



UNIVERSIDADE DE  
**COIMBRA**

Eduardo Filipe Soares Carvalheiro

**ESTRATÉGIAS DE IDENTIFICAÇÃO DE  
PARÂMETROS CONSTITUTIVOS DE CHAPAS  
METÁLICAS**

**VOLUME 1**

**Dissertação no âmbito do Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica, na especialidade de Produção e Projeto orientada pelo Professor Doutor José Valdemar Bidarra Fernandes e pelo Professor Doutor Ali Khalfallah e apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica, da Faculdade de Ciências e Tecnologia.**

Julho de 2021



1 2



9 0

FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DE  
COIMBRA

## **Estratégias de identificação de parâmetros constitutivos de chapas metálicas**

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia  
Mecânica na Especialidade de Produção e Projeto

### **Constitutive parameter identification strategies for metallic sheets**

**Autor**

**Eduardo Filipe Soares Carvalheiro**

**Orientadores**

**José Valdemar Bidarra Fernandes**

**Ali Khalfallah**

**Júri**

<b>Presidente</b>	<b>Professora Doutora Nataliya Sakharova</b> Investigadora Doutorada da Universidade de Coimbra
<b>Orientador</b>	<b>Professor Doutor Ali Khalfallah</b> Investigador Doutorado da Universidade de Coimbra <b>Professor Doutor André Filipe Gomes Pereira</b> Investigador Doutorado da Universidade de Coimbra
<b>Vogais</b>	<b>Professor Doutor Pedro André Dias Prates</b> Professor Auxiliar da Universidade de Aveiro

**Coimbra, Julho, 2021**



Every accomplishment starts with a decision to try.

John F. Kennedy, 1961.



## **Agradecimentos**

Aos meus orientadores pela disponibilidade ao longo de todo o trabalho, pela paciência e toda a ajuda sem a qual isto seria impossível.

Aos meus pais e ao meu irmão pelo apoio incondicional, pela oportunidade, motivação e por acreditarem em todos os passos desta longa jornada.

Ao David, à Isa e à Laura, por estarem sempre prontos a ajudar, pelas palavras de coragem e companhia.

À Inês, por todo o apoio, risadas e brincadeiras que sem as quais nada disto teria sido possível.

Esta dissertação foi realizada no âmbito dos projetos RDFORMING (PTDC/EME-EME/31243/2017) e EZ-SHEET (PTDC/EME-EME/31216/2017), cofinanciados pelo Fundo Europeu de Desenvolvimento Regional (FEDER), através do programa Portugal-2020 (PT2020), no âmbito do Programa Operacional Competividade e Internacionalização (POCI-01-0145-FEDER-031243, POCI-01-0145-FEDER-031216) e pela Fundação para a Ciência e Tecnologia (FCT) através de fundos nacionais (PIDDAC).



UNIÃO EUROPEIA

Fundo Europeu  
de Desenvolvimento Regional

**FCT**

Fundação para a Ciência e a Tecnologia  
MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E ENSINO SUPERIOR

## Resumo

O objetivo deste trabalho é o desenvolvimento de uma estratégia de identificação de parâmetros de critérios de plasticidade anisotrópicos, para chapas metálicas, usando um número reduzido de ensaios experimentais.

Foram consideradas várias estratégias para gerar valores artificiais que substituam os resultados experimentais (coeficiente de anisotropia e tensão limite de elasticidade) em tração a diversos ângulos (15, 30, 60 e 75°) no plano da chapa. As estratégias utilizam o critério de Hill'48 para gerar os valores artificiais e recorrem ao programa DD3MAT para identificar os parâmetros deste critério com base em resultados obtidos em ensaios de tração a 0, 45 e 90° no plano da chapa. Este programa possui uma função objetivo que permite dar a relevância desejada a cada um dos resultados experimentais utilizados. Concluiu-se que é possível gerar valores artificiais próximos dos experimentais para um dado parâmetro (coeficiente de anisotropia ou tensão limite de elasticidade), quando a identificação é realizada com prioridade a esse parâmetro.

Após a estratégia definida, realizaram-se diferentes tipos de identificações para obter os parâmetros anisotrópicos dos critérios de plasticidade, de modo a gerar uma comparação com a estratégia em estudo. Estas incluíam a utilização de todos os valores experimentais no critério de Hill'48 e no critério CB2001, tendo-se notado algumas particularidades do programa DD3MAT aquando da identificação dos parâmetros anisotrópicos, particularmente no número de iterações e no valor de tensão inicial. A influência destes dois parâmetros na previsão das curvas foi objeto de estudo de modo a perceber os melhores valores a utilizar. Foram também feitas identificações incorporando ou não os valores da tensão limite de elasticidade e do coeficiente de anisotropia biaxiais, de modo a estudar o impacto destes nas previsões.

Foram estudadas cinco chapas de alumínio, duas delas com forte anisotropia. Nestes casos, a metodologia escolhida para geração dos valores artificiais mostrou algumas dificuldades. Isto deve-se à pouca flexibilidade do critério de Hill'48, nomeadamente em descrever as evoluções do coeficiente de anisotropia e da tensão limite de elasticidade em tração no plano da chapa, quando estes apresentam mais de um extremo (máximo ou mínimo) no intervalo entre 0 e 90°.

Através da estratégia de utilização de um número reduzido de ensaios experimentais, os alumínios pouco anisotrópicos, isto é, apresentando fraca amplitude de distribuição dos valores experimentais no plano da chapa, mostram uma previsão bastante boa, tanto para os coeficientes de anisotropia como para as tensões limite de elasticidade, no plano da chapa. No entanto, para os alumínios mais anisotrópicos, a metodologia baseada na geração de resultados artificiais tem os seus limites e a previsão não é tão fiável, tendo-se obtido erros significativamente maiores.

Nas superfícies de plasticidade observou-se uma boa aproximação dos valores experimentais biaxiais quando estes eram usados, no entanto, quando retirados dos dados de entrada, o critério de CB2001 não foi capaz de os descrever. Visto que os valores biaxiais têm uma grande relevância na forma assumida pela superfície de plasticidade, é importante garantir que estes são o mais fiáveis possível.

Finalmente, foi escolhida uma das chapas de alumínio mais anisotrópicas para estudar o efeito da estratégia de identificação, com geração de valores artificiais, na estampagem de uma taça circular. Para tal, recorreu-se ao programa de elementos finitos DD3IMP.

Estas simulações permitiram constatar que o número de valores máximos e mínimos do coeficiente de anisotropia, entre 0 e 90°, estavam relacionados com o número de orelhas previstas pelas estratégias, com exceção de um caso. Além disso, a geração de valores artificiais não prevê a mesma distribuição de deformação plástica que o uso de todos os valores experimentais, não só no que diz respeito ao número de pontos críticos como também aos próprios valores de deformação plástica equivalente, que ocorrem na taça circular.

**Palavras-chave:** Anisotropia, Identificação de parâmetros, Critérios de plasticidade, Chapas de alumínio, Geração de valores artificiais.

## Abstract

The main purpose of this work is to develop a strategy for the identification of anisotropic criteria parameters for metal sheets, using a reduced number of experimental tests.

To achieve this, several strategies were considered to generate the artificial values of anisotropy coefficients and yield stresses that replace the experimental ones, for several directions (15, 30, 60 and 75°) in the sheet plane. These strategies use the Hill'48 criterion to generate the artificial values and resort to DD3MAT to identify the criterion parameters based on the uniaxial tensile tests at 0, 45 and 90° in the sheet plane. This program uses an objective function allowing for the prioritization of each experimental result used. It was concluded that it is possible to generate artificial values close to the experimental ones for a parameter (anisotropy coefficient or yield stress) when the identification gives priority to it.

With a strategy already selected, several identifications were performed to obtain the parameters of the anisotropic criterion, as a method of comparing the results. These included the use of all experimental values in the Hill'48 criterion, as well as in the CB2001, which led to the observation of some interesting behaviour in the identification of the anisotropic parameters by DD3MAT, mainly involving the iteration number and the initial yield stress value. The influence of these parameters in the predictions was studied to understand which values would allow for the best predictions. To further understand the impact of the different parameters used in the identifications, mainly the biaxial values, identifications that included these were compared to identifications where those values were removed from the input data.

Five aluminium sheets were studied, two of which presented a very strong anisotropy. In these cases, the methodology used struggled to generate reliable artificial data. This is due to the low flexibility of the Hill'48 criterion, mainly in reproducing the evolutions of the anisotropy coefficient and yield stress when these had more than a minimum or a maximum value in the range between 0 and 90°.

Using the strategy of a reduced number of experimental tests, the aluminium sheets with a weak anisotropic behaviour are well predicted for both the anisotropy

coefficient and yield stress, due to their lower fluctuation of experimental values in the sheet plane. However, for strongly anisotropic aluminium's, the method based on generating artificial values, has some limitations and the prediction is not as reliable, resulting in significantly higher errors.

The yield stress surfaces showed a good approximation to the biaxial values when used, however, when removed from the input data, the CB2001 criterion was not able to replicate them. Since the biaxial values have a strong influence on the yield stress surface shape, it is important that they are as reliable as possible.

Finally, one of the more anisotropic aluminium sheets was selected to study the effect of the identification strategy that used artificially generated values in the deep drawing of a circular cup. The finite element program DD3IMP was used for this.

The simulations showed that the number of ears correlated well with the number of maximum and minimum values of the anisotropy coefficient, except for one of the strategies. It was also possible to notice that the artificial value generation led to results different from those predicted when all experimental values were used, not only in the number of critical points but also in the equivalent plastic strain, which occur in the cylindrical cup.

**Keywords:** Anisotropy, Parameter identification, Yield Criteria, Aluminium Sheets, Artificial value generation.

---

## Índice

Índice de Figuras .....	ix
Índice de Tabelas .....	xi
Simbologia e Siglas .....	xiii
Simbologia.....	xiii
Siglas .....	xiv
1. Introdução.....	1
2. Comportamento mecânico do material.....	3
2.1. Leis de encruamento isotrópico .....	3
2.2. Critérios de plasticidade.....	4
2.2.1. Critério de Hill'48 .....	4
2.2.2. Critério CB2001 .....	6
2.3. Materiais .....	7
2.4. Identificação dos parâmetros de anisotropia.....	8
2.4.1. Parâmetros conhecidos .....	8
2.4.2. Estratégias de identificação dos valores artificiais .....	8
2.4.3. Estratégias de identificação dos parâmetros dos critérios de plasticidade ....	10
3. Geração dos valores artificiais.....	13
4. Resultados das identificações .....	21
4.1. Resultados de tração no plano da chapa .....	21
4.2. Resultados biaxiais .....	25
4.2.1. Superfícies de plasticidade .....	26
4.3. Importância dos parâmetros biaxiais .....	28
4.3.1. Previsão de valores experimentais.....	28
4.3.2. Influência nas superfícies de plasticidade .....	31
5. Resultados de simulações .....	35
6. Conclusões e perspectivas .....	39
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	41
ANEXO A .....	43
ANEXO B .....	45
ANEXO C .....	49



## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 3.1. Valores experimentais e previsão do critério de Hill'48 para $r(\alpha)$ e $\sigma_0(\alpha)$ do alumínio 6022-T43, favorecendo os valores de: (a) $r(\alpha)$ e (b) $\sigma_0(\alpha)$ . A vermelho indicam-se os valores experimentais utilizados e a laranja os não utilizados, para comparação.....	13
Figura 3.2. Valores experimentais e previsão do critério de Hill'48 para $r(\alpha)$ e $\sigma_0(\alpha)$ do alumínio 6111-T4, favorecendo os valores de: (a) $r(\alpha)$ e (b) $\sigma_0(\alpha)$ . A vermelho indicam-se os valores experimentais utilizados e a laranja os não utilizados, para comparação.....	15
Figura 3.3. Valores experimentais e previsão do critério de Hill'48 para $r(\alpha)$ e $\sigma_0(\alpha)$ do alumínio 5182-O, favorecendo os valores de: (a) $r(\alpha)$ e (b) $\sigma_0(\alpha)$ . A vermelho indicam-se os valores experimentais utilizados e a laranja os não utilizados, para comparação.....	16
Figura 3.4. Valores experimentais e previsão do critério de Hill'48 para $r(\alpha)$ e $\sigma_0(\alpha)$ do alumínio 5042, favorecendo os valores de: (a) $r(\alpha)$ e (b) $\sigma_0(\alpha)$ . A vermelho indicam-se os valores experimentais utilizados e a laranja os não utilizados, para comparação.....	18
Figura 3.5. Valores experimentais e previsão do critério de Hill'48 para $r(a)$ e $\sigma_0(\alpha)$ do alumínio 2090-T3, favorecendo os valores de: (a) $r(a)$ e (b) $\sigma_0(\alpha)$ . A vermelho indicam-se os valores experimentais utilizados e a laranja os não utilizados, para comparação.....	19
Figura 4.1. Comparação dos valores de $r(\alpha)$ e de $\sigma_0(\alpha)$ experimentais e os resultantes das identificações pelo critério de CB2001, utilizando resultados artificiais (Hill'48 - CB2001) ou recorrendo a todos os resultados experimentais (CB2001), e pelo critério de Hill'48 recorrendo a todos os resultados experimentais, para as chapas de alumínio: (a) 6022-T43, (b) 6111-T4 e (c) 5182-O.....	22
Figura 4.2. Comparação dos valores de $r(\alpha)$ e de $\sigma_0(\alpha)$ resultantes das identificações pelos critérios Hill'48 e CB2001 com as identificações realizadas pelo critério CB2001 recorrendo ao critério de Hill'48 para gerar valores artificiais para os alumínios: (a) 5042 e (b) 2090-T3. ....	24
Figura 4.3. Superfícies de plasticidade resultantes das identificações pelas estratégias CB2001, Hill'48 - CB2001 e Hill'48, para os alumínios: (a) 6022-T43, (b) 6111-T4 e (c) 5042-O. ....	27
Figura 4.4. Superfícies de plasticidade resultantes das identificações pelas estratégias CB2001, Hill'48 - CB2001 e Hill'48, para os alumínios: (a) 5042 e (b) 2090-T3. ....	28
Figura 4.5. Comparação dos valores de $\sigma_0(\alpha)$ resultantes das identificações pelas estratégias CB2001, Hill'48 - CB2001, CB2001 sem b e Hill'48 - CB2001 sem b para os alumínios: (a) 6022-T43, (b) 6111-T4 e (c) 5182-O.....	29

Figura 4.6. Comparação dos valores de $\sigma_0(\alpha)$ resultantes das identificações pelas estratégias CB2001, Hill'48 - CB2001, CB2001 sem b e Hill'48 – CB2001 sem b para os alumínios: (a) 5042 e (b) 2090-T3.....	30
Figura 4.7. Superfícies de plasticidade resultantes das duas estratégias considerando ou não os resultados biaxiais para os alumínios: (a) 6022-T43, (b) 6111-T4 e (c) 5182-O. ....	33
Figura 4.8. Superfícies de plasticidade resultantes das duas estratégias considerando ou não os resultados biaxiais para os alumínios: (a) 5042 e (b) 2090-T3. ....	34
Figura 5.1. Resultados das simulações para as estratégias de identificação: (a) CB2001, (b) Hill'48 – CB2001, (c) CB2001 sem b e (d) Hill'48 – CB2001 sem b.....	36
Figura 5.2. (a) Perfil final do estampado e (b) previsão do coeficiente de anisotropia para as duas estratégias, considerando ou não os resultados biaxiais.....	37
Figura A.1. Influência do número de iterações na previsão dos coeficientes de anisotropia e das tensões limite de elasticidade, pelo critério CB2001 no caso de chapa de alumínio 5042. ....	43
Figura A.2. Comparação da previsão das curvas para a estratégia CB2001 usando 200 e 1000 iterações para $r(\alpha)$ e $\sigma_0(\alpha)$ .....	43
Figura A.3. Influência da tensão limite de elasticidade inicial na previsão das curvas dos coeficientes de anisotropia e das tensões limite de elasticidade. ....	44
Figura C.1. Comparação dos valores de $r(\alpha)$ resultantes das identificações pelas estratégias CB2001, Hill'48 - CB2001, CB2001 sem b e Hill'48 – CB2001 sem b para os alumínios: (a) 6022-T43, (b) 6111-T4, (c) 5182-O, (d) 5042 e (e) 2090-T3.....	49

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2.1. Composição química dos alumínios. ....	8
Tabela 2.2. Pesos atribuídos aos valores experimentais utilizados nas duas estratégias utilizadas.....	10
Tabela 3.1. Comparação entre os valores experimentais e artificiais para o alumínio 6022-T43.....	14
Tabela 3.2. Comparação entre os valores experimentais e os valores artificiais para o material 6111-T4. ....	15
Tabela 3.3. Comparação entre os valores experimentais e os valores artificiais para o material 5182-O.....	17
Tabela 3.4. Comparação entre os valores experimentais e os valores artificiais para o material 5042.....	18
Tabela 3.5. Comparação entre os valores experimentais e os valores artificiais para o material 2090-T3. ....	20
Tabela 4.1. Erros médios resultantes das três identificações para os alumínios do primeiro grupo.....	23
Tabela 4.2. Erros médios resultantes das três identificações para os alumínios do segundo grupo.....	25
Tabela 4.3. Erro em percentagem dos valores biaxiais previstos para os cinco alumínios nas três estratégias consideradas. ....	25
Tabela 4.4. Erros médios calculados para os valores de $r\alpha$ e $\sigma_0(\alpha)$ , no caso de identificações com e sem valores biaxiais, para os alumínios do primeiro grupo. 30	
Tabela 4.5. Erros médios calculados para os valores de $r\alpha$ e $\sigma_0(\alpha)$ , no caso de identificações com e sem valores biaxiais, para os alumínios do segundo grupo. 31	
Tabela 4.6. Erro em percentagem dos valores biaxiais previstos para os 5 alumínios, nas duas estratégias que contemplam o critério CB2001, relativo às identificações sem resultados biaxiais. ....	32
Tabela 5.1. Parâmetros da Lei de Voce. ....	35
Tabela B.1. Parâmetros do critério CB2001 obtidos por cada uma das estratégias para o alumínio 6022-T43. ....	45
Tabela B.2. Parâmetros do critério de Hill'48 obtidos para o alumínio 6022-T43. ....	45
Tabela B.3. Parâmetros do critério CB2001 obtidos por cada uma das estratégias para o alumínio 6111-T4. ....	46
Tabela B.4. Parâmetros do critério de Hill'48 obtidos para o alumínio 6111-T4. ....	46
Tabela B.5. Parâmetros do critério CB2001 obtidos por cada uma das estratégias para o alumínio 5182-O.....	46
Tabela B.6. Parâmetros do critério de Hill'48 obtidos para o alumínio 5182-O.....	47

Tabela B.7. Parâmetros do critério CB2001 obtidos por cada uma das estratégias para o alumínio 5042. ....	47
Tabela B.8. Parâmetros do critério de Hill'48 obtidos para o alumínio 5042.....	47
Tabela B.9. Parâmetros do critério CB2001 obtidos por cada uma das estratégias para o alumínio 2090-T3.....	48
Tabela B.10. Parâmetros do critério de Hill'48 obtidos para o alumínio 2090-T3.....	48

## SIMBOLOGIA E SIGLAS

### Simbologia

$\sigma$  – Tensor das tensões de Cauchy;

$\alpha$  – Ângulo entre a direção de tração e a DL;

$S$  – Componente desviadora do tensor das tensões de Cauchy;

$p$  – Conjunto de parâmetros a identificar;

$n$  – Coeficiente de encruamento (Lei de Swift);

$k$  – Parâmetro do material (Lei de Swift);

$c$  – Parâmetro do critério CB2001;

$Y_0$  – Tensão limite de elasticidade inicial;

$X, Y, Z$  – Tensões limite de elasticidade em tração segundo  $Ox$ ,  $Oy$  e  $Oz$ , respectivamente (Critério de Hill'48);

$R, S, T$  – Tensões limite de elasticidade em corte segundo  $Oyz$ ,  $Oxz$  e  $Oxy$ , respectivamente (Critério de Hill'48);

$F, G, H, L, M, N$  – Parâmetros do Critério de Hill'48;

$\sigma_\alpha^{exp}$  – Tensão limite de elasticidade experimental numa direção que faz um ângulo  $\alpha$  com DL;

$\sigma_\alpha^{cal}$  – Tensão limite elasticidade calculada para a direção  $\alpha$ ;

$\sigma_0(\alpha)$  – Tensão limite de elasticidade segundo uma direção que faz um ângulo  $\alpha$  com DL;

$\sigma_b^{exp}$  – Tensão equivalente biaxial experimental;

$\sigma_b^{cal}$  – Tensão equivalente biaxial calculada;

$\sigma_b$  – Tensão biaxial equivalente;

$\varepsilon_0$  – Parâmetro do material (Lei de Swift);

$r_\alpha^{exp}$  – Coeficiente de anisotropia para a direção  $\alpha$ ;

$r_\alpha^{cal}$  – Coeficiente de anisotropia calculado para a direção  $\alpha$ ;

$r_b^{exp}$  – Coeficiente de anisotropia biaxial experimental;

$r_b^{cal}$  – Coeficiente de anisotropia biaxial calculado;

$r_b$  – Coeficiente de anisotropia biaxial;  
 $b_1, \dots, b_{11}$  – Parâmetros de anisotropia do critério CB2001;  
 $a_1, \dots, a_6$  – Parâmetros de anisotropia do critério CB2001;  
 $Y_0, Y_{sat}, C_y$  – Parâmetros do material (Lei de Voce);  
 $J_2^0$  e  $J_3^0$  – Generalizações às condições de ortotropia de  $J_2$  e  $J_3$ ;  
 $J_2$  e  $J_3$  – Segundo e terceiros invariantes da componente desviadora do tensor de tensões de Cauchy;  
 $Y_{Swift}, Y_{Voce}, Y$  – Tensão limite de elasticidade;  
 $r(\alpha)$  – Coeficientes de anisotropia segundo a direção  $\alpha$ .

## Siglas

3D – Três dimensões;  
Al6022-T43 – Liga de alumínio 6022 com têmpera T43;  
Al6111-T4 – Liga de alumínio 6111 com têmpera T4;  
Al5182-O – Liga de alumínio 5182 com recozimento;  
Al5042 – Liga de alumínio 5042;  
Al2090-T3 – Liga de alumínio 2090 com têmpera T3;  
CB2001 – Critério de plasticidade de Cazacu e Barlat, 2001;  
Hill'48 – Critério de plasticidade de Hill, 1948;  
DD3MAT – Deep drawing 3D materials;  
DD3IMP – Deep drawing 3D implicit;  
DL – Direção de laminagem;  
CB2001 – Critério de plasticidade CB2001 utilizando todos os valores experimentais (quando usado como legenda);  
Hill'48 - Critério de plasticidade Hill'48 utilizando todos os valores experimentais (quando usado como legenda);  
CB2001 sem b - Critério de plasticidade CB2001 utilizando todos os valores experimentais menos os biaxiais (quando usado como legenda);  
Hill'48 - CB2001 – Estratégia de identificar os valores artificiais para 15, 30, 60 e 75° pelo critério de Hill'48 e posteriormente usar uma combinação desses com os valores experimentais para 0, 45 e 90° e biaxiais no critério CB2001;

Hill'48 - CB2001 sem b - Estratégia de identificar os valores artificiais para 15, 30, 60 e 75° pelo critério de Hill'48 e posteriormente usar uma combinação desses e dos valores experimentais para 0, 45 e 90° no critério CB2001.



## 1. INTRODUÇÃO

As chapas metálicas utilizadas nas indústrias automóvel e aeronáutica apresentam em geral comportamento anisotrópico, isto é, as suas propriedades físicas variam com a direção. Ao longo dos anos têm sido desenvolvidos vários critérios de plasticidade que permitem caracterizar o comportamento anisotrópico de chapas metálicas, nomeadamente o critério de Hill'48 (Hill, 1948) e o critério CB2001 (Cazacu & Barlat, 2001). No entanto, critérios como o CB2001, dependem de uma grande quantidade de informação para poderem ser usados na descrição do comportamento plástico dos materiais. Para tal, são realizados ensaios de tração em várias direções no plano das chapa, em número suficiente para identificar os parâmetros do critério adequado, o que em alguns casos pode constituir um grande obstáculo para uma empresa, dado o elevado número de parâmetros a identificar.

Critérios simples como os de Hill'48 e Yld91 (Barlat et al., 1991) permitem caracterizar os materiais através de um número de ensaios reduzido, pois possuem menos parâmetros a identificar (4 parâmetros no primeiro caso e 5 no segundo). No entanto, estes critérios, devido à fraca flexibilidade, apresentam os seus próprios problemas, como por exemplo para o critério de Hill'48: a formulação quadrática associada ao reduzido número de parâmetros impossibilitam a caracterização adequada de alguns materiais, tendo dificuldade em reproduzir simultaneamente os valores experimentais dos coeficientes de Lankford ( $r(\alpha)$ ) e da tensão limite de elasticidade ( $\sigma_0(\alpha)$ ), no plano da chapa. Uma solução para este problema é de usar, por exemplo, o critério de Hill'48 para gerar valores artificiais (uma análise semelhante foi feita com o critério Yld91 para tubos circulares (Khalfallah et al., 2015) e para chapas metálicas (Khalfallah et al., 2015)), de modo separado para as tensões e para os coeficientes de Lankford e, posteriormente, usar uma combinação destes com os valores experimentais conhecidos, como dados de entrada na identificação de parâmetros de um critério mais flexível, como o CB2001. Neste trabalho, analisa-se em que medida este método pode ser usado de modo fiável na identificação dos parâmetros de um critério com um número elevado de parâmetros a identificar, recorrendo a um número reduzido de ensaios experimentais.



## 2. COMPORTAMENTO MECÂNICO DO MATERIAL

O modelo constitutivo é utilizado para descrever a relação entre a tensão e a deformação plástica. De modo simplificado, este assume que a superfície de plasticidade se expande uniformemente sem translação ou distorção. O modelo usado para descrever o comportamento de chapas metálicas é assim geralmente definido por um critério de plasticidade e uma lei de encruamento isotrópico e inclui ainda uma lei de plasticidade associada (Prates et al., 2015).

### 2.1. Leis de encruamento isotrópico

Em geral são consideradas duas leis para descrever o encruamento isotrópico: a lei de Swift (Swift, 1952), que descreve o comportamento de materiais com encruamento sem saturação, como os aços, e a lei de Voce (Voce, 1948), utilizada neste trabalho, que descreve melhor o comportamento de materiais com encruamento apresentando saturação, como é em geral observado para as ligas de alumínio (Daniel et al., 2016).

A lei de Swift é dada por

$$Y_{Swift} = K(\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon}^p)^n, \quad (1)$$

em que  $Y_{Swift} = Y$  representa a evolução da tensão limite de elasticidade durante a deformação,  $\bar{\varepsilon}^p$  é a deformação plástica equivalente,  $K$  e  $\varepsilon_0$  são parâmetros do material assim como  $n$  que é designado coeficiente de encruamento (a tensão limite de elasticidade inicial é:  $Y_0 = Y_{Swift}(\bar{\varepsilon}^p = 0) = K(\varepsilon_0)^n$ ).

A lei de Voce é dada por

$$Y_{Voce} = Y_0 + (Y_{SAT} - Y_0) \times (1 - e^{-C_Y \bar{\varepsilon}^p}), \quad (2)$$

em que  $Y_{Voce} = Y$ ,  $Y_0$  (tensão limite de elasticidade inicial),  $Y_{SAT}$  (tensão de saturação) e  $C_Y$  são parâmetros do material.

## 2.2. Critérios de plasticidade

### 2.2.1. Critério de Hill'48

O critério de Hill'48 é uma extensão à ortotropia do critério de von Mises, para materiais isotrópicos. É usado para descrever o comportamento anisotrópico de chapas metálicas. Devido à sua simples fórmula quadrática é facilmente implementado em programas de elementos finitos. No sistema de eixos de ortotropia Oxyz é definido por:

$$F(\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + H(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + G(\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + 2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{zx}^2 + 2N\tau_{xy}^2 = Y^2, \quad (3)$$

em que F, G, H, L, M e N são os parâmetros associados à anisotropia do material;  $Y = Y(\bar{\epsilon}^p)$  representa a lei de encruamento isotrópico, sendo  $\bar{\epsilon}^p$  a deformação plástica equivalente. Os três primeiros parâmetros deste critério relacionam-se com as tensões limite de elasticidade em tração, segundo Ox, Oy e Oz, respetivamente X, Y e Z, de acordo com as seguintes expressões:

$$\begin{cases} 2F = \frac{1}{Y^2} + \frac{1}{Z^2} - \frac{1}{X^2} \\ 2G = \frac{1}{X^2} + \frac{1}{Z^2} - \frac{1}{Y^2} \\ 2H = \frac{1}{X^2} + \frac{1}{Y^2} - \frac{1}{Z^2} \end{cases} \quad (4)$$

Note-se que a determinação de Z necessita de um ensaio tração perpendicular ao plano da chapa de realização impraticável. Os últimos três parâmetros deste critério relacionam-se com as tensões limite de elasticidade em corte, nos planos Oyz, Oxz e Oxy, respetivamente R, S e T, pelas seguintes expressões:

$$\begin{cases} 2L = \frac{1}{R^2} \\ 2M = \frac{1}{S^2} \\ 2N = \frac{1}{T^2} \end{cases} \quad (5)$$

É de notar que é impossível executar ensaios de corte perpendicularmente ao plano da chapa, os quais permitiriam determinar R e S e, conseqüentemente, a identificação dos parâmetros de anisotropia que envolvem as componentes de corte L e M. Por esta razão, é comum considerar os valores isotrópicos para estes parâmetros ( $L=M=1,5$ ).

Dado o condicionalismo referido, de realizar ensaios de tração perpendicularmente ao plano da chapa, a realização de ensaios de tração a diversos ângulos no plano da chapa constitui uma alternativa à utilização das equações anteriores, para identificação de parâmetros do critério de Hill'48. De facto, é possível relacionar a evolução da tensão limite de elasticidade,  $\sigma_0(\alpha)$ , no plano da chapa com os parâmetros F, G, H e N do critério de Hill'48:

$$\sigma_0(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{F \sin^2(\alpha) + G \cos^2(\alpha) + H + (2N - F - G - 4H) \sin^2(\alpha) \cos^2(\alpha)}} \quad (6)$$

Esta equação permite, por exemplo, relacionar a tensão limite de elasticidade para os ângulos  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\alpha = 45^\circ$  e  $\alpha = 90^\circ$  com os parâmetros do critério de Hill'48 (F, G, H e N) do seguinte modo:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_0(\alpha = 0^\circ) = \frac{1}{\sqrt{G + H}} \\ \sigma_0(\alpha = 45^\circ) = \frac{1}{\sqrt{\frac{F + G}{4} + \frac{N}{2}}} \\ \sigma_0(\alpha = 90^\circ) = \frac{1}{\sqrt{F + H}} \end{array} \right. \quad (7)$$

A lei de plasticidade associada, torna possível relacionar a evolução do coeficiente de anisotropia,  $r(\alpha)$ , no plano da chapa com os parâmetros F, G, H e N do critério de Hill'48:

$$r(\alpha) = \frac{H + (2N - F - G - 4H) \sin^2(\alpha) \cos^2(\alpha)}{F \sin^2(\alpha) + G \cos^2(\alpha)} \quad (8)$$

Isto conduz às relações seguintes entre os coeficientes de anisotropia para os ângulos  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\alpha = 45^\circ$  e  $\alpha = 90^\circ$  e os parâmetros do critério de Hill'48 (F, G, H e N):

$$\left\{ \begin{array}{l} r(\alpha = 0^\circ) = \frac{H}{G} \\ r(\alpha = 45^\circ) = \frac{N}{F + G} - \frac{1}{2} \\ r(\alpha = 90^\circ) = \frac{H}{F} \end{array} \right. \quad (9)$$

Estas 6 relações permitem determinar os quatro parâmetros F, G, H e N do critério de Hill'48, realizando apenas três ensaios de tração no plano da chapa.

Em resumo, quando aplicado a chapas metálicas solicitadas no seu plano, o critério de plasticidade de Hill'48 apresenta apenas 4 parâmetros de anisotropia (F, G, H e

N) a identificar, sendo pouco flexível; no âmbito deste trabalho, permitirá gerar valores artificiais de  $\sigma_0(\alpha)$  e de  $r(\alpha)$ , para  $\alpha = 15, 30, 60$  e  $75^\circ$ , que são usados na identificação dos parâmetros do critério de CB2001.

### 2.2.2. Critério CB2001

O critério CB2001 é uma generalização do critério isotrópico de Drucker à ortotropia. É conhecido por descrever fiavelmente a resposta plástica de chapas de ligas de alumínio, pois apresenta um número elevado de parâmetros de anisotropia o que o torna bastante flexível. É dado por

$$(J_2^0)^3 - c(J_3^0)^2 = \frac{K}{3} Y^6, \quad (10)$$

em que  $c$  é um parâmetro que representa o peso relativo de  $J_2^0$  e  $J_3^0$ , que são respetivamente, o segundo e o terceiro invariantes generalizados da componente desviadora  $S$  do tensor de tensões de Cauchy  $\sigma$ , o parâmetro  $c$  pode variar entre  $-3.375$  e  $2.25$  para assegurar a convexidade da superfície de plasticidade, caso se trate de um material isotrópico. Os invariantes generalizados são assim definidos

$$J_2^0 = \frac{a_1}{6} (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + \frac{a_2}{6} (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + \frac{a_3}{6} (\sigma_{xx} - \sigma_{zz})^2 + a_4 \sigma_{xy}^2 + a_5 \sigma_{xz}^2 + a_6 \sigma_{yz}^2, \quad (11)$$

$$J_3^0 = \frac{1}{27} (b_1 + b_2) \sigma_{xx}^3 + \frac{1}{27} (b_3 + b_4) \sigma_{yy}^3 + \frac{1}{27} (2(b_1 + b_4) - b_2 - b_3) \sigma_{zz}^3 - \frac{1}{9} (b_1 \sigma_{yy} + b_2 \sigma_{zz}) \sigma_{xx}^2 - \frac{1}{9} (b_3 \sigma_{zz} + b_4 \sigma_{xx}) \sigma_{yy}^2 - \frac{1}{9} ((b_1 - b_2 + b_4) \sigma_{xx}) + (b_1 - b_3 + b_4) \sigma_{yy}) \sigma_{zz}^2 + \frac{2}{9} (b_1 + b_4) \sigma_{xx} \sigma_{yy} \sigma_{zz} - \frac{1}{3} (2b_9 \sigma_{yy} - b_8 \sigma_{zz} - (2b_9 - b_8) \sigma_{xx}) \sigma_{xz}^2 - \frac{1}{3} (2b_{10} \sigma_{zz} - b_5 \sigma_{yy} - (2b_{10} - b_5) \sigma_{xx}) \sigma_{xy}^2 - \frac{1}{3} ((b_6 + b_7) \sigma_{xx} - b_6 \sigma_{yy} - b_7 \sigma_{zz}) \sigma_{yz}^2 + 2b_{11} \sigma_{xy} \sigma_{yz} \sigma_{xz}, \quad (12)$$

em que  $a_k$  ( $k = 1$  a  $6$ ) são os parâmetros de anisotropia relacionados com o segundo invariante generalizado e  $b_k$  ( $k = 1$  a  $11$ ) são os parâmetros de anisotropia relacionados com o terceiro invariante generalizado.

Assim, o critério CB2001 possui, além do parâmetro  $c$ , 17 parâmetros de anisotropia. No entanto, para chapas metálicas é difícil avaliar os parâmetros  $a_5$ ,  $a_6$  e  $b_k$  ( $k = 6, 7, 8, 9, 11$ ), associados às componentes de corte,  $\tau_{xz}$  e  $\tau_{yz}$  pelo que são utilizados os seus valores em isotropia (todos iguais a 1). Como resultado desta simplificação, o total de parâmetros a identificar do critério reduz-se a 11:  $a_k$  ( $k = 1, \dots, 4$ ),  $b_k$  ( $k = 1, \dots, 5, 10$ ) e  $c$ .

### 2.3. Materiais

Neste trabalho são estudados cinco materiais diferentes, usados nas indústrias automóvel e aeronáutica.

O alumínio 6022-T43 é usado para capôs, painéis e portas de automóveis. Possui uma ótima resistência à corrosão, grande conformabilidade e resistência a amolgadelas. Apresenta o mesmo desempenho estrutural que alguns aços, oferecendo poupanças de peso de 40 a 60%. A têmpera (T43) a que é submetido conduz ao seu uso em painéis e reforços (ALCOA, 2007).

O alumínio 6111-T4 é usado principalmente para painéis de carros e pode ser tratado termicamente. As principais vantagens deste material são a boa resistência e excelente formabilidade (ALCOA, 2007).

O alumínio 5182-O, é usado em grande parte para fabricar painéis de veículos assim como volantes e reforços, devido à sua combinação de boa resistência à tensão e à corrosão, ductilidade, formabilidade e soldabilidade. É ainda usado em embalagens como latas ou recipientes (AZoM, 2013b).

O alumínio 5042 apresenta excelentes características para ser soldado e permite acabamentos muito bons; no entanto, é difícil de maquinar e não é tratável termicamente. Apresenta boa resistência em ambientes marítimos e atmosferas industriais. É usado em recipientes pressurizados e alguns componentes de automóveis (MakeitFrom, 2020).

O alumínio 2090-T3 é usado maioritariamente em áreas que exigem altas resistências, como reforços do chão e de fuselagem nos aviões, e no bordo de ataque e de

fuga da asa. As suas principais vantagens são de combinar as altas resistências com a baixa densidade, assim como a sua excelente resistência à corrosão (AZoM, 2013a).

A Tabela 2.1 apresenta a composição química, em percentagem ponderal, destes alumínios.

**Tabela 2.1.** Composição química dos alumínios.

	<b>6022-T43</b>	<b>6111-T4</b>	<b>5182-O</b>	<b>5042</b>	<b>2090</b>
<b>Al</b>	96.7-98.7	95.7-97.4	93.2-95.8	94.2-96.8	93.2-95.6
<b>Si</b>	0.80-1.50	0.60-1.10	0.20	0.00-0.20	0.10
<b>Fe</b>	0.05-0.20	0.40	0.35	0.00-0.35	0.12
<b>Cu</b>	0.01-0.11	0.50-0.90	0.15	0.00-0.15	2.40-3.00
<b>Mn</b>	0.02-0.10	0.10-0.45	0.20-0.50	0.20-0.50	0.05
<b>Mg</b>	0.45-0.70	0.50-1.00	4.00-5.00	3.00-4.00	0.25
<b>Cr</b>	0.10	0.10	0.10	0.00-0.10	0.05
<b>Zn</b>	0.25	0.15	0.25	0.00-0.25	0.10
<b>Ti</b>	0.15	0.10	0.10	0.00-0.10	0.15
<b>Zr</b>	-	-	-	-	0.08-0.15
<b>Li</b>	-	-	-	-	1.90-2.60
<b>Outros</b>	0.15	0.15	0.15	0.00-0.15	0.00-0.15

## 2.4. Identificação dos parâmetros de anisotropia

### 2.4.1. Parâmetros conhecidos

As identificações que se seguem foram realizadas para os cinco materiais em chapa, dos quais se conhecem os valores experimentais da tensão limite de elasticidade e dos coeficientes de Lankford, no plano da chapa, para ângulos com a direção de laminagem de 0 a 90°, a intervalos de 15°. São ainda conhecidos os valores da tensão limite de elasticidade biaxial assim como o valor do coeficiente de anisotropia biaxial. Resulta disto um total de 16 resultados conhecidos que permitem descrever o comportamento de cada material.

### 2.4.2. Estratégias de identificação dos valores artificiais

A estratégia de identificação analisada propõe gerar valores artificiais fiáveis a partir de um número reduzido de resultados de ensaios experimentais, obtidos por exemplo para ensaios de tração a 0, 45 e 90° com a direção de laminagem. Para o efeito, é usado o

critério de Hill'48, pois é possível identificar os seus parâmetros a partir de um número reduzido de valores experimentais. Isto permite gerar valores artificiais da tensão limite de elasticidade e do coeficiente de anisotropia, para outras orientações no plano da chapa (por exemplo 15, 30, 60 e 75°) que, juntamente com os valores experimentais a 0, 45 e 90° são utilizados para identificar os parâmetros de um critério mais flexível, como o CB2001.

De facto, a capacidade de um critério de plasticidade descrever o comportamento anisotrópico de um material depende da sua flexibilidade, que por sua vez está relacionada com o número de parâmetros. Porém, o número de ensaios experimentais necessários aumenta com o número de parâmetros a identificar (Aretz & Barlat, 2013). O método aqui proposto permite minimizar o número de ensaios a realizar.

A incapacidade do critério de Hill'48 em gerar valores fiáveis simultaneamente para o coeficiente de anisotropia,  $r(\alpha)$ , e a tensão limite de elasticidade,  $\sigma_0(\alpha)$ , no caso de alguns materiais e em particular em chapas de alumínio, tornou necessário desenvolver uma estratégia para contornar esta dificuldade. Para tal, foi usado um procedimento de favorecimento do parâmetro relevante. Esta passa por dar prioridade ao parâmetro, para o qual se pretende obter a melhor aproximação, com recurso a uma função objetivo, dada por

*Função objetivo(p)*

$$= \sum_i w_i \left( \frac{\sigma_\alpha^{cal}(p)}{\sigma_\alpha^{exp}} - 1 \right)^2 + \sum_i w_i \left( \frac{r_\alpha^{cal}(p)}{r_\alpha^{exp}} - 1 \right)^2 \quad (13)$$

$$+ \sum_i w_i \left( \frac{r_b^{cal}(p)}{r_b^{exp}} - 1 \right)^2 + \sum_i w_i \left( \frac{\sigma_b^{cal}(p)}{\sigma_b^{exp}} - 1 \right)^2,$$

em que  $p$  é o conjunto de parâmetros a ser identificado;  $\sigma_\alpha^{exp}$  e  $r_\alpha^{exp}$  são os valores experimentais (conjuntamente com artificiais, no caso presente) obtidos em tração, para o ângulo  $\alpha$  com a direção de laminagem;  $\sigma_b^{exp}$  e  $r_b^{exp}$  são os valores experimentais obtidos nos ensaios biaxiais;  $w_i$  é o peso dado a cada resultado, que pode ser ajustado de forma independente para cada valor experimental. Todos os parâmetros com a nomenclatura “cal”, são os valores previstos pelo critério.

A Tabela 2.2 mostra os parâmetros considerados nas duas estratégias de identificação utilizadas neste trabalho que recorrem apenas a 4 resultados do ensaio de tração (o mínimo necessário para identificar os parâmetros F, G, H e N do critério), obtidos para ângulos de 0, 45 e 90°, favorecendo por um lado  $\sigma_0(\alpha)$  e por outro  $r(\alpha)$ . Nesta tabela, o peso

dos resultados utilizados na identificação é igual a 1, e os restantes, não indicados, são considerados com peso de zero.

**Tabela 2.2.** Pesos atribuídos aos valores experimentais utilizados nas duas estratégias utilizadas.

Favorecimento de $r_\alpha$	Favorecimento de $\sigma_\alpha$
$w_{r0}=1$	$w_{\sigma0}=1$
$w_{r45}=1$	$w_{\sigma45}=1$
$w_{r90}=1$	$w_{\sigma90}=1$
$w_{\sigma0}=1$	$w_{r0}=1$

Como se depreende desta tabela, quando se favorecem os valores de  $\sigma_0(\alpha)$  considera-se também um valor de  $r(\alpha)$  e quando se favorecem os valores de  $r(\alpha)$  considera-se também um valor de  $\sigma_0(\alpha)$ , de modo a ter sempre 4 resultados de tração. Em qualquer dos casos, o quarto parâmetro corresponde ao valor experimental, obtido para  $\alpha = 0^\circ$ , do parâmetro não favorecido.

### 2.4.3. Estratégias de identificação dos parâmetros dos critérios de plasticidade

Com base na geração de valores artificiais pelo critério de Hill'48, como descrito na secção anterior, foi criada uma estratégia de identificação que utiliza os valores artificiais para os ângulos de 15, 30, 60 e 75° com DL, e os valores experimentais para os ângulos de 0, 45 e 90° com DL. A estratégia em estudo irá ser designada neste trabalho por Hill'48 - CB2001.

De modo a criar uma comparação para avaliar a fiabilidade deste método, foi necessário assumir estratégias que sirvam para o efeito. Assim, foram consideradas duas estratégias independentes do método apresentado anteriormente, com recurso a todos os valores experimentais disponíveis. Essas são:

- Hill'48 – usando todos os valores experimentais conhecidos para identificar os parâmetros do critério de Hill'48;
- CB2001 – usando todos valores experimentais conhecidos para identificar os parâmetros do critério de CB2001.

Todas as identificações foram realizadas com recurso ao programa DD3MAT, desenvolvido especificamente para identificar parâmetros de critérios de plasticidade, que

recorre à função objetivo descrita na secção anterior. O algoritmo implementado no DD3MAT é baseado no método *downhill simplex* para minimizar a função objetivo, que é um método sem derivadas (Chaparro et al., 2007). No caso do critério de CB2001, este programa verifica a convexidade da equação do critério, para cada conjunto de parâmetros, durante o processo de identificação.

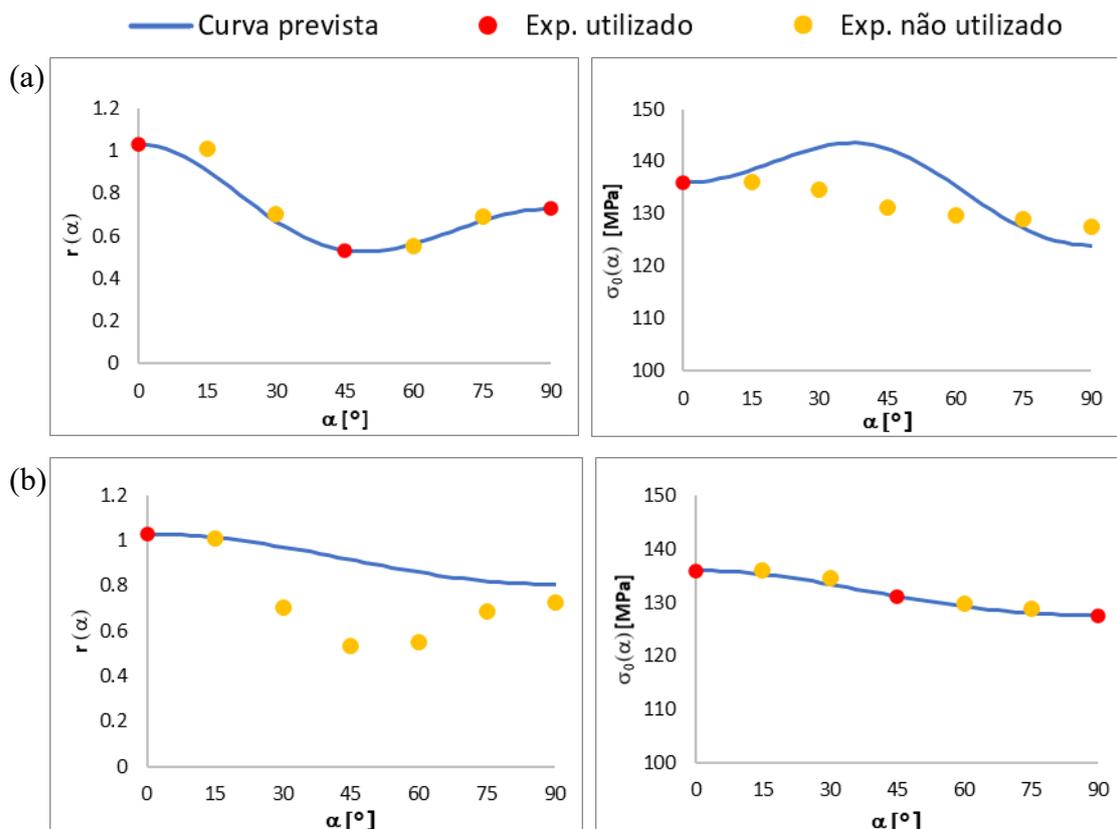


### 3. GERAÇÃO DOS VALORES ARTIFICIAIS

Nesta secção são apresentadas as previsões dos valores artificiais obtidos com recurso à estratégia apresentada na secção 2.4.2. Os resultados experimentais utilizados resultaram de uma comunicação pessoal (Khalfallah, 2021), no caso dos alumínios 6022-T43, 6111-T4 e 5182-O, e foram gerados com base nos parâmetros previamente identificados do critério CB2001 (Barros, 2017), no caso dos alumínios 5042 e 2090-T3.

#### Al 6022-T43

A Figura 3.1 mostra as evoluções de  $r(\alpha)$  e  $\sigma_0(\alpha)$  calculadas com base nos parâmetros do critério de Hill'48, identificados considerando os resultados de ensaios de tração a 0, 45 e 90° com DL, no caso da chapa de alumínio 6022-T43. Os resultados experimentais, utilizados ou não utilizados são também indicados.



**Figura 3.1.** Valores experimentais e previsão do critério de Hill'48 para  $r(\alpha)$  e  $\sigma_0(\alpha)$  do alumínio 6022-T43, favorecendo os valores de: (a)  $r(\alpha)$  e (b)  $\sigma_0(\alpha)$ . A vermelho indicam-se os valores experimentais utilizados e a laranja os não utilizados, para comparação.

Com base nos resultados da Figura 3.1, a Tabela 3.1 apresenta uma comparação entre os valores experimentais e os valores artificiais, favorecendo os valores de  $r(\alpha)$  e os de  $\sigma_0(\alpha)$ , para o alumínio 6022-T43.

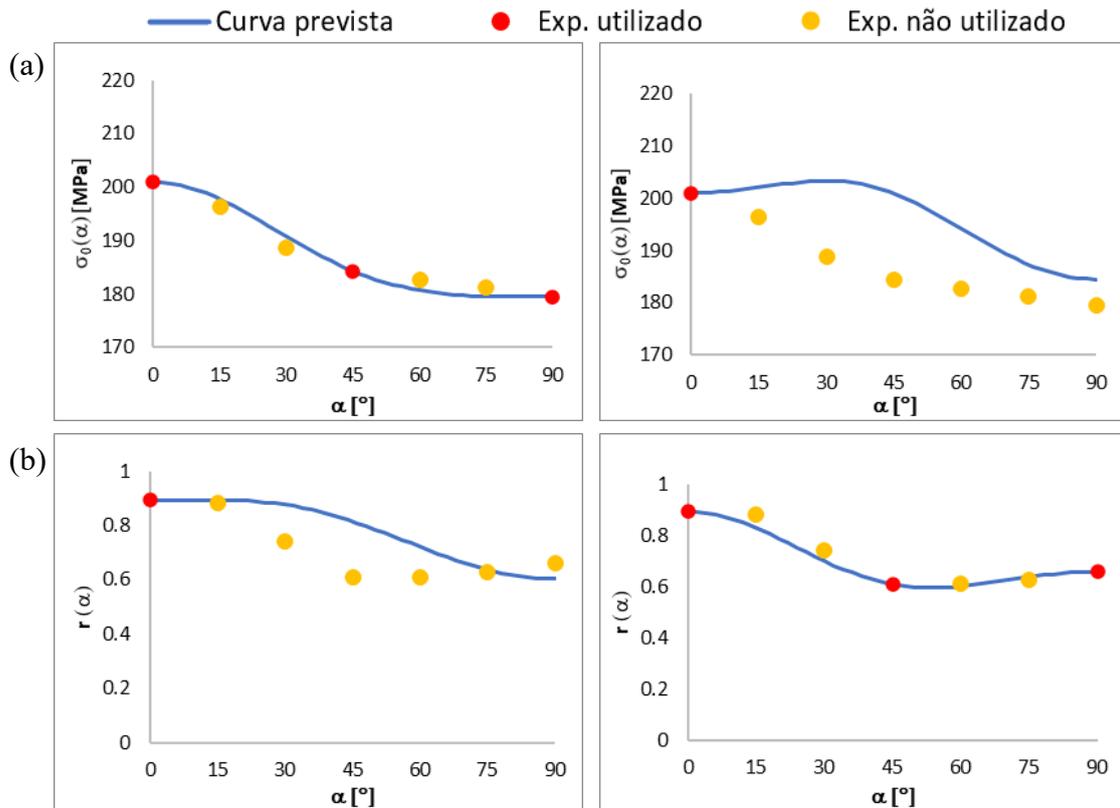
**Tabela 3.1.** Comparação entre os valores experimentais e artificiais para o alumínio 6022-T43.

$\alpha$ (°)	$r(\alpha)$			$\sigma_0(\alpha)$ [MPa]		
	Exp	Cal	Erro [%]	Exp	Cal	Erro [%]
0	1.029	1.029	0	136.00	136.00	0
15	1.010	0.907	-10.2	136.00	135.27	-0.5
30	0.703	0.670	-4.7	134.70	133.43	-0.9
45	0.532	0.532	0	131.20	131.20	0
60	0.552	0.564	2.2	129.80	129.27	-0.4
75	0.689	0.673	-2.3	128.90	128.02	-0.7
90	0.728	0.728	0	127.60	127.60	0
$r_b, \sigma_b$	1.149	-	-	128.76	-	-

A estratégia utilizada para gerar os valores artificiais conduz a valores muito próximos dos experimentais para o parâmetro favorecido, com erros inferiores a 1% para a tensão limite de elasticidade, embora superiores para o coeficiente de anisotropia, atingindo o valor de 10% para o ângulo de 15° com DL. Ou seja, mesmo utilizando valores experimentais para apenas três ângulos, como a anisotropia planar é relativamente pequena, o critério de Hill'48 é capaz de gerar valores artificiais próximos dos experimentais, para os ângulos em que não são utilizados dados experimentais (15, 30, 60 e 75°).

#### **Al 6111-T4**

A Figura 3.2 mostra o caso da chapa de alumínio 6111-T4. Observa-se que o critério de Hill'48 é capaz de gerar curvas que descrevem convenientemente os valores experimentais, concluindo-se que esta é uma estratégia capaz de gerar valores artificiais adequados.



**Figura 3.2.** Valores experimentais e previsão do critério de Hill'48 para  $r(\alpha)$  e  $\sigma_0(\alpha)$  do alumínio 6111-T4, favorecendo os valores de: (a)  $r(\alpha)$  e (b)  $\sigma_0(\alpha)$ . A vermelho indicam-se os valores experimentais utilizados e a laranja os não utilizados, para comparação.

Baseada nos resultados da Figura 3.2, a Tabela 3.2 apresenta uma comparação entre os valores experimentais e os valores artificiais, favorecendo os valores de  $r(\alpha)$  e  $\sigma_0(\alpha)$ , para o alumínio 6111-T4.

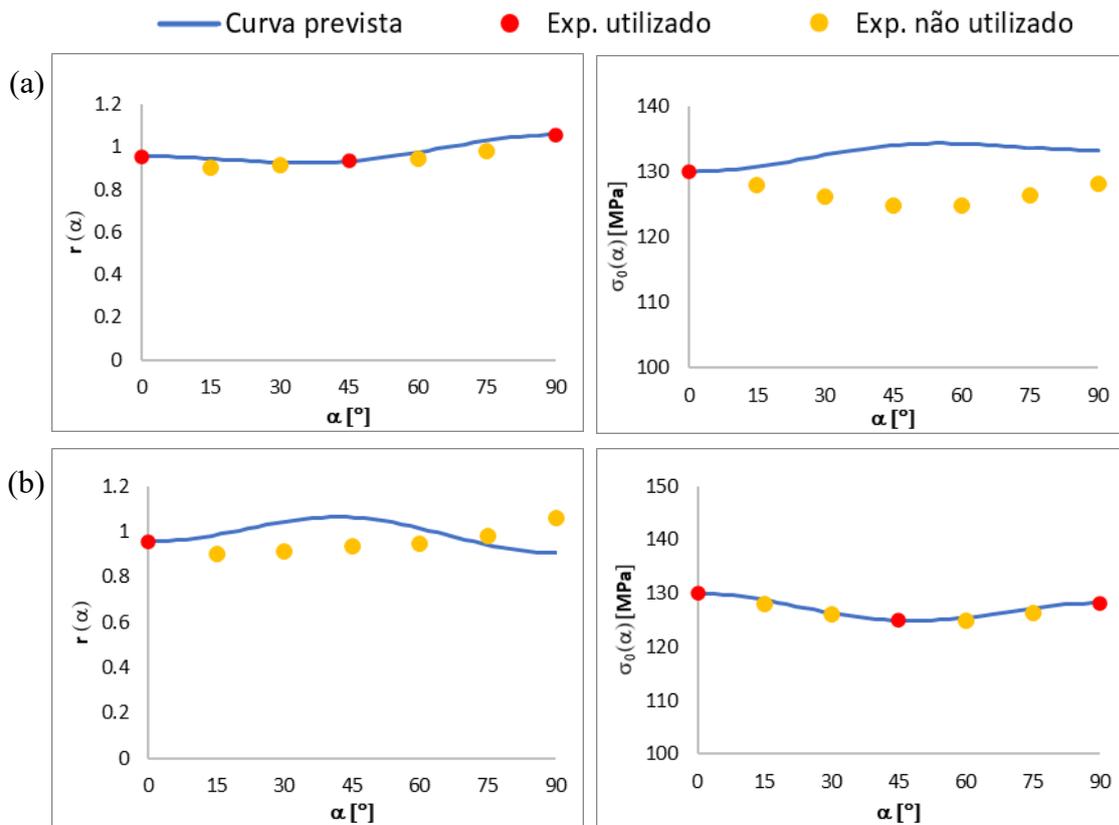
**Tabela 3.2.** Comparação entre os valores experimentais e os valores artificiais para o material 6111-T4.

$\alpha$ (°)	$r(\alpha)$			$\sigma_0(\alpha)$ [MPa]		
	Exp	Cal	Erro [%]	Exp	Cal	Erro [%]
0	0.894	0.894	0	201.00	201.00	0
15	0.885	0.830	-6.2	196.37	197.80	0.7
30	0.743	0.701	-5.7	188.74	190.77	1.1
45	0.611	0.611	0	184.32	184.32	0
60	0.611	0.603	-1.3	182.71	180.71	-1.1
75	0.627	0.639	1.9	181.30	179.60	-0.9
90	0.660	0.660	0	179.49	179.49	0
$r_b, \sigma_b$	1.225	-	-	198.19	-	-

Com base nestes resultados, observa-se que a identificação pela estratégia escolhida consegue aproximar todos os pontos não utilizados com um erro inferior a 2% com exceção dos parâmetros de anisotropia a 15 e 30° com erros de aproximadamente 6%.

### Al 5182-O

A Figura 3.3 mostra a previsão dos valores artificiais de  $r(\alpha)$  e  $\sigma_0(\alpha)$  calculados com base no critério de Hill'48, em função dos valores experimentais para 0, 45 e 90° com a DL, para a chapa de alumínio 5182-O.



**Figura 3.3.** Valores experimentais e previsão do critério de Hill'48 para  $r(\alpha)$  e  $\sigma_0(\alpha)$  do alumínio 5182-O, favorecendo os valores de: (a)  $r(\alpha)$  e (b)  $\sigma_0(\alpha)$ . A vermelho indicam-se os valores experimentais utilizados e a laranja os não utilizados, para comparação.

A Tabela 3.3 apresenta uma compilação dos valores experimentais e dos valores calculados para o alumínio 5182-O.

**Tabela 3.3.** Comparação entre os valores experimentais e os valores artificiais para o material 5182-O.

$\alpha$ (°)	$r(\alpha)$			$\sigma_0(\alpha)$ [MPa]		
	Exp	Cal	Erro [%]	Exp	Cal	Erro [%]
0	0.957	0.957	0	130.00	130.00	0
15	0.903	0.946	4.8	128.00	128.77	0.6
30	0.916	0.928	1.3	126.10	126.33	0.2
45	0.934	0.934	0	124.90	124.90	0
60	0.947	0.976	3.1	124.80	125.49	0.6
75	0.981	1.032	5.2	126.40	127.25	0.7
90	1.058	1.058	0	128.20	128.20	0
$r_b, \sigma_b$	0.948	-	-	125.10	-	-

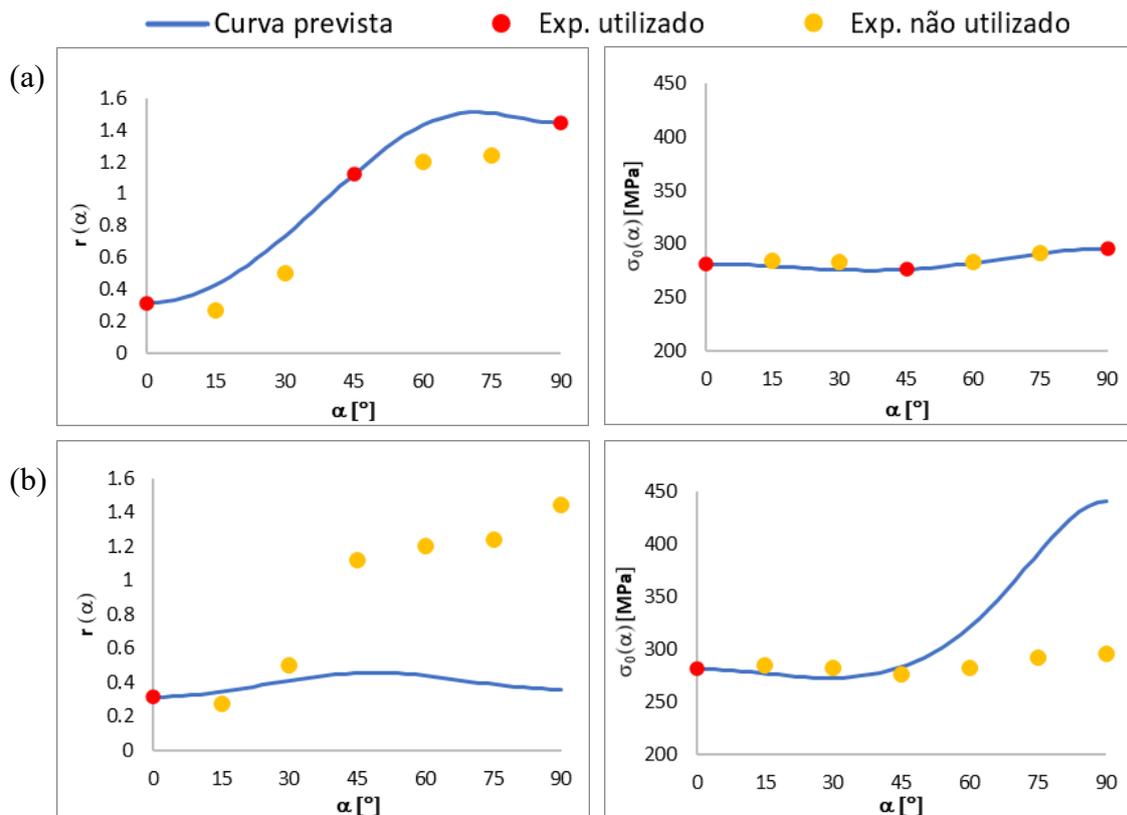
O alumínio 5182-O apresenta a menor amplitude de valores experimentais, isto é menor anisotropia planar, apresentando por isso, a melhor identificação dos 5 alumínios. Observa-se que a diferença entre as curvas geradas pela estratégia em estudo e os valores experimentais é praticamente nula. Os erros na previsão dos valores de tensão limite de elasticidade são inferiores a 1% para todos os ângulos. Para os coeficientes de anisotropia os erros são ligeiramente superiores, sendo o seu máximo 5,2% para 75°.

Os três materiais anteriormente analisados apresentam uma amplitude de valores da tensão limite de elasticidade bastante reduzida, tendo o seu valor máximo de 21,51 MPa para o alumínio 6111-T4. Além disso, as distribuições de  $r(\alpha)$  e  $\sigma_0(\alpha)$  no plano da chapa apresentam apenas um mínimo ou um máximo entre 0 e 90°. Isto justifica que um critério pouco flexível como é o caso do critério de Hill'48, seja capaz de reproduzir com precisão os valores experimentais.

Os dois materiais analisados a seguir têm propriedades bastante diferentes dos anteriores, pois não só apresentam uma grande amplitude de valores experimentais de  $r(\alpha)$  e  $\sigma_0(\alpha)$ , como em alguns casos possuem mais do que um mínimo ou um máximo num destes parâmetros no intervalo de  $\alpha$  entre 0 e 90°, tornando bastante difícil, ou até impossível para o critério de Hill'48 reproduzir fielmente os valores experimentais.

### **Al 5042**

A Figura 3.4 mostra a previsão dos valores artificiais de  $r(\alpha)$  e  $\sigma_0(\alpha)$  calculados com base no critério de Hill'48, para a chapa de alumínio 5042.



**Figura 3.4.** Valores experimentais e previsão do critério de Hill'48 para  $r(\alpha)$  e  $\sigma_0(\alpha)$  do alumínio 5042, favorecendo os valores de: (a)  $r(\alpha)$  e (b)  $\sigma_0(\alpha)$ . A vermelho indicam-se os valores experimentais utilizados e a laranja os não utilizados, para comparação.

A Tabela 3.4 mostra os valores de  $r(\alpha)$  e  $\sigma_0(\alpha)$ , experimentais e os calculados pelo critério de Hill'48, para o alumínio 5042.

**Tabela 3.4.** Comparação entre os valores experimentais e os valores artificiais para o material 5042.

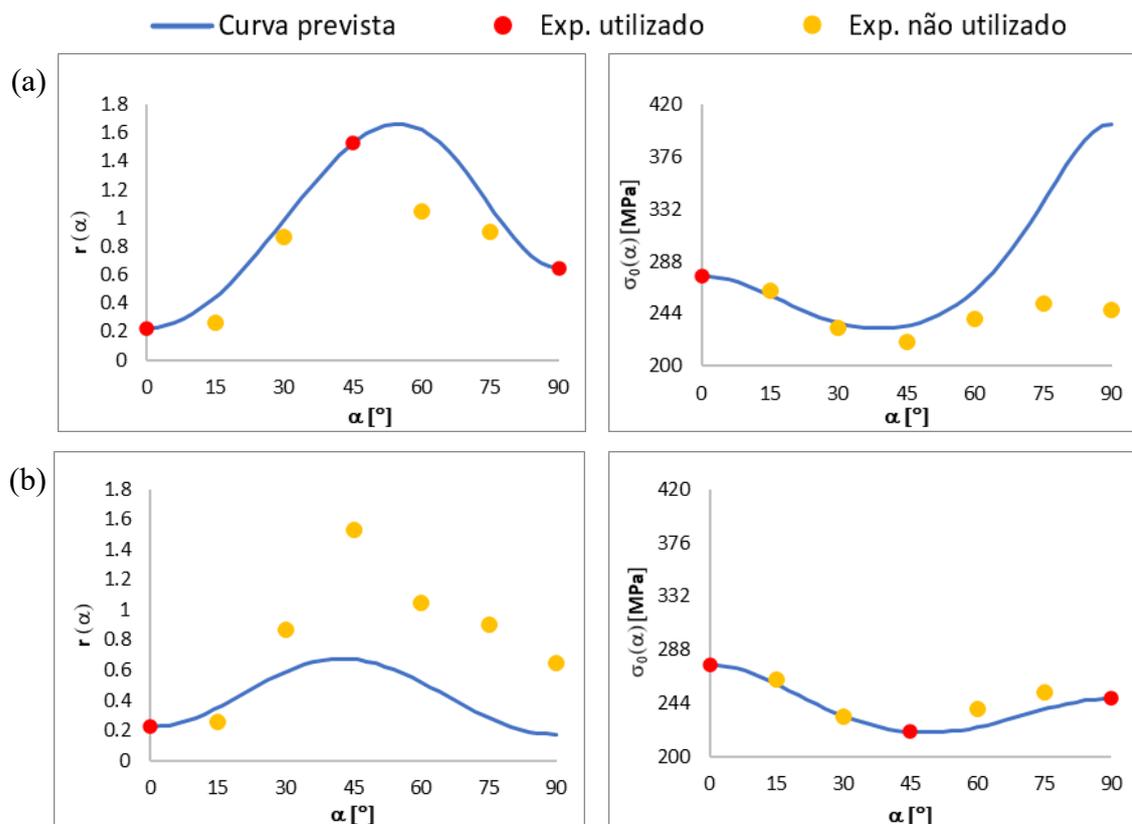
$\alpha$ (°)	$r(\alpha)$			$\sigma_0(\alpha)$ [MPa]		
	Exp	Cal	Erro [%]	Exp	Cal	Erro [%]
0	0.316	0.316	0	281.26	281.26	0
15	0.272	0.431	58.3	284.43	279.19	-1.8
30	0.501	0.736	46.8	282.67	275.82	-2.4
45	1.123	1.123	0	276.17	276.17	0
60	1.201	1.431	19.1	282.65	282.38	-0.1
75	1.242	1.506	21.2	291.71	291.32	-0.1
90	1.445	1.445	0	295.75	295.75	0
$r_b, \sigma_b$	0.915	-	-	297.83	-	-

O alumínio 5042 apresenta uma distribuição da tensão limite elasticidade no plano da chapa com uma amplitude de valores experimentais relativamente pequena, possibilitando uma boa previsão com recurso ao critério de Hill'48. O mesmo não acontece com o coeficiente de anisotropia, pois o critério de Hill'48 não é capaz de prever as necessárias variações bruscas de declive deste parâmetro observadas na Figura 3.4 (em particular na região próxima de  $\alpha = 45^\circ$ ).

Em consequência, o critério de Hill'48 foi capaz de gerar valores artificiais das tensões limite de elasticidade com erros inferiores a 2.5%, enquanto que os coeficientes de anisotropia apresentam uma previsão significativamente pior, com erros entre os 19 e 59%.

### Al 2090-T3

A Figura 3.5 mostra a previsão dos valores artificiais de  $r(\alpha)$  e  $\sigma_0(\alpha)$  feita através do critério de Hill'48, em função dos valores experimentais para 0, 45 e 90° com a DL, para a chapa de alumínio 2090-T3.



**Figura 3.5.** Valores experimentais e previsão do critério de Hill'48 para  $r(\alpha)$  e  $\sigma_0(\alpha)$  do alumínio 2090-T3, favorecendo os valores de: (a)  $r(\alpha)$  e (b)  $\sigma_0(\alpha)$ . A vermelho indicam-se os valores experimentais utilizados e a laranja os não utilizados, para comparação.

A Tabela 3.5 mostra os valores de  $r(\alpha)$  e  $\sigma_0(\alpha)$ , experimentais e os calculados pelo critério de Hill'48, para o alumínio 2090-T3.

**Tabela 3.5.** Comparação entre os valores experimentais e os valores artificiais para o material 2090-T3.

$\alpha$ (°)	$r(\alpha)$			$\sigma_0(\alpha)$ [MPa]		
	Exp	Cal	Erro [%]	Exp	Cal	Erro [%]
0	0.225	0.225	0	275.68	275.68	0
15	0.259	0.446	72.2	263.7	259.61	-1.6
30	0.866	0.989	14.2	232.43	233.48	0.5
45	1.527	1.527	0	220.35	220.35	0
60	1.046	1.622	55.1	239.19	224.10	-6.3
75	0.904	1.089	20.4	252.84	238.69	-5.6
90	0.647	0.647	0	247.74	247.74	0
$r_b, \sigma_b$	0.659	-	-	285.96	-	-

O alumínio 2090-T3 apresenta uma amplitude de valores experimentais significativa para os coeficientes de anisotropia e para as tensões limite de elasticidade. Os coeficientes de anisotropia possuem apenas um máximo; no entanto, tal como no alumínio 5042, uma curva que passe por todos os valores experimentais teria variações de declive que o critério de Hill'48 não é capaz de reproduzir. As tensões limite de elasticidade atingem um mínimo a 45°, e um máximo local a 75°, conseqüentemente o critério de Hill'48 não é capaz de passar por este ponto assim como pelo ponto a 60°.

Em suma, no alumínio 2090-T3, os valores artificiais da tensão limite de elasticidade apresentam os seus maiores erros a 60 e 75°, de cerca de 6%. Os dos coeficientes de anisotropia têm erros significativamente superiores, com um valor mínimo de 14.2% e um máximo de 72,2%, mantendo assim a tendência destes coeficientes apresentarem um erro superior às tensões limite de elasticidade, nomeadamente no caso do alumínio 5042.

## 4. RESULTADOS DAS IDENTIFICAÇÕES

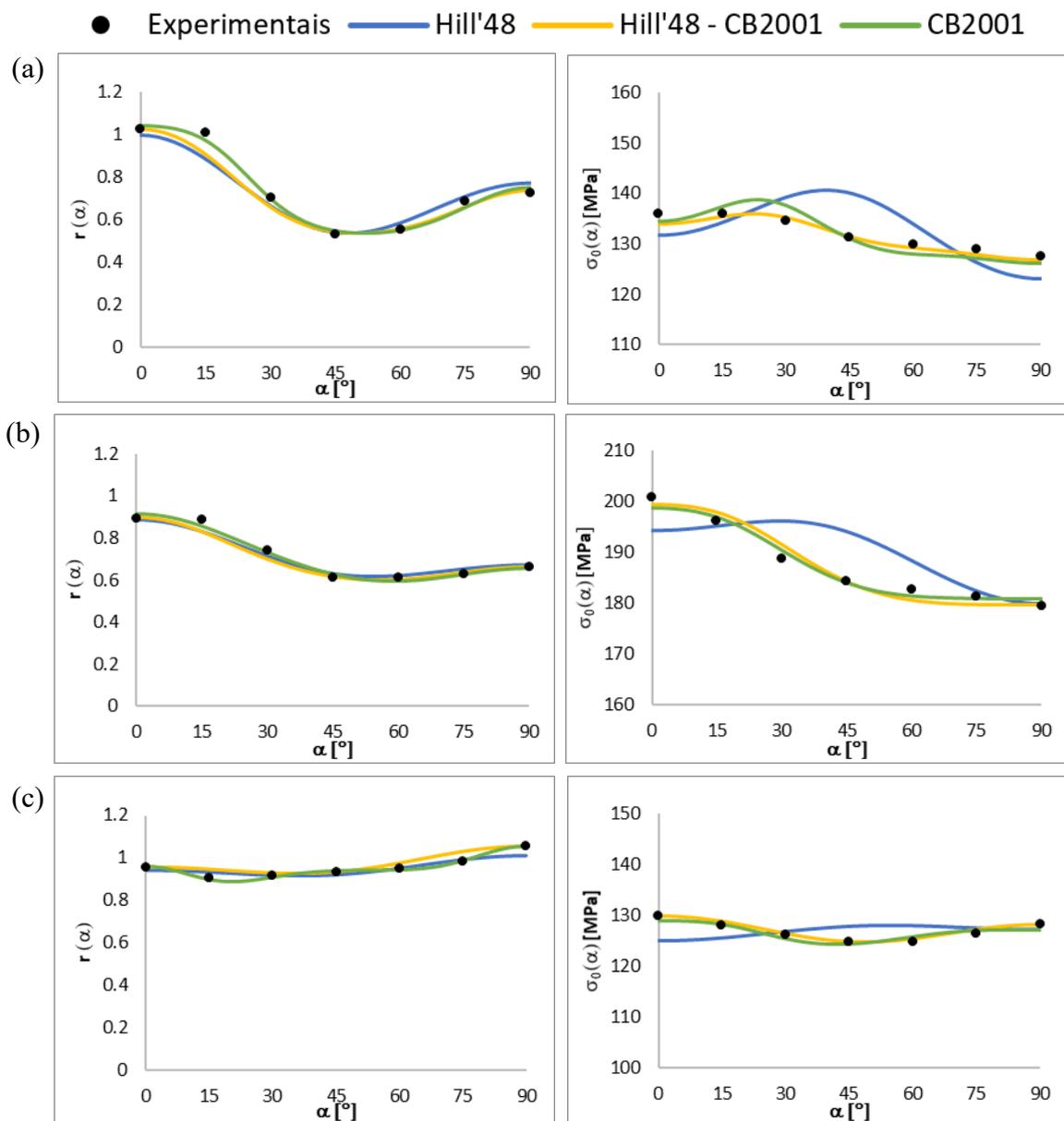
Os resultados apresentados neste capítulo, referentes à identificação de parâmetros do critério CB2001, utilizando o código de simulação DD3MAT, foram alvo de várias aproximações de resolução do problema.

De facto, no caso deste critério, a qualidade das identificações do código DD3MAT depende do número de iterações e/ou do valor  $Y_0$  (tensão limite de elasticidade inicial) escolhidos (dados de entrada), mesmo para um grande número de iterações. Como tal, nos casos em que a qualidade da identificação não parecia razoável, repetiu-se a mesma, com um número diferente de iterações e/ou de valor de  $Y_0$ . No Anexo A mostram-se exemplos da influência da alteração destes dois fatores na identificação dos parâmetros do critério CB2001.

### 4.1. Resultados de tração no plano da chapa

Devido à particularidade dos valores experimentais, os 5 materiais estudados foram organizados em 2 grupos, já mencionados na secção anterior. O primeiro grupo é constituído pelos alumínio 6022-T43, 6111-T4 e 5182-O, para os quais o critério de Hill'48 é capaz de reproduzir com relativamente boa precisão os valores artificiais, desde que se utilize uma estratégia de favorecimento.

Na Figura 4.1 mostram-se os resultados experimentais obtidos em tração no plano da chapa e os resultados das identificações do critério de CB2001, utilizando a metodologia em análise neste trabalho (Hill'48 - CB2001), que recorre a valores artificiais. Para efeitos comparativos, também se mostram os resultados das identificações dos parâmetros dos critérios CB2001 e Hill'48 realizadas recorrendo a todos os resultados experimentais. Nos três tipos de identificação foram consideradas a tensão limite de elasticidade e o coeficiente de anisotropia biaxiais. Foi atribuído peso igual (1) para todos os parâmetros utilizados em cada identificação.



**Figura 4.1.** Comparação dos valores de  $r(\alpha)$  e de  $\sigma_0(\alpha)$  experimentais e os resultantes das identificações pelo critério de CB2001, utilizando resultados artificiais (Hill'48 - CB2001) ou recorrendo a todos os resultados experimentais (CB2001), e pelo critério de Hill'48 recorrendo a todos os resultados experimentais, para as chapas de alumínio: (a) 6022-T43, (b) 6111-T4 e (c) 5182-O.

Os valores de erro obtidos para as identificações destes três materiais são apresentados na Tabela 4.1. Nesta tabela, o erro é calculado considerando todos os dados de entrada (“Com biaxiais”) ou apenas o erro relativo aos valores de  $r(\alpha)$  e de  $\sigma_0(\alpha)$  (“Sem biaxiais”).

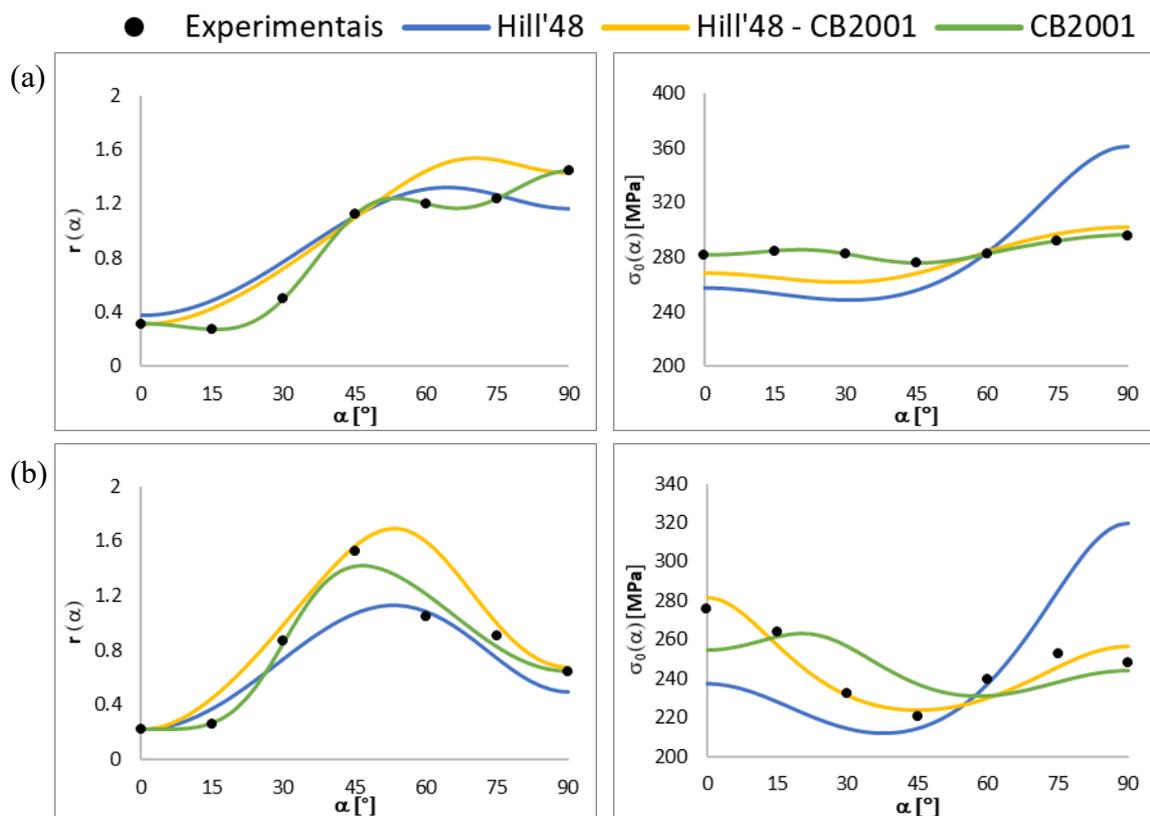
**Tabela 4.1.** Erros médios resultantes das três identificações para os alumínios do primeiro grupo<sup>1</sup>.

		<b>6022</b>	<b>6111</b>	<b>5182</b>
<b>Hill'48</b>	Com biaxiais	$3.35 \times 10^{-3}$	$2.11 \times 10^{-3}$	$4.14 \times 10^{-3}$
	Sem biaxiais	$2.62 \times 10^{-4}$	$1.08 \times 10^{-3}$	$4.54 \times 10^{-4}$
<b>Hill'48 - CB2001</b>	Com biaxiais	$1.05 \times 10^{-3}$	$5.50 \times 10^{-4}$	$3.95 \times 10^{-4}$
	Sem biaxiais	$1.19 \times 10^{-3}$	$6.28 \times 10^{-4}$	$4.52 \times 10^{-4}$
<b>CB2001</b>	Com biaxiais	$4.27 \times 10^{-4}$	$2.33 \times 10^{-4}$	$3.16 \times 10^{-5}$
	Sem biaxiais	$4.70 \times 10^{-4}$	$2.65 \times 10^{-4}$	$3.10 \times 10^{-5}$

Estes resultados mostram que o critério CB2001 descreve convenientemente a evolução de  $r(\alpha)$  e  $\sigma_0(\alpha)$  no plano da chapa (ver Figura 4.1), apresentando erros de identificação relativamente pequenos (ver Tabela 4.1). Também a utilização de valores artificiais, gerados pelo critério de Hill'48, na identificação dos parâmetros do critério de CB2001 conduz a resultados de identificação adequados (Hill'48 - CB2001). As identificações pelo critério de Hill'48 conduzem a resultados pouco fiáveis, reproduzindo com dificuldade os resultados experimentais de  $r(\alpha)$  e  $\sigma_0(\alpha)$ , em particular  $\sigma_0(\alpha)$  nas chapas de alumínio 6022-T43, 6111-T4. De facto, o critério de Hill'48 só por si é incapaz de reproduzir convenientemente ambos os parâmetros em simultâneo.

O segundo grupo de materiais é constituído pelos alumínios 5042 e 2090-T3. Nestes casos, como se observou nas Figura 3.4 e Figura 3.5, o critério de Hill'48, apresentando pouca flexibilidade na previsão de resultados, é incapaz de obter valores artificiais próximos dos experimentais. A Figura 4.2 mostra os resultados das identificações para estes alumínios, 5042 e 2090-T3, utilizando as três estratégias como para o primeiro grupo de materiais. Ainda que o critério CB2001, utilizando só resultados experimentais, seja capaz de reproduzir as curvas dos valores de  $r(\alpha)$  e de  $\sigma_0(\alpha)$  para o alumínio 5042, o mesmo não acontece para o alumínio 2090-T3 devido à amplitude e ao modo como variam os valores experimentais no plano da chapa. Da mesma maneira que para o grupo anterior, o critério de Hill'48 é o que apresenta a pior aproximação dos valores experimentais, com a diferença de que nos alumínios deste grupo nem mesmo os valores de  $r(\alpha)$  são bem previstos.

<sup>1</sup> Os erros nas Tabelas 4.1 e 4.2 são calculados com base na função objetivo (Equação (13)), a dividir pelo número de resultados experimentais considerados (16 no caso “Com biaxiais” e 14 no caso “Sem biaxiais”). Os erros de identificação são considerados relativamente aos valores experimentais.



**Figura 4.2.** Comparação dos valores de  $r(\alpha)$  e de  $\sigma_0(\alpha)$  resultantes das identificações pelos critérios Hill'48 e CB2001 com as identificações realizadas pelo critério de Hill'48 para gerar valores artificiais para os alumínio: (a) 5042 e (b) 2090-T3.

A má previsão da estratégia “Hill'48 - CB2001” para estes materiais é em grande parte, devida ao método usado para obter os valores artificiais, isto é, o critério CB2001 mostra uma boa capacidade de reproduzir os dados de entrada, ainda que o critério de Hill'48 usado para gerar esses dados não tenha sido capaz de aproximar convenientemente os resultados experimentais. Como vimos, a formulação do critério de Hill'48 permite apenas a existência de um mínimo ou um máximo, entre 0 e 90°, para ambos os parâmetros  $r(\alpha)$  e de  $\sigma_0(\alpha)$ , e dificilmente consegue reproduzir estes dois parâmetros simultaneamente sobretudo quando  $r(\alpha)$  apresenta amplitudes de variação muito grandes como se verifica nestes casos.

Em suma, o valor do erro das identificações dos materiais deste grupo é significativamente maior do que os do grupo anterior, como se observa na Tabela 4.2, qualquer que seja a identificação.

**Tabela 4.2.** Erros médios resultantes das três identificações para os alumínio do segundo grupo.

		5042	2090
<b>Hill'48</b>	Com biaxiais	$4.12 \times 10^{-2}$	$4.41 \times 10^{-2}$
	Sem biaxiais	$1.62 \times 10^{-2}$	$3.93 \times 10^{-2}$
<b>Hill'48 - CB2001</b>	Com biaxiais	$5.85 \times 10^{-2}$	$4.20 \times 10^{-2}$
	Sem biaxiais	$6.50 \times 10^{-2}$	$4.77 \times 10^{-2}$
<b>CB2001</b>	Com biaxiais	$1.94 \times 10^{-5}$	$4.42 \times 10^{-3}$
	Sem biaxiais	$1.21 \times 10^{-6}$	$4.86 \times 10^{-3}$

O Anexo B reúne os parâmetros dos critérios para as três identificações dos cinco alumínio.

## 4.2. Resultados biaxiais

Vamos agora analisar os valores identificados dos parâmetros biaxiais, isto é, da tensão ( $\sigma_b$ ) e do coeficiente de Lankford ( $r_b$ ). A Tabela 4.3 reúne os erros de previsão destes parâmetros.

**Tabela 4.3.** Erro em percentagem dos valores biaxiais previstos para os cinco alumínio nas três estratégias consideradas.

<b>Material</b>	<b>CB2001</b>		<b>Hill'48 - CB2001</b>		<b>Hill'48</b>	
	$r_b$	$\sigma_b$	$r_b$	$\sigma_b$	$r_b$	$\sigma_b$
<b>6022</b>	0.95	1.48	0.30	0.72	12.24	-4.44
<b>6111</b>	-0.17	-0.33	0.05	0.10	7.41	-11.48
<b>5182</b>	0.14	0.84	0.00	0.00	-1.64	-0.21
<b>5042</b>	-0.00	-0.04	-0.12	-6.62	-64.70	-11.89
<b>2090</b>	0.91	-5.07	-2.38	-16.00	-31.54	-23.66

A utilização da estratégia Hill'48 - CB2001 conduz a uma relativamente boa previsão dos valores biaxiais, muito idêntica à do critério CB2001, possuindo ambas as estratégias valores de erro reduzidos em particular para  $r_b$  (à exceção do alumínio 2090-T3). Também a previsão de  $\sigma_b$  é adequada, para ambas as estratégias, no caso do primeiro grupo de materiais.

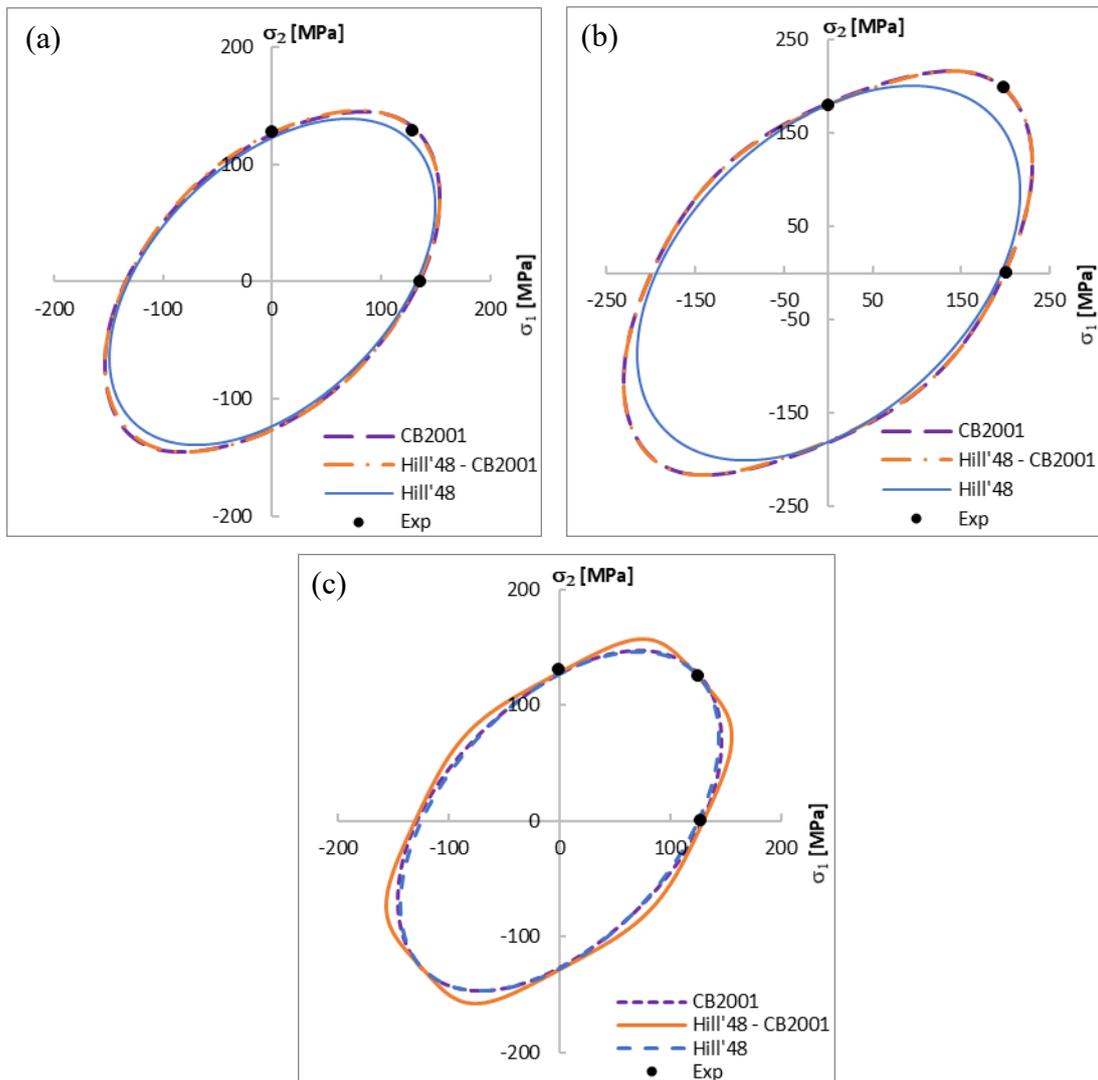
Para o segundo grupo de materiais, o critério CB2001 continua a identificar valores biaxiais próximos dos experimentais, ainda que para o alumínio 2090-T3, a previsão

da tensão  $\sigma_b$  presente um erro de cerca de 5% (em módulo). A estratégia Hill'48 - CB2001 apresenta um erro em  $\sigma_b$  de 16%, no caso do alumínio 2090-T3, e de cerca de 6.6%, no caso do alumínio 5042.

O critério de Hill'48 é incapaz de prever os valores experimentais fielmente, com exceção do alumínio 5182-O, que é o material que apresenta a amplitude mais reduzida de valores experimentais de  $r(\alpha)$  e de  $\sigma_0(\alpha)$ .

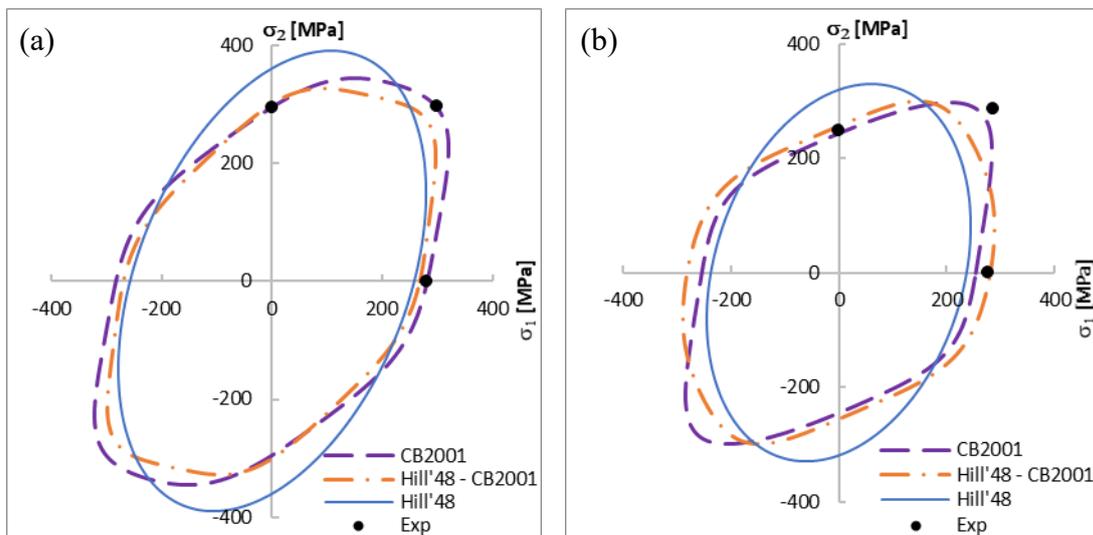
#### **4.2.1. Superfícies de plasticidade**

O rigor das previsões das simulações numéricas é maioritariamente influenciado pelo critério de plasticidade utilizado, assim como pelo número de dados de entrada usados na identificação da superfície de plasticidade (Lazarescu et al., 2013). A Figura 4.3 mostra as superfícies de plasticidade para os materiais do primeiro grupo, usando as três estratégias estudadas. Esta figura mostra que as estratégias CB2001 e Hill'48 - CB2001 apresentam resultados bastante semelhantes para os materiais 6022-T43 e 6111-T4. Como já se referiu (Tabela 4.3), apenas a estratégia que utiliza o critério de Hill'48 tem dificuldades em passar pelo ponto biaxial. Para o alumínio 5182-O, a estratégia Hill'48 - CB2001 afasta-se das duas restantes.



**Figura 4.3.** Superfícies de plasticidade resultantes das identificações pelas estratégias CB2001, Hill'48 - CB2001 e Hill'48, para os alumínios: (a) 6022-T43, (b) 6111-T4 e (c) 5042-O.

Os alumínios do segundo grupo apresentam superfícies de plasticidade com diferenças significativas em função da estratégia de identificação utilizada, como se observa na Figura 4.4.



**Figura 4.4.** Superfícies de plasticidade resultantes das identificações pelas estratégias CB2001, Hill'48 - CB2001 e Hill'48, para os alumínio: (a) 5042 e (b) 2090-T3.

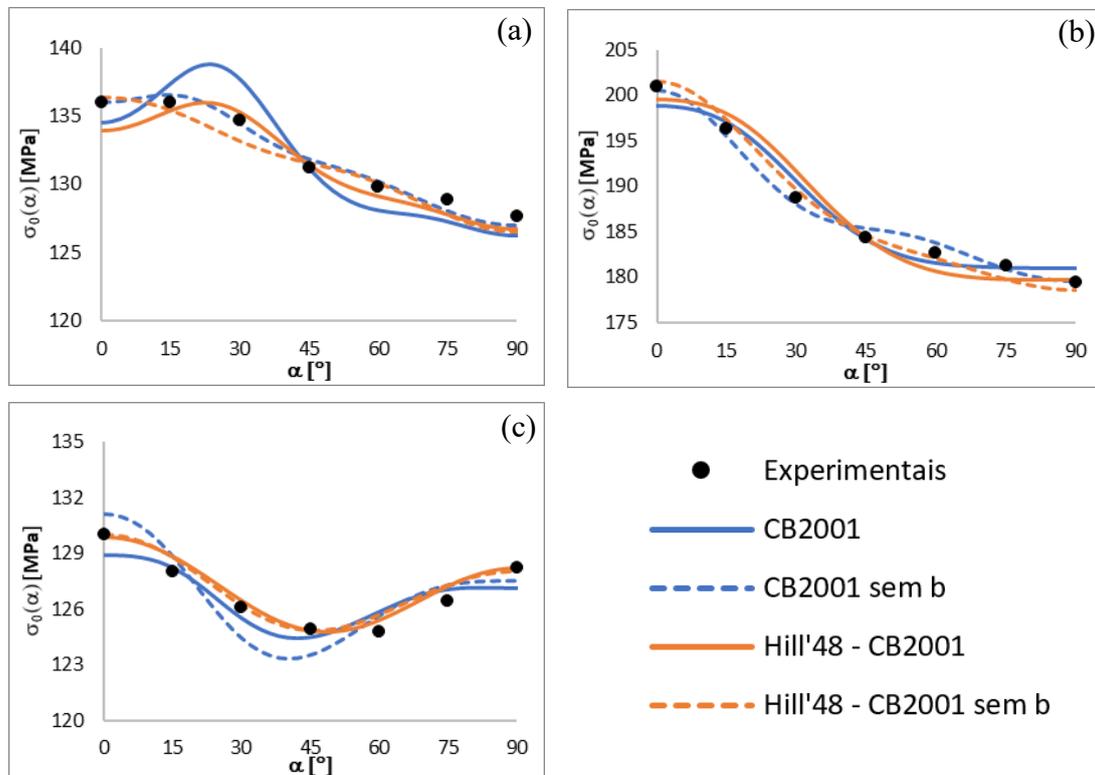
Nas superfícies obtidas pelo critério de Hill'48, observa-se que, em comparação com as duas outras estratégias, o eixo maior da elipse está rodado em relação ao eixo  $\sigma_1 = \sigma_2$ , e este critério afasta-se dos valores das tensões limite de elasticidade experimentais, em tração uniaxial e em tração equibiaxial. A Figura 4.4, tal como a Tabela 4.3, mostram que a estratégia designada por CB2001 é capaz de fazer a superfície passar pelo ponto de tensão equibiaxial do alumínio 5042, mas o mesmo não acontece com idêntica proximidade para o alumínio 2090-T3. No caso do alumínio 5042, a estratégia Hill'48 - CB2001 é capaz de gerar uma superfície limite de elasticidade relativamente próxima da gerada pela estratégia CB2001, ainda que de pior qualidade (sobretudo no ponto equibiaxial). No caso do alumínio 2090-T3, estas duas estratégias conduzem a resultados notoriamente diferentes.

### 4.3. Importância dos parâmetros biaxiais

#### 4.3.1. Previsão de valores experimentais

As estratégias de identificação CB2001 e Hill'48 - CB2001, descritas nas seções anteriores, usam os valores experimentais biaxiais. Nesta secção considera-se a possibilidade de que estes valores não sejam conhecidos. A Figura 4.5 compara, para as duas estratégias, os resultados de  $\sigma_0(\alpha)$ , considerando ou não os valores biaxiais, para o primeiro grupo de alumínio, 6022-T43, 6111-T4 e 5182-O. Eles mostram que as identificações, considerando ou não os dados biaxiais, não conduzem a diferenças significativas. Note-se ainda que, para

este primeiro grupo de materiais, a ausência dos parâmetros biaxiais no input do critério CB2001 resulta num valor superior de tensão a  $0^\circ$ , qualquer que seja a estratégia.



**Figura 4.5.** Comparação dos valores de  $\sigma_0(\alpha)$  resultantes das identificações pelas estratégias CB2001, Hill'48 - CB2001, CB2001 sem b e Hill'48 - CB2001 sem b para os alumínio: (a) 6022-T43, (b) 6111-T4 e (c) 5182-O.

No que diz respeito à previsão dos coeficientes de Lankford, em geral, a ausência dos valores biaxiais experimentais na identificação não resulta em alterações perceptíveis para cada estratégia, pelo que os resultados obtidos para estes coeficientes estão apresentados no Anexo C.

As superfícies limite de elasticidade são analisadas nesta secção pois a ausência dos valores biaxiais pode ter uma grande influência na sua previsão. Esta secção serve também para avaliar a capacidade dos critérios preverem o valor da tensão equivalente biaxial.

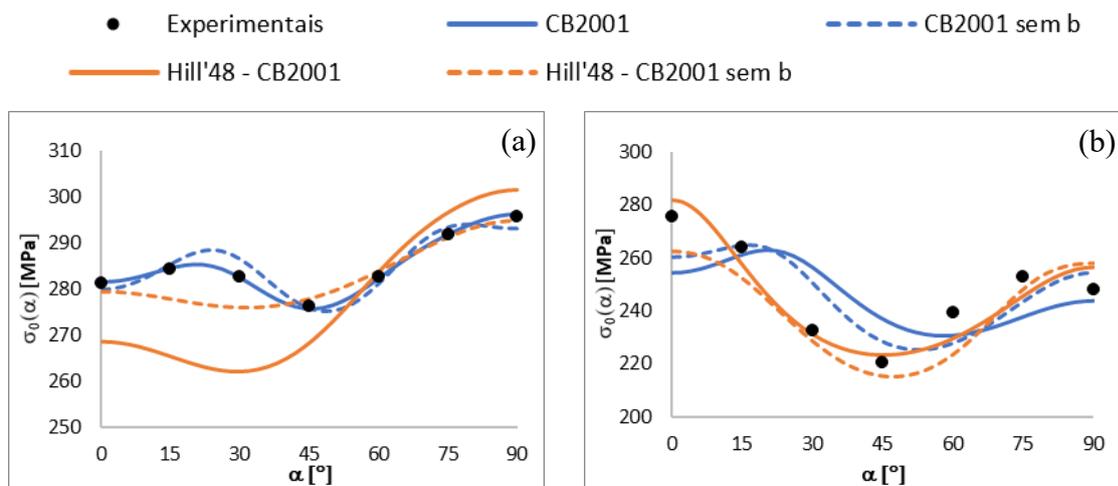
Como já foi referido e pode constatar-se na Tabela 4.3, o cálculo dos valores biaxiais do primeiro grupo de alumínio é relativamente eficiente. No entanto, quando estes não são considerados nos dados de entrada da identificação, os resultados são significativamente piores, como pode constatar-se comparando a Tabela 4.3 com a Tabela 4.6.

Tabela 4.6 permite comparar os erros médios das identificações, utilizando ou não os valores biaxiais como dados de entrada, para os alumínio do primeiro grupo. Os erros são da mesma ordem de grandeza quer as identificações considerem ou não os dados biaxiais.

**Tabela 4.4.** Erros médios calculados para os valores de  $r(\alpha)$  e  $\sigma_0(\alpha)$ , no caso de identificações com e sem valores biaxiais, para os alumínio do primeiro grupo.

	6022	6111	5182
CB2001	$4.70 \times 10^{-4}$	$2.65 \times 10^{-4}$	$3.10 \times 10^{-5}$
CB2001 sem b	$2.52 \times 10^{-4}$	$1.39 \times 10^{-4}$	$8.06 \times 10^{-5}$
Hill'48 - CB2001	$1.19 \times 10^{-3}$	$6.28 \times 10^{-4}$	$4.52 \times 10^{-4}$
Hill'48 - CB2001 sem b	$1.10 \times 10^{-3}$	$6.03 \times 10^{-4}$	$4.46 \times 10^{-4}$

Para o segundo grupo de materiais, a ausência dos valores biaxiais na identificação resulta numa diferença mais considerável na tensão prevista, em particular para a estratégia Hill'48 - CB2001, como se mostra na Figura 4.6.



**Figura 4.6.** Comparação dos valores de  $\sigma_0(\alpha)$  resultantes das identificações pelas estratégias CB2001, Hill'48 - CB2001, CB2001 sem b e Hill'48 - CB2001 sem b para os alumínio: (a) 5042 e (b) 2090-T3.

A Tabela 4.5 apresenta os erros médios das identificações, utilizando ou não os valores biaxiais nos dados de entrada.

**Tabela 4.5.** Erros médios calculados para os valores de  $r(\alpha)$  e  $\sigma_0(\alpha)$ , no caso de identificações com e sem valores biaxiais, para os alumínios do segundo grupo.

	5042	2090
<b>CB2001</b>	$1.37 \times 10^{-6}$	$4.86 \times 10^{-3}$
<b>CB2001 sem b</b>	$5.58 \times 10^{-5}$	$3.41 \times 10^{-3}$
<b>Hill'48 - CB2001</b>	$4.77 \times 10^{-2}$	$6.50 \times 10^{-2}$
<b>Hill'48 - CB2001 sem b</b>	$4.57 \times 10^{-2}$	$6.29 \times 10^{-2}$

Da mesma maneira que para os alumínios do primeiro grupo, a previsão dos coeficientes de anisotropia para os alumínios do segundo grupo não altera significativamente com a remoção dos valores biaxiais dos dados de entrada da identificação; assim, os resultados obtidos para estes coeficientes encontram-se no Anexo C.

A maior diferença ocorre para o alumínio 5042 quando se usa a estratégia em estudo (Hill'48 – CB2001), com e sem biaxiais, sendo que os erros para estas são três ordens de grandeza superiores às das estratégias CB2001. A remoção dos valores biaxiais experimentais dos dados de entrada da identificação, tem um impacto insignificante sobre os erros.

Para o alumínio 2090, a melhor previsão de  $\sigma_0(\alpha)$  obtém-se com a estratégia “Hill'48 - CB2001”. Isto não se traduz no erro devido à geração artificial dos valores de  $r(\alpha)$  ser má como se pode ver na Figura C.1 (e). Nenhuma das identificações realizadas foi capaz de obter um erro razoável para este alumínio.

#### **4.3.2. Influência nas superfícies de plasticidade**

As superfícies limite de elasticidade são analisadas nesta secção pois a ausência dos valores biaxiais pode ter uma grande influência na sua previsão. Esta secção serve também para avaliar a capacidade dos critérios preverem o valor da tensão equivalente biaxial.

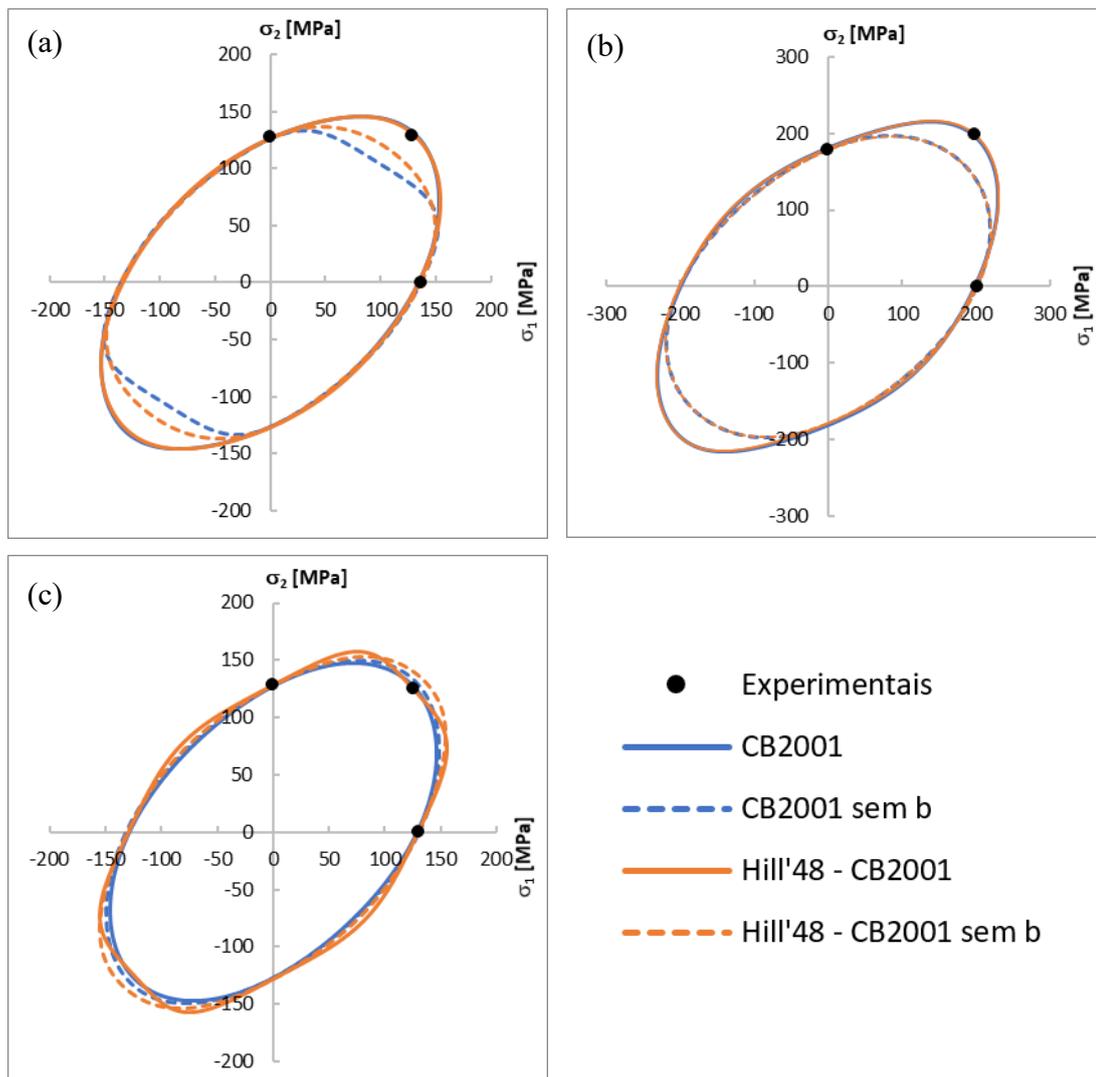
Como já foi referido e pode constatar-se na Tabela 4.3, o cálculo dos valores biaxiais do primeiro grupo de alumínios é relativamente eficiente. No entanto, quando estes não são considerados nos dados de entrada da identificação, os resultados são significativamente piores, como pode constatar-se comparando a Tabela 4.3 com a Tabela 4.6.

**Tabela 4.6.** Erro em porcentagem dos valores biaxiais previstos para os 5 alumínio, nas duas estratégias que contemplam o critério CB2001, relativo às identificações sem resultados biaxiais.

Material	CB2001 sem b		Hill'48 - CB2001 sem b	
	$r_b$	$\sigma_b$	$r_b$	$\sigma_b$
6022	44.08	-20.34	13.43	-12.33
6111	12.52	-14.08	10.36	-14.06
5182	-1.75	3.54	13.52	7.14
5042	-46.44	-20.13	-35.98	-17.95
2090	56.20	-37.99	-55.96	-11.80

A previsão dos valores de  $r_b$  e  $\sigma_b$  é, em geral, de má qualidade, sobretudo quando comparado com os casos em que estes parâmetros são considerados na identificação. É assim de esperar que as superfícies de plasticidade surjam alteradas relativamente às identificações considerando os valores biaxiais.

A Figura 4.7 mostra as superfícies de plasticidade para os alumínio do primeiro grupo.



**Figura 4.7.** Superfícies de plasticidade resultantes das duas estratégias considerando ou não os resultados biaxiais para os alumínio: (a) 6022-T43, (b) 6111-T4 e (c) 5182-O.

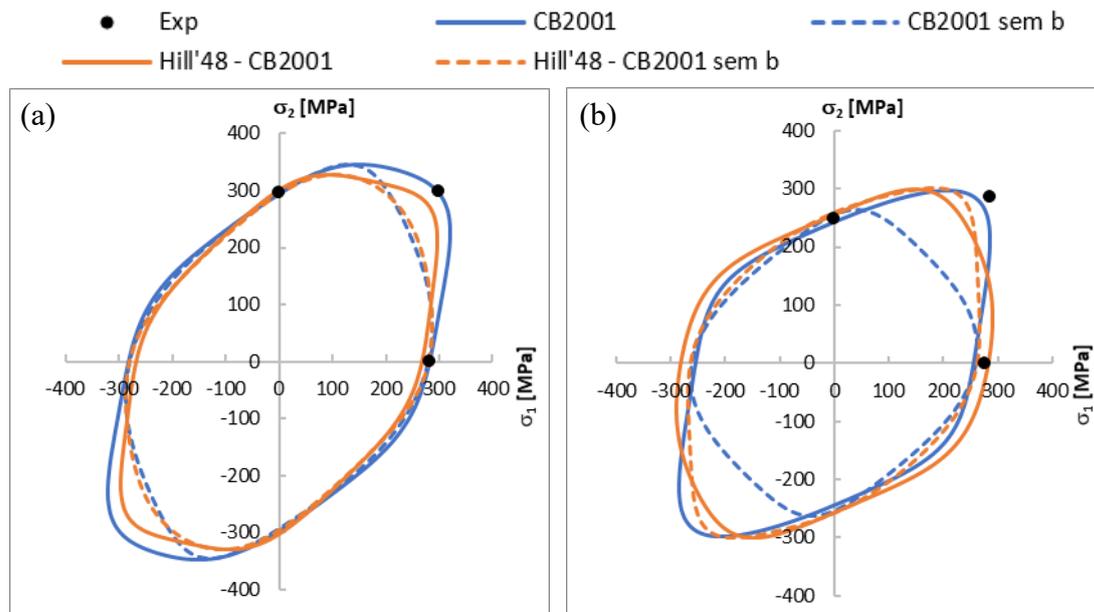
Em geral, a ausência dos valores biaxiais nos dados de entrada da identificação resultou numa previsão inferior relativamente aos valores experimentais de  $\sigma_b$ , surgindo as superfícies de plasticidade relativamente achatadas na região biaxial.

O alumínio 5182-O, representa mais uma vez um caso especial devido à sua baixa anisotropia. As superfícies de plasticidade das quatro estratégias estão praticamente sobrepostas, e ao contrário dos outros alumínio, a ausência dos valores biaxiais experimentais nos dados de entrada da identificação, resulta numa previsão de uma superfície de plasticidade exterior ao valor biaxial experimental.

Para os alumínio do segundo grupo, 5042 e 2090-T3, os resultados das superfícies limites elasticidade mostram-se na Figura 4.8. As superfícies relativas às

identificações em que não se incluem os valores biaxiais nos dados de entrada são incapazes de atingir os respectivos valores experimentais ainda que, em grande parte, elas sejam praticamente idênticas às que incluem valores experimentais.

Os alumínio do segundo grupo, sendo mais anisotrópicos, apresentam a maior discrepância entre as diferentes estratégias de identificação. Na Figura 4.8. observa-se que essa tendência se mantém para as novas superfícies de plasticidade.



**Figura 4.8.** Superfícies de plasticidade resultantes das duas estratégias considerando ou não os resultados biaxiais para os alumínio: (a) 5042 e (b) 2090-T3.

Para o alumínio 5042, o critério CB2001 com biaxiais continua a ser o único capaz de atingir o valor biaxial experimental. As identificações feitas sem valores biaxiais são praticamente idênticas e piores que as outras duas estratégias.

O alumínio 2090-T3 apresenta superfícies de plasticidade distintas para todas as estratégias. O critério CB2001 resulta na pior identificação quando se retiram os valores biaxiais dos dados de entrada. Para as estratégias Hill'48-CB2001 conseguem-se aproximações razoáveis, sendo que nestes casos, a ausência dos valores biaxiais dos dados de entrada resultou num valor biaxial previsto superior.

## 5. RESULTADOS DE SIMULAÇÕES

Para melhor perceber o efeito da geração artificial de resultados na identificação dos parâmetros do material pelo critério CB2001, foram realizadas simulações de estampagem de uma taça cilíndrica pois este é um processo sensível à anisotropia das chapas metálicas. As simulações realizaram-se com recurso ao código de elementos finitos DD3IMP (Menezes & Teodosiu, 2000) (Oliveira et al., 2008). O modelo numérico utilizado foi construído por outros autores e utilizado em trabalhos prévios (Alves, 2003).

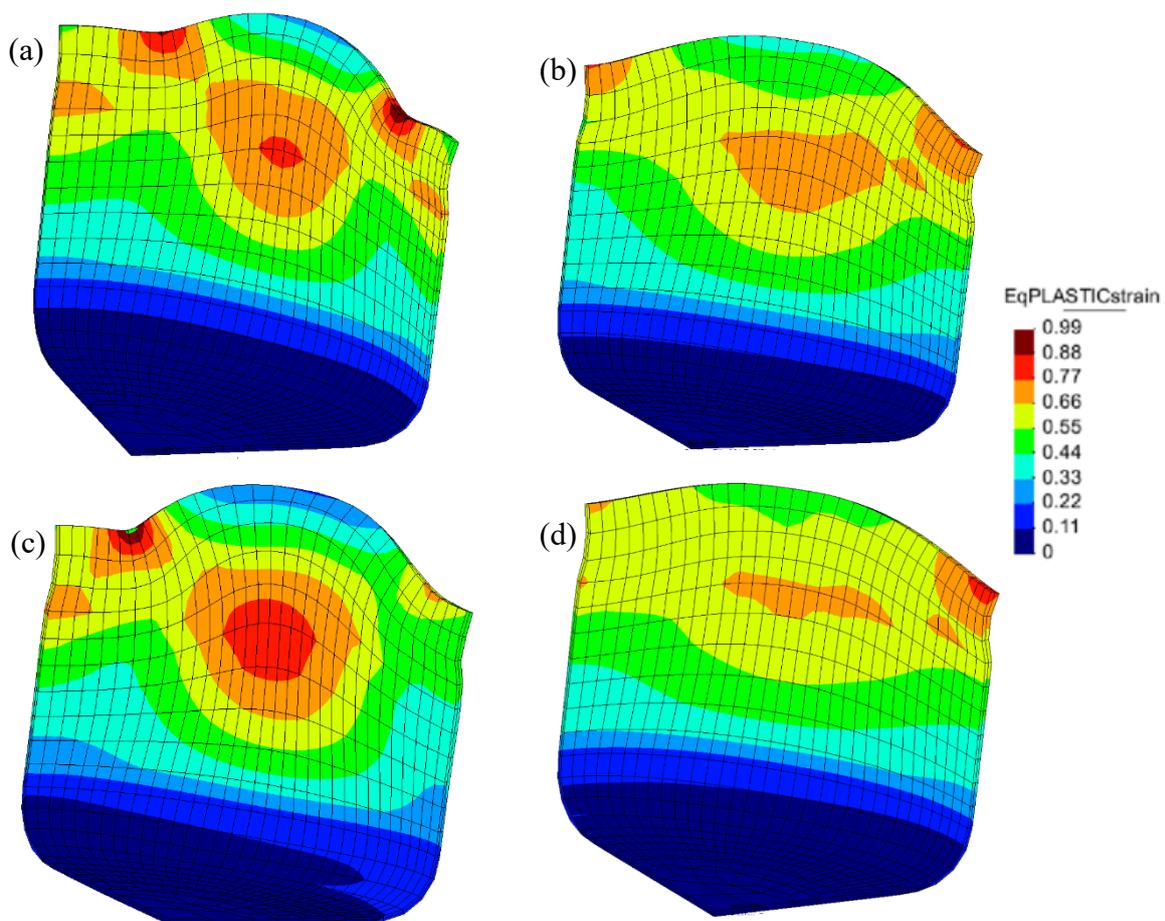
O alumínio 5042 foi o material escolhido para comparar os resultados das identificações pelas estratégias Hill'48 – CB2001 e CB2001, para o qual estas estratégias conduziram a resultados mais díspares.

A Tabela B.7 mostra os parâmetros dos critérios de plasticidade utilizados nas simulações, para os quatro casos analisados, provenientes das identificações com e sem resultados biaxiais. A Tabela 5.1 mostra os parâmetros da Lei de Voce utilizada em todos os casos.

**Tabela 5.1.** Parâmetros da Lei de Voce.

$Y_0$ [MPa]	$Y_{sat}$ [MPa]	$C_Y$
267.80	375.08	17.859

A Figura 5.1 apresenta os resultados da simulação da taça cilíndrica para as duas estratégias de identificação, considerando ou não os resultados biaxiais.



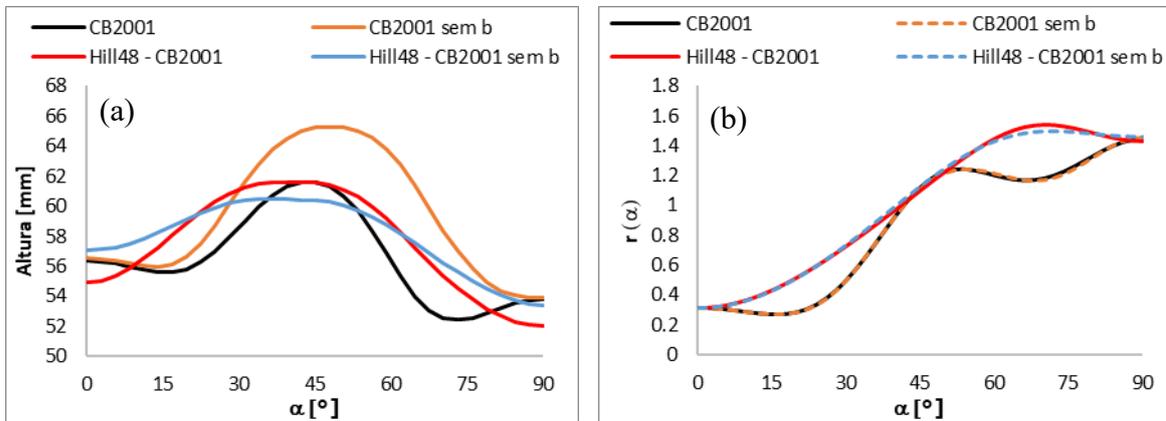
**Figura 5.1.** Resultados das simulações para as estratégias de identificação: (a) CB2001, (b) Hill'48 – CB2001, (c) CB2001 sem b e (d) Hill'48 – CB2001 sem b.

Observa-se que as distribuições de deformação plástica equivalente das estratégias “CB2001” e “CB2001 sem b” apresentam um perfil muito semelhante entre si, o mesmo acontecendo com as estratégias “Hill'48 - CB2001” e “Hill'48 - CB2001 sem b”.

Independentemente do método de obtenção dos parâmetros do critério CB2001, todas as estratégias aparentam ter pontos críticos de deformação plástica nas depressões entre orelhas e no ponto médio da parede vertical onde se encontra a maior orelha.

A Figura 5.2 (a) apresenta as distribuições de altura de orelhas no plano da chapa, previstas para cada uma das identificações. Os resultados da estratégia “CB2001 sem b” apresenta o maior valor de altura máxima de orelhas, 65,29 mm, apresentando também a maior amplitude de variação, cujo valor é 11,38 mm. A estratégia CB2001 apresenta uma orelha com altura máxima muito próxima da estratégia Hill'48 - CB2001, que são respectivamente 61,62 mm e 61,61 mm, respectivamente, com uma variação de 9,20 mm para

a primeira e de 9,60 mm para a segunda. A estratégia Hill'48 - CB2001 apresenta as orelhas de menor altura máxima, com valor de 60,45 mm, e uma variação máxima de 7,02 mm.



**Figura 5.2.** (a) Perfil final do estampado e (b) previsão do coeficiente de anisotropia para as duas estratégias, considerando ou não os resultados biaxiais.

Observa-se ainda que para 3 dos 4 casos, o número de orelhas está de acordo com o número de pontos máximos e mínimos observados na previsão dos coeficientes de anisotropia para as diferentes estratégias. As estratégias Hill'48 - CB2001 e Hill'48 - CB2001 sem b, apresentam 4 orelhas, e a estratégia CB2001 apresenta 8 orelhas. A estratégia CB2001 sem b apresenta apenas 6 orelhas, ainda que a variação dos valores do coeficiente de anisotropia seja do mesmo tipo da estratégia CB2001.

Finalmente, poderá também concluir-se que a utilização de valores artificiais na identificação dos parâmetros do critério CB2001 conduz, no caso desta chapa de alumínio, a resultados notoriamente diferentes, tanto no que diz respeito à distribuição de deformação como na configuração e número de orelhas na taça cilíndrica.



## 6. CONCLUSÕES E PERSPETIVAS

Neste trabalho foram realizadas identificações de parâmetros de critérios de plasticidade de cinco chapas de alumínio. O objetivo foi estudar a possibilidade de, recorrendo a um critério de plasticidade anisotrópico com relativamente poucos parâmetros para identificar (Hill'48), gerar valores artificiais para a tensão limite de elasticidade e o coeficiente de anisotropia, a diversos ângulos no plano da chapa (15, 30, 60 e 75°), com base em valores experimentais para três direções no plano da chapa (0, 45 e 90°). Estes valores artificiais foram depois utilizados em identificações de parâmetros de um critério mais complexo (CB2001). Assim, as identificações realizadas por este último critério utilizaram todos os valores experimentais, mas também uma combinação dos valores experimentais e artificiais. Os resultados experimentais disponíveis para realizar tais identificações, incluíam os valores da tensão limite de elasticidade e do coeficiente de anisotropia no plano de chapa (a cada 15°), mas também os valores da tensão equivalente e do coeficiente de anisotropia biaxiais. Foram comparadas as identificações realizadas segundo a estratégia atrás definida, utilizando valores artificiais, com a estratégia utilizando apenas valores experimentais, nomeadamente através da qualidade das previsões dos valores de  $r(\alpha)$  e  $\sigma_0(\alpha)$  assim como das superfícies de plasticidade. Finalmente, foram realizadas simulações numéricas de numa taça cilíndrica que permitiram perceber melhor o efeito da geração artificial de resultados na identificação dos parâmetros do material, para uma das chapas de alumínio estudadas.

O critério de Hill'48 não consegue gerar valores artificiais próximos dos valores experimentais se for dado peso idêntico a todos os dados de entrada: tensão limite de elasticidade e coeficiente de anisotropia para os três ângulos, 0, 45 e 90°. Os resultados já são fiáveis para cada um destes parâmetros, se a estratégia de identificação favorecer um parâmetro de cada vez, isto é,  $r(\alpha)$  ou  $\sigma_0(\alpha)$ .

Se o parâmetro que está a ser favorecido apresentar mais do que um mínimo ou um máximo ou possuir variações bruscas de declive, características associadas a algumas chapas de alumínio com forte anisotropia, este critério já não é capaz de aproximar os pontos experimentais em todo o intervalo de 0 a 90°.

Com as limitações apresentadas pelo critério de Hill'48, a geração de valores artificiais nem sempre é suficientemente adequada. Ainda assim, quando estes valores,

combinados com os valores experimentais a 0, 45 e 90° são utilizados como dados de entrada na identificação do critério CB2001, este é capaz de aproximar os resultados experimentais com melhor precisão, para os parâmetros  $r(\alpha)$  e  $\sigma_0(\alpha)$  em simultâneo, quando comparado com o critério de Hill'48.

A previsão dos valores biaxiais, da tensão limite de elasticidade e do coeficiente de anisotropia, é, em geral, boa quando se utiliza um critério mais flexível (CB2001), independentemente da utilização de valores artificiais ou apenas de valores experimentais. Porém, esta previsão tem menor qualidade no caso das chapas de alumínio mais anisotrópicas.

Quando as identificações não utilizam os valores biaxiais, as previsões de  $r(\alpha)$  e  $\sigma_0(\alpha)$  são praticamente idênticas à estratégia de identificação semelhante, mas que usa os valores biaxiais. Ainda assim, a remoção dos valores biaxiais dos dados de entrada resultou quase sempre em identificações ligeiramente melhores, no que diz respeito àqueles parâmetros. A previsão dos valores biaxiais quando estes não são utilizados como dados de entrada na identificação é pouco fiável, a não ser que o material a considerar seja pouco anisotrópico.

O efeito das duas estratégias de identificação dos parâmetros do critério CB2001, consideradas neste trabalho (utilizando valores artificiais ou apenas experimentais), nas simulações de estampagem de uma taça cilíndrica é considerável, quando se trata de um material fortemente anisotrópico. Nomeadamente, há diferenças no número de orelhas e nos valores e distribuição de deformação plástica equivalente.

Para trabalhos futuros, é sugerida a utilização de outros critérios para gerar os valores artificiais (Yld91, por exemplo), de modo a obter particularmente coeficientes de anisotropia e, conseqüentemente, superfícies de plasticidade mais fiáveis que permitam prever melhor as orelhas de estampagem e de um modo geral a distribuição de deformações em alumínios mais anisotrópicos.

---

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALCOA. (2007). ALLOY 6022 SHEET Higher Strength with Improved Formability. *Datasheet*.
- Alves, J. (2003). *Simulação numérica do processo de estampagem de chapas metálicas – modelação mecânica e métodos numéricos*.
- Aretz, H., & Barlat, F. (2013). *New convex yield functions for orthotropic metal plasticity*.
- AZoM. (2013a). Aluminum 2090 Alloy (UNS A92090). *AZO Materials*, 1–3.  
<https://www.azom.com/article.aspx?ArticleID=8715>
- AZoM. (2013b). Aluminum 5182 Alloy ( UNS A95182 ). *Covered, Topics Composition, Chemical Properties, Physical*, 1–2.
- Barlat, F., Lege, D. J., & Brem, J. C. (1991). A six-component yield function for anisotropic materials. *International Journal of Plasticity*, 7(7), 693–712.  
[https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0749-6419\(91\)90052-Z](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0749-6419(91)90052-Z)
- Barros, P. D. (2017). *Numerical Simulation of the Deep-Drawing of Cylindrical Cups* (Issue August).
- Cazacu, O., & Barlat, F. (2001). *Generalization of Drucker's Yield Criterion to Orthotropy*.
- Chaparro, B. M., Alves, J. L., Menezes, L. F., & Fernandes, J. V. (2007). Optimization of the Phenomenological Constitutive Models Parameters Using Genetic Algorithms. In *Advanced Methods in Material Forming* (pp. 35–54). Springer Berlin Heidelberg.  
[https://doi.org/10.1007/3-540-69845-0\\_3](https://doi.org/10.1007/3-540-69845-0_3)
- Daniel, P., Carvalho, M., Cristina, M., Oliveira, C. De, Daniel, P., & Rascão, P. (2016). *Failure prediction in can ' s deep drawing metálicas Author*.
- Hill, R. (1948). A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 193(1033), 281–297. <https://doi.org/10.1098/rspa.1948.0045>
- Khalfallah, A. (2021). *Comunicação pessoal*.
- Khalfallah, A., Alves, J. L., Oliveira, M. C., & Menezes, L. F. (2015). Influence of the characteristics of the experimental data set used to identify anisotropy parameters. *Simulation Modelling Practice and Theory*, 53, 15–44.

<https://doi.org/10.1016/j.simpat.2015.02.007>

Khalfallah, A., Oliveira, M. C., Alves, J. L., Zribi, T., Belhadjsalah, H., & Menezes, L. F. (2015). Mechanical characterization and constitutive parameter identification of anisotropic tubular materials for hydroforming applications. *International Journal of Mechanical Sciences*, *104*, 91–103. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2015.09.017>

Lazarescu, L., Ciobanu, I., Nicodim, I. P., Comsa, D. S., & Banabic, D. (2013). Effect of the Mechanical Parameters Used as Input Data in the Yield Criteria on the Accuracy of the Finite Element Simulation of Sheet Metal Forming Processes. *The Current State-of-the-Art on Material Forming*, *554*, 204–209.

<https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.554-557.204>

MakeitFrom. (2020). *AA 5000 Series (Aluminum-Magnesium Wrought Alloy)*.

<https://www.makeitfrom.com/material-properties/5042-ALMg3.5Mn-Aluminum>

Menezes, L. F., & Teodosiu, C. (2000). Three-dimensional numerical simulation of the deep-drawing process using solid finite elements. *Journal of Materials Processing Technology*, *97*(1–3), 100–106. [https://doi.org/10.1016/S0924-0136\(99\)00345-3](https://doi.org/10.1016/S0924-0136(99)00345-3)

Oliveira, M., Alves, J. L., & Menezes, L. (2008). Algorithms and Strategies for Treatment of Large Deformation Frictional Contact in the Numerical Simulation of Deep Drawing Process. *Archives of Computational Methods in Engineering*, *15*, 113–162. <https://doi.org/10.1007/s11831-008-9018-x>

Prates, P. A., Oliveira, M. C., & Fernandes, J. V. (2015). On the equivalence between sets of parameters of the yield criterion and the isotropic and kinematic hardening laws. *International Journal of Material Forming*, *8*(4), 505–515.

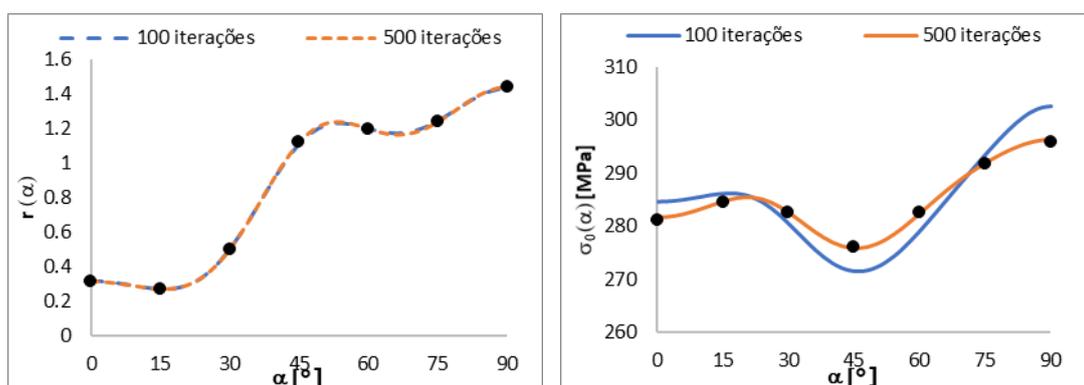
<https://doi.org/10.1007/s12289-014-1173-z>

Swift, H. W. (1952). Plastic instability under plane stress. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, *1*(1), 1–18. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0022-5096\(52\)90002-1](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0022-5096(52)90002-1)

Voce, E. (1948). *The relationship between stress and strain for homogeneous deformations*.

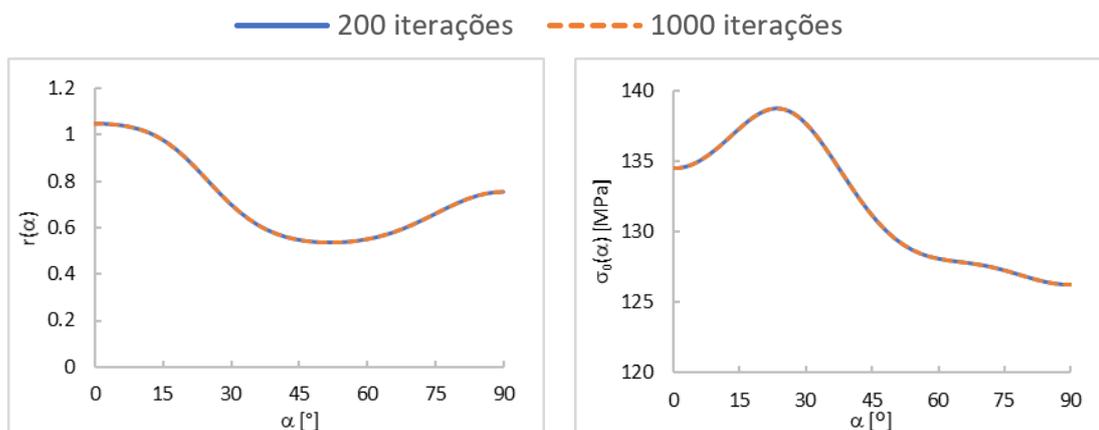
## ANEXO A

A Figura A.1 exemplifica o modo como a alteração do número de iterações, 100 para 500, influencia os resultados de  $r(\alpha)$  e  $\sigma_0(\alpha)$ , no caso da identificação pelo critério CB2001. Claramente, as tensões,  $\sigma_0(\alpha)$ , não são bem previstas pelo DD3MAT quando se utilizam apenas 100 iterações. No entanto, quando se usam 500, os resultados da identificação já descrevem bem os valores experimentais.



**Figura A.1.** Influência do número de iterações na previsão dos coeficientes de anisotropia e das tensões limite de elasticidade, pelo critério CB2001 no caso de chapa de alumínio 5042.

Neste caso um número superior de iterações resultou numa melhor aproximação, mas nem sempre foi o caso. Na Figura A.2 mostra-se o caso do alumínio 6022-T43.



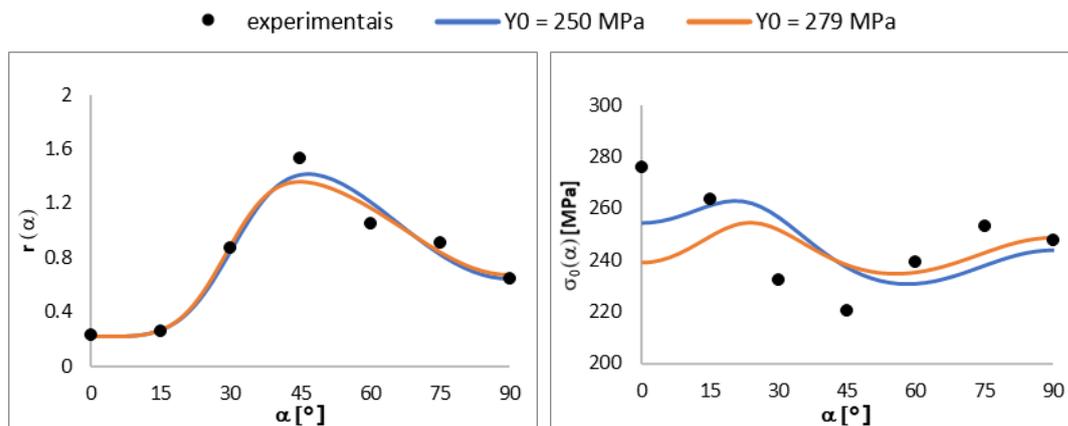
**Figura A.2.** Comparação da previsão das curvas para a estratégia CB2001 usando 200 e 1000 iterações para  $r(\alpha)$  e  $\sigma_0(\alpha)$ .

Neste caso observa-se que o número de iterações não teve influência na previsão das curvas. Ambas as identificações apresentam um erro de  $6,75 \times 10^{-3}$  e os parâmetros do critério CB2001 têm variações na ordem das milésimas. Apesar desta semelhança nos valores previstos, na identificação em que se solicitou 200 iterações, o programa utilizou as

200 iterações, e no caso em que se solicitou 1000 iterações o programa utilizou apenas 2 iterações.

Assim, é importante verificar se a má previsão é devido ao número de iterações ou se o critério simplesmente é ineficaz em reproduzir os valores experimentais.

Na Figura A.3 mostram-se dois casos de identificação de parâmetros pelo critério CB2001 em que se evidencia que o valor de tensão limite de elasticidade inicial também tem um efeito nos resultados, principalmente na previsão das tensões limites de elasticidade. Em ambos os casos, o número de iterações solicitado ao programa DD3MAT foi 100. Num caso ( $Y_0 = 250$  MPa), o programa realizou 100 iterações e indicou um erro de  $7.03 \times 10^{-2}$  e, no outro caso ( $Y_0 = 279$  MPa), apenas realizou 2 iterações indicando um erro de  $8.36 \times 10^{-2}$ .



**Figura A.3.** Influência da tensão limite de elasticidade inicial na previsão das curvas dos coeficientes de anisotropia e das tensões limite de elasticidade.

Este e outros casos, não referidos neste anexo, indicam que o valor de  $Y_0$  a utilizar deve situar-se preferencialmente entre os valores experimentais máximo e mínimo de  $\sigma_0(\alpha)$ , para as diferentes direções de tração.

## ANEXO B

Em seguida, são apresentados os parâmetros de anisotropia para todas as identificações consideradas ao longo deste trabalho. Todas as tabelas que apresentam parâmetros do critério CB2001 assumem os valores de  $a_5, a_6, b_6, \dots, b_9$  e  $b_{11} = 1$ . As identificações referentes ao critério de Hill'48 utilizaram todos os valores experimentais.

**Tabela B.1.** Parâmetros do critério CB2001 obtidos por cada uma das estratégias para o alumínio 6022-T43.

	CB2001	Hill'48_CB2001	CB2001 sem b	Hill'48_CB2001 sem b
$a_1$	1.053781	1.017924	0.990333	1.138947
$a_2$	1.176376	1.178052	1.302444	1.124688
$a_3$	0.989708	1.021333	0.990721	0.750162
$a_4$	0.77968	0.794977	0.993852	0.973158
$b_1$	0.66353	0.953441	-1.55907	-0.1478
$b_2$	-0.93337	0.368048	-3.75E-02	2.626164
$b_3$	2.571311	2.606481	5.483175	3.679682
$b_4$	0.273684	0.540401	-5.25514	-1.64177
$b_5$	2.774823	2.576132	-1.07446	0.601969
$b_{10}$	2.37379984	2.34032688	0.32915856	1.1265136
$c$	-0.5923719	-0.5520762	-0.2912607	-0.6172623

**Tabela B.2.** Parâmetros do critério de Hill'48 obtidos para o alumínio 6022-T43.

$F$	$G$	$H$	$L$	$M$	$N$
0.68817	0.53364	0.53529	1.5	1.5	1.27399

**Tabela B.3.** Parâmetros do critério CB2001 obtidos por cada uma das estratégias para o alumínio 6111-T4.

	<b>CB2001</b>	<b>Hill'48_CB2001</b>	<b>CB2001 sem b</b>	<b>Hill'48_CB2001 sem b</b>
<b><math>a_1</math></b>	1.04245	1.031643	1.056258	1.11872
<b><math>a_2</math></b>	1.082877	1.06786	1.579669	1.538305
<b><math>a_3</math></b>	1.06392	1.058829	0.786316	0.670811
<b><math>a_4</math></b>	0.994904	0.976261	1.126526	1.132696
<b><math>b_1</math></b>	0.260116	0.181702	0.878548	0.614065
<b><math>b_2</math></b>	0.888881	0.952131	2.216703	2.181282
<b><math>b_3</math></b>	2.978364	3.038679	2.001478	1.996961
<b><math>b_4</math></b>	1.175452	1.318845	-1.77431	-1.38146
<b><math>b_5</math></b>	1.899426	2.030619	-1.91E-02	0.506994
<b><math>b_{10}</math></b>	1.73426688	1.7409112	1.06021984	1.03964656
<b><math>c</math></b>	-1.5410763	-1.604232	-1.1193552	-1.48975515

**Tabela B.4.** Parâmetros do critério de Hill'48 obtidos para o alumínio 6111-T4.

<b><math>F</math></b>	<b><math>G</math></b>	<b><math>H</math></b>	<b><math>L</math></b>	<b><math>M</math></b>	<b><math>N</math></b>
0.2792972	0.2122692	0.1880652	1.5	1.5	0.5566456

**Tabela B.5.** Parâmetros do critério CB2001 obtidos por cada uma das estratégias para o alumínio 5182-O.

	<b>CB2001</b>	<b>Hill'48_CB2001</b>	<b>CB2001 sem b</b>	<b>Hill'48_CB2001 sem b</b>
<b><math>a_1</math></b>	0.956209	0.87758	1.058162	1.000588
<b><math>a_2</math></b>	1.025	0.910404	0.83674	0.955788
<b><math>a_3</math></b>	1.071979	0.946189	0.875749	0.911047
<b><math>a_4</math></b>	1.066564	0.883489	1.070775	0.992104
<b><math>b_1</math></b>	-1.86375	0.931763	-0.72844	0.444855
<b><math>b_2</math></b>	1.161577	0.885904	1.708187	1.339015
<b><math>b_3</math></b>	0.976135	0.984083	1.544301	0.950016
<b><math>b_4</math></b>	2.117823	1.245773	0.884333	1.063592
<b><math>b_5</math></b>	0.834916	1.431011	0.777412	1.387367
<b><math>b_{10}</math></b>	0.95019888	1.3527712	0.98459712	1.35195712
<b><math>c</math></b>	-0.4816418	-2.0180016	-1.2381269	-1.0584117

**Tabela B.6.** Parâmetros do critério de Hill'48 obtidos para o alumínio 5182-O.

<i>F</i>	<i>G</i>	<i>H</i>	<i>L</i>	<i>M</i>	<i>N</i>
0.5192592	0.5568852	0.5260384	1.5	1.5	1.5319688

**Tabela B.7.** Parâmetros do critério CB2001 obtidos por cada uma das estratégias para o alumínio 5042.

	<b>CB2001</b>	<b>Hill'48_CB2001</b>	<b>CB2001 sem b</b>	<b>Hill'48_CB2001 sem b</b>
<b><i>a</i><sub>1</sub></b>	0.933135	0.825074	0.533406	0.83177
<b><i>a</i><sub>2</sub></b>	0.70237	0.86596	1.29057	0.880533
<b><i>a</i><sub>3</sub></b>	1.07991	1.310576	-9.11E-02	1.55434
<b><i>a</i><sub>4</sub></b>	0.98241	1.144547	1.258783	1.031196
<b><i>b</i><sub>1</sub></b>	78.06085	1.911876	0.922074	1.766661
<b><i>b</i><sub>2</sub></b>	-4.0405	-1.90E-02	3.048139	2.247285
<b><i>b</i><sub>3</sub></b>	37.84333	1.250724	0.352676	1.52546
<b><i>b</i><sub>4</sub></b>	-31.6571	7.86E-02	-2.37701	-0.44318
<b><i>b</i><sub>5</sub></b>	-31.7577	1.233343	-0.10722	0.683669
<b><i>b</i><sub>10</sub></b>	16.41947	1.327543	0.499202	1.18318
<b><i>c</i></b>	1.38E-03	1.757244	-2.58085	1.546827

**Tabela B.8.** Parâmetros do critério de Hill'48 obtidos para o alumínio 5042.

<i>F</i>	<i>G</i>	<i>H</i>	<i>L</i>	<i>M</i>	<i>N</i>
0.25414	0.7873152	0.2958304	1.5	1.5	1.6765708

**Tabela B.9.** Parâmetros do critério CB2001 obtidos por cada uma das estratégias para o alumínio 2090-T3.

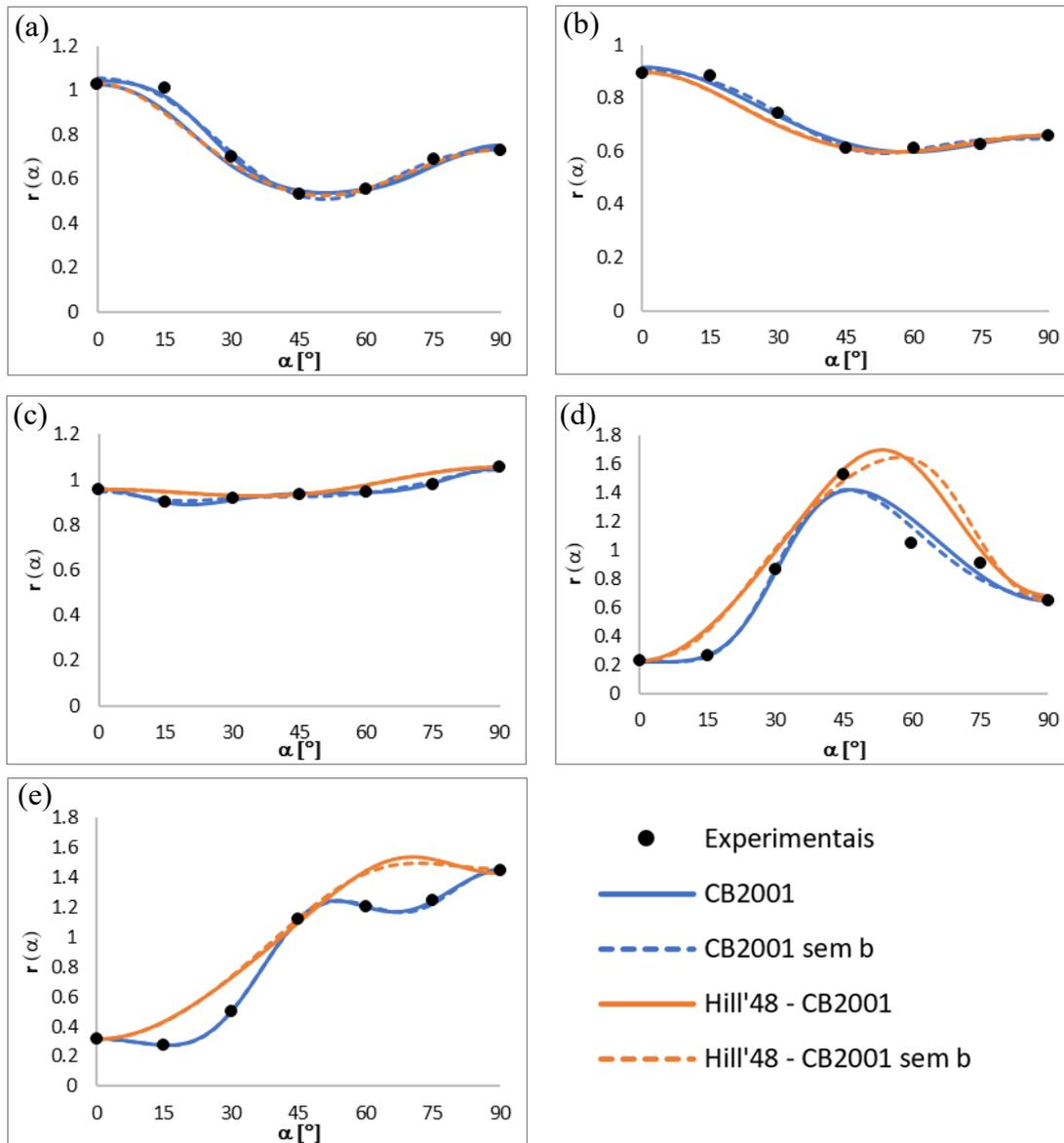
	<b>CB2001</b>	<b>Hill'48_CB2001</b>	<b>CB2001 sem b</b>	<b>Hill'48_CB2001 sem b</b>
<b><math>a_1</math></b>	0.809312	1.021736	0.565122	1.028375
<b><math>a_2</math></b>	1.221389	1.350191	1.814275	1.251696
<b><math>a_3</math></b>	0.025533	-1.16705	0.47964	0.842152
<b><math>a_4</math></b>	1.168808	1.706443	1.613085	1.781087
<b><math>b_1</math></b>	-1.4637	0.550698	-0.48513	-0.74174
<b><math>b_2</math></b>	-11.7995	2.483357	-2.85462	3.370504
<b><math>b_3</math></b>	-3.25919	1.401909	-2.35845	-1.49329
<b><math>b_4</math></b>	-1.64457	-1.05227	3.144312	0.29512
<b><math>b_5</math></b>	-4.42301	-0.06955	1.180472	1.891442
<b><math>b_{10}</math></b>	-2.9266907	1.48337024	0.39058416	1.0718832
<b><math>c</math></b>	-0.1269509	-2.81093985	-3.37499998	-2.4963075

**Tabela B.10.** Parâmetros do critério de Hill'48 obtidos para o alumínio 2090-T3.

<b><math>F</math></b>	<b><math>G</math></b>	<b><math>H</math></b>	<b><math>L</math></b>	<b><math>M</math></b>	<b><math>N</math></b>
0.510218	1.1305928	0.25458	1.5	1.5	2.5744088

## ANEXO C

A previsão dos coeficientes de anisotropia é praticamente idêntica, quer sejam usados valores biaxiais no dados de entrada ou não. A Figura C.1 mostra as curvas obtidas para as quatro estratégias para as cinco chapas de alumínio.



**Figura C.1.** Comparação dos valores de  $r(\alpha)$  resultantes das identificações pelas estratégias CB2001, Hill'48 - CB2001, CB2001 sem b e Hill'48 - CB2001 sem b para os alumínios: (a) 6022-T43, (b) 6111-T4, (c) 5182-O, (d) 5042 e (e) 2090-T3.

