



UNIVERSIDADE D
COIMBRA

Diogo Castanhas Rodrigues

**TÉCNICAS DE ANÁLISE DE SENSIBILIDADE
APLICADAS AO PROCESSO DE ESTAMPAGEM DE
UMA TAÇA QUADRADA**

**Dissertação no âmbito do Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica na
especialidade de Produção e Projeto orientada pelo Doutor André Filipe Gomes
Pereira e pelo Professor Doutor José Valdemar Bidarra Fernandes e apresentada
ao Departamento de Engenharia Mecânica
da Faculdade de Ciências e Tecnologias
da Universidade de Coimbra.**

Setembro de 2021

1 2



9 0

FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE
COIMBRA

Técnicas de análise de sensibilidade aplicadas ao processo de estampagem de uma taça quadrada

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia
Mecânica na Especialidade de Produção e Projeto

**Sensitivity analysis techniques applied to the stamping
process of a square cup.**

Autor

Diogo Castanhas Rodrigues

Orientadores

André Filipe Gomes Pereira

José Valdemar Bidarra Fernandes

Júri

| | |
|-------------------|---|
| Presidente | Professora Doutora NATALIYA SAKHAROVA Investigadora da Universidade de Coimbra |
| Orientador | Professor Doutor André Filipe Gomes Pereira Investigador da Universidade de Coimbra |
| Vogais | Professor Doutor Pedro André Dias Prates Professor Auxiliar da Universidade de Aveiro |

Coimbra, setembro, 2021

Agradecimentos

A elaboração desta dissertação não seria possível sem o auxílio de várias pessoas a quem eu quero expressar o meu agradecimento.

A todos os professores presentes no meu percurso académico, mas especialmente ao professor André Filipe Gomes Pereira e ao professor José Valdemar Bidarra Fernandes por toda a ajuda e por todos os conhecimentos transmitidos.

À minha família e a todos os meus amigos pelo apoio demonstrado.

Esta dissertação foi realizada com apoio dos projetos EZ-SHEET (PTDC/EME-EME/31216/2017), cofinanciados pelo Fundo Europeu de Desenvolvimento Regional (FEDER), através do programa Portugal-2020 (PT2020) e pela Fundação para a Ciência e Tecnologia; também foi patrocinada com fundos FEDER através do programa COMPETE e com fundos nacionais através da FCT, com apoio do projeto UIDB/00285/2020.

Cofinanciado por:



Resumo

Com o aumento da competitividade industrial é crucial conhecer bem os processos de conformação de chapas metálicas, de modo a que estes possam ser otimizados e conseqüentemente reduzir os tempos e custos de produção. Assim, nesta dissertação é aplicada uma análise de sensibilidade ao processo de estampagem de uma taça quadrada, com o objetivo de compreender como as propriedades do material e condições do processo podem influenciar a estampagem. É estudada a influência da variabilidade do módulo de Young, do coeficiente de Poisson, dos coeficientes de anisotropia, dos parâmetros constitutivos da lei de Swift, da espessura inicial da chapa, do coeficiente de atrito e da força do cerra chapas. O objetivo é avaliar a influência da variabilidade destes parâmetros de entrada, na deformação plástica equivalente, na alteração de geometria, na redução de espessura, na força do punção e no retorno elástico. A análise de sensibilidade é realizada por duas técnicas distintas, índices de Sobol e índices PAWN.

Antes de ser aplicada a análise de sensibilidade, é importante perceber quais as zonas da taça mais sujeitas à variabilidade dos parâmetros de entrada. Concluiu-se que a aba da taça e a zona próxima ao raio de curvatura da matriz são as zonas mais afetadas, sendo a base da taça a zona menos afetada pela variabilidade nos parâmetros de entrada.

Posteriormente, avaliou-se a estabilização dos índices de sensibilidade e concluiu-se que, para a mesma precisão de resultados, os índices PAWN requerem apenas 7,7% a 12,8% das simulações utilizadas para avaliar os índices de Sobol. Da análise de sensibilidade constatou-se que os parâmetros de entrada com mais influência na variabilidade dos parâmetros de saída são: o coeficiente de encruamento, o parâmetro C da lei de Swift e o coeficiente de anisotropia a 90° . Ambos os índices de sensibilidade fornecem resultados semelhantes para todos os parâmetros de saída, exceto para o retorno elástico, para o qual se mostrou que os índices PAWN são mais precisos quando aplicados a um conjunto de dados que segue uma distribuição multimodal.

Palavras-chave: Estampagem de uma Taça Quadrada, Análise de Sensibilidade, Índices PAWN, Índices de Sobol.

Abstract

With the industrial competitiveness increasing day by day, it is crucial to have knowledge about the processes of conformation of metallic plates, in order to optimize that process and consequently decrease time and costs of production. In this dissertation it is applied a sensitivity analysis to the stamping process of a square cup with the aim of understanding how the material properties and the process conditions can influence that same process. The variability influence of the Young's module, Poisson's coefficient, anisotropy coefficients, constitutive parameters of Swift's law, sheet thickness, friction coefficient and blank-holder force is studied. The objective is to evaluate the variability influence of these input parameters, on the variability of equivalent plastic strain, geometry change, thickness reduction, punch force and springback. This sensitivity analysis is made using two techniques: PAWN indices and Sobol indices.

Before applying the sensitivity analysis, it is important to understand which zones of the square cup were more affected by inputs variability. It was concluded that the cup flange and the region near the curvature radius of the die are the most affected regions, and the cup base is the region least affected by the variability in the input parameters.

Afterwards, the stabilization of the sensitivity indices was evaluated and it was concluded that, for the same results precision, the PAWN indices require only 7.7% to 12.8% of the simulations used to evaluate the Sobol indices. The sensitivity analysis showed that the input parameters with more influence on the variability of the output parameters are: the hardening coefficient, the parameter C of Swift's law and the anisotropy coefficient at 90° . Both sensitivity indices provide similar results for all outputs, except springback, for which we can conclude that PAWN indices are more accurate than Sobol indices when the data follows a multimodal distribution.

Keywords Stamping of square cup, Sensitivity analysis, PAWN indices, Sobol indices.

Índice

| | |
|--|------|
| Índice de Figuras | ix |
| Índice de Tabelas | xi |
| Simbologia e Siglas | xiii |
| Simbologia Grega | xiii |
| Simbologia Romana | xiii |
| Siglas | xiv |
| 1. INTRODUÇÃO..... | 1 |
| 1.1. Motivação | 1 |
| 1.2. Objetivos e Estrutura da Dissertação | 1 |
| 2. Modelo numérico..... | 3 |
| 2.1. Processo de Conformação de uma Taça Quadrada..... | 3 |
| 2.2. Parâmetros do Modelo | 4 |
| 2.3. Variabilidade dos Parâmetros de Entrada..... | 6 |
| 2.4. Variabilidade dos Resultados das Simulações..... | 6 |
| 3. ANÁLISE DE SENSIBILIDADE..... | 11 |
| 3.1. Índices PAWN | 11 |
| 3.2. Índices Sobol vs Índices PAWN..... | 14 |
| 3.3. Análise de Resultados | 15 |
| 3.3.1. Análise de Estabilização | 15 |
| 3.3.2. Análise de Sensibilidade..... | 17 |
| 3.3.3. Distribuição dos Índices pela taça | 19 |
| 3.4. Comparação Final Entre Resultados..... | 26 |
| 4. Conclusões..... | 33 |
| REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS | 35 |
| APÊNDICE A – Distribuição dos Índices PAWN na peça final | 37 |

ÍNDICE DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 2.1. Processo de estampagem em [2]. | 3 |
| Figura 2.3. Representação dos valores da média e desvio padrão para: DPE (a), RE (b), AG (c) e REL (d). Adaptado de [1]..... | 8 |
| Figura 2.4. Variabilidade da força do punção: média (a) e desvio padrão (b). | 9 |
| Figura 2.5. Distribuição da resposta máxima do modelo para: FP (a), DPE (b), RE (c), AG (d) e REL (e)..... | 10 |
| Figura 3.1. Ilustração do método estatístico Kolmogorov-Smirnov [3]..... | 12 |
| Figura 3.2. Separação de um grupo de dados em n intervalos. | 12 |
| Figura 3.3. Variação dos índices de PAWN e de Sobol em função do número de simulações para: FP (a), DPE (b), RE (c), AG (d) e REL (e). As figuras referentes aos índices de Sobol foram adaptadas de [1]. | 17 |
| Figura 3.4. Índices de Sobol e PAWN para: Força máxima do punção (a), Deformação plástica equivalente (b), Redução de espessura (c), Alteração de geometria (d) e Retorno elástico (e). | 19 |
| Figura 3.5. Distribuição dos índices de PAWN e Sobol na taça quadrada, para a deformação plástica equivalente: n (a) e r_{90} (b). | 21 |
| Figura 3.6. Distribuição dos índices de PAWN e Sobol na taça quadrada, para a redução de espessura: r_{90} (a) e n (b)..... | 22 |
| Figura 3.7. Distribuição dos índices de PAWN e Sobol na taça quadrada, para a alteração de geometria: n (a), r_0 (b) e r_{90} (c)..... | 23 |
| Figura 3.8. Distribuição dos índices de PAWN e Sobol na taça quadrada, para o retorno elástico: BHF (a), C (b) e r_{90} (c)..... | 24 |
| Figura 3.9. Evolução dos índices de Sobol e de PAWN da força do punção, em função do seu deslocamento..... | 25 |
| Figura 3.10. Análise de Pareto para os índices PAWN para as respostas: FP (a), DPE (b), RE (c), AG (d) e REL (e). | 27 |
| Figura 3.11. Análise de Pareto para os índices de Sobol totais para as respostas: FP (a), DPE (b), RE (c), AG (d) e REL (e). | 29 |
| Figura 3.12. Parâmetro correspondente ao índice PAWN (esquerda) e índice Sobol (direita) máximo em cada zona da peça para: DPE (a), AG (b), RE (c) e REL (d). | 31 |

ÍNDICE DE TABELAS

| | |
|--|---|
| Tabela 2.1. Variabilidade nas propriedades da chapa metálica [1] | 6 |
| Tabela 2.2. Variabilidade nas condições do processo [1]..... | 6 |

SIMBOLOGIA E SIGLAS

Simbologia Grega

$\bar{\epsilon}^p, \epsilon_0$ – Parâmetros constitutivos da lei de Swift

μ – Média

μ_0 – Coeficiente de atrito entre a chapa e as ferramentas

ν – Coeficiente de Poisson

σ – Desvio padrão

$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \tau_{xy}, \tau_{xz}$ e τ_{yz} – Componentes do tensor das tensões de Cauchy

Simbologia Romana

BHF – Força do cerra-chapas

C, n – Parâmetros constitutivos da lei de Swift

E – Módulo de Young

$\hat{F}_y(y)$ - Função de distribuição cumulativa, obtida quando todos os parâmetros de entrada variam

$\hat{F}_{y|x_i}(y)$ - Função de distribuição cumulativa, obtida quando todos os parâmetros de entrada variam e o parâmetro x_i é fixo

F, G, H, L, M, N – Parâmetros de anisotropia do critério de Hill

P_i – Índice PAWN

r_0 – Coeficiente de anisotropia a 0° em relação à direção de laminagem

r_{45} – Coeficiente de anisotropia a 45° em relação à direção de laminagem

r_{90} – Coeficiente de anisotropia a 90° em relação à direção de laminagem

S_{Ti} – Índice de Sobol total

t_0 – Espessura inicial da chapa

$V(U)$ – Variância da resposta do modelo

$V[E(U|X_{\sim i})]$ – Variância da expectativa condicional da resposta U tendo em conta a variabilidade de todos os parâmetros de entrada, exceto X_i

Y – Tensão limite de elasticidade

Y_0 – Tensão limite de elasticidade inicial

Siglas

AG – Alteração de geometria

DD3IMP – Deep Drawing 3D IMPLICIT

DPE – Deformação plástica equivalente

FP – Força do punção

RE – Redução de espessura

REL – Retorno elástico

1. INTRODUÇÃO

1.1. Motivação

O processo de estampagem é muito utilizado, em diferentes ramos da indústria, para conformação de chapas metálicas, podendo ser obtidos variados tipos de peças. Com o aumento da competitividade industrial é cada vez mais importante conhecer bem os processos de conformação de uma chapa, de modo a que estes possam ser otimizados com o objetivo de reduzir tempos de produção e custos associados.

Para além da importância deste processo produtivo, outro aspeto que motivou a realização desta dissertação foi o facto da qualidade do produto final estar dependente da variabilidade dos parâmetros do material, das condições do processo e de outras fontes de incerteza. Isto faz com que seja importante perceber quais os parâmetros que mais influenciam o processo de estampagem e, especificamente, neste caso de uma taça quadrada.

A análise de sensibilidade no caso de uma taça quadrada já foi objeto de estudo em [1] e [2]. Nessa análise recorreu-se aos índices de Sobol para avaliar a influência dos parâmetros do material e das condições do processo nos resultados de conformação da taça quadrada. Mostrou-se, no entanto, que a utilização destes índices apresenta algumas fragilidades quando os dados em análise não seguem uma distribuição de tendência central. Esta fragilidade motivou a aplicação de uma técnica de análise de sensibilidade inovadora, que se baseia na utilização dos índices PAWN [1].

1.2. Objetivos e Estrutura da Dissertação

Os objetivos desta dissertação são quantificar a influência dos parâmetros do material da chapa e das condições do processo no produto final, e perceber em que zonas da taça quadrada esses parâmetros são mais importantes. Por fim, é feita uma comparação entre os resultados obtidos neste trabalho através dos índices PAWN e os resultados obtidos através dos índices de Sobol provenientes do trabalho anterior [1]. Esta comparação tem

como objetivo perceber qual das técnicas necessita de um menor custo computacional e em qual delas a precisão dos resultados é maior.

Esta dissertação é constituída por 4 capítulos, que consistem no seguinte:

- Capítulo 1 – São apresentados os motivos que levaram à elaboração deste estudo e os respetivos objetivos;
- Capítulo 2 – São descritos o modelo numérico do processo de conformação da uma taça quadrada, as características deste processo e o modelo constitutivo do material. São ainda apresentados os parâmetros de entrada do modelo e a sua variabilidade e são apresentados os resultados das simulações do modelo numérico.
- Capítulo 3 – É descrito o cálculo dos índices PAWN e as suas características são comparadas com as dos índices de Sobol. Nas últimas secções do capítulo são apresentados e discutidos os resultados, comparando as diferentes análises de sensibilidade, onde são retiradas as devidas conclusões.
- Capítulo 4 – São resumidas as principais conclusões deste trabalho e sugeridos trabalhos futuros.

2. MODELO NUMÉRICO

Neste capítulo é descrito o modelo numérico do processo de estampagem de uma taça quadrada, incluindo o modelo constitutivo do material. São também apresentados os parâmetros de entrada do modelo e a sua variabilidade. No final do capítulo é mostrada a variabilidade nos resultados de conformação da taça quadrada.

2.1. Processo de Conformação de uma Taça Quadrada

O mecanismo de estampagem permite a transformação de uma chapa metálica em peças de geometria simples ou complexa, sendo a geometria da peça final definida pela forma da matriz e do punção. O punção, submetido a um deslocamento linear, promove a deformação da chapa metálica para dentro da matriz até obter a forma esperada, neste caso, a taça quadrada. O cerra-chapas evita que a chapa se desloque livremente para dentro da matriz enquanto o punção se movimenta. Este processo está representado graficamente na Figura 2.1.

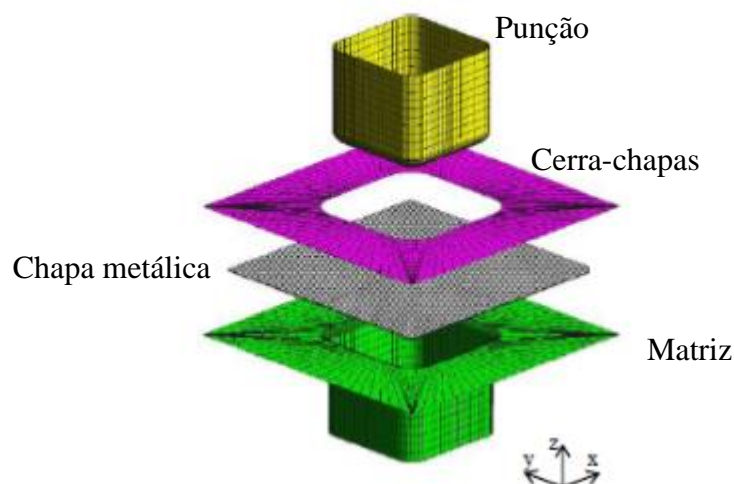


Figura 2.1. Processo de estampagem em [2].

Considera-se que o material da chapa metálica a estampar é um aço de baixo teor em carbono (DC06), cujo comportamento elástico é descrito pela lei de Hooke generalizada

e o comportamento plástico ortotrópico é descrito pelo critério de Hill'48 e pela lei de encruamento de Swift. O critério de Hill'48 é definido por:

$$F(\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + G(\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + H(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{xz}^2 + 2N\tau_{xy}^2 = Y^2, \quad (2.1)$$

sendo que, as componentes do tensor das tensões de Cauchy são representadas por σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zz} , τ_{xy} , τ_{xz} e τ_{yz} , definidas no sistema de eixos de ortotropia da chapa metálica O_{xyz} . Os parâmetros de anisotropia, F , G , H , L , M e N , são calculados através das seguintes equações:

$$F = \frac{r_0}{r_{90}(r_0+1)}, G = \frac{1}{r_0+1}, H = \frac{r_0}{r_0+1} \text{ e } N = \frac{1}{2} \frac{(r_0+r_{90})(2r_{45}+1)}{r_{90}(r_0+1)}, \quad (2.2)$$

em que, r_0 , r_{45} e r_{90} são os coeficientes de anisotropia para ensaios de tração realizados a 0, 45 e 90° com a direção de laminagem da chapa metálica. Define-se para este trabalho que $G + H = 1$, fazendo com que a curva de tração uniaxial ao longo da direção de laminagem da chapa e a lei de encruamento sejam iguais; além disso, considera-se: $L = M = 1,5$ (von Mises). A função $Y = Y(\bar{\varepsilon}^p)$, representa o encruamento que é dado pela lei de Swift:

$$Y = C(\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon}^p)^n. \quad (2.3)$$

onde, n , ε_0 e C são constantes associadas ao material, presentes na equação (2.4). A tensão limite de elasticidade inicial, Y_0 , é dada por:

$$Y_0 = C(\varepsilon_0)^n. \quad (2.4)$$

2.2. Parâmetros do Modelo

Devido ao facto de, em qualquer processo de obtenção de peças metálicas, existir variabilidade nas propriedades finais, neste trabalho será estudada a influência da variabilidade das propriedades de uma chapa metálica e de algumas condições do processo

de estampagem na obtenção de uma taça quadrada. Assim sendo, os parâmetros de entrada do modelo numérico, ou seja, aqueles cuja influência será estudada, são os seguintes:

- Módulo de Young (E);
- Coeficiente de Poisson (ν);
- Coeficientes de anisotropia (r_0 , r_{45} e r_{90});
- Tensão limite de elasticidade inicial (Y_0);
- Coeficiente de encruamento (n);
- Parâmetro C da lei de Swift;
- Espessura inicial da chapa (t_0);
- Coeficiente de atrito (μ_0);
- Força do cerra chapas (BHF).

Por outro lado, a influência destes parâmetros de entrada será estudada nos seguintes resultados provenientes da simulação numérica do processo, ou parâmetros de saída do modelo:

- Alteração de geometria (AG);
- Deformação plástica equivalente (DPE);
- Força do punção (FP);
- Redução de espessura (RE);
- Retorno elástico (REL).

Os valores da deformação plástica equivalente (DPE) em qualquer zona da taça e a força do punção são obtidos diretamente pelo *software* de elementos finitos (DD3IMP [6]), os restantes resultados são calculados partindo de dados provenientes das simulações [1]. Resumidamente, a alteração de geometria (AG) é obtida calculando a distância euclidiana entre a posição de um dado ponto na simulação de referência (obtida para os valores médios dos parâmetros de entrada) e o ponto correspondente na simulação em análise. A redução de espessura (RE) é calculada através da diferença relativa entre a espessura final e inicial num dado nó. Por último, o retorno elástico (REL) é obtido pela

distância euclidiana entre as posições de um nó antes e depois de ocorrer o retorno elástico. Todos estes parâmetros de entrada podem ser consultados em mais detalhe no trabalho [1].

2.3. Variabilidade dos Parâmetros de Entrada

Como referido anteriormente, assume-se que as propriedades da chapa metálica e as condições do processo apresentam variabilidade. Sendo assim, considera-se que todos os parâmetros de entrada do modelo apresentam uma distribuição normal com um dado valor médio (μ) e um desvio padrão (σ), com os valores que se encontram na Tabela 2.1 e na Tabela 2.2.

Tabela 2.1. Variabilidade nas propriedades da chapa metálica [1]

| | E | ν | n | C | Y_0 | r_0 | r_{45} | r_{90} | t_0 |
|----------|------|-------|-------|--------|--------|-------|----------|----------|-------|
| μ | 206 | 0,300 | 0,259 | 565,32 | 157,12 | 1,790 | 1,510 | 2,270 | 0,78 |
| σ | 3,85 | 0,015 | 0,018 | 26,85 | 7,16 | 0,051 | 0,037 | 0,121 | 0,013 |

Tabela 2.2. Variabilidade nas condições do processo [1]

| | μ_0 | BHF |
|----------|---------|-------|
| μ | 0,144 | 2,45 |
| σ | 0,029 | 0,123 |

2.4. Variabilidade dos Resultados das Simulações

Nesta secção é analisada a variabilidade dos parâmetros de saída quando existe variabilidade nos parâmetros de entrada. Na Figura 2.2 mostra-se os valores da média e do desvio padrão para os resultados da AG, DPE, RE e REL ao longo da taça quadrada. Por observação desta figura constata-se que o valor médio para a alteração de geometria (Figura 2.2 (a)) da taça quadrada é mais elevado na extremidade da aba, zona essa onde a dispersão

de valores é uma das mais elevadas, ou seja, onde o desvio padrão é maior. Para este parâmetro o desvio padrão também obtém valores máximos na zona central do raio de curvatura da matriz, sendo que neste local a alteração de geometria toma valores médios também elevados. A deformação plástica equivalente (Figura 2.2 (b)) é máxima na parede e nas extremidades laterais da aba, sendo que é nesta última região que a dispersão nos valores da DPE é mais acentuada. No caso da redução da espessura (Figura 2.2 (c)), os valores médios mais elevados ocorrem na parede da taça, sendo que para essa zona os valores de desvio padrão só são significativos nas zonas dos raios de curvatura do punção e da matriz e na zona central da parede. Note-se que, embora o desvio padrão da redução de espessura seja máximo na extremidade lateral da aba, esta região está associada a um aumento de espessura. Os valores médios de retorno elástico mais elevados (Figura 2.2 (d)) ocorrem na extremidade da aba, zona esta onde também ocorrem os valores mais elevados do respetivo desvio padrão. A base da peça é a única zona onde a variabilidade dos parâmetros de entrada é insignificante, pelo que, a análise de sensibilidade da variabilidade dos parâmetros de entrada nesta zona é desnecessária.

A Figura 2.3 representa a evolução dos valores médios e do desvio padrão da força aplicada pelo punção em função do seu deslocamento. A força atinge valores máximos entre os 17 milímetros e os 30 milímetros de deslocamento, sendo nessa faixa de valores onde o desvio padrão é mais elevado, concluindo-se que é nessa fase do deslocamento que a variabilidade dos parâmetros de entrada afeta mais a variabilidade da força do punção. Nos primeiros 10 milímetros do deslocamento, a variabilidade dos valores da força é menor.

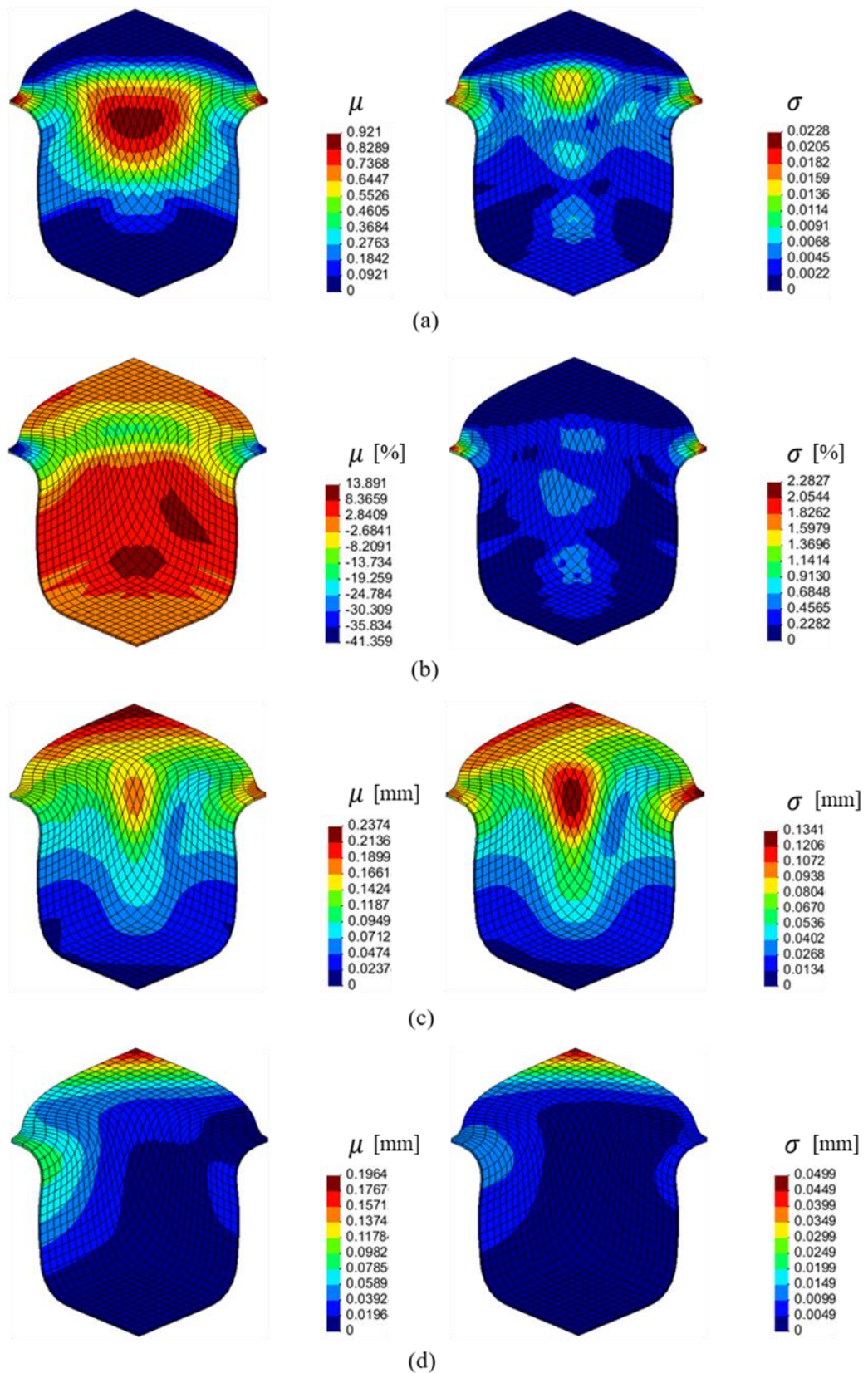


Figura 2.2. Representação dos valores da média e desvio padrão para: DPE (a), RE (b), AG (c) e REL (d). Adaptado de [1].

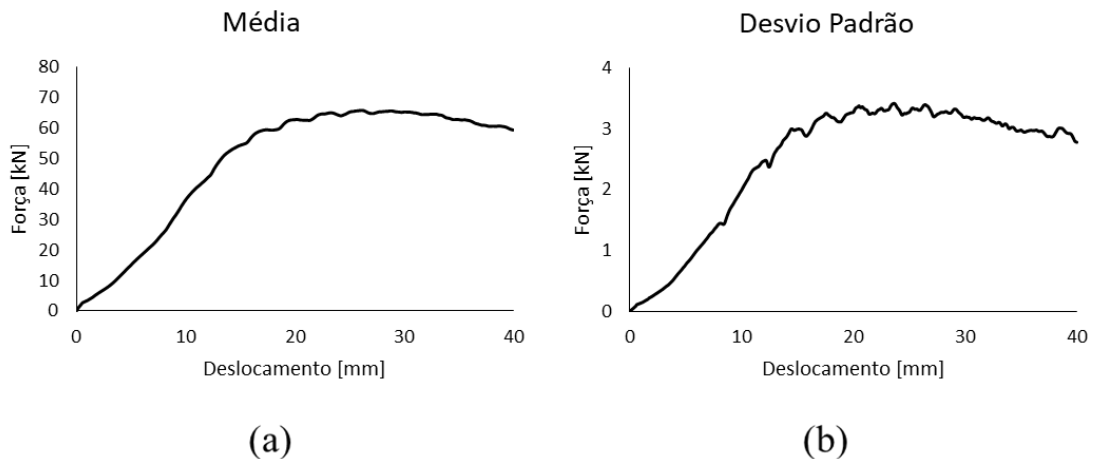


Figura 2.3. Variabilidade da força do punção: média (a) e desvio padrão (b).

Na Figura 2.4 são apresentadas as distribuições dos valores máximos de cada parâmetro de saída, onde se pode observar que, para além do retorno elástico, todos os parâmetros seguem distribuições com uma tendência central. É importante ter as distribuições de cada variável de saída em conta pois, como referido na secção 1.1, deve-se a essas distribuições a maior motivação para esta dissertação. Em particular, a distribuição associada ao retorno elástico (ver Figura 2.4 (e)) é um obstáculo à utilização dos índices de Sobol, como observado no trabalho [1]. De facto, os índices Sobol não são adequados para elaborar uma análise de sensibilidade de um conjunto de dados que não siga uma distribuição com tendência central. As razões para que isto aconteça são apresentadas em detalhe no capítulo seguinte quando são comparadas as técnicas de análise de sensibilidade usadas neste trabalho, índices PAWN e índices de Sobol.

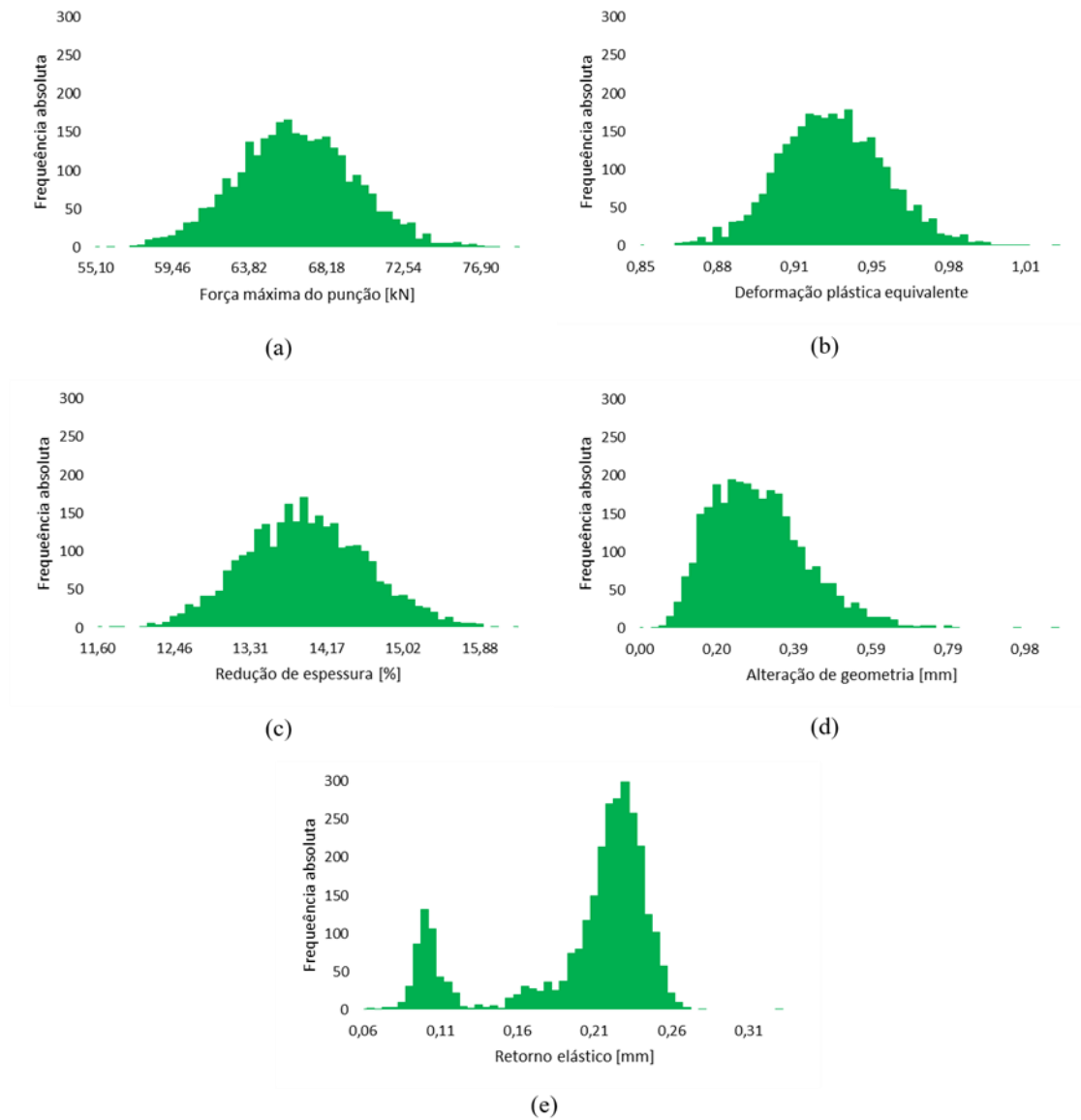


Figura 2.4. Distribuição da resposta máxima do modelo para: FP (a), DPE (b), RE (c), AG (d) e REL (e).

3. ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

No capítulo 3 são apresentadas os métodos de cálculo dos índices PAWN e dos índices de Sobol totais que foram usadas na análise de sensibilidade ao processo de estampagem da taça quadrada. Posteriormente, são apresentados e comparados os resultados obtidos com ambos os índices.

3.1. Índices PAWN

Os índices PAWN são uma técnica de análise de sensibilidade que se baseia na função de distribuição cumulativa de uma dada amostra de dados, contrariamente a outras técnicas que se baseiam na função densidade de probabilidade [3], fazendo com que seja possível aplicar os índices PAWN a amostras que seguem distribuições mais complexas, por exemplo, distribuições com duas ou mais modas. Estes índices têm como conceito base que a influência de uma variável de entrada é proporcional à mudança produzida na função de distribuição cumulativa de uma variável de saída.

A primeira abordagem proposta para obter os índices PAWN consiste em comparar funções de distribuição cumulativa [3]. Em detalhe, compara-se a função de distribuição cumulativa, obtida assumindo que todos os parâmetros de entrada variam, $\hat{F}_y(y)$, com outras n funções, $\hat{F}_{y|x_i}(y)$, obtidas assumindo fixo um dado parâmetro de entrada fixo, x_i , e fazendo variar os restantes parâmetros de entrada. As n funções $\hat{F}_{y|x_i}(y)$ são obtidas para diferentes valores fixos de x_i . O índice PAWN, P_i , do parâmetro x_i é obtido através de uma medida estatística, por exemplo, a média das estatísticas de Kolmogorov-Smirnov entre a função $\hat{F}_y(y)$ e as n funções $\hat{F}_{y|x_i}(y)$ em que se fixa o valor do parâmetro de entrada x_i . O índice PAWN, P_i , é definido pela seguinte equação:

$$P_i = \text{média}_{x_i = \overline{x_i^{(1)}}, \overline{x_i^{(2)}}, \dots, \overline{x_i^{(n)}}} [(\widehat{KS}(x_i))] \quad (3.1)$$

onde $\widehat{KS}(x_i)$ representa a diferença (calculada pelo método estatístico Kolmogorov-Smirnov) entre as funções de distribuição cumulativa, $\hat{F}_y(y)$, e uma das n funções de distribuição cumulativa, $\hat{F}_{y|x_i}(y)$, quando se fixa o parâmetro de entrada, x_i , a um dado valor

$\overline{x_i^{(n)}}$. A estatística $\widehat{KS}(x_i)$ está representada graficamente na Figura 3.1 e é obtida através da seguinte expressão:

$$\widehat{KS}(x_i) = |\widehat{F}_y(y) - \widehat{F}_{y|x_i}(y)| \quad (3.2)$$

Na Figura 3.1 a curva vermelha representa a função de distribuição cumulativa, $\widehat{F}_y(y)$, e a curva preta representa uma das n funções de distribuição cumulativa, $\widehat{F}_{y|x_i}(y)$.

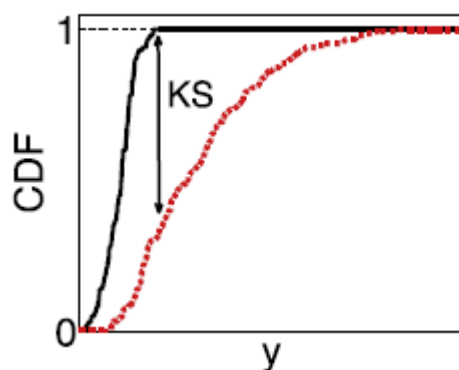


Figura 3.1. Ilustração do método estatístico Kolmogorov-Smirnov [3].

Posteriormente, os autores sugeriram uma nova abordagem [4] mais eficiente e com a possibilidade de ser utilizada uma amostragem genérica (i.e., não é obrigatório assumir na amostragem valores fixos para o parâmetro de entrada x_i). A nova abordagem permite calcular os índices PAWN através da seguinte metodologia:

1. Separar o domínio do parâmetro de entrada x_i em n intervalos iguais, como se representa na Figura 3.2.

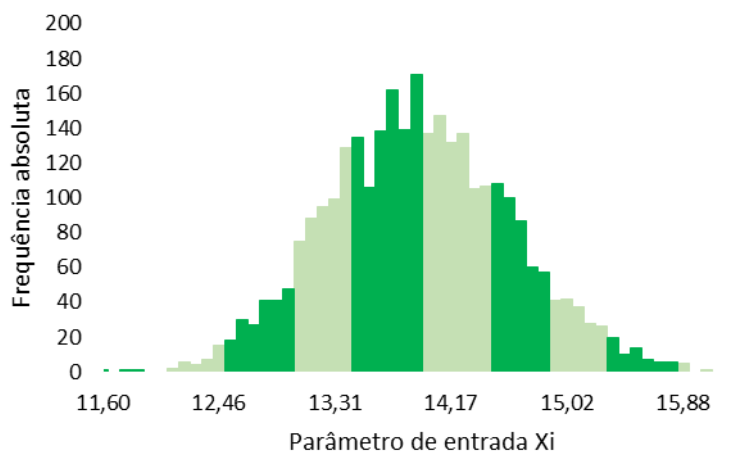


Figura 3.2. Separação de um grupo de dados em n intervalos.

2. Seguidamente é necessário obter as funções de distribuição cumulativa para cada um dos n subdomínios, $\hat{F}_{y|x_i}(y)$. Adicionalmente é calculada a distribuição cumulativa, $\hat{F}_y(y)$, para o conjunto de dados total, i.e., o domínio completo de x_i .
3. De forma semelhante à primeira abordagem, calcula-se a diferença vertical máxima (através do método estatístico Kolmogorov-Smirnov, equação 3.2), entre a curva da distribuição cumulativa de cada intervalo de dados, $\hat{F}_{y|x_i}(y)$, e a curva da distribuição cumulativa do conjunto de dados antes de existir a separação, $\hat{F}_y(y)$.
4. De forma semelhante à primeira abordagem, o valor do índice PAWN, P_i , do parâmetro x_i é calculado através de uma medida estatística, por exemplo, a média das estatísticas de Kolmogorov-Smirnov, obtidas para os n subdomínios (ver equação 3.1).

A segunda estratégia apresentada tem como desvantagem o facto de os intervalos “exteriores” da distribuição de probabilidade apresentarem um menor número de amostras quando comparados com os intervalos “centrais” (Figura 3.2), o que faz com que o valor de $\hat{KS}(x_i)$ nos intervalos “exteriores” sejam, em teoria, menos preciso, podendo afetar o valor do índice PAWN. Por outro lado, a segunda abordagem revela ser mais flexível uma vez que pode ser utilizada uma base de dados/amostragem qualquer, inclusive sequências de baixa discrepância (sequência de Sobol e *Latin hypercube sampling*). Para além disto, quando se recorre a simulação numérica para realizar a amostragem, a utilização de intervalos na segunda abordagem é em geral computacionalmente mais eficiente [4].

3.2. Índices Sobol vs Índices PAWN

Com o objetivo de perceber os resultados dos índices PAWN e dos índices de Sobol é feita nesta secção uma descrição geral dos índices Sobol e apresentadas as diferenças entre ambos os tipos de índices.

Os índices de Sobol são uma técnica de análise de sensibilidade que se baseia no cálculo da variância em oposição aos índices PAWN que se baseiam no cálculo da função de distribuição cumulativa. A variância é um parâmetro de tendência central que representa a média dos quadrados da diferença do valor da média de uma dada distribuição e o valor de cada um dos pontos que a constituem. O cálculo dos índices de Sobol totais é feito através da seguinte equação [5]:

$$S_{Ti} = 1 - \frac{V[E(U|X_{\sim i})]}{V(U)}, \quad (3.3)$$

onde $V(U)$ é a variância incondicional do parâmetro de saída U e $V[E(U|X_{\sim i})]$ é a variância da expectativa condicional do parâmetro de saída quando se varia todos os parâmetros de entrada exceto X_i . Este conjunto de parâmetros é designado por $X_{\sim i}$.

O facto de os índices de Sobol se basearem na variância faz com que apenas permitam obter bons resultados em distribuições unimodais. Tendo isto em conta, e as distribuições de dados apresentadas anteriormente, espera-se que os resultados obtidos pelos índices PAWN para o parâmetro de saída do retorno elástico sejam diferentes dos resultados obtidos para os índices de Sobol para este mesmo parâmetro. Por outro lado, os índices PAWN têm a desvantagem de requererem o cálculo das funções de distribuição cumulativa enquanto que os índices de Sobol apenas requerem o cálculo da variância. Outra desvantagem dos índices PAWN é ser necessário definir o número de intervalos em que se divide o conjunto de dados, sendo mais um fator que pode influenciar os resultados. É comum a ambos os índices o facto de eles variarem entre 0 e 1. O valor do índice próximo de zero, para uma variável, significa que essa variável é pouco influente, contrariamente, quanto o índice toma um valor próximo de 1 significa que essa variável é muito influente.

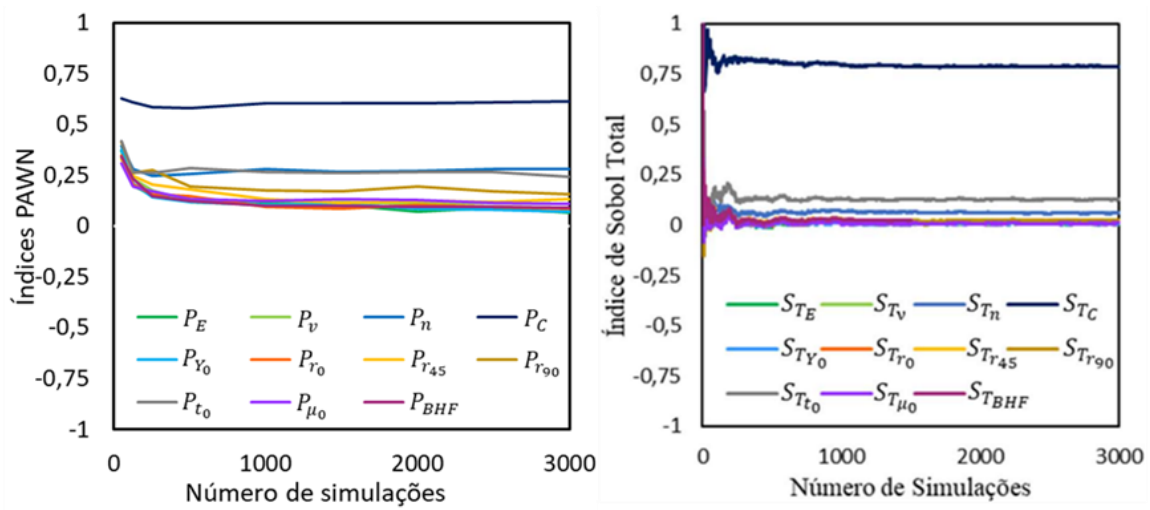
3.3. Análise de Resultados

Neste capítulo são apresentados e analisados os resultados da análise de sensibilidade através dos índices PAWN e Sobol, de modo a perceber quais os parâmetros de entrada do modelo numérico que mais influenciam os parâmetros de saída. Esta secção contém uma análise de estabilização, uma análise das respostas máximas do modelo numérico e análise global da taça quadrada.

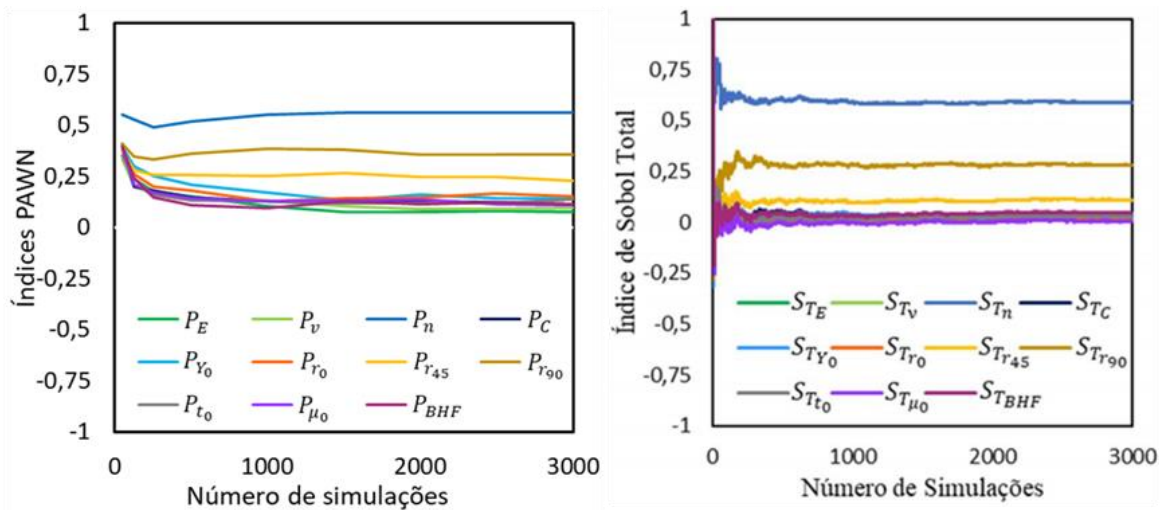
3.3.1. Análise de Estabilização

Analisa-se aqui a estabilização dos índices de Sobol e de PAWN com o número de simulações. Considera-se que ocorre estabilização do valor dos índices quando a sua variação é igual ou inferior a 5%. Este critério de estabilização é igual para todos os parâmetros de entrada e a sua validação é realizada a intervalos de 500 simulações, isto é, para 500, 1000, 1500, 2000, 2500 e 3000 simulações. A análise de estabilização dos índices foi calculada tendo em conta os valores máximos dos parâmetros de saída. No caso da força máxima do punção (Figura 3.3 (a)), da deformação plástica equivalente (Figura 3.3 (b) Figura 3.4) e da redução de espessura (Figura 3.3 (c)), o valor dos índices PAWN e dos índices de Sobol estabilizam com a utilização de 2500 e 1500 simulações base, respetivamente. Para a alteração de geometria, a Figura 3.3 (d) mostra que os índices PAWN e os índices de Sobol estabilizam o seu valor quando são utilizadas mais de 2000 simulações. Já para o retorno elástico, os índices PAWN e os índices de Sobol estabilizam quando são utilizadas mais de 1500, como se pode observar na Figura 3.3 (e).

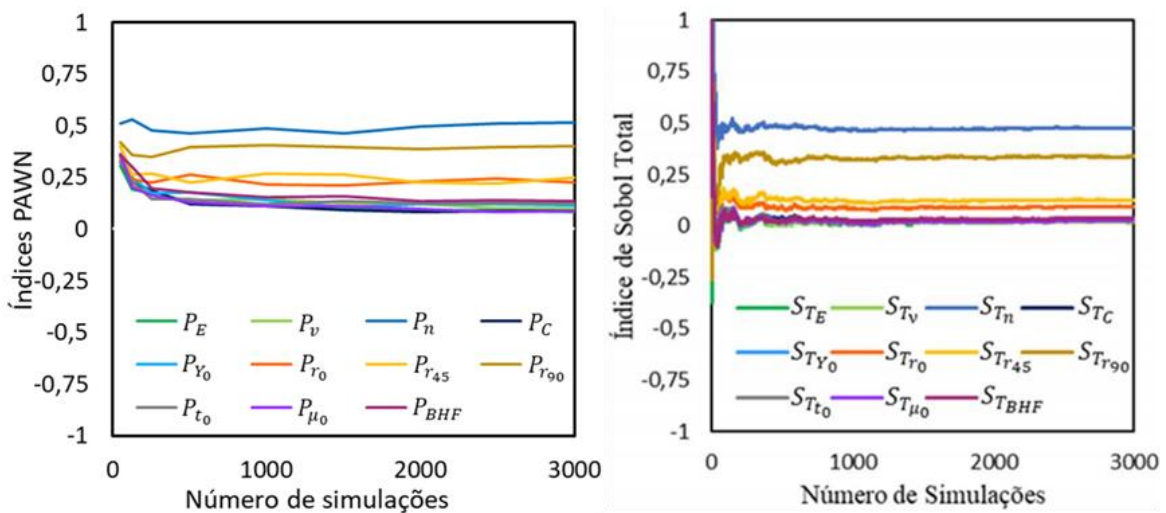
É importante referir que no caso dos índices de Sobol o número de simulações indicado corresponde apenas ao número base de simulações. Na realidade o número total de simulações utilizado para calcular os 11 índices de Sobol (um por cada parâmetro de entrada) é igual a 13 vezes o número de simulações de base (como pode ser consultado em [1]). Conclui-se assim que os índices PAWN requerem custos computacionais muito inferiores ao dos índices de Sobol, em concreto requer apenas 7.7% a 12.8% do número de simulações utilizadas para avaliar os índices de Sobol.



(a)



(b)



(c)

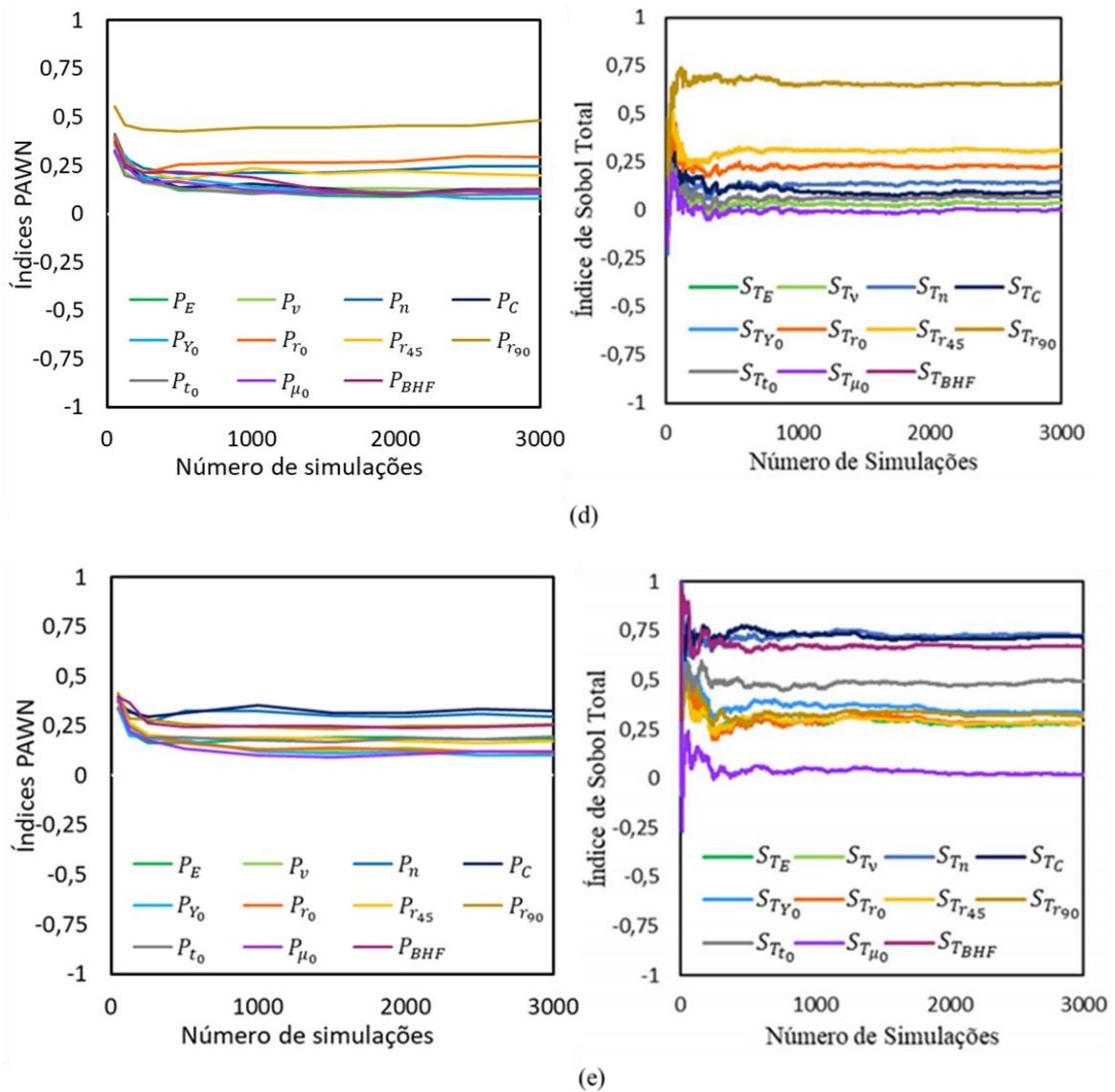


Figura 3.3. Variação dos índices de PAWN e de Sobol em função do número de simulações para: FP (a), DPE (b), RE (c), AG (d) e REL (e). As figuras referentes aos índices de Sobol foram adaptadas de [1].

3.3.2. Análise de Sensibilidade

Na Figura 3.4 estão representados os resultados dos índices PAWN e os índices de Sobol para os valores máximos dos parâmetros de saída. A sua análise permite concluir o seguinte sobre a sensibilidade de cada um dos parâmetros de saída:

- **Força máxima do punção** - A Figura 3.4 (a) mostra que o parâmetro de entrada com mais influência na força máxima do punção é, para ambos os índices, o parâmetro C da lei de Swift, seguido pelo coeficiente de

encruamento, n , e espessura inicial, t_0 , apesar destas influências serem reduzidas quando comparado com a influência do parâmetro C .

- **Deformação plástica equivalente** - Da Figura 3.4 (b) pode concluir-se que os parâmetros que mais influenciam a deformação plástica equivalente são o coeficiente de encruamento, n , e o coeficiente de anisotropia r_{90} . Os resultados obtidos são semelhantes para ambos os índices, PAWN e Sobol.
- **Redução de Espessura** - Os parâmetros de entrada mais importantes na redução de espessura são, para ambas as técnicas de análise de sensibilidade, o coeficiente de encruamento, n , e o coeficiente de anisotropia r_{90} (Figura 3.4 (c)). O coeficiente de anisotropia r_{45} apresenta também uma influência significativa, apesar de inferior aos referidos anteriormente.
- **Alteração de Geometria** - Analisando os resultados da Figura 3.4 (d), observa-se que, para os índices PAWN, os parâmetros de entrada mais influentes são os coeficientes de anisotropia r_{90} e r_0 , respetivamente, seguindo-se por ordem de influência os parâmetros n e r_{45} . Para os índices de Sobol os resultados obtidos são ligeiramente diferentes na medida em que a seguir a r_{90} os parâmetros com maior influência são por ordem r_{45} , r_0 e n .
- **Retorno Elástico** - Para o retorno elástico (Figura 3.4 (e)), os resultados para ambos os índices são idênticos no que toca aos parâmetros de entrada que têm mais ou menos influência, apesar de existir uma grande diferença nos valores calculados para os diferentes índices. Com esta análise conclui-se que os parâmetros mais influentes no retorno elástico são o coeficiente de encruamento, n , o parâmetro C e a força do cerra-chapas, BHF .

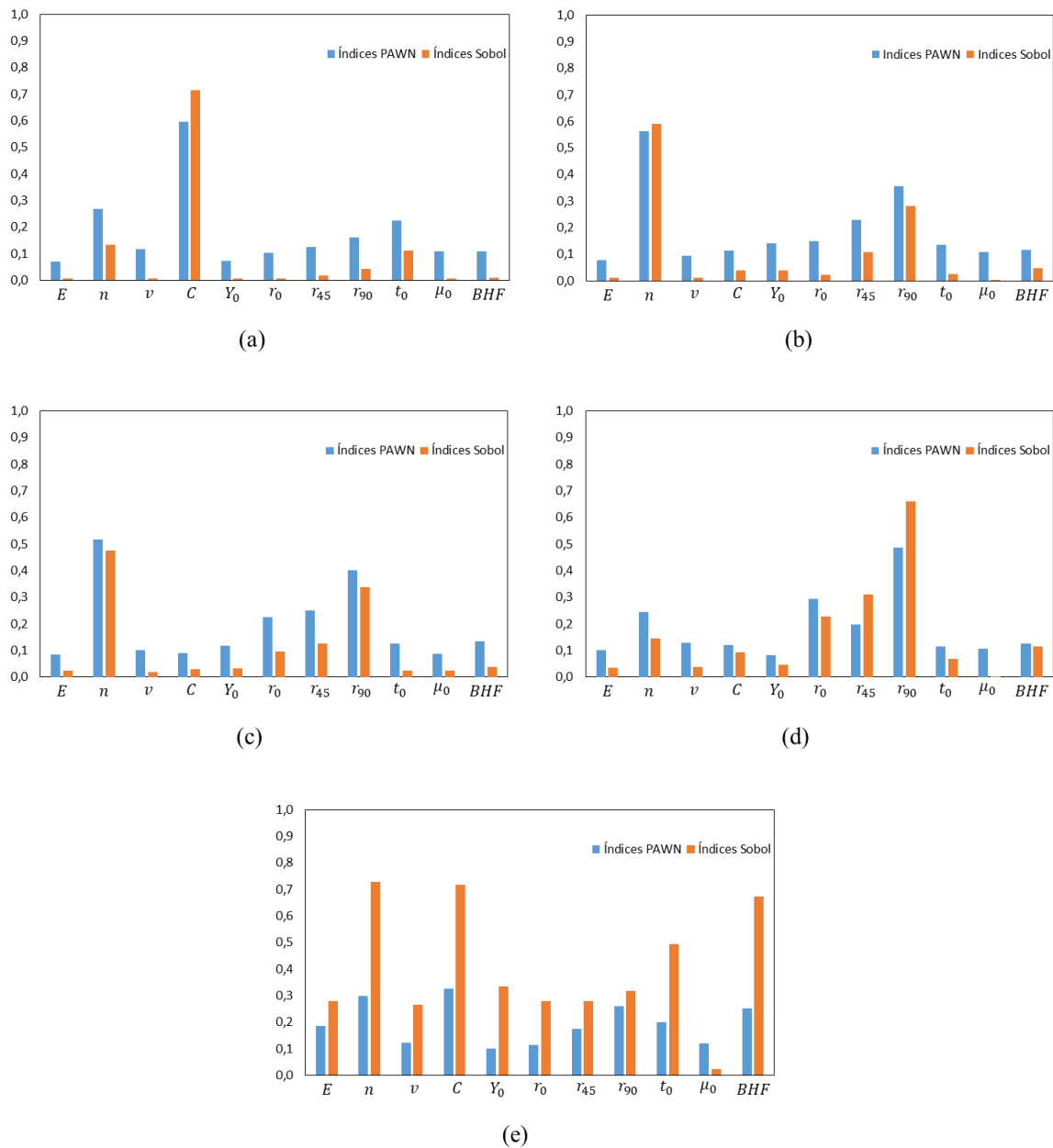


Figura 3.4. Índices de Sobol e PAWN para: Força máxima do punção (a), Deformação plástica equivalente (b), Redução de espessura (c), Alteração de geometria (d) e Retorno elástico (e).

3.3.3. Distribuição dos Índices pela taça

Nesta secção são calculados os índices de sensibilidade ao longo das várias regiões da taça quadrada. Pretende-se com esta análise, perceber, para os diferentes parâmetros de saída, quais são os parâmetros de entrada que são mais influentes nas

diferentes zonas da peça. No final da secção são apresentados os índices, para ambas as análises de sensibilidade, em função do deslocamento do punção.

Para a deformação plástica equivalente, constata-se que o coeficiente de encruamento (Figura 3.5 (a)) tem uma influência significativa junto ao raio de curvatura do punção e na zona central da parede. Uma vez que junto ao raio de curvatura do punção, a deformação plástica tem valores próximos de zero (ver Figura 2.2 (a)), pode afirmar-se que o coeficiente de encruamento não é relevante nesta região. Já no caso da zona central da parede, a variabilidade na deformação plástica é acentuada (ver Figura 2.2 (a)), pelo que nesta região o coeficiente de atrito é um parâmetro importante. O coeficiente de anisotropia a 90° (Figura 3.5 (b)) é mais influente no raio de curvatura da matriz, o que é particularmente crítico uma vez que variabilidade na deformação plástica é máxima nesta zona (ver Figura 2.2 (a)). Os resultados obtidos são qualitativamente semelhantes para ambos os índices, PAWN e Sobol.

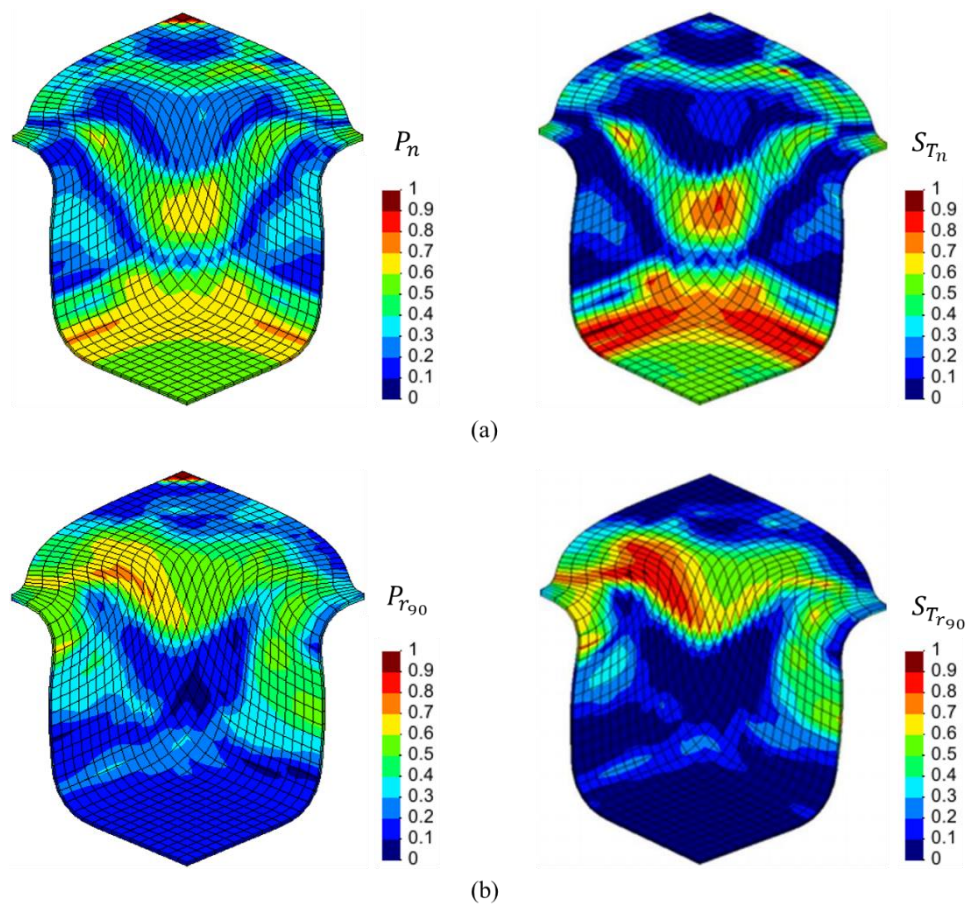


Figura 3.5. Distribuição dos índices de PAWN e Sobol na taça quadrada, para a deformação plástica equivalente: n (a) e r_{90} (b).

A Figura 3.6 permite concluir que a redução de espessura é afetada de forma relevante pelo coeficiente de encruamento, na base da taça, junto ao raio de curvatura do punção e na zona central da parede (Figura 3.6 (a)). Na base da taça, este parâmetro de entrada não é crítico uma vez que não existe redução de espessura significativa nessa zona (ver Figura 2.2 (b)). Já junto ao raio de curvatura do punção e na zona central da parede existe uma redução de espessura acentuada (ver Figura 2.2 (b)), pelo que o coeficiente de encruamento tem bastante influência nessa redução. O coeficiente de anisotropia a 90° (Figura 3.6 (b)) afeta a espessura na parede da taça, junto ao raio de curvatura da matriz e na aba de forma significativa. No entanto, apenas a zona da parede ocorre a uma redução de espessura (ver Figura 2.2 (b)), pelo que o coeficiente de anisotropia a 90° só se considera crítico nessa zona.

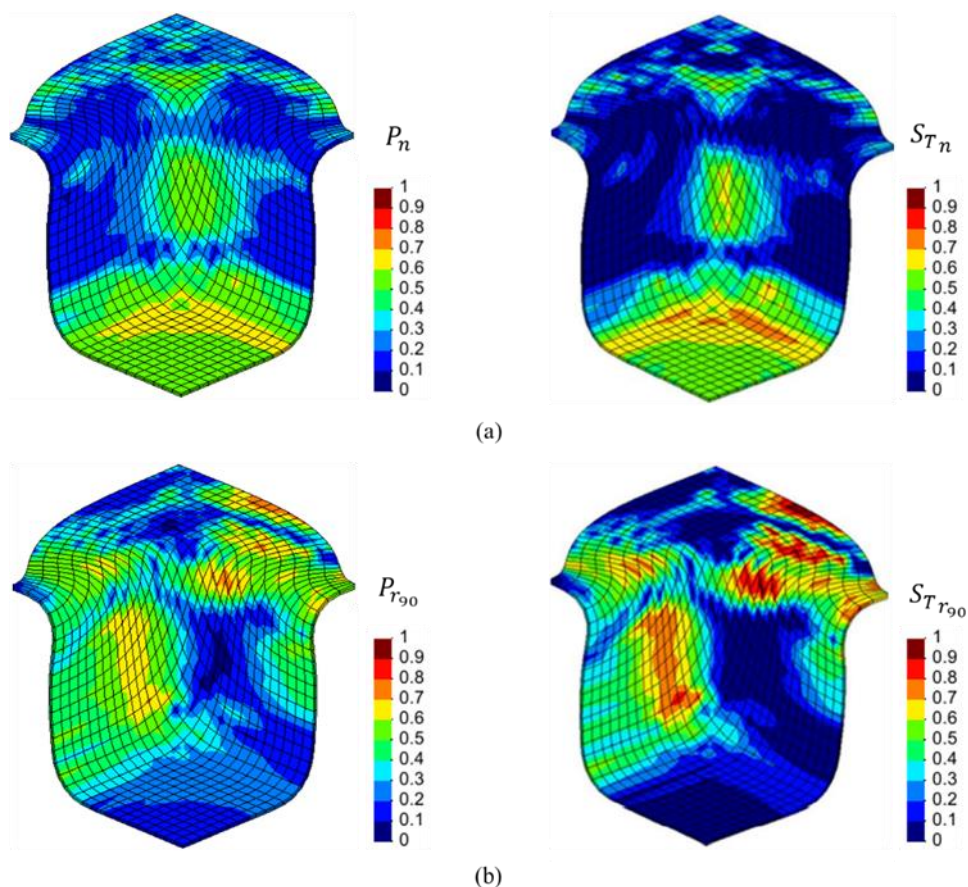


Figura 3.6. Distribuição dos índices de PAWN e Sobol na taça quadrada, para a redução de espessura: r_{90} (a) e n (b).

Na Figura 3.7 (a) observa-se que a alteração de geometria é influenciada pelo coeficiente de encruamento, na parte inferior da parede e na base da taça. Este parâmetro de entrada só não é crítico porque, estas zonas correspondem a regiões da peça onde a variabilidade da alteração de geometria é mínima (ver Figura 2.2 (c)). Os coeficientes de anisotropia a 0° e 90° (Figura 3.7 (b) e Figura 3.7 (c)) são mais influentes na zona superior da taça quadrada (aba, junto ao raio de curvatura da matriz e na parte superior da parede), zonas estas que coincidem com as regiões da taça onde a variabilidade da alteração de geometria é significativa (ver Figura 2.2 (c)). Neste contexto, os parâmetros de entrada r_{90} e r_0 são muito influentes na variabilidade da alteração de geometria.

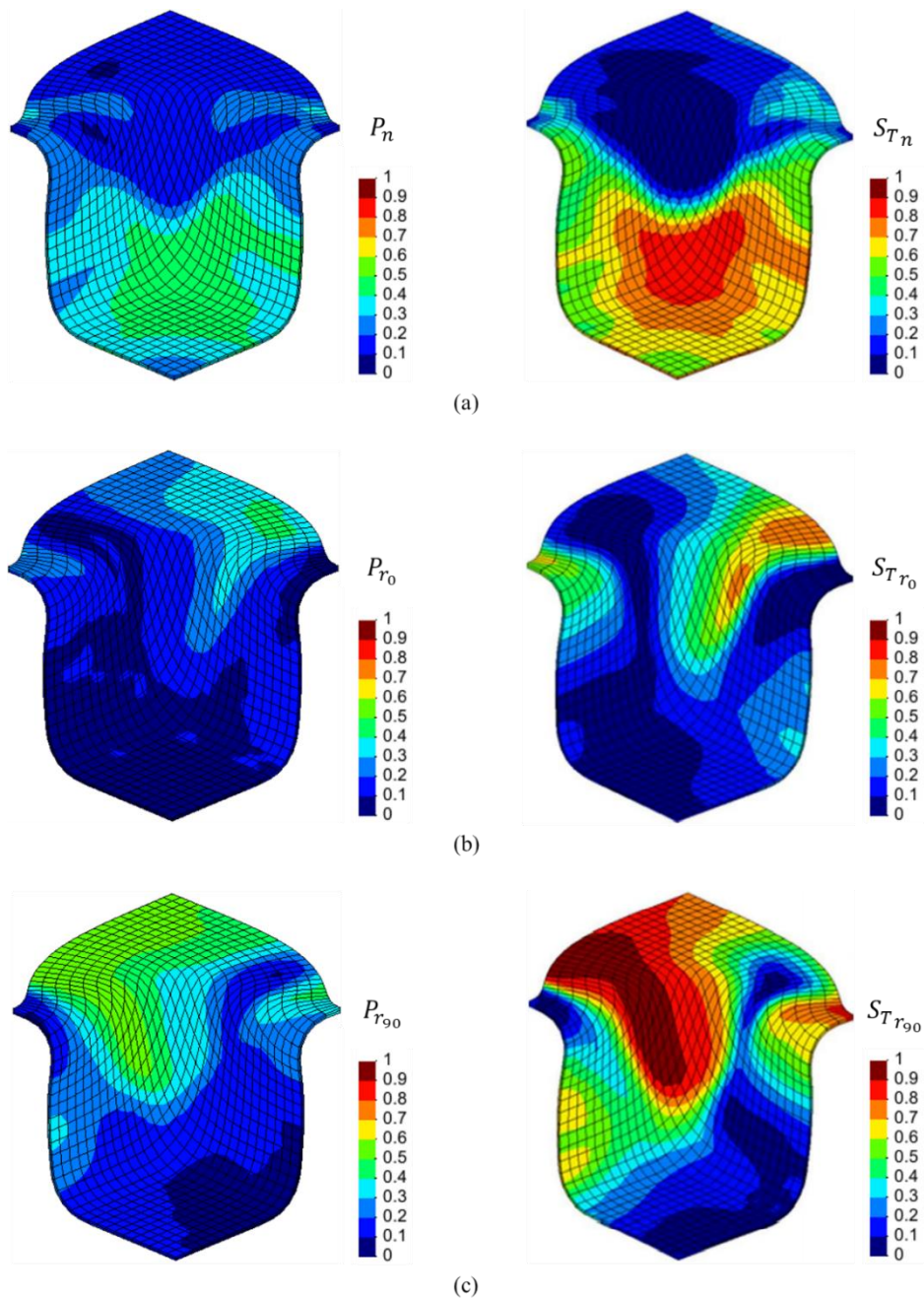


Figura 3.7. Distribuição dos índices de PAWN e Sobol na taça quadrada, para a alteração de geometria: n (a), r_0 (b) e r_{90} (c).

Para o retorno elástico observa-se que a força do cerra-chapas, BHF , o coeficiente de anisotropia a 90° , r_{90} , e o parâmetro C da lei de Swift são os parâmetros com maior influência ao longo de toda taça (Figura 3.8 (a)). Ainda assim, podemos afirmar que destes parâmetros o mais crítico é o parâmetro C da lei de Swift (Figura 3.8 (b)) uma vez que afeta com mais intensidade zonas onde o retorno elástico atinge valores mais elevados (ver Figura 2.2 (d)). Nos parâmetros de saída analisados anteriormente os resultados obtidos

para ambas as técnicas foram idênticas. No entanto, para o retorno elástico é notório que a distribuição dos índices de Sobol e PAWN são diferentes. Isto é algo esperado uma vez que a distribuição do retorno elástico (ver Figura 2.4 (e)) é bimodal, e por isso a análise de sensibilidade através dos índices de Sobol não é apropriada a este caso.

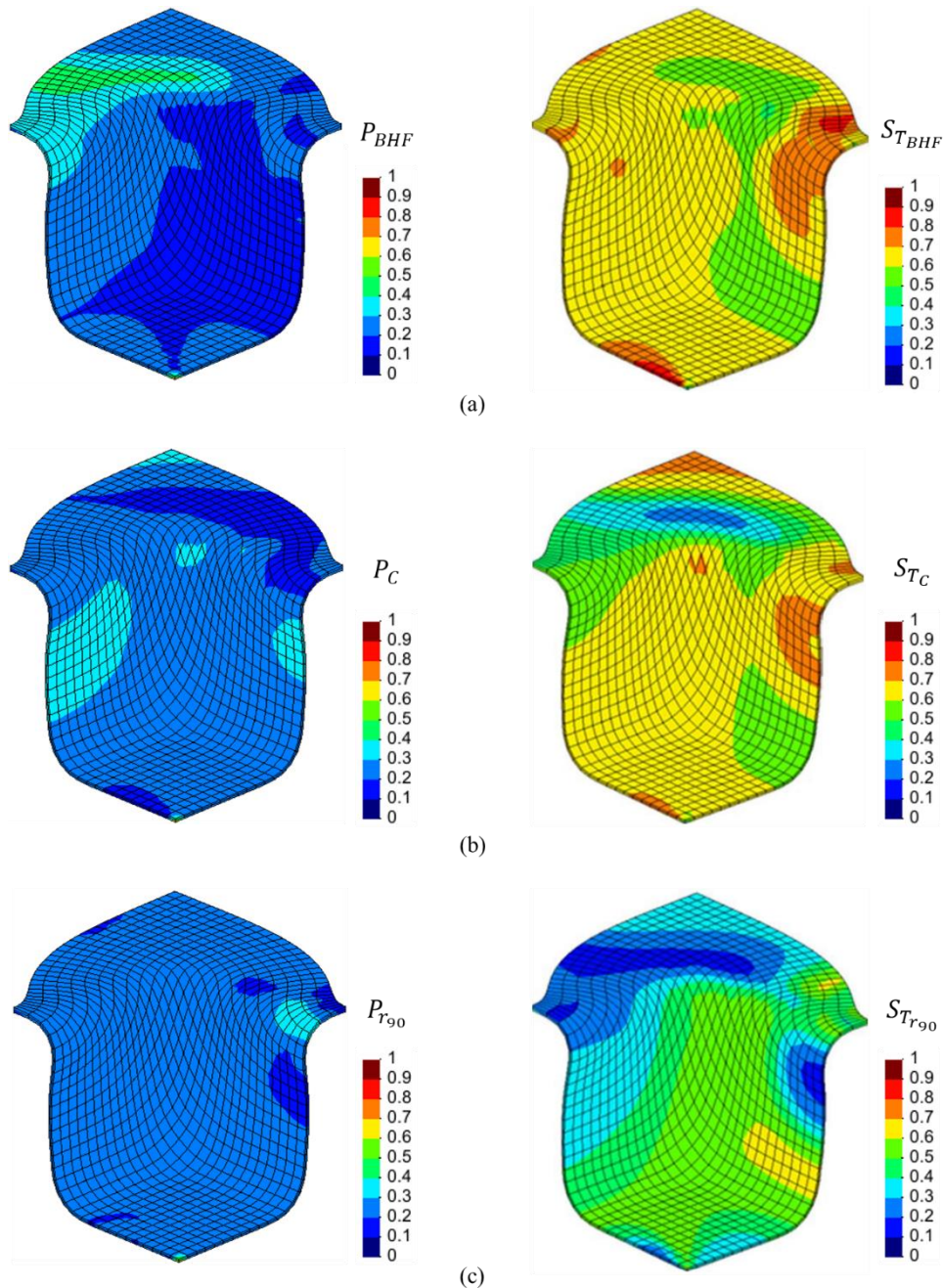


Figura 3.8. Distribuição dos índices de PAWN e Sobol na taça quadrada, para o retorno elástico: BHF (a), C (b) e r_{90} (c).

Por último, a Figura 3.9 mostra a evolução dos índices para a força do punção, em função do seu deslocamento. Desta figura conclui-se que a influência do parâmetro C é a única que aumenta sempre com o deslocamento do punção. Já o coeficiente de encruamento, n , e a tensão limite de elasticidade, Y_0 , aumentam na fase inicial do deslocamento mas vão perdendo a sua influência com o avançar do punção. A espessura inicial tem uma influência praticamente constante ao longo do deslocamento do punção. A principal diferença entre os resultados obtidos pelas duas técnicas de análise de sensibilidade está na variação do coeficiente de anisotropia, r_0 . Para os índices de Sobol a influencia do r_0 apresenta grandes variações entre os 0 e os 12 milímetros de deslocamento do punção, enquanto que para os índices PAWN o valor do índice para este parâmetro mantém-se constante com um valor perto de zero.

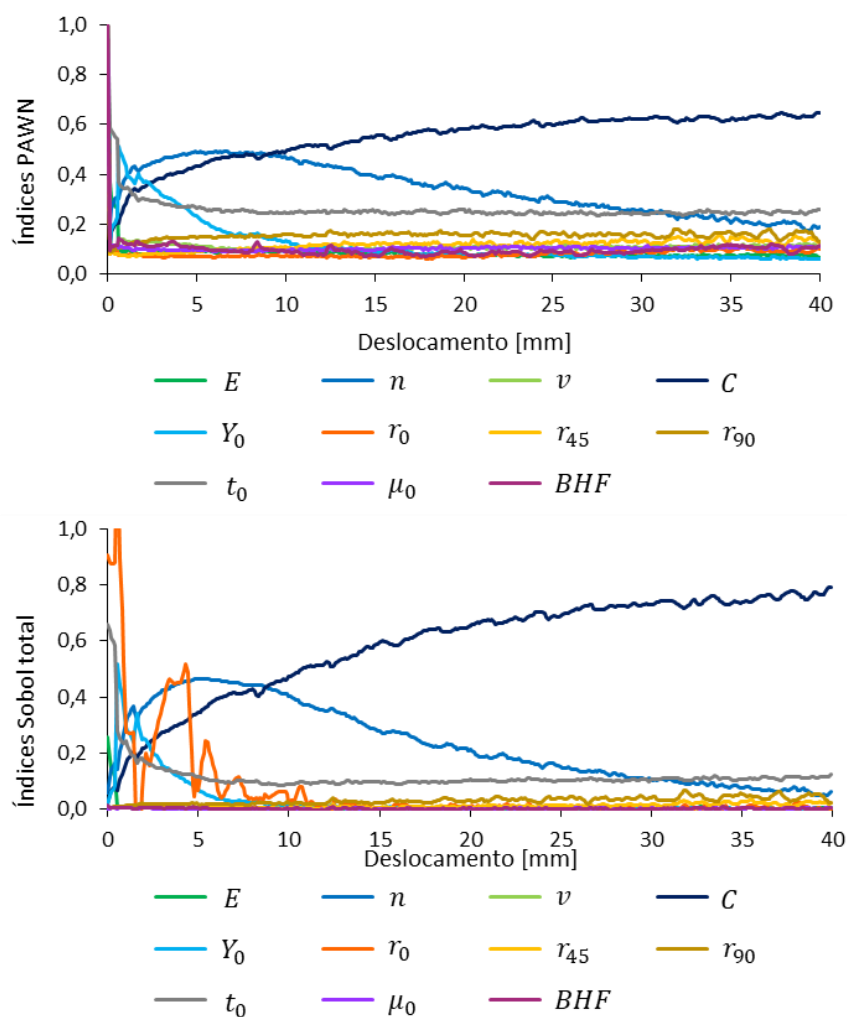


Figura 3.9. Evolução dos índices de Sobol e de PAWN da força do punção, em função do seu deslocamento.

3.4. Comparação Final Entre Resultados

Nesta secção é realizada uma análise de Pareto aos resultados dos índices de Sobol e PAWN, de forma a separar os parâmetros de entrada que são mais e menos importantes. Na Figura 3.10 e Figura 3.11 estão os gráficos correspondentes à análise de Pareto para ambas as técnicas de análise de sensibilidade, onde as barras verticais representam o valor absoluto do índice para o parâmetro em questão e a curva preta representa a percentagem acumulada. Segundo Pareto, os parâmetros mais importantes são os que contribuem para 80% da variabilidade dos parâmetros de saída. A grande diferença detetada ao observar a Figura 3.10 e a Figura 3.11 é o facto de os resultados dos índices de Sobol considerarem que é necessário um menor número de parâmetros para diminuir a variabilidade da resposta, ou seja, consideram menos parâmetros como sendo importantes. Por outro lado, os índices PAWN consideram que para reduzir a variabilidade da resposta em 80% é necessário reduzir a variabilidade de pelo menos quatro parâmetros de entrada.

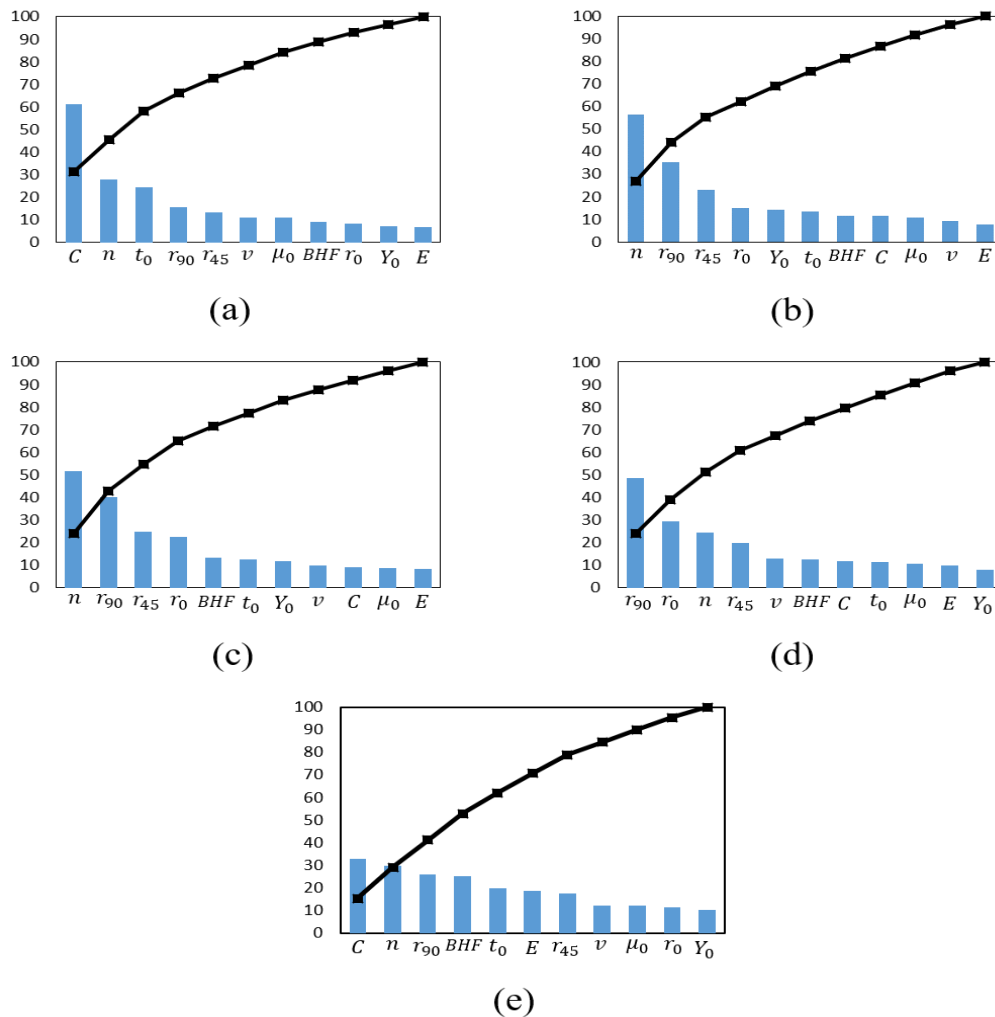


Figura 3.10. Análise de Pareto para os índices PAWN para as respostas: FP (a), DPE (b), RE (c), AG (d) e REL (e).

Nos seguintes pontos são mencionados os parâmetros de entrada cuja variabilidade é responsável por 80% da variabilidade dos seguintes parâmetros de saída:

- Força máxima do punção – De acordo com os índices de Sobol os parâmetros responsáveis por 80% da variabilidade na força do punção são o parâmetro C da lei de Swift e a espessura inicial (Figura 3.11 (a)). Para além destes parâmetros de entrada, os índices PAWN identificam ainda como responsáveis o coeficiente de encruamento, os coeficientes de anisotropia a 45° e 90° e o coeficiente de Poisson (Figura 3.10 (a)).

- Deformação plástica equivalente - Pelos índices PAWN (Figura 3.10 (b)), 80% da variabilidade da deformação plástica equivalente é originada por seis parâmetros de entrada: o coeficiente de encruamento, os coeficientes de anisotropia a 0° , 45° e 90° , a tensão limite de elasticidade inicial e a espessura inicial. Já para os índices de Sobol (Figura 3.11 (b)), 80% da variabilidade da deformação plástica equivalente é originada apenas pelo coeficiente de encruamento e pelo coeficiente de anisotropia a 90° .
- Redução de Espessura – De acordo com os índices PAWN (Figura 3.10 (c)), 80% da variabilidade da redução de espessura ocorre devido a variabilidade do coeficiente de encruamento, do coeficiente de anisotropia a 0° , 45° e 90° , da força do cerra-chapas e da espessura inicial. Segundo os índices de Sobol (Figura 3.11 (c)), apenas a variabilidade do coeficiente de encruamento e dos coeficientes de anisotropia a 45° e 90° é responsável por 80% da variabilidade da redução de espessura.
- Alteração de Geometria – Pelos índices PAWN (Figura 3.10 (d)), 80% da variabilidade da alteração de geometria ocorre devido à variabilidade dos coeficientes de anisotropia a 0° , 45° e 90° , do coeficiente de encruamento, do coeficiente de Poisson e da força do cerra-chapas. No caso dos índices de Sobol (Figura 3.11 (d)), a variabilidade nos coeficientes de anisotropia e no coeficiente de encruamento é responsável por 80% da variabilidade da alteração de geometria.
- Retorno Elástico - Ambos os índices (Figura 3.10 (e) e Figura 3.11 (e)) consideram que 80% da variabilidade da alteração de geometria ocorre devido ao parâmetro C da lei de Swift, a força do cerra-chapas, o coeficiente de encruamento e a espessura inicial.

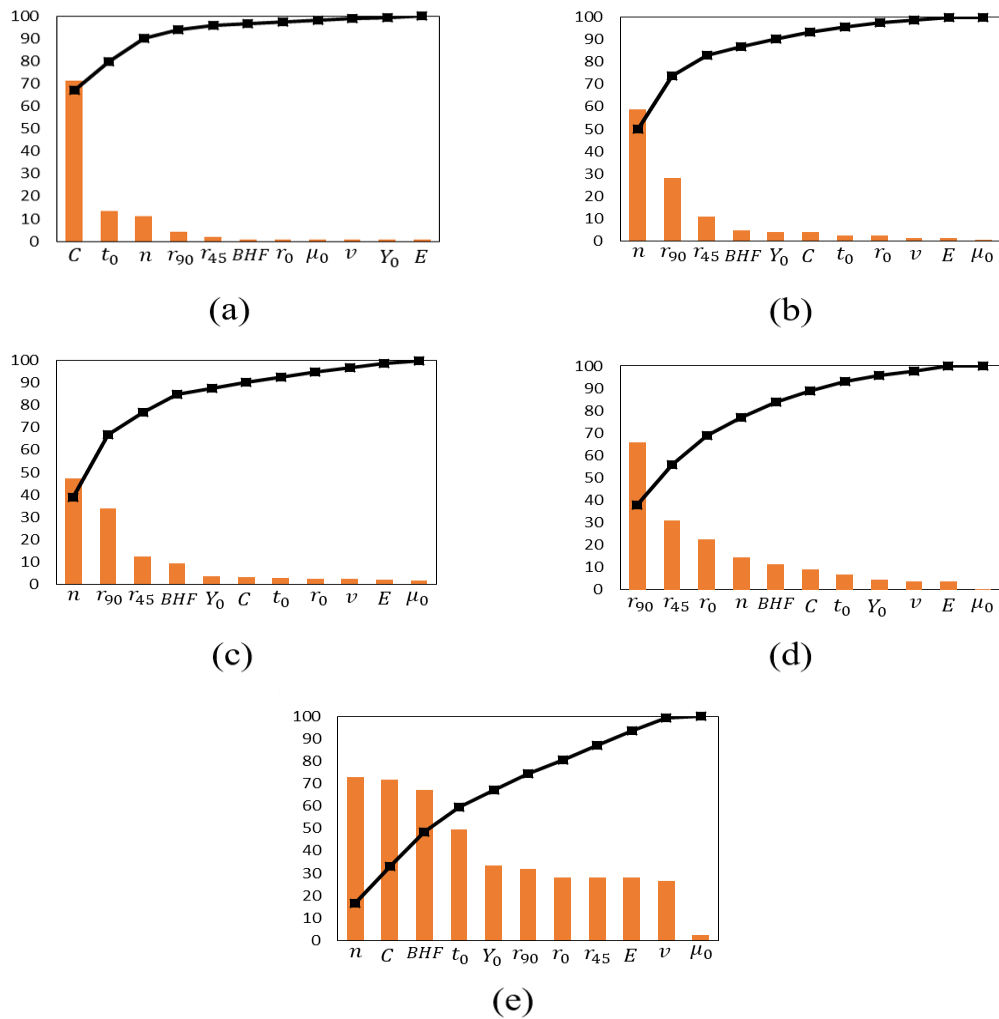


Figura 3.11. Análise de Pareto para os índices de Sobol totais para as respostas: FP (a), DPE (b), RE (c), AG (d) e REL (e).

Na Figura 3.12 estão representados os parâmetros de entrada cujos índices PAWN ou Sobol são máximos em cada zona da taça quadrada. Para a deformação plástica equivalente (Figura 3.12 (a)), a alteração de geometria (Figura 3.12 (b)), a redução de espessura (Figura 3.12 (c)), o coeficiente de anisotropia a 90° e o coeficiente de encruamento são os mais importantes em grande parte da taça quadrada; o coeficiente de anisotropia a 0° apresenta também algumas zonas de importância significativa. Para o retorno elástico (Figura 3.12 (d)) os parâmetros dominantes são a força do cerra chapas e o parâmetro C , sendo que os coeficientes de anisotropia a 45° e 90° são também influentes em certos locais da peça. Como esperado, os resultados para os índices PAWN e para os índices Sobol são idênticos para todos os parâmetros de saída exceto o retorno elástico. A grande diferença está na base e na parede lateral da taça, onde os índices PAWN apontam o coeficiente de

anisotropia a 45° como o parâmetro mais importante e os índices de Sobol consideram que é a força do cerra chapas o parâmetro mais importante. Também o coeficiente de encruamento tem uma maior influência na aba da taça para os índices de Sobol que para os índices de PAWN.

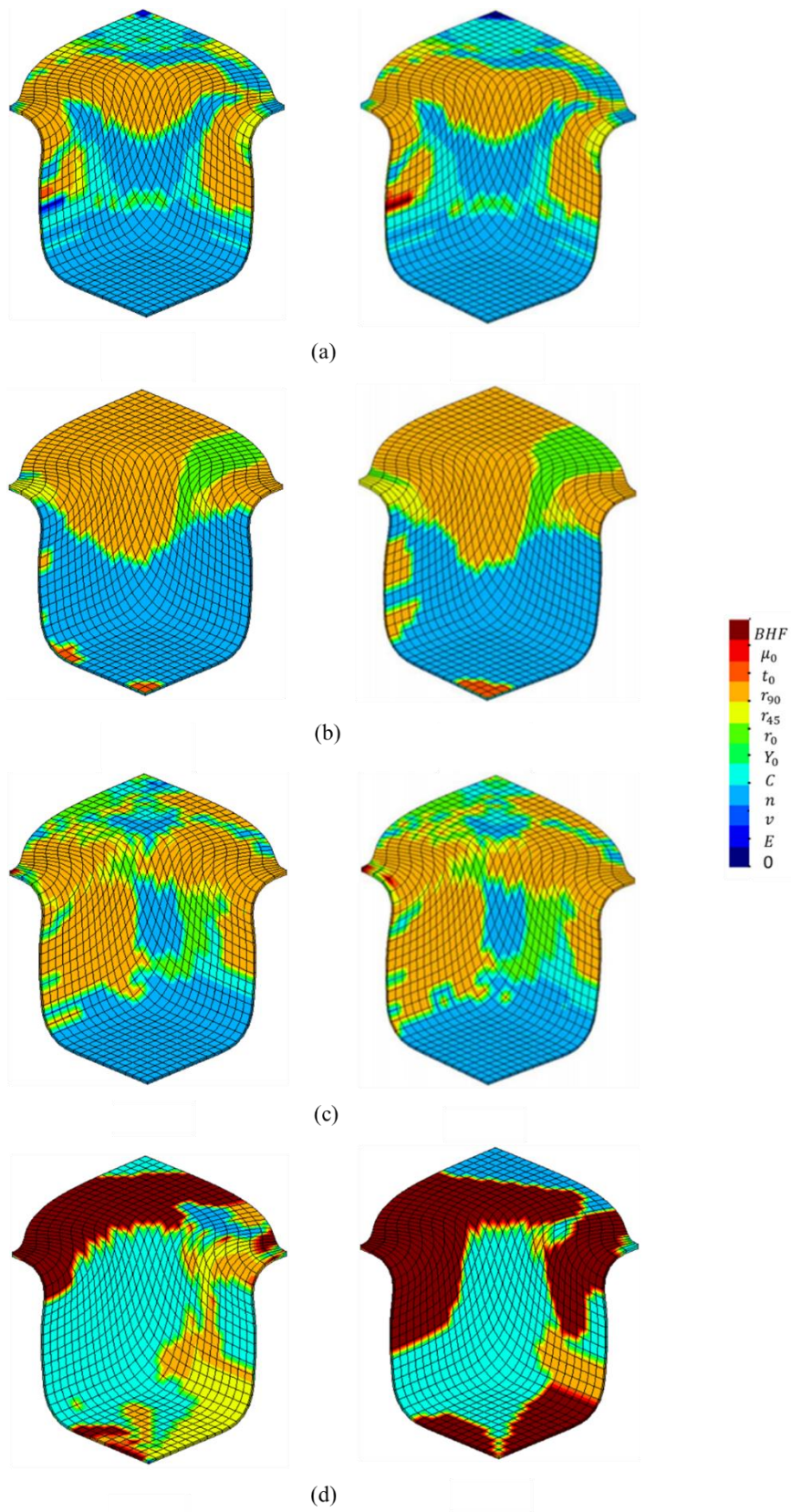


Figura 3.12. Parâmetro correspondente ao índice PAWN (esquerda) e índice Sobol (direita) máximo em cada zona da peça para: DPE (a), AG (b), RE (c) e REL (d).

4. CONCLUSÕES

Com o aumento da competitividade industrial, é cada vez mais importante compreender os processos de conformação, como a estampagem, e perceber de que forma a variabilidade nos parâmetros do material e do processo afetam as peças conformadas. Este foi o principal objetivo proposto neste trabalho, tentando ainda complementar os resultados obtidos noutros trabalhos sobre a variabilidade do processo de conformação de uma taça quadrada.

Para perceber como a variabilidade dos parâmetros de entrada do modelo numérico afetam a variabilidade dos parâmetros de saída, foi elaborada uma análise de sensibilidade. Esta análise permitiu perceber quais os parâmetros de entrada mais relevantes na variabilidade dos parâmetros de saída. Antes de elaborar a análise de sensibilidade concluiu-se que a base da taça é a zona menos afetada pela variabilidade dos parâmetros de entrada do modelo. Por outro lado, a extremidade da aba e o raio de curvatura da matriz são as zonas que apresentam maior variabilidade na resposta. Para o parâmetro da DPE a variabilidade é mais notada na extremidade da aba da taça, tal como para a AG e para o REL. Para realizar a análise de sensibilidade recorreu-se aos índices PAWN e aos índices de Sobol. Concluiu-se que a variabilidade do parâmetro C da lei de Swift, do coeficiente de encruamento e da espessura inicial da chapa, influencia de forma significativa a variabilidade da força do punção. Já a variabilidade da deformação plástica equivalente, da redução de espessura e da alteração de geometria é afetada significativamente pelo coeficiente de encruamento e pelos coeficientes de anisotropia. A variabilidade do retorno elástico é muito afetada pela variabilidade do parâmetro C da lei de Swift, do coeficiente de encruamento, do coeficiente de anisotropia a 90° e da força do cerra-chapas. Estas conclusões são provenientes da análise de Pareto dos valores máximos dos parâmetros de saída e da análise dos mesmos ao longo de toda a peça. A grande diferença entre os resultados obtidos através dos índices PAWN e dos índices de Sobol totais ocorre no estudo da resposta do retorno elástico, sendo idênticos para os restantes resultados do processo de conformação. Concluiu-se assim que o tipo de distribuição das respostas em análise é um fator importante na qualidade dos resultados. De facto, o retorno elástico segue uma distribuição bimodal, pelo que a análise de sensibilidade através dos índices PAWN é mais apropriada.

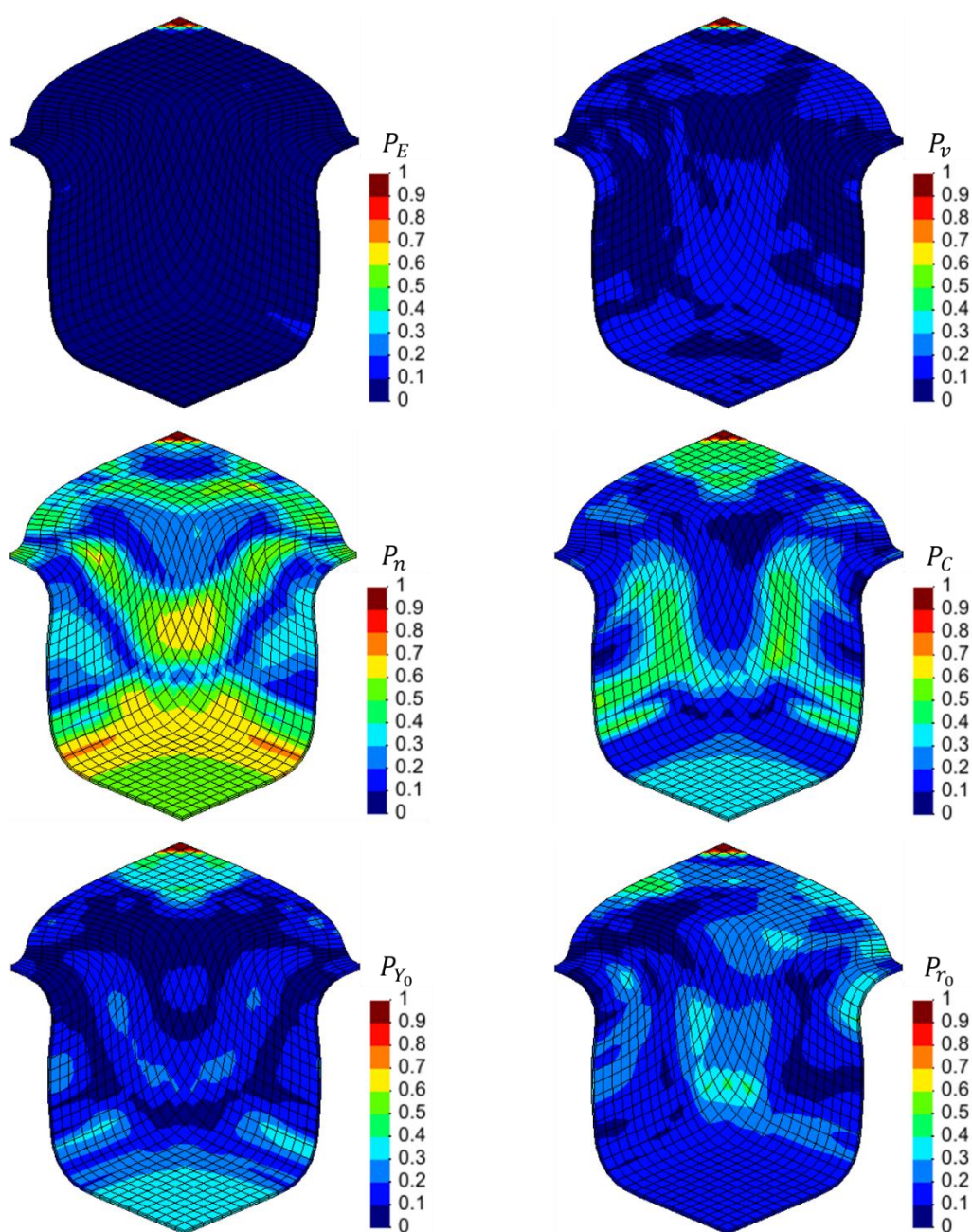
Futuramente podem ser aplicados os índices PAWN a diferentes processos de conformação. Pode também ser aplicado este método de análise de sensibilidade ao mesmo processo de estampagem de uma taça quadrada alterando o material da chapa metálica, podendo assim validar os resultados obtidos neste estudo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] M. F. Ruivo, “Estudo numérico do processo de estampagem de uma taça quadrada: uma análise estocástica,” Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade de Coimbra, Universidade de Coimbra, 2020.
- [2] A. F. G. Pereira, M. F. Ruivo, M. C. Oliveira, J. V. Fernandes, and P. A. Prates, “Numerical study of the square cup stamping process: a stochastic analysis,” *ESAFORM 2021*, Apr. 2021, doi: 10.25518/esaform21.2158.
- [3] F. Pianosi and T. Wagener, “A simple and efficient method for global sensitivity analysis based on cumulative distribution functions,” *Environ. Model. Softw.*, vol. 67, pp. 1–11, May 2015, doi: 10.1016/j.envsoft.2015.01.004.
- [4] F. Pianosi and T. Wagener, “Distribution-based sensitivity analysis from a generic input-output sample,” *Environ. Model. Softw.*, vol. 108, pp. 197–207, Oct. 2018, doi: 10.1016/j.envsoft.2018.07.019.
- [5] Saltelli, A. et al. (2010) ‘Variance based sensitivity analysis of model output. Design and estimator for the total sensitivity index’, *Computer Physics Communications*, 181(2), pp. 259–270. doi: 10.1016/j.cpc.2009.09.018.
- [6] Menezes, L. F. and Teodosiu, C. (2000) ‘Three-dimensional numerical simulation of the deep-drawing process using solid finite elements’, *Journal of Materials Processing Technology*, 97(1–3), pp. 100–106. doi: 10.1016/S0924-0136(99)00345-3.

APÊNDICE A – DISTRIBUIÇÃO DOS ÍNDICES PAWN NA PEÇA FINAL

Representação dos índices PAWN para cada parâmetro de entrada utilizado para os seguintes parâmetros de saída: DPE (Figura A.1), RE (Figura A.2), AG (Figura A.3) e REL (Figura A.4).



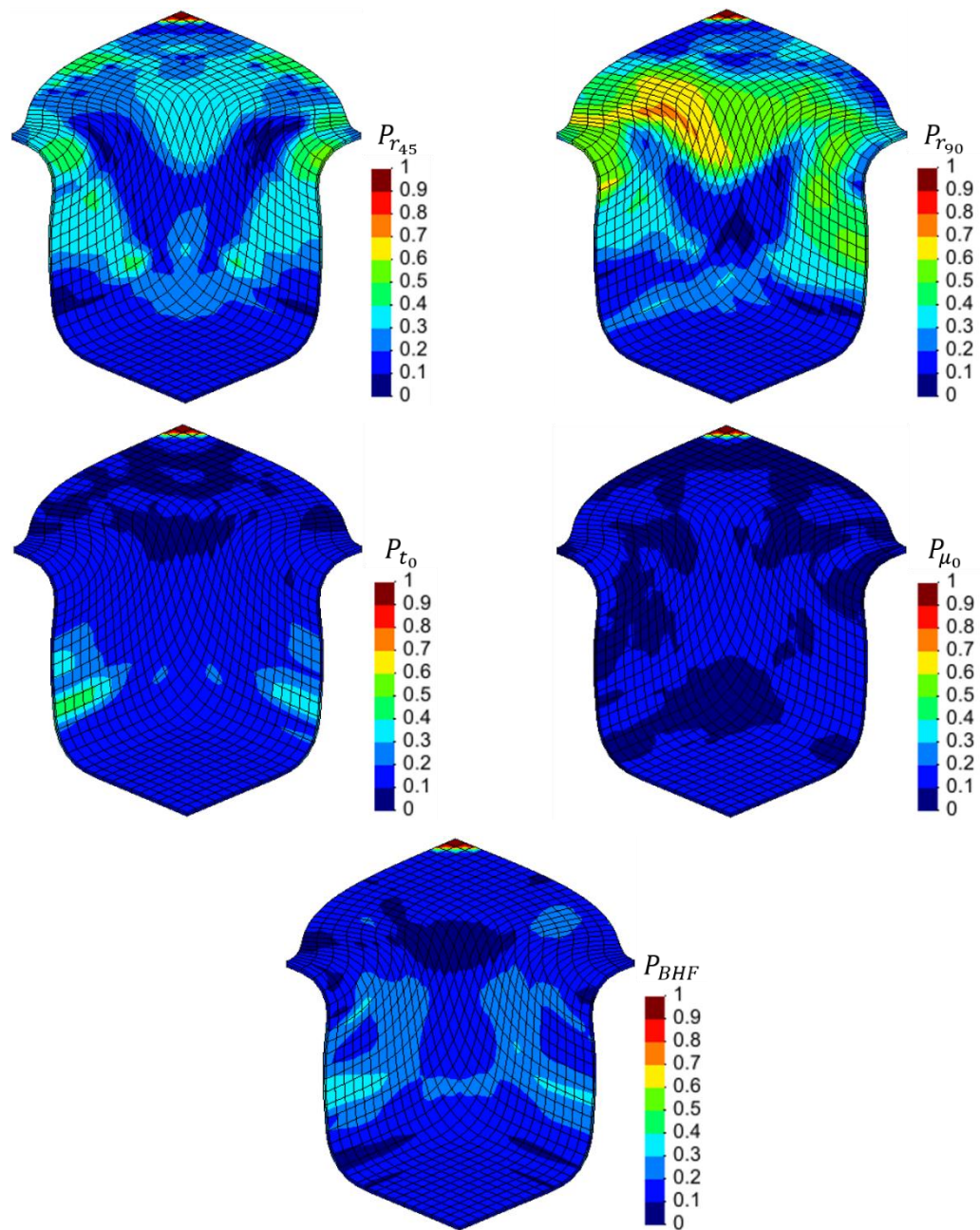
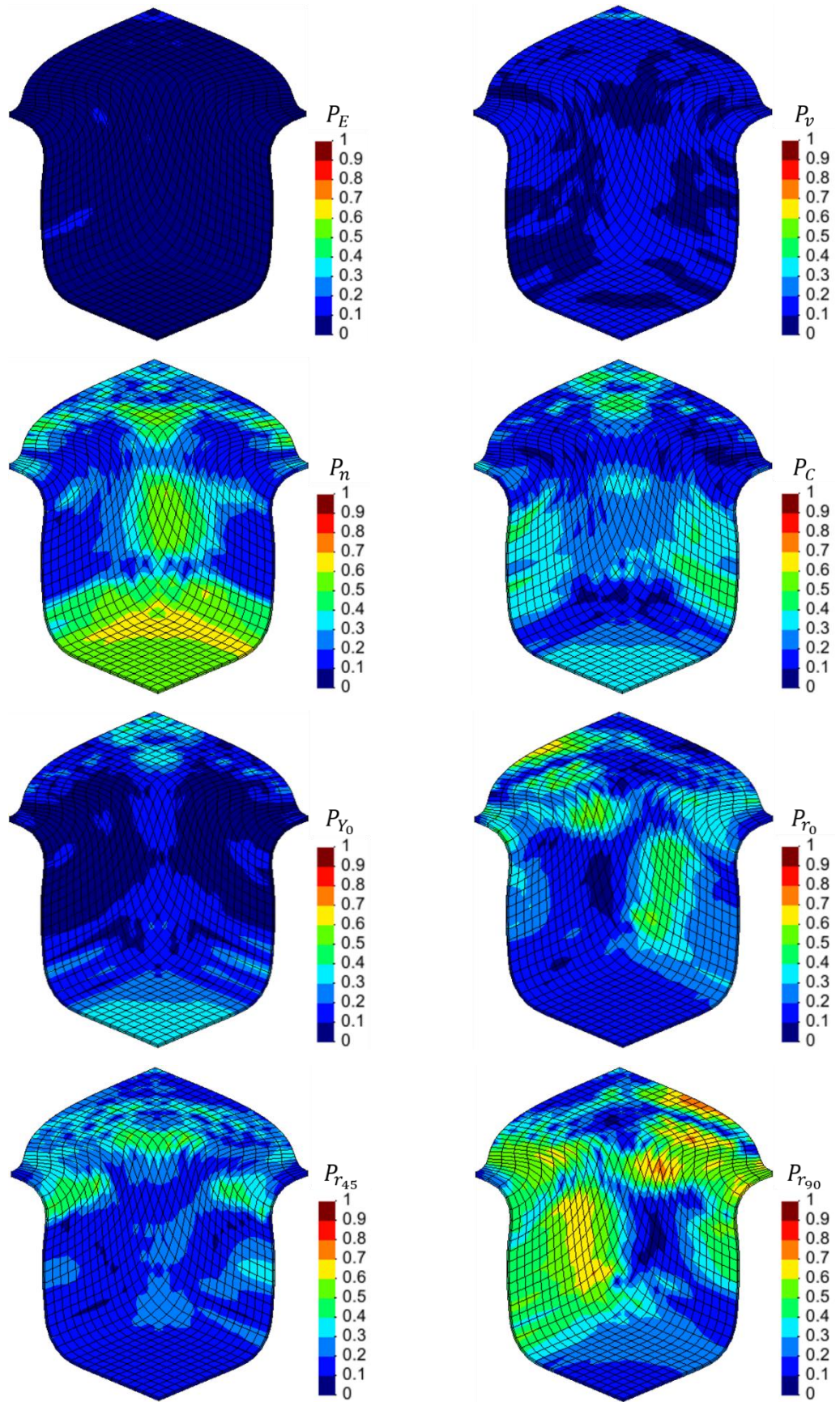


Figura A.1. Índices PAWN para a deformação plástica equivalente.



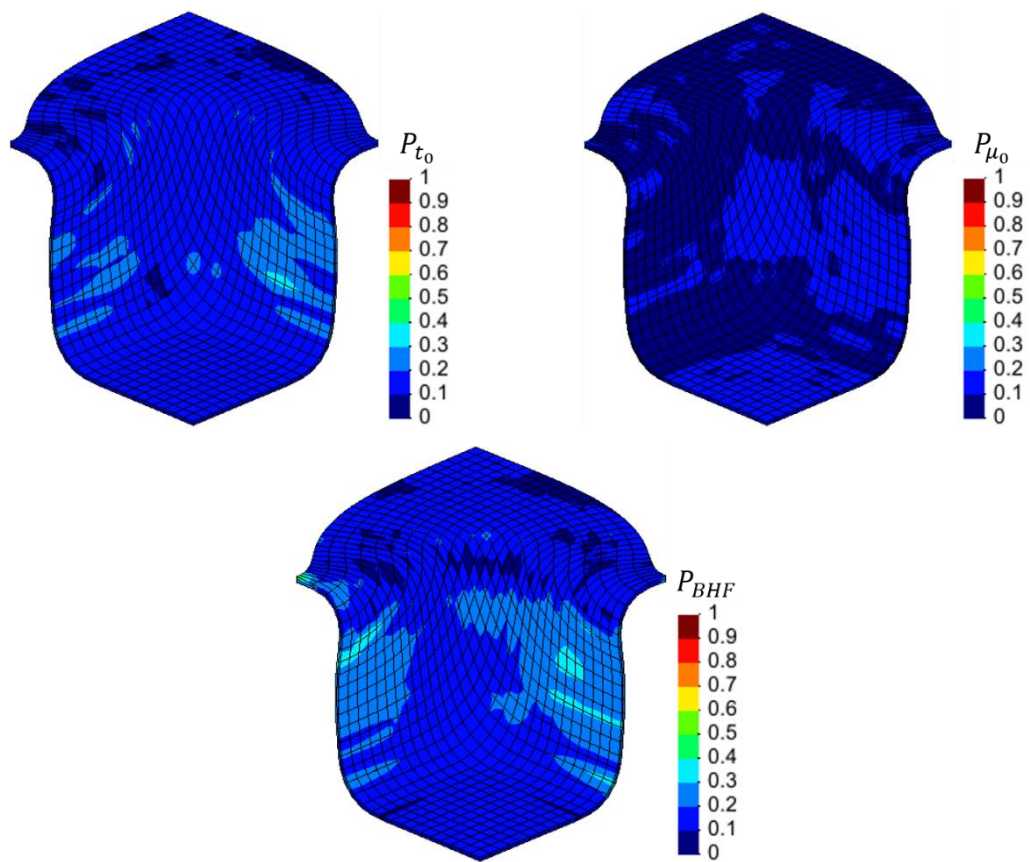
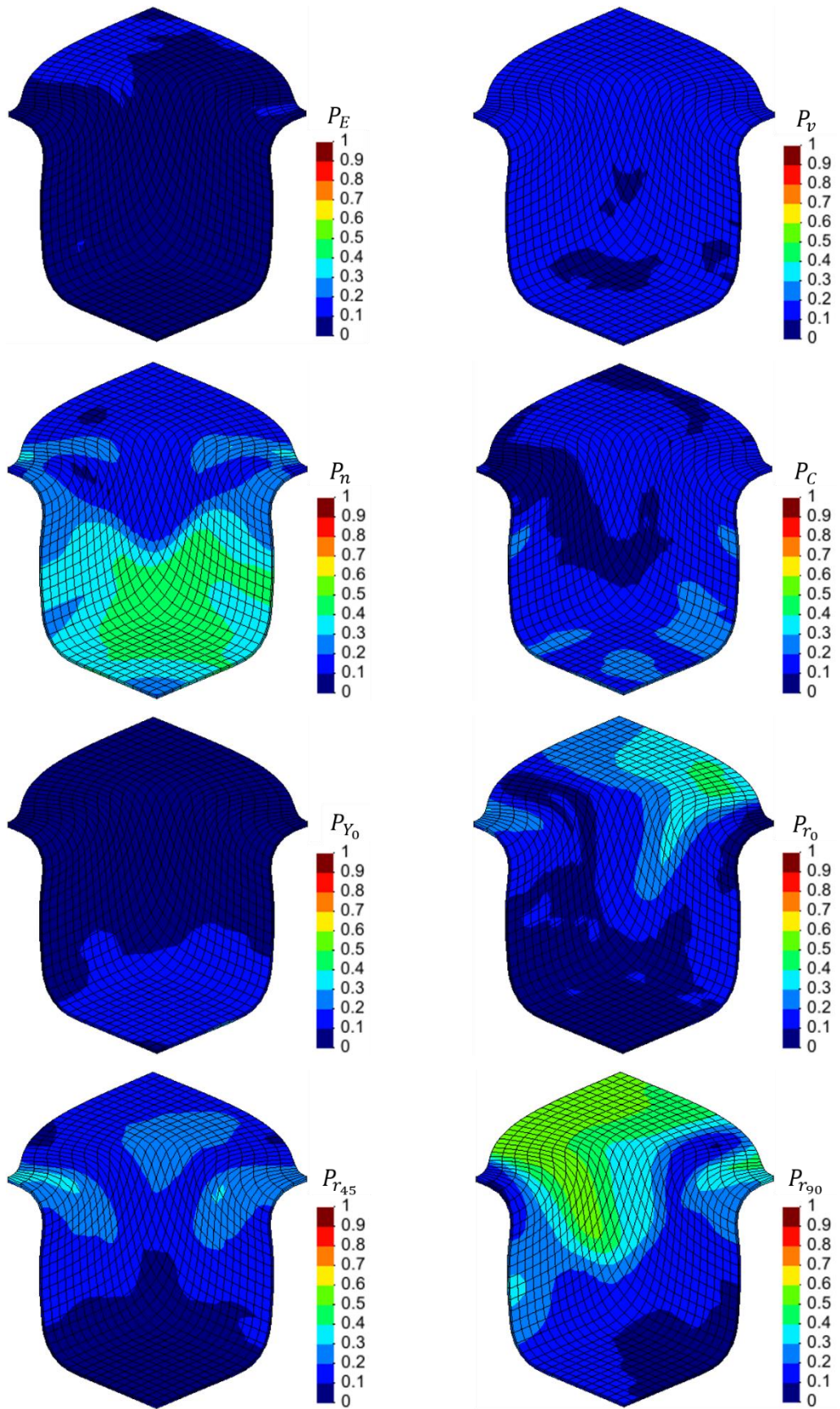


Figura A.2. Índices PAWN para a redução de espessura.



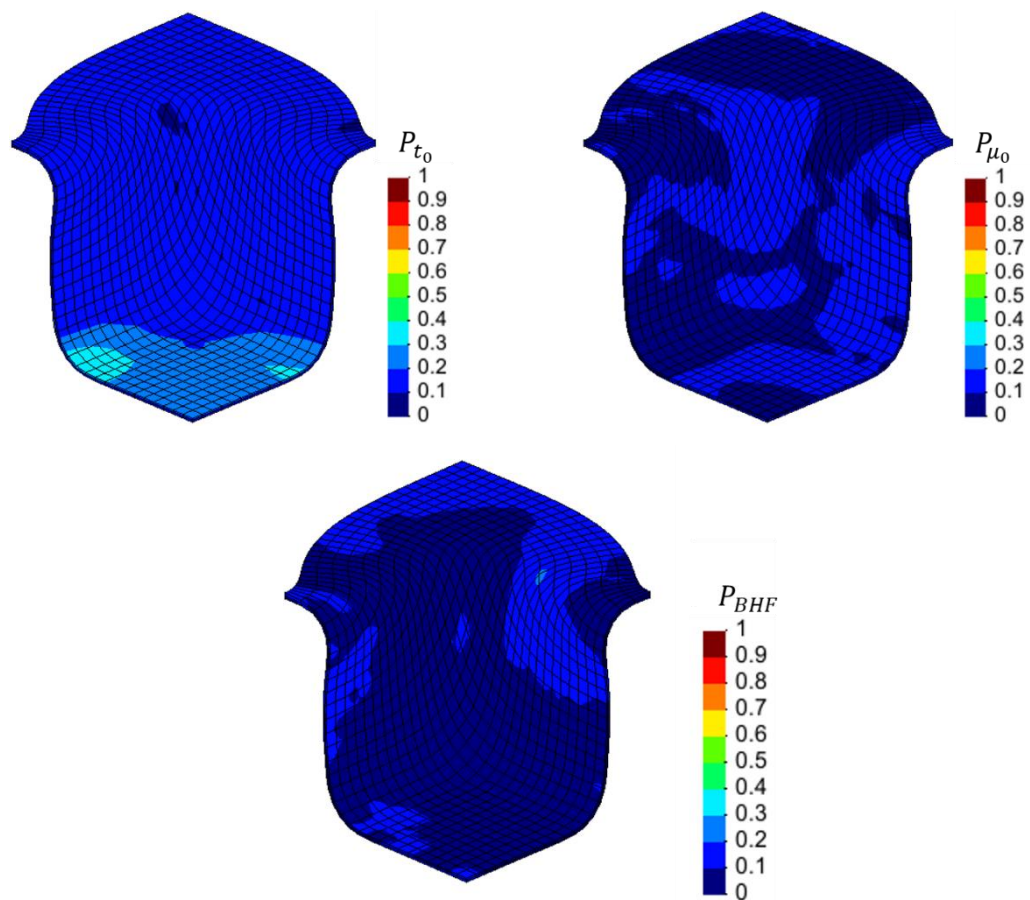
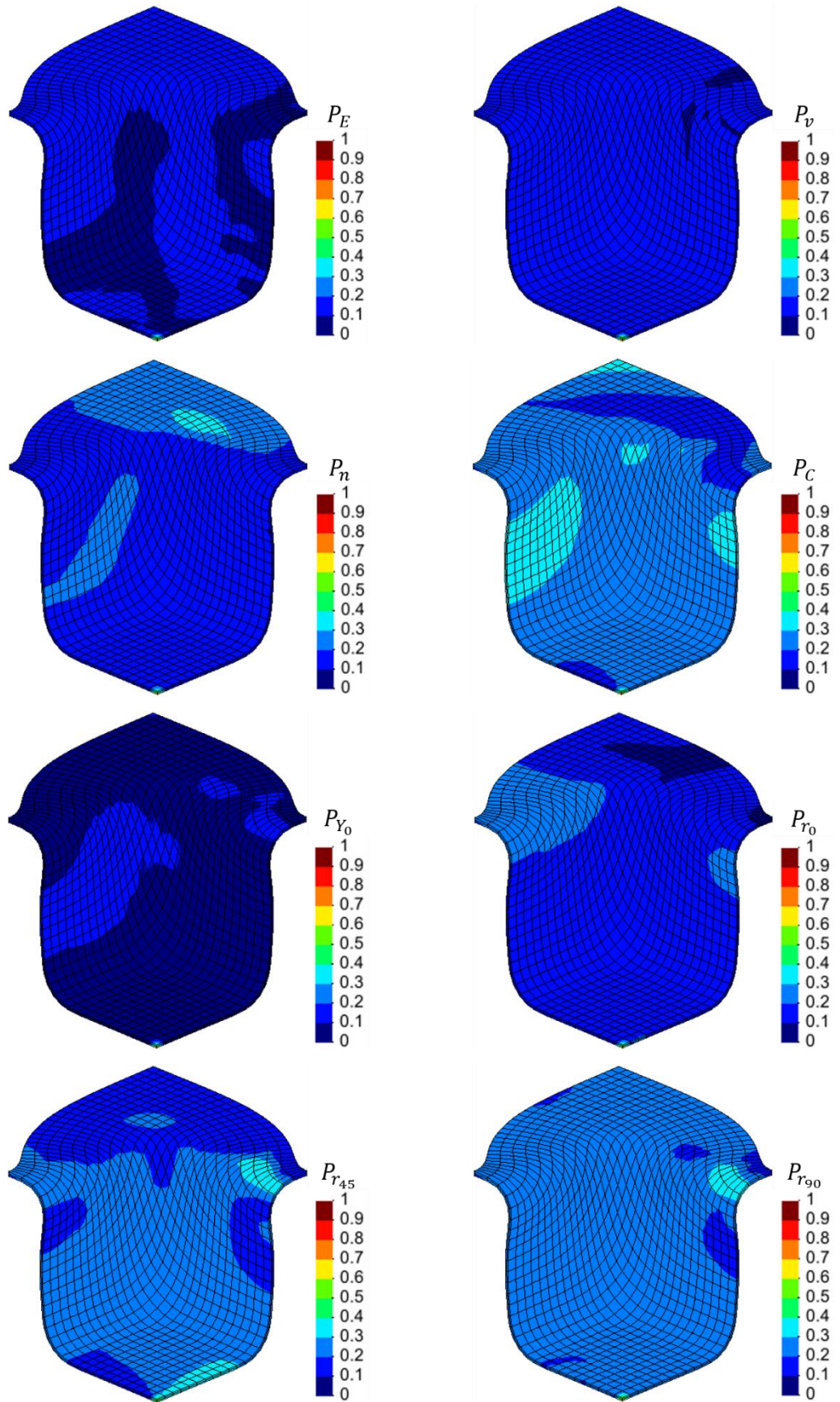


Figura A.3. Índices PAWN para a alteração de geometria.



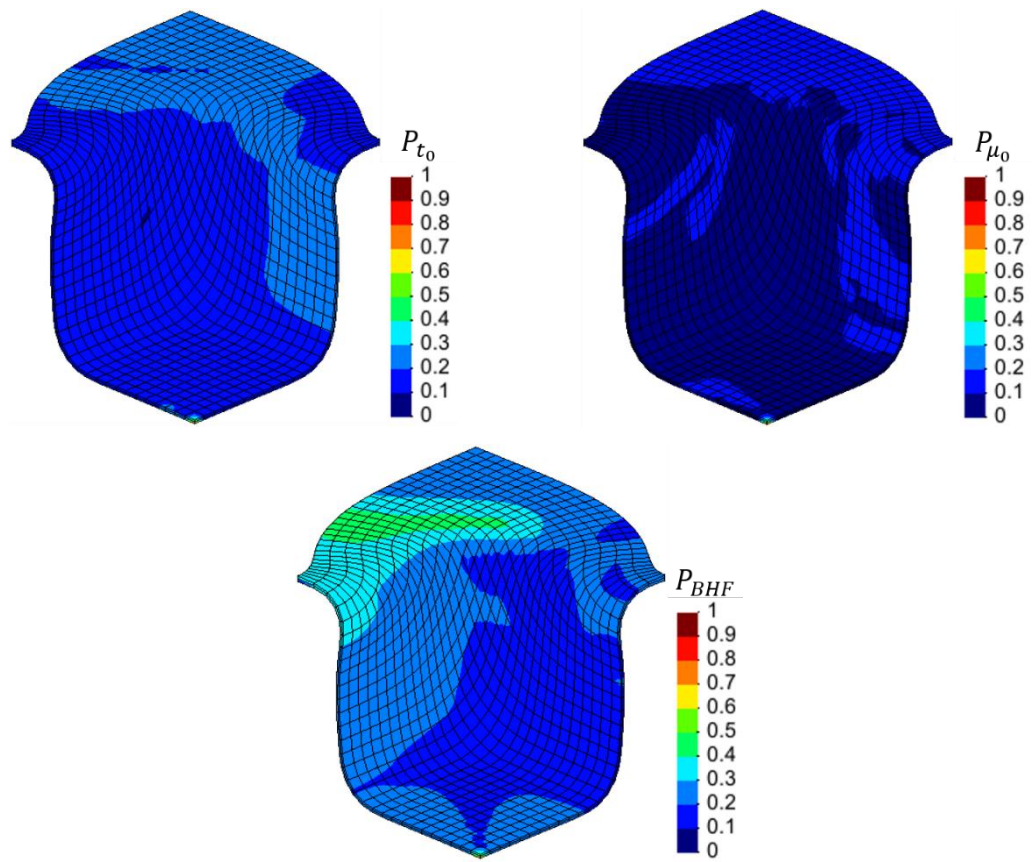


Figura A.4. Índices PAWN para o retorno elástico.