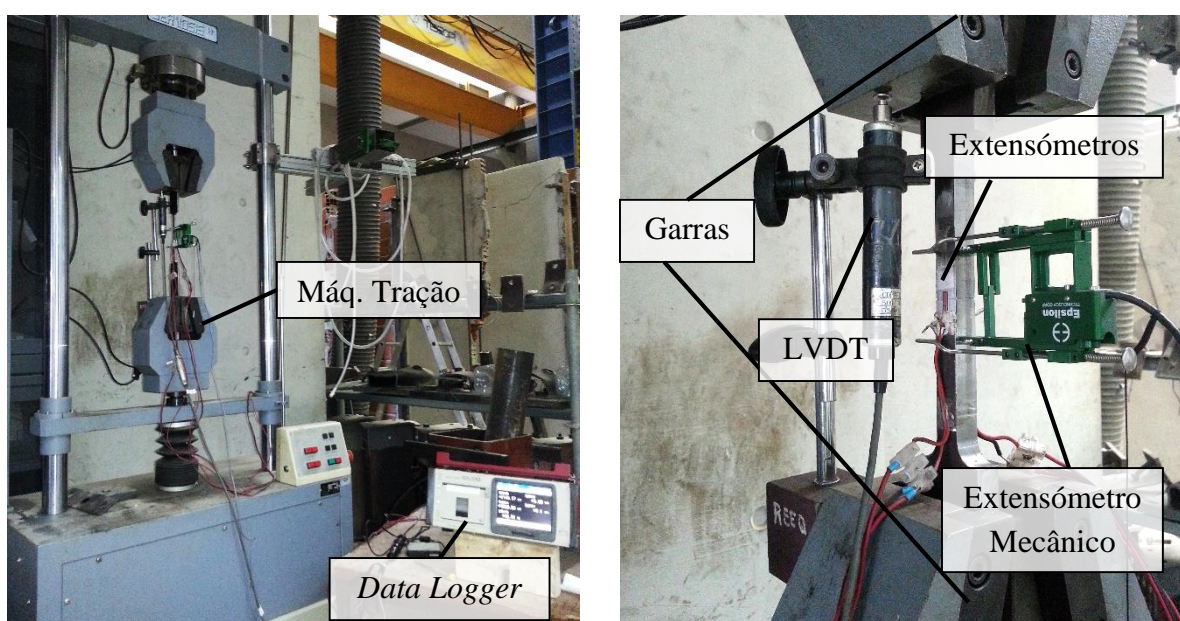


Figura 3.17 – Preparação de ensaios de caracterização do aço.

Na fase de ensaio, os provetes foram submetidos a carga axial de tração a uma velocidade de carregamento de 0,021mm/s e foram medidas a evolução da carga aplicada e a extensão sofrida até à rotura. Esta leitura permitiu obter a curva Tensão-Extensão ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) através da Equação 3.4. Esta curva possibilita a obtenção do valor característico da tensão limite de proporcionalidade (ou tensão de cedência)  $f_{yk}$  e o valor característico da tensão de rutura  $f_{uk}$ . O módulo de elasticidade  $E$  é igual ao declive, em fase elástica, da curva Tensão-Extensão, calculando-se pela Equação 3.5.



$$f_y = N/S_0 \quad \text{Eq. (3.4)}$$

$$E = f_{y,el}/\varepsilon \quad \text{Eq. (3.5)}$$

A realização deste ensaio para vários *coupons* permite padronizar os resultados medidos e aferir, como maior grau de exatidão, quais os valores que melhor traduzem as características materiais dos elementos de secção variável ensaiados e que servirão à correta análise do fenómeno de encurvadura de cada um dos elementos.

### 3.5.3. Imperfeições geométricas

As imperfeições geométricas são, tal como o próprio nome indica, os desvios que um elemento real sem estar sujeito a qualquer carregamento possui em relação à geometria ideal sem imperfeições. Estas podem ser flechas iniciais, desvios nos banzos ou na alma, etc. Estas imperfeições estão sempre presentes nos elementos pelo seu processo de fabrico e devem cumprir as tolerâncias exigidas pela norma de execução de estruturas metálicas EN 1090-2, já que grandes imperfeições podem influenciar negativamente o comportamento global e local dos elementos.

Para que seja possível estimar qual a influência das imperfeições geométricas no comportamento à encurvadura dos elementos de secção variável é imprescindível medir as imperfeições existentes, de acordo com o esquema da Figura 3.18.

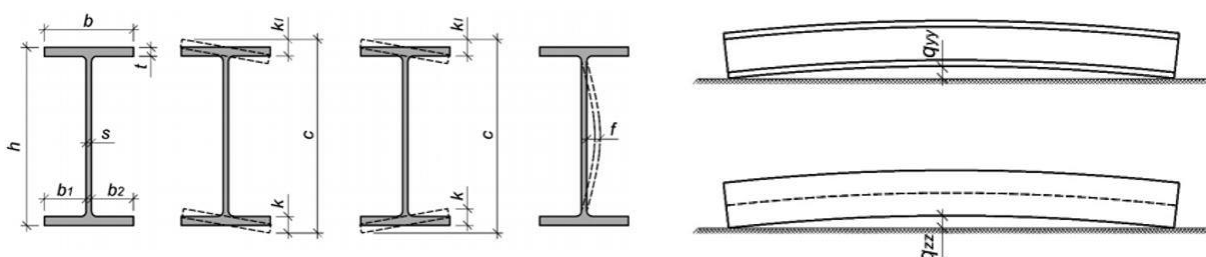
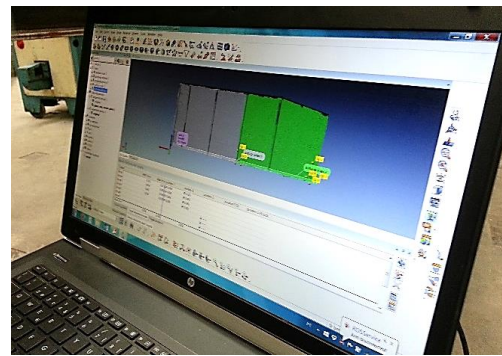


Figura 3.18 – Imperfeições geométricas a medir nos elementos (Canha, 2012).

Para a quantificação destes desvios em relação ao “elemento perfeito” utilizou-se um procedimento avançado com equipamento robótico para varrimento laser (ROBOT Romer F-41800 Montoire) que permite a leitura da superfície real dos elementos e a reproduz num modelo digital. Através da comparação da geometria ideal com a geometria da malha de pontos criada é possível gerar um mapa onde se identificam e quantificam os desvios geométricos existentes. A Figura 3.19 apresenta o dispositivo de leitura e a respetiva criação da malha de pontos do elemento real.



a) Varrimento laser por sistema robótico.



b) Criação de modelo digital.

Figura 3.19 – Sistema de leitura *scanner* da superfície real das vigas.

### 3.5.4. Tensões residuais

Os elementos de secção variável podem ser fabricados por dois processos distintos: corte e soldadura de elementos laminados e soldadura de chapas, dos quais resultam níveis de tensões residuais distintos nos elementos. Com o objetivo de caracterizar o campo de tensões instaladas, durante o processo de fabrico (arrefecimento diferencial e corte), nas componentes (alma e banzo) das secções de elementos de inércia variável obtidos com base em elementos uniformes laminados a quente, entre a fase de corte e a fase de soldadura, analisaram-se duas secções de altura diferente de uma peça em aço S355 JR +M. Esta peça quando soldada a outra semelhante dá origem a um elemento de inércia variável com a configuração da Figura 3.20.

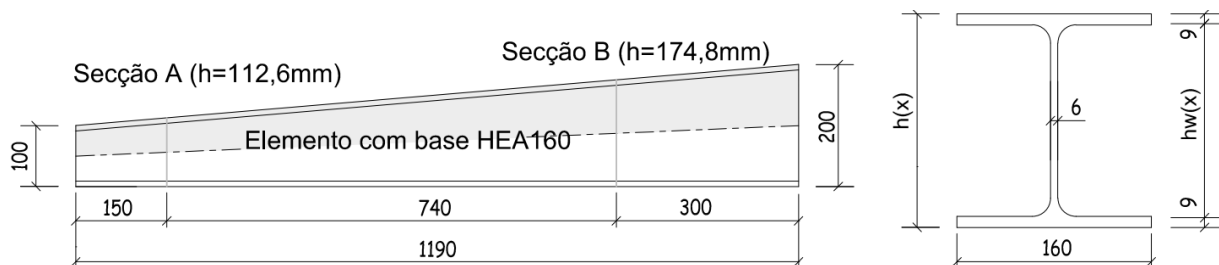


Figura 3.20 – Configuração geométrica do elemento de laminação, corte e soldadura na análise de tensões residuais (dimensões em mm).

Desta forma, as secções para análise das tensões residuais têm a configuração representada na Figura 3.21 com uma altura de 56,3mm (1/2 Secção A) e 87,4mm (1/2 Secção B). A avaliação das tensões residuais instaladas foi realizada pela medição da libertação de tensões quando, sobre a secção do elemento, se efetuavam cortes registando as extensões causadas por esses mesmos cortes. A distribuição dos extensómetros segue o representado na Figura 3.21.

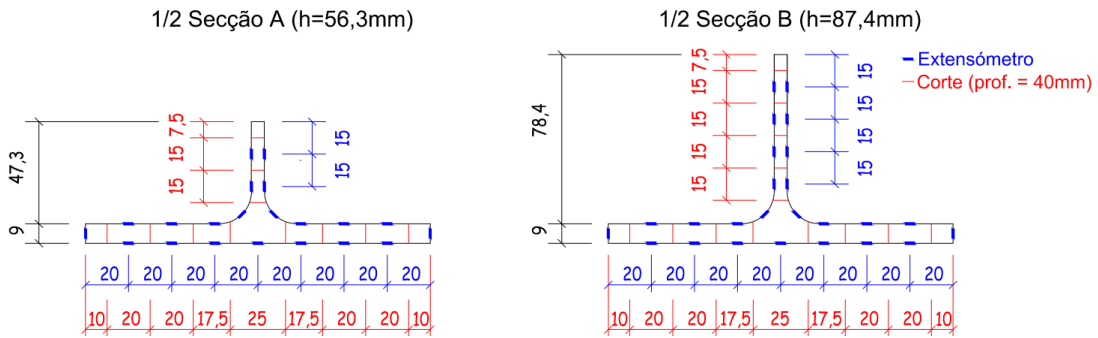


Figura 3.21 – Secções de análise de tensões residuais para elemento laminado. Distribuição de extensómetros e dos cortes longitudinais (40mm de profundidade) a realizar.

Os cortes efetuados foram divididos em 5 fases de corte: Corte 0, Corte 1, Corte 2, Corte 3.1 e Corte 3.2, de acordo com a ordem indicada na Figura 3.22. Inicialmente, dadas as limitações da serra de corte (SABI SH 260) para as dimensões das peças, realizou-se o Corte 0 a uma distância de 250mm das secções. Após este corte, realiza-se um corte transversal (Corte 1) ao elemento nas secções. Posteriormente, são realizados os Cortes 2 (concordâncias entre banzos) e Cortes 3.1 (alma) e 3.2 (banzos) com profundidade de 40mm, transversais à secção interior entre cada dois extensómetros e medidas as deformações e extensões sofridas nesses pontos provocadas pelo alívio/libertação de tensões instaladas na secção transversal. Para que as peças sofram o menor aquecimento possível na fase de corte e se reduza, tanto quanto possível, a indução de tensões resultantes desse aquecimento, utilizou-se uma serra de baixa espessura ( $e_{serra} = 2\text{mm}$ ) ao mesmo tempo que se aplicou ar comprimido para garantir arrefecimento. Desta forma foi possível limitar o aquecimento da peça a um máximo de  $+10^{\circ}\text{C}$ , sendo por isso razoável o uso da Lei de Hooke (Equação 3.6). Nesta utilizou-se as extensões como tendo sinal negativo já que um alongamento (positivo) medido nos extensómetros corresponde a tensões de compressão presentes no elemento antes do corte. A velocidade dos cortes foi de  $0,045\text{ mm/s}$ . Este procedimento de ensaio baseia-se no trabalho desenvolvido por Može *et al.* (2014).

$$\sigma_R = -E * \varepsilon$$

Eq. (3.6)

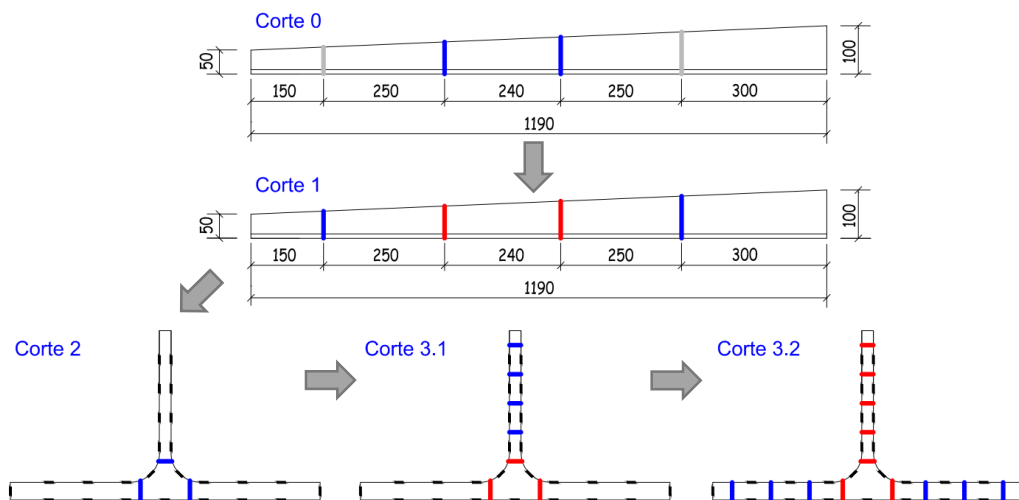


Figura 3.22 – Fases de corte: cortes a realizar (azul) e cortes realizados (vermelho).

### 3.5.5. Protocolo de carregamento

Nos ensaios para análise das vigas, o carregamento foi dividido em duas fases: numa primeira fase aplicaram-se ciclos de cargas e descargas (em regime elástico) e, numa segunda fase, carregaram-se as vigas até à ocorrência de instabilização e após a rotura.

#### 3.5.5.1. 1ª Fase – Ciclo de cargas e descargas

Na primeira fase o carregamento realiza-se por sucessões de 4 ciclos de carga-descarga aumentando entre cada ciclo consecutivo o valor máximo de carregamento. A intensidade máxima dos ciclos manteve-se abaixo do limite plástico do elemento (com referência à carga última obtida nos modelos numéricos), permitindo ao *layout* (vigas, rótulas e pórtico de reação) sofrer ajustes, eliminando desvios, escorregamentos de parafusos e rótulas, bem como aferir na fase de descarga a rigidez da estrutura global  $K = P/\delta$ . Este carregamento processa-se a uma velocidade constante de carregamento e descarregamento de 0,20 kN/s.

Apesar das cargas obtidas nos modelos numéricos considerarem a carga pontual aplicada a uma distância de 2m do apoio intermédio (a 0,2m da extremidade livre), o carregamento efetuou-se a uma distância de 1,715m em relação ao apoio intermédio. A Tabela 3.14 apresenta os valores de carregamento aplicado em cada ciclo para as Vigas 1 e 2, com base nos modelos numéricos apresentados no subcapítulo 4.2.

Tabela 3.14 – Valores de carregamento dos ciclos de carga-descarga dos elementos viga.

Elemento	$M^{Teór,apoio}$ [kN.m]	$P^{Teór,2m}$ [kN]	$P^{Teór,1.715m}$ [kN]	Ciclos Carga → Descarga [kN]			
				1º Ciclo	2º Ciclo	3º Ciclo	4º Ciclo
Viga 1	1638,60	819,30	955,45	0→85→0	0→180→0	0→370→0	0→570→0
Viga 2	1272,36	636,38	741,90	0→65→0	0→130→0	0→260→0	0→400→0

#### 3.5.5.2. 2ª Fase – Carregamento até rotura

Após o carregamento da primeira fase e dos ajustes resultantes da mesma, os provetes são carregados a velocidade constante de 0,015mm/s até se atingir a carga última,  $P_{ult,Real}$ , continuando a ser carregado já em fase plástica (após rotura). Este ensaio permite definir a curva comportamental em termos de Carga-Deslocamento  $P-\delta$  da estrutura global, aferir o modo de instabilização, a evolução das tensões e os limites elástico e plástico do sistema estrutural.

## 4 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

### 4.1. Introdução

Após a exposição dos estudos experimentais mais relevantes na análise de estabilidade de elementos metálicos com secção variável (Capítulo 2) e da descrição de toda a componente experimental analisada nesta dissertação (geometrias, *layouts* e procedimentos de ensaio) (Capítulo 3), o presente capítulo apresenta os resultados experimentais dos respetivos ensaios.

Em primeiro lugar, na secção 4.2 apresentam-se, de forma sucinta, os resultados das análises numéricas realizadas na *Task 2* do projeto *TaperSteel* desenvolvidas por Canha (2012). Nas secções seguintes são apresentados os resultados dos ensaios experimentais levados a cabo, desde a caracterização das propriedades mecânicas do aço, a análise do nível de tensões residuais instaladas num elemento laminado, a medição das imperfeições geométricas e os resultados dos ensaios das vigas. No fim faz-se uma breve comparação dos resultados experimentais obtidos com os resultados numéricos, retirando-se as principais conclusões.

### 4.2. Resumo dos resultados obtidos nos modelos numéricos

Os ensaios experimentais dos elementos de secção variável analisados na presente dissertação tiveram uma preparação que teve por base os resultados obtidos no estudo numérico desenvolvido por Canha (2012) na *Task 2* do projeto de investigação *TaperSteel*.

Para cada um dos elementos (vigas, colunas e viga-coluna), Canha realizou diversas análises materialmente e geometricamente não lineares com imperfeições incluídas (GMNIA) (que correspondiam a imperfeições geométricas baseadas em modos de encurvadura pré-selecionados). Estas análises possibilitaram prever, com algum grau de confiança, o modo de instabilização, ou seja, o modo que, à partida, conduz a uma carga última  $P_{ult}$  mais baixa. Nos modelos considerou elementos finitos de casca. Para modos de instabilização globais, as imperfeições globais consideradas foram de 1/1000. Por outro lado, quando o modo de instabilização condicionante era simultaneamente global e local, Canha considera as imperfeições globais de excentricidade  $e_0 = 1/1000$  e imperfeições locais por enfunamento da alma (Coluna 2) iguais a  $\Delta = 0,7t_w/100$ , indo de acordo com a cláusula D.1.1, Anexo D da norma EN 1090-2. A Tabela 4.1 apresenta os modos e cargas últimas, os momentos correspondentes e deformações máximas dos elementos com a configuração referenciada nos subcapítulos 3.4.2 a 3.4.4. No entanto, como apenas se ensaiaram experimentalmente os dois

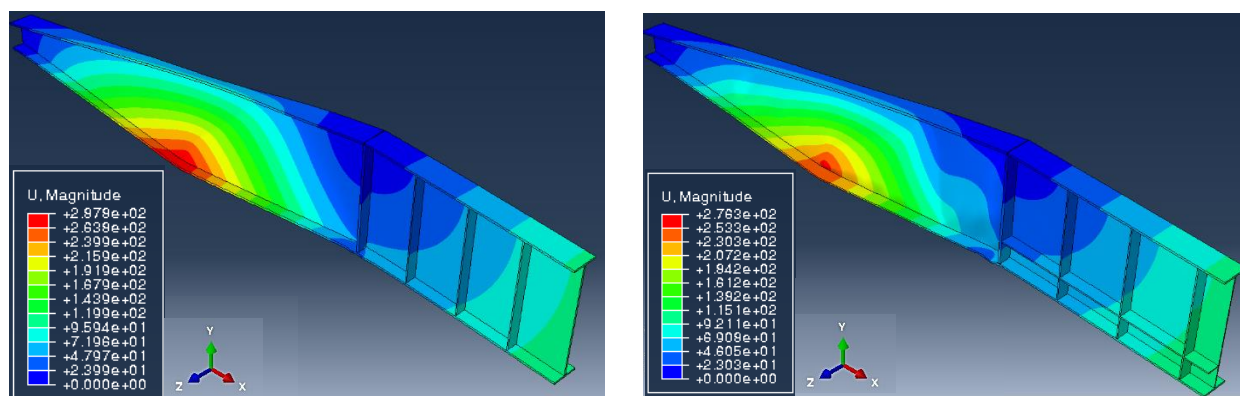
elementos viga, no que respeita aos mapas de distribuição de deformações e tensões correspondentes ao modo de instabilização condicionante, apenas se apresentam aqui os resultados para as vigas. De novo se refere que o carregamento nos modelos das vigas é aplicado a 2m do apoio.

Tabela 4.1 – Cargas, deslocamentos e modos de instabilização: modelos numéricos (GMNIA)

Elemento	Imperf.	$P_{GMNIA}$ [kN]	$P_{Teór}$ [kN]	$M_{GMNIA}$ [kNm]	$M_{Teór}$ [kNm]	$d_{máx,inst}$ [mm]	Modo Inst.*
Coluna 1	1/1000	1013,90	1112,16	-	-	66,3	<i>FB In-Plane</i>
Coluna 2	1/1000 0,7 $t_w$ /100	1063,00	-	-	-	82,9	<i>FB In-Plane</i> + <i>Local</i>
Viga 1	1/1000	819,30	900,59	1638,60	1801,18	282,9	<i>LTB</i>
Viga 2	1/1000	636,38	608,00	1272,76	1215,99	255,8	<i>LTB</i>
Coluna 3	1/1000	1207,00	1077,00	-	-	83,2	<i>FB In-Plane</i>
Viga-Coluna	1/1000	191,48	-	116,81	-	23,82	<i>(N+My) –</i> <i>FB + LTB</i>

\* *FB In-Plane*: instabilidade em torno do eixo de maior inércia  
*FB In-Plane + Local*: instabilidade local e em torno do eixo de maior inércia  
*LTB*: instabilidade por encurvadura lateral  
*N+My – FB+LTB*: instabilidade lateral e torsional da viga-coluna sujeita a esforço axial e momento em torno do eixo de maior inércia

Como se pode ver pela Tabela 4.1, em termos de deformações totais espera-se, para a Viga 1, um deslocamento máximo,  $d_{máx}$ , nas fibras inferiores sensivelmente a meio vão do troço de altura variável (Figura 4.1) de 282,9mm enquanto para a Viga 2, mais flexível, se espera um deslocamento total de 255,8mm. Na extremidade livre do troço em consola prevê-se um deslocamento vertical final de 100mm e 110mm para as Vigas 1 e 2, respetivamente.



a) Deformação total Viga 1.

b) Deformação total Viga 2.

Figura 4.1 – Mapa de deformações totais dos elementos viga (GMNIA) [mm].

As Figuras 4.2 e 4.3 representam a distribuição de tensões (calculadas pelo critério de *von Mises*) nas Vigas 1 (Figura 4.2) e 2 (Figura 4.3). Facilmente se observa que a redução de espessura da alma da Viga 2 para a Viga 1 provoca uma distribuição de tensões distinta entre os dois elementos. Para a Viga 1, atinge-se a cedência das fibras inferiores na zona de instabilização até ao banzo superior com ângulo de inclinação de  $30^\circ$  orientadas no sentido do apoio intermédio, distribuindo-se ao longo desta linha. Por outro lado, na Viga 2 as tensões de compressão provocam cedência de grande parte do banzo inferior, com cedência de zonas mais isoladas e pontuais, percorrendo o mesmo “caminho” inclinado a  $30^\circ$ .

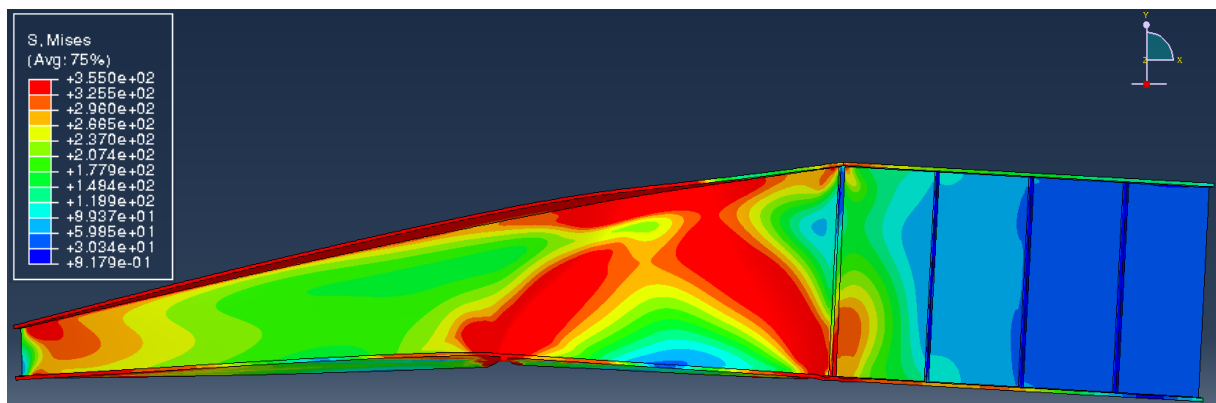


Figura 4.2. – Mapa de tensões (*von Mises*) da Viga 1 (GMNIA) [MPa].

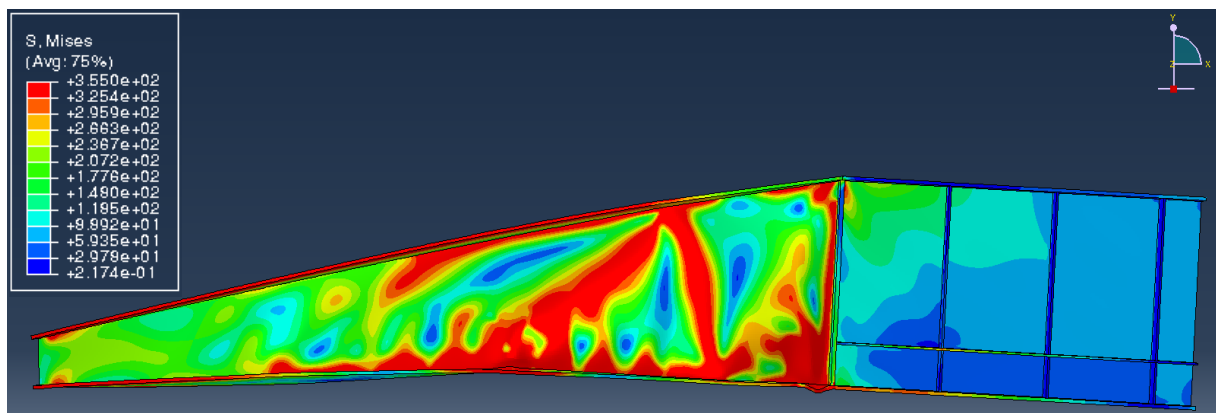


Figura 4.3. – Mapa de tensões (*von Mises*) da Viga 2 (GMNIA) [MPa].

#### 4.3. Resultados dos ensaios para obtenção das propriedades mecânicas do aço

De forma a obter a curva tensão-extensão real do aço utilizado realizaram-se ensaios de tração em seis *coupons* extraídos do troço de secção constante da Viga 2 (três da alma e três do banzo). Estes ensaios permitiram calcular os parâmetros materiais reais como o módulo de elasticidade,  $E$ , a tensão de cedência,  $f_y$ , obtida pela média entre os limites de cedência inferior ( $f_{y,inf}$ ) e superior ( $f_{y,sup}$ ) e a tensão resistente última,  $f_u$ .

A Figura 4.4 apresenta as curvas  $\sigma$ - $\varepsilon$  obtidas para cada um dos *coupons*: as extensões medidas pelo extensômetro mecânico na Figura 4.4a e pelos extensômetros elétricos colados ao provete na Figura 4.4b. Para 5 dos *coupons* ensaiados, a tensão de cedência superou os 355MPa.

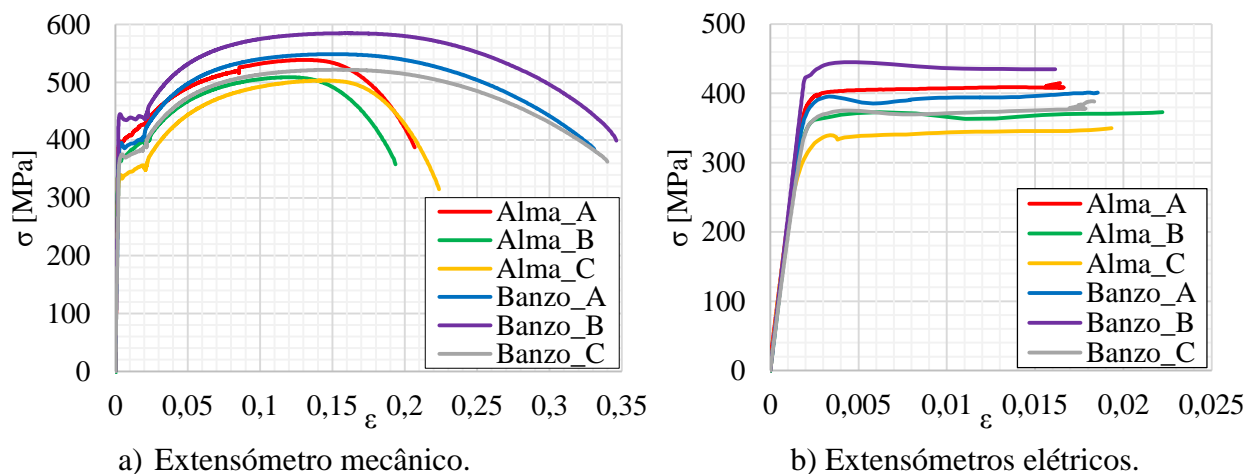


Figura 4.4 – Gráficos tensão-extensão,  $\sigma$ - $\varepsilon$ , dos ensaios para caracterização do aço [MPa].

Na Tabela 4.2 quantificam-se os parâmetros medidos. O aço utilizado tem uma tensão de cedência média real  $f_{y,Real} = 387\text{MPa}$ , podendo atingir uma tensão última real de  $f_{u,Real} = 534\text{MPa}$ . O módulo de elasticidade é de  $E = 204,94\text{GPa}$ . Estes parâmetros foram os utilizados para a análise dos resultados dos ensaios apresentados no subcapítulo 4.6.

Tabela 4.2 – Propriedades reológicas reais dos provetes ensaiados à tração.

Peça	$E$ [GPa]	$f_u$ [MPa]	$f_{y,inf}$ [MPa]	$f_{y,sup}$ [MPa]	$f_y$ (média) [MPa]
Alma A	212,72	538,73	398,14	408,45	403,29
Alma B	201,72	508,83	372,86	370,75	371,80
Alma C	196,77	503,24	339,62	345,52	342,57
Média (alma)	203,73	516,93	370,21	374,91	372,56
Banzo A	206,22	548,82	395,41	388,63	392,02
Banzo B	222,31	585,02	439,06	434,72	436,89
Banzo C	189,94	521,89	375,36	375,71	375,54
Média (banzos)	206,16	551,91	403,28	399,69	401,48
Média	<b>204,94</b>	<b>534,42</b>	<b>386,74</b>	<b>387,30</b>	<b>387,02</b>

#### 4.4. Imperfeições geométricas

As imperfeições geométricas são um dos fatores com maior influência no comportamento global de estruturas esbeltas. Quando a segurança da estrutura global ou ao nível dos elementos é condicionada por fenómenos de instabilidade este fator torna-se ainda mais relevante já que quanto maiores os desvios em relação à estrutura/elemento perfeita(o) mais baixa será a carga última. As imperfeições geométricas definem-se como desvios geométricos globais e locais da estrutura em relação à estrutura perfeita.



Neste caso, analisaram-se os desvios transversais da alma em relação ao alinhamento vertical das duas vigas ensaiadas. Para tal, utilizou-se um sistema robótico de varrimento laser avançado (ROBOT Romer F-41800 Montoire), digitalizando o modelo 3D real das vigas. As Figuras 4.5 e 4.6 apresentam as amplitudes dos desvios (em mm) medidos ao longo das Vigas 1 e 2, respetivamente, considerando como sinal positivo os desvios à esquerda das vigas (vista de frente para a Parede de Reação).

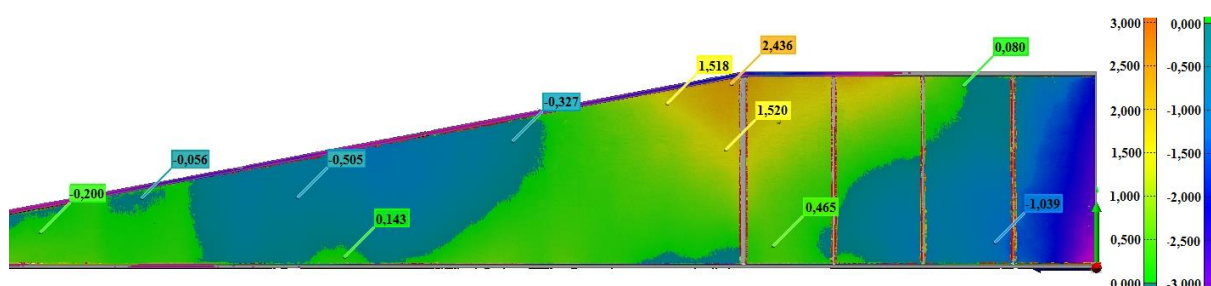


Figura 4.5 – Mapa de amplitudes de desvios geométricos da alma em relação ao alinhamento vertical da Viga 1 [mm].

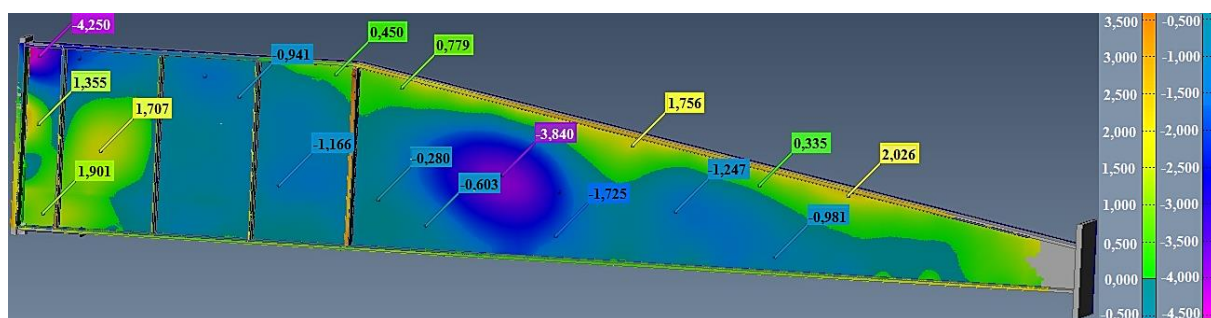


Figura 4.6 – Mapa de amplitudes de desvios geométricos da alma em relação ao alinhamento vertical da Viga 2 [mm].

Na Viga 1 os desvios geométricos da chapa da alma têm maior amplitude junto ao banzo superior na zona de transição entre os troços de altura constante e variável (apoio intermédio), tomando um valor de 2,436mm. Ao longo do troço de secção não uniforme os desvios são próximos de 0mm, tendo desvios na ordem de -0,5mm perto da zona onde ocorreu instabilização.

Como se pode observar, no troço de altura variável, a alma da Viga 2 apresenta ao longo da proximidade com o banzo superior desvios positivos próximos de 1mm, atingindo pontualmente a meio vão e a  $\frac{2}{3}$  de vão (em relação ao apoio intermédio), valores de 2mm. Além disso, próxima da zona de  $\frac{1}{4}$  de vão regista-se uma “onda” com valor máximo absoluto de 3,840mm, causada pela restrição da soldadura da chapa de alma aos banzos e ao reforço vertical sobre o apoio, dado que a esbelteza da alma é máxima nesta zona.

#### 4.5. Tensões residuais

Para cada uma das secções ensaiadas experimentalmente apresentam-se os resultados, no final de cada corte, das tensões residuais medidas ao longo de ambas as faces do banzo e da alma, por aplicação direta da Lei de Hooke para um módulo de elasticidade  $E = 206\text{GPa}$ . Para cada coordenada nos troços em análise, representando a posição dos extensómetros, mediu-se a tensão residual de cada uma das faces após a realização do último corte (Corte 3.2), considerando positivas as tensões de tração e negativas as tensões de compressão. De referir que, na análise dos resultados, se consideraram os extensómetros laterais nos banzos como pertencentes a ambas as faces (coordenadas  $-80\text{mm}$  e  $+80\text{mm}$ ) e os extensómetros nas concordâncias alma-banzo pertencentes à alma (coordenada  $0\text{mm}$ ). A Figura 4.7 apresenta as secções A e B durante e após os cortes.

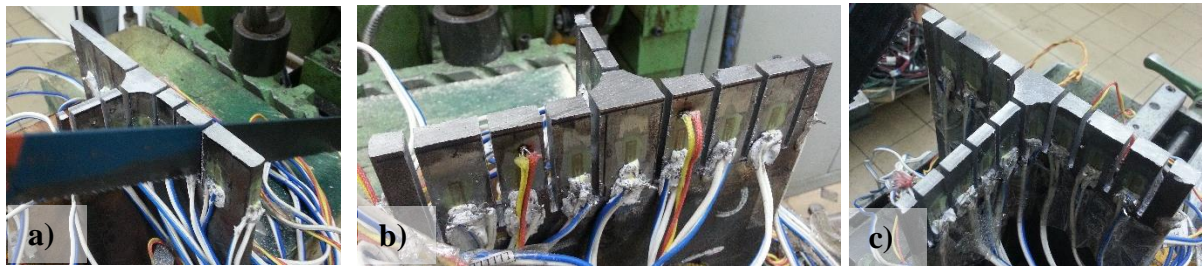


Figura 4.7 – Ensaio tensões residuais. a) Ensaio; b) Secção A final; b) Secção B final.

Para a secção A ( $h = 56,3\text{mm}$ ), a distribuição das tensões residuais nas duas componentes, banzos e alma, após a realização dos cortes apresentam-se nas Figuras 4.8 e 4.9, respetivamente. Por ineficácia no funcionamento de alguns extensómetros não foi possível obter leituras de tensão em determinados pontos, quer para a face interior (coordenadas de  $-40\text{mm}$ ,  $-20\text{mm}$ ,  $0\text{mm}$  e  $60\text{mm}$ ) quer na face exterior (coordenadas de  $20\text{mm}$  e  $80\text{mm}$ ) no banzo (Figura 4.8) e na face esquerda (coordenada de  $30\text{mm}$ ) na alma (Figura 4.9). Contudo, para se ter uma ideia da forma da distribuição das tensões residuais nos banzos, mostra-se a traço interrompido a última leitura em que todos os extensómetros ainda funcionavam corretamente, neste caso, o Corte 3.1 para os banzos e o Corte 2 para a alma.

Na zona do banzo (Figura 4.8) as tensões residuais presentes no elemento para a face exterior mostram que na zona central esta tinha esforços internos de tração de valor  $\sigma_{R,ext} = 66,12\text{MPa}$ . Este nível de tensão corresponde sensivelmente a  $0,19f_y$ , indo de encontro aos resultados experimentais obtidos no trabalho de Može *et al.* (2014) onde se obtiveram resultados com valores na ordem de  $0,20f_y$  na zona de ligação de troços de cantoneiras laminadas. Já nas zonas de coordenada  $-40\text{mm}$  e  $40\text{mm}$  deu-se um alongamento, ao que corresponde a dizer que as tensões presentes no elemento eram de compressão. Quanto à face interior, apesar de poucos resultados, repara-se que junto à ligação alma-banzo a tensão é de tração  $\sigma_{R,int} = 11,38\text{MPa}$ , mudando de sinal (compressão) quando nos aproximamos da extremidade livre.

Quanto às tensões na alma representadas na Figura 4.9, a face esquerda do elemento possui tensões de compressão desde a concordância alma-banzo até meia altura, enquanto na face direita a tensão tem um desenvolvimento praticamente linear em altura, sendo de compressão na zona da concordância alma-banzo ( $\sigma_{R,dir} = -77,10\text{MPa}$ ) e de tração junto à extremidade livre ( $\sigma_{R,dir} = 47,28\text{MPa}$ ). As tensões de compressão na ligação alma-banzo podem justificar-se, em parte, pelo arrefecimento mais lento, durante a fase de fabrico do perfil laminado, devido a maior espessura neste ponto. De igual forma, para se ter uma ideia da forma da distribuição das tensões residuais na alma, mostra-se a traço interrompido a última leitura em que todos os extensómetros ainda funcionavam corretamente, após o Corte 2.

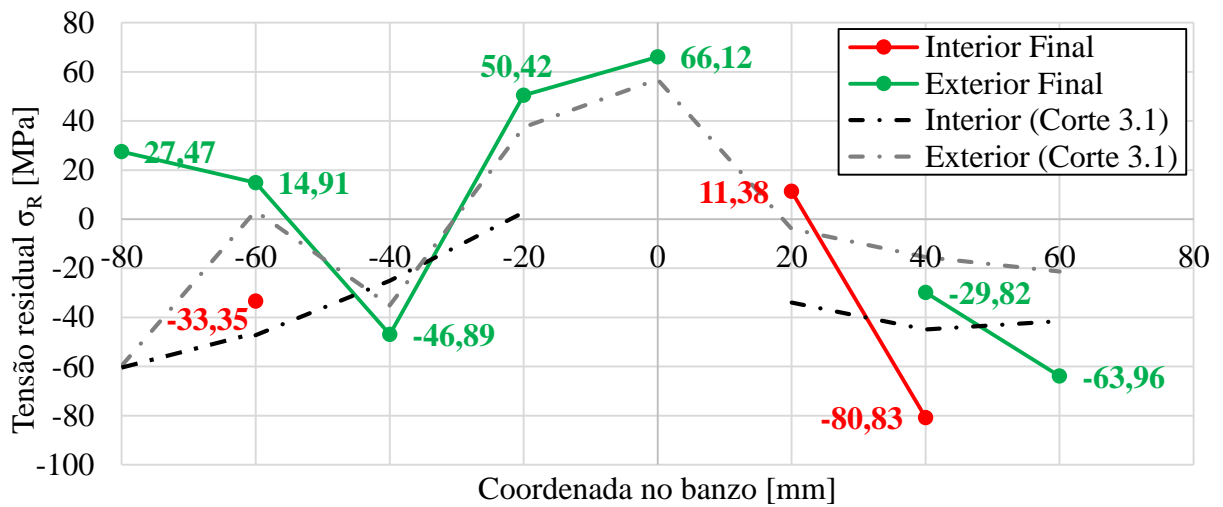


Figura 4.8 – Nível de tensões residuais nas faces interior (vermelho e preto) e exterior (verde e cinzento) no banzo da Secção A ( $h = 56,3\text{mm}$ ).

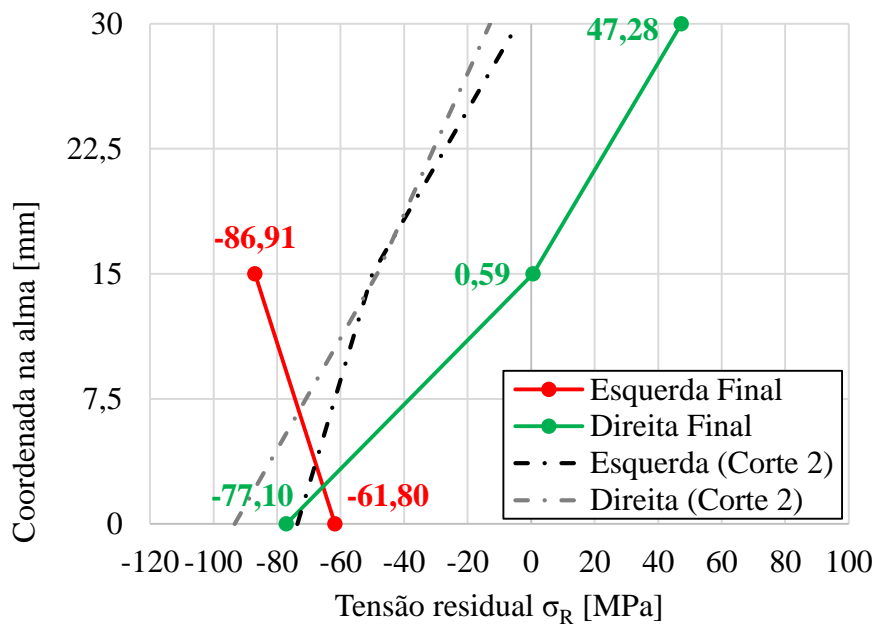


Figura 4.9 – Nível de tensões residuais nas faces esquerda (vermelho e preto) e direita (verde e cinzento) na alma da Secção A ( $h = 56,3\text{mm}$ ).

Na secção B ( $h = 87,4\text{mm}$ ) as tensões residuais presentes no banzo e na alma, medidas após os cortes, representam-se nas Figuras 4.10 e 4.11, respetivamente. Tal como na secção A, na secção B também alguns extensómetros deixaram de funcionar, não se apresentando os respetivos resultados quer para a face exterior (coordenadas  $-80\text{mm}$  e  $20\text{mm}$ ) quer para a face interior (coordenadas  $-60\text{mm}$ ,  $-40\text{mm}$  e  $0\text{mm}$ ) no banzo (Figura 4.10) e na face direita (coordenadas  $0\text{mm}$  e  $60\text{mm}$ ) na alma (Figura 4.11). Mais uma vez mostra-se a traço interrompido as últimas leituras para o Corte 3.1 (banzos) e para o Corte 1 (alma), instante em que todos os extensómetros ainda funcionavam corretamente.

No banzo da secção B, as tensões residuais instaladas seguem sensivelmente a mesma distribuição que na secção A, havendo esforços de tração ( $\sigma_R = 159,21\text{MPa}$ ) na face exterior a meio do banzo, e de compressão nas zonas intermédias entre a ligação alma-banzo e as extremidades laterais do banzo, para ambas as faces. Neste caso, a tensão de tração atingiu  $0,45f_y$ .

As tensões na alma da secção B (Figura 4.11) eram, em ambas as faces, de compressão sendo mais elevadas na metade da alma mais próxima da ligação alma-banzo. Novamente, a razão para o elevado nível de tensão ( $0,16f_y$ ) junto à ligação alma-banzo deve-se a um arrefecimento mais lento neste ponto. Próximo da extremidade, as tensões são mais baixas. O Corte 1 foi o último dos cortes em que todos os extensómetros ainda funcionavam corretamente, mostrando-se as suas leituras a traço interrompido.

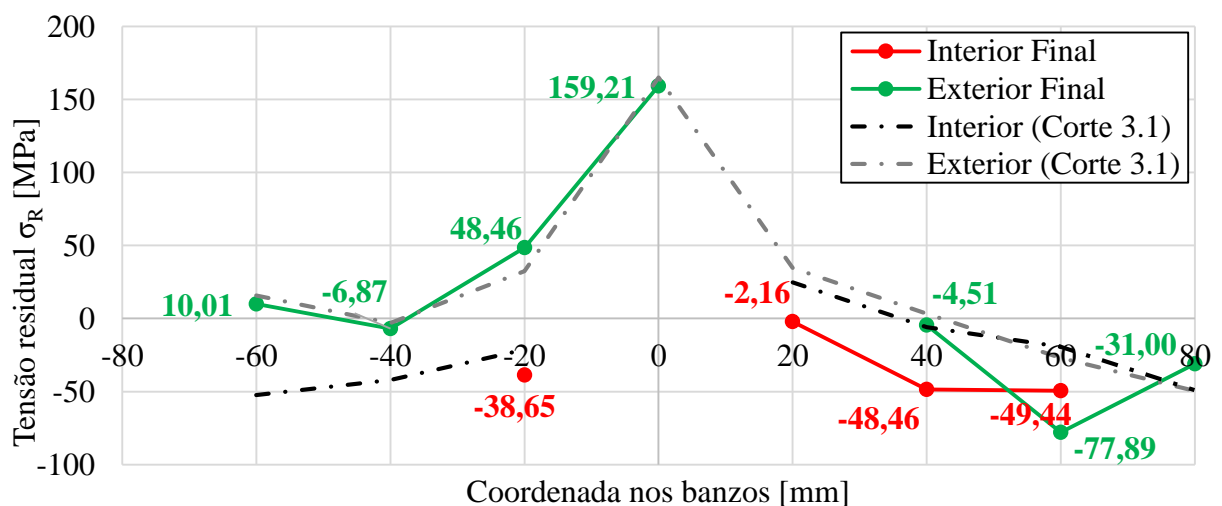


Figura 4.10 – Nível de tensões residuais nas faces interior (vermelho e preto) e exterior (verde e cinzento) no banzo da Secção B ( $h = 87,4\text{mm}$ ).

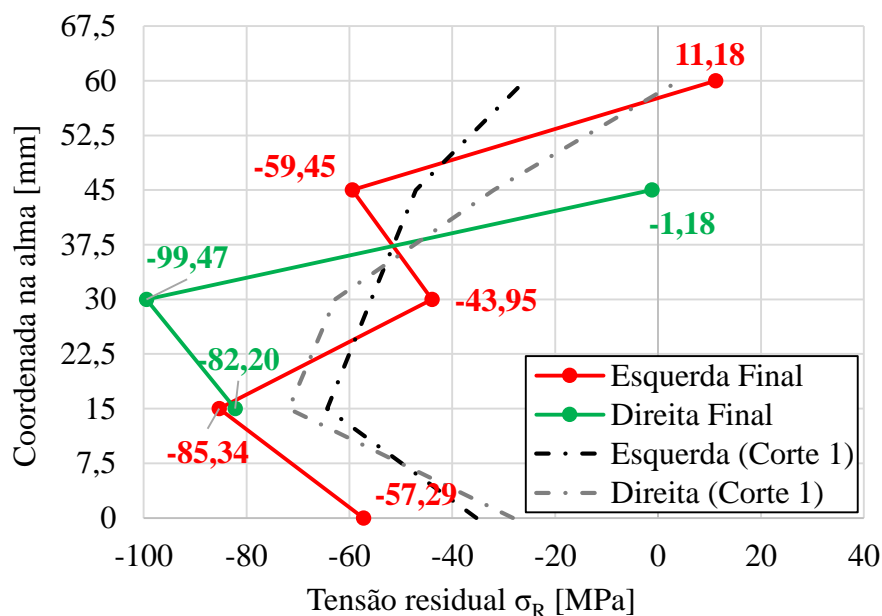


Figura 4.11 – Nível de tensões residuais nas faces esquerda (vermelho e preto) e direita (verde e cinzento) na alma da Secção B ( $h = 87,4\text{mm}$ ).

#### 4.6. Ensaios até ao colapso

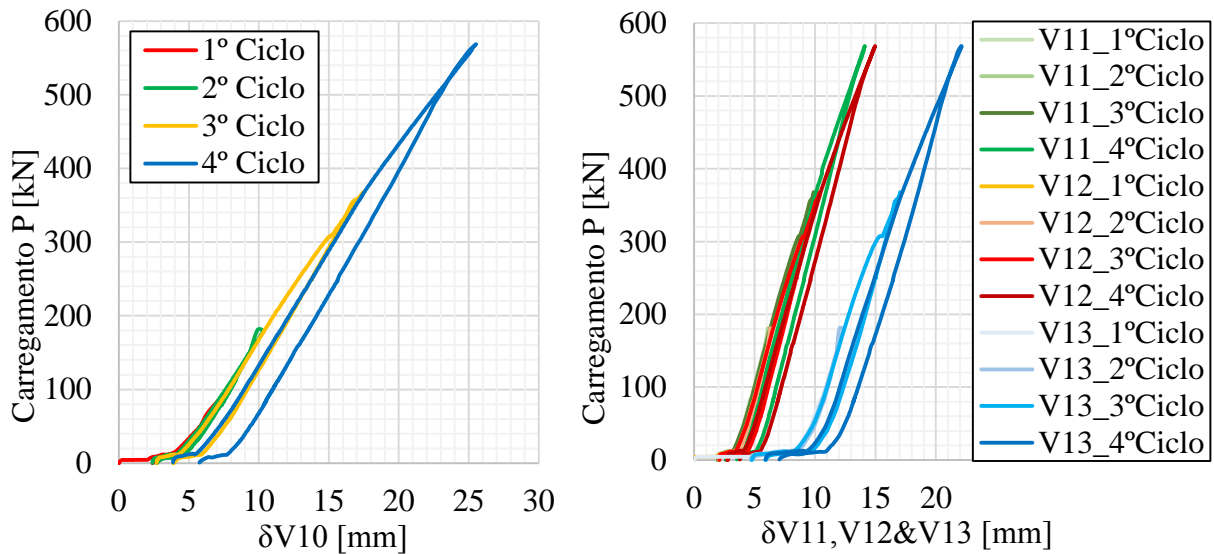
O programa experimental consistiu no ensaio até ao colapso de duas vigas simplesmente apoiadas com troço em consola para aplicação de carga, tal como havia sido referido no subcapítulo 3.5.1.1. O troço de altura variável que se pretendia avaliar possuía classes 1 e 2 para a Viga 1 e classes 1 a 4 para a Viga 2.

##### 4.6.1. Viga 1, elemento 3

###### 4.6.1.1. 1ª Fase – Ciclo de cargas e descargas

Na 1ª fase de carregamento, considerando a aplicação da carga pontual de intensidade crescente  $P$  a 1,715m do apoio intermédio, os ciclos de carga e descarga permitiram aos elementos e a toda a estrutura eliminar folgas iniciais anulando assim algum comportamento menos esperado durante a fase inicial do ensaio final.

Na Figura 4.12 apresentam-se gráficos  $P-\delta$  para os quatro ciclos de carga aplicados, medindo o ajuste parcial (por cada ciclo) e total no ponto de aplicação de carga V10 (Figura 4.12a) e nos pontos V11, V12 e V13 no troço de secção variável (Figura 4.12b) segundo a Figura 3.11. No total, registou-se um ajuste vertical para baixo em V10 de 5,76mm. Com base no gráfico da Figura 4.12a foi possível estimar a rigidez da estrutura no ponto V10 de  $K_{V10} = 32\,854,50\text{kN/m}$  no deslocamento vertical em V10. A Tabela 4.3 apresenta os ajustes sofridos em cada um destes pontos por cada ciclo de carregamento.



a) Deslocamento vertical (sentido positivo para baixo) no ponto V10.

b) Deslocamentos verticais (sentido positivo para cima) nos pontos V11, V12 e V13.

Figura 4.12 – Gráficos  $P-\delta$  de evolução dos deslocamentos verticais em V10 (a) e em V11, V12 e V13 (b)) ao longo do ciclo de cargas e descargas da Viga 1.

Quanto aos ajustes horizontais medidos no alinhamento F (próximo à zona onde ocorreu instabilização na 2ª fase de carregamento) a Figura 4.13 apresenta os ajustes horizontais medidos pelos LVDT's em H4, H5 e H6. Segundo o gráfico, o maior ajuste da Viga 1 deu-se no banzo superior (H4) e a meia altura (H5), principalmente no 4º ciclo de carga. Tal como para os deslocamentos verticais, a Tabela 4.3 apresenta os ajustes horizontais por casa ciclo de carga.

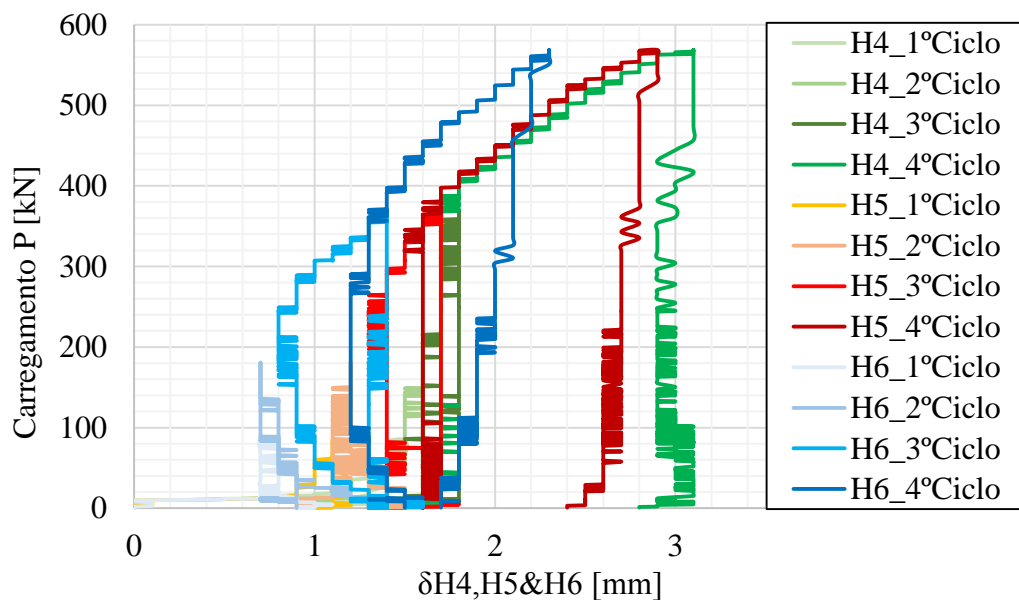
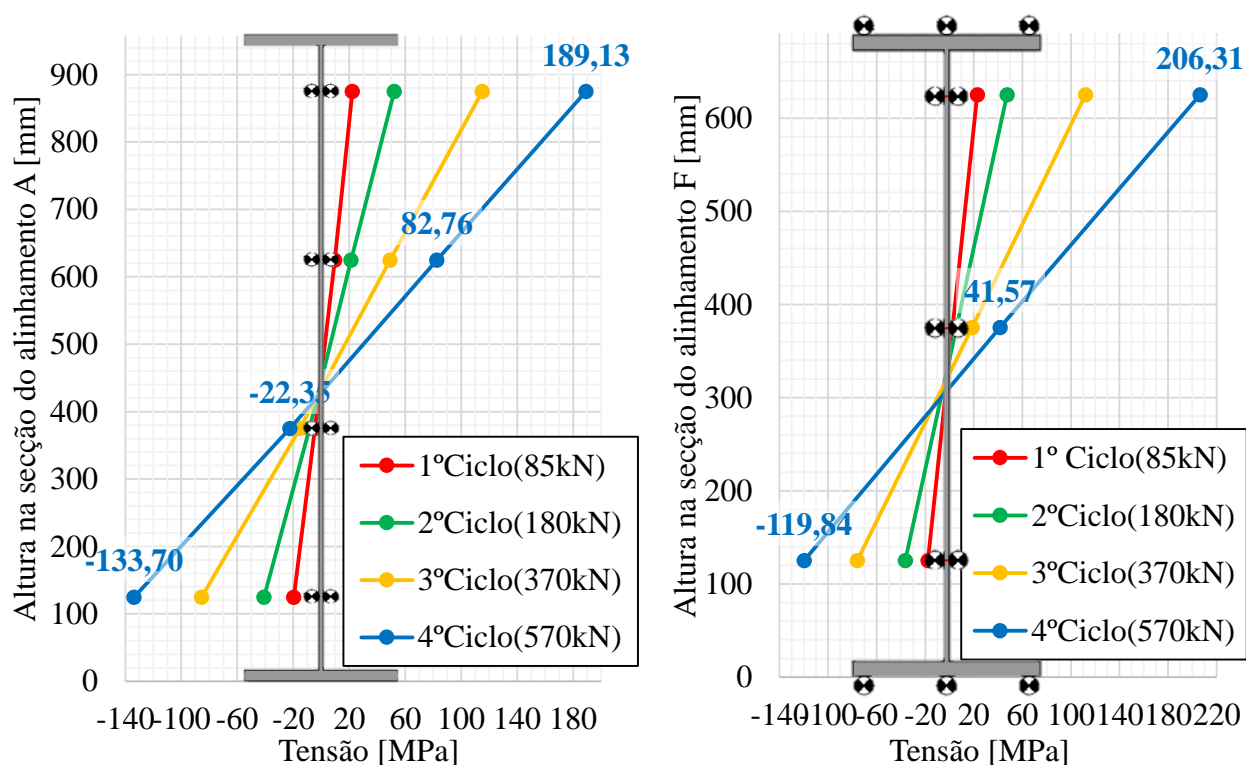


Figura 4.13 – Gráficos  $P-\delta$  de evolução dos deslocamentos horizontais H4, H5 e H6 ao longo do ciclo de cargas e descargas da Viga 1.

Tabela 4.3 - Ajustes sofridos no final de cada incremento de carga pela Viga 1.

Nº Ciclo	Ajustes Verticais [mm]				Ajustes Horizontais [mm]		
	V10	V11	V12	V13	H4	H5	H6
1º Ciclo - 85kN	2,40	1,97	2,05	4,66	1,0	1,0	0,9
2º Ciclo - 180kN	0,30	0,01	0,05	0,13	0,3	0,4	0,4
3º Ciclo - 370kN	1,17	0,67	0,68	1,13	0,1	0,2	0,2
4º Ciclo - 570kN	1,89	0,90	1,00	1,14	1,4	0,8	0,2
<b>Total</b>	<b>5,76</b>	<b>3,55</b>	<b>3,78</b>	<b>7,06</b>	<b>2,8</b>	<b>2,4</b>	<b>1,7</b>

As Figura 4.14a e 4.14b representam as tensões na alma para os alinhamentos A e F, respetivamente. Analisando a tensão na alma para a carga máxima atingida, verificou-se um desenvolvimento linear tal como o esperado, dado o carregamento ser em fase elástica. A análise da evolução das tensões permite avaliar a posição do eixo neutro para o esforço aplicado.



a) Tensão na alma na secção A ( $h=958,4\text{mm}$ ).      b) Tensão na alma na secção F ( $h=690,5\text{mm}$ ).

Figura 4.14 - Evolução das tensões longitudinais na alma nos alinhamentos A (junto ao apoio) e F para as cargas máximas dos incrementos de carga da Viga 1.

Através das Figuras 4.14a e 4.14b, identificou-se a posição do eixo neutro a 445mm de altura para o alinhamento A e a 340mm para o alinhamento F, o que corresponde a dizer que o eixo neutro localiza-se a uma altura aproximada de  $0,48h$  medido a partir da face exterior do banzo inferior, com  $h$  igual à altura total da secção. Dada a simetria da secção era de esperar que o eixo neutro coincidisse com o centro de gravidade, ou seja, a  $0,50h$ , registando-se para esta altura tensões de tração de 15,85MPa (4,25% de  $f_y$ ) e 6,29MPa (1,69% de  $f_y$ ) nos alinhamentos

A e F, respetivamente. Além disso, é de salientar valores de tensões de tração ligeiramente superiores (considerando a mesma distância às extremidades dos banzos), em valor absoluto, às tensões de compressão nas fibras inferiores, resultante das imperfeições iniciais dos banzos. A Figura 4.15 representa a distribuição de tensões longitudinais na alma da Viga 1 para a carga máxima do 4º Ciclo, ou seja,  $P = 570\text{kN}$ .

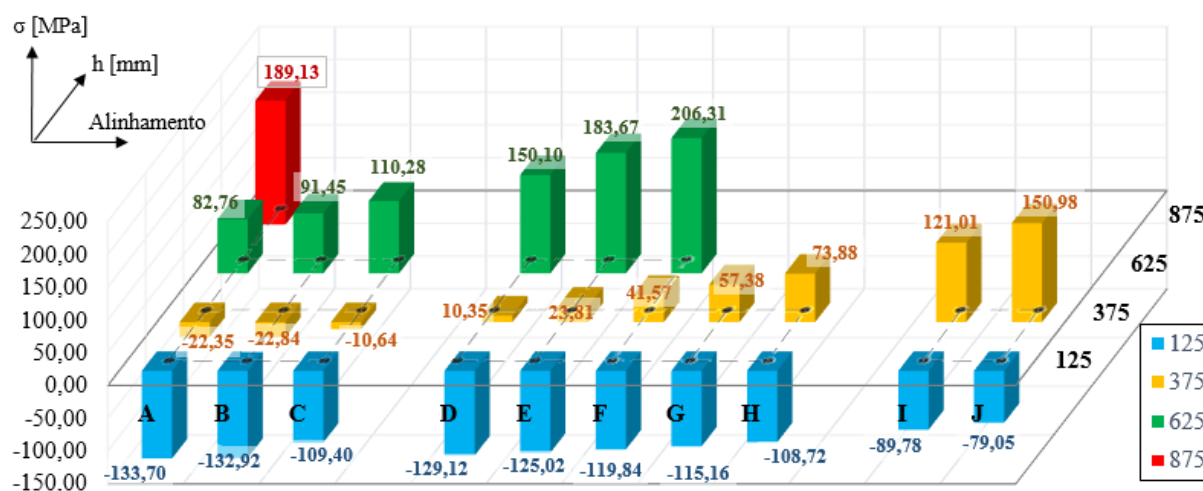


Figura 4.15 – Distribuição das tensões longitudinais na alma da Viga 1 para o 4º Ciclo de carga ( $P = 570\text{kN}$ ).

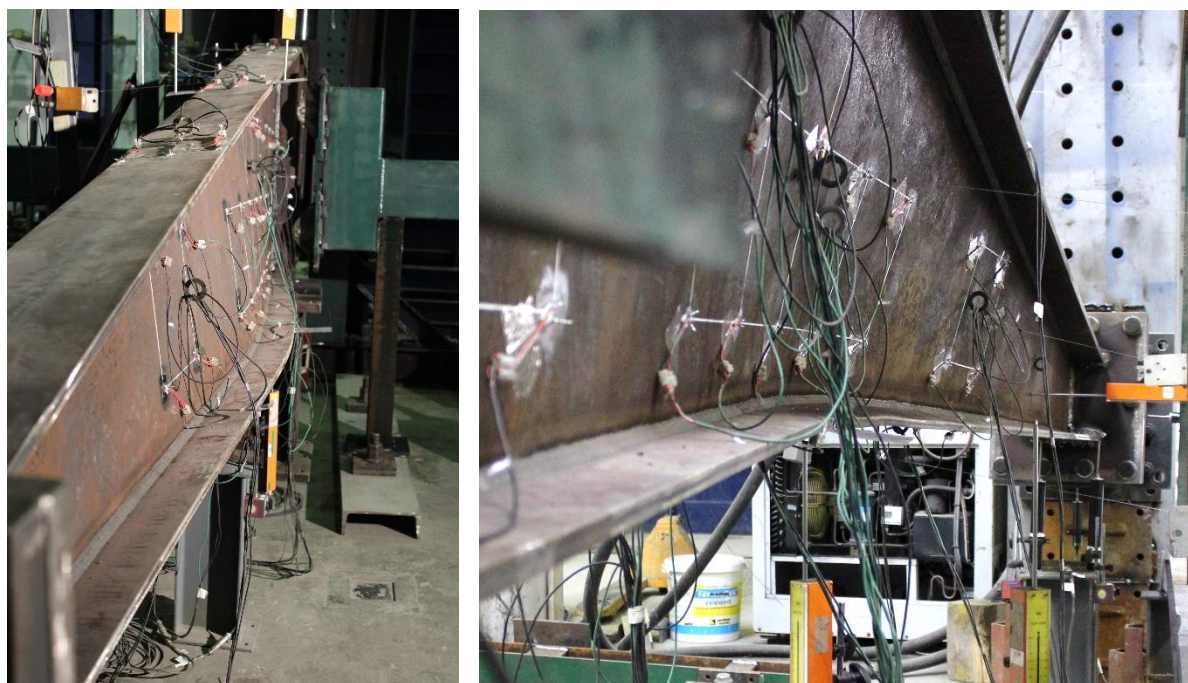
#### 4.6.1.2. 2ª Fase – Carregamento até à rotura

Na segunda fase de carregamento a Viga 1 foi carregada até que esta atingisse a carga última (tendo-se prolongado o ensaio mais um pouco para se obter a parte descendente da curva carga-deslocamento). Sendo um elemento consideravelmente rígido (quando comparado com a Viga 2), e possuindo classe 1 para quase 90% do troço de altura variável, a Viga 1 instabilizou por encurvadura lateral (LTB) sobre o alinhamento vertical de extensómetros G, próximo da zona prevista pelo modelo numérico, segundo a Figura 4.1. Na Figura 4.16 apresenta-se a deformação visível no instante de instabilização.

Apesar de o modo de instabilização/colapso ser o esperado com base na informação obtida do modelo numérico, a carga última ocorreu para um valor de  $P_{ult,Real,1,715m} = 1205,24\text{kN}$  que, considerando uma distância de 1,715m do apoio intermédio, provocou um momento negativo máximo sobre este mesmo apoio de  $M_{máx,Real} = 2066,99\text{kNm}$ , havendo por isso um acréscimo de 26,14% em relação ao modelo numérico ( $M_{GMNIA} = 1638,60\text{kNm}$ ). O gráfico  $P-\delta$  da Figura 4.17a apresenta a evolução do deslocamento vertical V10 (para baixo), ou seja, no topo da extremidade livre do troço em consola. Neste ponto, no instante da instabilização, o deslocamento medido foi de 61,02mm, ou seja, 38,98% inferior aos 100mm de deformação do modelo numérico. Esta diferença do esforço de flexão sobre o apoio e da deformação no topo da consola pode ser parcialmente justificada pela deformação vertical sofrida pela viga (V15) que faz de apoio ao macaco hidráulico (faz parte do pórtico de carregamento, ver Figura 4.17b)



que, dada a magnitude das cargas, e apesar da elevada rigidez, atingiu um valor de 10,29mm, recuperando após a instabilização da Viga 1 (Figura 4.17b). Tal significa que parte da carga  $P_{ult,Real,1,715m} = 1205,24\text{kN}$  conferida à Viga 1 é inferior, resultando numa deformação consideravelmente mais baixa, tendo a restante parte da carga  $P$  sido suportada pelo pórtico de carregamento pertencente ao *layout*. Outro dos fatores relevante é a condição de apoio rotulada junto ao apoio que no modelo é simulada por um único ponto não possuindo rigidez rotacional enquanto no ensaio experimental se utilizaram duas rótulas em série num troço total de 0,8m de rigidez rotacional não nula. Por último, a tensão de cedência real do aço  $f_{y,Real} = 387\text{MPa}$  superior aos 355MPa considerados no modelo numérico confere uma capacidade resistente maior na Viga 1. Observando a Figura 4.17 nota-se um decréscimo abrupto de carga já na fase após instabilização causado pela rotura frágil num cordão de soldadura da viga junto à ligação alma-banzo superior no alinhamento vertical do apoio intermédio.

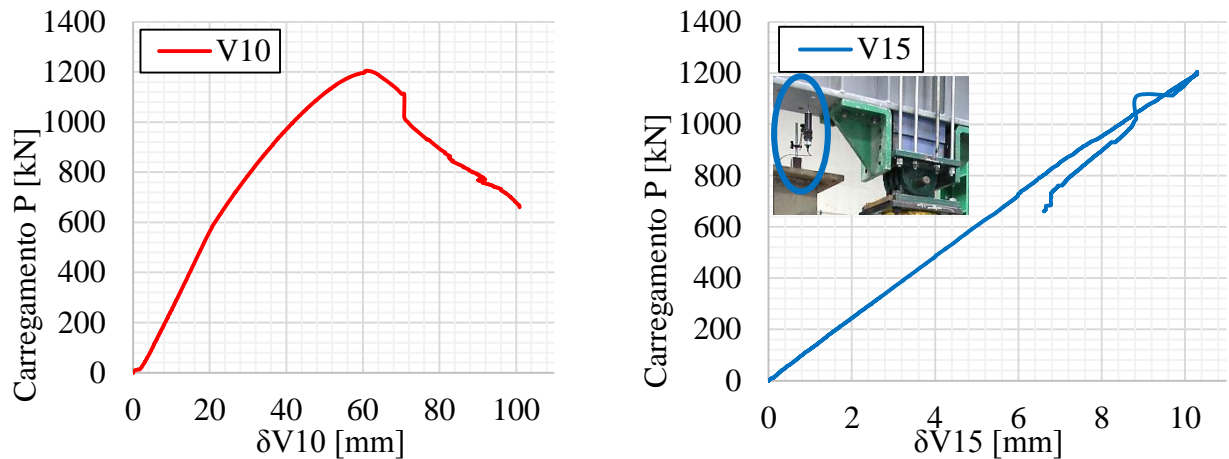


a) Face da esquerda.

b) Face da direita.

Figura 4.16 – Instabilização por encurvadura lateral (LTB) da Viga 1.

Na Figura 4.18 representam-se os deslocamentos verticais V11 e V12 no alinhamento F (superior e inferior, respetivamente) e V13 (extremidade junto às rótulas). Antes de instabilizar, no intervalo de 600 a 1020kN os deslocamentos V13 diminuem havendo um deslocamento abrupto (patamar horizontal) no final deste intervalo indicando uma rigidez de flexão não nula das rótulas. No final deste intervalo, as rótulas voltaram a funcionar como se pretendia. Por outro lado, os patamares horizontais em V11 e V12 em fase pós-instabilização devem-se única e exclusivamente ao limite de leitura dos LVDT's (Figura 4.18) devendo estes dados ser desprezados. A Tabela 4.4 apresenta os deslocamentos verticais medidos no instante da instabilização.



a) Deslocamento vertical (sentido positivo para baixo) no ponto V10.

b) Deslocamento vertical (sentido positivo para cima) na viga de pórtico, ponto V15.

Figura 4.17 – Gráficos  $P$ - $\delta$  de evolução dos deslocamentos verticais em V10 (a) e em V15 (viga do pórtico de carregamento) (b)) para a 2ª fase de carregamento da Viga 1.

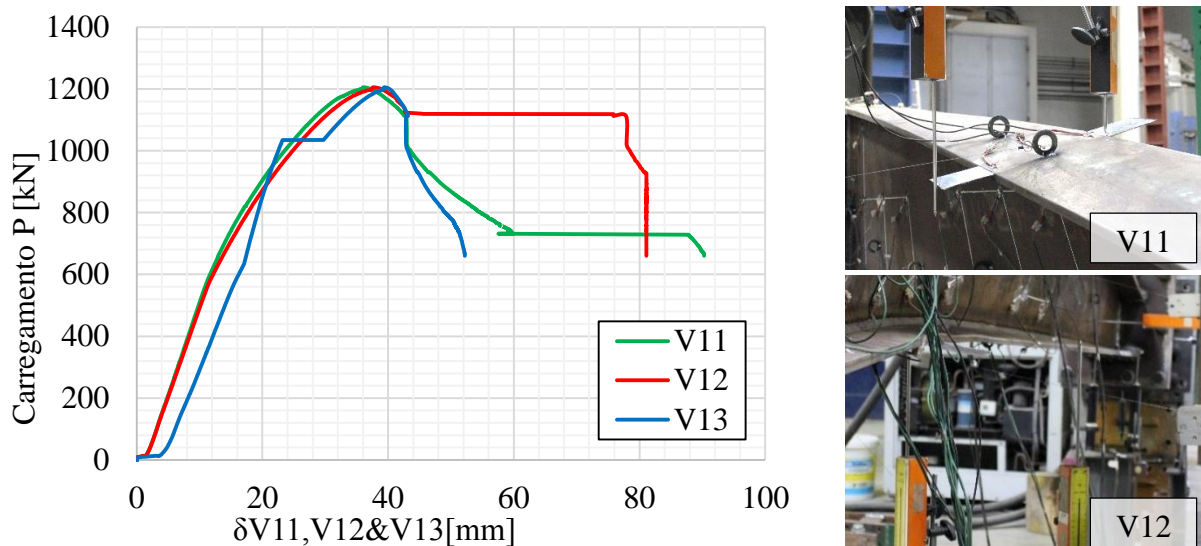


Figura 4.18 – Gráfico  $P$ - $\delta$  de evolução dos deslocamentos verticais em V11, V12 e V13 na 2ª fase de carregamento da Viga 1.

Quanto aos deslocamentos horizontais, a evolução dos mesmos ao longo do carregamento apresenta-se nos gráficos das Figuras 4.19 e 4.20. Na secção F, próxima da zona de instabilização, verifica-se que os pontos H5 e H6 começaram a sofrer maior desvio em relação à posição inicial antes de se atingir a carga máxima, quando comparado com o ponto H4. Além disso, dada a deformação da alma fora do seu plano, o deslocamento em H5 é ligeiramente superior à média entre os deslocamentos H4 e H6, não tendo por isso uma encurvadura lateral linear em altura. No que respeita aos deslocamentos H3, H7 e H8, verificou-se que os pontos H3 e H8 praticamente coincidem, além de serem inferiores a H7 já que se encontram junto do travamento lateral (H3) e junto às rótulas na parede de reação (H8). Os valores dos deslocamentos horizontais para a carga máxima apresentam-se na Tabela 4.4.

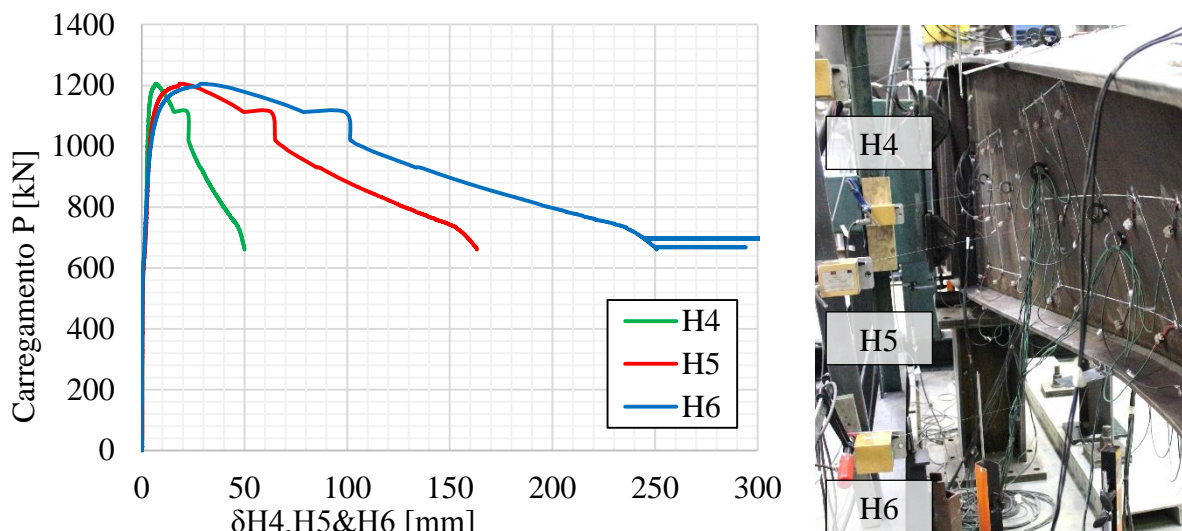


Figura 4.19 – Gráfico  $P-\delta$  de evolução dos deslocamentos horizontais H4, H5 e H6 na 2ª fase de carregamento da Viga 1.

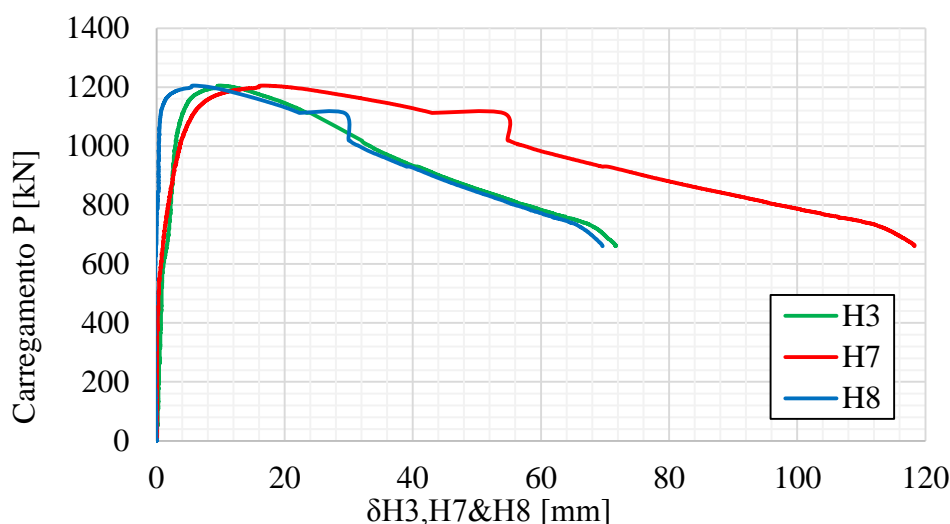


Figura 4.20 – Gráfico  $P-\delta$  de evolução dos deslocamentos horizontais H3, H7 e H8 na 2ª fase de carregamento da Viga 1.

Tabela 4.4 – Deformações verticais e horizontais para a carga máxima na Viga 1.

Deformações Verticais [mm]					Deformações Horizontais [mm]					
V10	V11	V12	V13	V15	H3	H4	H5	H6	H7	H8
61,02	36,16	37,76	39,48	10,29	10,0	6,8	19,1	29,7	19,6	5,94

Observando a deformação diagonal aos pontos H6 e V12, obteve-se uma deformação máxima na zona de instabilização de 47,67mm, muito inferior aos 282,9mm obtidos numericamente.

Analisando as tensões longitudinais medidas ao longo da alma para a carga máxima (Figura 4.21), verifica-se que no alinhamento mais próximo ao banzo inferior (azul) se atingiu a tensão de cedência ( $f_{y,Real} = 372,56\text{MPa}$ ) nos alinhamentos E a H, estando também os alinhamentos A

a D (mais próximos do apoio intermédio) com tensões próximas do limite elástico. Comparando com a Figura 4.2 dos modelos numéricos desde logo se salienta o elevado nível de tensões entre os alinhamentos A e E onde se previam níveis de tensão 50% inferiores aos medidos experimentalmente. Por outro lado, segundo o modelo numérico, esperava-se uma menor solitação da zona superior do alinhamento A. Próximo dos banzos superiores, no momento de instabilização, o material da alma também já tinha entrado em fase plástica (em tração), coincidindo com os resultados numéricos (Figura 4.2). Ainda de referir que a malha de extensómetros em I e J permitiu concluir um nível de tensão semelhante ao obtido numericamente.

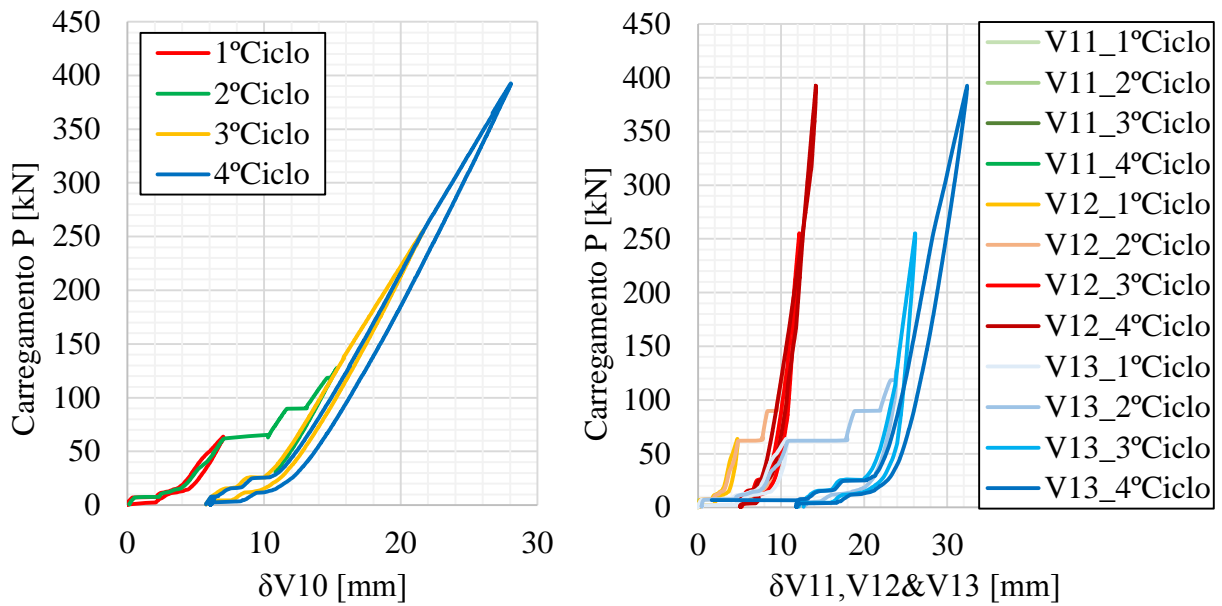


Figura 4.21 – Distribuição das tensões longitudinais na alma da Viga 1 para a carga última real ( $P_{ult,Real} = 1205,24\text{kN}$ ).

#### 4.6.2. Viga 2, elemento 4

##### 4.6.2.1. 1ª Fase – Ciclo de cargas e descargas

Da mesma forma que para a Viga 1, analisaram-se os ajustes verticais para a Viga 2 resultantes da 1ª fase de carregamento. O gráfico  $P-\delta$  da Figura 4.22a representa os deslocamentos verticais sofridos pela Viga 2 no ponto de aplicação de carga ao longo dos carregamentos cíclicos com incrementos de carga. Verificou-se que houve ajuste da estrutura no 2º Ciclo, até ao valor de carregamento de 130kN. Identificam-se, claramente, três patamares que indicam ajustes no deslocamento vertical em V10 de 5,62mm para baixo. Para a Viga 2 estimou-se uma rigidez no ponto V10 de  $K_{V10} = 24\,255\text{ kN/m}$ . Quanto aos ajustes verticais no troço de altura variável (Figura 4.22b), o ajuste de V11 e de V12 praticamente coincidem, havendo um deslocamento de 4,78mm e de 5,11mm respetivamente, no final da descarga do último ciclo. Próximo das rótulas, o ponto V13 sofreu um ajuste vertical total para cima de 11,99mm.



a) Deslocamento vertical (sentido positivo para baixo) no ponto V10. b) Deslocamentos verticais (sentido positivo para cima) nos pontos V11, V12 e V13.

Figura 4.22 – Gráficos  $P$ - $\delta$  de evolução dos deslocamentos vertical em V10 (a) e em V11, V12 e V13 (b)) ao longo do ciclo de cargas e descargas da Viga 2.

Horizontalmente, os ajustes verificados sobre o alinhamento F (secção onde ocorreu instabilização na 2ª fase de carregamento) são os apresentados na Figura 4.23. Ao contrário da Figura 4.13, não está representado o deslocamento em H4 devido a avaria do dispositivo. O ponto do dispositivo H6, onde ocorreu instabilização por encurvadura lateral na 2ª fase do ensaio, registou um ajuste de deslocamento horizontal total de 0,90mm para a direita (esquerda sentido positivo), contrário ao movimento de instabilização. Para cada ciclo, a Tabela 4.5 apresenta os ajustes verticais (V10 a V13) e horizontais (H5 e H6) sofridos pela Viga 2.

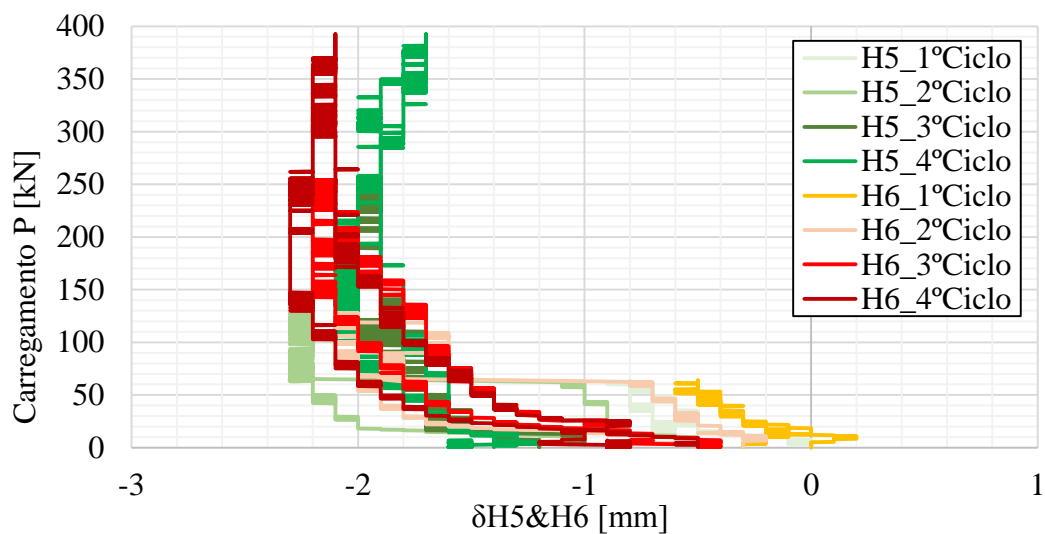
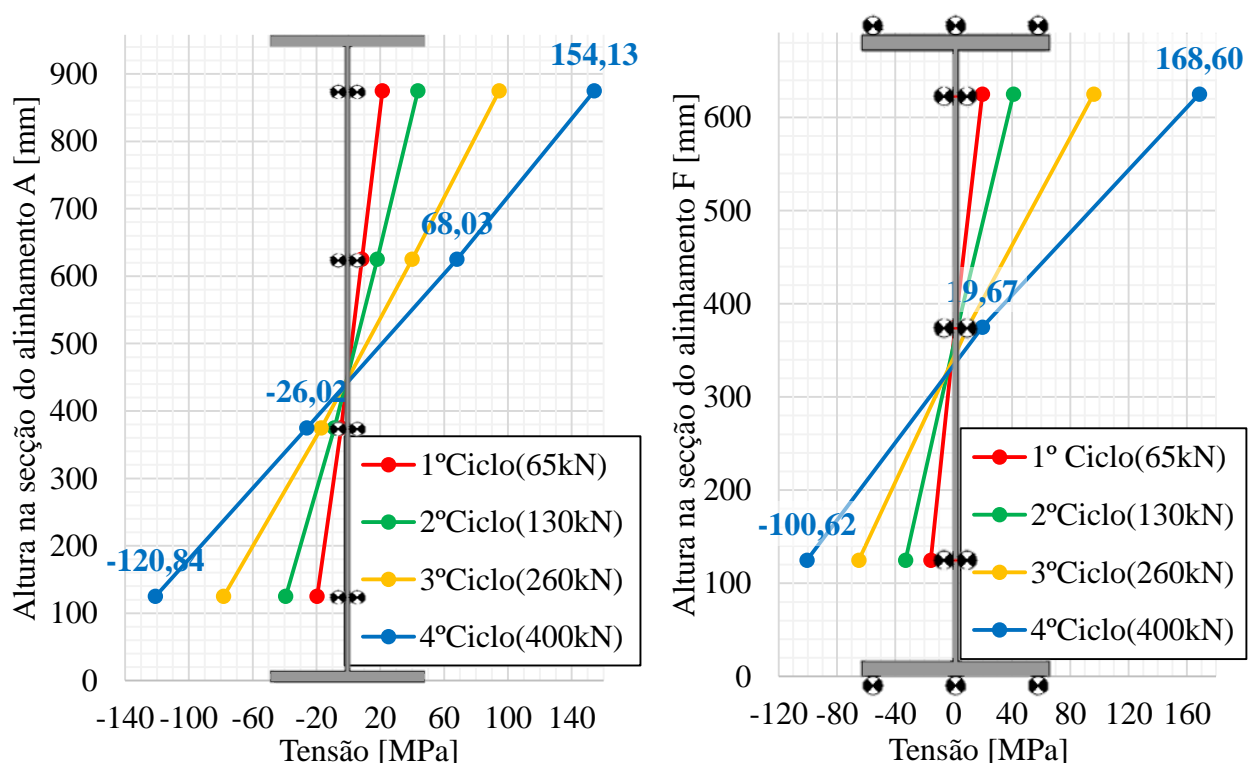


Figura 4.23 – Gráficos  $P$ - $\delta$  de evolução dos deslocamentos horizontais H5 e H6 ao longo do ciclo de cargas e descargas da Viga 2.

Tabela 4.5 - Ajustes sofridos no final de cada incremento de carga pela Viga 2.

Nº Ciclo	Ajustes Verticais [mm]				Ajustes Horizontais [mm]	
	V10	V11	V12	V13	H5	H6
1º Ciclo - 65kN	0,12	0,15	0,26	0,42	-0,5	-0,3
2º Ciclo - 130kN	5,66	4,69	5,02	12,30	-0,7	-0,1
3º Ciclo - 260kN	-0,04	-0,11	-0,20	-0,80	-0,2	-0,1
4º Ciclo - 400kN	0,64	0,05	0,03	0,07	-0,1	-0,4
<b>Total</b>	<b>6,38</b>	<b>4,78</b>	<b>5,11</b>	<b>11,99</b>	<b>-1,5</b>	<b>-0,9</b>

Para a carga máxima de cada um dos ciclos de carga, as tensões na alma dos alinhamentos verticais A (junto ao apoio) e F (secção onde ocorreu instabilização) tiveram uma evolução de acordo com a Figura 4.24, notando-se uma evolução linear e tensões simétricas em relação ao eixo longitudinal. Comparando A e F, estes possuem praticamente o mesmo nível de tensão juntos dos banzos, com maior solicitação perto do banzo superior (tensões de tração). Analisando o ponto de variação de sinal das tensões nos alinhamentos A e F, determinou-se que o eixo neutro se situava a 445mm e 330mm, idêntico à Viga 1. A meia altura para cada uma das secções obtiveram-se tensões de 13,03MPa (3,50% de  $f_y$ ) e 6,72MPa (1,80% de  $f_y$ ). A Figura 4.25 representa a distribuição de tensões longitudinais na alma da Viga 2 para a carga máxima do 4º Ciclo, ou seja,  $P = 400\text{kN}$ .



a) Tensão na alma ciclos de carga na secção A.

b) Tensão nos ciclos de carga na secção F.

Figura 4.24 - Evolução das tensões longitudinais na alma nos alinhamentos A (junto ao apoio) e F (secção crítica) para as cargas máximas dos incrementos de carga da Viga 2.



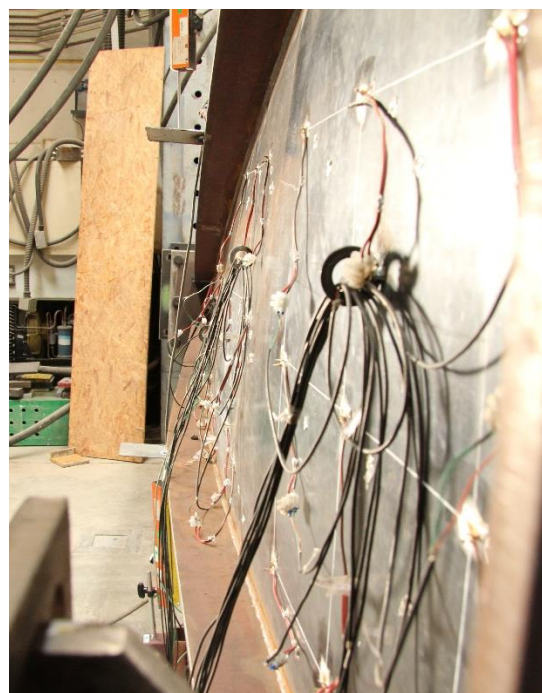
Figura 4.25 – Distribuição das tensões longitudinais na alma da Viga 2 para o 4º Ciclo de carga ( $P = 400\text{kN}$ ).

#### 4.6.2.2. 2ª Fase – Carregamento até à rotura

Concluído o carregamento de incrementos de carga, ensaiou-se a Viga 2 até ao seu colapso. Tal como para a Viga 1, e conforme o previsto na análise numérica, a Viga 2 teve um modo de instabilização por encurvadura lateral (LTB) sobre o alinhamento vertical F (de acordo com a Figura 3.11), secção de Classe 3, associado a um modo de encurvadura local bastante pronunciado da alma. A Figura 4.26 mostra a deformação evidente por encurvadura lateral na referida secção.



a) Face da direita.

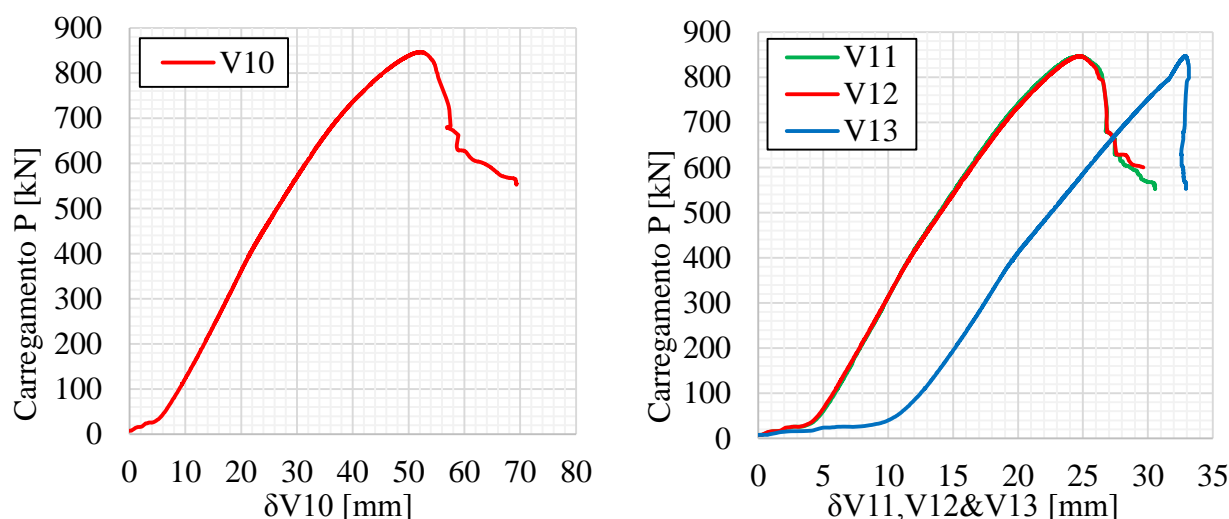


b) Face da esquerda.

Figura 4.26 – Instabilização por encurvadura lateral (LTB) da Viga 2.

A encurvadura da Viga 2 deu-se para uma carga última de  $P_{ult,Real,1,715m} = 845,53\text{kN}$ , ao que corresponde um momento negativo máximo sobre o apoio  $M_{máx,Real} = 1450,08\text{kNm}$ . Estando previsto um momento negativo  $M_{GMNIA} = 1272,76\text{kNm}$  pelo modelo numérico, no mesmo ponto, verifica-se assim um aumento de 13,93%. Quanto à deformação vertical na extremidade livre do troço em consola (V10) para a carga máxima, obteve-se uma deformação de 51,96mm (valor inferior em 52,76% em relação ao modelo numérico). O gráfico da Figura 4.27a representa a curva  $P-\delta$  no ponto V10, considerando sentido positivo os deslocamentos para baixo. Tal como para a Viga 1, a diferença entre os valores de carga e deslocamento numéricos e experimentais podem ser justificados pela flecha/deformação sofrida pela viga que suporta o macaco hidráulico (não controlada neste ensaio), conferindo parte da carga para o pórtico de carregamento (como a rigidez da viga neste ensaio é bastante menor, a influencia deste fator é certamente menor). No entanto, dada a Viga 2 ser mais flexível, os esforços de flexão transferidos para o elemento em análise foram mais próximos dos obtidos numericamente. Além disso, a dimensão e rigidez rotacional não nula das rótulas junto à parede de reação e o valor de tensão de cedência superior ao considerado no modelo numérico limitaram a rotação e consequentemente o deslocamento no topo da consola.

Quanto aos deslocamentos verticais V11, V12 e V13 ao longo do carregamento tiveram o desenvolvimento apresentado nas curvas do gráfico da Figura 4.27b. Os pontos V11 e V12 tiveram uma evolução praticamente coincidente atingindo deformações de 24,64mm e 24,68mm, respetivamente, para a carga máxima. Em V13, no mesmo instante, registou-se um deslocamento vertical de 32,86mm para cima. Após a instabilização, os pontos V11 e V12 ainda sofreram alguma deformação, enquanto em V13 esta se manteve praticamente inalterada. Na Tabela 4.6 apresentam-se as deformações verticais para a carga máxima da Viga 2.



a) Deslocamento vertical (sentido positivo para baixo) no ponto V10.      b) Deslocamentos verticais (sentido positivo para cima) nos pontos V11, V12 e V13.

Figura 4.27 – Gráficos  $P-\delta$  de evolução dos deslocamentos verticais em V10 (a) e em V11, V12 e V13 (b) para a 2ª fase de carregamento da Viga 2.



Horizontalmente, o troço de altura variável da Viga 2 teve as evoluções de deslocamentos horizontais, ao longo do carregamento, representadas pelas curvas da Figura 4.28 (H5 e H6) e da Figura 4.29 (H3, H7 e H8). No alinhamento F, secção de instabilização, até à carga máxima as deformações H5 e H6 foram sensivelmente as mesmas, começando a deformação em H6 (banzo inferior) a crescer mais rapidamente que em H5 (meia altura da secção) após ocorrer instabilização. Contrariamente à Viga 1, na Viga 2 o deslocamento H3 teve uma evolução nas deformações ao longo do carregamento mais semelhante ao ponto H7, dada a menor espessura da alma que sofre deformações fora do seu plano mais acentuadas nas zonas de maior altura. Os deslocamentos horizontais sofridos para a carga de instabilização na Viga 2 apresentam-se na Tabela 4.6.

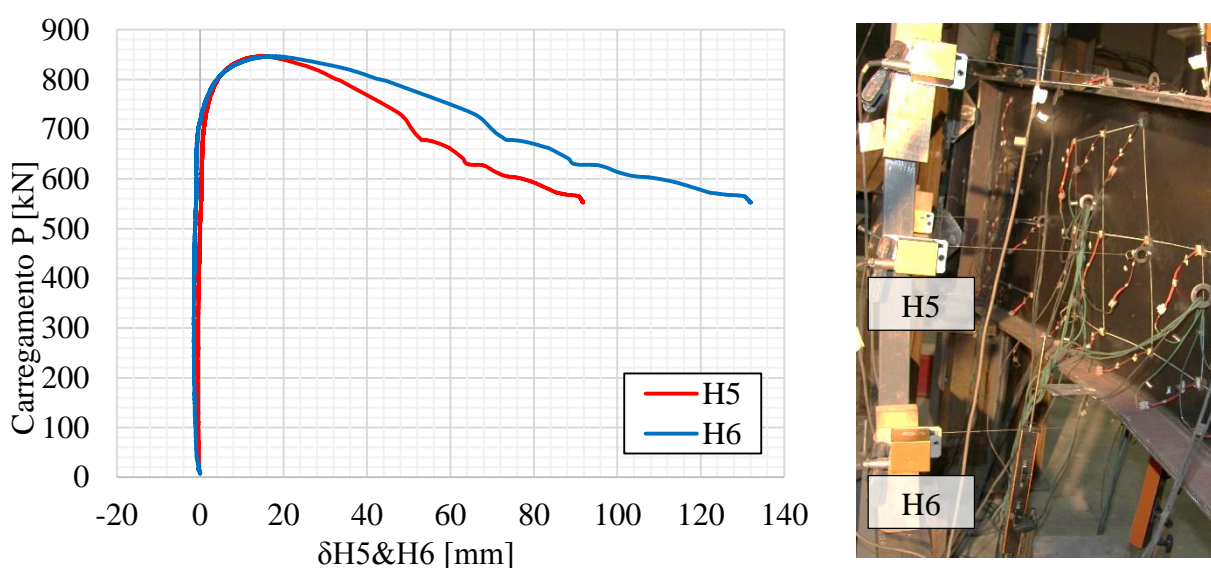


Figura 4.28 – Gráfico  $P$ - $\delta$  de evolução dos deslocamentos horizontais H5 e H6 na 2ª fase de carregamento da Viga 2.

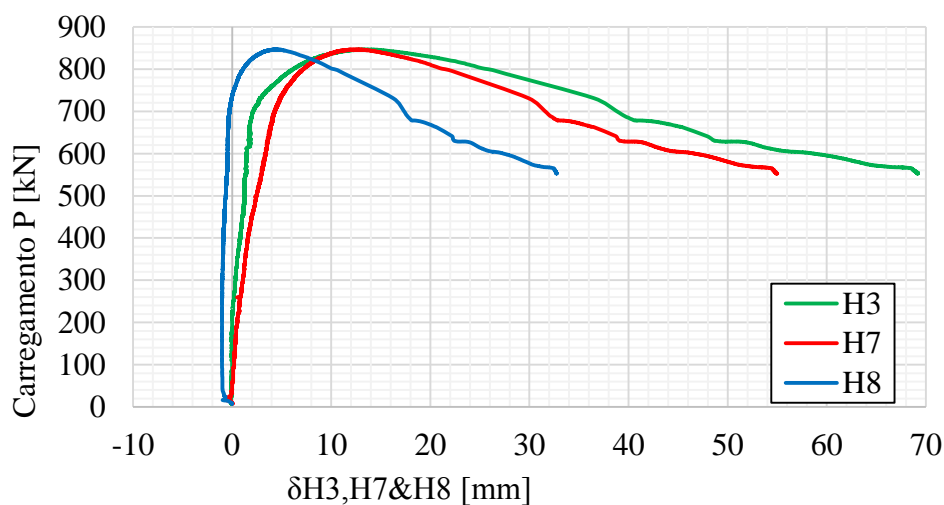


Figura 4.29 – Gráfico  $P$ - $\delta$  de evolução dos deslocamentos horizontais H3, H7 e H8 na 2ª fase de carregamento da Viga 2.

Tabela 4.6 – Deformações verticais e horizontais para a carga máxima na Viga 2.

Deformações Verticais [mm]				Deformações Horizontais [mm]				
V10	V11	V12	V13	H3	H5	H6	H7	H8
51,96	24,64	24,68	32,86	13,1	14,4	14,7	12,3	4,3

No ponto de instabilização (banzo inferior do alinhamento F), a deformação total era de 28,73mm, inferior à calculada nos modelos paramétricos.

Ao nível da distribuição das tensões na alma para a carga de instabilização real  $P_{ult,Real,1,715m} = 845,53\text{kN}$ , esta está representada no gráfico da Figura 4.30, considerando uma tensão de cedência real da alma de  $f_{y,Real,alma} = 372,56\text{MPa}$ . O facto de os banzos contribuírem consideravelmente para o momento de inércia em torno do eixo forte e a reduzida espessura da alma conferir classe 4 ao elemento, os banzos são a componente mais solicitada para resistir ao esforço de flexão gerado, reduzindo a magnitude de tensões na alma. Da figura observa-se que os alinhamentos A a H mais próximos do banzo inferior quase atingiram a tensão de cedência, como no modelo numérico (Figura 4.3), havendo apenas cedência junto ao apoio (alinhamento A a 125mm de altura). Segundo o modelo numérico, era de esperar nas secções superiores dos alinhamentos D a F uma distribuição de tensões próxima da cedência causado pela instabilização da alma segundo as linhas de compressão, não verificada no ensaio experimental. Para os alinhamentos junto às rótulas (I e J), as tensões na alma foram idênticas às esperadas.



Figura 4.30 – Distribuição das tensões longitudinais na alma da Viga 2 para a carga última real ( $P_{ult,Real} = 845,53\text{kN}$ ).

## 5 CONCLUSÕES

Na presente dissertação procurou-se caracterizar o comportamento real de duas vigas de secção variável de forma a compreender melhor o fenómeno de estabilidade que ocorre em tais configurações e comparar com modelos numéricos previamente desenvolvidos que serviram de base ao dimensionamento dos elementos experimentados. Assim, este capítulo apresenta as principais conclusões a reter dos ensaios experimentais.

Os ensaios experimentais para a caracterização do aço da Viga 2 permitiram concluir que a tensão de cedência do aço era de  $f_y = 387\text{MPa}$  e o módulo de elasticidade de  $E = 204,94\text{GPa}$ .

A medição das imperfeições geométricas iniciais de ambas as vigas permitiu perceber qual a gama de desvios expectável em elementos não uniformes obtidos por soldadura de chapas. Na Viga 1, os desvios da alma no troço de inércia variável foram menores que os da Viga 2. Tal fato deveu-se às restrições impostas pela soldadura da chapa da alma às chapas de banzo. Tendo a Viga 2 uma alma mais esbelta, surgiu uma concavidade com 3,840mm de profundidade, não havendo imperfeições geométricas desta gama de valores na Viga 1.

As tensões residuais presentes em duas secções de um elemento laminado para fabrico de elemento não uniforme (com base em HEB160) demonstram que na face exterior dos banzos, na zona central, tomam valores de tração entre  $0,19f_y$  e  $0,45f_y$ , sendo de compressão quando se afastam deste ponto. Na alma, as tensões são maioritariamente de compressão, diminuindo em altura, ou seja, quanto mais se afastam do ponto de ligação alma-banzo.

Na análise de estabilidade das vigas, a 1ª fase de carregamento (em fase elástica) permitiu calcular uma rigidez  $K_{V10}$  no ponto de aplicação de carga V10 de 32 854,50 kN/m e de 24 255 kN/m para a Viga 1 e 2, respetivamente. Nesta fase conclui-se ainda que a posição do eixo neutro real ( $0,48h$ ) se encontrava ligeiramente abaixo do eixo neutro teórico ( $0,50h$ ) devido a imperfeições geométricas, principalmente nos banzos.

Nas fases de carregamento até ao colapso, ambas as vigas apresentam sinais de instabilização por encurvadura lateral idênticas às previstas nos modelos numéricos desenvolvidos por Canha (2012). Sobre o apoio intermédio, os momentos negativos máximos foram 26,14% e 13,92% superiores em relação aos obtidos pela análise GMNIA dos modelos paramétricos, para as Vigas 1 e 2, respetivamente. Em termos de deformações na extremidade em consola, estas foram 37,98% (Viga 1) e 52,76% (Viga 2) inferiores às dos modelos numéricos. Este aumento

dos esforços e diminuição das deformações deve-se à rigidez rotacional não nula das rótulas, à sua dimensão geométrica e à deformação vertical da viga que serve de apoio ao macaco hidráulico e que faz parte do pórtico de carregamento. Esta última indica que parte da carga foi transferida não aos elementos Viga em análise mas sim ao pórtico de carregamento, sendo maior na Viga 1 que na Viga 2 dada a rigidez da Viga 1 ser superior. Na zona de instabilização, as deformações totais (dependentes das deformações H6 e V12) para as cargas que provocaram encurvadura foram de 47,67mm e 28,73mm para as Vigas 1 e 2, respetivamente, muito inferiores ao calculado numericamente.

As tensões na alma da Viga 1, para a carga máxima, atingiram a tensão de cedência entre os alinhamentos E e H (envolventes à zona de instabilização G) estando também muito próximos do limite elástico junto do apoio intermédio, para o banzo inferior. Quando comparado com os resultados do modelo numérico, entre os alinhamentos A e E a tensão na alma foi sensivelmente duas vezes superior. Para a Viga 2 (instabilização sobre o alinhamento F), dada a menor espessura da alma, as tensões na alma foram menores que na Viga 1, embora muito próximas do limite elástico junto a ambos os banzos. Ao contrário do previsto numericamente, não houve cedência das secções D e F.

Tendo em conta os objetivos propostos na presente dissertação, foi possível perceber a influência na espessura de uma das componentes de vigas em I de altura variável (neste caso, a alma) aos fenómenos de instabilidade. Além disso, os modos de encurvadura ocorreram em secções de classe superior à classe dos elementos, demonstrando que o atual código de dimensionamento à instabilidade de elementos metálicos não uniformes é penalizador, não garantido a otimização desejável.

## 6 DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

A presente dissertação focou-se essencialmente na avaliação experimental de fenómenos de instabilidade de vigas de secção não uniforme. Avaliaram-se ainda as imperfeições geométricas iniciais das vigas (que haviam sido fabricadas por soldadura de chapas) e as tensões residuais resultantes em peças laminadas a quente para fabrico de elementos de secção variável.

Como propostas de trabalhos futuros com o objetivo de compreender o comportamento à estabilidade de elementos metálicos não uniformes apresentam-se os seguintes pontos:

1. Ensaio experimentais das colunas e vigas-coluna apresentadas na presente dissertação;
2. Modelação e calibração de modelos numéricos das Vigas 1 e 2 experimentadas procurando obter os resultados mais próximos dos reais, com base nos resultados experimentais obtidos (características reológicas reais do aço, imperfeições geométricas, dimensões e rigidez real dos apoios e contraventamentos, ponto de aplicação real de carga, etc.). Desenvolvimento de um estudo paramétrico para estudar diferentes configurações geométricas;
3. Desenvolvimento de novas propostas de dimensionamento à instabilidade de elementos não uniformes que vão de acordo com os resultados experimentais e numéricos obtidos, com vista a um dimensionamento mais otimizado deste tipo de elementos (deverão contemplar um método alternativo na escolha da curva de encurvadura a considerar). Estas propostas de base analítica estão já a ser desenvolvidas nas fases seguintes do projeto *TaperSteel*, posteriores à fase experimental apresentada na presente dissertação, havendo atualmente já estudos neste sentido, como o trabalho de Marques (2012);
4. Medição experimental de tensões residuais em secções de elementos não uniformes obtidos por soldadura de chapas e por corte e soldadura de perfis metálicos laminados por forma a avaliar a influência do processo de fabrico e as suas implicações na análise da instabilidade.

Do trabalho experimental desenvolvido nesta dissertação resultou a publicação de dois artigos de investigação, Rodrigues *et al.* (2015) e Tankova *et al.* (2015).

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Andrade, A., Camotim, D. e Dinis P. B. (2007). “Lateral Torsional-Buckling of Singly Symmetric Web-Tapered Thin-Walled I-Beams”. *Comput. Struct.*, Vol. 85, nº. 17-18, pp. 1343-1359).
- ASB@ (sem data), <http://www.americansteelbuildings.com/tapered.htm>, American Steel Buildings - último acesso a 6 de abril de 2015.
- Baptista, A., & Muzeau, J. (1998). “Design of Tapered Compression Members According to Eurocode 3”. *Journal of Construction Steel Research*, Vol. 46, pp. 146-148.
- Bleich, F. (1932). “Stahlhochbauten ihre theory, berechnung und bauliche gelstatung”. Berlin, Verlag von Julius Springer.
- Boley, B. e Zimnoch, V. (1952). “Lateral Buckling of Non-Uniform Beams”. *Journal of Aeronautical Sciences*, Vol. 19, Issue 8(8), pp. 567.
- Bradford, M. (1988). “Stability of Tapered I-Beams”. *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 9, pp. 195-216.
- Bridge, R.Q. (1998). “The Inclusion of Imperfections in Probability-Based Limit States Design”. *Proceedings, 1998 Structural Engineering World Congress*, San Francisco, California, USA.
- Butler, D. (1966). “Elastic Buckling Tests on Laterally and Torsionally Braced I-Beams”. *Welding Journal*, Vol. 45, Issue 1.
- Butler, D. e Anderson, G. (1963). “The Elastic Buckling of Tapered beam-columns”. *Welded Research Supplement*, pp. 29-36.
- Canha, J. (2012). “Stability Design of Non-Uniform Steel Member, Task 3 – Programa Experimental”. ISISE, TaperSteel, Fundação para a Ciência e Tecnologia, Universidade de Coimbra & Universidade de Aveiro, Portugal.
- CEN. (2010). Eurocódigo, NP EN-1993-1-1:2010. “Eurocódigo 3: Projecto de estruturas de aço - Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios”. Comité Europeu da Normalização, Bruxelas, Bélgica.
- CEN (2011), EN 1090-2. “Execution of Steel Structures and Aluminium Structures. Part 2: Technical Requirements for Steel Structures”. European Committee for Standardization, Brussels, Belgique.

- 
- Clark, J. W. e Hill, H. N. (1960). "Lateral Buckling of Beams". Proceedings ASCE, Journal of the Structural Division, Vol. 68, nº ST7.
- Dinnik, A. (1929). "Design of Columns of Varying Cross-Sections". Transactions ASME, Vol. 1.
- Ermopoulos, J. (1986). "Buckling of Tapered Bars under Stepped Axial Loads". Journal of Structural Engineering., Vol. 112, Issue 6.
- Galambos, T. V. (1998). "Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, Fifth Edition". John Wiley & Sons Inc.
- Galéa, Y. (1981). "Abaques de Deversement Pour Profilés Laminés". Revue Construction Métallique, nº4, pp. 39-51.
- Galéa, Y. (1986). "Deversement des barres à section en I bissymétriques et hauteur d'âme bilinéairement variable". Construction Métallique.
- Heyn, E. (1914). "Internal Strains in Cold – wrought Metals and some Troubles Caused Theory". J. Inst. Met., Vol. 1, pp. 3-37.
- Hirt, M. e Crisinel, M. (2001). "Charpentes Métalliques - Conception et Dimensionnement des Halles et Bâtiments". Press Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne. Vol. 11.
- Horne, M., Shakir-Khalil, H. e Akhtar, S. (1979). "The Stability of Tapered and Haunched Beams". Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Vol. 67, Issue 2, pp. 677-694.
- Kaehler, R. C., White, D. W. e Kim Y. D. (2010) "Frame Design Using Web-Tapered Members". Design Guide 25, Metal Building Manufacturers Association and AISC, Chicago, USA.
- Kesley, R. A. (1956). "Measuring Non-Uniform Residual Stresses by the Hole Drilling Method". Proc. SESA, Vol. 1, pp. 181-194.
- Kim, Y. D. (2010). "Behavior and Design of Metal Building Frames with General Prismatic and Web-Tapered Steel I-Section Members," PhD Thesis, School of Civil and Environmental Engineering, Georgia Institute of Technology, Atlanta, USA
- Kittipornchai, S. e Trahair, N. (1972). "Elastic Stability of Tapered I-Beams". Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 98, Issue 3, pp. 713-728.
- Krefeld, W., Butler, D. e Anderson, G. (1959). "Welded Cantilever Wedge Beams". Welding Journal., Vol. 38, Issue 3, pp. 97.
- Lee, L. (1959). "On the Lateral-Buckling of Tapered Narrow Rectangular Beam". Journal of Applied Mechanics, pp. 457.
-

- Liew, R. Y., White, D. W. e Chen, W. F. (1994). “Notional-Load Plastic-Hinge Method for Frame Design”. *Journal of Structural Engineering*, Vol. 120, Issue 5, pp. 1434-1454.
- Lu, J., James, M. e Roy, G. (1996). “Handbook of Measurement of Residual Stresses”. Editorial Board, Fairmont Press, INC, Vol. 1.
- Maquoi, R. e Rondal, J. (1978). “Mise en Equation des Nouvelles Courbes Europeans de Flambement”. *Construction Métallique*, Issue 1, pp. 17-30.
- Marques, L. (2012). “Tapered Steel Members: Flexural and Lateral-Torsional Buckling”. Tese de Doutoramento, Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra, Coimbra, 1 vol.
- Maleck, A. E. (2001). “Second-order inelastic and modified elastic analysis and design evaluation of planar steel frames.” PhD Thesis, Georgia Institute of Technology, Atlanta, USA.
- Mathar, J. (1934). “Determination of Initial Stresses by Measuring the Deformation around Drilled Holes”. *Trans. ASME*, Vol. 56, pp. 249-254.
- Mathur, K. (2011). “Effects o Residual Stresses and Initial Imperfections on Earthquake Response of Steel Moment Frames”. University of Illinois, Illinois, Vol. 1.
- Može, P., Cajot L.G., Sinur, F., Rejec K. e Beg, D. (2014) “Residual Stress Distribution of Large Steel Equal Leg Angles”. Faculty of Civil Engineering, University of Ljubljana, Slovenia, Issue 71, pp. 35-47.
- Nakagawa, H. (1937). “Buckling of Columns with Tapering Part: Trans”. ASME.
- Nelson, D., Makino, A. (1997). “The Holographic-hole Drilling Method for Residual Stress Determination”. *Optics and Lasers in Engineering*, Issue 27, pp. 3-23.
- O&GO@ (sem data), <http://www.oilandgasonline.com/doc/brytex-tapered-and-conventional-rigid-frame-s-0001>, Oil & Gas Online, Brytex - último acesso a 6 de abril de 2015.
- Pao, Y. H., Sachse, W. e Fukuoka, H. (1984). “Acoustoelastic Theory for Measurement of Residual Stresses, Physical Acoustics, XVII”. Academic Press, Boston, pp. 61-143.
- Prawel, S., Morell, M. e Lee, G. (1974). “Bending and Buckling Strength of Tapered Structural Members”. *Welding Research Supplement*, pp. 75-84.
- Reis, A. e Camotim, D. (2000). “Estabilidade Estrutural”. McGraw-Hill, Lisboa, Portugal.
- Ribeiro, J. E. (2006). “Caracterização Experimental e Numérica de Campos de Tensões Residuais Provocadas por Processos de Fabrico”. Tese de Doutoramento, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Vol. 1.
- Rodrigues, J., Tankova, T., Marques, L., Martins, J. P. e Silva, L. S. (2015). “Avaliação Experimental do Comportamento de Elementos Metálicos de Secção Variável”. X Congresso de Construção Metálica e Mista, Coimbra, Portugal, II – pp. 363-372.



- Salter, J., Anderson, D. e May, I. (1980). "Tests on Tapered Steel Columns". Vol. 58A, Issue 6, pp. 189-193.
- Shiomi, H. e Kurata, M. (1984). "Strength Formula for Tapered Beam-Columns". Journal of Structural Engineering, ASCE., Vol. 110, Issue 7, pp.1630-1643.
- Silva, V. D. (2013). "Mecânica e Resistência dos Materiais" (4ª ed.). Gráfica de Coimbra, Lda.,Coimbra, Portugal.
- Simões, R. A. (2014). "Manual de Dimensionamento de Estruturas Metálicas" (3ª ed.). Associação Portuguesa de Construção Metálica e Mista, Coimbra, Portugal.
- Soete, W. (1949). "Measurement and Relaxation of Residual Stress". Sheet Met. Ind., Vol. 266, pp. 1269-1281.
- Southwell, R. V. (1932). "On the Analysis of Experimental Observations in Problems of Elastic Stability". Proceedings of the Royal Society, London, Vo.- 135, pp. 601.
- Steffens, H. D., Crostack, H. A. (1977). "Measurement of Residual Stresses in Spot Welded Joints". International Conference Stresses in Welded Construction and Their Effects, Nov. 15-17, 1977, London, pp. 295-305.
- Surovek-Maleck, A. E. e White, D. W. (2004). "Alternative Approaches for Elastic Analysis and Design of Steel Frames. II: Verification Studies". Journal of Structural Engineering, Vol. 130, Issue 8, pp. 1186-1205.
- TAL PROJECTO@ (2003), <http://www.talprojecto.pt/index2.html>, Tal Projecto - último acesso a 6 de abril de 2015.
- Tankova, T., Rodrigues, J., Marques, L., Martins, J. P., Silva, L. S. (2015). "Experimental Study on the Buckling Behavior of Tapered Structural Members". The International Colloquium o Stability and Ductility of Steel Structures, Timisoara, Romania.
- Timoshenko, S. (1908). "Buckling of Bars of Variable Cross Section". Bulletin Polytechnic Institute. Kiev, Ukraine.
- Timoshenko, S. (1953). "History of Strength Materials". Mc-Graw Hill, New York, USA.
- Timoshenko, S. e Gere, J. (1961). "Theory of Elastic Stability". Mc-Graw Hill, New York, EUA.
- Trahair, N. S. (1993). "Flexural-Torsional Buckling Structures". E & FN SPON, London, Great Britain.
- Treuting, R. G. e Read, W. T. (1951). "A Mechanical Determination of Biaxial Residual Stress in Sheet Material". J. Appl. Phys., Vol. 22, pp. 130.
- Ueda, Y. e Fukuda, K. (1980) "New Measuring Method of Three Dimensional Welding Residual Stresses Based on Newly Proposed Principle of Inherent Strain", Naval Architecture and Engineering, Japan, Vol. 18, pp. 146-163.

- White, D., e Hajjar, J. (1997). “Recent Advances in Methods for Inelastic Frames Analysis: Implications for Design and a Look Toward the Future”. *ISC*, Vol. 19, Issue 10, pp. 1-24.
- White, D. e Hajjar, J. (2000). “Accuracy and simplicity of alternative procedures for stability design of steel frames”. *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 42, Issue 2, pp. 206-261.
- WIKIPEDIA@, (sem data), [http://en.wikipedia.org/wiki/Residual\\_stress](http://en.wikipedia.org/wiki/Residual_stress), Colapso de ponte Silver Bridge, USA - último acesso a 6 de abril de 2015.
- Wood, R. H. (1974). “Effective Lengths of Columns in Multi-Storey Buildings”. *The Structural Engineer*, Vol. 52, Issue 7 (pp.235), Issue 8 (pp.295), Issue 9 (pp.341).
- WORLDPRESS@ (1930), <https://ytravels.wordpress.com/up-in-the-air/>, World Press - último acesso a 6 de abril de 2015.
- Ziemian, R.D. (2010). “Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures – Sixth Edition”, John Wiley & Sons Ltd.