



FCTUC DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Estudo da atenuação de vibrações conferida por compósitos de granulado de cortiça e casca de arroz

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil na Especialidade de Construções

Autor

Adriano do Carmo Fernandes Martins

Orientador

Professor Doutor António José Barreto Tadeu

Professora Doutora Julieta Maria Pires António

Esta dissertação é da exclusiva responsabilidade do seu autor, não tendo sofrido correções após a defesa em provas públicas. O Departamento de Engenharia Civil da FCTUC declina qualquer responsabilidade pelo uso da informação apresentada

Colaboração Institucional



Coimbra, 2016

AGRADECIMENTOS

O espaço limitado desta secção de agradecimentos, seguramente, não me permite agradecer da melhor forma todos os que contribuíram para a conclusão de mais uma etapa da minha vida sendo esta a minha formação académica. Desta forma, vou procurar expressar o meu agradecimento de forma sucinta mas sem esquecer que as poucas palavras aqui deixadas serão de grande apreço e gratidão.

Não podia começar esta onda de agradecimentos sem agradecer aos meus orientadores, a Professora Doutora Julieta Maria Pires António e ao Professor Doutor António José Barreto Tadeu, pela oportunidade e disponibilidade que tiveram ao longo da totalidade deste trabalho. Todas as notas, recomendações e conhecimentos transmitidos foram certamente decisivos para que este trabalho fosse possível.

Aos Engenheiros Filipe Pedro e José Nascimento que foram sem dúvida uma mais-valia para este trabalho, expresse o meu profundo agradecimento pela ajuda e conselhos no desenvolvimento de todos os trabalhos de laboratório.

Ao ITeCons – Instituto de Investigação e Desenvolvimento Tecnológico em Ciências da Construção pela oportunidade e por disponibilizar todas as ferramentas necessárias para o progresso desta dissertação.

Aos meus pais e irmãos que definitivamente foram uma peça fundamental neste percurso académico, não só pelo apoio incondicional mas pela forma como acreditaram em mim ao longo destes anos procurando sempre contribuir da melhor forma para que toda esta jornada fosse um pouco mais fácil.

Aos amigos, sejam eles de longa data ou até os mais recentes pelos momentos vividos e pela sua contribuição direta ou indireta na minha formação académica. A todos eles o meu muito obrigado.

RESUMO

A vibração dos equipamentos mecânicos/máquinas é transmitida, através dos seus apoios, aos elementos construtivos dos edifícios, causando a vibração dos mesmos e provocando incómodo às pessoas que aí habitam/trabalham. Uma das formas de atenuar estas vibrações é através da interposição de apoios resilientes entre os equipamentos e os elementos construtivos.

O grau de atenuação da vibração depende das características elásticas dos materiais resilientes. Uma das propriedades que melhor caracteriza estes materiais é a sua rigidez dinâmica, que varia em função da constituição do material, das suas dimensões, geometria e da frequência de excitação do equipamento. Esta propriedade condiciona a transmissibilidade das vibrações.

Esta dissertação surge no seguimento de um estudo realizado pelo ITeCons que se focou na criação e validação de um equipamento segundo a norma EN ISO 10846 que possibilita o estudo de fenómenos como a transmissibilidade e propriedades como a rigidez dinâmica de materiais. O objetivo desta dissertação é avaliar a capacidade de um compósito de casca de arroz e granulado de cortiça que está a ser desenvolvido como material para atenuar vibrações. Para o efeito produziram-se amostras com várias espessuras e dimensões para serem testadas.

ABSTRACT

The vibration of mechanical equipment/machines is transmitted through their foot mounts to the constructive elements of buildings, causing them to vibrate and consequently the inconvenience to people that live or work there. One of the solutions to mitigate these vibrations is through the interposition of resilient supports between the equipment and constructive elements.

The degree of vibration attenuation depends on the elastic characteristics of the resilient material. One of the properties which best characterizes these materials is their dynamic stiffness, which varies depending on the condition of the material, dimensions, geometry and the equipment excitation frequency. The dynamic stiffness of the material also affects the transmissibility.

This thesis follows on a study conducted by ITeCons which focused on the creation and validation of equipment according to the standard EN ISO 10846, which allows the study of phenomenon's such as transmissibility and proprieties like the dynamic stiffness of the materials. The main challenge of this thesis is to evaluate the ability of composite of rice husk and granulated cork as attenuator. For this purpose, samples with various thicknesses and dimensions were produced and tested.

ÍNDICE

1	INTRODUÇÃO.....	1
1.1	Enquadramento	1
1.2	Objetivos	3
1.3	Estrutura da dissertação	4
2	FUNDAMENTOS DA VIBRAÇÃO E ISOLAMENTO	5
2.1	Introdução	5
2.2	Componentes de um sistema dinâmico simples	5
2.3	Equações do movimento para sistemas com um grau de liberdade.....	6
2.3.1	Formulação direta.....	6
2.4	Vibração livre não amortecida.....	7
2.5	Vibração livre amortecida.....	10
2.5.1	Sistema com amortecimento sobre-crítico	11
2.5.2	Sistema com amortecimento crítico	11
2.5.3	Sistema com amortecimento sub-crítico.....	11
2.6	Vibração forçada harmónica.....	13
2.7	Transmissibilidade e Isolamento.....	17
3	DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DAS CARACTERÍSTICAS DINÂMICAS DO COMPÓSITO	18
3.1	Introdução	18
3.2	Materiais, metodologia e técnicas experimentais	18
3.2.1	Normalização aplicável	18
3.2.2	Descrição dos equipamentos de ensaio	20
3.2.3	Descrição das amostras ensaiadas	23
3.2.4	Descrição dos ensaios	24
3.2.5	Tratamento dos resultados	26
4	APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS	28
4.1	Introdução	28
4.2	Apresentação de Resultados	28
4.2.1	Amostras com 31 mm de espessura.....	28
4.2.2	Amostras com 21 mm de espessura.....	32
4.2.3	Amostras com 16 mm de espessura.....	35
4.3	Análise de Resultados	38

4.3.1	Transmissibilidade e Isolamento	38
4.3.2	Rigidez dinâmica	41
5	CONCLUSÕES	42
5.1	Trabalhos Futuros	42
6	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	44

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 – Oscilador linear com 1 grau de liberdade.	5
Figura 2.2 - Forças de equilíbrio de um sistema com um grau de liberdade.....	6
Figura 2.3 – Oscilador com 1 grau de liberdade com amortecimento nulo.	7
Figura 2.4 – Vibração livre não amortecida.	9
Figura 2.5 - Vibração livre amortecida.....	13
Figura 2.6 - Sistema com um grau de liberdade com vibração forçada.	13
Figura 2.7 - Fator de amplificação dinâmica em função da razão de frequências.	16
Figura 2.8 – Curvas de transmissibilidade.	17
Figura 3.1 – Configuração do Shaker segundo a norma.	19
Figura 3.2 - Shaker em fase de projeto.....	20
Figura 3.3 - Pormenor do motor e molas de base.....	21
Figura 3.4 – Configuração final de ensaio.	22
Figura 3.5 – Placas do compósito de casca de arroz e aglomerado de cortiça.	23
Figura 3.6 – Data Logger HBM e Software CatmanEasy V3.4.1	25
Figura 3.7 – Esquema da montagem do ensaio para determinação do amortecimento.....	25
Figura 4.1 - Curvas de transmissibilidade: a) L31; b) M31; c) S31.....	28
Figura 4.2 - Rigidez dinâmica das amostras: a) L31; b) L21; c) L16.	30
Figura 4.3 - Rigidez dinâmica das amostras: a) L31; b) M31; c) S31.....	31
Figura 4.4 – Amostra 31 mm: Fator de amortecimento e frequência amortecida.	32
Figura 4.5 - Curvas de transmissibilidade: a) L21; b) M21; c) S21.....	32
Figura 4.6 - Rigidez dinâmica das amostras: a) L21; b) M21; c) S21.....	34
Figura 4.7 - Amostra 21 mm: Fator de amortecimento e frequência amortecida.....	35
Figura 4.8 - Curvas de transmissibilidade das amostras: a) M21; b) S21.	35
Figura 4.9 - Rigidez dinâmica das amostras: a) M16; b) S16.	36
Figura 4.10 - Amostra 16 mm: Fator de amortecimento e frequência amortecida.	37
Figura 4.11 – Sobreposição das curvas de transmissibilidade das amostras L31, L21 e L16 de dimensões 490x490 mm.	38
Figura 4.12 - Sobreposição das curvas de transmissibilidade das amostras M31, M21 e M16 de dimensões 300x300 mm.	38
Figura 4.13 - Sobreposição das curvas de transmissibilidade das amostras S31, S21 e S16 de dimensões 200x200 mm.	39

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 3.1 – Massas das chapas (Kg).....	21
Tabela 3.2 – Nomenclatura e dimensões das amostras ensaiadas.	23
Tabela 3.3 - Tabela de frequências e respetiva conversão em rotações por minuto.....	24
Tabela 4.1 –Transmissibilidade para a frequência de 80 Hz e carregamento de 664,2 Kg....	40
Tabela 4.2 – Transmissibilidade: Níveis de atenuação igual ou superior a 10dB.....	40

1 INTRODUÇÃO

1.1 Enquadramento

As vibrações têm um papel fundamental nas diversas áreas da engenharia. A análise destas pode contribuir para encontrar soluções de atenuação de vibrações consideradas prejudiciais, nomeadamente vibrações de carácter mecânico, vibrações provenientes de construção de grandes obras de engenharia civil ou até nos estudos de resistência de materiais. Os estudos focados em mitigar as vibrações indesejáveis, muitas vezes, passam também por conceber soluções que além de eficazes sejam também económicas.

As vibrações provêm das mais variadas atividades, nomeadamente vibrações provenientes de ruído de tráfego, vibrações associadas a equipamentos mecânicos, vibrações sísmicas ou simplesmente vibrações associadas à propagação do som. Cada um destes tipos de vibração exige uma abordagem diferente para a sua redução, atuando sobre a fonte emissora, o meio de transmissão ou o elemento recetor.

Entende-se por vibração de um determinado sistema o fenómeno resultante da alteração da sua posição de equilíbrio estável. Este movimento oscilatório geralmente é provocado por forças exteriores, por deslocamentos da base ou resultado do impacto entre corpos. Os equipamentos no seu processo de funcionamento vibram, sendo por vezes necessário garantir que estas vibrações não geram incomodidade. Um dos meios eficazes para atingir este objetivo consiste na atuação sobre a fonte, usando materiais/elementos antivibráticos por forma a absorver parte ou a totalidade das vibrações.

Os sismos são consequência dos movimentos tectónicos e não podem ser evitados, mas podemos reagir contra estas vibrações elevadas. Um sismo é caracterizado pelo movimento oscilatório tridimensional do solo. As estruturas devem ser projetadas não só para resistir às forças verticais também as horizontais resultantes deste tipo de vibrações. Os efeitos destes movimentos podem provocar danos significativos às estruturas caso estas não tenha sido convenientemente dimensionadas.

Muitas das vibrações sentidas nos edifícios habitacionais resultam da vibração de equipamentos coletivos, ou no caso de edifícios industriais do funcionamento de máquinas. Os equipamentos mecânicos, na sua maioria, vibram em redor de uma determinada frequência. Uma das formas

de atenuar estas vibrações é a aplicação de apoios anti-vibráteis dimensionados para a gama de frequências em causa.

São vários os estudos dedicados à minoração de vibrações para as mais variadas situações. Todos eles são mais uma contribuição para uma melhor compreensão de como conseguir formas de controlo e mitigação mais eficazes.

Gonçalves (2013) elaborou uma dissertação de mestrado onde caracterizou um equipamento que foi construído para quantificar a rigidez dinâmica e a transmissibilidade de materiais atenuadores de vibrações para utilização em apoios anti-vibráteis. O equipamento foi desenvolvido pelo ITeCons de acordo com a norma EN ISO 10846 e o estudo centrou-se na caracterização de propriedades relacionadas com o isolamento de vibrações tais como a frequência de ressonância e a transmissibilidade.

Marques (2000) elaborou um estudo teórico e numérico caracterizar atenuadores dinâmicos de vibrações (ADV) ativos e adaptativos. Tradicionalmente os atenuadores passivos são projetados para que a sua frequência natural de vibração seja sintonizada para a frequência de excitação, admitida fixa. Estes atenuadores inviabilizam a sua utilização em casos em que a frequência de excitação seja variável. Por este motivo foram desenvolvidos novos atenuadores de natureza ativa e adaptativa para permitir sintonizar uma banda de frequências mais alargada. O estudo foi dedicado a avaliar as características destes atenuadores assim como o seu desempenho.

Fadel (2002) elaborou um estudo teórico e experimental de amortecedores de vibração por atrito. Os amortecedores passivos são uma alternativa económica, eficaz e rápida para a mitigação das vibrações aplicadas às estruturas. De entre os vários tipos de amortecedores já existentes a escolha por amortecedores que funcionam por atrito entre dois corpos sólidos, deve-se à sua simplicidade e grande poder de dissipação. Foram desenvolvidos vários métodos que facilitam o cálculo de sistemas que envolvem atrito assim como projetados e ensaiados modelos diferentes de amortecedores por atrito. Foram ainda elaborados programas computacionais aplicados a estruturas metálicas sujeitas a forças sísmicas e verificadas reduções significativas após a instalação destes dissipadores.

Bono (2011) elaborou um estudo sobre atenuadores e supressores de vibrações induzidas por vórtices. O trabalho elaborado consistiu num estudo paramétrico do comportamento aerodinâmico dos dois principais dispositivos mais utilizados como redutores deste tipo de vibrações: o dispositivo de controlo passivo denominado por “strakes” e o dispositivo “fairing”. O desafio consistiu em verificar como respondem estes dispositivos a uma variação da disposição e altura dos dispositivos assim como a variação do aspeto dos dispositivos do tipo

fairing. Todo o processo foi feito com base nas equações de Navier-Stokes utilizando o Método dos Elementos Finitos.

Neto (2006), desenvolveu um estudo sobre o controlo de vibrações geradas por escavação de rocha com recurso a explosivos. O estudo foi feito com recurso a equipamentos de monitorização de vibrações com o objetivo de desenvolver uma equação de atenuação de vibrações geradas pelo uso dos explosivos. Numa primeira fase de estudo foi gerada uma equação de atenuação que foi aplicada pela empresa responsável pelas escavações na redução do incómodo gerado na população. Os registos da velocidade da vibração e o seu conteúdo em frequências foram obtidos com auxílio a sismógrafos. A segunda etapa do estudo focou-se no estudo dos tempos de propagação das vibrações por forma a tentar encontrar intervalos de tempo mais eficazes entre os tempos nominais entre a detonação dos explosivos e da utilização de acessórios atenuadores.

Saldarriaga (2007), elaborou uma tese de doutoramento com o objetivo de estudar a atenuação de vibrações em máquinas rotativas com recurso a materiais viscoelásticos aplicados nos suportes. O objetivo foi avaliar o potencial destes atenuadores quando aplicados aos suportes de máquinas industriais. A colocação destes apoios antivibráticos revelou uma considerável redução do nível de vibração medido inicialmente.

Os estudos associados à atenuação de vibrações estão em constante desenvolvimento. A borracha é um dos materiais mais utilizados como atenuador vibrático a nível de equipamentos mecânicos, mas uma vez que é um produto derivado do petróleo coloca em questão a sustentabilidade do material. Assim, a procura por materiais naturais tem sido uma das estratégias de sustentabilidade aplicada a este tipo de apoios. O estudo realizado nesta dissertação pretende avaliar as capacidades de um compósito de casca de arroz e aglomerado de cortiça para atenuar vibrações de modo a poder contribuir para as soluções mais sustentáveis.

1.2 Objetivos

A presente dissertação tem como objetivo principal a caracterização de um material compósito, constituído por cortiça e fragmentos de casca de arroz. Quando utilizado como atenuador vibrático nesta caracterização será utilizado um equipamento concebido com base na norma de ensaio EN ISO 10846 pelo ITeCons - Instituto de Investigação e Desenvolvimento Tecnológico para a Construção, Energia, Ambiente e Sustentabilidade denominado nesta dissertação por “Shaker”. Com recurso a software desenvolvidos pelo ITeCons, o equipamento possibilita a quantificação das propriedades relacionadas com o isolamento de vibrações, tais como, frequência de ressonância e a transmissibilidade, baseando-se no método indireto indicado na norma de ensaio.

As variáveis do estudo realizado foram a espessura e as dimensões em planta das amostras. O ensaio foi realizado para diferentes frequências de excitação e carregamentos, o que permitiu verificar para que gamas de frequência e carregamento é mais viável a sua aplicação e em que gama de valores se atingem as maiores atenuações.

1.3 Estrutura da dissertação

Esta dissertação encontra-se estruturada em 5 capítulos sendo estes seguidamente descritos:

Capítulo 1 – Introdução: Neste capítulo procura-se fazer uma introdução e um enquadramento do tema em estudo assim como a definição dos objetivos fundamentais.

Capítulo 2 – Fundamentos da Vibração e Isolamento: Neste capítulo abordam-se os principais fundamentos teóricos acerca das vibrações e do isolamento focando-se essencialmente nos sistemas com um grau de liberdade, o sistema massa-mola.

Capítulo 3 – Determinação Experimental das Características Dinâmicas do Compósito: Este capítulo reserva-se à apresentação das normas utilizadas assim como à descrição das amostras ensaiadas, do funcionamento do equipamento, e da metodologia seguida nos ensaios.

Capítulo 4 – Apresentação e Análise dos Resultados Experimentais: No quarto capítulo são apresentados todos os resultados experimentais e é feita uma análise comparativa entre as diferentes condições de ensaio estudadas.

Capítulo 5 – Conclusões: No quinto e último capítulo retiram-se algumas conclusões baseadas da análise dos resultados experimentais e elaborou-se algumas considerações em relação a possíveis trabalhos futuros.

2 FUNDAMENTOS DA VIBRAÇÃO E ISOLAMENTO

2.1 Introdução

A maior parte dos sistemas vibratórios são complexos e apresentam vários graus de liberdade. No entanto, estes sistemas dinâmicos podem ser estudados através da sobreposição da resposta de modelos mais simples com um grau de liberdade. Por outro lado, o estudo dos sistemas com um grau de liberdade permite introduzir os principais conceitos usados na análise dinâmica de estruturas.

Neste capítulo apresentam-se os conceitos fundamentais de sistemas discretos em que o movimento pode ser descrito apenas numa direção.

2.2 Componentes de um sistema dinâmico simples

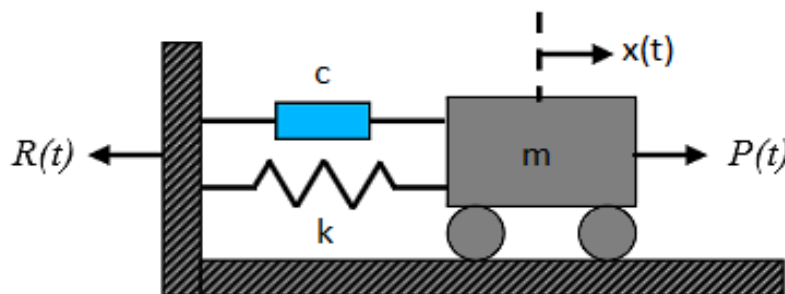


Figura 2.1 – Oscilador linear com 1 grau de liberdade.

As propriedades físicas que são essenciais a qualquer sistema linear elástico, estrutural ou mecânico, que é submetido a uma fonte externa de excitação, ou de carregamentos dinâmicos, são a sua massa, as propriedades elásticas tais como flexibilidade e rigidez, e o dispositivo de amortecimento, Clough & Penzien (2003).

No modelo mais simples, sistema com um grau de liberdade, cada uma destas propriedades está concentrada num único elemento físico. A Figura 2.1 demonstra um exemplo simples deste modelo constituído por uma massa, uma mola e um amortecedor. Com o recurso a apoios é garantido que a massa só se move segundo uma das direções. Assim a única variável do deslocamento pode ser traduzida por $x(t)$. A resistência elástica do sistema é fornecida pela

mola de rigidez k , enquanto o mecanismo de amortecimento está representado por um pistão caracterizado por uma constante de amortecimento c . A força aplicada ao corpo que produz a sua excitação é uma força variável no tempo $p(t)$.

2.3 Equações do movimento para sistemas com um grau de liberdade

A formulação das equações do movimento é uma das etapas mais delicadas na análise da resposta de uma estrutura. Esta formulação pode ser feita por diferentes abordagens baseadas frequentemente em métodos numéricos. Os vários métodos são equivalentes e conduzem às mesmas equações do movimento. A escolha do método mais apropriado depende do problema em análise. A formulação mais utilizada nos sistemas de um grau de liberdade é a formulação direta.

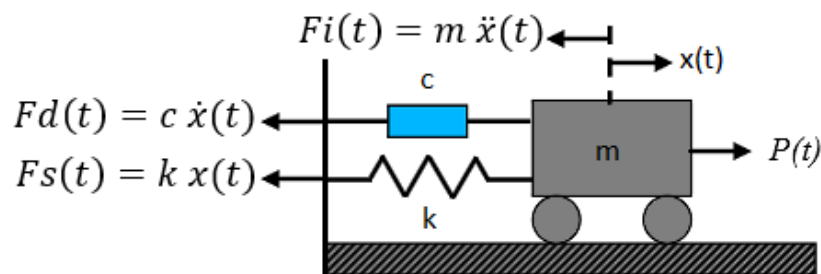


Figura 2.2 - Forças de equilíbrio de um sistema com um grau de liberdade.

2.3.1 Formulação direta

A formulação direta baseia-se na segunda lei de Newton ou lei fundamental da dinâmica. A formulação resume-se a identificar as forças e momentos aplicados no corpo e igualar a sua resultante à variação da quantidade de movimento do sistema, ou seja, o somatório de forças atuantes é igual a uma força e um momento resultante, com três componentes cada.

A Figura 2.2 apresenta um exemplo desta formulação. A força é aplicada na direção do movimento $P(t)$ resultando em três forças contrárias ao movimento, as forças de inércia $Fi(t)$, a força da mola $Fs(t)$ e a força de amortecimento $Fd(t)$.

Escrevendo a resultante das forças do sistema sob a forma de equação temos:

$$Fi(t) + Fs(t) + Fd(t) = P(t) \quad (1)$$

De acordo com o princípio d'Alembert, a força de inércia resulta do produto da massa do corpo pela sua aceleração $\ddot{x}(t)$ de acordo com a expressão:

$$F_i(t) = m \ddot{x}(t) \quad (2)$$

A força de amortecimento é o produto da constante de amortecimento c com a velocidade \dot{x} que o corpo atinge.

$$F_d(t) = c \dot{x}(t) \quad (3)$$

Por fim a força da mola é resultante do produto da rigidez pelo deslocamento.

$$F_s(t) = k x(t) \quad (4)$$

Substituindo na equação (1), resulta a equação de movimento para um sistema com um grau de liberdade:

$$m \ddot{x}(t) + c \dot{x}(t) + k x(t) = P(t) \quad (5)$$

2.4 Vibração livre não amortecida

As vibrações mecânicas são caracterizadas como o movimento oscilatório de um corpo ou partículas em torno da sua posição de equilíbrio. Após perturbado, o corpo tende a restabelecer a sua posição de equilíbrio inicial através de forças de restituição (força elástica no caso de um sistema massa-mola). O movimento de oscilação do corpo em torno da sua posição de equilíbrio irá prolongar-se no tempo até que se dissipe toda a energia de excitação do sistema.

Uma vibração pode ser classificada como livre, quando o movimento se mantém apenas devido às forças de restituição, ou forçada, quando se aplica uma força variável no tempo. Pode ainda ser amortecida, quando existem dispositivos de amortecimento, ou não amortecida, quando esses efeitos são desprezados.

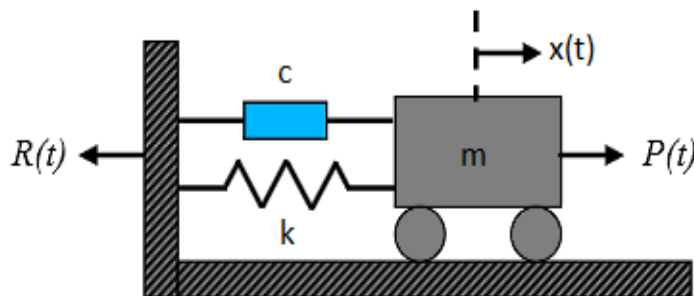


Figura 2.3 – Oscilador com 1 grau de liberdade com amortecimento nulo.

O sistema massa-mola (ver figura 2.3) é um dos mais utilizados para representar um sistema de vibração livre. O movimento oscilatório é provocado unicamente por um deslocamento inicial em relação à posição de equilíbrio estático ou pela imposição de uma velocidade inicial.

Impondo $P(t) = 0$ e $c = 0$, obtemos a equação diferencial que rege a vibração livre do sistema

$$m \ddot{x}(t) + k x(t) = 0 \quad (6)$$

Como já foi referido, em vibração livre o movimento inicia-se com a introdução de uma perturbação no sistema a partir da sua posição de equilíbrio estático: um deslocamento $x(0)$ ou uma velocidade $\dot{x}(0)$ no instante $t = 0$. Assim:

$$x = x(0) \quad (7)$$

$$\dot{x} = \dot{x}(0) \quad (8)$$

Sujeito a estas condições iniciais a solução da equação diferencial é obtida pelos métodos tradicionais de derivação. Funções para as quais a soma da segunda derivada com a própria função pode ser nula são por exemplo funções trigonométricas do tipo seno ou cosseno. Dessa forma a solução geral para esta equação do movimento é:

$$x(t) = A \cos(\omega_n t) + B \sin(\omega_n t) \quad (9)$$

Onde ω_n é a frequência angular:

$$\omega_n = 2\pi \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ (rad/s)} \quad (10)$$

Nesta expressão A e B são constantes que dependem das condições iniciais do movimento (deslocamento inicial $x(0)$ e velocidade inicial $\dot{x}(0)$). Perante estas condições iniciais obtém-se:

$$x(t) = x(0) \cos \omega_n t + \frac{\dot{x}(0)}{\omega_n} \sin \omega_n t \quad (11)$$

A solução da equação do movimento pode também ser escrita com uma única função sinusoidal:

$$x(t) = U_m \text{ sen } (\omega_n t + \varphi) \quad (12)$$

Nesta equação U_m , é a amplitude do movimento oscilatório e φ é o ângulo de fase da resposta:

$$U_m = \sqrt{x(0)^2 + \left(\frac{\dot{x}(0)}{\omega_n}\right)^2} \quad (13)$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \left(\frac{x(0)\omega_n}{\dot{x}(0)} \right) \quad (14)$$

O movimento correspondente a uma vibração livre não amortecida é então um movimento harmónico com amplitude constante e período igual a $T_n = 2\pi/\omega_n$. A figura 2.4 apresenta o gráfico do movimento oscilatório para uma vibração livre não amortecida.

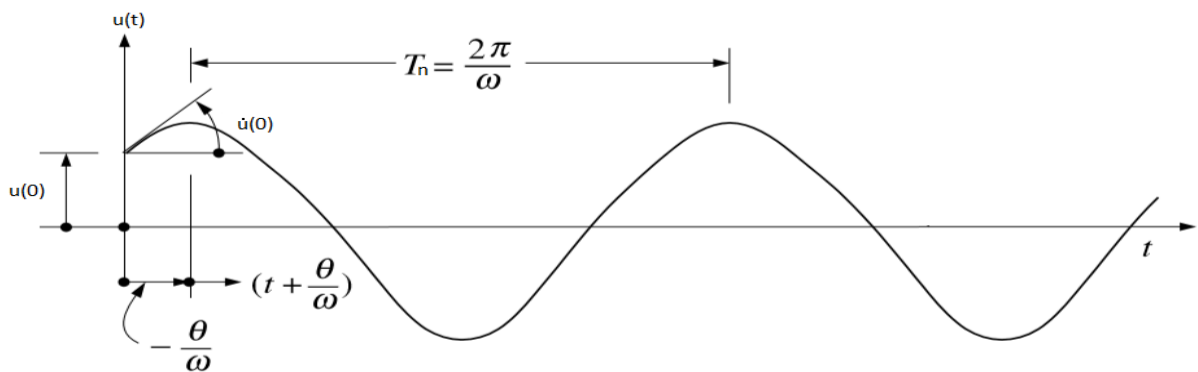


Figura 2.4 – Vibração livre não amortecida.

O tempo necessário para que o sistema não amortecido complete um ciclo de vibração livre é o período natural de vibração do sistema, que podemos designar como T_n , com unidades em segundos. O período está relacionado com a frequência natural de vibração, ω_n .

$$T_n = \frac{2\pi}{\omega_n} \text{ (s)} \quad (15)$$

As unidades da frequência natural de vibração são o Hertz (Hz) que representam o número de ciclos por segundo.

$$f_n = \frac{1}{T_n} \text{ (Hz)} \quad (16)$$

Analisadas as expressões conclui-se que as propriedades de vibração ω_n , T_n e f_n dependem apenas da massa do corpo e da rigidez k . Na presença de dois sistemas com a mesma massa o sistema com rigidez maior apresenta uma frequência de vibração maior e menor período natural de vibração. Da mesma forma, dois sistemas com a mesma rigidez e de massas diferentes apresentam uma frequência natural mais baixa e período de vibração mais longo para o sistema que tiver maior massa (m).

2.5 Vibração livre amortecida

Considere-se novamente a equação do movimento associada aos sistemas livres de um grau de liberdade, mas agora com $c \neq 0$, amortecimento não nulo.

$$m \ddot{x}(t) + c \dot{x}(t) + k x(t) = 0 \quad (17)$$

Definindo o coeficiente de amortecimento como:

$$c = \xi c_{cr} \Rightarrow \text{com } c_{cr} = 2 \cdot m \cdot \omega_n \quad (18)$$

onde: ξ – fator de amortecimento

E dividindo a expressão por m :

$$\ddot{x}(t) + 2 \cdot \xi \cdot \omega_n \dot{x}(t) + \omega_n^2 x(t) = 0 \quad (19)$$

A solução geral para a equação anterior é uma função que somada à sua primeira e segunda derivada se anulam. Vai procurar-se uma solução do tipo:

$$x(t) = e^{\lambda t} \quad (20)$$

$$\dot{x}(t) = \lambda e^{\lambda t} \quad (21)$$

$$\ddot{x}(t) = \lambda^2 e^{\lambda t} \quad (22)$$

Introduzindo esta função na equação (19) obtém-se:

$$(\lambda^2 + 2\xi\omega_n \lambda + \omega_n^2)e^{\lambda t} = 0 \quad (23)$$

Para que esta expressão se anule para todo e qualquer instante t :

$$\lambda = -\xi\omega_n \pm \omega_n \sqrt{\xi^2 - 1} \quad (24)$$

O valor crítico do coeficiente de amortecimento é o que anula a raiz na expressão anterior, ou seja, é aquele para o qual o fator de amortecimento é unitário. Consoante o valor do fator de amortecimento distingue-se três casos:

- Sistema com amortecimento sobre-crítico ($\xi > 1$);
- Sistema com amortecimento crítico ($\xi = 1$);
- Sistema com amortecimento sub-crítico ($\xi < 1$);

Para estruturas de engenharia civil o fator de amortecimento é em geral igual ou inferior a 5%.

2.5.1 Sistema com amortecimento sobre-crítico

Neste caso as duas soluções encontradas são exponenciais negativas, sendo a solução geral dada por:

$$x(t) = Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t}, \lambda_1 \text{ e } \lambda_2 < 0 \quad (25)$$

Esta solução não é oscilatória e tende para zero, sendo o regresso à posição de equilíbrio estático tão mais veloz quanto menor for o amortecimento. As constantes A e B dependem das condições iniciais e podem ser determinadas de forma semelhante ao exposto anteriormente.

2.5.2 Sistema com amortecimento crítico

Quando o amortecimento é crítico as duas soluções são iguais, demonstrando-se que a solução geral da equação do movimento é da forma:

$$x(t) = (A + Bt)e^{-\omega_n t} \quad (26)$$

Tal como no caso do amortecimento sobre-crítico esta solução não é oscilatória e tende para zero. As constantes A e B dependem, mais uma vez, das condições iniciais e podem ser determinadas de forma semelhante ao exposto anteriormente.

O valor crítico do coeficiente de amortecimento corresponde ao menor valor que este pode apresentar para que o movimento não seja oscilatório.

2.5.3 Sistema com amortecimento sub-crítico

A um valor inferior à unidade do fator de amortecimento correspondem soluções complexas para a equação (24). Definindo a frequência angular amortecida por:

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \quad (27)$$

As soluções da equação (24) são então:

$$\lambda_1 = -\xi \omega_n + i\omega_d \quad (28)$$

$$\lambda_2 = -\xi \omega_n - i\omega_d \quad (29)$$

Tendo em conta as propriedades da exponencial complexa:

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \operatorname{sen} \theta \quad (30)$$

A solução geral da equação do movimento é dada por:

$$x(t) = [A \cos(\omega_d t) + B \sin(\omega_d t)]e^{-\xi \omega_n t} \quad (31)$$

Introduzindo as condições iniciais obtêm-se:

$$\begin{cases} x(0) = A \\ \dot{x}(0) = -A \xi \omega_n + B \omega_d \end{cases} \Rightarrow \quad (32)$$

$$x(t) = \left[x(0) \cos(\omega_d t) + \frac{\dot{x}(0) + x(0) \xi \omega_n}{\omega_d} \cdot \text{sen}(\omega_d t) \right] e^{-\xi \omega_n t} \quad (33)$$

Uma vez mais esta solução pode também escrever-se com uma única função sinusoidal, ficando:

$$x(t) = U_m e^{-\xi \omega_n t} \text{sen}(\omega_d t + \varphi) \quad (34)$$

Nesta equação U_m é a amplitude máxima do movimento oscilatório e φ é o ângulo de fase da resposta, sendo dados por:

$$U_m = \sqrt{x(0)^2 + \left(\frac{\dot{x}(0) + x(0) \xi \omega_n}{\omega_d} \right)^2} \quad (35)$$

$$\varphi = \text{arctg} \left(\frac{\dot{x}(0) + x(0) \xi \omega_n}{x(0) \omega_d} \right) \quad (36)$$

O movimento correspondente a uma vibração livre amortecida com deslocamento inicial $x(0)$ encontra-se representado na figura 2.5. Como se pode ver nessa figura os valores máximos do deslocamento estão espaçados de um intervalo de tempo igual a $T_d = 2\pi/\omega_d$.

A sua amplitude decresce exponencialmente ao longo do tempo e tende para zero. O regresso à posição de equilíbrio estático é tanto mais lento, e com mais ciclos de oscilação, quanto menor for o amortecimento.

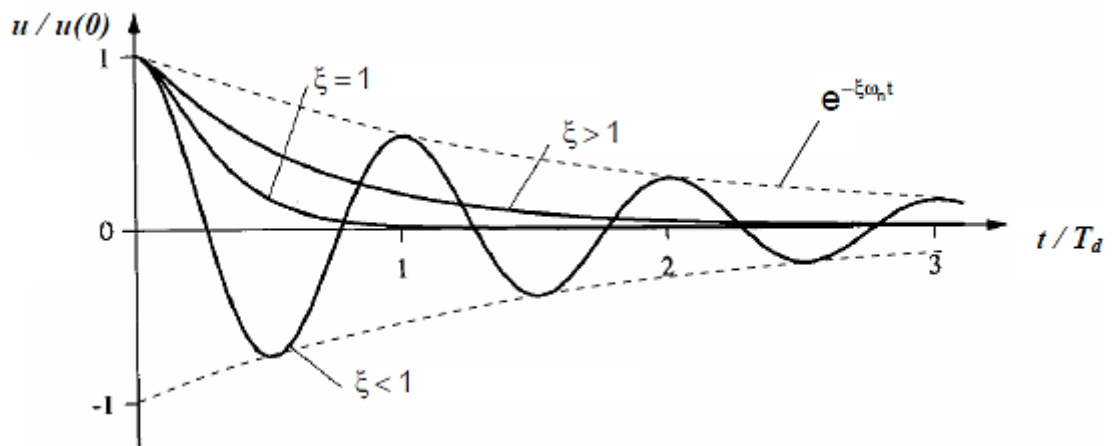


Figura 2.5 - Vibração livre amortecida.

2.6 Vibração forçada harmónica

Considere-se novamente o modelo massa-mola com um grau de liberdade apresentado na Figura 2.6. O sistema é constituído por uma massa m sujeita a uma força de excitação harmónica $F_{ext}(t)$. Quando se analisou o modelo de vibração livre a solução foi obtida assumindo que a força externa F era igual a zero. O estudo da vibração forçada corresponde à resolução da equação onde F tem valor não nulo.

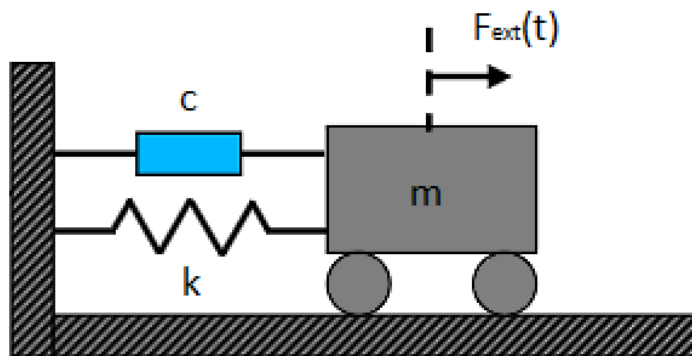


Figura 2.6 - Sistema com um grau de liberdade com vibração forçada.

O modelo apresentado com a força de excitação $F = F_{ext}(t)$ harmónica, é dado por:

$$m \ddot{x} + c \dot{x} + k x = F \sin \omega t \quad (37)$$

onde: F – amplitude da força de excitação

ω – frequência de excitação

A solução desta equação diferencial pode ser escrita como a soma de duas parcelas:

$$x = x_h + x_p \quad (38)$$

onde: x_h - Solução homogénea

x_p - Solução particular

A solução homogénea é obtida tornando nula a força externa aplicada, isto é, fazendo $f(t) = 0$. A solução particular é identificada como a resposta em regime permanente. Para uma excitação harmónica a solução particular é dada por:

$$x_p = A \cos \omega t + B \sin \omega t \quad (39)$$

ou

$$x_p = X \sin(\omega t + \theta) \quad (40)$$

onde:

$$X = \sqrt{A^2 + B^2} \quad (41)$$

$$\theta = \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{B}{A}\right) \quad (42)$$

A equação (37) deve ser satisfeita pela solução particular. As derivadas da solução particular são dadas por:

$$\dot{x} = \omega A \cos \omega t - \omega B \sin \omega t \quad (43)$$

$$\ddot{x} = -\omega^2 A \sin \omega t - \omega^2 B \cos \omega t \quad (44)$$

Substituindo na equação inicial (Eq.37) obtém-se:

$$m(-\omega^2 A \sin \omega t - \omega^2 B \cos \omega t) + c(\omega A \cos \omega t - \omega B \sin \omega t) + k(A \sin \omega t + B \cos \omega t) = F \sin \omega t \quad (45)$$

Igualando-se os coeficientes em seno e cosseno de ambos os lados, obtém-se o sistema seguinte:

$$\begin{cases} (k - m\omega^2)A - c\omega B = F \\ c\omega A + (k - m\omega^2)B = 0 \end{cases} \quad (46)$$

onde a solução para A e B é dada por:

$$A = \frac{(k - m\omega^2)}{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2} F \quad B = \frac{-(c\omega)}{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2} F \quad (47)$$

Portanto, a solução particular (Eq.42) é igual a:

$$x_p = \frac{(k - m\omega^2)}{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2} F \text{sen } \omega t + \frac{-(c\omega)}{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2} F \text{cos } \omega t \quad (48)$$

Entretanto esta forma é pouco usada. A solução particular na forma mais conveniente será explicitar a amplitude e a fase da solução particular em relação à excitação. Substituindo nas equações (41) e (42), obtêm-se:

$$X = \frac{F}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} \quad \theta = -tg^{-1} \frac{c\omega}{k - m\omega^2} \quad (49)$$

A amplitude e a fase podem também ser obtidas em função dos parâmetros: frequência natural ω_n e fator de amortecimento ζ . Dividindo o numerador e o denominador destas expressões por k :

$$X = \frac{F}{k} \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{m\omega^2}{k}\right)^2 + \left(\frac{c\omega}{k}\right)^2}} \quad \theta = -tg^{-1} \frac{\frac{c\omega}{k}}{1 - \frac{m\omega^2}{k}} \quad (50)$$

Aplicando a definição da frequência natural, e do fator de amortecimento, obtêm-se:

$$a = \frac{1}{\sqrt{(1 + r^2)^2 + (2\xi r)^2}} \quad \theta = -tg^{-1} \frac{2\xi r}{1 - r^2} \quad (51)$$

onde:

$a = \frac{X}{X_e}$ - fator de amplificação dinâmica

$X_e = \frac{F}{k}$ - amplitude “estática”

$r = \frac{\omega}{\omega_n}$ - parâmetro de frequência adimensional

Portanto a equação particular assume a solução:

$$x_p = a \cdot X e \cdot \text{sen}(\omega t + \theta) \quad (52)$$

com a e θ dados pelas equações (51). A figura 2.7 ilustra o fator de amplificação a em função da razão entre frequências (ω/ω_n) representada por β . Cada curva corresponde a um fator de amortecimento.

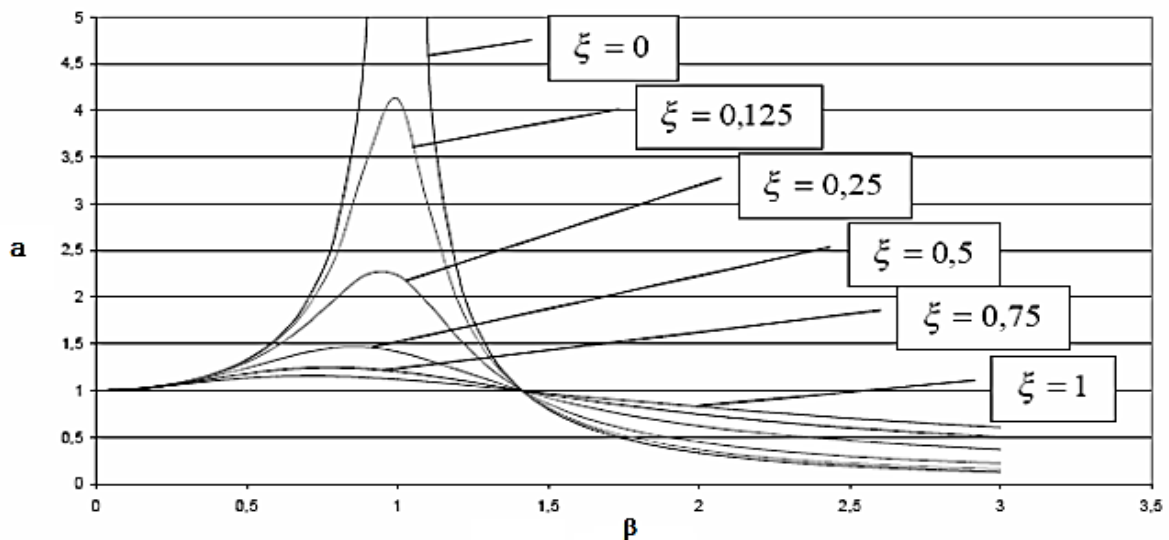


Figura 2.7 - Fator de amplificação dinâmica em função da razão de frequências.

Observa-se que para amortecimentos baixos os fatores de amplificação dinâmica são altos. Portanto nesta região podem ocorrer vibrações com grandes amplitudes, mesmo quando as amplitudes das forças de excitação são pequenas.

Para frequências próximas de zero, o comportamento do sistema é do tipo estático. Para frequências muito acima da frequência natural há grande redução na amplitude de vibração.

O amortecimento é muito importante quando se trabalha com frequências de excitação próximas da frequência natural. Quando se atingem estas frequências o sistema entra em ressonância passando o sistema a oscilar em máxima amplitude. A solução para este fenômeno pode ser obtida pela equação (37) fazendo $c = 0$ e $\omega = \omega_n$.

2.7 Transmissibilidade e Isolamento

O isolamento de vibrações é o nome que se dá ao processo de redução da amplitude da força fornecida ao sistema através de atenuadores vibráticos. A medida do isolamento de vibrações é quantificada através de um parâmetro denominado transmissibilidade que pode ser expresso pela seguinte expressão:

$$\tau = \left[\frac{1 + (2\xi\beta)^2}{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2} \right]^{1/2} \quad (53)$$

onde:

τ - Transmissibilidade da vibração aplicada no material

A figura 2.8 apresenta curvas típicas de transmissibilidade em função da razão da frequência β para diferentes coeficientes de amortecimento ξ .

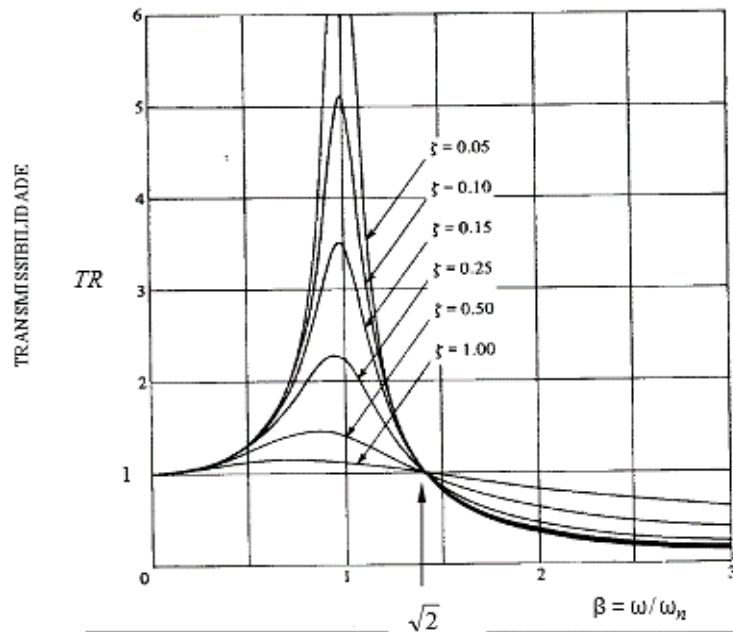


Figura 2.8 – Curvas de transmissibilidade.

Verifica-se que todas as curvas se cruzam no mesmo ponto, correspondente a $\beta = \sqrt{2}$, ou seja, a força transmitida só é menor que a força aplicada quando $\beta > \sqrt{2}$. Quando $\beta = \sqrt{2}$, a transmissibilidade $TR = 1$ e, portanto, a força aplicada é transmitida na totalidade.

No caso de um equipamento de velocidade constante, a amplitude da força de excitação F_{ext} é constante e, assim, a força transmitida à fundação F_{tr} é proporcional ao valor de TR . Portanto é vantajoso operar um equipamento de velocidade constante sobre um sistema isolador tal que, $\omega > \sqrt{2} \omega_n$.

3 DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DAS CARACTERÍSTICAS DINÂMICAS DO COMPÓSITO

3.1 Introdução

Neste capítulo apresenta-se a metodologia utilizada no laboratório, com a descrição detalhada das componentes do equipamento e do seu funcionamento. Será apresentada a norma que foi seguida assim como a descrição das amostras ensaiadas. Apresentam-se, também, neste capítulo, os procedimentos para o tratamento dos parâmetros obtidos nos ensaios.

3.2 Materiais, metodologia e técnicas experimentais

3.2.1 Normalização aplicável

Os isoladores passivos de várias espécies são usados para reduzir vibrações. Como exemplos temos os apoios de motor dos automóveis, apoios resilientes para edifícios, acoplamentos flexíveis para máquinas ou pequenos isoladores usados em eletrodomésticos.

A norma EN ISO 10846-1 “Acoustics and vibration – Laboratory measurement of vibro-acoustic transfer properties of resilient elements. Part 1: Principles and guidelines” serve como introdução e guia para aplicação das restantes normas da mesma série que referem diferentes métodos para a medição em laboratório das quantidades mais importantes que regem a transmissão de vibrações através de elementos lineares resilientes. Todos os conceitos teóricos necessários assim como guias de ensaio constam na norma e devem ser cumpridos.

Os resultados dos métodos utilizados por esta norma são úteis para materiais resilientes que são usados para atenuação de baixas frequências de vibração e atenuar ruído estrutural. No entanto para conseguir uma caracterização mais completa de um elemento podem ser necessárias informações adicionais que não são apresentadas nesta norma.

A parte 3 da referida norma, intitula-se “Acoustics and vibration – Laboratory measurement of vibro-acoustic transfer properties of resiliente elements. Part 3: Indirect method for determination of the dynamic stiffness of resilient supports for translator motion”. O equipamento usado nos ensaios desta dissertação foi projetado de acordo com as especificações presentes nesta norma. A metodologia de ensaio segue também os procedimentos aí indicados. No capítulo 5 da norma EN ISO 10846-3 apresentam-se todos os requisitos necessários para o equipamento.

As medições devem ser feitas com auxílio a uma pré-carga representativa e que no caso em estudo é conferida pela “blocking mass” colocada sobre a amostra. A excitação do sistema pode ser feita de variadas formas e a norma não apresenta grandes limitações ao nível da escolha do excitador. A norma exige apenas a escolha de um excitador que consiga criar forças de excitação somente na direção normal à amostra. Esta solução é conseguida colocando os excitadores numa posição simétrica na base do equipamento e impedindo os movimentos rotacionais e transversos à força de excitação. Estas vibrações indesejáveis devem ser inferiores a 5.62 vezes a amplitude fornecida ao sistema para cumprir a norma.

A norma recomenda que os acelerómetros devem ser colocados no centro do topo e na base do equipamento. Quando o equipamento não possibilita esta montagem, deve-se criar uma forma linear de medição das acelerações no ponto médio. Uma das formas mais comuns será a utilização de dois acelerómetros simetricamente afastados e fazer a média dos valores medidos. Os acelerómetros utilizados não devem ser sensíveis a fenómenos naturais exteriores como a temperatura, humidade ou campos magnéticos. A presença de vibrações indesejáveis deve ser controlada a todo o momento. Quando possível devem ser usados dois acelerómetros adicionais nas laterais do equipamento para medição e controlo das vibrações laterais. A figura 3.1 ilustra o equipamento na sua fase de projeto de acordo com a norma.

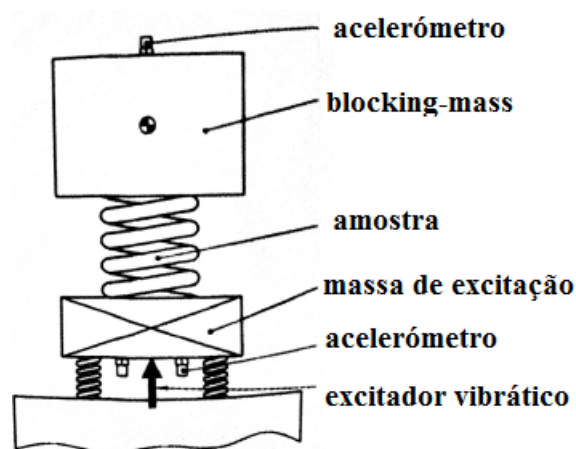


Figura 3.1 – Configuração do Shaker segundo a norma.

Para uma maior precisão dos resultados a norma exige que a desigualdade entre as frequências medidas no topo do equipamento e na sua base cumpram a seguinte condição:

$$\Delta L_{1,2} = L_{a1} - L_{a2} \geq 20dB \quad (54)$$

onde a_1 , representa a aceleração medida na base do equipamento e a_2 a aceleração medida na blocking-mass.

Na norma EN ISO 10846 o conceito de rigidez dinâmica e os métodos de medição são baseados em modelos lineares. No entanto os isoladores vibráticos reais apresentam um comportamento que não é inteiramente linear. Para que se considere válido um ensaio, as amplitudes de vibração medidas na blocking-mass devem ser menores que as amplitudes fornecidas ao sistema. Todos os valores devem ser medidos em bandas de 1/3 de oitava onde a média de valores medida é calculada pela equação seguinte:

$$k_{av} = \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |k_{2,1}(fi)|^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (55)$$

onde: $k_{2,1}$ – rácio entre o valor medido na base do equipamento e na blocking-mass.

A norma exige um mínimo de $n=5$ frequências por cada banda de 1/3 de oitava.

3.2.2 Descrição dos equipamentos de ensaio

3.2.2.1 Ensaio de Transmissibilidade utilizando o Shaker

O equipamento utilizado (Shaker) não é mais que um simulador de um sistema massa-mola sobre a massa base do equipamento. Como a massa base do equipamento está assente sobre molas, o conjunto funciona como um sistema com dois graus de liberdade. O deslocamento permitido pelo sistema massa-mola foi definido como o vertical e foi garantido com o auxílio de cargas provocadas por 4 massas excêntricas iguais no excitador.

As massas excêntricas são responsáveis pela aplicação das diferentes amplitudes de vibração ao sistema e no presente trabalho analisou-se a resposta do material a todas a frequências entre os 10Hz e os 100Hz. Uma vez que estamos perante um equipamento que recorre a uma força exterior de excitação o movimento do sistema massa-mola é forçado. A figura 3.2 ilustra um esquema geral do shaker em fase de projeto com a identificação das suas componentes essenciais.

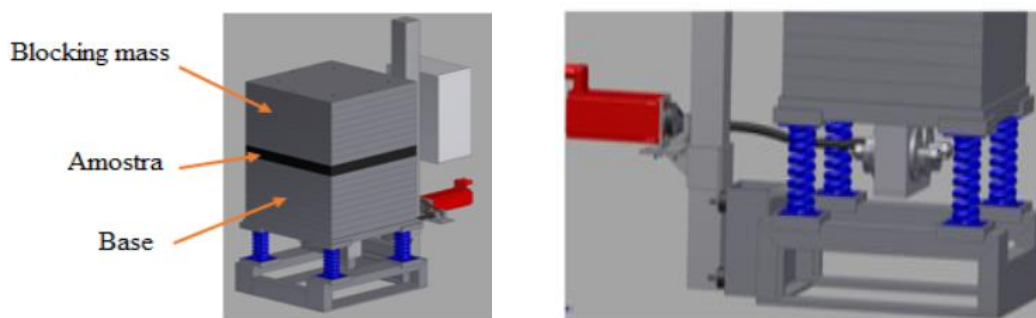


Figura 3.2 - Shaker em fase de projeto.

A pré-carga ou “blocking mass” pode ser variável através da colocação de um conjunto de chapas de secção quadrada em aço. Cada chapa tem aproximadamente 74kg de peso e dimensões 490x490x40mm. A ligação das chapas é feita por meio de parafusos o que facilita a colocação ou remoção de chapas quando necessário. A tabela 3.1 apresenta a informação relativa ao peso das diferentes chapas.

Massas (Kg)			
Massa 1 + shaker	102,0	Massa 11	73,8
Massa 2	73,8	Massa 12	73,8
Massa 3	73,8	Massa 13	73,8
Massa 4	73,8	Massa 14	73,8
Massa 5	73,8	Massa 15	73,8
Massa 6	73,8	Massa 16	73,8
Massa 7	73,8	Massa 17	73,8
Massa 8	73,8	Massa 18	73,8
Massa 9	73,7	Massa 19	73,9
Massa 10	73,9	Massa 20	73,7

Tabela 3.1 – Massas das chapas (Kg).

O aparelho está equipado com um motor de marca SEW modelo CMP63M que permite rotações até 12000 rpm, que se traduz num intervalo de frequências dos 5 Hz a 200 Hz. Contudo como já referido anteriormente, só se submeteu a amostra até frequências de 100 Hz. A base do equipamento apoia em quatro molas e sobre estas estão assentes onze chapas de aço que formam a base do equipamento. A amostra a ensaiar é colocada sobre estas massas e irá ser carregada com o recurso às restantes chapas consoante o carregamento desejado.

A figura seguinte ilustra o pormenor do motor assim como as molas de apoio na base do equipamento.

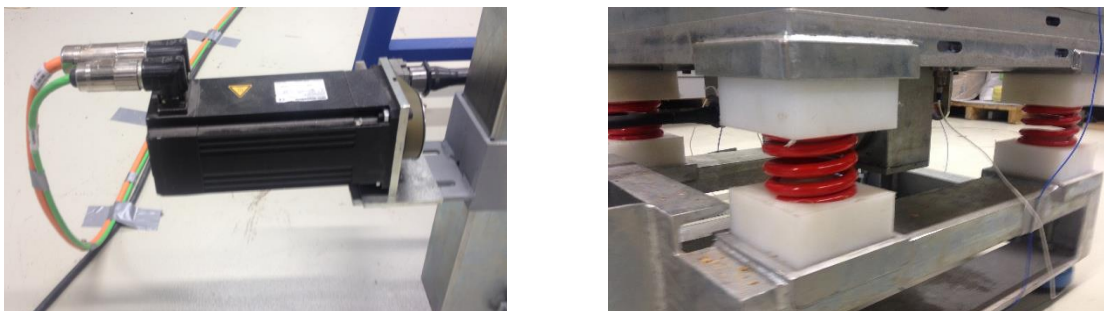


Figura 3.3 - Pormenor do motor e molas de base.

A medição das vibrações é feita por meio de acelerómetros da marca I-TED modelo 752A13. São colocados três acelerómetros como indicado pela norma, dois na base do equipamento e um no topo das chapas que constituem o carregamento. Para controlo das vibrações indesejáveis usaram-se dois acelerómetros para medição das vibrações não verticais. Todos os registos são obtidos por meio computacional recorrendo a software próprio para o registo e análise de dados. A figura 3.4 mostra a configuração final de ensaio a adotar.



Figura 3.4 – Configuração final de ensaio.

3.2.2.2 Determinação do amortecimento - Ensaio com Martelo de Impacto

O coeficiente de amortecimento ξ é um parâmetro de avaliação obrigatório quando estamos perante sistemas com vibração amortecida. Uma vez que o ensaio realizado com o shaker não possibilita o cálculo direto do coeficiente de amortecimento optou-se por complementar o estudo destas amostras com o recurso a um ensaio de impacto. Gera-se uma vibração com um martelo de impacto e regista-se a amplitude da vibração ao longo do tempo. Utiliza-se o método do decremento logarítmico para calcular o amortecimento através da diminuição da vibração da amplitude com o tempo. Este método de ensaio é de fácil montagem sendo a grande limitação deste ensaio a dificuldade de controlar a força de impacto fornecida ao sistema.

A força aplicada ao sistema foi introduzida através de um martelo de impacto da marca Brüel & Kjær tipo 8206. O registo das vibrações foi efetuado com recurso a um acelerómetro Endeveco 752A12 ligado ao multianalisador Pulse TM - modelo 3560-C da Brüel & Kjær que é comandado através do software PULSE LabShop Version 15.1.0 da Brüel & Kjær.. Para efeitos de carregamento usaram-se as mesmas chapas de aço utilizadas no ensaio anterior para simular as mesmas condições de carregamento.

3.2.3 Descrição das amostras ensaiadas

As amostras são constituídas por painéis de compósito de casca de arroz e granulado de cortiça, aglomerados por um polímero. O compósito tem cerca de 10% de casca de arroz. As variáveis a estudar são a espessura e as dimensões das amostras. A figura 3.5 ilustra o aspeto dos painéis estudados.



Figura 3.5 – Placas do compósito de casca de arroz e aglomerado de cortiça.

Na tabela 3.2 apresentam-se as dimensões dos provetes estudados. Como provete inicial utilizou-se um painel de dimensões 490x490x31 mm, correspondendo à máxima dimensão possível do provete suportado pelo equipamento. Ensaïaram-se ainda provetes de 300x300 mm e 200x200 mm. Uma vez que estes provetes têm dimensões inferiores às placas de carga, para evitar alguma instabilidade durante o ensaio, foram divididos em 4 provetes que foram colocados junto aos cantos das chapas.

Uma vez que se queria estudar o comportamento do compósito em função da espessura ensaiaram-se mais duas espessuras, 21 mm e 16 mm. A tabela 3.2 apresenta um resumo das dimensões das amostras estudadas e da nomenclatura utilizada.

Amostra	Dimensões (mm)
L31	490x490x31
M31	300x300 = 4 x (150x150x31)
S31	200x200= 4 x (100x100x31)
L21	490x490x21
M21	300x300 = 4 x (150x150x21)
S21	200x200= 4 x (100x100x21)
L16	490x490x16
M16	300x300 = 4 x (150x150x16)
S16	200x200= 4 x (100x100x16)

Tabela 3.2 – Nomenclatura e dimensões das amostras ensaiadas.

3.2.4 Descrição dos ensaios**3.2.4.1 Ensaio de Transmissibilidade utilizando o Shaker**

A primeira etapa do ensaio consiste em cortar as amostras nas dimensões pretendidas. Uma vez cortadas são colocadas sobre a base do equipamento, centradas no caso das amostras maiores e nos cantos para as amostras com quatro provetes. O passo seguinte passa por colocar sobre a amostra o carregamento desejado através das chapas metálicas restantes.

Posteriormente colocam-se os acelerómetros na posição prevista pela norma. Como referido anteriormente, devem ser colocados dois acelerómetros na parte inferior (base do equipamento) e um no topo da “blocking mass”. Colocaram-se também dois acelerómetros adicionais nas direções horizontais de forma a controlar que os deslocamentos horizontais fossem desprezáveis. Concluídos os preparativos do equipamento o passo seguinte será recorrer aos softwares responsáveis pela excitação e registo dos parâmetros de ensaio. O programa utilizado para excitação do sistema foi o Movitools 5.7 que, após introduzidas a gama de frequências a ensaiar, é responsável por transferir a informação do número de rpm a induzir ao motor. A norma EN ISO 10846 estipula que devem ser utilizadas no mínimo cinco frequências em cada banda de 1/3 de oitava.

Na tabela 3.3 apresentam-se as frequências utilizadas durante os ensaios assim como a sua correspondência em rpm do motor.

Frequência (Hz)	Rpm	Rpm (motor)	Frequência (Hz)	Rpm	Rpm (motor)
8.91	538.60	267.30	31.62	1897.20	948.60
9.43	566.06	283.03	33.51	2010.87	1005.44
10.00	600.00	300.00	35.50	2130.00	1065.00
10.58	634.65	317.33	37.61	2256.31	1128.16
11.20	672.00	336.00	39.81	2388.60	1194.30
11.86	711.82	355.91	42.20	2531.86	1265.93
12.59	755.40	377.70	44.70	2682.00	1341.00
13.31	798.68	399.34	47.33	2839.99	1419.99
14.10	846.00	423.00	50.12	3007.20	1503.60
14.95	896.75	448.37	53.07	3184.42	1592.21
15.85	951.00	475.50	56.20	3372.00	1686.00
16.79	1007.56	503.78	59.54	3572.41	1786.21
17.80	1068.00	534.00	63.10	3786.00	1893.00
18.85	1131.17	565.59	66.83	4009.69	2004.84
19.95	1197.00	598.50	70.80	4248.00	2124.00
21.15	1268.94	634.47	74.99	4499.31	2249.65
22.40	1344.00	672.00	79.43	4765.80	2382.90
23.72	1423.64	711.82	84.12	5047.40	2523.70
25.12	1507.20	753.60	89.1	5346.00	2673.00
26.62	1597.35	798.68	94.34	5660.62	2830.31
28.20	1692.00	846.00	100	6000.00	3000.00
29.87	1792.24	896.12			

Tabela 3.3 - Tabela de frequências e respetiva conversão em rotações por minuto.

Os registos dos dados dos ensaios são feitos por um data logger da marca HBM em conjunto com o software CatmanEasy V3.4.1. Este software será responsável pela medição da resposta no domínio do tempo dos acelerómetros instalados.

A figura 3.6 apresenta os equipamentos de registo e tratamento de dados usados em laboratório.



Figura 3.6 – Data Logger HBM e Software CatmanEasy V3.4.1

3.2.4.2 Ensaio com Martelo de Impacto – Determinação do amortecimento

Colocou-se a amostra sobre uma plataforma regular e sobre esta adicionou-se a primeira chapa de aço. Centrando um acelerómetro no topo da chapa e com o auxílio ao software definiu-se a gama de frequências a estudar. Aplicaram-se uniformemente pancadas à chapa durante um curto intervalo de tempo e registaram-se os resultados. O processo é repetido para os diferentes carregamentos. A figura 3.7 ilustra um esquema representativo de ensaio a adotar.

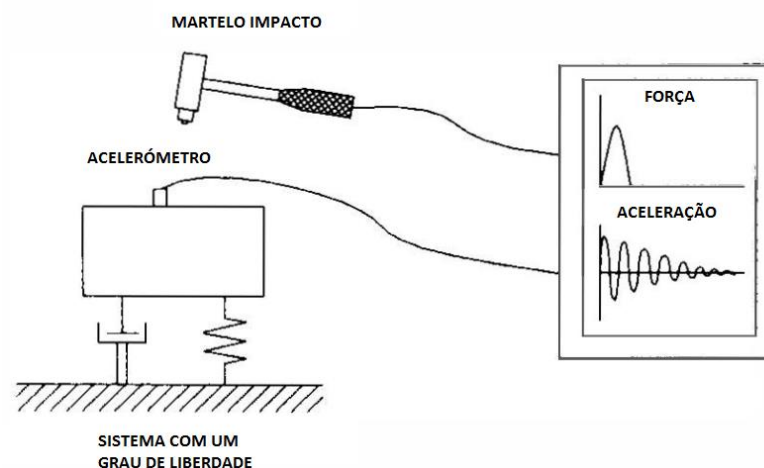


Figura 3.7 – Esquema da montagem do ensaio para determinação do amortecimento.

3.2.5 Tratamento dos resultados

O tratamento dos resultados registados no ensaio da transmissibilidade pelo data logger é feito com base nas fórmulas apresentadas pela norma EN ISO 10846-3:2002. Este sistema possibilita a obtenção direta das acelerações em tempo real dos acelerómetros instalados.

Como já referido em 3.2.1 a norma indica que na impossibilidade de colocação dos acelerómetros na zona central da base devem-se recorrer à medição destas respostas com o recurso a dois acelerómetros igualmente espaçados na base sendo feita a média dos valores medidos. Como estamos a registar a resposta dada pelos acelerómetros no topo e na base a diferença entre estes dois valores permite-nos saber se a amostra estará a amplificar ou a atenuar as vibrações impostas ao sistema. Embora se percorram cinco frequências por banda, a norma requer que os dados sejam apresentados em bandas de 1/3 de oitava, estes valores são convertidos automaticamente através do programa.

Admitindo então a aceleração a_1 (acelerações na base do equipamento) e a aceleração a_2 (acelerações medidas na blocking mass), poderemos transformar estas acelerações em níveis de aceleração. A norma aplicável fornece a expressão para o cálculo destes níveis:

$$L_{a_n} = 10 \cdot \log \frac{a_n^2}{a_0^2} \quad (56)$$

sendo $a_0 = 10^{-6} \text{ m/s}^2$

A transmissibilidade é obtida através da relação das acelerações medidas pelos acelerómetros, ou seja, é a relação da aceleração medida em cima da blocking mass com a aceleração medida na base da massa de excitação, $T = \frac{a_2}{a_1}$.

Para o cálculo da transmissibilidade em dB usamos a seguinte equação:

$$T_{dB} = 20 \cdot \log(T) \quad (57)$$

No cálculo da rigidez dinâmica, seguimos também a norma EN ISO 10846-3:2002, onde está explicita a forma de cálculo da rigidez dinâmica em N/m.

$$R = (2\pi \cdot f)^2 \cdot (m_2 + m_f) \cdot T \text{ para } |T| \ll 1 \quad (58)$$

onde m_2 é a blocking mass, m_f é a massa da flange (massa extra que poderá envolver ou estar presente no provete), f a frequência e T a transmissibilidade.

A rigidez dinâmica em bandas de 1/3 de oitava foi calculada através da fórmula seguinte:

$$R = \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |R(f_i)|^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (59)$$

onde n é o número de frequências na banda de 1/3 de oitava. Para a conversão dos valores da rigidez dinâmica em dB usou-se a seguinte expressão:

$$R(dB) = 20 \cdot \log(R) \quad (60)$$

4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS

4.1 Introdução

No presente capítulo apresentam-se todos os resultados obtidos durante os ensaios e faz-se a análise comparativa e detalhada dos mesmos. Utilizando os parâmetros resultantes dos vários ensaios é possível a análise dos fenômenos de transmissibilidade, ressonância e a rigidez dinâmica do material para as diferentes frequências e carregamentos. Neste capítulo, apresentam-se ainda sob a forma de gráficos as várias respostas do material à excitação do equipamento e comparam-se as amostras entre si usando como variáveis comparativas a espessura e as dimensões da amostra.

4.2 Apresentação de Resultados

4.2.1 Amostras com 31 mm de espessura

Na figura 4.1, apresenta-se os resultados em bandas de 1/3 de oitava dos níveis de transmissibilidade das amostras com maior espessura (31mm).

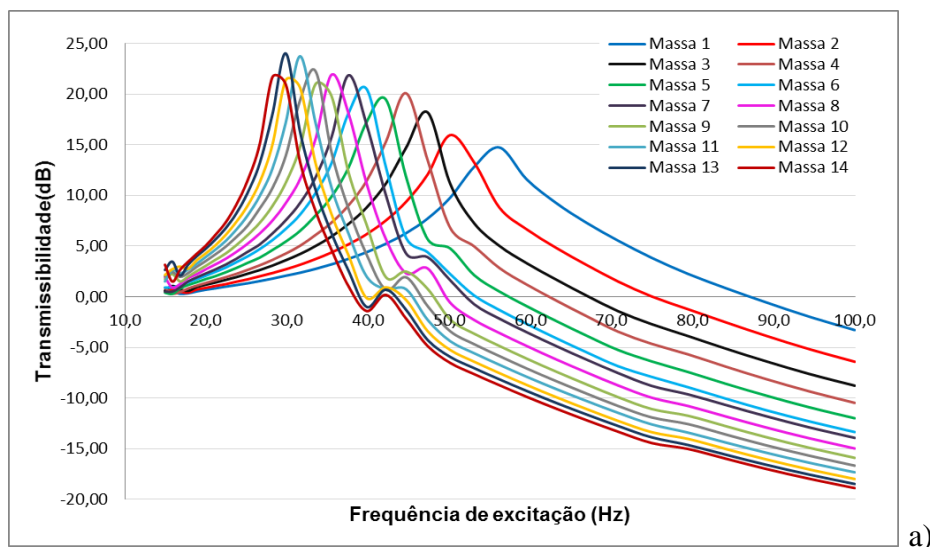


Figura 4.1 - Curvas de transmissibilidade: a) L31; b) M31; c) S31.

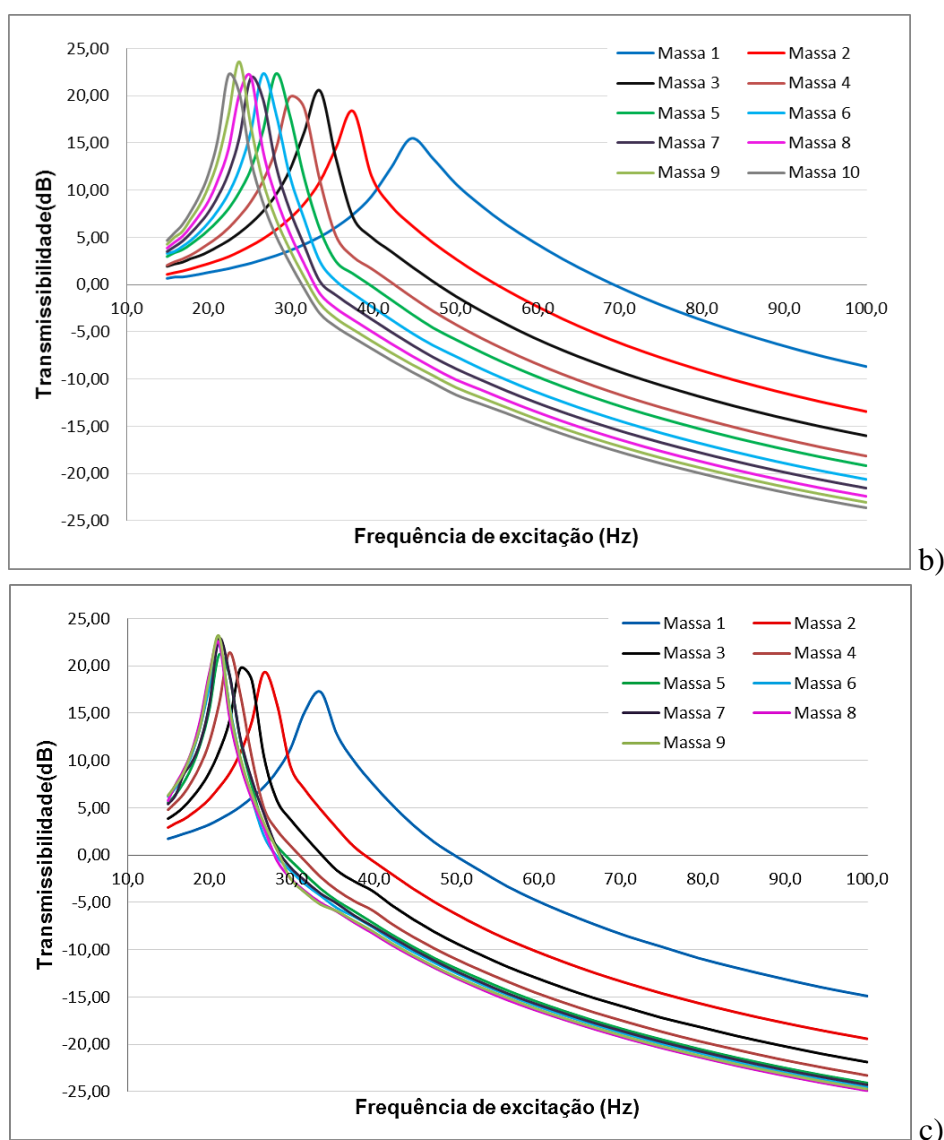


Figura 4.1 (continuação) - Curvas de transmissibilidade: a) L31; b) M31; c) S31.

Note-se que para o intervalo de frequências entre 40 Hz e 50 Hz da amostra L31 existe um segundo pico de pequena amplitude numa frequência superior à frequência de ressonância. Alguns destes ensaios foram repetidos e todo o sistema verificado para averiguar se não se deveria a algum erro de montagem ou medição. Verificou-se que os resultados se mantinham e se deviam à falta homogeneidade do material, especificamente neste provete e que se tornava mais evidente para maiores carregamentos.

Na Figura 4.2 apresenta-se a rigidez dinâmica, em bandas de terço de oitava, para as amostras L31, L21 e L16 quando aplicado o primeiro carregamento de 73,8Kg à amostra.

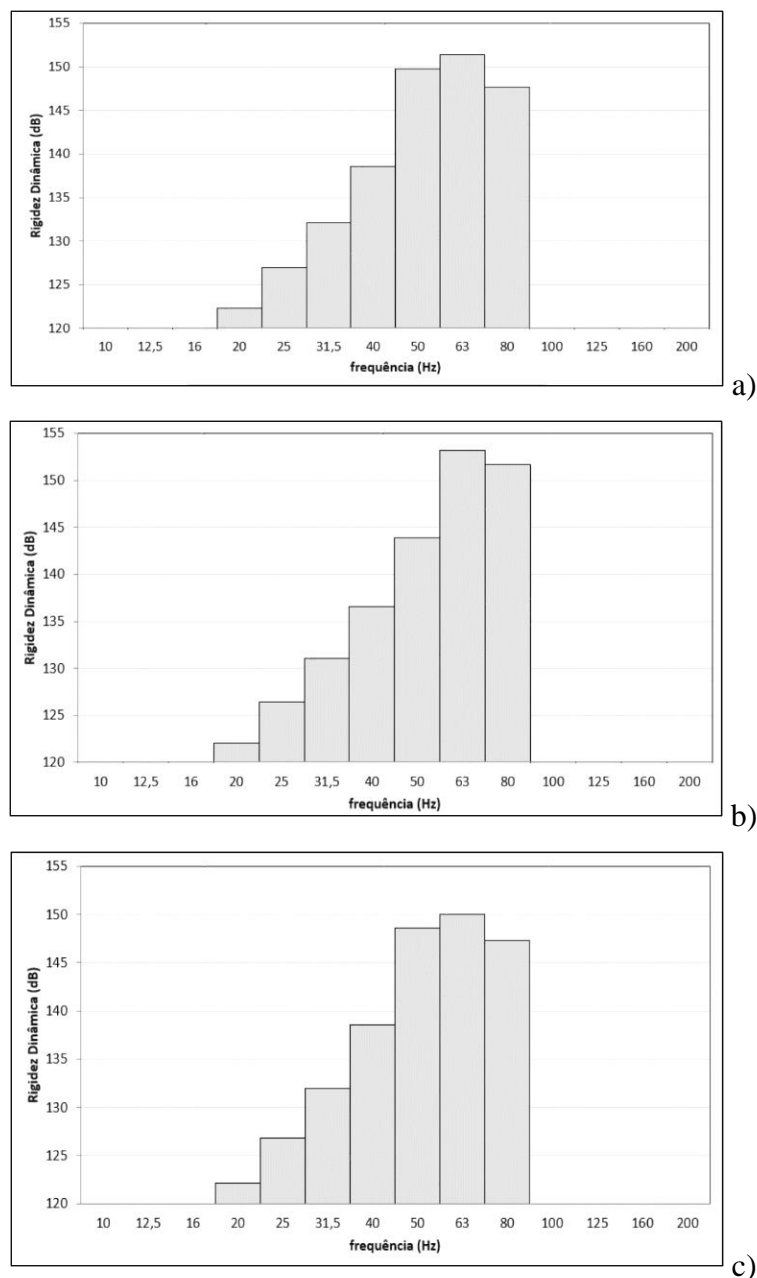


Figura 4.2 - Rigidez dinâmica das amostras: a) L31; b) L21; c) L16.

Embora a norma ISO 10846-3:2002 recomende que os valores da rigidez dinâmica sejam apresentados em bandas de 1/3 de oitava, para ter uma maior definição da variação da rigidez dinâmica com a frequência, optou-se por apresentar os valores da rigidez em todas as frequências medidas. Os valores serão apresentados para as várias frequências usando uma escala logarítmica vertical. Na figura 4.3 ilustram-se os valores da rigidez dinâmica das amostras com espessura de 31mm para as diferentes massas de excitação.

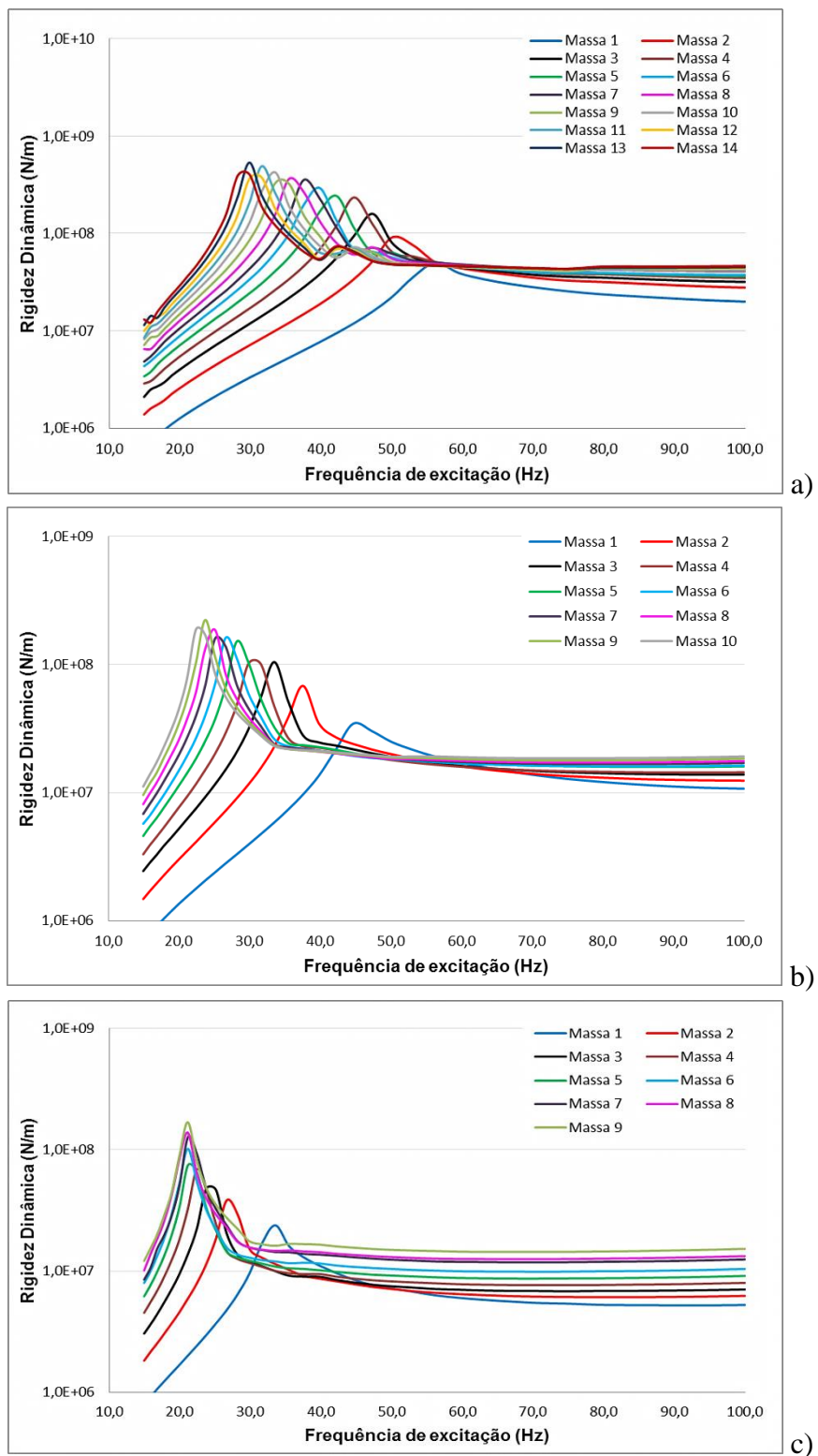


Figura 4.3 - Rigidez dinâmica das amostras: a) L31; b) M31; c) S31.

O fator de amortecimento foi também calculado experimentalmente, de acordo com a secção 3.2.4.2. Com recurso às “blocking mass” utilizadas no ensaio de transmissibilidade, submeteram-se os provetes de 490x490 mm a um ensaio com um martelo de impacto. Com auxílio a um acelerómetro medem-se as vibrações. O fator de amortecimento é calculado adaptando uma curva exponencial à curva de decaimento da amplitude de vibração em função do tempo. Os valores do fator de amortecimento e frequência amortecida para a amostra de 31 mm estão apresentados na figura 4.4.

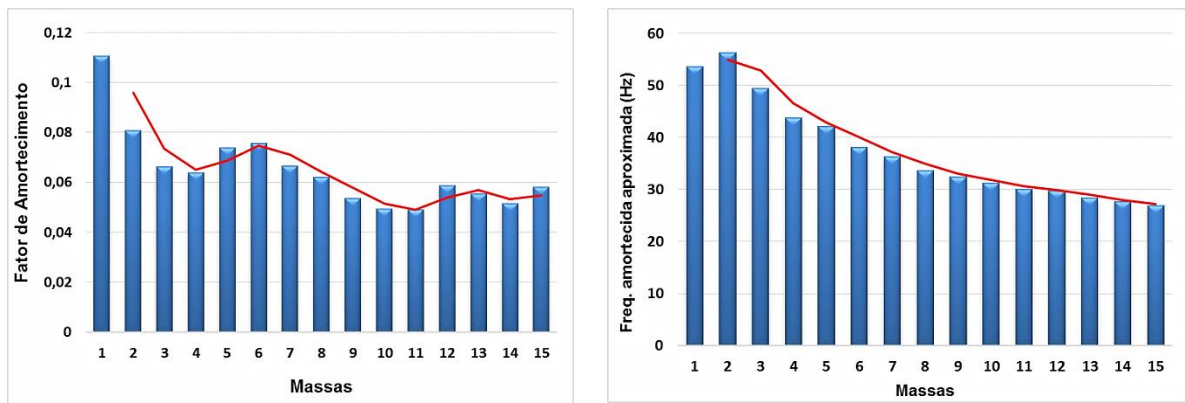


Figura 4.4 – Amostra 31 mm: Fator de amortecimento e frequência amortecida.

Efetuu-se a média dos valores obtidos e para a amostra de 31 mm, o valor do fator de amortecimento foi de 0.06.

4.2.2 Amostras com 21 mm de espessura

Na figura 4.5, apresentam-se os resultados da transmissibilidade para as amostras de 21 mm de espessura.

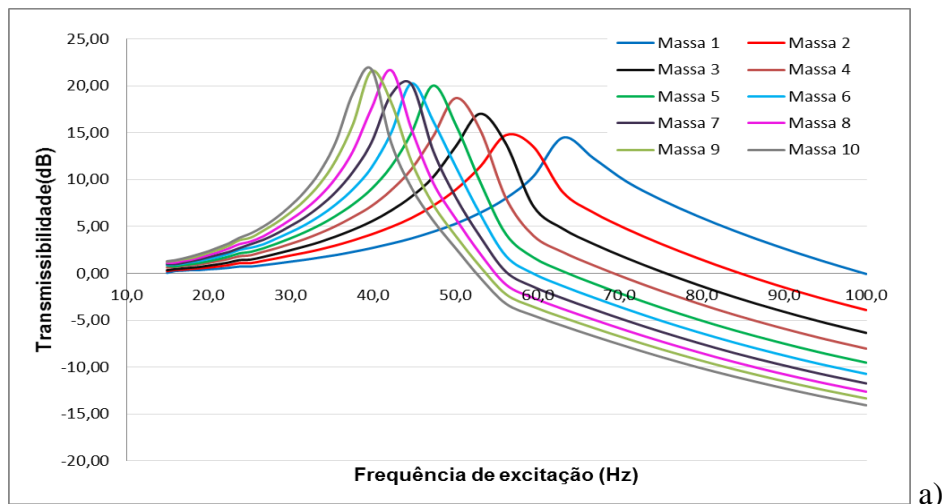


Figura 4.5 - Curvas de transmissibilidade: a) L21; b) M21; c) S21.

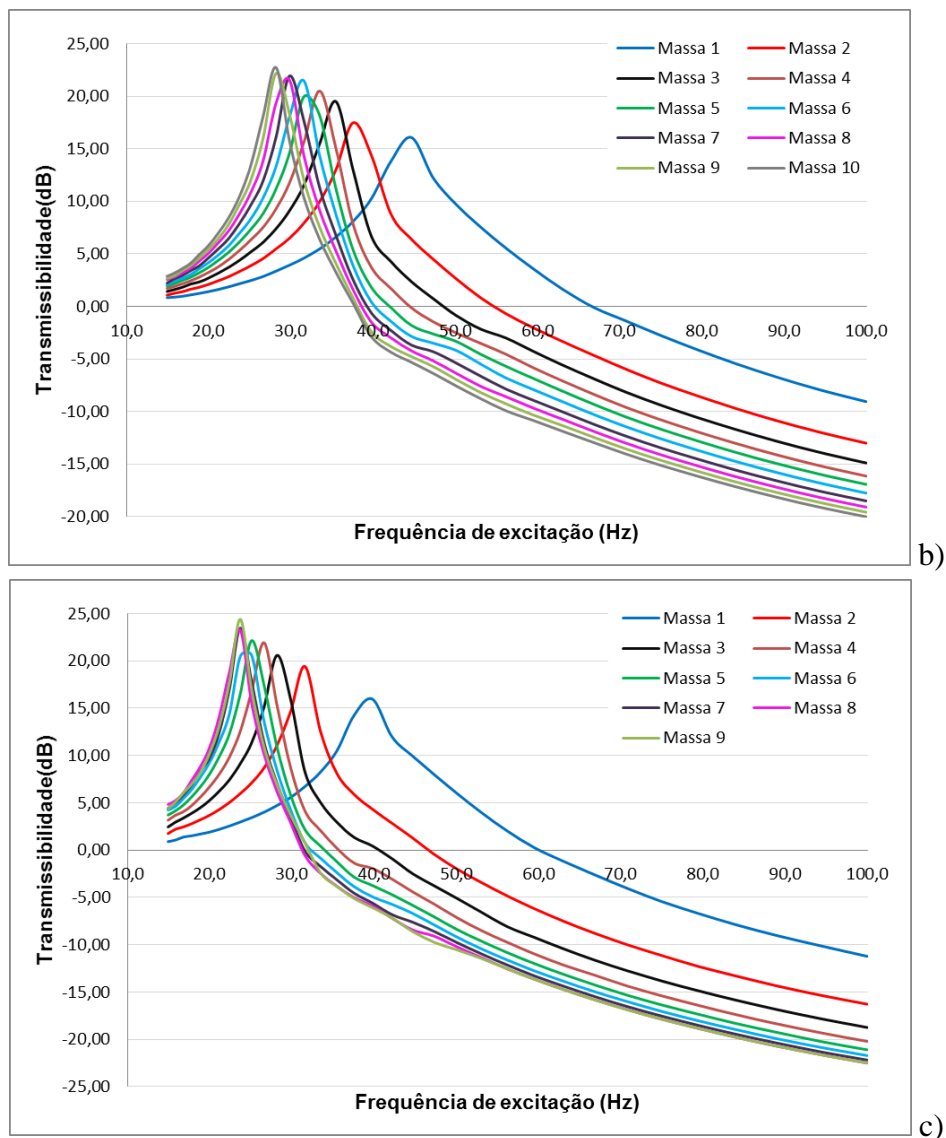


Figura 4.5 (continuação) - Curvas de transmissibilidade: a) L21; b) M21; c) S21.

Na figura 4.6 apresentam-se os valores da rigidez dinâmica dos provetes com espessura de 21 mm. Note-se que uma vez mais os valores serão apresentados com escala logarítmica no eixo vertical.

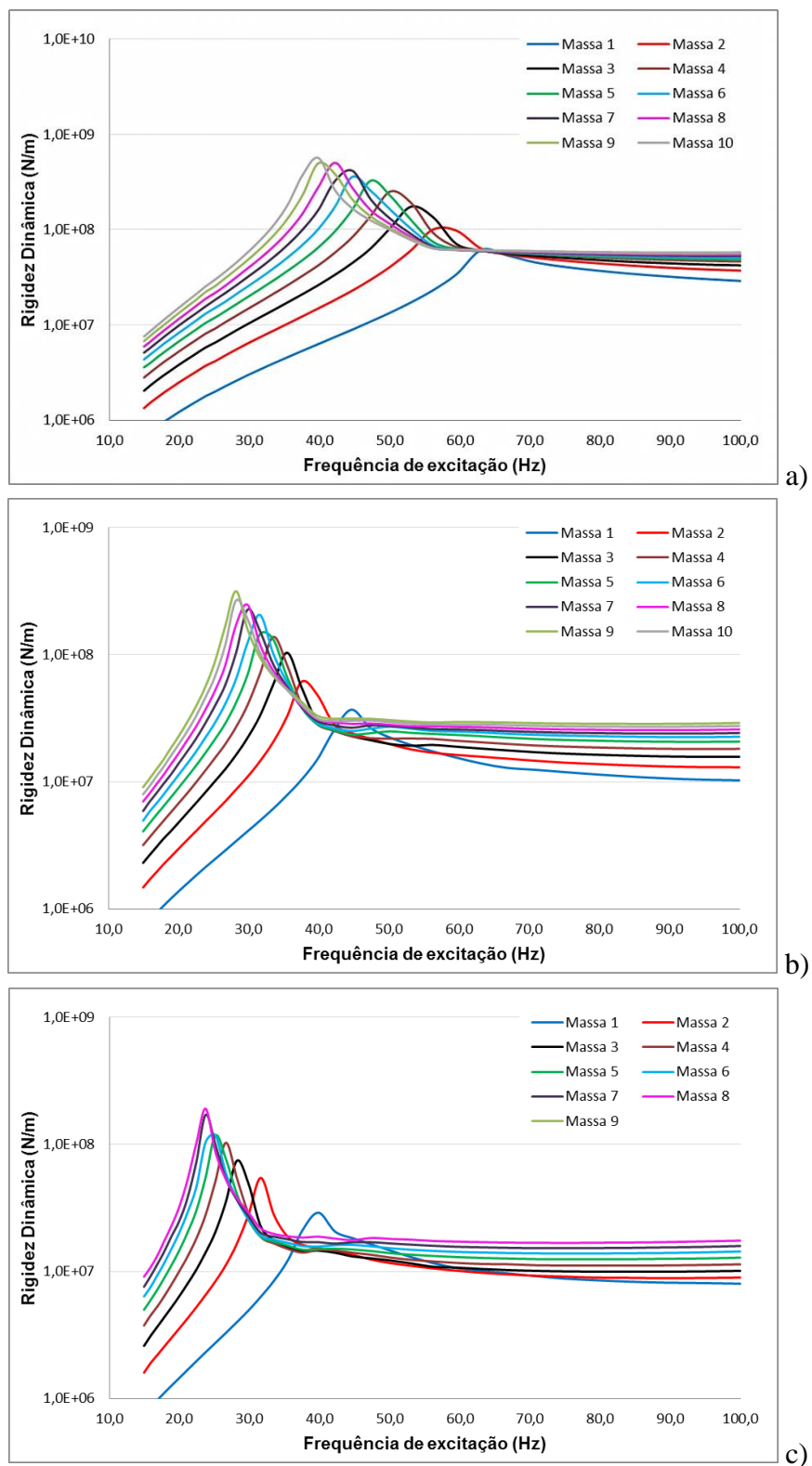


Figura 4.6 - Rigidez dinâmica das amostras: a) L21; b) M21; c) S21.

O valor do fator de amortecimento obtido para a amostra de 21 mm de espessura apresenta-se na figura 4.7 assim como os valores das frequências amortecidas para cada massa.

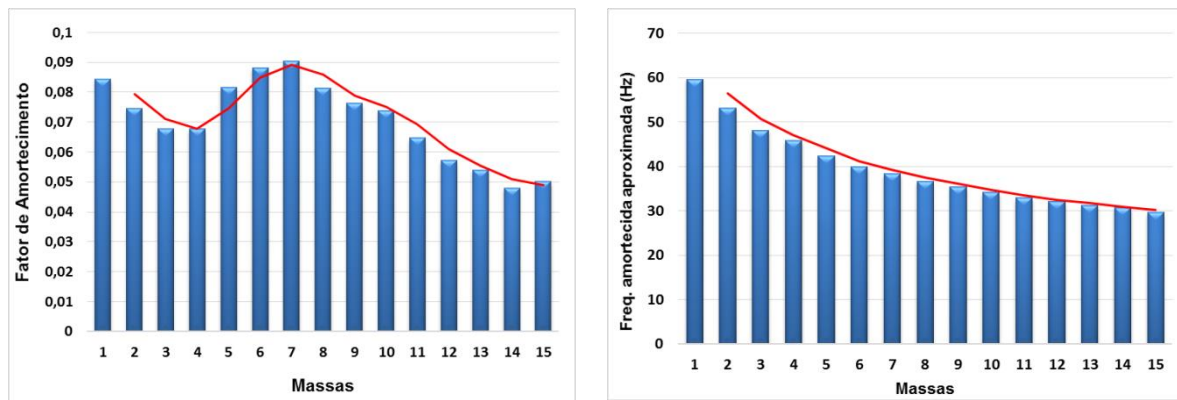


Figura 4.7 - Amostra 21 mm: Fator de amortecimento e frequência amortecida.

Efetou-se a média dos valores obtidos da amostra de 21 mm e obteve-se um fator de amortecimento de 0.07.

4.2.3 Amostras com 16 mm de espessura

Na figura 4.8 podem observar-se as curvas de transmissibilidade para as diferentes “blocking mass” dos provetes de menor espessura (16 mm).

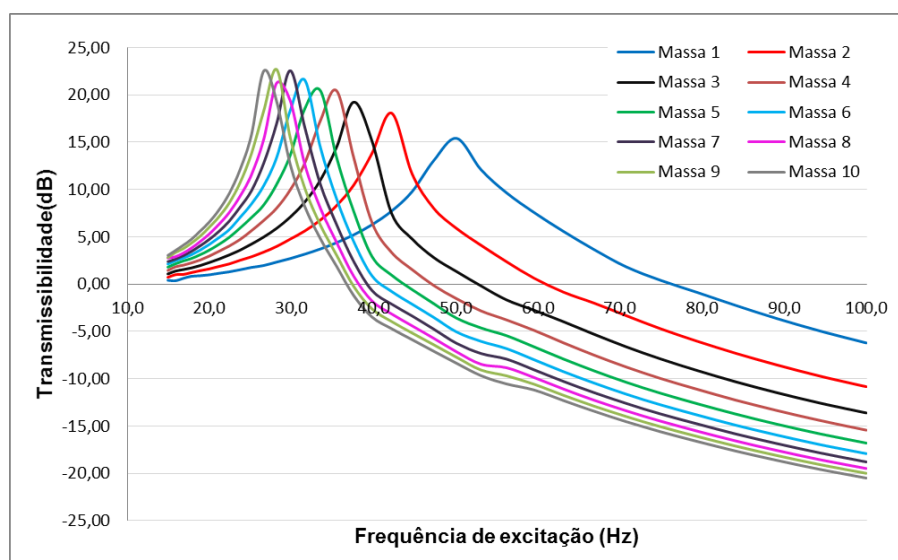


Figura 4.8 - Curvas de transmissibilidade das amostras: a) M21; b) S21.

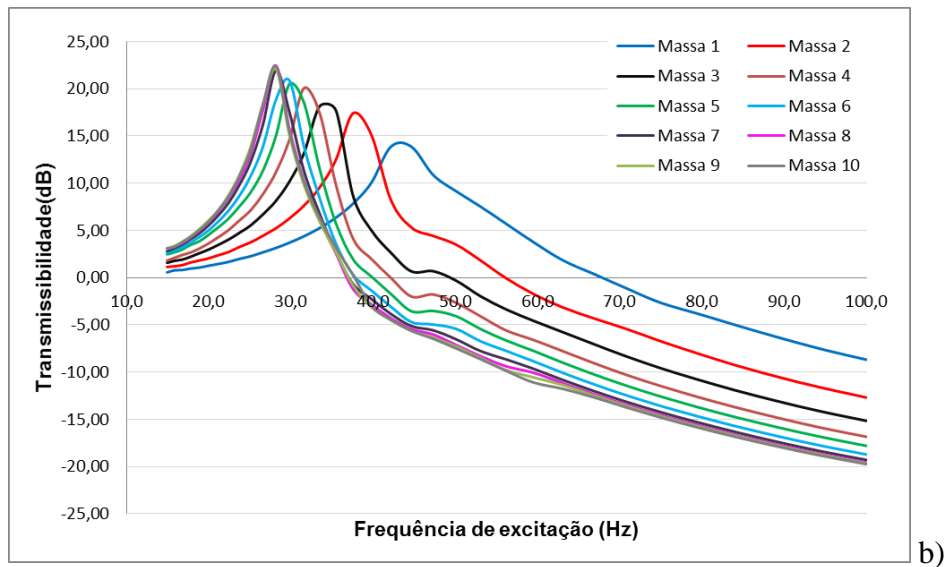


Figura 4.8 (continuação) - Curvas de transmissibilidade das amostras: a) M21; b) S21.

Não se apresentam os resultados para a amostra de maiores dimensões L16 (490x490 mm) pois devido à reduzida espessura, as heterogeneidades do material são mais evidentes o que conduz a curvas de transmissibilidade com muitas irregularidades. No entanto, apresentam-se os resultados obtidos para o coeficiente de amortecimento.

Na figura 4.9 apresentam-se os valores da rigidez dinâmica para cada um dos carregamentos aplicados.

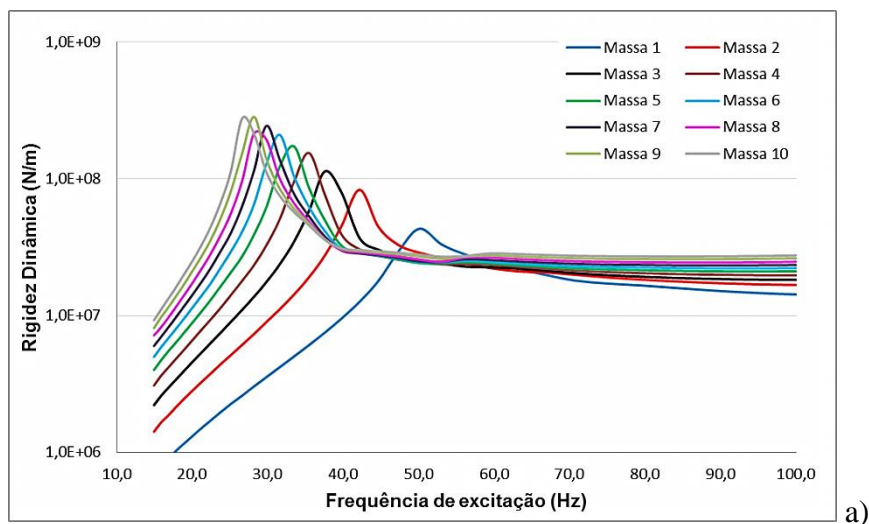


Figura 4.9 - Rigidez dinâmica das amostras: a) M16; b) S16.

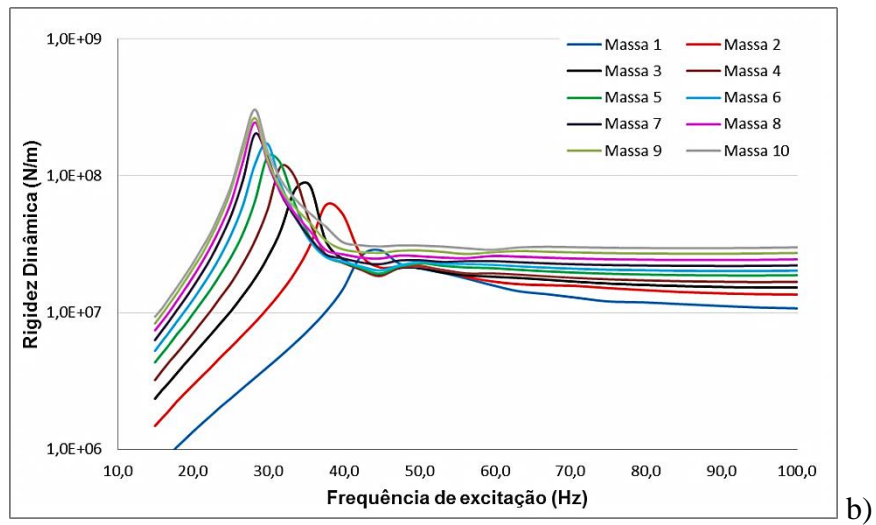


Figura 4.9 (continuação) - Rigidez dinâmica das amostras: a) M16; b) S16.

Os valores do coeficiente de amortecimento referentes à amostra L16 (490x490 mm) e as suas frequências amortecidas são apresentados de seguida na figura 4.10.

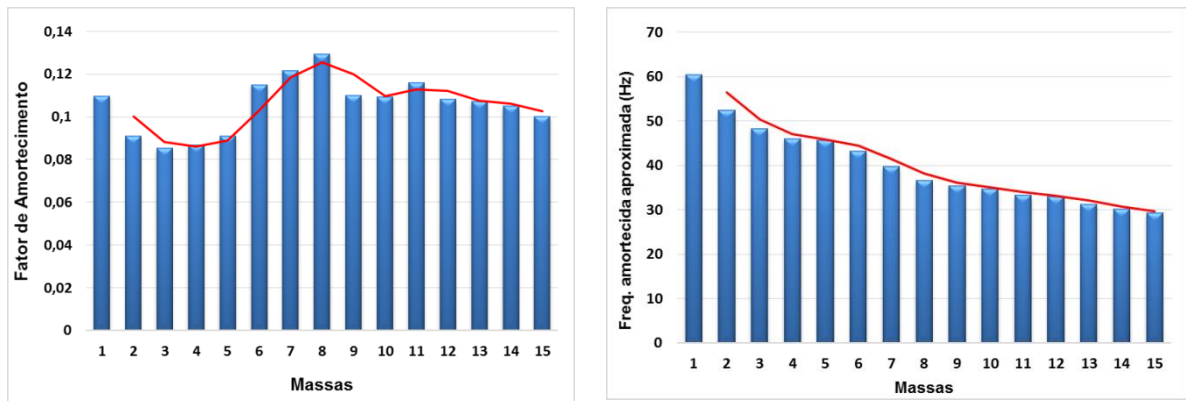


Figura 4.10 - Amostra 16 mm: Fator de amortecimento e frequência amortecida.

A amostra de 16 mm apresentou um fator de amortecimento de 0.10. Analisando as várias amostras é possível verificar que com a diminuição da espessura as amostras tendem a aumentar o seu fator de amortecimento variando em valor entre 0.06 e 0.1.

4.3 Análise de Resultados

4.3.1 Transmissibilidade e Isolamento

Procede-se agora à análise dos resultados obtidos. A análise comparativa será feita em função da espessura e das dimensões em planta do provete. Numa primeira etapa analisam-se as repostas dos provetes quando submetidos a uma variação da espessura mantendo as suas dimensões. De forma a não sobrecarregar o gráfico apresentam-se somente três carregamentos, um carregamento correspondente a duas massas, com 147.6Kg, um de valor intermédio com 442.8Kg, correspondente a cinco massas, e ainda um carregamento de 664.2kg, correspondente a nove massas. Nas figuras 4.11 4.12 e 4.13 encontram-se as curvas de transmissibilidade correspondentes a estas provetes.

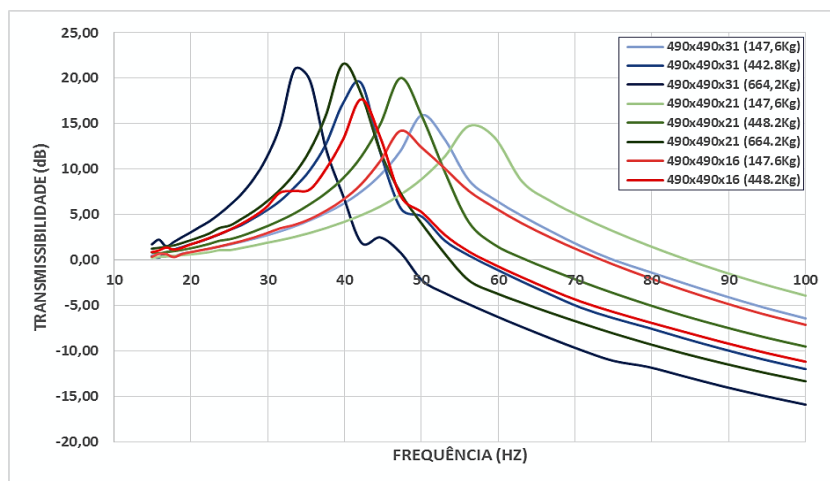


Figura 4.11 – Sobreposição das curvas de transmissibilidade das amostras L31, L21 e L16 de dimensões 490x490 mm.

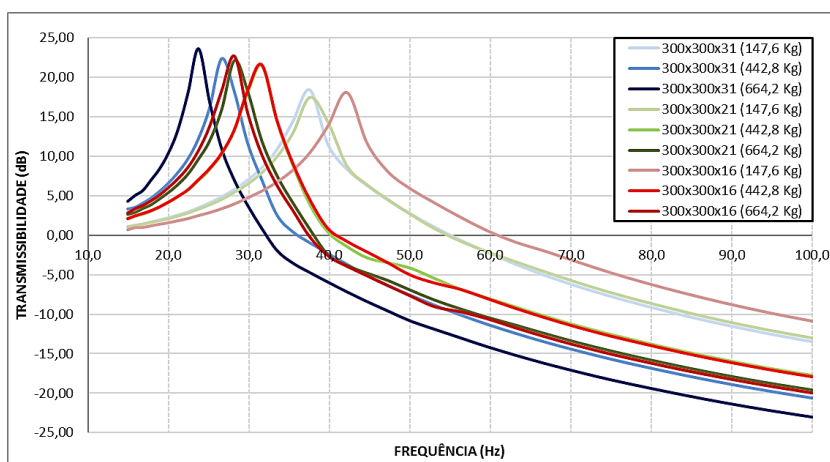


Figura 4.12 - Sobreposição das curvas de transmissibilidade das amostras M31, M21 e M16 de dimensões 300x300 mm.

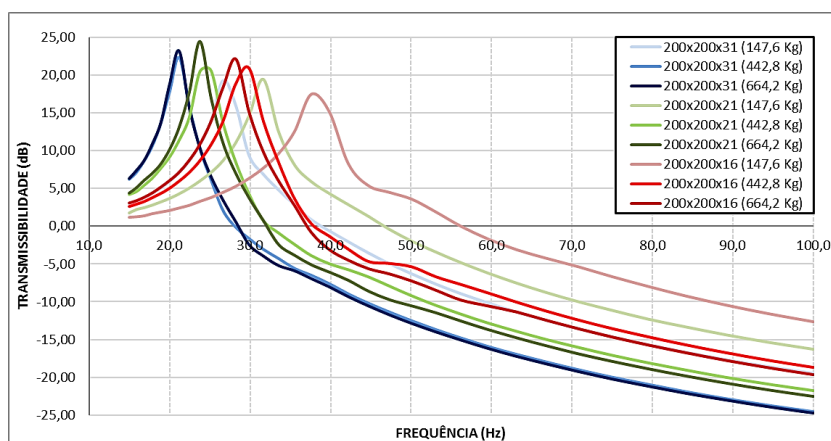


Figura 4.13 - Sobreposição das curvas de transmissibilidade das amostras S31, S21 e S16 de dimensões 200x200 mm.

Analisando as curvas de transmissibilidade das amostras apresentadas nas figuras, verifica-se que um aumento da massa leva a uma diminuição da frequência de ressonância do sistema. Para uma determinada frequência, fora da zona de ressonância, a transmissibilidade diminui com o aumento do carregamento traduzindo-se num aumento dos níveis de isolamento da vibração. Este fato prova que para estas amostras o isolamento só é eficaz para carregamentos mais elevados.

A influência da espessura é bem visível nas figuras apresentadas. Nas figuras 4.11, 4.12 e 4.13 apresentam-se com tonalidades de azul as curvas correspondentes aos provetes de maior espessura. As curvas com tons de vermelho representam as amostras de menor espessura e as curvas a verde as de espessura intermédia. De uma maneira geral, para uma determinada massa e frequência de vibração, as curvas a azul apresentam sempre valores mais elevados de atenuação das vibrações. A diminuição da espessura dos provetes revela um aumento das frequências de ressonância do sistema e conseqüente diminuição dos níveis de isolamento.

Numa segunda fase analisaram-se os provetes em função da variação das suas dimensões mantendo a espessura. Concluiu-se que quando a dimensão do provete é menor, para uma determinada massa, a frequência de ressonância do material é menor e maiores serão os níveis de atenuação na zona de isolamento (ver figuras 4.1, 4.5 e 4.8). Este fenómeno é facilmente explicado com a fórmula do cálculo da frequência (ω), uma vez que se mantém o valor da massa (m) a diminuição do provete remete para uma diminuição do valor da rigidez (k) traduzindo-se num valor da frequência de ressonância menor.

Algumas das curvas de transmissibilidade não são muito suaves, porque, apesar da espessura ser aproximadamente constante, as heterogeneidades da mistura da cortiça com a casca de arroz conduzem a propriedades que variam ao longo da área da amostra, originando um

comportamento dinâmico variável devido a diferentes rigidezes ao longo da área. Este fenómeno foi mais evidente na amostra L16 onde para os valores de massa mais elevados, não se conseguiram resultados coerentes.

Em suma, podemos afirmar que para o mesmo carregamento quanto menores forem as dimensões do provete e maior a sua espessura, melhor atenuação tem o material para uma determinada frequência de excitação. A título exemplificativo apresenta-se na tabela 4.1 os valores de atenuação para um carregamento correspondente a nove massas (664,2 Kg) e frequência de excitação de 80 Hz.

9 Massas (664,2 Kg)						
F = 80 Hz	S31	-21,16 dB	M31	-19,31 dB	L31	-11,75 dB
	S21	-18,85 dB	M21	-15,67 dB	L21	-9,18 dB
	S16	-16,75 dB	M16	-16,11 dB	L16	X

Tabela 4.1 – Transmissibilidade para a frequência de 80 Hz e carregamento de 664,2 Kg.

Como objetivo complementar deste trabalho foi proposto verificar para que condições de ensaio se atingiram valores de atenuação iguais ou superiores a 10 dB. A tabela 4.2 apresenta um quadro resumo dos valores das frequências e carregamentos para os quais se atingem pela primeira vez níveis de atenuação de 10 dB para cada provete.

Provete	Frequência (Hz)	Dimensões (mm)	Blocking Mass (Kg)
L31	63,102	490x490x31	959,4
M31	47,317	150x150x31	738,0
S31	44,680	100x100x31	442,8
L21	84,090	490x490x21	664,2
M21	56,180	150x150x21	738,0
S21	50,101	100x100x21	590,4
M16	59,513	150x150x16	664,2
S16	59,513	100x100x16	590,4

Tabela 4.2 – Transmissibilidade: Níveis de atenuação igual ou superior a 10dB.

É importante salientar que todas as amostras atingiram este valor embora só para valores acima dos 44 Hz. A amostra L21 foi a amostra que apresentou piores resultados com atenuação máxima de aproximadamente 14 dB para a frequência de 100Hz. A amostra S31 foi a que apresentou melhor desempenho atenuador atingindo aproximadamente 25 dB de atenuação.

4.3.2 Rigidez dinâmica

A rigidez dinâmica é um parâmetro importante no estudo de vibrações uma vez que esta está diretamente relacionada com a frequência de excitação e a massa do sistema. A transmissibilidade também tem influência no cálculo da rigidez dinâmica. A relação entre a rigidez dinâmica testada e a transmissibilidade é dada pela equação (61) de acordo com a norma EN ISO 10846:

$$k_{2,1} = -(2\pi f)^2 mT, \text{ para } |T| \ll 1 \quad (61)$$

Uma vez que a equação (61) só é válida para valores de transmissibilidade menores que 1 (zona de isolamento), a caracterização dos valores da rigidez dinâmica do material só devem ser contabilizados para frequências onde se verifique esta condição.

As figuras 4.3, 4.6 e 4.9 apresentam as curvas da rigidez dinâmica das amostras. Os resultados são apresentados numa escala logarítmica vertical. A rigidez dinâmica do material aumenta com o aumento da frequência de vibração até à zona de ressonância, para frequências superiores começa a reduzir o valor com a tendência a estabilizar. Verifica-se que depois da zona de ressonância do material a rigidez dinâmica é menor para os carregamentos mais baixos.

Com base nas curvas da rigidez é possível concluir que para os provetes de menores dimensões resultam valores mais baixos de rigidez dinâmica e a redução da espessura da amostra traduz-se num aumento da sua rigidez.

5 CONCLUSÕES

No presente trabalho apresenta-se uma metodologia capaz de avaliar parâmetros dinâmicos de materiais que possam ser usados para a atenuação de vibrações. A configuração do equipamento e toda a metodologia teve em consideração as disposições regulamentares expostas na norma EN ISO 10846 partes 3 e 1.

Com base nos resultados obtidos, verificou-se que para uma mesma blocking mass as amostras de maiores dimensões apresentaram valores de atenuação inferiores em comparação com os provetes de menores dimensão para o intervalo de frequências ensaiadas. Para amostras com a mesma dimensão a amostra de maior espessura apresenta valores de atenuação superiores. A amostra L16 (200x200x16 mm) não foi contabilizada para efeitos comparativos, a falta de homogeneidade do material impossibilitou a observação de resultados válidos.

Como objetivo complementar fez-se um estudo para averiguar quais das amostras apresentavam um valor de atenuação igual ou superior a 10 dB. Como já referido anteriormente, as amostras 200x200 foram as mais eficazes como atenuadores, assim, era esperado que estas amostras atingissem o valor de 10 dB para frequências mais baixas sendo facilmente comprovado este fenómeno na tabela 4.2.

Uma vez que neste trabalho se pretendia estudar a atenuação do material às vibrações pode-se afirmar que os resultados foram positivos uma vez que dentro da gama de frequências ensaiadas a amostra atingiu valores de atenuação promissores quando comparados com os valores obtidos para outros isoladores. Refira-se que o material ensaiado apresenta a vantagem de incluir um desperdício agroindustrial, a casca de arroz, contribuindo para o aumento da sustentabilidade do material.

5.1 Trabalhos Futuros

Dado por concluído este trabalho podemos agora perspetivar alguns projetos futuros que possam ter interesse em ser elaborados. Uma das sugestões que se propõe é testar uma maior gama de frequências uma vez que o motor ainda possibilita atingir frequências até 200 Hz.

Será interessante também variar as concentrações do granulado de cortiça ou da casca de arroz para encontrar melhores soluções e possivelmente contornar os problemas de falta de homogeneidade do material.

Finalmente poderá realizar-se um estudo mais extenso, com o ensaio de outras espessuras e dimensões, poderá contribuir para uma caracterização mais detalhada do material e assim realizar um estudo comparativo deste material com os materiais mais correntes no mercado, como os apoios antivibráticos de borracha.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Clough, R.W., Penzien, J. (2003). “Analysis of free vibrations” (Chapter 2). In: Dynamics of structure. Third edition, Library of Congress Cataloging-in-Publication Data.

Chopra, Anil K. (1995). “Dynamics of structures: theory and applications to earthquake Engineering” First edition, Library of Congress Cataloging-in-Publication Data.

EN ISO 10846. Acoustics and vibration – Laboratory measurement of vibro-acoustic transfer properties of resilient elements: Part 1: Principles and guidelines: 2008; Part 2: Direct method for determination of the dynamic stiffness of resilient supports for translator motion: 2008; Part 3: Indirect method for determination of the dynamic stiffness of resilient supports for translatory motion: 2002; Part 4: Dynamic stiffness of elements other than resilient supports for translatory motion: 2003; Part 5: Driving point method for determination of the low-frequency transfer stiffness of resilient supports for translator motion: 2008

Miguel, Leticia, (2002). “Estudo teórico e experimental de amortecedores de vibração por atrito”. Tese de mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Silva, S. (2009). “Vibrações Mecânicas”, Universidade Estadual do oeste do Paraná UNIOESTE/ Campus de Foz do Iguaçu. Centro de Engenharia e Ciências Exatas – CECE.

Correia, A. (2007). Apontamentos de Apoio à Disciplina de Dinâmica, Instituto Superior Técnico, Lisboa.

Marques, R. (2000). “Estudo Teórico de Absorvedores Dinâmicos de Vibrações Ativos e Adaptativos”. Tese de Mestrado, Faculdade de Engenharia Mecânica da Faculdade Federal da Uberlândia.

Gonçalves, J. (2013). “Caracterização da rigidez dinâmica de apoios anti-vibráteis – metodologias e equipamento”. Tese de Mestrado, Faculdade de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra, Coimbra.

Bono et al (2011). “Estudo Numérico de Atenuadores e Supressores de Vibrações Induzidas por Vórtices em Cilindros Circulares”. Congresso Latinoamericano de Ingenieria del Vento, CLIV, Buenos Aires.

Construmetal@; < <http://www.construmetal.com.br/>>. Laboratório de Aerodinâmica das Construções, Rio Grande.

Researchgate@; <www.researchgate.net/publication/228849980>

Saldarriaga, M. (2007). “Atenuação de Vibrações em Máquinas Rotativas Flexíveis Usando Materiais Viscoelásticos nos Suportes”. Tese de Mestrado, Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade de Federal de Uberlândia.

Rebello, C. (2007). Apontamentos de Apoio à Disciplina de Dinâmica de Estruturas, Faculdade de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra, Coimbra.

Tadeu et al, A. (2010). Apontamentos de Apoio à Disciplina de Acústica Aplicada, Faculdade de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra, Coimbra.

Physicsclassroom@;<<http://www.physicsclassroom.com/class/sound/Lesson-4/Forced-Vibration>>

Ebah@;<<http://www.ebah.com.br/content/ABAAAAV0MAF/apostila-vibracoes-mecanicas.>>

Fem@;<<http://www.fem.unicamp.br/~phoenics/EM974/PROJETOS/Temas%20Projetos/VO RTEX%20SHEDDING%20ON%20CYLINDRICAL%20SECTION%20BODIES/10576-BR.pdf>>

Cossolino, L. e Pereira, A. (2010). “Amortecimento: classificação e métodos de determinação” Relatório Técnico-Científico, ATCP Engenharia Física, São Carlos – Brasil.

França, L., Junior, J. (2006). “Introdução às Vibrações Mecânicas”. 1ª Edição, Brasil.