



UNIVERSIDADE D
COIMBRA

António Miguel da Costa Tomás

REFORÇO À FLEXÃO DE VIGAS DE BETÃO ARMADO
COM LAMINADOS DE FRP COLADOS À SUPERFÍCIE

Dissertação de Mestrado Integrado em Engenharia Civil, na área de Especialização em Estruturas, orientada pelo Professor Doutor Paulo Manuel Mendes Pinheiro da Providência e Costa e pelo Professor Doutor Anísio Alberto Martinho de Andrade e apresentada ao Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra.

Outubro de 2021

Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra
Departamento de Engenharia Civil

António Miguel da Costa Tomás

REFORÇO À FLEXÃO DE VIGAS DE BETÃO ARMADO COM LAMINADOS DE FRP COLADOS À SUPERFÍCIE

FLEXURAL STRENGTHENING OF REINFORCED CONCRETE BEAMS USING FRP STRIPS

Dissertação de Mestrado Integrado em Engenharia Civil, na área de Especialização em Estruturas, orientada pelo Professor Doutor Paulo Manuel Mendes Pinheiro da Providência e Costa e pelo Professor Doutor Anísio Alberto Martinho de Andrade

Este Projeto de Tese é da exclusiva responsabilidade do seu autor. O Departamento de Engenharia Civil da FCTUC declina qualquer responsabilidade, legal ou outra, em relação a erros ou omissões que possa conter.

Coimbra, 31 de outubro de 2021



UNIVERSIDADE D
COIMBRA

AGRADECIMENTOS

Ter conseguido chegar ao final desta etapa representa uma grande conquista para mim e uma grande evolução pessoal e académica. No entanto, não posso deixar de agradecer a todos aqueles que me acompanharam ao longo do meu percurso e sem os quais nada disto seria possível.

Aos meus orientadores desta dissertação, Professor Doutor Paulo Manuel Mendes Pinheiro da Providência e Costa e Professor Doutor Anísio Alberto Martinho de Andrade, por toda a instrução, apoio e ajuda incondicionais ao longo deste trabalho. Muito obrigada por toda a disponibilidade, conselhos e incentivo durante esta etapa do meu percurso académico.

À Faculdade de Ciências e Tecnologia, em especial ao Departamento de Engenharia Civil, a casa da minha formação profissional, e todas as pessoas que o constituem, por terem feito parte da minha história e me terem permitido chegar até aqui.

Aos amigos que aqui fiz em Coimbra, Daniel Bastos, João Neto, João Alves, Ricardo Nunes, José Oliveira, João Neves, Filipe Rodrigues, Bruno Lucas e Bruno Alvim, agradeço todos os momentos que vivemos, as memórias que construímos, o companheirismo e a amizade verdadeira que se mantém inalterada.

Aos amigos que conheço desde que me conheço, Rodrigo, Nélia, Rita e Rafaela, obrigado por esta vida que partilhamos. Estiveram, desde sempre, ao meu lado em todos os momentos. Não posso deixar de referir todos os meus outros amigos, mais antigos e recentes, que me acompanharam ou acompanham no dia-a-dia.

Aos meus pais e irmã, o meu porto-seguro e a minha verdadeira casa, obrigado por todo o amor, ensinamentos e sacrifício. São os melhores exemplos de vida que posso ter e esforço-me todos os dias para ser um bocadinho como vocês. À minha restante família, por toda a união, apoio, incentivo e valores que sempre me transmitiram.

Ao meu avô Gué, por ser o maior exemplo de coragem e integridade que tenho e por todos os ensinamentos e histórias que partilhou comigo. À Avó Isaura, à Avó Vina e ao Avô Toninho. Foram a imagem do aconchego durante tantos anos da minha vida e sei que, embora de outra forma, nunca deixarão de olhar por mim.

À Tia Queta, que foi sempre o meu braço direito em Coimbra, e é como se fosse uma terceira avó.

E, por último, e não menos importante, à Fátima, por todo apoio, incentivo e paciência que me tem transmitido ao longo do tempo.

RESUMO

A reabilitação de estruturas existentes, nomeadamente de betão armado, justifica a importância das técnicas de reforço. Uma destas técnicas consiste na aplicação exterior, normalmente por colagem sobre a superfície do elemento estrutural ou inserido nesta, de um compósito de polímero reforçado com fibras elevada resistência, comumente designado pela sigla inglesa FRP (Fiber Reinforced Polymer).

As principais vantagens desta técnica são a elevada resistência destes produtos, a sua durabilidade (não apresentam problemas de corrosão), reduzida intrusividade e impacto arquitetónico e ainda a facilidade de aplicação, dispensando qualquer equipamento pesado e bastando usualmente uma equipa de dois técnicos. Estas características levaram ao crescimento significativo da opção por esta técnica nos últimos tempos, nomeadamente quando é necessário aumentar a resistência.

Os tipos de produtos de FRP mais frequentes são os laminados e os tecidos (e mantas), aplicando-se os primeiros a uma única face do elemento estrutural e os segundos, normalmente, a mais de uma. As fibras mais habituais são as de vidro, empregues nos GFRP, e as de carbono, nos CFRP, sendo as últimas particularmente interessantes para o reforço estrutural em virtude do seu elevado módulo de elasticidade. Para a colagem destes produtos ao elemento a reforçar utilizam-se resinas epóxi.

A elevada rigidez das fibras de carbono confere aos laminados de CFRP capacidade para aumentar a resistência das peças lineares, nomeadamente à flexão, mas também para reduzir a sua fissuração e deformação. Os produtos de FRP também podem ser utilizados no reforço ao corte e, por confinamento do betão, no reforço axial e da capacidade de deformação, aspetos não cobertos nesta dissertação.

Do ponto de vista do comportamento compósito, a maior dificuldade desta técnica reside na elevada tensão de aderência entre o produto de FRP e o betão, aspeto particularmente crítico porque, em geral, não há cintagem para resistir às trações no betão, perpendicularmente à superfície do laminado. Deve-se ainda notar que na região de reforço o recobrimento já suporta tensões devidas à aderência muito elevadas, associadas à armadura convencional, e, possivelmente, apresenta um nível de fendilhação avançado, o que também compromete o desempenho dos laminados, particularmente, a sua ligação ao substrato de betão.

Embora esta técnica ainda não esteja coberta pela atual geração dos Eurocódigos, está em preparação a sua integração na próxima EN 1992. Assim, é interessante e útil a apresentação do futuro procedimento para a análise do reforço à flexão com CFRP da EN 1992.

Os principais objetivos desta dissertação são (i) explicar de forma clara a técnica de reforço à flexão com laminados colados à superfície e os métodos de análise aplicáveis, identificando os parâmetros críticos; (ii) estabelecer um Método Geral de análise, dimensionamento e verificação da segurança; (iii) apresentar a resolução de um exemplo prático através desse Método (com um produto disponível no mercado nacional); (iv) realizar um estudo paramétrico, que considera a variação de dois parâmetros essenciais neste tipo de reforço: o módulo de elasticidade do laminado e a resistência à tração superficial do betão *in situ*.

PALAVRAS-CHAVE: Reforço à flexão, betão armado, laminados de CFRP, aderência betão CFRP, tensão de adesão.

ABSTRACT

The rehabilitation of existing structures, namely, of those in reinforced concrete, may require the use of strengthening techniques. One of these techniques consists in the external application, usually by a gluing process on the surface of the structural element or inserted in it, of a polymer composite reinforced with highly resistant fibers, known as FRP (Fiber Reinforced Polymer).

The main advantages of this technique are the high strength of these products, the high durability (no corrosion), small intrusiveness and architectonic impact, and the ease of application, commonly requiring a team of only two technicians and avoiding heavy equipment. This strengthening technique has been increasingly chosen for its characteristics, namely when it is necessary to increase the resistance, because of their high modulus of elasticity. The most common types of products of FRP are the laminates and the sheets (usually applying the former to a single surface of the structural element and the later to more than one). The most common are the glass fibers, used on GFRP, and the carbon fibers, used on CFRP. These products are glued to the reinforced concrete elements with an epoxy resin.

The high stiffness of the carbon fibers provides the CFRP the capacity to increase the resistance of linear members, not only in bending, but also in shear and to reduce cracking. FRP products are also used to increase the confinement of concrete, which may be required to increase the ductility and energy dissipation capacity at critical zones.

As far as composite behaviour is concerned, the greater difficulty is the adherence between the FRP laminate and concrete. This is a critical aspect because there are no stirrups to resist to the tension in concrete, perpendicular to the surface of the laminate. It is important to notice that because of the presence of the longitudinal reinforcement, the concrete cover already withstands the tension due to the high adherence, and possibly advanced cracking, and this may put at risk the performance of the laminate, namely its bond to the concrete substrate.

Although this strengthening technique is not covered yet by the Eurocodes, its integration is being prepared for the upcoming version of EN 1992. Therefore, the presentation of the procedures that will be adopted is worthwhile and this dissertation will focus on the flexural strengthening with FRP.

The main goals of this dissertation are: (i) clearly explaining the bending strengthening technique with FRP laminates glued to the surface and identifying the critical parameters; (ii) explaining the general method of analysis, design and safety assessment; (iii) apply this method to solve a practical example (with a product available on the national market); (iv) accomplish a parametric study, by varying two basic parameters for this type of reinforcement, the laminate's modulus of elasticity and the surface tensile strength of the concrete.

KEYWORDS – bending strength, reinforced concrete, CFRP laminates, CFRP-concrete bond, bond stresses.

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO	1
1.1. Enquadramento geral.....	1
1.2. Objetivos e âmbito da dissertação	2
1.3. Metodologia.....	3
1.4. Organização da dissertação	4
2. ESTADO DE ARTE	5
2.1. Introdução.....	5
2.2. Reforço de vigas de betão armado com compósitos FRP	5
2.2.1. História.....	5
2.2.2. Materiais Compósitos	8
2.2.3. Fibras	9
2.2.4. Matriz.....	12
2.2.5. Adesivos.....	13
2.2.6. Preparação do substrato e aplicação de laminados de CFRP.....	14
3. MÉTODO GERAL PARA O DIMENSIONAMENTO DO REFORÇO À FLEXÃO COM LAMINADOS DE CFRP	18
3.1. Aplicação de produtos	18
3.2. Potenciais modos de rotura associados ao reforço à flexão com laminados de CFRP	18
3.3. Determinação da “extensão inicial” do laminado.....	21
3.4. Reforço à flexão com CFRP – Método Simplificado.....	23
3.5. Dimensionamento do reforço à flexão através do Método Geral.....	29
3.5.1. Verificação da segurança da resistência à flexão.....	30
3.5.2. Verificação da segurança ao descolamento em pontos interiores.....	32
3.5.3. Verificação da segurança ao descolamento nas extremidades.....	38
3.5.4. Verificação da segurança ao arrancamento do recobrimento	43
4. EXEMPLO DE APLICAÇÃO: REFORÇO DE VIGA.....	44

4.1.	Determinação da extensão inicial do laminado	47
4.2.	Método Simplificado	48
4.3.	Método Geral	51
4.3.1.	Verificação da segurança da resistência à flexão.....	51
4.3.2.	Verificação da segurança ao descolamento em pontos interiores.....	52
4.3.3.	Verificação da segurança ao descolamento nas extremidades.....	62
5.	ESTUDO PARAMÉTRICO	64
5.1.	Variação do módulo de elasticidade do laminado	64
5.2.	Variação da resistência à tração superficial do betão	66
6.	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	68
6.1.	Conclusões.....	68
6.2.	Trabalhos Futuros	69
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	71

SIMBOLOGIA

Letras latinas minúsculas

- a – Distância da resultante de compressão à fibra mais comprimida
- b – Largura da peça de betão armado
- b_L – Largura do laminado CFRP
- d_L – Distância do centro de massa do FRP à fibra mais comprimida, que se pode considerar igual a h
- d_{s1} – Altura útil da secção
- d_2 – Distância entre a secção da armadura longitudinal de compressão e a fibra mais comprimida
- f_{bsm} – Valor da tensão média de adesão da armadura longitudinal
- $f_{bLd}(s_r)$ – Valor de cálculo da resistência por aderência do laminado, entre fendas interiores
- $f_{bLk}(s_r)$ – Valor característico da resistência por aderência do laminado, entre fendas interiores
- $f_{bLk,máx}(s_r)$ – Valor máximo característico da resistência de aderência do laminado entre fendas interiores
- f_{cd} – Valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão
- f_{ck} – Valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 d de idade
- f_{cm} – Valor médio efetivo da tensão de rotura do betão à compressão
- $f_{cm,cor}$ – Valor corrigido médio efetivo da tensão de rotura do betão à compressão
- $f_{ctm,surf}$ – Valor da tensão de rotura do betão à tração simples superficial *in situ*
- $f_{ctm,surf,min}$ – Valor mínimo da resistência à tração da peça de betão armado a reforçar
- f_{Luk} – Valor último característico da força do laminado de CFRP
- f_{yd} – Valor de cálculo da tensão de cedência à tração do aço das armaduras para betão armado
- h – Altura da peça de betão armado
- l_{bL} – Comprimento da amarração
- $l_{bL,lim}$ – Comprimento da amarração limite
- $l_{bL,max}$ – Comprimento máximo de amarração
- l_{eff} – Comprimento efetivo
- $l_{e,0}$ – Comprimento de transmissão da armadura
- n – Número de varões da armadura longitudinal de tração
- s_{L0k} – Escorregamento total no momento em que se dá o descolamento total
- s_r – Espaçamento entre fendas
- t_L – Espessura do laminado CFRP
- x – Posição do eixo neutro (distância à fibra superior, a mais comprimida)
- $x_{cr,2}$ – Posição onde se forma a segunda fenda (a contar do apoio)
- x_0 – Posição inicial do eixo neutro (distância à fibra superior, a mais comprimida)
- z_L – Distância do eixo da força do laminado até ao eixo central da peça

z_{s1} – Distância do eixo da força da armadura de tração até ao eixo central da peça (altura útil)

z_{s2} – Distância do eixo da força da armadura de compressão até ao eixo central da peça

Letras latinas maiúsculas

A_L – Área do laminado CFRP

A_{s1} – Área da secção da armadura longitudinal de tração

A_{s2} – Área da secção da armadura longitudinal de compressão

E_L – Valor de cálculo do módulo de elasticidade do laminado CFRP

E_c – Valor de cálculo do módulo de elasticidade do betão

E_s – Valor de cálculo do módulo de elasticidade do aço de uma armadura para betão armado

F_{bLRd} – Força de resistência do laminado de CFRP

F_{bsm} – Força de adesão média por unidade de comprimentos nos varões

F_c – Força do betão sujeito à compressão

F_{LEd} – Força longitudinal exercida pelo laminado de CFRP

F_{Lud} – Valor último da força do laminado de CFRP

$F_{Lk,BL}^D$ – Valor da força do laminado entre duas fendas, no sobrescrito D, que é o momento em que começa a descolar o laminado do betão

F_{s1d} – Força da armadura principal longitudinal à tração

F_{s2d} – Armadura principal longitudinal de tração

G_k – Carga Permanente

$I_{c,0}$ – Momento de inércia de uma secção

M_{cr} – Momento de fendilhação (cracking)

M_{Ed} – Momento das forças atuantes

M_{Rd} – Momento resistente

M_0 – Momento inicial das forças atuantes

Q_k – Sobrecarga

$W_{c,0}$ – Momento estático da secção transversal de betão não fendilhada

Letras gregas

α_S – Coeficiente de homogeneização

α_l – Acréscimo de distância devido à translação do momento fletor

α_R – Coeficiente consoante o valor de extensão do betão

β_c – Razão entre a profundidade da resultante do campo de tensões no betão e a profundidade do eixo neutro

γ_{BA} – Coeficiente parcial para betão

γ_s – Coeficiente parcial relativo ao aço

-
- γ_{LL} – Coeficiente parcial para o laminado CFRP
 ΔF_{LEd} – Tensão longitudinal do laminado entre fendas
 ΔF_{LRd} – Incremento de tensão do laminado entre fendas
 $\Delta F_{Lk,BF}$ – Acréscimo da força do laminado entre cada duas secções devido à tração
 $\Delta F_{Lk,BL}$ – Acréscimo da força do laminado entre cada duas secções
 $\Delta F_{Lk,KF}$ – Acréscimo da força do laminado entre cada duas secções devido à curvatura
 ε_c – Extensão do betão à compressão
 $\varepsilon_{c,0}$ – Extensão inicial na fibra mais comprimida (betão)
 ε_{c2} – Extensão do betão à compressão correspondente à tensão máxima f_c
 ε_{cu2} – Extensão última do betão à compressão
 ε_L – Extensão do laminado CFRP à tração
 $\varepsilon_{L,0}$ – Extensão inicial no laminado
 ε_{Lud} – Extensão última do laminado
 $\varepsilon_{L,adm}$ – Valor máximo admissível da extensão no CFRP
 $\varepsilon_{L,adm,1}$ – Valor admissível da extensão no CFRP 1
 $\varepsilon_{L,adm,2}$ – Valor admissível da extensão no CFRP 2
 ε_{s1} – Extensão da armadura longitudinal de tração
 ε_{s2} – Extensão da armadura longitudinal de compressão
 $\varepsilon_{s1,0}$ – Extensão inicial da armadura longitudinal de tração (ou seja, no momento da colagem do laminado)
 $\varepsilon_{s2,0}$ – Extensão inicial da armadura longitudinal de compressão (ou seja, no momento da colagem do laminado)
 κ_{Lb} – Parâmetro tendo em conta a aderência
 κ_{fl} – Parâmetro tendo em conta a aderência
 κ_{vb1} – Parâmetro tendo em conta a aderência
 κ_{vb2} – Parâmetro tendo em conta a aderência
 τ_{LFK} – Tensão tangencial do laminado na situação onde já se esgotou a capacidade resistente da ligação
 τ_{L1k} – Tensão tangencial máxima do laminado
 ϕ – Diâmetro dos varões da armadura longitudinal de tração

1. INTRODUÇÃO

1.1. Enquadramento geral

Na área de Engenharia Civil, a reparação e o reforço de estruturas existentes são uma necessidade constante. Ao longo do tempo, as técnicas para a reabilitação de estruturas, nomeadamente as de betão armado, têm sofrido uma evolução permanente, sendo cada vez maior o número de técnicas e materiais utilizados para a resolução de diversos tipos de problemas. Um destes problemas é a deterioração do betão armado, que é causada por uma série de fatores: ausência de conservação, alteração do tipo de ocupação, ocorrência de acidentes, como incêndios ou outros, ocorrência de sismos de intensidade moderada a elevada, etc. Outros problemas podem resultar de erros de projeto (concepção e/ou dimensionamento), erros durante a construção, materiais não conformes, etc. Uma outra categoria de problemas, também muito frequente, está associada à alteração do tipo de utilização da construção ou apenas dos materiais e sobrecargas usados, que podem agravar os esforços a que a estrutura ficará sujeita.

Para resolver este tipo de problemas (estruturais e/ou não estruturais), pode-se recorrer a técnicas mais tradicionais, como por exemplo encamisamento com betão armado ou metálico, elementos adicionais, etc.; ou a técnicas mais recentes como o reforço por colagem de compósitos de FRP (usualmente, fibras de carbono ou de vidro). A aplicação deste tipo de reforço pode ser feita através de laminados, mantas ou tecidos: os primeiros são unidimensionais e apresentam maior rigidez, e os dois últimos são bidimensionais, muito flexíveis (antes de aplicados), e apresentam as fibras dispostas numa ou mais direções, respetivamente.

As grandes vantagens deste tipo de reforço são a sua baixa intrusividade, imunidade à corrosão, elevada rigidez (fibras de carbono) e resistência à tracção, fácil transporte, manuseamento e fácil aplicação, peso muito reduzido (por comparação com a resistência). Os principais inconvenientes são a sensibilidade ao calor, comportamento ao fogo, risco de vandalização e custo. Os compósitos CFRP têm vindo a ganhar mais importância no reforço de estruturas em virtude das vantagens referidas. Refira-se ainda a existência de uma fábrica destes produtos no nosso país.

Esta dissertação foca-se no reforço à flexão, motivo pelo qual está mais direccionada para os laminados de CFRP (fibras de carbono). As grandes diferenças entre o CFRP e o GFRP (fibras de vidro) são ao nível da resistência e do módulo de elasticidade, que

apresentam maior valor no caso do CFRP. Este tipo de material tem um comportamento à tração elástico linear até à rotura, apresentando na rotura elevados valores de tensão e baixos valores de extensão.

1.2. Objetivos e âmbito da dissertação

O principal objetivo deste trabalho é apresentar o Método Geral (não simplificado) de dimensionamento do reforço de peças de betão armado à flexão com CFRP, nomeadamente laminados colados exteriormente, de acordo com a próxima versão do Eurocódigo 2 (EN 1992). Embora esta técnica de reforço ainda não está incluída na versão atual dos Eurocódigos, está em preparação um apêndice (Anexo J) dedicado à mesma para, possivelmente, a Parte 1-1 da EN 1992. Este trabalho vai incidir mais diretamente sobre um livro que apresenta a norma alemã (DAfStb, 2012), e os Boletins 14 (2001) e 90 (2019) da FIB. Também há um documento italiano (CNR-DT 200 R1,2013) que também podia ser interessante para este estudo, mas que incide mais sobre o reforço sísmico, ou seja, mais concretamente sobre os pilares, assunto que não é abordado neste trabalho. Dado do secretismo dos grupos de trabalho envolvidos na produção dos Eurocódigos, foi justamente através deste último boletim da FIB que se ficou a saber qual o procedimento que finalmente vai ser implementado pelos Eurocódigos e, mais exatamente, que ele é uma cópia do procedimento implementado na norma alemã.

A alternativa ao Método Geral, é o Método Simplificado, que dispensa a verificação direta do descolamento do laminado, a tarefa mais complexa do Método Geral. O descolamento é governado pelas tensões tangenciais na interface laminado-betão, podendo o valor máximo admissível destas ser associado à resistência à tração (aderência ou pull-off) do betão determinada *in situ*. O Método Simplificado é muito utilizado para o pré-dimensionamento do reforço à flexão, baseando-se na limitação da extensão máxima admissível no laminado (ou seja, impõe-se um valor muito aquém – cerca de metade – da extensão de rotura de cálculo do produto de FRP). Além disso, este método tem muitas condicionantes, associadas às circunstâncias da sua validação experimental: não se aplica a zonas de vigas com momento fletor negativo; não se aplica para armadura longitudinal (preexistente) lisa (só para armadura nervurada); os laminados devem ser estendidos praticamente até aos apoios, de forma a distarem deles menos de 5 cm.

Assim, as condicionantes do Método Simplificado são bastante limitativas, o que torna necessário um método mais rigoroso, que possa ser aplicado a um maior leque de problemas (com as verificações devidas), e que neste trabalho é designado Método Geral.

O Método Geral baseia-se no controlo da grandeza da força transmitida por aderência entre fendas sucessivas do elemento reforçado.

Assim, outro dos objetivos deste trabalho é apresentar um exemplo de reforço de uma viga de betão armado com CFRP através do Método Geral. Também se vai comparar o Método Geral com o Método Simplificado, e concluir em que situações a utilização do último é aceitável (no que respeita ao custo) ou se serve só para um pré-dimensionamento. As tensões de aderência entre o laminado e o betão são a variável crítica deste tipo de reforço. A resistência à tração do betão nas superfícies de intervenção pode condicionar a utilização desta técnica, porque ela origina tensões muito elevadas no betão, o qual aliás normalmente já se encontra algo fragilizado porque se encontra na zona tracionada da secção. De facto, na aplicação mais habitual, estes produtos de FRP não são ancorados ao betão (para além da aderência da resina epóxi), o que confere uma extrema importância à verificação dos modos de rotura associados ao descolamento do laminado e ao arranque da camada de recobrimento da armadura longitudinal.

Como último objetivo, vai realizar-se um pequeno estudo paramétrico que vai incidir sobre dois parâmetros que são importantes neste tipo de reforço: o módulo de elasticidade do laminado de CFRP e a resistência à tração superficial do betão.

1.3. Metodologia

Para verificar os modos de rotura associados ao descolamento do laminado e ao arranque da camada de recobrimento da armadura longitudinal (para além da verificação direta da flexão) e uma melhor perceção dos resultados, vai se implementar o Método Geral numericamente, com o programa Matlab, de forma a controlar o nível de acréscimo de tensão de aderência na fronteira entre laminado e betão.

Este programa será utilizado para resolver um exemplo de aplicação, com a devida análise dos resultados para uma melhor compreensão deste método.

O trabalho será concluído com um pequeno estudo paramétrico, em que se procede à variação de dois parâmetros essenciais – módulo de elasticidade do laminado e a resistência à tração superficial do betão *in situ* – de forma a retirar conclusões relevantes para a aplicação prática desta técnica de reforço à flexão.

1.4. Organização da dissertação

A presente dissertação encontra-se estruturada em seis capítulos. No capítulo 1 é feita uma breve introdução ao tema da dissertação, são apresentados os objetivos, âmbito e metodologia da dissertação, e termina-se com a presente organização da dissertação.

No capítulo 2 é apresentada uma breve história dos FRP, até aos dias de hoje, cobrindo este produto em si, o seu fabrico, a sua utilização no âmbito do reforço estrutural e os processos de aplicação.

No capítulo 3 é apresentado o Método Geral de forma detalhada, explicando pormenorizadamente cada passo para a análise, dimensionamento e verificação da segurança de aplicação do FRP. Neste capítulo, também é comparado o Método Geral com o Método Simplificado, e ainda se referem os outros aspetos da verificação de segurança dos reforços à flexão com FRP.

No capítulo 4, é apresentada a resolução de um exemplo através do Método Geral (aplicação exteriormente de laminado de CFRP numa viga de betão armado).

No capítulo 5 procede-se a um estudo paramétrico, em que se variam dois parâmetros essenciais neste tipo de reforço, o módulo de elasticidade do laminado e a resistência à tração superficial do betão.

No capítulo 6, são reunidas e fundamentadas as principais conclusões retiradas desta dissertação, e são também apresentadas sugestões para trabalhos futuros, suscitadas no decorrer da realização da dissertação.

2. ESTADO DE ARTE

2.1. Introdução

Para este capítulo da dissertação efetuou-se uma ampla pesquisa bibliográfica, com base na qual se escreveu a história e uma revisão geral do material compósito FRP, mostrando como é que ele foi ganhando cada vez mais importância e evoluindo ao longo do tempo em vários setores, e mais concretamente no setor da Engenharia Civil e das estruturas. Os processos de fabrico dos materiais FRP e as suas diversas aplicações também são apresentadas, com maior enfoque no reforço de vigas de betão armado. Posteriormente, são apresentadas as principais características bem como as vantagens e desvantagens do reforço com este tipo de compósitos. Por fim, passa-se ao reforço de estruturas de betão armado com laminados de FRP, nomeadamente os com fibras de carbono, CFRP, colados exteriormente com resina epoxídica.

2.2. Reforço de vigas de betão armado com compósitos FRP

2.2.1. História

Ao longo da história, foram sendo descobertos ou desenvolvidos novos materiais e novas técnicas de intervenção de forma a combater os problemas das soluções existentes, ou para melhorar o seu desempenho ou custo.

No século XX, o betão armado mostrou-se como uma das melhores escolhas para a construção civil devido às suas grandes potencialidades. A sua utilização aumentou a seguir à 1ª Guerra Mundial e de novo a seguir à 2ª Guerra Mundial, desenvolvendo-se estruturas cada vez mais esbeltas e consistentes com a natureza deste material. Este tipo de material, apesar de ter muitas vantagens, apresenta também desvantagens, algumas das quais só foram sendo descobertas com o passar do tempo. A duração do período de vida útil de uma estrutura de betão armado pode ser afetada por vários aspetos que comprometem a sua durabilidade, nomeadamente quando afetam o seu comportamento mecânico: a ausência de conservação, a ocorrência de acidentes (incêndios e sismos, embora estes possam não ser considerados ações acidentais), alteração do tipo de utilização, e portanto do tipo de cargas aplicadas, ação de cargas repetidas no tempo, a ação de agentes agressivos (físicos e químicos), defeitos na construção ou concepção, dimensionamento e pormenorização do projeto, etc. Para que tal não aconteça, e a longevidade da estrutura seja a desejada, na fase de concepção do projeto tem de se ter em conta os possíveis processos de degradação da estrutura, e utilizar materiais ou soluções que a mitiguem. Além dos materiais, dimensionamento e pormenorização, deve-se

implementar um plano de manutenção eficiente, para assegurar a longevidade requerida sem custos excessivos (Juvandes, 2002; Carvalho, 2010).

Mas visto que muitas estruturas de betão armado existentes já apresentam os problemas referidos anteriormente, ou seja, em que não foram utilizados os materiais certos, ou que não têm plano de manutenção decente, ou em que foram feitos erros na realização da obra, ou cuja utilização tenha sido alterada, etc., tornam necessário o reforço estrutural, porque o comportamento mecânico da estrutura não é satisfatório. Assim, o número de estruturas sujeitas a intervenções de reforço tem vindo a crescer, sendo constante desenvolvidos novos métodos e materiais inovadores para a resolução das deficiências encontradas. O reforço de estruturas é cada vez mais relevante para o prolongamento da vida útil das estruturas, aumentando a sua resistência face à sua situação atual ou mesmo à inicial, e tentando atenuar a deterioração futura e assegurar o correto desempenho estrutural, funcional e em serviço (Henriques, 2015).

Os principais sinais da deterioração das estruturas de betão armado são a fissuração, a corrosão das armaduras e a deformação excessiva. O tipo de intervenção para a resolução de problemas em estruturas de betão armado, depende de variados fatores, como a natureza e gravidade da anomalia, o efeito da intervenção sobre a estrutura, os custos da mesma, a necessidade de mão de obra especializada, os tipos de materiais e equipamentos necessários, etc. (Rodrigues, 2005).

De forma a resolver alguns desses problemas, o reforço de estruturas de betão armado pode ser feito por várias técnicas, sendo as mais utilizadas e tradicionais as seguintes: encamisamento de betão armado, encamisamento com chapas metálicas (perfis ou chapas metálicas aparafusadas ou coladas) e pré-esforço (sendo esta a menos utilizada) (Rodrigues, 2005). Em seguida, na figura 2.1, apresentam-se dois exemplos dos reforços mais utilizados.

No início do século XX, começou uma nova era de investigação de vários tipos de materiais, com destaque, na área da Engenharia, para os compósitos. Este tipo de materiais veio resolver muitos problemas que os mais tradicionais não resolviam, e com o passar do tempo os compósitos têm vindo a ser cada vez mais utilizados, em substituição de materiais e métodos mais antigos. Estes materiais têm como principais vantagens, a resistência, a rigidez, a durabilidade e a leveza (Juvandes, 1999).

Entretanto foram criados os compósitos de FRP (Fiber Reinforced Polymer, ou seja, polímeros reforçados com fibras). Inicialmente este tipo de material era usado nas

indústrias aeroespacial, naval, militar, aeronáutica, ferroviária e automóvel, mas são cada vez mais as áreas que o utilizam (Juvandes, 2002).



Figura 2.1 – Reforço de estruturas de betão armado tradicionais – Encamisamento de betão armado (Techniques, 2013) e com chapas metálicas (Rodrigues, 2005).

No final da década de 1950 e início da seguinte, os compósitos de FRP começaram a ser utilizados na construção, mas com algumas dúvidas acerca das suas potencialidades, devido ao seu elevado custo de produção e conhecimento insuficiente das suas propriedades. Por estes motivos, estes materiais acabaram por deixar de se aplicar pouco tempo depois. Só mais tarde, no fim da década de 1980 e início da seguinte é que se voltou a usar estes materiais, devido a uma redução no custo de produção dos mesmos, resultante da evolução tecnológica nos processos de fabrico. E, a partir daí, foram surgindo cada vez mais estudos, e a sua utilização na indústria de construção tem vindo sempre a crescer até aos dias de hoje (Henriques ,2015).

Estes compósitos de FRP despertaram o interesse na área de engenharia civil, devido às suas grandes vantagens relativamente aos materiais tradicionais. A elevada resistência e durabilidade; a facilidade de manusear, transportar e aplicar são algumas dessas vantagens.

Para o reforço por colagem deste tipo de compósitos, as principais fibras utilizadas são o vidro (GFRP), o carbono (CFRP) e a aramida (poliamide aromática).

As primeiras aplicações deste tipo de materiais na área de engenharia civil foram duas estruturas: a Casa do Futuro, promovida pela empresa Monsanto em 1957 e o Pavilhão dos EUA na Expo de Bruxelas de 1958, ver Figura 2.2. No revestimento das fachadas destes projetos foram utilizados compósitos de fibra de vidro, o que causou um grande impacto para a área de construção (Firmo, 2010).



Figura 2.2 – Primeiras aplicações do material FRP na construção civil, revestimentos das fachadas com compósitos de vidro – “Monsanto, Casa do Futuro” (Henriques ,2015) e “Pavilhão dos EUA em Bruxelas” (Henriques ,2015).

2.2.2. Materiais Compósitos

Os materiais compósitos são obtidos por combinação de dois ou mais constituintes diferentes com características que se complementam no produto final, e que se desperdiçariam se eles estivessem separados.

Um dos casos mais clássicos na área de Engenharia Civil, é o betão armado. Como se sabe, o betão tem uma resistência demasiado reduzida às forças de tracção, e para as suportar, tem de ser reforçado com uma armadura de aço, daí resultando o betão armado.

O material compósito em questão na presente dissertação é o FRP, um material polimérico reforçado com fibras. É através da conjugação destes dois constituintes (as fibras e o material polimérico) que este material se tornou cada vez mais interessante para a construção. O reforço com este tipo de material, devido à sua complementaridade dos seus constituintes, tem um vasto leque de vantagens, e conseqüentemente a sua utilização tem vindo a aumentar. As fibras têm como principal vantagem uma elevada resistência mecânica à tracção e um elevado módulo de elasticidade, tendo como principal inconveniente o serem frágeis. Por outro lado, a matriz polimérica em que as fibras são introduzidas, ajuda na distribuição das cargas, na boa transmissão de tensões entre as fibras e o material a que o FRP é aplicado, e na protecção das fibras (Matthys, 2000). O adesivo que é utilizado para aplicar o FRP na estrutura a reforçar (por exemplo, no betão

armado), é muito importante para que as potencialidades deste tipo reforço não sejam comprometidas, principalmente ao nível da transmissão de esforços (Carvalho, 2010).

A Figura 2.3 compara os FRP (com fibras de carbono, CFRP), o aço e o alumínio em termos de algumas características.

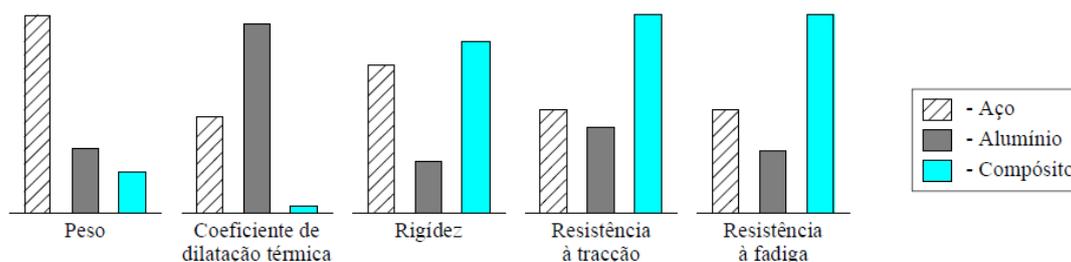


Figura 2.3 – Comparação de vários parâmetros entre o aço, alumínio e compósito (Juvandes, 1999).

2.2.3. Fibras

As fibras são materiais alongados com razão mínima das dimensões 10/1, área mínima de secção transversal de $5 \times 10^{-2} \text{ mm}^2$ e espessura máxima de 0,25 mm (Malek, 1997).

As fibras são a parte fundamental do material FRP, pois são estas que estão associados à resistência e rigidez do compósito. Têm sido muito estudadas e aplicadas devido às suas variadas vantagens: baixa intrusividade, resistência à corrosão, elevada rigidez (fibras de carbono) e resistência à tração, fácil transporte e manuseamento, fácil aplicação e baixo quociente peso/resistência.

As fibras são dispostas de forma a maximizar o desempenho estrutural do FRP. O valor do módulo de elasticidade e da resistência à tração é máximo com as fibras dispostas numa só direção. Quando são dispostas em diferentes direções (duas ou mais) o valor das propriedades referidas é menor. O volume das fibras é diretamente proporcional ao valor das propriedades. A Figura 2.4 representa a variação da resistência com o volume e direção das fibras.

Para o reforço de estruturas de betão armado com compósitos de FRP podem-se considerar dois formatos: os laminados, de fibras unidirecionais, já endurecidos (pré-curados, prontos a aplicar), e as mantas e tecidos, aglomerados de fibras contínuas e unidirecionais (mantas) ou bidirecionais (tecidos), endurecidas in situ.

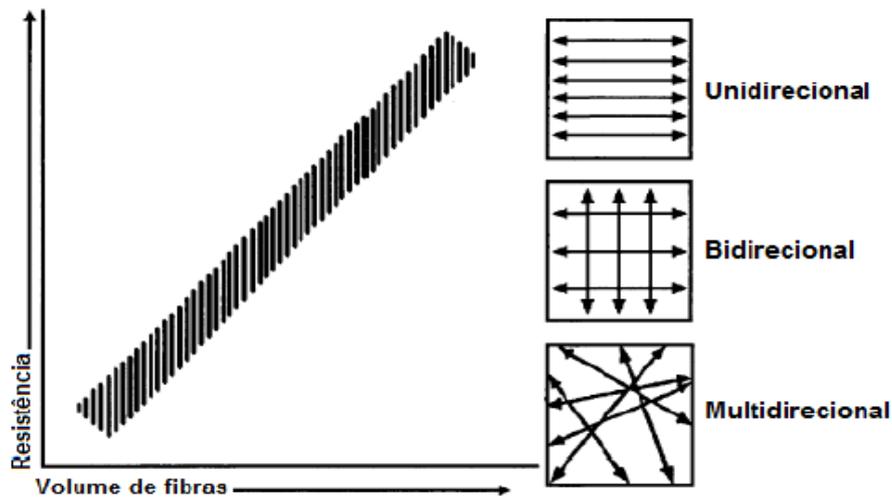


Figura 2.4 - Variação da resistência com o volume e direção das fibras (Henriques, 2015).

Para se comparar e perceber quais as maiores diferenças entre as fibras (CFRP e GFRP, as mais comuns) e o aço-carbono comum, foram ensaiados ambos os materiais no Laboratório de Estruturas da Universidade Nova, apresentando-se na Figura 2.5 os diagramas de tensão-deformação de dois varões de aço (nomeadamente, o $\phi 6$, endurecido a frio, e $\phi 12$, laminado a quente) e de dois laminados de FRP (CFRP – carbono, e GFRP – vidro) (Rodrigues, 2005).

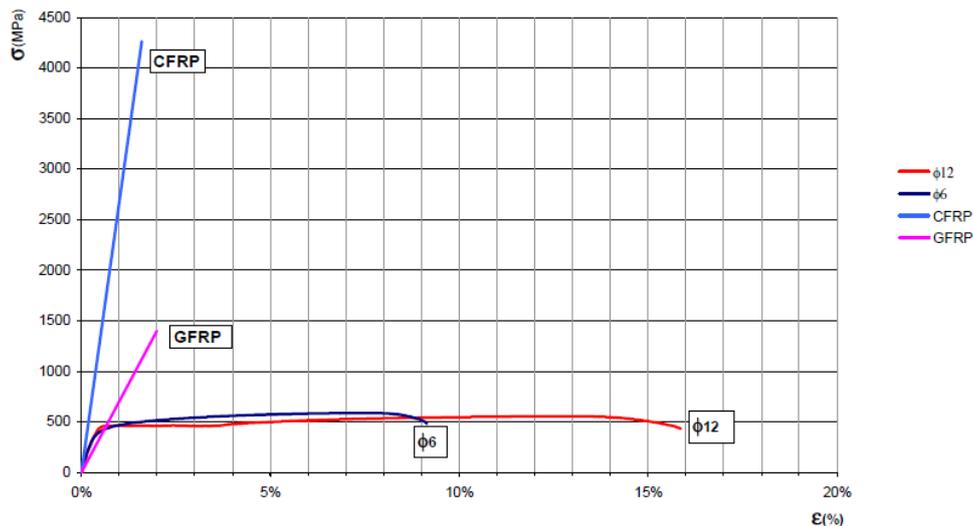


Figura 2.5 - Diagramas de tensão-deformação de vários materiais (Rodrigues, 2005).

A Figura 2.5 permite concluir que o CFRP e o GFRP apresentam um comportamento elástico linear até à rotura, não apresentando tensão de cedência nem comportamento

plástico como no caso dos aços, o que faz com que a rotura deste tipo de material seja totalmente frágil. Esta característica é um dos pontos negativos destes produtos, indesejável para o desempenho de uma estrutura, particularmente a sua segurança, apesar de raramente se atingir a tensão de rotura, que é bastante alta. A figura também permite verificar que os valores de resistência à tracção são bastante superiores aos do aço, o que pode ser uma grande vantagem. Em relação à extensão última, este apresenta um valor menor, comparado com o aço tradicional, um inconveniente a ter em consideração.

Estes aspetos permitem entender o porquê da crescente utilização deste tipo de material para o reforço de estruturas. Mas para que as fibras tenham o comportamento estrutural desejado, a matriz onde se envolvem e o adesivo que a liga à estrutura a reforçar são muito importantes pois garantem a efetividade do mecanismo de transferência de tensões, o que é essencial para maximizar a eficiência das fibras. Esta ligação entre o compósito e a estrutura nem sempre é a esperada, e podem ocorrer vários problemas, comprometendo o reforço estrutural, sendo estes problemas examinados mais à frente neste trabalho.

Como já foi dito anteriormente, o reforço por colagem exterior de FRP em Engenharia Civil tem como principais fibras utilizadas as seguintes: o vidro (G), o carbono (C) e a aramida (poliamida aromática). As grandes diferenças que existem entre as fibras de carbono e as fibras de vidro e aramida, como se pode verificar na Tabela 2.1, é que as primeiras possuem maior módulo de elasticidade e maior resistência à tração que as outras. Em relação à extensão última, é o contrário. Outro aspecto em também diferem, é que o CFRP tem melhor comportamento à fadiga que o GFRP e o AFRP, mas pior comportamento ao impacto.

Tabela 2.1 – Apresentação e comparação de vários parâmetros das fibras mais utilizadas em engenharia civil (Rodrigues, 2005).

Propriedades (20°C)	Carbono HM	Carbono HR	Vidro E	Aramida (Kevlar)
Resistência à tracção (MPa)	2500-3100	3500 - 4800	1900-3000	3600
Mód. de elasticidade (GPa)	350-500	215-235	70	135
Deformação na rotura (%)	0,5-0,9	1,4 - 2,0	3,0 - 4,5	2,5
Peso específico (kN/m ³)	18,1	17,5	25,5	14,5

Neste trabalho vão ser utilizadas as de fibras carbono, pois são as que têm o melhor desempenho estrutural, nomeadamente a rigidez, sendo das mais utilizadas na área de construção (as fibras de vidro são muito utilizadas na cintagem de pilares e as de aramida

para elementos sujeitos a choque). Como mostra a Tabela 2.1, existem duas classes de CFRP: as fibras com elevado módulo de elasticidade (HM) e as fibras com elevada resistência à tração (HR).

As fibras de carbono são materiais orgânicos, semi-cristalinos, constituídos por cadeias bidimensionais de átomos de carbono (Lawrence, 2006). Podem ser formadas a partir de temperaturas que oscilam entre 1200°C e 2400°C, através de três principais matérias-primas: alcatrão, poliacrilato (PAN) ou rayon (Juvandes, 1999).

2.2.4. Matriz

A matriz é um constituinte fundamental de um material compósito (para além das fibras) e tem como funções manter a coesão das fibras, protegê-las contra as acções exteriores, inclusive durante o manuseamento, distribuir as tensões pelas fibras e assegurar uma boa transmissão de tensões entre as fibras e a estrutura reforçada, como se pode observar na Figura 2.6. A matriz tem de ter bom comportamento mecânico, designadamente a nível da resistência ao corte (interlaminar e no plano do material compósito) e da resistência à compressão (Agarwal and Broutman, 1999).

Em geral, a matriz pode ser um metal, um polímero, cerâmico ou cimento. Mas nos FRP, a matriz é um polímero. As matrizes poliméricas podem-se dividir em dois grandes grupos: as termoplásticas e as termoendurecíveis, que se distinguem pelo endurecimento irreversível das segundas. Exemplos das termoplásticas são o ácido polilático (PLA), o polipropileno (PP), a poliamida (PA), os policarbonatos (PC), etc. Exemplos das termoendurecíveis são as resinas epóxi, (as resinas de) o viniléster, as resinas fenólicas, os poliésteres insaturados, etc. (Almeida, 2012). As últimas são as mais utilizadas, e possuem mais vantagens que as primeiras: maior resistência aos agentes químicos, menor fluência, menor perda de tensões por relaxação, e melhor comportamento em relação às acções térmicas (Carvalho, 2010).

As matrizes termoendurecíveis, mais concretamente as epoxídicas (resinas epóxi) consideradas neste trabalho, são as mais aplicadas ao reforço FRP. Comparativamente às outras opções termoendurecíveis, as resinas epóxi apresentam melhores propriedades mecânicas, como a resistência, menor retracção, elevada durabilidade, boa trabalhabilidade, boa resistência aos agentes químicos, e possuem boa adesão às fibras que vão envolver. No entanto, este tipo de resinas também apresenta algumas desvantagens, como por exemplo o seu maior custo económico e o seu elevado tempo de cura (Almeida, 2012; Juvandes, 2011)

De referir que há casos, nomeadamente de mantas e tecidos, em que a própria matriz assegura a função de material adesivo (matriz aplicada “*in situ*”), ao contrário dos laminados, em que o FRP é pré-fabricado, e seguidamente colado à estrutura a reforçar com um adesivo (usualmente, resina epóxi).



Figura 2.6 – Composição de um compósito CFRP (Bezerra e Santos, 2019).

2.2.5. Adesivos

Como se explicou, a aplicação do compósito à estrutura a reforçar é feita através de um processo de colagem por adesivo, cuja correta execução é essencial para não comprometer o efeito dos compósitos FRP. A boa aderência garante a eficiência da transmissão de tensões entre o compósito e a estrutura, de forma a maximizar a eficácia deste tipo de reforço (Juvandes, 2002).

Nesta técnica de colagem, como já foi referido, há dois processos alternativos. Nos sistemas pré-fabricados a colagem é feita por um adesivo independente da matriz de impregnação (como se pode observar na Figura 2.7). Nos sistemas curados *in situ* a própria matriz de impregnação é também responsável pela colagem do compósito à estrutura a reforçar.



Figura 2.7 –Aplicação da resina para colagem de um laminado de FRP (STAP@, 2018).

O facto de na sua aplicação mais usual os FRP não serem ancorados mecanicamente ao betão, torna a verificação dos modos de rotura associados ao descolamento do laminado, incluindo a separação do recobrimento, extremamente importante, como se mostrará.

2.2.6. Preparação do substrato e aplicação de laminados de CFRP

Para a aplicação do laminado de CFRP, a superfície da estrutura a reforçar (betão armado) não pode apresentar qualquer tipo de degradação ou anomalia, como fissuração, delaminação, armaduras com corrosão ou expostas. Se existirem fendas ou chochos devem ser preenchidas. A superfície de aplicação tem de estar uniforme e suficientemente plana. Isto tudo é importante, pois a aplicação do laminado numa superfície degradada põe em causa a eficácia deste tipo de reforço, seja pelo desenvolvimento de forças de desvio (que, quando dirigidas para fora do elemento reforçado, favorecem o descolamento), seja por rotura do recobrimento (Rodrigues, 2005; Carvalho, 2010).

Em seguida são apresentados os passos para a aplicação de laminados de CFRP por colagem exterior com resina epóxi (S&P@, 2020).

1. Preparar a superfície (limpeza e regularização) com de jacto de areia ou água, ou por picagem (como exemplo do último, tem se a lixadeira de betão, como se pode verificar na Figura 2.8). Verificar se está suficientemente plana. Proceder ao seu restauro se necessário com uma argamassa específica.
2. Cortar os laminados de CFRP se, como é mais usual e recomendado (porque não se pode utilizar uma ferramenta qualquer), eles não foram fornecidos já cortados com o comprimento requerido (como se pode verificar na Figura 2.9).
3. Limpar o laminado de CFRP para garantir uma boa aderência (como se pode verificar na Figura 2.10).
4. Misturar a resina (duas componentes) que servirá de adesivo entre o laminado de CFRP e o betão armado (como se pode verificar na Figura 2.11).
5. Aplicar a resina no laminado com um doseador de resina (como se pode verificar na Figura 2.12)
6. Aplicar o laminado de CFRP com resina à superfície do elemento de betão armado. Comprimir o laminado contra a superfície de betão com um rolo. Retirar o excesso de cola. Após a secagem podem ser aplicadas eventuais pinturas (como se pode verificar na Figura 2.13).



Figura 2.8 – Preparação da superfície (S&P@, 2020).



Figura 2.9 – Cortar os laminados (S&P@, 2020).



Figura 2.10 – Limpar o laminado (S&P@, 2020).



Figura 2.11 – Misturar a resina (S&P@, 2020).



Figura 2.12 – Aplicar a resina no laminado (S&P@, 2020).



Figura 2.13 – Aplicação do CFRP (S&P@, 2020).

No que respeita ao controlo da aplicação, as irregularidades (não plana) da superfície do betão armado têm de ser inferiores a 5mm em cada 2m e a sua humidade relativa durante a aplicação do laminado, não pode ser superior a 4%. Se estes limites não forem cumpridos, a aderência do laminado ao betão armado pode ser inadequada e comprometer o desempenho do reforço (Rodrigues, 2005).

Após a aplicação e cura, para verificar a qualidade final, procede-se ao ensaio de arrancamento por tração (“pull-off”), que determina a resistência à tração superficial do betão e a aderência de ligação entre os materiais (neste caso o FRP e o betão armado), devendo obter-se uma rotura coesiva no betão.

3. MÉTODO GERAL PARA O DIMENSIONAMENTO DO REFORÇO À FLEXÃO COM LAMINADOS DE CFRP

Como breve introdução a este capítulo, segue-se a exposição e explicação do tipo de problemas (estruturais e não estruturais) em que é utilizado o reforço com laminados de CFRP. Este tipo de produtos podem ser utilizados para reforço à flexão e corte.

3.1. Aplicação de produtos

Os produtos de CFRP colados exteriormente podem complementar a armadura longitudinal no mecanismo resistente à flexão e os estribos no mecanismo resistente ao corte.

O reforço à flexão das vigas (e também das lajes), é conseguido com laminados de CFRP aplicados ao betão de recobrimento na face inferior, no caso dos momentos positivos, paralelamente à direção da armadura ordinária (não obrigatoriamente, no caso das lajes).

O problema de resistência ao corte insuficiente ocorre principalmente em vigas, e pode ser resolvido por colagem de laminados CFRP no betão de recobrimento das faces laterais das vigas de betão armado, com ancoragem, se possível, na superior. Esta disposição também contribui para a resistência ao arrancamento do betão de recobrimento, particularmente quando este risco é causado pelo reforço longitudinal com CFRP.

Neste estudo só se considera o de reforço à flexão com CFRP (como se pode demonstrar na Figura 3.1), não se abordando o reforço ao corte e para efeito de acréscimo do confinamento. Refira-se, todavia, que sempre que se reforça um elemento à flexão é necessário verificar a sua resistência ao corte, uma vez que esta pode passar a ser crítica após o reforço à flexão.

3.2. Potenciais modos de rotura associados ao reforço à flexão com laminados de CFRP

Nesta secção expõe-se primeiro a técnica de reforço à flexão de vigas de betão armado com laminados de CFRP, e seguidamente é estabelecido o Método Geral, um procedimento rigoroso de análise, dimensionamento e verificação de segurança.

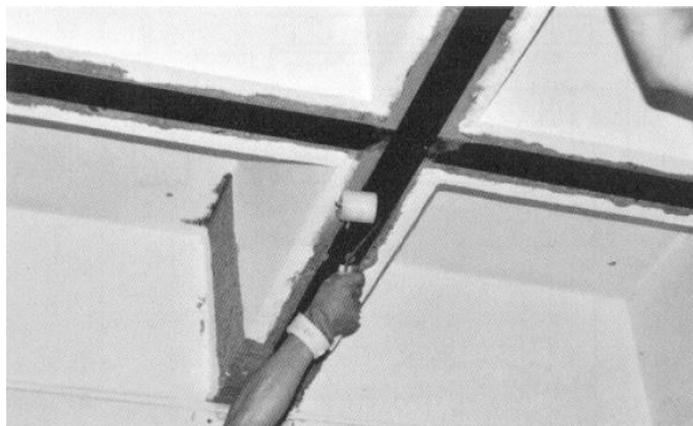


Figura 3.1 – Reforço à flexão de uma viga de betão armado com laminados de CFRP (FIB-Bulletin-14, 2001).

Embora esta técnica ainda não esteja implementada nos Eurocódigos, está a ser preparada a sua introdução na nova versão da EN 1992, sendo importante estudar-se um procedimento de dimensionamento. De facto, embora este material já venha a ser utilizado há alguns anos, é ainda escassa a documentação sobre os processos de dimensionamento e verificação de segurança. A principal dificuldade desta técnica reside nas elevadas tensões de aderência entre o laminado de CFRP e o betão, pois a inexistência de ancoragem transversal e a reduzida resistência à tração do betão de recobrimento pode causar situações indesejáveis, como o descolamento do laminado ou o arrancamento da camada de recobrimento da armadura longitudinal. Este recobrimento já tem tensões de tração elevadas impostas pela armadura ordinária, o que faz com que o nível de fendilhação no betão possa ser elevado e pode pôr em causa a eficácia do reforço, se a resistência do betão for reduzida, pois a aderência entre o laminado e o betão pode ser deficiente.

Resumidamente, apesar de anteriormente já se terem focado os aspectos mais gerais, o reforço à flexão de uma viga de betão armado com laminados de CFRP colados exteriormente está sujeita (para além do ideal esmagamento do betão após cedência da armadura ou do proibitivo esmagamento prematuro do betão típicos dos elementos excessivamente armados), aos seguintes modos de rotura: delaminação por corte do recobrimento da armadura (arrancamento do recobrimento), descolamento do produto de CFRP e rotura do produto CFRP (pouco provável), todos estes normalmente após cedência da armadura longitudinal.

As Figuras 3.2 a 3.6 apresentam vários modos de rotura associados ao arrancamento e descolamento.

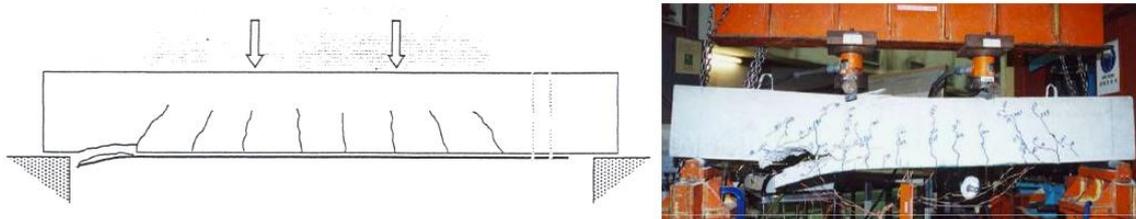


Figura 3.2 – Separação do recobrimento da ancoragem na extremidade (Appleton, s.d.).

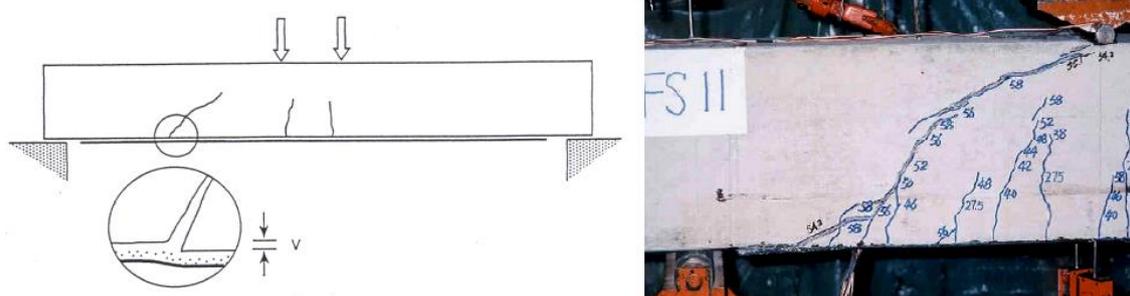


Figura 3.3 - Descolamento em fenda interior de corte (Appleton, s.d.).

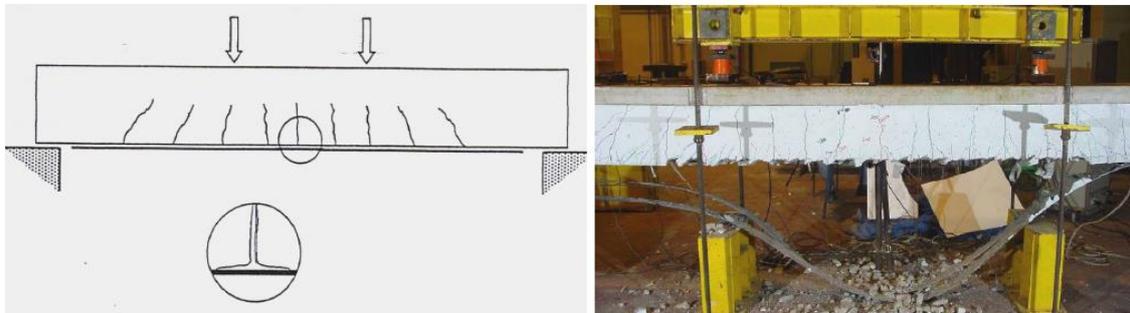


Figura 3.4 - Descolamento em fenda interior de flexão (Appleton, s.d.).

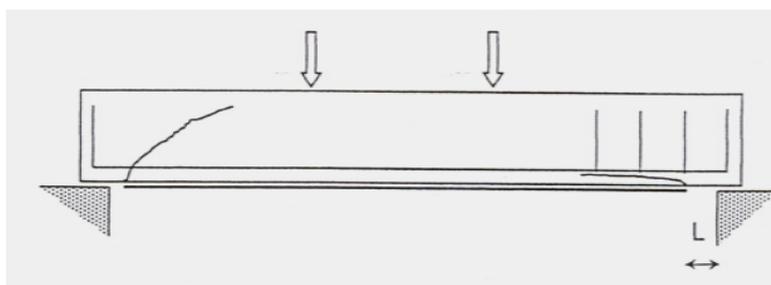


Figura 3.5 – Separação do recobrimento da ancoragem na extremidade (Appleton, s.d.).

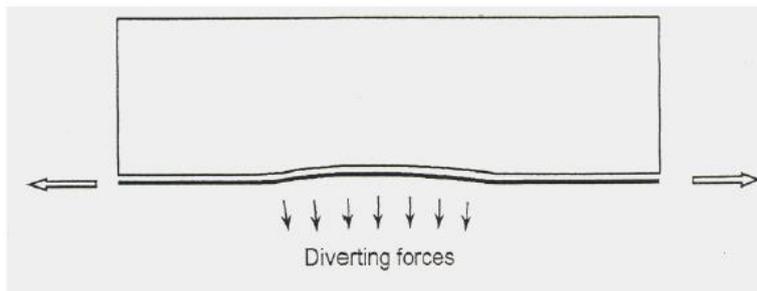


Figura 3.6 - Descolamento do laminado devido a imperfeições geométricas da superfície do substrato (Appleton, s.d.).

Para controlar estes modos de rotura, por arrancamento ou descolamento, é necessário um procedimento rigoroso para a verificação da segurança durante o projeto. Este procedimento tem três partes fundamentais: análise, dimensionamento e verificações de segurança. A título de ilustração deste procedimento, no capítulo 4 é resolvido um exemplo de reforço à flexão, apresentando-se a análise efetuada e o algoritmo implementado no programa Matlab.

A variável principal, como já foi dito, são as tensões de aderência entre o laminado e o substrato de betão, cuja grandeza deve ser controlada para evitar uma rotura precoce. A resistência à tração superficial do betão *in situ* e o módulo de elasticidade do laminado são dois dos parâmetros críticos neste tipo de reforço.

Em seguida, começa-se por determinar uma quantidade essencial para a análise de qualquer problema de reforço à flexão, independentemente do método utilizado (Simplificado ou Geral), que é a extensão inicial do laminado, visto que, quando se aplica o laminado de CFRP, a peça de betão está deformada, “impondo” esta extensão que tem de se ter em consideração. Também se apresenta, de forma resumida, o Método Simplificado, e só depois o Método Geral.

3.3. Determinação da “extensão inicial” do laminado

Inicialmente, é muito importante de referir, quando se cola o laminado à peça de betão, esta já está deformada, pois está sujeita a várias cargas. Este estado de deformação vai implicar como que uma extensão inicial no laminado ($\varepsilon_{L,0}$), simétrica à extensão do betão tracionado na face onde o laminado vai ser colado. A figura 3.7 mostra o estado inicial de uma secção da peça de betão armado antes de ser reforçado com laminado de CFRP, através do diagrama de extensões.

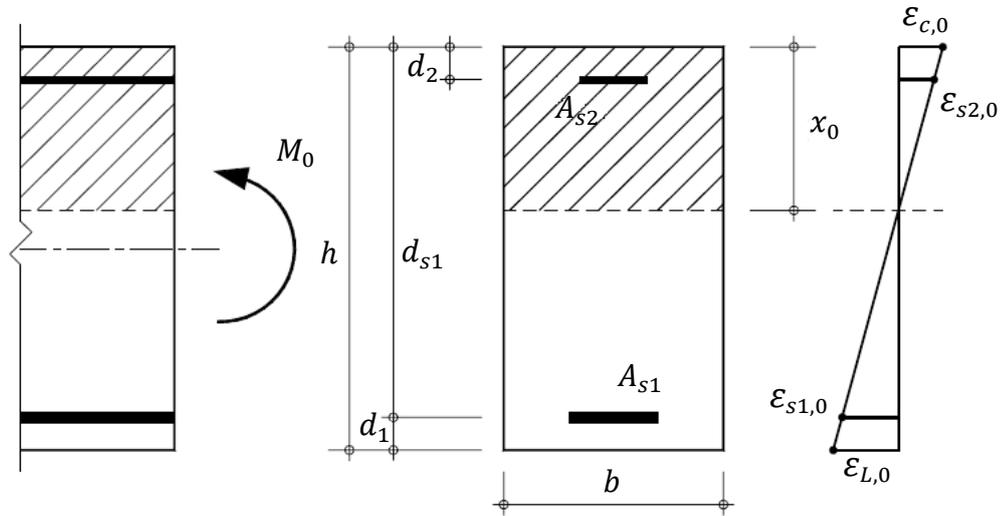


Figura 3.7 – Diagrama de extensões inicial numa secção da peça de betão armado que vai ser reforçada com laminado de CFRP (FIB-Bulletin-14, 2001).

Se se considerar que a resposta do betão comprimido é elástica linear com módulo de elasticidade E_c , o equilíbrio de momentos na posição inicial do eixo neutro da peça (x_0), é dado pela seguinte expressão (FIB-Bulletin-14, 2001):

$$\frac{1}{2} \cdot b \cdot x_0^2 + (\alpha_s - 1) \cdot A_{s2} \cdot (x_0 - d_2) - \alpha_s \cdot A_{s1} \cdot (d_{s1} - x_0) = 0 \quad (3.1)$$

b – Largura da peça de betão armado

d_{s1} – Altura útil da secção

d_2 – Distância entre a secção da armadura longitudinal de compressão e a fibra mais comprimida

x_0 – Posição inicial do eixo neutro (distância à fibra superior, a mais comprimida)

A_{s1} – Área da secção da armadura longitudinal de tração

A_{s2} – Área da secção da armadura longitudinal de compressão

α_s – Coeficiente de homogeneização, $\alpha_s = E_s/E_c$.

Desta equação, a única incógnita, automaticamente determinada, é a posição inicial do eixo neutro da peça.

De seguida já se pode calcular o momento inércia desta secção ($I_{c,0}$), que é dado por (FIB-Bulletin-14, 2001):

$$I_{c,0} = \frac{1}{3} \cdot b \cdot x_0^3 + (\alpha_s - 1) \cdot A_{s2} \cdot (x_0 - d_2)^2 + \alpha_s \cdot A_{s1} \cdot (d_{s1} - x_0)^2 \quad (3.2)$$

Seguidamente através de uma regra de três simples pode determinar-se a extensão inicial na fibra mais comprimida no betão ($\varepsilon_{c,0}$):

$$\varepsilon_{c,0} = \frac{M_0 \cdot x_0}{E_c \cdot I_{c,0}} \quad (3.3)$$

M_0 – Momento fletor inicial

E_c – Valor de cálculo do módulo de elasticidade do betão

A extensão inicial do laminado ($\varepsilon_{L,0}$):

$$\varepsilon_{L,0} = -\varepsilon_{c,0} \cdot \frac{h - x_0}{x_0} \quad (3.4)$$

h – Altura da peça de betão armado

E por último a extensão inicial da armadura longitudinal de tração (ou seja, no momento da colagem do laminado) ($\varepsilon_{s1,0}$):

$$\varepsilon_{s1,0} = -\varepsilon_{c,0} \cdot \frac{d_{s1} - x_0}{x_0} \quad (3.5)$$

Depois de calculada a extensão inicial do laminado, pode-se prosseguir para os Métodos Simplificado e Geral, pois esta extensão tem sempre que entrar nos cálculos de ambos.

3.4. Reforço à flexão com CFRP – Método Simplificado

Antes da exposição e análise do Método Geral, apresenta-se uma alternativa de dimensionamento, que evita ou substitui a verificação do descolamento em pontos interiores, e que constitui o Método Simplificado. Este método é muito utilizado para pré-dimensionamentos de reforço à flexão, e baseia-se na limitação da extensão máxima

admissível do laminado (a cerca de metade da extensão de rotura de cálculo). A justificação para esta redução, obtida com base num estudo estatístico dos resultados para uma série extensa de ensaios experimentais, deve-se a que a rotura deste tipo de reforço se deve normalmente à grandeza das tensões de aderência e não ao esgotamento da resistência do laminado. Esta redução da extensão máxima admissível no laminado torna este método bastante conservativo. Mesmo assim, permite dispensar uma verificação mais rigorosa de dois dos possíveis modos de rotura: a delaminação por corte do recobrimento da armadura e o descolamento do laminado (Providência e Costa, 2020)..

Este método tem muitas condicionantes pelo facto de ter sido estabelecido com base no tratamento estatístico de uma série de resultados experimentais: não é aplicável ao reforço em zonas de momento fletor negativo (face superior dos elementos), não é aplicável se a armadura longitudinal existente é lisa e os laminados devem ser estendidos até aos apoios, de forma a distarem menos de 5cm da sua face.

Além das condições anteriores, o valor da resistência à tração da peça de betão armado a reforçar ($f_{ctm,surf}$) determinado *in situ* através do ensaio *pull-off*, não pode ser inferior ao seguinte mínimo ($f_{ctm,surf,min}$):

$$f_{ctm,surf} \geq f_{ctm,surf,min} = 0.26 \cdot f_{cm}^{2/3} \quad (3.6)$$

f_{cm} – Valor médio efetivo da tensão de rotura do betão à compressão

Porém, se esta condição não se verificar ainda é possível proceder a uma adaptação do método simplificado que possibilita que este continue a poder ser aplicado. Para isso, tem que se substituir o valor médio efetivo da tensão de rotura do betão à compressão (f_{cm}) por um valor corrigido ($f_{cm,cor}$), inferior ao existente, que satisfaça a equação anterior:

$$f_{cm,cor} = \left(\frac{f_{ctm,surf,min}}{0.26} \right)^{1.5} \quad (3.7)$$

Como já foi referido, o valor máximo admissível da extensão no FRP utilizada no método simplificado ($\varepsilon_{L,adm}$), está muito aquém do valor da extensão última efetiva do produto de FRP utilizado. Com base nos resultados de um grande número de ensaios laboratoriais, estabeleceu-se o seguinte valor referência:

$$\varepsilon_{L,adm,1} \cdot 1000 = 0.5 + 0.1 \cdot \frac{l_{eff}}{h} - 0.04 \cdot \frac{\phi}{mm} + 0.06 \cdot \frac{f_{cm,cor}}{MPa} \quad (3.8)$$

$$\varepsilon_{L,adm,2} \cdot 1000 = \begin{cases} 3 \cdot \frac{l_{eff}}{9.7m} \cdot \left(2 - \frac{l_{eff}}{9.7m}\right), & se \ l_{eff} \leq 9.7m \\ 3, & se \ l_{eff} > 9.7m \end{cases} \quad (3.9)$$

$$\varepsilon_{L,adm} = \max\{\varepsilon_{L,adm,1}, \varepsilon_{L,adm,2}\} \quad (3.10)$$

h – Altura da peça de betão armado

l_{eff} – Comprimento efetivo

ϕ – Diâmetro dos varões da armadura longitudinal de tração

Como se referiu, o âmbito de aplicação deste Método Simplificado é muito limitado. Apesar disto, vai-se comparar a sua aplicação com a do Método Geral, de forma a tentar perceber se há situações em que proporciona uma solução razoável ou se serve só para pré-dimensionamento.

De seguida vai-se apresentar muito brevemente o procedimento de dimensionamento do reforço à flexão através deste Método Simplificado.

Este método como já referido, simplifica a verificação ao descolamento por perda de aderência, ou seja, evita-a, tanto em secções interiores como nas extremidades do laminado, mas não dispensa a verificação da delaminação (por corte) do recobrimento da armadura (tendo, naturalmente, que se proceder ainda à verificação do esmagamento do betão). Este método reduz-se praticamente à verificação da extensão máxima no CFRP na secção onde o momento fletor é máximo no estado limite último (Providência e Costa, 2020).

Resumidamente, o laminado de CFRP tem resistência muito elevada com comportamento linear até à rotura, ou seja, frágil. Este método limita-se a garantir no estado limite último (situação de projeto) que a extensão no laminado é inferior à extensão admissível ($\varepsilon_{L,adm}$), o que controla de forma indireta a grandeza das tensões de aderência na interface com o substrato de betão.

Como a análise é efetuada para o momento fletor máximo (na secção onde ele é máximo) no estado limite último, pode-se admitir que a armadura longitudinal de tração está em cedência, até porque a extensão admissível no laminado é muito superior à extensão de

cedência da armadura. No estado limite último pode também admitir-se que o campo de tensões de compressão na secção é do tipo parábola-retângulo ou retangular. Para a apresentação deste procedimento optou-se pelo diagrama parábola-retângulo (PR), como se pode observar na figura 3.8 (embora a utilização do campo retangular seja naturalmente mais simples).

Na altura em que se procede à aplicação do laminado os elementos estruturais que o vão receber já estão em carga, fletidos, de modo que a face que vai receber o laminado apresenta extensões normais ditas extensões iniciais que já foram referidas anteriormente no ponto 3.4 (no FRP e tendo como referência a configuração inicial do elemento). Para o cálculo das extensões iniciais nessa face $\varepsilon_{L,0}$ considera-se as ações aplicadas ao elemento de betão armado no momento do reforço. Quanto menores forem estas cargas, menores serão as extensões iniciais, e, portanto, mais eficaz será o reforço com uma dada quantidade de FRP. Nesse caso, se a combinação de carga (quase permanente) resultar num valor baixo, pode-se admitir que durante o reforço o elemento está a funcionar em fase elástica, o que permite uma análise elástica na secção fendilhada, com o diagrama parábola retângulo para as tensões de compressão no betão, como se pode verificar na figura 3.8.

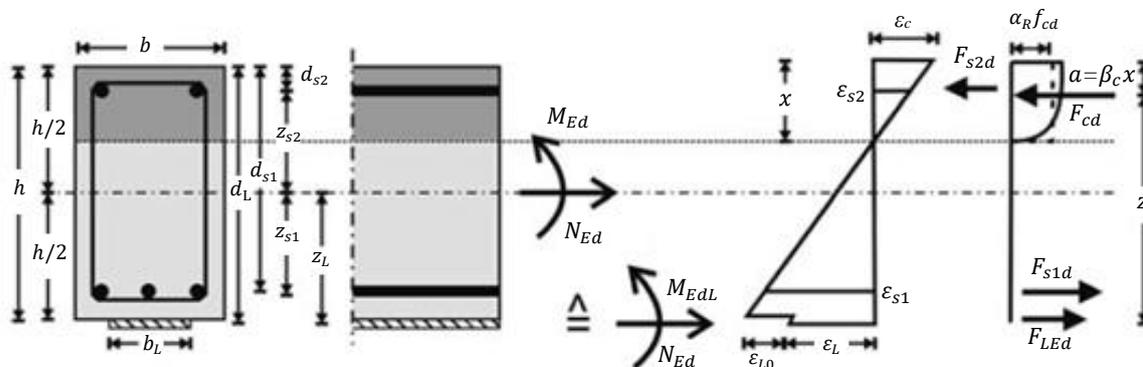


Figura 3.8 – Diagrama parábola-retângulo e de extensões de uma secção da peça de betão armado reforçado com laminado de CFRP (DAfStb, 2012).

Inicialmente, determina-se a extensão admissível para o método simplificado ($\varepsilon_{L,adm}$), a qual terá naturalmente de se verificar que é inferior à extensão última do laminado (ε_{Lud}), de forma a não existir rotura do laminado,

$$\varepsilon_{Lud} = \frac{f_{Luk}}{E_L \cdot \gamma_{LL}} \geq \varepsilon_{L,adm} \quad (3.11)$$

f_{Luk} – Valor último característico da força do laminado de CFRP
 E_L – Módulo de elasticidade do laminado de CFRP
 γ_{LL} – Coeficiente parcial para laminado de CFRP

O equilíbrio de forças é dado pela seguinte expressão:

$$F_{LEd} + F_{S1d} + F_{cd} + F_{S2d} = 0 \quad (3.12)$$

Admitindo que a armadura principal longitudinal de tração (F_{S1d}) está em cedência, a resultante dessa força (valor de cálculo) é a seguinte:

$$F_{S1d} = \frac{A_{s1} \cdot f_{yk}}{\gamma_s} \quad (3.13)$$

f_{yk} – Valor característico da tensão de cedência à tração do aço
 A_{s1} – Área da secção da armadura longitudinal de tração
 γ_s – Coeficiente parcial relativo ao aço da armadura

A resultante das forças na armadura longitudinal de compressão (F_{S2d}), se esta existisse, seria calculada admitindo que se encontra em fase elástica.

A força longitudinal exercida pelo laminado de CFRP (F_{LEd}) é dada por:

$$F_{LEd} = A_L \cdot \varepsilon_{L,adm} \cdot E_L \quad (3.14)$$

A_L – Área do laminado

Admitindo que a extensão máxima no betão está na zona de variação parabólica da tensão ($\varepsilon_c \geq -0.002$), a força do betão sujeito à compressão (F_{cd}) é por:

$$F_{cd} = b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \alpha_R \quad (3.15)$$

f_{cd} - Valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão
 x – Posição do eixo neutro (distância à fibra superior, a mais comprimida)

Onde o valor do coeficiente α_R é função do valor de extensão do betão (ε_c):

$$\alpha_R = \begin{cases} \frac{-\varepsilon_c \cdot 1000}{2} - \frac{(\varepsilon_c \cdot 1000)^2}{12}, & \text{se } \varepsilon_c \geq -0.002 \\ 1 + \frac{2}{3 \cdot \varepsilon_c \cdot 1000}, & \text{se } -0.002 > \varepsilon_c \geq -0.0035 \end{cases} \quad (3.16)$$

(em que o valor da extensão está multiplicado por 1000 nas expressões à esquerda, tal como na equação 3.18). A profundidade do eixo neutro (x), é determinada através de uma regra de três simples em relação ao diagrama de extensões representado na figura 3.8.

$$x = \left(\frac{-\varepsilon_c}{-\varepsilon_c + \varepsilon_{L,adm} + \varepsilon_{L,0}} \right) \cdot d_L \quad (3.17)$$

Voltando ao equilíbrio das forças da fórmula 3.12, já se pode calcular a única incógnita da equação, a extensão de compressão do betão (ε_c).

Antes de calcular-se o (M_{Rd}), é necessário determinar a profundidade da resultante do campo de tensões no betão (a), que adimensionalizada por x dá (β_c):

$$\beta_c = \begin{cases} \frac{8 + \varepsilon_c \cdot 1000}{24 + 4\varepsilon_c \cdot 1000}, & \text{se } \varepsilon_c \geq -0.002 \\ \frac{3(\varepsilon_c \cdot 1000)^2 + 4\varepsilon_c \cdot 1000 + 2}{6(\varepsilon_c \cdot 1000)^2 + 4\varepsilon_c \cdot 1000}, & \text{se } -0.002 > \varepsilon_c \geq -0.0035 \end{cases} \quad (3.18)$$

$$a = \beta_c \cdot x \quad (3.19)$$

Para finalizar, executa-se um somatório de momentos relativamente ao eixo da resultante de compressão da secção, de forma a determinar o momento resistente (M_{Rd}).

$$M_{Rd} = F_{LEd} \cdot z_L + F_{s1d} \cdot z_{s1} + F_{s2d} \cdot z_{s2} \quad (3.20)$$

Onde:

z_L – Distância do eixo da força do laminado até resultante de compressão

z_{s1} – Distância do eixo da força da armadura de tração até resultante de compressão

z_{s2} – Distância do eixo da força da armadura de compressão até resultante de compressão

$$z_L = h - a \quad (3.21)$$

$$z_{s1} = d_{s1} - a \quad (3.22)$$

$$z_{s2} = d_{s2} - a \quad (3.23)$$

Se o momento resistente (M_{Rd}), for maior que o momento das forças atuantes (M_{Ed}), está garantida a segurança relativa aos modos de ruína por descolamento, seja em pontos interiores seja nas extremidades, para o reforço considerado. Caso contrário, tem que se aumentar a área da secção do laminado até que esta condição seja cumprida.

3.5. Dimensionamento do reforço à flexão através do Método Geral

Como se referiu, o Método Simplificado é um método muito limitado, no sentido em que são muitas as circunstâncias práticas em que a sua aplicação não é permitida pelo futuro Eurocódigo. Apresenta-se seguidamente o correspondente Método Geral, de análise, dimensionamento e verificações de segurança. Este Método Geral foi primeiro proposto numa norma alemã (DAfStb, 2012), e adiante foi calibrado pelo livro FIB-90 (FIB-Bulletin-90, 2019). É importante referir que tanto a norma como o livro apresentam procedimentos praticamente iguais, sem grandes alterações.

A aplicação desta técnica de reforço à flexão com laminados de CFRP colados exteriormente a vigas de betão armado, deve atender aos modos de rotura anteriormente referidos. Na prática, a verificação da segurança inclui a resistência à flexão (que engloba o esmagamento do betão, a cedência da armadura longitudinal de tração e a rotura por tração do produto do CFRP), o descolamento em secções interiores e nas extremidades, e, por último a separação do recobrimento.

As tensões de aderência entre o laminado e o substrato de betão são muito elevadas, e são o grande problema deste tipo de reforço. A resistência à tração do betão de recobrimento onde se aplica o reforço pode condicionar a utilização deste tipo técnica, pois as suas tensões resultam não apenas do reforço, mas também da armadura ordinária de tração preexistente. E também é importante referir que este tipo de reforço não é “ancorado” transversalmente ao betão (ao contrário da armadura ordinária “agarrada” pelos estribos), o que levanta mais problemas. Resumindo, tem que haver alguma forma de controlar estas questões, pois elas comprometem a eficácia desta técnica, sendo, a verificação de segurança fundamental.

Nota: A norma (DAfStb, 2012) é uma fonte indireta, ou seja, as referências à mesma nesta dissertação são todas retiradas de (Zilch et al., 2014), não só porque não se conseguiu aceder à mesma, não existindo uma cópia na biblioteca do DEC, mas também porque, mesmo que existisse, a sua consulta seria difícil porque está escrita em alemão. Refira-se ainda que os autores deste livro estão estreitamente ligados ao desenvolvimento da referida norma alemã, podendo-se admitir que escreveram este livro para divulgar e ilustrar o seu conteúdo.

3.5.1. Verificação da segurança da resistência à flexão

Para a análise da resistência à flexão, seguindo a norma alemã (DAfStb, 2012) e o Boletim FIB-90 (FIB-Bulletin-90, 2019), procede-se de forma semelhante à adotada em peças lineares convencionais (ou seja, sem FRP) de betão armado. Esta análise é feita na secção da peça de betão com o momento fletor máximo para estados limites últimos. O campo de tensões de compressão no betão pode ser obtido pelo bloco retangular ou pelo diagrama parábola-retângulo. O método escolhido para este trabalho foi o último. O equilíbrio de forças tem como parcelas, se se ignorar a contribuição da armadura de compressão, a força de compressão do betão (F_{cd}), a força de tração das armaduras longitudinais (F_{sd}), e por último, a força no laminado CFRP (F_{LEd}). Nestas condições, considera-se que a extensão do betão comprimido já atingiu o limite de rotura ($\varepsilon_c = -0.0035$), a armadura principal está em cedência, e a extensão do produto CFRP está ainda aquém do seu máximo (ε_{Lud}). O betão nestas condições está fendilhado, ou seja, a sua resistência de tração é praticamente nula.

A figura 3.8 ilustra o estado da peça de betão nas condições anteriormente referidas. O equilíbrio de forças é dado pela seguinte expressão:

$$F_{LEd} + F_{s1d} + F_{cd} + F_{s2d} = 0 \quad (3.24)$$

A armadura principal longitudinal de tração (F_{s1d}) está em cedência, e a resultante dessa força (valor de cálculo) é a seguinte:

$$F_{s1d} = \frac{A_{s1} \cdot f_{yk}}{\gamma_s} \quad (3.25)$$

A resultante das forças na armadura longitudinal de compressão (F_{s2d}), é calculada de admitindo que ainda não entrou em cedência.

A força longitudinal exercida pelo laminado de CFRP (F_{LEd}) é dada pela seguinte equação 3.26.

$$F_{LEd} = A_L \cdot \varepsilon_L \cdot E_L \quad (3.26)$$

ε_L – Extensão do laminado

A força de compressão no betão (F_{cd}) é calculada pela seguinte equação:

$$F_{cd} = b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \alpha_R \quad (3.27)$$

Onde o valor do coeficiente α_R depende da extensão no betão (ε_c), ver expressão 3.16.

A profundidade do eixo neutro (x), é determinada através de uma regra de três simples em relação ao diagrama de extensões representado na figura 3.8.

$$x = \left(\frac{-\varepsilon_c}{-\varepsilon_c + \varepsilon_L + \varepsilon_{L,0}} \right) \cdot d_L \quad (3.28)$$

A extensão de compressão no betão está estipulada ($\varepsilon_c = -0.0035$), a extensão inicial do laminado foi determinada na secção 3.3, e a única incógnita é a extensão do laminado (ε_L).

Resolvendo equação de equilíbrio de forças obtém-se a extensão do laminado. Esta extensão tem que ser menor que a extensão última do laminado (ε_{Lud}), para garantir que o laminado não rompe (antes do betão).

Seguidamente, executa-se um somatório de momentos relativamente ao eixo da peça, de forma a determinar o momento resistente (M_{Rd}) (como se executou no Método Simplificado, expressão 3.20). Se este for inferior ao momento das forças atuantes (M_{Ed}), tem que se substituir o laminado por um que seja mais resistente (aumentar a área do laminado), e repetir o processo, até se obter $M_{Rd} > M_{Ed}$.

Se a extensão do laminado for maior que extensão última ($\varepsilon_L > \varepsilon_{Lud}$), a rotura do laminado acontece antes do esmagamento do betão. Nesse caso, seria necessário refazer o cálculo, mas agora limitando a extensão no laminado ($\varepsilon_L = \varepsilon_{Lud}$), e resolver a verificação de segurança à flexão de uma forma quase idêntica à resolução do método simplificado. Primeiro determina-se a extensão do betão à compressão, e em seguida

calcula-se o momento resistente (M_{Rd}), para observar se este é superior ao momento das cargas atuantes ($M_{Rd} > M_{Ed}$). Se esta condição for verificada, tem que se verificar ainda a segurança em relação ao descolamento do laminado de CFRP e arrancamento da camada de recobrimento da armadura longitudinal.

3.5.2. Verificação da segurança ao descolamento em pontos interiores

As trações perpendiculares à superfície do betão podem causar dois problemas, o descolamento do laminado ou o arrancamento do recobrimento. A parte de betão envolvida pelos estribos está amarrado, e na superfície do recobrimento não está, e as tensões podem ser de tal maneira elevadas que pode originar um desses problemas referidos, pois o betão tem resistência à tração muito reduzida. Para avaliar o risco de rotura desta forma, é preciso avaliar as tensões de adesão, e para avaliar estas é preciso determinar a posição das fendas de betão, e distância média entre estas. Só sabendo isto é que se pode determinar o acréscimo de tensão do laminado entre duas fendas consecutivas, sendo que este tem que ser limitado. Este processo referido na norma alemã (DAfStb, 2012) e no livro FIB-90 (FIB-Bulletin-90, 2019), é um processo parecido ao método simplificado do (CEN (1992) Parte 1-1) de SLS para controlo de fendilhação, em que se necessita também da distância média entre as fendas para avaliar o acréscimo de tensões no betão.

Para a verificação de segurança ao descolamento nos pontos interiores, e visto que a peça de betão já está fendilhada, irá executar-se uma análise entre as várias fendas existentes. Esta baseia-se no incremento de tensões no laminado entre as várias fendas, consecutivamente. Primeiro que tudo tem que se saber qual a distância, e posicionamento exato das fendas ao longo da peça de betão. Logo para iniciar vai calcular-se o espaçamento entre fendas. Através do livro FIB-90 (FIB-Bulletin-90, 2019), de uma forma conservativa, o cálculo deste espaçamento (s_r) pode ser determinado a partir do comprimento de transmissão da armadura ($l_{e,0}$):

$$s_r = 1.5 \cdot l_{e,0} \quad (3.29)$$

Este comprimento de transmissão da armadura é dado por:

$$l_{e,0} = \frac{M_{cr}}{z_d \cdot F_{bsm}} \quad (3.30)$$

F_{bsm} – Força de adesão média por unidade de comprimentos nos varões

M_{cr} – Momento de fendilhação (cracking)

Onde, o valor $z_d = 0.9 \cdot d_{s1}$, sendo d_{s1} a altura útil da secção da peça de betão. O momento de fendilhação, é calculado através da fórmula presente no ponto 8.1.6. do Anexo J, do (CEN (1992) Parte 1-1):

$$M_{cr} = \kappa_{fl} \cdot f_{ctm,surf} \cdot W_{c,0} \quad (3.31)$$

Que contempla o valor da tensão de rotura do betão à tração simples superficial *in situ* ($f_{ctm,surf}$), o momento estático da secção transversal de betão não fendilhada ($W_{c,0}$), e o coeficiente (κ_{fl}), que podem ser determinados da seguinte maneira, respetivamente:

$$W_{c,0} = \frac{b \cdot h^2}{6} \quad (3.32)$$

$$\kappa_{fl} = 1.6 - h \geq 1.0 \quad (3.33)$$

Para concluir o cálculo do espaçamento de fendas, precisa-se determinar a força de adesão média por unidade de comprimentos nos varões (F_{bsm}), que é função do diâmetro e número de varões na armadura longitudinal, e da tensão de adesão média da mesma (f_{bsm}):

$$F_{bsm} = \sum_{i=1}^n n_{s,i} \cdot \pi \cdot \phi_{s,i} \cdot f_{bsm} \quad (3.34)$$

$n_{s,i}$ – Número de varões da armadura longitudinal de tração

$\phi_{s,i}$ – Diâmetro dos varões da armadura longitudinal de tração

Em que a tensão de adesão média da armadura longitudinal é dada por:

$$f_{bsm} = \begin{cases} 0.43\kappa_{vb1} \cdot f_{cm}^{2/3}, & \text{para varões nervurados} \\ 0.28\kappa_{vb2} \cdot \sqrt{f_{cm}}, & \text{para varões lisos} \end{cases} \quad (3.35)$$

Onde $\kappa_{vb1} = \kappa_{vb2} = 1$, para boas condições de aderência, e $\kappa_{vb1} = 0.7$ e $\kappa_{vb2} = 0.5$, para médias condições de aderência.

A utilização apenas da tensão de aderência entre o laminado e a peça de betão nas extremidades dos laminados, não é suficiente, pois este valor fica muito aquém da

resistência à tração do laminado. Esta tensão é determinada através de um ensaio de corte para avaliação da aderência (*pull-out*). O ensaio é um procedimento em que se puxa o laminado introduzido com tensões tangenciais, paralelamente à face de betão. O resultado deste ensaio, é a força que é necessária aplicar para que haja o descolamento entre a peça de betão e o laminado. Mas na prática, o laminado usado para o reforço à flexão resiste a uma força muito superior a essa. Entre fendas existe um incremento de força do laminado que tem que ser tido em conta. Se não existisse fendilhação o valor obtido através do ensaio era suficiente (ou seja, em cada fenda a tensão de aderência no betão é zero e pode começar a crescer a partir desse valor, aumentando cumulativamente a tensão normal no laminado). No ensaio não se tem em conta os parâmetros do atrito residual (fricção), nem curvatura (a peça não está à flexão), que são essenciais. É por isso que não se deve trabalhar só com o valor indicado pelo fabricante.

Por isso, o cálculo do incremento de tensão do laminado entre fendas (ΔF_{LRd}), tem que ter em conta 3 componentes, que são: o adesivo ($\Delta F_{Lk,BL}$) que é baseada no resultado do ensaio de aderência, o atrito ($\Delta F_{Lk,BF}$) que cobre o resíduo que surge após a perda da aderência, e a curvatura ($\Delta F_{Lk,KF}$) que cobre o acréscimo de aderência em virtude da força de compressão adicional entre FRP e substrato causado pela flexão da viga. Através da seguinte expressão:

$$\Delta F_{LRd} = \frac{\Delta F_{Lk,BL} + \Delta F_{Lk,BF} + \Delta F_{Lk,KF}}{\gamma_{BA}} \quad (3.36)$$

γ_{BA} – Coeficiente parcial para betão

A seguinte figura 3.9 representa a contribuição destas três componentes para tração no laminado, ou seja, para o acréscimo de força entre as fendas (aumenta a tensão no laminado).

E como já foi referido, o incremento da resistência do laminado entre fendas (ΔF_{LRd}) tem que ser maior que o acréscimo da força no mesmo (ΔF_{LEd}), de forma a evitar o descolamento.

$$\Delta F_{LEd} \leq \Delta F_{LRd} \quad (3.37)$$

O acréscimo de força no laminado entre fendas consecutivas, é dado por:

$$\Delta F_{LEd} = F_{LEd}(x - s_r) - F_{LEd}(x) \quad (3.38)$$

Voltando ao cálculo do incremento de tensão do laminado entre fendas, a primeira parcela secções ($\Delta F_{Lk,BL}$) está associada à relação constitutiva para a ligação, que é uma relação bilinear. Isto é uma característica de ligação. Esta é uma relação entre as forças tangenciais (τ_L) e o escorregamento na ligação (s_L). A relação bilinear é constituída por uma primeira parte que é elástica, e uma segunda parte de amaciamento, fenómeno frágil.

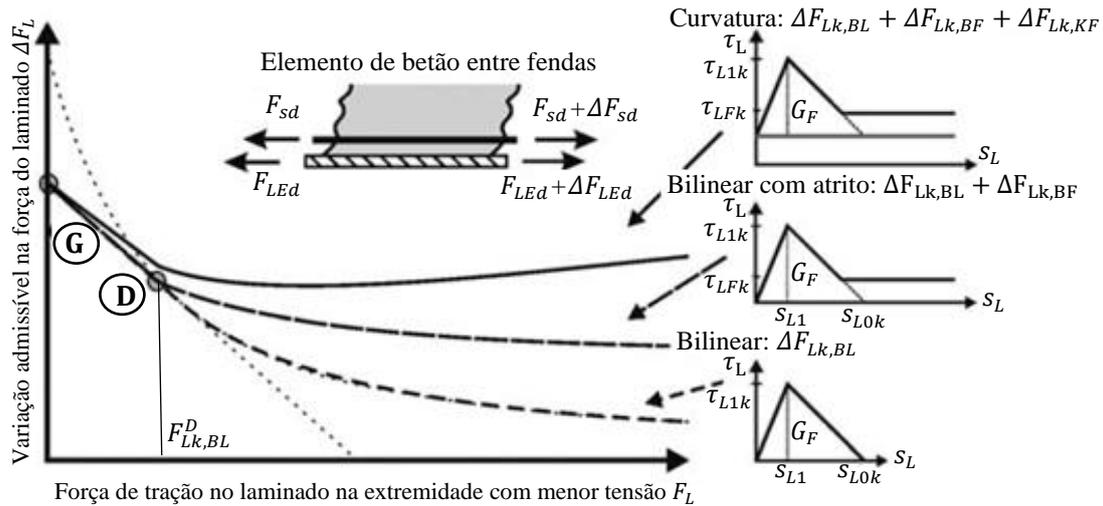


Figura 3.9 – Variação do incremento da força no laminado FRP em função da força já instalada, considerando as três componentes: adesão, atrito e curvatura (DAfStb, 2012).

Na relação bilinear, ver figura 3.9, tem um valor de (s_{L0k}), que é escorregamento total no momento em que se dá o descolamento total (costuma ser um valor muito pequeno, ou seja, corresponde a deformações muito pequenas). A tensão tangencial máxima (τ_{L1k}), é um valor que depende das características do betão. O material crítico é o betão, porque estas colas epóxicas têm uma resistência muito superior ao betão, e o material que envolve as fibras do FRP também tem uma resistência muito superior às do betão.

O valor da tensão tangencial máxima (τ_{L1k}) (CEN, 2018) é dado por:

$$\tau_{L1k} = 0.366 \cdot \sqrt{\alpha_{cc} \cdot f_{cm} \cdot \alpha_{ct} \cdot f_{ctm,surf}} \quad (3.39)$$

Onde o coeficiente $\alpha_{cc} = 1$ e $\alpha_{ct} = 1$.

Através da norma alemã (DAfStb, 2012), o acréscimo da força do laminado entre cada duas fendas ($\Delta F_{Lk,BL}$) é dado por:

$$\Delta F_{Lk,BL} = \begin{cases} \Delta F_{Lk,BL}^G - \frac{\Delta F_{Lk,BL}^G - \Delta F_{Lk,BL}^D}{F_{Lk,BL}^D} F_{LEd}, & \text{para } F_{LEd} \leq F_{Lk,BL}^D \\ \sqrt{b_L^2 \cdot \tau_{L1k} \cdot s_{L0k} \cdot E_L \cdot t_L + F_{LEd}^2} - F_{LEd}, & \text{para } F_{Lk,BL}^D \leq F_{LEd} \leq F_{Lud} \end{cases} \quad (3.40)$$

b_L – Largura do laminado de CFRP

t_L – Espessura do laminado de CFRP

$F_{Lk,BL}^D$ – Valor da força do laminado entre duas fendas, no sobescrito D

F_{LEd} – Valor da força longitudinal exercida pelo laminado de CFRP

F_{Lud} – Valor último da força do laminado de CFRP

Em que os sobrescritos G se refere a uma secção do laminado sem força axial, e o ponto D à secção do laminado onde a força axial deixa de ser dependente da distância entre fendas, logo o valor de $\Delta F_{Lk,BL}^G$ é dado pela expressão 3.41.

$$\Delta F_{Lk,BL}^G = \begin{cases} b_L \sqrt{E_L \cdot s_{L0k} \cdot \tau_{L1k}} \cdot \frac{s_r}{l_{bL,max}} \left(2 - \frac{s_r}{l_{bL,max}} \right), & \text{para } s_r \leq l_{bL,max} \\ b_L \sqrt{E_L \cdot s_{L0k} \cdot \tau_{L1k}}, & \text{para } s_r \geq l_{bL,max} \end{cases} \quad (3.41)$$

$l_{bL,max}$ – Comprimento máximo de amarração

$$\Delta F_{Lk,BL}^D = \sqrt{b_L^2 \cdot \tau_{L1k} \cdot s_{L0k} \cdot E_L \cdot t_L + F_{Lk,BL}^D{}^2} - F_{Lk,BL}^D \quad (3.42)$$

E o valor último da força do laminado de CFRP é calculado pela seguinte expressão:

$$F_{Lud} = A_L \cdot \varepsilon_{Lud} \cdot E_L \quad (3.43)$$

O valor da força do laminado entre duas fendas, no sobescrito D, que é momento em que começa a descolar o laminado do betão, é dado pela equação 3.44.

$$F_{Lk,BL}^D = \frac{E_L \cdot S_{L0k} \cdot b_L \cdot t_L}{s_r} - \tau_{L1k} \frac{s_r \cdot b_L}{4} \quad (3.44)$$

Um dos aspetos que vai complicar um pouco as expressões, é a capacidade que os laminados têm de suportar uma certa força no ensaio de corte. Para que essa força seja suportada, e a transmissão de esforços seja eficiente, existe um certo comprimento efetivo do contacto entre o laminado e o substrato que tem que ser assegurado. Há 2 hipóteses. Se a distância entre duas fendas consecutivas for suficientemente grande, utiliza-se o valor do comprimento de amarração dado pelo fabricante; se a distância entre duas fendas consecutivas for demasiado pequena, então não está disponível aquele comprimento todo de amarração, e em vez de se utilizar o valor de fabricante, só se pode usar o valor disponível. Para este valor impõe-se um limite, que vai ser o comprimento máximo de amarração ($l_{bL,max}$), que está associado à informação do fabricante. Se se verificar que as fendas estão demasiado próximas, então não se consegue desenvolver a tensão de aderência máxima do laminado. O comprimento máximo de amarração é dado por:

$$l_{bL,max} = \frac{2}{\kappa_{Lb}} \cdot \sqrt{\frac{S_{L0k} \cdot E_L \cdot t_L}{\tau_{L1k}}}, \quad (3.45)$$

onde $\kappa_{vb1} = \kappa_{vb2} = 1$, para boas condições de aderência, e $\kappa_{vb1} = 0.7$ e $\kappa_{vb2} = 0.5$, para médias condições de aderência.

Passando para a segunda parcela do cálculo do incremento de força do laminado entre fendas, que é a parcela devida ao atrito, esta é definida a partir do momento que o laminado começa a descolar, pois mesmo aí ainda há alguma resistência ao escorregamento, que é uma resistência por atrito. Essa resistência é o patamar que acrescentaram à relação bilinear (como se pode verificar no digrama bilinear com atrito, figura 3.8) que é uma tensão residual. Teoricamente já se esgotou a capacidade resistente da ligação, mas por atrito, ainda há uma parcela adicional. É dada pela expressão 3.46.

$$\Delta F_{Lk,BF} = \begin{cases} 0, & \text{para } F_{LEd} \leq F_{Lk,BL}^D \\ \tau_{LFk} \cdot b_L \cdot \left(s_r - \frac{2 \cdot t_L \cdot E_L}{\tau_{L1k}} \cdot \left(\sqrt{\frac{S_{L0k} \cdot \tau_{L1k}}{t_L \cdot E_L} + \frac{F_{LEd}^2}{b_L^2 \cdot t_L^2 \cdot E_L^2}} - \frac{F_{LEd}}{b_L \cdot t_L \cdot E_L} \right) \right), & \end{cases}$$

$$\text{para } F_{Lk,BL}^D \leq F_{LEd} \leq F_{Lud} \quad (3.46)$$

Onde a tensão do laminado na situação onde já se esgotou a capacidade resistente da ligação (τ_{LFk}) (CEN, 2018), é dada por:

$$\tau_{LFk} = 11 \cdot \alpha_{cc} \cdot f_{cm}^{-0.9} \quad (3.47)$$

A terceira parcela é relacionada com o facto da viga estar fletida, e nesta condição, o atrito entre o laminado e o betão aumenta. Se estivesse plano seria menor o atrito entre as duas. É como se o betão estivesse a puxar ainda mais o laminado de encontro a si. Isso aumenta o atrito como é óbvio. Esta parcela pode ser calculada através da seguinte expressão:

$$\Delta F_{Lk,KF} = s_r \cdot \kappa_k \cdot \frac{\varepsilon_{Lr1} - \varepsilon_{cr1}}{h} \cdot b_L, \quad (3.48)$$

onde $\kappa_{vb1} = \kappa_{vb2} = 1$, para boas condições de aderência, e $\kappa_{vb1} = 0.7$ e $\kappa_{vb2} = 0.5$, para médias condições de aderência.

ε_{Lr1} – Extensão do laminado de CFRP à tração na fenda em estudo

ε_{cr1} – Extensão betão à compressão na fenda em estudo

3.5.3. Verificação da segurança ao descolamento nas extremidades

Depois de verificada a segurança ao descolamento em pontos interiores, tem que se efetuar a verificação da segurança ao descolamento nas extremidades. De acordo com a norma alemã (DAfStb, 2012) e o livro FIB-90 (FIB-Bulletin-90, 2019), a análise no fim da ancoragem do laminado pode ser feita de três situações distintas, ver figura 3.10, consoante a primeira fenda está suficientemente afastada do ponto de inflexão, demasiado próxima deste ponto, ou sejam utilizadas amarrações transversais em FRP.

A localização da fenda de flexão mais próxima do ponto de momento zero é definida para a combinação de projeto em relação aos ELU (estados limites últimos) sem ter em consideração a translação do diagrama de momento fletor. A translação do diagrama de momento fletores só é feita quando se faz uma interrupção na armadura longitudinal.

Seja o l_{bL} o comprimento do laminado para além da secção fissurada, e $M_{Rd}(l_{bL})$ o momento resistente na secção fissurada, o qual é função de l_{bL} . Para se verificar segurança este momento resistente, tem que ser igual ou superior ao momento fletor atuante na secção onde se forma a fenda (M_{Ed}), situação em que se vai ter em consideração a

translação do momento atuante do laminado. A distância (l_{bL}) é da extremidade do laminado à posição da fenda mais próxima do ponto de inflexão.

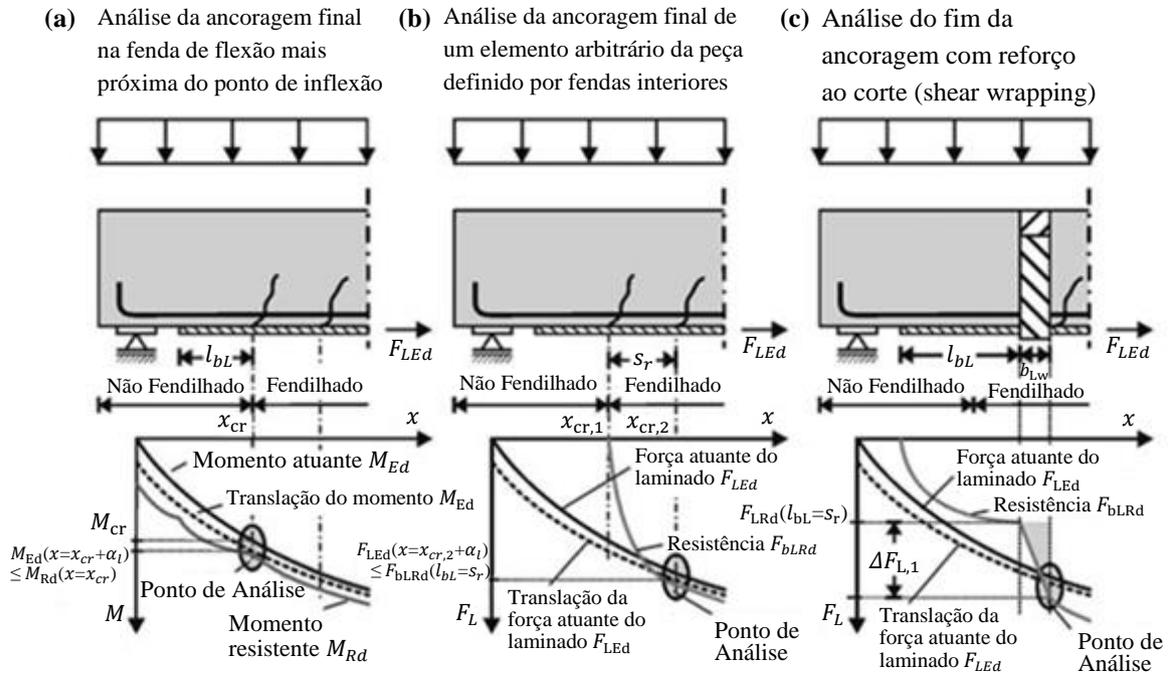


Figura 3.10 – Análise dos três tipos de verificação ao descolamento nas extremidades dos laminados de CFRP (DAfStb, 2012).

$$M_{Ed}(x = x_{cr,2} + \alpha_l) \leq M_{Rd}(l_{bL}) \quad (3.49)$$

$x_{cr,2}$ – Posição onde se forma a segunda fenda (a contar do apoio)
 α_l – Acréscimo de distância devido à translação do momento fletor

Em que o momento resistente é dado por:

$$M_{Rd}(l_{bL}) = \varepsilon_{LRk}^a(l_{bL}) \cdot E_L \cdot A_L \cdot z_L^a \cdot \frac{1}{\gamma_{BA}} + \varepsilon_{SRk}^a(l_{bL}) \cdot E_s \cdot A_s \cdot z_s^a \cdot \frac{1}{\gamma_s} \quad (3.50)$$

z_L^a – Distância do eixo laminado até à resultante do betão na fenda de flexão mais próxima do ponto de inflexão

z_s^a – Distância do eixo da força da armadura de tração até à resultante do betão na fenda de flexão mais próxima do ponto de inflexão

γ_s – Coeficiente parcial para o aço

$\varepsilon_{SRk}^a(l_{bL})$ – Extensão da armadura longitudinal do aço na fenda de flexão mais próxima do ponto de inflexão

$\varepsilon_{LRk}^a(l_{bL})$ – Extensão do laminado CFRP na fenda de flexão mais próxima do momento de inflexão

Onde:

$$z_L^a = h - x \cdot k_a \quad (3.51)$$

$$z_S^a = d_s - x \cdot k_a \quad (3.52)$$

Em que o coeficiente $k_a = 0.4$ (FIB-Bulletin-90, 2019).

A extensão do laminado CFRP na fenda de flexão mais próxima do ponto de inflexão ($\varepsilon_{LRk}^a(l_{bL})$) é obtida da seguinte forma:

$$\varepsilon_{LRk}^a(l_{bL}) = \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{l_{bL}}{l_{bL,lim}}\right) \cdot \varepsilon_{LRk,lim}^a, & \text{para } 0 < l_{bL} < l_{bL,lim} \\ \varepsilon_{LRk,lim}^a, & \text{para } l_{bL,lim} \leq l_{bL} \end{cases} \quad (3.53)$$

Se o comprimento da amarração (l_{bL}) for superior ao limite ($l_{bL,lim}$), a extensão do laminado vai ser a máxima, impondo assim um limite ($\varepsilon_{LRk}^a(l_{bL}) = \varepsilon_{LRk,lim}^a$). Caso contrário, é necessário reduzir este valor de extensão, como se pode ver nas equações (3.53).

A extensão limite do laminado CFRP na fenda de flexão mais próxima do momento de inflexão ($\varepsilon_{LRk,lim}^a$) é calculada da seguinte forma:

$$\varepsilon_{LRk,lim}^a = 0.985 \cdot \frac{f_{bLk,max}}{E_L} \quad (3.54)$$

Onde o valor máximo característico da resistência de aderência do laminado, é dado por:

$$f_{bLk,max} = \sqrt{\frac{S_{L0k} \cdot E_L \cdot \tau_{L1k}}{t_L}} \quad (3.55)$$

E o comprimento de amarração limite é dado por:

$$l_{bL,lim} = 0.86 \cdot l_{bL,max} \quad (3.56)$$

A extensão da armadura longitudinal do aço na fenda de flexão mais próxima do momento de inflexão é calculada ($\varepsilon_{SRk}^a(l_{bL})$) através a da seguinte expressão:

$$\varepsilon_{SRk}^a(l_{bL}) = \kappa_{VB} \cdot \kappa_{bsk} \cdot (s_{Lr}^a(l_{bL}))^{\frac{\alpha_N+1}{2}} \cdot \left(\frac{d^a - x^a}{d_L^a - x^a} \right)^{\frac{\alpha_N+1}{2}} \leq f_{yk}/E_s \quad (3.57)$$

d^a – Altura útil da secção (na fenda de flexão mais próxima do momento de inflexão)

d_L^a – Distância do centro de massa do FRP à fibra mais comprimida (na fenda de flexão mais próxima do momento de inflexão)

x^a – Profundidade do eixo neutro (na fenda de flexão mais próxima do momento de inflexão)

$s_{Lr}^a(l_{bL})$ – Espaçamento entre fendas (na fenda de flexão mais próxima do momento de inflexão)

Em que $\alpha_N = 0$ para varões lisos e 0.25 para varões nervurados, $\kappa_{VB} = 1$ para boas condições de aderência e 0.7 para médias condições, e κ_{b1k} , κ_{b2} , κ_{b3} , κ_{b4} estão definidos na tabela 3.1.

$$s_{Lr}^a(l_{bL}) = \begin{cases} 0.213mm \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{l_{bL}}{l_{bL,lim}}\right) \right), & \text{para } 0 < l_{bL} < l_{bL,lim} \\ 0.213mm + (l_{bL} - l_{bL,lim}) \cdot \varepsilon_{LRk,lim}^a, & \text{para } l_{bL,lim} \leq l_{bL} \end{cases} \quad (3.5)$$

$$\kappa_{bsk} = \kappa_{b1k} \cdot \sqrt{\frac{f_{cm}^{\kappa_{b2}}}{E_s \cdot \phi^{\kappa_{b3}} \cdot (E_{Lm} \cdot t_L)^{\kappa_{b4}}} } \quad (3.59)$$

Tabela 3.1 – Coeficientes κ_{b1k} , κ_{b2} , κ_{b3} , κ_{b4} em função do tipo de superfície dos varões longitudinais (DAfStb, 2012).

Aço	Nervurado	Liso
κ_{b1k}	2.545	1.292
κ_{b2}	1.0	1.3
κ_{b3}	0.8	1.0
κ_{b4}	0.2	0.3

Se a primeira fissura se formar demasiado próxima do apoio, deve-se considerar que a ancoragem final ocorre num elemento de viga entre fendas. Assim, a análise anterior é substituída pela análise da ancoragem final de um elemento arbitrário da peça definido

por fendas interiores (análise esquematizada (b) da figura 3.10), situação em que se vai ter em consideração a translação da força atuante do laminado.

Neste caso deve ser verificado que a resistência do CFRP (F_{bLRd}) é maior que a força no CFRP no elemento entre fendas interiores (F_{LEd}).

$$F_{LEd}(x = x_{cr,2} + \alpha_l) \leq F_{bLRd} \quad (3.60)$$

α_l – Acréscimo de distância devido à translação do diagrama de momentos

A força de resistência do CFRP é calculada da seguinte maneira:

$$F_{bLRd} = b_L \cdot t_L \cdot f_{bLd}(s_r) \quad (3.61)$$

Onde, o valor de cálculo da resistência por aderência do laminado ($f_{bLd}(s_r)$), entre fendas interiores, é calculado através da seguinte fórmula:

$$f_{bLd}(s_r) = \frac{f_{bLk}(s_r)}{\gamma_{BA}} \quad (3.62)$$

Em que o valor característico da resistência de aderência do laminado ($f_{bLk}(s_r)$), entre fendas interiores, é dado por:

$$f_{bLk}(s_r) = \begin{cases} f_{bLk,max} \cdot \frac{s_r}{l_{bL,max}} \left(2 - \frac{s_r}{l_{bL,max}} \right), & \text{para } s_r < l_{bL,max} \\ f_{bLk,max}, & \text{para } s_r \geq l_{bL,max} \end{cases} \quad (3.6)$$

E o valor máximo característico da resistência de aderência do laminado ($f_{bLk,max}$), é seguinte:

$$f_{bLk,max} = \sqrt{\frac{s_{L0k} \cdot E_L \cdot \tau_{L1k}}{t_L}} = \sqrt{\frac{170 \cdot 10^6 \cdot 0.0002 \cdot 3346.5}{0.0012}} = 3.079 \cdot 10^5 \text{ kPa} \quad (3.64)$$

Se existir reforço ao corte (shear wrapping), vai ser necessário fazer uma análise no fim da ancoragem (análise esquematizada (c) da figura 3.10). O laminado CFRP ao ser ancorado mecanicamente nas extremidades, isto faz com que a resistência não só ao corte

amente, mas também aumente a resistência ao descolamento das extremidades como também aumente a resistência à rotura do recobrimento. Neste capítulo o que interessa é o aumento ao descolamento das extremidades, em que a força de aderência na presença deste reforço aumenta. O cálculo deste valor é semelhante ao do ponto anterior (análise da ancoragem final de um elemento arbitrário da peça definido por fendas interiores), com a adição de uma nova parcela, relativa ao incremento que traz esse reforço ($\Delta F_{L,1}$).

$$F_{bLRd} = b_L \cdot t_L \cdot f_{bLd}(s_r) + \frac{\Delta F_{L,1}}{\gamma_{BA}} \quad (3.65)$$

3.5.4. Verificação da segurança ao arrancamento do recobrimento

Quer se aplique o Método Simplificado, quer se utilize o Método Geral, a verificação da segurança à flexão ainda inclui a verificação da segurança ao arrancamento do recobrimento. A próxima versão do Eurocódigo 2, apresenta um procedimento de simples aplicação para efetuar esta verificação.

4. EXEMPLO DE APLICAÇÃO: REFORÇO DE VIGA

Neste capítulo, para uma melhor compreensão do Método Geral, é apresentada a resolução de um exemplo prático de uma viga reforçada com laminado de CFRP, utilizando o programa Matlab. Esta viga tem secção 0.3x0.5m, está simplesmente apoiada e sujeita a dois tipos de carga uniformemente distribuídas: permanente ($G_k = 15\text{kN/m}$) e sobrecarga ($Q_k = 25\text{kN/m}$). A viga assenta em dois pilares de secção 0.3x0.3m.

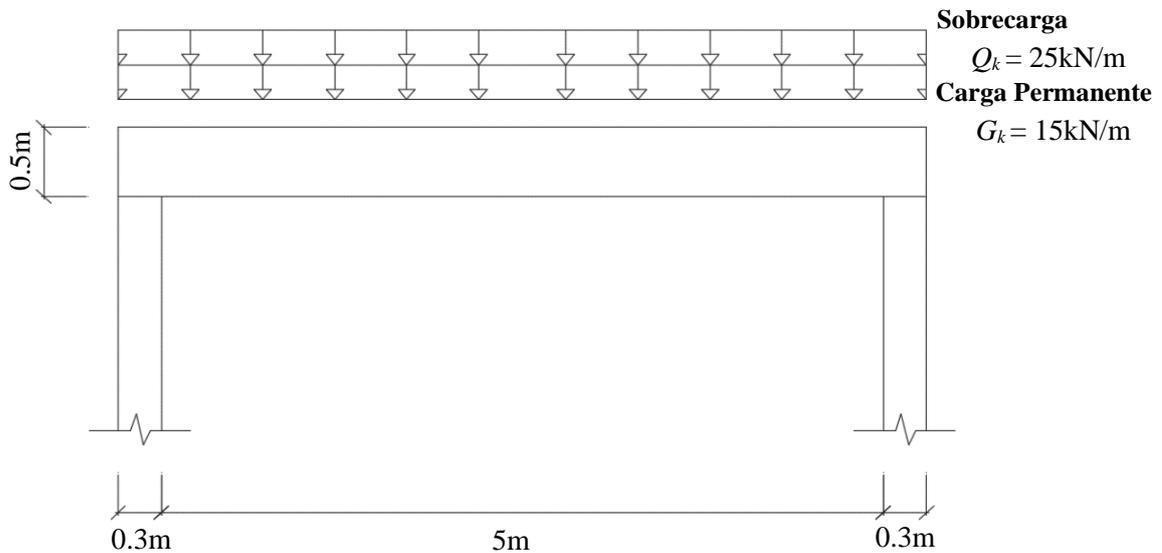


Figura 4.1 – Viga simplesmente apoiada sujeita a 2 tipos de cargas uniformemente distribuídas (permanente e sobrecarga).

Betão

A classe do betão é C30/37 (ou seja, tem um valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 d de idade (f_{ck}) de 30MPa). O módulo de elasticidade do betão (E_c) é de 33GPa (de acordo com o Eurocódigo 2, Parte 1-1 (CEN, 1992)). O valor médio efetivo da tensão de rotura do betão à compressão (f_{cm}) é de 38MPa. O valor médio da tensão de rotura do betão à tração simples superficial ($f_{ctm,surf}$), determinado num ensaio *in situ* através de um ensaio experimental *pull-off*, vale de 2.2MPa

Aço

O tipo de aço utilizado é o A500 NR, alta ductilidade (com valor característico da tensão de cedência à tração do aço das armaduras (f_{yk}) de 500Mpa). O módulo de elasticidade do aço (E_s) é de 200GPa. O diâmetro dos varões para a armadura longitudinal é de 16mm e para a armadura transversal é de 8mm. Esta viga é composta por uma área da secção da

armadura longitudinal de tração (A_{s1}) equivalente a 10.05cm^2 (ou seja; $5\phi 16\text{mm}$). Com uma altura útil (d_{s1}) de 45cm . Não possui armadura longitudinal de compressão. A armadura transversal (A_{sw}) é $2R\phi 8//0.30\text{m}$.

Betão armado

A secção da viga tem de recobrimento 2.5cm .

Laminado de CFRP

O laminado de fibra de carbono que vai reforçar esta viga é fabricado pela empresa S&P, e foi escolhido através da ficha técnica S&P C-Laminate (S&P C-Laminate, 2018). É um tipo de laminado SM (módulo de elasticidade standard), com um módulo de elasticidade (E_L) de 170GPa , valor último de resistência à tração (f_{Luk}) de 2.8GPa . Em relação à secção, este laminado tem de largura (b_L) 80mm e de espessura (t_L) 1.2mm . É ainda importante de realçar que é aplicado até 5cm da face do apoio.

Para efeitos de cálculo, o comprimento efetivo do vão vale:

$$l_{eff} = l_n + a_1 + a_2 = 5 + \frac{0.3}{2} + \frac{0.3}{2} = 5.3 \text{ m} \quad (4.1)$$

Em seguida vão ser apresentadas as combinações de ações para as várias situações de projeto, que são necessárias para a resolução do exemplo (CEN, 1990).

No caso dos estados limites últimos, a combinação de ações para situações de projeto persistentes ou transitórias (combinações fundamentais) (CEN, 1990) é a seguinte:

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} + \gamma_P \cdot P + \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \quad (4.2)$$

$$p_{ULS} = 1.35 \cdot 15 + 1.5 \cdot 25 = 57.75 \text{ kN/m}$$

Situação que apresenta os diagramas de esforço transversal e momento fletor na figura 4.2. Para os estados limites de utilização, é necessária a combinação quase-permanente (CEN, 1990):

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} \quad (4.3)$$

$$p_{CQP} = 15 = 15 \text{ kN/m}$$

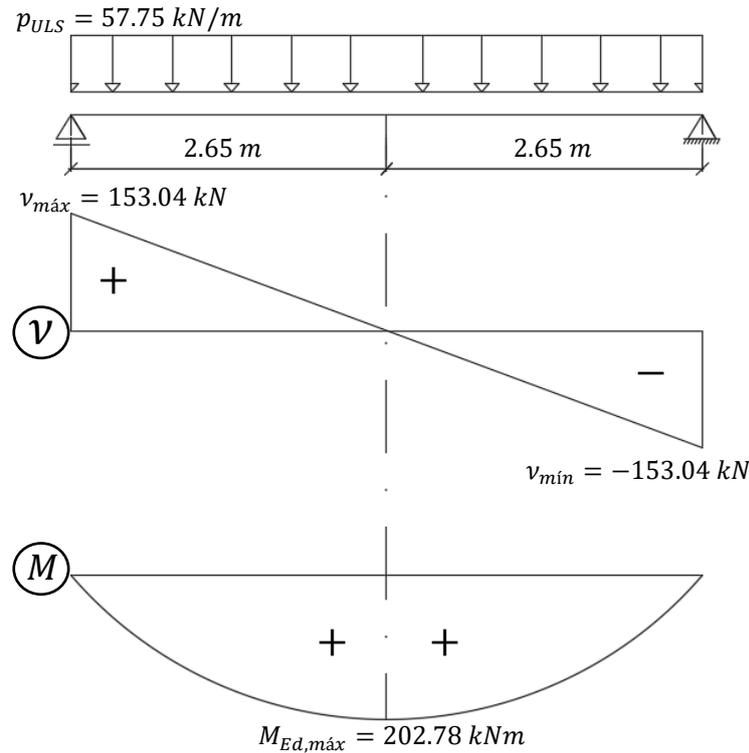


Figura 4.2 – Diagramas de esforço transverso e momento fletor para a situação de estados limites últimos, combinação fundamental.

Situação que apresenta os diagramas de esforço transverso e momento fletor na figura 4.3.

A tabela 4.1 resume os momentos máximos, esforços transversos máximos e mínimos, para as várias situações de projeto.

Tabela 4.1 – Momentos máximos, esforços transversos máximos e mínimos para as 2 situações de projeto.

Combinação	$M_{Ed,\max} \text{ (kNm)}$	$v_{\max} \text{ (kN)}$	$v_{\min} \text{ (kN)}$
ULS ($p_{ULS} = 57.75 \text{ kN/m}$)	202.78	153.04	-153.04
Quase-Permanente ($p_{CQP} = 15 \text{ kN/m}$)	52.67	39.75	-39.75

Nota: As unidades usadas na resolução do exemplo são o metro (m), o kiloNewton (kN), e o kiloPascal (kPa). Quando forem usadas outras unidades tal será.

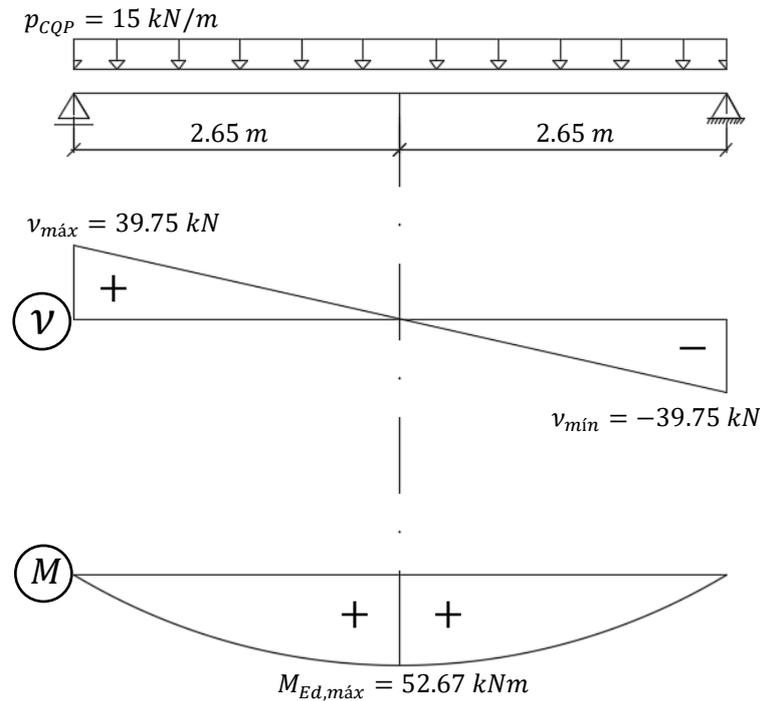


Figura 4.3 – Diagramas de esforço transverso e momento fletor para a situação de estados limites de utilização, combinação quase-permanente.

4.1. Determinação da extensão inicial do laminado

Como se explicou na secção 3.3, inicialmente tem que se calcular a extensão inicial do laminado, um “acréscimo” de extensão derivado às cargas já impostas na viga.

Calcula-se a posição inicial do eixo neutro da peça (x_0) por equilíbrio de momentos:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot b \cdot x_0^2 &= \alpha_s \cdot A_{s1} \cdot (d - x_0) \\ \frac{1}{2} \cdot 0.3 \cdot x_0^2 &= \frac{200}{33} \cdot 10.05 \cdot 10^4 \cdot (0.45 - x_0) \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$x_0 = 0.1164 \text{ m}$$

O momento de inércia da secção da viga de betão armado é a seguinte:

$$\begin{aligned} I_{c,0} &= \frac{1}{3} \cdot b \cdot x_0^3 + \alpha_s \cdot A_{s1} \cdot (d - x_0)^2 \\ &= \frac{1}{3} \cdot 0.3 \cdot 0.1164^3 + \frac{200}{33} \cdot 10.05 \cdot 10^4 \cdot (0.45 - 0.1164)^2 \\ &= 8.356 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4 \end{aligned} \quad (4.5)$$

Uma regra três simples determina a extensão inicial na fibra mais comprimida no betão:

$$\varepsilon_{c,0} = -\frac{M_0 \cdot x_0}{E_c \cdot I_{c0}} = -\frac{52.67 \cdot 0.1164}{33 \cdot 10^6 \cdot 8.356 \cdot 10^{-4}} = -2.223 \cdot 10^{-4} > -0.002 \quad (4.6)$$

Seguidamente, calcula-se a extensão inicial da armadura longitudinal de tração,

$$\varepsilon_{s1,0} = -\varepsilon_{c,0} \cdot \frac{d_{s1} - x_0}{x_0} = -2.223 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{0.45 - 0.1164}{0.1164} = 6.372 \cdot 10^{-4} \quad (4.7)$$

E por fim, a extensão inicial do laminado, que é relevante para a determinação da extensão da face tracionada a meio vão ($\varepsilon_{face, trac}$), como se vai verificar mais adiante,

$$\varepsilon_{L,0} = -\varepsilon_{c,0} \cdot \frac{h - x_0}{x_0} = -(-2.223 \cdot 10^{-4}) \cdot \frac{0.5 - 0.1164}{0.1164} = 7.327 \cdot 10^{-4} \quad (4.8)$$

4.2. Método Simplificado

A resolução pelo Método Simplificado é apresentada de seguida. Como já se referiu, este método, muito conservador, consiste na limitação da extensão máxima admissível do laminado.

A resistência à tração da peça de betão armado a reforçar ($f_{ctm,surf}$) determinada *in situ* através do ensaio *pull-off*, não pode ser inferior ao imposto na expressão 4.9. Como esta condição não é verificada, o valor médio efetivo da tensão de rotura do betão à compressão (f_{cm}) tem que ser substituído por um valor corrigido ($f_{cm,cor}$).

$$f_{ctm,surf} \geq f_{ctm,surf,min} = 0.26 \cdot \frac{f_{cm}^{\frac{2}{3}}}{MPa} = 0.26 \cdot 38^{\frac{2}{3}} = 2.939 MPa \quad (4.9)$$

$$f_{ctm,surf} = 2.939 = 0.26 \cdot f_{cm,cor}^{\frac{2}{3}} \Leftrightarrow f_{cm,cor} = \left(\frac{2.2}{0.1164}\right)^{\frac{3}{2}} = 24.61 MPa$$

Seguidamente, calcula-se o valor máximo admissível da extensão no CFRP, ($\varepsilon_{L,adm}$),

$$\begin{aligned} \varepsilon_{L,adm1} &= 0.5 + 0.1 \cdot \frac{l_0}{h} - \frac{\varnothing}{mm} + 0.06 \cdot \frac{f_{cm,cor}}{MPa} \\ &= 0.001 \cdot \left(0.5 + 0.1 \cdot \frac{5.3}{0.5} - 0.04 \cdot 16 + 0.06 \cdot 24.61\right) \\ &= 2.397 \cdot 10^{-3} \end{aligned} \quad (4.10)$$

Como $l_{eff} \leq 9.7m$,

$$\begin{aligned}\varepsilon_{L,adm,2} &= 3 \cdot \frac{l_{eff}}{9.7m} \cdot \left(2 - \frac{l_{eff}}{9.7m}\right) = 0.001 \cdot \left(3 \cdot \frac{5.3}{9.7} \cdot \left(2 - \frac{5.3}{9.7}\right)\right) \\ &= 2.383 \cdot 10^{-3}\end{aligned}\quad (4.11)$$

$$\varepsilon_{L,adm} = \max\{\varepsilon_{L,adm,1}, \varepsilon_{L,adm,2}\} = 2.397 \cdot 10^{-3} \quad (4.12)$$

Este valor não pode ultrapassar a extensão última do laminado (ε_{Lud}):

$$\varepsilon_{Lud} = \frac{f_{Luk}}{E_L \cdot \gamma_{LL}} = \frac{2.8 \cdot 10^6}{170 \cdot 10^6 \cdot 1.3} = 12.67 \cdot 10^{-3} > 2.397 \cdot 10^{-3} \quad (4.13)$$

Condição verificada, pode prosseguir-se o método.

O valor da força do laminado de CFRP é dado por

$$F_{LEd} = A_L \cdot \varepsilon_{Ld,máx} \cdot E_L = 9.6 \cdot 10^{-5} \cdot 2.397 \cdot 10^{-3} \cdot 170 \cdot 10^6 = 39.12 \text{ kN} \quad (4.14)$$

A extensão na face onde se cola o laminado é dada pela soma entre a extensão máxima admissível no laminado e a extensão inicial do laminado (calculada na expressão 4.8).

$$\varepsilon_{facetr} = \varepsilon_{L,adm} + \varepsilon_{L,0} = 2.397 \cdot 10^{-3} + 0.7327 \cdot 10^{-3} = 3.130 \cdot 10^{-3} \quad (4.15)$$

A força na armadura longitudinal de tração vale

$$F_{s1d} = \frac{a_{s1} \cdot f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{10.05 \cdot 10^{-4} \cdot 500 \cdot 10^3}{1.15} = 436.96 \text{ kN} \quad (4.16)$$

Assumindo para o coeficiente (α_R) que $\varepsilon_c \geq -0.002$, a resultante de compressão no betão é dada pela expressão 4.17, função da extensão de compressão no betão (ε_c),

$$\begin{aligned}F_{cd} &= b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \alpha_R = \\ &= b \cdot \left(\frac{-\varepsilon_c}{-\varepsilon_c + \varepsilon_{L,adm} + \varepsilon_{L,0}}\right) \cdot d_L \cdot f_{cd} \cdot \left(\frac{-\varepsilon_c}{2} - \frac{\varepsilon_c^2}{12}\right) = \\ &= 0.3 \cdot \left(\frac{-\varepsilon_c}{-\varepsilon_c + 3.130 \cdot 10^{-3}}\right) \cdot 0.5 \cdot 20 \cdot 10^3 \cdot \left(\frac{-\varepsilon_c}{2} - \frac{\varepsilon_c^2}{12}\right)\end{aligned}\quad (4.17)$$

Por equilíbrio de forças, determina-se (ε_c)

$$F_{LEd} + F_{s1d} - F_{cd} = 0$$

$$57.81 + 436.96 - 0.3 \cdot \left(\frac{-\varepsilon_c}{-\varepsilon_c + 3.7687 \cdot 10^{-3}} \right) \cdot 0.5 \cdot 20 \cdot 10^3 \cdot \left(\frac{-\varepsilon_c}{2} - \frac{\varepsilon_c^2}{12} \right) = 0 \quad (4.18)$$

$$\varepsilon_c = -6.328 \cdot 10^{-4} > -0.002$$

Logo, o que foi assumido anteriormente sobre $\varepsilon_c \geq -0.002$, está verificado.

A profundidade do eixo neutro é calculada por uma regra três simples

$$x = \frac{-\varepsilon_c}{-\varepsilon_c + \varepsilon_{Ld,máx} + \varepsilon_{L,0}} = \frac{6.328 \cdot 10^{-4}}{6.328 \cdot 10^{-4} + 3.130 \cdot 10^{-3}} = 0.1682 \quad (4.19)$$

A distância do eixo da força de compressão à fibra mais comprimida é a seguinte:

$$a = \beta_c \cdot x = 0.3431 \cdot 0.1682 \cdot 0.5 = 0.02716 \text{ m} = 27.16 \text{ mm} \quad (4.21)$$

em que o coeficiente (β_c) é calculado por (para $\varepsilon_c \geq -0.002$),

$$\beta_c = \frac{8 + \varepsilon_c}{24 + 4 \cdot \varepsilon_c} = \frac{8 - 0.6328}{24 - 4 \cdot 0.6328} = 0.3431 \quad (4.20)$$

A distância do eixo da armadura de tração à resultante da compressão vale

$$z_{s1} = d_{s1} - a = 0.45 - 0.02716 = 0.4228 \text{ m} \quad (4.22)$$

E a distância do eixo do laminado à resultante da compressão

$$z_L = h - a = 0.5 - 0.02716 = 0.4728 \text{ m} \quad (4.23)$$

Através de um somatório de momentos no eixo da força de compressão da peça, retira-se o momento resistente (M_{Rd}).

$$M_{Rd} = F_{s1d} \cdot z_{s1} + F_{Ld} \cdot z_L = 436.96 \cdot 0.4228 + 57.81 \cdot 0.4728$$

$$= 212.1 \text{ kN} \quad (4.24)$$

Verifica-se que o momento resistente (M_{Rd}) de 212.1kN é maior que o momento fletor (M_{Ed}) de 202.78kN, logo há segurança em relação à flexão e conseqüentemente à

delaminação por corte do recobrimento da armadura e ao descolamento do laminado. Se esta condição não se verificasse, tinha que se aumentar a área da secção do laminado.

4.3. Método Geral

4.3.1. Verificação da segurança da resistência à flexão

No Método Geral, para a verificação da resistência à flexão, ver secção 3.5.1, considera-se que o betão comprimido já rompeu ($\varepsilon_c = -0.0035$), a armadura está em cedência e a extensão do laminado de CFRP está aquém do seu máximo (ε_{Lud}). Este procedimento de cálculos é parecido ao do Método Simplificado.

A armadura principal de tração está em cedência,

$$F_{s1d} = \frac{a_{s1} \cdot f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{10.05 \cdot 10^{-4} \cdot 500 \cdot 10^3}{1.15} = 436.96 \text{ kN} \quad (4.25)$$

A resultante no laminado depende da extensão do laminado (ε_L):

$$F_{LEd} = a_L \cdot \varepsilon_L \cdot E_L = 9.6 \cdot 10^{-5} \cdot \varepsilon_L \cdot 170 \cdot 10^6 \quad (4.26)$$

A resultante no betão depende de x , e portanto de (ε_L),

$$\begin{aligned} F_{cd} &= b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \alpha_R = \\ &= b \cdot \left(\frac{-\varepsilon_c}{-\varepsilon_c + \varepsilon_L + \varepsilon_{L,0}} \right) \cdot d_L \cdot f_{cd} \cdot \left(1 + \frac{2}{3 \cdot \varepsilon_c} \right) = \\ &= 0.3 \cdot \left(\frac{3.5 \cdot 10^{-3}}{3.5 \cdot 10^{-3} + \varepsilon_L + 7.327 \cdot 10^{-4}} \right) \cdot 0.5 \cdot 20 \cdot 10^3 \cdot \left(1 - \frac{2}{3 \cdot 3.5 \cdot 10^{-3}} \right) \end{aligned} \quad (4.27)$$

Por equilíbrio de forças determina-se (ε_L),

$$\begin{aligned} F_{LEd} + F_{s1d} - F_{cd} &= 0 \\ 9.6 \cdot 10^{-5} \cdot \varepsilon_L \cdot 170 \cdot 10^6 + 436.96 - 0.3 \cdot \left(\frac{3.5 \cdot 10^{-3}}{3.5 \cdot 10^{-3} + \varepsilon_L + 7.327 \cdot 10^{-4}} \right) \cdot 0.5 \cdot 20 \cdot 10^3 \cdot \left(1 - \frac{2}{3 \cdot 3.5 \cdot 10^{-3}} \right) &= 0 \quad (4.28) \\ \varepsilon_L &= 9.949 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

Com este valor de extensão do laminado, pode concluir-se que este não é superior ao valor da extensão última do laminado ($\varepsilon_{Lud} = 12.67 \cdot 10^{-3}$), logo é garantido que o laminado não rompe (antes do betão) e assim sendo pode prosseguir se os cálculos.

A profundidade do eixo neutro relativa à fibra mais comprimida é a seguinte:

$$x = \frac{-\varepsilon_c}{-\varepsilon_c + \varepsilon_L + \varepsilon_{L,0}} \cdot d_L = \frac{3.5}{3.5 + 9.949 + 0.7327} = 0.2468 \text{ m} \quad (4.29)$$

O coeficiente (β_c) é dado por:

$$\beta_c = \frac{3 \cdot \varepsilon_c^2 + 4 \cdot \varepsilon_c + 2}{6 \cdot \varepsilon_c^2 + 4 \cdot \varepsilon_c} = \frac{3 \cdot 3.5^2 - 4 \cdot 3.5 + 2}{6 \cdot 3.5^2 - 4 \cdot 3.5} = 0.42 \quad (4.30)$$

A distância da resultante de compressão à fibra mais comprimida vale:

$$a = k_a \cdot \xi \cdot d_L = 0.42 \cdot 0.2468 \cdot 0.5 = 0.05183 \text{ m} = 51.83 \text{ mm} \quad (4.31)$$

Onde:

$$z_{s1} = d_{s1} - a = 0.45 - 0.05183 = 0.3982 \text{ m} \quad (4.32)$$

$$z_L = h - a = 0.5 - 0.05183 = 0.4482 \text{ m} \quad (4.33)$$

O momento resistente (M_{Rd}) é dado pelo somatório de momentos relativamente à resultante de compressão,

$$\begin{aligned} M_{Rd} &= F_{s1d} \cdot z_{s1} + F_{Ld} \cdot z_L = \\ &= 436.96 \cdot 0.3982 + 0.4482 \cdot 9.6 \cdot 10^{-5} \cdot 9.663 \cdot 10^{-3} \cdot 170 \cdot 10^6 = \\ &= 246.76 \text{ kN} \end{aligned} \quad (4.34)$$

O momento resistente (M_{Rd}) de 246.76kN é superior ao momento atuante (M_{Ed}) de 202.78kN, comprovando a segurança à flexão. Comparando os valores entre momentos resistentes calculados pelos 2 Métodos (Método Simplificado $M_{Rd}=212.1\text{kN}$ e o do Método Geral $M_{Rd}=246.76\text{kN}$), verifica-se uma discrepância de 34.66kN, ou seja, o Método Simplificado é bastante conservativo, só servindo para pré-dimensionamentos.

4.3.2. Verificação da segurança ao descolamento em pontos interiores

Para verificar a segurança ao descolamento em pontos interiores analisam-se os segmentos entre fendas, ver secção 3.5.2. Para tal, tem que se calcular o espaçamento entre fendas (s_r).

Inicialmente calcula-se o coeficiente (κ_{fl}).

$$\kappa_{fl} = 1.6 - h = 1.6 - 0.5 = 1.1 \geq 1.0 \quad (4.35)$$

O momento estático da secção transversal de betão não fendilhado.

$$W_{c,0} = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{0.3 \cdot 0.5^2}{6} = 0.0125 \text{ m}^3 \quad (4.36)$$

O momento de fendilhação:

$$M_{cr} = \kappa_{fl} \cdot f_{ctm,surf} \cdot W_{c,0} = 1.1 \cdot 2200 \cdot 0.0125 = 30.25 \text{ kNm} \quad (4.37)$$

A tensão de adesão média da armadura longitudinal:

$$f_{bsm} = 0.43 \kappa_{vb1} \cdot f_{cm}^{2/3} = 1.0 \cdot 0.43 \cdot 38^{2/3} = 4.86 \text{ N/mm}^2 = 4.86 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2 \quad (4.38)$$

Em seguida calcula-se a força de adesão média por unidade de comprimentos dos varões:

$$F_{bsm} = \sum_{i=0}^n n_{s,i} \cdot \pi \cdot \phi_{s,i} \cdot f_{bsm} = 5 \cdot 0.016 \cdot \pi \cdot 4.86 \cdot 10^3 = 1221.5 \text{ kN/m} \quad (4.39)$$

O comprimento de transmissão da armadura vale

$$l_{e,0} = \frac{M_{cr}}{z_d \cdot F_{bsm}} = \frac{30.25}{0.9 \cdot 0.45 \cdot 1221.5} = 0.0612 \text{ m} \quad (4.40)$$

E por fim, calcula-se o espaçamento entre fendas:

$$s_r = 1.5 \cdot l_{e,0} = 1.5 \cdot 0.0612 = 0.0918 \text{ m} = 91.8 \text{ mm} \quad (4.41)$$

Observa-se que o espaçamento entre fendas é reduzido, devido à altura significativa da secção da peça de betão (0.5m), o que reduz também o comprimento de transmissão da armadura ($l_{e,0}$).

Seguidamente, para calcular o incremento de tensão do laminado entre fendas (ΔF_{LRd}), como exemplo, analisa-se o segmento entre a terceira e quarta fendas a contar do meio vão da viga.

A posição da quarta fenda é a seguinte:

$$x_{cr,4} = \frac{l}{2} - 3 \cdot s_r = \frac{5.3}{2} - 3 \cdot 0.0918 = 2.375 \text{ m} \quad (4.42)$$

É necessário calcular o momento fletor inicial na quarta fenda ($M_{Ed,0}$) (combinação quase permanente), ver secção 3.3, para se determinar a extensão inicial do laminado ($\varepsilon_{L,0}$).

$$M_{Ed,0} = \frac{p_{CQP} \cdot l}{2} \cdot x_{cr,4} - \frac{p_{CQP} \cdot x_{cr,4}^2}{2} = \frac{15 \cdot 5.3}{2} \cdot 2.375 - \frac{15 \cdot 2.375^2}{2} = 52.10 \text{ kNm} \quad (4.43)$$

Esse valor, depois de seguir o procedimento dito, e várias iterações, vai ser $\varepsilon_{L,0} = 0.72$.

De seguida, calcula-se o momento fletor nessa fenda.

$$M_{Ed} = \frac{p_{ULS} \cdot l}{2} \cdot x_{cr,4} - \frac{p_{ULS} \cdot x_{cr,4}^2}{2} = \frac{57.75 \cdot 5.3}{2} \cdot 2.375 - \frac{57.75 \cdot 2.375^2}{2} = 200.59 \text{ kNm} \quad (4.44)$$

Através de um sistema de duas equações com duas incógnitas, chega-se após várias iterações à extensão no laminado (ε_L) e de compressão no betão (ε_c), nessa mesma fenda,

$$\begin{cases} M_{Ed} = M_{Rd} \\ F_{s1d} + F_{LEd} - F_c = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_{Ed} = F_{s1d} \cdot z_{s1} + F_{LEd} \cdot z_L \\ \frac{a_{s1} \cdot f_{yk}}{\gamma_s} + a_L \cdot \varepsilon_L \cdot E_L - b \cdot \left(\frac{-\varepsilon_c}{-\varepsilon_c + \varepsilon_L + \varepsilon_{L,0}} \right) \cdot d_L \cdot f_{cd} \cdot \left(1 + \frac{2}{3 \cdot \varepsilon_c} \right) = 0 \end{cases} \quad (4.45)$$

$$\begin{cases} 200.59 = 436.96 \cdot 0.3982 + (9.6 \cdot 10^{-5} \cdot \varepsilon_L \cdot 170 \cdot 10^6) \cdot 0.4482 \\ 436.96 + 9.6 \cdot 10^{-5} \cdot \varepsilon_L \cdot 170 \cdot 10^6 - 0.3 \cdot \left(\frac{-\varepsilon_c}{-\varepsilon_c + \varepsilon_L + 7.2 \cdot 10^{-4}} \right) \cdot 0.5 \cdot 20 \cdot 10^3 \cdot \left(-\frac{\varepsilon_c^2}{12} - \frac{\varepsilon_c}{2} \right) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \varepsilon_L = 3.55 \cdot 10^{-3} \\ \varepsilon_c = -1.64 \cdot 10^{-3} \end{cases}$$

O resumo dos resultados é apresentado na tabela 4.2 (onde se evidencia a quarta fenda).

Tabela 4.2 – Resultados após convergência.

$x = x_{cr}$ (m)	M_{ed} (kN/m)	$\varepsilon_{L,0}$ (‰)	ε_L (‰)	ε_c (‰)	F_{LEd} (kN)	F_{sd} (kN)	F_{cd} (kN)
2.65	202.77	0.73	3.81	-1.70	62.17	436.96	-499.13
2.56	202.53	0.73	3.78	-1.70	61.69	436.96	-498.65
2.47	201.80	0.73	3.69	-1.67	60.27	436.96	-497.22
2.37	200.59	0.72	3.55	-1.64	57.91	436.96	-494.87
2.28	198.89	0.72	3.35	-1.59	54.65	436.96	-491.61
2.19	196.70	0.71	3.10	-1.52	50.55	436.96	-487.50
2.10	194.03	0.70	2.80	-1.45	45.65	436.96	-482.61
2.01	190.87	0.69	2.45	-1.36	40.05	436.96	-477.01
1.92	187.23	0.68	2.08	-1.26	33.87	436.96	-470.83
1.82	183.10	0.66	1.86	-1.20	30.31	431.69	-462.00
1.73	178.48	0.64	1.81	-1.16	29.51	420.51	-450.03
1.64	173.38	0.63	1.75	-1.12	28.63	408.19	-436.82
1.55	167.80	0.61	1.70	-1.08	27.67	394.72	-422.39
1.46	161.72	0.58	1.63	-1.03	26.63	380.12	-406.75
1.37	155.12	0.56	1.56	-0.98	25.50	364.39	-389.89
1.27	148.12	0.54	1.49	-0.93	24.31	347.53	-371.84
1.18	140.59	0.51	1.41	-0.88	23.03	329.56	-352.59
1.09	132.57	0.48	1.33	-0.82	21.68	310.47	-332.15
1.00	124.07	0.45	1.24	-0.76	20.25	290.28	-310.54
0.91	115.08	0.42	1.15	-0.70	18.75	268.99	-287.74
0.82	105.61	0.38	1.05	-0.64	17.18	246.60	-263.78
0.72	95.65	0.35	0.95	-0.57	15.53	223.12	-238.65
0.63	85.20	0.31	0.85	-0.51	13.81	198.56	-212.36
0.54	74.27	0.27	0.74	-0.44	12.01	172.91	-184.92
0.45	62.86	0.23	0.62	-0.37	10.15	146.18	-156.33
0.36	50.95	0.18	0.50	-0.30	8.21	118.38	-126.59
0.27	38.57	0.14	0.38	-0.22	6.20	89.51	-95.71
0.17	25.69	0.09	0.25	-0.15	4.12	59.57	-63.70
0.08	12.33	0.04	0.12	-0.07	1.98	28.56	-30.54

Da tabela 4.2, retiram-se várias conclusões. Da primeira fenda (perto do meio vão) até à última (perto do apoio), verifica-se que o valor da extensão inicial ($\varepsilon_{L,0}$) vai sempre a decrescer, devido ao momento inicial ($M_{Ed,0}$) também decrescer. A equação 3.4 permite concluir que a extensão inicial é diretamente proporcional ao valor da extensão de compressão inicial ($\varepsilon_{c,0}$), sendo que o cálculo desta (equação 3.3) é diretamente proporcional ao momento inicial, logo compreende-se estas variações. Da mesma maneira que os valores da extensão do laminado (ε_L) e a extensão de compressão (ε_c), também decresce devido às tensões existentes, que vão ser menores devido ao decréscimo do momento fletor (M_{Ed}) (também são diretamente proporcionais). Posto isto, a força do laminado (F_{LEd}) e a força de compressão (F_{cd}), conseqüentemente, quanto mais perto do

apoio, também vão ser menores devido às tensões existentes também serem menores. A força da armadura longitudinal (F_{sd}) é constante na zona do meio vão e começa a descer quando se aproxima da zona do apoio, porque no momento máximo coincide com a cedência do aço e a partir de certa altura entra na fase elástica e começa então a decrescer.

Voltando à quarta fenda, calcula-se o incremento de tensão do laminado entre fendas (ΔF_{LRd}), que tem em conta 3 componentes: o adesivo ($\Delta F_{Lk,BL}$), baseada no resultado do ensaio de aderência, o atrito ($\Delta F_{Lk,BF}$) que cobre o resíduo que surge após a perda da aderência, e a curvatura ($\Delta F_{Lk,KF}$).

A primeira parcela que se vai calcular é o incremento devido ao adesivo ($\Delta F_{Lk,BL}$). Esta parcela, como já foi dito, é representada por uma relação bilinear (figura 3.8). A tensão tangencial máxima, é dada por:

$$\begin{aligned}\tau_{L1k} &= 0.366 \cdot \sqrt{\alpha_{cc} \cdot f_{cm} \cdot \alpha_{ct} \cdot f_{ctm,surf}} = 0.366 \cdot \sqrt{1 \cdot 38000 \cdot 1 \cdot 2200} \\ &= 3346.5 \text{ kPa}\end{aligned}\quad (4.46)$$

O valor do escorregamento total (para o qual ocorre o descolamento total) é

$$s_{L0k} = 0.0002 \text{ m} \quad (4.47)$$

O comprimento máximo de amarração é

$$\begin{aligned}l_{bL,max} &= \frac{2}{\kappa_{Lb}} \cdot \sqrt{\frac{s_{L0k} \cdot E_L \cdot t_L}{\tau_{L1k}}} = \frac{2}{1.128} \cdot \sqrt{\frac{170 \cdot 10^6 \cdot 0.0002 \cdot 0.0012}{3346.5}} \\ &= 0.1958 \text{ m}\end{aligned}\quad (4.48)$$

Como a distância entre fendas consecutivas ($s_r = 91.8 \text{ mm}$) é pequena, não se pode utilizar o comprimento de amarração dado pelo fabricante.

O incremento permitido pela adesão, considera duas situações (secção 3.5.2, figura 3.9): o sobrescrito ponto G que se refere à secção onde a força no laminado é nula, e o sobrescrito ponto D para a qual a força no laminado deixa de depender da distância entre fendas. O incremento da força entre duas fendas, no sobrescrito G, com $s_r \leq l_{bL,max}$, é dado pela equação 4.49.

$$\begin{aligned}\Delta F_{Lk,BL}^G &= \sqrt{\frac{s_{L0k} \cdot E_L \cdot \tau_{L1k}}{t_L}} \cdot \frac{s_r}{l_{bL,max}} \left(2 - \frac{s_r}{l_{bL,max}}\right) \cdot b_L \cdot t_L = \\ &= 3.079 \cdot 10^5 \cdot \frac{0.0918}{0.1958} \left(2 - \frac{0.0918}{0.1958}\right) \cdot 0.08 \cdot 0.0012 = 21.22 \text{ kN}\end{aligned}\quad (4.49)$$

A força no laminado entre duas fendas, no sobescrito D é dado por:

$$\begin{aligned}F_{Lk,BL}^D &= \frac{E_L \cdot s_{L0k} \cdot b_L \cdot t_L}{s_r} - \tau_{L1k} \cdot \frac{s_r \cdot b_L}{4} = \\ &= \frac{170 \cdot 10^6 \cdot 0.0002 \cdot 0.08 \cdot 0.0012}{0.0918} - 3346.5 \cdot \frac{0.0918 \cdot 0.08}{4} = \\ &= 29.42 \text{ kN}\end{aligned}\quad (4.50)$$

O valor do incremento da força do laminado entre duas fendas (terceira e quarta), no sobescrito D é dado por:

$$\begin{aligned}\Delta F_{Lk,BL}^D &= \sqrt{b_L^2 \cdot \tau_{L1k} \cdot s_{L0k} \cdot E_L \cdot t_L + F_{Lk,BL}^D{}^2} - F_{Lk,BL}^D = \\ &= \sqrt{0.08^2 \cdot 3346.5 \cdot 0.0002 \cdot 170 \cdot 10^6 \cdot 0.0012 + 29.41^2} - 29.41 = \\ &= 12.29 \text{ kN}\end{aligned}\quad (4.51)$$

O valor último da força do laminado de CFRP é dada pela seguinte expressão.

$$F_{Lud} = a_L \cdot \varepsilon_{Luk} \cdot E_L = 9.6 \cdot 10^{-5} \cdot 12.67 \cdot 10^{-3} \cdot 170 \cdot 10^6 = 206.77 \text{ kN} \quad (4.52)$$

Como $F_{Lk,BL}^D \leq F_{Ld} \leq F_{Lud}$, o cálculo o incremento devido ao adesivo ($\Delta F_{Lk,BL}$) é

$$\begin{aligned}\Delta F_{Lk,BL} &= \sqrt{b_L^2 \cdot \tau_{L1k} \cdot s_{L0k} \cdot E_L \cdot t_L + F_{LEd}^2} - F_{LEd} = \\ &= \sqrt{0.08^2 \cdot 3346.5 \cdot 0.0002 \cdot 170 \cdot 10^6 \cdot 0.0012 + 57.91^2} - 57.91 = \\ &= 7.1 \text{ kN}\end{aligned}\quad (4.53)$$

A segunda parcela deve-se ao atrito ($\Delta F_{Lk,BF}$), que oferece alguma resistência ao escorregamento quando o laminado começa a descolar após a perda da aderência. Começa por se calcular a tensão de aderência do laminado quando já se esgotou a capacidade resistente da ligação, que é calculada através da equação 4.54.

$$\tau_{LFk} = 11 \cdot \alpha_{cc} \cdot f_{cm}^{-0.9} = 11 \cdot 1 \cdot 38^{-0.9} = 0.4165 \text{ MPa} = 416.5 \text{ kPa} \quad (4.54)$$

Logo o valor do incremento devido ao atrito ($\Delta F_{Lk,BF}$) no regime $F_{Lk,BL}^D \leq F_{Ld} \leq F_{Lud}$ é

$$\begin{aligned} \Delta F_{Lk,BF} &= \tau_{LFk} \cdot b_L \cdot \left(s_r - \frac{2 \cdot t_L \cdot E_L}{\tau_{L1k}} \cdot \left(\sqrt{\frac{s_{L0k} \cdot \tau_{L1k}}{t_L \cdot E_L} + \frac{F_{LEd}^2}{b_L^2 \cdot t_L^2 \cdot E_L^2}} - \frac{F_{LEd}}{b_L \cdot t_L \cdot E_L} \right) \right) = \\ &= 416.5 \cdot 0.08 \cdot \left(\left(0.0918 - \frac{2 \cdot 0.0012 \cdot 170 \cdot 10^6}{3346.5} \cdot \left(\sqrt{\frac{0.0002 \cdot 3346.5}{0.0012 \cdot 170 \cdot 10^6} + \frac{57.91^2}{0.08^2 \cdot 0.0012^2 \cdot (170 \cdot 10^6)^2}} - \frac{57.91}{0.08 \cdot 0.0012 \cdot 170 \cdot 10^6} \right) \right) \right) = \\ &= 1.29 \text{ kN} \end{aligned} \quad (4.55)$$

A terceira parcela, incremento de força devido à curvatura ($\Delta F_{Lk,KF}$), por flexão, vale:

$$\begin{aligned} \Delta F_{Lk,KF} &= s_r \cdot \kappa_k \cdot \frac{\varepsilon_{Lr1} - \varepsilon_{cr1}}{h} \cdot b_L = 0.0918 \cdot 24.3 \cdot 10^3 \cdot \frac{3.55 - (-1.64)}{0.5} \cdot 0.08 \\ &= 1.833 \cdot 10^3 \text{ N/m} = 1.833 \text{ kN} \end{aligned} \quad (4.56)$$

Por fim o valor do incremento da resistência do laminado entre fendas (ΔF_{LRd}):

$$\Delta F_{LRd} = \frac{\Delta F_{Lk,BL} + \Delta F_{Lk,BF} + \Delta F_{Lk,KF}}{\gamma_{BA}} = \frac{7.1 + 1.29 + 1.833}{1.5} = 6.81 \text{ kN} \quad (4.57)$$

Comparando com o acréscimo de força no laminado entre fendas consecutivas, neste caso no elemento 3:

$$\Delta F_{LEd} = 60.27 - 57.91 = 2.36 \text{ kN} \quad (4.58)$$

Conclui-se que a resistência ao escorregamento no elemento 3, tabela 4.3, é assegurada. A tabela 4.3 resume os resultados.

Tabela 4.3 – Resumo de várias características em relação a cada fenda.

<i>Elementos</i>	ΔF_{LEd} (kN)	$\Delta F_{Lk,BL}$ (kN)	$\Delta F_{Lk,BF}$ (kN)	$\Delta F_{Lk,KF}$ (kN)	ΔF_{LRd} (kN)	Razão $\Delta F_{LEd}/\Delta F_{LRd}$
1	0.48	6.72	1.38	1.93	6.69	0.07
2	1.42	6.86	1.35	1.89	6.73	0.21
3	2.36	7.11	1.29	1.83	6.81	0.35
4	3.26	7.48	1.19	1.74	6.94	0.47
5	4.10	8.01	1.06	1.63	7.13	0.58
6	4.90	8.74	0.88	1.50	7.41	0.66
7	5.59	9.73	0.63	1.34	7.80	0.72
8	6.18	11.09	0.30	1.18	8.37	0.74
9	3.56	12.03	0.06	1.08	8.78	0.41
10	0.80	12.26	0.00	1.05	8.87	0.09
11	0.88	12.53	0.00	1.01	9.03	0.10
12	0.96	12.82	0.00	0.98	9.20	0.10
13	1.04	13.13	0.00	0.94	9.38	0.11
14	1.12	13.47	0.00	0.90	9.58	0.12
15	1.20	13.84	0.00	0.85	9.79	0.12
16	1.28	14.22	0.00	0.81	10.02	0.13
17	1.35	14.63	0.00	0.76	10.26	0.13
18	1.43	15.07	0.00	0.71	10.51	0.14
19	1.50	15.52	0.00	0.65	10.78	0.14
20	1.58	16.00	0.00	0.60	11.06	0.14
21	1.65	16.50	0.00	0.54	11.36	0.15
22	1.72	17.02	0.00	0.48	11.67	0.15
23	1.79	17.57	0.00	0.41	11.99	0.15
24	1.87	18.13	0.00	0.35	12.32	0.15
25	1.94	18.72	0.00	0.28	12.67	0.15
26	2.01	19.33	0.00	0.21	13.03	0.15
27	2.08	19.96	0.00	0.14	13.40	0.16
28	2.15	20.61	0.00	0.07	13.79	0.16

Depois de feito os cálculos para todos os elementos, a tabela 4.3 e as figuras 4.4 e 4.5 permitem retirar várias conclusões. Em relação ao incremento de forças no laminado entre fendas consecutivas (ΔF_{LEd}), observa-se que a secção crítica para a verificação do descolamento em pontos interiores não a de momento máximo, mas sim a 1/5 de vão desta. É nesta posição (no intervalo de 1.92m a 2.01m) que se encontra o elemento 8, onde se verifica o maior incremento de força no laminado, ver figura 4.5 e tabela 4.3.

Em relação ao valor do incremento por adesão ($\Delta F_{Lk,BL}$), constata-se que cresce de forma praticamente constante (na figura 4.5 e tabela 4.3), tanto na fase $F_{LEd} \leq F_{Lk,BL}^D$ como na $F_{Lk,BL}^D \leq F_{LEd} \leq F_{Lud}$, ou seja, tanto antes do sobrescrito ponto D da figura 3.9, onde a força no laminado depende da distância entre fendas, como depois, onde deixa de ser

dependente da distância entre fendas. Relativamente ao valor do incremento por atrito ($\Delta F_{Lk,BF}$), conclui-se que só depois do sobrescrito ponto D da figura 3.9 (fase $F_{Lk,BL}^D \leq F_{Ld} \leq F_{Lud}$) é que começa a ter valores (ver tabela 4.3 e figura 4.5), pois é partir desse momento que o laminado começa a descolar, e surge a resistência por atrito. Até ao sobrescrito ponto D da figura 3.9, esta parcela é nula ($F_{Ld} \leq F_{Lk,BL}^D$). A terceira parcela do incremento de forças, devida à curvatura ($\Delta F_{Lk,KF}$), é máxima a meio vão e decresce até ao apoio, porque se a viga está fletida, o atrito entre o laminado e o betão aumenta, e a zona onde essa curvatura é maior é a meio vão, ver figura 4.5 e tabela 4.3. O incremento da resistência entre fendas (ΔF_{LRd}) aumenta praticamente constantemente do meio vão até ao apoio, tal como o incremento por adesão ($\Delta F_{Lk,BL}$). Observa-se que a contribuição da adesão entre o laminado e o betão, é a principal das 3 parcelas.

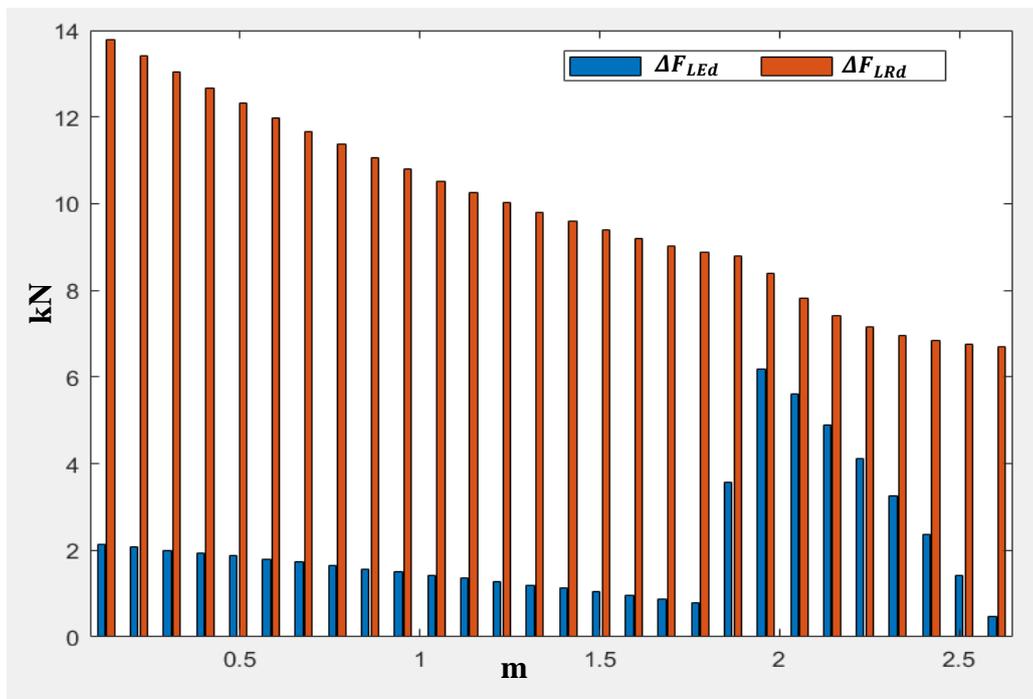


Figura 4.4 – Incremento da força (ΔF_{LEd}) e da resistência (ΔF_{LRd}) no laminado entre fendas consecutivas.

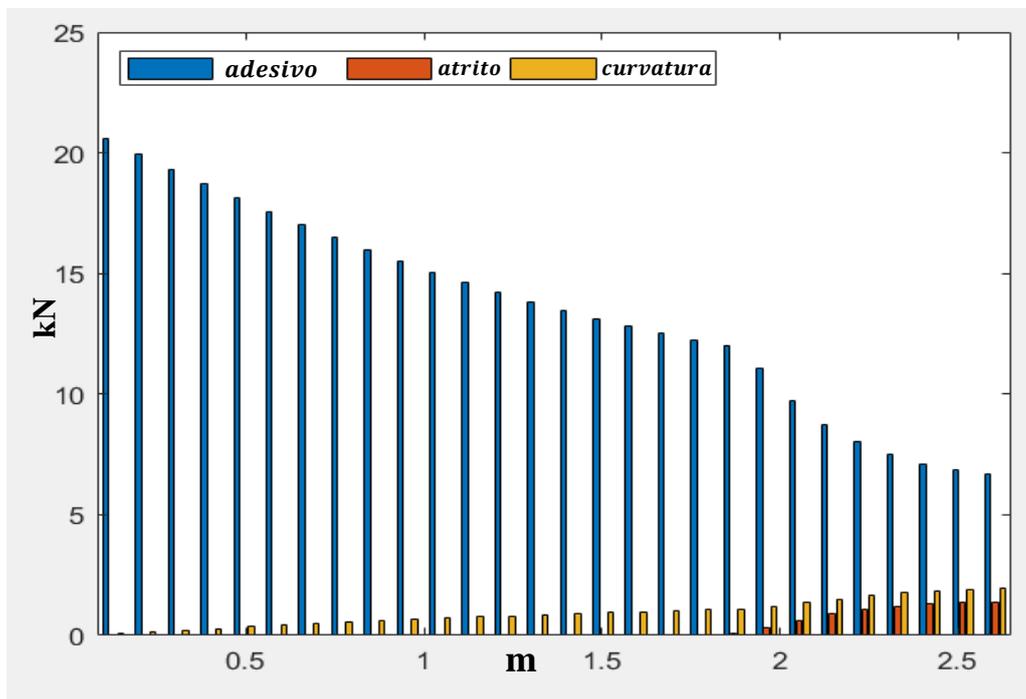


Figura 4.5 – Incrementos por adesão ($\Delta F_{Lk,BL}$), atrito ($\Delta F_{Lk,BF}$) e curvatura ($\Delta F_{Lk,KF}$).

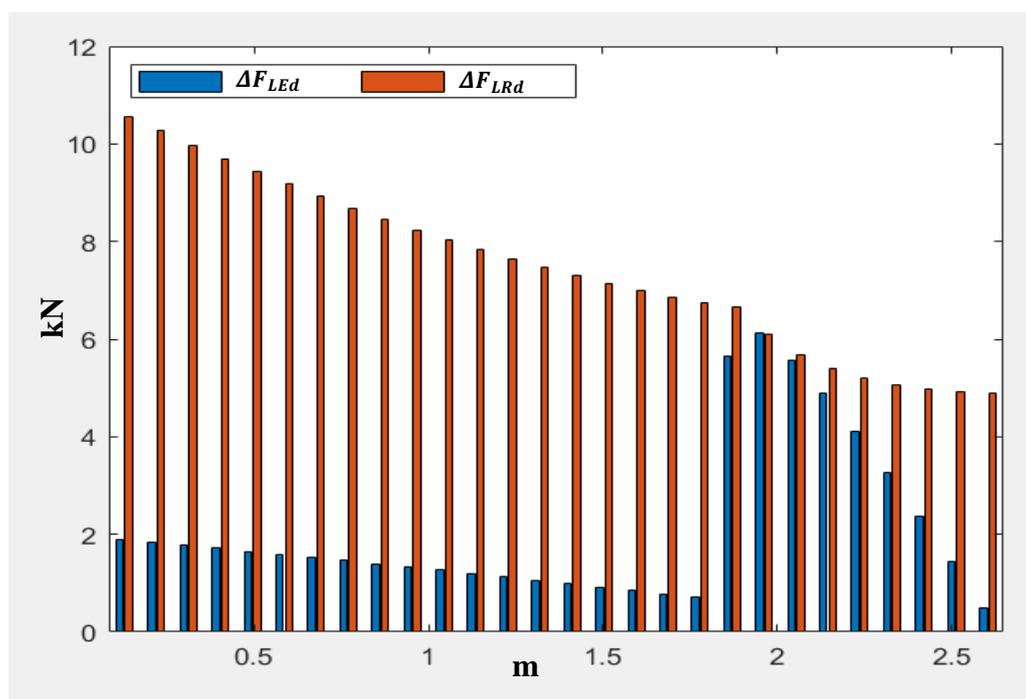


Figura 4.6 – Incremento de força (ΔF_{LEd}) e da resistência (ΔF_{LRd}) no laminado entre fendas consecutivas para laminado de secção 60mm x 1.4mm.

Como o incremento da resistência do laminado entre fendas consecutivas (ΔF_{LRd}) é sempre superior ao incremento de força no laminado (ΔF_{LEd}), cumpre-se a segurança ao descolamento de pontos interiores, ou seja, a razão ($\Delta F_{LEd}/\Delta F_{LRd}$) é sempre inferior a 1.

Tentou reduzir-se a secção do laminado para uma largura $b_L = 60\text{mm}$ e espessura $t_L = 4\text{mm}$, mas a segurança ao descolamento de pontos interiores deixou de ser assegurada, porque o incremento de forças no laminado entre fendas consecutivas (ΔF_{LEd}), é superior ao valor do incremento da resistência (ΔF_{LRd}) num elemento, ver figura 4.6.

4.3.3. Verificação da segurança ao descolamento nas extremidades

Como se referiu na secção 3.5.3., de acordo com a norma alemã (DAfStb, 2012), a análise no fim da ancoragem do laminado atende a três situações distintas, ver figura 3.10. Como a primeira fissura ocorre demasiado perto do apoio ($s_r = 9.18\text{ cm}$), considera-se a situação (b) da figura 3.10, ou seja, ancoragem final num elemento de viga entre fendas.

Inicialmente calcula-se o valor máximo característico da resistência de aderência do laminado, entre fendas interiores:

$$f_{bLk,max} = \sqrt{\frac{s_{L0k} \cdot E_L \cdot \tau_{L1k}}{t_L}} = \sqrt{\frac{170 \cdot 10^6 \cdot 0.0002 \cdot 3346.5}{0.0012}} = 3.079 \cdot 10^5 \text{ kPa} \quad (4.59)$$

O valor característico da resistência de aderência do laminado, entre fendas interiores é dado por (em que $s_r \leq l_{bL,max}$):

$$\begin{aligned} f_{bLk}(s_r) &= f_{bLk,max} \cdot \frac{s_r}{l_{bL,max}} \left(2 - \frac{s_r}{l_{bL,max}} \right) = \\ &= 3.079 \cdot 10^5 \cdot \frac{0.0918}{0.1958} \left(2 - \frac{0.0918}{0.1958} \right) = 2.211 \cdot 10^5 \text{ kPa} \end{aligned} \quad (4.60)$$

O valor de cálculo da resistência de aderência do laminado, entre fendas interiores vem:

$$f_{bLd}(s_r) = \frac{f_{bLk}(s_r)}{\gamma_{BA}} = \frac{2.211 \cdot 10^5}{1.5} = 1.474 \cdot 10^5 \text{ kPa} \quad (4.61)$$

E por último, a resistência do CFRP é:

$$F_{bLRd} = b_L \cdot t_L \cdot f_{bLd}(s_r) = 0.080 \cdot 0.0012 \cdot 1.474 \cdot 10^5 = 14.14 \text{ kN} \quad (4.62)$$

Considerando a translação do diagrama de momento fletor, $x = x_{cr,2} + \alpha_l = x_{cr,2} + h/2 = 0.17 + 0.5/2 = 0.42\text{m}$, a força do laminado é:

$$F_{LEd}(0.42) = 9.51 \text{ kN} \quad (4.63)$$

Conclui-se que existe segurança ao descolamento nas extremidades ($F_{LEd} \leq F_{bLRd}$).

5. ESTUDO PARAMÉTRICO

Este capítulo tem como objetivo estudar o efeito de dois parâmetros essenciais para este tipo de reforço com laminados: o módulo de elasticidade do laminado (E_L), e a resistência à tração superficial do betão ($f_{ctm,surf}$). Este estudo baseia-se no exemplo do capítulo 4, tendo-se variado o valor destes parâmetros.

5.1. Variação do módulo de elasticidade do laminado

Estudou-se uma gama de valores do módulo de elasticidade do laminado entre 170 GPa e 220 GPa. O laminado de CFRP do exemplo tem secção 80 mm x 1.2 mm e módulo de elasticidade de 170 GPa. A ficha técnica S&P C-Laminate (S&P C-Laminate, 2018) mostra que este valor pertence a uma gama de valores standart (SM). A partir de 205 GPa a gama de valores já pertence ao Alto Módulo de elasticidade (HM). Por isso, para esta gama HM, escolheu-se outra secção, 80mm x 1.4mm, pois a anterior não está disponível, ver tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Valores dos módulos de elasticidade relativos ao tipo de laminado.

E_L (kPa)	Dimensões do laminado CFRP (mm)
$170 \cdot 10^6$	$b_L = 80$ $t_L = 1.2$
$180 \cdot 10^6$	
$190 \cdot 10^6$	
$210 \cdot 10^6$	$b_L = 80$ $t_L = 1.4$
$220 \cdot 10^6$	

Na verificação da segurança à flexão, ver tabela 5.2, a extensão do laminado (ε_L) é tanto menor quanto maior for o módulo de elasticidade do laminado (E_L). De facto, é a expressão 4.28, do equilíbrio de forças, que determina (ε_L), que é inversamente proporcional ao módulo de elasticidade. Esta tabela 5.2 mostra que a força do laminado (F_{LEd}) neste caso vai aumentar apesar da extensão do laminado diminuir, porque a influência do módulo de elasticidade, que aumenta, é maior, ver expressão 4.26. Posto isto, ao aumentar a força do laminado, aumenta também o momento resistente (M_{Rd}), pois é diretamente proporcional.

Tabela 5.2 – Valores relacionados com a verificação da segurança à flexão.

E_L (kPa)	ε_L (‰)	F_{LEd} (kN)	M_{Rd} (kNm)
$170 \cdot 10^6$	9.95	162.38	246.76
$180 \cdot 10^6$	9.79	169.18	249.45
$190 \cdot 10^6$	9.64	175.81	252.07
$210 \cdot 10^6$	8.91	209.64	265.30
$220 \cdot 10^6$	8.78	216.31	267.88

Em relação à verificação da segurança ao descolamento em pontos interiores, ver tabela 5.3, a razão ($\Delta F_{LEd}/\Delta F_{LRd}$) diminui com o aumento do módulo de elasticidade, ou seja, a segurança também aumenta. Isto é devido ao incremento da resistência (ΔF_{LRd}) para cada módulo de elasticidade ter uma variação maior que o da força no laminado (ΔF_{LEd}). O valor de maior peso neste caso, para o cálculo do incremento da resistência, é o incremento por adesão, que aumenta de forma significativa, pois quanto maior for o módulo de elasticidade, mais eficiente é a adesão laminado-betão. O incremento por atrito, varia também, e vai diminuindo de forma significativa, o que quer dizer que o descolamento do laminado se atrasa quando o módulo de elasticidade aumenta. O incremento devido à curvatura aumenta, mas de uma forma menos significativa. Estas conclusões referem-se ao laminado com secção 80mm x 1.2mm. Como para o outro laminado os resultados foram diferentes dos expectáveis, não variam uniformemente.

Tabela 5.3 – Verificação da segurança ao descolamento em pontos interiores.

Elemento Crítico	E_L (kPa)	ΔF_{LEd} (kN)	$\Delta F_{Lk,BL}$ (kN)	$\Delta F_{Lk,BF}$ (kN)	$\Delta F_{Lk,KF}$ (kN)	ΔF_{LRd} (kN)	Razão $\Delta F_{LEd}/\Delta F_{LRd}$
8	$170 \cdot 10^6$	6.18	11.09	0.30	1.18	8.37	0.74
8	$180 \cdot 10^6$	6.20	11.50	0.19	1.16	8.57	0.72
8	$190 \cdot 10^6$	6.22	11.91	0.09	1.12	8.75	0.71
7	$210 \cdot 10^6$	5.69	12.50	0	1.11	9.07	0.63
6	$220 \cdot 10^6$	4.95	11.73	0.14	1.19	8.70	0.57

Na verificação da segurança ao descolamento nas extremidades, a tabela 5.4 mostra que a razão (F_{LEd}/F_{bLRd}) tende a aumentar com o aumento do módulo de elasticidade do laminado, o que faz com a segurança diminua. A resistência do laminado (F_{bLRd}) aumenta, pois é diretamente proporcional ao módulo de elasticidade, ver expressão 4.59 (mas como se pode verificar o aumento é pequeno). Como já foi dito, a força no laminado (ΔF_{LEd}) aumenta, e neste caso nas extremidades, aumenta significativamente comparado com a sua resistência, aumentando a razão e diminuindo a segurança.

Tabela 5.4 – Verificação da segurança ao descolamento nas extremidades.

E_L (kPa)	F_{bLRd} (kN)	$F_{LEd} (x_{cr,2} + \alpha_l)$ (kN)	Razão F_{LEd}/F_{bLRd}
$170 \cdot 10^6$	14.15	9.51	0.67
$180 \cdot 10^6$	14.26	10.01	0.70
$190 \cdot 10^6$	14.38	10.51	0.73
$210 \cdot 10^6$	14.87	11.50	0.77
$220 \cdot 10^6$	14.95	11.98	0.80

5.2. Variação da resistência à tração superficial do betão

No que diz respeito à resistência à tração superficial do betão, o estudo vai ser realizado para uma gama de valores entre 1.8 e 2.6 MPa, ver tabela 5.5.

Tabela 5.5 – Gama de valores da resistência à tração superficial do betão.

$f_{ctm,surf}$ (kPa)	Dimensões do laminado CFRP (mm)
1800	$b_L = 80$ $t_L = 1.2$
2000	
2200	
2400	
2600	

A segurança à flexão não varia porque a tensão de rotura do betão à tração não afeta o cálculo.

Relativamente à segurança ao descolamento em pontos interiores, ver tabela 5.6, a razão ($\Delta F_{LEd}/\Delta F_{LRd}$) aumenta com a tensão de rotura do betão à tração, o que indica que a segurança diminui. Isto deve-se ao aumento do espaçamento entre fendas, que reduz o número de fendas; e isto impõe que exista uma diminuição na força de aderência entre o laminado e o betão, que consequentemente faz com que a razão seja maior (o $\Delta F_{LEd}/\Delta F_{LRd}$), ou seja, a capacidade resistente é menor, logo a segurança também diminui. Apesar de a tensão tangencial máxima aumentar (τ_{L1k}), e o incremento da resistência do laminado também aumentar (ΔF_{LRd}); o incremento da força no laminado (ΔF_{LEd}) é que vai ser o condicionante, pois vai aumentar, mas significativamente, e é esta parcela que vai reduzir a segurança, pois a variação desta gama de valores é menor comparada com o incremento da resistência do laminado.

Tabela 5.6 – Verificação da segurança ao descolamento em pontos interiores

No Elemento mais crítico para cada $f_{ctm,surf}$									
$f_{ctm,surf}$ (kPa)	M_{cr} (kNm)	s_r (m)	τ_{L1k} (kPa)	ΔF_{LEd} (kN)	$\Delta F_{Lk,BL}$ (kN)	$\Delta F_{Lk,BF}$ (kN)	$\Delta F_{Lk,KF}$ (kN)	ΔF_{LRd} (kN)	Razão $\Delta F_{LEd}/\Delta F_{LRd}$
1800	24.75	0.0750	3027	4.81	9.30	0	1.06	6.91	0.70
2000	27.50	0.0834	3190.7	5.71	10.92	0	1.05	7.98	0.72
2200	30.25	0.0917	3346.5	6.18	11.09	0.30	1.18	8.37	0.74
2400	33	0.1001	3495.3	6.50	10.96	0.72	1.37	8.70	0.75
2600	35.75	0.1084	3638.0	6.73	10.60	1.18	1.59	8.92	0.76

Na verificação da segurança ao descolamento nas extremidades, ver tabela 5.7, observa-se que a razão (F_{LEd}/F_{bLRd}) tende a diminuir com o aumento do valor da tensão de rotura do betão à tração, o que aumenta a segurança. A resistência do laminado (F_{bLRd}) aumenta significativamente, pois é diretamente proporcional ao módulo de elasticidade, ver expressão 4.59. A força no laminado (ΔF_{LEd}) aumenta um pouco, mas nada comparado com a resistência do laminado, o que diminui a razão e aumenta a segurança.

Tabela 5.7 – Verificação da segurança ao descolamento nas extremidades

$f_{ctm,surf}$ (kPa)	F_{bLRd} (kN)	$F_{LEd} (x_{cr,2} + \alpha_l)$ (kN)	Razão F_{LEd}/F_{bLRd}
1800	11.17	8.09	0.73
2000	12.68	9.10	0.72
2200	14.15	9.51	0.67
2400	15.55	9.09	0.59
2600	16.88	9.39	0.56

6. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

6.1. Conclusões

Este capítulo reúne as principais conclusões deste trabalho.

Primeiro, conclui-se que o Método Simplificado, pelo menos para o exemplo apresentado, fica muito aquém da resistência que estes laminados de CFRP podem fornecer. Assim, este método pode ser utilizado para pré-dimensionamento, mas para um dimensionamento eficaz não.

O Método Geral é baseado na norma alemã (DAfStb, 2012), sendo também coberto pelo boletim FIB-90 (FIB-Bulletin-90, 2019). É um método que tem que ser observado ao pormenor, pois é muito focalizado, mas depois de estar dentro dele é simples perceber os processos e análise do mesmo. Ainda é importante referir que depois da análise aos dois documentos que serviram de base para entender este método, conclui-se que os processos apresentados por ambos são praticamente os mesmos. O que se tentou na aplicação deste Método Geral, foi simplificar e clarificar os processos e métodos de toda a análise, dimensionamento, e verificações para que seja mais fácil de compreensão.

As tensões de aderência entre o laminado e o betão são brutais, ou seja, estas tensões são a variável crítica deste tipo de reforço. E isso pode-se comprovar no exemplo ilustrativo apresentado, pois que na “verificação da segurança ao descolamento em pontos interiores”, das três contribuições, a mais influente é sem dúvida a de adesão.

Relativamente às verificações que têm que ser feitas para este tipo de reforço à flexão com laminados de CFRP (verificação da segurança da resistência à flexão, verificação da segurança ao descolamento em pontos interiores, verificação da segurança ao descolamento nas extremidades) a que geralmente governa o dimensionamento é a verificação da segurança ao descolamento em pontos interiores. Por exemplo, quando se tentou reduzir a secção do laminado, conclui-se que tal era possível porque não verificava o descolamento dos pontos interiores.

Outra conclusão, obtida no exemplo e no estudo paramétrico, é que o aumento do número de fendas permite aumentar a força de aderência entre o laminado e o betão, o que torna a capacidade resistente muito superior. As fendas permitem aumentar a eficiência do laminado, pois a existência das mesmas alivia o betão, libertando as tensões de tração,

que voltam a crescer a partir do zero. Isto faz com que as tensões no laminado possam ser cada vez maiores, ou seja, é como se as fendas fossem adicionando resistência.

O estudo paramétrico apesar de curto, levou também a várias conclusões. O aumento do valor módulo de elasticidade do laminado aumenta a resistência à flexão e ao descolamento em pontos interiores, mas diminui a resistência ao descolamento nas extremidades (o que só não se verificou quando se mudou de secção, sendo o comportamento diferente do expectável). Com o aumento do valor da tensão de rotura do betão à tração, diminui a resistência ao descolamento em pontos interiores, mas aumenta nas extremidades. Este estudo permitiu perceber mais concretamente o efeito destes parâmetros.

6.2. Trabalhos Futuros

Visto que nesta dissertação só foi resolvido um exemplo de uma viga reforçada à flexão com laminados de CFRP, era interessante pegar logo no Método Geral e fazer vários estudos: um com variação dos tipos de secção e outro com variação dos tipos de carga, de forma a compreender melhor em que situações é mais útil utilizar este tipo de reforço.

Outra sugestão é pegar no Método Geral e aprofundar a secção 3.5.2 “Verificação da segurança ao descolamento em pontos interiores”. Sabe-se que o incremento de força entre fendas é o somatório de 3 contribuições: adesão, atrito e curvatura. Da figura 3.9, através de um gráfico com a relação entre a tensão tangencial (τ_L) e o escorregamento na ligação (s_L), consegue-se identificar o comportamento do laminado. Conhece-se o valor do escorregamento total no momento em que se dá o descolamento (s_{Lok}), a tensão tangencial máxima no laminado (τ_{L1k}), e também a tensão no laminado na situação onde já se esgotou a capacidade resistente da ligação (τ_{LFk}). Mas não se conhecem os valores tanto do escorregamento como da tensão tangencial, até se atingirem esses pontos. Por isso, seria interessante conseguir “controlar” e saber exatamente os valores dos escorregamentos e das tensões tangenciais ao longo do gráfico todo (sem ser só as que já foram mencionadas) de forma a clarificar ainda mais a análise por este Método Geral.

Atendendo a que o Estudo paramétrico do Capítulo 5 não foi muito aprofundado, era extremamente interessante fazer uma análise mais aprofundada não só do efeito da variação do módulo de elasticidade do laminado de CFRP (E_L), e da resistência à tração superficial do betão ($f_{ctm,surf}$), mas também de outras características importantes neste tipo de reforço como a classe de resistência do betão.

Visto que o exemplo apresentado é uma viga simplesmente apoiada, também era interessante fazer um exemplo de uma viga com dois tramos, pois a análise vai ser diferente (principalmente na zona do apoio no meio dos dois tramos visto que é uma zona de momento negativo, e se necessitar de reforço, ou se se optar por fazê-lo, será na face superior da viga).

Uma última sugestão, como complemento a este Método Geral, era o estudo da verificação da segurança à separação do recobrimento (análise ao corte por causa do esforço transversal) para acrescentar ainda mais segurança na implementação deste tipo de reforço com laminados de CFRP.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Agarwal, B. D., Broutman, L. J. (1999). “Analysis and performance of fiber composites”. Second Edition, John Wiley & Sons. New York, EUA.

Almeida N. M. B. G. (2012). “Estudo estrutural de compósitos de matriz polimérica reforçados com fibras de juta”. Relatório de Dissertação do MIEM, FEUP. Porto, Portugal.

Appleton J. (s.d.). “Reforço de estruturas com FRP”. Reabilitação e reforço de estruturas, Diploma de formação avançada em engenharia de estruturas. Instituto Superior Técnico, DECivil. Lisboa.

Bezerra F. M., Santos F. L. (2019). “A utilização da fibra de carbono como reforço estrutural e sua eficiência em comparação com o aço”. Trabalho de conclusão de curso, Universidade Federal Rural do Semiárido. Mossoró, Brasil.

Carvalho T. S. (2010). “Reforço à flexão de vigas de betão armado com compósitos de CFRP”. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, Faculdade de Ciências de Engenharia Civil da Universidade Nova de Lisboa. Lisboa.

CEN (1990). “NP EN 1990. Eurocódigo 0: Bases para o projecto de estruturas”. Comité Europeu para a Normalização. Lisboa.

CEN (1992). “NP EN 1992-1-1. Eurocódigo 2: Projeto de Estruturas de Betão - Parte 1-1: Regras Gerais e Regras para Edifícios”. Comité Europeu para a Normalização. Lisboa.

CEN (2018). “EN 1992-1-1 - Annex J, 1st Draft - Strengthening of Existing Concrete Structures with FRP”.

CNR-DT 200 R1 (2013). “Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Existing Structures - Materials, RC and PC structures, masonry structures”. CNR, Italian Council of Research. Roma, Itália.

DAfStb-Guideline (2012). "Strengthening of concrete members with adhesively bonded reinforcement. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton". Beuth. Berlim, Alemanha.

FIB-Bulletin-14 (2001). “Externally bonded FRP reinforcement for RC structures”. Lausanne, Suíça.

FIB-Bulletin-90 (2019). “Externally applied FRP reinforcement for concrete structures”. Lausanne, Suíça.

Firmo J. P. (2010). “Comportamento ao Fogo de Vigas de Betão Armado Reforçadas à Flexão com Laminados de Fibras de Carbono (CFRP)”. Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Civil, Instituto Superior Técnico, Lisboa.

Henriques S. C. (2015). “Reforço de pilares de betão por encamisamento híbrido com mantas de FRP”. Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Civil, Instituto Superior Técnico. Lisboa.

Juvandes L. F. P. (1999). “Reforço e Reabilitação de Estruturas de Betão usando Materiais Compósitos de CFRP”. Tese de doutoramento, FEUP, DECivil, Porto.

Juvandes L. F. P. (2002). “Materiais compósitos reforçados com fibras, FRP”. Licenciatura em Engenharia Civil, FEUP, DECivil. Porto.

Juvandes L. F. P. (2011). “Aplicações de Compósitos FRP no Reforço De Estruturas”. 1as Jornadas de Materiais de Construção, pp. 239–270, FEUP, DECivil. Porto.

Lawrence, C. B. (2006) “Composites for Construction: Structural design with FRP materials, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken. New Jersey, EUA.

Malek (1997). “American Society for Testing Materials (ASTM) – Committee D30”

Matthys, S. (2000). “Structural behavior and design of concrete members strengthened with externally bonded FRP reinforcement”. Tese de Doutoramento, Ghent University.

Providência, P. e Costa, R. (2020). “Apontamentos de Apoio às aulas – Reabilitação de Estruturas de Betão”. Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra. Coimbra.

Rodrigues, C. C. (2005). “Reparação e Reforço de Estruturas de Betão Armado com Sistemas Compósitos de FRP”. Publicação UNIC, Centro de Investigação em Estruturas e Construção da UNL, DTC6, Universidade Nova de Lisboa. Lisboa.

STAP@ (2018). “Reforço de betão armado com materiais compósitos”. <http://www.stap.pt/index.php?id=116&det=5>. STAP, Reparação Consolidação e Modificação de Estruturas. Algés, Lisboa.

S&P C-Laminate (2018). “Sistema de reforço CFRP – Laminados de fibra de carbono para reforço estrutural”. Ficha Técnica S&P C-Laminate. Amora, Portugal.

S&P@ (2020). “Sistema de reforço FRP, Reforço estrutural com compósitos em fibra” <https://www.sp-reinforcement.pt/pt-PT/sistemas/sistema-de-reforco-frp>. Simpson Strong-Tie. Amora, Portugal.

Techniques@ (2013). “Reforço estrutural em Concreto”, <http://techniques.com.br/wp-content/uploads/2013/07/261-1024x768.jpg>. Curitiba, Brasil.

Zilch K., Niedermeier R. e Finckh W. (2014). “Strengthening of Concrete Structures with Adhesively Bonded Reinforcement, Design and Dimension of CFRP Laminates and Steel Plates”. BetonKalender. Wilhelm Ernst & Sohn. Berlim, Alemanha.