



Maria do Rosário Paiva Silva

ANÁLISE NUMÉRICA DE COLUNAS ESTAIADAS

NUMERICAL ANALYSIS OF STAYED COLUMNS

Dissertação de Mestrado Integrado em Engenharia Civil, na área de Especialização em Mecânica Estrutural,
orientada pelo Professor Doutor Luís Alberto Proença Simões da Silva e pelo Professor Doutor João Pedro Simões Cândido Martins

Coimbra, 8 de Setembro de 2017



UNIVERSIDADE DE COIMBRA



FCTUC DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Maria do Rosário Paiva Silva

ANÁLISE NUMÉRICA DE COLUNAS ESTAIADAS

NUMERICAL ANALYSIS OF STAYED COLUMNS

Dissertação de Mestrado Integrado em Engenharia Civil, na área de Especialização em Mecânica Estrutural,
orientada pelo Professor Doutor Luís Alberto Proença Simões da Silva e pelo Professor Doutor João Pedro Simões Cândido Martins

Esta Dissertação é da exclusiva responsabilidade do seu autor.
O Departamento de Engenharia Civil da FCTUC declina qualquer
responsabilidade, legal ou outra, em relação a erros ou omissões
que possa conter.

Colaboração Institucional



Coimbra, 8 de Setembro de 2017

“Talvez não tenha conseguido fazer o melhor, mas lutei para que o melhor fosse feito. Não sou o que deveria ser, mas Graças a Deus, não sou o que era antes”.

– Marthin Luther King –

À minha família.

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Doutor Luís Alberto Proença Simões da Silva e ao Professor Doutor João Pedro Simões Cândido Martins, quero agradecer a excelente orientação bem como a disponibilidade que dispensaram ao longo da realização desta dissertação.

Ao Engenheiro Tiago Manco, agradeço a disponibilidade e paciência que teve para me passar conhecimentos acerca do manuseamento do programa ABAQUS, concretamente em colunas estaiadas pré-esforçadas.

Quero agradecer todo o companheirismo e amizade dos meus colegas, Marília Teixeira, Maria Courela, Nádia Bica, Mariana Busano, Cátia Ferreira, Mónica Mendes, Mickael Santos, Sara Videira, Cristiana Prudêncio, Raquel Amorim que me acompanharam ao longo desta jornada e que me apoiaram incondicionalmente. Companheiros que vou levar para a vida.

Aos colegas da Residência Polo 2-2, Marisa Caldeira, Sara Marques, Safira Figueiredo, Bruno Pedrosa, André Santos e Liliana Chaves todos os momentos que passamos juntos, quer nos estudos como nas festas memoráveis daquela incrível residência. Sem esquecer de referir as funcionárias, dona Margarida, dona Helena e a dona Paula.

Aos amigos de Santa Maria da Feira, Sandra Barbosa, Joana Castro, Christophe Páscoa, Daniel Costa, Ana Rita Oliveira e Mónica que sempre se esforçaram para que a nossa amizade não se perdesse com a distância.

Ao melhor companheiro que podia ter encontrado, Fábio Silva que me atura e que me incentivou a não desistir nunca.

Aos meus irmãos, Célia Silva, Daniela Silva, Diogo Silva, por serem os melhores do mundo e por me apoiarem. Aos cunhados, Ricardo Santos, Márcia Lemos, João Barbosa, e aos amores da minha vida, os sobrinhos, Filipe Santos, Francisco Santos e Maria Inês Santos.

Aos meus pais Alexandrina Paiva e Rufino Silva que sempre se esforçaram para nos conseguir dar a melhor educação possível, sem eles não seria possível. Obrigada por tudo.

RESUMO

As colunas estaiadas podem ser utilizadas como elementos resistentes à compressão de uma estrutura que apresente elevada esbelteza e requisitos de montagem rápida.

Colunas estaiadas pré-esforçadas (CEPE) é uma solução que visa aumentar a capacidade de carga em colunas esbeltas. Para tal, à coluna esbelta acrescentou-se um sistema de pré-esforço composto por tirantes pré-esforçados e braços que restringem ao longo do comprimento.

Desde 1960 que vários investigadores realizam estudos experimentais, numéricos e analíticos sobre esta solução estrutural, mas o seu comportamento estrutural não é completamente compreendido.

No âmbito do projeto *HILONG* foram realizadas análises experimentais e com essas foi desenvolvido um modelo de elementos finitos calibrado em função dessas experiências. A presente dissertação visa a realização de um estudo paramétrico extensivo baseado na simulação calibrada de elementos finitos fazendo variar o comprimento da coluna, a seção transversal da coluna, o nível de pré-esforço nos tirantes, a seção dos tirantes e a classe do aço.

Realizaram-se no total 1008 análises numéricas, 648 LBA (18 colunas*3 espessuras da coluna principal*6 níveis de pré-esforço*2 tirantes) e 360 GMNIA (12 colunas*3 espessuras da coluna principal*5 níveis de pré-esforço*2 tirantes*1 amplitude de imperfeição inicial ($L/1000$)), usando o programa de elementos finitos ABAQUS.

Conclui-se com o estudo paramétrico que a adição do sistema de pré-esforço é mais eficiente em colunas mais esbeltas, porque fornece restrições adicionais que aumentam a capacidade máxima da coluna. Verificou-se que o uso de tirantes com maior seção transversal e a menor espessura para a seção transversal da coluna principal obteve um benefício mais significativo na capacidade de carga da coluna.

Palavras-chave: Colunas estaiadas pré-esforçadas | encurvadura | análise não linear | modelação em elementos finitos | capacidade de carga

ABSTRACT

Stayed columns can be used as compression resistant elements of a structure that presents high slenderness and fast assembly requirements.

Prestressed stayed columns (PSSC) is a solution that aims to increase the load capacity in slender columns. To this end, a prestressed system composed of prestressed stays and cross-arms that restrict along the length were added to slender column.

Since 1960, researchers have been investigated experimentally, numerically and analytically on this structural solution, but its structural behavior is not completely understood.

In the scope of the HILONG project, experimental analysis was performed and a finite element model calibrated according to these experiments was developed.

The present dissertation focusses on the performance of an extensive parametric study based on the calibrated simulation of finite elements by varying the length of the column, the cross section of column, the level of prestressed initial in stays, the section of the stays and steel grade.

In total, 1008 numerical analysis, 648 LBA (18 columns*3 main column thickness*6 prestress level*2cables) and 360 GMNIA (12 columns*3 main columns thickness*5 prestress level*2 cables*1 amplitude of initial imperfections (L/1000)) were carried out using the finite element software ABAQUS.

It is concluded with the parametric study that the addition of the stay system is more efficient in slender columns because provides additional restrains that increases the ultimate capacity of column. It was found that the use of stays with larger cross section and the smaller thickness for the cross section of the main columns obtained a more significant benefit on the load carrying capacity of long columns.

Keywords: prestressed stayed columns | buckling | nonlinear analysis | finite element modelling | load carrying capacity

ÍNDICE GERAL

AGRADECIMENTOS	i
RESUMO	ii
ABSTRACT	iii
ÍNDICE GERAL	iv
ÍNDICE DE FIGURAS	vi
ÍNDICE DE TABELAS	ix
SIMBOLOGIA	x
ABREVIATURAS	xii
1 INTRODUÇÃO	1
1.1. Enquadramento	1
1.2. Projeto de investigação [HILONG]	1
1.3. Objetivos da dissertação	2
1.4. Estrutura da dissertação	2
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	3
2.1. Introdução	3
2.2. Estudos realizados.....	3
3 PROJETO HILONG – CAMPANHA EXPERIMENTAL	20
3.1. Introdução	20
3.2. Programa experimental	21
3.3. Resultados	24
4 MODELAÇÃO NUMÉRICA DE COLUNAS PRÉ-ESFORÇADAS	30
4.1. Introdução	30
4.2. Modelo Numérico	30
4.2.1. Materiais	31
4.2.2. Propriedades geométricas	32
4.2.3. Modelo de elementos finitos e discretização da malha.....	33
4.3. Comparação entre os resultados experimentais e os numéricos – validação do modelo numérico.....	35
5 ESTUDO PARAMÉTRICO	37
5.1. Introdução	37
5.2. Estudo paramétrico	37
5.3. Resultados	40
5.3.1. Colunas sem sistema de pré-esforço	40

5.3.2. Colunas com sistema de pré-esforço.....	41
6 CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS	51
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	53
ANEXOS	56
Anexo A.....	56
Anexo B.....	65

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 – Estádio do Algarve (construído em 2004) localizado entre Loulé e Faro, em Portugal (imagem Google).....	1
Figura 2.1 – Tipologia tipo de colunas pré-esforçadas (retirado de Serra et al., 2015).....	3
Figura 2.2 – (a) Coluna estaiada pré-esforçada de dois painéis bi-rotulada; (b) Primeiro modo de encurvadura – Modo I; (c) Segundo modo de encurvadura- Modo II (retirado de Araújo – Tese de Doutorado, 2009).....	4
Figura 2.3 – Ensaio bidimensional da coluna estaiada pré-esforçada com dois painéis e respetiva comparação de resultados da carga de encurvadura teórica e experimental (retirado de Araújo – Tese de Doutorado, 2009).....	5
Figura 2.4 - Carga de encurvadura teórica e experimental vs pré-esforço inicial (retirado de Araújo – Tese de Doutorado, 2009)	6
Figura 2.5 – Imperfeição inicial tipo I (a) e tipo II (b) e gráfico da relação entre a carga de encurvadura e o pré-esforço inicial (retirado de Chan, 2002).....	7
Figura 2.6 – Modelo do sistema de restrição da coluna estaiada pré-esforçada. (retirado de Steirteghem, 2005).....	7
Figura 2.7 – Modos de encurvadura das diferentes colunas estaiadas estudadas (retirado de Steirteghem, 2005).....	8
Figura 2.8 – Efeito do ângulo de abertura entre os braços (retirado de Steirteghem, 2005).....	8
Figura 2.9 – Modos de encurvadura 1 (simétrico) e 2 (antissimétrico) (retirado de Saito e Wadee, 2008).....	9
Figura 2.10 – Gráficos comparativos entre o modelo analítico e o modelo numérico para o modo 1 (retirado de Araújo – Tese de doutorado, 2009).....	9
Figura 2.11 - Gráficos comparativos entre o modelo analítico e o modelo numérico para o modo 2 (retirado de Araújo – Tese de doutorado, 2009).....	10
Figura 2.12 – Metodologia de cálculo da carga admissível de colunas estaiadas pré-esforçadas (Wadee et al., 2013).....	12
Figura 2.13 – Modelos de colunas com um <i>cross-arm</i> (a) e múltiplos <i>cross-arms</i> (b e c) (retirado de Yu e Wadee, 2015).....	14
Figura 2.14 – Arranjo da coluna estaiada pré-esforçada com dimensões (retirado de Yu e Wadee, 2015).....	14
Figura 2.15 – Interação dos modos de encurvadura de uma coluna com 3 <i>cross-arms</i> (retirado de Yu e Wadee, 2015).....	15
Figura 2.16 – Capacidade de carga com variação do rácio do comprimento dos <i>cross-arms</i> (γ) (retirado de Yu e Wadee, 2015).....	15
Figura 2.17 – Geometria da coluna estaiada com 3 braços (retirado de Yu e Wadee, 2016)...	16

Figura 2.18 – Carga crítica para variação do diâmetro dos estais (ϕ_s) e do comprimento dos braços (a/L) (retirado de Yu e Wadee, 2016).....	17
Figura 3.1 – Coluna estaiada pré-esforçada.....	20
Figura 3.2 – Layout do ensaio das colunas (retirado de D4.1.1 – <i>HILONG</i>).....	23
Figura 3.3 – Posicionamento dos LVDT's ao longo da coluna (retirado de D4.1.1 – <i>HILONG</i>).....	23
Figura 3.4 – Posicionamento dos extensômetros ao longo da coluna (retirado de D4.1.1 – <i>HILONG</i>)	23
Figura 3.5 – Carga vs. Deslocamento das colunas a meio vão (retirado de D4.1.1 – <i>HILONG</i>).....	24
Figura 3.6 – a) Força vs encurtamento e b) força vs deslocamento lateral para a coluna pré-esforçada C010 (retirado de D4.1.1 – <i>HILONG</i>)	26
Figura 3.7 – Carga última vs tensão inicial nos tirantes para as colunas pré-esforçadas com 12m (retirado de D4.1.1 – <i>HILONG</i>)	27
Figura 3.8 – Carga última vs tensão inicial nos tirantes para as colunas pré-esforçadas com 18m (retirado de D4.1.1 – <i>HILONG</i>)	27
Figura 3.9 – Deslocamento lateral ao longo da coluna C010 em cada ensaio da coluna pré-esforçada (retirado de D4.1.1 – <i>HILONG</i>)	28
Figura 3.10 – Força e deslocamento lateral a meio vão vs. tensão nos tirantes da coluna C010 (retirado de D4.1.1 – <i>HILONG</i>).....	29
Figura 4.1 – Modelo numérico no ABAQUS.....	30
Figura 4.2 – Curva Tensão-Extensão (σ - ϵ) do tirante com 6m – Teste 1 (retirado de D4.1.1 – <i>HILONG</i>)	31
Figura 4.3 – Seção transversal do tirante (retirado de D4.1.2 – <i>HILONG</i>).....	32
Figura 4.4 – Estudo da convergência da malha (retirado de D4.1.2 – <i>HILONG</i>).....	34
Figura 4.5 – Condições de apoio nas extremidades da coluna principal.....	34
Figura 4.6 – Restrição dos graus de liberdade de uma coluna acoplada com os tirantes e dos tirantes com os <i>cross-arms</i>	34
Figura 4.7 – Curva carga-deslocamento (medidos no meio da coluna principal) da coluna C10-C1 ($T_i=2000N$) (retirado de D4.1.2 – <i>HILONG</i>)	36
Figura 5.1 – Modelo numérico de uma coluna estaiada no ABAQUS)	37
Figura 5.2 – Carga última versus pré-esforço inicial para as colunas estaiadas C1(L=12m) e C12(L=9m)	42
Figura 5.3 – Carga última versus pré-esforço inicial para as colunas estaiadas C2(L=12m) e C13(L=9m)	42
Figura 5.4 – Carga última versus pré-esforço inicial para as colunas estaiadas C3 (L=12m) e C14 (L=9m)	42
Figura 5.5 – Carga última versus pré-esforço inicial para as colunas estaiadas C4 (L=12m) e C15 (L=9m)	43

Figura 5.6 – Carga última versus pré-esforço inicial para as colunas estaiadas C9 (L=18m) e C20 (L=15m)	43
Figura 5.7 – Carga última versus pré-esforço inicial para as colunas estaiadas C10 (L=18m) e C21 (L=15m)	43
Figura 5.8 – Força vs. deslocamento lateral a meio vão da coluna C14 (9m)	48
Figura 5.9 – Força vs. deslocamento lateral a meio vão da coluna C20 (15m)	48
Figura 5.10 – Carga vs. Deslocamento a meio vão da coluna C003_C1 (L=12m e E=6.64) (retirado de D4.1.2 – <i>HILONG</i>)	49
Figura 5.11 – Carga vs. Deslocamento a meio vão da coluna C009_C1 (L=18m e E=6.55) (retirado de D4.1.2 – <i>HILONG</i>)	49
Figura 5.12 – Carga vs. Deslocamento a meio vão da coluna C009_C2 (L=18m e E=6.55) (retirado de D4.1.2 – <i>HILONG</i>)	50

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2.1 – Pré-esforço ótimo e do modo de encurvadura associados à variação do comprimento dos braços transversais (Wadee et al., 2013)	11
Tabela 2.2 – Resumo detalhado de cada coluna de teste (retirado de Serra et al., 2015)	13
Tabela 2.3 – Resumo do programa experimental de colunas estaiadas pré-esforçadas (Martins et al, 2016)	17
Tabela 3.1 – Geometria das colunas (retirado de D4.1.1 – <i>HILONG</i>)	21
Tabela 3.2 – Níveis de pré-esforço aplicado.....	22
Tabela 3.3 – Comparação dos valores experimentais e analíticos para a carga crítica de encurvadura (retirado de D4.1.1 – <i>HILONG</i>)	25
Tabela 4.1 – Modulo de Elasticidade efetivo dos tirantes (retirado de D4.1.1 – <i>HILONG</i>).....	31
Tabela 4.2 – Resultados dos testes da tensão para a coluna 10 (retirado de D4.1.2 – <i>HILONG</i>).....	32
Tabela 4.3 – Seções Transversais dos tirantes (retirado de D4.1.2 – <i>HILONG</i>).....	32
Tabela 4.4 – Sumário das leituras geométricas para a coluna 10 (todas as dimensões estão em mm) (retirado de D4.1.2 – <i>HILONG</i>)	33
Tabela 4.5 – Comparação entre os resultados experimentais e os numéricos relativos à coluna C010 (retirado de D4.1.2 – <i>HILONG</i>)	35
Tabela 5.1 – Geometria de todas as colunas estaiadas.....	38
Tabela 5.2 – Resumo das propriedades das colunas estaiadas (Análises GMNIA)	39
Tabela 5.3 – Comparação entre os resultados numéricos e analíticos para a carga crítica elástica.	40
Tabela 5.4 – Resultados numéricos da capacidade de carga das colunas estudadas.....	44

SIMBOLOGIA

Letras minúsculas latinas

a	Comprimento do <i>cross-arm</i>
a_e	Comprimento do <i>cross-arm</i> extremidade
a_m	Comprimento do <i>cross-arm</i> interior
d_c	Diâmetro da coluna
d_{ca}	Diâmetro do <i>cross-arm</i>
f_u	Tensão de rotura
f_y	Tensão de cedência
i	Raio de giração
std	Desvio padrão
t_d	Espessura da coluna
t_{ca}	Espessura do <i>cross-arm</i>
z	Eixo da coluna

Letras maiúsculas latinas

A	Área
E	Módulo de elasticidade
$F_{cr,1}$	Carga crítica do modo de encurvadura 1
$F_{cr,2}$	Carga crítica do modo de encurvadura 2
L	Comprimento da coluna
L_s	Comprimento dos tirantes
$N^c_{máx,anti}$	Carga crítica máxima do segundo modo de encurvadura
$N^c_{máx,sim}$	Carga crítica máxima do primeiro modo de encurvadura
N_{Ed}	Carga crítica de Euler da coluna sem tirantes
$N_{máx}$	Carga máxima da coluna estaiada imperfeita
P_{cr}	Carga crítica
P_u	Carga última
T	Pré-esforço aplicado
T_{min}	Pré-esforço mínimo
T_{ot}	Pré-esforço ótimo

Letras minúsculas gregas

α	Ângulo entre a coluna principal e os tirantes
δ	Deslocamento
ε	Extensão
ε_y	Extensão de cedência; Coeficiente dependente da tensão f_y
ϕ_s	Diâmetro dos tirantes
γ	Rácio entre o comprimento de <i>cross-arm</i> da extremidade e o comprimento do <i>cross-arm</i> interior
γ_{MI}	Coeficiente parcial de segurança para a carga máxima da coluna imperfeita
λ	Coeficiente de esbelteza
σ	Tensão
σ_y	Tensão de cedência

ABREVIATURAS

CEPE	Coluna Estaiadas Pré-Esforçadas
GMNIA	Geometrical and Material Non-linear Analysis with Imperfections
HILONG	High Strength Long Span Structures
ISISE	Institute for Sustainability and Innovation in Structural Engineering
LBA	Linear Buckling Analysis
LVDT	Linear Variable Displacement Transformer
PEP	Pointwise equilibrium polynomial
UC	Universidade de Coimbra

1 INTRODUÇÃO

1.1. Enquadramento

Colunas de aço muito esbeltas são incapazes de suportar cargas elevadas, uma vez que o seu comportamento estrutural é controlado pela encurvadura global da estrutura. Assim, uma das soluções para aumentar a capacidade de carga de colunas esbeltas consiste em acrescentar à coluna um sistema de pré-esforço. Este sistema amplifica de forma significativa o esforço axial resistente sem aumentar significativamente o peso próprio da estrutura. O aumento da capacidade resistente resulta da restrição à translação e à rotação que o sistema de pré-esforço confere à coluna ao longo do seu comprimento. Esta solução estrutural faz com que o comprimento efetivo de encurvadura da coluna seja reduzido para pelo menos metade (através das restrições geradas pelos braços que transferem os esforços dos tirantes para a coluna principal), enquanto que a resistência à encurvadura é substancialmente aumentada. A figura 1.1 é um exemplo da aplicação deste tipo de estruturas.



Figura 1.1 – Estádio do Algarve (construído em 2004) localizado entre Loulé e Faro, em Portugal (imagem Google)

1.2. Projeto de investigação [HILONG]

O projeto de investigação financiado pela Comissão Europeia HILONG (High Strength Long Span Structures) visa investigar novas secções e sistemas estruturais que permitam maximizar o benefício da alta resistência suprimindo a encurvadura e reduzindo as deformações. Os aços utilizados foram da classe S460 e S690.

O desempenho de colunas pré-esforçadas foi estudado experimental e numericamente de maneira a avaliar a extensão que permite uma maior proporção de maior resistência a ser utilizada pela supressão da encurvadura e a limitação da deflexão.

O estudo do caso de uma coluna com tirantes pré-esforçados demonstrou o potencial de economia de peso, custos e impactos ambientais devido ao uso de aço de alta resistência (AAR). Este projeto contou com o apoio de várias instituições tais como a Universidade de Coimbra (UC), a Universidade de Birmingham, a Universidade de Tecnologia de Lulea, a Universidade e Tecnologia de Delft, a *Imperial College London*, *KoRoH GmbH (Center of Competence for Tubes and Hollow sections, CCTH)*.

1.3. Objetivos da dissertação

A tese tem como objetivo principal estudar e avaliar o comportamento estrutural de colunas de aço estaiadas e pré-esforçadas fazendo variar diferentes fatores inerentes à estrutura. Vem acrescentar um estudo paramétrico com a comparação entre os resultados experimentais e os numéricos utilizando o programa de elementos finitos *ABAQUS*.

1.4. Estrutura da dissertação

A presente dissertação encontra-se dividida em 6 capítulos:

- No **Capítulo 1** é realizada uma introdução ao tema da dissertação, ao trabalho de investigação HILONG e são enunciados os principais objetivos da presente dissertação;
- No **Capítulo 2** são apresentados os resumos das principais referências bibliográficas relativamente ao elemento de estudo, colunas estaiadas pré-esforçadas;
- No **Capítulo 3** é apresentada a campanha experimental realizada no âmbito do programa HILONG;
- No **Capítulo 4** é apresentada a modelação numérica das colunas estaiadas testadas experimentalmente, apresentadas no capítulo 3;
- No **Capítulo 5** é apresentado o estudo paramétrico realizado com intuito de perceber o efeito sobre a carga última de diversos parâmetros;
- No **Capítulo 6** são apresentadas as principais conclusões referentes aos resultados que advêm do estudo paramétrico e é feita a sugestão de trabalhos futuros que se mostrem pertinentes.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. Introdução

Desde 1960 que se verificam investigações experimentais, numéricas e analíticas acerca desta configuração estrutural. As tipologias mais recorrentes estudadas por estes autores são apresentadas na Figura 2.1. Em geral, os resultados reportados são de modos simétricos e antissimétricos de encurvadura global e modo antissimétrico de pós encurvadura. Serra et al. (2015) realizou uma revisão detalhada dos projetos realizados até 2013. Recentemente Yu e Wadee (2015 a 2017) e Martins et al. (2016) realizaram novas pesquisas para melhorar o entendimento sobre esta solução estrutural.

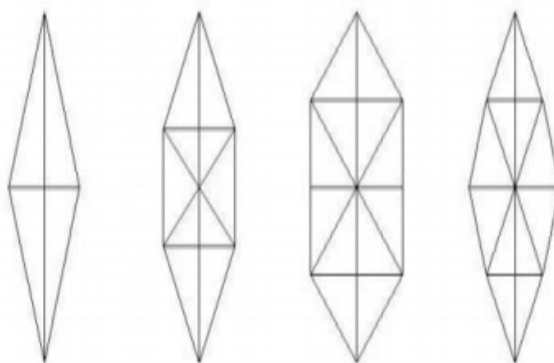


Figura 2.1 – Tipologia tipo de colunas pré-esforçadas (retirado de Serra et al., 2015)

2.2. Estudos realizados

Segundo Serra et al. (2015), Chu e Berge (1963) desenvolveram uma estrutura com triplo braço e realizaram por meio analítico e experimental o estudo de uma solução baseada em relações gerais para determinar a carga de encurvadura. Mais tarde, Mauch e Felton (1967) continuaram o trabalho começado e chegaram à conclusão que a utilização de tirantes aumentava a capacidade de carga da coluna até 50%.

Savin (1970), desenvolveu um método analítico para determinar a carga máxima de encurvadura.

Smith et al. (1975) apresentou uma formulação das soluções que regem o comportamento de encurvadura de uma coluna estaiada com um *cross-arm* (4 braços) e um procedimento para determinar a carga crítica. Esta solução envolvia demasiadas equações e envolveria mais ainda se a coluna fosse constituída por dois e três *cross-arms* (8 e 12 braços, respetivamente). Assim, Khosla (1975) concebeu um código em elementos finitos para determinar a carga de encurvadura elástica de colunas estaiadas e os modos de instabilidade correspondentes.

Hathout e Temple (1977) propuseram dois métodos para a determinação da carga elástica de encurvadura para colunas estaiadas com um *cross-arm*: o primeiro consiste numa análise não linear baseada em funções de estabilidade e o segundo consiste numa análise geometricamente não linear recorrendo ao método dos elementos finitos.

Em estudos anteriores presumiu-se que o pré-esforço nos tirantes era baixo imediatamente antes da encurvadura, o que resulta na carga máxima de encurvadura. O pré-esforço inicial necessário para garantir esta pequena quantidade de tensão no instante da encurvadura ainda não havia sido determinada. Assim, Hafez et al. (1979) realizaram um estudo para verificar o efeito do pré-esforço inicial sobre a carga de encurvadura de colunas estaiadas com um *cross-arm* (Figura 2.2). Recorreram a métodos experimentais e numéricos para definir e determinar o pré-esforço mínimo efetivo, o pré-esforço ótimo e o máximo pré-esforço possível.

O pré-esforço mínimo efetivo é o pré-esforço inicial mínimo nos tirantes que permanece efetiva até se atingir a carga de Euler. Para cargas maiores, os tirantes enfraquecem e a coluna encurva, ou seja, deixa de estar restrita pelo sistema de pré-esforço. O pré-esforço ótimo equivale, teoricamente, ao valor do pré-esforço inicial nos tirantes, o que leva a coluna a atingir a sua carga crítica máxima. O pré-esforço máximo possível é o pré-esforço inicial nos tirantes que causa encurvadura na coluna sem a aplicação de qualquer força adicional.

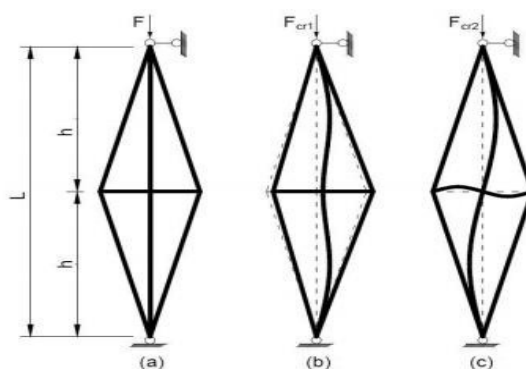


Figura 2.2 – (a) Coluna estaiada pré-esforçada de dois painéis bi-rotulada; (b) Primeiro modo de encurvadura – Modo I; (c) Segundo modo de encurvadura- Modo II (retirado de Araújo – Tese de Doutoramento, 2009)

Estes autores estudaram uma coluna 2D com dois painéis e bi-rotulada nas extremidades. Consideraram as seguintes condições de fronteira e carregamento: a ligação entre a coluna e as barras perpendiculares é rígida, as ligações dos tirantes com a coluna principal e as barras perpendiculares são consideradas rótulas ideais, o modelo simétrico é submetido a uma carga axial concêntrica, não havendo imperfeição inicial na coluna.

Realizaram uma série de ensaios a uma coluna com dois painéis e bi-rotulada e apresentaram sobre a forma de gráfico a comparação entre a carga de encurvadura teórica e experimental (Figura 2.3).

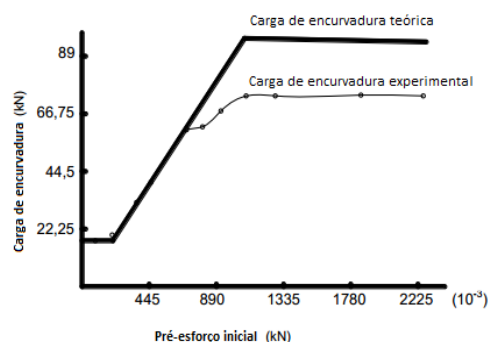
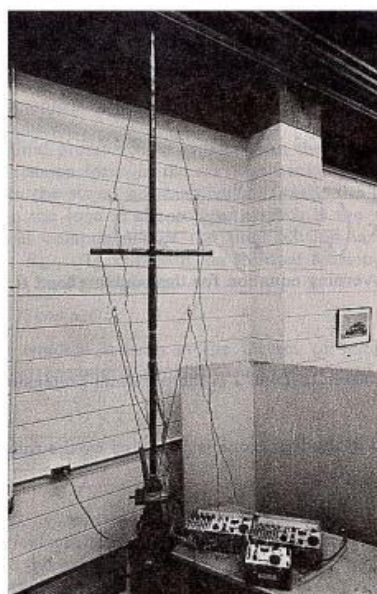


Figura 2.3 – Ensaio bidimensional da coluna estaiada pré-esforçada com dois painéis e respetiva comparação de resultados da carga de encurvadura teórica e experimental (retirado de Araújo – Tese de Doutoramento, 2009)

Wong e Temple (1982) investigaram o efeito das imperfeições iniciais na carga de encurvadura de uma coluna estaiada com um *cross-arm*. Realizaram um estudo geométrico para determinar a relação entre a carga aplicada, as deformações laterais, além de estudos experimentais em colunas estaiadas. Com base no modelo experimental de Hafez et al. (1979) realizaram diversos testes para verificar a relação entre o pré-esforço inicial e carga de encurvadura da coluna estaiada, mas incluindo nestes a imperfeição inicial. Com base nos resultados teóricos e experimentais, desenvolveu um gráfico comparativo que inclui os resultados de uma coluna ideal e real e os resultados de uma coluna estaiada real, considerando as imperfeições iniciais (Figura 2.4).

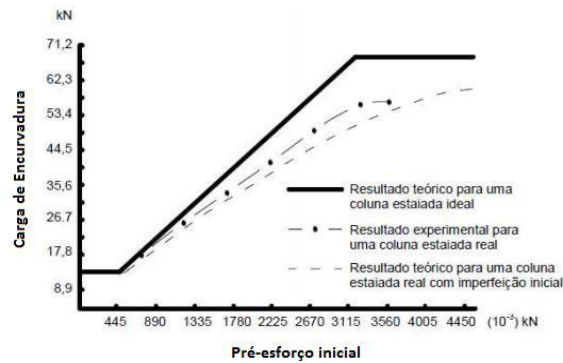


Figura 2.4 - Carga de encurvadura teórica e experimental vs pré-esforço inicial (retirado de Araújo – Tese de Doutoramento, 2009)

Smith (1985) recorreu a estudos analíticos para distinguir os modos de encurvadura. Mostrou que a carga de encurvadura de uma coluna estaiada com um *cross-arm* é uma função da rigidez dos tirantes e a capacidade de atingir essa carga de encurvadura é uma função da tensão residual nos tirantes na encurvadura. Mostrou também que, colunas em que os tirantes perdem o seu pré-esforço antes de ocorrer encurvadura tem uma carga de encurvadura mais baixa que uma coluna sem tirantes. Demonstrou que as imperfeições iniciais reduzem a capacidade de carga abaixo da carga de encurvadura de uma coluna perfeita.

Chan et al. (2002) estudaram o comportamento de uma coluna com um novo elemento “*pointwise equilibrium polynomial*” - (PEP). Desenvolveram um método numérico não-linear para avaliar o comportamento de encurvadura de colunas estaiadas pré-esforçadas. Neste estudo foi estudada a influência de vários parâmetros: a amplitude da imperfeição inicial, o pré-esforço nos tirantes, a área dos tirantes, a rigidez e o comprimento dos braços. A Figura 2.5 apresenta os dois tipos de imperfeição inicial, o tipo I (a) e o tipo II (b), estudados e apresenta o gráfico que ilustra a relação entre a carga de encurvadura e o pré-esforço inicial para a imperfeição do tipo I. Pode observar-se no gráfico que à medida que a imperfeição aumenta a carga de encurvadura diminui. Outra observação importante é o facto de uma imperfeição muito pequena reduzir consideravelmente a carga de encurvadura.

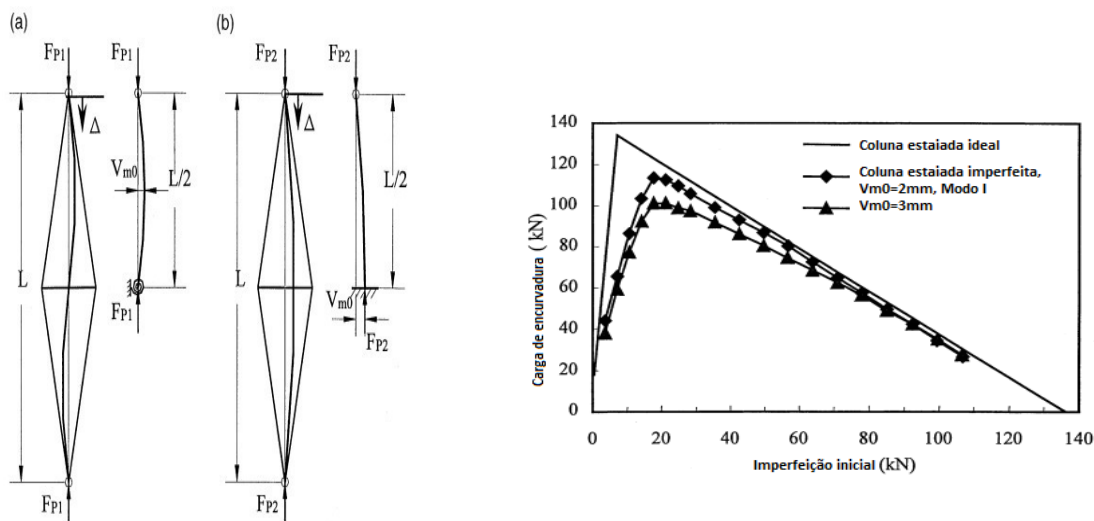


Figura 2.5 – Imperfeição inicial tipo I (a) e tipo II (b) e gráfico da relação entre a carga de encurvadura e o pré-esforço inicial (retirado de Chan, 2002)

Como principal conclusão, Chan et al. (2002), ao comparar os resultados teóricos e experimentais, observaram que o elemento PEP, que permite a imperfeição inicial e um procedimento iterativo incremental, pode prever com precisão o comportamento de uma coluna estaiada pré-esforçada imperfeita.

Jan Van Steirteghem et al. (2005) propuseram um sistema de restrição duplo para uma coluna estaiada pré-esforçada, como apresenta a Figura 2.6, sobre o qual realizaram um estudo numérico bidimensional. Determinaram a carga crítica da coluna pelo método de elementos finitos baseado na análise dos valores próprios.

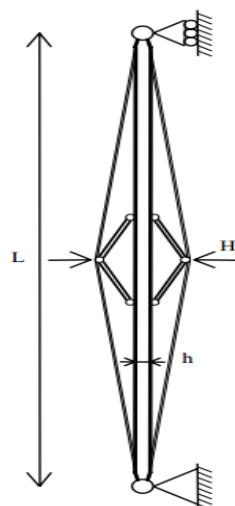


Figura 2.6 – Modelo do sistema de restrição da coluna estaiada pré-esforçada. (retirado de Steirteghem, 2005)

Assumiram que os braços do sistema podem ser rotulados ou fixos à coluna principal, a coluna principal é perfeitamente rotulada nas extremidades e a ligação entre os tirantes e os braços são rotuladas. Não tomaram em consideração a imperfeição inicial da coluna. A Figura 2.7 ilustra os modos de encurvadura estudados.

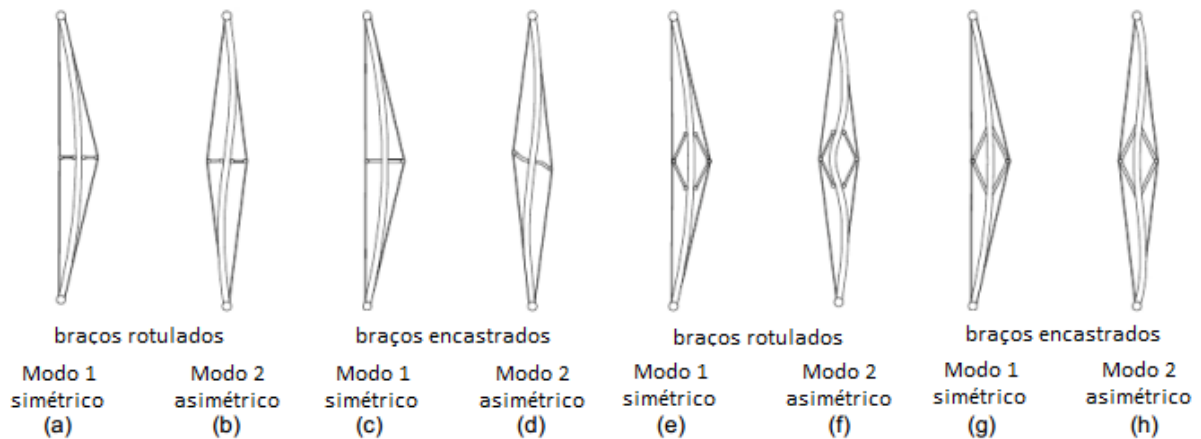


Figura 2.7 – Modos de encurvadura das diferentes colunas estaiadas estudadas (retirado de Steirteghem, 2005)

A Figura 2.8 ilustra que valor máximo atingido para a carga de encurvadura da coluna com um sistema de retenção rotulado ocorre para a razão (ξ) de 1/3. Isto corresponde a um comprimento de encurvadura de $L/3$ e a uma carga de encurvadura máxima de 9 vezes o valor da carga de Euler.

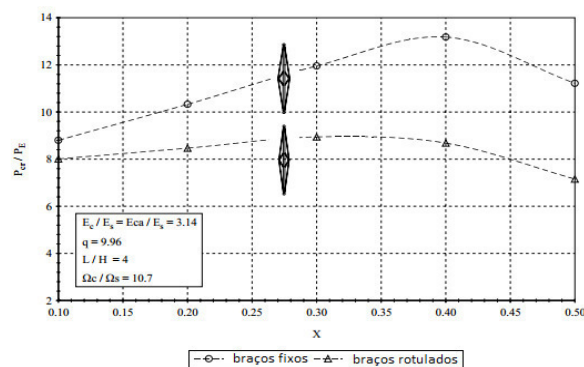


Figura 2.8 – Efeito do ângulo de abertura entre os braços (retirado de Steirteghem, 2005)

Saito e Wadee (2008) investigaram a resposta de pós encurvadura desenvolvendo modelos analíticos usando o método de Rayleigh Ritz validando, posteriormente, os resultados pelo método de elementos finitos (MEF). Consideraram dois modos de encurvadura diferentes para a coluna: modo simétrico (Modo 1, $W_1(x)$) e o modo antissimétrico (Modo 2, $W_2(x)$). A Figura

2.9 mostra a forma das possíveis deflexões dos modos de encurvadura de uma coluna estaiada com um *cross-arm*.

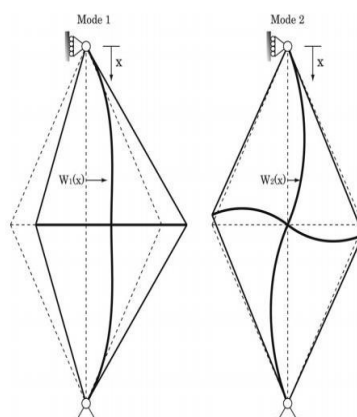


Figura 2.9 – Modos de encurvadura 1 (simétrico) e 2 (antissimétrico) (retirado de Saito e Wadee, 2008)

Desenvolveram um modelo numérico através do programa de elementos finitos ABAQUS com intuito de comparar os resultados obtidos com o modelo analítico. As Figuras 2.10 (Modo I) e 2.11 (Modo II) apresentam os resultados da comparação entre os resultados numéricos e analíticos.

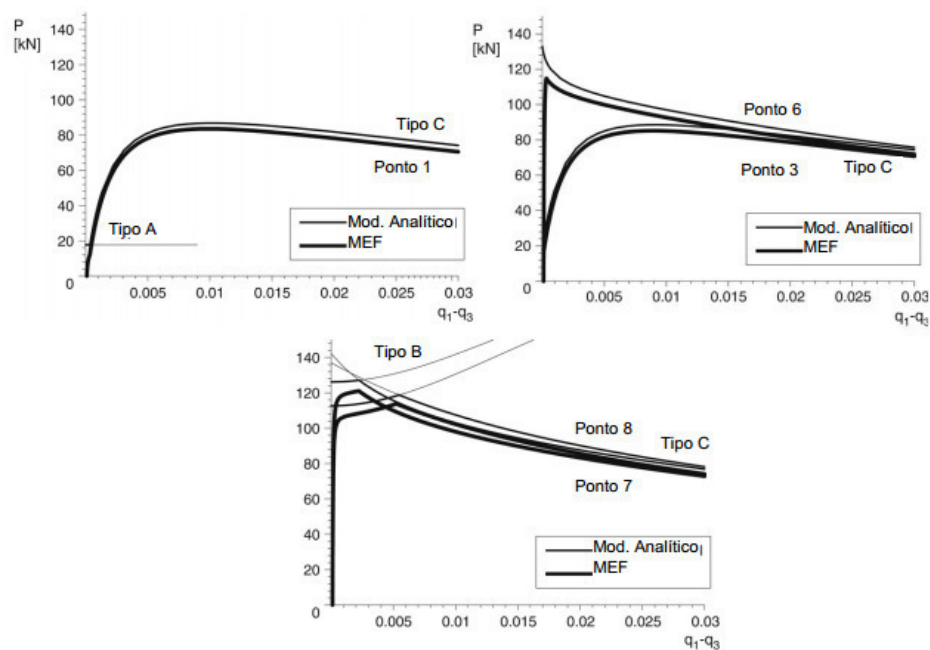


Figura 2.10 – Gráficos comparativos entre o modelo analítico e o modelo numérico para o modo 1 (retirado de Araújo – Tese de doutoramento, 2009)

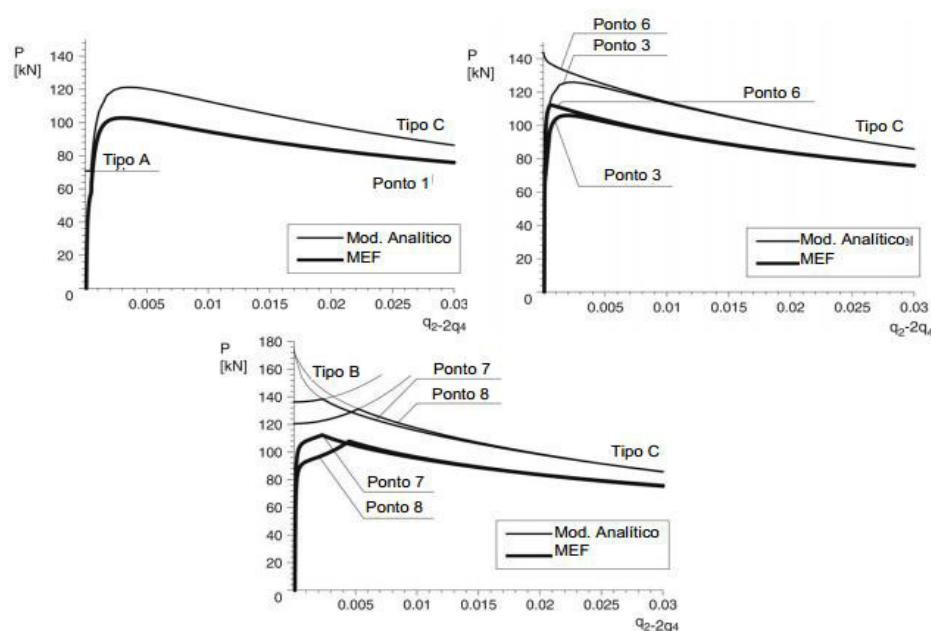


Figura 2.11 - Gráficos comparativos entre o modelo analítico e o modelo numérico para o modo 2 (retirado de Araújo – Tese de doutoramento, 2009)

Araújo et al. (2008) realizaram um estudo do comportamento estrutural de uma coluna estaiada pré-esforçada. Comparam os resultados teóricos e experimentais que obteve através de testes à escala real e simulações calibradas de elementos finitos. Concretizaram um extensivo estudo paramétrico onde estudou o efeito da imperfeição inicial, a rigidez longitudinal dos tirantes e a variação dos níveis de pré-esforço.

Os autores concluíram que o uso de tirantes aumenta significativamente a carga de colapso do sistema estrutural. O aumento da rigidez axial dos tirantes conduz a cargas de colapso mais elevadas. Este aumento pode ser ainda mais significativo se o nível de pré-esforço ótimo for utilizado. Pode também observar-se que, para amplitudes de imperfeições iniciais mais elevadas, os deslocamentos no colapso são maiores e as falhas menos abruptas.

Saito e Wadee (2008) realizaram novos estudos. Um dos seus estudos consistiu em analisar o comportamento de encurvadura de uma coluna estaiada com imperfeições geométricas e limitando a tensão associada a possíveis falhas do material. Para tal, por forma a explicar o comportamento de encurvadura imperfeito de uma coluna estaiada, formularam um modelo geometricamente não linear usando o método de Rayleigh Ritz e, em seguida, validaram o modelo desenvolvido através de análises numéricas pelo método de elementos finitos. A partir dos resultados, foi possível concluir que o sistema tende a ser mais sensível para imperfeições a um nível de pré-esforço que produza a carga crítica mais elevada. É também possível concluir que a capacidade de carga máxima real parece aumentar à medida que o pré-esforço aumenta

com uma dada configuração. Em 2009, Saito e Wade estudaram a interação entre os dois modos de encurvadura de uma coluna estaiada usando uma análise de elementos finitos não-lineares. Concluíram que para o primeiro modo de encurvadura, a coluna estaiada pode ser modelada como um modelo analítico com dois graus de liberdade com grande precisão. Pode também dizer-se que o modelo analítico com dois graus de liberdade para o segundo modo de encurvadura obteve uma resposta aproximada. No entanto, quando comparada ao modelo numérico esta imprecisão pode ser melhorada com aumento dos graus de liberdade. Num estudo mais recente, Saito D. e Wade M.A. (2010), examinaram a questão do pré-esforço ótimo para colunas estaiadas através de indicadores de otimização estrutural propostos que envolvem instabilidade e quantidade de material utilizando simulações numéricas pelo método de elementos finitos. Ao comparar os valores dos indicadores, obtiveram exemplos numéricos para o nível de pré-esforço ótimo real, T_{rot} , e obtiveram sugestões para as configurações estruturais para melhorar a eficiência estrutural.

Wadee et al. (2012) conduziram uma investigação experimental de larga escala, para um total de 18 provetes, sobre a resistência e o comportamento de colunas de aço pré-esforçadas em compressão. Consideraram dois modos de encurvadura – simétrico e antissimétrico – com pós encurvadura interativa, que demonstraram experimentalmente e investigaram a sensibilidade das colunas estaiadas à imperfeição. Os resultados obtidos revelaram que um aumento do pré-esforço leva a uma maior capacidade de carga quando a instabilidade ocorre no modo simétrico, mas a tendência é inversa quando o modo antissimétrico é crítico. Mais tarde, já em 2013, realizaram um novo estudo de sensibilidade numérica para descobrir o efeito do comprimento dos *cross-arms* na carga. A Tabela 2.1 apresenta os resultados associados a cada caso a1 a a6.

Tabela 2.1 – Pré-esforço ótimo e do modo de encurvadura associados à variação do comprimento dos braços transversais (Wadee et al., 2013)

Caso	2a/L	a (mm)	T _{otm} (KN)	Modo de Encurvadura
a1	0.05	76.25	0.82	Simétrico
a2	0.10	152.50	1.84	Simétrico
a3	0.15	228.75	2.91	Simétrico
a4	0.20	305.00	3.10	Antissimétrico
a5	0.25	381.25	3.01	Antissimétrico
a6	0.30	457.50	2.89	Antissimétrico

Verificaram que, a partir dos resultados obtidos, existe um aumento substancial na capacidade de carga com o aumento do comprimento do braço transversal, desde que o modo de encurvadura crítico seja o simétrico. Se o modo crítico de encurvadura for o antissimétrico, a interação torna-se significativa e a capacidade de carga alcança um patamar e o componente geral torna-se mais sensível a imperfeições.

Verificaram, também, que o nível relativo do pré-esforço inicial necessário para maximizar a capacidade de carga de uma determinada coluna estaiada tende a diminuir com o aumento do comprimento do braço transversal. Propuseram um procedimento geral de projeto para colunas estaiadas pré-esforçadas com um único sistema de *cross-arms* (ver Figura 2.12).

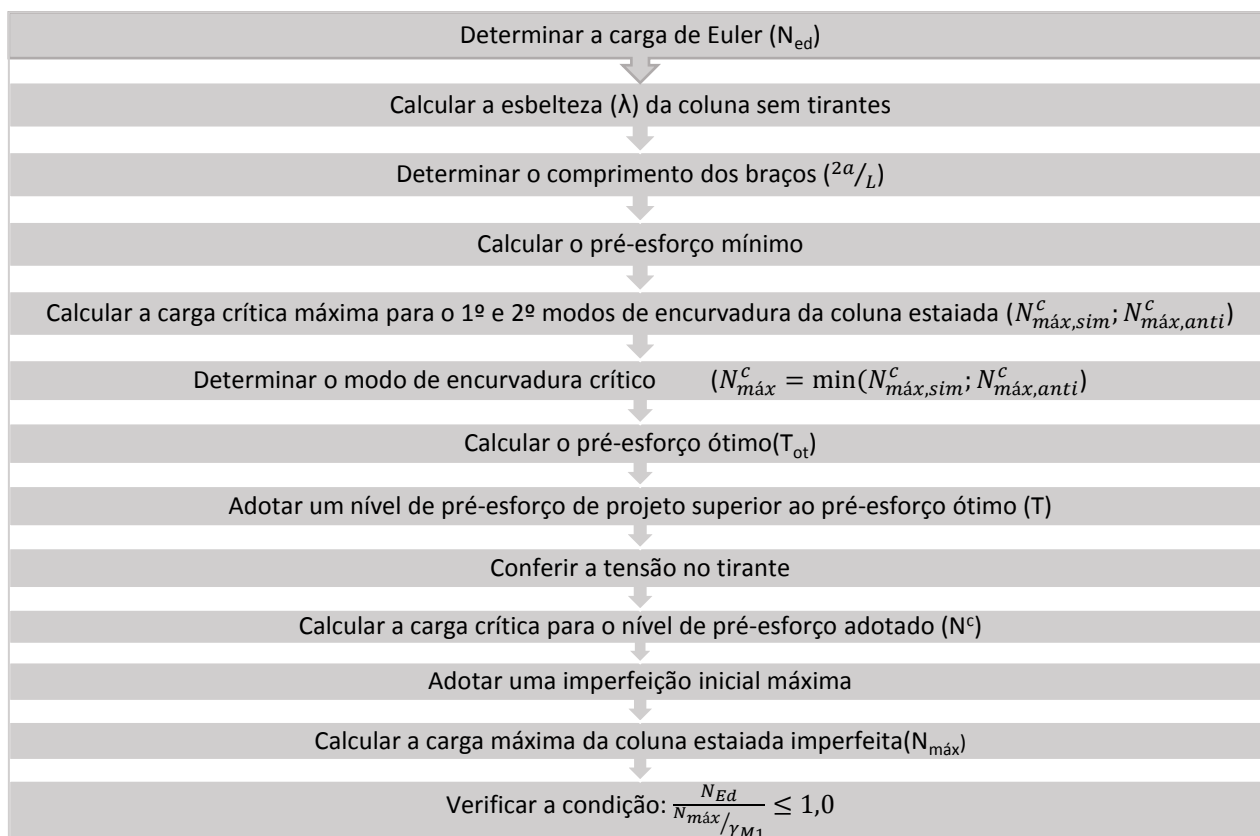


Figura 2.12 – Metodologia de cálculo da carga admissível de colunas estaiadas pré-esforçadas (Wadee et al., 2013)

Osofero et al. (2014) estudaram o efeito do comprimento do *cross-arm* e do tirante na capacidade de carga máxima em colunas estaiadas pré-esforçadas. Investigaram nove combinações de comprimentos e geometria da seção transversal da coluna principal. Mostraram que a geometria da seção transversal é negligenciável na capacidade de carga máxima, e que o mesmo não se verifica em relação ao comprimento variável da coluna, uma vez que este influencia significativamente os resultados. Verificaram que o tamanho ótimo do *cross-arm* é independente do tamanho da coluna.

Serra et al. (2015) desenvolveram um estudo experimental em colunas estaiadas pré-esforçadas de 12m. Por forma a investigar a resistência à compressão e o comportamento de tais sistemas, realizaram 44 testes com um *cross-arm* a meio da coluna (4 braços) e 8 tirantes, fazendo variar a geometria da seção transversal da coluna, o diâmetro dos tirantes (10mm e 13mm),

o nível de pré-esforço (5 níveis de pré-esforço) e a classe do aço (S355 e S690) como apresenta a Tabela 2.2.

Tabela 2.2 – Resumo detalhado de cada coluna de teste (retirado de Serra et al., 2015)

Teste	Comprimento (m)	Coluna		Cross-arms		Comprimento (m)	Tirante		Pré -	
		Seção	Aço	Seção	Aço		Φ (mm)	A (mm ²)	Esforço (Ti) (KN)	Ti/N _y (x10 ⁻³)
C01	12	CHS 101.8x8.0	S355	CHS 101.8x8.0	S690	0.6	10	47	2.0	2.22
									4.0	4.45
									7.5	8.35
									9.0	10.02
									10.5	11.69
C02	12	CHS 101.8x8.0	S690	CHS 101.8x8.0	S690	0.6	10	47	2.0	1.06
									4.0	2.13
									7.5	4.0
									9.0	4.8
									10.5	5.6
C03	12	CHS 139.7x6.3	S355	CHS 101.8x8.0	S690	0.6	10	47	2.0	1.95
									4.0	3.9
									7.5	7.32
									10.5	10.25
									14.0	13.66
C04	12	CHS 139.7x6.3	S690	CHS 101.8x8.0	S690	0.6	10	47	2.0	0.90
									4.0	1.80
									7.5	3.37
									10.5	4.72
									14.0	6.29

A partir dos resultados experimentais, Serra et al. (2015), concluíram que: a seção da coluna principal exerce um efeito direto na carga crítica de encurvadura, pois altera diretamente a esbelteza da coluna; o aumento do pré-esforço inicial faz aumentar a capacidade final; não se deve considerar o pré-esforço como três vezes o pré-esforço ótimo como limite de dimensionamento; as colunas pré-esforçadas são altamente sensíveis à imperfeição geométrica. Nesta investigação foram também utilizados métodos analíticos para calcular cargas elásticas de encurvadura críticas, assim como a capacidade máxima das colunas estaiadas. Um método que apresenta resultados relativamente próximos aos experimentais foi desenvolvido por Wade et al. (2013). No entanto, quando aplicado a casos que estão fora do seu alcance de aplicabilidade por tornar os resultados progressivamente inseguros. Para tal, existem autores que estão a desenvolver uma formulação Ayrton-Perry que aborda esta questão.

Yu e Wadee (2015) realizaram estudos numéricos e analíticos de colunas estaiadas pré-esforçadas com múltiplos *cross-arms* ao longo do comprimento. A Figura 2.13 mostra as diferentes configurações de colunas estaiadas. Este estudo foca-se na opção c), Figura 2.14, com 3 *cross-arms*.

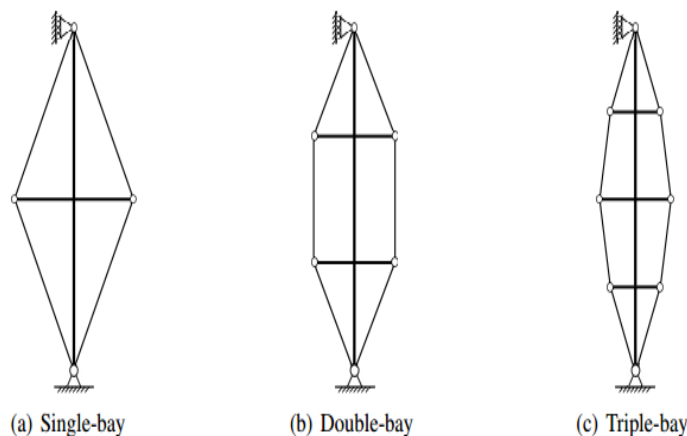


Figura 2.13 – Modelos de colunas com um *cross-arm* (a) e múltiplos *cross-arms* (b e c) (retirado de Yu e Wadee, 2015)

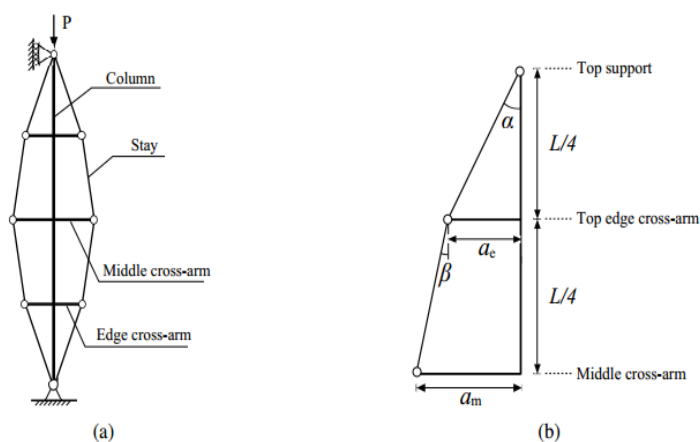


Figura 2.14 – Arranjo da coluna estaiada pré-esforçada com dimensões (retirado de Yu e Wadee, 2015)

O parâmetro γ representa o rácio entre o comprimento do *cross-arm* da extremidade, a_e , e o comprimento do *cross-arm* interior, a_m :

$$\gamma = \frac{a_e}{a_m}. \quad (1)$$

Os autores desenvolveram um modelo de elementos finitos, usando o *software* ABAQUS, de uma coluna com 3 *cross-arms* para analisar o efeito de alguns parâmetros, tais como, o diâmetro dos tirantes, o comprimento dos *cross-arms*, a imperfeição inicial e o pré-esforço. Consideraram neste estudo a interação entre os dois modos de encurvadura. A Figura 2.15 mostra essa interação.

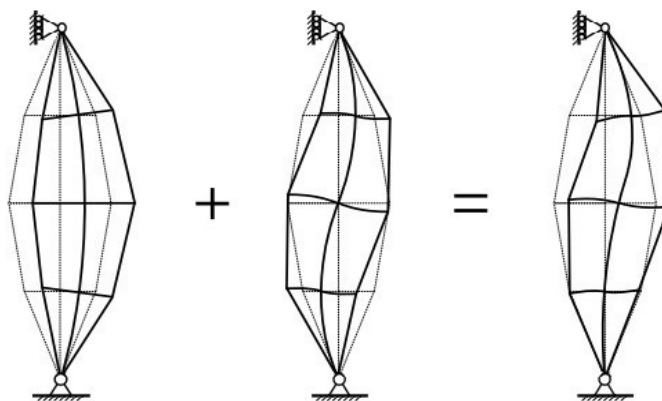


Figura 2.15 – Interação dos modos de encurvadura de uma coluna com 3 *cross-arms* (retirado de Yu e Wadee, 2015)

A partir dos resultados obtidos, Yu e Wadee, 2015 concluíram que o modo crítico de encurvadura e a resposta de encurvadura estão diretamente relacionados com as geometrias estruturais. A Figura 2.16 mostra que para $\gamma=0.5$, ou seja, quando os braços externos têm metade do comprimento do braço do meio, o modo que domina a encurvadura é o modo 2. Com o aumento do γ a capacidade de carga do modo 2 aumenta, enquanto que o modo 1 atinge a sua capacidade de carga máxima para $\gamma=0.7$. Os resultados mostram que o Modo 1 domina quando $\gamma>0.8$.

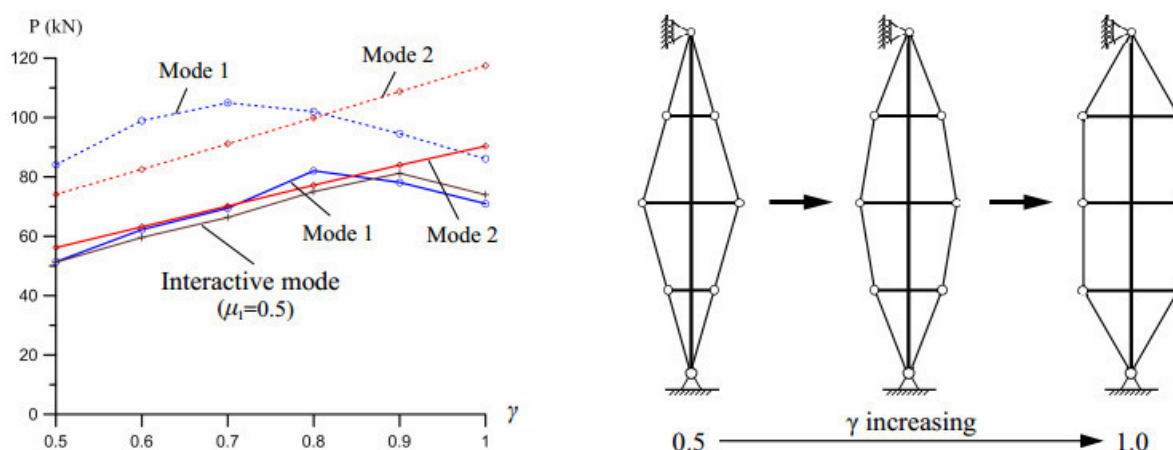


Figura 2.16 – Capacidade de carga com variação do rácio do comprimento dos *cross-arms* (γ) (retirado de Yu e Wadee, 2015)

Quanto às imperfeições, Yu e Wadee, 2015, constataram que, quanto maior for a imperfeição inicial menor será a capacidade de carga. Foi também corroborado pelos resultados que a encurvadura interativa é a situação mais perigosa, e tende a ocorrer quando o modo 2 é crítico. Esta conclusão foi validada pelo modelo analítico, uma vez que permite uma análise mais detalhada de como os dois modos distintos interagem.

Yu e Wadee et al. (2016) estudaram analítica e numericamente a estabilidade de uma coluna com um *cross arm* constituído por 3 braços a meio da coluna. Conforme a Figura 2.17, que apresenta a geometria da coluna estaiada, os três braços encontram-se no plano xy . O presente trabalho considerou que o ângulo entre os braços é de 120° e mantém a simetria no plano xy .

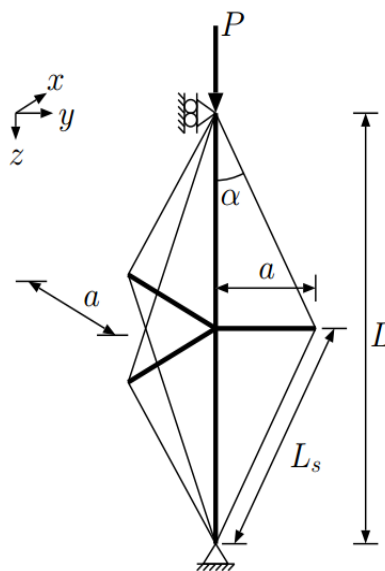


Figura 2.17 – Geometria da coluna estaiada com 3 braços (retirado de Yu e Wadee, 2016)

Os autores deste estudo mostraram que a encurvadura linear pode ser simétrica (Modo1) ou antissimétrica (Modo 2), dependendo da rigidez do sistema estrutural. Pode ver-se na Figura 2.18 que, o modo 1 é crítico quando o diâmetro dos tirantes é pequeno ou o braço é curto e o modo 2 é crítico quando é aumentado qualquer um destes parâmetros.

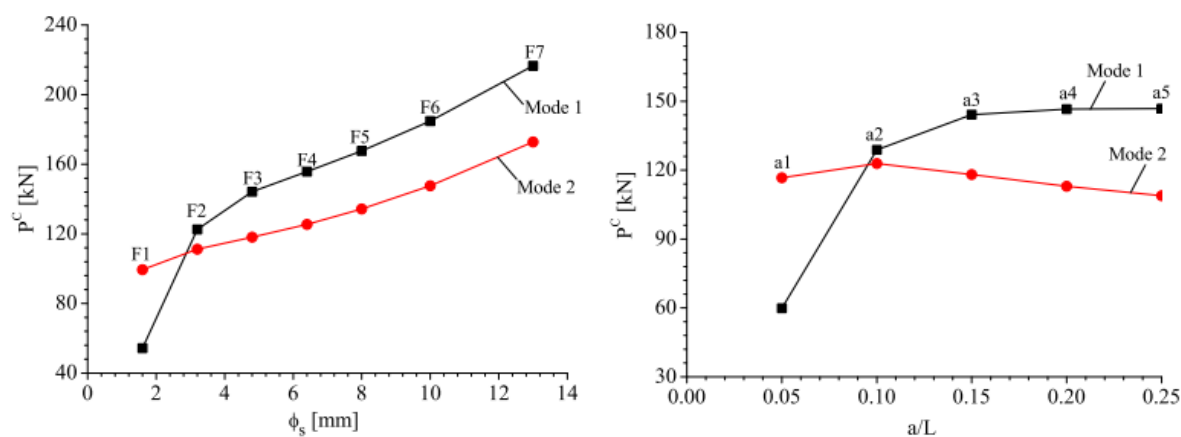


Figura 2.18 – Carga crítica para variação do diâmetro dos tirantes (ϕ_s) e do comprimento dos braços (a/L) (retirado de Yu e Wadee, 2016)

Obtiveram a distribuição da imperfeição que deve ser adotada dentro da análise de elementos finitos para determinar a capacidade de carga real. De notar que este estudo foi limitado ao comportamento puramente elástico, que se justifica pela esbelteza dos elementos principais.

Martins et al. (2016), com intuito de complementar o estudo de Araújo et al. (2008) e Serra et al. (2015), estudaram o comportamento estrutural de colunas estaiadas pré-esforçadas, com um e dois *cross-arms*, de 18m de comprimento. Utilizaram aço normal e aço de alta resistência (AAR). Os autores apresentaram os resultados experimentais de um conjunto de 77 testes que visam investigar o comportamento estrutural do sistema e as melhorias implicadas com o uso de AAR e o sistema de pré-esforço. Os testes são divididos em 7 grupos. Cada grupo será submetido a um teste sem tirantes e a cinco testes, com variação do pré-esforço, utilizando tirantes de 10mm e 13mm. A Tabela 2.3 apresenta o resumo do conjunto de testes.

Tabela 2.3 – Resumo do programa experimental de colunas estaiadas pré-esforçadas (Martins et al, 2016)

Provete	Comprimento (m)	Tipo	Coluna		Cross-arms		Tirante			Pré - Esforço (Ti) (KN)
			Seção	Aço	Seção	Aço	a (m)	Φ (mm)	A (mm ²)	
C05	18	Singular	CHS 101.6x8.0	S355	CHS 101.6x8.0	S690	0.6	10	47	2.0
								13	89	3.5
								13	89	5.5
								13	89	7.5
								13	89	9.0
C06	18	Singular	CHS 139.7x6.3	S355	CHS 101.6x8.0	S690	0.6	10	47	2.0
								13	89	3.5
								13	89	5.5

Provete	Comprimento (m)	Tipo	Coluna		Cross-arms		Tirante			Pré - Esforço (Ti) (KN)
			Seção	Aço	Seção	Aço	a (m)	Φ (mm)	A (mm ²)	
										7.5
										9.0
C07	18	Singular	CHS 139.7x6.3	S690	CHS 101.6x8.0	S690	0.6	10	47	2.0
										3.5
								13	89	5.5
										7.5
										9.0
C08	18	Duplo	CHS 139.7x6.3	S355	CHS 101.6x8.0	S690	0.6	10	47	2.0
										3.5
								13	89	5.5
										7.5
										9.0
C09	18	Singular	CHS 177.8x6.3	S355	CHS 101.6x8.0	S690	0.6	10	47	2.0
										3.5
								13	89	5.5
										7.5
										9.0
C10	18	Singular	CHS 177.8x6.3	S690	CHS 101.6x8.0	S690	0.6	10	47	2.0
										3.5
								13	89	5.5
										7.5
										9.0
C11	18	Duplo	CHS 177.8x6.3	S355	CHS 101.6x8.0	S690	0.6	10	47	2.0
										3.5
								13	89	5.5
										7.5
										9.0

Foram avaliados nestes testes os seguintes parâmetros: a influência do uso de um e de dois *cross-arms*, a inclusão dos tirantes pré-esforçados, o aço, o diâmetro da coluna e o diâmetro dos tirantes e a sua área nominal. Os autores concluíram que a adição do sistema de pré-esforço geralmente aumenta a capacidade de carga final. Quando adicionados *cross-arms* ao longo da coluna, aumenta o ângulo entre os tirantes e a coluna e com o aumento do diâmetro dos tirantes notam-se efeitos benéficos relativamente à capacidade de carga.

Martins et al, (2016) referem que no término dos testes ainda não é possível concluir quais os benefícios da utilização do AAR ao invés do aço S355.

Yu J. e Wadee M.A. (2017) apresentaram um modelo analítico não-linear para colunas estaiadas pré-esforçadas com múltiplos “*crossarms*” ao longo do comprimento. Modelo esse baseado no método de Rayleigh-Ritz, que mostra, pela primeira vez, explicitamente as interações modais para geometrias perfeitas. Demonstraram que a resistência à compressão em determinadas configurações só pode ser determinada quando desencadeada uma sequência de bifurcações desestabilizadoras, o que pode provocar um comportamento interativo de pós-encurvadura perigosamente instável. Identificaram que o sistema é mais suscetível a interação modal quando, para as configurações adotadas, o sistema é altamente sensível às imperfeições iniciais. Identificaram que a interação dos modos em colunas estaiadas pré-esforçadas está intimamente ligada ao relaxamento dos tirantes e à curvatura dos braços. Verificaram que, se o modo antissimétrico Modo 2 for crítico, a resposta de pós-encurvadura é dominada pela interação modal não linear. Existe, assim, um potencial perigo em superestimar a capacidade de carga não linear se o modo 2 for crítico.

3 PROJETO *HILONG* – CAMPANHA EXPERIMENTAL

3.1. Introdução

No âmbito do projeto de investigação *HILONG*, foi realizado um estudo experimental, no Laboratório de Estruturas e Mecânica Estrutural da Universidade de Coimbra, sobre colunas estaiadas pré-esforçadas (CEPE) com a configuração genérica representada na Figura 3.1. Estas estruturas têm vindo a ser utilizadas por engenheiros estruturais que pretendem projetar estruturas de longo vão uma vez que o peso próprio não representa o caso de carga dominante.

As CEPE melhoram a capacidade de carga de colunas esbeltas quando o modo de encurvadura crítico é a encurvadura elástica por flexão devida a compressão. Devido à adição de tirantes e *cross-arms*, a colunas esbeltas passaram a ter maior carga elástica de encurvadura e capacidade de carga, pois estes passaram a restringir a translação e a rotação ao longo do comprimento reduzindo assim o comprimento de encurvadura da coluna.

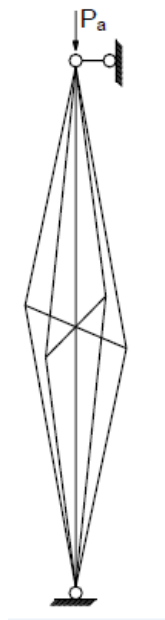


Figura 3.1 – Coluna estaiada pré-esforçada

O objetivo deste estudo foi caracterizar o comportamento de CEPE. Foram realizados um total de 121 testes em escala real. Por forma a investigar a força de compressão e o comportamento

fez-se variar vários parâmetros, tais como a seção transversal das colunas, o comprimento das colunas, o número de *cross-arms*, a classe do aço e o nível de pré-esforço nos tirantes.

Os dados necessários para avaliar o comportamento de CEPE são:

- Força externa aplicada;
- Deslocamento axial da coluna;
- Força nos tirantes;
- Deslocamentos transversais em vários pontos ao longo da coluna.
- Extensões na coluna e no sistema de braços.

3.2. Programa experimental

Como já mencionado, no total realizaram-se 121 testes em escala real. Estes foram agrupados em 11 colunas com configurações diferentes. As configurações utilizadas são apresentadas na Tabela 3.1, estas foram definidas com base na revisão literária efetuada sobre Serra et al. (2015).

Tabela 3.1 – Geometria das colunas (retirado de D4.1.1 – *HILONG*)

Ref. ^a	Coluna					Número de braços		Aço		Tirantes	
	Comprimento		Seção Transversal			4	8	S355	S690	Diâmetro	
	12m	18m	CS1	CS2	CS3					10mm	13mm
C01	X		X			X		X		C1	C2
C02	X		X			X			X	C1	C2
C03	X			X		X		X		C1	C2
C04	X			X		X			X	C1	C2
C05		X	X			X		X		C1	C2
C06		X		X		X		X		C1	C2
C07		X		X		X			X	C1	C2
C08		X		X			X	X		C1	C2
C09		X			X	X		X		C1	C2
C10		X			X	X			X	C1	C2
C11		X			X		X	X		C1	C2

Notas: CS1 – CHS 101.6 x 8.0; CS2 – CHS 139.7 x 6.3; CS3 – CHS 177.8 x 6.3.

C1 e C2 são geometrias dos tirantes adotadas para cada uma das séries de 5 ensaios.

A escolha das diferentes secções da coluna principal foi realizada com intuito de aumentar a diversidade dos estudos de casos e manter todas as colunas com uma esbelteza aproximada não normalizada:

$$\lambda = \frac{L}{i} \quad (2)$$

Os níveis de pré-esforço nos tirantes foram definidos tendo em conta o nível máximo que um processo de aperto manual permite aplicar e a necessidade de obter dados que permitam observar a tendência da capacidade de carga.

Por forma a garantir a qualidade dos ensaios, iniciou-se com um ensaio da coluna sem pré-esforço inicial e comparou-se os resultados com os valores obtidos experimentalmente com os valores analíticos para a carga crítica de encurvadura. Após garantir este controlo de qualidade, cada coluna foi ensaiada para 5 diferentes níveis de pré-esforço inicial para cada diâmetro dos tirantes (C1 e C2) (Ver Tabela 3.2).

Tabela 3.2 – Níveis de pré-esforço aplicado

Ref. ^a	Pré-esforço inicial aplicado nos tirantes (T_{ini})								
	0 N ^{a)}	2000 N ^{b)}	3500 N ^{b)}	4000 N ^{b)}	5500 N ^{b)}	7500 N ^{b)}	9000 N ^{b)}	10500 N ^{b)}	14000 N ^{b)}
C01-C1	x	x		x		x	x	x	
C01-C2		x		x		x	x	x	
C02-C1	x	x		x		x	x	x	
C02-C2		x		x		x	x	x	
C03-C1	x	x		x		x		x	x
C03-C2		x		x		x		x	x
C04-C1	x	x		x		x		x	x
C04-C2		x		x		x		x	x
C05-C1	x	x	x		x	x	x		
C05-C2		x	x		x	x	x		
C06-C1	x	x	x		x	x	x		
C06-C2		x	x		x	x	x		
C07-C1	x	x	x		x	x	x		
C07-C2		x	x		x	x	x		
C08-C1	x	x	x		x	x	x		
C08-C2		x	x		x	x	x		
C09-C1	x	x	x		x	x	x		
C09-C2		x	x		x	x	x		
C10-C1	x	x	x		x	x	x		
C10-C2		x	x		x	x	x		
C11-C1	x	x	x		x	x	x		
C11-C2		x	x		x	x	x		

^{a)} colunas sem tirantes

^{b)} colunas estaiadas

Foram detetadas duas condicionantes: i) por razões de transporte a coluna com 18m é composta por dois segmentos, um com 12m e outro com 6m. Os dois são fixados com uma ligação aparafusada, pelo que a continuidade é assegurada e o efeito da ligação é desprezável uma vez que a coluna está sujeita a forças de compressão; ii) as colunas têm comprimentos que variam entre 12 e 18 m, sendo maior que a altura disponível no laboratório do Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra, pelo que foram ensaiadas numa posição

horizontal. Assim, a fim de evitar que os efeitos do peso próprio influenciassem os resultados, foram colocados 5 cavaletes igualmente espaçados a apoiar as colunas. De maneira a permitir o deslocamento horizontal no plano de encurvadura da coluna, foram instalados patins na face superior dos cavaletes. As extremidades das colunas foram ainda rotuladas e acopladas a aparelhos de reação.

O carregamento no ensaio foi aplicado com recurso a um macaco hidráulico de 90ton ENERPAC colocado entre a coluna e o aparelho de reação, como se pode verificar na Figura 3.2.

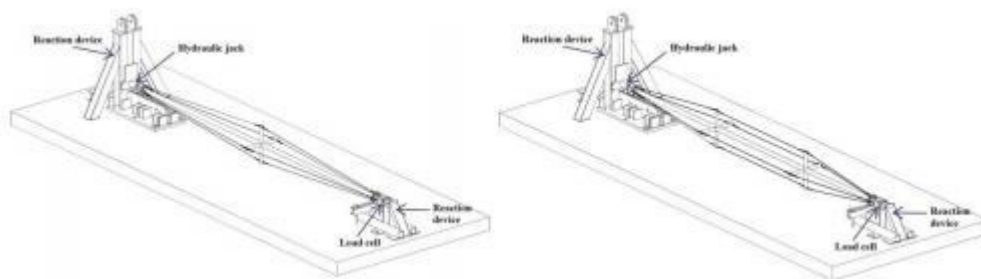


Figura 3.2 – Layout do ensaio das colunas (retirado de D4.1.1 – *HILONG*)

Por forma a medir os deslocamentos laterais e as extensões durante os ensaios foram colocados LVDT's e extensómetros eléctricos ao longo da coluna, como se pode visualizar nas Figuras 3.3 e 3.4, respetivamente. Em cada extremidade foram colocados 2 LVDT's, sendo os restantes distribuídos igualmente ao longo da coluna. Por norma, os ensaios terminaram quando o LVDT posicionado a meio vão da coluna atingiu valores próximos a 200mm de deslocamento lateral. Em cada seção foram aplicados 8 extensómetros igualmente espaçados ao longo da seção transversal, exceto na seção S0 e S4, uma vez que se esperavam momentos fletores desprezáveis, onde apenas foram colocados 4 extensómetros.

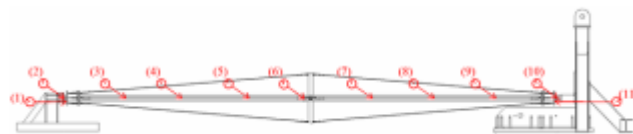


Figura 3.3 – Posicionamento dos LVDT's ao longo da coluna (retirado de D4.1.1 – *HILONG*)



Figura 3.4 – Posicionamento dos extensómetros ao longo da coluna
(retirado de D4.1.1 – *HILONG*)

De maneira a complementar o estudo, foi realizado um levantamento da geometria. Este consistiu em medir algumas propriedades geométricas, tais como a espessura, o diâmetro, o comprimento e também as imperfeições geométricas da coluna no início de cada ensaio.

3.3. Resultados

Todos as séries foram iniciadas com um ensaio da coluna sem pré-esforço. A Figura 3.5 apresenta a evolução da carga em função do deslocamento lateral a meio vão de cada coluna. Uma vez que o incremento de diâmetro da seção transversal, mesmo com redução de espessura, revelou um aumento da capacidade de carga, pode concluir-se que os ensaios revelaram o comportamento esperado para cada coluna.

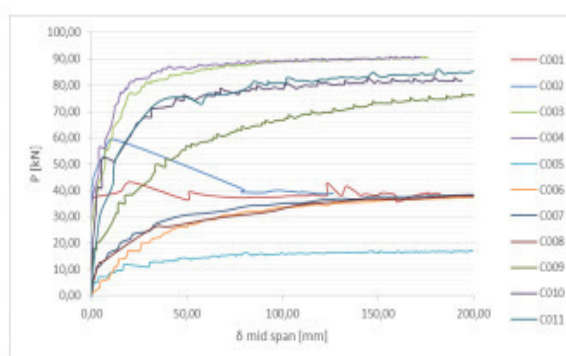
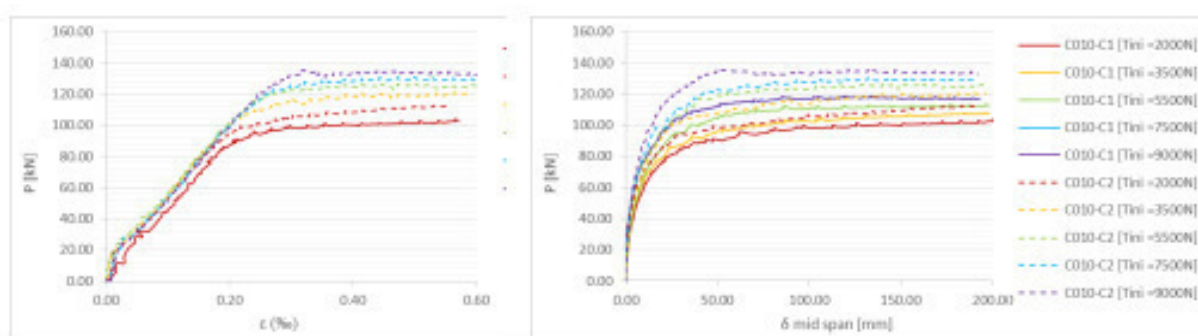


Figura 3.5 – Carga vs. Deslocamento das colunas a meio vão (retirado de D4.1.1 – *HILONG*)

Verificou-se que o uso de aço de alta resistência teve pouca influência na capacidade de carga como se pode verificar nos resultados das colunas C003 e C004, uma vez que estas apresentam a mesma geometria e diferentes classes de aço e, o seu comportamento e capacidade de carga é aproximadamente o mesmo. Embora as colunas C001, C002, C006, C007 e C008 apresentem geometrias distintas e diferentes classes de aço, notou-se que estas apresentavam capacidade de carga muito semelhante. Estes resultados devem-se ao facto de estas possuírem esbeltezas aproximadas. A coluna C005, embora tenha a mesma seção transversal das colunas C001 e C002, como tem um comprimento maior é mais esbelta, o que leva a uma menor capacidade de carga. Os valores de carga obtidos experimentalmente (P_u) foram comparados com os valores analíticos da carga crítica de encurvadura (P_E), determinados pela fórmula de Euler para uma coluna bi-rotulada. A Tabela 3.3 apresenta as diferenças causadas principalmente pelas imperfeições geométricas e condições de apoio.



a) Encurtamento da coluna

b) Deslocamento lateral

Figura 3.6 – a) Força vs encurtamento e b) força vs deslocamento lateral para a coluna pré-esforçada C010 (retirado de D4.1.1 – *HILONG*)

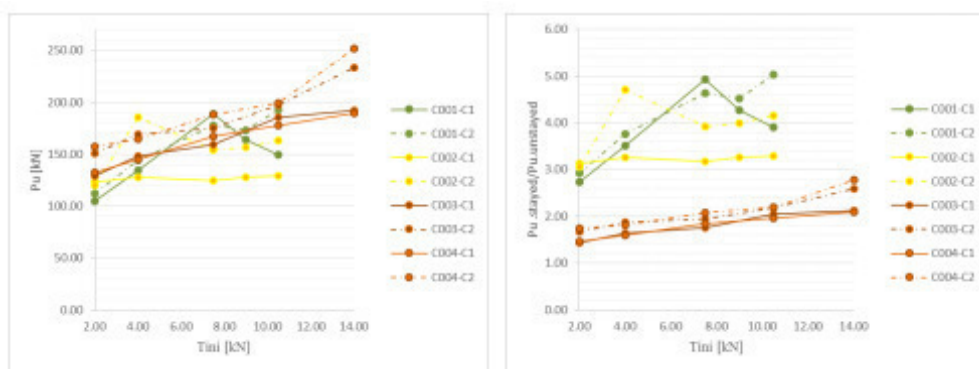
As Figuras 3.7 e 3.8 apresentam os valores das cargas máximas experimentais assim como os seus valores normalizados para cada nível de pré-esforço inicial para todas as colunas estaiadas pré-esforçadas. Por forma a melhorar a interpretação dos resultados, são apresentados separadamente os resultados das colunas com 12m e 18m. As figuras mostram claramente que a inclusão do sistema de pré-esforço é benéfico para a capacidade de carga das colunas. Este benefício é mais significativo para colunas com maior esbelteza. O aumento do diâmetro da seção transversal da coluna principal (mesmo para espessuras menores) mostra que há um aumento da capacidade máxima. Observando as colunas com 12m é possível concluir que, em colunas mais esbeltas (C001 e C002) a capacidade de carga é menor do que as colunas menos esbeltas (C003 e C004), mas mostram um maior benefício com a adição do sistema de pré-esforço. O mesmo pode ser concluído para as colunas com 18m, a coluna mais esbelta (C005) apresenta um ganho de capacidade de carga mais significativo.

É possível observar que a adição de sistemas de pré-esforço com dois pontos de interseção é benéfico sobre a capacidade de carga, uma vez que o ângulo entre os tirantes e a coluna aumenta e o valor da componente perpendicular à coluna da tensão nos tirantes também, opondo-se à encurvadura da coluna. Pode observar-se este facto comparando a coluna C011 às colunas C010 e C09 que, embora tendo a mesma seção transversal e comprimento de encurvadura, uma vez que possui um sistema de pré-esforço com dois pontos de interseção os ganhos são mais significativos em relação às colunas C009 e C010. Pode verificar-se a mesma situação quando se compara a coluna C008 às colunas C006 e C007. A adição do sistema de pré-esforço é mais eficiente na coluna C001 de 12m do que na coluna mais esbelta C005 com 18m uma vez que para colunas mais curtas o ângulo formado entre os tirantes e a coluna principal é maior o que implica um aumento da componente perpendicular à coluna da tensão nos tirantes.

Relativamente ao diâmetro dos tirantes, à exceção das colunas mais esbeltas (C001 e C002), em que o protocolo de carga não se verificou o mais adequado e das colunas C006 e C007 onde

os resultados são muito próximos para os dois diâmetros, os restantes ensaios revelaram que o aumento do diâmetro dos tirantes provocou um aumento da capacidade de carga. Em relação aos níveis de pré-esforço é possível concluir que o aumento destes implicou no aumento da capacidade de carga da coluna.

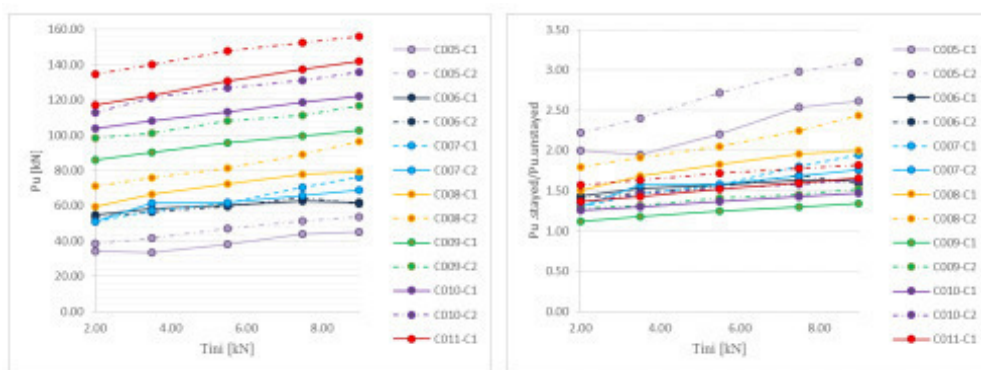
O uso de aço de alta resistência tem impacto reduzido sobre a capacidade de carga das colunas estaiadas pré-esforçadas. Esta conclusão pode ser retirada comparando, por exemplo, as colunas C003 e C004 e as colunas C006 e C007, embora apresentem a mesma geometria e diferentes classes de aço (S355 e S690, respetivamente), exibem capacidades de carga semelhantes.



a) Valor real

b) Valor normalizado

Figura 3.7 – Carga última vs tensão inicial nos tirantes para as colunas pré-esforçadas com 12m (retirado de D4.1.1 – HILONG)



a) Valor real

b) Valor normalizado

Figura 3.8 – Carga última vs tensão inicial nos tirantes para as colunas pré-esforçadas com 18m (retirado de D4.1.1 – HILONG)

A Figura 3.9 apresenta o modo de encurvadura da coluna C010 para o nível de pré-esforço inicial de 3500N. Esta mostra o deslocamento lateral ao longo da coluna quando é atingida a carga máxima ($P_{T_{máx}}^{ext}$) e quando a tensão em algum dos tirantes é próxima de zero ($P_T^{ext} = 0N$). Tal como a coluna C010, no geral, as restantes colunas apresentam um modo de encurvadura simétrico, com exceção das colunas C001 e C002 que apresentam modos de encurvadura assimétricos, o que pode ser explicado pela configuração irregular das imperfeições iniciais da coluna.

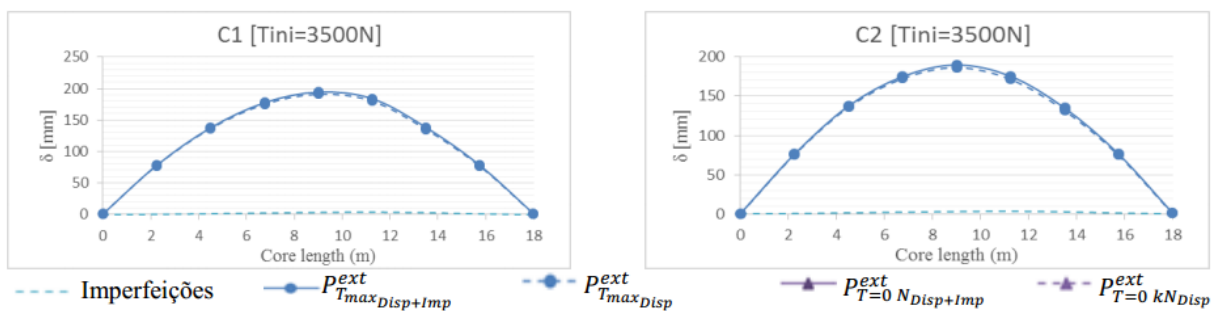
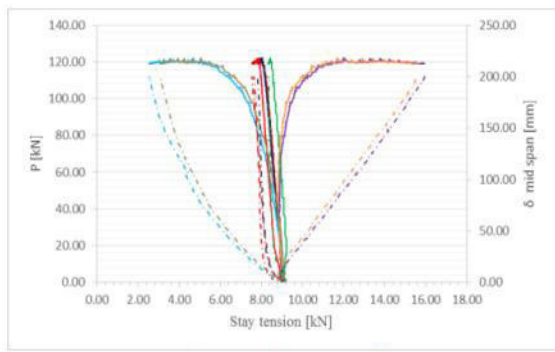


Figura 3.9 – Deslocamento lateral ao longo da coluna C010 em cada ensaio da coluna pré-esforçada (retirado de D4.1.1 – *HILONG*)

Relativamente à evolução da tensão nos tirantes, regra geral foi análoga à apresentada na Figura 3.10, referente à coluna C010. Pôde verificar-se que existiu um aumento da tensão nos tirantes do lado da encurvadura (C2 e C6), manteve-se praticamente inalterada nos tirantes intermédios (C1, C3, C5 e C7) e diminuiu no lado oposto (C4 e C8). Observou-se em alguns ensaios das colunas que após ser atingida a carga máxima, a tensão nos tirantes do lado oposto ao da encurvadura diminuiu, atingindo valores próximos de zero. Este foi o caso dos ensaios das colunas C001, C002, C003, C004, C008 e o ensaio da coluna C005-C2 [$T_{ini}=2000N$].

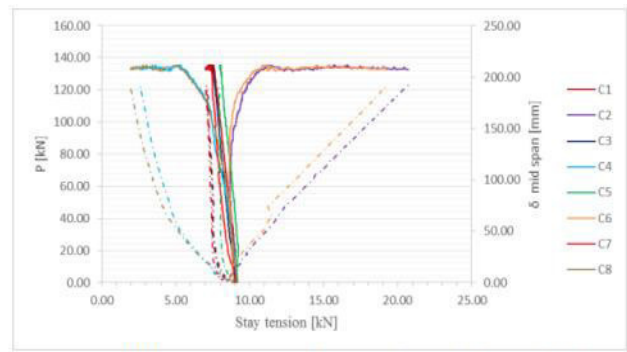
Em alguns testes, a tensão nos tirantes atingiu valores próximos de zero antes de ser atingida a carga máxima, nomeadamente nos ensaios:

- C003-C1 [$T_{ini}=2000N$], C003-C2 [$T_{ini}=2000N$];
- C004-C1 [$T_{ini}=2000N$], C004-C2 [$T_{ini}=2000N$], C004-C2 [$T_{ini}=4000N$];
- C008-C1 [$T_{ini}=2000N$], C008-C2 [$T_{ini}=2000N$], C008-C1 [$T_{ini}=3500N$], C008-C2 [$T_{ini}=3500N$], C008-C1 [$T_{ini}=5500N$], C008-C2 [$T_{ini}=5500N$];



— Força vs tensão nos tirantes

a) C1 [Tini=9000N]



--- Deslocamento lateral a meio vão vs tensão nos tirantes

b) C2 [Tini=9000N]

Figura 3.10 – Força e deslocamento lateral a meio vão vs. tensão nos tirantes da coluna C010 (retirado de D4.1.1 – *HILONG*)

4 MODELAÇÃO NUMÉRICA DE COLUNAS PRÉ-ESFORÇADAS

4.1. Introdução

Este capítulo apresenta a modelação numérica das colunas estaiadas testadas experimentalmente. Começou-se por descrever os modelos numéricos relativamente aos materiais (da estrutura principal e dos tirantes), as propriedades numéricas, as imperfeições geométricas, o modelo de elementos finitos e a malha, os níveis de pré-esforço e o tipo de análises utilizadas. Efetuou-se uma comparação dos resultados experimentais e estudou-se a influência da forma das imperfeições geométricas (Figura 4.1).

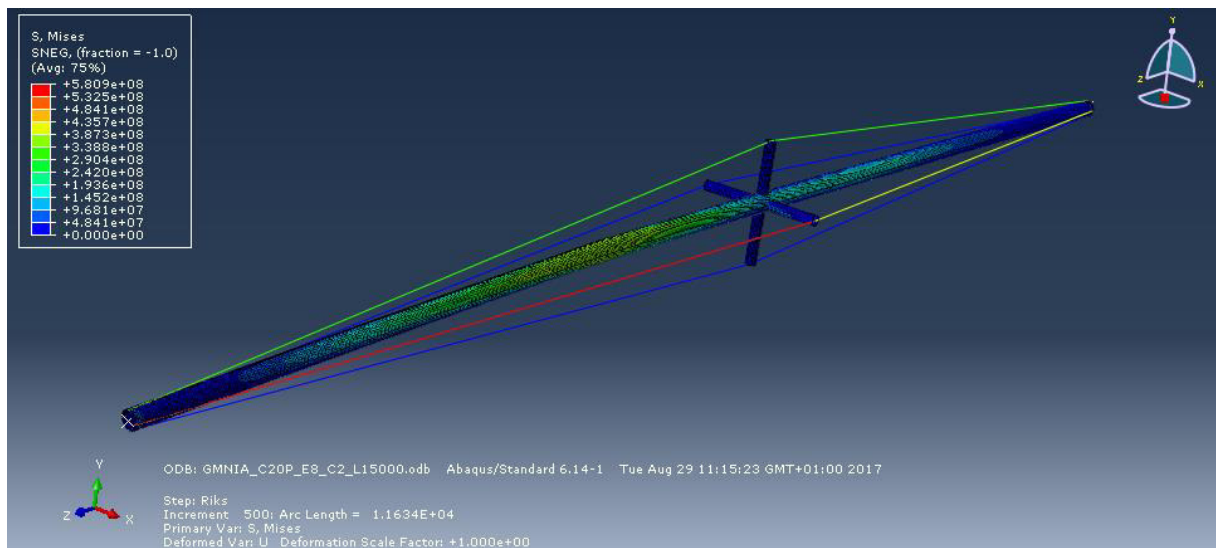


Figura 4.1 – Deformada de um modelo numérico no ABAQUS

4.2. Modelo Numérico

O modelo numérico que se apresenta neste capítulo foi calibrado segundo os resultados experimentais apresentados no projeto *HILONG* (entrega D4.1.1).

No total, foram realizadas 132 LBA (11 colunas, 6 níveis de pré-esforço e 2 tirantes) e 396 GMNIA (11 colunas, 6 níveis de pré-esforço, 2 tirantes e 3 amplitudes de imperfeições geométricas).

4.2.1. Materiais

4.2.1.1. Tirantes

O comportamento mecânico dos tirantes pré-esforçados, apresentado na Figura 4.2, foi modelado a partir dos resultados experimentais.

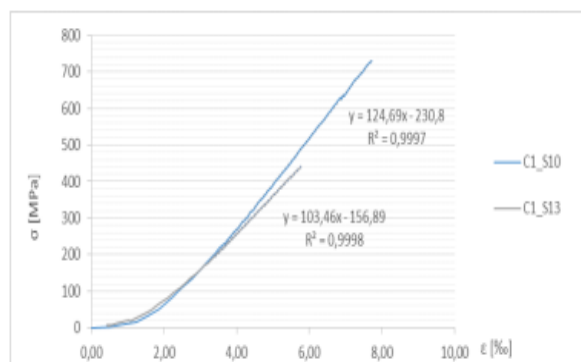


Figura 4.2 – Curva Tensão-Extensão (σ - ϵ) do tirante com 6m – Teste 1
(retirado de D4.1.1 – *HILONG*)

Uma vez que os tirantes apresentam um comportamento não linear para pequenas extensões, assumiu-se um módulo de elasticidade equivalente levando em consideração apenas valores superiores a 200 MPa. Apesar de desempenhar um papel não-negligenciável no comportamento das CEPE, considerou-se o valor do módulo de elasticidade como a média de todos os tirantes testados, assim temos, 116.9 GPa para o tirante de 10 mm e 103.54 GPa para o tirante de 13 mm, como se pode constatar na Tabela 4.1. Observou-se durante os ensaios experimentais que os tirantes pré-esforçados estavam em regime elástico ao longo de toda a análise.

Tabela 4.1 – Módulo de Elasticidade efetivo dos tirantes (retirado de D4.1.1 – *HILONG*)

Provete	Módulos de Elasticidade Medidos (E)	
	$\Phi_s=10\text{mm}$	$\Phi_s=13\text{mm}$
1	119.80	102.56
2	115.83	102.63
3	121.56	99.46
4	114.38	108.56
5	110.43	104.53
6	112.14	98.77
7	118.53	105.31
8	122.55	106.50
Média	116.90	103.54
Desvio Padrão	4.42	3.37

Nota: O Módulo de Elasticidade é apresentado nas unidades GPa

4.2.1.2. Coluna e “Cross-arms”

Os valores do módulo de elasticidade e da tensão de cedência foram obtidos através dos resultados experimentais. Foi realizado um conjunto de 3 testes para cada CEPE por forma a obter a média dos resultados. A Tabela 4.2 apresenta os resultados para a Coluna 10.

Tabela 4.2 – Resultados dos testes da tensão para a coluna 10 (retirado de D4.1.2 – *HILONG*)

Nome	Seção transversal	Extraído de	Teste	Módulo de Elasticidade (E)	Tensão de Cedência (σ_y)	Tensão última (σ_u)	Extensão última (ϵ_u)	
C010	CHS 177.8 x 6.3	Coluna principal	1	209.63	690	816.55	896.98	1.9
			2	210.06		825.29	906.57	1.9
			3	212.34		807.72	866.61	1.3
			Média	210.68	820.92	890.05	1.8	
			std	0.6	1.2	2.3	19.1	
Notas: Unidades – Módulo de elasticidade (GPa) e Tensões (MPa) std - desvio padrão								

4.2.2. Propriedades geométricas**4.2.2.1. Seção transversal dos tirantes**

Foram definidos dois diâmetros diferentes para os tirantes, em que um é aproximadamente o dobro da área do outro. A seção transversal é apresentada na Figura 4.3 e as suas propriedades estão apresentadas na Tabela 4.3, de acordo com a tabela de fabricante.

Tabela 4.3 – Seções Transversais dos tirantes (retirado de D4.1.2 – *HILONG*)

Designação (tabela de fabricante)	Diâmetro Nominal (mm)	Área da seção transversal (mm ²)
6x19S+CWR	10	47
6x19S+CWR	13	89

Figura 4.3 – Seção transversal do tirante (retirado de D4.1.2 – *HILONG*)

4.2.2.2. Seção transversal da Coluna Principal e dos “*Cross-arms*”

Na análise numérica foram utilizados os valores médios das leituras experimentais do diâmetro e da espessura da coluna, uma vez que o material apresentava desvios geométricos daqueles facultados pelos fornecedores. A Tabela 4.4 apresenta os valores médios para a coluna 10.

Tabela 4.4 – Sumário das leituras geométricas para a coluna 10 (todas as dimensões estão em mm) (retirado de D4.1.2 – *HILONG*)

Provete	Coluna			Cross-arm			
	Seção	dc	tc	seção	dca	tca	lca
C10	S0	178.00	6.70				
	S1	178.01	6.85	B1	101.05	8.90	515.00
	S2	177.70	6.85	B2	101.50	8.30	515.30
	S3	178.20	7.06	B3	101.06	8.80	515.10
	S4	177.70	6.99	B4	101.30	8.35	515.20
	mean	177.92	6.89		101.23	8.59	515.15

4.2.2.3. Imperfeições geométricas globais

A partir do programa experimental chegou-se à conclusão que as colunas CEPE apresentam desvios do seu eixo ideal. Por forma a obter resultados próximos aos reais consideraram-se dois valores de amplitudes de imperfeições iniciais ($L/1000$ e $L/750$). Estas amplitudes situam-se normalmente dentro das amplitudes usuais para colunas sem sistema de pré-esforço e, além de desvios do eixo, estas cobrem imperfeições associadas a desvios e falta de ortogonalidade do sistema de aplicação de carga, bem como imperfeições residuais.

4.2.3. Modelo de elementos finitos e discretização da malha

4.2.3.1. Malha

Para modelar as colunas principais e os *cross-arms* foram utilizados elementos finitos de casca com 4 nós (S4R). Os tirantes foram modelados como elementos finitos de barra onde aplicaram um campo pré-definido inicial (Pré-Esforço).

Realizaram um breve estudo acerca da discretização da malha e concluíram que para obter uma convergência numérica, como se pode observar na Figura 4.4, eram necessários apenas 25 elementos.

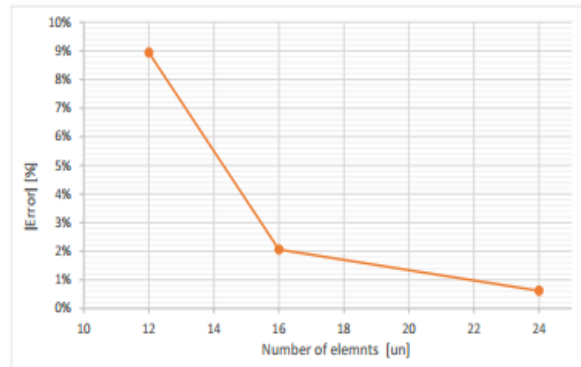
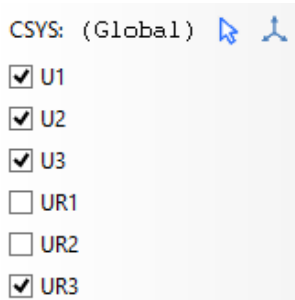


Figura 4.4 – Estudo da convergência da malha (retirado de D4.1.2 – *HILONG*)

4.2.3.2. Aplicação do pré-esforço, restrições, limites e condições de carregamento

O emprego da componente pré-esforço na coluna usando o programa ABAQUS efetua-se na opção “predefined field”. Esta opção permite adicionar um campo predefinido de um dado parâmetro, neste caso, de tensões iniciais. Estas tensões resultam da divisão entre a força aplicada nos tirantes e a respetiva área nominal da seção transversal. As colunas são simplesmente apoiadas em ambas as extremidades. Foram aplicadas restrições de corpo rígido entre os nós centrais e as secções no final da coluna, como se pode verificar na Figura 4.5. Entre a coluna e os *cross-arms* foram aplicadas restrições do tipo “tie-constraints”. Entre os tirantes e os *cross-arms* e entre a coluna e os tirantes foram aplicadas restrições de acoplamento, como apresenta a Figura 4.6. Foi aplicada uma carga axial de compressão, na extremidade livre axialmente, no ponto de referência central.

Extremidade s/ carga aplicada



Extremidade com carga aplicada (livre axialmente)

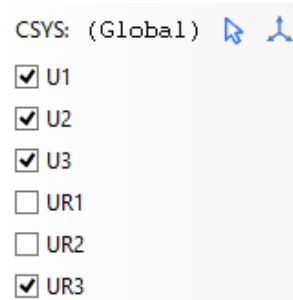


Figura 4.5 – Condições de apoio nas extremidades da coluna principal

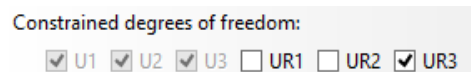


Figura 4.6 – Restrição dos graus de liberdade de uma coluna acoplada com os tirantes e dos tirantes com os *cross-arms*

4.2.3.3. Tipos de análises e procedimento passo a passo das análises

Dois tipos de análises foram realizadas utilizando o programa de elementos finitos ABAQUS (método Arc Length). Uma é a análise de encurvadura linear (LBA) e a outra é a análise geométrica e materialmente não linear incluindo imperfeições (GMNIA).

Primeiro realizou-se uma análise LBA, com tirantes, mas sem pré-esforço aplicado, com intuito de obter os modos de próprios da coluna para introduzi-los como imperfeição inicial das colunas.

Em segundo, usando a opção *IMPERFECTION, inseriu-se os valores próprios como imperfeição do modelo. É aqui que a amplitude da imperfeição é definida.

Seguidamente é realizada uma primeira análise GMNIA (*STATIC, GENERAL) onde o pré-esforço é aplicado. Nesta fase, a coluna sofre pequenos deslocamentos axiais e, como consequência, os tirantes perdem uma pequena quantidade de pré-esforço aplicado. Após esta análise, é efetuada outra GMNIA, não linear, (*STATIC, RIKS), onde é aplicada a carga de compressão.

4.3. Comparação entre os resultados experimentais e os numéricos – validação do modelo numérico

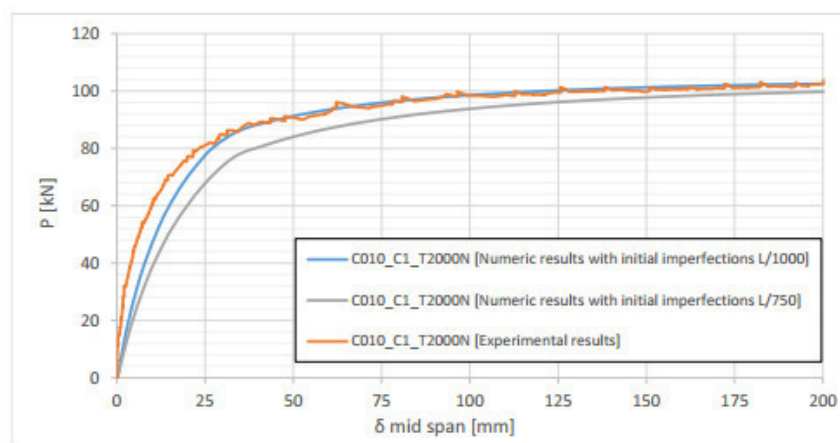
A Tabela 4.5 mostra os resultados da análise numérica da coluna C10. Relativamente às imperfeições geométricas, é de salientar que, por motivos de simplicidade, decidiu-se que apenas se consideraria um tipo de imperfeição. É importante referir que esta simplificação pode levar a erros em alguns resultados.

É de salientar que a maioria dos resultados que utilizam $L/1000$ e $L/750$, como amplitudes de imperfeição inicial, apresentam bons resultados experimentais, mas nem sempre pelo lado seguro.

Tabela 4.5 – Comparação entre os resultados experimentais e os numéricos relativos à coluna C010 (retirado de D4.1.2 – *HILONG*)

Provete		Nº de <i>cross-arms</i>	Pré-esforço		Exp.	Amp.1	Amp.2	Diff. 1	Diff. 2
			T_i [N]	σ_i [MPa]	$P_{u,exp}$ [KN]	$P_{u,num,2}$ [KN]	$P_{u,num,3}$ [KN]	$\Delta P_{u,2}$ [%]	$\Delta P_{u,3}$ [%]
C10	C1	1	0	0.00	82.99	-	-	-	-
			2000	42.55	103.96	103.14	101.05	-0.7	-2.8
			3500	74.47	107.98	94.11	102.99	-12.8	-4.6
			5500	117.02	113.39	111.23	105.97	-1.9	-6.5
			7500	159.57	118.63	114.65	110.58	-3.3	-6.7
			9000	191.49	122.30	115.55	112.12	-5.5	-8.3
	C2	1	0	0.00	82.99	-	-	-	-
			2000	22.47	112.69	113.08	110.60	0.3	-1.8
			3500	39.33	121.25	116.58	113.78	-3.8	-6.1
			5500	61.80	126.84	121.01	116.51	-4.6	-8.1
			7500	84.27	131.04	129.95	122.22	-0.8	-6.7
			9000	101.12	135.58	133.81	127.06	-1.3	-6.2

Pôde verificar-se que, para a coluna C10, os resultados são excelentes, uma vez que apresenta um erro máximo de 12.8%, mas a maioria dos casos o erro é inferior a 7%. A Figura 4.7, ilustra a curva carga deslocamento para a coluna C10-C1 ($T_i=2000N$).

Figura 4.7 – Curva carga-deslocamento (medidos no meio da coluna principal) da coluna C10-C1 ($T_i=2000N$) (retirado de D4.1.2 – *HILONG*)

5 ESTUDO PARAMÉTRICO

5.1. Introdução

Com o decorrer dos anos realizaram-se algumas pesquisas e estudos sobre as colunas estaiadas pré-esforçadas, mas ainda não são suficientes para perceber o comportamento das colunas ao fazer variar diversos parâmetros. Por forma a perceber melhor o comportamento destas realizou-se na presente tese um estudo paramétrico onde, com propriedades nominais, se fizeram variar a espessura da coluna, o comprimento da coluna, os níveis de pré-esforço e a classe do aço.

No Anexo A é apresentado um resumo das características de todas as colunas. Temos assim um total de 648 LBA (18 colunas* 3 espessuras da coluna principal* 6 níveis de pré-esforço* 2 tirantes) e 360 GMNIA (12 colunas* 3 espessuras da coluna principal* 5 níveis de pré-esforço* 2 tirantes*1 amplitude de imperfeição inicial ($L/1000$)) realizadas recorrendo à ferramenta ABAQUS (Figura 5.1). O Anexo B apresenta os resultados das análises LBA.

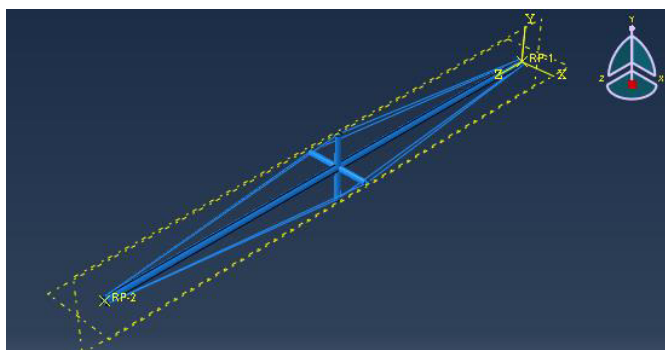


Figura 5.1 – Modelo numérico de uma coluna estaiada no ABAQUS

5.2. Estudo paramétrico

A Tabela 5.1 apresenta as configurações definidas com base nos relatórios do projeto de investigação HILONG (D4.1.1 e D4.1.2). Estas foram definidas com intuito de se perceber a influência da variação de parâmetros como a espessura da seção transversal da coluna, o comprimento da coluna, a classe do aço e os níveis de pré-esforço inicial aplicados.

Tabela 5.1: Geometria de todas as colunas estaiadas

Teste	Coluna				Nº de braços	Aço	Tirantes	
	Seção transversal			Comprimento Lc [mm]			Diâmetro	
	dc [mm]	tc [mm]	Ac [mm ²]				10 mm	13 mm
C01P	101,58	4	1226,23	12000	4	S355	C1	C2
	101,58	6	1801,64	12000	4	S355	C1	C2
	101,58	8	2351,92	12000	4	S355	C1	C2
C02P	101,58	4	1226,23	12000	4	S690	C1	C2
	101,58	6	1801,64	12000	4	S690	C1	C2
	101,58	8	2351,92	12000	4	S690	C1	C2
C03P	139,68	4	1705,01	12000	4	S355	C1	C2
	139,68	6	2519,81	12000	4	S355	C1	C2
	139,68	8	3309,48	12000	4	S355	C1	C2
C04P	139,68	4	1705,01	12000	4	S690	C1	C2
	139,68	6	2519,81	12000	4	S690	C1	C2
	139,68	8	3309,48	12000	4	S690	C1	C2
C05P	101,58	4	1226,23	18000	4	S355	C1	C2
	101,58	6	1801,64	18000	4	S355	C1	C2
	101,58	8	2351,92	18000	4	S355	C1	C2
C06P	139,68	4	1705,01	18000	4	S355	C1	C2
	139,68	6	2519,81	18000	4	S355	C1	C2
	139,68	8	3309,48	18000	4	S355	C1	C2
C07P	139,68	4	1705,01	18000	4	S690	C1	C2
	139,68	6	2519,81	18000	4	S690	C1	C2
	139,68	8	3309,48	18000	4	S690	C1	C2
C09P	177,74	4	2183,28	18000	4	S355	C1	C2
	177,74	6	3237,22	18000	4	S355	C1	C2
	177,74	8	4266,03	18000	4	S355	C1	C2
C10P	177,74	4	2183,28	18000	4	S690	C1	C2
	177,74	6	3237,22	18000	4	S690	C1	C2
	177,74	8	4266,03	18000	4	S690	C1	C2
C12P	101,58	4	1226,23	9000	4	S355	C1	C2
	101,58	6	1801,64	9000	4	S355	C1	C2
	101,58	8	2351,92	9000	4	S355	C1	C2
C13P	101,58	4	1226,23	9000	4	S690	C1	C2
	101,58	6	1801,64	9000	4	S690	C1	C2
	101,58	8	2351,92	9000	4	S690	C1	C2
C14P	139,68	4	1705,01	9000	4	S355	C1	C2
	139,68	6	2519,81	9000	4	S355	C1	C2
	139,68	8	3309,48	9000	4	S355	C1	C2
C15P	139,68	4	1705,01	9000	4	S690	C1	C2
	139,68	6	2519,81	9000	4	S690	C1	C2
	139,68	8	3309,48	9000	4	S690	C1	C2
C16P	101,58	4	1226,23	15000	4	S355	C1	C2
	101,58	6	1801,64	15000	4	S355	C1	C2
	101,58	8	2351,92	15000	4	S355	C1	C2
C17P	139,68	4	1705,01	15000	4	S355	C1	C2
	139,68	6	2519,81	15000	4	S355	C1	C2

Teste	Coluna				Nº de braços	Aço	Tirantes	
	Seção transversal		Comprimento	Lc [mm]			Diâmetro	
	dc [mm]	tc [mm]					Ac [mm ²]	10 mm
C18P	139,68	8	3309,48	15000	4	S355	C1	C2
	139,68	4	1705,01	15000	4	S690	C1	C2
	139,68	6	2519,81	15000	4	S690	C1	C2
	139,68	8	3309,48	15000	4	S690	C1	C2
C20P	177,74	4	2183,28	15000	4	S355	C1	C2
	177,74	6	3237,22	15000	4	S355	C1	C2
	177,74	8	4266,03	15000	4	S355	C1	C2
C21P	177,74	4	2183,28	15000	4	S690	C1	C2
	177,74	6	3237,22	15000	4	S690	C1	C2
	177,74	8	4266,03	15000	4	S690	C1	C2

Começou-se por realizar análises numéricas das colunas sem sistema de pré-esforço por forma a garantir um controlo de qualidade dos modelos numéricos. Após esta verificação são realizadas uma série de 5 análises numéricas com diferentes níveis de pré-esforço inicial para cada configuração considerada.

Uma vez que não foi possível realizar este conjunto de análises a todas as colunas, escolheram-se, com base nas características, 12 colunas estaiadas que se apresentam na Tabela 5.2.

Tabela 5.2: Resumo das propriedades das colunas estaiadas (Análises GMNIA)

Coluna	Comprimento (m)	Tipo	Coluna		<i>cross-arms</i>		Tirante		Pré-esforço inicial* Ti (KN)
			seção	Aço	seção	Aço	Φ _s (mm)	A _s (mm ²)	
C01P	12	Singular	CHS	355	CHS	690	10	47	2.0-10.5
			101.58*(4/6/8)		101.65*8.18		13	89	
C02P	12	Singular	CHS	690	CHS	690	10	47	2.0-10.5
			101.58*(4/6/8)		101.65*8.18		13	89	
C03P	12	Singular	CHS	355	CHS	690	10	47	2.0-10.5
			139.68*(4/6/8)		101.65*8.18		13	89	
C04P	12	Singular	CHS	690	CHS	690	10	47	2.0-10.5
			139.68*(4/6/8)		101.65*8.18		13	89	
C09P	18	Singular	CHS	355	CHS	690	10	47	2.0-10.5
			177.74*(4/6/8)		101.17*8.41		13	89	
C10P	18	Singular	CHS	690	CHS	690	10	47	2.0-10.5
			177.74*(4/6/8)		101.23*8.59		13	89	
C12P	9	Singular	CHS	355	CHS	690	10	47	2.0-10.5
			101.58*(4/6/8)		101.65*8.18		13	89	
C13P	9	Singular	CHS	690	CHS	690	10	47	2.0-10.5
			101.58*(4/6/8)		101.65*8.18		13	89	
C14P	9	Singular	CHS	355	CHS	690	10	47	2.0-10.5
			139.68*(4/6/8)		101.65*8.18		13	89	
C15P	9	Singular		690		690	10	47	2.0-10.5

			CHS 139.68*(4/6/8)		CHS 101.65*8.18		13	89	
C20P	15	Singular	CHS	355	CHS	690	10	47	2.0-10.5
			177.74*(4/6/8)		101.17*8.41		13	89	
C21P	15	Singular	CHS	690	CHS	690	10	47	2.0-10.5
			177.74*(4/6/8)		101.23*8.59		13	89	

*5 níveis de pré-esforço (2/4/7.5/9/10.5) KN

É possível verificar, com base nas características apresentadas na Tabela 5.2, que as colunas selecionadas apresentam todas as variações dos parâmetros que se pretende estudar.

Relativamente às imperfeições geométricas, foi considerada uma imperfeição inicial de L/1000, uma vez que já haviam sido estudadas diferentes configurações para a imperfeição inicial, no âmbito do projeto de investigação HILONG. Ao analisar os resultados, conclui-se que L/1000 apresenta uma boa concordância em relação aos resultados experimentais.

5.3. Resultados

5.3.1. Colunas sem sistema de pré-esforço

Após obter os resultados numéricos das colunas sem sistema de pré-esforço, pôde observar-se que as colunas com a mesma geometria e diferentes classes de aço (S355/S690), o comportamento da capacidade de carga é aproximadamente o mesmo. Conclui-se que o uso de AAR (S690), tem pouca influência na capacidade de carga como se pode verificar na Tabela 5.3. As colunas C03 e C13, apesar de apresentar geometrias diferentes e classes de aço distintos, apresentam capacidades de carga muito semelhantes. Esta observação pode ser explicada pelo facto de estas possuírem esbeltezas idênticas. As colunas C1 e C12 apresentam a mesma geometria, exceto o comprimento da coluna principal. Uma vez que a coluna C12 tem menor comprimento que a coluna C12, a esbelteza da coluna C1 é maior o que implica uma menor capacidade de carga. O mesmo acontece para as colunas C2/C13, C03/C14, C04/C15, C09/C20 e C10/C21.

A Tabela 5.3 apresenta os valores de carga numéricos ($P_{cr,num}$) e os valores analíticos da carga crítica de encurvadura (P_E), determinados com a formula de Euler. Nesta tabela é realizada uma comparação entre os resultados.

Tabela 5.3: Comparação entre os resultados numéricos e analíticos para a carga crítica elástica

Coluna	Espessura	$P_E = \frac{\pi^2 EI}{L_e^2}$	$P_{cr,num}$	Diferença (%)	Modo de Encurvadura
C01P/C02P	4	21.04	20.944	0.47%	Simétrico
	6	29.73	30.134	-1.34%	Simétrico
	8	37.33	38.526	-3.11%	Simétrico

Coluna	Espessura	$P_E = \frac{\pi^2 EI}{L_e^2}$	$P_{cr,num}$	Diferença (%)	Modo de Encurvadura
C03P/C04P	4	56.52	57.142	-1.09%	Simétrico
	6	81.18	83.184	-2.41%	Simétrico
	8	103.63	107.628	-3.72%	Simétrico
C09P/C10P	4	52.73	53.186	-0.87%	Simétrico
	6	76.44	77.957	-1.94%	Simétrico
	8	98.50	101.556	-3.01%	Simétrico
C12P/C13P	4	37.41	37.251	0.42%	Simétrico
	6	52.85	53.586	-1.37%	Simétrico
	8	66.36	68.499	-3.13%	Simétrico
C14P/C15P	4	100.48	101.595	-1.10%	Simétrico
	6	144.32	147.875	-2.41%	Simétrico
	8	184.22	191.313	-3.71%	Simétrico
C20P/C21P	4	75.93	76.111	-0.24%	Simétrico
	6	110.08	111.553	-1.32%	Simétrico
	8	141.84	145.314	-2.39%	Simétrico

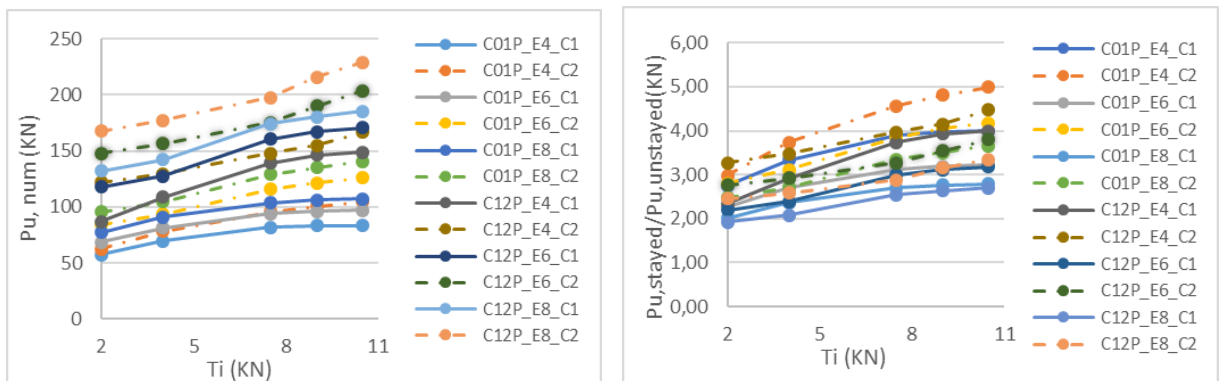
5.3.2. Colunas com sistema de pré-esforço

As Figuras 5.2 a 5.7 apresentam as cargas últimas obtidas numericamente usando o programa ABAQUS assim como os seus valores normalizados para cada nível de pré-esforço para as colunas estaiadas estudadas. A Tabela 5.4 apresenta os valores obtidos da capacidade de carga das colunas para cada nível de pré-esforço. Por forma a interpretar melhor os resultados cada figura apresenta apenas os resultados de duas colunas, em que a segunda coluna apenas varia da primeira o seu comprimento. Assim, é possível verificar que a capacidade de carga é maior para as colunas com menor comprimento e menor esbelteza, mas os benefícios da adição do sistema de pré-esforço é mais significativo nas colunas com maior esbelteza. É também possível conferir que, ao comparar a coluna C09 de 18m com a C04 de 12m, apesar de a coluna C09 possuir uma maior esbelteza, a coluna C04 apresenta maiores benefícios na capacidade de carga. Isto deve-se ao facto de a coluna C04 ter menor comprimento que a coluna C09 o que implica um ângulo maior entre os tirantes e a coluna aumentando a componente perpendicular à coluna da tensão nos tirantes, opondo-se à encurvadura da coluna.

É observável que à medida que os níveis de pré-esforço aumentam, a capacidade de carga aumenta. O aumento da espessura dos tirantes de 10mm (C1) para 13mm (C2) implica um aumento da capacidade de carga. É visível, em todas as colunas, que o uso da menor espessura, E4, apresenta benefícios mais elevados em relação à capacidade de carga, assim como o uso do tirante com maior espessura, C2.

Relativamente ao aço, nas Figuras 5.2 e 5.3, por exemplo, onde a coluna C01(S355) apresenta a mesma geometria da coluna C02(S690) e o mesmo acontece com as colunas C12(S355) e

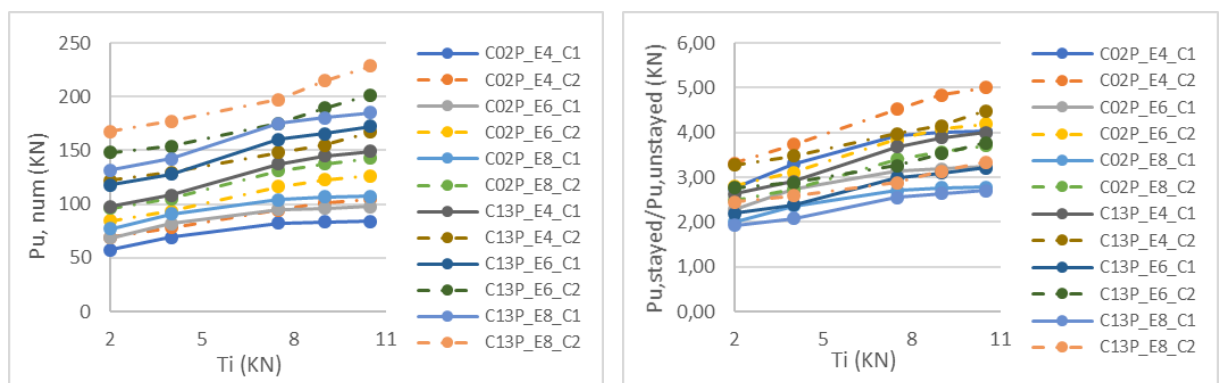
C13(S690), verifica-se que o uso de alta resistência praticamente não influencia a capacidade de carga.



a) Valor Real

b) Valores normalizados

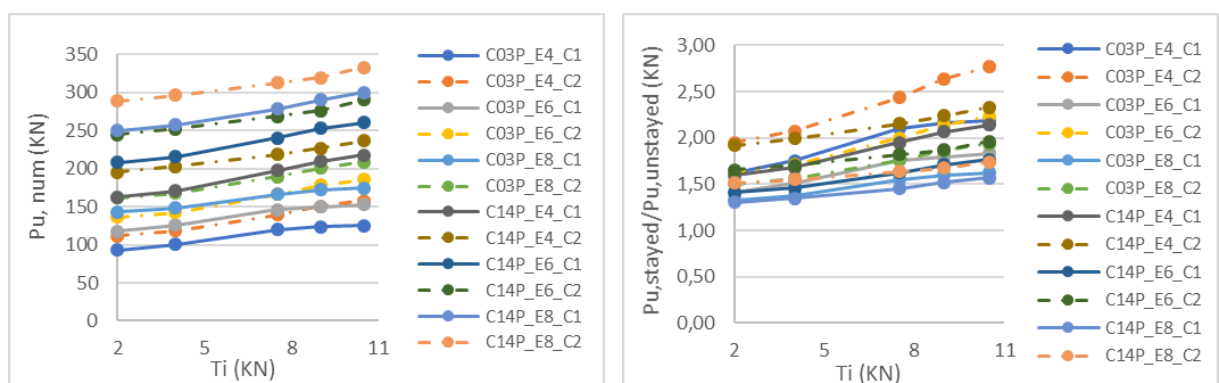
Figura 5.2 – Carga última versus pré-esforço inicial para as colunas estaiadas C1(L=12m) e C12(L=9m)



a) Valor Real

b) Valores normalizados

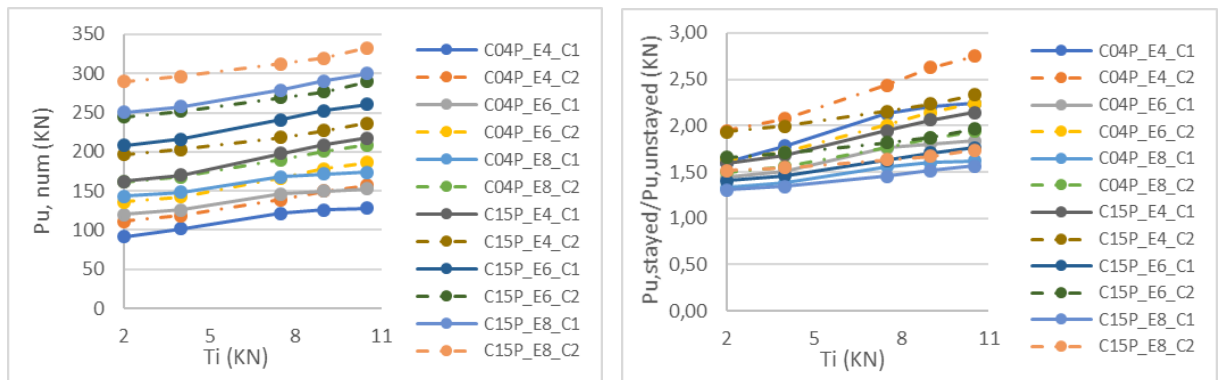
Figura 5.3 – Carga última versus pré-esforço inicial para as colunas estaiadas C2(L=12m) e C13(L=9m)



a) Valor Real

b) Valores normalizados

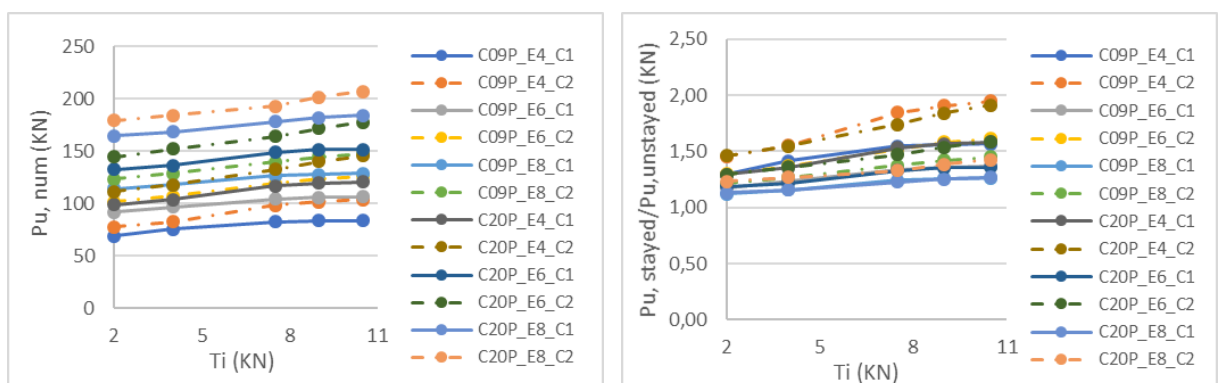
Figura 5.4 – Carga última versus pré-esforço inicial para as colunas estaiadas C3 (L=12m) e C14 (L=9m)



a) Valor Real

b) Valores normalizados

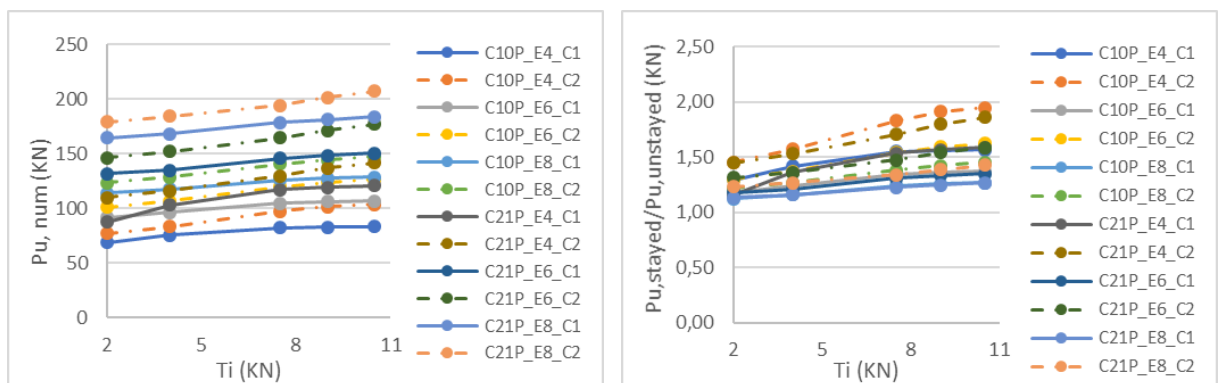
Figura 5.5 – Carga última versus pré-esforço inicial para as colunas estaiadas C4 (L=12m) e C15 (L=9m)



a) Valor Real

b) Valores normalizados

Figura 5.6 – Carga última versus pré-esforço inicial para as colunas estaiadas C9 (L=18m) e C20 (L=15m)



a) Valor Real

b) Valores normalizados

Figura 5.7 – Carga última versus pré-esforço inicial para as colunas estaiadas C10 (L=18m) e C21 (L=15m)

Tabela 5.4 – Resultados numéricos da capacidade de carga das colunas estudadas

Columns	Tc	$\lambda_{unstayed}$	Tini[N]	Pu.stayed column [kN] C1	Pu.stayed column [kN] C2
C01	4	347.54	0	-	-
			2000	57,6799	62,5598
			4000	69,7404	78,1826
			7500	81,7507	95,5287
			9000	83,3636	100,816
			10500	83,6739	104,637
C01	6	354.41	0	-	-
			2000	68,6806	84,4931
			4000	81,5195	93,7995
			7500	94,2292	115,911
			9000	96,2396	121,748
			10500	97,314	125,823
C01	8	361.31	0	-	-
			2000	77,4281	95,6248
			4000	90,9449	104,589
			7500	103,822	128,977
			9000	106,402	135,066
			10500	107,294	140,969
C02	4	347.54	0	-	-
			2000	57,6793	69,4283
			4000	69,2333	78,1664
			7500	82,3925	94,644
			9000	83,7652	101,465
			10500	84,2509	104,877
C02	6	354.41	0	-	-
			2000	68,6766	84,4928
			4000	82,1486	93,8542
			7500	95,0211	116,126
			9000	96,1306	122,722
			10500	97,6232	126,289
C02	8	361.31	0	-	-
			2000	77,1055	96,0876
			4000	90,8104	105,193
			7500	104,191	131,124
			9000	106,601	137,297
			10500	107,195	142,819
C03	4	250.05	0	-	-
			2000	92,7601	111,315
			4000	100,083	118,442
			7500	120,167	139,246
			9000	123,541	150,762
			10500	125,111	157,977
C03	6	253.64	0	-	-
			2000	117,761	136,019
			4000	125,809	142,409
			7500	146,298	166,332
			9000	149,647	178,079
			10500	152,585	185,632
C03	8	257.28	0	-	-
			2000	143,348	161,437
			4000	148,496	167,997
			7500	166,557	189,256

Columns	Tc	$\lambda_{unstayed}$	Tini[N]	Pu.stayed column [kN] C1	Pu.stayed column [kN] C2
			9000	171,855	200,834
			10500	174,81	208,598
C04	4	250.05	0	-	-
			2000	91,6839	111,319
			4000	101,563	118,438
			7500	121,829	139,17
			9000	125,796	149,966
			10500	128,063	156,978
C04	6	253.64	0	-	-
			2000	119,76	136,013
			4000	125,81	142,405
			7500	146,364	166,995
			9000	150,027	178,103
C04	8	257.28	0	-	-
			2000	143,355	161,434
			4000	148,496	167,989
			7500	168,046	189,879
			9000	172,093	200,856
C09	4	292.96	0	-	-
			2000	68,7713	77,4806
			4000	75,2427	82,5296
			7500	82,3375	98,3774
			9000	83,1994	101,367
C09	6	296.26	0	-	-
			2000	91,8493	101,3
			4000	96,2552	106,913
			7500	104,381	118,78
			9000	106,023	123,611
C09	8	299.61	0	-	-
			2000	113,921	123,001
			4000	117,685	128,784
			7500	126,224	139,682
			9000	127,711	144,116
C10	4	292.96	0	-	-
			2000	68,7734	77,3901
			4000	75,3814	83,5786
			7500	82,5665	97,3828
			9000	83,1128	101,753
C10	6	296.26	0	-	-
			2000	91,8547	101,299
			4000	96,2547	106,912
			7500	104,86	120,053
			9000	106,131	123,906
C10	8	299.61	0	-	-
			2000	113,937	123,664
			4000	117,686	128,798
			7500	126,124	140,424
			9000	127,531	144,194
C12	4	260.65	0	-	-
			2000	87,0975	122,019

Columns	Tc	$\lambda_{unstayed}$	Tini[N]	Pu.stayed column [kN] C1	Pu.stayed column [kN] C2
			4000	108,818	129,389
			7500	139,177	148,016
			9000	146,419	154,793
			10500	148,868	166,618
C12	6	265.81	0	-	-
			2000	117,868	147,971
			4000	127,807	156,577
			7500	160,336	175,072
C12	8	271.03	9000	167,153	189,997
			10500	170,69	203,487
			0	-	-
			2000	131,962	167,806
C12	8	271.03	4000	142,422	177,22
			7500	174,487	197,512
			9000	180,504	215,706
			10500	185,434	229,174
C13	4	260.65	0	-	-
			2000	98,0188	122,021
			4000	108,241	129,736
			7500	137,308	148,012
C13	6	265.81	9000	144,757	154,792
			10500	148,969	167,191
			0	-	-
			2000	117,866	147,963
C13	6	265.81	4000	127,804	154,104
			7500	160,565	175,072
			9000	165,847	189,213
			10500	172,296	201,86
C13	8	271.03	0	-	-
			2000	131,957	167,78
			4000	142,42	177,21
			7500	175,147	197,508
C13	8	271.03	9000	180,683	215,056
			10500	185,434	228,472
			0	-	-
			2000	162,125	195,152
C14	4	187.54	4000	170,546	202,589
			7500	197,938	218,608
			9000	209,766	227,194
			10500	217,591	236,848
C14	6	190.23	0	-	-
			2000	207,966	244,903
			4000	215,87	252,209
			7500	240,578	269,032
C14	6	190.23	9000	252,646	276,375
			10500	260,673	290,048
			0	-	-
			2000	250,168	289,133
C14	8	192.96	4000	257,554	296,193
			7500	278,317	312,772
			9000	290,74	319,598
			10500	299,813	332,859
C15	4	187.54	0	-	-
			2000	162,191	196,349
			4000	170,537	202,832
			7500	197,614	218,605
C15	4	187.54	9000	209,176	227,185
			10500	217,587	236,843

Columns	Tc	$\lambda_{unstayed}$	Tini[N]	Pu.stayed column [kN] C1	Pu.stayed column [kN] C2
C15	6	190.23	0	-	-
			2000	208,047	244,947
			4000	215,877	252,209
			7500	240,689	269,027
			9000	252,601	276,385
			10500	260,508	289,979
C15	8	192.96	0	-	-
			2000	250,408	289,5
			4000	257,583	296,185
			7500	278,534	312,722
			9000	290,229	319,544
			10500	299,7	332,645
C20	4	244.13	0	-	-
			2000	98,4356	111,413
			4000	103,35	117,714
			7500	116,727	132,437
			9000	119,394	140,08
			10500	120,623	145,57
C20	6	246.89	0	-	-
			2000	132,31	144,53
			4000	136,189	151,961
			7500	148,645	164,093
			9000	151,456	171,372
			10500	151,512	177,312
C20	8	249.67	0	-	-
			2000	164,592	178,977
			4000	168,117	184,084
			7500	178,226	192,935
			9000	181,929	201,298
			10500	184,148	207,127
C21	4	244.13	0	-	-
			2000	87,6919	110,115
			4000	103,35	116,401
			7500	117,029	129,900
			9000	119,074	136,808
			10500	120,757	141,519
C21	6	246.89	0	-	-
			2000	131,74	146,263
			4000	134,766	151,962
			7500	145,666	164,423
			9000	148,607	171,578
			10500	150,586	177,076
C21	8	249.87	0	-	-
			2000	164,598	178,978
			4000	168,11	184,086
			7500	178,45	194,433
			9000	181,108	201,321
			10500	183,943	207,153

As Figuras 5.8 e 5.9 mostram a evolução da carga em função do deslocamento lateral da coluna a meio vão. De notar que a Figura 5.8 apresenta as curvas da coluna C14, mas a coluna C15 apresenta praticamente os mesmos resultados. O mesmo se pode concluir em relação à figura 5.9 entre as colunas C20 e C21.

Verifica-se que a carga máxima é atingida para menores deslocamentos quando se utiliza o tirante 2 (13mm). Como se pode analisar nas Figuras 5.8 e 5.9, utilizar colunas com maiores espessuras implica cargas máximas mais elevadas, como é o caso de C14_E8_C2 e C20_E8_C2. Ao comparar as duas figuras é observável que a carga máxima é mais elevada para a coluna C14, a mais curta, devido ao facto já mencionado, de se formar um ângulo maior entre a coluna e os tirantes.

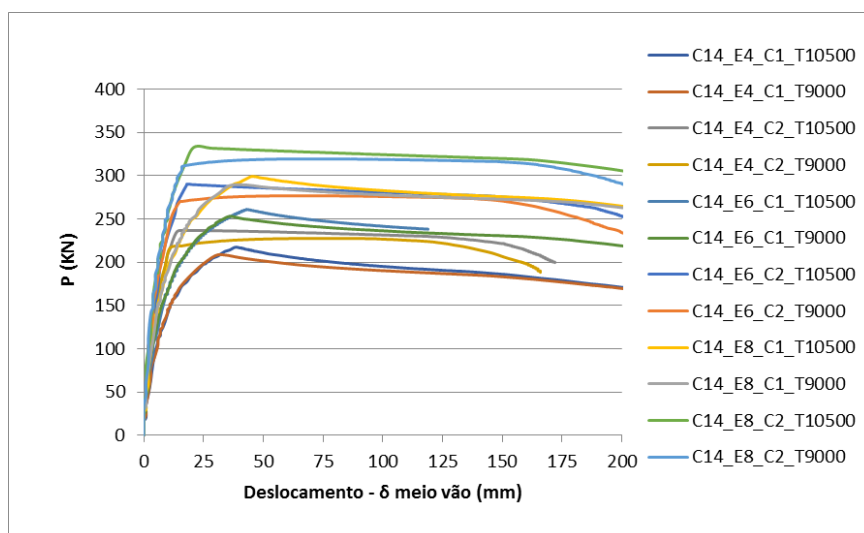


Figura 5.8 – Força vs. deslocamento lateral a meio vão da coluna C14 (9m)

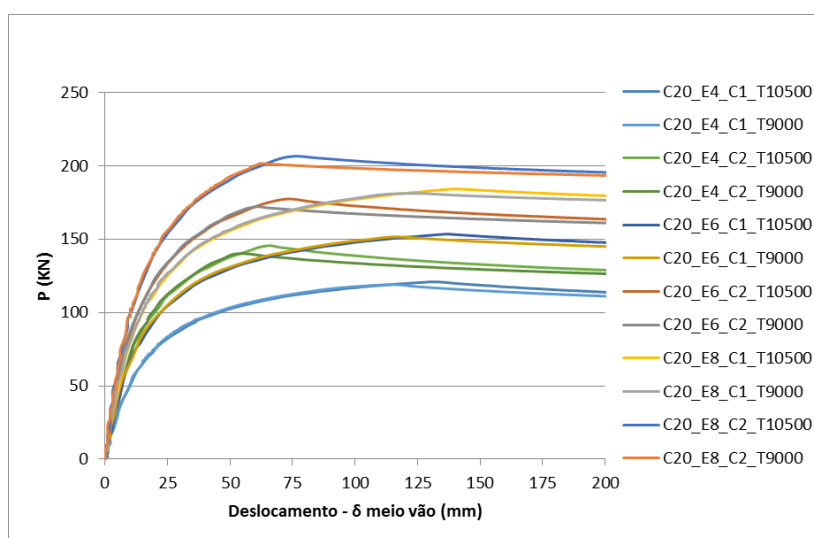


Figura 5.9 – Força vs. deslocamento lateral a meio vão da coluna C20 (15m)

A Figura 5.10 apresenta a evolução da carga em relação ao deslocamento lateral a meio vão da coluna estaiada com propriedades medidas apresentadas no projeto de investigação HILONG que deu mote para a realização do estudo paramétrico apresentado na presente dissertação. Esta coluna é equivalente à coluna C14, em que a coluna C14 utiliza propriedades nominais, mas

apresenta um comprimento de nove metros. É possível constatar, comparando a Figura 5.10 com a Figura 5.8 que, devido ao facto de a coluna C14 ser mais curta do que a coluna C003 com propriedades medidas, a carga máxima atingida é maior para a coluna C14. Numericamente a coluna C003 apresenta um valor de carga máxima entre 140kN e 160kN e a coluna C14 ($L=9\text{m}$ e $6 < E < 8$) apresenta um valor entre 250kN e 300kN, o que, como se verifica, a coluna C14 apresenta melhores resultados.

Em relação às Figuras 5.11 e 5.12, pode verificar-se que também a coluna C20 (ver Figura 5.9), mais curta, apresenta cargas máximas mais elevadas. Numericamente a coluna C009 apresenta um valor de carga máxima entre 100kN e 140kN e a coluna C20 ($L=15\text{m}$ e $6 < E < 8$) apresenta um valor entre 150kN e 250kN, o que, como se verifica, a coluna C20 apresenta melhores resultados.

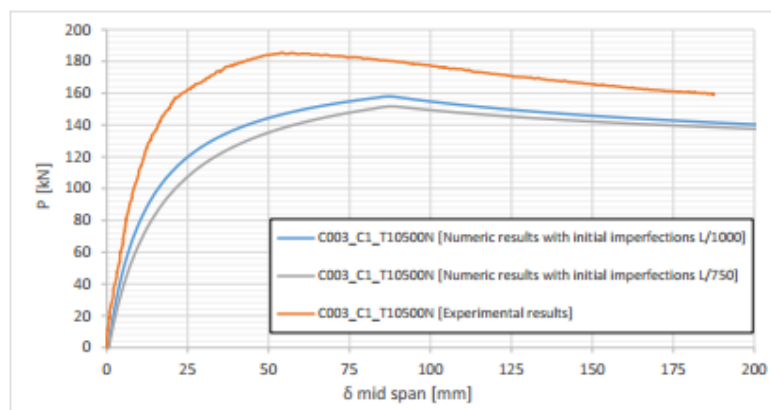


Figura 5.10 – Carga vs. Deslocamento a meio vão da coluna C003_C1 ($L=12\text{m}$ e $E=6.64$)
(retirado de D4.1.2 – *HILONG*)

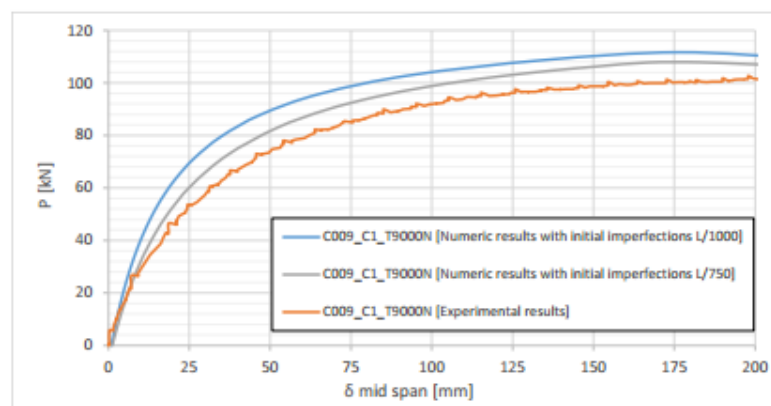


Figura 5.11 – Carga vs. Deslocamento a meio vão da coluna C009_C1 ($L=18\text{m}$ e $E=6.55$)
(retirado de D4.1.2 – *HILONG*)

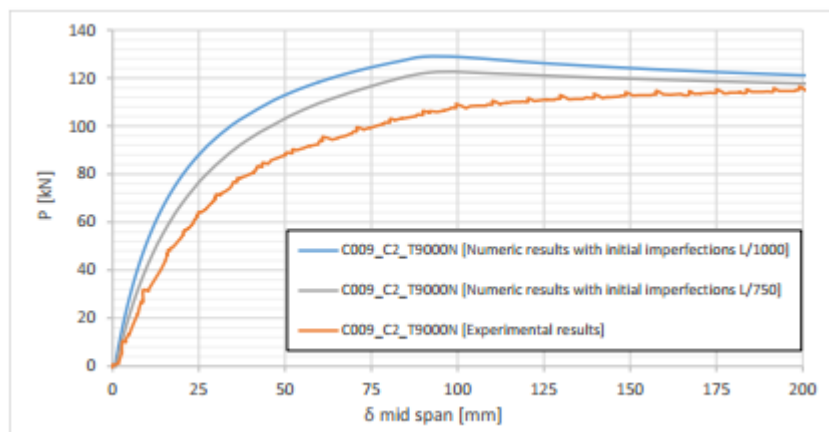


Figura 5.12 – Carga vs. Deslocamento a meio vão da coluna C009_C2 (L=18m e E=6.55)
(retirado de D4.1.2 – *HILONG*)

6 CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Colunas estaiadas pré-esforçadas são uma solução estrutural que possui um ganho significativo de capacidade de carga em relação a colunas sem pré-esforço e a adição do sistema de pré-esforço não aumenta em demasia o peso próprio da estrutura.

A presente tese procurou caracterizar o comportamento de colunas estaiadas pré-esforçadas. Para tal, realizou-se um estudo paramétrico onde se fez variar o comprimento da coluna principal (9m, 12m, 15m e 18m), a espessura da seção transversal da coluna principal (4mm, 6mm e 8mm), os níveis de pré-esforço (2KN, 4KN, 7.5KN, 9KN e 10.5KN), a classe do aço (S355 e S690) e o diâmetro dos tirantes (10mm e 13mm).

O estudo paramétrico é baseado na campanha experimental realizada no âmbito do projeto de investigação HILONG.

Realizaram-se no total 1008 análises numéricas, 648 LBA (18 colunas*3 espessuras da coluna principal*6 níveis de pré-esforço*2 tirantes) e 360 GMNIA (12 colunas*3 espessuras da coluna principal*5 níveis de pré-esforço*2 tirantes*1 amplitude de imperfeição inicial (L/1000)), usando o programa de elementos finitos ABAQUS.

Foram retiradas as seguintes conclusões a partir do estudo paramétrico:

- A inclusão do sistema de pré-esforço apresenta um ganho significativo da capacidade de carga, como já havia sido referido;
- Foi possível concluir que a adição do sistema do pré-esforço é mais eficiente em colunas mais esbeltas;
- O aumento dos níveis de pré-esforço implica o aumento da capacidade de carga das colunas estaiadas pré-esforçadas;
- O uso dos tirantes com 13mm implicaram um aumento mais significativo de capacidade de carga em relação ao uso do tirante de 10mm;
- De entre as três espessuras consideradas para a seção transversal da coluna principal (4mm, 6mm e 8mm) concluiu-se que o uso da menor espessura, 4mm, obteve um ganho

mais significativo em relação à capacidade de carga apesar de a espessura de 8mm, obter valores mais elevados de capacidade de carga;

- Verificou-se que o uso de aço de alta resistência (AAR) nas colunas pré-esforçadas praticamente não influenciou a capacidade de carga uma vez que estas apresentam elevadas esbeltezas. O uso do AAR pode ganhar maior importância com o aumento da seção transversal da coluna principal;
- As colunas pré-esforçadas são altamente influenciadas por imperfeições geométricas;
- Colunas curtas obtêm cargas máximas mais elevadas uma vez que apresentam um ângulo mais elevado entre a coluna e os tirantes, o que leva a que a componente perpendicular à coluna da tensão nos tirantes aumente, opondo-se à encurvadura da coluna.

Seria interessante, futuramente, complementar o estudo paramétrico por forma a chegar a um método de dimensionamento de colunas estaiadas pré-esforçadas. Mais seria aprofundar melhor o estudo de colunas estaiadas com dois pontos de interseção, uma vez que experimentalmente estas apresentaram uma capacidade de carga elevada devido ao ângulo que se forma entre os tirantes e a coluna principal.

Seria curioso aumentar a seção transversal da coluna principal por forma a perceber melhor a influência do uso de aço de alta resistência (AAR).

Poderiam ser realizadas também análises numéricas com diferentes materiais constituintes da coluna principal e dos tirantes (barra de aço ao invés de tirante).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABAQUS (2012). Abaqus/standard: User's manual version 6.12. Dassault Systèmes Simulia Corp., Providence, RI, USA
- Andrade, S., Vellasco, P., Silva, J. (2003). “Sistema Construtivo e Montagem do Palco Principal do Rock in Rio III”. *Construção Magazine*, Porto, Portugal. Vol. 7, pp. 30-55.
- Araújo, R. R. (2009). “Comportamento estrutural de colunas de aço estaiadas e protendidas”. Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1 Vol..
- Araújo, R. R., Andrade, S. A. L., Silva Vellasco, P.C.G., Silva, J.G.S., Lima, L.R.O. (2008). “Experimental and numerical assessment of stayed steel columns”. *Journal of Constructional Steel Research*, Vol.64, pp.1020-1029.
- Araújo, R.R., Silva, J.G.S., Silva Vellasco, P.C.G., Lima, L.R.O., Andrade, S.A.L. (2010). “Análise não-linear dinâmica de colunas de aço estaiadas e protendidas”. *Asociación Argentina de Mecánica Computacional*, Buenos Aires, Argentina, Vol 24, pp. 7183-7194.
- Araújo, R.R., Silva, J.G.S., Silva Vellasco, P.C.G., Andrade, S.A.L, Lima, L.R.O., Silva, L.A.P.S. (2010). “Non-linear dynamic analysis of stayed steel columns”. *SDSS’Rio 2010 Stability and ductility of steel structures*, Rio de Janeiro, Brazil.
- Breda, R., Martins, J.P., Silva, L.S. (2012). “Tests on Prestressed Stayed Columns”. D4.1.1, HILONG
- Chan, S., Shu, G., Lü, Z. (2002). “Stability analysis and parametric study of prestressed stayed columns”. *Engineering Structures*, Elsevier, Vol. 24, pp. 115-124.
- Chu, K.H., Berge, S.S. (1963). “Analysis and design of struts with tension ties”. *Journal of Structural Division*, Vol.89, pp.127-163.
- Hafez, H.H., Ellis, J.S., Temple, M.C. (1979). “Pretensioning of single-crossarm stayed columns”. *Journal of the Structural Division*, Vol.105, pp. 359-375.
- Khosla, CM. (1975). “Buckling loads of stayed columns using the finite element method”. Tese de Mestrado, University of Windsor.
- Li, P., Wadee, M. A., Yu, J., Christie, N. G., Wu, M. et al. (2016). “Stability of prestressed stayed steel columns with a three branch crossarm system”. *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 122, pp. 274-291.

-
- Marques, L., Silva, L.S., Rebelo, C., (2014). “Rayleigh-Ritz procedure for determination of the critical load of tapered columns”. *Steel and Composite Structures*, Vol. 16, pp. 45-58.
- Martins, J.P., Breda, R., Silva, L.S. (2012). “Numerical analysis of prestressed stayed columns”. D4.1.2, HILONG
- Martins, J.P., Shahbazian, A., Silva, L.S., Rebelo, C., Simões, R. (2016). “Structural behaviour of prestressed stayed columns with single and double cross-arms using normal and high strength steel”. *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, Vol.16, pp. 618 – 633.
- Mauch, H.R., Felton, L.P. (1963). “Optimum design of columns supported by tension ties”. *Journal of Structural Division*, Vol. 93, pp. 210–220.
- OSOFERO, A.I., Wadee, M.A., Gardner, L. (2013). “Design of prestressed stayed columns”. *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 80, pp. 278-287.
- Osofero, A. I., Wadee, M. A., Gardner, L. (2012). “Experimental study of critical and post-buckling behaviour of prestressed stayed columns”. *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 79, pp. 226-241.
- Saito, D., Wadee, M. A. (2008). “Post-buckling behaviour of prestressed steel stayed columns”. *Engineering Structures*, Elsevier, Vol. 30, pp. 1224-1239.
- Saito, D., Wadee, M. A. (2009). “Numerical studies of interactive buckling in prestressed steel stayed columns”. *Engineering Structures*, Elsevier, Vol. 31, pp. 432-443.
- Saito, D., Wadee, M. A. (2009). “Buckling behaviour of prestressed steel stayed columns with imperfections and stress limitation”. *Engineering Structures*, Elsevier, Vol.31, pp. 1-15.
- Serra, M., Shahbazian, A., Silva L.S., Marques, L., Rebelo, C., Silva Vellasco, P.C.G. (2015). “A full scale experimental study of prestressed stayed columns”. *Engineering Structures*, Vol. 100, pp. 490-510.
- Steirteghem, J. V., Wilde, W. P., Samyn, P., Verbeeck, B. P., Wattel, F. (2009). “Optimum design of stayed columns with split-up cross arm”. *Advanced in Engineering Software*, Elsevier, Vol. 36, pp. 614-625.
- Temple, M.C., Prakash, M.V., Ellis, J.S. (1984). “Failure Criteria for Stayed Columns”. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol.110, Issue 11, pp. 2677-2689.
- Wadee, M.A., Gardner, L., Hunt, T.A. (2013). “Buckling mode interaction in prestressed stayed columns”. *Structures and Buildings*, Vol. 166, Issue 8, pp. 403-412.
- Wadee, M.A., Yu, J. (2017). “Mode Interaction in Triple-Bay Prestressed Stayed Columns”. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 88, pp. 47-66.
- Wong, K.C., Temple, M.C. (1982). “Stayed columns with initial imperfection”. *Journal of the Structural Division*, Vol. 108, Issue 7, pp. 1623-1640.
-

Yu, J., Wadee, M. A. (2015). “Numerical and analytical studies of prestressed stayed columns with multiple cross-arms”. Eighth International Conference on Advances in Steel Structures, Lisbon, Portugal, July 22-24, 2015.

ANEXOS

Anexo A

		Análise		Geometria							Material								
C	Nº cross-arms	Pré-esforço		Tirante		Coluna		Cross-arms			Max. Amp. De imperfeição geométrica [mm]	Tirante		Coluna		Cross-arms			
		T _i [N]	σ _i [MPa]	φ _s [mm]	A _s [mm ²]	d _c [mm]	t _c [mm]	d _{ca} [mm]	t _{ca} [mm]	l _{ca} [mm]	L/1000	E [GPa]	E[GPa]	f _y [MPa]	f _u [Mpa]	E[GPa]	f _y [MPa]		
C 0 1 P	C 1	1	0	0	10	47	101,58	4/6/8	101,65	8,18	590,74	12		116.90	210	355	510	210	690
			2000	42,553		47	101,58	4/6/8	101,65	8,18	590,74	12		116.90	210	355	510	210	690
			4000	85,106		47	101,58	4/6/8	101,65	8,18	590,74	12		116.90	210	355	510	210	690
			7500	159,574		47	101,58	4/6/8	101,65	8,18	590,74	12		116.90	210	355	510	210	690
			9000	191,489		47	101,58	4/6/8	101,65	8,18	590,74	12		116.90	210	355	510	210	690
			10500	223,404		47	101,58	4/6/8	101,65	8,18	590,74	12		116.90	210	355	510	210	690
	C 2	1	0	0	13	89	101,58	4/6/8	101,65	8,18	590,74	12		103.54	210	355	510	210	690
			2000	42,553		89	101,58	4/6/8	101,65	8,18	590,74	12		103.54	210	355	510	210	690
			4000	85,106		89	101,58	4/6/8	101,65	8,18	590,74	12		103.54	210	355	510	210	690
			7500	159,574		89	101,58	4/6/8	101,65	8,18	590,74	12		103.54	210	355	510	210	690
			9000	191,489		89	101,58	4/6/8	101,65	8,18	590,74	12		103.54	210	355	510	210	690
			10500	223,404		89	101,58	4/6/8	101,65	8,18	590,74	12		103.54	210	355	510	210	690
C 0 2 P	C 1	1	0	0	10	47	101,58	4/6/8	101,65	8,18	589,53	12		116.90	210	690	510	210	690
			2000	42,553		47	101,58	4/6/8	101,65	8,18	589,53	12		116.90	210	690	510	210	690
			4000	85,106		47	101,58	4/6/8	101,65	8,18	589,53	12		116.90	210	690	510	210	690
			7500	159,574		47	101,58	4/6/8	101,65	8,18	589,53	12		116.90	210	690	510	210	690
			9000	191,489		47	101,58	4/6/8	101,65	8,18	589,53	12		116.90	210	690	510	210	690
			10500	223,404		47	101,58	4/6/8	101,65	8,18	589,53	12		116.90	210	690	510	210	690

		Análise		Geometria							Material							
C	Nº cross-arms	Pré-esforço		Tirante		Coluna		Cross-arms			Max. Amp. De imperfeição geométrica [mm]	Tirante		Coluna		Cross-arms		
		T _i [N]	σ _i [MPa]	φ _s [mm]	A _s [mm ²]	d _c [mm]	t _c [mm]	d _{ca} [mm]	t _{ca} [mm]	l _{ca} [mm]	L/1000	E [GPa]	E [GPa]	f _y [MPa]	f _u [Mpa]	E [GPa]	f _y [MPa]	
C 2	1	10500	223,404		47	101,58	4/6/8	101,65	8,18	589,53	12		116.90	210	690	510	210	690
		0	0		89	101,58	4/6/8	101,65	8,18	589,53	12		103.54	210	690	510	210	690
		2000	42,553		89	101,58	4/6/8	101,65	8,18	589,53	12		103.54	210	690	510	210	690
		4000	85,106		89	101,58	4/6/8	101,65	8,18	589,53	12		103.54	210	690	510	210	690
		7500	159,574		89	101,58	4/6/8	101,65	8,18	589,53	12		103.54	210	690	510	210	690
		9000	191,489		89	101,58	4/6/8	101,65	8,18	589,53	12		103.54	210	690	510	210	690
		10500	223,404		89	101,58	4/6/8	101,65	8,18	589,53	12		103.54	210	690	510	210	690
C 1	1	0	0		47	139,68	4/6/8	101,65	8,18	579,85	12		116.90	210	355	510	210	690
		2000	42,553		47	139,68	4/6/8	101,65	8,18	579,85	12		116.90	210	355	510	210	690
		4000	85,106		47	139,68	4/6/8	101,65	8,18	579,85	12		116.90	210	355	510	210	690
		7500	159,574		47	139,68	4/6/8	101,65	8,18	579,85	12		116.90	210	355	510	210	690
		9000	191,489		47	139,68	4/6/8	101,65	8,18	579,85	12		116.90	210	355	510	210	690
		10500	223,404		47	139,68	4/6/8	101,65	8,18	579,85	12		116.90	210	355	510	210	690
		0	0		89	139,68	4/6/8	101,65	8,18	579,85	12		103.54	210	355	510	210	690
C 2	1	2000	42,553		89	139,68	4/6/8	101,65	8,18	579,85	12		103.54	210	355	510	210	690
		4000	85,106		89	139,68	4/6/8	101,65	8,18	579,85	12		103.54	210	355	510	210	690
		7500	159,574		89	139,68	4/6/8	101,65	8,18	579,85	12		103.54	210	355	510	210	690
		9000	191,489		89	139,68	4/6/8	101,65	8,18	579,85	12		103.54	210	355	510	210	690
		10500	223,404		89	139,68	4/6/8	101,65	8,18	579,85	12		103.54	210	355	510	210	690
		0	0		47	139,68	4/6/8	101,65	8,18	583,16	12		116.90	210	690	510	210	690
		2000	42,553		47	139,68	4/6/8	101,65	8,18	583,16	12		116.90	210	690	510	210	690
C 1	1	4000	85,106		47	139,68	4/6/8	101,65	8,18	583,16	12		116.90	210	690	510	210	690
		7500	159,574		47	139,68	4/6/8	101,65	8,18	583,16	12		116.90	210	690	510	210	690
		9000	191,489		47	139,68	4/6/8	101,65	8,18	583,16	12		116.90	210	690	510	210	690
		10500	223,404		47	139,68	4/6/8	101,65	8,18	583,16	12		116.90	210	690	510	210	690
		0	0	13	89	139,68	4/6/8	101,65	8,18	583,16	12		103.54	210	690	510	210	690

		Análise		Geometria							Material							
	Nº cross-arms	Pré-esforço		Tirante		Coluna		Cross-arms			Max. Amp. De imperfeição geométrica [mm]	Tirante		Coluna		Cross-arms		
		T _i [N]	σ _i [MPa]	φ _s [mm]	A _s [mm ²]	d _c [mm]	t _c [mm]	d _{ca} [mm]	t _{ca} [mm]	l _{ca} [mm]	L/1000	E [GPa]	E [GPa]	f _y [MPa]	f _u [Mpa]	E [GPa]	f _y [MPa]	
C 2	1	2000	42,553		89	139,68	4/6/8	101,65	8,18	583,16	12		103.54	210	690	510	210	690
		4000	85,106		89	139,68	4/6/8	101,65	8,18	583,16	12		103.54	210	690	510	210	690
		7500	159,574		89	139,68	4/6/8	101,65	8,18	583,16	12		103.54	210	690	510	210	690
		9000	191,489		89	139,68	4/6/8	101,65	8,18	583,16	12		103.54	210	690	510	210	690
		10500	223,404		89	139,68	4/6/8	101,65	8,18	583,16	12		103.54	210	690	510	210	690
C 1	1	0	0	10	47	101,58	4/6/8	102,50	9,32	564,43	18		116.90	210	355	510	210	690
		2000	42,553		47	101,58	4/6/8	102,50	9,32	564,43	18		116.90	210	355	510	210	690
		4000	85,106		47	101,58	4/6/8	102,50	9,32	564,43	18		116.90	210	355	510	210	690
		7500	159,574		47	101,58	4/6/8	102,50	9,32	564,43	18		116.90	210	355	510	210	690
		9000	191,489		47	101,58	4/6/8	102,50	9,32	564,43	18		116.90	210	355	510	210	690
		10500	223,404		47	101,58	4/6/8	102,50	9,32	564,43	18		116.90	210	355	510	210	690
C 2	1	0	0	13	89	101,58	4/6/8	102,50	9,32	564,43	18		103.54	210	355	510	210	690
		2000	42,553		89	101,58	4/6/8	102,50	9,32	564,43	18		103.54	210	355	510	210	690
		4000	85,106		89	101,58	4/6/8	102,50	9,32	564,43	18		103.54	210	355	510	210	690
		7500	159,574		89	101,58	4/6/8	102,50	9,32	564,43	18		103.54	210	355	510	210	690
		9000	191,489		89	101,58	4/6/8	102,50	9,32	564,43	18		103.54	210	355	510	210	690
		10500	223,404		89	101,58	4/6/8	102,50	9,32	564,43	18		103.54	210	355	510	210	690
C 1	1	0	0	10	47	139,68	4/6/8	101,69	8,46	535,40	18		116.90	210	355	510	210	690
		2000	42,553		47	139,68	4/6/8	101,69	8,46	535,40	18		116.90	210	355	510	210	690
		4000	85,106		47	139,68	4/6/8	101,69	8,46	535,40	18		116.90	210	355	510	210	690
		7500	159,574		47	139,68	4/6/8	101,69	8,46	535,40	18		116.90	210	355	510	210	690
		9000	191,489		47	139,68	4/6/8	101,69	8,46	535,40	18		116.90	210	355	510	210	690
		10500	223,404		47	139,68	4/6/8	101,69	8,46	535,40	18		116.90	210	355	510	210	690
C 2	1	0	0	13	89	139,68	4/6/8	101,69	8,46	535,40	18		103.54	210	355	510	210	690
		2000	42,553		89	139,68	4/6/8	101,69	8,46	535,40	18		103.54	210	355	510	210	690
		4000	85,106		89	139,68	4/6/8	101,69	8,46	535,40	18		103.54	210	355	510	210	690

		Análise		Geometria							Material								
C	Nº cross-arms	Pré-esforço		Tirante		Coluna		Cross-arms			Max. Amp. De imperfeição geométrica [mm]	Tirante		Coluna		Cross-arms			
		T _i [N]	σ _i [MPa]	φ _s [mm]	A _s [mm ²]	d _c [mm]	t _c [mm]	d _{ca} [mm]	t _{ca} [mm]	l _{ca} [mm]	L/1000	E [GPa]	E [GPa]	f _y [MPa]	f _u [Mpa]	E [GPa]	f _y [MPa]		
C 0 7 P	C 1	1	7500	159,574	10	89	139,68	4/6/8	101,69	8,46	535,40	18	103.54	210	355	510	210	690	
			9000	191,489		89	139,68	4/6/8	101,69	8,46	535,40	18	103.54	210	355	510	210	690	
			10500	223,404		89	139,68	4/6/8	101,69	8,46	535,40	18	103.54	210	355	510	210	690	
	C 2	1	13	0	0	47	139,68	4/6/8	101,71	8,61	535,50	18	116.90	210	690	510	210	690	
				2000	42,553	47	139,68	4/6/8	101,71	8,61	535,50	18	116.90	210	690	510	210	690	
				4000	85,106	47	139,68	4/6/8	101,71	8,61	535,50	18	116.90	210	690	510	210	690	
				7500	159,574	47	139,68	4/6/8	101,71	8,61	535,50	18	116.90	210	690	510	210	690	
				9000	191,489	47	139,68	4/6/8	101,71	8,61	535,50	18	116.90	210	690	510	210	690	
				10500	223,404	47	139,68	4/6/8	101,71	8,61	535,50	18	116.90	210	690	510	210	690	
				0	0	89	139,68	4/6/8	101,71	8,61	535,50	18	103.54	210	690	510	210	690	
				2000	42,553	89	139,68	4/6/8	101,71	8,61	535,50	18	103.54	210	690	510	210	690	
				4000	85,106	89	139,68	4/6/8	101,71	8,61	535,50	18	103.54	210	690	510	210	690	
	C 0 9 P	C 1	1	0	0	10	47	177.74	4/6/8	101,17	8,41	515,28	18	116.90	210	355	510	210	690
				2000	42,553		47	177.74	4/6/8	101,17	8,41	515,28	18	116.90	210	355	510	210	690
				4000	85,106		47	177.74	4/6/8	101,17	8,41	515,28	18	116.90	210	355	510	210	690
				7500	159,574		47	177.74	4/6/8	101,17	8,41	515,28	18	116.90	210	355	510	210	690
				9000	191,489		47	177.74	4/6/8	101,17	8,41	515,28	18	116.90	210	355	510	210	690
				10500	223,404		47	177.74	4/6/8	101,17	8,41	515,28	18	116.90	210	355	510	210	690
C 2		1	13	0	0	89	177.74	4/6/8	101,17	8,41	515,28	18	103.54	210	355	510	210	690	
				2000	42,553	89	177.74	4/6/8	101,17	8,41	515,28	18	103.54	210	355	510	210	690	
				4000	85,106	89	177.74	4/6/8	101,17	8,41	515,28	18	103.54	210	355	510	210	690	
C 2	1	13	7500	159,574	89	177.74	4/6/8	101,17	8,41	515,28	18	103.54	210	355	510	210	690		
			9000	191,489	89	177.74	4/6/8	101,17	8,41	515,28	18	103.54	210	355	510	210	690		
			10500	223,404	89	177.74	4/6/8	101,17	8,41	515,28	18	103.54	210	355	510	210	690		

		Análise		Geometria							Material											
C	P	Nº cross-arms	Pré-esforço		Tirante		Coluna		Cross-arms			Max. Amp. De imperfeição geométrica [mm]	Tirante		Coluna		Cross-arms					
			T _i [N]	σ _i [MPa]	φ _s [mm]	A _s [mm ²]	d _c [mm]	t _c [mm]	d _{ca} [mm]	t _{ca} [mm]	l _{ca} [mm]	L/1000	E [GPa]	E[GPa]	f _y [MPa]	f _u [Mpa]	E[GPa]	f _y [MPa]				
			10500	223,404		89	177.74	4/6/8	101,17	8,41	515,28	18		103.54	210	355	510	210	690			
C	1	1	0	0	10	47	177.74	4/6/8	101,23	8,59	515,15	18		116.90	210	690	510	210	690			
			2000	42,553		47	177.74	4/6/8	101,23	8,59	515,15	18		116.90	210	690	510	210	690			
			4000	85,106		47	177.74	4/6/8	101,23	8,59	515,15	18		116.90	210	690	510	210	690			
			7500	159,574		47	177.74	4/6/8	101,23	8,59	515,15	18		116.90	210	690	510	210	690			
			9000	191,489		47	177.74	4/6/8	101,23	8,59	515,15	18		116.90	210	690	510	210	690			
			10500	223,404		47	177.74	4/6/8	101,23	8,59	515,15	18		116.90	210	690	510	210	690			
							0	0	13	89	177.74	4/6/8	101,23	8,59	515,15	18		103.54	210	690	510	210
C	2	1	2000	42,553	89	177.74	4/6/8	101,23		8,59	515,15	18		103.54	210	690	510	210	690			
			4000	85,106	89	177.74	4/6/8	101,23		8,59	515,15	18		103.54	210	690	510	210	690			
			7500	159,574	89	177.74	4/6/8	101,23		8,59	515,15	18		103.54	210	690	510	210	690			
			9000	191,489	89	177.74	4/6/8	101,23		8,59	515,15	18		103.54	210	690	510	210	690			
			10500	223,404	89	177.74	4/6/8	101,23		8,59	515,15	18		103.54	210	690	510	210	690			
						0	0	10		47	101.58	4/6/8	101,65	8,18	590,74	9		116.90	210	355	510	210
			C	1	1	2000	42,553		47	101.58	4/6/8	101,65	8,18	590,74	9		116.90	210	355	510	210	690
4000	85,106	47				101.58	4/6/8		101,65	8,18	590,74	9		116.90	210	355	510	210	690			
7500	159,574	47				101.58	4/6/8		101,65	8,18	590,74	9		116.90	210	355	510	210	690			
9000	191,489	47				101.58	4/6/8		101,65	8,18	590,74	9		116.90	210	355	510	210	690			
10500	223,404	47				101.58	4/6/8		101,65	8,18	590,74	9		116.90	210	355	510	210	690			
						0	0		13	89	101.58	4/6/8	101,65	8,18	590,74	9		103.54	210	355	510	210
C	2	1				2000	42,553	89		101.58	4/6/8	101,65	8,18	590,74	9		103.54	210	355	510	210	690
			4000	85,106	89	101.58	4/6/8	101,65		8,18	590,74	9		103.54	210	355	510	210	690			
			7500	159,574	89	101.58	4/6/8	101,65		8,18	590,74	9		103.54	210	355	510	210	690			
			9000	191,489	89	101.58	4/6/8	101,65		8,18	590,74	9		103.54	210	355	510	210	690			
			10500	223,404	89	101.58	4/6/8	101,65		8,18	590,74	9		103.54	210	355	510	210	690			
						0	0	10		47	101.58	4/6/8	101,65	8,18	589,53	9		116.90	210	690	510	210

		Análise		Geometria							Material								
C	P	Nº cross-arms	Pré-esforço		Tirante		Coluna		Cross-arms			Max. Amp. De imperfeição geométrica [mm]	Tirante		Coluna		Cross-arms		
			T _i [N]	σ _i [MPa]	φ _s [mm]	A _s [mm ²]	d _c [mm]	t _c [mm]	d _{ca} [mm]	t _{ca} [mm]	l _{ca} [mm]	L/1000	E [GPa]	E[GPa]	f _y [MPa]	f _u [Mpa]	E[GPa]	f _y [MPa]	
C13P	C1	1	2000	42,553		47	101,58	4/6/8	101,65	8,18	589,53	9		116.90	210	690	510	210	690
			4000	85,106		47	101,58	4/6/8	101,65	8,18	589,53	9		116.90	210	690	510	210	690
			7500	159,574		47	101,58	4/6/8	101,65	8,18	589,53	9		116.90	210	690	510	210	690
			9000	191,489		47	101,58	4/6/8	101,65	8,18	589,53	9		116.90	210	690	510	210	690
			10500	223,404		47	101,58	4/6/8	101,65	8,18	589,53	9		116.90	210	690	510	210	690
	C2	1	0	0	13	89	101,58	4/6/8	101,65	8,18	589,53	9		103.54	210	690	510	210	690
			2000	42,553		89	101,58	4/6/8	101,65	8,18	589,53	9		103.54	210	690	510	210	690
			4000	85,106		89	101,58	4/6/8	101,65	8,18	589,53	9		103.54	210	690	510	210	690
			7500	159,574		89	101,58	4/6/8	101,65	8,18	589,53	9		103.54	210	690	510	210	690
			9000	191,489		89	101,58	4/6/8	101,65	8,18	589,53	9		103.54	210	690	510	210	690
C14P	C1	1	0	0	10	47	139,68	4/6/8	101,65	8,18	579,85	9		116.90	210	355	510	210	690
			2000	42,553		47	139,68	4/6/8	101,65	8,18	579,85	9		116.90	210	355	510	210	690
			4000	85,106		47	139,68	4/6/8	101,65	8,18	579,85	9		116.90	210	355	510	210	690
			7500	159,574		47	139,68	4/6/8	101,65	8,18	579,85	9		116.90	210	355	510	210	690
			9000	191,489		47	139,68	4/6/8	101,65	8,18	579,85	9		116.90	210	355	510	210	690
	C2	1	0	0	13	89	139,68	4/6/8	101,65	8,18	579,85	9		103.54	210	355	510	210	690
			2000	42,553		89	139,68	4/6/8	101,65	8,18	579,85	9		103.54	210	355	510	210	690
			4000	85,106		89	139,68	4/6/8	101,65	8,18	579,85	9		103.54	210	355	510	210	690
			7500	159,574		89	139,68	4/6/8	101,65	8,18	579,85	9		103.54	210	355	510	210	690
			9000	191,489		89	139,68	4/6/8	101,65	8,18	579,85	9		103.54	210	355	510	210	690
C1	1	0	0	10	47	139,68	4/6/8	101,65	8,18	583,16	9		116.90	210	690	510	210	690	
		2000	42,553		47	139,68	4/6/8	101,65	8,18	583,16	9		116.90	210	690	510	210	690	
		4000	85,106		47	139,68	4/6/8	101,65	8,18	583,16	9		116.90	210	690	510	210	690	

		Análise		Geometria							Material							
	Nº cross-arms	Pré-esforço		Tirante		Coluna		Cross-arms			Max. Amp. De imperfeição geométrica [mm]	Tirante		Coluna		Cross-arms		
		T _i [N]	σ _i [MPa]	φ _s [mm]	A _s [mm ²]	d _c [mm]	t _c [mm]	d _{ca} [mm]	t _{ca} [mm]	l _{ca} [mm]	L/1000	E [GPa]	E [GPa]	f _y [MPa]	f _u [Mpa]	E [GPa]	f _y [MPa]	
C 1 5 P		7500	159,574		47	139,68	4/6/8	101,65	8,18	583,16	9		116.90	210	690	510	210	690
		9000	191,489		47	139,68	4/6/8	101,65	8,18	583,16	9		116.90	210	690	510	210	690
		10500	223,404		47	139,68	4/6/8	101,65	8,18	583,16	9		116.90	210	690	510	210	690
C 2	1	0	0	13	89	139,68	4/6/8	101,65	8,18	583,16	9		103.54	210	690	510	210	690
		2000	42,553		89	139,68	4/6/8	101,65	8,18	583,16	9		103.54	210	690	510	210	690
		4000	85,106		89	139,68	4/6/8	101,65	8,18	583,16	9		103.54	210	690	510	210	690
		7500	159,574		89	139,68	4/6/8	101,65	8,18	583,16	9		103.54	210	690	510	210	690
		9000	191,489		89	139,68	4/6/8	101,65	8,18	583,16	9		103.54	210	690	510	210	690
		10500	223,404		89	139,68	4/6/8	101,65	8,18	583,16	9		103.54	210	690	510	210	690
		0	0		47	101,58	4/6/8	102,50	9,32	564,43	15		116.90	210	355	510	210	690
		2000	42,553		47	101,58	4/6/8	102,50	9,32	564,43	15		116.90	210	355	510	210	690
C 1 6 P	1	4000	85,106	10	47	101,58	4/6/8	102,50	9,32	564,43	15		116.90	210	355	510	210	690
		7500	159,574		47	101,58	4/6/8	102,50	9,32	564,43	15		116.90	210	355	510	210	690
		9000	191,489		47	101,58	4/6/8	102,50	9,32	564,43	15		116.90	210	355	510	210	690
		10500	223,404		47	101,58	4/6/8	102,50	9,32	564,43	15		116.90	210	355	510	210	690
		0	0		89	101,58	4/6/8	102,50	9,32	564,43	15		103.54	210	355	510	210	690
		2000	42,553		89	101,58	4/6/8	102,50	9,32	564,43	15		103.54	210	355	510	210	690
C 2	1	4000	85,106	13	89	101,58	4/6/8	102,50	9,32	564,43	15		103.54	210	355	510	210	690
		7500	159,574		89	101,58	4/6/8	102,50	9,32	564,43	15		103.54	210	355	510	210	690
		9000	191,489		89	101,58	4/6/8	102,50	9,32	564,43	15		103.54	210	355	510	210	690
		10500	223,404		89	101,58	4/6/8	102,50	9,32	564,43	15		103.54	210	355	510	210	690
		0	0		47	139,68	4/6/8	101,69	8,46	535,40	15		116.90	210	355	510	210	690
		2000	42,553		47	139,68	4/6/8	101,69	8,46	535,40	15		116.90	210	355	510	210	690
C 7 1 P	1	4000	85,106	10	47	139,68	4/6/8	101,69	8,46	535,40	15		116.90	210	355	510	210	690
		7500	159,574		47	139,68	4/6/8	101,69	8,46	535,40	15		116.90	210	355	510	210	690

		Análise		Geometria							Material							
C	Nº cross-arms	Pré-esforço		Tirante		Coluna		Cross-arms			Max. Amp. De imperfeição geométrica [mm]	Tirante		Coluna		Cross-arms		
		T _i [N]	σ _i [MPa]	φ _s [mm]	A _s [mm ²]	d _c [mm]	t _c [mm]	d _{ca} [mm]	t _{ca} [mm]	l _{ca} [mm]	L/1000	E [GPa]	E[GPa]	f _y [MPa]	f _u [Mpa]	E[GPa]	f _y [MPa]	
C 2 P	1	9000	191,489		47	139,68	4/6/8	101,69	8,46	535,40	15		116.90	210	355	510	210	690
		10500	223,404		47	139,68	4/6/8	101,69	8,46	535,40	15		116.90	210	355	510	210	690
	1	0	0	13	89	139,68	4/6/8	101,69	8,46	535,40	15		103.54	210	355	510	210	690
		2000	42,553		89	139,68	4/6/8	101,69	8,46	535,40	15		103.54	210	355	510	210	690
		4000	85,106		89	139,68	4/6/8	101,69	8,46	535,40	15		103.54	210	355	510	210	690
		7500	159,574		89	139,68	4/6/8	101,69	8,46	535,40	15		103.54	210	355	510	210	690
		9000	191,489		89	139,68	4/6/8	101,69	8,46	535,40	15		103.54	210	355	510	210	690
		10500	223,404		89	139,68	4/6/8	101,69	8,46	535,40	15		103.54	210	355	510	210	690
	1	0	0	10	47	139,68	4/6/8	101,71	8,61	535,50	15		116.90	210	690	510	210	690
		2000	42,553		47	139,68	4/6/8	101,71	8,61	535,50	15		116.90	210	690	510	210	690
		4000	85,106		47	139,68	4/6/8	101,71	8,61	535,50	15		116.90	210	690	510	210	690
		7500	159,574		47	139,68	4/6/8	101,71	8,61	535,50	15		116.90	210	690	510	210	690
		9000	191,489		47	139,68	4/6/8	101,71	8,61	535,50	15		116.90	210	690	510	210	690
		10500	223,404		47	139,68	4/6/8	101,71	8,61	535,50	15		116.90	210	690	510	210	690
1	0	0	13	89	139,68	4/6/8	101,71	8,61	535,50	15		103.54	210	690	510	210	690	
	2000	42,553		89	139,68	4/6/8	101,71	8,61	535,50	15		103.54	210	690	510	210	690	
	4000	85,106		89	139,68	4/6/8	101,71	8,61	535,50	15		103.54	210	690	510	210	690	
	7500	159,574		89	139,68	4/6/8	101,71	8,61	535,50	15		103.54	210	690	510	210	690	
	9000	191,489		89	139,68	4/6/8	101,71	8,61	535,50	15		103.54	210	690	510	210	690	
	10500	223,404		89	139,68	4/6/8	101,71	8,61	535,50	15		103.54	210	690	510	210	690	
C 2 P	1	0	0	10	47	177.74	4/6/8	101,17	8,41	515,28	15		116.90	210	355	510	210	690
		2000	42,553		47	177.74	4/6/8	101,17	8,41	515,28	15		116.90	210	355	510	210	690
		4000	85,106		47	177.74	4/6/8	101,17	8,41	515,28	15		116.90	210	355	510	210	690
		7500	159,574		47	177.74	4/6/8	101,17	8,41	515,28	15		116.90	210	355	510	210	690

		Análise		Geometria							Material								
C	Nº cross-arms	Pré-esforço		Tirante		Coluna		Cross-arms			Max. Amp. De imperfeição geométrica [mm]	Tirante		Coluna		Cross-arms			
		T _i [N]	σ _i [MPa]	φ _s [mm]	A _s [mm ²]	d _c [mm]	t _c [mm]	d _{ca} [mm]	t _{ca} [mm]	l _{ca} [mm]	L/1000	E [GPa]	E [GPa]	f _y [MPa]	f _u [Mpa]	E [GPa]	f _y [MPa]		
C 2		9000	191,489		47	177.74	4/6/8	101,17	8,41	515,28	15		116.90	210	355	510	210	690	
		10500	223,404		47	177.74	4/6/8	101,17	8,41	515,28	15		116.90	210	355	510	210	690	
	1	0	0	13	89	177.74	4/6/8	101,17	8,41	515,28	15		103.54	210	355	510	210	690	
		2000	42,553		89	177.74	4/6/8	101,17	8,41	515,28	15		103.54	210	355	510	210	690	
		4000	85,106		89	177.74	4/6/8	101,17	8,41	515,28	15		103.54	210	355	510	210	690	
		7500	159,574		89	177.74	4/6/8	101,17	8,41	515,28	15		103.54	210	355	510	210	690	
		9000	191,489		89	177.74	4/6/8	101,17	8,41	515,28	15		103.54	210	355	510	210	690	
		10500	223,404		89	177.74	4/6/8	101,17	8,41	515,28	15		103.54	210	355	510	210	690	
	C 1	1	0	0	10	47	177.74	4/6/8	101,23	8,59	515,15	15		116.90	210	690	510	210	690
			2000	42,553		47	177.74	4/6/8	101,23	8,59	515,15	15		116.90	210	690	510	210	690
			4000	85,106		47	177.74	4/6/8	101,23	8,59	515,15	15		116.90	210	690	510	210	690
			7500	159,574		47	177.74	4/6/8	101,23	8,59	515,15	15		116.90	210	690	510	210	690
			9000	191,489		47	177.74	4/6/8	101,23	8,59	515,15	15		116.90	210	690	510	210	690
			10500	223,404		47	177.74	4/6/8	101,23	8,59	515,15	15		116.90	210	690	510	210	690
C 2	1	0	0	13	89	177.74	4/6/8	101,23	8,59	515,15	15		103.54	210	690	510	210	690	
		2000	42,553		89	177.74	4/6/8	101,23	8,59	515,15	15		103.54	210	690	510	210	690	
		4000	85,106		89	177.74	4/6/8	101,23	8,59	515,15	15		103.54	210	690	510	210	690	
		7500	159,574		89	177.74	4/6/8	101,23	8,59	515,15	15		103.54	210	690	510	210	690	
		9000	191,489		89	177.74	4/6/8	101,23	8,59	515,15	15		103.54	210	690	510	210	690	
		10500	223,404		89	177.74	4/6/8	101,23	8,59	515,15	15		103.54	210	690	510	210	690	

Anexo B

Columns	Tc	λ unstayed	Tini[N]	Pcr.unstayed column[kN]	Pcr.stayed column [kN] C1	Pcr.stayed column [kN] C2
C01/C02	4	347.54	0	20,944	114,719	170,028
			2000	-	120,155	173,41
			4000	-	125,384	176,366
			7500	-	133,964	180,586
			9000	-	137,392	182,066
			10500	-	140,658	183,377
C01/C02	6	354.41	0	30,134	125,072	185,797
			2000	-	130,931	190,933
			4000	-	136,694	195,894
			7500	-	146,527	204,113
			9000	-	150,634	207,441
			10500	-	154,67	210,646
C01/C02	8	361.31	0	38,526	133,927	196,164
			2000	-	139,936	201,757
			4000	-	145,883	207,252
			7500	-	156,13	216,618
			9000	-	160,454	220,527
			10500	-	164,736	224,369
C03/C04	4	250.05	0	57,142	157,492	224,99
			2000	-	163,763	231,184
			4000	-	170,004	237,34
			7500	-	180,846	248,02
			9000	-	185,461	252,558
			10500	-	190,055	257,073
C03/C04	6	253.64	0	83,184	183,617	251,312
			2000	-	189,925	257,571
			4000	-	196,213	263,806
			7500	-	207,168	274,664
			9000	-	211,843	279,295
			10500	-	216,506	283,913
C03/C04	8	257.28	0	107.628	208,09	275,867
			2000	-	214,416	282,155
			4000	-	220,726	288,426
			7500	-	231,733	299,361
			9000	-	236,436	304,032
			10500	-	241,13	308,693
C05	4	521.31	0	9,304	51,26	75,95
			2000	-	56,602	79,052
			4000	-	61,399	81,261
			7500	-	68,159	83,626
			9000	-	70,373	84,275
			10500	-	72,205	84,711
C05	6	531.61	0	13,387	55,87	83,025
			2000	-	61,715	88,081
			4000	-	67,32	92,695
			7500	-	76,413	99,538
			9000	-	79,978	101,961
			10500	-	83,315	104,084

C05	8	542.08	0	17,115	59,809	87,649
			2000	-	65,828	93,222
			4000	-	71,695	98,555
			7500	-	81,53	107,208
			9000	-	85,55	110,613
			10500	-	89,436	113,817
C06/C07	4	375.07	0	25,38	70,171	100,459
			2000	-	76,577	106,682
			4000	-	82,81	112,817
			7500	-	93,52	123,314
			9000	-	98,025	127,708
			10500	-	102,474	132,033
C06/C07	6	380.46	0	36,952	81,881	112,16
			2000	-	88,231	118,458
			4000	-	94,535	124,704
			7500	-	105,448	135,501
			9000	-	110,076	140,072
			10500	-	114,673	144,608
C06/C07	8	385.92	0	47,814	92,758	123,075
			2000	-	99,128	129,405
			4000	-	105,464	135,699
			7500	-	116,466	146,62
			9000	-	121,147	151,261
			10500	-	125,805	155,879
C09/C10	4	292.96	0	53,186	100,009	131,711
			2000	-	106,445	138,157
			4000	-	112,853	144,573
			7500	-	123,995	155,728
			9000	-	128,741	160,478
			10500	-	133,469	165,21
C09/C10	6	296.26	0	77,957	124,762	156,454
			2000	-	131,198	162,895
			4000	-	137,616	169,317
			7500	-	148,799	180,507
			9000	-	153,573	185,283
			10500	-	158,336	190,047
C09/C10	8	299.61	0	101,556	148,345	180,025
			2000	-	154,781	186,464
			4000	-	161,204	192,889
			7500	-	172,407	204,096
			9000	-	177,195	208,884
			10500	-	181,973	213,664
C12/C13	4	260.65	0	37,251	202,427	300,115
			2000	-	207,85	303,597
			4000	-	213,164	306,843
			7500	-	222,183	311,963
			9000	-	225,931	313,946
			10500	-	229,603	315,809
C12/C13	6	265.81	0	53,586	220,785	327,819
			2000	-	226,599	332,944
			4000	-	232,362	337,977
			7500	-	242,317	346,548
			9000	-	246,531	350,124

			10500	-	250,711	353,64
C12/C13	8	271.03	0	68,499	236,506	346,163
			2000	-	242,461	351,717
			4000	-	248,382	357,22
			7500	-	258,66	366,718
			9000	-	263,03	370,736
			10500	-	267,379	374,721
C14/C15	4	187.54	0	101,595	278,398	397,351
			2000	-	284,603	403,481
			4000	-	290,79	409,59
			7500	-	301,575	420,229
			9000	-	306,18	424,768
			10500	-	310,775	429,295
C14/C15	6	190.23	0	147,875	324,817	444,104
			2000	-	331,056	450,294
			4000	-	337,284	456,472
			7500	-	348,154	467,253
			9000	-	352,802	471,861
			10500	-	357,444	476,462
C14/C15	8	192.96	0	191,313	368,303	487,723
			2000	-	374,558	493,942
			4000	-	380,804	500,151
			7500	-	391,715	510,995
			9000	-	396,383	515,633
			10500	-	401,046	520,266
C16	4	434.42	0	13,393	73,663	109,149
			2000	-	79,065	112,398
			4000	-	84,118	114,993
			7500	-	91,941	118,234
			9000	-	94,844	119,248
			10500	-	97,46	120,084
C16	6	443.01	0	19,27	80,295	119,308
			2000	-	86,157	124,414
			4000	-	91,861	129,23
			7500	-	101,404	136,863
			9000	-	105,297	139,798
			10500	-	109,059	142,522
C16	8	451.72	0	24,636	85,962	125,957
			2000	-	91,986	131,548
			4000	-	97,908	136,981
			7500	-	107,998	146,059
			9000	-	112,205	149,763
			10500	-	116,333	153,346
C17/C18	4	312.56	0	36,542	101,034	144,407
			2000	-	107,332	150,624
			4000	-	113,58	156,782
			7500	-	124,384	167,402
			9000	-	128,961	171,888
			10500	-	133,503	176,332
C17/C18	6	317.05	0	53,2	117,747	161,249
			2000	-	124,084	167,535
			4000	-	130,39	173,786
			7500	-	141,346	184,636

			9000	-	146,009	189,25
			10500	-	150,652	193,841
C17/C18	8	321.60	0	68,836	133,403	176,959
			2000	-	139,759	183,276
			4000	-	146,091	189,276
			7500	-	157,115	200,515
			9000	-	161,816	205,181
			10500	-	166,503	209,832
C20/C21	4	244.13	0	76,111	143,371	188,912
			2000	-	149,792	195,343
			4000	-	156,194	201,753
			7500	-	167,347	212,92
			9000	-	172,108	217,686
			10500	-	176,856	222,439
C20/C21	6	246.89	0	111,553	178,786	224,312
			2000	-	185,206	230,737
			4000	-	191,613	237,148
			7500	-	202,793	248,334
			9000	-	207,571	253,115
			10500	-	212,342	257,888
C20/C21	8	249.67	0	145,314	212,524	258,032
			2000	-	218,944	264,454
			4000	-	225,354	270,866
			7500	-	236,546	282,063
			9000	-	241,333	286,851
			10500	-	246,114	291,633