



UNIVERSIDADE D  
COIMBRA

Caio Augusto Cecim Sales

**ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS  
PELO MÉTODO DAS ESCORAS E TIRANTES**

**ANALYSIS AND DESIGN OF STRUCTURES USING  
THE STRUTS AND TIES METHOD**

**Dissertação de Mestrado Integrado em Engenharia Civil, na área de  
Especialização em Estruturas, orientada pelo Professor Doutor Luís Filipe da  
Costa Neves e pelo Professor Doutor Luís António Costa Borges e  
apresentada ao Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências  
e Tecnologia da Universidade de Coimbra.**

Outubro de 2021

Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra  
Departamento de Engenharia Civil

Caio Augusto Cecim Sales

# **ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS PELO MÉTODO DAS ESCORAS E TIRANTES**

**ANALYSIS AND DESIGN OF STRUCTURES USING THE STRUTS AND TIES METHOD**

Dissertação de Mestrado Integrado em Engenharia Civil, na área de Especialização em Estruturas,  
orientada pelo Professor Doutor Luís Filipe da Costa Neves e pelo Professor Doutor Luís António Costa Borges.

Esta Dissertação é da exclusiva responsabilidade do seu autor. O Departamento de Engenharia Civil da FCTUC  
declina qualquer responsabilidade, legal ou outra, em relação a erros ou omissões que possa conter.

Outubro de 2021



UNIVERSIDADE DE  
COIMBRA

## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, ao meu bom Deus que me permitiu ter saúde e coragem em momentos de dificuldade, mostrando o caminho de luz para concluir este trabalho com êxito.

Aos meus queridos pais, Jader e Patricia e o meu irmão Thiago, que nunca mediram esforços para que eu pudesse realizar esse sonho, sempre muito preocupados com o meu bem-estar através do amor mais puro, mesmo vivendo em outro país longínquo, o meu muito obrigado por todo o apoio e carinho minha família amada.

À minha namorada Luara, que por estar próxima fisicamente, foi determinante em muitos momentos de dificuldades, pensamentos negativos e indecisões que por vezes tomaram conta de mim, me proporcionando muito amor, carinho e atenção, foi muito importante para mim ter a sua companhia nesses 6 anos de estudos e convivência.

Aos meus amigos, que são verdadeiros irmãos na minha vida, Eduardo, Matheus e Leonardo que de forma indireta tornaram a vida mais suave e completa, sempre quiseram se fazer presente mesmo com a longa distância entre nós, vocês são família para mim, obrigado por tudo Friend's.

À minha família portuguesa, Manuela, Jorge e ao meu irmão da vida André Sampaio e irmãos, que me acolheram como filho em casa, mesmo com as diversidades culturais, vocês foram muito importantes na minha caminhada e foram calmaria em muitos momentos de saudade da minha família no Brasil.

O meu muitíssimo obrigado aos amigos que Coimbra me deu, que de alguma forma contribuíram para o meu sucesso na vida acadêmica e não só, são eles José Heitor, Guilherme Moreira, Tito Sala, Denner Déda, Tiago Frizzera, Matheus Mattos, João Mois, Mário Brito, Felipe Oscar, João Batista, João Marcelo, André Carvalho, Beatriz Viana, André Pascoal, Caio Battaglia, Fábio Pedrocchi, Bruno Clemente, Nil Freire, entre tantos outros que não foram aqui mencionados por falta de espaço, mas que não estão esquecidos.

Por fim, aos meus orientadores Luís Neves e Luís Borges que contribuíram para a elaboração e sucesso deste trabalho.

## RESUMO

O trabalho constitui-se fundamentalmente na criação de um manual prático de análise e dimensionamento de diferentes geometrias de vigas-paredes utilizando o Método das Escoras e Tirantes.

Mesmo sendo um método aplicado para estruturas bidimensionais e tridimensionais, as vigas-paredes constituem elementos bidimensionais de grande resistência e que estão cada vez mais sendo utilizados para contornar certos tipos de problemas estruturais.

O Método permite a análise de elementos estruturais fundamentada no limite inferior da teoria da plasticidade e que foge do dimensionamento convencional de vigas, através da idealização de escoras em compressão e tirantes em tração no interior de uma estrutura em betão armado.

A análise e o dimensionamento de estruturas com descontinuidades estáticas e geométricas passa por conhecer o fluxo de tensões existentes dentro da estrutura, assim como o esqueleto resistente que tornará possível o equilíbrio de uma viga-parede. Através do método abordado, é possível analisar elementos com comportamento não linear ou plástico, a partir de programas e fórmulas baseadas na análise linear de estruturas.

Será realizada uma análise com o objetivo de aplicar os conceitos dos parâmetros de resistência das escoras e tirantes de acordo com códigos normativos em vigor, e também na utilização de programas computacionais existentes para otimizar o processo de obtenção dos modelos através do fluxo de tensões numa estrutura.

Com vista a validar a aplicabilidade de tal método, foram analisados dois exemplos práticos: uma viga-parede simples com cargas concentradas e uma viga-parede complexa com aberturas.

**Palavras-chave:** Método das escoras e tirantes, viga-parede, análise e dimensionamento, tensões.

## **ABSTRACT**

The work consists fundamentally in the creation of a practical manual for the analysis and design of different beam-wall geometries using the strut-and-tie method.

Even though it is a method applied to two-dimensional and three-dimensional structures, beam-walls are two-dimensional elements of great strength and are increasingly being used to circumvent certain types of structural problems.

The Method allows the analysis of structural elements based on the lower limit of the plasticity theory and that escapes the conventional design of beams, through the idealization of struts in compression and ties in tension inside a reinforced concrete structure.

The analysis and design of structures with static and geometric discontinuities involves knowing the existing stress flow within the structure, as well as the resistant skeleton that will make possible the equilibrium of a beam-wall. Through this method, it is possible to analyze elements with nonlinear or plastic behavior, using programs and formulas based on the linear analysis of structures.

An analysis will be carried out with the objective of applying the concepts of strut and tie strength parameters according to current normative codes, and also in the use of existing computer programs to optimize the process of obtaining models through the flow of stresses in a structure.

In order to validate the applicability of such a method, two practical examples were analyzed: a simple wall beam with concentrated loads and a complex wall beam with openings.

**Keywords:** Strut and Tie Method, Beam-wall, Analysis and Design, Stresses and Structures.

---

## ÍNDICE

Agradecimentos.....	i
Resumo.....	ii
Abstract.....	iii
Índice.....	iv
Simbologia.....	vi
1 Introdução.....	1
1.1 Enquadramento.....	1
1.2 Objetivo.....	1
1.3 Organização e Estrutura do trabalho.....	2
2 Dimensionamento de Estruturas pelo Método das Escoras e Tirantes (MET).....	3
2.1 Evolução Histórica.....	3
2.2 Descrição do Método das Escoras e Tirantes.....	5
2.3 Enquadramento Normativo.....	11
2.4 Aplicação do Método das Escoras e Tirantes.....	14
2.4.1 Parâmetros de Resistência das Escoras de Betão.....	14
2.4.2 Parâmetros de Resistência das Regiões Nodais.....	19
2.4.3 Parâmetros de Resistência dos Tirantes.....	26
2.4.4 Ancoragem das Armaduras.....	29
2.4.5 Armaduras para o Controle da Fissuração.....	31
2.4.6 Disposições Construtivas.....	31
3 Análise Computacional.....	34
3.1 Robot Structural Analysis.....	34
3.2 IDEASStatiCa.....	35
3.3 CAST – Strut and Tie Modeling.....	36
4 Casos de estudo.....	38
4.1 Caracterização do Elemento Estrutural.....	38
4.1.1 Viga-Parede Simples.....	38
4.1.2 Viga-Parede com Geometria Complexa.....	54

---

5	Análise e Comparação dos Resultados.....	67
6	Conclusão .....	70
	Referências Bibliográficas.....	71
	Anexo A.....	A-1
	Anexo B .....	B-1

## SIMBOLOGIA

### Letras maiúsculas latinas

$A_{c0}$	Área carregada
$A_{c1}$	Maior área de distribuição de cálculo homotética de $A_{c0}$
$A_{cs}$	Área de secção transversal da escora a considerar
$A_{nz}$	Área de cada face de um nó
$A_s$	Valor da área de armadura em aço necessária em $\text{cm}^2$
$A_{s'}$	Área de armadura sujeita à compressão no comprimento total da escora
$A_{tp}$	Área da secção transversal da armadura de pré-esforço
$A_{ts}$	Área total das armaduras, caso haja mais do que uma camada de armadura
$C$	Valor da força de compressão (em kN)
$E_s$	Valor de cálculo do módulo de elasticidade do aço
$F_{nm}$	Resistência nominal da região nodal em compressão
$F_{ns}$	Resistência nominal à compressão das escoras
$F_{nt}$	Resistência nominal à tração dos tirantes
$F_{us}$	Valor da maior carga aplicada nas escoras para todas as combinações utilizadas
$L$	Comprimento do elemento $i$
$N_{sd}$	Valor da força correspondente nas escoras ou tirantes (em kN)
$T$	Valor da força de tração (em kN)

### Letras minúsculas latinas

$a$	Distância (em metros)
$b$	Largura total de uma secção transversal (em metros)
$b_s$	Largura efetiva da escora (em metros)
$d_b$	Diâmetro nominal da barra (em metros)
$f_{bd}$	Valor de cálculo da tensão de rotura da aderência
$f_{ce}$	Valor da resistência efetiva de uma escora ou região nodal
$f_{cd}$	Valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão
$f_{ck}$	Valor característico da tensão de rotura do betão à compressão nos 28 dias de idade
$f_{ctk,0,05}$	Quantilho de 5% do valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão
$f_c'$	Resistência efetiva do betão sob compressão contínua
$f_s'$	Valor da tensão existente na armadura em compressão para o eixo nominal de resistência da escora
$f_{yd}$	Valor de cálculo da tensão de cedência à tração do aço



---

$f_y$	Tensão de cedência à tração do aço
$f_{yk}$	Valor característico da tensão de cedência do aço
$h$	Altura da secção (em metros)
$in$	Unidade de medida nos Estados Unidos
$k_1$	Coefficiente
$k_2$	Coefficiente
$k_3$	Coefficiente
$k_4$	Coefficiente
$l_{anc}$	Comprimento de amarração necessário para assegurar a ancoragem
$l_{b,rqd}$	Comprimento de amarração de referência
$l_{cb}$	Comprimento de curvatura do tirante
$l_{dh}$	Comprimento a partir do qual a força de tração é desenvolvida
$l_{ext}$	Comprimento a partir do qual ocorre a dobragem do varão
$r_b$	Raio de curvatura mínimo
$w_t$	Área correspondente a cada face do nó (largura efetiva do tirante)
$w_s$	Largura efetiva da escora

#### Letras maiúsculas gregas

$\theta$	Ângulo (em graus)
$\theta_c$	Menor ângulo que o eixo da escora faz com o eixo do tirante (em graus)

#### Letras minúsculas gregas

$\Delta f_p$	Acréscimo de tensão devido ao pré-esforço
$\alpha_1$	Ângulo (em graus)
$\sigma_{ci}$	Valor da tensão de compressão atuante nas escoras (em MPa)
$\sigma_{ct}$ (em MPa)	Coefficiente que leva em conta os efeitos de longo prazo na resistência à tração
$\sigma_{Ed}$	Valor da tensão atuante na secção (em MPa)
$\beta_n$	Coefficiente da zona nodal
$\gamma$	Valor médio da massa volúmica
$\gamma_s$	Coefficiente parcial relativo ao aço para betão armado ou de pré-esforço.
$\eta$ na betonagem	Coefficiente relacionado com as condições de aderência e com a posição do varão
$\nu'$	Coefficiente de redução da resistência do betão fendilhado devido ao esforço transversal
$\sigma_2$ (em MPa)	Tensão efetiva de compressão lateral no estado limite último devido à cintagem
$\sigma_{Rd,máx}$	Valor de cálculo da resistência de uma escora
$\phi$	Diâmetro do varão (em mm)

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Enquadramento

O método das escoras e tirantes consiste em uma alternativa à análise e o dimensionamento de estruturas por vias convencionais, ou seja, na conceção de um projeto estrutural a região a considerar possui comportamento contínuo em que há uma variação linear das extensões e deformações na secção transversal, sendo válida a hipótese de Bernoulli para estas secções. Porém as regiões dimensionadas por este método, também chamada de “região D” ou descontínua, apresentam um comportamento não-linear, devido principalmente, as concentrações de esforços ou descontinuidades geométricas causadas por mudanças bruscas de geometria, que são fundamentadas no Teorema do limite inferior da teoria da plasticidade.

O método utiliza os campos de tensões nas estruturas para encontrar o esqueleto que resiste as forças aplicadas, criando assim uma treliça virtual dentro da estrutura através de um fluxo de tensões internas e um caminho de cargas até o apoio mais próximo. Através desta treliça, é mais simples analisar as tensões de compressão (escoras e regiões nodais) e as tensões de tração (tirantes) existentes em cada barra e prever o comportamento real da estrutura.

As escoras são responsáveis por resistir a forças de compressão, os tirantes são responsáveis por resistir as forças de tração e as regiões nodais, que representam as regiões de transferência de forças no interior de uma estrutura, resistem as forças de compressão e de tração e devem ser verificadas as tensões para não ultrapassar o limite de tensão do material utilizado.

Ao longo do tempo, o método foi aperfeiçoado por vários autores baseados em ensaios experimentais o que permitiu a difusão e utilização segura do método das escoras e tirantes para o auxílio no dimensionamento de estruturas que apresentam geometrias complexas.

## 1.2 Objetivo

O objetivo deste trabalho consiste em abordar dois casos de estudos de viga-paredes com geometrias distintas e condições de apoio diferentes, analisando os campos de tensões internos da estrutura através de programas computacionais de última geração, que realizam uma análise elástica linear do desempenho entre as forças atuantes e as forças resistentes, permitindo assim ao projetista criar treliças virtuais resistentes e realizar a verificação dos parâmetros de resistência fundamentais da viga-parede e, conseqüentemente, a sua segurança.

Será feita a comparação e verificação dos resultados através das recomendações dos dois códigos normativos em vigor, sendo o Eurocódigo EC2 (CEN, 2010a) em vigor em Portugal e o Código americano (American Concrete Institute, 2019a), evidenciando os principais aspetos de cálculo para a segurança das escoras, tirantes e regiões nodais, que são elementos fundamentais para garantir o equilíbrio do elemento.

Pretende-se avaliar também aspetos geométricos que influenciam na resistência da estrutura, como é o caso das aberturas para portas e aberturas de serviço nas vigas, a forma como as cargas se distribuem dentro de um elemento estrutural e a melhor conceção das armaduras para resistir aos esforços existentes. Para isto, a utilização dos programas *Robot Structural Analysis*, o *CAST – Strut and Tie Modeling* e o *IDEA StatiCa* ajudarão a realizar uma análise elástica e linear para, a partir dos resultados, comparar as armaduras resultantes e justificar as causas, caso haja uma grande diferença de soluções para um mesmo elemento, a fim de avaliar o comportamento mais próximo do real funcionamento desse tipo de estrutura.

### 1.3 Organização e Estrutura do trabalho

O presente trabalho está subdividido em 6 capítulos principais, sendo o capítulo 1 uma breve introdução ao tema mostrando ao leitor do que se trata o assunto, posteriormente o segundo capítulo descreve a importância e evolução do método apresentado, conhecimento e comparação dos códigos normativos em vigor e definição e detalhamento dos principais parâmetros de cálculo da resistência das componentes existentes no método das escoras e tirantes.

O capítulo 3 aborda os programas computacionais avançados que auxiliam na construção e conceção dos modelos resistentes gerando os resultados para a verificação de segurança da estrutura, que serão utilizados como ferramentas complementares nos casos de estudo desta tese. O capítulo 4 contém os casos de estudo de duas viga-paredes analisadas com diferentes geometrias e, através dos resultados obtidos, passa-se a verificação de segurança das escoras, tirantes e regiões nodais.

Finalmente o capítulo 5 e 6 apresentam uma análise comparativa entre os resultados obtidos para os diferentes casos em estudo e as conclusões sobre a utilização do método para analisar estruturas com descontinuidades.

## 2 DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS PELO MÉTODO DAS ESCORAS E TIRANTES (MET)

É sabido que os métodos de dimensionamento de estruturas de betão armado estão atualmente bem consolidados devido à sua grande utilização como material resistente desde o seu primeiro aparecimento em meados de 1850.

Os métodos convencionais utilizados atualmente para o dimensionamento de estruturas são na sua maioria baseados em modelos com base experimental, que consideram regiões com comportamento linear (análise elástica) e regiões com o comportamento plástico (análise plástica).

De forma geral, estes métodos consideram a distribuição linear de deformações ao longo do elemento estrutural resultando num dimensionamento simplificado e seguro para estruturas correntes, como lajes, vigas e pilares, cujo comportamento é dominado por esforços de flexão e axial.

O método das escoras e tirantes está fundamentado na análise, mais concretamente no teorema do limite inferior e proporciona o dimensionamento seguro, podendo ser aplicado a alguns tipos de estruturas que se comportam de maneira não linear no seu interior quando submetido a forças no seu contorno. Com isto, devem-se contabilizar todos os esforços envolvidos como os momentos flectores, esforços normais, esforços transversos e torções que ocorrem no interior da estrutura através da analogia das treliças introduzido por Ritter e Mörsh (Séc XX) e dos campos de tensões que serão apresentados nos capítulos seguintes.

Destaca-se também a possível utilização de métodos numéricos com base em análises lineares ou não lineares, como por exemplo o Método dos Elementos Finitos, para proceder à análise e compreensão do fluxo de tensões que ocorrem no interior da estrutura em betão armado.

### 2.1 Evolução Histórica

No início do Século XX, os autores Ritter e Mörsh apresentaram a “analogia das treliças” - Figura 2.1, que consiste na utilização de estruturas virtuais em treliças que possibilitam avaliar a capacidade de carga de estruturas em betão armado. Este conceito foi objeto de estudos ao longo dos anos, o seu desenvolvimento conduziu, mais tarde, a uma metodologia conhecida por Método das Escoras e Tirantes (MET).

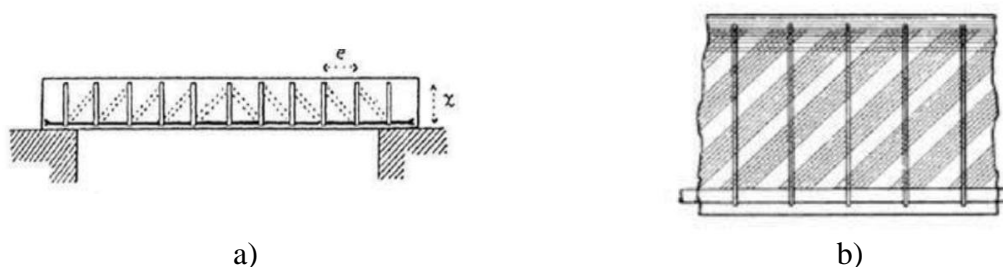


Figura 2.1 - Analogia das treliças em vigas de betão armado proposto por: a) Ritter (1899) b) Mörsh (1908)  
Fonte: (ETH Zurich, 2020)

Devido à falta de base científica associada na época, a esta analogia “simples”, foi utilizada de forma limitada por alguns engenheiros no dimensionamento de elementos estruturais até cerca de 1960, em que foi desenvolvido o conceito de campo de tensões admissíveis para estruturas em betão armado. Já no ano de 1975, as primeiras utilizações deste modelo das treliças combinado com a resistência limite do betão à compressão, impulsionaram a evolução gradual do método das escoras e tirantes para ser utilizado como uma ferramenta de dimensionamento adequada.

Alguns dos autores com maior relevância no desenvolvimento e evolução do método das escoras e tirantes foram (Kupfer, 1964), (Rüsch, 1964), (Leonhardt and Mönning, 1979) e mais recentemente (Thürlimann, 1979), (Chen, 1982), (Nielsen, 1984) e (Marti, 1985). Porém, é necessário dar especial atenção aos trabalhos de (Thürlimann, 1979b) e (Marti, 1985b) que foram os pioneiros na aplicação da teoria da plasticidade para a resistência de estruturas em betão armado, que proporciona atualmente a base essencial para a correta aplicação do método.

A teoria da plasticidade inicialmente introduzida por estudiosos na área, foi amplamente desenvolvida por investigadores, com o objetivo de encontrar o comportamento ideal de materiais elasto-plásticos perfeitos (de Souza, 2004a). Para atender a problemas complexos de análise limite, no caso de regiões com descontinuidades ou “Regiões D”, o limite inferior e o limite superior da teoria da plasticidade são utilizados para melhor aproximar a carga de colapso para cada tipo de estrutura. Assim sendo:

- **Limite inferior da teoria da plasticidade:** Qualquer carregamento estaticamente admissível que não viole a condição de cedência das armaduras é menor do que a carga de colapso da estrutura, ou seja, o esmagamento das escoras e regiões nodais (compressão) não deve acontecer antes do escoamento dos tirantes (tração).
- **Limite superior da teoria da plasticidade:** Qualquer carregamento que resulte do trabalho de forças externas para um estado de deformação cinematicamente admissível com a dissipação do trabalho associado é menor do que a carga de colapso da estrutura, isto quer dizer, se existe um caminho de rotura, a estrutura seguirá esse caminho, obtendo um limite superior para a carga de colapso da estrutura.

Os campos de tensões foram desenvolvidos como uma aplicação direta da teoria da plasticidade, método baseado na escolha de um mecanismo de “transporte” de carga no interior da estrutura

e também, para o controle de fissuração. Desde cerca 1980 tentou-se adaptar a analogia das treliças com os campos de tensões a fim de criar um caminho sistémico para a análise de estruturas em betão armado - Figura 2.2. O método só passou a ser reconhecido e aplicado em vários códigos normativos após os trabalhos de (Schlaich and Schäfer, 1991a), ganhando muita popularidade por parte dos projetistas, constituindo um critério sistemático e seguro.

De acordo com (Schlaich and Schäfer, 1991b) o método das escoras e tirantes pode ser desenvolvido com base num campo de tensões linear (não fissurado), utilizado para identificar o modelo de treliças mais resistente e que assegure a segurança de uma estrutura. De acordo com estes autores, esta análise, para além de permitir o dimensionamento aos estados limites últimos (ELU) permite garantir que estrutura apresenta um bom comportamento aos limites de serviço (SLS).

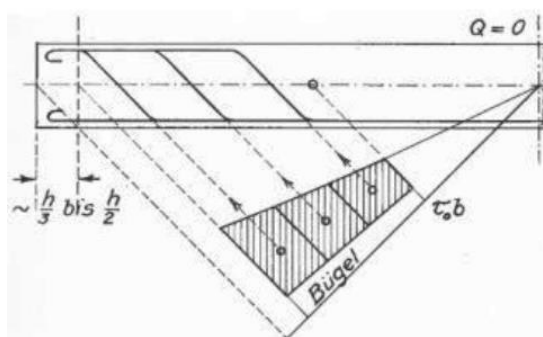


Figura 2.2 – Representação do funcionamento de uma viga com influência do esforço transversal proposto por Ritter (1940). Fonte: (ETH Zurich, 2020)

É notório que desde as primeiras publicações sobre o método houve um grande avanço das diferentes aplicações, principalmente devido às regras simplificadas que foram desenvolvidas para tornar possível a expansão do método das escoras e tirantes para todos os tipos de estruturas. Através dos vários investigadores citados anteriormente, os parâmetros de resistência de escoras e regiões nodais foram extensivamente aprimorados e possibilitaram criar um sistema seguro no dimensionamento. Mesmo que ainda existam muitos caminhos a serem desbravados no ramo das análises de estruturas com descontinuidades, têm-se dado muitos passos para a difusão e utilização do Método das Escoras e Tirantes.

Os autores (Muttoni, Schwartz and Thürlimann, 1996) têm desenvolvido um trabalho muito importante no âmbito dos campos de tensões considerando o comportamento em serviço do elemento estrutural, introduzindo procedimentos padronizados de análise e que seja aplicável à maior parte das estruturas existentes.

## 2.2 Descrição do Método das Escoras e Tirantes

Primeiramente, é necessário entender a distinção entre as “Regiões B” ou “Beam” ou “Bernoulli” e as “Regiões D” ou “Discontinuity”. A Hipótese de Bernoulli, que serve de base para o dimensionamento de “Regiões B”, postula que “uma secção plana perpendicular ao eixo

neutro de uma barra, permanece plana após a imposição de deformação por flexão nesta mesma barra”, devido a sua simplicidade e ao facto de não considerar a atuação do esforço transversal, permite um comportamento seguro para estruturas em betão armado sujeitas a deformações lineares ao longo de toda a altura da secção desde o início do carregamento até o colapso.

Porém, este método simples não pode ser utilizado para a generalidade das estruturas. Dessa forma, as “Regiões D” são compostas por perturbações estáticas (concentração de cargas pontuais no contorno) e geométricas (devido a mudanças bruscas na geometria da secção), o que não permite a utilização da Hipótese de Bernoulli. O “Princípio de Saint Venant” estabelece que:

- “Se existirem dois sistemas estaticamente equivalentes de forças sendo aplicados na mesma região de um contorno, em corpos diferentes, mas geometricamente idênticos, as diferenças ocorridas nas tensões serão desprezíveis em regiões suficientemente afastadas da área de aplicação das cargas. No entanto, imediatamente abaixo do ponto de aplicação das cargas, surgirão diferenças significativas de tensão.”

Dito isto, as “Regiões D” constituem a parte de um elemento estrutural que está na vizinhança de cargas pontuais concentradas, zonas de apoio e zonas de alteração brusca da geometria. A análise e o dimensionamento desse tipo de estrutura devem ser feito a partir de um método que leve em consideração o efeito dessas discontinuidades, constituindo o principal objetivo do método das escoras e tirantes. A Figura 2.3 representa a subdivisão de uma estrutura em “Regiões B” e “Regiões D”.

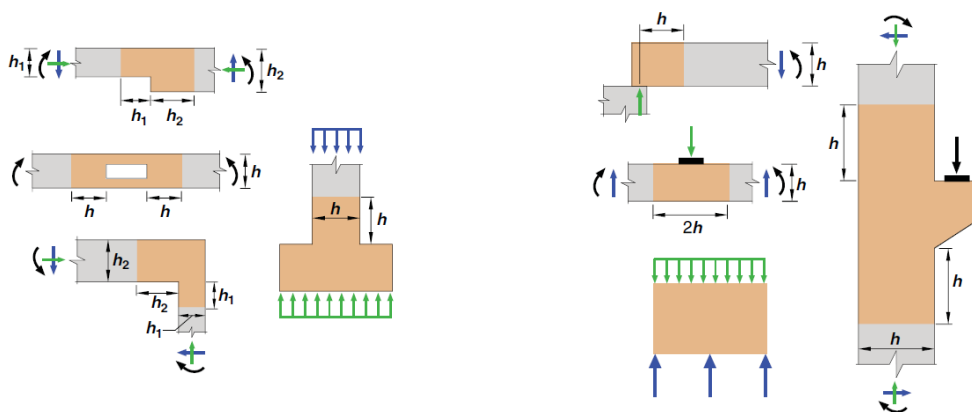


Figura 2.3 – Estrutura subdividida em “Regiões D” (zona laranja), e “Regiões B”: À esquerda descontinuidade geométrica e a direita descontinuidade geométrica e cargas concentradas. Fonte: (American Concrete Institute, 2019b)

Existe uma variedade de estruturas que devem ser analisadas como regiões com descontinuidades como é o caso de vigas parede, nós de pórticos, estruturas com aberturas na alma, consolas, dente de *Gerber*, maciços de encabeçamento de estacas, zonas de aplicação de cargas concentradas, zonas dos apoios, zona de alteração da geometria, etc.

A compreensão do método começa pela representação dos campos de tensões num elemento estrutural. O termo “Escoras” refere-se aos campos de tensões em compressão e o termo “Tirantes” refere-se aos campos de tensões em tração no interior de um elemento. O material betão resistirá em maior parte às tensões de compressão e as armaduras ordinárias ou armaduras de pré-esforço resistirão às forças de tração. Os “Nós” são pontos que interligam o encontro entre as escoras e os tirantes, representam as mudanças de direções das forças no interior da estrutura e em muitos casos tendem a ser um ponto crítico na análise do equilíbrio estático do elemento.

Em resumo, o método das escoras e tirantes pode ser desenvolvido e analisado através de uma “hipótese simplificada” que consiste na formação de treliças virtuais no interior da estrutura, constituída por escoras e tirantes ligados por nós, solicitadas por campos de tensões lineares que constituem o caminho que as forças percorrem desde o ponto de aplicação da carga até o suporte mais próximo que irá receber esta carga, tornando possível o equilíbrio da estrutura. A Figura 2.4 apresenta o esquema do funcionamento das escoras, tirantes e regiões nodais no interior de uma viga-parede em betão armado.

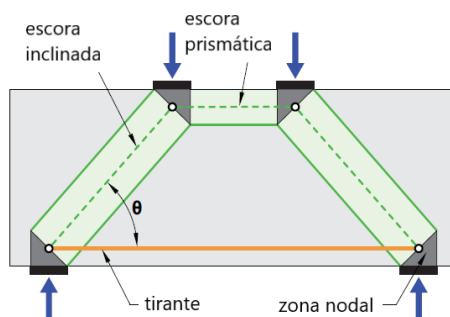


Figura 2.4 – Representação esquemática de uma viga-parede com escoras, tirantes e regiões nodais. Fonte: Adaptado de (American Concrete Institute, 2019)

A construção de um modelo de escoras e tirantes pode ser feita respeitando alguns aspetos relacionados com a geometria da estrutura e com a aplicação das cargas no seu contorno, objetivando limitar as altas tensões impostas nos tirantes e as aberturas de fendas. Sendo eles:

- Geometria da Estrutura;
- Tipos de ações atuantes (distribuídas ou concentradas);
- Ângulo entre as Escoras e Tirantes;
- Área de aplicação das cargas e suportes;
- Número de camadas das armaduras;
- Recobrimento das armaduras;



No método das escoras e tirantes, as estruturas podem ser bidimensionais ou tridimensionais. As estruturas bidimensionais são definidas com cargas atuantes no seu próprio plano, com uma das dimensões (espessura) muito menor do que as outras dimensões (largura, altura e comprimento); já nas estruturas tridimensionais, a resultante das forças pode percorrer várias direções no interior do elemento estrutural e, portanto, podem apresentar resistências mais elevadas devido ao confinamento do betão nas escoras. Para o estudo em desenvolvimento neste trabalho, apenas serão consideradas as estruturas bidimensionais.

O método consiste no estabelecimento de um campo de tensões estaticamente admissível e que está de acordo com o limite inferior da teoria da plasticidade. O campo de tensão nada mais é do que o fluxo de tensões no interior da estrutura, em que as escoras devem seguir os caminhos em compressão na direção paralela ao eixo da escora (o campo subjacente a essa escora possui trações nulas), e os tirantes devem seguir os caminhos em tração.

Outro passo de fundamental importância no desenvolvimento do método é a obtenção dos modelos necessários para caracterizar o funcionamento em cada tipo de estrutura. O fluxo de tensões elásticas permite idealizar um modelo que seja adequado para identificar a distribuição de forças no interior de uma estrutura, através das tensões elásticas nas direções principais obtidas por métodos numéricos, como é o caso da análise pelo Método dos Elementos Finitos.

É uma maneira que vem sendo otimizada e, devido aos ensaios realizados, tem-se mostrado eficiente para obter o modelo das treliças em elementos descontínuos, a fim de encontrar um dimensionamento sistémico para auxiliar os projetistas. A abordagem com esta ferramenta será definida mais adiante.

Outras formas de obtenção do modelo, não menos importantes, diversificam a forma de escolha da estrutura mais resistente, como por exemplo, o critério da armadura mínima, os modelos padronizados presentes em vários códigos normativos, os caminhos de carga (“Load Path Approach”), os processos de otimização, as análises não-lineares que consideram o betão fendilhado e os ensaios experimentais.

O critério da armadura mínima consiste em obter um modelo otimizado e que obedeça aos requisitos necessários. Como tal, deve focar-se na distribuição mínima de armaduras e com menores comprimentos, garantindo a cedência das armaduras antes que ocorra o esmagamento das escoras de betão e das regiões nodais. Este critério pode ser formulado de acordo com a Equação (1):

$$\Sigma = F_i \times L_i \times \varepsilon_{mi} = \text{mínimo} \quad (1)$$

Em que  $F_i$  = Força na escora ou no tirante,  $L_i$  = comprimento do elemento  $i$  e  $\varepsilon_{mi}$  = deformação média do elemento  $i$ .

A aproximação de um modelo baseado na análise elástica linear demonstra o bom comportamento da estrutura em serviço e permite o controle da fissuração, as direções médias das tensões principais de compressão devem ser substituídas por escoras e as tensões médias de tração devem ser substituídas por tirantes.

Qualquer sistema de escoras e tirantes que garante o equilíbrio das forças externas aplicadas é um sistema admissível. Conhecendo-se as forças atuantes nas escoras e nos tirantes é possível dimensionar cada um deles e verificar a sua resistência. É fulcral salientar que, pelo facto de as armaduras nos tirantes terem maiores deformações do que as escoras, o mais adequado é considerar a menor quantidade de armaduras e com menores comprimentos a fim de reduzir as extensões do elemento estrutural, já que a cedência das armaduras deve ocorrer primeiro do que o esmagamento do betão nas escoras e nas regiões nodais.

A análise do modelo proposto através do método terá que passar por alguns passos fundamentais para caracterizar o elemento, aliás preconizados no (American Concrete Institute, 2019c) e consistem em:

1. Definir e isolar cada “Regiões D”;
2. Calcular as forças resultantes em cada “Regiões D”
3. Selecionar o Modelo, calcular as forças nas escoras e nos tirantes para transferir as resultantes através da “Regiões D” e considerar o eixo das escoras e tirantes aproximadamente coincidentes com o eixo dos campos em compressão e em tração, respetivamente;
4. Modelar as escoras, os tirantes e as regiões nodais de forma que possuam resistência o suficiente para suportar as cargas exteriores.

A Figura 2.5 mostra um fluxograma proposto por (Fu, 2001) que sistematiza o método das escoras e tirantes para dimensionamento e detalhamento de estruturas com descontinuidades.

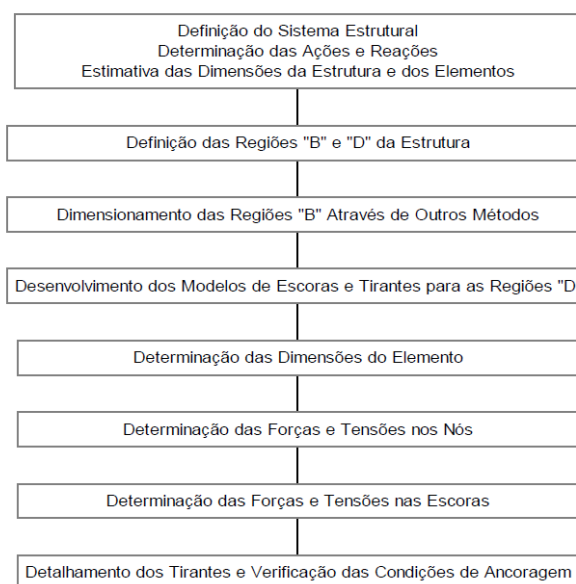


Figura 2.5 – Fluxograma de dimensionamento através do Método das Escoras e Tirantes. Fonte: (Souza, 2004)

### *Modelos Padronizados*

Seria de extrema eficiência ao se dimensionar uma determinada estrutura dispor de ensaios validativos à escala real do modelo obtido pelo método das escoras e tirantes. Porém raramente é possível devido a grande variabilidade geométrica de estruturas com “Regiões D”.

Durante muitos anos foram feitos ensaios experimentais que verificaram, de forma eficiente, a resistência de alguns tipos de elementos com “Regiões D”. Esses estudos mais aprofundados servem de base para projetistas no dimensionamento de elementos semelhantes utilizando modelos padronizados, que estão presentes em códigos normativos e permitem desenvolver parâmetros suficientes para estabelecer o equilíbrio da estrutura em betão armado, detalhando as armaduras necessárias e os critérios de resistência, como é o caso de blocos de fundação, sapatas, consolos e viga-paredes.

### *Caminhos de carga (“Load Path Approach”)*

O processo do caminho de cargas é muito determinante no método das escoras e tirantes. Devido ao fluxo de tensões que ocorre dentro da estrutura, cargas aplicadas no contorno da estrutura tenderão a encontrar caminhos que permitam o equilíbrio com os suportes ou reações de apoio, em que as escoras estão representadas a sombreado, os tirantes em traço contínuo vermelho, como sugere a Figura 2.6 a seguir.

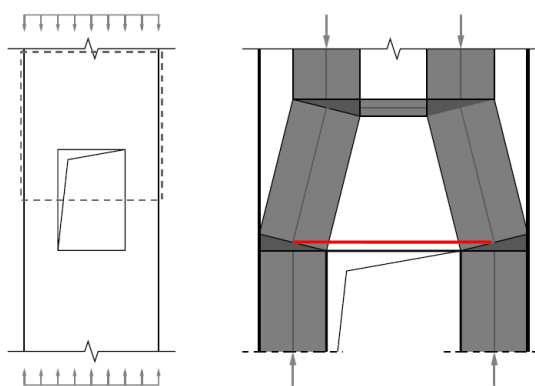


Figura 2.6 – Representação do caminho de cargas em uma estrutura com abertura e sujeita a cargas distribuídas;  
Fonte: (ETH Zurich, 2020)

Cargas distribuídas no limite do contorno da estrutura tornam pouco previsível o caminho necessário que cada comprimento desta carga deverá seguir ao longo da estrutura. Portanto, é necessário substituir as cargas distribuídas por forças concentradas equivalentes que são suscetíveis a seguir caminhos mais retilíneos, com o objetivo de encontrar a reação de equilíbrio pretendida.

Os caminhos retilíneos não podem se intercepar mesmo entre as escoras e os tirantes, a distância percorrida pelas cargas exerce grande influência na eficiência da estabilidade da estrutura, com as distâncias mais curtas sendo as mais desejáveis. Com a devida experiência, verifica-se que as configurações são frequentemente repetidas e torna-se mais fácil identificar o mecanismo envolvido na resistência da estrutura em betão armado.

### *Análise não-linear com o betão fissurado*

Ao contrário do que a análise elástica linear propõe, a análise não-linear considerando a fendilhação do betão provou, em vários estudos, que a carga de colapso de uma estrutura se assemelha bastante à estimativa obtida através deste método, considerando a redistribuição das forças após a fissuração do betão e um dimensionamento mais realista do modelo, para compor o melhor comportamento mecânico da estrutura.

A fissuração observada em muitos ensaios experimentais permite identificar, através das suas direções, as tensões principais de tração (em direções perpendiculares às fissuras) e as tensões principais de compressão (paralelas às fissuras). Para mitigar a abertura das fissuras no elemento, foi proposta a utilização de armaduras ortogonais com o objetivo de controlar as forças em qualquer direção, procedimento bastante utilizado na prática corrente.

Com o avanço das tecnologias, foram desenvolvidos programas computacionais com instrumentos de análise não-linear, como é o caso de alguns programas de elementos finitos. Em contrapartida, o alto custo de programas desse género, o nível de experiência necessário para validar a análise e o tempo que é gasto nessa análise, dificultam a difusão deste método.

A maior diferença entre as análises lineares e a análise não-linear está no facto de, após o aparecimento das fissuras no betão, na análise não linear ocorre a redistribuição de forças no elemento permitindo chegar a valores mais próximos da carga última da estrutura.

### *Processos de otimização*

Devido ao extenso leque de possibilidades para encontrar um modelo ideal de escoras e tirantes, alguns investigadores focaram-se no desenvolvimento de ferramentas que possibilitam a automatização do processo que envolve a determinação dos mecanismos resistentes da estrutura, utilizando os modelos matemáticos, programações lineares e não-lineares e critérios de otimização topológica (de Souza, 2004b).

Um exemplo que compõe todas as características listadas acima é o software *CAST – Strut and Tie Modeling*, desenvolvido na *Universidade de Illinois*, que apresenta de maneira eficiente o funcionamento automatizado dos mecanismos resistentes que se pretendem encontrar. Este software será utilizado nos casos práticos com o objetivo de otimizar o processo de obtenção dos modelos associados à viga-parede em estudo.

## **2.3 Enquadramento Normativo**

Diversas normas de diferentes países já possuem o método das escoras e tirantes no seu âmbito de aplicação e a principal diferença entre eles está na quantidade de informação detalhada fornecida e os recursos e fundamentos gerais que estão especificados, e que são necessários para dimensionar um elemento estrutural através deste método. Neste trabalho, serão

considerados dois códigos que são uma boa referência na aplicação do método, o código americano e a norma portuguesa.

É fulcral referenciar algumas das normas existentes, desde as mais antigas até as mais recentes, como é o caso do Código Modelo (Committee for The Model Code 1990, 1990) que foi o primeiro documento normativo a apresentar informações relevantes do Método, em 1990. Outra norma importante é o Código Canadano (CSA, 1994) e o código (AASHTD, 2007) que foram bases importantes para a evolução da utilização do método atualmente.

O código espanhol (EHE, 1999) é uma das normas mais completas em termos de especificações dos parâmetros de resistência e fundamentos bases a utilizar no Método, com o passo a passo detalhado para o melhor uso dos projetistas (de Souza, 2004c).

Como é de esperar, existem algumas diferenças entre o Código Americano e a Norma Portuguesa, principalmente nos coeficientes que minoram os parâmetros de segurança das escoras, dos tirantes e das regiões nodais num elemento estrutural em betão e que serão abordados no capítulo seguinte. O Eurocódigo EC2 designa o método como sendo “modelos das escoras e tirantes”, porém preferiu-se designar por “método das escoras e tirantes” para o presente trabalho.

O Eurocódigo EC2 descreve no seu subcapítulo 5.6.4 considerações importantes a levar a cabo antes de se iniciar um projeto pelo método das escoras e tirantes, sendo estes:

- “Os modelos das escoras e tirantes poderão ser utilizados para as verificações em relação ao estado limite último das regiões de continuidade (estado fendilhado de vigas e lajes) e para a definição das disposições construtivas das regiões de descontinuidade”.
- “Poderão também efetuar-se verificações em relação ao estado limite de utilização utilizando modelos das escoras e tirantes, por exemplo, a verificação da tensão no aço e o controlo da largura de fendas, se forem asseguradas as condições de compatibilidade aproximada dos modelos de escoras e tirantes”.

Refere-se ainda que o método das escoras e tirantes pode ser utilizado para elementos com estados planos de deformação, em que se admite uma distribuição linear de deformação ao longo da secção. Outro aspeto importante que a norma impõe, consiste na utilização da teoria elástica linear através das isostáticas de tensão e das distribuições de tensões para obter as respetivas escoras e tirantes no modelo, definindo a sua posição a partir da direção das tensões principais em compressão e em tração.

Já o código americano possui informações menos detalhadas sobre o método se comparado com o Eurocódigo EC2. O objetivo principal é fornecer as ferramentas necessárias para auxiliar e direcionar os projetistas na conceção e dimensionamento de qualquer elemento com “Regiões D”, através da análise simples de uma treliça em que deve ser garantido o equilíbrio das forças envolvidas.

O ponto R23.1 do código americano especifica que “*estruturas idealizadas em treliças, que formam a base para o Método das Escoras e Tirantes, não podem ser consideradas como treliças reais devido aos efeitos secundários (Momento Fletor) que estão associadas ao funcionamento das treliças reais e que não são consideradas no Método das Escoras e Tirantes*”.

Outros conceitos fundamentais que são chaves para o sucesso da aplicabilidade adequada do modelo, como “As cargas distribuídas devem ser idealizadas como uma série de cargas concentradas aplicadas em nós”; “Armaduras distribuídas são usualmente modeladas como tirantes discretos representados por grupos individuais de barras ou fios”; “O eixo das escoras e tirantes devem ser escolhidos de forma a aproximar com o eixo dos campos de tensões em compressão e em tração”; “A largura das escoras e das regiões nodais são determinadas considerando a resistência efetiva do betão especificado nos pontos 23.4.3 e 23.9.2 do código americano. A armadura proveniente dos tirantes, considerando a resistência do aço definido no ponto 23.7.2 do mesmo código, deve ser devidamente amarrada dentro ou além do nó”.

Outro aspeto relevante diz respeito ao volume de betão envolvendo as armaduras; como as propriedades do betão não permitem o acréscimo de resistência à tração nos tirantes, o volume de betão confere uma redução no alongamento das armaduras nos tirantes, especialmente sob cargas em serviço. Toda e qualquer estrutura descontínua, de acordo com o próprio código em vigor, especifica que deve haver sempre armaduras distribuídas ao longo das “Regiões D” a menos que seja garantido o confinamento lateral das escoras. Este aspeto não só aumenta a capacidade de resistência das escoras como aumenta a performance do elemento estrutural em serviço.

Um estudo realizado por (Tuchscherer, Birrcher and Bayrak, 2012) mostrou a importância da avaliação de desempenho dos parâmetros de resistência inseridos no código americano com casos práticos reais, com a finalidade de observar o funcionamento de estruturas parecidas com estruturas existentes nos *Estados Unidos* para avaliar casos de fissuras que ocorreram nestas estruturas. Um total de 37 estruturas foram avaliadas por comparação com ensaios experimentais disponíveis realizados em diferentes tipos de estruturas e com diferentes parâmetros de resistência, como mostra a Figura 2.7.

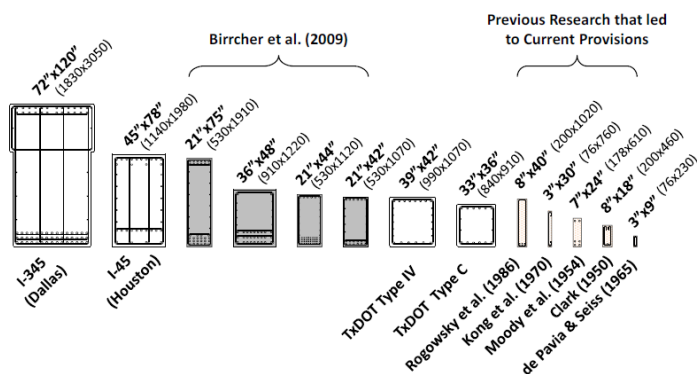


Figura 2.7 - Comparação de seções utilizadas no experimento. Esquerda – vigas reais em pontes; Sombreado – vigas utilizadas no experimento acima mencionado; Direita – vigas utilizadas em experimentos passados. Fonte: (Tuchscherer, Birrcher and Bayrak, 2012)

É possível notar algumas diferenças importantes nos conceitos básicos entre as duas normas, porém alinhados com o objetivo de permitir o dimensionamento, análise e pormenorização adequada das estruturas de betão armado em zonas com descontinuidades.

## **2.4 Aplicação do Método das Escoras e Tirantes**

O funcionamento adequado de uma estrutura dimensionada pelo método depende essencialmente da correta aplicação dos parâmetros e fundamentos que os caracterizam, com o objetivo de tornar a estrutura mais dúctil, através da cedência das armaduras. Com isto, cada componente deve ter a sua limitação de tensões para que, em conjunto, possibilitem a segurança devida ao equilíbrio das forças atuantes.

De acordo com (de Souza, 2004d), alguns fatores relacionados com a determinação de uma limitação para os níveis de tensão devem ser levados em consideração, como por exemplo: a perturbação causada por armaduras e fissuras no elemento, os estados de confinamento e os estados multiaxiais de tensão.

A resistência das escoras, tirantes e regiões nodais determinam o comportamento de uma estrutura diante de solicitações no seu contorno e, dependendo do tipo de geometria da estrutura, estabelecem a distribuição de tensões, o tipo de geometria de cada componente e o caminho que as forças percorrem a procura do equilíbrio.

Esta resistência depende de coeficientes que, embasados em estudos e ensaios experimentais, minoram a resistência para cada tipo de parâmetro a fim de obter a segurança necessária e constituem valores diferentes para cada código normativo em utilização.

### **2.4.1 Parâmetros de Resistência das Escoras de Betão**

Antes de descrever os parâmetros fundamentais relacionados com as escoras de betão, primeiramente é preciso conhecer e entender os tipos de escoras existentes e o seu comportamento no interior de uma estrutura em betão armado.

Existem na literatura três tipos fundamentais de escoras de acordo com (Schlaich and Schäfer, 1991c) que se podem formar num elemento estrutural, concebidas através de algumas condições, estando representadas na Figura 2.8.

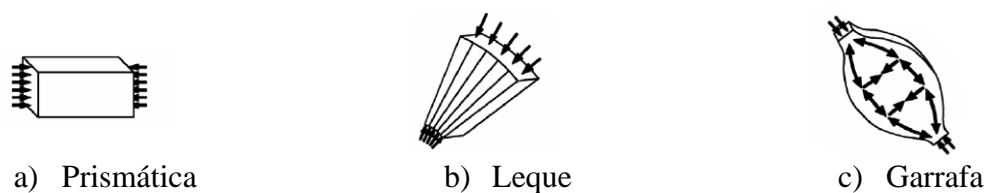


Figura 2.8 – Composições das escoras e as possíveis distribuições dos campos de tensões em compressão. Fonte: (Barney T. Martin *et al.*, 2007b)

- Campos de tensões do tipo prismáticas “*Prismatic*”: são composições usualmente utilizadas em escoras, representadas por tensões uniformes e que não desenvolvem tensões de tração transversal à secção (compressão uniaxial). São características de “Regiões B”.
- Campos de tensões do tipo Leque “*Fan-Shaped*”: constituem o espalhamento das tensões em compressão devido à diferença de geometria das zonas nodais ou da diferença de geometria de placas de apoio, mas também não desenvolvem tensões de tração transversal à secção. Podem ocorrer em “Regiões D” e “Regiões B”.
- Campos de tensões do tipo Garrafa “*Bottle-Shaped*”: Caracterizada pela formação de consideráveis tensões de tração transversal à secção causadas pela curvatura localizada, permitem o crescimento de fissuras longitudinais, com conseqüente adiantamento do colapso da estrutura. São características de escoras diagonais.

Os ensaios uniaxiais em provetes de betão fornecem valores reais da resistência do betão sob cargas controladas e sem influência de outros materiais, como o aço. A tensão efetiva do betão nas escoras corresponde a uma percentagem inferior da tensão obtida nos provetes, visando obter a segurança das escoras em compressão uniaxial. Portanto, estados multiaxiais de tensão fornecem um acréscimo de resistência às escoras de betão através da utilização de armaduras transversais de confinamento, limitando a expansão das tensões de trações transversais.

A Figura 2.9 fornece um exemplo simples de como podem ocorrer os campos de tensões em compressão mais usuais em escoras de betão para vigas com cargas concentradas aplicadas a meio vão, assim como demonstra a forma como as escoras se comportam sob cargas concentradas.

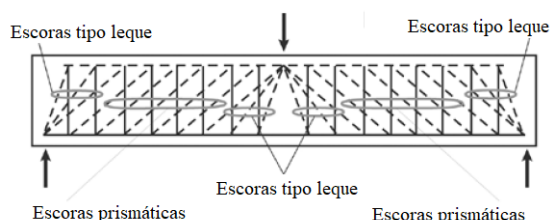


Figura 2.9 – Distribuição dos tipos de escoras em uma viga simplesmente apoiada. Fonte: (Beres and Rabbat, 2007)



Outro exemplo que pode ser citado, está ilustrado na Figura 2.10, que para a mesma estrutura a representação das forças internas pode não ser igual, estando o funcionamento dependente das condições de fronteira, tipos de apoio e limitações do material.

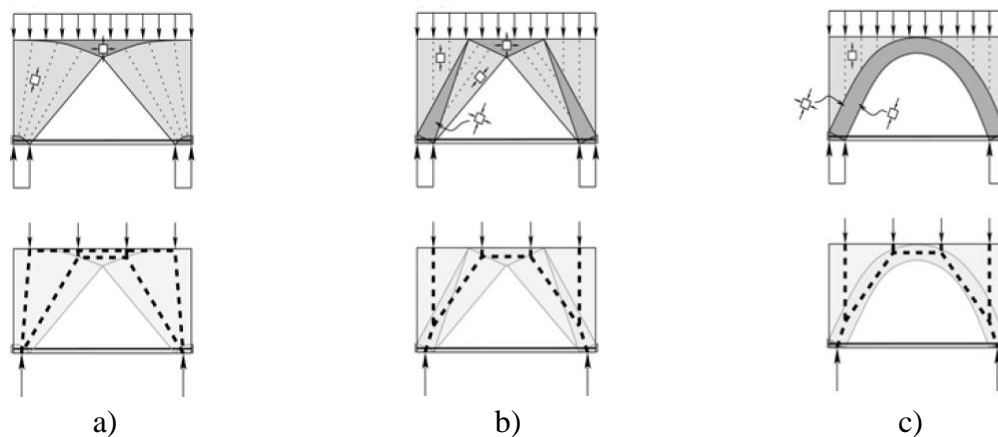


Figura 2.10 – Diferentes campos de tensões em compressão para o mesmo tipo de estrutura, submetidas ao mesmo tipo de forças externas. a) campos de tensões em leque; b) campos de tensões em cunha; c) campos de tensões em arco; Fonte:(Ruiz and Muttoni, 2007)

Os parâmetros de resistência das escoras de betão que serão referidos a seguir levam em consideração dois tipos de abordagem: a primeira abordagem através da (CEN, 2010b) e a segunda abordagem através do (American Concrete Institute, 2019d), que foram escolhidos para representar os parâmetros fundamentais associados a segurança das escoras em compressão.

De acordo com Eurocódigo EC2, os valores de cálculo da resistência de uma escora de betão estão condicionados por:

- Regiões com tensões de compressão transversal ou sem tensões transversais - Figura 2.11, calculados com base na expressão (2):

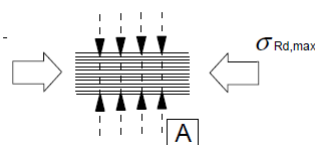


Figura 2.11 – Valor de cálculo da resistência de escoras de betão na ausência de trações transversais.

$$\sigma_{Rd,max} = f_{cd} \quad (2)$$

- O valor de cálculo da resistência das escoras de betão deverá ser reduzido em zonas comprimidas fendilhadas - Figura 2.12, em que estão sujeitas a trações transversais. Podem ser calculadas com base na expressão (3):

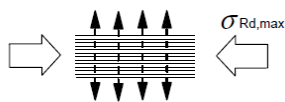


Figura 2.12 – Valor de cálculo da resistência de escoras de betão sujeitas a trações transversais

$$\sigma_{Rd,max} = 0,6 \times v' \times f_{cd} \quad (3)$$

O valor recomendado para o coeficiente  $v'$  é dado pela equação (4):

$$v' = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad (4)$$

A norma portuguesa diz ainda que para as zonas de transmissão diretas de forças, como consolas curtas ou vigas-paredes de pequeno vão, são indicados métodos alternativos especificados nos capítulos 6.2.2 e 6.2.3.

O código americano sugere alguns passos importantes para a verificação da resistência de escoras em betão, mencionados a seguir.

- Para a combinação de cargas aplicadas no elemento, o valor de cálculo da resistência de uma escora em betão é dado por:

$$\Phi F_{ns} > F_{us} \quad (5)$$

Onde:

$\Phi$  – Fator de redução da resistência. (Calculado de acordo com o Quadro 21.2.1 do Código americano)

Para escoras em betão sem armaduras longitudinais, a expressão de  $F_{ns}$  toma a seguinte forma:

$$F_{ns} = f_{ce} \times A_{cs} \quad (6)$$

$$f_{ce} = 0,85 \times \beta_c \times \beta_s \times f'_c \quad (7)$$

Onde:

$\beta_s$  – Coeficiente de escora. (Quadro 23.4.3(a) – código americano)

$\beta_c$  – Coeficiente de modificação das escoras e nós confinados. (Quadro 23.4.3(b) - código americano)

Para escoras em betão com armaduras longitudinais, a expressão de  $F_{ns}$  toma a seguinte forma:

$$F_{ns} = f_{ce} \times A_{cs} + A'_s \times f'_s \quad (8)$$

Em escoras com eixos axiais angulados, o código americano propõe que deve conter uma armadura mínima distribuída para evitar o desenvolvimento de fissuras com eixo perpendicular ao eixo das escoras, calculado através do Quadro 1.

Quadro 1 - Armadura mínima distribuída nas faces do elemento estrutural. Fonte: (American Concrete Institute, 2019)

Restrição lateral da Escora	Configuração das Armaduras	Razão para Armadura mínima distribuída	
Não restringida	Malha Ortogonal	0,0025 em cada direção (longitudinal e transversal) e para cada face da escora.	(a)
	Armadura numa direção, cruzando a escora em betão no ângulo $\alpha_1$	$\frac{0,0025}{\sin^2 \alpha_1}$	(b)
Restringida	Armadura mínima de distribuição não requerida		(c)

As armaduras distribuídas indicadas no quadro acima devem satisfazer os pontos a seguir:

1. O espaçamento entre armaduras não deve exceder 12 in (300 mm).
2. O ângulo  $\alpha_1$  não deve ser inferior a 40 graus.

As escoras em betão são consideradas lateralmente restringidas se houver restrição na direção perpendicular ao plano do modelo das escoras e tirantes, de acordo com os seguintes pontos:

- A região descontínua é contínua na direção perpendicular ao plano do modelo das escoras e tirantes.
- O betão que suporta a escora estende-se para além de cada face lateral da escora a uma distância não inferior a metade da largura da escora.
- A escora encontra-se numa ligação restringida, ou seja, se uma ligação entre um pilar e uma viga tiver forças de corte com profundidade que excede duas vezes a profundidade do pilar, a análise deve ser baseada no método das escoras e tirantes e deve satisfazer os pontos 15.2.5 ou 15.2.6 do código americano, causados principalmente pelos momentos existentes neste tipo de estrutura.

A armadura mínima de distribuição referida no Quadro 1, deve desenvolver-se através do comprimento da escora e de acordo com o ponto 25.4 do código americano (regras gerais para o desenvolvimento de armaduras), que assegura comprimentos suficientes de amarração das

armaduras em cada extremidade do elemento, sejam eles em compressão ou em tração, através dos mecanismos que promovem o acréscimo de resistência das armaduras.

#### 2.4.2 Parâmetros de Resistência das Regiões Nodais

As regiões nodais ou simplesmente “nós” no interior de um elemento constituem o ponto de encontro entre as forças nas escoras e as forças nos tirantes. Devido a este encontro de forças, o desvio brusco que ocorre na direção das forças provoca o aumento no nível de tensão nas faces da região nodal que, combinado com as forças de ancoragens e as forças de compressão externas provocadas nos apoios, conferem à intersecção nodal uma concentração de tensão, podendo ser crítico para a resistência da estrutura.

Sendo os níveis de tensões elevados, é necessário limitá-los para que se garanta a resistência adequada de uma região nodal, promovendo o funcionamento apropriado da estrutura. O equilíbrio do nó é satisfeito se houver três ou mais forças concorrentes no mesmo ponto, através da combinação entre forças de mesma direção e intensidade (no caso do encontro de escoras) ou de forças com direção e intensidade diferentes (no caso do encontro de escoras e tirantes). Os autores (Schlaich and Schäfer, 1991d) classificam os nós de uma estrutura da seguinte forma.

- Nós contínuos “*smearred*”: Região nodal em que o desvio das forças é feito em comprimentos razoáveis e não há a preocupação com a ancoragem das armaduras ali inseridas, há espaço suficiente para a introdução destas armaduras.
- Nós singulares “*concentrated*”: Região nodal em que são aplicadas forças concentradas ou se aproximam de zonas de apoio da estrutura e o desvio é feito pontualmente.

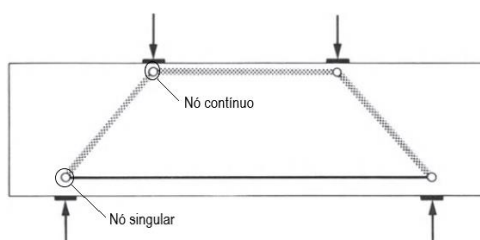


Figura 2.13 – Exemplos de nós contínuos e nós singulares em uma Viga-parede. Fonte: (Muttoni, Schwartz and Thürlimann, 1996b)

De acordo com a definição supracitada, os nós contínuos não apresentam grandes problemas de resistência. Porém os nós singulares constituem uma situação crítica de campo de tensões concentrados, onde devem ser cuidadosamente verificados os parâmetros de resistência e efetuado com cuidado o detalhamento das armaduras. Para tornar possível o dimensionamento do nó, é fulcral obter a sua geometria, definir a resistência do material envolvido, obter o estado de tensão instalado e verificar as condições de ancoragem das armaduras (de Souza, 2004e).

Para a caracterização da geometria de um nó é necessário definir a largura do campo de tensões de uma escora que concorre no nó e definir as camadas de armaduras que estão a passar dentro da região nodal. As faces dos nós são perpendiculares ao eixo das escoras e dos tirantes e devem coincidir dentro da região nodal.

Um estado biaxial de tensão, comumente conhecido como um estado de tensão hidrostático, representa a igualdade do nível de tensão à que o nó está sujeito devido as tensões verificadas em cada escora, portanto para o cálculo da resistência de um nó é apenas necessária a verificação da tensão existente nas escoras de betão, devendo ser inferiores ao limite estabelecido.

Salienta-se que as camadas referentes às armaduras dos tirantes que atravessam uma região nodal podem definir a altura de um dos lados do nó e conseqüentemente definir a sua geometria, estando o eixo das escoras coincidentes com o eixo da camada de armaduras, caracterizando-se assim o equilíbrio do nó. A largura da face do nó em que o tirante está inserido pode ser obtida através da força de compressão atuante para além do nó. De acordo com (Bounassar, 1995) em nós atravessados por armaduras ou que possuam armaduras ancoradas, a resistência no nó estará verificada se a tensão no betão sobre os apoios e a tensão nas escoras forem verificadas.

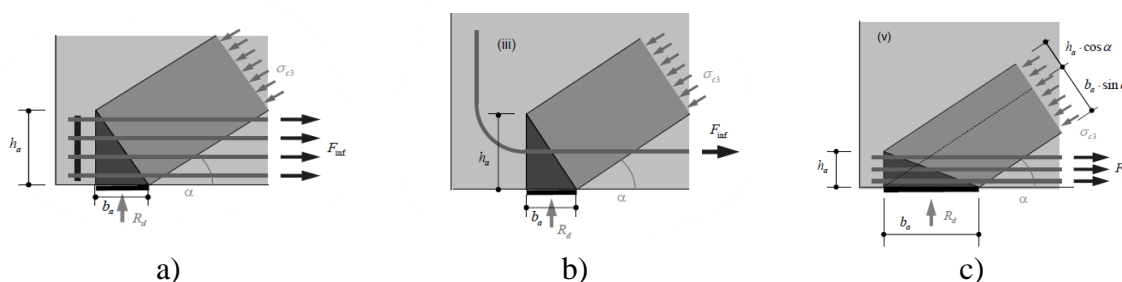


Figura 2.14 – Configurações típicas de ancoragens de armaduras. a) armaduras em U; b) armadura em gancho; c) armaduras encabeçadas; Fonte: (ETH Zurich, 2020a)

Outro aspeto importante está no ângulo compreendido entre as escoras e os tirantes, pois quanto menor for o ângulo “ $\theta$ ” menor será a resistência que uma escora inclinada pode suportar quando submetida a uma força de compressão num elemento descontínuo.

Vários autores fazem recomendações de intervalos seguros para os ângulos, baseados em ensaios experimentais, como é o caso da (CEN, 2010c) que assegura intervalos entre  $21^\circ < \theta < 45^\circ$ , já o (American Concrete Institute, 2019d) recomenda intervalos seguros entre  $25^\circ < \theta < 65^\circ$ . No entanto, estudos em diversas amostras recomendam que ângulos entre  $45^\circ < \theta < 55^\circ$  são os mais adequados para a otimização do funcionamento de estruturas dimensionadas pelo método das escoras e tirantes.

Referente a otimização dos modelos a partir das regiões nodais, a utilização do programa computacional *CAST* ajuda na simplificação do funcionamento de um nó, a partir de modelos numéricos que permitem fazer a análise e detalhamento das forças internas que a estrutura está sujeita. Para garantir a resistência dos nós, os comprimentos efetivos tanto das escoras como

dos tirantes devem ser previamente definidos e intercetados, criando campos de tensões descontínuos em formato triangular no interior das regiões nodais.

A Figura 2.15 demonstra o esquema do funcionamento de um nó através do programa *CAST*, que servirá de auxílio na construção dos modelos de escoras e tirantes nos casos de estudo do presente trabalho.

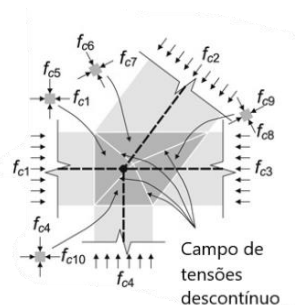


Figura 2.15 – Representação do funcionamento interno de um nó sujeito às forças de compressão. Fonte: (ETH Zurich, 2020b)

Antes de debruçarmos de forma detalhada sobre os parâmetros fundamentais que garantem a resistência das regiões nodais, é necessário definir os tipos existentes de nós num elemento quando há uma dependência das forças que estão conectadas no nó. De acordo com o código americano podem existir quatro combinações diferentes que direcionam o caminho de resistência de uma região nodal, entre as quais:

1. *CCC* – Zona nodal circundada por 3 ou mais escoras;
2. *CCT* – Zona nodal circundada por duas escoras e um tirante;
3. *CTT* – Zona Nodal circundada por uma escora e dois tirantes;
4. *TTT* – Zona nodal circundada por 3 ou mais tirantes;

Como foi mencionado anteriormente, para haver o equilíbrio do nó são necessárias, no caso geral, pelo menos três forças concorrentes, não excluindo a possibilidade de existirem modelos que exijam três ou mais forças com eixos coincidentes numa região nodal. Devido à pequena capacidade que o betão possui em resistir à forças de tração, o autor (ETH Zurich, 2020c) recomenda evitar a utilização de regiões nodais do tipo *TTT*, pois não há nenhuma componente em compressão o que reduz muito a resistência efetiva desse nó. Portanto, para os parâmetros que serão descritos a seguir, conta-se com pelo menos uma componente em compressão nas regiões nodais.

Os parâmetros de resistência que permitem o dimensionamento das regiões nodais serão abordados através do Eurocódigo EC2, portanto, as tensões de compressão no interior do nó são determinadas por:

- Em nós comprimidos e no caso em que não existam tirantes amarrados no nó (Figura 2.16), o dimensionamento é feito pela equação (9):

$$\sigma_{Rd,m\acute{a}x} = k_1 \times v' \times f_{cd} \quad (9)$$

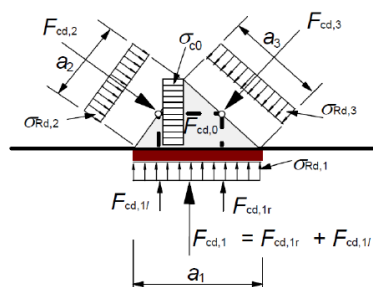


Figura 2.16 – Representação de um nó comprimido sem tirantes. Fonte: (CEN, 2010c)

O valor de cálculo da tensão de compressão, obtido pela equação (9), poderá ser aumentado em até 10% **no caso em que uma das seguintes condições se aplique:**

- É assegurada uma compressão triaxial;
- Todos os ângulos entre escoras e tirantes são  $\geq 55^\circ$ ;
- As tensões nos apoios ou devidas a forças concentradas são uniformes e o nó é cintado por armaduras transversais;
- A armadura está disposta em várias camadas;
- O nó está confinado de forma fiável por uma disposição particular de apoio ou por atrito;

Os nós em compressão transversal poderão ser verificados através das seguintes equações (10) e (11), com um limite superior  $\sigma_{Rd,m\acute{a}x} \leq k_4 \times v' \times f_{cd}$  se a distribuição das ações for conhecida para as três direções das escoras:

$$f_{ck,c} = f_{ck} \times \left(1,0 + 5,0 \times \frac{\sigma_2}{f_{ck}}\right) \quad \text{Para } \sigma_2 \leq 0,05 \times f_{ck} \quad (10)$$

$$f_{ck,c} = f_{ck} \times \left(1,125 + 2,5 \times \frac{\sigma_2}{f_{ck}}\right) \quad \text{Para } \sigma_2 > 0,05 \times f_{ck} \quad (11)$$

- Em nós sujeitos a compressão e tração, com os tirantes amarrados numa direção - Figura 2.17, o dimensionamento é feito pela equação (12):

$$\sigma_{Rd,máx} = k_2 \times v' \times f_{cd} \quad (12)$$

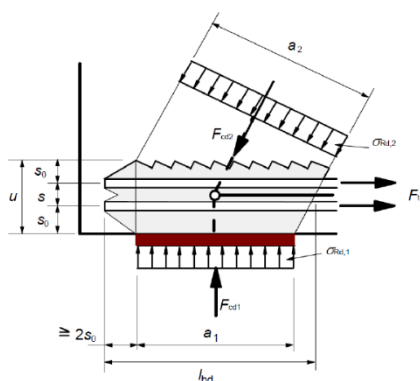


Figura 2.17 – Nó sujeito à compressão e a tração com armaduras em uma direção. Fonte: (CEN, 2010d)

A amarração das armaduras em nós sujeitos às forças de compressão e tração, começam em zonas de encontro dos tirantes com a região nodal, e estendem-se pela totalidade do nó. O comprimento de amarração deverá prolongar-se ao longo de toda a extensão do nó.

- Em nós sujeitos à compressão e a tração com armaduras em duas direções (Figura 2.18), o dimensionamento é feito pela equação (13):

$$\sigma_{Rd,máx} = k_3 \times v' \times f_{cd} \quad (13)$$

Os nós correspondentes a partes curvas das armaduras poderão ser analisados de acordo com a Figura 2.18. As tensões médias nas escoras deverão ser verificadas de acordo com a equação (9).

Nota-se que nos três tipos de regiões nodais supracitadas, quanto maior é o número de tirantes menor é o valor do coeficiente  $k$  que afeta o valor final da resistência de cada nó, limitando ainda mais a tensão permissível para cada tipo de nó.

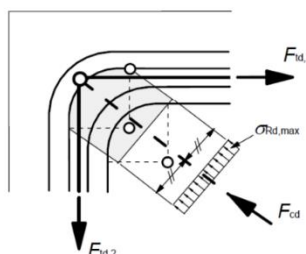


Figura 2.18 – Nó sujeito à compressão e a tração em duas direções. Fonte: (CEN, 2010e)

O código americano faz um maior detalhamento das regiões nodais, sendo os seus parâmetros de resistência analisados a seguir.



- A resistência em compressão da região nodal pode ser calculada através da seguinte equação:

$$F_{nn} = f_{ce} \times A_{nz} \quad (14)$$

Sendo o valor da resistência do betão em compressão na face do nó  $f_{ce}$  calculado pela equação (15):

$$f_{ce} = 0,85 \times \beta_c \times \beta_n \times f'_c \quad (15)$$

Onde:

$\beta_n$  – Coeficiente da zona nodal (valor definido no Quadro 2).

Quadro 2 - Coeficiente da zona nodal  $\beta_n$ . Fonte: (American Concrete Institute, 2019)

Configuração da região nodal	$\beta_n$	
Regiões nodais circundadas por escoras, zonas de apoios ou pelos dois	1,0	(CCC)
Região nodal ancorando um tirante	0,80	(CCT)
Região nodal ancorando dois ou mais tirantes	0,60	(CCT)

Se for garantido e verificado um confinamento por armaduras da região nodal, através de testes e observações em estruturas reais, pode-se aumentar o valor de  $f_{ce}$  no cálculo da resistência do da região nodal.

Para o cálculo da área correspondente de cada face do nó,  $A_{nz}$  (também chamado de  $w_t$ ) - Figura 2.19, é necessário considerar o menor dos valores entre as opções seguintes:

1. Área da face da região nodal perpendicular a linha de ação de  $F_{us}$ ;
2. Área de uma secção, através de uma região nodal perpendicular a linha de ação da força resultante nesta secção;

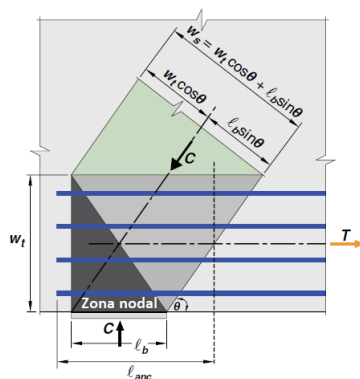


Figura 2.19 – Representação da área de cada face de um nó ( $w_t$ ). Fonte: adaptado de (American Concrete Institute, 2019d).

Uma componente de grande importância na caracterização das regiões nodais está nas armaduras curvas que servem os nós, com o objetivo de confinar e transferir as forças de trações nos tirantes em forças de compressão para as faces dos nós. Estas armaduras são formadas pela dobra de uma ou mais armaduras contínuas que se intercetam em regiões com o encontro de escoras ou resultante de duas ou mais escoras - ver Figura 2.20(a), e também, onde uma amarração única é ancorada com armaduras curvas com curvatura de 180° - ver Figura 2.20(b).

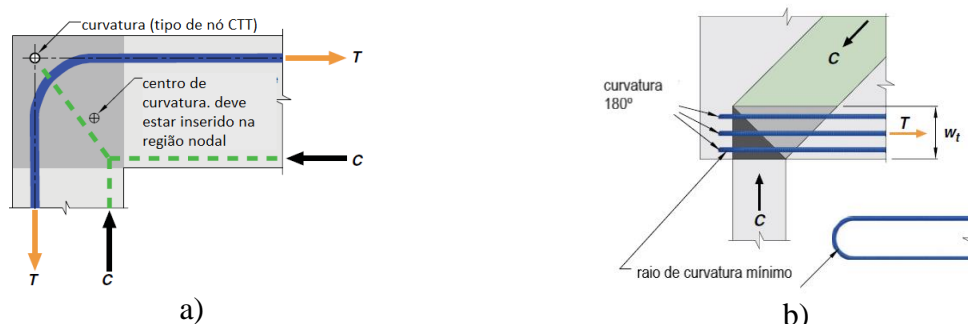


Figura 2.20 – Regiões nodais com armaduras curvadas. a) Nó de pórtico com centro de curvatura dentro da região nodal; b) Nó do tipo CCT com armaduras em 180°; Fonte: Adaptado de (American Concrete Institute, 2019e)

O raio de curvatura mínimo “ $r_b$ ” pode ser calculado através dos pontos especificados a seguir, mas deve-se garantir que o recobrimento do betão ao plano de curvatura, seja igual ao valor de  $2 \cdot d_b$  ou superior, mas não deve ser inferior ao diâmetro mínimo de curvatura, especificado no ponto 25.3 do Código americano, em que o (quadro 25.3.2 do código) especifica os diâmetros mínimos para os estribos, as amarrações e os tirantes, assim como os comprimentos de amarração e ângulos necessários para maior resistência das secções.

- Armaduras dobradas com curvaturas menores que 180°:

$$r_b \geq \frac{2 \times A_{ts} \times f_y}{b_s \times f'_c} \quad (16)$$

- Tirantes ancorados com armaduras com curvatura de 180°:

$$r_b \geq \frac{1,5 \times A_{ts} \times f_y}{w_t \times f'_c} \quad (17)$$

Se o recobrimento do betão referente ao plano de curvatura for menor do que  $2 \cdot d_b$ , o valor de “ $r_b$ ” deve ser multiplicado pela razão  $2 \cdot d_b / c_c$ , onde  $c_c$  é o recobrimento do lado do nó. Raios de curvaturas maiores em armaduras curvas são necessários para reduzir a probabilidade de divisão lateral das forças no betão.

De acordo com a Figura 2.21,  $l_{cb}$  deve ser suficiente para absorver a diferença de forças entre os tirantes contínuos que se encontram na região nodal. Esta diferença de forças provoca a variação nas tensões em compressão radial atuantes no nó e as tensões circunferenciais são

desenvolvidas ao longo da barra. Devido a esta diferença de forças se desenvolver ao longo de  $l_{cb}$ , deve-se garantir um comprimento de amarração adequado.

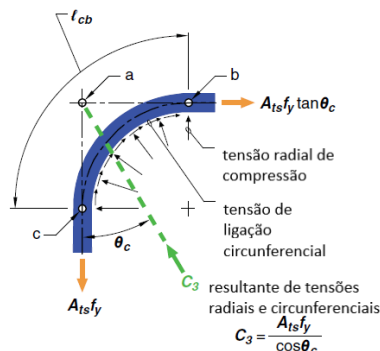


Figura 2.21 – Forças atuantes em armaduras curvas para uma região nodal, com diferença de forças no tirante.  
Fonte: (American Concrete Institute, 2019f)

Para o cálculo de  $l_{cb}$ , utiliza-se a equação abaixo mencionada:

$$l_{cb} > l_d \times (1 - \tan\theta_c) \quad (18)$$

Onde:

$l_d$  – comprimento de desenvolvimento. (ver ponto 25.4.2 – código americano)

### 2.4.3 Parâmetros de Resistência dos Tirantes

Para se obter a resistência de um tirante há duas abordagens: a primeira refere-se à determinação das armaduras, considerando a cedência do aço; a segunda, por tirantes em betão, que são pouco utilizados devido à fraca resistência que o material possui à tração. Porém destaca-se como alternativas quando não se podem utilizar as armaduras em aço, em razão que qualquer limitação local na estrutura.

Para o dimensionamento da área efetiva de resistência dos tirantes, deve-se levar em consideração a força a que a zona do tirante está submetida no seu estado limite último e o número de camadas de barras de aço necessárias para a estabilidade do elemento. Esta área efetiva encontra-se em formato prismático, garantindo o escoamento do aço na mesma região com alguma folga para o recobrimento das armaduras que, por motivos de degradação, são essenciais para o bom funcionamento da estrutura em betão armado.

No caso dos tirantes em betão, conforme o estudo realizado pelos autores (Schlaich and Schäfer, 1991e), refere-se que para efeito de utilização dos modelos de tirantes em betão, apenas se pode considerar a resistência à tração do betão para o equilíbrio das forças quando se espera o colapso frágil da estrutura ou o colapso por zonas frágeis.

Ainda como recomendação dos autores supracitados, as armaduras precisam de estar localizadas em toda a extensão da zona tracionada, com o objetivo de mitigar a formação e o crescimento de fissuras no betão. Uma estimativa adequada para a abertura destas fissuras está em considerar a área efetiva prismática em betão para o tirante (de Souza, 2004e).

Já para as armaduras em aço, a sua área resulta da razão das forças atuantes no tirante e a tensão de cedência do aço escolhido. É também possível usar pré-esforço para anular ou diminuir estas trações.

Caso não seja aplicado nenhum pré-esforço, as armaduras nos tirantes estão dependentes inteiramente da resistência do aço utilizado através de um comportamento elásto-plástico do material. Conforme indica a Figura 2.22, no gráfico à esquerda visualiza-se o comportamento real do aço e no gráfico à direita uma simplificação comumente utilizada na prática.

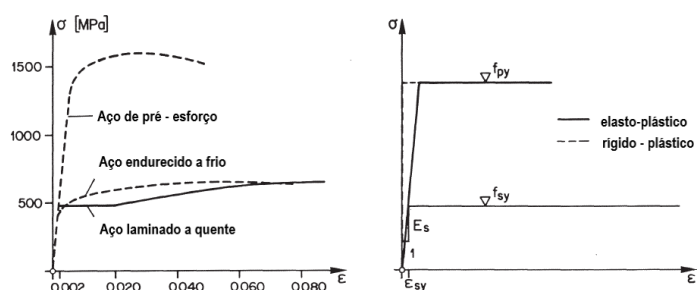


Figura 2.22 – Relação tensão-extensão para a armadura ordinária e armadura de pré-esforço. Fonte: Adaptado de (Muttoni, Schwartz and Thürlimann, 1996c)

A fórmula geral indicada para o dimensionamento de armaduras nos tirantes segue uma lei utilizada na maior parte das estruturas, sendo:

$$A_s = \frac{\gamma_s \times N_{sd}}{f_{yd}} \quad (19)$$

De acordo com o Eurocódigo EC2, um caso particular que ocorre nos tirantes tem a ver com a armadura necessária para resistir à força nos nós de concentração de esforços que poderá ser distribuída ao longo de um comprimento, a força de tração “T”, que representa a força de tração transversal num campo de tensões de compressão com armaduras distribuídas. Portanto, podem existir duas situações distintas, como mostra a Figura 2.23.

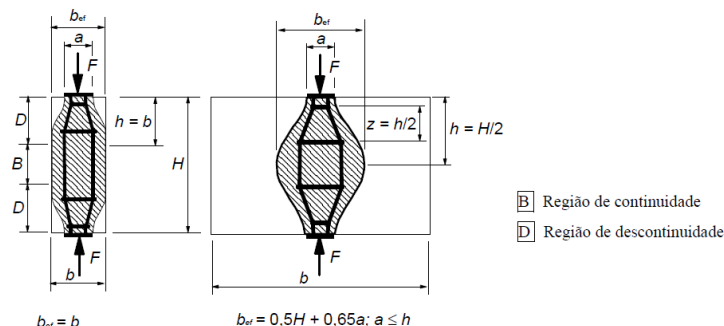


Figura 2.23 – Parâmetros para a determinação das forças de tração transversais num campo de tensões de compressão com armaduras distribuídas. “Descontinuidade parcial” à esquerda e “Descontinuidade total” à direita. Fonte: (CEN, 2010f)

O cálculo da força de tração “T”, pode ser obtido através dos seguintes pontos:

- Para a situação de regiões com descontinuidade parcial ( $b \leq H/2$ ):

$$T = \frac{1}{4} \times \frac{b - a}{b} \times F_d \quad (20)$$

- Para a situação de regiões com descontinuidade total ( $b > H/2$ ):

$$T = \frac{1}{4} \times \left(1 - 0,7 \times \frac{a}{h}\right) \times F_d \quad (21)$$

As regras do código americano muito se assemelham ao Eurocódigo EC2. Porém as equações são diferentes, tornando o dimensionamento dos tirantes pelo código americano mais simples. No cálculo da resistência dos tirantes, o mesmo já inclui a consideração das forças de pré-esforço que possam existir.

A resistência nominal à tração dos tirantes,  $F_{nt}$ , pode ser calculado a partir da equação (22):

$$F_{nt} = A_{ts} \times f_y + A_{tp} \times \Delta_{fp} \quad (22)$$

Como dito anteriormente, o eixo das armaduras combinadas deve sempre coincidir com o eixo da zona em que está inserido o tirante, para que a transferência de força entre as armaduras e o betão envolvido seja respeitada. A largura efetiva dos tirantes,  $w_t$ , pode variar dependendo da distribuição de camadas de armaduras envolvidas, sendo que, se o tirante for composto apenas por uma camada de armadura a largura efetiva do tirante resulta do diâmetro da armadura somado, em duas vezes, o recobrimento.

Porém, caso a situação seja de várias camadas de armaduras, uma aproximação prática segura consiste em considerar a largura efetiva do tirante como a largura efetiva da zona nodal a que o tirante está submetido (Figura 2.24) e que pode ser calculado pela equação (23):

$$w_t = \frac{F_{nt}}{(f_{ce} \times b_s)} \quad (23)$$

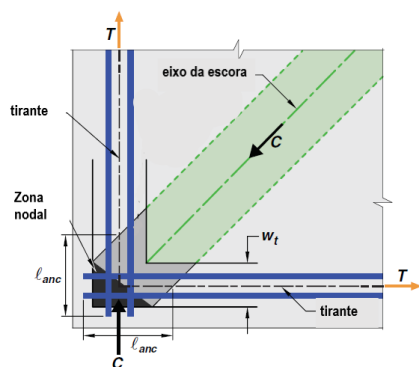


Figura 2.24 – Zona nodal estendida ancorando dois tirantes em uma viga-parede. Fonte: Adaptado de (American Concrete Institute, 2019g)

#### 2.4.4 Ancoragem das Armaduras

Um aspecto determinante para garantir a transferência de força entre os tirantes e o betão envolvido nas regiões nodais consiste em introduzir mecanismos que possibilitem a ancoragem das armaduras em comprimentos suficientes para além do nó. Estes mecanismos representam os dispositivos de amarração das armaduras no interior do elemento para incrementar a resistência à força de tração dos tirantes, através das tensões de compressão exercidas numa das faces do nó.

É sabido que para introduzir o pré-esforço é necessário dispor de placas de ancoragem para suportar as cargas elevadas a que a estrutura está submetida na zona de aplicação do pré-esforço, ver Figura 2.25 (a). Estando a zona nodal próxima a estas fronteiras e as armaduras dos tirantes a atravessar os nós, uma boa solução seria possibilitar que estas placas de ancoragem assegurassem a amarração das armaduras. Porém, em muitos casos, por questões construtivas e por não ser necessário o pré-esforço, esta solução não é desenvolvida na prática construtiva.

O detalhamento adequado da zona de ancoragem das armaduras é fundamental no método das escoras e tirantes, principalmente, por que a cedência das armaduras é crítica para a estabilidade das regiões nodais. De acordo com (de Souza, 2004f), “A ancoragem segura pode ser conseguida através da disponibilização de um volume adequado de betão envolvendo as armaduras do tirante ou através da ancoragem mecânica, obtida com laços adicionais”.

Para garantir que existe a correta transferência de forças de aderência entre o aço e o betão, um parâmetro fundamental deve ser verificado, o  $l_{anc}$ , que consiste no comprimento de amarração

necessário para assegurar que a ancoragem não terá folgas e evitará o aparecimento de fissuras longitudinais ou destaque do betão, ver Figura 2.25 (b).



Figura 2.25 – Representação da ancoragem das armaduras dos tirantes. a) forças de tração ancoradas por placas. b) forças de tração ancoradas por armaduras embutidas. Fonte: (American Concrete Institute, 2019h)

Em razão da limitação de espaço afeto às zonas de ancoragem das armaduras, um desafio muitas vezes confrontado nesta parte do dimensionamento diz respeito à redução, o quanto possível, do comprimento de amarração através da disposição de mecanismos suficientes que permitem resistir às forças de tração submetidas aos tirantes, não influenciando na resistência da zona nodal próxima às ancoragens.

Na prática corrente, quando não se garante um comprimento de amarração suficiente, recorrer a soluções com mecanismos adicionais para certificar que as armaduras não sofram escorregamentos nas zonas ancoradas, constitui um meio adequado para garantir a segurança estrutural de um elemento em betão armado. As indicações regulamentares detalhadas para o cálculo dos comprimentos de amarração necessários dos tirantes em “Regiões D” integram o capítulo 8 do Eurocódigo EC2, especificamente nos subcapítulos 8.4 e 8.8. As mesmas indicações estão presentes no código americano, nos subcapítulos 25.3 e 25.4 do capítulo 25 (Detalhamento das armaduras).

Existem atualmente quatro tipos de mecanismos que são mais utilizados na prática e permitem assegurar que as ancoragens exerçam, de forma adequada, a sua função de resistência dos tirantes no método das escoras e tirantes - Figura 2.26. Os mecanismos são, ancoragens em forma de “U” ou armaduras curvadas em 180° (“U – shaped links”), armaduras encabeçadas (“Headed bars”), armaduras em gancho ou em forma de cotovelo (“Bent-up bars”) e ancoragens resistidas por campos de tensões contínuos em corte longitudinal através da aderência entre a armadura e o betão.

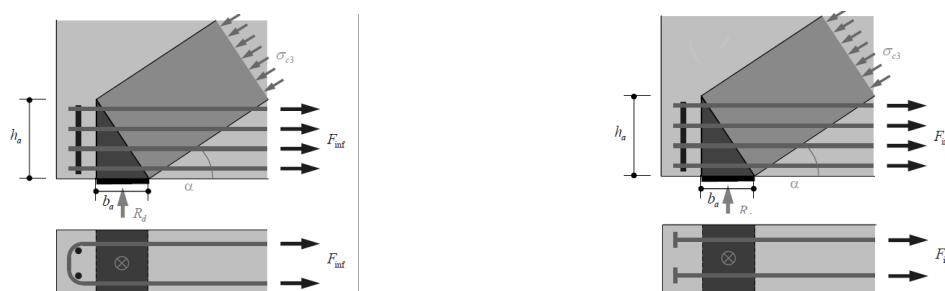


Figura 2.26 – Diferentes soluções para as ancoragens de armaduras em vigas-parede. Fonte: (ETH Zurich, 2020c)

### **2.4.5 Armaduras para o Controle da Fissuração**

No dimensionamento pelo método das escoras e tirantes as tensões internas devem ser capazes de se redistribuir, nos casos em que são solicitadas cargas adicionais ou é feita alguma alteração a nível dimensional no estado fendilhado, portanto, armaduras suficientes devem ser disponibilizadas para amortecer esta redistribuição de esforços na estrutura e controlar a fissuração do betão.

As escoras encontram-se com o seu eixo paralelo as tensões de compressão no elemento, porém em compressão elevada, a secção tende a desenvolver tensões transversais de tração e podem causar a fissuração do betão em regiões onde não há armadura suficiente, já que o betão possui pouca resistência à tração.

As armaduras mínimas distribuídas inseridas em cada face da secção representam uma forma de resistência aos casos supracitados e tem como objetivo fundamental mitigar o aparecimento e desenvolvimento de fissuras no betão, provocados por campos de tensões em tração. Em grandes extensões de regiões descontínuas, a existência de armaduras distribuídas promove benefícios ao elemento estrutural.

As indicações regulamentares que fornecem os valores ideais para as armaduras mínimas em vigas-paredes estão inseridas no subcapítulo 9.7 do Eurocódigo EC2, para outros tipos de secções consultar o capítulo 9 da mesma Norma. Referente ao código americano, as indicações para armaduras mínimas distribuídas estão especificadas no subcapítulo 23.5, com as devidas recomendações de cálculo para os valores mínimos das armaduras distribuídas que incrementam o melhor desempenho estrutural de uma seção dimensionada pelo método das escoras e tirantes.

### **2.4.6 Disposições Construtivas**

No caso das disposições construtivas dar-se-á maior atenção para os casos particulares de vigas-paredes e nós de pórticos. A etapas de construção e o arranjo das armaduras no interior de uma estrutura constituem aspetos fundamentais para se garantir o equilíbrio interno, influenciando diretamente na resistência de uma secção.

Para os casos particulares acima mencionados, o método das escoras e tirantes é válido como alternativa para encontrar a solução de transmissão dos esforços internos no elemento, sendo esses esforços resistidos pela disposição das armaduras e do betão, que melhor se adequam à seção dimensionada.

Nas viga-paredes, após o seu dimensionamento existem uma quantidade significativa de armaduras, que devem estar organizadas de modo a conferir resistência a estrutura, portanto as indicações regulamentares descrevem a forma e as quantidades mínimas para melhor inserir as disposições das armaduras, como a quantidade de armadura de rede ortogonal necessária junto



de cada face da viga-parede, a distância entre varões adjacentes da rede e dispositivos de amarração das armaduras, são pormenores que caracterizam o subcapítulo 9.7 do Eurocódigo EC2.

O nó de pórtico representa a ligação geométrica entre uma viga e um pilar de um edifício, situação bastante comum na Engenharia Civil e de grande relevância para a resistência total de uma estrutura. Dependendo dos tipos de forças a que estas seções estão sujeitas, o momento fletor resultante na viga e nos pilares podem causar forças de tração e forças de compressão no interior e no exterior de um nó - Figura 2.27.

Uma vez que o momento fletor provoca uma zona de compressão no interior da seção [Figura 2.27 (a)] e, conseqüentemente, zona de tração no exterior ou vice-versa, o modelo de escoras e tirantes permite caracterizar estas zonas em compressão através das escoras e as zonas em tração através dos tirantes. Na Figura 2.27 abaixo representada, as linhas à tracejado representam campos de tensões em compressão e as linhas à cheio representam os campos de tensões em tração.

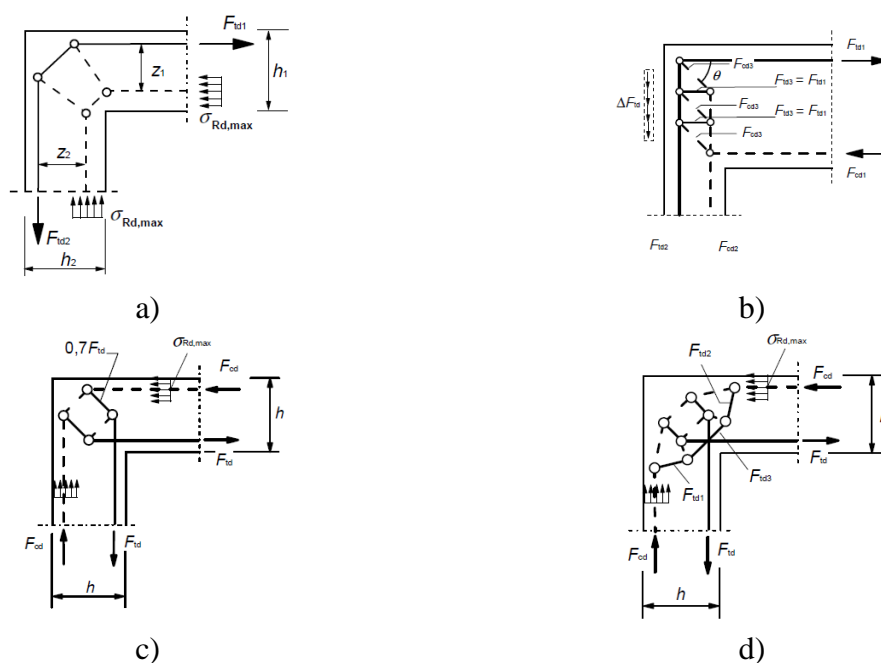


Figura 2.27 – Método das Escoras e Tirantes utilizado na resistência de nós de pórtico. a) viga e pilar de dimensões aproximadamente iguais com trações no exterior do nó. b) viga e pilar de dimensões diferentes com trações no exterior do nó. c) trações na parte interior do nó. d) trações elevadas na parte interior do nó (com armaduras para reforço). Fonte: (CEN, 2010g)

A pormenorização adequada das armaduras e as limitações existentes no processo construtivo de nós de pórticos está referenciado no ponto J.2 do anexo J do Eurocódigo EC2, para consolas curtas consultar o ponto J.3 da mesma Norma. Entretanto, no caso do código americano não consta nenhum capítulo específico para a pormenorização, quantidades específicas e distribuição das armaduras para a situação dos nós de pórticos.

Resumidamente, o nó de pórtico é um bom exemplo de regiões descontínuas em que os campos de tensões atuam predominantemente, através do método das escoras e tirantes segundo o material divulgado por (ETH Zurich, 2020), “*apenas com uma boa pormenorização, a resistência ao momento fletor da conexão entre vigas e pilares pode ser atingida, especialmente em casos de cargas elevadas, exigindo um maior reforço através das armaduras*”, corrobora a importância de tomar atenção para a correta introdução das armaduras e os tipos de ancoragens que estão submetidas as zonas em momento fletor de ligações em nó de pórticos, para alcançar a otimização da resistência estrutural.

O experimento realizado por (Nilsson, 1973) revela a influência da introdução de armaduras diagonais em zonas de tração de nó de pórticos, com a devida ancoragem na zona nodal, fulcral para a resistência da secção sob forças e momentos fletores de abertura.

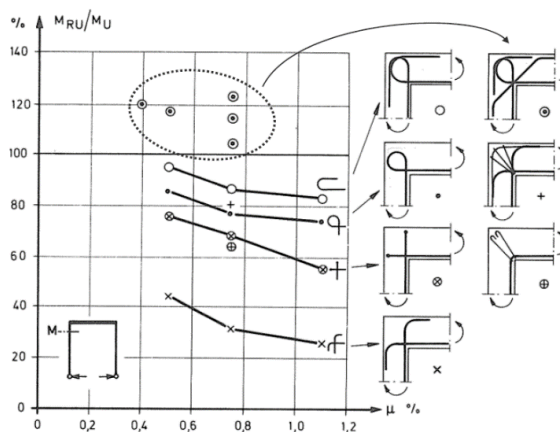


Figura 2.28 – Capacidade de resistência da zona nodal em um nó de pórtico submetido à forças e momentos fletores. Fonte: (Leonhardt and Mönning, 1979)

### 3 ANÁLISE COMPUTACIONAL

Desde o início do século passado, antes do surgimento dos computadores, na engenharia de estruturas o cálculo manual foi, por muito tempo, o principal meio de dimensionamento e análise de estruturas. Devido à evolução tecnológica, o aparecimento de ferramentas úteis que integram diferentes variáveis permitiram o desenvolvimento mais acelerado de um conjunto de processos que caracterizam as fases de dimensionamento e pormenorização de elementos estruturais.

No método das escoras e tirantes, mesmo o processo de dimensionamento constituir um método simplificado, o dimensionamento manual exige um consumo de tempo elevado por parte do projetista, a realização de interações que satisfaçam as condições limites e a necessidade de representação gráfica do modelo, tornam o processo exaustivo para casos de estruturas complexas.

A utilização de programas computacionais de análise estrutural a partir dos anos 90, permitiu difundir a eficiência e transparência de modelos que, até então, não foram usados na prática corrente, através do modo de comportamento da estrutura e, também, na validação das condições para a análise estrutural, presentes nos códigos normativos, resultando na criação de ferramentas automatizadas de alto desempenho que auxiliam e otimizam o processo de análise de estruturas pelo método das escoras e tirantes.

Os programas computacionais que serão abordados no trabalho utilizam a análise elástica linear como base para representar o comportamento das forças, através da trajetória de tensões e suas direções principais, é possível analisar globalmente a estrutura, automatizando o processo de obtenção dos modelos por meio dos elementos finitos. Entre esses programas estão, o “*Robot Structural analysis*”, o “*IDEA StatiCa*”, e o “*CAST – Strut and Tie Modeling*” que são potentes ferramentas no auxílio e análise para o dimensionamento de seções descontínuas que envolvem as escoras e tirantes.

#### 3.1 Robot Structural Analysis

Conhecido por constituir um software avançado para análise de cargas estruturais em diversos tipos de estrutura, apresenta várias funcionalidades baseadas nos elementos finitos, permitindo analisar qualquer seção desde a definição da sua geometria até o funcionamento da estrutura após a atribuição de todas as cargas e condições de apoio, com o objetivo de atingir o equilíbrio e possibilitando o maior detalhamento da estrutura, se necessário. Além de integrar os dados referentes aos códigos normativos na sua base de dados, permite fazer o desenho detalhado e preciso para incorporar diretamente com programas BIM “Building Information Modeling”,

que estão a ser utilizados para otimizar o faseamento construtivo de estruturas, reduzindo desperdícios e custos associados (Archsupply, 2020). A Figura 3.1 corresponde a interface de utilização do software.

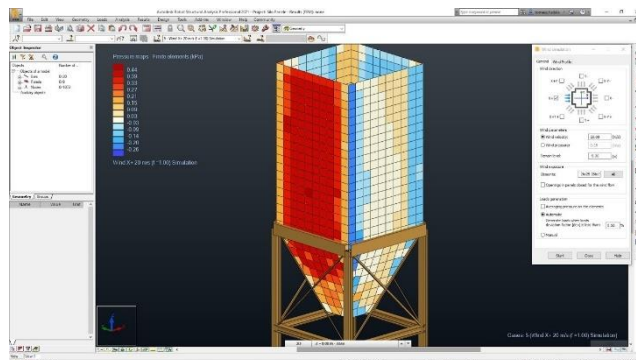


Figura 3.1 – Interface do software Robot Structural Analysis para análise dos campos de tensões através dos elementos finitos. Fonte: (Felipe, Jonathas; Miranda, 2017)

Uma das potencialidades importantes da ferramenta, constitui representar todas as tensões e direções no elemento, sejam elas tensões principais ou tensões com direções específicas, além de ter funcionalidades de simulações de deformações, concebendo uma mais-valia para o projetista no momento de análise e pormenorização de estruturas em betão armado.

Com base na modelação pelo método dos elementos finitos, o software será utilizado para analisar os diversos caminhos de tensões possíveis no elemento associados às condicionantes afetas ao programa, como a definição da geometria do elemento finito e a localização das cargas e dos apoios que a estrutura está sujeita.

### 3.2 IDEASTatiCa

Presente mais recentemente no mundo dos softwares de análise estrutural, o IDEA StatiCa apresenta uma realidade mais ampla na parte de pormenorização e análise das seções, permitindo a sua diferenciação na prática de projetos de estruturas com regiões descontínuas. Com foco nas mais diversas ligações de aço, o software também faz análises para estruturas de betão, o que permite ser uma ferramenta de grande utilidade para aplicar o método das escoras e tirantes.

Baseado na análise por elementos finitos, possui todas as verificações necessárias em qualquer código normativo, abrangendo a análise de todos os tipos de seções existentes, como vigas, viga-paredes, paredes, diafragmas, nós de pórticos, entre outros. A análise pode ser realizada em ELU (Estado Limite Último) e ELS (Estado Limite de Serviço), com o objetivo de tornar análises complexas de elementos estruturais em soluções simples que facilitam a forma de análise de um dimensionamento pelo método das escoras e tirantes.

Utilizando-se da análise por campos de tensões compatíveis, o programa realiza verificações tanto para “Regiões B” como para “Regiões D”, que representam ser um diferencial para projetistas que desejam otimizar o seu tempo e as suas análises. Por constituir uma ótima opção na análise pelo método das escoras e tirantes, o software será utilizado nos casos práticos deste trabalho, com as devidas comparações de resultados entre os programas. A Figura 3.2 exibe os elementos dimensionados pelo programa e suas representações gráficas.

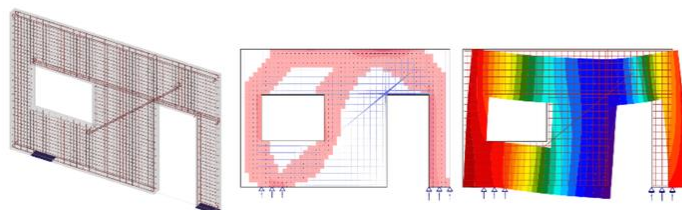


Figura 3.2 - Interface do software IDEASTatiCa para análise dos campos de tensões através dos elementos finitos. Fonte: (StatiCa, 2021)

### 3.3 CAST – Strut and Tie Modeling

Um dos primeiros softwares a surgir, voltado exclusivamente para o desenvolvimento do método das escoras e tirantes, o programa traduz-se em uma interface mais intuitiva, simples e voltada para grupos de pesquisas acadêmicos e professores que lecionam cadeiras específicas na utilização do método, auxiliando na representação gráfica das escoras e dos tirantes em diferentes tipos de seções. A limitação não se restringe apenas ao ramo acadêmico, pode também ser utilizados por projetistas para a comparação dos resultados.

A ferramenta permite estudar o comportamento de um modelo estaticamente indeterminado, assim como a validação do método proposto e a capacidade de carga das escoras e dos tirantes, de acordo com (Tjhin and Kuchma, 2007a). Um aspecto importante associado ao programa constitui a representação apenas de modelos com escoras não armadas e tirantes não submetidos ao pré-esforço.

Para o caso dos modos de rotura da seção, o software não considera roturas devido às ancoragens e encurvaduras laterais localizadas, porém a consideração da rotura do elemento passa pela cedência das armaduras, pelo esmagamento do betão nas escoras e regiões nodais e pela tensão lateral nas escoras inclinadas (Tjhin and Kuchma, 2007b).

O GUI (interface gráfica do utilizador) representa a porta de entrada para os dados introduzidos pelo usuário, que de forma eficiente e efetiva, permite definir a geometria do elemento descontínuo e fornecer resultados adequados associados às cargas, às condições de apoio, às condições dos modelos e as devidas limitações que a estrutura está sujeita. A Figura 3.3 exibe a interface do programa.

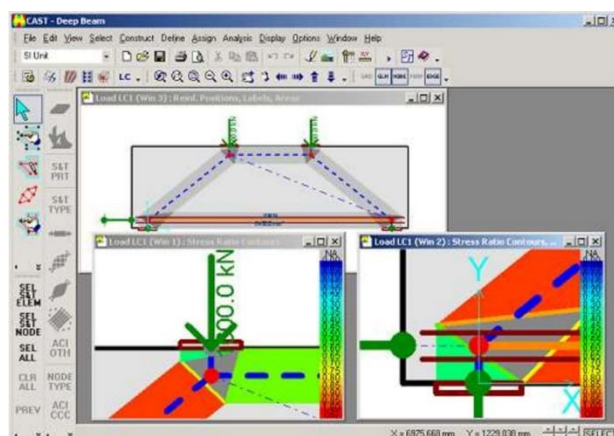


Figura 3.3 - Interface do software “CAST – Strut and Tie Modeling” para análise dos campos de tensões em estruturas descontínuas. Fonte: (Zhong *et al.*, 2017) e (Owatsiriwong, 2013)

Através da representação gráfica que o programa apresenta, como mostra a Figura 3.3, atribui-se ao projetista total liberdade para “manipular” os dados inseridos e tomar a melhor decisão a cerca da geometria da seção, resultando na caracterização do método das escoras e tirantes que é gerado depois que o programa se corre, com todos os dados corretamente inseridos. Portanto, o software CAST será também utilizado para auxiliar na definição do modelo de escoras e tirantes dos casos práticos.

## 4 CASOS DE ESTUDO

### 4.1 Caracterização do Elemento Estrutural

Os casos de estudos que serão aqui apresentados constituem dois casos de viga-paredes com aberturas no seu interior, onde o betão representa o principal material a ser utilizado para que, combinado com outros materiais, como o aço, ofereça a resistência necessária ao elemento que será dimensionado.

O objetivo principal desse estudo está pautado no dimensionamento e análise das viga-paredes, através do método das escoras e tirantes proposto pelo Eurocódigo EC2 e pelo código normativo americano, fazendo-se a comparação dos resultados obtidos para cada caso, com as diferentes geometrias e materiais em cada análise, a fim de obter o dimensionamento mais próximo do real funcionamento do elemento.

Para tal, recorre-se aos programas que foram citados no capítulo anterior para complementar a análise, e para fornecer resultados mais fiáveis, já que o cálculo manual se torna exaustivo para esses tipos de estrutura. A facilitação da pormenorização das viga-paredes através desses programas de cálculos automáticos tornou o trabalho mais eficiente e menos complexo para a análise e dimensionamento, na medida em que as tensões e as forças presentes na estrutura pudessem ser contabilizadas para otimizar o dimensionamento e permitir que o limite de segurança da viga-parede não seja ultrapassado.

Os casos de estudo representam estudos reais de estruturas em edifícios correntes em Portugal (para o caso da viga-parede simples) e na Suíça (para o caso da viga-parede complexa), que servem de modelo para validar a fiabilidade e a segurança quando é feito o dimensionamento de uma estrutura pelo Método das escoras e tirantes, recorrendo principalmente, aos programas computacionais adequados.

#### 4.1.1 Viga-Parede Simples

A viga-parede simples constitui uma estrutura real com uma abertura para porta, em que as cargas são transferidas do piso superior à viga-parede através de quatro pilares no topo da viga e dois pilares que servem de apoio à estrutura. Existem também duas lajes que descarregam sobre a viga-parede, as cargas distribuídas associadas às lajes foram convertidas em cargas pontuais para simplificar a análise do modelo. Todas as cargas que estão presentes na viga-parede já estão majoradas para o estado limite último (ELU).

As dimensões da viga-parede simples são as seguintes:

Quadro 3 - Dimensões geométricas da viga-parede simples em estudo

Comprimento (m)	Altura (m)	Espessura (m)
15,7	4,25	0,25

O material a ser utilizado no dimensionamento da viga-parede simples são o betão de classe 30/37 e o aço A500NRSD que constituem o betão armado. As características dos materiais descrevem-se abaixo:

a) Betão

Características de resistência:

Quadro 4 - Características de resistência e deformação do betão. Fonte: (CEN, 2010)

$f_{ck}$ (MPa)	30
$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	25

*NPEN1992-1-1 Q 3.1 - pág 36*

*NPEN1991-1-1 Q A.1 - pág 30*

b) Aço para betão armado

O aço A500NRSD, utilizado nas armaduras de betão armado, tem as seguintes propriedades, resistência e características de ductilidade:

Quadro 5 - Propriedades, resistência e características de ductilidade do Aço para betão (CEN, 2010)

$f_{yk}$ (MPa)	500
$E_s$ (GPa)	200
$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	7850
$f_{yd}$ (MPa)	435

*NPEN1992-1-1 Q C.1 - pág 228*

*NPEN1992-1-1 3.2.7(4) - pág 49*

*NPEN1992-1-1 3.2.7(3) - pág 49*

*NPEN1992-1-1 3.2.7(3) - pág 49*

As cargas utilizadas no modelo foram majoradas para o Estado Limite Último, com quatro pilares a descarregar na viga-parede, mais o peso das lajes a influenciar na estrutura, considerando 5 kN/m<sup>2</sup> para as cargas permanentes distribuídas. O peso próprio da estrutura também foi contabilizado nos cálculos. Seguem as cargas utilizadas:

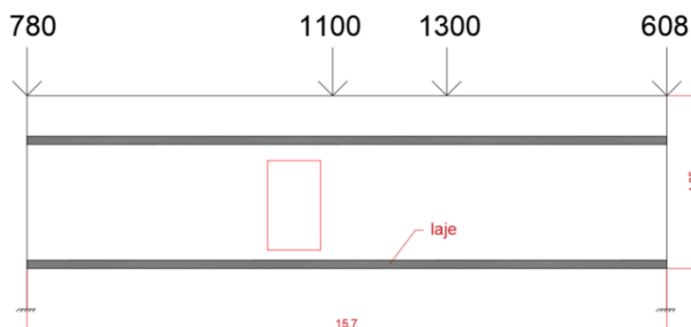


Figura 4.1 – Representação das cargas utilizadas no modelo da viga-parede simples.



Primeiramente, efetua-se a modelação da estrutura nos programas computacionais (*Robot*, *IDEAStática* e o *CAST*), em seguida apresentam-se os resultados obtidos e a partir desses modelos é feita a análise e constrói-se a estrutura em treliça que servirá de estrutura base resistente para obter o equilíbrio da viga-parede. Com esta análise, será possível verificar os limites para os esforços através das normas em vigor, nomeadamente a comparação entre o Eurocódigo EC2 e o Código normativo americano.

### Análise pelo Robot Structural Analysis

Para obter os resultados, é necessário encontrar os campos de tensões principais em tração e em compressão para definir a estrutura em treliça adequada e as armaduras que vão resistir aos esforços atuantes – ver Figura 4.2, Figura 4.3 e Figura 4.4. Seguem os resultados obtidos pelo programa.

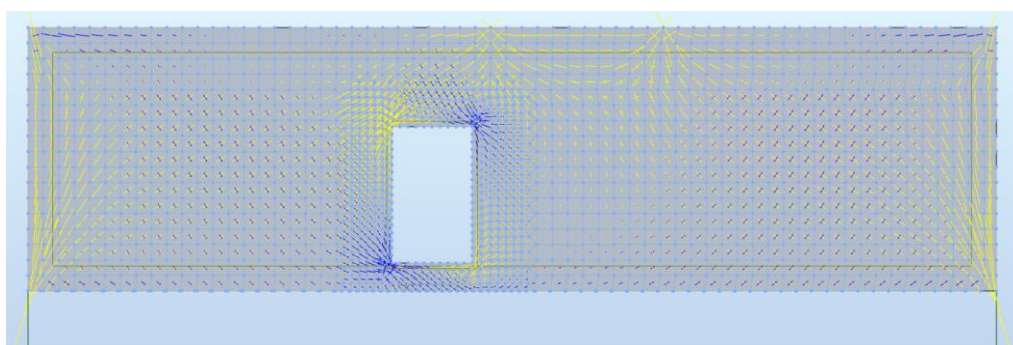


Figura 4.2 - Direções principais de tensão para compressões (amarelo) e trações (azul) existentes na estrutura.

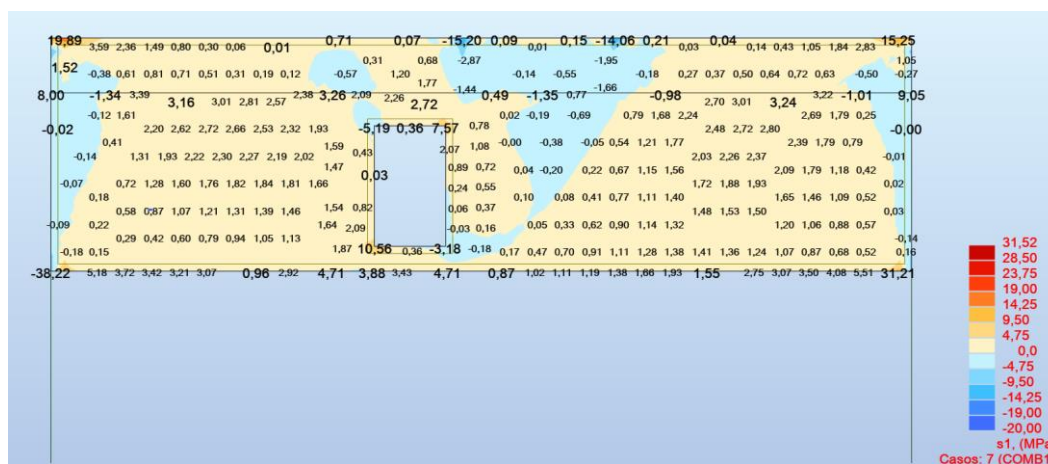


Figura 4.3 – Valor das tensões principais de tração para o carregamento associado, no ELU.

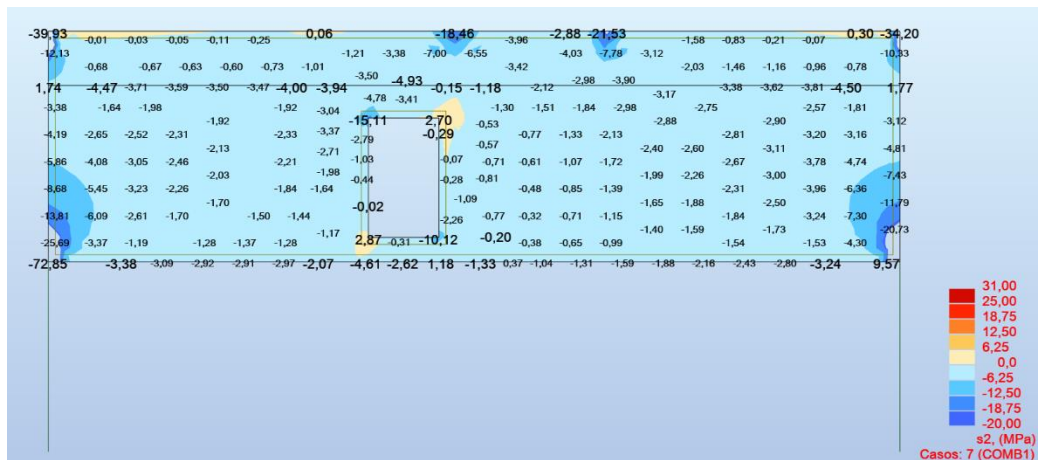


Figura 4.4- Valor das tensões principais de compressão para o carregamento associado, no ELU.

Através desta análise elástica linear realizada no programa, há condições para definir o modelo em treliça que servirá de base para obter os esforços internos, através do programa *Ftool* - Figura 4.5, objetivando garantir o equilíbrio da estrutura. No modelo a seguir, existem os nós que recebem as forças distribuídas das lajes convertidas em forças pontuais e permitem esta carga encontrar o caminho mais curto até o apoio que equilibra a estrutura.

Atribuídas as forças nodais no programa, após correr o modelo foram obtidos os resultados dos esforços em cada barra da treliça virtual em estudo, em que as barras a vermelho são os tirantes e as barras em azul são as escoras.

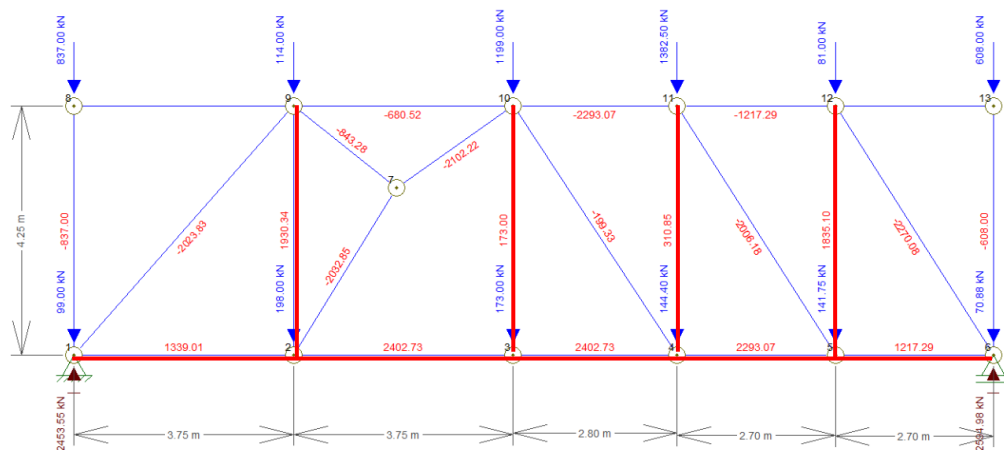


Figura 4.5 – Esforços resultantes da análise elástica no programa *Ftool*.

Da análise pode-se retirar os seguintes valores para o dimensionamento:

Quadro 6 - Valores do esforço axial máximo em cada barra.

$N_{sd}$ máximo de compressão nas barras horizontais (kN)	-2293,05
$N_{sd}$ máximo de compressão nas barras inclinadas (kN)	-2270,06
$N_{sd}$ máximo de tração (kN)	2402,71

O Dimensionamento e a verificação da segurança através do Eurocódigo EC2 envolvem uma série de condicionantes que garantem que a estrutura não colapse, seja por cedência das armaduras ou através do esmagamento do betão.

Após a determinação dos esforços, é necessário encontrar a posição correta das escoras e tirantes horizontais, assim como a profundidade do eixo neutro.

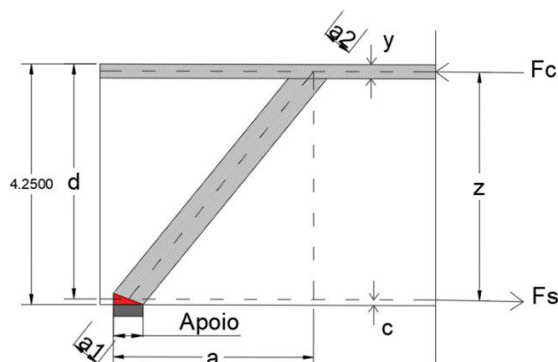


Figura 4.6 – Esquema representativo para o cálculo da profundidade do eixo neutro, através das forças nas escoras e tirantes.

Para a determinação do eixo neutro, sendo  $d = h - rec = 4,25 - 2 * 0,025 = 4,225 \text{ m}$ , a profundidade  $z$  obtém-se:

$$y = d - \sqrt{d^2 - \frac{2 * N_{sd} * a}{b * f_{cd}}} = y = 4,225 - \sqrt{4,225^2 - \frac{2 * 2675,97 * 5,4}{0,25 * 20 * 10^3}} = 0,549 \text{ m} \quad (24)$$

$$z = d - \frac{y}{2} = 4,225 - \frac{0,549}{2} = 3,951 \text{ m} \quad (25)$$

No caso de áreas sujeitas a forças concentradas, é necessário verificar o esmagamento do betão através da seguinte expressão. Considerando a área de carregamento  $0,30 \times 0,25 \text{ m}^2$  resulta em:

$$F_{Rdu} = A_{c0} * f_{cd} * \sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} = (0,3 * 0,25) * 20,0 * 10^3 \sqrt{\frac{(0,3 * 0,25)}{(0,3 * 0,25)}} = 1500 \text{ kN} > F_u \quad (26)$$

$$= 1199,0 \text{ kN}$$

- **Armaduras longitudinais de tração**

A área de armadura necessária é obtida através da razão entre a força máxima atuante no tirante, para o ELU e a tensão de cedência do aço.

$$A_s = \frac{F_y}{f_{yd}} = \frac{2402,71}{435 * 10^3} * 10^4 = 55,23 \text{ cm}^2 \quad (27)$$

- **Verificação das Escoras sem trações transversais**

Segundo o ponto 6.5.2 do Eurocódigo EC2, o valor de cálculo da resistência de uma escora sem tensões transversais é dado por:

$$\sigma_{rd,m\acute{a}x} = f_{cd} = 20,0 \text{ MPa} \geq \sigma_{Ed} \quad (28)$$

$$\sigma_{Ed} = \left( \frac{2293,05}{0,549 * 0,25} \right) * 10^{-3} = 16,72 \text{ MPa} \quad (29)$$

- **Verificação das Escoras com trações transversais**

Para as escoras com trações transversais, o Eurocódigo EC2 menciona que “o valor de cálculo da resistência das escoras de betão deverá ser reduzido em zonas comprimidas fendilhadas, o qual, a não ser que se utilize um método mais rigoroso, poderá ser calculado com base na expressão”:

$$\sigma_{rd,m\acute{a}x} = 0,6 \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) * f_{cd} = 13,44 \text{ MPa} \quad (30)$$

$$\sigma_{Ed} = \left( \frac{F_d}{b_{eff} * espessura} \right) * 10^{-3} = \left( \frac{2270,06}{2,99 * 0,25} \right) * 10^{-3} = 3,04 \text{ MPa} \quad (31)$$

$$b_{eff} = 0,5 * H + 0,65 * a = 0,5 * 5,04 + 0,65 * 0,72 = 2,99 \text{ m} \quad (32)$$

- **Cálculo das armaduras de pele utilizando as escoras do tipo “garrafa”**

Em regiões de tração transversal combinada com compressão longitudinal, também chamadas de escoras tipo “garrafa”, fissuras longitudinais podem conduzir à rotura do betão com tensões inferiores à sua resistência à compressão. Visto que a resistência à tração do betão é muito limitada, normalmente se reforça este campo de tensão na direção transversal e longitudinal conforme orientações do Eurocódigo EC2. Considerando a região de descontinuidade total ( $b > \frac{H}{2}$ ):

$$T = \frac{1}{4} \left( 1 - 0,7 \frac{a}{h} \right) * F_d = \frac{1}{4} \left( 1 - 0,7 \frac{0,72}{2,52} \right) * 2270,40 = 453,65 \text{ kN} \quad (33)$$

$$(34)$$

$$T_v = T * \cos 58^\circ = 453,65 * 0,53 = 240,43 \text{ kN} \quad (35)$$

$$T_h = T * \sin 58^\circ = 453,65 * 0,85 = 385,60 \text{ kN} \quad (36)$$

$$\frac{A_{sv}}{sv} = \left( \frac{240,43}{435 * 10^3 * 2,7} \right) * 10^4 = 2,05 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}} \quad (37)$$

$$\frac{A_{sv}}{sv} = \left( \frac{385,60}{435 * 10^3 * 3,92} \right) * 10^4 = 2,23 \frac{cm^2}{m} \quad (38)$$

Em que:

-  $\frac{A_{sv}}{sv}$  – Área de armadura necessária em cada face e direção, em  $cm^2/m$ .

De acordo com o Eurocódigo EC2, a armadura mínima deve ser maior do que 0,1% da armadura existente, com um mínimo de  $150 \text{ mm}^2/m$  em cada face e em cada direção. A distância entre dois varões adjacentes da rede não deverá ser superior a: 2 vezes a espessura da viga-parede ou 300 mm.

$$A_{s,dbmín} = 0,001 * 299,20 = 0,3 \text{ cm}^2/m \quad (39)$$

Sendo  $\frac{A_{sv}}{sv}$  maior do que  $A_{s,dbmín}$ , considera-se o valor mínimo calculado para as armaduras de pele, nas direções horizontais e verticais os valores de  $\frac{A_{sv}}{sv}$ .

### Verificação da Segurança nos Nós

Para o caso da viga parede, levou-se em consideração que as armaduras serão dispostas horizontalmente e verticalmente. Estas disposições construtivas serão de extrema importância na determinação da sua capacidade resistente, já que haverá zonas críticas devido à concentração de esforços.

Pelo Eurocódigo EC2 as forças que atuam nos nós devem estar em equilíbrio, devendo ser considerados os esforços transversais de tração perpendiculares ao plano do nó.

Nesta seção, a verificação está dividida em três casos:

1. Em nós comprimidos, no caso em que não há tirantes amarrados no nó.

Sendo a tensão máxima que pode ser aplicada nas faces do nó:  $\sigma_{rd,máx} = 1,0 * v' * f_{cd}$  (para o caso de nós CCC). Sendo  $v'$  calculado pela equação (4):

$$\sigma_{rd,máx} = 1,0 * 0,88 * 20,0 = 17,66 \text{ MPa} \quad (40)$$

2. Em nós sujeitos a compressão e tração, com tirantes amarrados em uma direção.

Sendo a tensão máxima que pode ser aplicada nas faces do nó  $\sigma_{rd,máx} = 0,85 * v' * f_{cd}$  (para o caso de nós CCT), então:

$$\sigma_{rd,máx} = 0,85 * 0,88 * 20,0 = 14,96 \text{ MPa} \quad (41)$$

3. Em nós sujeito a compressão e tração, com tirantes amarrados em mais de uma direção.

Sendo a tensão máxima que pode ser aplicada nas faces do nó:  $\sigma_{rd,m\acute{a}x} = 0,75 * v' * f_{cd}$  (para o caso de nós CTT), então:

$$\sigma_{Rd,m\acute{a}x} = 0,75 * 0,88 * 20,0 = 13,20 \text{ MPa} \quad (42)$$

Em resumo, considerando que para os 3 casos acima o  $\sigma_{Rd,m\acute{a}x}$  de menor valor é o caso 3 ( $\sigma_{Rd,m\acute{a}x} = 13,20 \text{ MPa}$ ), representa o valor limite que pode ser atingido para que não ocorra o esmagamento do betão nas zonas nodais. Para verificar a segurança a seguinte condição deve ser respeitada:

$$\sigma_{Rd,m\acute{a}x} \geq \sigma_{Ed} \quad (43)$$

Com

$$\sigma_{Ed1}, \sigma_{Ed2}, \sigma_{Ed3}, \sigma_{Ed4} = \left( \frac{F_d \text{ (kN)}}{L_{Apoio} \text{ (m)} * e_{parede} \text{ (m)}} \right) \quad (44)$$

Portanto, a tabela seguinte contém os resultados obtidos:

Quadro 7 - Resultados da verificação de segurança de cada nó em estudo (tensões em MPa).

	$\sigma_{Ed1}$	$\sigma_{Ed2}$	$\sigma_{Ed3}$	$\sigma_{Ed4}$	Cond.	$\sigma_{Rd,m\acute{a}x}$	Verificação		
Nó 1	4,464	13,086	8,224		≤	13,20	$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \leq \sigma_{Rd,m\acute{a}x}$	ok	
Nó 2	8,261						$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \leq \sigma_{Rd,m\acute{a}x}$	ok	
Nó 3	Nó sujeito apenas à Tração								
Nó 4	0,810						$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \leq \sigma_{Rd,m\acute{a}x}$	ok	
Nó 5	7,845						$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \leq \sigma_{Rd,m\acute{a}x}$	ok	
Nó 6	8,877	2,694	11,150				$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \leq \sigma_{Rd,m\acute{a}x}$	ok	
Nó 7	8,261	3,427	8,543				$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \leq \sigma_{Rd,m\acute{a}x}$	ok	
Nó 8	3,679						$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \leq \sigma_{Rd,m\acute{a}x}$	ok	
Nó 9	2,991	3,427	8,224				$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \leq \sigma_{Rd,m\acute{a}x}$	ok	
Nó 10	2,991	8,543	10,079	0,779			$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4 \leq \sigma_{Rd,m\acute{a}x}$	ok	
Nó 11	10,079	7,845	5,351				$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \leq \sigma_{Rd,m\acute{a}x}$	ok	
Nó 12	5,351	8,877					$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \leq \sigma_{Rd,m\acute{a}x}$	ok	
Nó 13	2,871						$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \leq \sigma_{Rd,m\acute{a}x}$	ok	

Após a verificação dos nós, é necessário determinar a área de armadura para resistir aos esforços de tração na estrutura. A área de armadura necessária retirada do programa *Robot* e a área de armadura atribuída para a viga-parede simples estão no Quadro 8.

Quadro 8 - Área de armadura para a viga-parede simples

	Armadura necessária (cm <sup>2</sup> )	Armadura atribuída	Área atribuída (cm <sup>2</sup> )
Zona inferior da viga-parede	7,20	φ12 // 0,150 m	(7,54)
Zona das arestas da abertura	4,46	4φ12 / face	(4,52)
Reforço para os cantos superiores da viga-parede	13,10	φ16 // 0,150 m (0,60m)	(13,40)
Face da abertura	3,97	2φ12 / face	(5,00)
Armadura transversal distribuída (horizontal)	5,00	φ10 // 0,150 m	(5,24)
Armadura transversal distribuída (vertical)	5,00	φ10 // 0,150 m	(5,24)

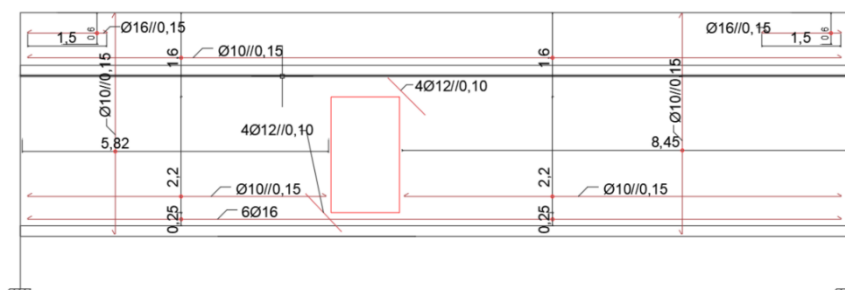


Figura 4.7 – Esquema das armaduras atribuídas para a viga-parede, a partir da análise e verificação através do programa Robot Structural Analysis.

Por fim, o comprimento de amarração necessário para não permitir o escorregamento das armaduras principais, o Eurocódigo EC2 determina as seguintes expressões.

$$f_{ctd} = \alpha_{ct} * \frac{f_{ctk0,05}}{\gamma_c} = 1,0 * \frac{2,0}{1,5} = 1,33 MPa \quad (45)$$

$$f_{bd} = 2,25 * \eta_1 * \eta_2 * f_{ctd} = 2,25 * 1,0 * 1,0 * 1,33 = 2,99 MPa \quad (46)$$

$$l_{b,rqd} = \left(\frac{\phi}{4}\right) * \left(\frac{\sigma_{sd}}{f_{ab}}\right) = \left(\frac{0,025}{4}\right) * \left(\frac{380}{2,99}\right) = 0,794m \quad (47)$$

$$l_b = \alpha_1 * \alpha_2 * \alpha_3 * \alpha_4 * \alpha_5 * l_{b,rqd} = 1,0 * 1,0 * 0,7 * 1,0 * 0,85 * 0,794 = 0,472m \quad (48)$$

Existe comprimento suficiente para a amarração das armaduras longitudinais, visto que o comprimento de amarração começa a partir da face do nó em que está situado o tirante e os apoios possuem largura suficiente para acomodar as armaduras.

### Análise pelo programa CAST

Para a verificação da resistência pelo (American Concrete Institute, 2019i), o programa *CAST* servirá de base para auxiliar na representação necessária do modelo em treliça resistente da viga-parede. Sendo assim, os dados introduzidos no programa foram baseados na norma em

vigor e refletem os resultados que serão utilizados para comparar os resultados obtidos nas diferentes normas abordadas no presente trabalho.

A começar pela definição da região descontínua, com as dimensões externas da viga-parede e a definição da posição das escoras e dos tirantes, resultando no modelo em treliça, de seguida as cargas distribuídas na laje transformam-se em cargas pontuais para poder atribuí-las aos nós.

Obtidas as forças em cada elemento, é necessário definir as características do material da viga-parede, como o valor característico de resistência à compressão do betão e o valor de cedência das armaduras. Sendo:

$$f_{cd} = \frac{30,0}{1,5} = 20,0 \text{ MPa} \qquad f_{yd} = \frac{500,0}{1,5} = 333,3 \text{ MPa}$$

A resistência associada as escoras e os tirantes são atribuídos dentro do próprio programa, sendo os cálculos baseados nas fórmulas existentes no código americano para a verificação da resistência do elemento. Portanto, é necessário definir as condições para cada escora, tirante e regiões nodais.

Na figura seguinte retirada do programa CAST - Figura 4.8, nota-se o modelo escolhido, as forças em cada escora, tirantes e região nodal. De acordo com o código americano, o ângulo entre as escoras e os tirantes deve estar preferencialmente compreendido entre os 45° e os 60°, que no modelo em análise e para o ângulo principal (46°), a altura da estrutura resultou em:

$$h = \text{tg}(46^\circ) * 3750 \text{ mm} = 3883 \text{ mm} \qquad (49)$$

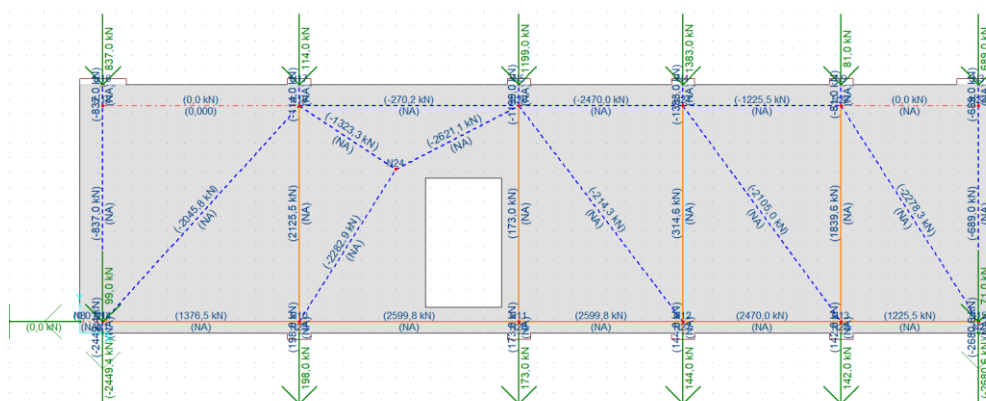


Figura 4.8 – Modelo em treliça atribuído à viga-parede simples, retirado do programa CAST.

Visto que a escora mais esforçada no modelo (-2282.9 kN) faz um ângulo de 58° com o tirante correspondente e o restante das escoras principais com ângulos compreendidos entre os 45° e os 60°, o modelo em treliça está verificado para todos os ângulos.



Após definir no próprio programa as condições limites para a resistência das escoras, tirantes e nós, o cálculo é efetuado e o resultado com as forças em cada barra, as larguras mínimas das escoras e as armaduras necessárias para resistir as forças de tração são especificados no Quadro 9.

Quadro 9 – Resultados para as escoras e os tirantes mais esforçados no programa *CAST*.

Força (kN)	Largura mínima/utilizada (mm)	Área de armadura necessária (cm <sup>2</sup> )	Armadura (cm <sup>2</sup> )
- 2 501,20	872,0/872,0	-	-
- 2 425,90	508,0/508,0	-	-
- 2 266,60	791,0/791,0	-	-
1 351,90	126,0/126,0	31,09	2 camadas 4 varões $\phi$ 25 (40)
2 553,30	226,0/226,0	58,72	3 camadas 4 varões $\phi$ 25 (60)
2 425,90	226,0/226,0	55,79	3 camadas 4 varões $\phi$ 25 (60)
1 203,60	126,0/126,0	27,68	2 camadas 4 varões $\phi$ 25 (40)
2 091,31	-	48,10	$\phi$ 10 // 0,125 m por face (24,80)

A partir da tabela é possível extrair a largura que cada escora deve ter para resistir ao esforço atuante, respeitando a largura mínima que foi calculada pelo programa, assim como as armaduras necessárias para resistir as forças de tração elevadas que existem na viga-parede.

Seguindo a análise, depois das escoras, tirantes e nós estarem definidos, a verificação do nó é importante para verificar se está ou não dentro do limite de tensão admitido. Para isto, o programa calculou automaticamente a tensão em cada face dos nós e realizou a verificação, levando em consideração a atribuição que foi feita para cada nó, de acordo com o número de escoras e tirantes existentes em uma mesma região nodal, a verificação é assegurada se for menor ou igual a 1,0. O Quadro 10 exhibe os resultados.

Quadro 10 - Resultados gerados pelo programa CAST para os nós da viga-parede simples.

Nó	face do nó	Força (kN)	Tensão (MPa)	Verificação
N2	E28	-2680,6	15,32	1,00
	E10	-2242,1	11,35	0,989
	E35	-213,0	1,70	0,148
	E36	-2091,9	11,16	0,972
	E4	-837,0	4,19	0,274
	E6	-2029,3	11,27	0,737
	E26	-2449,4	12,25	0,800
	E24	-689,0	3,94	0,257
	E28	-2680,6	15,32	1,00
	E37	-2266,6	11,33	0,741
N18	E4	-837,0	4,19	0,274
	E29	-837,0	4,19	0,274
	E6	-2029,3	11,27	0,737
	E9	-359,5	2,88	0,188
	E25	-1209,7	10,75	0,703
N20	E9	-359,5	2,88	0,188
	E11	-2501,2	14,29	0,934
	E15	-2425,9	16,73	1,09
N21	E35	-213,0	1,70	0,111
	E15	-2425,9	16,73	1,09
	E18	-1203,6	9,63	0,629
N22	E36	-2091,9	11,16	0,729
	E18	-1203,6	9,63	0,629
	E37	-2266,6	11,33	0,741
N24	E24	-689,0	3,94	0,257
	E34	-689,0	3,94	0,257
	E10	-2242,1	11,35	0,742
	E11	-2501,2	14,29	0,934
	E25	-1209,7	10,75	0,703

Para a última fase da análise através do programa *CAST* deve-se garantir a resistência à tração transversal das escoras e também a armadura mínima que é necessária neste tipo de estrutura. O Quadro 1 especifica a armadura mínima necessária. Considerando uma malha ortogonal a introduzir na viga-parede e a escora não estando restringida lateralmente:

$$\frac{A_{s,min}}{A_{s,total}} = 0,00635 \text{ cm} = A_{s,total} * 0,00635 \text{ cm} = 300,0 \text{ cm}^2 * 0,00635 = 1,905 \text{ cm}^2 \quad (50)$$

$$A_{s,min} = 1,905 \text{ cm}^2/\text{m}/\text{face}/\text{direção}$$

- Com espaçamento máximo entre os varões de 30 cm.

A armadura distribuída adotada para a viga-parede é de  $\phi 10 // 0.150$  m (5,24 cm<sup>2</sup>).

As verificações da ancoragem das armaduras são extremamente importantes, uma vez que assegura a transferência de força da armadura em tração para o betão sob compressão (evitando o escorregamento da armadura). Para a verificação através do quadro 25.4.2.3 do Código americano e para a viga-parede em estudo:

$$l_d = \left( \frac{f_y * \phi_t * \phi_e * \phi_g}{(40 * \lambda * \sqrt{f'_c})} \right) * d_b = \left( \frac{(63091) * (1,0) * (1,0) * (1,0)}{(20 * (1,0) * \sqrt{2900})} \right) * db = 58,57 * db \text{ in} \quad (51)$$

$$l_d = 0,984 \text{ in} * 58,57 = 57,64 \text{ in} = 1,46 \text{ m}$$

Considerando o conservadorismo do código americano, e sendo o comprimento de amarração determinado extenso e por questões de segurança, optou-se por considerar os varões dobrados a 90° nas extremidades das armaduras longitudinais da viga-parede complexa, sendo o comprimento de amarração necessário encontrado no subcapítulo 25.4.3.1 e no quadro 25.3.1 do código americano:

$$l_{dh} = \left( \frac{f_y * \phi_e * \phi_r * \phi_o * \phi_c}{(55 * \lambda * \sqrt{f'_c})} \right) * db = \left( \frac{(63091) * (1,0) * (1,0) * (1,0) * (0,85)}{(55 * (1,0) * \sqrt{2900})} \right) = 18,10 * d_b \quad (52)$$

$$l_{dh} = 0,629 \text{ in} * 18,10 = 11,40 \text{ in} = 0,289 \text{ m}$$

$$l_{ext} = 12 * db = 12 * 0,629 \text{ in} = 7,54 \text{ in} = 0,19 \text{ m} \quad (53)$$

### Análise pelo programa IDEA StatiCa

Os dados introduzidos no programa *IDEA StatiCa* foram os mesmos dados utilizados na verificação e análise pelos outros programas, o diferencial está pautado na total autonomia do programa em gerar os resultados. As condições são impostas inicialmente dentro do programa, como a geometria, as cargas utilizadas e as armaduras que serão analisadas, com o objetivo de verificar a segurança de cada componente que foi atribuído à viga-parede.

Um aspeto interessante do programa e que difere completamente dos outros acima utilizados está na verificação apenas das armaduras que foram atribuídas à viga-parede, no estado limite último (ELU) e no estado limite de serviço (ELS), não fornecendo a verificação das escoras e das regiões nodais para a estrutura.

Os resultados seguintes são retirados do próprio programa, em que é gerado um pequeno “relatório” dos resultados da verificação de segurança da estrutura. Os resultados apresentados são referentes ao ELU. De seguida, no final dos resultados apresenta-se a verificação das

componentes no ELS, nomeadamente a verificação da resistência do betão e a verificação da largura das fissuras que possam surgir.

*Materials:*

Concrete						
Name	$f_{ck}$ [MPa]	$f_{ctk,0.05}$ [MPa]	$f_{ctm}$ [MPa]	$E_{cm}$ [MPa]		
C30/37	30.0	2.0	2.9	32836.6		
	$\epsilon_{c2} = 20.0 \cdot 1e-4$ , $\epsilon_{cu2} = 500.0 \cdot 1e-4$ , Diagram type: Parabolic Creep coefficient: 2.50					
Reinforcement						
Name	$f_{yk}$ [MPa]	k [-]	$E_s$ [MPa]	Unit mass [kg/m <sup>3</sup> ]	$\epsilon_{uk}$ [1e-4]	Surface
B 500A	500.0	1.05	200000.0	7850	250.0	Ribbed
	$\epsilon_{st} = 1000.0 \cdot 1e-4$ , $\epsilon_{sc} = 1000.0 \cdot 1e-4$ ,					

Figura 4.9 – Materiais atribuídos à geometria da viga-parede simples.

*Geometria e cargas:*

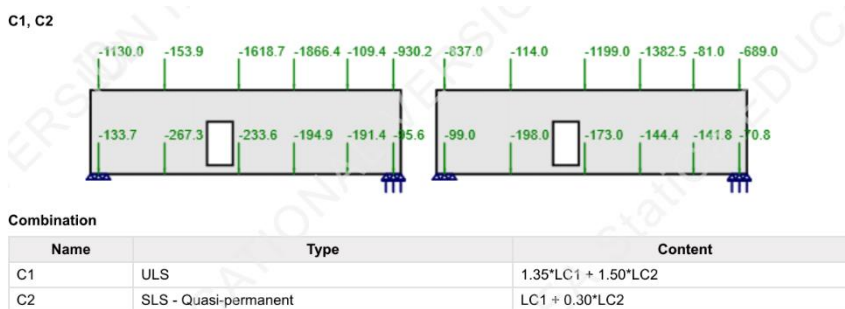


Figura 4.10 – Cargas pontuais atribuídas a geometria da viga-parede simples para a combinação ELU e ELS.

Antes de atribuir as armaduras já é possível gerar o fluxo de tensões no interior da estrutura, calculado automaticamente pelo programa, a fim de localizar as regiões em compressão e em tração. Na Figura 4.11, as tensões em tração estão a azul e as tensões em compressão estão a vermelho.

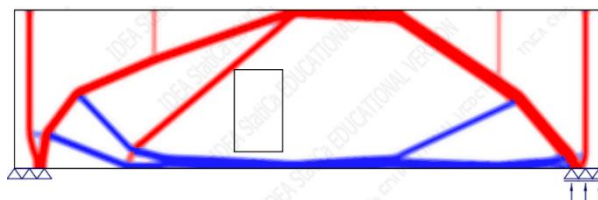


Figura 4.11 – Gráfico topológico de tensões existentes no interior da viga-parede.

Através deste gráfico é possível encontrar facilmente a localização em que devem estar as escoras e os tirantes, assim como facilita a decomposição das forças para, posteriormente, atribuir as armaduras. Em seguida, atribui-se as armaduras necessárias e gera-se o cálculo no programa.

Armaduras adotadas:

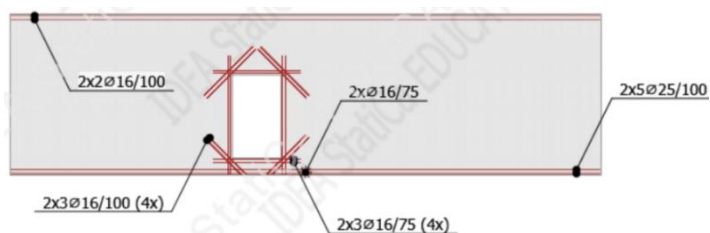


Figura 4.12 – Armaduras atribuídas para a viga-parede simples baseada na análise anterior.

- Resultados

Fluxo de tensões no interior da estrutura e direção das tensões principais:

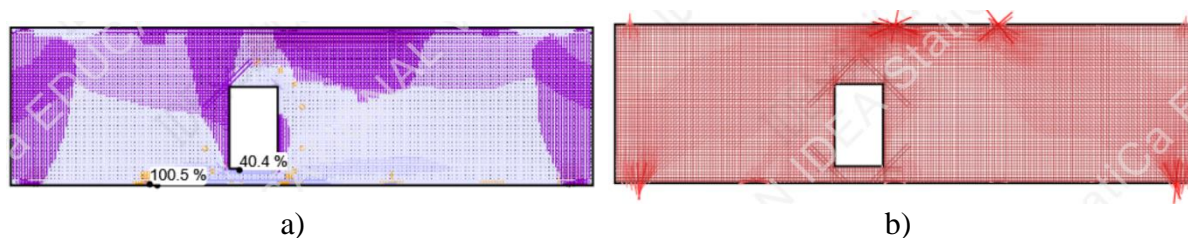


Figura 4.13 – a) fluxo de tensões na estrutura (violeta – compressão / azul – tração); b) direção das tensões principais.

Verificação da tensão atuante com a tensão resistente no betão:

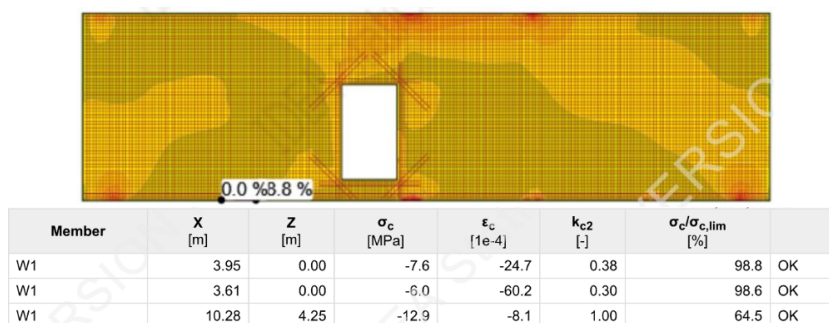


Figura 4.14 – Razão entre a tensão atuante e a tensão resistente no betão.

Verificação da tensão atuante com a tensão resistente nas armaduras:

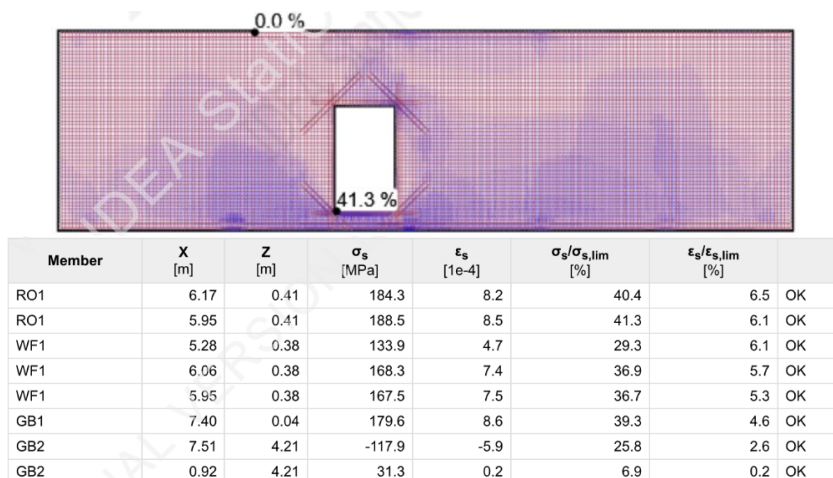


Figura 4.15 – Razão entre a tensão atuante e a tensão resistente nas armaduras que foram atribuídas.

Verificação da Ancoragem das armaduras:

Member	X [m]	Z [m]	$\tau_b$ [MPa]	$F_a$ [kN]	$F_{tot}$ [kN]	$F_{tot}/F_{lim}$ [%]	$\tau_b/f_{bd}$ [%]
WF1	3.75	0.03	-3.1	0.2	17.1	50.7	100.5
WF1	3.75	0.25	3.0	0.2	39.6	39.2	99.9
WF1	6.06	0.38	0.0	0.2	67.7	36.9	1.1
WF1	7.40	4.20	-0.7	0.2	-44.9	24.5	30.6
WF1	3.75	0.25	3.0	0.2	50.8	75.4	99.9
RO1	7.31	0.03	3.0	0.3	25.8	50.5	99.9
RO1	7.70	0.34	-3.0	0.3	25.3	50.5	99.9
RO1	5.95	0.41	0.1	0.3	113.7	41.3	5.3
RO1	5.84	2.64	-0.3	0.3	-22.7	8.2	8.6
RO1	5.51	0.34	1.3	0.3	53.7	53.5	42.2
GB1	3.49	0.04	3.0	0.1	126.2	11.3	99.9
GB1	3.94	0.04	-3.0	0.1	300.0	26.8	99.9
GB1	7.40	0.04	3.0	0.1	440.9	39.3	99.9
GB1	15.00	0.04	-1.1	0.1	-57.6	5.1	36.6
GB2	15.23	4.21	1.4	0.0	-2.8	1.5	66.0
GB2	0.58	4.21	-1.4	0.0	12.1	8.5	65.1
GB2	0.92	4.21	0.0	0.0	12.6	6.9	1.5
GB2	7.51	4.21	-0.2	0.0	-47.4	25.8	8.9

Figura 4.16 – Percentagem de utilização da ligação entre as armaduras e o betão.

- **Resultados para a combinação de ações ELS.**

*Verificação das tensões de compressão no betão:*

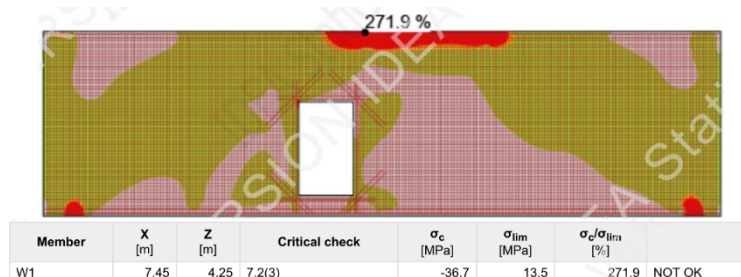


Figura 4.17 – Percentagem de utilização da resistência do betão para a combinação de ações ELS.

Para a situação de não verificação da condição apresentada na Figura 4.17, o programa considerou o conjunto de forças exercidas no ELS em uma área menor do que a área existente na fronteira do elemento, o que resultou em tensões elevadas na parte superior da viga-parede, onde a estrutura recebe as cargas dos pilares. Porém, na realidade a área de distribuição das cargas é mais extensa do que a apresentada e é verificada através da fórmula do esmagamento do betão – ver Equação (26).

*Verificação da resistência às fissuras no betão:*

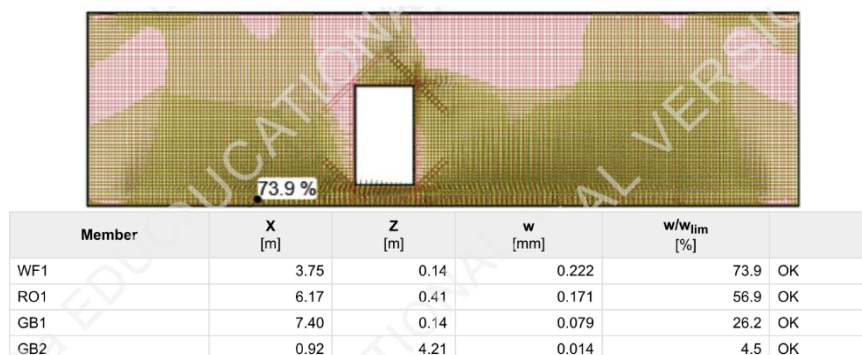


Figura 4.18 – Razão entre a largura das fissuras e a largura limite para cada fissura.

#### 4.1.2 Viga-Parede com Geometria Complexa

A viga-parede complexa constitui uma estrutura existente com várias aberturas para portas e aberturas de serviço, em que as cargas são transferidas do piso superior à viga-parede através de cinco pilares no topo da viga-parede e quatro paredes estruturais que servem de apoio à base da estrutura. Existem, também, lajes nos pisos inferiores e superiores que descarregam sobre a viga-parede, as cargas distribuídas associadas às lajes foram convertidas em cargas pontuais para facilitar a análise do modelo de treliças. Todas as cargas que estão presentes na viga-parede já estão majoradas para o estado limite último (ELU).

As dimensões da viga-parede complexa são as seguintes:

Quadro 11 - Dimensões geométricas da viga-parede complexa em estudo

Comprimento (m)	Altura (m)	Espessura (m)
31,0	4,20	0,40

O material a ser utilizado no dimensionamento da viga-parede complexa são o betão 40/50 e o aço A500NRSD que constituem o betão armado. As características dos materiais descrevem-se abaixo:

c) Betão

Características de resistência:

Quadro 12 - Características de resistência e deformação do betão. Fonte: (CEN, 2010)

$f_{ck}$ (MPa)	40
$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	25
$f_{cd}$ (MPa)	26,67

*NPEN1992-1-1 Q 3.1 - pág 36*  
*NPEN1991-1-1 Q A.1 - pág 30*  
*NPEN1991-1-1 3.1.6 (1) - pág 42*

d) Aço para betão armado

O aço utilizado é A500NRSD, a mesma classe de aço que foi considerado para a viga-parede simples, no caso de estudo anterior.

### Análise pelo Robot Structural Analysis

Partindo do que foi feito no exemplo anterior e com o auxílio do programa Robot, gerou-se a malha de elementos finitos com dimensões 0,25 m x 0,25 m e as tensões internas na estrutura, com o objetivo de encontrar a estrutura base em treliça resistente. Os resultados do programa estão abaixo nas Figura 4.19, Figura 4.20, Figura 4.21e Figura 4.22.

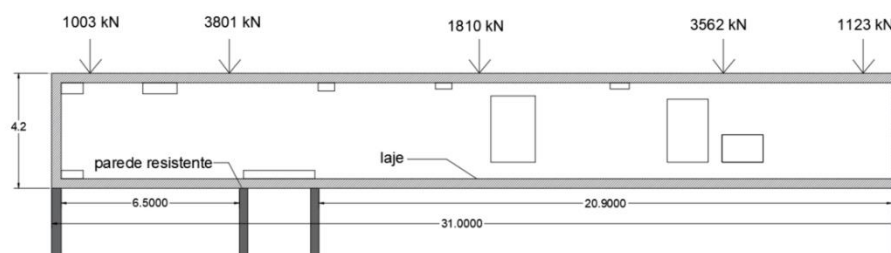


Figura 4.19 – Modelo geométrico da viga-parede complexa com as forças existentes.



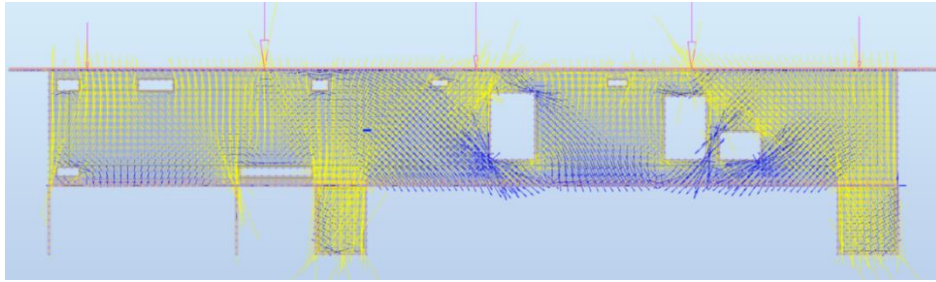


Figura 4.20 – Direção principal das forças, explorando as zonas em tração (azul) e em compressão (amarelo).

*Tensões principais:*

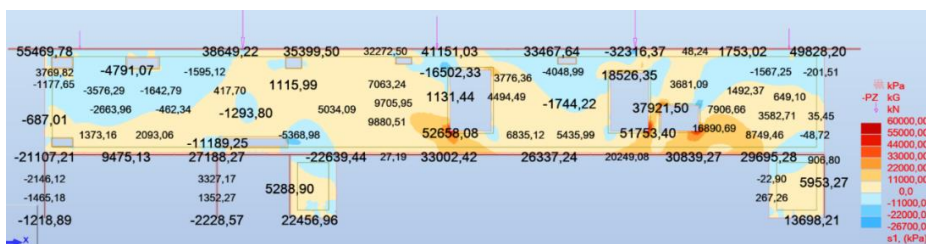


Figura 4.21 – Valor das tensões principais de tração para o carregamento associado, no ELU (kPa).



Figura 4.22 – Valor das tensões principais de compressão para o carregamento associado, no ELU (kPa).

A partir das tensões principais e transversais, foi possível criar a estrutura resistente aos esforços existentes para a combinação de cargas do ELU - Figura 4.23.

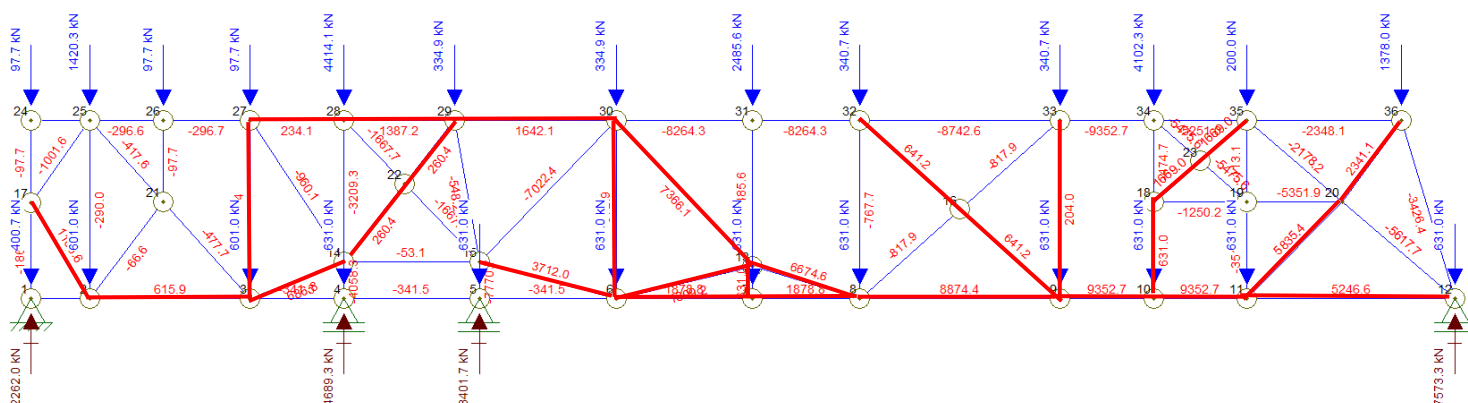


Figura 4.23 – Esquema da estrutura base resistente em treliça e os esforços em cada barra para a viga-parede complexa.

Da análise pode-se retirar os seguintes valores para o dimensionamento:

Quadro 13 - Valores máximos do esforço axial em cada barra

$N_{sd}$ máximo de compressão nas barras horizontais (kN)	-9352,7
$N_{sd}$ máximo de compressão nas barras inclinadas (kN)	-7022,4
$N_{sd}$ máximo de tração (kN)	9352,7

Após a determinação dos esforços, é preciso encontrar a posição das escoras e tirantes horizontais, assim como a profundidade do eixo neutro. Sendo o recobrimento de 2,5 cm e  $d = h - rec = 4,175$  m e  $y = d - \sqrt{d^2 - \frac{2xN_{sd}xa}{bxf_{cd}}}$ , com  $N_{sd} = 7022,4$  kN;  $a = 2,93$  m;  $b = 0,40$  m e  $f_{cd} = 26,67$  MPa, a profundidade do eixo neutro é então de:

$$z = d - \frac{y}{2} = 3,93 \text{ m} \quad (54)$$

No caso de áreas sujeitas a forças concentradas, é necessário verificar o esmagamento do betão através da seguinte expressão. Considerando a área de carregamento  $0,5 \times 0,4$  m<sup>2</sup> resulta em:

$$F_{Rdu} = A_{c0} * f_{cd} * \sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} = (0,5 * 0,4) * 26,67 * 10^3 \sqrt{\frac{(0,5 * 0,4)}{(0,5 * 0,4)}} = 5340 \text{ kN} > F_u = 4414,1 \text{ kN} \quad (55)$$

- **Armaduras longitudinais**

A área de armadura necessária é obtida através da força máxima atuante nos tirantes no ELU e da tensão de cedência do aço.

$$A_s = \frac{f_y}{f_{yd}} = \frac{9352,7}{435 \times 10^3} \times 10^4 = 215,0 \text{ cm}^2 \quad (56)$$

Através do Eurocódigo EC2, devem ser verificadas as tensões admissíveis nas escoras e nos tirantes, sendo para todas, a condição de verificação  $\sigma_{Ed} < \sigma_{Rd, \text{máx}}$ .

- **Verificação das escoras sem trações transversais**

Segundo o ponto 6.5.2 do Eurocódigo EC2, o valor de cálculo da resistência de uma escora sem tensões transversais é dado por:

$$\sigma_{Ed} = \left( \frac{F_d}{b_{ef} \times e} \right) = \left( \frac{9352,7}{0,90 \times 0,40} \right) \times 10^{-3} = 25,97 \text{ MPa} \quad (57)$$

$$\sigma_{rd, \text{máx}} = f_{cd} = 26,67 \text{ MPa} \quad (58)$$

- **Verificação das escoras com trações transversais**

Para as escoras com trações transversais, o Eurocódigo EC2 menciona que “o valor de cálculo da resistência das escoras de betão deverá ser reduzido em zonas comprimidas fendilhadas, o qual, a não ser que se utilize um método mais rigoroso, poderá ser calculado com base na expressão”:

$$\sigma_{Ed} = \left( \frac{7022,4}{2,57 \times 0,40} \right) \times 10^{-3} = 6,83 \text{ MPa} \quad (59)$$

$$\sigma_{rd, \text{máx}} = 0,6 \times \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \times f_{cd} = 13,44 \text{ MPa} \quad (60)$$

- **Armaduras de pele utilizando escoras tipo “Garrafa”**

Considerando a viga-parede uma região com descontinuidade total  $b > \frac{H}{2}$ , os tirantes são verificados da seguinte forma.

$$T = \frac{1}{4} \left( 1 - 0,7 \frac{a}{h} \right) \times F_d = \frac{1}{4} \left( 1 - 0,7 \frac{0,63}{2,165} \right) \times 9352,7 = 1861,9 \text{ kN} \quad (61)$$

$$\frac{A_{sv}}{sv} = \left( \frac{T}{f_y \times comp} \right) = \left( \frac{219,0}{435 \times 10^3 \times 2,0} \right) \times 10^4 = 5,40 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}} \quad (62)$$

A armadura mínima a dispor junto de cada face da viga-parede constitui uma rede ortogonal de aço com uma distância máxima entre varões de 300 mm, em que o Eurocódigo EC2 determina a seguinte condição:

$$A_{s,dbmin} = \frac{0,001}{2} = 5 \text{ cm}^2 / \text{m} / \text{face} / \text{direção} \geq 150 \text{ mm}^2 / \text{m} \quad (63)$$

Considerando que a armadura de pele utilizada nas escoras do tipo “garrafa” são condicionantes para os esforços em tração na direção horizontal, a armadura mínima a considerar para a rede ortogonal é de 21,40 cm<sup>2</sup> / m por face e por direção.

### Verificação da segurança nos nós

Para a verificação dos nós utilizou-se as barras que estão mais comprimidas, considerando as escoras prismáticas e as escoras inclinadas, a tabela a seguir apresenta o resultado das verificações, de acordo com o Eurocódigo EC2 e a verificação é satisfeita se for menor ou igual que 1,0 ( $\sigma_{Ed} < \sigma_{Rd,m\acute{a}x}$ ).

Quadro 14 - Verificação da resistência dos nós mais solicitados para a viga-parede complexa.

Nó	Tipo	Força (kN)	$\sigma_{Ed1}$	$\sigma_{Ed2}$	$\sigma_{Ed3}$	$\sigma_{Ed4}$	Cond.	$\sigma_{Rd,m\acute{a}x}$	Verificação
33	CCC	-9352,7	21,06	13,42	14,59	3,39	≤	22,4	0,940
32	CCT	-8742,6	19,01	18,78	3,84	-	≤	19,04	0,998
15	CCT	-7770,7	17,66	18,48	9,06	2,98	≤	19,04	0,970

Como os restantes nós estão com tensões abaixo das apresentadas acima, conclui-se que para o mesmo material e de acordo com o tipo de nó atribuído, estão verificados para o ELU.

A partir do programa *Robot* também foi possível analisar as armaduras necessárias para fornecer resistência à estrutura, a tabela seguinte expõe os resultados analisados. Ver (Figura B.2 - Anexo B) para a pormenorização das armaduras.

Quadro 15 - Área de armadura necessária e área de armadura atribuída para a viga-parede complexa.

	Armadura necessária (cm <sup>2</sup> )	Armadura atribuída	Área atribuída (cm <sup>2</sup> )
Laje inferior	20,00	φ16 // 0,100 m	(20,11)
Laje superior	19,80	φ16 // 0,100 m	(20,11)
Arestas em tração 1	31,16	3φ25 // face	(15,00)
Arestas em tração 2	22,00	2φ25 // face	(10,00)
Arestas em tração 3	38,25	φ25 // 0,125 m / face	(40,00)
Armadura longitudinal X	7,00	φ12 // 0,150 m / face	(7,54)
Armadura transversal Y	7,00	φ12 // 0,150 m / face	(7,54)

Por fim, o comprimento de amarração necessário para não permitir o escorregamento das armaduras principais, sendo que o Eurocódigo EC2 determina as seguintes expressões.

$$f_{ctd} = \alpha_{ct} * \frac{f_{ctk0,05}}{\gamma_c} = 1,0 * \frac{2,5}{1,5} = 1,67 \text{ MPa} \quad (64)$$

$$f_{bd} = 2,25 * \eta_1 * \eta_2 * f_{ctd} = 2,25 * 0,7 * 1,0 * 1,67 = 2,63 \text{ MPa} \quad (65)$$

$$l_{b,rqd} = \left(\frac{\phi}{4}\right) * \left(\frac{\sigma_{Ed}}{f_{bd}}\right) = \left(\frac{0,016}{4}\right) * \left(\frac{787,0}{2,63}\right) = 1,19 \text{ m} \quad (66)$$

$$l_{bd} = \alpha_1 * \alpha_2 * \alpha_3 * l_{b,rqd} = 1,0 * 0,915 * 0,85 * 1,19 = 0,93 \text{ m} \geq l_{b,min} = 0,28 \text{ m} \quad (67)$$

Considerando as armaduras longitudinais retas e sem nenhum dispositivo de amarração, o comprimento de amarração é suficiente, visto que o comprimento disponível é superior ao comprimento determinado e que as armaduras longitudinais correspondentes se situam em toda a extensão da laje inferior da viga-parede.

### Análise pelo programa CAST

O mesmo procedimento feito para a viga-parede simples será feito na viga-parede complexa utilizando o programa *CAST*. Primeiramente, é necessário definir as características do material da viga-parede, como o valor característico de resistência à compressão do betão e o valor de cedência das armaduras. Sendo o betão utilizado de classe 40/50 e o aço da classe A500NRSD:

$$f_{cd} = \frac{40}{1,5} = 26,67 \text{ MPa} \quad f_{yd} = \frac{500}{1,5} = 435 \text{ MPa}$$

A resistência associada às escoras e os tirantes são atribuídos dentro do próprio programa, sendo os cálculos baseados nas fórmulas existentes no Código americano para a verificação da resistência do elemento.

Na figura retirada do programa *CAST* (Figura A.1 - Anexo A1) nota-se o modelo escolhido e as forças resultantes das escoras e tirantes. De acordo com o código americano, o ângulo entre as escoras e tirantes deve estar preferencialmente compreendido entre os 45° e os 60°, porém podendo ser inferior em alguns casos, no modelo em análise e para o ângulo principal (41°), a altura da estrutura em treliça resultou em:

$$h = \text{tg}(41^\circ) * 4450 \text{ mm} = 3830 \text{ mm} \quad (68)$$

Visto que a escora inclinada mais esforçada no modelo (-7012,8 kN) faz um ângulo de 60° com o tirante correspondente e devido à complexidade do modelo em não permitir ângulos maiores, os restantes das escoras estão com ângulos compreendidos entre os 40° e os 60°, o que de acordo com o código americano está verificado para o modelo em treliça determinado.

Após definir no próprio programa as escoras, tirantes e nós, o cálculo é efetuado e o resultado com as forças em cada barra, as larguras mínimas das escoras mais esforçadas e as armaduras necessárias são especificados no Quadro 16.

Quadro 16 - Resultados para as escoras e tirantes da viga parede complexa.

Força (kN)	Largura mínima/utilizada (mm)	Área de armadura necessária (cm <sup>2</sup> )	Armadura atribuída (cm <sup>2</sup> )
- 9 676,50	948,7/1150	-	-
- 7 012,80	1146,0/1146,0	-	-
9 676,50	-	222,45	φ16 // 0,125 m (240,9)
7 376,70	-	169,58	φ16 // 0,100 m / face malha ortogonal
6 475,30	-	148,86	8 Estribos φ16 // 0,100 m / face (160,88)

Seguindo a análise e depois das escoras, tirantes e nós estarem definidos, a verificação do nó é crucial para saber se está ou não dentro do limite de tensão. Para isto, o programa calculou automaticamente a tensão nos nós e realizou a verificação, levando em consideração a atribuição que foi feita para cada nó, de acordo com o número de escoras e tirantes existentes em cada nó. A verificação está assegurada se for menor ou igual a 1,0, o Quadro 17 exhibe os resultados.

Quadro 17 - Resultados da verificação dos nós para a viga-parede complexa retirados do programa CAST

Nó	Face do nó	Força (kN)	Tensão (MPa)	Verificação
N30	E17	203,6	1,70	0,083
	E25	-9064,5	19,71	0,966
	E68	-9676,5	21,04	1,03
	E89	-340,7	25,50	1,25
N41	E56	-800,4	6,67	0,436
	E59	-8583,8	17,88	1,17
	E86	-334,9	25,50	1,67
	E120	-7012,8	15,30	1,00
N49	E49	-16,2	0,20	0,010
	E51	-385,7	4,82	0,236
	E52	-7537,2	18,84	0,924
	E77	-1554,0	10,20	0,500
N15	E15	-3595,8	14,98	0,734
	E97	-7573,0	18,93	0,928
	E145	-5553,6	13,88	0,681

Os nós considerados acima são os mais solicitados com compressões do modelo, nota-se que há alguns valores acima de 1,0, em razão das forças elevadas estarem concentradas ao longo de um eixo e, também, provocadas pela grande diferença de direção das forças existentes em uma única região nodal, o que dificulta a sua distribuição por outras áreas da viga-parede e consequentemente resulta em cargas mais elevadas, porém devido a espessura da estrutura e o tipo de betão utilizado permitem verificar as regiões nodais através de larguras maiores das escoras.

Para a última fase da análise, deve-se garantir a resistência à tração transversal das escoras e também a armadura mínima que deve ser considerada neste tipo de estrutura. O Quadro 1 especifica a armadura mínima necessária. Considerando uma malha ortogonal a introduzir na viga-parede e a escora não estando restringida lateralmente:

$$\frac{A_{s,min}}{A_{s,total}} = 0,00635 \text{ cm} = A_{s,total} * 0,00635 \text{ cm} = 1084 \text{ cm}^2 * 0,00635 \quad (69)$$

$$= 6,88 \text{ cm}^2 / \text{m/face/direção}$$

- Com espaçamento máximo entre os varões de 30 cm.

Sendo a armadura distribuída considerada de  $\phi 16 // 0,100 \text{ m}$  ( $20,11 \text{ cm}^2/\text{m}$ ) nesta análise, é maior do que a armadura mínima determinada, concluindo que há verificação neste aspeto.

As verificações da ancoragem das armaduras são extremamente importantes, uma vez que assegura a transferência de força da armadura em tração para o betão em compressão (evitando o escorregamento da armadura). Para esta verificação através do quadro 25.4.2.3 do código americano e considerando o varão longitudinal reto no interior da viga-parede em estudo, o comprimento de amarração necessário é de:

$$l_d = \left( \frac{3 * f_y * \phi_t * \phi_e * \phi_g}{(40 * \lambda * \sqrt{f'_c})} \right) db = \left( \frac{3 * (63091) * (1,0) * (1,0) * (1,0)}{(40 * (1,0) * \sqrt{3872,5})} \right) db = 76,0 * db \text{ in} \quad (70)$$

$$l_d = 0,984 \text{ in} * 76,0 = 74,8 \text{ in} = 1,89 \text{ m}$$

Considerando o comprimento de amarração determinado ser extenso e por questões de segurança, optou-se por considerar os varões dobrados a  $90^\circ$  nas extremidades das armaduras longitudinais da viga-parede complexa, sendo o comprimento de amarração necessário encontrado no subcapítulo 25.4.3.1 e no quadro 25.3.1 do código americano:

$$l_{dh} = \left( \frac{f_y * \phi_e * \phi_r * \phi_o * \phi_c}{(55 * \lambda * \sqrt{f'_c})} \right) db = \left( \frac{(63091) * (1,0) * (1,0) * (1,0) * (0,85)}{(55 * (1,0) * \sqrt{3872,5})} \right) db = 15,66 * db \text{ in} \quad (71)$$

$$l_{dh} = 0,984 \text{ in} * 15,66 = 15,41 \text{ in} = 0,39 \text{ m}$$

$$l_{ext} = 12 * db = 12 * 0,984 \text{ in} = 11,80 \text{ in} = 0,30 \text{ m} \quad (72)$$

### Análise pelo programa IDEA StatiCa

Os dados introduzidos no programa *IDEA StatiCa* foram os mesmos dados utilizados na verificação e análise através dos outros programas, o diferencial está pautado na total autonomia do programa em gerar os resultados. As condições são impostas inicialmente dentro do programa pelo projetista, como a geometria, as cargas utilizadas e as armaduras que serão

analisadas, com o objetivo de verificar a segurança de cada componente que foi atribuído à viga-parede.

*Materials:*

Concrete						
Name	$f_{ck}$ [MPa]	$f_{ctk,0.05}$ [MPa]	$f_{ctm}$ [MPa]	$E_{cm}$ [MPa]		
C40/50	40.0	2.5	3.5	35220.5		
$\epsilon_{c2} = 20.0 \cdot 10^{-4}$ , $\epsilon_{cu2} = 500.0 \cdot 10^{-4}$ , Diagram type: Parabolic Creep coefficient: 2.50						
Reinforcement						
Name	$f_{yk}$ [MPa]	k [-]	$E_s$ [MPa]	Unit mass [kg/m <sup>3</sup> ]	$\epsilon_{uk}$ [1e-4]	Surface
B 500A	500.0	1.05	200000.0	7850	250.0	Ribbed
$\epsilon_{st} = 1000.0 \cdot 10^{-4}$ , $\epsilon_{sc} = 1000.0 \cdot 10^{-4}$ ,						

Figura 4.24 – Materiais atribuídos à geometria da viga-parede complexa.

*Geometria e cargas:*

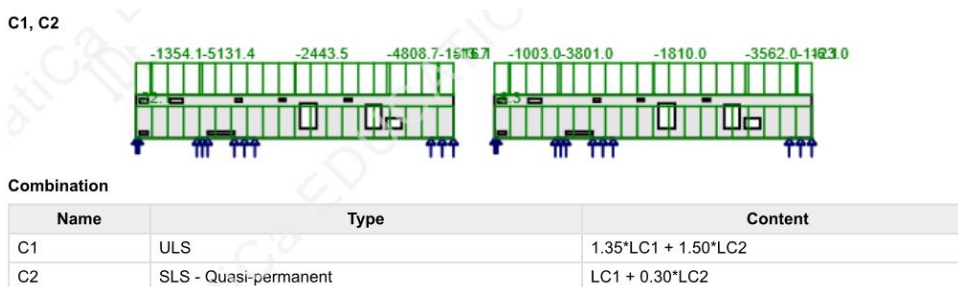


Figura 4.25 – Cargas pontuais atribuídas a geometria da viga-parede complexa para a combinação ELU e ELS.

Antes de atribuir as armaduras já é possível gerar o fluxo de tensões no interior da estrutura, calculado automaticamente pelo programa, a fim de localizar as regiões em compressão e em tração. Na Figura 4.26 as tensões em tração estão a azul e as tensões em compressão estão a vermelho.

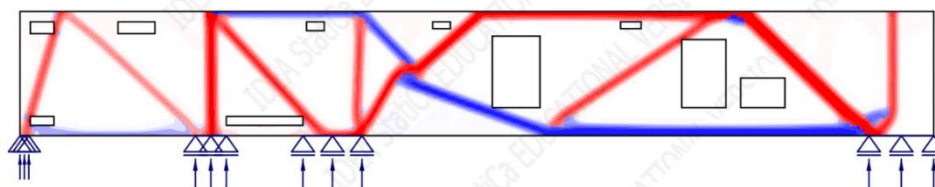


Figura 4.26 – Gráfico topológico do comportamento das tensões no interior da estrutura.



Armaduras adotadas:

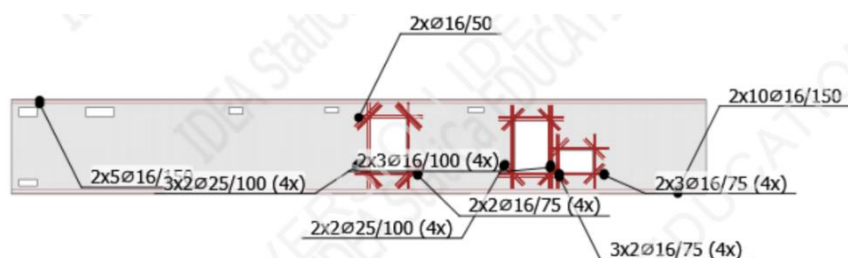


Figura 4.27 – Armaduras atribuídas para a viga-parede complexa baseadas na análise anterior.

- Resultados

Fluxo de tensões no interior da estrutura e direção das tensões principais:

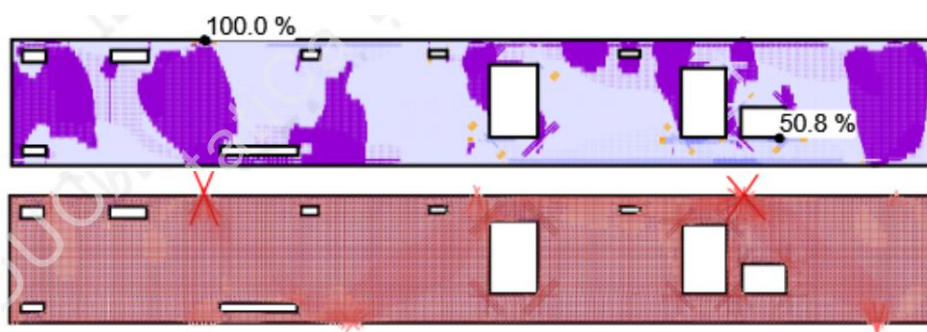


Figura 4.28 – figura 1 - fluxo de tensões na estrutura (violeta – compressão / azul – tração); figura 2 - direção das tensões principais.

Verificação da tensão atuante com a tensão resistente no betão ( $\sigma_c/\sigma_{c,lim}$ ):

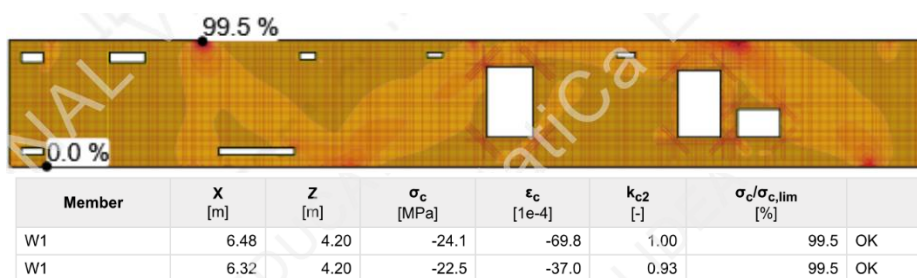


Figura 4.29 – Razão entre a tensão atuante e a tensão limite para o betão.

Verificação da tensão atuante com a tensão resistente nas armaduras ( $\sigma_s/\sigma_{s,lim}$ ):

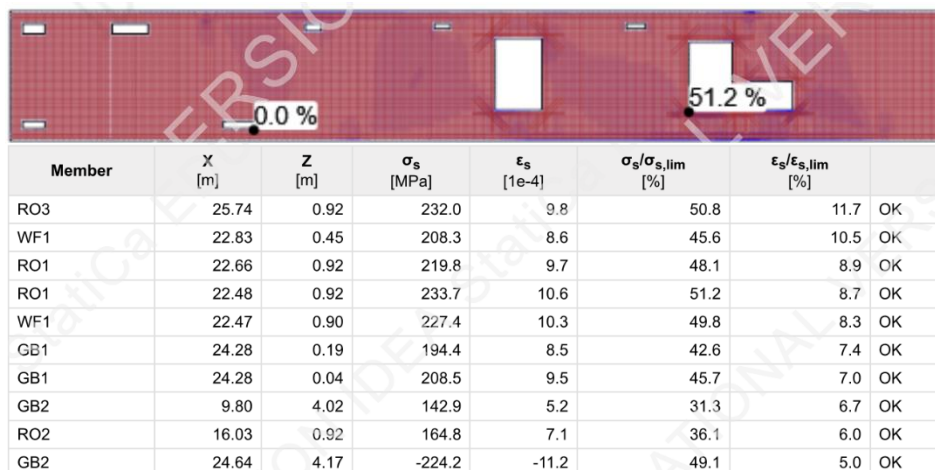


Figura 4.30 – Razão entre a tensão atuante e a tensão limite para as armaduras atribuídas.

Verificação da Ancoragem das armaduras ( $\tau_b/f_{bd}$ ):

Member	X [m]	Z [m]	$\tau_b$ [MPa]	$F_a$ [kN]	$F_{tot}$ [kN]	$F_{tot}/F_{lim}$ [%]	$\tau_b/f_{bd}$ [%]	
WF1	6.50	4.18	-3.7	0.2	-33.4	18.2	100.0	OK
WF1	25.98	0.95	3.7	0.2	33.2	50.3	99.9	OK
WF1	22.47	0.90	1.9	0.2	91.4	49.8	72.5	OK
WF1	24.46	4.15	-1.8	0.2	-83.5	45.5	68.5	OK
WF1	22.25	0.95	1.3	0.2	32.8	50.3	34.5	OK
RO3	25.55	0.50	-3.7	0.3	47.8	50.3	99.9	OK
RO3	26.47	1.23	3.7	0.3	47.8	50.3	99.9	OK
RO3	25.74	0.92	1.4	0.3	140.0	50.8	54.5	OK
RO3	25.98	1.79	-0.9	0.3	-33.3	12.1	23.9	OK
RO1	22.88	0.46	3.7	0.4	47.4	50.5	99.9	OK
RO1	24.65	0.77	-2.6	0.4	23.6	50.4	99.8	OK
RO1	22.54	0.81	2.3	0.4	132.2	35.2	62.1	OK
RO1	22.42	3.28	-0.3	0.4	-40.9	9.1	7.2	OK
RO1	22.48	0.92	1.9	0.4	94.0	51.2	71.9	OK
RO2	16.52	0.39	3.7	0.4	48.6	50.4	99.9	OK
RO2	18.20	2.87	-3.7	0.4	39.7	41.2	99.9	OK
RO2	16.05	0.86	0.7	0.4	137.1	30.6	20.0	OK
RO2	15.93	3.34	-0.8	0.4	-62.6	14.0	21.7	OK
GB2	6.36	4.17	2.6	0.0	-86.4	18.8	99.8	OK
GB2	6.54	4.17	-2.6	0.0	-16.9	3.7	99.8	OK
GB2	9.80	4.02	0.1	0.0	143.6	31.3	4.9	OK
GB2	24.64	4.17	-2.6	0.0	-225.4	49.1	99.8	OK
GB1	23.80	0.04	-2.5	0.1	69.3	7.5	68.7	OK
GB1	0.03	0.04	1.9	0.1	38.2	11.4	50.5	OK
GB1	24.28	0.04	0.0	0.1	419.2	45.7	0.1	OK
GB1	11.25	0.04	-0.3	0.1	-177.0	19.3	8.5	OK

Figura 4.31 – Percentagem de utilização da ligação entre as armaduras e o betão.

- **Resultado para a combinação de ações ELS.**

Verificação das tensões de compressão no betão ( $\sigma_c/\sigma_{c,lim}$ ):

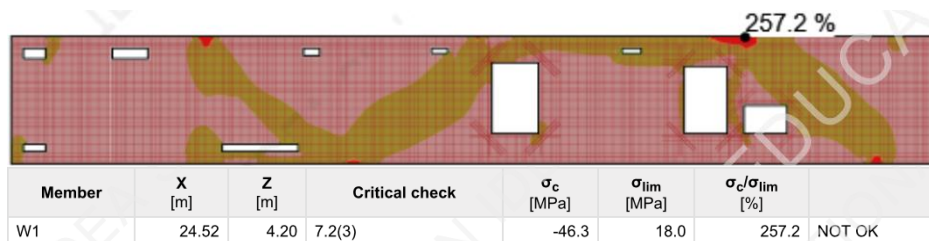


Figura 4.32 – Percentagem de utilização da resistência do betão para a combinação de ações ELS.

Para a situação de não verificação da condição apresentada na Figura 4.32, o programa considerou o conjunto de forças exercidas no ELS em uma área menor do que a área existente na fronteira do elemento, o que resultou em tensões elevadas na parte superior da viga-parede, onde a estrutura recebe as cargas dos pilares. Porém, na realidade a área de distribuição das cargas é mais extensa do que a apresentada e é verificada através da fórmula do esmagamento do betão – ver Equação (55).

Verificação da resistência às fissuras no betão ( $w/w_{lim}$ ):

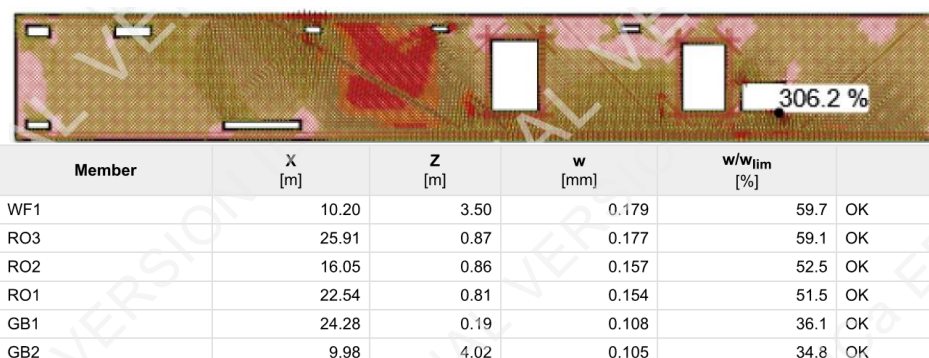


Figura 4.33 – Razão entre a largura das fissuras e a largura limite para cada fissura.

## 5 ANÁLISE E COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

Após a análise dos resultados obtidos no capítulo anterior para as duas viga-paredes, comparar-se-á os métodos utilizados em cada programa, entre as duas normas em vigor, e os resultados obtidos para as escoras e os tirantes, a fim de verificar qual método resulta em valores mais próximos da segurança de uma estrutura. Lembrando que os métodos são baseados em uma análise elástica linear de tensões e que não deve ser levado como ferramenta única de dimensionamento seguro para estruturas desse tipo, sendo necessário a utilização de outros métodos de análise não-linear.

A começar pela viga-parede simples e a título de comparação dos resultados, o Quadro 18 expõe os resultados para as armaduras utilizando o programa *Robot*, o programa *CAST* e o programa *IDEA StatiCa*, em que o dimensionamento através do *Robot* foi baseado no Eurocódigo EC2 e o dimensionamento realizado pelo programa *CAST* foi baseado utilizando as fórmulas e condições do código americano.

Quadro 18 - Resultados para as armaduras atribuídas à viga-parede simples através de cada programa computacional.

	Viga-parede simples		
	Robot	CAST	IDEA StatiCa
Tirantes principais	$\phi 12 // 0,150 \text{ m}$	12 $\phi 25$	10 $\phi 25$
Armadura em malha orto.	$\phi 10 // 0,150 \text{ m / face}$	$\phi 10 // 0,125 \text{ m / face}$	$\phi 16 // 0,075 \text{ m / face}$
Reforço cantos superiores	$\phi 16 // 0,150 \text{ m (0,60 m)}$	-	2 $\phi 16 / \text{face}$
Face da abertura	2 $\phi 12 / \text{face}$	2 $\phi 12 / \text{face}$	$\phi 16 // 0,075 \text{ m / face}$
Aresta das aberturas 1	4 $\phi 12 / \text{face}$	-	$\phi 16 // 0,100 \text{ m / face}$
Aresta das aberturas 2	$\phi 16 // 0,150 \text{ m / face}$	-	-
Aresta das aberturas 3	-	-	-

Em uma primeira abordagem, nota-se a grande diferença entre os tirantes principais que ficam na zona inferior da viga-parede, em razão de que no programa *Robot* é possível modelar as lajes dos pisos que existem nas extremidades da viga-parede, nomeadamente o piso inferior e superior, o que permite distribuir as armaduras que devem resistir aos esforços das lajes ao longo da parte inferior da viga-parede, resultando em armaduras de menor diâmetro.

No caso dos Programas *CAST* e *IDEA StatiCa* a modelação da viga-parede, sem considerar as lajes à estrutura, resultando em valores de esforços bastante elevados para pequenas larguras, que neste caso refere-se a largura da parede.

A armadura em malha associada a distribuição das forças ao longo do elemento estrutural são fulcrais para o dimensionamento deste tipo de estrutura e devem ser respeitados os limites

mínimos relacionados. Neste caso, foi necessário aumentar a classe da armadura para o resultado através do *IDEA StatiCa* em função da verificação do controle de fissuração para os estados limites de serviço (ELS). Para os outros programas os resultados são parecidos e levam em consideração o maior valor dos esforços em cada direção, demonstrando o bom funcionamento das armaduras para este tipo de estrutura no estado limite de utilização (ELU).

No caso das escoras e regiões nodais, o programa *Robot* não calcula efetivamente a largura mínima das escoras e não faz a verificação das regiões nodais, sendo necessário realizar as verificações à mão. Já o programa *CAST* calcula automaticamente tanto as larguras mínimas das escoras quanto as tensões admissíveis nas faces de cada nó, sendo necessário apenas exportar os resultados para uma folha Excel. O programa *CAST* forneceu resultados mais conservadores devido as fórmulas estarem baseadas no código americano, que possuem coeficientes mais restritivos afetos a resistência das componentes de uma viga-parede.

Já as verificações do programa *IDEA StatiCa*, que é um programa totalmente automatizado e mais recente, permite verificar as componentes de uma forma mais rápida e intuitiva, fornecendo ao projetista total liberdade na definição dos parâmetros de resistência da estrutura, mas também se mostra um programa conservador na medida em que os resultados são gerados, como pode-se notar no Quadro 18, lembrando que o mesmo programa está baseado no Eurocódigo EC2 e não realiza verificações das escoras e das regiões nodais, não devendo ser comparado aos outros programas nestas verificações.

A mesma análise deve ser feita para a viga-parede complexa, constituindo uma geometria mais sofisticada, a verificação segue os mesmos princípios da anterior sendo as armaduras atribuídas por cada programa presentes no Quadro 19.

Quadro 19 - Resultados para as armaduras atribuídas à viga-parede complexa através de cada programa computacional.

	Viga-parede complexa		
	Robot	CAST	IDEA StatiCa
Tirantes principais	2φ16 // 0,100 m	2φ16 // 0,125 m	2φ16 // 0,150 m
Armadura em malha ort.	φ16 // 0,150 m / face	φ16 // 0,100 m / face	φ16 // 0,050 m / face
Reforço com estribos	-	8φ16 // 0,100 m / face	-
Face da abertura	-	4φ16 / face	2φ16 / face
Aresta das aberturas 1	3φ25 / face	-	3φ25 / face
Aresta das aberturas 2	2φ25 / face	-	2φ25 / face
Aresta das aberturas 3	φ25 // 0,125 m / face	-	2φ16 / face

Os tirantes principais seguem a mesma linha da análise anterior, porém para este caso as armaduras só diferem no espaçamento devido ao grande vão existente nesta estrutura e também pela maior largura da parede em relação à viga-parede simples, havendo maior distribuição das armaduras nesta zona.

Nota-se a maior distribuição de armadura ortogonal no caso dos resultados fornecidos pelo *IDEA StatiCa* em razão da verificação para o estado limite de serviço, considerando a

fendilhação do betão neste estado. A malha fornecida pelos outros programas se assemelham bastante, exibindo a performance semelhante deste tipo de armadura no Programa *Robot* e *CAST*.

O reforço com estribos necessários para a análise feita pelo programa *CAST* reflete as altas tensões de tração que o programa fornece a meio vão da zona direita da viga-parede complexa, não sendo necessário na análise pelos outros programas, pois as armaduras ortogonais exercem a resistência que os estribos promovem para este caso em específico.

Os reforços introduzidos nos programas *Robot* e *IDEA StatiCa*, respeitantes à concentração de esforços nas arestas das aberturas não se verifica no programa *CAST*, devido principalmente ao programa não fornecer esforços nestas zonas e, por ser um programa mais simplificado, apenas fornece as forças existentes nas barras da treliça virtual, porém fazem a verificação das escoras e regiões nodais para as escoras e tirantes, pormenores esses que não estão presentes nos outros programas. Estes reforços ajudam na resistência global, evitam a formação de fissuras prematuras nas arestas das aberturas.

A verificação das escoras e regiões nodais feitas apenas com o auxílio do programa *CAST* e *Robot* foram verificadas para viga-parede, considerando as larguras das escoras, espessura da viga-parede e tensões resultantes em cada face do nó, havendo apenas diferença na base de cada modelação, em que pelo programa *Robot* é necessário fazer a verificação à mão utilizado o Eurocódigo EC2 e a partir do programa *CAST*, que fornece estas verificações automaticamente, são baseadas nas fórmulas do código americano, que como dito anteriormente são em geral mais conservadoras.

De forma geral, os programas resultaram em valores adequados para o dimensionamento das viga-paredes, considerando que cada programa tem a sua característica única e pode conter ou não verificações que os outros programas disponibilizam e vice-versa.

## 6 CONCLUSÃO

O método das escoras e tirantes demonstrou ao longo deste trabalho como é possível realizar um dimensionamento e análise fiável de uma estrutura com descontinuidades estáticas e geométricas através de programas computacionais baseados em análises lineares, o que ao contrário do que muitos estudos apontam, só seria possível através da análise não-linear.

Sendo a análise de elementos não-lineares muitas vezes exaustiva para o projetista, consumindo tempo para analisar as métricas associadas, o método utilizado neste trabalho é bastante intuitivo e de simples interpretação dos resultados, considerando o conhecimento prévio do funcionamento de estruturas com as características de não-linearidade.

Permitir que um programa de análise de elementos lineares possa contribuir na análise e dimensionamento de estruturas não-lineares de forma segura será uma mais valia tanto para o projetista que economiza tempo nas verificações e análises quanto para o projeto que leva menos tempo para ser feito, assim como agrega mais valor com os resultados que foram testados por diferentes programas computacionais a fim de convergir para o resultado mais próximo do real funcionamento da estrutura.

Porém, este tipo de análise pelo método das escoras e tirantes deve levar em consideração alguns aspetos importantes que podem torná-lo inseguro ou ineficiente em certos casos. A análise linear deve ser sempre acompanhada de uma análise não-linear, pois esta última considera na análise o material betão fendilhado, ou seja, após aplicação das cargas e após o material fendilhar, ainda pode haver resistência residual e distribuição de forças mesmo após as aberturas das fissuras, que é o que acontece na maior parte das estruturas em funcionamento e, também, de extrema importância na caracterização do funcionamento das viga-paredes.

Outro aspeto importante e que deve ser levado em consideração é a questão econômica do projeto, pois esta análise pode resultar em soluções antieconômicas relacionados principalmente às armaduras que são colocadas na estrutura, sendo necessário otimizar a relação *conceção-resistência-custo* para tornar o projeto por esta via, eficiente e seguro.

A finalidade deste trabalho serve de inspiração para futuras aplicações dos programas de análise linear, comumente encontrado no mercado, associados ao método das escoras e tirantes para avaliar o comportamento de uma estrutura com descontinuidades estáticas e geométricas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AASHTD (2007) *Verification and Implementation of Strut-and-Tie Model in LRFD Bridge Design Specifications*. Washington D.C.

American Concrete Institute (2019) *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-19)*. USA. doi: 10.14359/51716937.

Archsupply (2020) *Robot Structural Analysis Professional 2021*. Available at: <https://download.archsupply.com/get/download-autodesk-robot-structural-analysis-professional/> (Accessed: 28 October 2021).

Beres, A. and Rabbat, B. (2007) *Strut-and-tie Model for Structural Concrete Design, Professional Development Series*.

Bounassar, J. F. (1995) *Dimensionamento e Comportamento do Betão Estrutural em Zonas de Descontinuidades*.

CEN (2010) *Eurocódigo 2 – Projecto de estruturas de betão Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios*. Bruxelas.

Chen, W. F. (1982) *Plastic in Reinforced Concrete*. Mcgrow - Hill Book Company.

Committee for The Model Code 1990, 1993 (1990) *CEB Bulletin No. 213/214: CEB-FIP Model Code 90*.

CSA (1994) *CSA Standart A23.3-94 - Design of Concrete Structures*.

EHE (1999) *Instrucción de Hormigón Estructural*.

ETH Zurich, C. of C. S. and B. D. (2020) ‘2 In plane loading – walls and beams - Stress Fields’, in. Zurich.

Felipe, Jonathas; Miranda, A. C. O. (2017) ‘Otimização estrutural com uso de algoritmo genético multiobjetivo’, (November).

Fu, C. (2001) ‘Strut-and-Tie Model of Concrete Structures’, in *The Maryland State Highway Administration*.

Kupfer, H. (1964) ‘Expansion of Morsch’s Truss Analogy by Application of the Principle of Minimum Strain Energy’, in. Paris.

Leonhardt, F. and Mönning, E. (1979) *Construções de Concreto*. Rio de Janeiro: Intercência.

---



- Marti, P. (1985) 'Truss Model in Detailing', in. *Concrete International*.
- Muttoni, A., Schwartz, J. and Thürlimann, B. (1996) *Design of Concrete Structures with Stress Fields*. Birkhäuser Basel. doi: 10.1007/978-3-0348-9047-2.
- Nielsen, M. P. (1984) *Limit Analysis and Concrete Plasticity, Prentice-Hall in Civil Engineering*. New Jersey, U.S.A.
- Nilsson, I. H. E. (1973) *Reinforced concrete corners and joints subjected to bending moment: Design of Corners and Joints in Frame Structures*. Edited by N. S. I. for B. Research. doi: 9789154021772.
- Owatsiriwong, A. (2013) *Strut-and-Tie-Modeling in Reinforced Concrete Structures Basics and Applications*.
- Ruiz, M. F. and Muttoni, A. (2007) 'On Development of Suitable Stress Fields for Structure Concrete', *ACI Structural Journal*, 104(4), pp. 495–502.
- Rüsch, H. (1964) *On the Limitations of applicability of the Truss Analogy for Shear Design of R.C Beams*.
- Schlaich, J. and Schäfer, K. (1991) 'Design and Detailing of Structural Concrete using Strut-and-Tie Models', *The Structural Engineer*, 69(6/19).
- Souza, R. A. (2004) *Concreto Estrutural : Análise E Dimensionamento De Elementos Com Concreto Estrutural : Análise E*. Tese de Doutorado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
- StatiCa, I. (2021) *Tutorial concrete wall (EN)*. Available at: <https://www.ideastatica.com/it/support-center/concrete-wall-en> (Accessed: 28 October 2021).
- Thürlimann, B. (1979) 'Plastic Analysis of Reinforced Concrete Beams', in *IABSE Colloquium on Plasticity in Reinforced Beams*.
- Tjhin, T. N. and Kuchma, D. A. (2007) 'Integrated analysis and design tool for the strut-and-tie method', *Engineering Structures*, 29(11), pp. 3042–3052. doi: 10.1016/j.engstruct.2007.01.032.
- Tuchscherer, R. G., Birrcher, D. B. and Bayrak, O. (2012) 'Experimental examination of ACI 318 strut and tie modeling provisions', *American Concrete Institute, ACI Special Publication*, (SP 296), pp. 111–130.
- Zhong, J. T. *et al.* (2017) 'A new evaluation procedure for the strut-and-tie models of the disturbed regions of reinforced concrete structures', *Engineering Structures*, 148, pp. 660–672. doi: 10.1016/j.engstruct.2017.07.012.
-

**ANEXO A**

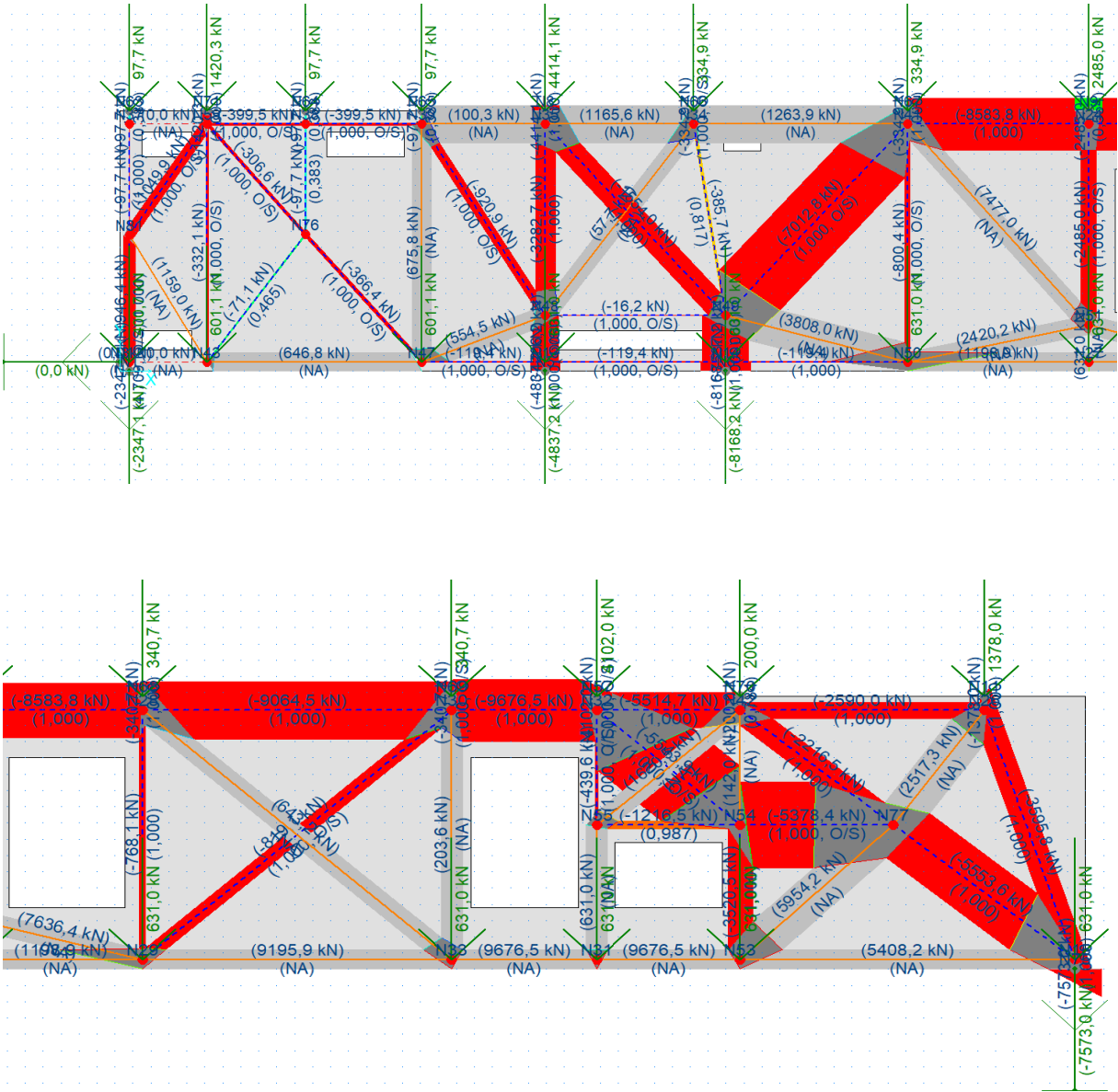


Figura A.1 - Modelo em treliça atribuído à viga-parede complexa, retirado do programa CAST.

## ANEXO B

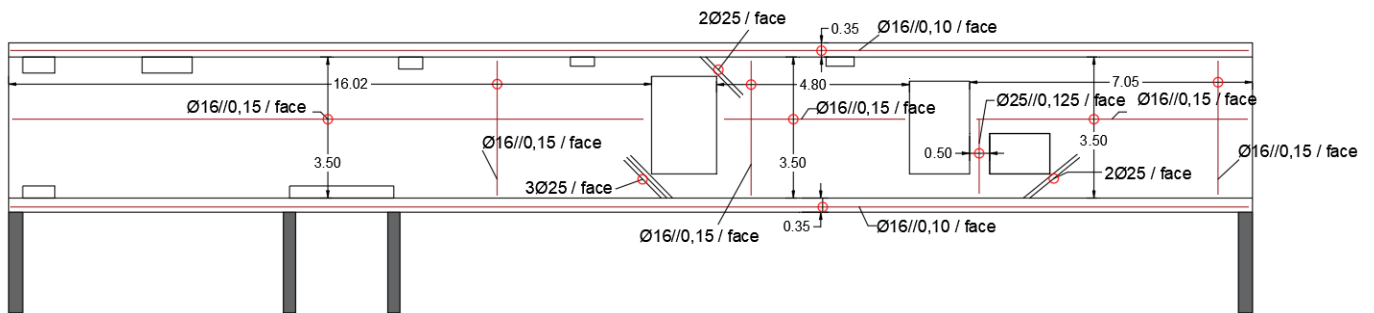


Figura B.2 - Esquema das armaduras atribuídas para a viga-parede complexa, a partir da análise e verificação através do programa Robot Structural Analysis.