

**Avaliação de qualidade com
modelos DEA não radiais e
outputs indesejáveis.**

José Manuel Milheiro de Carvalho Chaves

**Avaliação de qualidade com
modelos DEA não radiais e
outputs indesejáveis.**

José Manuel Milheiro de Carvalho Chaves

Dissertação sob

Orientação do **Professor Doutor João Carlos Correia Baptista Soares de Mello e**

Co-orientação do **Professor Doutor João Carlos Namorado Clímaco**

AGRADECIMENTOS

Aos meus orientadores Professor Doutor João Carlos Correia Baptista Soares de Mello e Professor Doutor João Carlos Namorado Clímaco pelo empenho que tiveram na viabilização do trabalho efectuado, pelas sugestões e rectificações propostas no seu desenvolvimento e, ainda, pelo estímulo e apoio, mesmo à distância, nos momentos de maior desalento.

Ao círculo de *net*-amigos do “e-grupo *deauff* ” com o qual partilhei, mesmo à distância, as suas dúvidas, avanços e recuos na investigação em DEA, sob a batuta incansável do Professor João Carlos Correia Baptista Soares de Mello. Uma menção especial à Doutora Eliane Gonçalves Gomes que prontamente se disponibilizou em me prestar todo o apoio que lhe solicitei.

Ao Conselho Directivo do Instituto da Solidariedade Social, I.P., na pessoa do seu vogal Dr. António Nogueira de Lemos, pela autorização concedida na utilização dos relatórios sobre o atendimento e, ainda, à Dr.^a Filomena Gonçalo e ao Dr. Manuel Dias Rosa, dirigentes daquele instituto que imediatamente me forneceram elementos essenciais, antes de serem publicados, o que me permitiu apresentar o *Estudo de caso*.

Ao Professor Doutor Mário da Silva Rosa que pela primeira vez me revelou a Investigação Operacional como método científico de gestão e me mostrou o fascínio que constitui o seu desbravar.

À Professora Doutora Maria Eugénia Vasconcelos Captivo que antes da reorientação que entendi dar ao trabalho que apresento me prestou e disponibilizou todo o apoio de que necessitei.

Às minhas filhas Ana Isabel e Rita Isabel e muito em especial à minha mulher Maria Isabel, pela paciência, ânimo e confiança que sempre me transmitiram e que tanto me ajudou.

Resumo:

A dissertação versa sobre a avaliação de qualidade de atendimento num serviço público. Usa para isso a modelação de outputs indesejáveis em Análise Envoltória de Dados, com modelos não radiais. É efectuada uma revisão detalhada das técnicas mais usadas no tratamento de *outputs* indesejáveis, com utilização dos modelos de multiplicadores e de envelope em alvos radiais. Aborda ainda técnicas recentes, que utilizam modelos do envelope em alvos não radiais. É apresentado um desenvolvimento para permitir o cálculo único de razões substituição para o caso investigado. Para tal será desenvolvido o modelo do envelope para outputs indesejáveis não radiais, com um modelo maxmin para a escolha de um entre a possível infinidade de multiplicadores.

Palavras Chave: Análise Envoltória de Dados DEA. Modelos não radiais. Restrições aos pesos nas soluções óptimas. *Outputs* indesejáveis.

Abstract:

The study turns on the evaluation of quality of attending in a public service. For that, will be used different approaches to the modelling of undesirable outputs in Data Envelopment Analysis DEA, with non-radial efficiency models. A detailed revision of the most recent techniques in the treatment of undesirable outputs is carried out, with use of the models of multipliers and envelope in radial targets. It still approaches up to date techniques, which use models of the envelope in non-radial targets. A development is presented to allow the particular calculation of the ratio of substitution for the surveyed case. For that is developed the model of the envelope for undesirable outputs non-radial, with a maxmin model that chooses among the possible infinity of multipliers sets.

Key-words: words: Data Envelopment Analysis DEA. Non-radial efficiency models. Weight restriction in the optimal solution. Undesirable outputs.

ÍNDICE

Agradecimentos	i
Resumo	ii
Capítulo 1	
1. INTRODUÇÃO	1
1.1 MOTIVAÇÃO PARA O DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO. APRESENTAÇÃO	1
PARTE I CONCEITOS, MODELOS E AS EXTENSÕES DE DEA	
Capítulo 2	
2. ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS (DEA)	5
2.1 O QUE É A ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS (DEA)	5
2.1.1 Considerações Gerais. Produtividade, eficácia e eficiência	5
2.1.1.1 Produtividade	5
2.1.1.2 Eficiência vs Eficácia	6
2.1.1.3 Eficiência técnica e Eficiência de afectação	8
2.1.1.4 Análise Envoltória de Dados (DEA) vs Análise Estatística de dados	10
2.1.2 Abordagem DEA Análise de Envoltória de Dados, DMU, modelação	11
2.1.2.1 Unidade produtiva ou “Unidade que Toma Decisões” Decision Making Unit– DMU	11
2.1.2.2 Modelação em DEA	12
2.1.2.3 Definição e selecção de DMUs	13
2.1.2.4 Selecção das variáveis	14
2.2 OS MODELOS BÁSICOS DE DEA	14
2.2.1 Modelos DEA clássicos. Orientação dos modelos	15
2.2.1.1 Selecção do modelo	15
2.2.1.2 Orientação dos modelos	15
2.2.1.3 Modelos radiais e modelos não radiais	15
2.2.2 Modelo CCR	16
2.2.2.1 Apresentação do modelo CCR	16
2.2.2.2 Modelo CCR com orientação a inputs	16
2.2.2.3 Modelo CCR com orientação a outputs	19
2.2.3 Modelo do “envelope”	20
2.2.3.1 Modelo BCC	22
2.2.3.2 Modelo BCC v.s. CCR	23
2.2.3.3 Formalização dos Modelos: BCC orientado a inputs e BCC orientado a output	24
2.2.4 Modelos DEA: Principais propriedades, vantagens e limitações	26

2.2.4.1 Propriedades	26
2.2.4.2 Vantagens	27
2.2.4.3 Limitações	28
2.2.4.4 Restrições aos Pesos em DEA	29
Modelo CCR Modelo	30
Capítulo 3	
3. 1.ª EXTENSÃO DOS MODELOS DEA: MODELOS NÃO RADIAIS E DETERMINAÇÃO DE “PESOS” ALTERNATIVOS EM SOLUÇÕES EFICIENTES NUM MODELO BCC ORIENTADO A INPUTS	31
3.1 MODELOS NÃO RADIAIS	31
3.1.1 Modelos CCR orientados a INPUT	31
3.1.2 Modelos CCR orientados a OUTPUTs	33
3.1.3 Modelos BCC orientado a INPUTs	34
3.1.4 MODELOS BCC orientados a OUTPUTs	35
3.2 DETERMINAÇÃO DE “PESOS” ALTERNATIVOS EM SOLUÇÕES EFICIENTES	36
3.2.1 Metodologia	37
3.3 EXEMPLO DE APLICAÇÃO E RESULTADOS	39
Capítulo 4	
4. 2ª EXTENSÃO DOS MODELOS DEA:- MODELAÇÃO COM OUTPUTS INDESEJÁVEIS	41
4.0 OUTPUTS INDESEJÁVEIS	41
4.1 TÉCNICAS MAIS UTILIZADAS PARA A MODELAÇÃO DOS OUTPUTS INDESEJÁVEIS	43
4.1.1 Transformar o output indesejável em input	43
4.1.2 Transformar o output indesejável, ao utilizar uma função decrescente que será sempre não negativa	43
4.1.2.1 Substituir o output indesejável (negativo), pelo seu simétrico	44
4.1.2.2 Substituir o output indesejável pelo seu complemento ao valor mais elevado que a variável assume	45
4.1.3 Substituir o output indesejável pelo seu inverso	46
4.2 ESTUDO COMPARADO ENTRE OS MÉTODOS COM UM EXEMPLO DE APLICAÇÃO	47
4.2.1 Incluir no modelo, como Input, o output indesejável	49
4.2.2 Substituir o output indesejável, pelo seu complemento a um valor superior ao máximo que a variável assume	50
4.2.3 Substituir o output indesejável pelo seu inverso, o que poderá fazer surgir problemas de convexidade e de continuidade	52
4.2.4 Comparação entre os resultados obtidos	
PARTE III AVALIAÇÃO DA EFICIÊNCIA DOS ATENDIMENTOS DISTRITAIS DO INSTITUTO DA SEGURANÇA SOCIAL, I.P. (ISS,IP), SERVIÇO PÚBLICO DE ÂMBITO NACIONAL	
Capítulo 5	
5. OS SERVIÇOS DE ATENDIMENTO DO INSTITUTO DA SEGURANÇA SOCIAL, I.P. (ISS,IP)	57

5.1 MISSÃO E ATRIBUIÇÕES DO ISS,IP. O ATENDIMENTO	57
5.1.1 Missão e atribuições do ISS, IP	57
5.1.2 Estrutura orgânica do ISS,IP	57
5.1.3 Estudos disponíveis sobre o Atendimento no ISS.IP	58
5.1.3.1 Estudos Nacionais dos Serviços de Atendimento	58
5.1.3.2 Relatório Anual da Caixa de correio electrónico do ISS, IP	59
5.1.3.3 Relatório Anuais de Exposições no Livro de Reclamações do ISS,I.P. de 2004 e de 2005	60
5.1.4 Indicadores Gerais de Atendimento no ISS.IP	61
5.1.5 Tipologia dos Serviços de Atendimento	62
5.1.6 Perfil do Atendimentos por Tipologia	63
5.1.7 Calendário de funcionamento dos Serviços de Atendimento	64
5.1.8 Distribuição mensal do Atendimento	65
5.1.9 Distribuição do Atendimento por Áreas	65
5.2 CARACTERIZAÇÃO DO ATENDIMENTO DO ISS,IP	67
5.2.1 Definição, Identificação e enunciação dos indicadores	67
5.2.2 Definição dos indicadores utilizados	67
5.2.3 Identificação dos factores de que dependem os indicadores	68
5.2.4 Enunciação dos Factores que definem o Atendimento	70
Capítulo 6	
6. MEDIÇÃO DA EFICIÊNCIA DOS SERVIÇOS DE ATENDIMENTO DO ISS, I.P.	71
6.1 MODELAÇÃO, IDENTIFICAÇÃO E CARACTERIZAÇÃO DAS DMUS	71
6.1.1 Modelação	71
6.1.2. Identificação das DMUs	71
6.1.3. Identificação e caracterização das variáveis de avaliação e escolha do modelo que será utilizado	72
6.1.3.1. Identificação das variáveis de avaliação	72
6.1.3.2. Caracterização das variáveis de avaliação	72
6.1.3.3 Escolha do modelo	73
6.1.3.3.1 Escolha de um modelo não radial	73
6.1.3.3.2 Escolha do modelo BCC orientado a INPUTS	73
6.2 REFERÊNCIAS PARA OS SERVIÇOS DE ATENDIMENTO DO ISS,I.P	75
6.2.1 Comparação das eficiências das DMUs em 2004 e 2005	75
6.2.2 Identificação das DMUs de referência	77
6.2.3 Determinação dos objectivos por aplicação das referências para as DMUs	79
6.2.4 Determinação de “pesos” alternativos em soluções óptimas	79
Capítulo 7	
7. CONCLUSÃO	81
7.1 RELEVÂNCIA DE UM MÉTODO SUPORTADO TEORICAMENTE PARA A FIXAÇÃO DE	

OBJECTIVOS	81
7.1.1 Importância da fixação suportada, de objectivos	81
7.1.2 Determinação metodológica de objectivos	82
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	85
ANEXO A BREVE CARACTERIZAÇÃO DO INSTITUTO DA SEGURANÇA SOCIAL, I.P. (ISS,IP)	83
A.1 O INSTITUTO DA SEGURANÇA SOCIAL, I.P. (ISS,IP) Missão, Atribuições, Estrutura orgânica.	93
A.1.1 Missão	93
A.1.2 Atribuições	93
A.1.3 Estrutura orgânica e Organograma	94
ANEXO B QUADROS QUE NÃO SE ENCONTRAM NO TEXTO	97

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 Curva de um processo de produção	7
Figura 2 Produtividade x Eficiência	8
Figura 3 Eficiências técnica e de afectação na perspectiva de minimização de recursos	9
Figura 4 Comparação entre DEA (abordagem não paramétrica) e regressão (técnica paramétrica)	11
Figura 5 Fronteira CCR – Orientação a <i>Input</i>	18
Figura 6 Fronteira CCR – Orientação a <i>Output</i>	21
Figura 7 Projecções das duas orientações na fronteira VRS	22
Figura 8 Representação das fronteiras BCC e CCR	23
Figura 9 Organograma do ISS,I.P.	95

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro n.º 1	Quadro dos valores do exemplo	39
Quadro n.º 2	Valores dos “pesos” alternativos quando é imposta a condição adicional de que seja máximo o pesos nas DMUs eficientes	40
Quadro n.º 3	Resumo das abordagens e suas propriedades	45
Quadro n.º 4	Quadro dos valores do exemplo	46
Quadro n.º 5	Inclusão do output indesejável como input. Quadro de dados após aplicada a transformação e as eficiências calculadas de acordo com os modelos	48
Quadro n.º 6	Dados obtidos após aplicada a transformação que consiste em substituir o output indesejável, pelo seu complemento a 14, (valor superior ao máximo que a variável assume) e as eficiências calculadas de acordo com o modelo	49
Quadro n.º 7	Dados obtidos após aplicada a transformação que consiste em substituir o output indesejável, pelo seu inverso e as eficiências calculadas de acordo com os modelos	50
Quadro n.º 8	Quadro que compara nos modelos DEA aplicáveis, os valores da eficiência obtidos nos três métodos	53
Quadro n.º 9	População, território e indicadores de atendimento	61
Quadro n.º 10	Perfil do atendimento, por tipologia, em 2005	63
Quadro n.º 11	Serviços Periódicos e Permanentes por Distrito e CNP	64
Quadro n.º 12	Volume e perfil dos Atendimentos por áreas	65
Quadro n.º 13	Quadro síntese da dependência dos factores aos indicadores de atendimento	69
Quadro n.º 14	Dados recolhidos que servirão de suporte ao Estudo de Avaliação	74
Quadro n.º 15	Eficiências calculadas para as 36 DMUs, e obtidas ao utilizar o modelo BCC do envelope orientado a <i>inputs</i>	76
Quadro n.º 16	Quantificação das DMUs não eficientes que têm como referência às DMUs eficientes	77
Quadro n.º 17	Identificação das DMUs não eficientes e a ponderação das DMUs de referência	78
Quadro n.º 18	Valores de referência para o n.º de reclamações das DMUs	79
Quadro n.º 19	Valores dos “pesos” alternativos quando é imposta a condição adicional de que seja máximo o pesos nas DMUs eficientes	80

Capítulo 1

1.INTRODUÇÃO

1.1 Motivação para o desenvolvimento do trabalho. Apresentação.

Foi no decurso do meu estudo dos métodos científicos de apoio à gestão que despertou em mim o interesse em conhecer as técnicas da Análise Envoltória de Dados (DEA). Esse meu empenho coincidiu com o alargamento dos domínios de aplicação de DEA e, ainda, com o incremento da sua utilização, o que é bem evidente nos últimos anos e que tem, até, despertado a incursão de investigadores de outras áreas para melhor o estudar e aperfeiçoar.

Para o meu trabalho optei pela aplicação a um caso real de técnicas DEA. Após ter identificado quais os factores relevantes envolvidos, determinei as eficiências de 18 serviços de atendimento em dois anos sucessivos, a que correspondem 36 observações, e identifiquei, para os ineficientes, quais os objectivos a fixar como alvos para que alcancem a eficiência máxima que já se provou ser atingível.

O meu trabalho divide-se em duas partes. Na Parte I, apresento todo o suporte teórico necessário ao estudo e na Parte II num *Estudo de caso* procedo a uma *Avaliação da Eficiência dos Atendimentos Distritais do Instituto da Segurança Social, I.P. (ISS,I.P.)* que é um serviço público de âmbito nacional.

Em maior detalhe, na Parte I - que identifiquei por: *Conceitos, Modelos e Extensões de DEA* - dedico o primeiro capítulo à apresentação do suporte teórico essencial da técnica em presença. Nele introduzo, a *Análise Envoltória de Dados (DEA)* de um modo o mais acessível possível em que serão suficientes, para a sua leitura, os conhecimentos básicos de Programação Linear.

Nos capítulos seguintes apresento duas *Extensões dos Modelos Clássicos DEA*: inicio com uma extensão aos *Modelos Não Radiais*, em que para além das várias formalizações possíveis dependendo da orientação e dos retornos de escala, exponho ainda como *Determinar “pesos” alternativos em soluções eficientes num Modelo BCC não radial orientado a Inputs*. Nele apresento, ainda, uma proposta de metodologia que consiste em maximizar os valores mínimos da colecção de pesos que determinam a eficiência com o objectivo de tentar “forçar” uma solução em que todos os pesos sejam significativos, o que ultrapassa a situação, sempre desconfortável, de nos métodos de cálculo poderem ser apresentados, de entre múltiplas soluções, pesos nulos. Apresento, para melhor visualização da metodologia proposta um exemplo de aplicação.

Concluo a Parte I com a introdução de outra Extensão dos Modelos DEA, agora na Modelação com *outputs* Indesejáveis. Aí descrevo as técnicas mais utilizadas para aquela modelação e efectuo, com um exemplo de aplicação, o estudo comparado entre os vários métodos e concluo que como os efeitos são muito idênticos o método que consiste em transformar os *outputs* indesejáveis em *Inputs*, é o que se revela mais intuitivo e de fácil aplicação.

Na Parte II, apresento então o *estudo de caso* relativo aos serviços de atendimento do Instituto da Segurança Social, I.P. (ISS,IP). Inicio por descrever sucintamente as suas atribuições e competências, identifico os seus Indicadores Gerais de Atendimento, caracterizo o seu atendimento e apresento uma proposta para a medição da eficiência dos serviços de atendimento do ISS,IP. Apresento as variáveis de avaliação e justifico a escolha do modelo que utilizarei. No penúltimo capítulo são identificadas os alvos para os serviços de atendimento ineficientes, concluindo pela possível utilização futura das técnicas utilizadas, na definição de objectivos neste e noutros serviços do ISS,IP.

PARTE I

CONCEITOS, MODELOS E EXTENSÕES DE DEA

Capítulo 2

2. ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS (DEA)

2.1 O QUE É A ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS (DEA)

2.1.1 Considerações Gerais. Produtividade, eficácia e eficiência

Uma das preocupações da gestão, na utilização de sistemas de apoio à decisão, é a medição da eficiência de unidades produtivas ou de unidades organizacionais.

Para que seja possível estudar a eficiência torna-se necessário, antes do mais, que se esclareça o que se entende por eficiência. Este conceito, que para muitos é considerado intuitivo, não raras vezes aparece na literatura confundido com o de *produtividade*.

Para evitar conflitos de nomenclatura, será apresentada uma breve introdução com vista a destacar algumas definições específicas que serão usadas no decorrer do texto, como: eficiência, produtividade, escala económica e fronteiras de produção.

2.1.1.1 Produtividade

A **produtividade** de uma empresa ou de uma unidade organizacional define-se como a relação entre o nível das saídas (produtos ou *outputs*) e os custos associados aos bens e serviços das entradas (recursos ou *inputs*) utilizados no processo produtivo da referida empresa, ou unidade organizacional, necessárias para a produção dessas saídas (Coelli *et al.*, 1998).

Para os casos que envolvem apenas uma única entrada (*input*) e uma única saída (*output*), é comum definir a medida de produtividade como apresentado na equação 1:

$$\text{Produtividade} = \frac{\text{saída}}{\text{entrada}} \quad (\text{Equação 1})$$

Equação 1 – Produtividade

No caso mais geral em que existem várias entradas e várias saídas, ou seja, quando a unidade emprega no seu processo de transformação múltiplos recursos de que resultam múltiplos produtos, a produtividade pode ser definida pela razão entre uma combinação linear das saídas e uma combinação linear das entradas.

2.1.1.2 Eficiência vs Eficácia

Farrel (1957) propôs um índice de **eficiência** para a situação de múltiplas entradas e múltiplas saídas, como se mostra na Equação 2. Nela, Y_{jk} representa a saída j da unidade k , X_{ik} representa a entrada i da unidade k , v_i e u_j representam, respectivamente, os pesos de cada saída j e de cada entrada i .

Estes pesos são, em geral, arbitrados.

$$\text{Eficiência}_k = \frac{\sum_j u_j Y_{jk}}{\sum_i v_i X_{ik}} \quad (\text{Equação 2})$$

Equação 2 – Eficiência

Conclui-se pois que embora as designações *produtividade* e *eficiência* possam ser confundidas, possuem significados diferentes.

O desempenho de unidades produtivas que transformam recursos em produtos, como se referiu antes, é avaliado pela **eficácia**, que está associada à capacidade de uma unidade atingir a meta que se propôs e, pela **produtividade**, obtida pelo

quociente entre o que foi produzido e os recursos utilizados para o produzir. Já a **eficiência**, como se referiu, é um conceito relativo pois compara o que foi produzido, com o que poderia ter sido produzido com esses mesmos recursos.

Numa abordagem muito simplista, a **eficiência** é associada a que os *inputs* e os *outputs* sejam isotónicos, isto é, que o aumento da eficiência poderá ser conseguido ao minimizar os *inputs* ou, em alternativa, maximizar os *outputs*.

A Figura 1 (Biondi Neto, 2001) mostra um processo de produção e envolve uma única entrada (X) e uma única saída (Y). A curva OS representa a fronteira de produção que relaciona a entrada X com a saída Y .

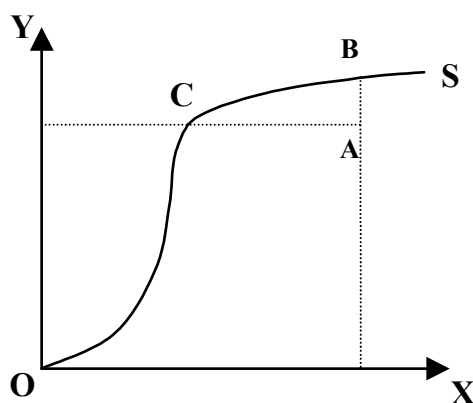


Figura 1 – Curva de um processo de produção.

A curva OS representa o nível máximo que a saída pode atingir para os vários níveis de entrada que possam ser utilizados. A região entre a fronteira de produção e o eixo dos X engloba todas as combinações viáveis entre saída e entrada que forma o conjunto de possibilidades de produção.

A empresa que esteja a operar sobre qualquer ponto da curva de produção é considerada como *tecnicamente eficiente*, caso contrário será considerada *tecnicamente ineficiente*. Ainda na Figura 1, as empresas que operam nos pontos B e C , sobre a fronteira de produção, são eficientes, e a que opera no ponto A é ineficiente. Para determinar a produtividade de cada uma das três empresas representadas pelos pontos A , B e C traçam-se a partir da origem semi-rectas que passam por esses pontos, conforme mostra a Figura 2 (Biondi Neto, 2001).

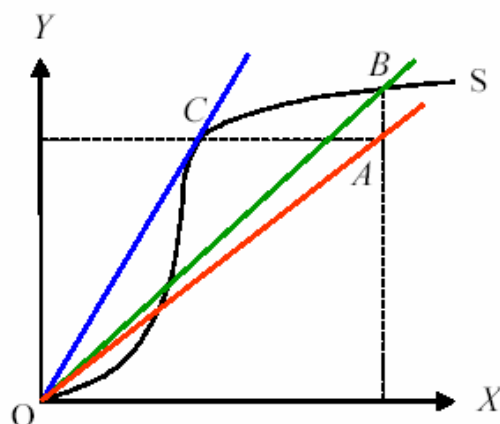


Figura 2 – Produtividade x Eficiência.

Os declives dessas três semi-rectas são dadas pelas relações Y/X , correspondentes a cada unidade produtiva, e medem a produtividade associada a cada ponto. Assim, uma empresa que se localize no ponto C apresentará a maior produtividade de entre as três em avaliação.

Verifica-se que uma unidade produtiva pode ser eficiente sob o ponto de vista técnico o que significa estar a operar sobre a fronteira de produção, e não ser a de maior produtividade por não possuir a maior relação Y/X . Note-se que a semi-recta radial que passa pelo ponto C é tangente à fronteira de produção e a que passa por B é secante a essa fronteira. O ponto C, além de eficiente, é considerado de escala económica óptima (Cooper *et al.*, 2000).

2.1.1.3 Eficiência técnica e Eficiência de afectação

Uma outra medida de eficiência é a **eficiência de afectação**, que incorpora as características de minimização dos custos ou maximização dos lucros na medida de eficiência. Quando se pretende verificar se uma determinada política de gestão utiliza adequadamente os recursos que possui, ou seja, se aos preços de

mercado vigentes a combinação de recursos é a mais adequada para atingir os objectivos dessa política, estamos a utilizar o conceito de **eficiência de afectação**.

A distinção entre a **eficiência técnica** e a **eficiência de afectação** reside no facto de que, a primeira não considera o preço dos *inputs*, pelo que analisa somente a utilização de recursos para atingir o máximo *output* disponível (ou um óptimo de Pareto do vector de *outputs*).

Uma unidade quando em termos de afectação puder ser considerada eficiente também poderá sê-lo em termos técnicos, mas a recíproca não é verdadeira.

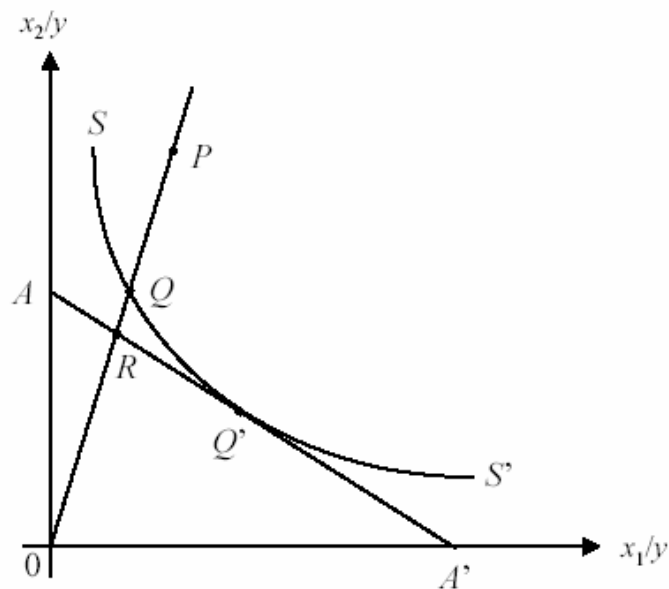


Figura 3 – Eficiências técnica e de afectação na perspectiva de minimização de recursos.

A Figura 3, baseada em Coelli *et al.* (1998), ilustra os conceitos de eficiência técnica e de eficiência de afectação na perspectiva de minimização de recursos, ao manterem-se os níveis de produção, num exemplo em que é assumido um só produto y (*output*) que é obtido a partir de dois recursos x_1 e x_2 (*inputs*). Pelo conhecimento da isoquanta de eficiência SS' é possível calcular a eficiência técnica de uma unidade no ponto P . A ineficiência técnica dessa unidade é dada por QP , quantidade em que os recursos (*inputs*) podem ser reduzidos sem alterar o valor do produto (*output*); a eficiência técnica é dada pela relação OQ/OP . Se as

razões dos preços para os recursos (*inputs*) forem conhecidas, representadas pela linha de isocustos AA' , a eficiência de afectação para a unidade que opera no ponto P é dada por OR/OQ . A distância RQ representa a redução que ocorreria nos custos de produção se a produção fosse a do ponto Q' , em termos de afectação (e também tecnicamente) eficiente, ao invés do ponto Q tecnicamente (mas não em termos de afectação) eficiente. A eficiência económica pode ser definida pela relação OR/OP , que representa a combinação entre as eficiências técnica e de afectação:

$$\frac{OQ}{OP} * \frac{OR}{OQ} = \frac{OR}{OP} \text{ i.e. Eficiência Técnica x Eficiência de Afectação = Eficiência Económica}$$

Para o caso de maximização da produção, sem alteração nos níveis dos recursos utilizados, podem ser deduzidas expressões análogas.

2.1.1.4 Análise Envoltória de Dados (DEA) vs Análise Estatística de dados

Em contraste com as funções de produção clássicas que utilizam técnicas estatísticas de regressão para estimar os produtos a partir das observações dos recursos utilizados (Figura 4), DEA considera todas as observações individuais com o objectivo de calcular uma fronteira de eficiência, que vai ser determinada pelas unidades que são Pareto-eficientes. Uma unidade diz-se Pareto-eficiente se, e somente se, ela não é capaz de promover melhoria no valor de alguma de suas variáveis sem piorar o valor de alguma outra. As propriedades estatísticas dos estimadores das funções de produção obtidas com o uso de DEA são desenvolvidas em Souza (2001, 2003). Da Figura 4 é ainda possível afirmar que enquanto as funções de produção clássicas fazem avaliações pelo comportamento médio ou mediano das unidades em estudo, DEA faz uma avaliação comparativa com base na excelência.

Há uma pedra de toque que faz a grande diferença entre a abordagem estatística da abordagem DEA. Enquanto a primeira considera a possibilidade de os valores extremos representarem desvios em relação a um comportamento “médio” e,

como tal, na generalidade das análises e tratamentos estatísticos de dados são de rejeitar, na abordagem DEA pelo contrário assumem grande importância já que os considera como possíveis referências (*benchmarks*) a serem analisados e imitados pelas demais unidades produtivas/serviços. Aqui os valores extremos podem representar as melhores práticas, dentro do universo investigado.

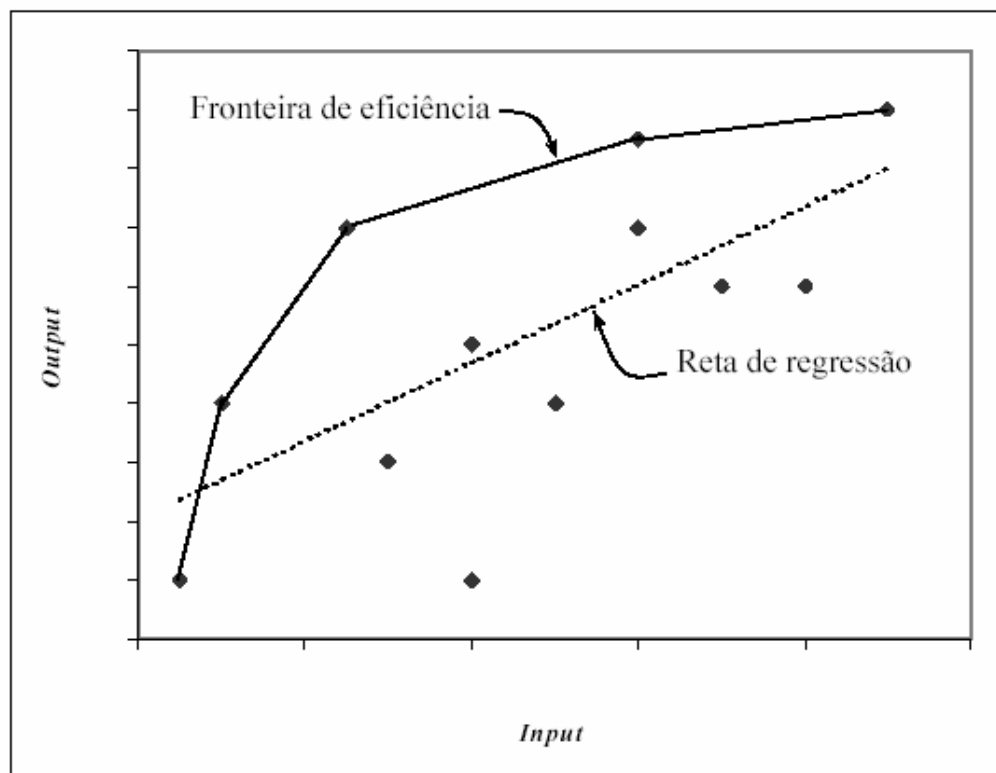


Figura 4 – Comparação entre DEA (abordagem não paramétrica) e regressão (técnica paramétrica).

2.1.2 Abordagem DEA Análise de Envoltória de Dados, DMU, modelação.

2.1.2.1 Unidade produtiva ou “Unidade que Toma Decisões” *Decision Making Unit*–DMU

A Análise de Envoltória de Dados (do inglês *Data Envelopment Analysis* –DEA) é uma ferramenta que utiliza modelos matemáticos para determinar a eficiência de

unidades produtivas, onde não seja relevante ou não se deseja considerar somente o aspecto financeiro. Dispensa-se, assim, a conversão de todos os recursos e produtos em unidades monetárias e, conseqüentemente, a sua conversão para valores actuais.

Em DEA, à unidade produtiva ou serviço denomina-se por “Unidades que Tomam Decisões” que em português assume a sigla UTD mas em que está também muito generalizada a utilização da sigla DMU que vem da abreviatura inglesa de *Decision Making Unit*.

2.1.2.2 Modelação em DEA

O objectivo principal de DEA consiste em comparar um conjunto de DMUs que realizam tarefas similares e que se diferenciam nas quantidades de recursos, *inputs*, que consomem e de produtos, *outputs*, que fornecem (GOMES *et al.*, 2001c),

Como objectivos operacionais de DEA teremos:

- Identificar as DMUs eficientes;
- Medir e localizar ineficiências;
- Estimar uma função de produção, linear por partes (*piece-wise linear frontier*), ao definir uma fronteira de eficiência que compreende o conjunto de DMUs Pareto-eficientes, que fornece a referência (*benchmark*) para as DMUs ineficientes;
- Identificar as origens e o nível de ineficiência relativa, de cada uma das DMUs, e analisar qualquer das suas dimensões relativas a entradas e/ou saídas;
- Contribuir para estratégias de produção que maximizem a eficiência das DMUs avaliadas, corrigindo as ineficientes através da identificação dos seus alvos;
- Estabelecer taxas de substituição entre as entradas, entre as saídas e entre entradas e saídas, permitindo tomadas de decisões de gestão. No

estabelecimento dessas taxas de substituição verifica-se que nem sempre a solução é única. (Rosen *et al.*, 1998, Soares de Mello *et al.*, 2001c).

Sob determinadas condições, pode ser também utilizada na problemática da ordenação como ferramenta de Apoio Multicritério à Decisão (MCDA), (Pomerol e Barba-Romero, 2000; Soares de Mello *et al.*, 2003b), já que, neste caso, DEA estabelece uma relação binária de pré-ordem entre as DMUs.

Segundo Angulo Meza (1998), em modelação por DEA são necessárias três etapas para a implementação do problema:

- Definição e selecção de DMUs;
- Selecção das variáveis;
- Escolha e aplicação do modelo.

2.1.2.3 Definição e selecção de DMUs

O conjunto de DMUs escolhido numa análise DEA deve ter em comum a utilização das mesmas entradas e das mesmas saídas, que variam apenas em intensidade. Esse conjunto deve ser homogéneo, isto é, deve realizar as mesmas tarefas, com os mesmos objectivos, trabalhar nas mesmas condições de mercado e ter autonomia na tomada de decisões.

É possível que, do conjunto a analisar, um grande número de DMUs esteja localizado na fronteira eficiente. Isto reduz a capacidade de DEA em discriminar unidades eficientes das ineficientes. Deve-se, assim, procurar um ponto de equilíbrio na quantidade de variáveis e DMUs escolhidas, com vista ao aumento do poder discriminatório das medidas de DEA (González-Araya, 2003).

2.1.2.4 Selecção das variáveis

Na literatura são referidas duas abordagens para o problema da selecção das variáveis: por método estatístico (Estellita Lins e Moreira, 1999; Jenkins e Anderson, 2003) e com recurso a técnicas Multicritério (Senra *et al.*, 2007).

Em DEA, na escolha das variáveis de entrada *inputs* e das variáveis de saída *outputs*, há que ponderar quais características que estas devem satisfazer (Dyson *et al.* 2001):

- Devem cobrir todos recursos utilizados relevantes;
- Devem capturar os níveis de actividade nas medidas do seu desempenho;
- O conjunto de factores deve ser comum a todas as unidades;
- A variação da envolvente deve ter sido avaliada e captada se necessário.

A estas características há ainda a acrescentar uma condição fulcral que, a não ser satisfeita, invalida à partida a aplicação da técnica:

- Tem de haver uma relação causal entre os *outputs* e os *inputs*, (Senra *et al.*, 2007).

A escolha dos factores relevantes para a determinação da eficiência relativa das DMUs, deve ser feita a partir de uma ampla lista de possibilidades de variáveis ligadas ao modelo e, essa lista de variáveis deve permitir o maior conhecimento sobre as unidades a serem avaliadas, e explicar melhor suas diferenças.

2.1.2.5 Escolha e aplicação do modelo

A escolha por um modelo particular vai depender, e também determinar, as propriedades que se consideram associadas ao processo produtivo (Charnes *et al.*, 1994) e será tratado a seguir.

2.2 OS MODELOS BÁSICOS DE DEA

2.2.1 Modelos DEA clássicos. Orientação dos modelos

2.2.1.1 Seleção do modelo

Os modelos DEA mais conhecidos, e como tal considerados clássicos são o modelo CCR ou CRS – *constant returns to scale* – (Charnes *et al.*, 1978), que admite retornos constantes de escala, e o modelo BCC ou VRS – *variable returns to scale* – (Banker *et al.*, 1984), que supõe retornos variáveis de escala.

A escolha por um modelo particular vai determinar também as propriedades que se consideram associadas ao processo produtivo (Charnes *et al.*, 1994):

- As propriedades implícitas dos retornos de escala;
- A geometria da superfície de “envelopamento” dos dados, que tem relação com as medidas de eficiência;
- As projecções de eficiência, ou seja, o caminho das DMUs ineficientes até a fronteira de eficiência.

2.2.1.2 Orientação dos modelos

As referências (benchmarks) das unidades ineficientes são determinadas pela projecção destas na fronteira de eficiência. A forma como é feita esta projecção determina a orientação do modelo:

- orientação a *inputs*, quando a eficiência é atingida por uma redução equiproporcional de entradas, mantidas as saídas constantes;

- orientação a *outputs*, quando se deseja maximizar os resultados sem diminuir os recursos;
- há estudos que propõem uma orientação que combina as duas anteriores.

2.2.1.3 Modelos radiais e modelos não radiais

Estes modelos clássicos DEA: CCR e BCC, por utilizarem índices em que se considera que a redução ou o aumento dos *inputs* ou dos *outputs* é equiproporcional adoptam, por isso mesmo, a denominação de Modelos Radiais, (Debreu, 1951; Farrel 1957). Nestes modelos tem-se optado por reduzir *inputs* ou aumentar os *outputs*, e não ocorrem alterações simultâneas.

Uma outra abordagem, em que se considera que os índices não são radiais, ou seja, em que se assume poder haver variações não proporcionais dos *inputs* e dos *outputs*, o vai permitir alterações simultâneas, será tratada noutro capítulo.

2.2.2 Modelo CCR

2.2.2.1 Apresentação do modelo CCR

O modelo CCR, apresentado originalmente por Charnes, Cooper e Rhodes (Charnes *et al.*, 1978), constrói uma superfície linear por partes, não paramétrica, que envolve os dados. Trabalha com retornos constantes de escala, o que significa que qualquer variação nas entradas (*inputs*) irá produzir uma variação proporcional nas saídas (*outputs*).

Esse modelo determina a eficiência pela divisão entre a soma ponderada das saídas (*output* virtual) e a soma ponderada das entradas (*input* virtual). Trata-se, assim, de uma generalização da definição apresentada por Farrel. O modelo permite que cada DMU escolha os pesos para cada variável (de entrada ou de saída) da forma que lhe for mais benevolente, desde que esses pesos aplicados às outras DMUs não resultem numa razão superior a 1.

2.2.2.2 Modelo CCR com orientação a *inputs*

A técnica DEA consiste na resolução de um conjunto de problemas de programação linear fraccionária (Charnes *et al.*, 1978) cujas condições são formalizadas nas Equação 3, onde:

$$\max Eff_0 = \frac{\sum_j^s u_j y_{j0}}{\sum_i^r v_i x_{i0}}$$

sujeito a:

$$\frac{\sum_j^s u_j y_{jk}}{\sum_i^r v_i x_{ik}} \leq 1; \quad k = 1, \dots, n \quad (\text{Equações 3})$$

$$u_j, v_i \geq 0 \quad \forall j, i$$

Equações 3 – Modelo CCR orientado a *inputs* na forma fraccionária

e em que :

Eff_0 é a eficiência da DMU₀;

v_i e u_j são os pesos de *inputs* i , $i=1, \dots, r$ e dos *outputs* j , $j=1, \dots, s$, respectivamente;

x_{ik} e y_{jk} são os níveis dos *inputs* i , $i=1, \dots, r$, e os níveis dos *outputs* j , $j=1, \dots, s$, da DMU _{k} , $k= 1, \dots, n$;

x_{i0} e y_{j0} são os níveis dos recursos (*inputs*) i e os níveis das saídas (*outputs*) j da DMU₀ em análise.

O problema de programação fraccionária (Equação 3), que deve ser resolvido para cada uma das DMUs, pode ser transformado num Problema de Programação Linear (PPL). Para tal, obriga-se a que o denominador da função objectivo seja igual a uma constante, normalmente por razões práticas, essa constante faz-se igual à unidade. A formulação do modelo CCR é apresentada nas Equações 4 e recebe o nome de Modelo dos Multiplicadores, com orientação a *inputs*.

$$\text{Max } \text{Eff}_0 = \sum_{j=1}^s u_j y_{j0}$$

sujeito a:

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1 \quad (\text{Equações 4})$$

$$\sum_{j=1}^s u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ik} \leq 0 \quad k = 1, \dots, n$$

$$u_j, v_i \geq 0 \quad \forall j, i$$

Equações 4 – Modelo CCR orientado a *inputs* na forma de um PPL. Modelo dos multiplicadores

As soluções do problema de programação fraccionária e aquelas que se obtêm na resolução do correspondente PPL em que se impôs que o denominador da função objectivo seja igual a uma constante, como facilmente se demonstra, são proporcionais.

Para melhor visualização na figura 5 podemos ver representada por uma recta que passa pela origem a fronteira eficiente de um modelo com um só *input* e com um só *output*. A DMU D está posicionada na recta pelo que é eficiente. As restantes DMUs, ineficientes, vêm representadas as suas projecções na fronteira. As setas indicam a direcção de redução proporcional do *input*. No exemplo da figura, a eficiência da DMU A é dada, como se referiu antes, pela razão entre as

medidas dos segmentos MN e MA: $\frac{\overline{MN}}{\overline{MA}}$ Assim a eficiência de D será $\frac{\overline{MD}}{\overline{MD}} = 1$.

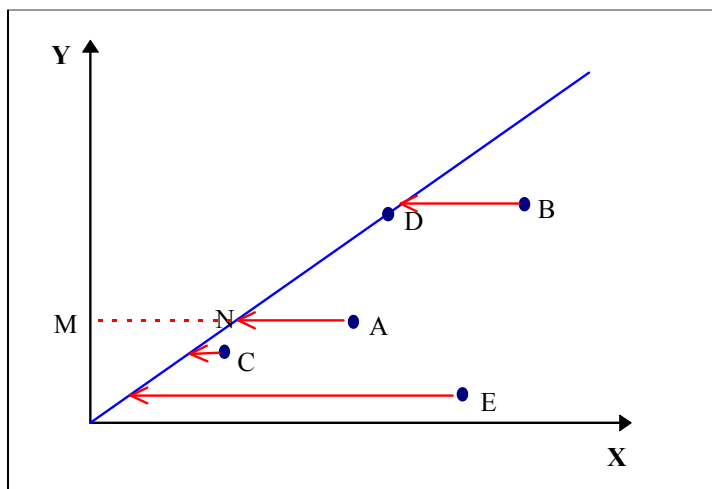


Figura 5 – Fronteira CCR – Orientação a *Input*

2.2.2.3 Modelo CCR com orientação a *outputs*

Analogamente pode desenvolver-se um modelo orientado a *outputs*, ou seja, um modelo em que se maximizam as saídas e se mantêm inalteradas as entradas. Nesse modelo, as variáveis de decisão são as mesmas do modelo orientado a *inputs*. As equações apresentadas em (Equações 5) mostram o modelo DEA CCR orientado a *outputs*, na forma fraccionária. Em (Equações 6) é apresentado o modelo já linearizado. Como a função objectivo h_0 terá sempre valores superiores à unidade, a eficiência é agora definida como o inverso de h_0 , isto é, $h_0 = \frac{1}{Eff_0}$.

$$\min h_0 = \frac{\sum_i^r v_i x_{i0}}{\sum_j^s u_j y_{j0}}$$

sujeito a:

$$\frac{\sum_i^r v_i x_{i0}}{\sum_j^s u_j y_{j0}} \geq 1; \quad k = 1, \dots, n \quad (\text{Equações 5})$$

$$u_j, v_i \geq 0 \quad \forall j, i$$

Equações 5 – Modelo CCR orientado a *outputs* na forma fraccionária

$$\min h_0 = \sum_{i=1}^r v_i x_{i0}$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^s u_j y_{j0} = 1 \quad (\text{Equações 6})$$

$$\sum_{j=1}^s u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^r v_i x_{ik} \leq 0, \quad \forall k = 1, \dots, n$$

$$u_j \geq 0, v_i \geq 0, \quad \forall i = 1, \dots, r, j = 1, \dots, s$$

Equações 6 – Modelo CCR orientado a *outputs* na forma de um PPL. Modelo dos multiplicadores

2.2.3 Modelo do “*envelope*”

Da teoria de programação linear (Bregalda *et al.*, 1983), sabe-se que é possível deduzir o problema dual do modelo formalizado com os multiplicadores (primal). Pelo teorema da dualidade forte, ambos os modelos apresentarão o mesmo valor óptimo para a função objectivo, quando esse valor existir. As Equações 7 e 8 apresentam-nos os problemas Duais dos PPL formulados para os modelos representados pelas Equações 4 e 6, respectivamente, e que são conhecidos na literatura, muito sugestivamente, como Modelos do Envelope.

$$\begin{aligned}
 & \min \mathbf{h}_0 \\
 & \text{sujeito a} \\
 & \mathbf{h}_0 \mathbf{x}_{i0} - \sum_{k=1}^n \mathbf{x}_{ik} \lambda_k \geq \mathbf{0} \quad i = 1, \dots, r \\
 & -y_{j0} + \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k \geq 0 \quad j = 1, \dots, s \\
 & \lambda_k \geq 0 \quad \forall k = 1, \dots, n
 \end{aligned}
 \tag{Equações 7}$$

Equações 7 – Modelo CCR orientado a *inputs*. Modelo do envelope

$$\begin{aligned}
 & \max \mathbf{h}_0 \\
 & \text{sujeito a} \\
 & \mathbf{x}_{i0} - \sum_{k=1}^n \mathbf{x}_{ik} \lambda_k \geq 0 \quad i = 1, \dots, r \\
 & -h_0 y_{j0} + \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k \geq 0 \quad j = 1, \dots, s \\
 & \lambda_k \geq 0 \quad \forall k = 1, \dots, n
 \end{aligned}
 \tag{Equações 8}$$

Equações 8 – Modelo CCR orientado a *outputs*. Modelo do envelope.

Nas Equações 7 e 8, o valor óptimo de h_o é igual à eficiência. Naqueles problemas cada solução λ_k é a contribuição da DMU_k na formação do alvo da DMU_o . As $DMUs$ com λ_k não nulo são as referências (*benchmarks*) da DMU_o .

Para uma melhor visualização, tal como foi apresentado para o modelo orientado a *input*, representa-se na figura 6 (Ângulo Meza, 1998), uma recta que passa pela origem como a fronteira eficiente de um modelo orientado a *output*, com um só *input* e com um só *output*. A DMU D está posicionada na recta pelo que é eficiente. As restantes $DMUs$, que são ineficientes, têm as respectivas projecções na fronteira quando os seus níveis de *output* são maximizados. As setas indicam a direcção do aumento proporcional do *output*. No exemplo da figura, a eficiência da DMU E é dada, como vimos, pela razão entre as medidas dos segmentos ME e MN: $\frac{\overline{ME}}{\overline{MN}}$. A eficiência de D será pois: $\frac{\overline{MD}}{\overline{MD}} = 1$.

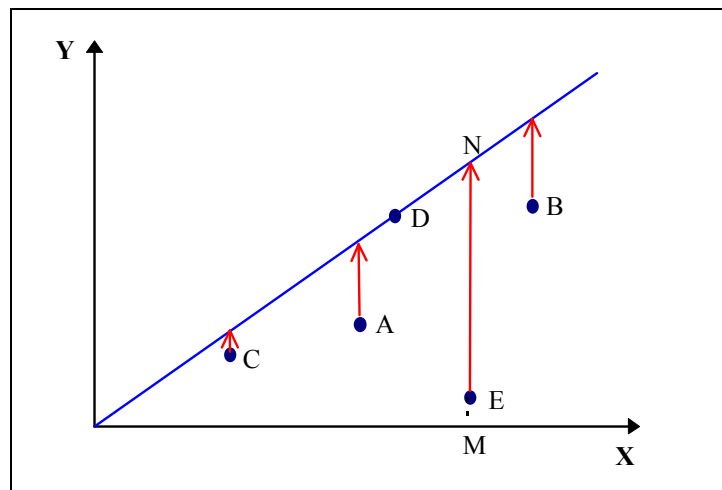


Figura 6 – Fronteira CCR – Orientação a *Output*

Os modelos CCR orientados a *input* e a *output* identificam o mesmo conjunto de $DMUs$ eficientes e ineficientes (Coelli et al., 1998), que vai estimar assim a mesma fronteira eficiente.

2.2.3.1 Modelo BCC

O modelo BCC, devido a Banker, Charnes e Cooper (Banker *et al.*, 1984), considera retornos variáveis de escala – daí também ser referido como VRS do inglês *variable returns to scale* – ou seja, substitui o axioma da proporcionalidade entre *inputs* e *outputs* pelo axioma da convexidade.

Ao impor que a fronteira seja convexa, o modelo BCC permite que as DMUs que operam com baixos valores de *inputs* tenham retornos crescentes de escala e que as que operam com altos valores de *inputs* tenham retornos decrescentes de escala.

A convexidade é introduzida no Modelo do Envelope de Charnes *et al.* (1978) através de uma restrição adicional que requer que o somatório dos λ seja igual a 1, ou seja, a contribuição das k DMUs na formação do alvo da DMU₀ é 1. Estas restrições, que se incluem nos respectivos modelos CCR, figuram nas equações para orientação a *inputs* (Equação 9), e nas equações para orientação a *outputs* (Equação 10). Deste modo obtém-se uma envoltória como a que é apresentada na figura 7 (Angulo Meza, 1998).

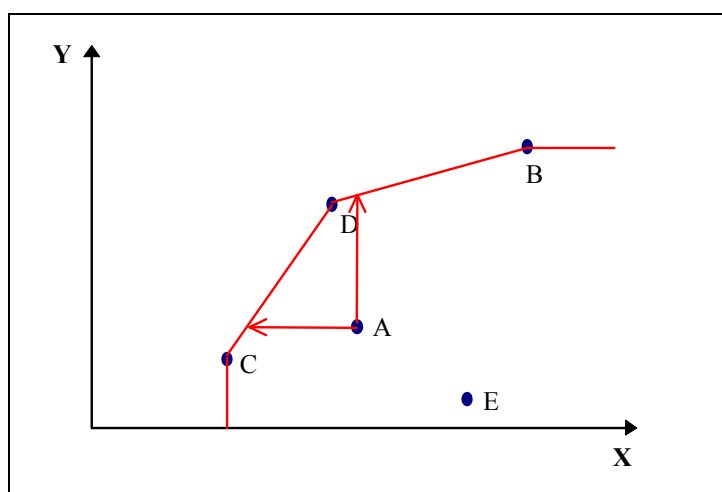


Figura 7 – Projeções das duas orientações na fronteira VRS

2.2.3.2 Modelo BCC v.s. CCR

A Figura 8 representa os modelos CCR e BCC para uma fronteira bidimensional. A azul o primeiro e a vermelho o segundo modelo. Na figura, a eficiência da DMU A é dada por $\frac{\overline{A''A'}}{\overline{A''A}}$ para o modelo BCC, e por $\frac{\overline{A''A'''}}{\overline{A''A}}$ para o modelo CCR, ambos para orientação a *inputs*.

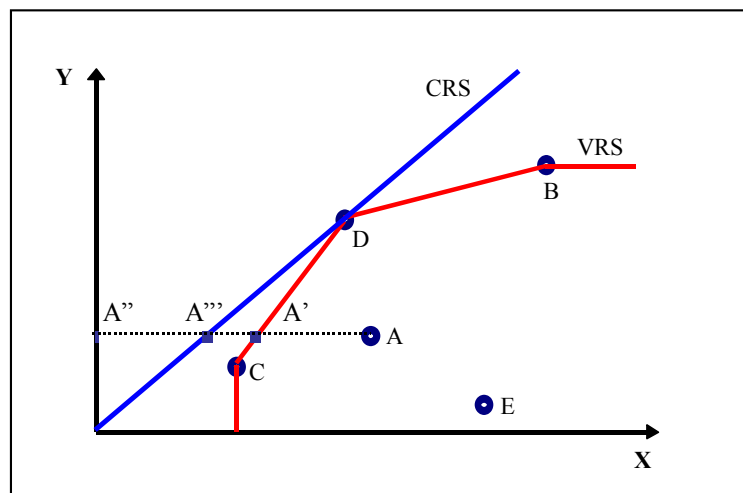


Figura 8. Representação das fronteiras BCC e CCR

As DMUs B, C e D são BCC eficientes e apenas D é CCR eficiente. As DMUs A e E são ineficientes nos dois modelos.

2.2.3.3 Formalização dos Modelos: BCC orientado a *inputs* e BCC orientado a *outputs*

Matematicamente, a convexidade da fronteira equivale a introduzir uma restrição adicional no Modelo do Envelope, que passa a ser o indicado nas Equações 9 para orientação a *inputs* e, nas Equações 10 para orientação a *outputs*.

$\min h_0$

sujeito a

$$h_0 x_{i0} - \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k \geq 0 \quad i = 1, \dots, r$$

$$-y_{j0} + \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k \geq 0 \quad j = 1, \dots, s \quad (\text{Equações 9})$$

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1$$

$$\lambda_k \geq 0 \quad \forall k = 1, \dots, n$$

Equações 9 – Modelo BCC orientado a *inputs*. Modelo do envelope.

$\max h_0$

sujeito a

$$x_{i0} - \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k \geq 0 \quad i = 1, \dots, r$$

$$-h_0 y_{j0} + \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k \geq 0 \quad j = 1, \dots, s \quad (\text{Equações 10})$$

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1$$

$$\lambda_k \geq 0 \quad \forall k = 1, \dots, n$$

Equações 10 – Modelo BCC orientado a *outputs*. Modelo do envelope.

Na prática, um aumento equiproporcional de *inputs* pode gerar um aumento de *outputs* proporcionalmente menor. A DMU, neste caso, estaria numa região de retornos decrescentes de escala. Caso o aumento de *outputs* seja proporcionalmente maior, diz-se que a unidade avaliada está numa região de retornos crescentes de escala. Os duais dos PPLs (Equações 9 e 10) geram os modelos BCC dos Multiplicadores apresentados nas Equações 11 e 12, respectivamente.

Nestes modelos, u^* e v^* são as variáveis primais associadas à condição dual $\sum_k \lambda_k = 1$ e são interpretados como factores de escala, isto é: quando u^* ou v^* são positivos indicam retornos decrescentes de escala, quando são negativos indicam retornos crescentes de escala e, caso sejam nulos (não há restrição aos λ_k) caímos no modelo CCR com retornos constantes de escala.

$$\max Eff_0 = \sum_{j=1}^s u_j y_{j0} + u^*$$

sujeito a:

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1 \quad \text{(Equações 11)}$$

$$\sum_{j=1}^s u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ik} + u^* \leq 0 \quad k = 1, \dots, n$$

$$u^* \text{ livre}; \quad u_j \geq 0, v_i \geq 0 \quad \forall j, i$$

$$\min \text{Eff}_0 = \sum_{i=1}^r v_i x_{i0} + v_*$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^s u_j y_{j0} = 1 \quad (\text{Equações 12})$$

$$-\sum_{i=1}^r v_i x_{ik} + \sum_{j=1}^s u_j y_{jk} - v_* \leq 0, \quad \forall k$$

$$v_* \text{ livre}; \quad u_j \geq 0, v_i \geq 0, \quad \forall j, i$$

Equações 12 – Modelo BCC orientado a *outputs*. Modelo dos multiplicadores.

2.2.4 Modelos DEA: Principais propriedades, vantagens e limitações

Sem pretender ser exaustivo indicam-se de seguida as principais propriedades, vantagens e limitações da metodologia DEA, tratadas na literatura.

2.2.4.1 Propriedades

- Em qualquer modelo DEA, a DMU que apresentar a melhor relação (*output j*)/(*input i*) será sempre eficiente;
- O modelo CCR tem como propriedade principal a proporcionalidade entre *inputs* e *outputs* na fronteira, ou seja, o aumento (diminuição) na quantidade dos *inputs*, provocará acréscimo (redução) proporcional no valor dos *outputs*.
- No modelo BCC, a DMU que tiver o menor valor de um determinado *input* ou o maior valor de um certo *output* será eficiente. A esta DMU chamamos de eficiente por *default* ou eficiente à partida;

- O modelo BCC é invariante a translações a *outputs* quando é orientado a *inputs* e vice-versa. Essa propriedade irá ser utilizada no desenvolvimento deste trabalho.
- DEA só fornece medidas de eficiência dentro de uma amostra em particular. Assim, não faz sentido comparar pontuações de eficiência entre dois estudos diferentes, já que todas as DMUs que se pretendam comparar têm de ser incluídas e contribuir para a avaliação.

2.2.4.2 Vantagens

- Nos modelos DEA, para o cálculo da eficiência das DMUs podem ser facilmente introduzidos múltiplos *inputs* e múltiplos *outputs*. Só é necessário conhecer os níveis dos *inputs* e dos *outputs* de cada DMU, sem se exigir o conhecimento dos seus correspondentes valores financeiros.
- Esta característica torna-a muito apropriada para a sua utilização na análise de eficiência de entidades sem fins lucrativos, como por exemplo, serviços prestados por instituições públicas. São exemplos a avaliação de serviços de educação ou serviço de saúde como hospitais onde é difícil, senão mesmo impossível, quantificar numa óptica financeira muitos dos *inputs* e/ou dos *outputs*.

Nos modelos DEA, a fronteira eficiente é uma envolvente das DMUs observadas, portanto, não é necessário assumir hipóteses sobre a função de produção. Deste modo, não é necessário conhecer o processo de transformação dos inputs em outputs.

- Os modelos DEA identificam quais as unidades que servem de referência (*Benchmarks*) para as organizações que não têm um desempenho eficiente. Isto fornece um conjunto de unidades com modelos de desempenho onde a organização pode comparar-se, e se possível tentar imitar. É possível assim fixar objectivos viáveis e que visam melhorar o seu desempenho.
- Os modelos DEA caracterizam cada DMU por uma única pontuação de eficiência, sem haver necessidade de atribuir para todas as DMUs observadas

o mesmo conjunto de pesos para os *inputs* e os *outputs*.

- Os *inputs* e os *outputs* podem ser medidos em diferentes unidades, ou seja, os modelos DEA são invariantes de escala, sem alterar o índice de eficiência, o que os diferencia de outros métodos baseados em avaliações puramente económicas, que necessitam de converter todos os *inputs* e os *outputs* em unidades monetárias (Estellita Lins e Angulo Meza, 2000).

2.2.4.3 Limitações

- Dado que DEA é uma metodologia que requer uma única observação para cada *input* e *output*, esta pode ser sensível a erros na recolha dos dados como inexactidão na medida (por exemplo, engano na escolha do número de algarismos significativos a utilizar) ou mesmo de uma má medição. Estes erros podem influenciar a forma e a posição da fronteira. Para ultrapassar esta limitação de DEA, têm aparecido trabalhos que desenvolvem modelos DEA estocásticos (Sengupta, 1990, 1997, RESTI, 2000).
- DEA é sensível às DMUs que são referência apenas de si próprias (eficientes por *default*.)
- DEA é sensível ao número de *inputs* e *outputs*, assim como ao tamanho da amostra de DMUs observadas. Sobre este tema, Nunamaker (1985) e Bowlin (1998) recomendam que o número de DMUs observadas da amostra seja, pelo menos, três vezes superior à soma dos *inputs* e dos *outputs*.
- Os resultados de DEA, por se obterem por resolução de problemas de programação linear, podem apresentar soluções óptimas alternativas e, conjuntamente, situações em que se verificam fenómenos de degenerescência. Uma abordagem destas dificuldades pode ser vista em Soares de Mello et al. (2006), que introduz um índice de eficiência MCDEA-TRIMAP.
- Os modelos básicos de DEA podem considerar uma DMU como eficiente, quando na verdade ela é ineficiente. Por exemplo, assumindo orientação a *inputs*, ela poderia produzir a mesma quantidade de *outputs* consumindo

menos *inputs*. Para o efeito basta idealizar que a fronteira é o hiperplano paralelo ao eixo desse *input*.

Apesar das limitações, DEA fornece uma metodologia para organizar e analisar os dados, e vai procurar obter a maior quantidade de informação a partir deles. Além disto, o utilizador não necessita de estabelecer *a priori* uma relação funcional entre os *inputs* e os *outputs*, mas sim, como será referido adiante uma relação de causalidade entre eles.

As vantagens e limitações dos modelos DEA, acima apresentadas, não são exaustivas. Com o interesse generalizado de os aplicar em variadas situações reais, é notório o empenhamento na investigação que vise a introdução de variantes aos modelos clássicos para suplantar os problemas identificados que essa aplicação vai, em cada caso, suscitar. Este movimento tem sido muito visível nos últimos anos.

2.2.4.4 Restrições aos Pesos em DEA

Os modelos DEA clássicos permitem uma total liberdade em relação à selecção dos pesos que conduzirão ao valor máximo para a eficiência de uma dada DMU. Essa liberdade é importante na identificação das unidades ineficientes, ou seja, aquelas DMUs que apresentam um baixo desempenho, inclusive com seu próprio conjunto de multiplicadores.

A existência de soluções óptimas alternativas originadas pela resolução de um PPL vai permitir várias escolhas óptimas dos pesos, o que é apontado como uma vantagem à modelação por DEA. Acresce que o decisor pode reconhecer nalguns dos pesos calculados inconsistência com os conhecimentos de que dispõe em face dos valores relativos de *inputs* e *outputs*. Assim, no valor do cálculo das eficiências, a incorporação de restrições aos pesos pelo decisor, surge como uma evolução natural das aplicações de DEA a problemas reais.

Torna-se viável complementar o modelo matemático pela adição de restrições que permitam variar os pesos dentro de intervalos definidos, e que vai minimizar a quantidade de variáveis com peso zero, (Estellita Lins e Angulo-Meza, 2000; Gomes e Lins, 2008) e assim reduzir o número de variáveis fora da avaliação.

A atribuição de pesos como forma de representar a estrutura de preferências do decisor, apesar da suposta simplicidade, pode encontrar alguma relutância por parte dos decisores. Atribuir pesos é uma tarefa para a qual muitos decisores não estão técnica nem psicologicamente preparados (Gomes et al., 2002). Por outro lado, uma vez dados os pesos, o decisor pode sentir-se afastado do processo de decisão, em que lhe é apresentado um resultado final para o qual sente que não participou.

Para obviar a inclusão de pesos nulos nas soluções – o que se revela, pouco confortável na sua utilização – é proposta uma metodologia para tentar “forçar” a apresentação de uma solução em que todos os pesos sejam significativos.

Na literatura de Análise Apoio Multicritério à Decisão (MCDA) são encontrados alguns argumentos contra a utilização de pesos para deduzir e representar a informação de preferências do decisor (Steuer, 1986; Korhonen, Wallenius, 1989; Wierzbicki, 1986), porém estudos mais recentes têm permitido aproveitar algum pragmatismo do MCDA a aplicações de DEA (Soares de Mello, *et al.* 2006).

Capítulo 3

3. 1.^a EXTENSÃO DOS MODELOS DEA: **MODELOS NÃO RADIAIS E DETERMINAÇÃO DE “PESOS” ALTERNATIVOS EM SOLUÇÕES EFICIENTES NUM MODELO BCC ORIENTADO A INPUTS.**

3.1 MODELOS NÃO RADIAIS

Nos modelos radiais, como antes se referiu, opta-se por reduzir *inputs* ou aumentar os *outputs*, sem que ocorram alterações simultâneas. Outra abordagem poderá ser a de considerar índices não radiais, ou seja, é assumido poder haver variações não proporcionais dos *inputs* e *outputs* permitindo até alterações simultâneas.

No presente estudo será apresentado uma variante para os modelos CCR e BCC do envelope e dos multiplicadores quando orientados a *inputs* e quando orientados a *outputs* em que poderá ocorrer variação de um só *input* ou de um só *output*.

A partir do modelo formulado no envelope será obtido, por dualidade, o modelo dos multiplicadores ou “dos pesos”.

3.1.1 Modelos CCR orientados a INPUT

Num modelo CCR orientado a *inputs*, com n DMUs's, m “*inputs*” e r “*outputs*” o Problema de Programação Linear (PPL) que permite determinar o índice de contracção h do *input* \underline{s} , único que pode variar, para que seja atingida a fronteira de eficiência, apresentará a formulação que é apresentada de seguida, à

esquerda, formulação efectuada com recurso ao modelo do envelope. (Equações 13).

À sua direita e a partir dele (Equações 14) apresenta-se a formulação do seu problema dual.

(Equações 13)

$$\begin{aligned} \min h_0 \\ \text{sujeito a :} \\ h_0 x_{so} - \sum_{k=1}^n \lambda_k x_{sk} &\geq 0 \\ x_{io} - \sum_{k=1}^n \lambda_k x_{ik} &\geq 0; \forall i \neq s, i = 1, \dots, m \\ -y_{jo} + \sum_{k=1}^n \lambda_k y_{jk} &\geq 0; \forall j, j = 1, \dots, r \\ \lambda_k &\geq 0; \quad h_0 \text{ livre} \end{aligned}$$

(Equações 14)

$$\begin{aligned} \max \left(\sum_{j=1}^r u_j y_{oj} - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq s}}^m v_i x_{oi} \right) \\ \text{sujeito a :} \\ x_{so} v_s &= 1 \\ \sum_{j=1}^r u_k y_{jk} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ik} &\leq 0, k = 1, \dots, n \\ v_i, u_j &\geq 0, \forall i, j \end{aligned}$$

Equações 13 - Modelo CCR do envelope orientado a *inputs* não radial

Equações 14 - O modelo CCR dos multiplicadores orientado a *inputs* não radial

No problema dual do problema do envelope o termo excluído do somatório, $x_{so} v_s$, terá de ser igual a um, pela condição imposta na primeira restrição do problema, pelo que o valor da função objectivo, no modelo **CCR dos multiplicadores orientado a inputs**, não se alterará se introduzirmos este termo no somatório (e que o afectará com sinal negativo) e, simultaneamente, para compensação, adicionarmos uma unidade à mesma função objectivo. Após reordenação dos seus termos a função a otimizar será:

$$\max \left(1 + \sum_{j=1}^r u_j y_{oj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{oi} \right)$$

A função objectivo que se pretende maximizar representa a diferença entre o numerador e o denominador da razão que no modelo radial define a eficiência da DMU_0 em avaliação, adicionada de uma constante igual à unidade.

Esta diferença entre numerador e denominador assumirá sempre valores não positivos e no máximo será nula, situação que se verifica quando a DMU é eficiente. A função objectivo, a maximizar, nunca será superior à unidade.

3.1.2 Modelos CCR orientados a OUTPUTS

Num modelo CCR orientado a *outputs*, com n DMUs's, m "inputs e r "outputs" o Problema de Programação Linear (PPL) que permite determinar o índice de expansão h do *output* s , único que pode variar, para que seja atingida a fronteira de eficiência, poderá ter a formulação, indicada à esquerda, que mais uma vez utiliza o modelo do envelope.

À sua direita apresenta-se a formulação do seu Problema Dual.

(Equações 15)

$$\max h_o$$

sujeito a:

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k x_{ik} \leq x_{io}; \forall i, i = 1, \dots, m$$

$$h_o y_{so} - \sum_{k=1}^n \lambda_k y_{sk} \leq 0;$$

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k y_{jk} \leq -y_{jo} \forall j \neq s, j = 1, \dots, r$$

$$\lambda_k \geq 0; \quad h_o \text{ livre}$$

Equações 15 - Modelo CCR do envelope orientado a *outputs* não radial

(Equações 16)

$$\min \left(\sum_{i=1}^m v_i x_{io} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq s}}^r u_j y_{jo} \right)$$

sujeito a:

$$u_s y_{so} = 1$$

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{ik} - \sum_{j=1}^s u_j y_{jk} \geq 0, k = 1, \dots, n$$

$$v_i, y_j \geq 0 \forall i, j$$

Equações 16- Modelo CCR dos multiplicadores orientado a *outputs* não radial.

Também aqui no dual (Equações 16) do problema do envelope (Equações 15) é possível proceder a algumas reordenações. O termo excluído do somatório, $u_s y_{so}$, terá de ser igual a 1, pela condição imposta na primeira restrição do problema, pelo que o valor da função objectivo não se alterará se introduzirmos este termo

no somatório (que o afectará com sinal negativo) e, simultaneamente, adicionarmos uma unidade à mesma função objectivo.

$$\min \left(1 + \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} - \sum_{j=1}^r u_j y_{j0} \right)$$

A função objectivo que se pretende minimizar representa o simétrico da diferença entre o numerador e o denominador, da razão que no modelo radial define a eficiência da DMU₀ em avaliação, adicionada de uma unidade.

Notar que, igualmente aqui, como a diferença entre o numerador e o denominador da razão que no modelo define a eficiência da DMU₀ é sempre não positiva, o seu simétrico será sempre não negativo e no mínimo nula, situação que se verifica quando a DMU é eficiente, pelo que a função objectivo, a minimizar, nunca será inferior à unidade.

$$\min \left(1 + \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} - \sum_{j=1}^r u_j y_{j0} \right) = \min \left(1 - \left(\sum_{j=1}^r u_j y_{j0} - \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} \right) \right) = - \max \left(-1 + \left(\sum_{j=1}^r u_j y_{j0} - \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} \right) \right)$$

3.1.3 Modelos BCC orientado a INPUTs

Num modelo BCC orientado a *inputs*, com *n* DMUs, *m* “*inputs*” e *r* “*outputs*” o Problema de Programação Linear (PPL) que permite determinar o índice de contracção *h* do *input* *s*, único que pode variar, para que seja atingida a fronteira de eficiência, poderá ser formulado como PPL no modelo do envelope (Equações 17) e, à sua direita e a formulação do seu problema dual (Equações 18).

Registe-se que, tal como no modelo CCR dos multiplicadores não radial, o termo excluído do somatório $x_{s0}v_s$ pela condição imposta na primeira restrição do problema, será igual unidade. Assim o valor da função objectivo não se alterará se introduzirmos este termo no somatório (que o afectará com sinal negativo) e, simultaneamente, adicionarmos uma unidade à mesma função objectivo

$$\max \left[u_* + 1 + \left(\sum_{j=1}^s u_j y_{j0} - \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} \right) \right]$$

Eis as formalizações:

(Equações 17)

$$\begin{aligned} & \min h_o \\ & \text{sujeito a:} \\ & h_o x_{os} - \sum_{k=1}^n \lambda_k x_{ok} \geq 0 \\ & x_{io} - \sum_{k=1}^n \lambda_k x_{ik} \geq 0; \forall i \neq s, i = 1, \dots, m \\ & -y_{jo} + \sum_{k=1}^n \lambda_k y_{jk} \geq 0; \forall j, j = 1, \dots, r \\ & \sum_{k=1}^n \lambda_k = 1 \\ & \lambda_k \geq 0; \quad h_o \text{ livre} \end{aligned}$$

Equações 17- Modelo BCC do envelope orientado a inputs não radial

(Equações 18)

$$\begin{aligned} & \max (u_* + \sum_{j=1}^r u_j y_{jo} - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq s}}^m v_i x_{io}) \\ & \text{sujeito a:} \\ & x_{so} v_s = 1 \\ & \sum_{j=1}^r u_{jk} y_j - \sum_{i=1}^m v_i x_{ik} + u_* \leq 0, k = 1, \dots, n \\ & v_i, y_j \geq 0, \forall i, j; \quad u_* \text{ livre} \end{aligned}$$

Equações 18- Modelo BCC dos multiplicadores orientado a inputs não radial

3.1.4 Modelos BCC orientados a OUTPUTS

Num modelo com n DMUs, m “inputs” e r “outputs” o PPL que permite determinar o índice de expansão h do *output* s , único que pode variar, para que seja atingida a fronteira de eficiência, poderá ter a seguinte formulação:

(Equações 19)

$$\begin{aligned} & \max h_o \\ & \text{sujeito a:} \\ & \sum_{k=1}^n \lambda_k x_{ik} \leq x_{io}; \forall i, i = 1, \dots, m \\ & h_o y_{so} - \sum_{k=1}^n \lambda_k y_{sk} \leq 0; \\ & \sum_{k=1}^n \lambda_k y_{jk} \leq -y_{jo} \forall j \neq s, j = 1, \dots, r \\ & \sum_{k=1}^n \lambda_k = 1 \\ & \lambda_k \geq 0; \quad h_o \text{ livre} \end{aligned}$$

(Equações 19 - Modelo BCC do envelope orientado a outputs não radial

(Equações 20)

$$\begin{aligned} & \min (v_* - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq s}}^r u_j y_{jo} + \sum_{i=1}^m v_i x_{io}) \\ & \text{sujeito a:} \\ & y_{so} v_s = 1 \\ & \sum_{j=1}^r u_{jk} y_j - \sum_{i=1}^m v_i x_{ik} + v_* \leq 0, \forall k = 1, \dots, n \\ & v_i, y_j \geq 0, \forall i, j; \quad v_* \text{ livre} \end{aligned}$$

Equações 20 - Modelo BCC dos multiplicadores orientado a outputs não radial

O termo excluído do somatório $u_s y_{s0}$, será igual a um, pela condição imposta na primeira restrição do problema, pelo que o valor da função objectivo não se alterará se introduzirmos este termo no somatório (que o afectará com sinal negativo) e, simultaneamente, adicionarmos uma unidade à mesma função objectivo.

$$\min (v_* + 1 - (\sum_{j=1}^r u_j y_{j0} - \sum_{i=1}^m v_i x_{i0}))$$

Refiro que, com o cuidado que se deve ter sempre que se produzem estas afirmações, as formalizações apresentadas não as encontrei antes em nenhum documento consultado.

3.2 DETERMINAÇÃO DE “PESOS” ALTERNATIVOS EM SOLUÇÕES EFICIENTES

A resolução dos PPL anteriormente referidos determina pesos únicos para as DMUs não eficientes (com a ressalva de situações muito particulares) enquanto para as DMUs eficientes, por se verificarem situações de degenerescência no problema primal, o óptimo dual apresentará uma das soluções básicas alternativas possíveis. Este facto é facilmente constatável se se utilizar para resolução do mesmo problema dois *softwares* diferentes ou, o mesmo software mas em circunstâncias diversas.

Não raras vezes as soluções identificadas contemplam pesos nulos o que, ditará que essas variáveis serão desconsideradas na avaliação da eficiência daquela unidade e na importância dessas variáveis, o que pode causar uma avaliação incompleta, não muito desejável, e que se revela como já se fez referência antes, pouco confortável na sua utilização.

Como estamos em presença de problemas lineares as soluções básicas alternativas indicam que uma sua combinação linear convexa também será solução óptima, ou seja haverá infinitas soluções.

O problema da não unicidade dos multiplicadores para as DMUs extremo eficientes, já tinha sido várias vezes abordado, mas com soluções diferentes, todas elas com um formalismo matemático muito trabalhoso por Charnes et al. (1985), introduzindo a média ponderada pelas dimensões das faces, Rosen et al (1989), que determina intervalos de pesos, e por Soares de Mello et al 2002 e 2004, que apresenta métodos de suavização da fronteira.

Num trabalho recente numa abordagem de modelos de Programação Linear Multiobjectivo (PLMO) é explorado no modelo MCDEA de Xiao-Bai Li e Gary R.Reeves (1999), a utilização do software TRIMAP que introduz, proposto por Soares de Mello Et Al. (2006), um índice de eficiência MCDEA-TRIMAP

Este artigo explora o uso do software TRIMAP no modelo MCDEA de Li e Reeves. Nele são discutidas algumas possibilidades de uso e é proposto um índice baseado em MCDEA com o uso do TRIMAP. Mostra-se que este índice permite uma fase interactiva com o decisor, o que pode emitir opiniões sobre os multiplicadores usados e aceitá-los ou propor restrições que os modifiquem. O modelo é ilustrado com um exemplo prático.

3.2.1 Metodologia

Neste trabalho, é proposta uma metodologia para tentar “forçar” a apresentação de uma solução em que todos os pesos sejam significativos, e que consiste em maximizar os valores mínimos da colecção de pesos que, determinam a eficiência. Trata-se de uma formalização que pode ser revolvada sem grandes dificuldades com recurso a um software facilmente disponível como o Solver do EXCEL.

Como se pretende evitar pesos nulos vai-se maximizar o menor peso do conjunto de pesos não negativos $\{ u_1, \dots, u_j, \dots, u_r, v_1, \dots, v_i, \dots, v_m \}$ para os quais são satisfeitas as condições que permitem determinar a eficiência. **Max** $(\min (u_1, \dots, u_j, \dots, u_r, v_1, \dots, v_i, \dots, v_m))$

Num 1.º Momento são identificadas as DMUs eficientes pela aplicação de um dos modelos antes indicados. Porque é nas situações de eficiência que nos PPLs se verifica a degenerescência, e por isso as soluções não únicas, encontradas as DMUs eficientes serão nessas que se irão desenvolver os procedimentos para encontrar pesos óptimos alternativos não nulos.

Num 2.º Momento vou aplicar para todas as DMUs eficientes identificadas antes o PPL que se indica e que, no contexto deste trabalho, se vai aplicar a num modelo BCC orientado a *inputs*, não radial, com n DMUs, m *inputs* e r *outputs* e que vai permitir determinar o índice de contracção h do *input* s , para que seja atingida a fronteira de eficiência:

Max P
sujeito a

$$P \leq u_j, j = 1 \dots r$$

$$P \leq v_i, i = 1 \dots m$$

$$u_* + \sum_{j=1}^r u_j y_{jo} - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq s}}^m v_i x_{io} = 1$$

$$x_{so} v_s = 1$$

(Equações 21)

$$\sum_{j=1}^r u_{jk} y_j - \sum_{i=1}^m v_i x_{ik} + u_* \leq 0, k = 1, \dots, n$$

$$v_i, \geq 0; y_j \geq 0, \forall i, j; u_* \text{ livre}$$

Equações 21 – Formalização do modelo do 2.º momento.

3.3 EXEMPLO DE APLICAÇÃO E RESULTADOS

Para melhor exemplificar a metodologia esta vai ser aplicada a 5 DMUs, com dois *inputs* e com um só *output*, cujos valores são apresentados no quadro:

DMUs	input 1	input 2	output 1
DMU_1	4	3	2
DMU_2	1	3	5
DMU_3	2	3	4
DMU_4	1	2	1
DMU_5	10	5	8

Quadro 1 – Valores do exemplo.

O PPL que formaliza o modelo BCC do envelope orientado a *inputs*, e que vai permitir determinar o índice de contracção *h* do *input* 1, para que seja atingida a fronteira de eficiência pelas 5 DMUs está exemplificada para o caso da DMU_1. (Equações 22) À sua direita (Equações 23) apresenta-se a formalização do seu problema dual.

Por se considerar que o *input* 1 é o único *input* que varia, estamos na presença de um modelo não radial.

(Equações 22)

$$\begin{aligned} & \text{Min } h_0 \\ & \text{Sujeito a} \\ & 4h_0 - 4\lambda_1 - 1\lambda_2 - 2\lambda_3 - 1\lambda_4 - 10\lambda_5 \geq 0 \\ & 3 - 3\lambda_1 - 3\lambda_2 - 3\lambda_3 - 2\lambda_4 - 5\lambda_5 \geq 0 \\ & -2 + 2\lambda_1 + 5\lambda_2 + 4\lambda_3 + 1\lambda_4 + 8\lambda_5 \geq 0 \\ & \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 = 1 \\ & \lambda_k \geq 0; \end{aligned}$$

Equações 22- Formalização do PL para a DMU_1 do exemplo, modelo BCC do envelope.

(Equações 23)

$$\begin{aligned} & \text{Max } (u_+ + 2u_1 - 3v_2) \\ & \text{Sujeito a} \\ & 4v_1 = 1 \\ & u_+ + 2u_1 - 4v_1 - 3v_2 \leq 0 \\ & u_+ + 5u_1 - 1v_1 - 3v_2 \leq 0 \\ & u_+ + 4u_1 - 2v_1 - 3v_2 \leq 0 \\ & u_+ + 1u_1 - 1v_1 - 2v_2 \leq 0 \\ & u_+ + 8u_1 - 10v_1 - 5v_2 \leq 0 \\ & u_1 \geq 0, v_1 \geq 0, v_2 \geq 0; u_+ \text{ livre} \end{aligned}$$

Equações 23 - Formalização PL dual do anterior para a DMU_1 do exemplo.

Este problema ira ser resolvido para as 5 DMUs, utilizando o Solver do EXCEL.

		"pesos" sem qualquer restrição				"pesos" impondo-se a maximização do menor dos pesos			
h	DMU's	v1	v2	u1	ux	v1	v2	u1	ux
0,25	1	0,25	0,00	0,00	0,25				
1	2	1,00	0,00	1,00	-4,00	1,00	1,00	3,30	-12,50
0,5	3	0,25	0,00	0,00	0,25				
1	4	1,00	0,00	0,00	1,00	1,00	4,00	1,00	8,00
1	5	10 ⁻¹⁶	1,16	0,77	-0,39	10 ⁻¹⁴	2,78	1,85	-0,93

Quadro n.º 2 – Valores dos "pesos" alternativos quando é imposta a condição adicional de que seja máximo o pesos nas DMUs eficientes

Notar que no caso da DMU 5, a restrição $4v_1 = 1$, não permite o anulamento total de v_1 , contudo, como os valores dos outros pesos se apresentaram muitíssimo mais elevados poderá conduzir a erros de aproximação no cálculo. Será desejável alterar, nos casos em que essa amplificação se verifica, a escala dos *inputs* e ou *outputs* para uma escala conveniente.

Capítulo 4

4. 2ª EXTENSÃO DOS MODELOS DEA - **MODELAÇÃO COM OUTPUTS INDESEJÁVEIS**

4.0 OUTPUTS INDESEJÁVEIS

Como se referiu no Capítulo 2 deste trabalho uma das suas vertentes prende-se com a abordagem que se terá de efectuar com recursos ao conhecimento do tratamento de processos em que se identificam *outputs* indesejáveis.

Com a aplicação generalizada da Análise Envoltória de Dados, (Data Envelopment Analysis - DEA) em processos reais, começaram a surgir situações em que a medição da eficiência obriga a considerar também produtos indesejáveis como: o nível de CO₂ produzido numa refinaria de petróleo, o número de acidentes que se contabilizam num troço de uma auto-estrada, as taxas e impostos que incidem sobre os lucros que estão associados a uma determinada actividade ou número de reclamações de um serviço de atendimento.

Nos modelos básicos de DEA a situação de factores em que os *outputs* podiam assumir valores negativos não foram de imediato contempladas, contudo, foi ao pretender aplicar DEA a casos reais que se tem assistido a uma maior preocupação em formular extensões aos modelos básicos que se lhe possam aplicar.

Não se poderá deixar de considerar no modelo aqueles produtos que são factores “*maus*”, e que se pretende tenham níveis mínimos.

Esses *outputs* “*maus*”, que na terminologia mais recente são apelidados de *outputs* indesejáveis, são muitas vezes produzidos conjuntamente com os *outputs* “*bons*” a quem estão fortemente associados. Nos casos reais, esses *outputs* indesejáveis não podem ser produzidos sem que também sejam produzidos *outputs*

indesejáveis. O termo indesejável nem sempre significa que se trata de um produto indesejável mas, apenas, que estamos na presença de um *output* que se pretende minimizar. Situações em que os *outputs* podem assumir valores negativos recebem também a designação de indesejáveis, não por o serem de facto, mas por apresentarem valores não desejáveis.

Na modelação em DEA quando se identifica um *output* negativo ou indesejável, permite duas abordagens para os fazer incluir no modelo DEA, em (Scheel, H., 2001):

- *Uma abordagem directa* em que se utilizam os originais *outputs* indesejáveis e se modifica o espaço das soluções admissíveis de modo a que possam ser tratados de uma forma adequada;
- *Uma abordagem indirecta* em que se transformam os *outputs* indesejáveis por aplicação de uma função monótona decrescente $f(X)$ que os transformará em *outputs* que possam já ser considerados “desejáveis” e pertencem, pois, ao espaço de soluções admissíveis. (Pasupathy, 2002);

Surgem aqui dois desafios a superar:

- modelar conjuntamente no processo a produção de *outputs* desejáveis e indesejáveis;
- exigir que os *outputs* desejáveis aumentem enquanto os *outputs* indesejáveis se reduzem (Chung *et al*, 1995).

Na literatura de DEA, os chamados *outputs* indesejáveis têm recebido destaque (Allen, 1999; Scheel, 2001; Seiford e Zhu, 2002; Weber e Weber, 2002; Färe e Grosskopf, 2003), constituindo até temas desenvolvidos em teses de mestrado e de doutoramento.

4.1 TÉCNICAS MAIS UTILIZADAS PARA A MODELAÇÃO DOS *OUTPUTS* INDESEJÁVEIS

4.1.1 Transformar o *output* indesejável em *input*

o que, numa abordagem directa, consiste em incluir os *outputs* indesejáveis no conjunto de *inputs*.

Trata-se de uma técnica evidente e muito fácil de aplicar, o que faz dela uma das mais utilizadas por não exigir nenhuma transformação especial aos dados.

Esta modificação pode ser utilizada tanto no modelo DEA CCR como no modelo DEA BCC, e depende das escalas de operação das unidades avaliadas pelo que deve, todavia, ter em atenção que o “processo produtivo” foi alterado.

Esta transformação será adiante denominada por **INP**

4.1.2 Transformar o *output* indesejável, ao utilizar uma função decrescente que será sempre não negativa

Método que será apresentado com duas propostas

- Substituir o *output* indesejável (negativo), pelo seu simétrico.
- Substituir o *output* indesejável pelo seu complemento ao valor mais elevado que a variável assume.

4.1.2.1 Substituir o *output* indesejável (negativo), pelo seu simétrico

Foi proposto por Koopmans (1951) e aplicado por Berg et al. (1992) consiste em utilizar no modelo, como *output*, uma variável obtida a partir de uma transformação de simetria dos valores do *output* indesejável (negativo) o que assegura que será sempre não negativa:

$$f(U) = - U$$

Esta transformação será adiante denominada por de aditiva inversa **ADD**.

As eficiências calculadas serão iguais nas abordagens **INP** e **ADD**

4.1.2.2 Substituir o *output* indesejável pelo seu complemento ao valor mais elevado que a variável assume

Foi proposto por Alie e Seiford (1990), consiste em utilizar no modelo, como *output*, uma variável obtida a partir de uma translação linear dos valores y_{ki} do *output* indesejável i , em que este é substituído pelo valor complementar a um valor fixo para cada *output* indesejável:

$$f(y_{ki}) = -y_{ki} + \beta_i$$

Para assegurar que, os valores transformados assumirão sempre valores não negativos, o valor fixo para cada *output* indesejável β_i terá de ser escolhido de modo a satisfazer a condição $\beta_i \geq \text{Max}\{y_{ki}$ para todo o $k\}$. Como o problema que for identificado pelo modelo irá ser resolvido com aplicações informáticas, para evitar problemas de convergência e estabilidade da solução, ao valor de $\text{Max}\{y_{ki}$ para todo o $k\}$ será suficiente adicionar algumas centésimas.

Esta técnica só é válida para o modelo DEA BCC (orientado a *inputs*) e DEA Aditivo, já que o modelo DEA CCR, não é invariante a translações contrariamente ao modelo BCC que, como facilmente se demonstra, é invariante a translações. Para o efeito é suficiente utilizar a formulação do problema linear da envolvente orientado a *input* e recordar que a soma das variáveis λ_k vai ser igual à unidade. Esta propriedade evidencia que:

- a eficiência de uma DMU, num modelo BCC orientado a *inputs* não se altera se se adicionar, ou subtrair, um valor constante a todos os valores do *output* $_i$.
- a eficiência de uma DMU, num modelo BCC orientado a *outputs* não se altera se se adicionar, ou subtrair, um valor constante a todos os valores do *input* $_j$.

Esta transformação será denominada por **TR β** .

4.1.3 Substituir o *output* indesejável pelo seu inverso

Foi proposto por Golmy e Roll (1989) consiste em utilizar no modelo, como *output*, uma variável obtida a partir da inversão dos valores do *output* indesejável. Este valor nunca poderá assumir o valor zero, pelo que terá de ser sempre não negativa:

$$f(y) = 1/y$$

Poderão aqui surgir problemas de convexidade e de continuidade.

Esta transformação será apelidada **MLV**.

Para comparação dos métodos, um teorema apresentado por Scheel deduz que seja $\epsilon([*])$ o conjunto de DMUs que se apresentam eficientes para a abordagem $[*]$ quando os *outputs* indesejáveis são inseridos no modelo, e para todo o β se tem:

$$\epsilon([INP]) = \epsilon([ADD]) = \epsilon([TR\beta])$$

e, que se uma DMU é eficiente em ADD sê-lo-á também em MLT. Em geral, a recíproca não se verifica o que se infere daí que MLT será uma transformação mais exigente.

Abordagem	Transformada	Observações
INP	---	Esta abordagem é válida para os modelos DEA CCR e DEA BCC
ADD	$f(U) = -U$	Tem o mesmo conjunto de produção que INP
TR β	$f(y_{ki}) = -y_{ki} + \beta_i$	Esta abordagem só é válida para os modelos DEA BCC orinetado a inputs e Aditivo.
MLV	$F(y) = 1/y$	Apresenta problemas de convexidade e de continuidade

Quadro n. 3 – Resumo das abordagens e suas propriedades

Há ainda que referir a hipótese **da disponibilidade fraca** i.e assumir que a redução de um *output* indesejável impõe aumento nas quantidades de *inputs* ou a diminuição dos *outputs* desejáveis. Cooper, W.W., et al.(2000).

Proposto por Färe e al.(1996) e Färe e Grosskopf (2001) (ver Gomes. E.G. 2003) é definido um índice que é a razão de duas funções de distância: uma que inclui o *output* indesejável e outra que o não inclui.

Estas funções de distância são representações funcionais da tecnologia:

$$P(x)=\{(y,b):x \text{ pode produzir } (y,b)\} \text{ em que } P(x) \text{ representa os outputs e } x \text{ os inputs}$$

4.2 ESTUDO COMPARADO ENTRE OS MÉTODOS COM UM EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Para uma aplicação prática, das três técnicas mais utilizadas em DEA quando se estiver em presença de *outputs* indesejáveis, vão ser aplicados a um conjunto de 20 DMUs, com 2 *inputs* e 2 *outputs* e no caso de estudo o *output* 2, considerado indesejável.

Os dados relativos às 20 DMUs que irão servir de suporte ao estudo estão no quadro seguinte: **QUADRO DOS VALORES DO EXEMPLO**

DMUs	input 1	input 2	output 1	output2 *
DMU_1	9	5	7	5
DMU_2	8	6	14	10
DMU_3	10	10	9	9
DMU_4	13	8	11	10
DMU_5	8	7	11	8
DMU_6	6	6	8	14
DMU_7	11	4	11	8
DMU_8	5	12	14	13
DMU_9	13	12	9	12
DMU_10	6	8	6	12
DMU_11	5	9	13	4
DMU_12	4	5	7	7
DMU_13	13	12	12	11
DMU_14	8	9	6	5
DMU_15	11	8	13	5
DMU_16	9	6	7	10
DMU_17	6	8	14	5
DMU_18	13	12	11	4
DMU_19	8	9	7	14
DMU_20	5	8	6	7

O output2 * é considerado indesejável

Quadro n.º 4 – Quadro dos valores do exemplo.

Serão sucessivamente aplicadas a estas 20 DMUs, três das técnicas atrás referidas (a situação de *outputs* negativos que é muito específica não será tratada mas a generalização do raciocínio é óbvia) que são as que, dentro das técnicas mais usadas em DEA aquelas que se apresentam como as mais ajustáveis aos modelos mais simples de DEA:

- Transformar o *output* indesejável em *Input*.
- Substituir o *output* indesejável, pelo seu complemento ao valor mais elevado que a variável assume.
- Substituir o *output* indesejável pelo seu inverso.

Há que verificar se, no problema real, a variável transformada faz sentido e, como tal, se não deverá ser ela a entrar no modelo. Veja-se, como exemplo, a taxa de mortalidade (um *output indesejável* numa avaliação de eficiência de uma equipa de cirurgia) e que é complementar para a unidade, da taxa de sobrevivência que será um *output* desejável.

4.2.1 Incluir no modelo, como *Input*, o *output* indesejável

Com recurso a um *software* específico, o SIADv2 (Angulo Meza et al., 2003), foram obtidas e estão apresentadas nos quadros seguintes, as eficiências radiais para o modelo CCR:

Destes quadros é de realçar:

	DMUs
Eficientes nos quatro modelos em estudo,	
Têm a melhor relação (output i) /	7, 8, 11
(input j)	2, 17

Sem a melhor relação (output i)
/ (input j)

Eficientes em BCC à partida ou por <i>default</i>	
BCC orientado a inputs Têm o menor valor do input j	7, 11, 12, 1
BCC orientado a outputs Têm o maior valor do output i	8 2, 8, 17
Eficientes em BCC e ineficientes em CCR	1, 12
Eficientes em BCC se orientado inputs e ineficiente se a outputs	18

Como exemplos práticos da utilização desta técnica veja-se o artigo (GOMES *et al*, 2004) em que foi considerado como input o output n.º de acidentes /km de uma auto-estrada.

Quadro de dados após aplicada a transformação

DMUs	input 1	input 2	Input 3*	output 1
DMU_1	9	5	5	7
DMU_2	8	6	10	14
DMU_3	10	10	9	9
DMU_4	13	8	10	11
DMU_5	8	7	8	11
DMU_6	6	6	14	8
DMU_7	11	4	8	11
DMU_8	5	12	13	14
DMU_9	13	12	12	9
DMU_10	6	8	12	6
DMU_11	5	9	4	13
DMU_12	4	5	7	7
DMU_13	13	12	11	12
DMU_14	8	9	5	6
DMU_15	11	8	5	13
DMU_16	9	6	10	7
DMU_17	6	8	5	14
DMU_18	13	12	4	11
DMU_19	8	9	14	7
DMU_20	5	8	7	6

Quadro Resumo das eficiências de acordo com os modelos

	CCR	BCC-I	BCC-O
DMU_1	0,692135	1	1
DMU_2	1	1	1
DMU_3	0,468274	0,6125	0,642857
DMU_4	0,62552	0,668889	0,785714
DMU_5	0,763113	0,842632	0,785714
DMU_6	0,666667	0,833333	0,714286
DMU_7	1	1	1
DMU_8	1	1	1
DMU_9	0,378203	0,484366	0,642857
DMU_10	0,428571	0,666667	0,428571
DMU_11	1	1	1
DMU_12	0,777778	1	1
DMU_13	0,514107	0,542507	0,857143
DMU_14	0,408377	0,862069	0,428571
DMU_15	0,928571	0,971698	0,928571
DMU_16	0,49341	0,764706	0,5
DMU_17	1	1	1
DMU_18	0,846154	1	0,846154
DMU_19	0,411765	0,549296	0,5
DMU_20	0,482759	0,863636	0,5

O Input 3= output 2* Indesejável

Situação com 3 inputs e 1 outputs,
O Input 3 = output 2* Indesejável

Quadro n.º 5 – Inclusão do output indesejável como input. Quadro de dados após aplicada a transformação e as eficiências calculadas de acordo com os modelos

4.2.2 Substituir o *output* indesejável, pelo seu complemento a um valor superior ao máximo que a variável assume

Tal como é referido antes, a eficiência de uma DMU num modelo BCC orientado a *outputs* não se altera se se adicionar, ou se se subtrair, um valor constante a todos os valores do *input*, pelo que, para evitar problemas de convergência e estabilidade da solução, ao valor de $\text{Max}\{y_{ki} \text{ para todo o } k\} = 14$, será adicionado uma unidade.

Na situação presente tem-se: $= -y_{i2}+15$

As eficiências radiais no modelo BCC-I foram igualmente obtidas pela utilização do SIADv2, e são apresentadas nos quadros seguintes:

Quadro de dados após aplicada a transformação

DMUs	input 1	input 2	output 1	output 2+
DMU_1	9	5	7	10
DMU_2	8	6	10	5
DMU_3	10	10	9	6
DMU_4	13	8	10	5
DMU_5	8	7	8	7
DMU_6	6	6	14	1
DMU_7	11	4	8	7
DMU_8	5	12	13	2
DMU_9	13	12	12	3
DMU_10	6	8	12	3
DMU_11	5	9	4	11
DMU_12	4	5	7	8
DMU_13	13	12	11	4
DMU_14	8	9	5	10
DMU_15	11	8	5	10
DMU_16	9	6	10	5
DMU_17	6	8	5	10
DMU_18	13	12	4	11
DMU_19	8	9	14	1
DMU_20	5	8	7	8

Quadro Resumo das eficiências

	BCC-I
DMU_1	1
DMU_2	0,849711
DMU_3	0,518182
DMU_4	0,6125
DMU_5	0,70229
DMU_6	1
DMU_7	1
DMU_8	1
DMU_9	0,467066
DMU_10	0,879195
DMU_11	1
DMU_12	1
DMU_13	0,453593
DMU_14	0,756906
DMU_15	0,713542
DMU_16	0,830508
DMU_17	0,901316
DMU_18	0,75
DMU_19	0,75
DMU_20	0,8

output 2+=14 - output Indesejável

Situação com 2 inputs e 2 outputs,
output 2+=14 - output Indesejável

Quadro n.º 6 - Dados obtidos após aplicada a transformação que consiste em substituir o output indesejável, pelo seu complemento a 14, (valor superior ao máximo que a variável assume) e as eficiências calculadas de acordo com o modelo.

Destes quadros é de realçar:

Efficientes em BCC à partida ou por <i>default</i>	DMUs
BCC-I Têm o menor valor do input j	7,12
Outros	1,6,8,11

4.2.3 Substituir o *output* indesejável pelo seu inverso, o que poderá fazer surgir problemas de convexidade e de continuidade

As eficiências radiais para o modelo BCC-O foram obtidas também pela utilização do SIADv2, e são apresentadas nos quadros seguintes:

Quadro de dados após aplicada a transformação

DMUs	input 1	input 2	output 1	output 2
DMU_1	9	5	7	0,200000
DMU_2	8	6	14	0,100000
DMU_3	10	10	9	0,111111
DMU_4	13	8	11	0,100000
DMU_5	8	7	11	0,125000
DMU_6	6	6	8	0,071429
DMU_7	11	4	11	0,125000
DMU_8	5	12	14	0,076923
DMU_9	13	12	9	0,083333
DMU_10	6	8	6	0,083333
DMU_11	5	9	13	0,250000
DMU_12	4	5	7	0,142857
DMU_13	13	12	12	0,090909
DMU_14	8	9	6	0,200000
DMU_15	11	8	13	0,200000
DMU_16	9	6	7	0,100000
DMU_17	6	8	14	0,200000
DMU_18	13	12	11	0,250000
DMU_19	8	9	7	0,071429
DMU_20	5	8	6	0,142857

Quadro-Resumo das eficiências de acordo com os modelos

	CCR	BCC-I	BCC-O
DMU_1	1	1	1
DMU_2	1	1	1
DMU_3	0,466122	0,525	0,642857
DMU_4	0,581096	0,621622	0,785714
DMU_5	0,772049	0,801759	0,795455
DMU_6	0,666667	0,833333	0,714286
DMU_7	1	1	1
DMU_8	1	1	1
DMU_9	0,36	0,428571	0,642857
DMU_10	0,428571	0,666667	0,428571
DMU_11	1	1	1
DMU_12	0,957623	1	1
DMU_13	0,48	0,502857	0,857143
DMU_14	0,715655	0,725262	0,8
DMU_15	0,851151	0,930556	0,960317
DMU_16	0,575758	0,764706	0,583333
DMU_17	1	1	1
DMU_18	0,636008	0,75	1
DMU_19	0,411765	0,549296	0,5
DMU_20	0,62745	0,8	0,631911

output 2/=1/output Indesejável

Situação com 2 inputs e 2 outputs,
output 2/=1/output Indesejável

Quadro n.º 7 Dados obtidos após aplicada a transformação que consiste em substituir o output indesejável, pelo seu inverso e as eficiências calculadas de acordo com os modelos.

Ao comparar todos os quadros há que destacar:

	DMUs
Eficientes nos quatro modelos em estudo	1,2,7,8,11,17
Eficientes em BCC e ineficientes em CCR	12,18
Eficientes BCC-I e ineficientes em BCC-O	Não tem
Eficientes BCC-O e ineficientes em BCC-I	18

Estão agora reunidas as condições para comparar as avaliações de eficiência efectuadas, com a utilização dos modelos nas várias técnicas:

DMUs	INP	TR	INV
Eficientes nos modelos aplicáveis em estudo	2,7,8,11,17	1,6,7,8,11,12	1,2,7,8,11,17
Eficientes em BCC e ineficientes em CCR	1,12,18	Só faz sentido para o BCC-I	12,18
Eficientes BCC-I e ineficientes em BCC-O	18		Não tem
Eficientes BCC-O e ineficientes em BCC-I	Não tem		18

DMUs	INP-TR	INP-INV	INV-TR
Eficientes nos quatro modelos em estudo, e nos pares de técnicas aplicadas	7,8,11	2,7,8,11,17	1,7,8,11
Eficientes em BCC e ineficientes em CCR e nos pares de técnicas aplicadas	18	18	18
Eficientes BCC-O e ineficientes em BCC-I	Não tem	Não tem	18

DMUs	INP-TR-INV
Eficientes nos quatro modelos em estudo, e nas três técnicas aplicadas	7,8,11
Eficientes em BCC e ineficientes em CCR e nos pares de técnicas aplicadas	18
Eficientes BCC-O e ineficientes em BCC-I	18

4.2.4 Comparação entre os resultados obtidos

Como o objectivo deste exemplo é o de comparar os resultados obtidos pela aplicação das técnicas que foram utilizadas em cada modelo, ir-se-á proceder à identificação das DMUs que são sempre consideradas eficientes, e será também efectuado um estudo comparativo, dentro de cada modelo e por pares de técnicas, os valores das eficiências que se obtiveram.

Nos três quadros abaixo, utilizaram-se para uma melhor visualização da comparação dos métodos, dois a dois, a razão entre o valor das eficiências de cada DMU.

Nele se pode assinalar que é elevado o número de situações em que se verifica a igualdade das eficiências e, ainda, que as situações em que na comparação entre as eficiências dos métodos e modelos, se pode observar que entre $1/1,25=0.80$ e $1,25$ se situam a quase totalidade das situações, o que sugere que as três técnicas aplicadas aos modelos em que tal é possível, apresentam resultados para a eficiência muito idênticos e com muita frequência são exactamente iguais, mesmo quando não são eficientes.

Com este exemplo pretende-se mostrar que existe uma notória proximidade entre os valores que se obtêm para o cálculo da eficiência quando nos três métodos aplicados: **INP** – transformar o *output* indesejável em *Input*, **TR** – substituir o *output* indesejável, pelo seu complemento ao valor mais elevado que a variável assume e **INV** – substituir o *output* indesejável pelo seu inverso.

Como se vê antes o método que consiste em transformar os *outputs* indesejáveis em *Inputs*, tem um formalismo muito simples, é muito fácil de interpretar, e pode ser aplicado na maioria dos modelos e será, na generalidade dos casos, a melhor opção de escolha.

Razão entre métodos								
$\frac{Efic^a INP}{Efic^a INV}$			$\frac{Efic^a INP}{Efic^a TR}$			$\frac{Efic^a INV}{Efic^a TR}$		
CCR	BCC-I	BCC-O	BCC-I	BCC-I	BCC-I	BCC-I	BCC-I	BCC-I
0,692135	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1,176871	1,176871	1,176871	1,176871	1,176871	1,176871
1,004617	1,166667	1	1,182017	1,182017	1,182017	1,182017	1,182017	1,182017
1,076449	1,076038	1	1,092064	1,092064	1,092064	1,092064	1,092064	1,092064
0,988426	1,050979	0,987754	1,199835	1,199835	1,199835	1,199835	1,199835	1,199835
1	1	1	0,833333	0,833333	0,833333	0,833333	0,833333	0,833333
1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1
1,050564	1,130188	1	1,03704	1,03704	1,03704	1,03704	1,03704	1,03704
1	1	1	0,75827	0,75827	0,75827	0,75827	0,75827	0,75827
1	1	1	1	1	1	1	1	1
0,812196	1	1	1	1	1	1	1	1
1,071056	1,078849	1	1,196022	1,196022	1,196022	1,196022	1,196022	1,196022
0,570634	1,188631	0,535714	1,138938	1,138938	1,138938	1,138938	1,138938	1,138938
1,090959	1,044212	0,966942	1,361795	1,361795	1,361795	1,361795	1,361795	1,361795
0,856975	1	0,857143	0,920769	0,920769	0,920769	0,920769	0,920769	0,920769
1	1	1	1,109489	1,109489	1,109489	1,109489	1,109489	1,109489
1,330414	1,333333	0,846154	1,333333	1,333333	1,333333	1,333333	1,333333	1,333333
1	1	1	0,732395	0,732395	0,732395	0,732395	0,732395	0,732395
0,769398	1,079545	0,791251	1,079545	1,079545	1,079545	1,079545	1,079545	1,079545

LEGENDA

R = Razão entre eficiências

Valores

R < 1/1,50
0,6667 <= 1/1,50 < R <= 1/1,25 = 0,80
1/1,25 < R <= 1,25
1,25 < R <= 1,50
1,50 < R

Quadro n.º 8 – Quadro que compara nos modelos DEA aplicáveis, os valores da eficiência obtidos nos três métodos.

PARTE II

AVALIAÇÃO DA EFICIÊNCIA DOS ATENDIMENTOS DISTRITAIS DO INSTITUTO DA SEGURANÇA SOCIAL, I.P. (ISS,IP), SERVIÇO PÚBLICO DE ÂMBITO NACIONAL

Capítulo 5

5. OS SERVIÇOS DE ATENDIMENTO DO INSTITUTO DA SEGURANÇA SOCIAL, I.P. (ISS,IP)

5.1 MISSÃO E ATRIBUIÇÕES DO ISS,IP. O ATENDIMENTO

5.1.1 Missão e atribuições do ISS, IP

O Instituto da Segurança Social, IP (ISS, IP) é um Instituto Público que gere o sistema de segurança social em todo o território nacional, sem prejuízo das atribuições e competências das Regiões Autónomas dos Açores e da Madeira, em que, resumidamente, as suas principais atribuições são: gerir as prestações do sistema; garantir os direitos e obrigações dos beneficiários e contribuintes; promover os licenciamentos para apoio social e tutelar a cooperação com as Instituições Particulares de Solidariedade Social (IPSS); promover o direito de informação e de reclamação dos interessados, e a dignificação da imagem do sistema da segurança social; assegurar, o cumprimento das obrigações internacionais em matéria de segurança social. No Anexo A é apresentada informação mais completa e detalhada.

5.1.2 Estrutura orgânica do ISS,IP

No ISS,IP a maioria das funções de planeamento e técnico-normativos, e as de apoio ao Conselho Directivo, estão cometidas aos serviços centrais, enquanto as

funções operativas e de acção directa, pertencem aos 18 Centros Distritais de Segurança Social (CDSS), que têm iguais responsabilidades independentemente da dimensão geográfica, demográfica ou dos recursos humanos, materiais ou patrimoniais de que disponham. Também com funções operativas, mas de âmbito nacional, o Centro Nacional de Pensões (CNP) é o responsável pela gestão das prestações diferidas, de que as pensões são exemplo.

5.1.3 Estudos disponíveis sobre o Atendimento no ISS.IP

À data da elaboração deste trabalho, os estudos mais recentes eram:

- **Estudos Nacionais dos Serviços de Atendimento relativos aos 1º e 2º Semestres de 2004 e 1º e 2º Semestres de 2005;**
- **Relatório Anual do MailBox (Caixa de correio electrónico) do ISS,IP de 2004 e de 2005;**
- **Relatório Anuais de Exposições no Livro de Reclamações do ISS,I.P. de 2004 e 2005.**

Sobre cada documento de estudo será avaliada, sucintamente, qual a informação disponibilizada, a metodologia utilizada para a sua recolha e uma análise final.

5.1.3.1 Estudos Nacionais dos Serviços de Atendimento

Estes documentos têm como suporte a recolha de elementos quantitativos relativos ao volume dos atendimentos que são apresentados agrupados por grandes áreas: de Beneficiários, de Contribuintes, Tesouraria e, Protecção Social de Cidadania. Apresentam, ainda, o número de Posições/ Postos de Trabalho existentes e efectivamente ocupados no atendimento de 1.ª linha (*front-office*) e, Intervalo Médio de Tempo de Atendimento.

Pela quantidade de informação disponibilizada serão um suporte essencial para o presente estudo.

Os dados são disponibilizados por cada Centro Distrital e pelo CNP.

Para a obtenção dos dados que possibilitaram a elaboração daqueles estudos, são envolvidos os serviços centrais, o CNP e os 18 Centros Distritais de Segurança Social (CDSS), os quais mensalmente recolhem, compilam e remetem a informação recolhida, num processo que tem verificado um assinalável aperfeiçoamento contínuo da fiabilidade e da coerência dos mesmos.

Os Estudos salientam que, em alguns serviços, a contagem do número de atendimentos, que lhes servem de base, são efectuados manualmente, pelo que os dados fornecidos poderão ter associado uma margem de erro.

A elaboração de cada um dos estudos consistiu, essencialmente, numa análise dos dados referentes ao período em análise e compará-los com o período anterior e comentar os desvios.

5.1.3.2 Relatório Anual da Caixa de correio electrónico do ISS, I.P

Os serviços e Organismos da Administração Pública disponibilizam um endereço de correio electrónico para efeitos de contactos por parte dos cidadãos e de entidades públicas e privadas, que tem o mesmo valor da correspondência trocada em suporte de papel.

A informação disponibilizada no relatório refere-se aos e-mails recebidos directamente ou para ele reencaminhados. É apresentada por Tipo de Processos: Pedidos de Informação, Reclamações, Denúncias e Sugestões e, de entre cada tipo de processo, é apresentada, ainda, uma desagregação pelos assuntos que maior interesse suscitaram aos clientes.

Os dados disponibilizados são os totais do ISS.I.P. Só nalguns quadros é referido o nível dos distritos mais representados.

Neste contexto, o ISS, I.P. disponibiliza, desde Dezembro de 2001, uma Caixa de correio electrónico, gerida operacionalmente pelo Departamento de Atendimento ao Cidadão e Comunicação (DACC), cujo endereço de correio electrónico institucional é iss@seg-social.pt.

Como se pode ler no **Relatório Anual do MailBox do ISS,I.P. do ano de 2005**, Anexo B, dos 7488 *e-mails* tratados a nível nacional, **96%** correspondem a Pedidos de Informação e a 215 *Reclamações*.

Conclui ainda o **Relatório** que a Mailbox Institucional do ISS não é vista, pelos utilizadores, como um meio para apresentação de reclamações, mas sim um meio onde o cidadão procura esclarecimentos sobre os produtos da Segurança Social, bem como procura resolver pequenos processos burocráticos, de modo a evitar a sua deslocação aos serviços de atendimento da Segurança Social.

5.1.3.3 Relatório Anuais de Exposições no Livro de Reclamações do ISS,I.P. de 2004 e de 2005

O Livro de Reclamações da Administração Pública, comumente conhecido por “Livro Amarelo”, é obrigatório em todos os locais de serviço de atendimento ao público, e a sua utilização por parte do cliente deve ser exercida em situações em que o organismo em causa presta, ou não, o serviço a que se obriga, com qualidade.

No Livro de Reclamações (LR) são exaradas: **Sugestões, Louvores e Reclamações**.

Os dados estão disponibilizados por Centro Distrital e CNP.

Os 18 Centros Distritais de Segurança Social (CDSS) e o Centro Nacional de Pensões (CNP) partilham a metodologia para o tratamento das **reclamações** que constam da Resolução do Conselho de Ministros n.º 189/96, de 28 de Novembro e no Decreto-Lei nº 135/99, de 22 de Abril, e que irá permitir o seu tratamento estatístico pela Núcleo de Atendimento ao Cidadão (NAC).

Da leitura do Relatório conclui-se que, a maior percentagem de exposições exaradas no LR são, efectivamente, *reclamações*.

5.1.4 Indicadores Gerais de Atendimento no ISS.IP

Dos estudos sobre o atendimento de âmbito nacional, seleccionaram-se os indicadores gerais que se consideram mais importantes e que são apresentados no quadro:

	POPULAÇÃO E TERRITÓRIO (Fonte: Instituto Nacional de Estatística)		
	População Residente	9.865.375	
	N.º de Concelhos	278	
	N.º de Freguesias	4.037	
	SERVIÇOS DE ATENDIMENTO (*)	2004	2005
	N.º de Serviços de Atendimento	433	412
	N.º de Serviços de Atendimento Permanente	350	352
	N.º de Serviços de Atendimento de Funcionamento Periódico	83	60
	INDICADORES DE ATENDIMENTO GERAL E TESOURARIA		
	N.º Total de Atendimentos no ano (Atendimento Geral, Tesouraria e Acção Social)	17.087.873	16.488.579
	N.º Total de Atendimentos no ano (Atendimento Geral e Tesouraria)	16.589.270	16.197.230
	N.º Total de Pedidos de Informação utilizando a Mail-Box do ISS,IP	3.375	7.488
	N.º Total de Colaboradores no Atendimento – em 1.ª linha	1.777	1.755
	N.º Médio Diário de Atendimentos	64.809	64.417
	N.º Médio Diário de Atendimento por Posição em 1.ª linha	37	37

(*) **Serviços de Atendimento** : designação genérica que engloba as diversas tipologias de serviços; Serviços Informativos, Serviços Locais, Balcões de Atendimento e Postos de Atendimento da Segurança Social na Loja do Cidadão.

Quadro n.º 9 – População, território e indicadores de atendimento.

O conjunto de serviços/produtos disponibilizados ao público nos diferentes serviços de atendimento não é homogéneo e é, em regra geral, no domínio da informação, da dinamização comunitária, do recebimento de contribuições, do pagamento de beneficiários, da entrega de impressos, da recepção de documentos, entre outros, de acordo com funções associadas a cada tipologia de Serviços de Atendimento.

5.1.5 Tipologia dos Serviços de Atendimento

Eis uma breve descrição das tipologias de serviços de atendimento existentes no ISS,I.P.:

Serviço Informativo que corresponde, genericamente, aos serviços de atendimento que se encontram instalados e em funcionamento nas sedes dos Centros Distritais de Segurança Social, que se localizam no concelho que é sede de distrito.

Serviços Locais que têm como base geográfica de implantação a área dos municípios e localizam-se na respectiva sede. Aos Serviços Locais compete desenvolver funções nos domínios da informação ao público, da dinamização comunitária, do recebimento de contribuições, do pagamento de prestações, da venda de impressos (Decreto-Lei n.º 260/ 93, de 23 de Julho, n.º 1 do Artigo 19º).

Balcões de Atendimento que constituem diversos locais de prestação de serviços cujo funcionamento se verifica fora das sedes concelhias. A existência de Balcões justifica-se por ordem demográfica, ou de dimensão geográfica do concelho onde estão inseridos, e visam uma aproximação às populações.

Posto de atendimento da Segurança Social nas Lojas do Cidadão, em que a presença dos serviços da Segurança Social se insere numa filosofia de funcionamento própria das Lojas do Cidadão que visam a prestação de serviços numa óptica de concentração de uma série de serviços num único espaço no sentido de promover a acessibilidade e a prestação de um serviço mais rápido, mais eficiente, com menor custo e elevados padrões de qualidade, ao cidadão. Verifica-se, nos anos 2004 e 2005, a participação e integração dos Serviços da Segurança Social, nas Lojas do Cidadão existentes em Aveiro, Braga, Coimbra, Lisboa (2 Lojas), Porto, Setúbal e Viseu

O Centro Nacional de Apoio ao Imigrante – CNAI – integrado no Alto Comissário para a Imigração e Minorias Étnicas (ACIME), é um organismo

do Estado Português que foi criado para dar uma resposta integrada às questões dos cidadãos imigrantes que se encontram em Portugal. O CNAI constitui uma oferta de serviços de interesse público em condições de qualidade, celeridade, comodidade e conforto, baseada na parceria e cooperação entre o ACIME e os diferentes serviços da administração pública, entre eles e o da Segurança Social.

5.1.6 Perfil do Atendimentos por Tipologia

O quadro seguinte apresenta a proporção de atendimentos que cada uma das tipologias realizou no ano de 2005 a nível nacional, e que segue o mesmo padrão do realizado em 2004.

Neste quadro é patente a importância do n.º de Atendimentos dos Serviços Locais no Atendimento do ISS,I.P. e que é inexpressivo o n.º de atendimentos do CNAI.

Este quadro relativamente ao quadro de 2004 regista, apenas, uma ligeira transferência de atendimentos do Serviço Informativo para os Postos da Segurança Social nas Lojas do Cidadão.

Foi excluído deste quadro, por manifesta irrelevância, a utilização da Caixa de correio electrónico do ISS,IP. O número de contactos que utilizaram este meio, em 2005, foi de 7488 o que corresponde a, apenas, 0,04% do total.

Proporção de Atendimentos por Tipologia – Nacional				
Tipologia	N.º Serviços	%	N.º Atendimentos 2005	%
Serviço Local	252	61,2 %	10.714.098	65,0 %
Balcão(*)	125	30,3 %	1.620.196	9,8 %
Serviço Informativo (**)	25	6,1 %	3.100.252	18,8 %
Posto Segurança Social Loja do Cidadão	8	1,9 %	1.005.981	6,1 %
CNAI	2	0,5 %	48.032	0,3 %
Total	412	100,0%	16.488.559	100,0%

(*) Na tipologia “Balcão” estão incluídos 60 Balcões que funcionam periodicamente. É de salientar que os **Balcões**, apesar de representarem 30,3% dos serviços de atendimento existentes, apenas realizaram 10,2% dos atendimentos.

(**) O CDSS de Lisboa atribui esta tipologia a 4 serviços de atendimento que estão localizados no concelho sede de distrito e o CDSS Porto a 2 serviços de atendimento. Os 3 serviços de atendimento do CNP também estão inseridos nesta tipologia.

Quadro n.º 10 – Perfil do atendimento, por tipologia, em 2005

5.1.7 Calendário de funcionamento dos Serviços de Atendimento

Quanto ao calendário de funcionamento, os Serviços de Atendimento existentes no ISS,I.P. podem classificar-se em:

- **Serviços Permanentes** – Serviços que funcionam diariamente
- **Serviços periódicos** – Serviços que funcionam em dias pré-definidos pelos CDSS, apenas em alguns dias/semana ou dias/mês, de acordo com as necessidades das populações que estes serviços servem.

No quadro 9 avalia a importância numérica dos atendimentos por distrito e CNP.

Serviços de Atendimento em 2005			
CDSS/ CNP	N.º Serviços Permanentes	N.º Serviços Periódicos	N.º Total Serviços
Aveiro	26	1	27
Beja	14	6	20
Braga	18	-	18
Bragança	14	1	15
Castelo Branco	11	-	11
Coimbra	18	-	18
Évora	14	-	14
Faro	19	-	19
Guarda	17	1	18
Leiria	16	16	32
Lisboa	34	9	43
Portalegre	17	-	17
Porto	34	-	34
Santarém	30	23	53
Setúbal	14	2	16
Viana do Castelo	13	-	13
Vila Real	14	1	15
Viseu	26	-	26
CNP	3	-	3
TOTAL	352	60	412

Quadro n.º 11 – Serviços Periódicos e Permanentes por Distrito e CNP

5.1.8 Distribuição mensal do Atendimento

O número de atendimentos mensais apresenta uma distribuição relativamente homogénea e situa-se entre os 7,5 % de Dezembro e os 9% de Março e Setembro, pelo que faz sentido a avaliação anual.

5.1.9 Distribuição do Atendimento por Áreas

No quadro 10 pode ler-se a estrutura do atendimento distrital e pelo CNP.

Deste quadro ressalta que, do relativamente ao total dos atendimentos, o atendimento a **beneficiários** representa **60,1%**, o da **tesouraria** **34,4%** e o de **contribuintes** **3,7 %**.

CDSS/ CNP	N.º Atendimento por Áreas											
	Serviços		Beneficiários		Contribuintes		Tesouraria		Acção Social		TOTAL CDSS/CNP	
	N.º	%	N.º	% Atend ¹²	N.º	% Atend ¹²	N.º	% Atend ¹²	N.º	% Atend ¹²	N.º	% Atend ¹²
Aveiro	27	6,6%	613.403	6,2%	29.880	4,9%	277.577	4,9%	17.900	6,1%	938.760	5,7%
Beja	20	4,9%	152.990	1,5%	18.645	3,1%	128.669	2,3%	9.044	3,1%	309.348	1,9%
Braga	18	4,4%	982.270	9,9%	107.324	17,6%	572.763	10,1%	44.113	15,1%	1.706.470	10,3%
Bragança	15	3,6%	211.274	2,1%	16.935	2,8%	157.006	2,8%	17.885	6,1%	403.100	2,4%
CasteloBranco	11	2,7%	209.511	2,1%	12.715	2,1%	165.199	2,9%	13.390	4,6%	400.815	2,4%
Coimbra	18	4,4%	380.593	3,8%	25.029	4,1%	325.412	5,7%	15.815	5,4%	746.849	4,5%
Évora	14	3,4%	249.868	2,5%	41.604	6,8%	130.050	2,3%	9.718	3,3%	431.240	2,6%
Faro	19	4,6%	427.869	4,3%	76.309	12,5%	221.725	3,9%	16.649	5,7%	742.552	4,5%
Guarda	18	4,4%	161.291	1,6%	12.993	2,1%	156.587	2,8%	9.847	3,4%	340.718	2,1%
Leiria	32	7,8%	383.752	3,9%	55.378	9,1%	374.444	6,6%	20.112	6,9%	833.686	5,1%
Lisboa	43	10,4%	1.444.304	14,6%	17.257	2,8%	735.948	13,0%	29.692	10,2%	2.227.201	13,5%
Portalegre	17	4,1%	179.600	1,8%	20.211	3,3%	96.225	1,7%	1.368	0,5%	297.404	1,8%
Porto	34	8,3%	2.208.922	22,3%	42.465	7,0%	922.699	16,3%	24.861	8,5%	3.198.947	19,4%
Santarém	53	12,9%	493.454	5,0%	23.837	3,9%	317.109	5,6%	5.950	2,0%	840.350	5,1%
Setúbal	16	3,9%	676.959	6,8%	9.740	1,6%	267.068	4,7%	10.706	3,7%	964.473	5,8%
Viana Castelo	13	3,2%	262.175	2,6%	24.978	4,1%	217.311	3,8%	13.831	4,7%	518.295	3,1%
Vila Real	15	3,6%	301.028	3,0%	12.506	2,1%	212.851	3,8%	10.230	3,5%	536.615	3,3%
Viseu	26	6,3%	380.918	3,8%	61.914	10,2%	395.661	7,0%	20.238	6,9%	858.731	5,2%
CNP	3	0,7%	193.025	1,9%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	193.025	1,2%
Total	412	100%	9.913.206	100,0%	609.720	100,0%	5.674.304	100%	291.349	100,0%	16.488.579	100%
% da Total	00,0%		60,1%		3,7%		34,4%		1,8%		100,0%	

Quadro n.º 12 – Volume e perfil dos Atendimentos por áreas.

Deste quadro ressalta que, do relativamente ao total dos atendimentos, o atendimento a **beneficiários** representa **60,1%**, o da **tesouraria** **34,4%** e o de **contribuintes** **3,7 %**.

Os atendimentos registados **pela acção social** correspondem a, apenas, **1,8 %** do total e sobre eles os Estudos assinalam que a diversidade de espaços em que se efectuam, a especificidade do atendimento/acompanhamento e a omissão parte de alguns serviços, do fornecimento de dados, podem não espelhar toda a realidade e, por isso, enviesar a importância deste tipo de atendimento.

Com a referência a “serviços” temos os atendimentos motivados por assuntos de administração, em número perfeitamente negligenciável na análise.

Para a avaliação de um serviço de atendimento do ISS,I.P. é possível, sem perda de generalidade, restringi-lo aos dados do atendimento de Beneficiários, Contribuintes e Tesouraria que, em 2005, só por si, representaram 98,2 % de todo o atendimento.

5.2 CARACTERIZAÇÃO DO ATENDIMENTO DO ISS,I.P.

5.2.1 Definição, Identificação e enunciação dos indicadores

Os Estudos elegem, para caracterizar o Atendimento do ISS,I.P. nos anos de 2004 e de 2005, para além da população residente, cinco indicadores gerais de atendimento:

- **Recursos Humanos (RH) no Atendimento Geral de 1.ª linha;**
- **Taxa de cobertura por distrito;**
- **N.º Médio Diário Atendimentos;**
- **N.º Médio Diário Atendimentos por colaborador em 1.ª Linha (*Front-Office*);**
- **Intervalo Médio de Tempo de Atendimento (Minutos);**

Para o cálculo destes indicadores só foram considerados **os serviços que funcionam diariamente**, embora todos atendimentos dos Balcões de atendimento de funcionamento periódico estejam contabilizados juntamente com os do Serviço da sede do distrito.

5.2.2 Definição dos indicadores utilizados

Recursos Humanos (RH) no Atendimento Geral de 1.ª linha (*Front-Office*) – número de colaboradores em atendimento de 1.ª linha;

Taxa cobertura por distrito: corresponde ao número de atendimentos divididos pela população residente no distrito;

N.º Médio Diário Atendimentos: Relação entre o número de Atendimentos no ano e, o número de dias úteis desse ano. Nestes cálculos foi tido em conta a particularidade de funcionamento dos serviços das Lojas do Cidadão em que se verificam mais dias de atendimento que a generalidade dos outros locais de atendimento;

N.º Médio Diário Atendimentos por colaborador em 1.ª Linha (*Front-Office*): Relação entre o número médio diário de Atendimentos e o número de colaboradores em atendimento de 1.ª linha;

Intervalo Médio de Tempo de Atendimento (Minutos): Que se obtém pela divisão do tempo anual de atendimento, que se obtém ao multiplicar o n.º colaboradores no atendimento de 1.ª linha (*Front-Office*), pela número de horas de trabalho no ano, e ao considerar a diferença de ponderação para um colaborador que pratica um horário normal de 720 minutos diários, e aqueles que trabalham por turnos diários de 360 minutos, nos serviços nas Lojas do Cidadão e no serviço de atendimento do Areeiro. Deste indicador de atendimento se retira que em cada **m** minutos (valor médio) é realizado um atendimento.

5.2.3 Identificação dos factores de que dependem os indicadores

Uma avaliação mais atenta a estes cinco indicadores concluirá que são obtidos por composição de factores simples:

- n.º de Atendimentos

- n.º de colaboradores no atendimento de 1.ª linha (*Front-Office*),

e ainda de factores não controláveis:

- população do distrito,
- n.º de dias de atendimento
- horário de trabalho

No quadro a seguir estão identificadas os factores de que dependem os indicadores:

INDICADOR DO ESTUDO DO ISS,IP	DEPENDENTE DE	FACTOR
Recursos Humanos (RH) no Atendimento Geral de 1.ª linha (<i>Front-Office</i>);	N.º de Colaboradores em atendimento de 1.ª linha (<i>Front-Office</i>)	Factor simples
Taxa de cobertura por distrito;	N.º de Atendimentos;	Factor simples
	População do distrito;	Factor não controlável
N.º Médio Diário Atendimentos;	N.º de Atendimentos;	Factor simples
	N.º de dias de atendimento;	Factor não controlável
N.º Médio Diário Atendimentos por colaborador em atendimento de 1.ª linha;	N.º de Atendimentos;	Factor simples
	N.º de Colaboradores em atendimento de 1.ª linha (<i>Front-Office</i>);	Factor simples
	N.º de dias de atendimento;	Factor não controlável
Intervalo Médio de Tempo de Atendimento (Minutos);	N.º de Colaboradores em atendimento de 1.ª linha (<i>Front-Office</i>);	Factor simples
	N.º de Atendimentos;	Factor simples
	N.º de minutos de trabalho diário de cada colaborador em atendimento de 1.ª linha.	Factor não controlável

Quadro n.º 13 – Quadro síntese da dependência dos factores aos indicadores de atendimento.

5.2.4 Enunciação dos Factores que definem o Atendimento

Retirado dos **Relatórios Anuais de Atendimento do ISS, I.P.** temos como factores que o definem o N.º de Atendimentos e o N.º de Colaboradores em atendimento de 1.ª linha.

Retirado dos **Relatórios Anuais de Exposições no Livro de Reclamações do ISS, I.P.** temos o N.º de Reclamações sobre o atendimento surge como factor a considerar na avaliação do serviço de atendimento.

Capítulo 6

6. MEDIÇÃO DA EFICIÊNCIA DOS SERVIÇOS DE ATENDIMENTO DO ISS, I.P.

6.1 MODELAÇÃO, IDENTIFICAÇÃO E CARACTERIZAÇÃO DAS DMUS

6.1.1 Modelação

A identificação de um modelo que permita avaliar a eficiência do atendimento no ISS, I.P. com recurso à Análise Envoltória de Dados DEA exige: a identificação das DMUs; a identificação das variáveis de avaliação i.e. produtos (*outputs*) e recursos (*inputs*); a escolha do modelo que irá ser utilizado.

6.1.2. Identificação das DMUs

As DMUs do modelo são os Centros Distritais que se caracterizam por apresentarem iguais características de homogeneidade e a mesma capacidade de decisão, independentemente da sua dimensão e dos recursos de que dispõem.

Como estão disponíveis dados relativos aos anos de 2004 e de 2005, serão escolhidos como DMUs os 18 Centros distritais de Segurança Social em 2004 e em 2005, num total de 36 DMUs. A presente abordagem vai possibilitar uma análise e uma evolução cronológica dos atendimentos nos Centros Distritais, porque já que não se registaram alterações na tecnologia, nem se verificaram mudanças substanciais nas técnicas de gestão, (Charnes et al., 1995). Caso o objecto do Estudo fosse verificar as mudanças de tecnologia e verificar como cada DMU se comporta em relação a elas, seria necessário usar um factor de correcção como, por exemplo, o índice de Malmquist (Färe & Grosskopf, 1992).

Deste conjunto de DMUs é excluído o Centro Nacional de Pensões (CNP) que pela sua especificidade se demarca, dos Centros Distritais de Segurança Social por não deter as mesmas actividades nem as mesmas atribuições.

6.1.3. Identificação e caracterização das variáveis de avaliação e escolha do modelo que será utilizado

6.1.3.1. Identificação das variáveis de avaliação

Como se viu no Capítulo anterior, retirados dos **Relatórios Anuais de Atendimento do ISS, I.P.** estão disponíveis, ainda que alguns indirectamente, os factores que definem o Atendimento: o N.º de Atendimentos e o N.º de Colaboradores em atendimento de 1.ª linha. Retirados directamente dos **Relatórios Anuais de Exposições no Livro de Reclamações do ISS, I.P.** temos o N.º de Reclamações.

6.1.3.2. Caracterização das variáveis de avaliação

Antes da escolha do modelo a utilizar refira-se a particularidade verificada com o N.º de Reclamações, um produto (*output*), que quanto maior for o seu nível pior será a sua ponderação na avaliação de eficiência. Trata-se de um produto (*output*), mas de um produto (*output*) “indesejável”.

Das várias abordagens possíveis para incluir o *output* indesejável no modelo DEA, ir-se-á optar por inclui-lo, como *input*, que será válido para a generalidade os modelos.

As variáveis utilizadas serão então:

- Produto (*output*) – N.º de Atendimentos,
- Recurso (*input*) – N.º de Reclamações,
- Recurso (*input*) – N.º de Colaboradores em atendimento de 1.ª linha.

6.1.3.3 Escolha do modelo

6.1.3.3.1 Escolha de um modelo não radial

O modelo que será aplicado a 38 DMUs – 18 Centos Distritais de Segurança Social nos anos 2004 e 2005; com dois recursos (*inputs*): N.º de Colaboradores em atendimento de 1.ª linha e, N.º de Reclamações; um produto (*output*): N.º de Atendimentos.

Há que fazer uma opção quanto à utilização dos modelos clássicos DEA: CCR e BCC que são radiais, pois consideram a redução ou o aumento equiproporcional dos *inputs* ou dos *outputs*, ou em alternativa modelos não radiais.

No presente estudo, a utilização de modelos de eficiência radiais, se orientados a *inputs*, significaria que para atingir a máxima eficiência deveria reduzir o N.º de trabalhadores de 1.ª linha da DMU, e reduzir o número de reclamações exaradas no Livro Amarelo e manter o nível de atendimento anual da DMU. Se orientado a *outputs* significaria que, com o mesmo N.º de trabalhadores de 1.ª linha da DMU e com o mesmo número de reclamações exaradas no Livro Amarelo, aumentaria o nível de atendimento.

O N.º de trabalhadores de 1.ª linha de uma DMU ineficiente, porque se trata de um serviço de atendimento ao público, apresenta uma forte rigidez neste factor, e não é mesmo viável num número significativo de situações impor uma redução.

Também não vai depender de cada DMU aumentar o seu nível de atendimento anual, que depende em geral da vontade dos cidadãos. É certo que uma boa parte dos relacionamentos com o sistema de Segurança Social não obriga a uma afectação distrital, é um facto que as “migrações” que possam verificar-se sê-lo-ão entre serviços de atendimento do mesmo distrito i.e. dentro da mesma DMU.

Resta então actuar sobre o N.º de reclamações, factor que dependerá das alterações que se verificarem na qualidade do atendimento.

Assim ir-se-á optar por escolher um modelo, não radial, em que as referências (*benchmarks*) irão permitir maximizar as eficiências a ser conseguidas pela

redução do número de reclamações, ao manter todos outros factores de avaliação constantes.

A recolha dos dados permitiu então elaborar o quadro:

	DNU's		Input 1	Input 2	Output 1
			N Col 1ª L	N Reclam	N Atend
1	Aveiro	2004	109,5	49	1081697
2	Beja	2004	50	3	313907
3	Braga	2004	154	56	1732946
4	Bragança	2004	42,5	2	394837
5	Castelo Branco	2004	47	4	375022
6	Coimbra	2004	79,5	36	714027
7	Évora	2004	50,5	4	415722
8	Faro	2004	110	55	706020
9	Guarda	2004	61	1	352349
10	Leiria	2004	83	54	857572
11	Lisboa	2004	270,5	732	2281407
12	Portalegre	2004	52	3	339497
13	Porto	2004	250,5	334	2940530
14	Santarém	2004	104,5	29	836010
15	Setúbal	2004	85,5	148	1026348
16	Viana do Castelo	2004	54	14	504559
17	Vila Real	2004	52	7	526280
18	Viseu	2004	86	17	948104
19	Aveiro	2005	113	96	956695
20	Beja	2005	49	3	301378
21	Braga	2005	144,5	59	1641964
22	Bragança	2005	39,5	7	397766
23	Castelo Branco	2005	42	5	379751
24	Coimbra	2005	81	50	715978
25	Évora	2005	52,5	15	419062
26	Faro	2005	107,5	48	715265
27	Guarda	2005	59	0	334031
28	Leiria	2005	84	72	837993
29	Lisboa	2005	268	1168	2177851
30	Portalegre	2005	52,5	1	311503
31	Porto	2005	251	433	3133138
32	Santarém	2005	110	15	821940
33	Setúbal	2005	91,5	148	973241
34	Viana do Castelo	2005	54	8	493394
35	Vila Real	2005	52,5	11	528028
36	Viseu	2005	89	28	869518
	Máximo		270,5	1168	3133138
	Mínimo		39,5	0	301378

Quadro n.º 14 – Dados recolhidos que servirão de suporte ao Estudo de Avaliação.

6.1.3.3.2 Escolha do modelo BCC orientado a INPUTS

Porque se supõem retornos variáveis de escala, apesar de todos os Centros Distritais de Segurança Social (CDSS) corresponderem às características de homogeneidade para serem escolhidas como DMUs's há, contudo, entre elas, diferenças de escala apreciáveis, pelo que se utilizará uma variante não radial do modelo BCC,

Será assim utilizado um Modelo não radial, formalizado como um Problema de Programação Linear (PPL), conhecido como modelo BCC do envelope, orientado a INPUTs, e não radial. Esse modelo irá permitir identificar o índice de contracção h do Recurso², o *input* N^o de Reclamações.

Também será utilizado no problema o modelo BCC dos Multiplicadores, orientado a INPUTs, e que é também não radial. Este modelo irá permitir identificar os multiplicadores ou pesos.

6.2 REFERÊNCIAS PARA OS SERVIÇOS DE ATENDIMENTO DO ISS,I.P

6.2.1 Comparação das eficiências das DMUs em 2004 e 2005

Foi utilizado o **modelo BCC do envelope orientado a *inputs* não radial** e com recurso ao Solver do EXCEL, foi resolvido o PPL aplicado às 36 DMUs. No Caso de Estudo foram obtidos os valores apresentados no quadro seguinte para o índice de contracção h .

Como se pode ver no quadro 13, em 2005 mantiveram-se eficientes como já o tinham sido em 2004 Braga, Bragança e Porto, e a Guarda passou a eficiente.

Ainda do quadro constata-se que há um grupo de DMUs que de 2004 para 2005 aumentaram a sua eficiência em menos de 10 %: Beja, Castelo Branco, Faro, e Viana do Castelo. Aumentaram, mas em mais de 10 %: Guarda, Portalegre e Santarém.

Modelo BCC do envelope orientado a <i>inputs</i> não radial		
DMUs	Eficiência	
	2004	2005
Aveiro	0,877241	0,741258
Beja	0,843628	0,860236
Braga	1	1
Bragança	1	1
Castelo Branco	0,884607	0,971104
Coimbra	0,821369	0,801114
Évora	0,862598	0,782114
Faro	0,586075	0,608597
Guarda	0,852067	1
Leiria	0,921244	0,88139
Lisboa	0,680561	0,656555
Portalegre	0,812265	0,971275
Porto	1	1
Santarém	0,729086	0,90055
Setúbal	1	0,894199
Viana do Castelo	0,894936	0,899822
Vila Real	0,99808	0,960767
Viseu	1	0,885992

Quadro n.º 15 – Eficiências calculadas para as 36 DMUs, e obtidas utilizando o modelo BCC do envelope orientado a *inputs*.

Ainda no quadro se pode ver que:

- o em 2005 se mantiveram eficientes, como já o tinham sido em 2004, Braga, Bragança e Porto, e a Guarda passou a eficiente;

- o que de 2004 para 2005 viram aumentada a sua eficiência em menos de 10 %: Beja, Castelo Branco, Faro, e Viana do Castelo. Aumentaram, mas em mais de 10 %: Guarda, Portalegre e Santarém;
- o que de 2004 para 2005 viram reduzidas a sua eficiência em menos de 10 %: Coimbra, Évora, Leiria, Lisboa, Vila Real, e viram reduzidas em mais de 10 %: Aveiro, Setúbal e Viseu.

6.2.2 Identificação das DMUs de referência

Com o modelo BCC do envelope orientado a *inputs* não radial foram identificadas as referências para as DMUs e elaborado o respectivo quadro resumo:

DMUs Referência	Braga 2004	Bragança 2004	Porto 2004	Setúbal 2004	Viseu 2004	Braga 2005	Bragança 2005	Guarda 2005	Porto 2005
n.º DMUs de quem são referência em 2004	1	7	1	8	9	0	10	1	2
de quem são referência em 2005	0	4	0	9	10	1	12	3	2
Total de DMUs	1	11	1	17	19	1	22	4	4

Quadro n.º 16 – Quantificação das DMUs não eficientes que têm como referência as DMUs eficientes.

Braga é eficiente nos dois anos mas não é referência para mais nenhum outro centro distrital quer em 2004 quer em 2005.

Com o mesmo modelo BCC não radial foram identificadas as referências e os respectivos coeficientes para as construir conforme o quadro:

DMUs	Braga 2004	Bragança 2004	Porto 2004	Setúbal 2004	Viseu 2004	Braga 2005	Bragança 2005	Guarda 2005	Porto 2005
Aveiro 2004	0	0	0	0,004738	0,934291	0	0	0	0,060971
Beja 2004	0	0,893848	0	0	0	0	0,106152	0	0
Braga 2004	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Bragança 2004	0	1	0	0	0	0	0	0	0
C Branco 2004	0	0,692179	0	0	0	0	0,307821	0	0
Coimbra 2004	0	0	0	0,129827	0,426381	0	0,443793	0	0
Évora 2004	0	0,783382	0	0	0,036797	0	0,17982	0	0
Faro 2004	0	0	0	0,151514	0,387064	0	0,461422	0	0
Guarda 2004	0	0,425698	0	0	0	0	0	0,574302	0
Leiria 2004	0	0	0	0,265418	0,532343	0	0,202239	0	0
Lisboa 2004	0	0	0	0,404279	0	0	0	0	0,595721
Portalegre 2004	0	0,912661	0	0	0	0	0,087339	0	0
Porto 2004	0	0	1	0	0	0	0	0	0
Santarém 2004	0	0	0	0,047696	0,741839	0	0,210465	0	0
Setúbal 2004	0	0	0	1	0	0	0	0	0
V ^{na} Cast ^{elo} 2004	0	0	0	0,027693	0,162421	0	0,809887	0	0
V ^{la} Real 2004	0	0,474773	0	0	0,236043	0	0,289184	0	0
Viseu 2004	0	0	0	0	1	0	0	0	0
Aveiro 2005	0	0	0	0,416774	0,539582	0	0,043644	0	0
Beja 2005	0	0,883886	0	0	0	0	0,116114	0	0
Braga 2005	0	0	0	0	0	1	0	0	0
Bragança 2005	0	0	0	0	0	0	1	0	0
C Branco 2005	0	0,428802	0	0	0	0	0,571198	0	0
Coimbra 2005	0	0	0	0,210479	0,337809	0	0,451712	0	0
Évora 2005	0	0	0	0,033528	0,000401	0	0,966071	0	0
Faro 2005	0	0	0	0,126901	0,431971	0	0,441128	0	0
Guarda 2005	0	0	0	0	0	0	0	1	0
Leiria 2005	0	0	0	0,373992	0,372757	0	0,253252	0	0
Lisboa 2005	0	0	0	0,453433	0	0	0	0	0,546567
Portalegre 2005	0	0,485337	0	0	0	0	0	0,514663	0
Porto 2005	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Santarém 2005	0	0	0	0	0,794549	0	0	0,205451	0
Setúbal 2005	0	0	0	0,886605	0,033018	0	0,080377	0	0
V ^{na} Cast ^{elo} 2005	0	0,311151	0	0	0,175417	0	0,513433	0	0
V ^{la} Real 2005	0	0	0	0,009275	0,226099	0	0,764626	0	0
Viseu 2005	0	0	0	0,071277	0,775793	0	0,152929	0	0

Quadro n.º 17 – Identificação das DMUs não eficientes e a ponderação das DMUs de referência.

6.2.3 Determinação dos objectivos por aplicação das referências para as DMUs

Ao aplicar estes resultados aos valores observados nas várias DMUs obtivemos os valores de referência para o n.º de reclamações das DMUs:

DMUs		Input 2			Input 2	
		N Reclam	N Reclam		N Reclam	N Reclam
		Observado	Alvo		Observado	Alvo
Aveiro	2004	49	43,0	2005	96	71,2
Beja	2004	3	2,5	2005	3	2,6
Braga	2004	56	56,0	2005	59	59,0
Bragança	2004	2	2,0	2005	7	7,0
Castelo Branco	2004	4	3,5	2005	5	4,9
Coimbra	2004	36	29,6	2005	50	40,1
Évora	2004	4	3,5	2005	15	11,7
Faro	2004	55	32,2	2005	48	29,2
Guarda	2004	1	0,9	2005	0	0,0
Leiria	2004	54	49,7	2005	72	63,5
Lisboa	2004	732	498,2	2005	1168	766,9
Portalegre	2004	3	2,4	2005	1	1,0
Porto	2004	334	334,0	2005	433	433,0
Santarém	2004	29	21,1	2005	15	13,5
Setúbal	2004	148	148,0	2005	148	132,3
Viana do Castelo	2004	14	12,5	2005	8	7,2
Vila Real	2004	7	7,0	2005	11	10,6
Viseu	2004	17	17,0	2005	28	24,8

Quadro n.º 18 – Valores de referência para o n.º de reclamações das DMUs.

6.2.4 Determinação de “pesos” alternativos em soluções óptimas

Como se referiu na Parte I, pelas propriedades da programação linear na resolução do modelo dos multiplicadores para a determinação dos multiplicadores ou “pesos” se tem, que no caso das DMUs não eficientes as soluções são únicas e, no caso das DMUs eficientes as soluções são indeterminadas pelo que há soluções alternativas às encontradas. Esta última situação conduz a que seja possível que numa DMUs eficiente o modelo incluir pesos nulos, o que não é desejável. Assim, e aplicado o Modelo referido no Capítulo 3, à colecção de

dados das 36 DMUs obtiveram-se os seguintes resultados. Notar que os pesos para facilidade de apresentação foram utilizada uma escala em que cada peso foi dividido pelo seu valor máximo calculado. Para regenerar as escalas iniciais é suficiente multiplicar v1 por 270,5; v2 por 1168 e v3 por 3133138.

h	DMUs	"pesos"				"pesos" impondo-se a maximização do menor pesos			
		v1	v2	u1	ux	v1	v2	u1	ux
0,877241	Aveiro 2004	2,410772	0,574585	2,402041	0,04795				
0,843628	Beja 2004	5,222056	13,52782	0	0,843628				
1	Braga 2004	1,685239	0,846108	1,963356	-0,08594	20,85723225	20,85723	23,71142	-0,24048
1	Bragança 2004	6,189997	16,03529	0	1	626,5222741	584,1121	584,1121	25,82686
0,884607	Castelo Branco 2004	5,475716	14,18493	0	0,884607				
0,821369	Coimbra 2004	3,32001	0,786744	3,287556	0,072151				
0,862598	Évora 2004	5,091677	14,43206	5,686575	0,108069				
0,586075	Faro 2004	2,393417	0,567169	2,37002	0,052014				
0,852067	Guarda 2004	3,905864	139,2483	0	0,852067				
0,921244	Leiria 2004	3,146684	0,745671	3,115924	0,068384				
0,680561	Lisboa 2004	1	0	0,90989	0,018021				
0,812265	Portalegre 2004	5,027919	13,02491	0	0,812265				
1	Porto 2004	0,792103	0,931822	1,308603	-0,22816	3,497004815	3,497005	5,396348	-0,82617
0,729086	Santarém 2004	2,549682	0,604199	2,524758	0,05541				
1	Setúbal 2004	3,163746	0	2,681701	0,121534	38,67596887	7,891912	40,67189	-0,09848
0,894936	Viana do Castelo 2004	4,938995	1,170395	4,890714	0,107335				
0,99808	Vila Real 2004	4,779571	13,54741	5,338003	0,101445				
1	Viseu 2004	3,11159	0,737354	3,081173	0,067622	68,7049124	68,70491	78,10676	-0,79214
0,741258	Aveiro 2005	2,287167	0,541991	2,264809	0,049705				
0,860236	Beja 2005	5,324858	13,79413	0	0,860236				
1	Braga 2005	1,821585	0,532851	1,865392	0,022415	21,32180179	19,79649	24,03625	-0,20651
1	Bragança 2005	6,848096	0	0	1	704,1445366	166,8613	166,8613	15,30261
0,971104	Castelo Branco 2005	6,011133	15,57194	0	0,971104				
0,801114	Coimbra 2005	3,230087	0,765435	3,198511	0,070197				
0,782114	Évora 2005	5,072842	1,202113	5,023252	0,110244				
0,608597	Faro 2005	2,456094	0,582021	2,432085	0,053376				
1	Guarda 2005	4,583988	163,4241	0	1	12,43672809	1168,224	12,43673	2,386732
0,88139	Leiria 2005	3,075562	0,728817	3,045497	0,066839				
0,656555	Lisboa 2005	1,009328	0	0,918378	0,018189				
0,971275	Portalegre 2005	4,452314	158,7298	0	0,971275				
1	Porto 2005	1,07769	0	1	0	2,69746088	2,697461	4,11272	-0,60972
0,90055	Santarém 2005	0	77,86949	5,782414	-0,6164				
0,894199	Setúbal 2005	2,715259	0,643436	2,688716	0,059009				
0,899822	Viana do Castelo 2005	4,565312	12,94011	5,098711	0,096897				
0,960767	Vila Real 2005	5,093808	1,207081	5,044014	0,1107				
0,885992	Viseu 2005	2,987742	0,708006	2,958536	0,06493				

Quadro n.º 19 – Valores dos "pesos" alternativos quando é imposta a condição adicional de que seja máximo o pesos nas DMUs eficientes

Capítulo 7

7. CONCLUSÃO

7.1 RELEVÂNCIA DE UM MÉTODO SUPORTADO TEORICAMENTE PARA A FIXAÇÃO DE OBJECTIVOS

7.1.1 Importância da fixação suportada de objectivos

A avaliação do desempenho dos trabalhadores, dos quadros ou das próprias empresas são consideradas, cada vez mais, indispensáveis para as tomadas de decisão, de qualquer gestor, e estão amplamente desenvolvidas no sector privado.

Estas preocupações, estão de há alguns anos a ganhar uma crescente importância na Administração Pública que as tem assimilado com especial relevo nos anos recentes, e que culminou com a aplicação à generalidade dos funcionários, agentes e demais trabalhadores, independentemente do título jurídico da relação de trabalho, aos dirigentes de nível intermédio, e aos próprios serviços um sistema de avaliação muito completo designado de Sistema Integrado de Avaliação da Administração Pública (SIADAP).

O SIADAP auto-define-se como: *“um modelo de avaliação global que permite implementar uma cultura de gestão pública, baseada na responsabilização de dirigentes e outros trabalhadores relativamente à prossecução dos objectivos fixados, mediante a avaliação dos resultados. “*

Esse sistema de avaliação assenta em: definição prévia de objectivos a fixar para cada unidade orgânica a prosseguir no ano seguinte e, em cadeia, fixar objectivos no mesmo período a cada dirigente e a cada trabalhador.

A definição de objectivos é pois fulcral para este processo de avaliação. Essa definição deve estar suportada não só pelo “histórico”, mas também numa atitude menos conservadora, identificá-los numa direcção da qualidade.

É essencial que haja um período da negociação dos objectivos em que os intervenientes com maior responsabilidade, assumam um conhecimento científico na coerência e de realismo desses mesmos objectivos.

A promoção de processos de qualidade, como auto-avaliação que utiliza a Common Assessment Framework (CAF), em organizações da Administração Pública, é ferramenta fundamental a identificação de referências (benchmarks), o que exige comparação com outras organizações similares.

7.1.2 Determinação metodológica de objectivos

O presente trabalho apresenta pois uma proposta técnica que poderá ser aplicada e, melhorada na definição de objectivos para os atendimentos dão ISS,I.P.

Há no ISS,IP, seguramente, outros campos de actuação para além dos serviços de atendimento onde seja útil a definição técnica de objectivos e dos índices de superação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Allen, K., 1999, "DEA in ecological context - An overview". In: Westermann, G. (ed.) *Measuring the efficiency in the private and public sector*, Gabler, Wiesbaden, pp. 203-235.

Angulo-Meza, L., Biondi Neto, L., Soares de Mello, J.C.C.B., Gomes, E.G., Coelho, P.H.G., 2003, "SIAD - Sistema Integrado de Apoio à Decisão: uma implementação computacional de modelos de Análise Envoltória de Dados", *Relatórios de Pesquisa em Engenharia de Produção*, v. 3, n. 20. Disponível em: <http://www.producao.uff.br/rpep/relpesq303/relpesq_303_20.doc> Acesso em: 20 dez. 2003.

Banker, R.D., Charnes, A., Cooper, W.W., 1984, "Some models for estimating technical scale inefficiencies in Data Envelopment Analysis", *Management Science*, v. 30, n. 9, pp. 1078-1092.

Biondi Neto, L., 2001, *Neuro-DEA: Nova metodologia para determinação de eficiência relativa de unidades tomadoras de decisão*, Tese de Doutorado, Programa de Engenharia de Produção, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.

Bregalda, P.F., Oliveira, A.A.F., Bornstein, C.T., 1983, *Introdução à Programação Linear*, 2a edição, Editora Campus, Rio de Janeiro.

Charnes, A. Cooper, W.W., Lewin, A.Y., Seiford, L.M., 1994, *Data envelopment analysis: Theory, methodology and applications*, Kluwer Academic Publishers, Boston, USA.

Charnes, A., Cooper, W.W., Rhodes, E., 1978, "Measuring the efficiency of decision-making units", *European Journal of Operational Research*, v.2, pp.429-444.

Charnes, A., Cooper, W.W., Golany, B., Seiford, L., Stutz, J., *Foundations of data envelopment analysis for Pareto-Koopmans efficient empirical production functions*, *Journal of Econometrics* 30 (1985) 91-107.

Chung, Y., Färe, R., 1995, "Productivity and undesirable outputs: a directional distance function approach", *Discussion Paper Series*, n. 95-24, Economics Department, Southern Illinois University, US.

Coelli, T.J., 1995, "Recent developments in frontier modeling and efficiency measurement", *Australian Journal of Agricultural Economics*, v. 39, n. 3, pp. 219-245.

Coelli, T.J., Rao, D.S.P., Battese, G.E., 1998, *An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis*, Kluwer Academic Publishers.

Cooper, W.W., Seiford, L.M., Tone, K., 2000, *Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software*, Kluwer Academic Publishers, USA.

Dyson, Robert G., Allen, Rachel, Camanho, Ana Santos Ribeiro, Podinovski, Victor V., Sarrico, Claudia, Shale, Estelle, 2001, "Pitfalls and protocols in DEA", *European Journal of Operational Research* 132(2), pp 245-259.

Estellita Lins, M.P., Angulo-Meza, L., 2000, *Análise Envoltória de Dados e perspectivas de integração no ambiente de Apoio à Decisão*, Editora da COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro.

Estellita Lins, M.P., Moreira, M.C.B., 1999, "Método I-O stepwise para seleção de variáveis em modelos de análise envoltória de dados", *Pesquisa Operacional*, v. 19, n. 1, pp. 39-50.

Färe, R. Grosskopf, S. C.A.K.Lovell,(1985). *The Measurement of Efficiency of Production*(Boston: Kluwer Academic Publishers Group).

Färe, R. & Grosskopf, S. (1992). Malmquist productivity indexes and fisher ideal indexes. *Economic Journal*, 102, 158-160.

Färe, R., Grosskopf, S., Zaim, O., 2000, "An index number approach to measuring environmental performance: an environmental Kuznets curve for OECD countries", *New Zealand Econometrics Study Group Meeting*, University of Canterbury, NZ.

Farinaccio, F., Ostanello, A., 1999, "Evaluation of DEA validity as a MCDA/M tool: some problems and issues", *Technical Report TR-99-06*, Dipartimento de Informatica, Università di Pisa, Itália.

Farrel, M.J., 1957, "The measurement of productive efficiency", *Journal of the Royal Statistic Society, Series A, Part 3*, pp. 253-290.

Gomes.E.G. (2003). (2003) “Modelos de Análise de Envoltória de Dados com Ganhos de Soma Zero” Tese submetida à Universidade Federal do Rio de Janeiro par obtenção do Grau de Doutor em ciências da engenharia de Produção.

Gomes, E.G., Soares de Mello, J.C.C.B., Biondi Neto, L., 2003a, Avaliação de eficiência por Análise de Envoltória de Dados: conceitos, aplicações à agricultura e integração com Sistemas de Informação Geográfica, Embrapa Monitoramento por Satélite, Campinas, Documentos, n. 28, 39 p.

Gomes, E.G., Soares de Mello, J.C.C.B., Biondi Neto, L., Angulo-Meza, L., 2004, Gestão de Auto-estradas: análise de eficiência das Auto-estradas federais brasileiras com portagens, Revista Portuguesa e Brasileira de Gestão, Lisboa - Rio de Janeiro, v. 3, n. 2, p. 68-75.

Gomes, E.G., Estellita Lins, M.P., 2008, Modelling undesirable outputs with zero sum gains data envelopment analysis models. Journal of the Operational Research Society, v. 59, p. 616-623.

González-Araya, M.C., 2003, Projeções não radiais em regiões fortemente eficientes da fronteira DEA - Algoritmos e Aplicações, Tese de Doutorado, Programa de Engenharia de Produção, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.

Jenkins, L., Anderson, M., 2003, “A multivariate statistical approach to reducing the number of variables in data envelopment analysis”, European Journal of Operational Research, v. 147, n. 1, pp. 51-61.

Kumbhakar, S.C., Lovell, C.A.K., 2000, Stochastic Frontier Analysis, Cambridge University Press, UK.

Lovell, C.A.K., 1993, “Production frontiers and production efficiency”. In: Fried, H.O., Lovell, C.A.K., Schmidt, S.S. (eds.) The measurement of productive efficiency: techniques and applications, Oxford University Press, New York, pp.3-67.

Lovell, C.A.K., 2001, “Future research opportunities in efficiency and productivity analysis”, Permanent Seminar on Efficiency and Productivity – Efficiency Series Paper 1/2001, Departamento de Economía, Universidad de Oviedo, 18 p.

Monteiro Gomes, L.F.A., González-Araya, M.C., Estellita Lins, M.P., 2001, "A Integração entre a Análise de Envolvimento de Dados e o Apoio Multicritério à Decisão - uma revisão, Parte II: preferências e problemáticas", Pesquisa Naval, v. 14, pp. 157-163.

Pasupathy. K.S. 2002 "Modeling Undesirable Outputs in Data Envelopment Analysis: Various Approaches" Thesis submitted to the Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science in Industrial and Systems Engineering, Falls Church, Virginia.

Pomerol J.C., Barba-Romero S., 2000, Multicriterion Decision in Management: Principles and Practice, Kluwer Academic Publishers, Boston.

Rebelo, João, 2000 "Medição da evolução da produtividade total dos factores: O Índice de Malmquist" Gestão e Desenvolvimento, n.9 pp. 43-79.

Rosen, D., Schaffnit, C., Paradi, J.C., 1998, "Marginal rates and two dimensional level curves in DEA", Journal of Productivity Analysis, v. 9, n. 3, pp. 205-232.

Scheel, H., 2001, "Undesirable outputs in efficiency evaluations", European Journal of Operational Research, v. 132, pp. 400-410.

Seiford, L.M., Zhu, J., 2002, "Modeling undesirable outputs in efficiency evaluation", European Journal of Operational Research, v. 142, pp. 16-20.

Senra, L.F.A.D.C., Nanci, L.C., Soares de Mello, J.C.C.B., Agulo-Meza, L."Estudo sobre métodos de selecção de variáveis em DEA" (2007) Pesquisa Operacional, 27 (2), pp. 191-207.

Soares de Mello, J.C.C.B., Gomes, E.G., Estellita Lins, M.P., Vieira, L.A.M., 2001b, "Um caso de estudo de integração SIG-DEA-MCDA: a influência de uma instituição de ensino superior em vários municípios do Estado do Rio de Janeiro", Investigação Operacional, v. 21, n. 2, pp. 171-190.

Soares de Mello, J.C.C.B., Gomes, E.G., Soares de Mello, M.H.C., Estellita Lins, M.P., 2002b, Método Multicritério para Selecção de Variáveis em modelos DEA, Revista Pesquisa Naval, v. 15, pp. 55-66.

Soares de Mello, J.C.C.B., Estellita Lins, M.P., Gomes, E.G., 2002c, "Construction of a smoothed DEA frontier", *Pesquisa Operacional*, v. 22, n. 2, pp.183-201.

Soares de Mello, J.C.C.B., Estellita Lins, M.P., Soares de Mello, M.H.C., Gomes, E.G., 2002d, "Evaluating the performance of Calculus classes using Operational Research tools", *European Journal of Engineering Education*", v. 27, n. 2, pp. 209-218.

Soares de Mello, J.C.C. B., Gomes, E.G., Biondi Neto, L. et al. Suavização da Fronteira DEA: o Caso BCC Tridimensional. *Investigação Operacional*, Junho de 2004, vol.24, no.1, p.89-107.

Soares de Mello, J.C.C.B., Clímaco, J.C. N., 2006, "Índice de eficiência MCDEA-TRIMAP", XXXVIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional ", pp. 294-305.

Souza, G.S., 2001, "Statistical properties of data envelopment analysis estimators of production functions", *The Brazilian Review of Econometrics*, v. 21, n. 2.

Souza, G. S., 2003, "Funções de produção: uma abordagem estatística com o uso de modelos de encapsulamento de dados", *Texto para Discussão, Embrapa Informação Tecnológica, Brasília*, n 17, 49 p.

Weber, M.M., Weber, W.L., 2002, "Using DEA to measure fatality related efficiency in the U.S. trucking industry", *Decision Sciences Institute Proceedings, San Diego, California, November*.

ANEXO A

BREVE CARACTERIZAÇÃO DO INSTITUTO DA SEGURANÇA SOCIAL, I.P. (ISS, IP)

O INSTITUTO DA SEGURANÇA SOCIAL, I.P. (ISS,IP)

Missão, Atribuições, Estrutura orgânica

Missão

O **Instituto da Segurança Social, I.P. (ISS,IP)** é um Instituto Público que exerce a sua actividade em todo o território nacional, sem prejuízo das atribuições e competências das Regiões Autónomas dos Açores e da Madeira, e tem por missão:

“Assegurar o cumprimento dos objectivos da segurança social pública nos domínios da gestão das contribuições e prestações sociais e do exercício da acção social, visando garantir o direito de acesso a todos os cidadãos.”

Atribuições

As suas principais **atribuições** são:

- Gerir as prestações do Sistema de Segurança Social e os seus Subsistemas de Protecção Social de Cidadania, de Protecção à Família e de Previdência;
- Garantir a realização dos direitos e promover o cumprimento das obrigações dos beneficiários do Sistema de Segurança Social e, ainda, dos contribuintes que não sejam atribuição de outra instituição;
- Desenvolver a cooperação com as Instituições Particulares de Solidariedade Social e exercer a sua tutela;
- Exercer, em articulação com a Inspeção-Geral do MSSFC, a acção fiscalizadora do cumprimento dos direitos e obrigações dos Beneficiários e das Instituições Particulares de Solidariedade Social e outras entidades privadas que exerçam actividades de apoio social;

- Promover o licenciamento dos serviços e estabelecimentos de apoio social;
- Promover a divulgação da informação e as acções adequadas ao exercício do direito de informação e de reclamação dos interessados, bem como a dignificação da imagem do Sistema de Segurança Social;
- Aplicar coimas às contra-ordenações relativas aos estabelecimentos de apoio social e a beneficiários e contribuintes;
- Assegurar, no seu âmbito de actuação, o cumprimento das obrigações decorrentes dos instrumentos internacionais em matéria de Segurança Social;
- Assegurar as relações externas em matéria das suas atribuições, designadamente no âmbito da União Europeia, em articulação com o Departamento de Assuntos Europeus e Relações Internacionais e o Departamento da Cooperação, sem prejuízo das atribuições do Departamento de Acordos Internacionais da Segurança Social.

Da sua estrutura orgânica há a referir que aos serviços centrais estão cometidas a maioria das funções de planeamento e técnico-normativos de apoio ao Conselho Directivo. Para os serviços desconcentrados distritalmente são relegadas as funções operativas e de acção directa, assumindo estes, pois, uma forte componente da área de produção. Num estatuto especial encontra-se o Centro Nacional de Pensões. Este é uma entidade de âmbito nacional com funções operativas no âmbito das prestações diferidas, de que as pensões são, sem dúvida, as mais relevantes.

Estrutura orgânica

Na estrutura orgânica do ISS.IP estão cometidas aos Centros Distritais de Segurança Social as mesmas responsabilidades independentemente das dimensões geográficas e demográficas ou, ainda, dos efectivos de recursos humanos, recursos materiais e patrimoniais de que disponham.

ORGANOGRAMA

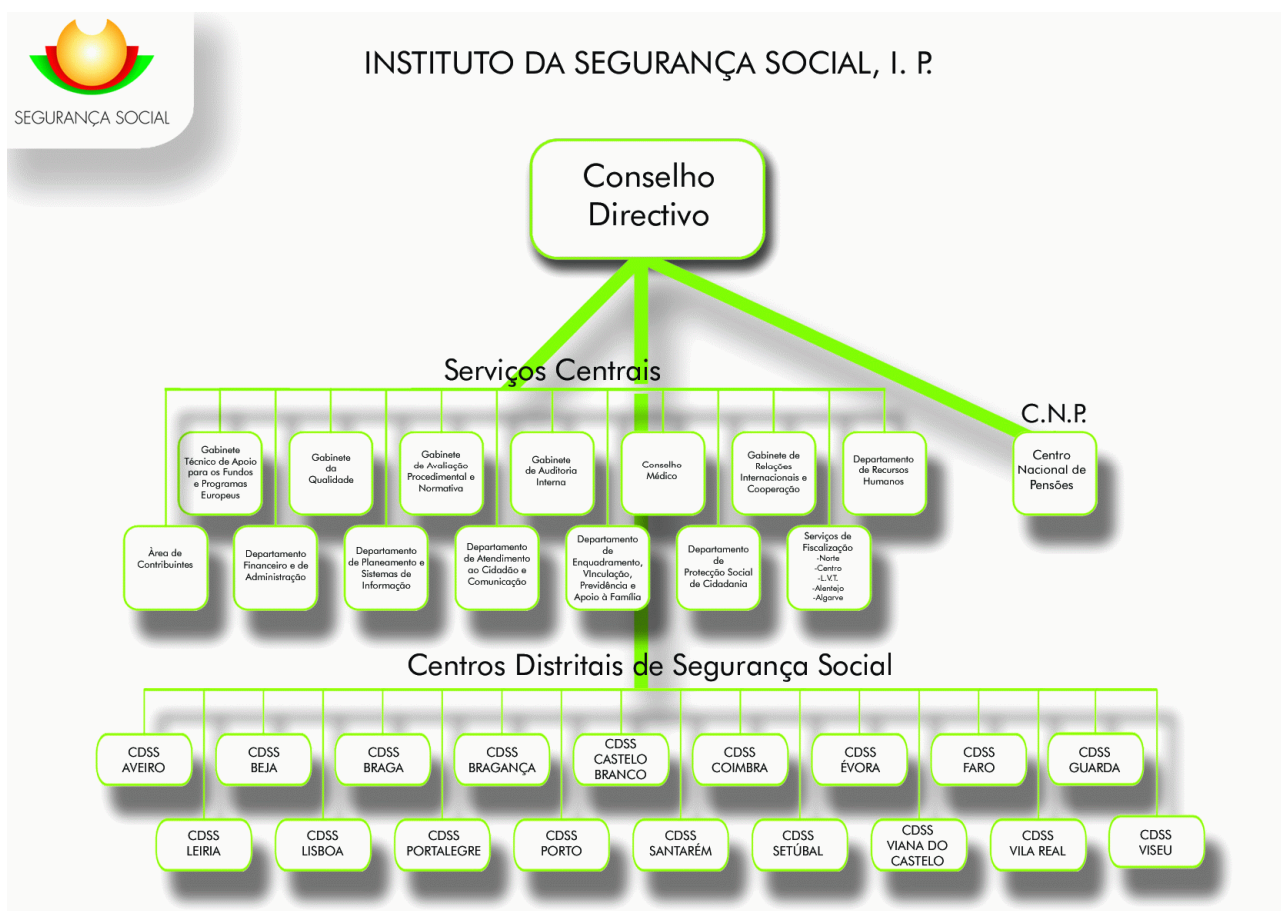


Figura 9 – Organograma do ISS, I.P.

Enquadrada na sua política de qualidade a Unidade de Atendimento ao Cidadão (UAC) da Unidade de Gestão de Atendimento (UGA), vem desde há alguns anos, a elaborar estudos a nível nacional sobre o atendimento que é efectuado pelo ISS, I.P. em todo o continente.

Tem sido propósito da Unidade de Gestão de Atendimento (UGA), na elaboração daqueles estudos, promover a apresentação de indicadores de âmbito nacional capazes de auxiliar a tomada de decisão em diferentes domínios, nomeadamente em aspectos que permitam a obtenção de um maior nível de qualidade nos serviços prestados ao cidadão.

ANEXO B

QUADROS QUE NÃO SE ENCONTRAM NO TEXTO

ANÁLISE NACIONAL – 1º SEMESTRE 2005

Atendimento Mensal

A análise de âmbito nacional encontra-se suportada nos dados e indicadores estatísticos apresentados, de forma a possibilitar uma **perspectiva global do atendimento dos Serviços do ISS, I.P.**

O quadro, que se apresenta, resume alguma da informação recolhida ao longo do 1º semestre de 2005 e congrega os atendimentos mensais por Distrito e as respectivas percentagens face ao total. Neste quadro os dados de atendimento incluem atendimento a beneficiários, contribuintes, tesouraria e acção social.

Atendimento Mensal – 1º Semestre 2005														
CDSS	JANEIRO		FEVEREIRO		MARÇO		ABRIL		MAIO		JUNHO		TOTAL	
	N.º Atend.	%	N.º Atend.	%	N.º Atend.	%	N.º Atend.	%	N.º Atend.	%	N.º Atend.	%	N.º Atend.	%
Aveiro	93.429	19%	84.693	17%	90.065	18%	82.691	17%	76.813	15%	72.177	14%	499.868	6%
Beja	27.102	17%	25.878	17%	26.162	17%	26.060	17%	25.597	16%	25.008	16%	155.807	2%
Braga	148.465	17%	132.997	15%	153.493	17%	146.039	17%	158.922	18%	137.341	16%	877.257	10%
Bragança	36.716	18%	35.031	17%	35.073	17%	31.671	16%	32.369	16%	30.843	15%	201.703	2%
Castelo Branco	34.115	17%	31.481	16%	35.245	18%	32.198	16%	35.434	18%	32.090	16%	200.563	2%
Coimbra	66.166	18%	62.149	17%	63.950	17%	62.000	17%	59.915	16%	58.150	16%	372.330	4%
Évora	34.977	16%	31.182	15%	33.479	16%	38.094	18%	38.575	18%	37.299	17%	213.606	3%
Faro	67.468	18%	61.079	16%	64.330	17%	60.971	16%	64.683	17%	58.259	15%	376.790	4%
Guarda	29.708	18%	27.540	16%	29.972	18%	27.784	16%	28.350	17%	26.363	16%	169.717	2%
Leiria	69.941	17%	67.100	16%	69.248	17%	68.239	17%	71.997	17%	66.970	16%	413.466	5%
Lisboa	204.106	18%	180.269	16%	201.536	18%	174.175	16%	189.095	17%	166.152	15%	1.115.331	13%
Portalegre	26.606	18%	25.282	17%	25.935	17%	24.814	17%	23.698	16%	22.725	15%	149.060	2%
Porto	259.863	17%	238.212	15%	273.389	18%	260.922	17%	269.335	17%	251.181	16%	1.552.902	19%
Santarém	71.933	17%	69.117	16%	75.318	18%	69.347	16%	72.481	17%	69.925	16%	428.121	5%
Setúbal	87.719	18%	76.243	16%	85.234	18%	78.284	16%	81.736	17%	75.209	16%	484.425	6%
Viana Castelo	45.290	17%	44.233	17%	43.626	17%	43.037	16%	43.447	17%	42.714	16%	262.347	3%
Vila Real	48.722	18%	44.515	17%	46.097	17%	42.917	16%	44.254	16%	42.170	16%	268.675	3%
Viseu	80.379	18%	75.278	17%	80.456	18%	74.191	16%	73.698	16%	70.323	15%	454.325	5%
CNP	20.536	20%	15.780	16%	18.256	18%	15.550	15%	15.877	16%	15.459	15%	101.458	1%
Total	1.453.240	18%	1.328.058	16%	1.450.963	17%	1.358.984	16%	1.406.276	17%	1.300.358	16%	8.297.780	100%

Quadro n.º 5

ANÁLISE NACIONAL – 1º SEMESTRE 2005

Atendimento por Áreas

Neste quadro pode observar-se o número de atendimentos, em termos absolutos e relativos, subdivididos por áreas, face ao total de atendimentos de cada Serviço.

Atendimento por Áreas												
CDSS	Serviços		Beneficiários		Contribuintes		Tesouraria		Acção Social		Total	
	N.º	%	Atend.	%	Atend.	%	Atend.	%	Atend.	%	Atend.	%
Aveiro	27	7%	311.045	62%	18.357	4%	160.451	32%	10.015	2%	499.868	6%
Beja	20	5%	75.311	48%	10.585	7%	64.858	42%	5.053	3%	155.807	2%
Braga	18	4%	506.269	58%	55.149	6%	289.014	33%	26.825	3%	877.257	11%
Bragança	15	4%	103.833	51%	8.879	4%	79.694	40%	9.297	5%	201.703	2%
Castelo Branco	11	3%	103.396	52%	7.705	4%	82.352	41%	7.110	4%	200.563	2%
Coimbra	18	4%	193.698	52%	12.411	3%	157.199	42%	9.022	2%	372.330	4%
Évora	14	3%	121.542	57%	21.207	10%	65.765	31%	5.092	2%	213.606	3%
Faro	19	5%	220.017	58%	37.795	10%	109.721	29%	9.257	2%	376.790	5%
Guarda	18	4%	78.923	47%	7.045	4%	77.253	46%	6.496	4%	169.717	2%
Leiria	32	8%	190.615	46%	36.829	9%	175.461	42%	10.590	3%	413.495	5%
Lisboa	43	10%	733.727	66%	5.407	-	358.792	32%	17.405	2%	1.115.331	13%
Portalegre	17	4%	90.311	61%	9.716	7%	47.665	32%	1.368	1%	149.060	2%
Porto	34	8%	1.086.443	70%	19.485	1%	431.803	28%	13.171	1%	1.552.902	19%
Santarém	53	13%	260.627	61%	13.121	3%	152.182	36%	2.191	1%	428.121	5%
Setúbal	16	4%	350.862	72%	4.941	1%	122.376	25%	6.246	1%	484.425	6%
Viana Castelo	13	3%	127.993	49%	12.730	5%	113.360	43%	6.264	3%	262.347	3%
Vila Real	15	4%	153.152	57%	6.398	2%	103.729	39%	5.396	2%	268.675	3%
Viseu	26	6%	198.192	44%	29.283	6%	216.774	48%	10.076	2%	454.325	5%
CNP	3	1%	101.458	100%	0	-	0	-	0	-	101.458	1%
Total	412	100%	5.009.414	60%	317.043	4%	2.808.449	34%	162.874	2%	8.297.780	100%

Quadro n.º 6

ANÁLISE NACIONAL – 1º SEMESTRE 2005

Indicadores Estatísticos – Beneficiários, Contribuintes e Tesouraria

No cálculo destes indicadores só foram considerados os serviços que funcionam diariamente, embora os atendimentos dos Balcões de funcionamento periódico estejam contabilizados juntamente com os do Serviço da sede de concelho.

O quadro seguinte apresenta diversos indicadores nos quais foram apenas utilizados os atendimentos das áreas de Beneficiários, Contribuintes e Tesouraria, assim como foram tidos em conta apenas os colaboradores que efectuem atendimento nestas áreas.

Os indicadores gerais de atendimento apresentados procuram evidenciar, essencialmente, o seguinte:

- Taxa de cobertura⁵ por distrito;
- N.º Médio Diário Atendimentos⁶;
- N.º Médio Diário Atendimentos por colaborador em *Front-Office*⁷;
- Intervalo Médio de Tempo de Atendimento (Minutos)⁸.

Nacional – 1º Semestre 2005								
Centros Distritais e CNP	População por Distrito	RH – <i>Front-Office</i>	Indicadores de Atendimentos					
Designação		Atendimento Geral (C)	N.º Atendimentos 1º Semestre 2005	Taxa de Cobertura - Serviços por Concelho	N.º Médio Diário Atendimentos	N.º Médio Diário Atend. por Colaborador	Intervalo Médio de Tempo de Atendimento (minutos)	N.º Médio Atendimentos/ Distrito
Aveiro	713.597	114	489.853	68,6%	3.915	34	12,2	
Beja	161.225	49	150.754	93,5%	1.216	25	16,9	
Braga	831.380	136	850.432	102,3%	6.810	50	8,4	
Bragança	148.820	41	192.406	129,3%	1.552	36	11,1	
Castelo Branco	208.080	46	193.453	93,0%	1.560	34	12,4	
Coimbra	440.314	83	363.308	82,5%	2.898	35	12,0	
Évora	173.421	52	208.514	120,2%	1.662	32	13,0	
Faro	395.224	108	367.533	93,0%	2.964	28	15,0	
Guarda	179.977	61	163.221	90,7%	1.316	22	19,5	
Leiria	459.466	83	402.905	87,7%	3.249	39	10,7	428.153
Lisboa	2.136.017	251	1.097.926	51,4%	8.733	35	12,1	
Portalegre	127.033	54	147.692	116,3%	1.191	22	19,0	
Porto	1.781.844	247	1.539.731	86,4%	12.349	50	8,4	
Santarém	451.527	114	425.930	94,3%	3.435	30	13,9	
Setúbal	788.472	89	478.179	60,6%	3.813	43	9,8	
Viana do Castelo	250.283	54	254.063	101,5%	2.049	36	11,1	
Vila Real	223.745	52	263.279	117,7%	2.123	41	10,3	
Viseu	394.950	92	444.249	112,5%	3.554	39	10,9	
CNP	-	32	101.458	-	818,2	26	16,4	
Total	9.865.375	1.756	8.134.906	82,5%	65.227	37	11,3	-

Quadro n.º 8

⁵ A taxa de cobertura corresponde ao número de atendimentos por população residente no distrito.

⁶ Relação entre o número de Atendimentos no 1º Semestre de 2005 e o número de dias úteis no período considerado (124 dias úteis). Nestes cálculos foi tido em conta as particularidades de funcionamento dos serviços das Lojas do Cidadão (149 dias no 1º Semestre de 2005).

⁷ Relação entre o número médio diário de Atendimentos e o número de colaboradores *Front-Office*.

⁸ Determinação do intervalo médio de tempo de atendimento em minutos, tendo como referência 7 horas diárias (7h*60m = 420m). Também aqui foi tido em conta o funcionamento por turnos dos serviços nas Lojas do Cidadão e Areiro (6h (turno)*60m = 360m). Este indicador de atendimento indica que em cada x minutos (valor médio) é realizado um atendimento.

LIVRO DE RECLAMAÇÕES – 2005

- Reclamações

Das **2182 Reclamações** exaradas no Livro de Reclamações e tratadas durante o ano de 2005, observa-se que **54%** são do **CDSS Lisboa** e **20%** são do **CDSS Porto**.

Reclamações do Livro de Reclamações

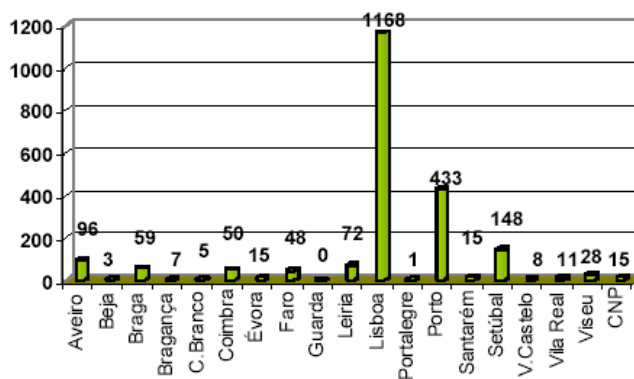


Gráfico n.º 5

Distribuição por Área de Produto

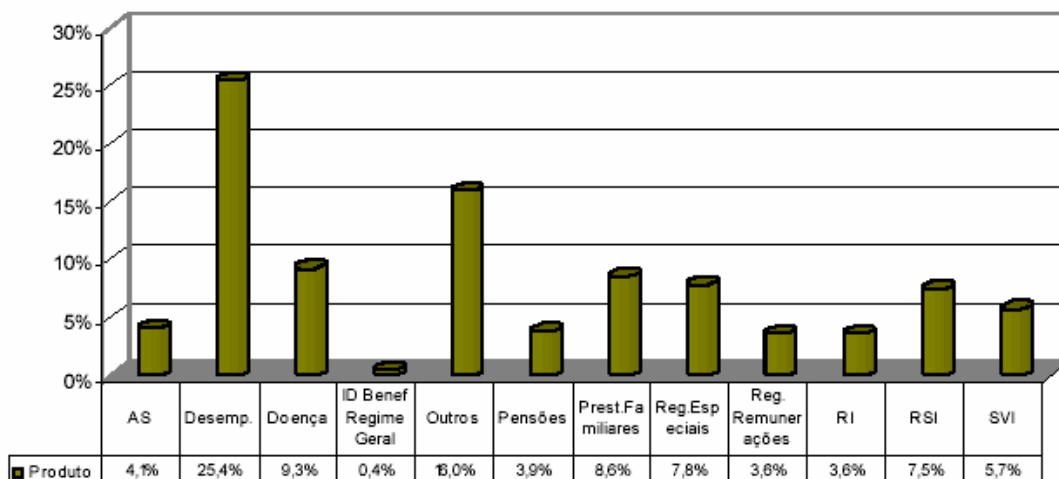


Gráfico n.º 6

LIVRO DE RECLAMAÇÕES – 2005

Tipificação por Procedimento

A tipificação por Procedimento tem o intuito de identificar de forma objectiva e precisa, na medida do possível, os constrangimentos associados aos Procedimentos da Segurança Social.

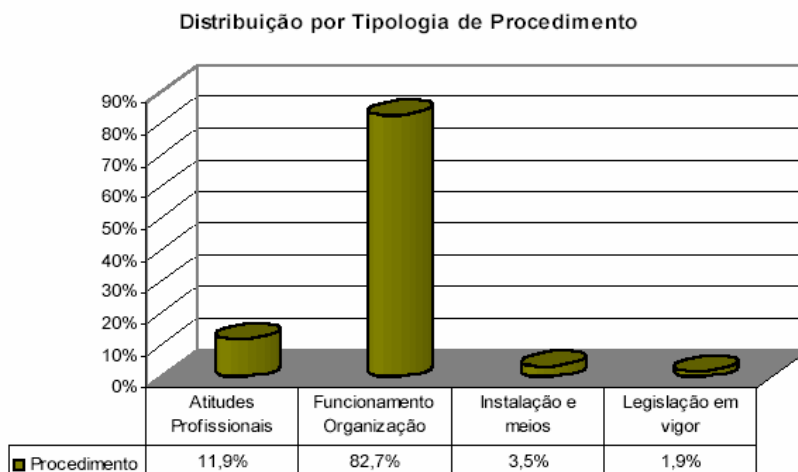


Gráfico n.º 7

O gráfico anterior permite visualizar que a variável **Funcionamento e Organização dos Serviços** é a mais tipificada com **83%** face ao total de *Reclamações*, seguido pelas **Atitudes Profissionais** com **12%**.

Cada um destes grupos de procedimentos é constituído por vários itens, destes individualizámos os que estão directamente relacionados com a Área de Atendimento. Assim observa-se que o **Tempo de Espera** é o item mais reclamado com cerca de **42%** face ao total, seguido do **Número de Funcionários Insuficiente no Atendimento** com **18%**. É ainda de salientar que **10%** das *Reclamações* dizem respeito à **Incorrecção no Atendimento**.

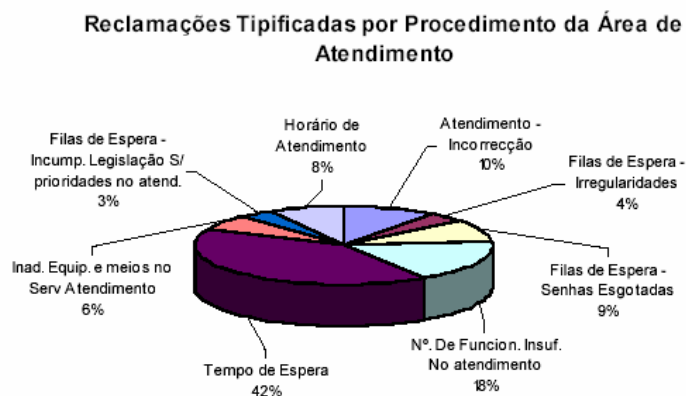


Gráfico n.º 8

MAILBOX DO ISS – RELATÓRIO ANUAL 2005

Via de Entrada

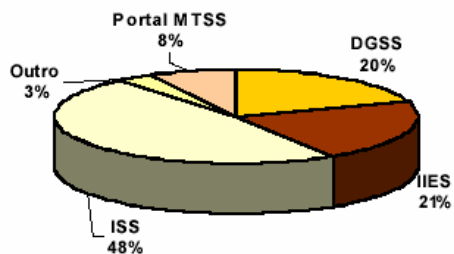


Gráfico n.º 2

Tipo de Processos

Os processos recepcionados na Mailbox do ISS são enquadrados em cada uma das seguintes tipologias: *Pedidos de Informação*, *Reclamações*, *Denúncias* e *Sugestões*.

Durante o ano de 2005 os *Pedidos de Informação* detêm a quase totalidade dos *e-mails* tratados, havendo um número reduzido de *Reclamações*, *Denúncias* e *Sugestões*.

O gráfico n.º 3 ilustra a distribuição por Tipo de Processo a nível nacional, sendo que os *Pedidos de Informação* representam **96%** face ao total dos *e-mails* recebidos.

Distribuição por Tipo de Processo

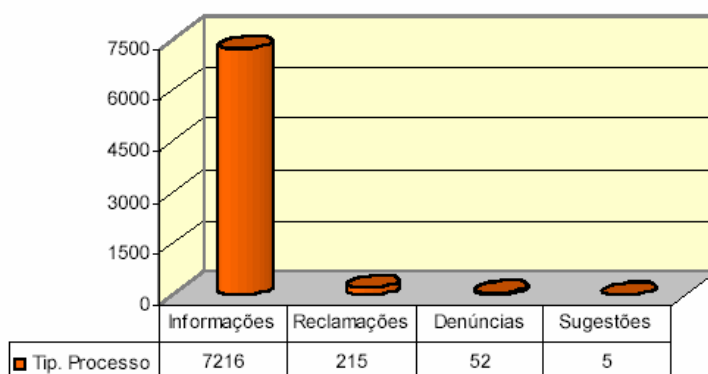


Gráfico n.º 3

Salienta-se que a Mailbox do ISS não é vista como um meio para apresentação de reclamações, mas sim um meio onde o cidadão procura esclarecimentos sobre os produtos da Segurança Social, bem como procura resolver pequenos processos burocráticos, de modo a evitar a deslocação aos serviços de atendimento da Segurança Social.