



UNIVERSIDADE DE
COIMBRA

Carlos Ferreira dos Santos

**ESTUDO DA EVOLUÇÃO DA FORMA DA FENDA
EM COMPONENTES DE SECÇÃO CIRCULAR
UTILIZANDO UM MODELO ANALÍTICO**

Dissertação no âmbito do Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica na especialidade de produção e projeto orientada pelo Professor Doutor Ricardo Nuno Madeira Soares Branco e apresentada no Departamento de Engenharia Mecânica da Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade de Coimbra.

outubro de 2021

1 2



9 0

FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE
COIMBRA

Estudo da evolução da forma da fenda em componentes de secção circular utilizando um modelo analítico

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia
Mecânica na Especialidade de Produção e Projeto

Study of crack shape evolution in circular cross-section components using an analytical model

Autor

Carlos Ferreira dos Santos

Orientador

Ricardo Nuno Madeira Soares Branco

Júri

Presidente	Professora Doutora Dulce Maria Esteves Rodrigues Professora Associada com Agregação da Universidade de Coimbra
Orientador	Professor Doutor Ricardo Nuno Madeira Soares Branco Professor Auxiliar da Universidade de Coimbra
Vogal	Professor Doutor João Paulo da Silva Gil Nobre Professor Auxiliar da Universidade de Coimbra

Coimbra, outubro, 2021

“The people who are crazy enough to think they can change the world are the ones who do”

Steve Jobs

Ao Norberto Pires.

Agradecimentos

Todo o percurso académico que construí não seria possível sem o contributo de várias pessoas que me acompanharam ao longo dele, pelo que gostaria de deixar presente algumas palavras de reconhecimento.

Primeiramente quero agradecer aos **meus pais**, por todos os esforços que sempre fizeram para me tornar na pessoa e engenheiro que sou, bem como por todas as palavras de encorajamento, carinho e apoio que sempre me transmitiram e também a toda a **minha família**, pela constante presença e excelente relação que mantemos. Um obrigado especial para os **meus colegas de casa** por todos os bons momentos passados, a paciência e apoio prestados nos momentos mais complicados, bem como as oportunidades que me proporcionaram para usufruir desta fase da minha vida e explorar Coimbra.

Agradeço também a todos os **meus amigos e colegas**, tanto de dentro como de fora do ambiente universitário, que sempre foram uma fonte de inspiração para me tornar cada vez melhor, tanto como pessoa, como aluno, e, particularmente, ao Carlos Zhu por todo o conhecimento transmitido e disponibilidade prestada na fase inicial da dissertação.

Por fim, não poderia faltar uma palavra de gratidão para com **todos os professores e funcionários** que me acompanharam ao longo de todo o percurso, especialmente para com os meus orientadores **Ricardo Branco**, fundamental na conclusão desta última etapa, e **Norberto Pires**, que todos os dias me surpreenderam com a sua imensa sabedoria e trabalho árduo, de quem nunca me esquecerei e aos quais agradeço imenso a oportunidade que me proporcionaram de participar num prestigioso projeto como o inicialmente proposto, e, claramente, pela imensa disponibilidade, ajuda, compreensão, orientação e fornecimento de literatura ao longo de todo este trajeto.

A todos estes e aos que não referi, mas de alguma forma participaram no meu crescimento como pessoa e aluno ao longo destes anos, o meu muito obrigado!

Resumo

O objetivo da presente dissertação é estudar a evolução da forma da fenda em componentes de secção circular sujeitos a esforços cíclicos de tração ou flexão utilizando uma abordagem analítica. Esta análise traduz-se numa forma mais rápida e fácil de implementar do que os métodos numéricos habitualmente utilizados para o efeito, nomeadamente o método dos elementos finitos, para além de não apresentar dependência da malha, evitando, por exemplo, problemas de convergência. Esta abordagem permite simular fecho de fenda induzido por plasticidade, dando origem a resultados mais realistas, e assume que a forma da fenda em secções circulares pode ser aproximada por curvas elípticas, como comprovado em anteriores estudos.

Inicialmente apresenta-se o conceito subjacente ao método que permite estudar a evolução da forma da fenda para peças com secção circulares sujeitas a tração ou flexão, incluindo o modelo de simulação do fenómeno de fecho de fenda induzido por plasticidade. Posteriormente é comparada a evolução da forma da fenda obtida através do modelo analítico com a forma da fenda obtida experimental e numericamente. De uma forma global, as três abordagens encontram-se em boa concordância, o que permitiu validar a ferramenta usada neste trabalho. Após este passo são analisados os efeitos das principais variáveis físicas que afetam a propagação de fendas por fadiga em componentes de secção circular, tendo-se verificado que os comportamentos obtidos se assemelham aos resultados experimentais e numéricos existentes na literatura. Seguidamente, estuda-se a exatidão dos fatores de intensidade de tensão, tendo-se concluído que os valores são próximos dos publicados por outros autores. Numa fase final, aplica-se, com sucesso, o procedimento desenvolvido de forma inversa na determinação das constantes da lei de Paris.

Palavras-chave: Evolução da forma da fenda, Propagação de fendas por fadiga, Secção circular, Abordagem analítica

Abstract

The aim of this dissertation is to study the crack shape evolution in circular cross-section components subjected to cyclic tension or bending. This analysis is faster and easier to implement than other existing numerical methods, such as the finite element method, besides the fact that it is not mesh dependent, avoiding, for example, convergence problems. In this approach, plasticity-induced crack closure is incorporated, allowing a more realistic simulation, and it is assumed that the crack shape can be successfully approximated by part-elliptical curves, as already demonstrated in previous studies.

Initially, the underlying concept of the method that allows the study of the crack shape evolution for components with circular cross-sections subjected to tension or bending is presented, including the model introduced to simulate plasticity-induced crack closure. Subsequently, the evolution of the crack shape obtained through the analytical model is compared with those obtained experimentally and numerically. Overall, the three approaches are in good agreement, which validates the tool used in this study. After that, the effects of the main physical variables that influence the fatigue crack growth in circular cross-section components are analyzed. The results obtained are in accordance with those found in literature. Next, the accuracy of the stress intensity factors is studied, and it is concluded that the results are also close to those published by other authors. In a final stage, based on an inverse engineering approach, the analytical tool is successfully applied to determine the constants of the law of Paris.

Keywords Crack shape evolution, Fatigue crack growth, Circular cross-section, Analytical approach

Índice

Índice de Figuras.....	ix
Índice de Tabelas	xiii
Simbologia e Siglas.....	xv
Simbologia.....	xv
Siglas	xvi
1. Introdução.....	1
1.1. Enquadramento.....	1
1.2. Ideias e motivação	2
1.3. Objetivos	4
1.4. Estrutura da dissertação	5
2. Revisão da Literatura.....	7
2.1. Fenómeno de Fadiga	7
2.2. Mecânica da fratura	9
2.2.1. Modos de carregamento	13
2.3. Propagação de Fendas por Fadiga	13
2.3.1. Métodos de propagação de forma de fenda fixa.....	15
2.3.2. Métodos de propagação de forma de fenda livre.....	16
2.3.3. Influência do incremento máximo de fenda.....	17
2.4. Efeitos das principais variáveis físicas que afetam a forma da fenda.....	19
2.4.1. Efeito da forma inicial da frente de fenda	20
2.4.2. Efeito do expoente da lei de Paris	21
2.4.3. Efeito de fecho da fenda.....	21
2.4.4. Efeito do tipo de carregamento.....	22
2.5. <i>Software</i> utilizado na simulação de propagação de fendas por fadiga	23
2.5.1. Abordagens numéricas.....	23
2.5.2. Abordagens analíticas	24
3. Material, Procedimentos e Métodos.....	25
3.1. Material	25
3.2. Procedimento experimental.....	26
3.3. Modelo analítico	27
3.3.1. Solução de K	31
3.3.2. Fecho de fenda induzido por deformação plástica	32
3.4. Modelo numérico.....	34
4. Resultados.....	37
4.1. Validação dos modelos	37
4.2. Simulações típicas.....	39
4.3. Efeitos das variáveis físicas.....	42
4.3.1. Forma inicial da fenda	42
4.3.2. Tipo de carregamento	44

4.3.3. Constantes da lei de Paris	46
4.4. Fator de intensidade de tensão	47
4.5. Cálculo das constantes da lei de Paris por engenharia inversa	50
4.5.1. Método das diferenças acumuladas.....	51
4.5.2. Cálculo das constantes.....	53
4.5.3. Análise da exatidão das constantes obtidas	55
5. Conclusões	57
5.1. Trabalhos futuros.....	58
Referências Bibliográficas	61

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1. Representação esquemática das 3 fases do fenómeno de fadiga [12].	7
Figura 2.2. Curva S-N do aço S45C obtida a partir de provetes cilíndricos com diâmetro de 2mm, realizada em ambiente laboratorial, adaptado de [16].	9
Figura 2.3. Representação esquemática da relação $da/dN-\Delta K$, adaptado de [14].	11
Figura 2.4. Modos de carregamento, adaptado de [29].	13
Figura 2.5. Conceito de propagação automática de fenda: a) definição da forma inicial de fenda; b) cálculo dos valores de K e incrementos de fenda; c) definição da nova frente de fenda; d) reposicionamento dos nós e geração da nova malha [12].	14
Figura 2.6. Evolução da forma da fenda tendo por base um método de incremento global [12].	15
Figura 2.7. Modelos de evolução da forma da fenda com; a) 2 graus de liberdade; b) múltiplos graus de liberdade [32].	17
Figura 2.8. Efeito do incremento de fenda na vida à fadiga [6].	18
Figura 2.9. Exemplos de parâmetros quantitativos usualmente utilizados para caracterizar a evolução da forma da fenda nos casos de estudo de propagação de fendas por fadiga em geometrias típicas, adaptado de [6].	19
Figura 2.10. a) Variação da forma adimensional da fenda com a profundidade adimensional para uma placa com fenda superficial de diversas formas iniciais sob flexão, adaptado de [34]; b) Variação da razão entre o fator de intensidade mínimo e máximo com a profundidade adimensional para uma placa com fenda superficial de diversas formas iniciais sob tração, adaptado de [35].	20
Figura 2.11. a) Variação da forma adimensional da fenda com a profundidade adimensional para uma placa com fenda superficial para vários expoentes da lei de Paris e carregamentos, adaptado de [34]; b) Variação de T_d com o m para diferentes geometrias sob tração, adaptado de [6].	21
Figura 2.12. Variação da forma adimensional da fenda com a profundidade adimensional para uma placa com fenda superficial com e sem fecho de fenda induzido por deformação plástica, adaptado de [6].	22
Figura 2.13. Variação da forma adimensional da fenda com a profundidade adimensional para uma placa com fenda superficial sujeita a tração e flexão, adaptado de [6].	23
Figura 3.1. Geometria do provete utilizado nos ensaios experimentais, dimensões em mm [43] [5].	26
Figura 3.2. a) Superfície de fratura obtida nos ensaios experimentais; b) Esquema com algumas das marcas visíveis utilizadas para obter as constantes da lei de Paris [33].	27

Figura 3.3. Linhas coordenadas para um sistema de coordenadas elípticas, adaptado de [47].	28
Figura 3.4. Coordenadas elípticas e representação da alteração da dimensão da fenda, adaptado de [5].	28
Figura 3.5. a) Elemento isoparamétrico hexaédrico de 20 nós; b) Elemento hexaédrico de 20 nós colapsado; c) Elemento isoparamétrico hexaédrico de 20 nós colapsado com os nós intermédios deslocados para uma posição a um quarto da aresta; d) Definição da frente de fenda; e) Malha em forma de teia de aranha; f) Malha em forma de teia de aranha e malha de transição; g) Modelo assembled [33].	35
Figura 4.1. Comparação das formas de fenda experimentais com as formas de fenda obtidas através dos modelos analítico e numérico.	38
Figura 4.2. Resultados das simulações para diferentes formas iniciais de fendas para o modelo analítico e para o modelo numérico. Analítico: a) frente circular; b) frente semi-elíptica; c) fenda reta. Numérico: d) frente circular; e) frente semi-elíptica; f) frente reta.	39
Figura 4.3. Distribuição do fator geométrico no início da propagação ao longo de toda a frente de fenda para formas iniciais de fenda circular e reta.	41
Figura 4.4. Distribuição do fator geométrico numa fase avançada da propagação ao longo da frente de fenda para formas iniciais de fenda circular e reta.	42
Figura 4.5. Evolução da forma da fenda com o comprimento adimensional da fenda para diferentes formas iniciais em provetes sujeitos a tração, com $a_0/D_0 = 0,1$, $m = 3$ e sem incorporar o fecho de fenda.	43
Figura 4.6. Evolução da forma da fenda com o comprimento adimensional de fenda para diferentes formas iniciais em provetes sujeitos a tração e a flexão, com $a_0/D_0 = 0,1$, $m = 3$ e sem incorporar o fecho de fenda.	45
Figura 4.7. Evolução da forma da fenda com o comprimento adimensional de uma fenda reta para diferentes valores de m em provetes sujeitos a tração e com uma fenda reta, com $a_0/D_0 = 0,1$ e sem incorporar o fecho de fenda.	46
Figura 4.8. Evolução da razão K_{min}/K_{max} com a comprimento adimensional da fenda para uma forma da fenda circular, com $a_0/D_0 = 0,1$ e $m = 3$, e para uma forma de fenda reta com $a_0/D_0 = 0$ e $m = 3$ para um provete sujeito a tração.	47
Figura 4.9. Evolução do fator geométrico, Y , do ponto superficial com o comprimento adimensional da fenda, a/D , para uma frente inicial circular de um provete sujeito a tração.	49
Figura 4.10. Evolução do fator geométrico, Y , com o comprimento adimensional de fenda do ponto superficial para duas formas iniciais de fenda (circular e reta) de um provete sujeito a flexão.	50
Figura 4.11. Representação do parâmetro dependente ad utilizado para calcular o valor do expoente da lei de Paris, adaptado de [33].	52
Figura 4.12. Diferenças acumuladas obtidas a partir das simulações para diferentes valores de m (da/dN [mm/ciclo]; ΔK [MPa·m ^{0,5}]).	53

Figura 4.13. Número de ciclos em função do valor de C (da/dN [mm/ciclo]; ΔK [MPa·m^{0.5}]).54

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 3.1. Composição química (em percentagem de peso) do aço S45C [44].	25
Tabela 3.2. Propriedades mecânicas do aço S45C, adaptado de [43].	25
Tabela 3.3. Constantes da lei de Paris para o aço S45C (da/dN [mm/ciclo]; ΔK [MPa·m ^{0.5}]) [43] [33].	26
Tabela 4.1. Número de ciclos entre as frentes de fenda obtidas experimentalmente [33]. ..	53
Tabela 4.2. Constantes de Paris obtidas pelos diferentes métodos (da/dN [mm/ciclo]; ΔK [MPa·m ^{0.5}]) e respetivos erros.	55

SIMBOLOGIA E SIGLAS

Simbologia

a – Profundidade da fenda

a_0 – Profundidade inicial da fenda

b – Metade da largura da fenda

c – Metade do comprimento focal

C – Constante da lei de Paris

da/dN – Taxa de propagação da fenda

D – Diâmetro da secção circular

Y – Fator de correção geométrico

h – Coordenada y do ponto de superfície

K – Fator de intensidade de tensão

$K_{mín}$ – Valor mínimo do fator de intensidade de tensão

$K_{máx}$ – Valor máximo do fator de intensidade de tensão

m – Expoente da lei de Paris

N – Número de ciclos

R – Razão de tensões

t – Espessura

t_e – Espessura equivalente

U – Parâmetro da razão de carga normalizado

$\beta = a/b$ – Forma adimensional da fenda

$\delta = a/D$ – Comprimento adimensional da fenda

λ – Razão da zona plástica com a espessura equivalente

ν – Coeficiente de Poisson

σ – Tensão nominal

σ_e – Tensão de escoamento

ΔK – Gama do fator de intensidade de tensão

ΔK_{eff} – Gama do fator de intensidade de tensão efetivo

Siglas

ASTM – American Society for Testing and Materials

MEF – Método dos elementos finitos

SIF – Stress Intensity Factor (Fator intensidade de tensão)

1. INTRODUÇÃO

1.1. Enquadramento

Tanto ao longo do processo de fabrico, por exemplo durante o processo de soldadura ou na fase de maquinação, como em serviço, por exemplo através do aparecimento de bandas de deslizamento que ao fim de alguns ciclos podem tornar-se permanentes e irreversíveis, os componentes são suscetíveis a desenvolver fendas, ou outros defeitos. Através dos esforços cíclicos sofridos em serviço, as fendas tendem a propagar-se, o que pode levar à fratura do componente no momento em que a área da sua secção deixe de ser capaz de suportar os esforços aplicados, traduzindo-se, este evento, numa grande maioria dos casos, em danos estruturais, prejuízos económicos e até mesmo riscos humanos, sendo, portanto, a previsão da evolução da forma de uma fenda um assunto de extremo interesse para o projeto mecânico, particularmente em componentes estruturais. Para além da presença de defeitos, é também inerente em engenharia o uso de entalhes em peças de secção circular, nomeadamente em veios, como por exemplo escatéis, que podem criar estados complexos de tensão-deformação e fortes efeitos de triaxialidade à superfície que interferem também com o fenómeno de propagação de fendas por fadiga.

Ao longo dos anos têm sido propostos diferentes mecanismos para o estudo do processo de falha, desde análises experimentais ao uso de modelos numéricos, trazendo diversos avanços na perceção de como este fenómeno acontece e se manifesta. Atualmente, com a evolução das tecnologias e o desenvolvimento de modelos numéricos mais eficazes, é possível realizar simulações para estimar o comportamento expectável dos componentes fissurados de forma bastante rápida, eficaz e, até certo ponto, económica. Estendendo isto a fenómenos de fadiga, considerados uma das causas de ruína mais preponderantes da integridade estrutural de componentes mecânicos, a previsão da evolução da forma da fenda pode ser efetuada com base no fator de intensidade de tensão, grandeza que traduz o campo de tensões na vizinhança da extremidade da fenda [1], sendo geralmente utilizadas técnicas de propagação automática de fenda baseadas no Método dos Elementos Finitos (MEF). Relativamente à evolução da forma de fendas em componentes metálicos cilíndricos, o caso

de estudo desta dissertação, sabe-se que esta é afetada por diversos fatores, como a forma inicial da fenda, as condições de carregamento, as propriedades do material, entre outras, o que torna a análise do processo de evolução da fenda um procedimento difícil e demorado, especialmente quando se baseia em estudos paramétricos. Nesse sentido, o desenvolvimento de ferramentas mais rápidas e robustas, e de fácil utilização, pode ser um auxílio importante no projeto à fadiga deste tipo de componentes.

1.2. Ideias e motivação

Durante a vida útil de máquinas e componentes, estima-se que mais de 80% das avarias em serviço estão relacionadas com falhas por fadiga, associadas a fenómenos de plasticidade cíclica que se desenvolvem devido às condições de serviço a que estes estão sujeitos [2]. Isto revela uma forte necessidade de análises focadas neste tipo de problema, visto que na maioria das aplicações os componentes são sujeitos a esforços cíclicos que podem causar a sua rotura mesmo para valores inferiores aos que provocariam rotura num caso de carregamento estático. Análises usuais são, por exemplo, o desenvolvimento de ferramentas que permitam efetuar a previsão do número de ciclos até à rotura, ou a análise da evolução da forma da fenda sob efeito de uma força cíclica, sendo este último caso, como já foi referido, o foco do presente trabalho.

No contexto da simulação da forma da fenda, as ferramentas numéricas têm desempenhado um papel de elevado relevo, devido ao seu potencial para simular casos complexos. Apesar da grande utilidade dos modelos numéricos na previsão da evolução da forma da fenda, estes, de forma geral, apresentam algumas limitações importantes, nomeadamente dificuldades associadas à otimização da malha, que afeta diretamente os valores dos fatores de intensidade de tensão ao longo da frente de fenda e, conseqüentemente, a forma da fenda e a vida à fadiga. Outra desvantagem importante está relacionada com o facto da implementação desta técnica numérica ser bastante complexa e requerer elevado esforço. Embora exista algum *software* baseado na técnica de remalhagem automática para análise de fenómenos de propagação de fendas por fadiga, que serão apresentados posteriormente, estes não são comercializados, destinando-se, essencialmente, para fins de investigação; a única exceção, neste contexto, é o *software* ZENCRACK [3]. No entanto, para além do seu elevado custo, possui várias limitações e a sua fiabilidade está restringida

a problemas mais simples. No caso de *software* de elementos finitos comerciais, como por exemplo o ANSYS ou o ABAQUS, a implementação da técnica requer o desenvolvimento de um conjunto de sub-rotinas específicas que, para além de serem complexas e demoradas, não se encontram disponíveis de origem tendo, portanto, de ser criadas pelo utilizador [4].

Devido a todos estes detalhes e também ao facto de em projeto mecânico serem utilizados com abundância componentes de secção circular, tais como parafusos, pregos, veios, fios, cabos, entre outros, uma abordagem analítica, rápida, eficiente e com independência de malha, que permita estudar a propagação de falha por fadiga nesta geometria revela-se bastante útil. Neste sentido, foi recentemente desenvolvido por Zakavi *et al.* [5] um modelo analítico que permite responder a essa necessidade, permitindo, inclusivamente, incluir o mecanismo de fecho de fenda induzido por deformação plástica, fenómeno cujo efeito é bem conhecido na propagação de fendas por fadiga. Porém, esta ferramenta carece de um estudo aprofundado no que concerne à sua exatidão. Esse estudo é também um dos objetivos da presente dissertação.

Na literatura é possível encontrar diferentes abordagens analíticas, numéricas ou experimentais desenvolvidas com o intuito de estudar fenómenos de propagação de fendas por fadiga em diversas geometrias com diferentes formas de fenda e sujeitas a vários tipos de carregamento [6]. A importância do fecho de fenda na evolução da forma da fenda foi também já abordada por diversos autores, veja-se, por exemplo, nos artigos de Antunes *et al.* [7] [8] onde se demonstra uma relação inequívoca entre os valores de fecho de fenda, as distribuições dos fatores de intensidade de tensão ao longo da frente de fenda, e a forma da fenda.

Para além de incorporar o fecho de fenda induzido por plasticidade, o modelo analítico utilizado nesta dissertação, ao contrário de abordagens numéricas, é simples e rápido de aplicar, não requerendo *software* especializado ou a necessidade de desenvolvimento de esquemas automáticos de propagação da fenda. Por outro lado, este modelo baseia-se na suposição de que a forma da fenda em secções circulares pode ser eficazmente aproximada por curvas elípticas, como demonstrado em diversas investigações anteriores [9].

Na análise de fenómenos de propagação de fendas por fadiga, para além de uma adequada simulação do fecho de fenda induzido por plasticidade, é também indispensável ter valores exatos dos fatores de intensidade de tensão na frente de fenda, pois pequenos

erros nesta variável traduzem-se em erros consideráveis na forma da fenda e também na vida à fadiga. O método analítico utilizado nesta dissertação recorre a uma solução do fator de intensidade de tensão, sensível à forma da fenda, desenvolvida especificamente para esta geometria por Shin *et al.* [10].

1.3. Objetivos

Tendo em conta o que foi previamente exposto, fica claro que um método analítico de previsão da evolução da forma da fenda é uma mais-valia no projeto mecânico de peças de secção circular. Nesse sentido, o objetivo principal deste trabalho é estudar o potencial dessa ferramenta, comparando com resultados numéricos e experimentais existentes na literatura. Pretende-se, também, verificar se tem sensibilidade suficiente para determinar as constantes da lei de Paris, recorrendo a um processo de engenharia inversa.

Em termos de objetivos específicos, são considerados os seguintes:

1. Estudar a evolução da forma da fenda para peças com secção circular sujeitas a tração ou flexão;
2. Comparar a forma da fenda obtida com o modelo analítico com a forma da fenda obtida numérica e experimentalmente para as mesmas condições de propagação;
3. Estudar o efeito das principais variáveis físicas que afetam o fenómeno de propagação de fendas em peças de secção circular sujeitas a tração ou flexão;
4. Estudar a exatidão dos valores do fator de intensidade de tensão ao longo da frente de fenda, comparando-os com resultados existentes na literatura;
5. Verificar se o modelo analítico tem sensibilidade para determinar, por engenharia inversa, as constantes da lei de Paris, comparando as previsões com constantes obtidas numérica e experimentalmente.

1.4. Estrutura da dissertação

Para melhor organização das ideias e compreensão desta dissertação, foi realizada uma divisão em cinco capítulos com o seguinte conteúdo:

- Capítulo 1 – O presente capítulo apresenta o tema em estudo, identifica as principais motivações e define os objetivos específicos do trabalho;
- Capítulo 2 – Neste capítulo são apresentados os conceitos base necessários para a compreensão da dissertação e para a interpretação dos resultados;
- Capítulo 3 – Este capítulo descreve o procedimento experimental, apresenta o modelo analítico de propagação de fenda e o modelo de fecho de fenda induzido por plasticidade utilizados, e resume o modelo numérico utilizado na comparação de resultados;
- Capítulo 4 – Neste capítulo são apresentados e discutidos os resultados obtidos: inicialmente faz-se a validação do método analítico usado; seguidamente estuda-se o efeito dos principais parâmetros físicos que afetam a propagação de fenda por fadiga e avalia-se a exatidão do fator de intensidade de tensão na frente de fenda. Por fim, faz-se o cálculo das constantes da lei de Paris, por engenharia inversa;
- Capítulo 5 – No último capítulo apresentam-se as principais conclusões da dissertação e fazem-se sugestões para trabalhos futuros.

2. REVISÃO DA LITERATURA

Neste capítulo será realizada uma breve revisão sobre os conceitos essenciais a reter para a fácil compreensão deste trabalho. Faz-se, também, uma revisão das principais conclusões da literatura sobre os efeitos dos parâmetros físicos que afetam a propagação de fendas por fadiga, bem como do *software* utilizado, tanto numéricos como analíticos.

2.1. Fenómeno de Fadiga

Segundo a American Society for Metals [11], o fenómeno de fadiga é definido como um processo de degradação das propriedades mecânicas do material associado à existência de deformação plástica progressiva e localizada que ocorre num material submetido a ciclos de tensão e da qual pode surgir o aparecimento de fendas, podendo inclusive originar a ocorrência de fratura após um número suficiente de ciclos, mesmo quando solicitado por tensões nominais abaixo da resistência à tração, devido à propagação dessas fendas.

O fenómeno de fadiga pode dividir-se em três fases distintas, representadas esquematicamente na Figura 2.1.



Figura 2.1. Representação esquemática das 3 fases do fenómeno de fadiga [12].

Na primeira etapa ocorre a nucleação e o crescimento microscópico da fenda, devido à geração de deslocações, o que se traduz no encruamento do metal, perdendo a capacidade de se deformar plasticamente em zonas localizadas, zonas essas onde as tensões

cíclicas se fazem sentir com maior intensidade. Quando o limiar de deformação plástica é atingido, a descontinuidade torna-se uma fenda microscópica. Este fenómeno ocorre geralmente à superfície, onde estão presentes efeitos da rugosidade e porque são zonas de maior concentração de tensões, e onde há maior probabilidade de existência de defeitos micro estruturais, inclusões, microfissuras pré-existentes ou entalhes, que criam tensões localizadas muito elevadas, promovendo as deslocações, sendo, por isso, zonas com maior suscetibilidade de ocorrência de deformação plástica [13]. A segunda etapa consiste na propagação da fenda, caracterizada pelo crescimento macroscópico da fenda e pelo progressivo aumento da velocidade de propagação. O último estágio do processo de fadiga é a rotura, no qual a propagação da fenda se torna instável, culminando na fratura súbita da secção transversal não fissurada.

Foi na primeira revolução industrial que o interesse pela fadiga se começou a manifestar de forma mais evidente, pois até então os instrumentos eram, na sua maioria, manuais e só a partir desse período, devido à presença de esforços cíclicos em máquinas, se começou a assistir ao surgimento do fenómeno de fadiga de uma forma mais frequentemente. O seu estudo começou por volta de 1830, por Albert, nas correntes transportadoras das minas de Oberharz [14]. O termo fadiga foi mencionado numa das primeiras vezes num livro de Jean-Victor Poncelet, engenheiro militar, em 1839, no qual refere que os eixos podiam ficar “fatigados” após um período de utilização, fenómeno observado 3 anos depois, num acidente de comboio em Versailles. Neste último caso, um dos eixos quebrou, apesar das tensões nele aplicadas serem menores do que a carga estática suportada pelo veio. No entanto, como o carregamento continha esforços cíclicos, deu-se rotura por fadiga, tornando-se este acidente num marco histórico onde a fadiga teve um papel fulcral. Nesse mesmo ano, Rankine concluiu que as zonas de concentração de tensões são as mais suscetíveis para a ocorrência de falha.

Em 1867, August Wöhler [15] utilizou um aparelho que aplicava cargas repetidas em eixos, permitindo retirar a relação entre a magnitude de tensão aplicada e o número de ciclos até ocorrência da falha, que, após a realização de ensaios para diversos valores de tensão, permitiu a obtenção de um gráfico, ao qual se denominou por curva de Wöhler. Para além disso, nos seus estudos foi possível perceber que para campos de tensão mais baixos, a vida à fadiga aumentava e que abaixo de determinado valor, alguns materiais apresentavam vida infinita. Também a presença de entalhes resulta na diminuição da vida à

fadiga de um componente, outro resultado obtido por Wöhler. Apenas em 1910, Basquin propôs a utilização de escalas logarítmicas, dando origem às curvas S-N utilizadas atualmente, como representado na Figura 2.2 para o aço S45C.

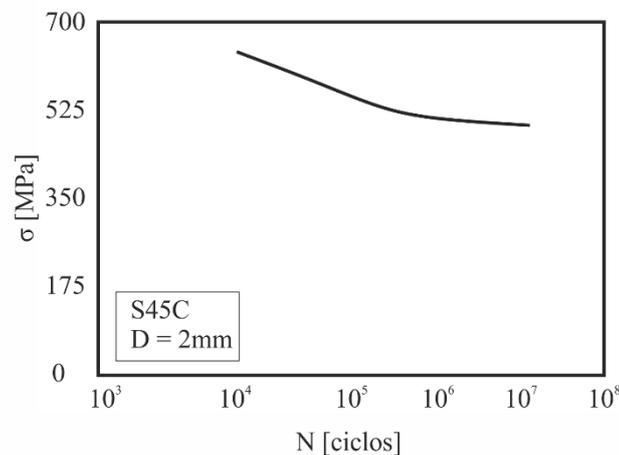


Figura 2.2. Curva S-N do aço S45C obtida a partir de provetes cilíndricos com diâmetro de 2mm, realizada em ambiente laboratorial, adaptado de [16].

Em 1945, Miner [17] introduz um modelo de acumulação de dano, já proposto anteriormente por Palmgren, através do qual é possível prever a ocorrência de rotura por fadiga para carregamentos complexos. O modelo assume que o dano de fadiga causado pelos carregamentos mais simples que constituem o carregamento global é acumulado linearmente e estabelece que a rotura ocorre quando a soma total de dano acumulado iguala a unidade. Outro marco importante na história da fadiga é a relação de Manson-Coffin [18] [19], ainda hoje utilizada em fadiga oligocíclica. Nesta abordagem, a relação entre a história de carga e a vida à fadiga é efetuada com base na amplitude de deformação plástica.

2.2. Mecânica da fratura

Associado ao fenómeno de fadiga, está inerente a existência de fendas. A necessidade de relacionar a existência de defeitos com a vida de um componente deu origem à mecânica da fratura, que é uma área da mecânica que estuda componentes com fendas, de modo a prever a sua fratura através da propagação destas até ao limite de resistência do material [20]. Griffith, a partir dos seus trabalhos pioneiros sobre a importância de fendas, desenvolveu algumas bases sobre estes mecanismos. Em 1920, publicou resultados teóricos que explicavam a fratura frágil de materiais, devido à existência de defeitos. Dos seus

ensaios, concluiu que o produto da raiz quadrada do comprimento do defeito com a tensão na rotura era praticamente constante.

No entanto, Irwin, propôs modificações na teoria de Griffith, não sendo bem aceites pela comunidade engenharia até cerca de 1950, pois a primeira possuía admirável concordância com os resultados experimentais para materiais frágeis dificultando a aceitação de modificações, no entanto apesar de continuar válida para materiais dúcteis, como o aço, a energia necessária para causar rotura calculada através deste método era irrealista para este tipo de material. Em 1938, Irwin percebeu que a plasticidade teria um papel preponderante na fratura de materiais dúcteis, o que vai de acordo com os atuais conhecimentos sobre o comportamento dos materiais, pois há sempre a presença de deformação não elástica na extremidade da fenda, o que torna o uso da mecânica da fratura linear elástica irrealista para estes materiais, quando a dimensão da zona plástica na extremidade da fenda é elevada. [14] Em termos físicos, é necessária energia adicional para que ocorra propagação de fenda em materiais dúcteis, quando comparado com materiais frágeis.

Em 1958, Irwin propôs o conceito de fator de intensidade de tensão (SIF), K , que permite quantificar a magnitude da intensidade de tensões devido à existência de uma fenda, sendo dado pela Equação (2.1):

$$K = Y\sigma\sqrt{\pi a} \quad (2.1)$$

onde Y é o fator geométrico, σ representa a tensão nominal aplicada e a corresponde ao comprimento da fenda, estando assim o SIF dependente da geometria do componente, do carregamento a que está sujeito e das dimensões da fenda. Quando K atinge um valor crítico, conhecido por tenacidade à fratura, K_{IC} , presenciamos a terceira etapa de propagação de fenda por fadiga, onde se dá a rotura do componente.

Como num processo onde ocorre fadiga existe a presença de cargas cíclicas, o fator de intensidade de tensão varia com o tempo e ao longo da frente de fenda. Deste modo, utiliza-se o valor da sua respetiva gama, ΔK , que é dado pela Equação (2.2):

$$\Delta K = K_{m\acute{a}x} - K_{m\acute{i}n} \quad (2.2)$$

onde que $K_{m\acute{a}x}$ e $K_{m\acute{i}n}$ são, respetivamente, os valores máximo e mínimo do fator de intensidade de tensão durante um ciclo de carga.

Estes conceitos estão na génese da Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE) que passa a permitir a avaliação, com maior fiabilidade, do comportamento mecânico de

componentes estruturais, admitindo a presença de defeitos nos cálculos, enquanto anteriormente o pressuposto era da sua inexistência ou não contribuição para a ruína.

A mecânica de fratura apresenta duas vertentes: a Mecânica de Fratura Linear Elástica (MFLE) e a Mecânica de Fratura Elasto-Plástica (MFEP). Esta última surge em função das limitações na aplicação da MFLE a materiais dúcteis, onde a presença de uma zona plástica de tamanho considerável em relação à espessura, invalida alguns dos pressupostos base. No entanto, para casos em que a tensão aplicada seja baixa, o que se traduz numa zona de deformação plástica de pequenas dimensões relativamente às restantes dimensões do corpo fissurado, o regime linear elástico poderá ser admitido [14].

A primeira fórmula que permitiu caracterizar a velocidade de propagação de uma fenda por fadiga, sob ação de carregamentos com amplitude de carga constante, Equação (2.3), relacionando a taxa de propagação, da/dN , com a gama do fator de intensidade de tensão, ΔK , foi apresentada por Paris e Erdogan [21] em 1963, e tem por base os avanços de McEvilly, que até então não tinham recebido suficiente crédito na literatura [14]. Paris, utilizando a teoria de Irwin, estabeleceu que a propagação da fenda poderia ser descrita através da Equação (2.3):

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (2.3)$$

onde C e m são constantes obtidas experimentalmente dependentes da razão de tensão, da frequência de carregamento, da microestrutura, da tensão média, da geometria da peça, entre outros fatores. Na Figura 2.3, pode ser observada esquematicamente uma curva característica da relação de da/dN - ΔK , para uma carga cíclica com constante amplitude de tensão e $R = 0$.

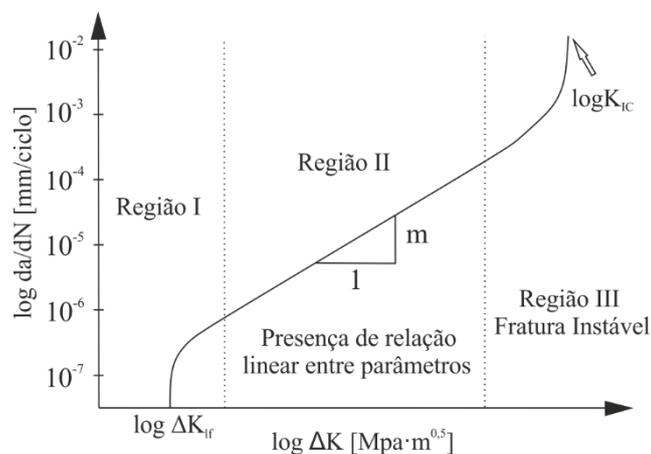


Figura 2.3. Representação esquemática da relação da/dN - ΔK , adaptado de [14].

Analisando a Figura 2.3, intuitivamente é possível distinguir-se 3 regimes, que se designam por região de propagação I, II e III. Na região I, a propagação depende bastante do ΔK , e uma pequena diminuição deste, traduz-se numa rápida alteração da velocidade de propagação da fenda. Facilmente se observa também que existe um valor, designado por limiar de propagação de fendas por fadiga, ΔK_{lf} , abaixo do qual não há propagação (ou ocorre com uma velocidade muito baixa). A região III, mais à direita no gráfico, surge quando o valor do fator de intensidade de tensão se aproxima do valor crítico, K_{IC} . Esta fase é caracterizada pela rápida aceleração da velocidade de propagação, o que a torna instável e, conseqüentemente culmina na rotura total da peça. Na região II, a mais relevante nesta dissertação, temos uma relação linear, em escala bi-logarítmica, entre da/dN e ΔK .

A lei de Paris é uma formulação simples que apenas caracteriza a região II, mas é profundamente utilizada, visto que esta fase de propagação representa a maior parte da vida de muitos componentes estruturais. No entanto, são suscitadas algumas incertezas, uma vez que é um parâmetro linear elástico que descreve o comportamento plástico na extremidade da fenda. Apesar deste facto ser bem aceite quando a dimensão da zona plástica gerada é muito pequena quando comparada com as dimensões da fenda e do componente, este não é o caso mais geral. Deve também mencionar-se que não é apenas ΔK que influencia a velocidade de propagação da fenda. Estudos posteriores demonstraram que, por exemplo, a razão de tensões, R , é outro desses parâmetros. Assim, surgiram teorias mais completas, como o modelo de Walker [22], que em 1970, propôs uma equação que permite quantificar este efeito. Embora a maioria das análises se foque apenas numa das fases, surgiram modelos que incluem 2 ou 3 fases, como o modelo de Erdogan e Ratwani [23] que em 1970, reformularam o modelo proposto anteriormente por Forman [24] de modo que fosse possível considerá-lo para qualquer um dos regimes de propagação de fenda.

Um dos conceitos mais interessantes que permitiram ultrapassar as limitações da lei de Paris é a incorporação do fenómeno de fecho de fenda, proposto inicialmente por Elber [25], e que será abordado em detalhe mais adiante. Para contornar as falhas previamente referidas, como a utilização de um parâmetro linear elástico para descrever um comportamento plástico na extremidade da fenda, surgiram novas teorias com abordagens mais consensuais em termos físicos. Noroozi *et al.* [26] relacionaram da/dN com as tensões e deformações na extremidade da fenda. Antunes *et al* [27] sugeriram a substituição de ΔK

pela parte plástica da gama do parâmetro CTOD, $\Delta CTOD_p$, o que permite incluir o fenómeno de fecho de fenda de forma natural [28].

2.2.1. Modos de carregamento

Na propagação de uma fenda sujeita a um determinado tipo de carregamento, os valores de tensão induzidos na extremidade desta dependem do modo de abertura da fenda. É possível distinguir três modos diferentes, como se representa na Figura 2.4: Modo I, abertura através de tensões normais de tração na extremidade da fenda; Modo II, corte devido a tensões de corte no plano da extremidade da fenda; e Modo III, rasgamento por tensões de corte normais ao plano da extremidade da fenda. De uma forma geral, as fendas em componentes de engenharia são maioritariamente carregadas sob Modo I, sendo assim o seu estudo de extrema relevância e por isso o caso considerado nesta dissertação. Porém, modos mistos de carregamento são também muito frequentes em estruturas com carregamentos ou geometrias complexas. Estes podem ser definidos com a combinação dos casos simples descritos anteriormente.

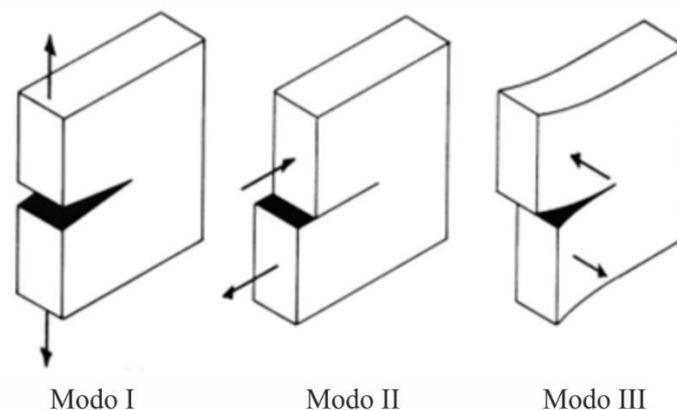


Figura 2.4. Modos de carregamento, adaptado de [29].

2.3. Propagação de Fendas por Fadiga

Em muitas situações de engenharia, grande parte da vida de propagação de fendas por fadiga é gasta em dimensões de fenda próximas das iniciais, período onde a forma da fenda tem um papel preponderante [6]. Nestes casos, o estudo da evolução da forma da fenda é fundamental para uma adequada avaliação do problema.

As primeiras técnicas de análise de evolução da forma da fenda, baseadas num conceito de incremento global, estavam restringidas a número limitado de casos, uma vez

que consideravam a forma da fenda constante durante a propagação, e apenas acrescentam incrementos de fenda em função do número de ciclos aplicados. No entanto, apesar dessa rigidez de forma, os resultados obtidos são satisfatórios para casos particulares, nomeadamente aqueles onde a forma não sofre grandes alterações ao longo da vida, mas não permitem análise de fendas com formas irregulares, ou fendas que sofrem variações significativas durante a propagação. Apesar de ainda serem usados atualmente em determinados contextos, surgiram, posteriormente, modelos mais flexíveis, os de incremento local, que utilizam um maior número de graus de liberdade e que, por isso, permitem estudar um maior leque de casos.

Estas técnicas, usualmente baseadas no MEF, e também conhecidas por técnicas de propagação automática de fenda, dividem-se num conjunto de etapas fundamentais repetidas ciclicamente, desde um comprimento inicial de fenda até um comprimento final de fenda que, no limite, poderá corresponder à fratura da peça. Primeiro, define-se a forma inicial da fenda que deve ser representativa do caso em estudo, conforme representado na Figura 2.5a). O passo seguinte é o cálculo da gama do fator de intensidade de tensão, ΔK , em toda a fenda, Figura 2.5b). Este passo é, geralmente, realizado utilizando métodos de ajustamento aos deslocamentos ou métodos energéticos. De seguida, obtém-se o avanço dos nós da frente da fenda, Δa , através do uso de uma lei adequada de propagação, por exemplo a lei de Paris, Figura 2.5c). A última etapa é a definição da nova frente de fenda, Figura 2.5d), a partir das novas posições nodais obtidas com base nos incrementos calculados no passo anterior. A repetição das etapas realiza-se até à ocorrência de fratura, que acontece quando o fator de intensidade de tensão máximo, $K_{máx}$, ultrapassa o valor crítico.

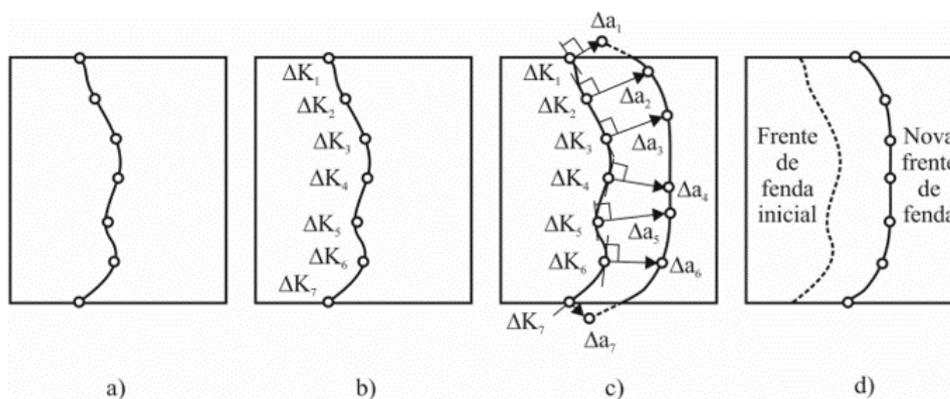


Figura 2.5. Conceito de propagação automática de fenda: a) definição da forma inicial de fenda; b) cálculo dos valores de K e incrementos de fenda; c) definição da nova frente de fenda; d) reposicionamento dos nós e geração da nova malha [12].

Atualmente existem 3 conceitos diferentes para o estudo da evolução da forma da fenda: (1) incremento constante; (2) incremento variável em determinados pontos, mas com forma fixa; e (3) incremento variável com forma livre. Estes conceitos são ilustrados a seguir.

2.3.1. Métodos de propagação de forma de fenda fixa

Os primeiros métodos referidos anteriormente, de incremento global, são os que consideram a forma da fenda constante ao longo sua propagação. Nesta técnica, o incremento de fenda, Δa , é único, por isso, há um crescimento uniforme da fenda em todas as posições da sua frente, como se mostra na Figura 2.6.

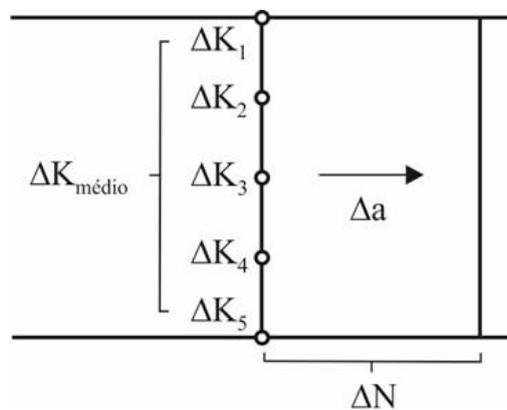


Figura 2.6. Evolução da forma da fenda tendo por base um método de incremento global [12]

Nestas técnicas a propagação pode ser estudada usando, por exemplo, a lei de Paris. Assim, integrando a Equação (2.3), obtemos a Equação (2.4).

$$N_f = \int_{a_0}^{a_f} \frac{da}{C(\Delta K)^m} \quad (2.4)$$

Esta expressão permite saber o número de ciclos de fadiga, N_f , necessário para a fenda crescer de um comprimento inicial, a_0 , até a um comprimento final, a_f . Neste método utiliza-se um valor constante de Δa e um valor médio de ΔK para todos os intervalos. Contudo, como ΔK varia com o crescimento da fenda, em termos práticos, existe uma certa dificuldade em obter uma boa solução analítica, pelo que pode ser utilizado um algoritmo de Euler, que permite uma análise incremento a incremento como se mostra na Equação (2.5).

$$N^{(j+1)} = N^{(j)} + \Delta N^{(j)} \Rightarrow N^{(j+1)} = N^{(j)} + \frac{\Delta a^{(j)}}{C[\Delta K(a^{(j)})]^m}, \quad j = 0, 1, \dots, n \quad (2.5)$$

No entanto, como se utiliza um valor médio de ΔK , os valores de vida obtidos devem ser considerados somente como uma estimativa e apenas utilizados quando a forma da fenda se mantiver inalterada.

Para casos ligeiramente mais complexos em que a forma é fixa, mas de proporções variáveis, temos procedimentos em que são realizados incrementos locais estudando o avanço de dois pontos. O método analítico utilizado nesta dissertação também se baseia nesta filosofia. A abordagem com dois graus de liberdade, Figura 2.7a), foi inicialmente proposta por Newman e Raju [30]. No entanto, tem algumas limitações em termos de forma pois considera apenas dois pontos e assume uma forma de fenda pré-definida ao longo de toda a propagação, por exemplo, semi-elíptica, semicircular, etc. Em casos particulares permite obter resultados excelentes, como se demonstra na literatura [9].

2.3.2. Métodos de propagação de forma de fenda livre

Para poder abranger um maior número de casos e análises de fendas irregulares, ou com alterações de forma significativas, foram desenvolvidos métodos com incrementos locais em vários pontos que permitem a obtenção de resultados mais próximos da realidade. Nestes casos, temos uma abordagem com múltiplos graus de liberdade, Figura 2.7b), que acrescenta elevada flexibilidade na evolução da forma da fenda permitindo obter resultados com boa concordância com a realidade, mesmo para casos complexos. Smith e Cooper [31] apresentaram, pela primeira vez, um método baseado neste conceito, no qual cada nó da frente de fenda é estudado individualmente. De uma forma geral, quanto maior é o número de nós utilizados para descrever a frente de fenda, melhores são os resultados obtidos. Devido ao seu elevado potencial na simulação da evolução da forma da fenda, ao longo do tempo, estes modelos foram bastante desenvolvidos e aperfeiçoados, tendo sido aplicados em diversas geometrias diferentes com características distintas [6].

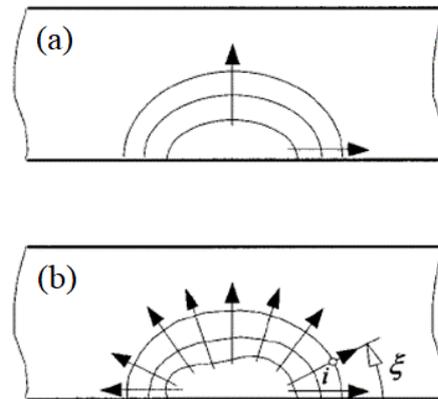


Figura 2.7. Modelos de evolução da forma da fenda com; a) 2 graus de liberdade; b) múltiplos graus de liberdade [32]

Para os métodos de incremento local, a lei de Paris pode continuar a ser utilizada, mas agora é aplicada individualmente a cada nó, como representado na Equação (2.6):

$$\frac{da_i}{dN} = C(\Delta K_i)^m \quad (2.6)$$

onde da_i e ΔK_i são, respetivamente, o incremento local de crescimento da fenda e a gama do fator de intensidade de tensão do i -ésimo nó da frente de fenda. Tal como nos anteriores métodos, é também possível calcular os diversos parâmetros relevantes, mas agora para cada nó, usando as Equações (2.7) e (2.8) [6]:

$$\Delta a_i^{(j)} = \Delta a_{m\acute{a}x}^{(j)} \left(\frac{\Delta K_i^{(j)}}{\Delta K_{m\acute{a}x}^{(j)}} \right)^m \quad (2.7)$$

$$\Delta N^{(j)} = \frac{\Delta a_{m\acute{a}x}^{(j)}}{C(\Delta K_{m\acute{a}x}^{(j)})^m} \quad (2.8)$$

onde $\Delta K_{m\acute{a}x}^{(j)}$ e $\Delta a_{m\acute{a}x}^{(j)}$ são o valor máximo da gama do fator de intensidade de tensão dos nós da frente de fenda e o máximo incremento da frente de fenda para o j -ésimo termo. A Equação (2.7) permite calcular o incremento de cada nó, sendo estas posições utilizadas para definir a nova frente de fenda, através do incremento máximo definido. A Equação (2.8) possibilita o cálculo do número de ciclos de carga necessários para o avanço definido.

2.3.3. Influência do incremento máximo de fenda

Como facilmente se pode denotar das Equações (2.7) e (2.8), o incremento máximo arbitrado tem uma grande influência nos resultados obtidos, pelo que este valor

deve ser o menor possível para a obtenção de resultados mais precisos. No entanto, é também fácil de perceber que caso este seja demasiado pequeno, o esforço computacional requerido para realizar a enorme quantidade de cálculos necessários é muito grande. Pelo contrário, se for utilizado um incremento considerável, o número de ciclos necessário para um determinado avanço de fenda torna-se muito grande, causando oscilações significativas na forma da fenda. Por isso, este valor deve ser otimizado, assegurando resultados exatos sem penalizar o tempo de computação. Através da Figura 2.8, exemplo de uma placa com uma fenda superficial sujeita a tração cíclica, é possível perceber que, a partir de um determinado valor de incremento, existe convergência nos resultados da simulação, ficando as curvas perfeitamente sobrepostas. Para valores de incremento excessivamente grandes, os resultados são muito dispares e afastam-se das funções obtidas no caso anterior. Na literatura são usadas duas abordagens para a definição do valor máximo do incremento: (1) assumir um valor constante, através de relações entre o tamanho da fenda e a dimensão da peça em estudo; ou (2) assumir um valor variável, o qual é definido tendo em conta o número de ciclos. Para além de afetar a vida, como se mostra na Figura 2.8, afeta também a forma da fenda [6].

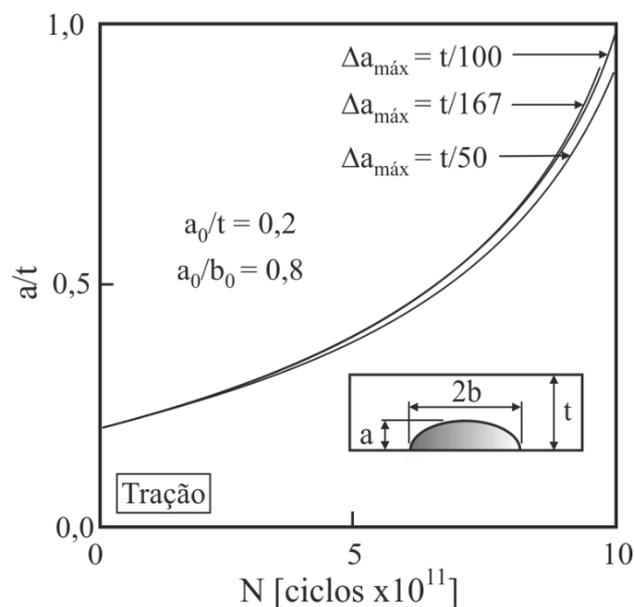


Figura 2.8. Efeito do incremento de fenda na vida à fadiga [6]

2.4. Efeitos das principais variáveis físicas que afetam a forma da fenda

A análise da forma da fenda é geralmente realizada através de parâmetros específicos que são extremamente sensíveis à variação dos parâmetros físicos e numéricos. Os parâmetros específicos mais utilizados na caracterização da forma da fenda são a forma adimensional, a/b , e o ângulo de interseção, α . O primeiro quantifica a concavidade da fenda, através da posição relativa entre o nó superficial e o nó mais profundo. O segundo avalia o ângulo entre a frente de fenda e a superfície livre da peça durante a propagação. Alguns exemplos destes parâmetros aplicados a algumas geometrias típicas encontram-se [6] representados na Figura 2.9.

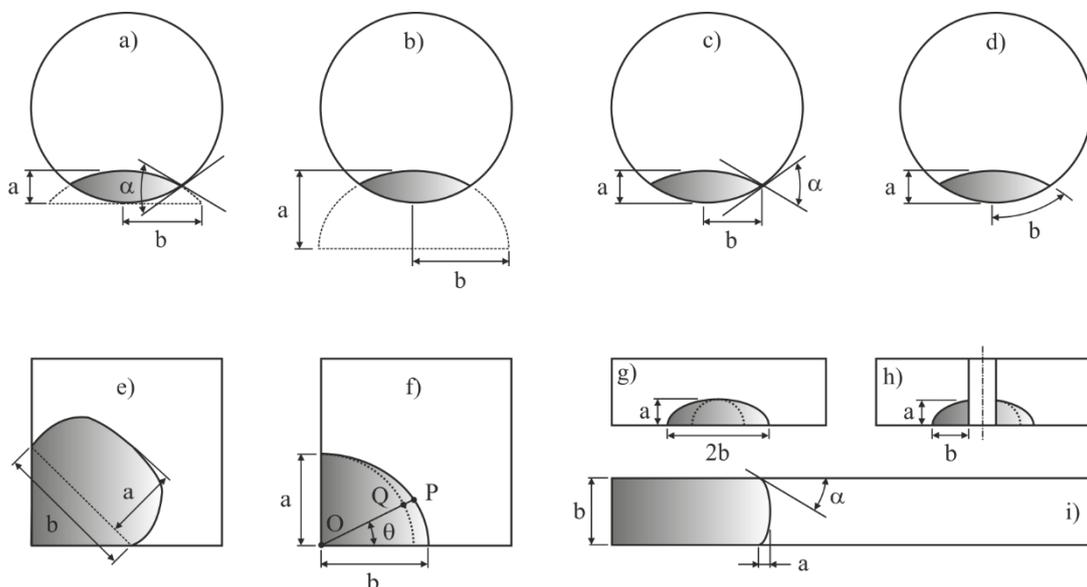


Figura 2.9. Exemplos de parâmetros quantitativos usualmente utilizados para caracterizar a evolução da forma da fenda nos casos de estudo de propagação de fendas por fadiga em geometrias típicas, adaptado de [6].

Nos próximos subcapítulos faz-se uma análise do comportamento dos parâmetros específicos em função dos valores de alguns parâmetros físicos que afetam a propagação de fenda. Para não tornar esta análise demasiado extensa, são abordadas, de forma sucinta, apenas as variáveis físicas mais pertinentes no âmbito desta dissertação. No artigo de revisão de Branco *et al* [6] pode encontrar-se uma análise detalhada do efeito das variáveis físicas na evolução da forma da fenda.

2.4.1. Efeito da forma inicial da frente de fenda

Na fase inicial de propagação, a forma da fenda tem um efeito muito forte na evolução das trajetórias seguidas pela fenda. No entanto, este efeito vai gradualmente perdendo força, e, após um determinado instante, a fenda atinge uma forma de equilíbrio, tornando-se a trajetória seguida independente da forma inicial. Os resultados experimentais, como se pode ver na Figura 2.10a) para o caso de uma placa com fenda sob flexão, confirmam este comportamento. Os fatores de intensidade de tensão ao longo da frente de fenda tendem a modificar-se com o crescimento da fenda, o que leva às alterações de forma, como se explicou atrás. É possível observar na Figura 2.10b) que numa fase inicial as fendas representadas têm valores de K_{\min}/K_{\max} muito diferentes. Contudo, à medida que a propagação se desenvolve, as funções aproximam-se e passam a avançar de forma idêntica, excetuando neste caso a forma de fenda com forma adimensional inicial de 0,2 uma vez que a sua simulação foi realizada com incrementos muito grandes. Em certas geometrias, por exemplo placas planas com fendas passantes sujeitas a tração, os valores de K na frente de fenda tendem para um valor constante, a que corresponde um da/dN também uniforme. Este comportamento é designado por perfil Iso- K . [33].

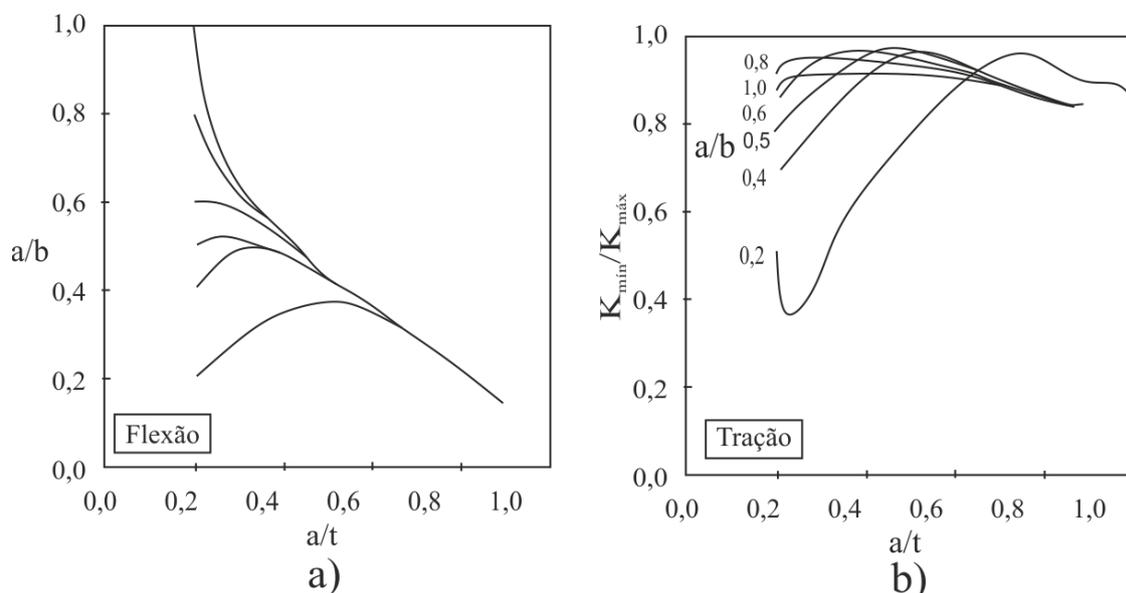


Figura 2.10. a) Variação da forma adimensional da fenda com a profundidade adimensional para uma placa com fenda superficial de diversas formas iniciais sob flexão, adaptado de [34]; b) Variação da razão entre o fator de intensidade mínimo e máximo com a profundidade adimensional para uma placa com fenda superficial de diversas formas iniciais sob tração, adaptado de [35].

2.4.2. Efeito do expoente da lei de Paris

Outra variável com forte efeito na forma da fenda é o expoente da lei de Paris. Pelo contrário, a partir da literatura e da Equação (2.7), é possível concluir que a constante da lei de Paris não altera a forma da fenda, mas sim a vida do componente. Na presença de valores do expoente elevados, conforme representado na Figura 2.11a), mais intensas serão as variações da forma da fenda. Contrariamente ao que acontece no caso do parâmetro anterior, o efeito desta variável faz-se sentir ao longo de toda a propagação, levando ao aparecimento de trajetórias de propagação preferenciais associadas a cada valor de expoente. O nível de propagação a partir do qual a fenda tende a seguir trajetórias preferenciais depende de vários fatores, tais como o expoente, o carregamento, geometria, entre outros. Como se pode ver na Figura 2.11b), que compara a distância necessária para atingir o equilíbrio (T_d) em geometrias normalizadas C(T) e M(T) sujeitas a tração, a geometria do provete tem efeito direto em T_d . À medida que m aumenta, o equilíbrio é atingido de forma mais célere. Porém, a partir de um determinado valor que depende da geometria, T_d tende para um valor assintótico.

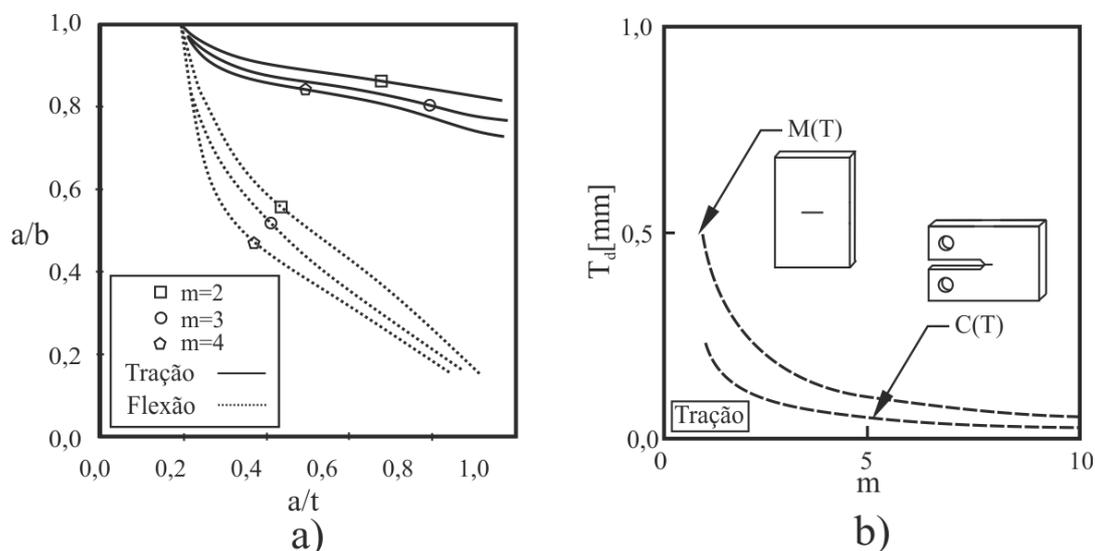


Figura 2.11. a) Variação da forma adimensional da fenda com a profundidade adimensional para uma placa com fenda superficial para vários expoentes da lei de Paris e carregamentos, adaptado de [34]; b) Variação de T_d com o m para diferentes geometrias sob tração, adaptado de [6].

2.4.3. Efeito de fecho da fenda

A introdução de fenómenos superficiais, tais como fecho de fenda, permitem explicar vários mecanismos associados ao fenómeno de propagação de fenda, tal como foi discutido nos pontos anteriores. A inclusão do fenómeno do fecho de fenda torna as formas

de fenda mais realistas, bem como os cálculos da vida à fadiga, originando valores de a/b superiores. É, também, claro que as trajetórias de equilíbrio são diferentes. A Figura 2.12 foi obtida através do modelo proposto por Newman, que assume uma redução da constante velocidade de propagação dos nós superficiais dada pela relação $C_c = 0,9^m C$, sendo C_c o valor da constante da lei de Paris dos nós superficiais, m o expoente da lei de Paris e C a constante da lei de Paris. Embora em alguns casos esta abordagem empírica tenha dado bons resultados, o valor da constante tem sido alvo de algum debate, havendo estudos com constantes significativamente menores, na ordem de 0.63^m . Esta variação demonstra claramente que sem um modelo de fecho de fenda adequado, pode não ser possível obter formas de fenda e vidas à fadiga realistas.

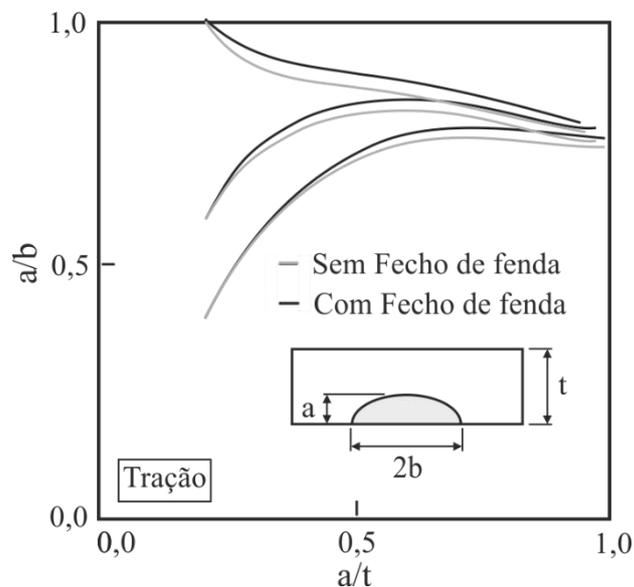


Figura 2.12. Variação da forma adimensional da fenda com a profundidade adimensional para uma placa com fenda superficial com e sem fecho de fenda induzido por deformação plástica, adaptado de [6].

2.4.4. Efeito do tipo de carregamento

Esta variável tem efeitos notórios na propagação da fenda por fadiga. Através da Figura 2.13, obtida para placas planas com fendas superficiais sujeitas a tração e flexão, é possível perceber que o tipo de carregamento origina trajetórias preferenciais de propagação diferentes. Independentemente da forma inicial da fenda, os casos solicitados à tração tendem para uma determinada forma estável de fenda, enquanto os casos à flexão tendem para outra forma estável de fenda. É, também, observável que a convergência para trajetórias preferenciais ocorre de forma mais rápida para flexão do que para tração. Por outro lado, tal como se referiu anteriormente, o equilíbrio é atingido para perfis de fenda iniciais mais

próximos das trajetórias preferenciais. Conclui-se, igualmente, que a forma adimensional dos casos de flexão é conduzida a valores mais baixos.

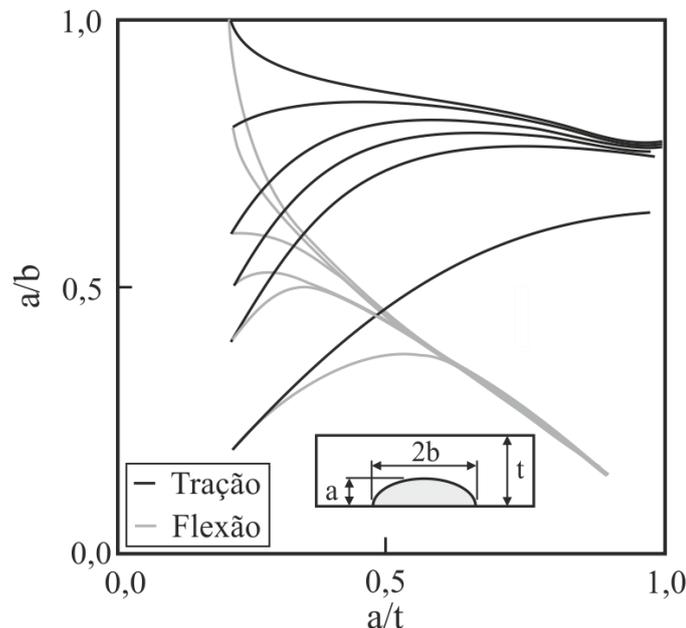


Figura 2.13. Variação da forma adimensional da fenda com a profundidade adimensional para uma placa com fenda superficial sujeita a tração e flexão, adaptado de [6].

2.5. Software utilizado na simulação de propagação de fendas por fadiga

Como previamente referido, existem diversas ferramentas capazes de simular fenómenos de propagação de fendas por fadiga. Estas podem dividir-se em dois tipos: (1) numéricas; e (2) analíticas.

2.5.1. Abordagens numéricas

O *software* numérico permite a previsão da evolução da forma de fenda e da vida à fadiga de geometrias bi ou tridimensionais, através do uso de métodos como o MEF. Alguns exemplos de *software* deste tipo são: FRANC3D [36], ADAPCRACK [37], ZENCRACK [3], e LYNX [38].

Como nesta dissertação se irá usar o *software* LYNX, para efeitos de comparação de resultados, a seguir, faz-se uma breve descrição desta ferramenta. Este foi concebido em linguagem Visual Basic, e é um *software* modular tridimensional de elementos finitos criado com o intuito de resolver casos de propagação no plano, sem requerer modelação significativa. Nele, estão pré-definidas quinze geometrias genéricas, usualmente estudadas

no contexto da propagação de fendas por fadiga. As malhas são geradas partindo da frente da fenda considerando três regiões diferentes: (i) uma malha em teia de aranha constituída por vários anéis concêntricos centrados na extremidade da fenda criada a partir de elementos singulares na frente de fenda e elementos hexaédricos nos restantes anéis; (ii) uma malha regular em posições remotas feita com elementos hexaédricos; e (iii) uma malha intermédia entre as duas anteriores que promove uma transição suave entre a região refinada da frente de fenda e a região mais grosseira [6].

2.5.2. Abordagens analíticas

Em abordagens analíticas, o percurso da fenda e a vida de fadiga são estimados utilizando bibliotecas de soluções do fator de intensidade de tensão desenvolvidas para uma grande variedade de geometrias, configurações de fenda e condições de fronteira. A sua grande vantagem é a rapidez que proporciona, uma vez que não é necessário o desenvolvimento de modelos numéricos.

Contudo, esta abordagem apresenta algumas limitações, tais como: aplicabilidade apenas aos casos existentes nas bibliotecas; as soluções existentes são predominantemente para fendas planas; as alterações da forma da fenda durante a propagação podem não ser contabilizadas; a redistribuição da carga pode não ser contabilizada à medida que a fenda cresce; e os efeitos não lineares podem não ser incluídos na simulação, entre outros [6]. Alguns exemplos deste género de *software* são: NASGRO [39], NASCRACK [40], AFGROW [41] e VIDA [42].

3. MATERIAL, PROCEDIMENTOS E MÉTODOS

Nesta secção explica-se, de forma pormenorizada, todo procedimento realizado para obter os resultados experimentais, os resultados analíticos e os resultados numéricos, bem como os detalhes relacionados com o material e as metodologias utilizadas na comparação de resultados. A validação do procedimento analítico de evolução da forma da fenda foi realizada utilizando resultados experimentais retirados dos trabalhos de Yang *et al.* [43] e resultados numéricos obtidos por Branco *et al.* [33].

3.1. Material

Neste estudo é utilizado o aço S45C equivalente na norma europeia ao aço C45E, um aço carbono, de uso muito comum em engenharia, de média resistência, com excelente soldabilidade e maquinabilidade, possuindo um ponto de fusão de 1520°C. A sua composição química em percentagem de peso, as propriedades mecânicas e as constantes da lei de Paris podem ser observadas na Tabela 3.1, Tabela 3.2 e Tabela 3.3, respetivamente.

Tabela 3.1. Composição química (em percentagem de peso) do aço S45C [44].

C	Mn	Si	S	P
0,42-0,48	0,6-0,9	0,15-0,35	≤0,035	≤0,03

Tabela 3.2. Propriedades mecânicas do aço S45C, adaptado de [43].

Tensão de cedência σ_c (MPa)	Resistência à tração σ_R (MPa)	Módulo de elasticidade E (GPa)	Coefficiente de Poisson ν
635	775	206	0,3

Tabela 3.3. Constantes da lei de Paris para o aço S45C (da/dN [mm/ciclo]; ΔK [MPa·m^{0,5}]) [43] [33].

Razão de tensões R	Constante da lei de Paris C	Expoente da lei de Paris m
0,1	$1,9037 \times 10^{-9}$	3,256

3.2. Procedimento experimental

Nos trabalhos de Yang *et al.* [43], o aço S45C foi ensaiado na forma de um provete redondo de diâmetro de 12mm na zona de prova, 15mm nas extremidades e 190mm de comprimento total, com as restantes dimensões representadas na Figura 3.1. Neste provete foi também criada uma fenda reta passante de 1mm de profundidade no centro do provete através de uma máquina de corte linear.

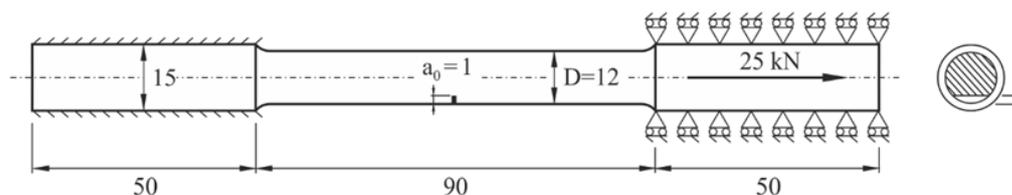


Figura 3.1. Geometria do provete utilizado nos ensaios experimentais, dimensões em mm [43] [5].

Na figura é também visível o carregamento uniaxial perpendicular ao plano da fenda aplicado no provete através das suas extremidades que foram acopladas às amarras de uma máquina de ensaios servo-hidráulica MTS809. O carregamento foi aplicado com uma razão de tensão, R , de 0,1 e a uma frequência de 15Hz, sendo a força máxima aplicada igual a 25kN. Para evitar quaisquer tensões de flexão que pudessem alterar os resultados pretendidos, o eixo do carregamento foi alinhado com o eixo principal do provete e os movimentos nas restantes direções foram restringidos devido à elevada rigidez das garras. Nestas condições, a fenda foi solicitada em Modo I.

As medições da frente da fenda foram executadas através de um microscópio ótico e a sua marcação foi realizada através da aplicação de sobrecargas em determinados instantes do ensaio. Esta técnica experimental permite obter uma superfície de fratura onde são visíveis as formas da frente de fenda nos momentos de aplicação das sobrecargas, como se mostra na Figura 3.2a). Através da representação esquemática de algumas dessas marcas, Figura 3.2b), pode, ainda, ver-se que as frentes de fenda obtidas são praticamente simétricas

em relação a uma linha vertical que passe no centro do provete, e que tendem a ficar menos curvas à medida que o número de ciclos aumenta, o que está de acordo com a literatura para carregamentos em Modo I [45].

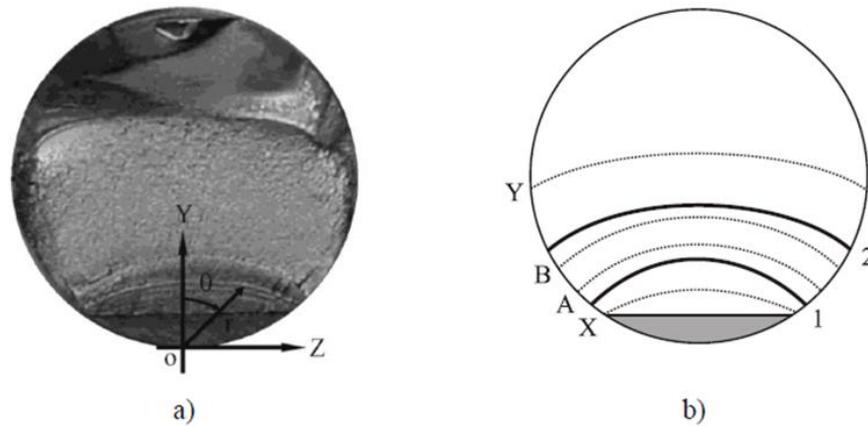


Figura 3.2. a) Superfície de fratura obtida nos ensaios experimentais; b) Esquema com algumas das marcas visíveis utilizadas para obter as constantes da lei de Paris [33].

3.3. Modelo analítico

O modelo analítico usado neste trabalho foi desenvolvido por Zakavi *et al.* [46] e, para além da simulação da forma da fenda, permite incluir efeitos de fecho de fenda induzido por plasticidade. Nesta secção apresenta-se, em detalhe, a base matemática que está subjacente ao modelo bem como as equações utilizadas nos cálculos.

Como referido anteriormente, a frente de fenda é representada através de uma parte de uma elipse. Neste modo, para uma mais fácil descrição das variações de forma, são usadas coordenadas elípticas. Estas são um sistema bidimensional caracterizado por linhas coordenadas em forma de elipse e hipérbole com os mesmos focos, como observado na Figura 3.3.

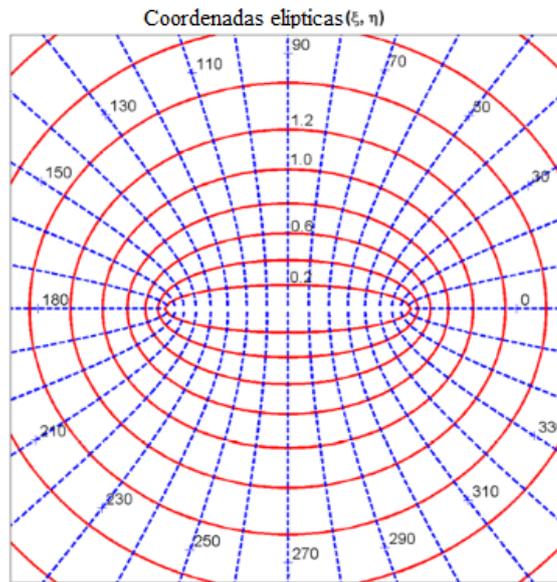


Figura 3.3. Linhas coordenadas para um sistema de coordenadas elípticas, adaptado de [47].

Na Figura 3.4 estão representadas as principais variáveis do modelo para um caso de uma frente de fenda elíptica que se propaga segundo x e y , respetivamente através de da e db .

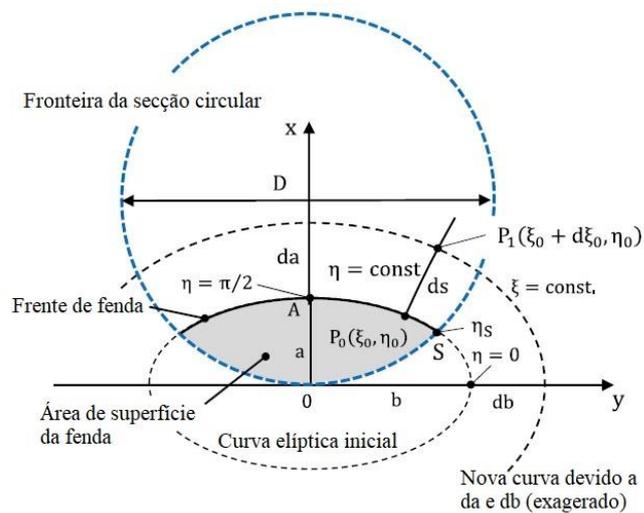


Figura 3.4. Coordenadas elípticas e representação da alteração da dimensão da fenda, adaptado de [5].

Inicialmente é necessário estabelecer a relação entre as coordenadas cartesianas e as coordenadas elípticas, Equações (3.1) e (3.2):

$$x = c \sinh \xi \sin \eta \quad (3.1)$$

$$y = c \cosh \xi \cos \eta \quad (3.2)$$

onde da Equação (3.3):

$$c = \sqrt{b^2 - a^2} \quad (3.3)$$

em que c é metade da distância focal. Em coordenadas elípticas, os semieixos, a e b , podem facilmente ser descritos pelas Equações (3.4) e (3.5), sabendo que, inicialmente, $\xi = \xi_0$ e que $\eta = \pi/2$ e 0 , respetivamente, como observado na Figura 3.4:

$$a = c \sinh \xi_0 \quad (3.4)$$

$$b = c \cosh \xi_0 \quad (3.5)$$

onde ξ_0 é dado pela Equação (3.6).

$$\xi_0 = \operatorname{atanh} \left(\frac{a}{b} \right) \quad (3.6)$$

Considerando que há alterações na forma da fenda devido a dc e $d\xi_0$, obtém-se as Equações (3.7) e (3.8).

$$da = dc \sinh \xi_0 + d\xi_0 c \cosh \xi_0 \quad (3.7)$$

$$db = dc \cosh \xi_0 + d\xi_0 c \sinh \xi_0 \quad (3.8)$$

Estes incrementos podem ser definidos através das Equações (3.9) e (3.10).

$$dc = db \cosh \xi_0 - da \sinh \xi_0 \quad (3.9)$$

$$d\xi_0 = \frac{da \cosh \xi_0 - db \sinh \xi_0}{c} \quad (3.10)$$

Assim a nova frente de fenda, descrita pela curva elíptica, pode ser obtida substituindo c por $c + dc$ e ξ_0 por $\xi_0 + d\xi_0$. Se for utilizada uma expansão de Taylor de funções hiperbólicas e trigonométricas e for excluída a variável $d\eta$, obtemos a Equação (3.11).

$$d\xi = \frac{1}{c} \frac{\cosh \xi_0 \sin^2 \eta_0 da + \sinh \xi_0 \cos^2 \eta_0 db}{\cosh^2 \xi_0 \sin^2 \eta_0 + \sinh^2 \xi_0 \cos^2 \eta_0} \quad (3.11)$$

O valor de ds , avanço visto na Figura 3.4, é dado pela Equação (3.12).

$$ds = c \sqrt{\cosh^2 \xi_0 \sin^2 \eta_0 + \sinh^2 \xi_0 \cos^2 \eta_0} d\xi \quad (3.12)$$

Substituindo o valor de $d\xi$ da Equação (3.11) na Equação (3.12), deduz-se a Equação (3.13).

$$ds = \frac{\cosh \xi_0 \sin^2 \eta_0 da + \sinh \xi_0 \cos^2 \eta_0 db}{\sqrt{\cosh^2 \xi_0 \sin^2 \eta_0 + \sinh^2 \xi_0 \cos^2 \eta_0}} \quad (3.13)$$

Sabendo que a forma adimensional, β , é definida como na Equação (3.14), através de algumas manipulações algébricas na Equação (3.13) obtemos a Equação (3.15).

$$\beta = a/b \quad (3.14)$$

$$ds = \frac{\tan^2 \eta_0 + \left(\frac{1}{\beta} - \frac{a}{\beta^2} \frac{d\beta}{da} \right) \tanh \xi_0}{\sqrt{\tan^2 \eta_0 + \tanh^2 \xi_0}} \cos \eta_0 da \quad (3.15)$$

Utilizando as Equações (3.15) e (3.7), conseguimos obter a razão do crescimento de fenda à superfície e no ponto mais profundo da fenda, Equação (3.16).

$$\frac{ds}{da} = \frac{\tan^2 \eta_0 + \left(1 - \frac{a}{\beta} \frac{d\beta}{da} \right)}{\sqrt{\tan^2 \eta_0 + \beta^2}} \cos \eta_0 \quad (3.16)$$

Analisando agora o crescimento da fenda, sabemos que a lei de Paris pode ser utilizada para descrever o seu comportamento no regime II, que é precisamente o regime em análise. Utilizando como ponto de partida a formulação da Equação (2.3), a velocidade relativa num ponto arbitrado e normalizada pela velocidade do ponto mais profundo da frente de fenda, temos a Equação (3.17).

$$\bar{V}(\eta) = \left(\frac{\Delta K(\eta)}{\Delta K(\pi/2)} \right)^m = \frac{\tan^2 \eta + \left(1 - \frac{a}{\beta} \frac{\partial \beta}{\partial a} \right)}{\sqrt{\tan^2 \eta + \beta^2}} \cos \eta \quad (3.17)$$

Através de algumas manipulações nesta equação, e sabendo que a profundidade adimensional, δ , é dada pela Equação (3.18), a evolução da forma da fenda leva a uma equação diferencial dada pela Equação (3.19).

$$\delta = a/D \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial \delta} = \frac{\beta}{\delta} \left(1 + \tan^2 \eta - \left(\frac{\Delta K(\eta)}{\Delta K(\pi/2)} \right)^m \frac{\sqrt{\tan^2 \eta + \beta^2}}{\cos \eta} \right) \quad (3.19)$$

Como se pode notar, a gama do fator de intensidade de tensão pode ser calculada para pontos arbitrários. No entanto, como se referiu anteriormente, a maior parte dos estudos presentes na literatura considera o ponto mais profundo da frente de fenda e o ponto superficial, pelo que também aqui estes foram utilizados. O primeiro é definido para a condição $\eta_A = \frac{\pi}{2}$ e o ponto de superfície encontra-se através da interseção da curva que descreve a secção circular e a curva da frente de fenda, Equação (3.20).

$$\sinh^2 \xi \sin^2 \eta_S + \cosh^2 \xi \cos^2 \eta_S = \frac{\beta}{\delta \sqrt{1 - \beta^2}} \sinh \xi \sin \eta_S \quad (3.20)$$

De onde se pode derivar a relação da Equação (3.21).

$$\cos \eta_S = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{\beta^2 - \sqrt{\beta^4 - 4\delta^2(\beta^2 - 1)}}{2\delta(\beta^2 - 1)} \right)^2} \quad (3.21)$$

Para obter a evolução da forma da fenda e a vida à fadiga, a Equação (3.19) requer o cálculo dos fatores de intensidade de tensão para as condições de carregamento aplicadas na peça. Estes valores são obtidos a partir de uma solução de K existente na literatura, desenvolvida por Shin *et al.* [10] para cargas de tração, flexão e a combinação de ambas. Essa solução é apresentada, sucintamente, a seguir.

3.3.1. Solução de K

O fator de intensidade de tensão tem de ser adequado ao caso em estudo, de modo a refletir as condições de carregamento e a geometria. Para peças de secção circular com fendas superficiais, a solução de K pode ser escrita pela Equação (3.22):

$$K_I = Y \left(\beta, \delta, \left| \frac{y}{h} \right| \right) \sigma \sqrt{\pi a} \quad (3.22)$$

onde Y é o fator geométrico, σ é a tensão nominal, a é o comprimento de fenda em profundidade e h é a coordenada y do ponto superficial S (ver Figura 3.4), ou seja, o ponto para o qual $\eta = \eta_S$. De acordo com Shin *et al.* [10], a expressão do fator geométrico pode ser obtida a partir da Equação (3.23):

$$Y = \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^7 \sum_{k=0}^2 M_{ijk} \beta^i \delta^j \left(\left| \frac{y}{h} \right| \right)^k \quad (3.23)$$

onde a razão de $\left| \frac{y}{h} \right|$ varia entre 0 e 1 percorrendo a frente de fenda do ponto mais profundo até à superfície. Os coeficientes M_{ijk} para a tração, flexão e tração com flexão para podem ser vistos na literatura no artigo de Shin *et al.* [10]. O valor do expoente k é dado pela Equação (3.24).

$$k = \frac{h}{a} = \sqrt{\beta^{-2} - 1} \cosh(\operatorname{atan} \beta) \cos(\eta_S) \quad (3.24)$$

3.3.2. Fecho de fenda induzido por deformação plástica

Introduzido por Elber [48], este fenómeno explica diversos mecanismos associados ao fenómeno de propagação de fendas por fadiga, sendo por isso a sua inclusão no método analítico um aspeto fulcral. Consistindo no contacto entre as duas superfícies da fenda devido ao carregamento, o fecho de fenda induzido por deformação plástica produz alterações nos campos de tensão e deformação nas proximidades da fenda, afetando a forma da fenda e a velocidade de propagação da fenda [28].

Durante a propagação da fenda por fadiga, regista-se uma disputa entre mecanismos intrínsecos que promovem a extensão da fenda após a extremidade e mecanismos extrínsecos que a protegem e que ocorrem atrás da extremidade da fenda. O fenómeno de fecho da fenda é considerado um mecanismo extrínseco que contribui para a redução da velocidade de propagação, uma vez que a fenda fica impedida de se propagar quando se encontra fechada, sendo o efeito da gama do fator de intensidade de tensão teórico maior do que o realmente experienciado na extremidade da fenda [2].

Em termos de alterações ao método analítico descrito atrás, a inclusão deste fenómeno é efetuada substituindo ΔK por um valor efetivo, ΔK_{ef} , que reflete a acumulação de dano quando a extremidade da fenda é fechada. Este novo parâmetro é dado pela Equação (3.25):

$$\Delta K_{ef} = U\Delta K = U(K_{m\acute{a}x} - K_{m\acute{i}n}) = K_{m\acute{a}x} - K_{abertura} \quad (3.25)$$

onde $K_{abertura}$ corresponde à gama do fator de intensidade de tensão abaixo da qual a fenda fecha e U é o parâmetro normalizado da razão de carga que descreve os efeitos da geometria e do carregamento devido ao fecho de fenda. Introduzindo este conceito na Equação (3.19), obtém-se a Equação (3.26):

$$\frac{\partial \beta}{\partial \delta} = \frac{\beta}{\delta} \left(1 + \tan^2 \eta - \left(\frac{U_S \Delta K_S}{U_A \Delta K_A} \right)^m \frac{\sqrt{\tan^2 \eta + \beta^2}}{\cos \eta} \right) \quad (3.26)$$

onde os pontos de índice A e S correspondem ao ponto mais profundo e ao ponto da superfície da frente de fenda.

Como foi referido anteriormente, a lei de Paris tende a sobrestimar a velocidade de propagação à superfície, pelo que alguns autores consideram, por vezes, um valor constante U_S/U_A ao longo da frente de fenda, que varia entre 0,63 e 0,9. No entanto, na verdade, este parâmetro não é constante para todos os casos, sendo dependente do

carregamento, do material, e da geometria. Por isso, no modelo analítico utilizado foi considerada uma formulação baseada na espessura equivalente proposta por Yu e Guo [49]. Pode demonstrar-se através das equações seguintes que esta razão aumenta com o aumento de R , e que para expoentes da lei de Paris iguais a 3, este varia entre os 0,8 e 0,9, que são os valores utilizados com mais frequência na literatura. Nesta formulação, U é obtido através da Equação (3.27):

$$U(R, \alpha) = \left(\frac{(1 - R^2)^2 (1 + 10.34R^2)}{\left(1 + 1.67R^{1.61} + \frac{1}{0.15\pi^2\alpha}\right)^{4.6}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.27)$$

onde o fator de constrangimento para o ponto da superfície, α_S , é igual a 1,181 e para o ponto mais profundo, α_A , é dado pela Equação (3.28):

$$\alpha_A = \frac{1 + 0.638 g(\lambda)}{1 - 2\nu + 0.54g(\lambda)} \quad (3.28)$$

onde a função $g(\lambda)$, Equação (3.29), representa:

$$g(\lambda) = \lambda/2 + 2\lambda^2 \quad (3.29)$$

e R representa a razão entre o fator de intensidade de tensão mínimo, K_{\min} , e o máximo, K_{\max} , ν é o coeficiente de Poisson e λ é a razão entre o tamanho da zona plástica e a espessura equivalente, obtida através da Equação (3.30):

$$\lambda = \frac{r_p}{t_e} = \frac{\pi}{8t_e} \left(\frac{K_{\max}}{\sigma_e} \right)^2 \quad (3.30)$$

onde σ_e representa a tensão de escoamento. A variável t_e na qual o método é baseado, corresponde à espessura equivalente, que para o ponto mais profundo, por exemplo, representa a distância entre os pontos de interseção da curva com a secção circular e a linha que passa tangencialmente ao ponto mais profundo. Este caso é dado pela Equação (3.31), onde D representa o diâmetro da secção.

$$t_e = \sqrt{Da - a^2} \quad (3.31)$$

Este modelo foi implementado num documento Excel[®], permitindo obter a evolução da forma da fenda e a vida à fadiga de forma fácil e rápida, em apenas alguns segundos.

3.4. Modelo numérico

O modelo numérico utilizado na comparação de resultados foi desenvolvido em trabalhos anteriores por Branco *et al.* [33]. As simulações numéricas foram realizadas recorrendo ao *software* LYNX [38], descrito sucintamente no capítulo 2.5.1.

A simulação é realizada através da repetição cíclica de cinco passos principais:

- primeiro, cria-se um modelo numérico representativo do caso real a estudar, em termos de forma de fenda, geometria, carregamento, e propriedades do material;
- segundo, obtém-se o campo de deslocamentos nos nós da frente de fenda utilizando um processador comercial de elementos finitos;
- terceiro, obtém-se o fator de intensidade de tensão ao longo da frente de fenda utilizando um método direto de cálculo de K;
- quarto, aplica-se um modelo de propagação de fenda que define o avanço dos nós da frente de fenda;
- por fim, através do uso de uma função *cubic spline* de terceira ordem, as posições provisórias dos nós calculadas atrás são redefinidas para obter a nova frente de fenda.

A Figura 3.5 mostra o modelo numérico considerado. A frente de fenda foi dividida em 17 nós de canto e 16 nós intermédios, Figura 3.5d). Junto à superfície foi feito um refinamento para poder caraterizar melhor a forma da fenda nessa zona. A malha foi criada em forma de teia de aranha com 3 anéis concêntricos constituídos por 5 elementos colocados em torno da frente de fenda, Figura 3.5e). No primeiro anel foram utilizados elementos isoparamétricos hexaédricos de 20 nós colapsados com os elementos centrais na posição a um quarto da aresta, Figura 3.5c), e nos dois restantes, bem como nas malhas regulares e transições, Figura 3.5f), foram usados elementos isoparamétricos hexaédricos de 20 nós, Figura 3.5a). O modelo desenvolvido para este efeito tinha 71743 nós e 7232 elementos [33]. Para todos os pontos foi assumido um estado plano de deformação, exceto nos pontos da superfície onde prevaleceu estado plano de tensão. O material foi considerado isotrópico, homogéneo e com um comportamento elástico linear.

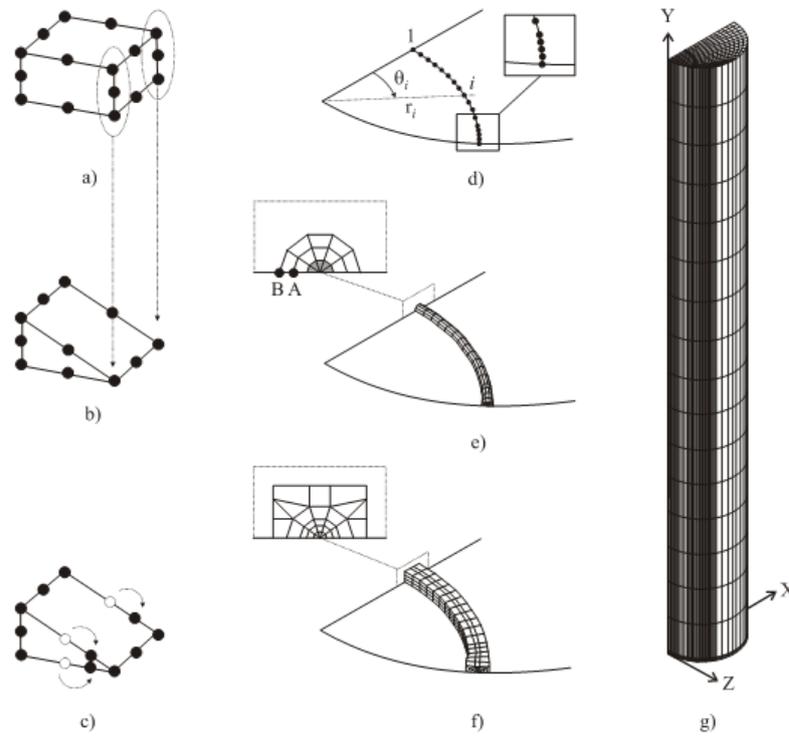


Figura 3.5. a) Elemento isoparamétrico hexaédrico de 20 nós; b) Elemento hexaédrico de 20 nós colapsado; c) Elemento isoparamétrico hexaédrico de 20 nós colapsado com os nós intermédios deslocados para uma posição a um quarto da aresta; d) Definição da frente de fenda; e) Malha em forma de teia de aranha; f) Malha em forma de teia de aranha e malha de transição; g) Modelo assembled [33].

4. RESULTADOS

Com base nos dados obtidos nos ensaios experimentais, nas simulações através do método analítico e numérico e alguns dados da literatura, será realizada uma análise cuidada a diversos aspetos relevantes para a validação do método analítico bem como comprovar a sua viabilidade na aplicação do caso em estudo, permitindo a sua apresentação como uma opção simples, rápida, económica e de fácil compreensão que pode auxiliar bastante em projetos de engenharia.

4.1. Validação dos modelos

Para demonstrar a exatidão de ambos os modelos apresentados nos capítulos 3.3 e 3.4, foi executado um estudo comparativo entre os resultados obtidos através destes e os resultados experimentais. Os resultados experimentais foram obtidos por Yang *et al.* [43] nas condições referidas no capítulo 3.2. Resumidamente, através da aplicação de sobrecargas periódicas, marcou-se a evolução da frente de fenda na secção transversal, conforme Figura 3.2a). Posteriormente, procedeu-se à medição e esquematização de algumas frentes de fenda marcadas na secção transversal, conforme Figura 3.2b). Por fim, os resultados anteriores foram comparados com as evoluções da forma da fenda conseguidas através dos modelos analítico e numérico, Figura 4.1.

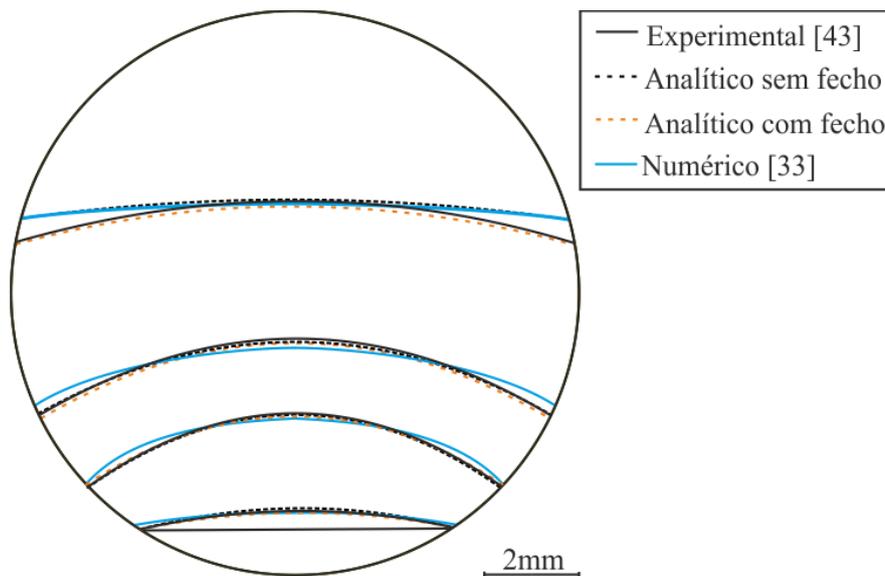


Figura 4.1. Comparação das formas de fenda experimentais com as formas de fenda obtidas através dos modelos analítico e numérico.

Através da Figura 4.1, para além da simetria das frentes de fenda obtidas experimentalmente em relação ao eixo vertical que passa no centro do provete, já referida anteriormente, é também possível observar que, de uma forma geral, as simulações representam um bom prognóstico da evolução da forma da fenda sob ação de esforços cíclicos em Modo I. É, também, de notar que, numa fase inicial, as diferenças entre as simulações e os resultados experimentais são pouco significativas. O método analítico, ao incorporar fecho da fenda induzido por deformação plástica (séries a laranja), produz resultados mais próximos do caso real (séries a preto contínuo). O método numérico, a azul contínuo, e o método analítico sem fecho de fenda, a preto tracejado, apesar de apresentarem resultados um pouco mais afastados dos resultados experimentais, mostram uma boa concordância entre si, o que demonstra a sua robustez. Este desvio relativamente às frentes de fenda experimentais, torna-se mais acentuado com o avanço da propagação de fenda devido ao aumento da zona plástica. Deste modo, seria expectável, tal como se observou, que as simulações para os dois casos que não incluem fecho de fenda, conduzam a piores resultados. Da comparação das simulações analíticas retira-se, também, que a introdução do fenómeno de fecho de fenda induzido por plasticidade, a forma da fenda tende a ser mais curva, isto porque os fenómenos de fecho de fenda induzido plasticidade retardam a propagação à superfície.

Conclui-se, assim, que os modelos são válidos para o caso em estudo. Além disso, é particularmente interessante observar, no âmbito desta dissertação, a eficácia do modelo analítico no prognóstico da evolução da forma da fenda, comprovando-se como uma boa ferramenta para a rápida previsão da evolução da forma da fenda em componentes de secção circular sujeitos a Modo I, em especial quando se considera o efeito de fecho da fenda induzido por deformação plástica.

4.2. Simulações típicas

Na figura seguinte apresentam-se simulações típicas, obtidas com o modelo analítico e com o modelo numérico para um expoente da lei de Paris, m , igual a 3 e carregamento de tração. Foram consideradas três formas iniciais de fenda, nomeadamente, circular, Figura 4.2a) e d), semielíptica, Figura 4.2b) e e), e fenda reta, Figura 4.2c) e f), para o modelo analítico e para o modelo numérico, respetivamente.

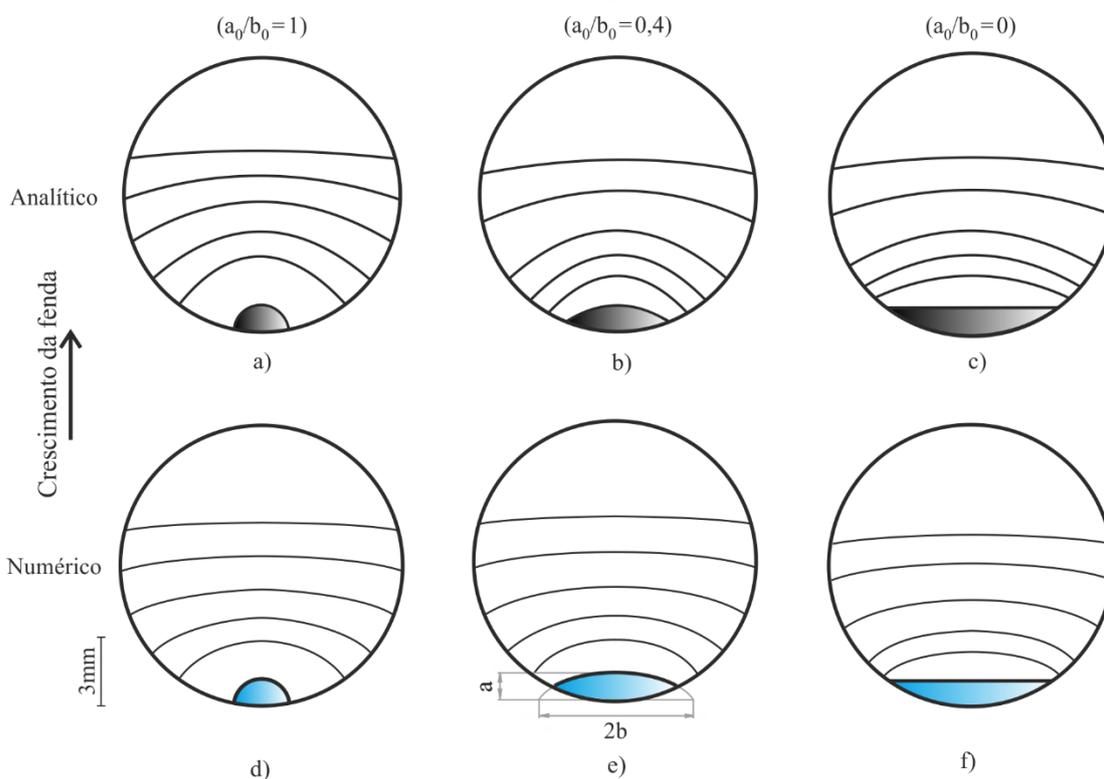


Figura 4.2. Resultados das simulações para diferentes formas iniciais de fendas para o modelo analítico e para o modelo numérico. Analítico: a) frente circular; b) frente semielíptica; c) fenda reta. Numérico: d) frente circular; e) frente semielíptica; f) frente reta.

Para além da análise da forma inicial da fenda, o modelo analítico permite a modificação da profundidade inicial da fenda, das constantes da lei de Paris, do modo de

carregamento, e das propriedades do material, bem como a inclusão ou não de fecho de fenda. Relativamente aos resultados da Figura 4.2, deduz-se que numa fase inicial da propagação, as formas de fenda obtidas são relativamente diferentes de caso para caso. No entanto, à medida que a propagação avança, tendem para formas de fenda semelhantes, o que vai ao encontro dos resultados da literatura [33] e do que foi descrito no Capítulo 2.

Fazendo uma análise mais pormenorizada dos resultados, para o caso da fenda reta, fica claro que ocorre um crescimento mais rápido na zona central do que nas zonas superficiais, isto porque, para esta geometria sujeita a tração, no ponto mais profundo da frente de fenda, o fator de intensidade de tensão é mais elevado. Já no caso de uma fenda com forma inicial circular ocorre uma propagação mais uniforme em ambas as direções, ainda que ligeiramente mais rápida à superfície. Este fenómeno pode facilmente ser observado na Figura 4.3 onde se encontram representados os fatores geométricos na fase inicial da propagação para uma fenda circular e para uma fenda reta, obtidos através do método analítico, em função da posição ao longo da frente de fenda. Daqui retira-se a justificação para os resultados apresentados na Figura 4.2 pois, no caso da fenda com frente reta, o fator geométrico é mais elevado na posição mais profunda da fenda, isto é para y/h igual a 0, o que se traduz também num maior fator de intensidade de tensão, pelo que a propagação nestes casos se dá de forma mais rápida neste ponto do que à superfície, tornando a forma da frente mais arredondada. Como as diferenças entre os fatores geométricos destas duas posições são máximas no início, temos alterações de forma mais acentuadas na fase inicial de propagação. Numa segunda fase, com o avanço da fenda, as distribuições do fator geométrico ao longo da frente de fenda tendem a ser mais uniformes, havendo variações de forma menos significativas de incremento para incremento. Para a fenda com frente circular, observa-se precisamente o oposto, já que o valor do fator geométrico é muito semelhante ao longo de toda a fenda. Contudo, como os valores do fator geométrico são ligeiramente superiores na superfície, a frente de fenda avança mais rápido nessa região, causando então um ténue achatamento da forma da fenda.

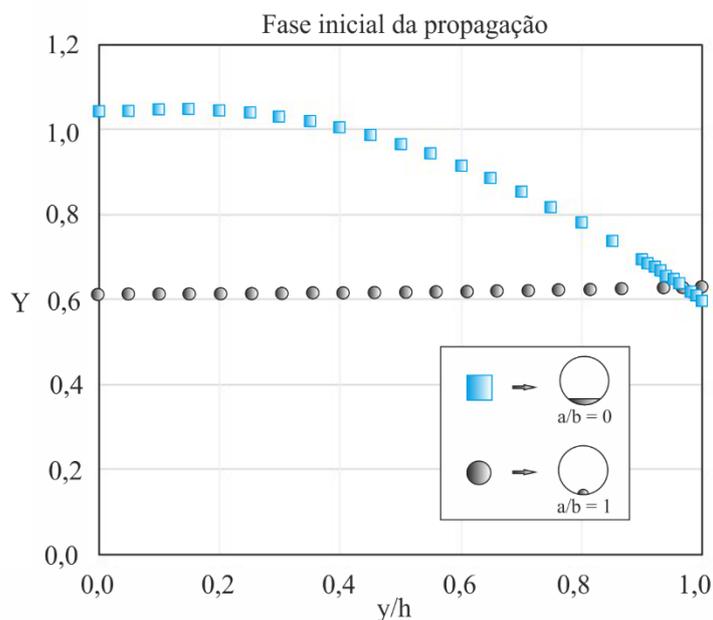


Figura 4.3. Distribuição do fator geométrico no início da propagação ao longo de toda a frente de fenda para formas iniciais de fenda circular e reta.

Na fase final da propagação sabemos que a forma tende a ser mais próxima, pois diferentes casos acabam por tender para uma forma de equilíbrio. Assim, é expectável que as distribuições do fator geométrico sejam muito semelhantes ao longo de toda a frente de fenda para as diferentes formas iniciais. Esta conclusão pode ser retirada da Figura 4.4, onde se representam as variações do fator geométrico ao longo da frente de fenda numa fase avançada de propagação. Apesar de à primeira vista parecer haver alguma discrepância entre os valores do ponto mais profundo e do ponto à superfície, é necessário ter em conta que a escala utilizada no eixo vertical é muito pequena quando comparada com a da Figura 4.3. Se tivesse sido usada a mesma escala, haveria uma sobreposição quase perfeita de ambas as séries representadas, com uma evolução muito semelhante ao caso circular da Figura 4.3, registando-se, portanto, um aumento, mas de forma muito ligeira. No entanto, independentemente desta ténue diferença, é possível notar uma boa concordância entre as duas formas de fendas mostradas na Figura 4.2, o que se explica pela semelhança das funções do fator geométrico numa fase próxima do final da propagação da fenda.

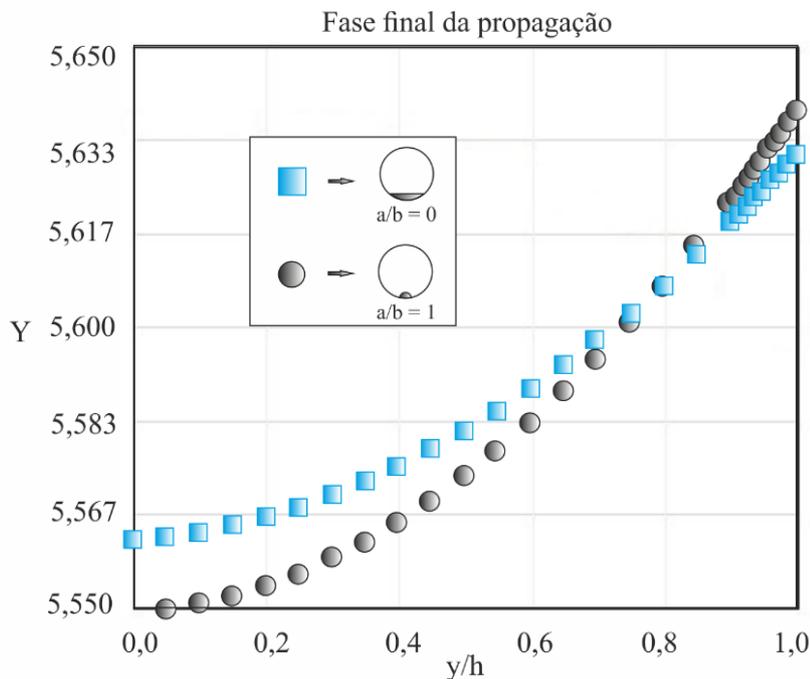


Figura 4.4. Distribuição do fator geométrico numa fase avançada da propagação ao longo da frente de fenda para formas iniciais de fenda circular e reta.

Conclusões com maior detalhe sobre a evolução da forma da fenda em função de determinados parâmetros físicos serão retiradas da investigação conduzida no subcapítulo seguinte.

4.3. Efeitos das variáveis físicas

Neste subcapítulo, faz-se um estudo paramétrico sobre o efeito de algumas variáveis físicas na propagação da fenda por fadiga através de simulações específicas efetuadas para o efeito. Estes resultados são comparados com resultados existentes na literatura para as mesmas condições de propagação.

4.3.1. Forma inicial da fenda

O efeito da forma inicial da fenda na evolução da forma da fenda já foi, em parte, observado nas simulações típicas realizadas no ponto anterior, e também já foi descrito, em termos gerais, no Capítulo 2. No entanto, aqui faz-se uma análise mais detalhada, com base em parâmetros dependentes, mais especificamente analisa-se a evolução da forma adimensional da fenda, a/b , com o comprimento adimensional de fenda, a/D , para várias

formas de fenda iniciais com valores de a_0/b_0 entre 0 e 1 em intervalos de 0,2, considerando resultados obtidos a partir dos métodos analítico e numérico e também a partir de alguns resultados retirados da literatura, Figura 4.5.

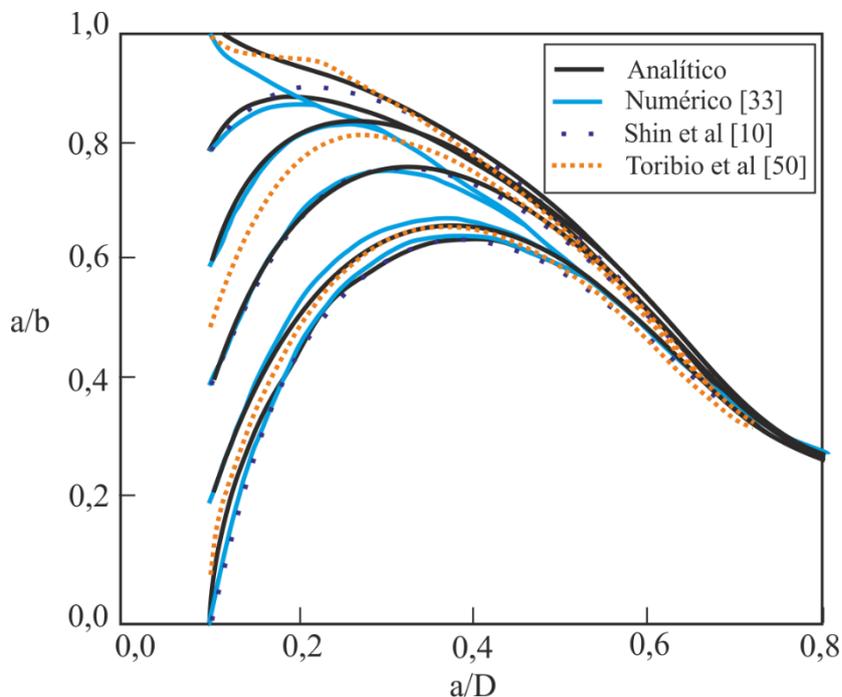


Figura 4.5. Evolução da forma da fenda com o comprimento adimensional da fenda para diferentes formas iniciais em provetes sujeitos a tração, com $a_0/D_0 = 0,1$, $m = 3$ e sem incorporar o fecho de fenda.

Através deste estudo deduz-se então que a evolução da forma da fenda é muito sensível à configuração no início da propagação. Este efeito leva a fenda a seguir trajetórias diferentes nesta fase. De uma forma geral, para os casos simulados, quando a forma adimensional inicial é menor ou igual a 0,8, os valores de a/b tendem a aumentar ao longo da propagação até ser alcançado um valor máximo que depende da forma inicial, a partir do qual a forma adimensional tende a diminuir progressivamente. Em termos de forma de fenda, numa primeira fase a fenda torna-se mais circular, enquanto na segunda fase, torna-se progressivamente mais elíptica, caminhando para uma forma quase reta. A transição entre estas fases pode ser observada no gráfico, e corresponde ao momento para o qual cada curva atinge o valor máximo de a/b . É possível também concluir que quanto mais circular for a fenda, mais rapidamente se atinge este instante. Pelo contrário, para a fenda circular, os valores de a/b diminuem continuamente, o que significa que a forma da fenda se torna cada vez mais elíptica ao longo de toda a propagação.

No geral, é também claro que o efeito da forma inicial vai gradualmente perdendo força e partir de um determinado instante, que depende da configuração inicial, a

fenda atinge a forma estável, passando a trajetória seguida a ser independente dessa mesma forma. Para os casos estudados, a partir do momento em que a profundidade da fenda alcança cerca de 65% do diâmetro da secção, todas as curvas estão claramente sobrepostas, significando que em todos esses casos a forma de equilíbrio foi atingida. Esta forma estável de propagação depende de vários parâmetros, tais como a geometria, o tipo de carregamento, a razão de tensão, as propriedades de propagação de fenda, as propriedades elásticas do material, entre outros.

Conclui-se, também, que formas de fenda iniciais mais díspares da forma de fenda estável demoram mais tempo a convergir, enquanto as fendas com forma mais próxima das trajetórias preferenciais convergem mais rapidamente. Por fim, é interessante verificar na Figura 4.5 que existe uma boa proximidade entre os resultados obtidos com o modelo analítico e com o modelo numérico, bem como com os resultados existentes na literatura para as mesmas condições de propagação [10] [50].

4.3.2. Tipo de carregamento

O efeito do carregamento na evolução da forma da fenda com a aplicação de ciclos de carga está representado na Figura 4.6. Este foi simulado usando o modelo analítico para formas de fenda iniciais com valores de a_0/b_0 iguais a 1, 0,6, 0,4 e 0,2, considerando dois tipos de carregamento, mais especificamente tração e flexão, obtendo-se os resultados apresentados a seguir.

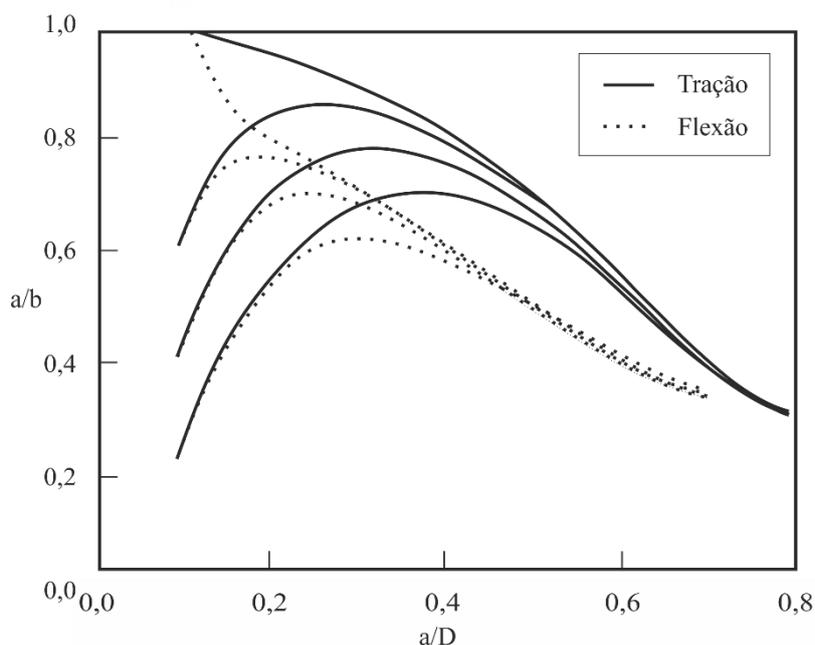


Figura 4.6. Evolução da forma da fenda com o comprimento adimensional de fenda para diferentes formas iniciais em provetes sujeitos a tração e a flexão, com $a_0/D_0 = 0,1$, $m = 3$ e sem incorporar o fecho de fenda.

Estudando o modo como o tipo de carregamento afeta a propagação da fenda, é notório que para o mesmo carregamento, apesar das diferentes formas de fenda iniciais, todas as fendas tendem para a mesmo caminho preferencial de propagação. No entanto, é claro que as trajetórias estáveis de fenda são distintas para cada um dos dois tipos de carregamento, como se observa na Figura 4.6. Porém, numa fase final da propagação, é possível notar que as formas de equilíbrio de ambos os casos apresentam alguma semelhança, isto é uma forma adimensional, a/b , próxima do intervalo 0,3-0,35. Também se deve referir que, em termos de convergência para a forma estável, nas simulações sob ação de um carregamento de flexão, esta ocorre de forma mais rápida do que para um carregamento de tração, isto porque a forma estável de flexão é de valores mais baixos de a/b , logo não necessita de atingir valores tão elevados de forma adimensional para convergir, permitindo uma mais rápida reunião. Relativamente aos casos de flexão analisados na figura anterior, as diferentes formas iniciais de fenda acabam por ter uma convergência quase total quando a profundidade da fenda alcança cerca de 45% do diâmetro enquanto, sob tração, como vimos antes, esta convergência apenas ocorreu para valores na ordem dos 65%. Todas as conclusões retiradas a partir das simulações realizadas com o método analítico vão ao encontro dos resultados apresentados na literatura.

4.3.3. Constantes da lei de Paris

Das duas constantes da lei de Paris, o expoente, m , é a única que influencia a evolução da forma de fenda sob ação de esforços cíclicos. Portanto, foi feita a análise desta variável, obtendo-se a Figura 4.7, onde se representa a evolução da forma de uma fenda reta, $a_0/b_0 = 0$, para três valores distintos desta constante, tanto para o método analítico, como para o método numérico.

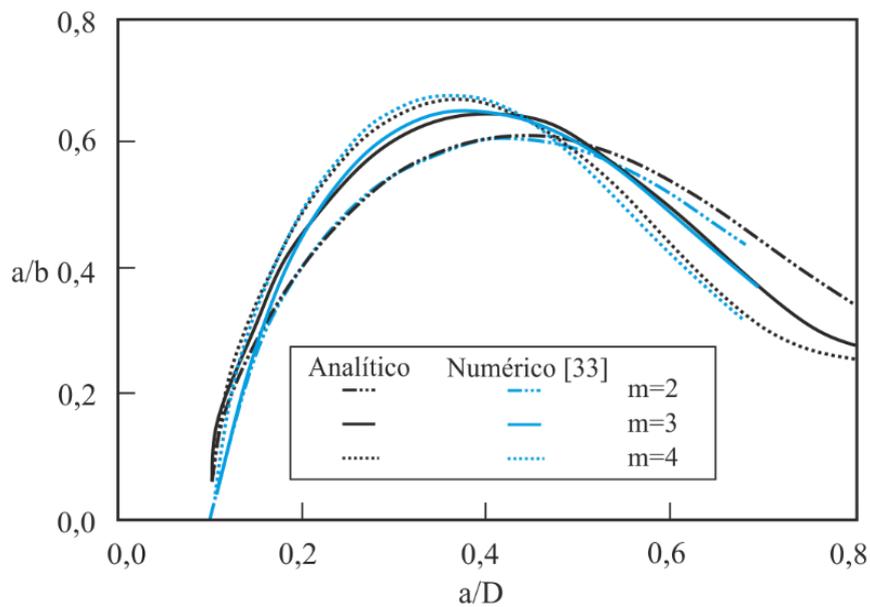


Figura 4.7. Evolução da forma da fenda com o comprimento adimensional de uma fenda reta para diferentes valores de m em provetes sujeitos a tração e com uma fenda reta, com $a_0/D_0 = 0,1$ e sem incorporar o fecho de fenda.

Ao contrário da forma inicial de fenda, o expoente da lei de Paris afeta a forma da fenda durante toda a propagação e não apenas na fase inicial. Através da análise da Figura 4.7 nota-se, facilmente, que para diferentes valores de m , as trajetórias seguidas pela fenda são claramente distintas, não havendo uma tendência para uma mesma forma estável. No entanto, como referido anteriormente, para o mesmo valor de m , existe uma forma de equilíbrio para a qual tendem todas as trajetórias de propagação, independentemente da forma inicial da fenda, pelo que se deduz que esta constante tem um papel fundamental na definição das formas estáveis. Observa-se, também, que quanto maior o valor desta constante, mais acentuadas são as variações de forma da fenda ao longo da sua propagação, o que está de acordo com a discussão efetuada no Capítulo 2. Nos três casos estudados na figura anterior, sabemos que todos têm a mesma forma de fenda inicial, ou seja, o valor

inicial de forma adimensional, a_0/b_0 , será igual para todos os casos. No entanto, logo após o início da propagação, há claramente uma subida muito mais abrupta desta razão para valores de m mais elevados, atingindo-se o valor máximo de a/b mais rapidamente. É, também, observável que esta razão inicia a sua fase descendente mais rapidamente quanto maior for o valor desta constante. Além disso, à medida que m aumenta, mais elevado será o valor máximo da forma adimensional. Uma vez mais, os resultados obtidos com ambos os métodos apresentam muita proximidade e seguem as tendências descritas na literatura.

4.4. Fator de intensidade de tensão

Ao longo da dissertação, particularmente no Capítulo 2, ficou claro que a precisão do fator de intensidade de tensão tem um grande peso na precisão dos resultados obtidos na simulação da forma da fenda, pelo que é fundamental garantir que durante a aplicação do procedimento, os valores de K são suficientemente exatos. Deste modo, foi realizada uma comparação dos resultados obtidos com o método analítico com os resultados obtidos pelo método numérico e com os resultados obtidos por Lin *et al.* [51]. Essa comparação é apresentada na Figura 4.8. Como se pode constatar, há uma coerência bastante satisfatória tanto para o caso da frente de fenda circular como para a frente de fenda reta.

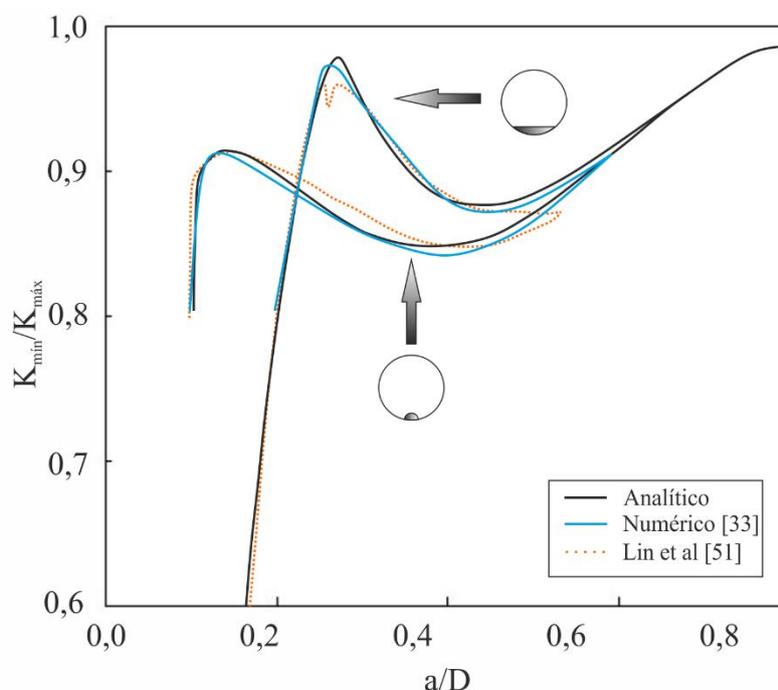


Figura 4.8. Evolução da razão K_{\min}/K_{\max} com a comprimento adimensional da fenda para uma forma da fenda circular, com $a_0/D_0 = 0,1$ e $m = 3$, e para uma forma de fenda reta com $a_0/D_0 = 0$ e $m = 3$ para um provete sujeito a tração.

Analisar a variação da razão dos fatores de intensidade mínimo e máximo é uma boa forma de avaliar as variações deste fator ao longo da frente de fenda, principalmente, tendo em mente que, em vários casos, esta razão tende rapidamente para 1. Esta característica é conhecida como perfil iso- K [12]. No entanto, em secções transversais circulares com fendas superficiais, devido ao facto de haver alteração significativa da dimensão da frente de fenda, causada pela forma circular das fronteiras do provete, isto não acontece, como observado na Figura 4.8. É de notar que esta razão é muito sensível à forma inicial da fenda e, por isso, formas iniciais de fenda diferentes são caracterizadas por valores de K_{\min}/K_{\max} muito distintos ao longo da propagação. Porém, tal como se verifica com a evolução das relações a/b , a relação entre os valores mínimo e máximo do fator de intensidade de tensão tendem para valores semelhantes. Quando esses valores semelhantes são obtidos, é expectável que as formas de fenda sejam também semelhantes. Nesta geometria, numa fase inicial, em ambas as configurações iniciais de fenda, esta razão ascende a valores bastante elevados, na ordem dos 0,91 e 0,98 para circular e reta, respetivamente. No entanto, após serem alcançados esses valores máximos, observa-se uma redução em ambos os casos, que decaem para valores de cerca de 0,85 e 0,88.

Quando a profundidade da fenda alcança valores superiores ao raio da secção, inicia-se, para os casos em estudo, um aumento progressivo de K_{\min}/K_{\max} com tendência para valores próximos da unidade, mas sem a alcançar. É também visível a convergência de ambos os casos para iguais valores, havendo uma sobreposição perfeita para comprimentos adicionais de fenda, a/D , ligeiramente superiores a 0.6. Tal como se mencionou no Ponto 4.2 deste capítulo, Figura 4.2, numa fase inicial da propagação, temos alterações de forma mais bruscas para a fenda com frente reta do que para a frente circular, fenómeno, que mais uma vez, pode ser explicado pela evolução do fator de intensidade de tensão durante a propagação. A elevada taxa de variação desta razão, principalmente na fase inicial de propagação, para a fenda com frente reta, como observado na Figura 4.8, cria variações bruscas na forma da fenda e vice-versa.

Como o fator de intensidade de tensão é um aspeto fulcral na exatidão do método, fez-se um estudo centrado na evolução do fator geométrico, Y , com o comprimento adimensional de fenda, a/D . Como foi descrito na Secção 2.2, o fator de intensidade de tensão, definido na Equação (2.1), é diretamente proporcional ao valor de Y , para o mesmo comprimento de fenda e para o mesmo nível de amplitude de tensão aplicada. Por isso, a

análise da exatidão de K é, muitas vezes, estabelecida com base em Y . Tendo em conta estas considerações, procedeu-se então à análise do fator geométrico para um ponto à superfície de uma fenda com frente inicial circular sob ação de um carregamento de tração. Os valores obtidos foram comparados com os resultados da literatura para o mesmo caso, Figura 4.9.

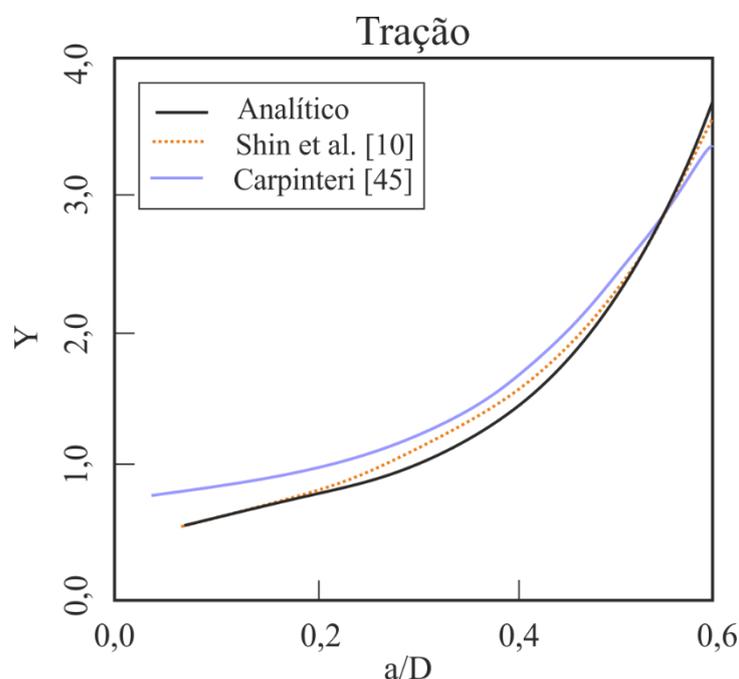


Figura 4.9. Evolução do fator geométrico, Y , do ponto superficial com o comprimento adimensional da fenda, a/D , para uma frente inicial circular de um provete sujeito a tração.

Como foi demonstrado na Secção 4.2, para um ponto superficial de uma frente de fenda inicial circular sujeita a tração com $a_0/b_0=0.1$, o fator geométrico aumenta de cerca de 0,6 no início da simulação para 5,6 no fim. Na figura anterior, mostra-se a variação de forma contínua ao longo do intervalo de propagação apresentado. Como se pode verificar, à medida que a/D aumenta, o declive das funções representadas aumenta de forma cada vez mais significativa. É também perceptível que os valores obtidos através do modelo analítico se encontram muito próximos dos da literatura, principalmente com os de Shin *et al.* [10] que são resultados mais recentes. Este facto pode explicar as diferenças, pois os valores de Carpinteri [45] foram obtidos com um modelo numérico que considerada uma malha de elementos finitos menos refinada, por ter sido realizado numa altura em que os investigadores lidavam com limitações computacionais muito mais significativas.

Também para flexão foi efetuado o estudo de exatidão dos valores do fator geométrico ao longo da propagação, sendo os resultados apresentados na Figura 4.10.

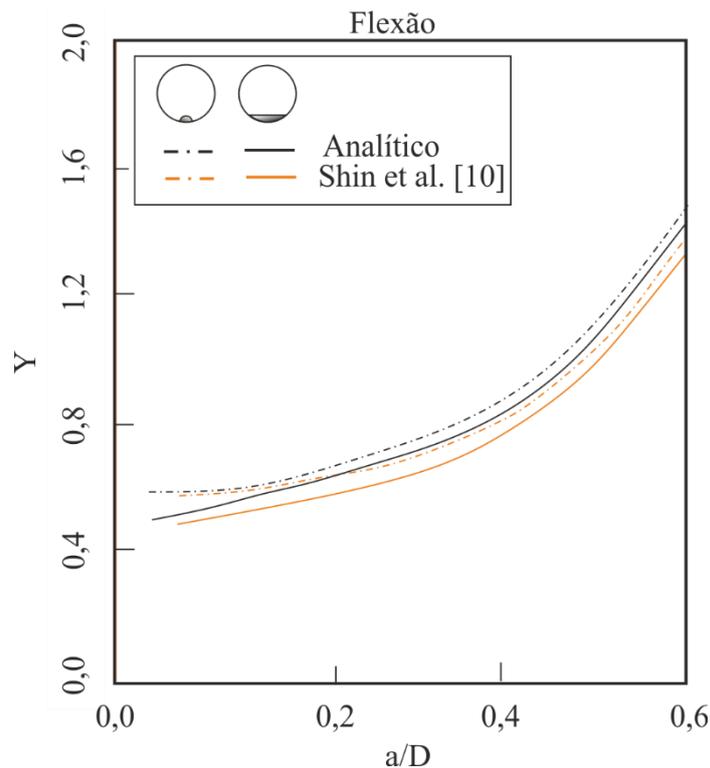


Figura 4.10. Evolução do fator geométrico, Y , com o comprimento adimensional de fenda do ponto superficial para duas formas iniciais de fenda (circular e reta) de um provete sujeito a flexão.

As curvas obtidas pelo método analítico, quando comparadas com as existentes na literatura [10], encontra-se em conformidade. Os valores do modelo analítico são ligeiramente superiores. Porém as diferenças são pouco significativas, uma vez que a escala do fator geométrico no gráfico é reduzida, na realidade esta diferença é menor do que 0,1.

Outra conclusão importante a retirar da Figura 4.9 e da Figura 4.10 é que o fator geométrico em casos de tração é superior ao de flexão para o mesmo comprimento de fenda ao longo de toda a propagação, o que se traduz num maior fator de intensidade de tensão e, conseqüentemente, numa maior suscetibilidade de ocorrência de rotura por fadiga para carregamentos de tração do que para carregamentos de flexão.

4.5. Cálculo das constantes da lei de Paris por engenharia inversa

Neste ponto será realizado o cálculo das constantes da lei de Paris, por engenharia inversa, através do método das diferenças acumuladas. Os valores obtidos são

comparados com os resultados experimentais e com os resultados calculados numericamente usando a mesma abordagem.

4.5.1. Método das diferenças acumuladas

Existem, atualmente, procedimentos bem estabelecidos para a determinação das constantes da lei de Paris. Estes procedimentos consideram provetes normalizados, geralmente geometrias C(T) ou M(T), com fendas passantes que não sofrem variações de forma significativas com a propagação, sendo as normas BS 6835:1988 e ASTM 647-95a aquelas que definem todos os detalhes necessários para a realização dos ensaios experimentais. No entanto, o método de engenharia inversa usado nesta dissertação permite a obtenção das constantes em circunstâncias e geometrias diferentes das definidas nas normas, o que pode ser nomeadamente útil em engenharia forense na análise de falhas de componentes mecânicos, como abordagem complementar à metodologia normalizada.

Neste método calcula-se primeiro o expoente da lei de Paris. Para determinar o valor de m , foram utilizados os dados obtidos no procedimento experimental. Partindo da fenda designada por 1 na Figura 3.2, foram realizadas simulações com diversos valores de m sendo estas interrompidas quando o nó mais profundo da fenda simulada alcançava o valor de profundidade da fenda 2 da Figura 3.2. Para cada frente de fenda obtida foi calculado o valor das diferenças acumuladas, definido na Equação (4.1), visto ser um parâmetro muito sensível à variação da forma da fenda. Como o expoente da lei de Paris tem influência na forma, este parâmetro é adequado para a situação em estudo. O parâmetro dependente ad , que permite caracterizar de forma quantitativa o afastamento da forma simulada à forma experimental, designa-se diferença acumulada e é definido pela equação:

$$ad = \sum_{i=1}^n |d_i| \quad (4.1)$$

onde d_i representa a diferença entre o valor obtido pelo método analítico e o experimental para o i -ésimo ponto e n é o número de pontos da frente de fenda considerados na análise. Este conceito está representado, graficamente, na Figura 4.11.

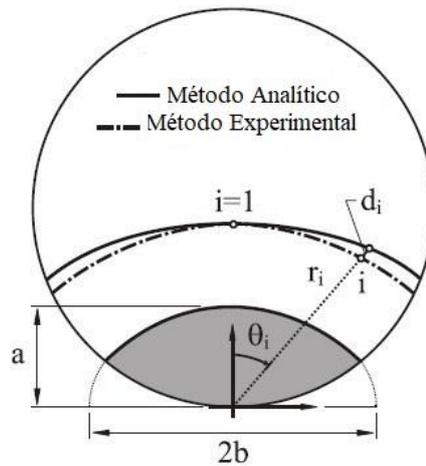


Figura 4.11. Representação do parâmetro dependente ad utilizado para calcular o valor do expoente da lei de Paris, adaptado de [33].

Após o cálculo desta variável, para cada simulação realizada para um valor diferente de m , é possível notar que há um valor de tendência para o qual esta diferença se torna mínima, sendo esse, em teoria, o valor de final de m . Deve, ainda, mencionar-se que as simulações devem ser efetuadas com um incremento nos valores de m suficientemente pequeno para que a função que relaciona ad com m seja suficientemente refinada. Após a realização destas simulações, os pontos discretos que relacionam ad com m são aproximados através de um polinómio. A solução do problema corresponde ao valor de m para o qual a derivada da função polinomial é igual a 0.

Para o cálculo da constante C , utiliza-se o valor de m determinado no passo anterior, e efetuam-se novas simulações, num processo semelhante ao descrito atrás, mas agora utilizando diferentes valores de C . Através de uma equação semelhante à Equação (2.5) é possível ir obtendo o número de ciclos para cada intervalo de simulação, e assim calcular o número total de ciclos entre as duas frentes de fenda consideradas (fendas 1 e 2 da Figura 3.2. No cálculo desta constante, utiliza-se o número de ciclos como resultado final da simulação, pois a constante C tem uma influência na vida à fadiga. Na Tabela 4.1 é apresentado o número de ciclos medido experimentalmente entre as fendas 1 e 2 da Figura 3.2 que foram usadas na presente dissertação.

Tabela 4.1. Número de ciclos entre as frentes de fenda obtidas experimentalmente [33].

Combinação de fendas	1-2
Número de Ciclos	46523

Após o cálculo do número de ciclos para cada valor da constante C considerada, é possível obter uma função linear. A solução do problema corresponde ao valor de C para o qual o número de ciclos obtido experimentalmente é igual ao valor da função.

4.5.2. Cálculo das constantes

Neste subcapítulo são obtidas as constantes da lei de Paris para o caso em estudo nesta dissertação. Tal como foi referido atrás, inicialmente foi calculado o valor de m . Para realizar este passo recorreu-se à informação obtida no procedimento experimental, efetuando-se várias simulações da evolução da forma da fenda entre a forma da fenda 1 e a forma de fenda 2 representadas na Figura 3.2. As simulações foram realizadas para valores de m entre 2,65 e 3,65 com incrementos de 0,1, através das quais se calcularam, individualmente, os respetivos valores de diferença acumulada, ad , através da Equação (4.1). Neste estudo, a frente de fenda foi dividida em 39 pontos equidistantes, cujas posições foram definidas relativamente ao referencial da Figura 4.11, em coordenadas polares (r , θ). Os resultados obtidos estão representados na Figura 4.12.

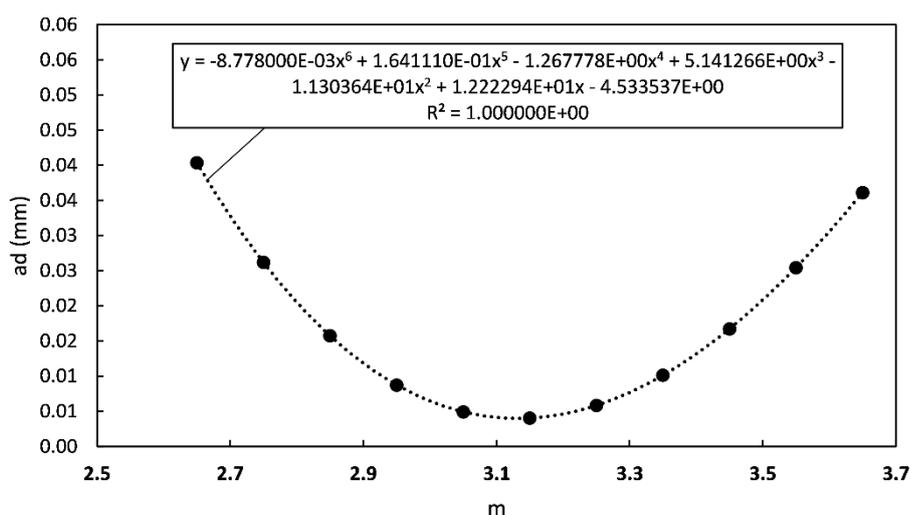


Figura 4.12. Diferenças acumuladas obtidas a partir das simulações para diferentes valores de m (da/dN [mm/ciclo]; ΔK [MPa·m^{0,5}]).

Tal como referido atrás, existe um valor para o qual as diferenças acumuladas se tornam mínimas. Através da Figura 4.12, verifica-se que o ponto de inflexão se encontra entre 3,05 e 3,25. Os pontos discretos obtidos a partir das simulações foram ajustados usando um polinómio de grau 6, para o qual o valor de R^2 foi igual a 1. A partir da função obtida, que é dada na Figura 4.12, calculou-se a função derivada (y') e calculou-se o valor de m para o qual a função era igual 0. O valor que cumpriu esta condição foi de 3,132.

Prosseguindo para o cálculo da constante C , definiu-se para as novas simulações um valor 3,132 para o expoente da lei de Paris, valor descoberto no passo anterior. Foram realizadas 8 simulações para diferentes valores de C . Sabendo-se que $1,9037 \times 10^{-9}$ corresponde ao valor obtido experimentalmente, utilizaram-se valores entre $1,7 \times 10^{-9}$ e $2,4 \times 10^{-9}$ com incrementos de $0,1 \times 10^{-9}$. Neste caso, como já foi explicado atrás, a variável pertinente neste estudo é o número total de ciclos entre as duas frentes de fenda. A variação do número de ciclos decorridos entre as duas fendas com o valor de C está representada na Figura 4.13.

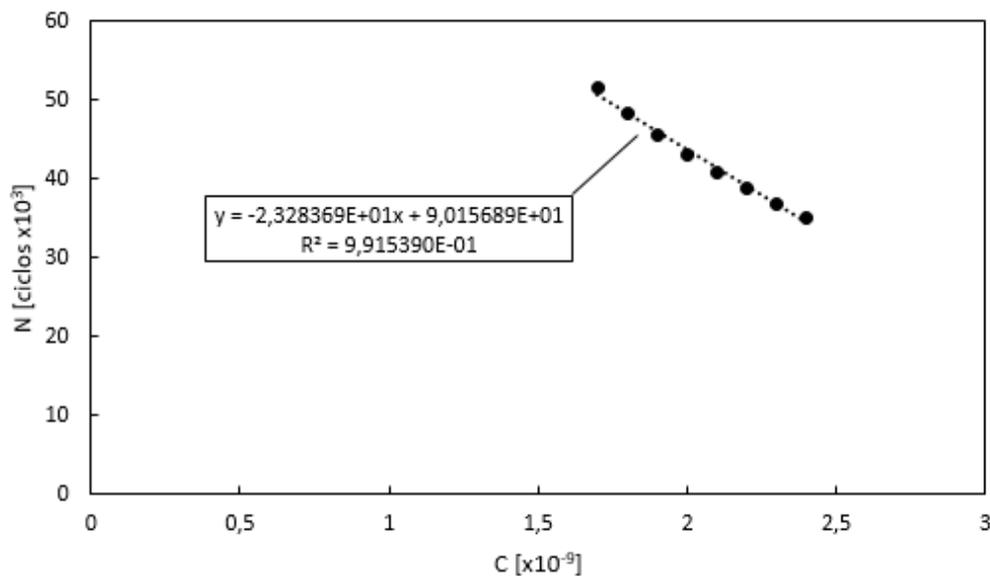


Figura 4.13. Número de ciclos em função do valor de C (da/dN [mm/ciclo]; ΔK [MPa·m^{0,5}]).

Através da equação linear apresentada na Figura 4.13, foi possível determinar o valor de C que melhor descreve o caso real, pois o valor desta variável deve permitir a mesma vida à fadiga entre as fendas estudadas do que aquela que foi obtida experimentalmente (46523 ciclos, conforme indicado na Tabela 4.1). Assim, neste caso, obteve-se um valor de C igual a $1,874 \times 10^{-9}$, concluindo-se assim a obtenção das constantes da lei de Paris.

4.5.3. Análise da exatidão das constantes obtidas

Conhecendo-se as constantes obtidas experimentalmente, e sabendo-se os valores dessas mesmas constantes determinadas com a presente metodologia por Branco *et al.* [33] usando o modelo numérico descrito no Capítulo 3, podemos então realizar uma breve comparação com os resultados calculados com o modelo analítico usado nesta dissertação.

Para esta análise, é também útil realizar o cálculo do erro das previsões relativamente ao valor obtido no procedimento experimental, que foi definido como mostra a Equação (4.2).

$$Erro [\%] = \frac{Valor_{Experimental} - Valor_{previsto}}{Valor_{Experimental}} \times 100 \quad (4.2)$$

Na Tabela 4.2 encontram-se os valores das constantes obtidas para os diferentes métodos e os respetivos erros.

Tabela 4.2. Constantes de Paris obtidas pelos diferentes métodos (da/dN [mm/ciclo]; ΔK [MPa·m^{0,5}]) e respetivos erros.

	Experimental [43]	Analítico	Numérico [33]
m	3,256	3,132	3,102
Erro [%], (Eq. (4.2))	-	3,81	4,73
C	$1,9037 \times 10^{-9}$	$1,8740 \times 10^{-9}$	$1,8489 \times 10^{-9}$
Erro [%], (Eq. (4.2))	-	1,56	2,88

Como é possível observar, o método analítico permitiu a obtenção de constantes ligeiramente mais próximas dos valores obtidos experimentalmente do que o método numérico, como se pode ver na Tabela 4.2, os erros obtidos nas previsões baseadas no modelo analítico foram relativamente baixos, cerca de 1,56% e 3,81% para as constantes C e m , respetivamente. No caso dos cálculos baseados no modelo numérico, estes erros sobem ligeiramente para 2,88% e 4,73%, respetivamente, pelo que se considera bastante satisfatório o seu uso para este propósito. Assim, demonstra-se que o procedimento analítico apresentado tem sensibilidade suficiente para obter as constantes da lei de Paris para materiais em barras de secção circular com fendas superficiais sujeitas a tração cíclica.

5. CONCLUSÕES

A presente dissertação tinha como objetivo principal demonstrar o potencial de um modelo analítico na previsão da evolução da forma de fenda em barras redondas sob ação de carregamentos cíclicos em Modo I. Este objetivo foi totalmente atingido, pois permitiu obter resultados próximos dos resultados experimentais e numéricos existentes na literatura para as mesmas condições de propagação. Este método é particularmente útil para estudos paramétricos, devido à sua elevada rapidez e simplicidade de utilização.

Quando comparado com o método numérico, tem vantagens a nível da facilidade de simulação e rapidez na obtenção de resultados, num curto período de computação sem necessidade de *software* de elementos finitos. No entanto, o modelo analítico é muito menos flexível, apenas permitindo realizar simulações a partir de frentes de fenda iniciais relativamente simples, que podem ser retas, circulares ou elípticas, e apenas pode ser utilizado para estudar componentes com secção transversal circular. Já no que diz respeito ao método numérico, como utiliza diversos nós ao longo da frente de fenda, consegue analisar frentes de fendas irregulares, de forma muito flexível e ajustável, visto não considerar formas rígidas, tais como a aproximação da frente de fenda por elipses, como se faz no método analítico.

Portanto, em resumo, como os resultados obtidos em ambos os modelos são satisfatórios quando comparados com os resultados existentes na literatura, e, como foi referido atrás, cada um tem vantagens e desvantagens, cabe ao utilizador tirar partido das duas ferramentas e decidir, caso a caso, qual a mais adequada para o problema que se pretende resolver.

Através de todas as simulações realizadas, e da respetiva análise, foi possível perceber que a propagação de fendas por fadiga em barras de secção circular é dependente de diversas variáveis físicas, tais como a forma inicial da fenda, o tipo de carregamento, a constante m da lei de Paris, e o nível de fecho de fenda. Foi possível, também, notar que os carregamentos cíclicos à flexão, para o mesmo comprimento de fenda, são menos suscetíveis à falha por fadiga do que os carregamentos cíclicos à tração no caso estudado na presente dissertação.

Ao longo de toda a dissertação foram atingidos todos os objetivos específicos definidos no início: (1) inicialmente fez-se a validação do modelo analítico comparando-se as formas de fenda experimentais com as previsões para as mesmas condições de propagação, considerando simulações com fecho de fenda e sem fecho de fenda; (2) seguidamente, estudou-se o efeito das principais variáveis físicas na evolução da forma da fenda, tendo-se verificado que as conclusões retiradas foram semelhantes às existentes na literatura para as mesmas condições de propagação; (3) a análise da exatidão do fator de intensidade de tensão também permitiu demonstrar, mais uma vez, a robustez desta ferramenta analítica, quer para carregamentos de tração como de flexão; (4) na fase final da dissertação utilizou-se um procedimento de engenharia inversa para determinar as constantes da lei de Paris a partir de frentes de fenda marcadas em superfícies de fratura, obtendo-se erros, em relação aos valores experimentais, pouco significativos.

5.1. Trabalhos futuros

Embora os objetivos definidos tenham sido totalmente atingidos, durante a realização desta dissertação surgiram novas questões que merecem investigação adicional.

Uma dessas questões está relacionada com o facto do modelo analítico permitir, de forma automática, a inclusão de fecho de fenda induzido por plasticidade nas simulações da evolução da forma da fenda. Como as simulações do modelo numérico usado não incluíram essa funcionalidade, sugere-se a inclusão dessa opção para que se realize as simulações das duas abordagens com estas condições, o que poderá permitir reduzir as diferenças observadas nas comparações de resultados com casos reais.

Outro aspeto muito relevante a ter em conta seria o desenvolvimento de novos modelos analíticos para outras geometrias típicas estudadas no âmbito da propagação de fendas por fadiga, como por exemplo: placas planas com fendas superficiais, de canto, ou passantes; placas planas com furos passantes contendo fendas de canto, entre outras.

Relativamente à determinação das constantes da lei de Paris, também seria vantajoso realizar mais ensaios experimentais para outros materiais dúcteis e frágeis com diferentes dimensões da zona plástica, bem como para outras razões de tensão (às quais estariam associados diferentes níveis de fecho de fenda), o que permitira testar, com mais

profundidade, a adequação do modelo de fecho de fenda existente na ferramenta analítica utilizada nesta dissertação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Perdigão, S. (2015), “Extensão da vida à fadiga utilizando sobrecargas”, Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica. Instituto Superior de Engenharia de Coimbra, Coimbra.
- [2] Ritchie, R.O. (1999), “Mechanisms of fatigue-crack propagation in ductile and brittle solids”, in *International Journal of Fracture* 100, 55–83.
- [3] Zentech Inc. ZENCRACK user manual 2009;8:2009.
- [4] Alves, P. (2016), “Desenvolvimento de uma ferramenta numérica para estudo de propagação de fendas por fadiga usando software comercial de elementos finitos”, Dissertação de Mestrado em Engenharia mecânica. Instituto Superior de Engenharia de Coimbra, Coimbra.
- [5] Zakavi, B, Kotousov, A, Branco, R. (2021) “An analytical-based approach for simulating fatigue crack growth in round bars”, in *International Journal of Fracture* (In press).
- [6] Branco, R, Antunes, F.V, Costa, J.D. (2015), “A review on 3D-FE adaptive remeshing techniques for crack growth modelling”, in *Engineering Fracture Mechanics* 141, 170–195.
- [7] Antunes, F.V., Branco, R., Costa, J.D. e Rodrigues, D.M. (2010), “Plasticity induced crack closure in Middle-Tension specimen: Numerical versus experimental”, in *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 33, 673–686.
- [8] Branco, R, Rodrigues, D.M, Antunes, F.V. (2008), “Influence of through-thickness crack shape on plasticity induced crack closure”, in *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 31, 209-220.
- [9] Carpinteri, A. (1992), “Elliptical-arc surface cracks in round bars”, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 15, 1141–1153.
- [10] Shin, C.S, Cai, C.Q. (2004), “Experimental and finite element analyses on stress intensity factors of an elliptical surface crack in a circular shaft under tension and bending”, in *International Journal of Fracture* 129, 239–264.
- [11] ASM International. (1986) “Atlas of Fatigue Curves”, *Fatigue testing*, 1-27.
- [12] Branco, R (2006), “Estudo numérico de propagação de fendas por fadiga em provetes mt”, Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica. Universidade de Coimbra, Coimbra.
- [13] Arka Mandal, A, Ritchie, R.O. (2020) ResearchGate Question, acessido em setembro de 2021 através de: <https://www.researchgate.net/post/What-is-the-main-mechanism-of-failure-for-fatigue> .
- [14] Ribeiro, A.S, Correia, J.A.F.O, Silva, A.L.L, Jesus, A.M.P. (2011), “Evolution of fatigue history”, in *Conference Paper at 21st Brazilian Congress of Mechanical*.

- [15] Wöhler, A. (1867) “experiments on the strength of metals”, in *Engineering* 4, 160-161.
- [16] Haftirman. (2009) “The Size Effect on Fatigue Strength of Structural Steel Materials in High-humidity Environment”, in Conference paper at International Conference on Applications and Design in Mechanical Engineering.
- [17] Minner, M.A. (1945). “Cumulative damage in fatigue”, in *Journal of Applied Mechanics* 12, A159-A164.
- [18] Coffin, L.F. (1954). “A study effects of cyclic thermal stresses on ductile metal.” *Transactions of ASME* 76, 931-950.
- [19] Manson, S.S. (1954). “Behaviour of materials under conditions of thermal stress”, in NACA TN-2933, National Advisory Committee for Aeronautics.
- [20] Raouf A. I. (2017), “Fundamentals of Fracture Mechanics” in *Handbook of Structural Life Assessment*.
- [21] Paris PC, Erdogan F. (1963), “A critical analysis of crack propagation laws”, in *Journal of Basic Engineering* 85, 528–534.
- [22] Walker K. (1970), “The effects of stress ratio during crack propagation and fatigue for 2024-T3 and 7075-T6 aluminum”, in *Effects of environment and complex load history on fatigue life*. Philadelphia: American Society for Testing and Materials, 1–14.
- [23] Erdogan F, Ratwani M. (1970), “Fatigue and fracture of cylindrical shells containing a circumferential crack”, in *International Journal of Fracture Mechanics* 6, 379–392.
- [24] Forman RG, Kearney VE, Engle RM. (1967), “Numerical analysis of crack propagation in cyclically loaded structures”, in *Trans ASME. J Basic Engng* 89, 459–464.
- [25] Elber, W. (1970), “Fatigue crack closure under cyclic tension,” in *Engineering Fracture Mechanics* 2, 37-44.
- [26] Noroozi, A.H, Glinka, G, Lambert, S. (2005), “A two parameter driving force for fatigue crack growth analysis” in *International Journal of Fatigue* 27, 1277–1296.
- [27] Marques, B, Borrego, L. P, Ferreira, J. M, Antunes, F. V, Branco, R. (2019), “A numerical analysis of fatigue crack closure using CTOD” in *Procedia Structural Integrity* 18, 645–650.
- [28] Caldas, M.L.G (2020), “Propagação de fendas de fadiga em provetes entalhados” *Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica, Universidade de Coimbra, Coimbra*.
- [29] Chambel, P.J.P (2014), “Propagação de fendas por fadiga quando sujeitas a carregamentos em Modo I ou Modo III” *Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa*.

-
- [30] Newman Jr JC, Raju IS. (1984), “Prediction of fatigue crack growth patterns and lives in three-dimensional cracked bodies”, in: 6th International conference on fracture, December 4–10, New Delhi, India.
- [31] Smith RA, Cooper JF. (1989), “A finite element model for the shape development of irregular planar cracks”, in International Journal of Pressure Vessels and Piping 36, 315-326.
- [32] Lin, X.B, Smith, R.A. (1999), “Finite element modelling of fatigue crack growth of surface cracked plates: Part I: The numerical technique”, in Engineering Fracture Mechanics 63, 503-522.
- [33] Branco, R, Antunes, F.V, Costa, J.D, Yang, F, Kuang, Z. (2012), “Determination of the Paris law constants in round bars from beach marks on fracture surfaces”, in Engineering Fracture Mechanics 96, 96–106.
- [34] Lin, X.B, Smith, R.A. (1999), “Finite element modelling of fatigue crack growth of surface cracked plates Part II: Crack shape change”, in Engineering Fracture Mechanics 63, 523-540.
- [35] Lin, X.B, Smith, R.A. (1999), “Finite element modelling of fatigue crack growth of surface cracked plates Part III: Stress intensity factor and fatigue crack growth life”, in Engineering Fracture Mechanics 63, 541-556.
- [36] FRANC3D. (2003), “Concepts and user guide v2.6. Fracture Analysis Consultants Inc.”
- [37] Fulland M, Schöllmann M, Richard HA. (2000) “ADAPCRACK3D development of the program for the simulation of three dimensional crack propagation processes”.
- [38] Branco R, Antunes FV, Costa JD (2012), “Lynx: new tool to model mode-I fatigue crack propagation”, in Proceedings of 4th International Conference on Crack Paths, 19-21 September, Gaeta, Italy.
- [39] NASGRO v6.0. (2009), “Fracture mechanics and fatigue crack growth analysis software. Reference manual”.
- [40] NASCRAC. (1989), “Theory manual. Failure analysis associates, Palo Alto, CA”.
- [41] Harter JA. (2002), “AFGROW users guide and technical manual. Air vehicles directorate, air force laboratory, Wright-Patterson air force base, Ohio”.
- [42] ViDa. (2002), “Visual damagemeter for windows. User manual”.
- [43] Yang F, Kuang Z, Shlyannikov V.N. (2006), “Fatigue crack growth for straight-fronted edge crack in a round bar”, in International Journal of Fatigue 28, 431–437.
- [44] astmsteel, acessado em setembro de 2021 através de: <https://www.astmsteel.com/product/jis-s45c-steel-machine-structural/> .
- [45] Carpinteri, A. (1993), “Shape change of surface cracks in round bars under cyclic axial loading”, in International Journal of Fatigue 15, 21-26.
-

- [46] Zakavi, B, Kotousov, A, Branco, R. (2019) “A new method for analysis of part-elliptical surface cracks in structures subjected to fatigue loading”, in *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* 103, 102258.
- [47] Che Sun. (2017), “Explicit Equations to Transform from Cartesian to Elliptic Coordinates, *Mathematical Modelling and Applications*”, in *Mathematical Modelling and Applications* 2, 43-46.
- [48] Elber W (1971). “The significance of fatigue crack closure. *Damage Tolerance in Aircraft Structures*”, in *ASTM STP 486*, America Society for Testing and Materials.
- [49] Yu P, Guo W. (2012), “An equivalent thickness conception for prediction of surface fatigue crack growth life and shape evolution”, in *Engineering Fracture Mechanics* 93, 65–74.
- [50] Toribio, J, Matos, J.C, González, B, Escuadra, J. (2014), “Evolution of crack paths and compliance in round bars under cyclic tension and bending”, in *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* 80, 104-110.
- [51] Lin, X.B, Smith, R.A. (1997), “fatigue growth simulation for cracks in notched and unnotched round bars”, in *International Journal of Mechanical Sciences* 40, 405-419.