



UNIVERSIDADE DE
COIMBRA

Flávio Pedro de Sousa Rogério

CAPACIDADE DE CARGA DE FUNDAÇÕES DIRETAS
COM ROTURA LOCALIZADA DO TERRENO

Dissertação de Mestrado em Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica,
orientada pelo Professor Doutor Paulo Lopes Pinto e pelo Professor Doutor
José Carlos Grazina e apresentada ao Departamento de Engenharia Civil da
Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra.

Fevereiro de 2020

Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra
Departamento de Engenharia Civil

Flávio Pedro de Sousa Rogério

CAPACIDADE DE CARGA DE FUNDAÇÕES DIRETAS COM ROTURA LOCALIZADA DO TERRENO

BEARING CAPACITY OF SHALLOW FOUNDATIONS WITH SOIL LOCAL SHEAR

Dissertação de Mestrado em Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica,
orientada pelo Professor Doutor Paulo Lopes Pinto e pelo Professor Doutor José Carlos Grazina

Esta Dissertação é da exclusiva responsabilidade do seu autor. O Departamento de Engenharia Civil da FCTUC
declina qualquer responsabilidade, legal ou outra, em relação a erros ou omissões que possa conter.

Fevereiro de 2020



UNIVERSIDADE D
COIMBRA

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Doutor Paulo Lopes Pinto, agradeço por ter sido, no desenvolvimento deste trabalho, um exemplo de persistência, por me transmitir confiança e por me ter apresentado desafios. Agradeço ainda pela sua orientação, da forma mais dedicada possível, e acima de tudo pelo tempo empenhado, tendo se tornado uma referência do que é ser um profissional com ética de trabalho e empenhado.

Ao Professor Doutor José Carlos Grazina, agradeço pela dinâmica e o rigor incutidos no desenvolvimento do trabalho e pela orientação. Agradeço acima de tudo pelo tempo dedicado em todo o processo.

Agradeço à minha esposa, Alice, e ao meu filho, Marcos, pelo amor, carinho e motivação que me dão. Agradeço especialmente pelo ânimo que me transmitiram quando mais precisei.

Aos meus pais, Maria Luísa e Francisco Rogério, agradeço por tudo que têm feito por mim e por todo o apoio que me prestam quando mais necessito. Pois sem esse auxílio nada seria possível.

Agradeço aos meus irmãos, primos, sobrinhos e cunhadas por estarem sempre disponíveis para me dar o encorajamento necessário.

Ao meu amigo Feliciano Sanders agradeço pelo exemplo, pela disponibilidade demonstrada sempre que precisei do seu apoio e por estar sempre presente quando careci de um amigo.

Agradeço ao ISPT, na pessoa da Professora Doutora Margarida Ventura, pelo apoio e pela confiança que depositaram em mim.

Aos meus amigos e colegas agradeço por fazerem parte destes momentos e por me terem dado toda a motivação possível.

RESUMO

A expressão geral da capacidade de carga, para fundações superficiais, foi deduzida baseando-se no pressuposto de que o solo sofre rotura generalizada. Teoricamente, quando o solo apresenta compressibilidade relativa elevada, a rotura dá-se por um mecanismo diferente, tal como a rotura localizada ou por punçoamento. Alguns autores têm vindo a estudar os efeitos de escala e da compressibilidade do solo na capacidade de carga. Contudo, foi Vesić (1973) que, baseando-se na relação tensão-deformação do solo, usando o conceito de Índice de Rigidez e a Teoria de Expansão de Cavidade numa Massa de Solo Infinita, propôs os fatores de compressibilidade utilizados quando se espera que ocorra a rotura localizada ou por punçoamento. Neste trabalho, é feita uma verificação numérica, à abordagem de Vesić, pelo Método dos Elementos Finitos, com os programas RS2 e RS3. O Critério de Mohr-Coulomb é utilizado nas análises em estado plano de deformação, axissimétricas e tridimensionais. Esta verificação foca-se nos fatores de compressibilidade, para fundações superficiais (contínuas, circulares, quadradas e retangulares), em solos coesivos (em condições drenadas e não drenadas) e solos friccionais. Passados os anos, a proposta de Vesić constitui a única abordagem racional para o tratamento dessa temática. A verificação efetuada neste trabalho demonstrou que esta é uma forma eficiente de prever, qualitativamente, os efeitos da compressibilidade do solo.

Palavras chave: capacidade de carga de fundações superficiais, fatores de compressibilidade, fatores de forma, análise pelo Método dos Elementos Finitos.

ABSTRACT

The bearing capacity equation, for shallow foundations, was created based on the assumption that soil fails in general shear. In theory, when the soil shows high relative compressibility, it should fail by a different mechanism, such as local or punching shear failure. Some authors have been studying the scale effects and soil compressibility on bearing capacity. But it was Vesić (1973) that, based on the soil tension-deformation relation, using the concept of Rigidity Index and the theory of Cavity Expansion in an Infinite Soil Mass, proposed the compressibility factors to be used when the punching or local shear failure are expected. In this work, a numerical check of Vesić's approach is made using Finite Element Methods, with RS2 and RS3 programs. Mohr-Coulomb failure criterion is used for both plane strain, axisymmetric and three-dimensional analysis. This verification is focused in the compressibility factors, for shallow foundations (strip, circular, squared and rectangular shaped), in cohesive soils (drained and undrained conditions) and frictional soils. After many years, Vesić's approach is still the only rational methodology for this problem. The check made in this work has shown that this is a very assertive way to predict, qualitatively, soil compressibility effects.

Key words: bearing capacity of shallow foundations, compressibility factors, shape factors, Finite Element Method analysis.

ÍNDICE

AGRADECIMENTOS	i
RESUMO	ii
ABSTRACT	iii
ÍNDICE.....	iv
ÍNDICE DE FIGURAS	vi
ÍNDICE DE QUADROS	ix
SIMBOLOGIA	xi
ABREVIATURAS	xiii
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1. Descrição do tema e objetivos	1
1.2. Estrutura da Dissertação	1
2. CONCEITOS FUNDAMENTAIS SOBRE CAPACIDADE DE CARGA DE FUNDAÇÕES SUPERFICIAIS.....	3
2.1. Preâmbulo.....	3
2.2. Modos de rotura.....	3
2.3. Critérios de rotura.....	6
2.4. Métodos analíticos para a determinação da capacidade de carga.....	10
2.4.1. Expressão geral da capacidade de carga.....	10
2.4.2. Fatores corretivos da expressão geral da capacidade de carga.....	13
2.4.3. Efeito de escala.....	15
2.4.4. Efeito da compressibilidade do solo.....	18
2.4.4.1. Descrição do fenómeno	18
2.4.4.2. Correção da expressão geral da capacidade de carga.....	19
2.4.4.3. Transição da rotura localizada para a rotura generalizada em solos arenosos	26
3. MODELAÇÃO NUMÉRICA DE FUNDAÇÕES SUPERFICIAIS PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	28
3.1. Preâmbulo.....	28
3.2. Estado da arte.....	28

3.3. Modelo linear elástico-perfeitamente plástico de Mohr-Coulomb.....	32
3.4. Descrição das modelações numéricas efetuadas	34
3.4.1. Descrição do problema a modelar	34
3.4.2. Modelação 2D com o programa RS2	35
3.4.3. Modelação 3D com o programa RS3	36
4. AVALIAÇÃO DA CAPACIDADE DE CARGA PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS.....	38
4.1. Preâmbulo.....	38
4.2. Parametrização do modelo linear elástico-perfeitamente plástico de Mohr-Coulomb..	38
4.2.1. Estimativa do modo de rotura a partir do Índice de Rigidez do solo	41
4.3. Análise e discussão dos resultados	42
4.3.1. Resultados das análises numéricas em estado plano de deformações.....	44
4.3.1.1. Argila em condições não drenadas	44
4.3.1.2. Argila em condições drenadas.....	48
4.3.1.3. Areia	51
4.3.2. Resultados das análises axissimétricas.....	58
4.3.3. Resultados das análises numéricas 3D no RS3	62
4.3.3.1. Sapata contínua.....	62
4.3.3.2. Sapata quadrada ou retangular sobre argila em condições não drenadas	65
5. CONCLUSÕES.....	69
5.1. Principais conclusões.....	69
5.2. Proposta de trabalhos futuros	71
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	73

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 - Modos de rotura de fundações superficiais. a) rotura generalizada; b) rotura localizada; c) rotura por punçoamento (adaptado de Vesic (1973)).....	5
Figura 2.2 – Variação do modo de rotura com o índice de compacidade da areia e a profundidade relativa da fundação (adaptado de Vesic (1973))	6
Figura 2.3 - Curva carga-assentamento	7
Figura 2.4 – Aplicação dos critérios do assentamento mínimo e da mínima inclinação (adaptado de Vesic (1973))	8
Figura 2.5 – Aplicação do critério baseado na representação log-log (Vesic, 1973).....	9
Figura 2.6 – Aplicação do critério das duas inclinações (adaptado de Paikowsky et al. (2010))	9
Figura 2.7 - Zonas plastificadas e superfícies de rotura em condições drenadas (Matos Fernandes, 2015)	11
Figura 2.8 - Mecanismo de rotura em condições não drenadas (Madhav e Sakleshpur, 2017)	12
Figura 2.9 – Efeito do tamanho e da forma da sapata na capacidade de carga de fundações superficiais (adaptado de Vesic (1973))	16
Figura 2.10 – Variação da resistência da sapata com o tamanho (adaptado de Vesic (1973)).	17
Figura 2.11 - Variação do fator de capacidade de carga, N_{γ} , com alteração da largura da fundação (adaptado de Cerato & Lutenecker (2007)).....	18
Figura 2.12 - Mecanismo de rotura verificado na expansão de cavidades: I cunha de estado ativo de Rankine; II zona plástica; e III zona plástica (adaptado de Vesic (1972))	19
Figura 2.13 - Modos de rotura do solo sobre fundações superficiais (adaptado de Terzaghi (1963))	20
Figura 2.14 – Variação do Índice de Rigidez crítico com o ângulo de atrito (adaptado de Kulhawy et al. (1983)).....	23
Figura 2.15 – Variação dos coeficientes corretivos de compressibilidade, ξ_{qc} e $\xi_{\mu c}$, com o ângulo de atrito e o Índice de Rigidez (adaptado de Kulhawy et al. (1983))	23
Figura 2.16 – Variação do fator corretivo de compressibilidade, ξ_{cc} , com o Índice de Rigidez (adaptado de Kulhawy et al. (1983))	24
Figura 2.17 – Fatores de capacidade de carga de Terzaghi, para a zona de transição da rotura localizada a generalizada (adaptado de Peck et al. (1974)).....	27
Figura 3.1 – Mecanismo de rotura, representado por deslocamentos totais: a) baixo ângulo de atrito interno (20°): ângulo de atrito interno elevado (40°) (Van Baars, 2018)	30
Figura 3.2 - Modos de rotura com diferentes propriedades do solo (Chen, et al. 2019)	31
Figura 3.3 - Representação do comportamento elástico-perfeitamente plástico (Potts e Zdravkovic, 1999)	32

Figura 3.4 – Critério de rotura de Mohr-Coulomb: a) envolvente de rotura no plano; b) superfície de cedência no espaço tridimensional (Labuz e Zang, 2012).....	33
Figura 3.5 – Idealização bilinear de resultados de ensaios triaxiais (adaptado de Vermeer e de Borst (1984))	34
Figura 3.6 – Representação da geometria do domínio e condições de fronteira (análise em estado plano de deformações e axissimétrico)	35
Figura 3.7. Pormenor da malha de elementos finitos (análise 2D).....	36
Figura 3.8 – Representação da malha de elementos finitos (análise 3D).....	37
Figura 3.9 – Malha de elementos finitos, para análise 3D de uma sapata contínua	37
Figura 4.1 - Curvas carga-deslocamento para $c_u = 100$ kPa.....	43
Figura 4.2 – Curvas carga-deslocamento para $\varphi' = 27^\circ$ e $E = 1500$ kPa; para $I_r < I_{rc}$	43
Figura 4.3 - Curvas carga-assentamento para $c_u = 50$ kPa	44
Figura 4.4 – Curvas carga-assentamento para $c_u = 100$ kPa.....	44
Figura 4.5 – Propagação de pontos plásticos para o mesmo deslocamento prescrito (solo com $c_u = 50$ kPa): a) rotura localizada; b) rotura generalizada	46
Figura 4.6 – Mecanismos de rotura para deslocamentos de 2 m (solo $c_u = 100$ kPa): a) e b) deslocamentos totais, c) e d) deformada, e) e f) vectores de deslocamentos	47
Figura 4.7 – Curvas carga-assentamento para um solo com $c' = 20$ kPa e $\varphi' = 20^\circ$	48
Figura 4.8 - Curvas carga-assentamento para um solo com $c' = 30$ kPa e $\varphi' = 30^\circ$	48
Figura 4.9 – Pontos plastificados para argila em condições drenadas com $c' = 20$ kPa e $\varphi' = 20^\circ$: a) rotura localizada; b) rotura generalizada	49
Figura 4.10 - Mecanismos de rotura para deslocamentos de 2 m (solo $c' = 20$ kPa e $\varphi' = 20^\circ$): a) e b) deslocamentos totais, c) e d) deformada, e) e f) vectores de deslocamentos	50
Figura 4.11 - Curvas carga-assentamento para areia com $\varphi' = 27^\circ$	51
Figura 4.12 - Curvas carga-assentamento para areia com $\varphi' = 35^\circ$	51
Figura 4.13 – Curvas carga-assentamento para areia com $\varphi' = 45^\circ$	52
Figura 4.14 - Curvas carga-assentamento para areia.....	53
Figura 4.15 – Variação do fator de capacidade de carga, N_γ , com o ângulo de atrito, φ'	54
Figura 4.16 – Variação do coeficiente de compressibilidade, $\xi_{\gamma c}$, com o Índice de Rigidez....	55
Figura 4.17 - Pontos plastificados para areia $\varphi' = 35^\circ$: a) rotura localizada; b) rotura generalizada	56
Figura 4.18 - Mecanismos de rotura para deslocamentos de 2 m (solo $\varphi' = 27^\circ$): a) e b) deslocamentos totais, c) e d) deformada, e) e f) vectores de deslocamentos	57
Figura 4.19 – Curva carga-assentamento, argila em condições não drenadas	58
Figura 4.20 - Curva carga-assentamento para análise axissimétrica, argila em condições drenadas.....	59
Figura 4.21 - Curva carga-assentamento para análise axissimétrica, areia	60
Figura 4.22 – Fatores de forma, s_γ , para fundações circulares em areia.....	61

Figura 4.23 – Curvas carga-assentamento para uma fundação contínua, análises 2D e 3D	63
Figura 4.24 - Curvas carga-assentamento para uma fundação contínua, análises 2D e 3D	63
Figura 4.25 – Representação de resultados de análise de sapata contínua: a) e b) pontos plastificados; c) e d) deslocamentos totais; e) e f) deslocamentos verticais.....	64
Figura 4.26 - Curvas carga-assentamento para uma sapata quadrada de 2x2 m ²	66
Figura 4.27 – Curvas carga-assentamento para uma sapata retangular de 2x3,5 m ²	67
Figura 4.28 - Mecanismos de rotura (solo $c_u = 100$ kPa), análise tridimensional (2x3,5): a) e b) pontos plásticos; c) e d) deslocamentos totais; e) e f) deslocamentos verticais	68

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 2.1 – Situações práticas para o cálculo da capacidade de carga de uma fundação superficial e respetivos coeficientes corretivos da solução teórica simplificada (Matos Fernandes, 2015)	13
Quadro 2.2 – Fatores de forma para fundações superficiais (Vesić, 1973).....	14
Quadro 2.3 – Fatores de forma para fundações superficiais, EC7	15
Quadro 4.1 - Parâmetros de argilas em condições não drenadas para o modelo de Mohr-Coulomb	39
Quadro 4.2 - Parâmetros para análise de argilas, em condições drenadas para o modelo de MC	40
Quadro 4.3 - Parâmetros de areias para o modelo de MC.....	40
Quadro 4.4 – Previsão do modo de rotura com base no Índice de Rigidez do solo	41
Quadro 4.5 - Comparação do valor analítico e de MEF de capacidade de carga, argila em condições não drenadas	45
Quadro 4.6 – Valores de N_c , cálculo analítico e MEF (RS2)	45
Quadro 4.7 – Valores do coeficiente de compressibilidade, ξ_{cc} , cálculo analítico e MEF (RS2)	46
Quadro 4.8 - Comparação do valor analítico e de MEF de capacidade de carga, para argila em condições drenadas	49
Quadro 4.9 - Comparação do valor analítico e de MEF de capacidade de carga, para solos incoerentes	53
Quadro 4.10 – Valores de N_γ , cálculo analítico e MEF, para maciços arenosos.....	54
Quadro 4.11 - Coeficientes de compressibilidade, $\xi_{\gamma c}$, para $I_r < I_{rc}$, maciços arenosos.....	55
Quadro 4.12 - Comparação do valor analítico e de MEF de capacidade de carga, maciços argilosos em condições não drenadas, análise axissimétrica.....	59
Quadro 4.13 - Comparação do valor analítico e de MEF de capacidade de carga, maciços argilosos em condições drenadas, análise axissimétrica	59
Quadro 4.14 - Comparação do valor analítico e de MEF de capacidade de carga, maciços arenosos, análise axissimétrica	60
Quadro 4.15 – Fatores de forma, s_c , de argilas em condições não drenadas, análise axissimétrica	61
Quadro 4.16 – Fatores de forma, s_γ , para areias, análise axissimétrica	61
Quadro 4.17 – Fator de capacidade de carga, N_c , pelo MEF para o cálculo 3D	65
Quadro 4.18 – Coeficiente de compressibilidade, ξ_{cc} ; para o cálculo 3D, análise não drenada	65
Quadro 4.19 – Fator de forma, s_c , para uma sapata quadrada pelo MEF, análise não drenada	66

Quadro 4.20 - Fator de forma, s_c , para uma sapata retangular pelo MEF, análise não drenada	67
Quadro 4.21 – Comparação do valor analítico e de MEF de capacidade de carga, para argila em condições não drenadas (análise 3D).....	67

SIMBOLOGIA

- a_q – fator corretivo de tensões
 B – dimensão transversal de fundações superficiais
 c' - coesão efetiva
 c_u – resistência não drenada
 d – distância máxima na vertical atingida pelas zonas de corte sob uma fundação superficial
 d – deslocamento prescrito
 D – profundidade de fundações superficiais
 D_r – densidade relativa do solo
 E – Módulo de deformabilidade
 E_u - Módulo de deformabilidade para carregamento não drenado
 f - distância máxima na horizontal atingida pelas zonas de corte sob uma fundação superficial
 f_s – resistência lateral do ensaio CPT
 G_0 – módulo de distorção elástico para muito pequenas deformações
 G – módulo de distorção
 I_1 – primeiro invariante do tensor das tensões
 I_D – índice de compacidade ou compressibilidade relativa
 IL – Índice de Liquidez
 I_P – Índice de Plasticidade
 I_r – Índice de Rigidez
 I_{rc} – Índice de Rigidez crítico
 I_{rr} – Índice de Rigidez reduzido
 J_1 – primeiro invariante do tensor distorcional
 L – dimensão longitudinal de fundações superficiais
 M – coeficiente de proporcionalidade entre E_u e c_u
 N_{cor} – número, corrigido, de pancadas necessárias para cravar 30 cm com o amostrador na 2ª fase do ensaio SPT
 N_c, N_q e N_γ – fatores de capacidade de carga
 OCR – grau de sobreconsolidação
 p – tensão média
 p_a – pressão atmosférica
 q – sobrecarga distribuída
 q – tensão de desvio
 q - a tensão efetiva vertical a uma profundidade $B/2$ sob a sapata
 q' – tensão efetiva ao nível da base da sapata
 q_c – resistência de ponta, do cone, no ensaio CPT
 q_u – resistência não confinada

q_{ult} – capacidade resistente, por unidade de área, ao carregamento vertical de uma fundação

Q_{ult} - capacidade resistente ao carregamento vertical de uma fundação

S – fator corretivo das tensões

s – assentamento

s – onda de corte

s_c , s_q e s_γ – fatores de forma da capacidade de carga de fundações superficiais

u_2 – pressão intersticial nos ensaios CPTu

Δ – deformação volumétrica

ε – extensão

γ – peso volúmico do solo

φ – ângulo de atrito do solo

φ_u - ângulo de atrito do solo para carregamento não drenado

ψ – ângulo de dilatância

ξ_c , ξ_q e ξ_γ – coeficientes de compressibilidade

ξ_v – fator de redução de I_r

ρ_T – massa específica do solo

σ – tensão total

σ_1 – tensão principal máxima

σ_3 – tensão principal mínima

σ_{v0} – tensão total vertical de repouso

σ'_{v0} - tensão efetiva vertical de repouso

$\bar{\sigma}_v$ – tensão vertical efetiva a profundidade $B/2$ sob a sapata

τ – tensão tangencial ou de corte

Θ - ângulo de Lode

ν – coeficiente de Poisson

ABREVIATURAS

CEL – *Coupled Eulerian-Lagrangian*

CPT – Ensaio com o cone-penetrómetro

CPTu – Ensaio com o piezocone-penetrómetro holandês

DN – Norma Dinamarquesa

EC – Eurocódigo

ELU – Estados Limites Últimos

ELUt – Estados Limites de Utilização

EN – Norma Europeia

EPD – Estado Plano de Deformação

MC – Mohr-Coulomb

MEF – Método dos Elementos Finitos

NA – Anexo Nacional

NC – Normalmente Consolidado

OC - Sobreconsolidado

SPT – Ensaio de penetração dinâmica

1. INTRODUÇÃO

1.1. Descrição do tema e objetivos

A capacidade de carga de fundações superficiais tem vindo a ser objeto de estudo de vários autores que têm dado o seu contributo para o desenvolvimento da teoria por trás das expressões utilizadas no seu cálculo. Visto que existe alguma dificuldade em traduzir analiticamente o comportamento elastoplástico do solo, o que tornaria o método de cálculo mais seguro, e consequentemente, as fundações mais económicas. Com o surgimento de métodos numéricos mais eficientes, como o Método dos Elementos Finitos (MEF), em conjunto com ferramentas como softwares capazes de realizar os cálculos tendo em conta os efeitos da compressibilidade do solo e o seu comportamento, através de modelos constitutivos será possível ter em consideração os fatores que condicionam os métodos de cálculo empíricos e analíticos.

O objetivo deste trabalho é a validação da proposta de Vesic (1973), baseada no conceito de Índice de Rigidez e na teoria da expansão de cavidades, na qual são introduzidos coeficientes corretivos de compressibilidade à expressão geral da capacidade de carga, através de modelos numéricos pelo método dos elementos finitos (MEF) com recurso aos softwares RS2 e RS3. Serão estudados os casos de uma fundação superficial contínua, através de análises 2D em estado plano de deformação, análises axissimétricas de sapatas circulares e a um caso de fundações superficiais quadradas e retangulares através de modelos 3D.

Proceder-se-á, portanto, a uma análise paramétrica fazendo variar o Índice de Rigidez, que depende essencialmente da compressibilidade e resistência do solo, e o tipo de análise (drenada e não drenada), bem como a geometria da fundação superficial. Partindo daí seguir-se-á com a análise e verificação, da proposta de Vesic (1973), com base nos resultados obtidos analiticamente.

1.2. Estrutura da Dissertação

Esta Dissertação é constituída por cinco capítulos. No 1º capítulo é feita a introdução do problema a estudar. No 2º capítulo será feita uma introdução à análise da capacidade de carga, passando pelas respetivas correções propostas na bibliografia. Será dado um enfoque à proposta de Vesic (1973) para o cálculo da capacidade de carga de fundações superficiais tendo em conta os efeitos de escala e a compressibilidade relativa do solo. Será feita uma descrição do fenómeno que ocorre na rotura localizada e por punçoamento. Em seguida serão apresentados

o conceito de Índice de Rigidez e os principais métodos utilizados no seu cálculo bem como correlações com outros índices e ensaios do solo. No 3º capítulo far-se-á um enquadramento geral da modelação numérica em fundações superficiais pelo Método dos Elementos Finitos, estado da arte da área, descrição da modelação a efetuar, introdução ao modelo constitutivo a ser utilizado e aos referidos programas de cálculo. No 4º capítulo proceder-se-á com a parametrização dos modelos e apresentação dos resultados e a devida discussão. No 5º capítulo serão tecidas as conclusões sobre os resultados e propostas para trabalhos futuros. Finalmente apresenta-se as referências bibliográficas utilizadas no desenvolvimento desta dissertação.

2. CONCEITOS FUNDAMENTAIS SOBRE CAPACIDADE DE CARGA DE FUNDAÇÕES SUPERFICIAIS

2.1. Preâmbulo

Para o desenvolvimento da presente dissertação é necessário reforçar algumas noções que constituem a sua base teórica de modo que se possa proceder com o desenvolvimento do tema em questão com maior propriedade. É por isso necessário começar por perceber o comportamento do solo, quando carregado, apresentando várias características bem como os fenómenos por detrás dos diferentes mecanismos de rotura, sem se esquecer de introduzir os conceitos fundamentais da capacidade de carga. Começa-se, portanto, por fazer a descrição dos modos de rotura bem como as condições para que estes sucedam, conforme a abordagem de Vesić (1973). A apresentação dos critérios de definição da carga última constitui um papel fulcral na apresentação dos resultados e por isso são aqui apresentados os critérios mais frequentemente utilizados. Em seguida faz-se uma breve apresentação da expressão geral da capacidade de carga seguida pelas correções a que esta estará sujeita no âmbito desta Dissertação, com principal destaque à geometria das fundações superficiais e os efeitos de escala e da compressibilidade do solo que resultam nos fatores de compressibilidades introduzidos por Vesić (1972 e 1973) baseando-se na Teoria da Expansão de Cavidades e pela noção do Índice de Rigidez do solo.

2.2. Modos de rotura

De Beer e Vesić (1958) executaram ensaios experimentais em modelos reduzidos de fundações retangulares à superfície em solos arenosos com diferentes valores do índice de compactidade, I_D , sendo: i) areia densa, $I_D = 100\%$, tendo-se observado rotura generalizada; ii) areia de densidade média, $I_D = 47\%$, onde se verificou a rotura localizada; iii) areia solta, $I_D = 15\%$, com rotura por punçamento. Destes ensaios resultam curvas carga-assentamento que permitiram, combinando-os com o aspeto dos mecanismos desenvolvidos, tirar as devidas ilações. Partindo destes resultados, em conjunto com a experiência acumulada sobre o assunto e resultados de ensaios posteriores, Vesić (1973) realizou um estudo que resultou numa contribuição notável para a forma como se passou a projetar fundações superficiais.

Quando uma fundação é submetida a um carregamento vertical e crescente, o solo de fundação sofre deformações até que, eventualmente, seja atingida a rotura. Esta rotura pode ocorrer de formas distintas e depende, de entre outros fatores, das características do solo de fundação, do

tipo de carregamento e das dimensões da fundação, estando habitualmente associada ao desenvolvimento de assentamentos muito elevados. No caso de fundações localizadas superficialmente e assentes sobre solos arenosos muito compactos ou em argilas em condições não drenadas, onde se pode considerar que o solo é incompressível, ou seja, em que não ocorre variação de volume, a rotura do solo dá-se por corte generalizado.

Como se pode ver na Figura 2.1a), existe uma situação de rotura abrangendo uma massa contínua desde a região subjacente à sapata até às regiões circundantes, verificando-se um levantamento da superfície adjacente à fundação. Isto significa que se desenvolve uma superfície de deslizamento que se estende até à superfície do terreno e na parte final da rotura a fundação experimentará uma rotação para um dos lados (Matos Fernandes, 2015). Aqui, ocorre uma rotura com deformações relativamente reduzidas e deste modo é válida a premissa de que o solo tem um comportamento rígido-plástico.

Em situações em que as fundações são submetidas a carregamento crescente, como é o caso em que a maior parte das fundações trabalha, a rotura é, repentina e catastrófica. Por outro lado, quando exista controlo de deformações (como, por ex., quando o carregamento é transmitido por macacos hidráulicos), pode-se observar uma redução da capacidade de carga após atingida a rotura, obtendo-se uma curva carga-assentamento (Figura 2.1 a)).

Quando os solos arenosos se apresentam pouco ou medianamente compactos ou em argilas em condições drenadas, médias a moles, o modo de rotura aproxima-se da rotura localizada ou por punçoamento. A experiência mostra que quando o tipo de rotura difere da generalizada as superfícies de rotura não atingem a superfície. Nestes dois modos de rotura verifica-se consideráveis níveis de deformação até ocorrer a rotura e as curvas típicas carga-assentamentos podem assumir evoluções semelhantes (Figura 2.1b) e c)), em que é ainda possível aumentar a carga aplicada quando impostos elevados níveis de assentamentos.

Na rotura por punçoamento ocorre o corte perimetral do solo nos bordos da sapata, com a formação de uma cunha de solo que se move solidariamente com esta. À medida que o carregamento aumenta, o movimento vertical da sapata é acompanhado pela compressão do solo subjacente e pela formação de superfícies de corte perimetral, enquanto a zona envolvente à área carregada permanece pouco envolvida e sem sofrer movimentos de relevo. Durante o aumento do carregamento e até ao final, tanto o equilíbrio vertical como horizontal são mantidos, podendo-se assistir a assentamentos repentinos da sapata na direção vertical, sem se verificar um colapso visível nem uma inclinação considerável. É necessário um aumento contínuo no carregamento vertical para manter o movimento da sapata na direção vertical (Vesić, 1973).

A rotura localizada (Figura 2.1 b) pode-se considerar como um modo de rotura intermédio visto que é caracterizado pela formação de uma cunha de solo em conjunto com a das superfícies de rotura. Habitualmente, para assentamentos moderados, as superfícies de rotura não atingem a superfície, ou apenas surgem os seus vestígios quando se verificam assentamentos elevados, podendo observar-se um ligeiro levantamento do solo. Contudo, não ocorre o colapso brusco ou a rotação da fundação, a qual permanece a mobilizar a resistência de estratos mais profundos (Vesić, 1973). Este facto, está associado às deformações por compressão do maciço de fundação, razão pela qual a capacidade portante não é claramente definida na curva carga-assentamento.

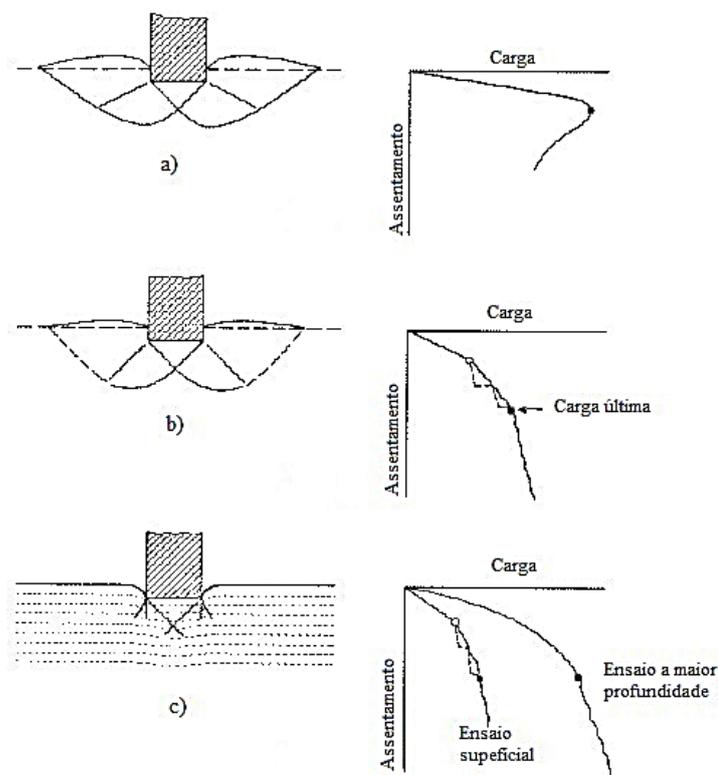


Figura 2.1 - Modos de rotura de fundações superficiais. a) rotura generalizada; b) rotura localizada; c) rotura por punçoamento (adaptado de Vesić (1973))

É necessário ter em conta que o modo de rotura não depende apenas da deformabilidade do solo visto que a geometria, a compacidade, a profundidade a que a fundação se encontra e o tipo de carregamento também podem determinar o tipo de rotura (Figura 2.2). De igual modo, a existência de um estrato menos resistente e mais deformável subjacente a um estrato compacto poderá propiciar a ocorrência de rotura localizada ou por punçoamento.

Na Figura 2.2 estão representados os limites dos modos de rotura referidos em função do índice de compacidade, I_D , da areia ensaiada e da profundidade da fundação, aqui expressa em função da profundidade relativa, D/B , em que D é a profundidade e B a largura da fundação. Estes resultados foram obtidos com base em ensaios experimentais em modelos reduzidos de fundações superficiais realizados por Vesic (1963). Os mesmos permitiram definir as fronteiras, apresentadas nesta figura, que podem servir de um ponto de partida para se definir o que é expectável quando se está diante de um determinado cenário onde é necessário proceder com uma análise rápida. Como se pode observar, de acordo com estas fronteiras, quando a fundação estiver à superfície ($D/B = 0$), o modo de rotura depende principalmente do índice de compacidade do solo, I_D , e, portanto, para $I_D \leq 0,34$ ocorre a rotura por punçoamento, quando $I_D \geq 0,34$ e $I_D \leq 0,7$, verifica-se a rotura localizada e a rotura generalizada para $I_D \geq 0,7$. Contudo, à medida que o rácio D/B aumenta deixa de haver essa relação podendo ocorrer rotura por punçoamento tanto para o índice de compacidade intermédio como elevado, e rotura localizada para valores elevados do índice de compacidade. Assim, para $D/B \approx 3,5$ descarta-se a possibilidade de ocorrer a rotura generalizada e quando $D/B \geq 4,5$, só se verifica rotura por punçoamento, independentemente do valor do índice de compacidade.

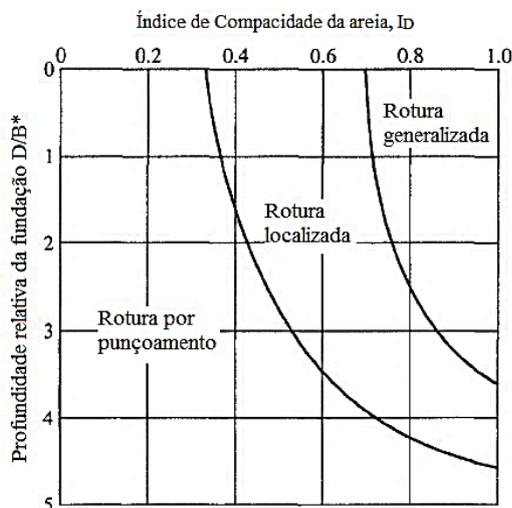


Figura 2.2 – Variação do modo de rotura com o índice de compacidade da areia e a profundidade relativa da fundação (adaptado de Vesic (1973))

2.3. Critérios de rotura

Um dos elementos essenciais na definição da capacidade de carga última de fundações superficiais é a curva carga-assentamento, a qual também poderá dar indícios do modo de rotura

ocorrido. Na Figura 2.3 está representada uma curva típica carga-assentamento, onde se identificam dois ramos distintos. Pese embora estas curvas possam ter desenvolvimento distinto, todas elas apresentam no início um comportamento aproximadamente elástico linear (Troço oa) correspondente aos assentamentos imediatos, exibindo deformações relativamente reduzidas para maiores incrementos de tensão. A partir de determinado ponto o maciço começa a experimentar uma plastificação mais acentuada (Troço ab) até que finalmente passa a mostrar indícios de rotura, a partir do ponto Ponto b, em que existem grandes deformações para reduzidos incrementos de tensão.

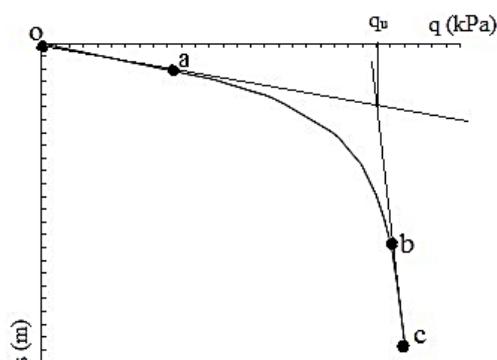


Figura 2.3 - Curva carga-assentamento

A definição da capacidade de carga do solo de fundação é fundamental para o dimensionamento de fundações superficiais. O seu valor pode ser determinado com base em critérios aplicados aos resultados da curva carga-assentamento. Estes critérios são, principalmente, úteis em casos em que se verifica a rotura localizada ou por punçoamento, onde o valor da capacidade de carga é de difícil identificação, ao contrário do que acontece quando ocorre a rotura generalizada. Seguidamente são apresentados alguns critérios de definição da capacidade de carga propostos por diversos autores, (Paikowsky et al., 2010):

- I. **Critério de rotura da mínima inclinação de Vesic (1963):** este critério baseia-se na premissa de que a carga última se localiza onde a inclinação da curva atinge o zero (como no caso de uma rotura brusca) ou estabiliza num valor mínimo. Na Figura 2.4 está ilustrada a forma de aplicação deste critério a 4 curvas distintas, uma delas corresponde a uma nítida rotura generalizada. Em situações onde ocorra a rotura por punçoamento ou localizada, poderá ser vantajoso utilizar a escala logarítmica;
- II. **Critério do assentamento limitado de Vesic (1975):** em casos em que não se observa um pico pronunciado, na curva carga-assentamento, será de boa prática adotar um limite de assentamento crítico, tal que $s = 10\%B$, sendo B a largura da base da fundação. Na

Figura 2.4 está assinalado o valor do assentamento correspondente à aplicação deste critério, para uma fundação com 6" de diâmetro. Em relação ao critério anterior, para as curvas representadas na figura, com exceção da respeitante à rotura generalizada, verifica-se que pela aplicação deste critério o valor do assentamento correspondente à rotura seria inferior, o que conduziria também a valores menores da carga última;

- III. **Critério de representação log-log da curva carga-assentamento de De Beer (1967):** este critério utiliza uma representação logarítmica, em ambos os eixos normalizados, da curva carga-assentamento (Figura 2.5). Deste modo, a capacidade de carga é definida como sendo o ponto de quebra da curva, conforme ilustrado na mesma figura. Chegou-se à conclusão que com este critério obtêm-se, por interpretação, valores muito conservativos da capacidade de carga para a rotura localizada e por punçoamento em comparação com o critério da mínima inclinação;
- IV. **Critério das duas inclinações:** nesta abordagem, são traçadas duas retas tangentes, uma ao primeiro ramo linear e outra ao último ramo linear da curva carga-assentamento. Considera-se que a capacidade de carga é o valor determinado pela interseção das duas retas tangentes, como se pode observar na Figura 2.6 onde se faz uma representação log-log.

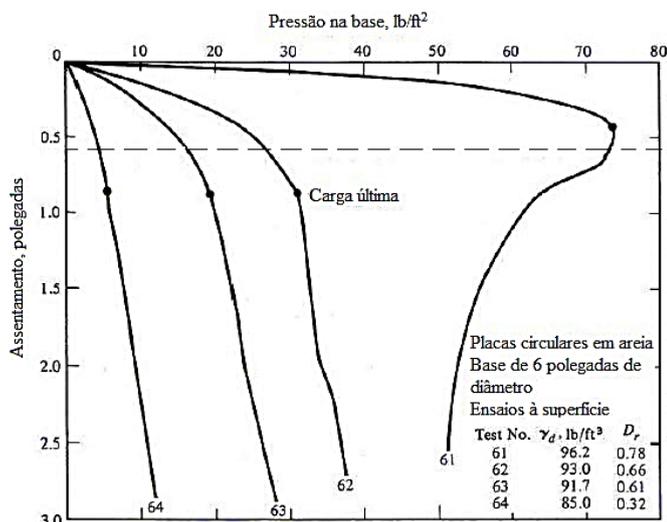


Figura 2.4 – Aplicação dos critérios do assentamento mínimo e da mínima inclinação
(adaptado de Vesic (1973))

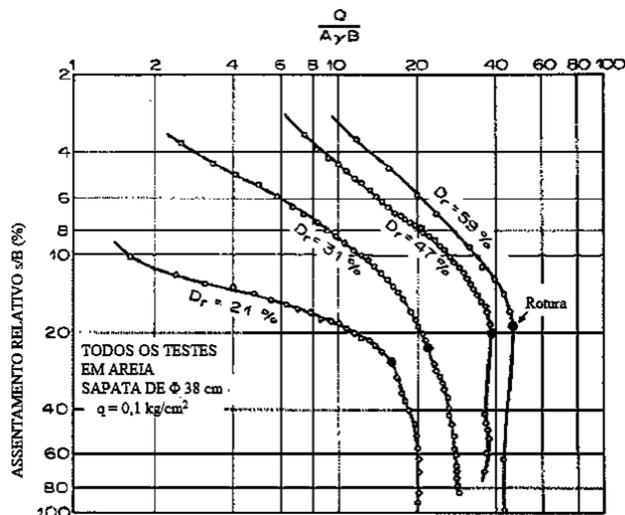


Figura 2.5 – Aplicação do critério baseado na representação log-log (Vesić, 1973)

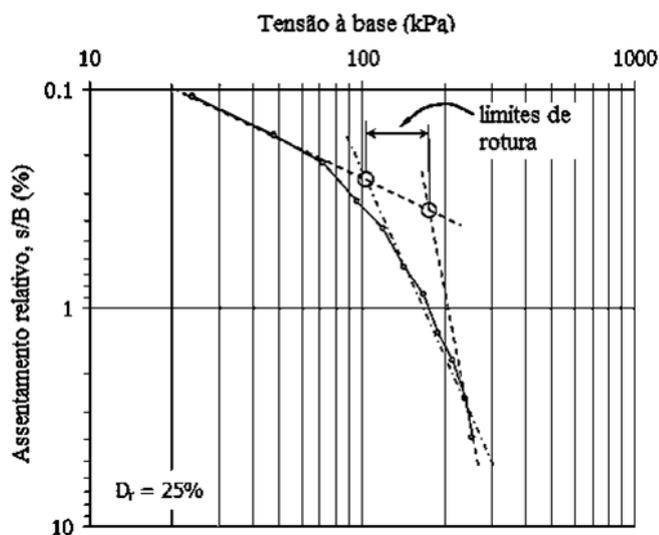


Figura 2.6 – Aplicação do critério das duas inclinações (adaptado de Paikowsky et al. (2010))

Observações efetuadas em fundações superficiais sobre argilas saturadas indicam que os assentamentos necessários para mobilizar a capacidade de carga andam em torno de 3% a 7% da largura da fundação. De algum modo foram observados valores mais elevados em areias, com valores de 5% a 15% da largura de fundações superficiais (Vesić, 1973).

De acordo com Vesić (1975) para que se possa utilizar, efetivamente, quer o primeiro ou o terceiro dos critérios acima apresentados é necessário que os ensaios sejam conduzidos até

valores muito elevados dos assentamentos, preferivelmente na ordem de 50% da largura da fundação. Dentre os principais critérios apresentados, neste trabalho será utilizado o critério das duas inclinações. Neste, a representação da curva pode ser feita em escala linear ou logarítmica, com a primeira a ser preferível pois a representação logarítmica, de acordo com Paikowsky et al. (2010), tende a ser muito conservativa.

2.4. Métodos analíticos para a determinação da capacidade de carga

2.4.1. Expressão geral da capacidade de carga

A determinação da capacidade de carga de fundações superficiais tem uma importância fundamental no cumprimento da segurança aos ELU, ou seja, na garantia dos requisitos de estabilidade atendendo à capacidade de suporte do solo. No contexto da verificação de segurança é também importante a avaliação dos assentamentos, que é feita para assegurar que se verifiquem os Estados Limites de Utilização (ELUt) de modo a evitar a ocorrência de assentamentos excessivos e, conseqüentemente, o mau funcionamento da estrutura. Apresenta-se na Figura 2.7 uma sapata, submetida a um carregamento vertical, com largura B , fundada a uma profundidade D , sobre um maciço homogêneo de peso volúmico conhecido γ (Matos Fernandes, 2015). O desenvolvimento da expressão geral da capacidade de carga tem em conta as seguintes premissas:

- i. A sapata tem desenvolvimento infinito;
- ii. O solo obedece ao critério de rotura de Mohr-Coulomb;
- iii. É nula a resistência ao corte do solo acima da base da sapata, isto é, o solo atua sobre a superfície ao nível da sapata como uma sobrecarga uniformemente distribuída;
- iv. São nulos o atrito e a adesão entre a sapata e o solo de fundação.

Quando os níveis de tensão impostos ao solo atingem a capacidade de carga última desenvolve-se um mecanismo de rotura cuja configuração depende de diversos fatores, como o tipo de solo e o seu índice de compactação ou consistência, da geometria e profundidade da fundação. Este mecanismo é, geralmente, conforme representado na Figura 2.7, constituído por três zonas plastificadas sendo que a Zona I forma uma cunha, em estado limite ativo de Rankine, que se move solidariamente com a sapata, a Zona II com movimento ascendente e provoca corte radial e, conseqüentemente, o levantamento da Zona III mobilizando nesta o estado limite passivo de Rankine. Em solos coesivos, em condições não drenadas ($\phi = 0^\circ$), o mecanismo é diferente, isto é, forma-se a zona I e a zona II que corresponde a um arco de circunferência, como se pode observar na Figura 2.8.

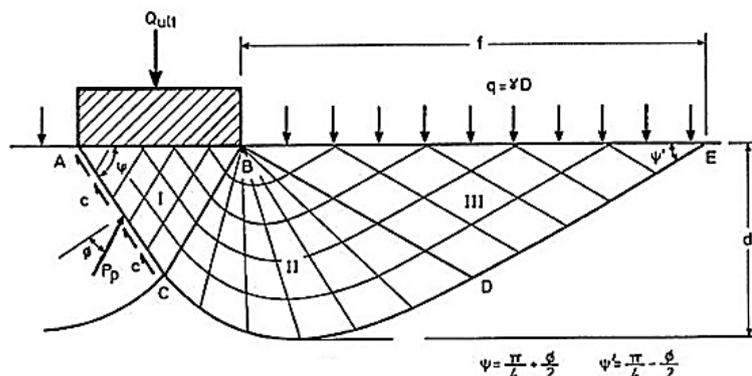


Figura 2.7 - Zonas plastificadas e superfícies de rotura em condições drenadas (Matos Fernandes, 2015)

A expressão geral da capacidade de carga, desenvolvida por Terzaghi (1943), resultou do estudo do equilíbrio da cunha que se move solidariamente com a fundação tendo em conta o seu peso próprio e as forças representadas na Figura 2.7. Considerando uma fundação num solo com coesão a uma determinada profundidade chegou-se aquela que é conhecida por equação de Buisman-Terzaghi:

$$q_{ult} = c'N_c + q'N_q + \frac{1}{2}\gamma BN_\gamma \quad (2.1)$$

onde: c' é a coesão em termos de tensões efetivas; q' é tensão efetiva ao nível da base da fundação; γ é o peso específico do solo (γ' quando o nível freático se localize ao nível da base da sapata); e B a largura da sapata; N_c , N_q e N_γ são os coeficientes de capacidade de carga (adimensionais). As parcelas: $c'N_c$, representa o contributo da coesão na capacidade resistente do solo; $q'N_q$, é a quota parte da resistência ao carregamento da sobrecarga lateral; e $0,5\gamma BN_\gamma$ é o contributo da resistência friccional do solo sob a fundação considerando o seu peso próprio.

Existem na bibliografia algumas propostas para a determinação dos fatores de capacidade de carga. A maioria dos autores concorda com as expressões dos fatores de capacidade de carga utilizados nas duas primeiras parcelas, que tomam as seguintes expressões:

$$N_c = (N_q - 1) \cot \phi' \quad (2.2)$$

$$N_q = e^{\pi \tan \phi'} \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2} \right) \quad (2.3)$$

No que diz respeito ao terceiro fator de capacidade de carga, existem muitas abordagens pois não é conhecida a sua expressão analítica exata. A expressão mais largamente utilizada, proposta por Hansen (1970), é a seguinte:

$$N_{\gamma} = 2(N_q - 1) \tan \varphi' \quad (2.4)$$

Vesíć (1973) propôs em alternativa a seguinte equação:

$$N_{\gamma} = 2(N_q + 1) \tan \varphi' \quad (2.5)$$

Contudo, Hjjaj et al. (2005) obtiveram uma excelente aproximação tendo obtido a seguinte equação (Antão et al, 2010):

$$N_{\gamma} = e^{\frac{1}{6}(\pi+3\pi^2 \tan \varphi')} (\tan \varphi')^{\frac{2\pi}{5}} \quad (2.6)$$

E em condições não drenadas, em que $\varphi = 0^\circ$, os fatores de capacidade de carga tomam os seguintes valores: $N_c = \pi+2$, $N_q = 1$ e $N_{\gamma} = 0$, passando a Equação (2.1) a ser a seguinte:

$$q_{ult} = c_u(\pi + 2) + q \quad (2.7)$$

em que: c_u é a resistência não drenada e a superfície de rotura passa a assumir a forma representada na Figura 2.8, proposta inicialmente por Prandtl (1920).

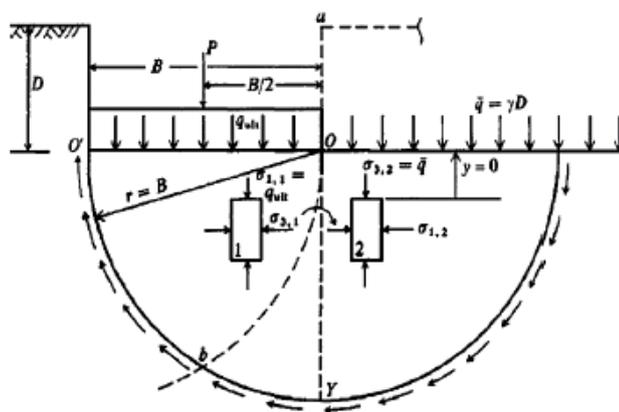
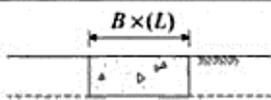
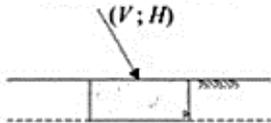
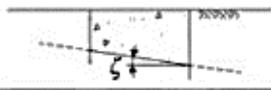
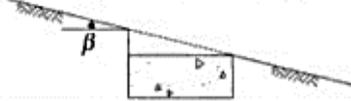
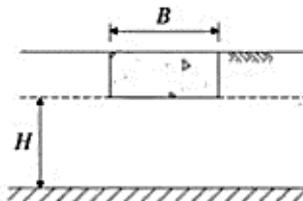


Figura 2.8 - Mecanismo de rotura em condições não drenadas (Madhav e Sakleshpur, 2017)

2.4.2. Fatores corretivos da expressão geral da capacidade de carga

A expressão geral da capacidade de carga foi formulada tendo em conta as hipóteses mencionadas anteriormente, contudo, nem sempre se está perante uma situação que cumpra com os referidos pressupostos. Deste modo, esta expressão pode ser utilizada corrigindo-a com fatores, que se multiplicam a cada parcela, para atender a diferentes situações, como as exemplificadas no Quadro 2.1. Os fatores corretivos aqui representados preveem a possibilidade do cálculo da capacidade de carga nas situações em que as fundações forem não contínuas, estiverem sujeitas a carga inclinada, houver inclinação da base da sapata ou da superfície do terreno ou quando exista proximidade do firme. As expressões utilizadas para o cálculo destes fatores corretivos e os resultados dos efeitos das referidas situações são assuntos abordados com a devida atenção nos principais manuais de Mecânica dos Solo e Fundações (p. ex., Matos Fernandes (2015), Craig (2004) e Hans e Hsai-Yang (1975)). Porém, justifica-se aqui apenas a apresentação das expressões para correção da forma da fundação (s_c , s_q e s_γ) por estas virem a ser utilizadas na análise dos resultados numéricos a apresentar no Cap. 4.

Quadro 2.1 – Situações práticas para o cálculo da capacidade de carga de uma fundação superficial e respetivos coeficientes corretivos da solução teórica simplificada (Matos Fernandes, 2015)

Efeito	Variáveis	Fatores corretivos	Condição de neutralidade	Esquema
Forma da fundação	B, L	s_c, s_q, s_γ	$L = \infty$	
Inclinação da carga	V, H	i_c, i_q, i_γ	$H = 0$	
Inclinação da base da fundação	ζ	b_c, b_q, b_γ	$\zeta = 0$	
Inclinação da superfície do terreno	β	g_c, g_q, g_γ	$\beta = 0$	
Proximidade do firme	B, H	f_c, f_q, f_γ	$H = \infty$	

Os fatores de forma são função da geometria da fundação podendo também ser dependentes do ângulo de atrito interno do solo, φ .

Terzaghi (1963) propôs as seguintes correções para ter em conta a forma da fundação:

$$\text{Sapata contínua:} \quad q_{ult} = cN_c + qN_q + 0,5\gamma BN_\gamma \quad (2.8)$$

$$\text{Sapata quadrada:} \quad q_{ult} = 1,3cN_c + qN_q + 0,4\gamma BN_\gamma \quad (2.9)$$

$$\text{Sapata circular:} \quad q_{ult} = 1,3cN_c + qN_q + 0,3\gamma BN_\gamma \quad (2.10)$$

com os seguintes fatores de capacidade de carga:

$$N_c = ((N_q - 1)/(\tan \varphi')) \quad (2.11)$$

$$N_c = 5,7 \quad \text{se } \varphi = 0 \quad (2.12)$$

$$N_q = \frac{[e^{\pi(0,75-\varphi'/360)\tan\varphi'}]^2}{2\cos^2\left(45 + \frac{\varphi'}{2}\right)} \quad (2.13)$$

$$N_\gamma = \frac{2(N_q + 1)\tan\varphi'}{1 + 0,4\sin(4\varphi')} \quad (2.14)$$

Em alternativa podem ser utilizados os fatores de forma apresentados no Quadro 2.2 inicialmente propostos por De Beer (1967) e posteriormente modificados por Vesić (1973), num estudo experimental. Podem ainda ser utilizados os fatores de forma dispostos no Quadro 2.3, apresentados no Eurocódigo 7 (NP - ENV 1997-1, 2010).

Quadro 2.2 – Fatores de forma para fundações superficiais (Vesić, 1973)

Forma	s_c	s_q	s_γ
Retangular	$1+(B/L)(N_q/N_c)$	$1+(B/L)\tan\varphi$	$1-0,4B/L$
Circular e quadrada	$1+(N_q/N_c)$	$1 + \tan\varphi$	0,60

Quadro 2.3 – Fatores de forma para fundações superficiais, EC7

Análise	Forma	s_c	s_q	s_γ
Não	Retangular	$1+0,2 (B/L)$	1	---
Drenada	Circular e quadrada	1,2	1	---
Drenada	Retangular	$(s_q N_q - 1)/(N_q - 1)$	$1 + (B/L)\sin\phi'$	$1 - 0,3(B/L)$
	Circular e quadrada	$(s_q N_q - 1)/(N_q - 1)$	$1 + \sin\phi'$	0,7

Considerando os fatores de forma apresentados, a expressão da capacidade de carga passa a tomar a seguinte configuração:

$$q_{ult} = cN_c s_c + qN_q s_q + \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma s_\gamma \quad (2.15)$$

2.4.3. Efeito de escala

Sabe-se que o fator de capacidade de carga N_γ varia com o valor de ϕ' e γ (Cerato e Lutenegger, 2007a). Vários estudos mostram que este fator depende igualmente da largura da fundação. Isto é, parece haver um efeito de escala tal que o valor de N_γ varia com a alteração da largura B , mantendo o valor de ϕ' e γ constantes, conforme se pode observar na Figura 2.11. Alguns investigadores sugeriram que este efeito depende da granulometria do solo, ou seja, a quantidade de partículas de solo sob a fundação influencia significativamente o valor de N_γ .

Os efeitos de escala distintos daqueles previstos pelas teorias clássicas de pressões de terra são conhecidos na capacidade de carga e no fenómeno de pressão de terra há já algum tempo. Contudo, tomou-se conhecimento das razões da sua existência principalmente a partir de estudos realizados por De Beer (1965), Kérisel (1967) e Vesić (1969). Estes estudos indicam que, para fundações superficiais, a tensão de corte média mobilizada ao longo da superfície de rotura sob a fundação decresce com o tamanho da fundação. Na realidade existem três razões independentes para esta redução da resistência ao corte com o tamanho da fundação (Vesić, 1973):

- i) A curvatura da envolvente de Mohr: quanto maior for a sapata, maior será a tensão média e menor será o ângulo de atrito. Isto deve-se ao facto de que, devido à curvatura da envolvente de Mohr-Coulomb, para baixos níveis de tensão observam-se maiores ângulos de atrito do que aqueles que se verificam para elevados níveis de tensão e quanto menor for o ângulo de atrito menor será a resistência ao corte, assim como o fator de capacidade de carga N_γ (Cerato e Lutenegger, 2007a);

- ii) Rotura progressiva ao longo da superfície de deslizamento: a ocorrência de deformações de corte de diferente magnitude sob a sapata, onde a superfície de deslizamento não rompe de uma só vez, mas em estágios, até que toda a superfície de rotura seja mobilizada, faz com que quanto maior for a sapata mais difícil será a mobilização total da resistência ao longo da superfície de corte;
- iii) A presença de zonas menos resistentes em todos os solos: visto que o solo é um material que pode apresentar elevada heterogeneidade, resultante do seu processo de formação, quanto maior for a superfície de rotura maior será a variação dos seus parâmetros de resistência e menores serão os seus valores médios devido à existência de zonas menos resistentes.

A contribuição de cada uma das razões acima mencionadas varia com o tipo de solo e a gama o alcance do tamanho da fundação; sendo o seu efeito total diferente em praticamente todos os solos. Vários estudos apontam claramente que a compressibilidade dos solos, no que diz respeito quer às forças gravitacionais quer à resistência de solos, aumenta com o tamanho da fundação (Vesić, 1973). Nesta ótica, será expectável uma redução nos valores aparentes dos fatores de capacidade de carga com o tamanho da fundação, até certo ponto, em todos os solos. A mais notória de todas as probabilidades é a redução dos valores de N_γ com o aumento do tamanho das fundações em solos arenosos. A Figura 2.9 demonstra que esta redução tem sucedido na maioria dos estudos experimentais da capacidade de carga de fundações superficiais. Dado que a maioria destas sapatas media apenas 1m^2 , existe um maior interesse, tanto prático como teórico na possibilidade de estabelecer se os valores de N_γ apresentados na referida figura tendem assintoticamente para um mínimo (Vesić, 1973).

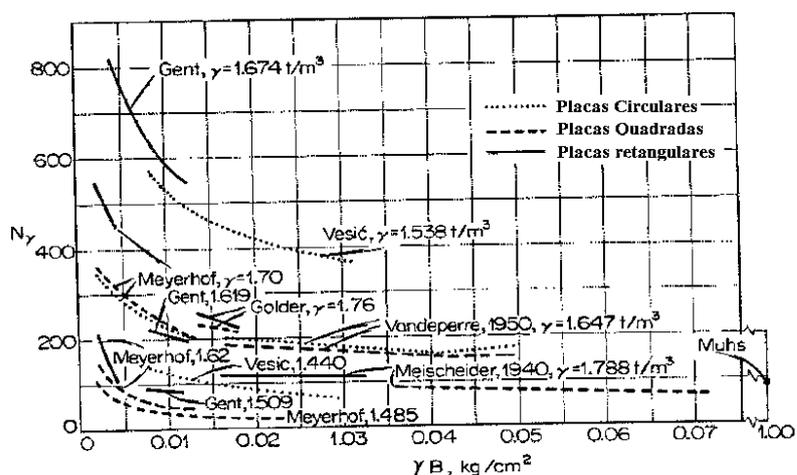
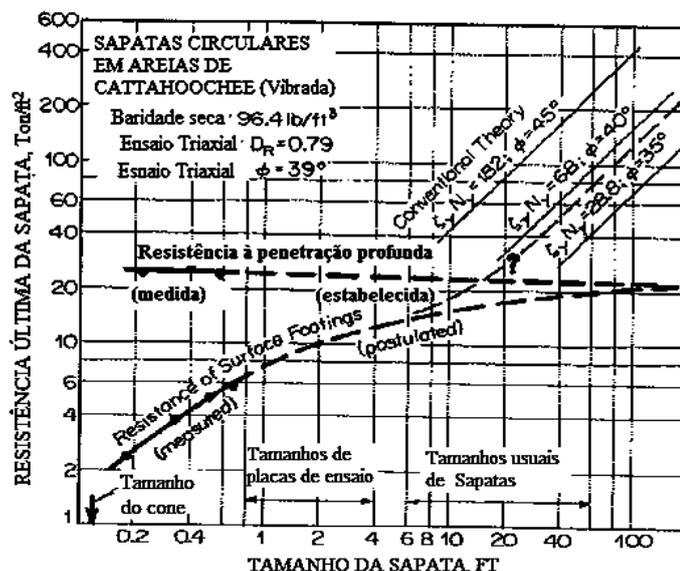


Figura 2.9 – Efeito do tamanho e da forma da sapata na capacidade de carga de fundações superficiais (adaptado de Vesić (1973))



Conversão: 1 ft = 0,3048 m; 1 lb/ft³ = 0,158 kN/m³; 1 ton/ft² = 9,6 kPa

Figura 2.10 – Variação da resistência da sapata com o tamanho (adaptado de Vesic (1973))

Estudos realizados por Vesic (1969), parecem indicar que os valores de N_γ para sapatas de tamanhos arbitrariamente grandes podem ser muito inferiores àqueles convencionalmente assumidos. Isto é ilustrado na Figura 2.10, que representa uma comparação entre resistências últimas medidas em sapatas superficiais de pequenas dimensões com as de sapatas profundas, demonstrando ainda as capacidades de carga previstas para sapatas de grandes dimensões segundo a teoria convencional. É um facto que as capacidades de carga de sapatas superficiais não devem ser superiores às resistências de sapatas profundas no mesmo solo. Este pressuposto assume que sapatas de grandes dimensões deveriam romper apenas por punção, como aparentemente todas as sapatas profundas o fazem. Isto não deveria constituir nenhuma surpresa, dado que, como anteriormente mencionado, a compressibilidade dos solos aumenta com o tamanho da sapata considerada. Por outras palavras, deveria existir, para todas as sapatas, um limite superior da capacidade de carga que estivesse relacionado com o índice de vazios do solo à rotura (Vesic, 1973).

Num estudo mais recente, Cerato e Lutnegger (2007), demonstraram, experimentalmente, que o fator de capacidade de carga N_γ decresce com o aumento da largura da sapata, B , e aumenta com a redução da compressibilidade do solo. Mostraram ainda ser maior a influência do índice de compactação do que a granulometria do solo e que o efeito de escala é mais importante em solos arenosos compactos.

Como foi adiantado, para fundações superficiais, quanto maior for a largura da fundação menor será a resistência ao corte média. E isto justifica o facto de que como demonstrado

experimentalmente, conforme ilustrado na Figura 2.11, quanto maior for a sapata menor será o fator de capacidade de carga N_{γ} .

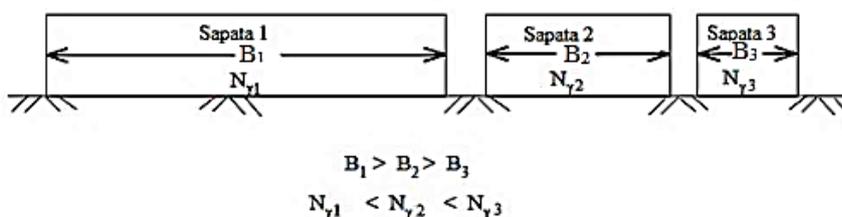


Figura 2.11 - Variação do fator de capacidade de carga, N_{γ} , com alteração da largura da fundação (adaptado de Cerato & Lutenegger (2007))

2.4.4. Efeito da compressibilidade do solo

2.4.4.1. Descrição do fenómeno

Para a análise dos diferentes modos de rotura do solo são considerados métodos de análise distintos. Para a rotura generalizada, é utilizada uma abordagem racional baseada nos estados de equilíbrio do mecanismo desenvolvido aquando da rotura. Esta abordagem tem base teórica e foi comprovada, a princípio, via ensaios de laboratório e de campo. Para a rotura localizada e por punçoamento, têm sido sugeridas várias abordagens, incluindo modelos para rotura generalizada simplificados (Kulhawy et al., 1983).

A Figura 2.12 apresenta o mecanismo de rotura que, segundo Vesic (1977), se forma na ponta de uma estaca. Após observações efetuadas em modelos reduzidos e protótipos o autor chegou à conclusão que na ponta da estaca se forma sempre uma cunha cônica, representada na figura (Cunha I), e que se encontra sob elevadas pressões.

Na rotura localizada, à medida que ocorrem os assentamentos, observa-se um movimento lateral do solo que envolve a Cunha I, de solo, em equilíbrio ativo de Rankine (Figura 2.12), resultando na plastificação deste e, no caso de solos em condições drenadas, verifica-se variação de volume. A plastificação, do solo na zona à volta, identificada na figura como Zona II, deve-se ao facto de que à medida que a Cunha I avança no solo, solidariamente com a fundação, exerce uma pressão lateral. Esta, Zona II, sujeita à pressão, que resulta dos Lados AC e AB da cunha de solo, exerce por seu turno uma pressão, igual à que está sujeita, aos Lados BD e CD causando a plastificação da Zona III. No limite, desenvolve-se a superfície de rotura característica da rotura localizada ou a rotura por punçoamento de acordo com os fatores que condicionam o tipo de

rotura como é o caso da compressibilidade do solo e a profundidade da sapata. Vesić, (1972) assumiu que a tensão normal máxima que atua nas faces laterais da cunha é igual à tensão necessária para expandir uma cavidade na mesma massa de solo.

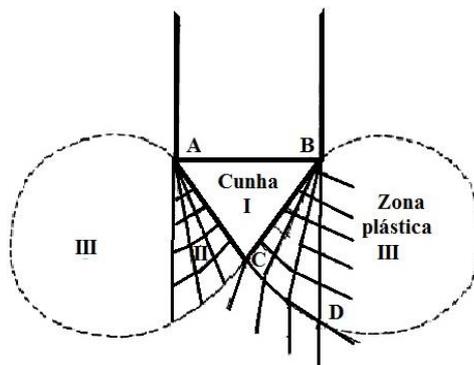


Figura 2.12 - Mecanismo de rotura verificado na expansão de cavidades: I cunha de estado ativo de Rankine; II zona plástica; e III zona plástica (adaptado de Vesić (1972))

2.4.4.2. Correção da expressão geral da capacidade de carga

A Figura 2.13a) apresenta uma sapata contínua de base rugosa. No caso em que o solo não tem peso, $\gamma = 0$, mas tem coesão e ângulo de atrito, a rotura dá-se pela Superfície de_1f_1 . Segundo Prandtl (1920) a parte curva desta superfície é uma espiral logarítmica cujo centro se localiza no Ponto b . Por outro lado, se $c = 0$ e $q = 0$, enquanto γ e ϕ forem maiores que zero, a rotura dá-se pela Superfície de_2f_2 . Os resultados de estudos realizados demonstram que o ponto mais baixo da Curva de_2 se localiza acima do ponto mais baixo de de_1 . Quando os valores de c , q , ϕ e γ forem superiores a zero, a rotura ocorre ao longo da Superfície def (Terzaghi, 1943). Esta última superfície é apresentada como uma fronteira simplificada (Terzaghi et al., 1996).

A Figura 2.13b) demonstra a relação entre a tensão de desvio ($\sigma_1 - \sigma_3$) e a correspondente deformação linear na direção da tensão principal σ_1 para dois solos diferentes (Terzaghi, 1943). De acordo com Terzaghi (1963) se a relação entre a tensão de desvio ($\sigma_1 - \sigma_3$) e a respetiva deformação for aproximada à da linha contínua C_1 , o solo sob carregamento comporta-se como um material plástico ideal representado pela linha tracejada Oab (Figura 2.13 direita) e o solo rompe por rotura generalizada. Por outro lado, se a relação tensão de desvio-deformação for descrita pela curva tracejada C_2 , a tensão de compressão necessária para propagar o estado de equilíbrio plástico até o limite exterior, f , da Cunha aef (Figura 2.13 esquerda) é superior à tensão de compressão lateral gerada pela sapata. Isto implica que a capacidade de carga do solo

é inferior àquele valor que seria, entretanto, calculado pela expressão geral da capacidade de carga e o solo sofre rotura localizada. Portanto, os parâmetros de resistência do solo devem ser reduzidos para os valores de c^* e φ^* , dados pelas expressões abaixo.

$$c^* = (2/3)c \quad (2.16)$$

$$\tan\varphi^* = (2/3)\tan\varphi \quad (2.17)$$

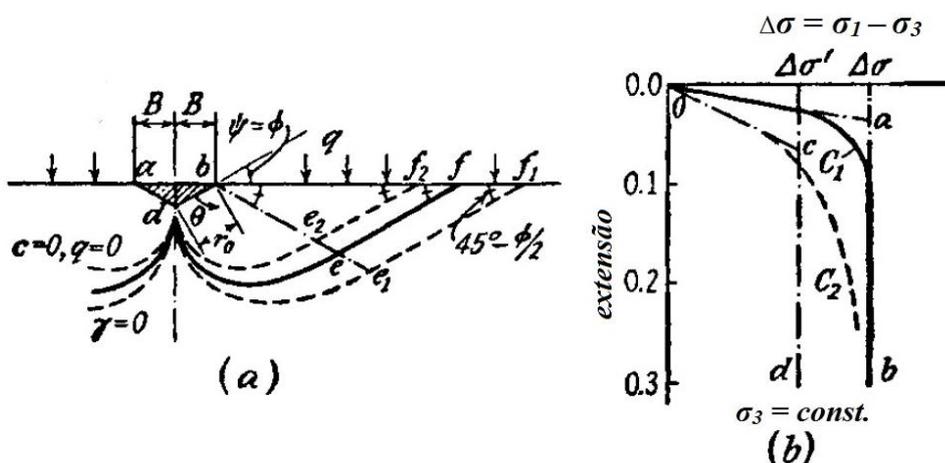


Figura 2.13 - Modos de rotura do solo sobre fundações superficiais (adaptado de Terzaghi (1963))

Esta abordagem pode dar respostas satisfatórias em certos solos, mas poderá nem sempre estar do lado da segurança. Para areias, uma ligeira redução de φ em situações de rotura localizada ou por punçoamento é provavelmente muito conservador (Vesić, 1973). Observações de Vesić (1973) de cargas de rotura de pequenas fundações em pelo menos quatro tipos de areia sugerem que o fator 0,67 nas equações (2.16) e (2.17) devia ser substituído por um fator corretivo que varia com o índice de compactidade, I_D , tal que $0,67 + I_D - 0,75I_D^2$, aplicável numa gama de $0 \leq I_D \leq 0,67$. Desta forma garante-se a variação, de forma gradual, deste fator num intervalo entre 0,67 e 1, em função de I_D , na transição para a rotura generalizada.

De acordo com Vesić (1973), embora sendo útil do ponto de vista prático, esta abordagem não é adequada visto que é baseada na premissa de que a compressibilidade de um solo sobre uma série de carregamentos e geometria depende apenas das suas características de resistência, φ e c . Para se chegar a uma expressão que tivesse em conta a influência da compressibilidade do solo e os efeitos de escala, seria necessário ter uma teoria de capacidade de carga baseada em outros modelos de comportamento do solo como, por exemplo, os elastoplásticos. Na ausência de

soluções exatas para este tipo de problemas, propõem-se o uso da teoria corrente, baseada em soluções para sólidos rígido-plásticos, com alguns fatores corretivos de compressibilidade, ξ_c , análogos aos fatores de forma (Vesić, 1973).

Na tentativa de obter equações para os referidos fatores de compressibilidade, Vesić fez analogia com a teoria da expansão de cavidades e assumiu que a pressão última normal aos lados da cunha sob a fundação (AC e BC, Figura 2.7) é igual àquela necessária para expandir uma cavidade cilíndrica ou esférica no mesmo maciço terroso (Figura 2.12). Esta abordagem fora usada satisfatoriamente, em certas condições, por vários autores, dentre os quais Vesić (1972), em fundações profundas. Combinando estas noções com as suas soluções para a expansão de cavidades num sólido elastoplástico, Vesić (1973), apresentou os fatores de compressibilidade. Sendo, portanto, o único parâmetro racional proposto para a avaliação da deformabilidade do solo sob carregamento, o Índice de Rigidez, I_r , é definido por (Vesić, 1973):

$$I_r = \frac{G}{c + q \tan \varphi} \quad (2.18)$$

Onde: G é o módulo distorcional; c é a coesão; q é a tensão efetiva vertical, sob a fundação, a uma profundidade de $B/2$ (B – largura da sapata); e φ é o ângulo de resistência ao corte.

Para ter em conta o efeito da deformação volumétrica, Δ , na zona plástica (Cunha I, Figura 2.12) Vesić (1973) propôs a seguinte redução do índice de rigidez, I_{rr} :

$$I_{rr} = \xi_v \cdot I_r \quad (2.19)$$

em que:

$$\xi_v = 1/(1 + I_r \cdot \Delta) \quad (2.20)$$

onde: ξ_v é o fator de redução.

O valor da deformação volumétrica, Δ , é função da tensão média, do ângulo de atrito, e da deformabilidade do solo. Portanto, em última instância, é o nível de tensão imposto ao solo que determina a sua grandeza. De acordo com Vesić (1973) para solos que exibem mudança de volume na zona plástica, deve-se utilizar o Índice de Rigidez Reduzido, I_{rr} , em detrimento do índice de rigidez, I_r . Kulhawy et al. (1983) propuseram uma expressão que permite estimar o valor da deformação volumétrica, Δ , em função da tensão efetiva vertical, a uma profundidade $B/2$, $\bar{\sigma}_v$, do ângulo de atrito interno, φ' , e da pressão atmosférica, p_a :

$$\Delta = 0,005(\bar{\sigma}_v/p_a)[1 - ((\varphi' - 25^\circ)/(45^\circ - 25^\circ))] \quad (2.21)$$

Visto que o índice de rigidez varia com o nível de tensão e o índice de compactidade do solo, o que separa o comportamento rígido plástico do elástico-perfeitamente plástico é o índice de rigidez crítico, dado pela seguinte expressão;

$$I_{rc} = \frac{1}{2} \exp \left[\left(3,30 - 0,45 \frac{B}{L} \right) \cot \left(45 - \frac{\varphi}{2} \right) \right] \quad (2.22)$$

Segundo Vesić (1973) quando, $I_r > I_{rc}$ o solo apresenta um comportamento rígido plástico e deve ser aplicada a expressão geral de capacidade de carga, e quando $I_r < I_{rc}$ o solo sofre deformações elevadas e a expressão geral da capacidade de carga deve ser retificada, recorrendo a fatores corretivos de compressibilidade ξ_{cc} , ξ_{qc} e $\xi_{\gamma c}$:

$$q_{ult} = cN_c \xi_{cc} + qN_q \xi_{qc} + \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma \xi_{\gamma c} \quad (2.23)$$

onde;

$$\xi_{qc} = \exp \left[\left(-4,4 + 0,6 \frac{B}{L} \right) tg \varphi + \frac{(3,7 \text{sen} \varphi)(\log 2I_r)}{1 + \text{sen} \varphi} \right] \quad (2.24)$$

$$\xi_{cc} = \xi_{qc} - (1 - \xi_{qc}) / (N_q tg \varphi) \quad (2.25)$$

e,

$$\xi_{\gamma c} = \xi_{qc} \quad (2.26)$$

O uso destas expressões apenas faz sentido enquanto os fatores corretivos de compressibilidade forem inferiores a 1 (Vesić, 1973).

Em condições não drenadas, onde $\varphi = 0^\circ$;

$$q_{ult} = 5,14 \cdot c_u \xi_{cc} + q \xi_{qc} \quad (2.27)$$

em que o fator de compressibilidade ξ_{cc} passa a ser determinado pela seguinte expressão;

$$\xi_{cc} = 0,32 + 0,12(B/L) + 0,60 \log I_r \quad (2.28)$$

e o Índice de Rigidez obtém-se da seguinte forma:

$$I_r = G/c_u \quad (2.29)$$

enquanto que o Índice de Rigidez crítico, I_{rc} , é constante, ou seja, 14 para fundações contínuas e 8 para fundações quadradas conforme vem representado na Figura 2.14. A Figura 2.15

demonstra a variação dos coeficientes de compressibilidade, ξ_{qc} e ξ_{yc} , com o ângulo de atrito, para diferentes valores do Índice de Rigidez. Por outro lado, a Figura 2.16 apresenta a variação do coeficiente de compressibilidade, ξ_{cc} , com o I_r , para o ângulo de atrito nulo.

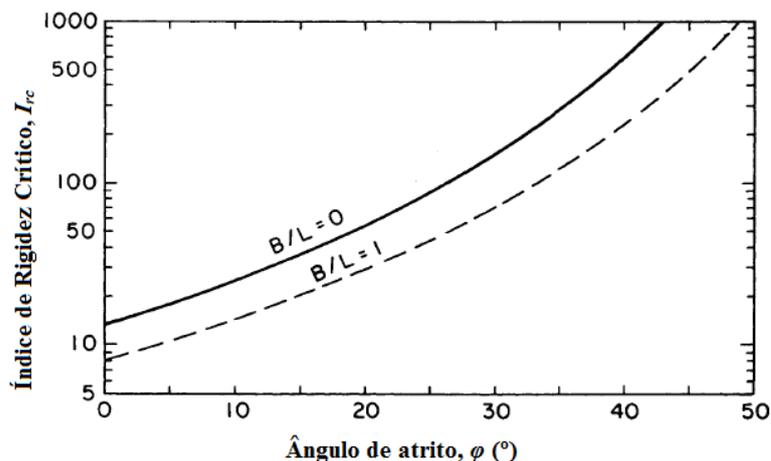


Figura 2.14 – Variação do Índice de Rigidez crítico com o ângulo de atrito (adaptado de Kulhawy et al. (1983))

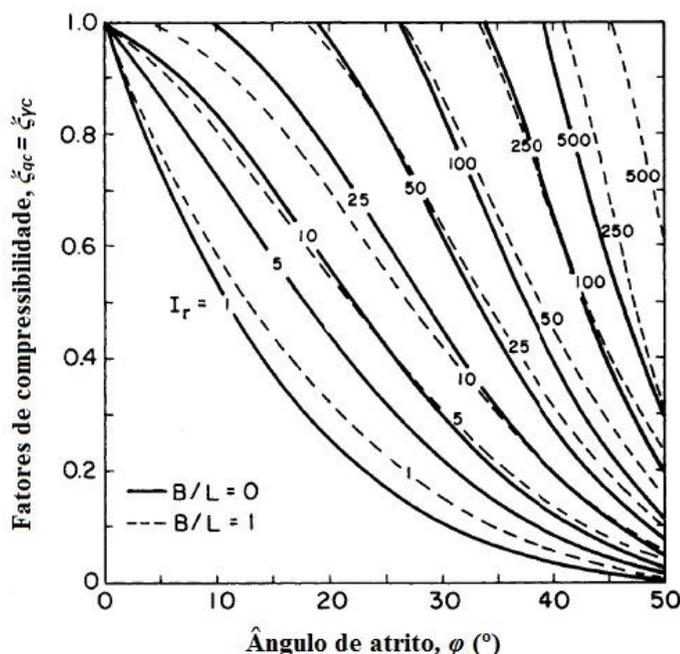


Figura 2.15 – Variação dos coeficientes corretivos de compressibilidade, ξ_{qc} e ξ_{yc} , com o ângulo de atrito e o Índice de Rigidez (adaptado de Kulhawy et al. (1983))

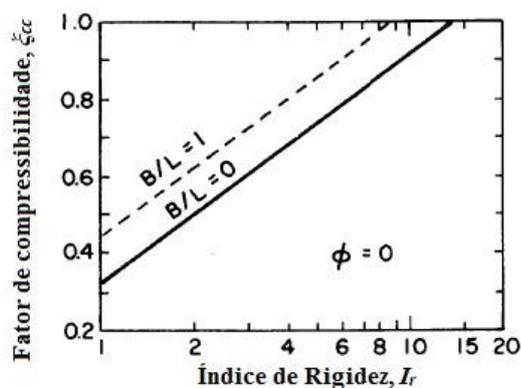


Figura 2.16 – Variação do fator corretivo de compressibilidade, ξ_{cc} , com o Índice de Rigidez (adaptado de Kulhawy et al. (1983))

Existem ainda várias propostas para o cálculo do Índice de Rigidez, com base em ensaios de campo e correlações com alguns índices que caracterizam o solo, das quais apresentam-se algumas.

Vesić (1977) apresentou uma proposta para o cálculo do Índice de Rigidez reduzido, para areias, com dados do CPT através da expressão:

$$I_r = 3q_c/f_s \quad (2.30)$$

em que q_c é a resistência de ponta do cone e f_s é a resistência lateral do fuste. Para solos argilosos, Trofimenkov e Vorobkov (1981) propuseram a seguinte expressão (Kulhawy et al, 1983):

$$I_r = 320(1 - IL)S \quad (2.31)$$

onde IL é o Índice de Liquidez do solo e S , o fator de correção das tensões dado por:

$$S = 2,2/(1,2 + \sigma/\sigma_1) \quad (2.32)$$

sendo que σ é a tensão *in-situ* (em KN/m^2) sob a sapata a uma profundidade $B/2$ e σ_1 a tensão de referência igual a 1 Kg/cm^2 ($\approx 100 \text{ KN/m}^2$). Estas correlações são úteis como uma primeira aproximação (Kulhawy et al., 1983).

O uso do Índice de Rigidez garante uma abordagem generalizada e racional de cálculo da capacidade de carga com rotura localizada ou por punçoamento. Este facto é conveniente pois os fatores de compressibilidade introduzidos anteriormente não são tão sensíveis a pequenas variações do Índice de Rigidez (Kulhawy et al., 1983).

Existe uma correlação entre o Índice de Rigidez reduzido e o módulo de distorção normalizado, G_0/σ'_{v0} , obtido pela medição da velocidade de propagação de ondas de corte, s (Mayne, 2006):

$$I_{rr} = \left(\left(G_0 / \sigma'_{v0} \right) / 85 \right)^{2,21} \quad (2.33)$$

onde:

$$G_0 = \rho_T V_s^2 \quad (2.34)$$

e ρ_T é a massa específica do solo.

Dando continuidade a estudos anteriores que visam correlacionar o grau de sobreconsolidação, OCR , e o índice de plasticidade, I_P , Agaiby e Mayne (2018) propuseram a seguinte expressão:

$$I_r = \frac{\exp\left(\frac{137 - I_P}{23}\right)}{\left[1 + \ln\left(\frac{(OCR - 1)^{3,2}}{26}\right)\right]^{0,8}} \quad (2.35)$$

Os mesmos autores propuseram a seguinte expressão, que correlaciona os resultados do ensaio CPTu, para determinar o índice de rigidez não drenado:

$$I_r = \exp\left(\frac{1,5 + 2,925 \cdot M \cdot a_q}{M \cdot (1 - a_q)}\right) \quad (2.36)$$

onde:

$$a_q = (u_2 - \sigma_{v0}) / (q_t - \sigma_{v0}) \quad (2.37)$$

$$M = (6 \operatorname{sen} \varphi') / (3 - \operatorname{sen} \varphi') \quad (2.38)$$

em que u_2 é a pressão intersticial; q_t é a resistência de ponta do cone; e σ_{v0} é tensão vertical de repouso na profundidade em se executou o ensaio.

2.4.4.3. Transição da rotura localizada para a rotura generalizada em solos arenosos

As fronteiras entre os diferentes modos de rotura apresentados não são claramente definidas, principalmente porque as variações no modo de comportamento do solo ocorrem de forma gradual. As fronteiras apresentadas na literatura são arbitrárias e devem ser consideradas apenas como diretrizes de aproximação. No entanto, para os níveis de tensão, relativamente baixos, associados às fundações superficiais, a rotura generalizada, normalmente, ocorre em areias mais densas e na maioria das argilas durante o carregamento não drenado (Kulhawy et al, 1983).

Na Figura 2.17 está representado um ábaco, no qual os valores de N_q e N_γ crescem consideravelmente à medida que φ' aumenta. Os fatores de capacidade de carga são função de φ' , e os valores de SPT podem ser correlacionados com φ' , o que permite estabelecer a correlação entre N_{cor} (número, corrigido, de pancadas necessárias para cravar 30 cm com o amostrador na 2ª fase do ensaio SPT) e N_q e N_γ (Peck et al., 1974).

Como já foi explicado, nas secções anteriores, usualmente, em solos soltos ocorre a rotura por punçoamento ou localizada e em solos densos ocorre a rotura generalizada (Murthy, 2003). Segundo o autor, para solos arenosos, existe uma transição de rotura localizada para rotura generalizada à medida que o estado da areia varia de uma condição solta para densa. De acordo com Murthy (2003) por não existir uma equação de capacidade de carga para esta transição é de boa prática utilizar o ábaco (Figura 2.17). Visto que estas curvas permitem avaliar os valores de N_q e N_γ que incorporam automaticamente o estado misto de rotura localizada e generalizada e definem, portanto, a zona de transição, baseando-se nas seguintes premissas:

- A rotura localizada ocorre quando $\varphi' \leq 28^\circ$;
- A rotura generalizada ocorre para $\varphi' \geq 38^\circ$;
- Na zona $28^\circ < \varphi' < 38^\circ$, verifica-se um estado misto de rotura localizada e generalizada, ou seja, uma zona de transição.

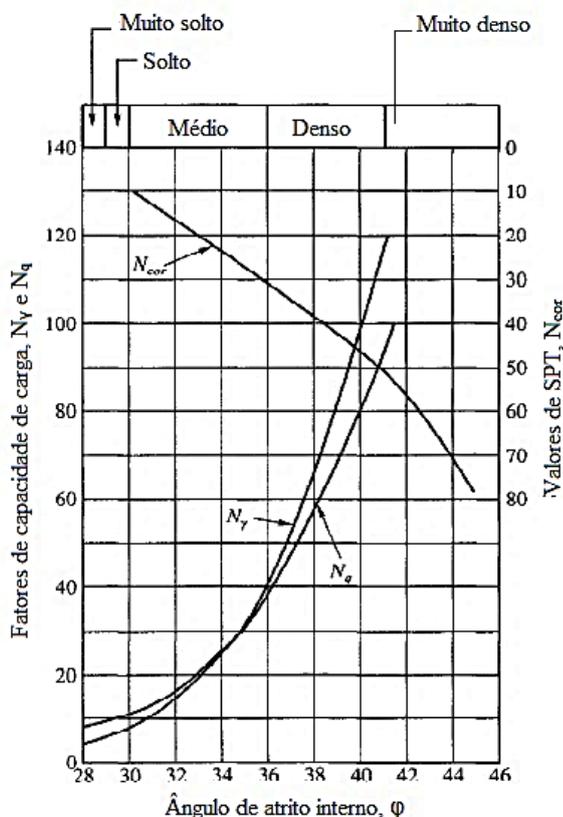


Figura 2.17 – Fatores de capacidade de carga de Terzaghi, para a zona de transição da rotura localizada a generalizada (adaptado de Peck et al. (1974))

Murthy (2003) sugere que os valores de N_q e N_y para $\phi' \geq 38^\circ$ sejam calculados pelas expressões propostas por Terzaghi (1963) com o respetivo valor de ϕ' , e para $\phi' \leq 28^\circ$ que \bar{N}_q e \bar{N}_y sejam definidos utilizando o ângulo de atrito interno corrigido, ϕ^* , determinado pela Equação (2.17), proposta por Terzaghi (1963).

No caso de solos puramente coesivos assume-se que a rotura localizada ocorre em argilas moles a médias com uma resistência não confinada de $q_u \leq 100$ kPa (Murthy, 2003).

3. MODELAÇÃO NUMÉRICA DE FUNDAÇÕES SUPERFICIAIS PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

3.1. Preâmbulo

O cálculo da capacidade de carga pelo Método dos Elementos Finitos (MEF) permite identificar os mecanismos de rotura bem como realizar um estudo paramétrico dos parâmetros de resistência e deformabilidade do solo, e fazer uma comparação qualitativa com os resultados analíticos através da análise da curva carga-assentamento do solo. É um método bastante utilizado que permite calcular tensões e deformações, bem como, no caso de fundações a curva carga-assentamentos e as deformações no maciço.

Este capítulo começa por apresentar o estado da arte no domínio da análise numérica da capacidade de carga de fundações superficiais pelo MEF, o qual permite um enquadramento dos principais e mais recentes desenvolvimentos sobre este tema. Prossegue-se com a descrição do problema a modelar, a geometria do domínio e da fundação e condições de fronteira, tipo de malha, tipo de solicitação e a forma como estes aspetos afetam o modelo. Em seguida faz-se uma descrição do modelo constitutivo e critério de rotura utilizados. Finalmente apresentam-se os programas de elementos finitos que serão utilizados na modelação.

3.2. Estado da arte

Desde que se começou a introduzir o MEF como ferramenta para a resolução de problemas em Geotecnia, têm-se verificado avanços significativos na resolução de problemas complexos. O desenvolvimento e aprimoramento das ferramentas informáticas garantem uma maior capacidade e rapidez na resolução das equações diferenciais que constituem os problemas matemáticos utilizados para representar a realidade de forma simplificada. Além disso permitem utilizar a teoria da plasticidade e modelos reológicos mais avançados do que os utilizados nas principais formulações analíticas.

A grande maioria dos trabalhos desenvolvidos na análise de fundações superficiais, no âmbito da modelação numérica pelo MEF, consiste na realização de estudos paramétricos. Alguns trabalhos destacam-se pelo facto de abordarem a verificação dos resultados analíticos e de contribuírem para melhor conhecimento das formulações que estão na base destes métodos. Este é o caso do tipo de mecanismo de rotura que se pode formar numa fundação carregada verticalmente, onde o MEF permite verificar numericamente os coeficientes de capacidade de

carga utilizados nos cálculos analíticos, assim como o efeito da proximidade fundações vizinhas ou de taludes. Alguns destes trabalhos apresentam conclusões absolutamente fundamentais para esta temática. É necessário, no entanto, ter o devido cuidado ao trabalhar com as principais ferramentas de MEF, não excluindo a importância da experiência acumulada ao longo de anos em trabalhos experimentais e dos conceitos que servem de base na formulação dos métodos analíticos.

Dentre os principais trabalhos desenvolvidos na temática em questão, destaca-se alguns que se passa a citar.

No seu trabalho sobre capacidade de carga de fundações superficiais, contínuas e circulares, em areias, usando o MEF, Loukidis e Salgado (2009), chegaram às seguintes conclusões: estudando o efeito da variação da diferença entre o ângulo de atrito interno, ϕ' , e o ângulo de dilatância, ψ , e dos fatores de forma, concluíram que o efeito da dilatância na capacidade de carga não é negligenciável quando se consideram combinações realistas de ϕ' e ψ exibidos pela areia. A diferença na capacidade de carga entre casos onde se considerou $\psi = \phi'$ e $\psi < \phi'$ esteve num intervalo de 5-45%, com os valores mais elevados a se verificarem em problemas com sapatas contínuas e valores do ângulo de atrito elevados com $\psi = \phi'$. Portanto as soluções atuais para cálculo da capacidade de carga em areias, que assumem que $\psi = \phi'$, geram resultados pouco conservativos e inseguros para o dimensionamento. E isto é válido tanto para sapatas contínuas como para sapatas circulares. Entretanto, concluíram que as equações para os fatores de forma usadas na prática corrente parecem subestimar o rácio de crescimento com o aumento de ϕ , propondo novas expressões disponibilizadas na íntegra no seu trabalho.

Knudsen e Mortensen (2016), realizaram uma comparação dos resultados para o cálculo da capacidade de carga de fundações superficiais obtidos pelo MEF com os previstos através das expressões do *National Annex* (2013) (DS/EN 199-1 DK NA) Dinamarquês do Eurocódigo 7. Algumas das expressões utilizadas para os fatores de capacidade de carga são distintas das propostas pelo EC7. Os autores chegaram às seguintes conclusões: i) as análises em tensões totais geram resultados aproximadamente iguais aos obtidos analiticamente pela norma, tanto para o fator de capacidade de carga como para o fator de forma; ii) para sapatas, em solos incoerentes, tendo em conta que à superfície a tensão é nula, ocorre uma singularidade de estados de tensão nos bordos da fundação, caracterizada pelo facto de se estar a aplicar tensões num ponto e noutra, ao lado, esta ser nula. Quando esta diferença for muito elevada é muito difícil garantir uma solução numérica pelo MEF. Pois o nível de deformação da malha, nestes pontos, é muito elevado e corre-se o risco de não se atingir a convergência.

Van Baars (2018), desenvolveu análises pelo MEF com o intuito de verificar a expressão proposta por Meyerhof (1951) para o cálculo da capacidade de carga de fundações superficiais. Este autor concluiu que tanto os fatores de capacidade de carga como os de forma e de inclinação utilizados na expressão analítica são muito elevados e, portanto, contrários à segurança. A principal razão para tal é que para solos naturais o ângulo de dilatância, ψ , é muito menor do que o ângulo de atrito interno, ϕ' . Os resultados mostram ainda que nem todos os casos desenvolvem um mecanismo de rotura semelhante ao proposto por Prandtl (1920) (Figura 3.1), e estas são algumas das razões pelas quais os fatores supracitados não estejam corretos. O autor baseou-se nestes resultados e, em conjunto com resultados de outros estudos, propôs expressões alternativas para o cálculo dos fatores de capacidade de carga, fatores de inclinação e de forma.

Van Baars (2018) apresenta na Figura 3.1 dois mecanismos de rotura desenvolvidos em análises a solos arenosos com ângulos de atrito interno diferentes. Tendo-se observado um mecanismo de rotura observado em ensaios experimentais para o valor mais reduzido do ângulo de atrito interno e um mecanismo totalmente diferente para um valor mais elevado.

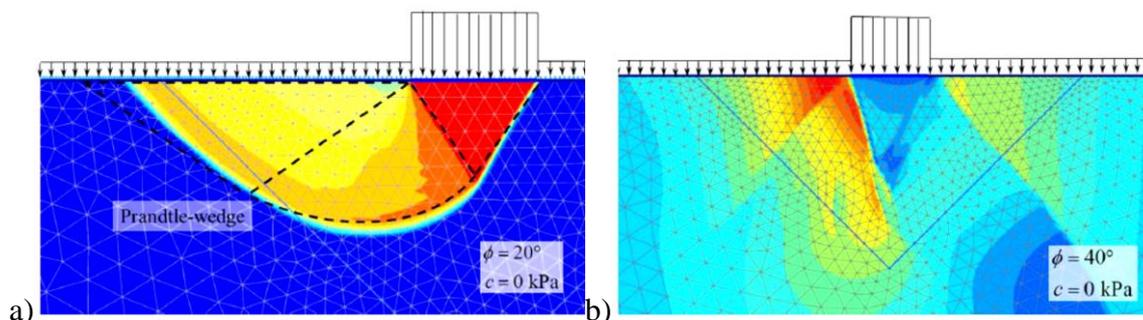


Figura 3.1 – Mecanismo de rotura, representado por deslocamentos totais: a) baixo ângulo de atrito interno (20°): ângulo de atrito interno elevado (40°) (Van Baars, 2018)

Waheed e Asmael (2018), realizaram um estudo paramétrico da capacidade de carga de fundações superficiais em argilas em condições não drenadas. Estes estudaram o efeito da variação de cada um dos diferentes parâmetros, mantendo os restantes inalterados, tendo chegado às seguintes conclusões: i) a variação do coeficiente de Poisson do solo (0,25 a 0,4) resulta num ligeiro aumento da capacidade de carga para assentamentos reduzidos, demonstrando haver um acréscimo de cerca de 25% nos estágios finais dos assentamentos; ii) a capacidade de carga cresce significativamente, até ao dobro, com o aumento do módulo de deformabilidade de 4 a 13 MPa; iii) a variação da coesão não drenada do solo não tem qualquer efeito no fator de capacidade de carga N_c , até certo valor do assentamento normalizado (s/B), contudo, para valores elevados, dos assentamentos, verificam-se aumentos de N_c .

Chen, et al. (2019) realizaram um estudo para métrico pelo método CEL (Coupled Eulerian-Lagrangian), fixando o Módulo de Deformabilidade, E , e o coeficiente de Poisson, ν , bem como a largura da sapata, B , e variando as características de resistência ao corte do solo, c' e ϕ' . Estes autores concluíram que com o aumento da profundidade da sapata, D , e de c' e ϕ' , o modo de rotura varia da rotura generalizada para a rotura localizada e em seguida pode evoluir para a rotura por punçoamento. Estas conclusões estão de acordo com o conceito de Índice de Rigidez, visto que quanto maior a resistência ao corte do solo menor será o valor deste parâmetro (Equação (2.18)). Segundo os autores, para valores de $\phi' > 30^\circ$ passa a haver problemas de convergência no cálculo, devido às grandes deformações impostas pela sapata, não se atingindo os valores de carga previstos pela solução de Prandtl (1920) (Equação (2.1)). Os resultados destas análises encontram-se representados em forma de cartas, onde se distinguem os diferentes modos de rotura observados em função de D , c' e ϕ' (Figura 3.2). Para além da influência de c' e ϕ' , e para uma gama de valores destes parâmetros analisada, também se pode observar que com aumento da profundidade da fundação o modo de rotura tende a passar da rotura generalizada ou localizada para rotura por punçoamento.

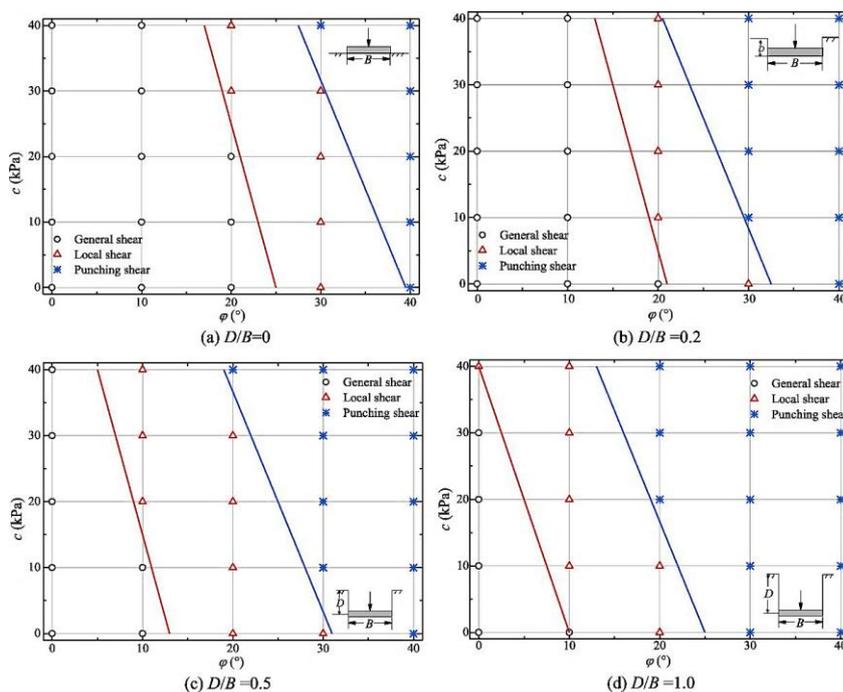


Figura 3.2 - Modos de rotura com diferentes propriedades do solo (Chen, et al. 2019)

Estas são, portanto, algumas das contribuições recentes de maior relevo na temática em que diz respeito a este trabalho e que servem de referência para outros trabalhos que venham a ser desenvolvidos, contribuindo assim para o desenvolvimento da aplicação dos MEF, e não só, na Geotecnia, concretamente ao estudo de análise numérica de fundações superficiais.

3.3. Modelo linear elástico-perfeitamente plástico de Mohr-Coulomb

Os modelos constitutivos permitem, no domínio da Geotecnia, traduzir as relações entre os estados de tensão e deformação, bem como descrever, matematicamente, por via das equações constitutivas o comportamento do solo e dos materiais que com este interagem. Para o efeito, na modelação numérica são adotados modelos constitutivos que obedecem a critérios de rotura e de cedência, estabelecidos em função dos parâmetros dos solos e que caracterizam o seu comportamento quando submetidos a um determinado estado de tensão. Nas análises numéricas apresentadas nesta dissertação serão utilizados os critérios de rotura de Mohr-Coulomb (MC), para análises drenadas, e de Tresca, para as análises não drenadas. Dada a relevância do critério de MC justifica-se uma breve descrição. A Figura 3.3 apresenta a relação tensão-deformação (σ - ε) para um material ideal elástico linear-perfeitamente plástico carregado axialmente, sofrendo uma deformação axial, ε . O material apresenta um comportamento linear elástico, até ao ponto B onde a tensão de cedência, σ_y , é atingida, o gradiente do Troço AB é dado pelo Módulo de Deformabilidade. Caso o material seja descarregado neste troço, a trajetória da relação tensão-deformação será a mesma, com sentido contrário. No Troço BF o material apresenta um comportamento perfeitamente plástico, ou seja, não se verifica aumento de tensão seja qual for o nível de deformação, até atingir a rotura. Quando o material é descarregado e novamente carregado, neste troço, a relação tensão-deformação (p. ex. Troço CD) apresenta um comportamento linear elástico exibindo uma diferença, ε_C^p , entre a deformação ε_B e ε_C , que corresponde à deformação plástica entretanto sofrida pelo material no Troço BC. Quando o material tem comportamento isotrópico necessita-se de dois parâmetros constantes independentes, o Módulo de Deformabilidade e o coeficiente de Poisson para representar o comportamento do solo.

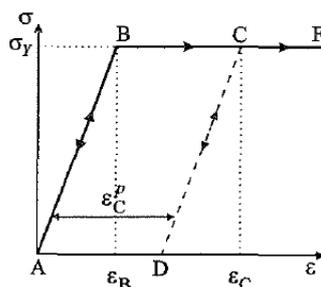


Figura 3.3 - Representação do comportamento elástico-perfeitamente plástico (Potts e Zdravkovic, 1999)

O critério de rotura de Mohr-Coulomb é representado por um conjunto de equações lineares, que podem ser função das tensões principais ou das tensões de corte e normal ao plano considerado, que descrevem as condições nas quais um material entra em rotura. Este é um dos

critérios mais utilizados na simulação do comportamento de solos em problemas geotécnicos. Este critério assume que, num dado plano de rotura é linear a relação entre a tensão de corte, τ_f , e a tensão normal, σ'_f . Assim, a tensão de corte na rotura é dada pela seguinte expressão:

$$\tau_f = c' + \sigma'_f \operatorname{tg} \varphi' \quad (3.1)$$

onde: φ' é o ângulo de atrito, c' é a coesão e o índice f destina-se a indicar que são componentes da rotura.

A função de cedência deste critério de rotura, em termos das tensões principais, é dada pela seguinte equação:

$$(\sigma'_1 - \sigma'_3) = (\sigma'_1 + \sigma'_3) \operatorname{sen} \varphi' + 2c' \operatorname{cos} \varphi' \quad (3.2)$$

Não obstante o facto de o critério de MC possuir certas limitações, para problemas geotécnicos correntes, como é o caso do cálculo e análise da estabilidade de fundações, este tem uma resposta melhor do que certos modelos mais avançados e que exigem muitos parâmetros muitos dos quais sem significado físico, sendo assim este critério mais simples e eficiente. Como se pode ver na Figura 3.4, a superfície de cedência deste critério tem a forma de uma pirâmide hexagonal irregular no espaço 3D das tensões e a definição do estado de tensão na rotura depende dos invariantes da tensão, I_1 e J_2 , e/ou p e q , e do ângulo de Lode Θ , bem como do estado de tensão inicial.

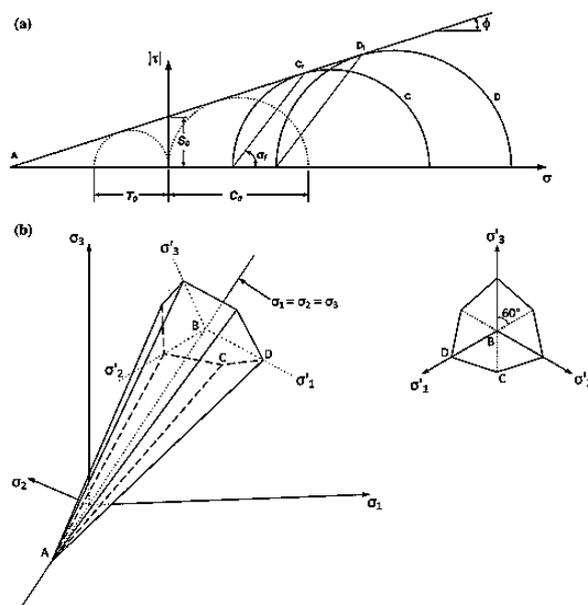


Figura 3.4 – Critério de rotura de Mohr-Coulomb: a) envolvente de rotura no plano; b) superfície de cedência no espaço tridimensional (Labuz e Zang, 2012)

A Figura 3.5 apresenta a importância da consideração do ângulo de dilatância, ψ , nas areias onde a deformação volumétrica tem um papel preponderante e não deve ser descartado na análise. Este permite levar em conta a redução de volume nas areias soltas e o aumento de volume nas areis densas. No critério de MC o ângulo de dilatância é constante ao contrário do que se observa na realidade, em que esta tende para um valor nulo para grandes deformações (a volume constante).

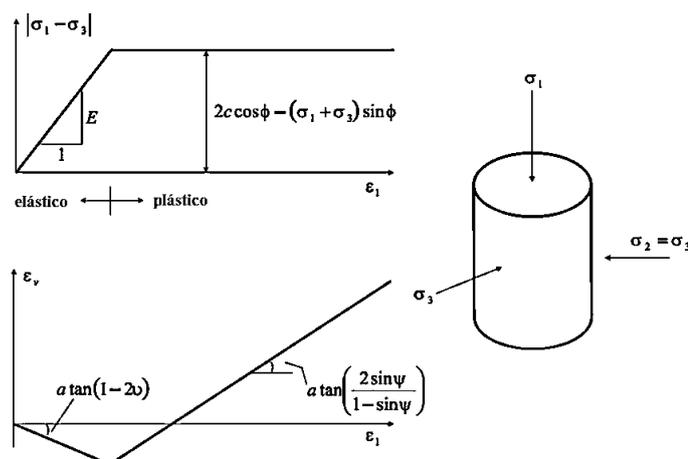


Figura 3.5 – Idealização bilinear de resultados de ensaios triaxiais (adaptado de Vermeer e de Borst (1984))

3.4. Descrição das modelações numéricas efetuadas

3.4.1. Descrição do problema a modelar

Os modelos utilizados consistem em: i) modelos 2D, em EPD, para a modelação de fundações contínuas com largura $B = 2$ m, e cálculo axissimétrico para fundações circulares de 2 m de diâmetro; ii) modelos em 3D para fundações quadradas e retangulares com 2 m de largura, B ; iii) em todos os casos serão utilizadas fundações diretas assentes à superfície do maciço, portanto, $D = 0$. O carregamento será aplicado impondo deslocamentos verticais uniformes sendo, portanto, a fundação rígida e com base rugosa. O maciço será constituído por: i) solos arenosos secos; ii) argilas em condições drenadas e não drenadas. O cálculo axissimétrico e tridimensional permitirá avaliar a influência da forma da sapata no modo de rotura do maciço.

Para cada caso fixam-se os parâmetros de resistência do solo c e ϕ e o coeficiente de Poisson, ν , bem como o ângulo de dilatância, ψ , e faz-se variar o Módulo de Deformabilidade, E . Desta

forma varia-se o valor do Índice de Rigidez, I_r , em intervalos definidos por valores inferiores e superiores ao crítico, I_{rc} . Nestas análises, os cálculos serão conduzidos até ao limite de convergência, com controlo das deformações impostas.

3.4.2. Modelação 2D com o programa RS2

O RS2 é um programa de elementos finitos para análise de estruturas geotécnicas em 2D, para aplicações em obras de engenharia civil e de minas, em maciços terrosos e rochosos. No âmbito do presente trabalho é utilizado para estudar o comportamento de fundações superficiais.

Este programa permite tirar partido da simetria do problema, portanto, modela-se parte do domínio para reduzir o tempo de cálculo (Figura 3.6). A malha é constituída por elementos triangulares de 6 pontos nodais. A malha da zona sob a sapata, e especialmente no bordo, terá maior refinamento de modo a resguardar a ocorrência de problemas numéricos, pois trata-se de uma zona com condições de fronteira muito particulares que conduzem a grandes deformações da malha (Figura 3.7). Dado que o modelo deve ser finito e ao mesmo tempo evitar a interferência das condições de fronteira no cálculo: o domínio tem um desenvolvimento de 25 m na horizontal e 20 m na Vertical.

As condições de fronteira consistem em: i) a fronteira horizontal superior é livre; ii) são restringidos os movimentos horizontais nas fronteiras verticais; iii) aplicam-se restrições aos movimentos verticais na fronteira horizontal inferior; iv) os nós inferiores extremos são restringidos de movimentos horizontais e verticais.

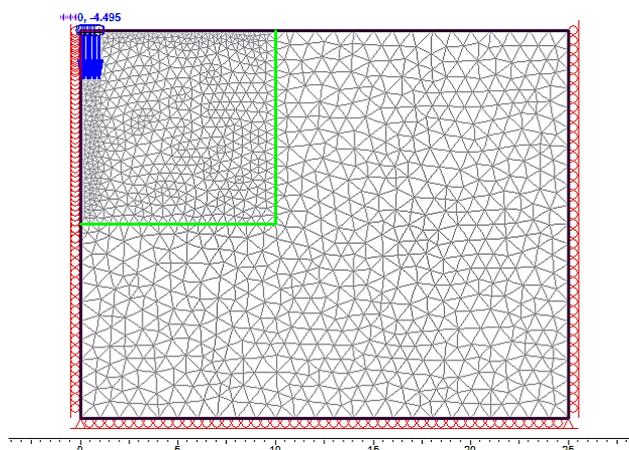


Figura 3.6 – Representação da geometria do domínio e condições de fronteira (análise em estado plano de deformações e axissimétrico)

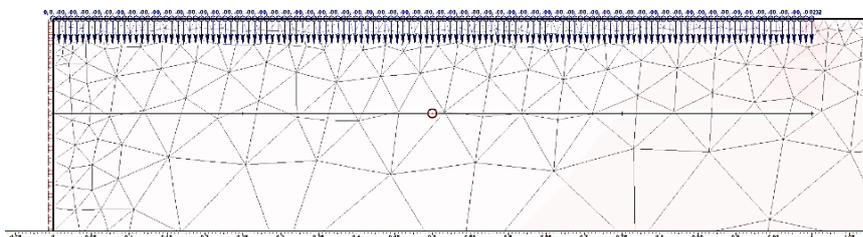


Figura 3.7. Pormenor da malha de elementos finitos (análise 2D)

3.4.3. Modelação 3D com o programa RS3

O RS3 é um programa de elementos finitos que serve para realizar análises, em 3D, de estruturas nas mesmas especialidades, e tipos de maciços, em que se aplica o RS2. A par da análise axissimétrica, realizada com o programa RS2, a análise 3D tem como objetivo verificar o efeito da forma da sapata no modo de rotura do terreno de modo a apurar até que ponto esta influencia a resposta do solo a solicitações verticais impostas por deslocamentos prescritos.

Neste caso o domínio é modelado em três direções. A terceira dimensão garante uma maior aproximação à realidade, permitindo modelar fundações de várias formas. O domínio terá as seguintes dimensões (m): 15; 15; 15 (x ; y ; z), tirando partido da simetria nos planos xz e yz , pelo que se representa apenas $\frac{1}{4}$ da dimensão da sapata e do domínio. A malha é constituída por elementos tetraédricos de 10 pontos nodais (Figura 3.8). Tal como na análise 2D a zona sob a sapata contém uma malha mais refinada, pelas mesmas razões.

As condições de fronteira consistem em: i) a fronteira horizontal superior é livre; ii) são restringidos os movimentos horizontais nas fronteiras verticais; iii) aplicam-se restrições aos movimentos verticais e horizontais na fronteira horizontal inferior; iv) os nós inferiores são restringidos de movimentos horizontais e verticais.

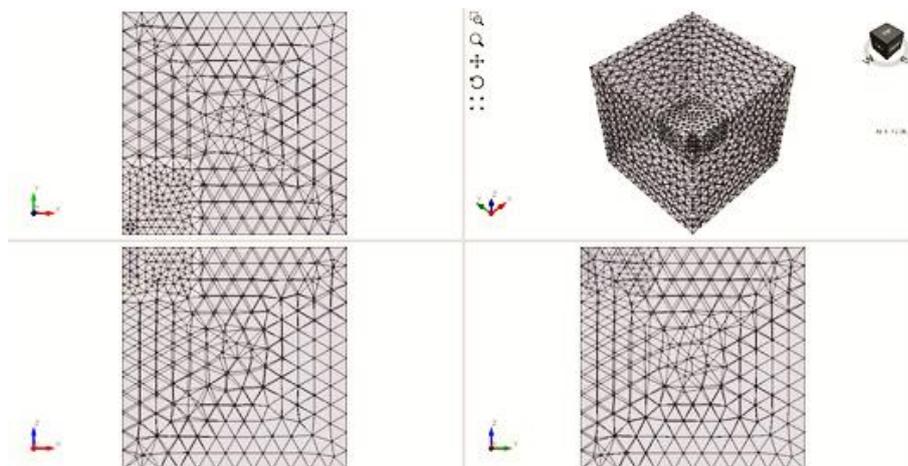


Figura 3.8 – Representação da malha de elementos finitos (análise 3D)

Com o propósito de comparar os resultados dos programas RS2 e RS3 far-se-ão análises tridimensionais cujas dimensões e condições de fronteira correspondem ao estado plano de deformação (EPD). Visto que teoricamente, uma sapata modelada desta forma deve gerar resultados correspondentes a uma sapata contínua. Assim, o domínio apresentado na Figura 3.9 tem as seguintes dimensões (m): 1; 25; 20 (x ; y ; z) e recorre-se à simetria no plano zx , de modo a reduzir o tempo de cálculo e esforço computacional necessário.

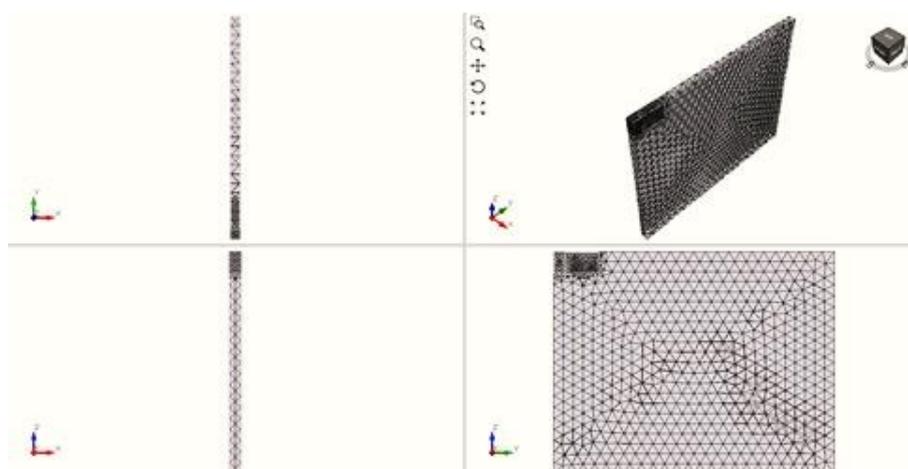


Figura 3.9 – Malha de elementos finitos, para análise 3D de uma sapata contínua

A malha foi discretizada com o devido refinamento e a solitação será, de igual modo, aplicada por deslocamentos verticais prescritos.

4. AVALIAÇÃO DA CAPACIDADE DE CARGA PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

4.1. Preâmbulo

Um dos aspetos fundamentais na avaliação da capacidade de carga, pelo Método dos Elementos Finitos (MEF), é a parametrização dos modelos constitutivos. Esta parametrização depende principalmente do modelo constitutivo a ser utilizado sendo, porém, condicionada pelo estudo paramétrico que se pretende executar. Aqui, serão apresentados os parâmetros dos solos, para as análises em areias e argilas em condições drenadas, para o critério de Mohr-Coulomb (MC), e não drenadas, para o critério de Tresca. A compressibilidade da areia e a consistência, bem como a plasticidade, da argila terão um papel fundamental uma vez que se fará o estudo do modo de rotura do terreno. Serão apresentados os resultados obtidos nos cálculos pelo MEF, tanto para a análise em condições drenadas como para a análise em condições não drenadas, em estado plano de deformação (EPD), axissimétrico e tridimensional. Destes resultados serão tecidas as devidas ilações, fazendo uma comparação com os resultados analíticos, obtidos pela expressão proposta por Vesić (1973) (Equação (2.23)). Isto permitirá avaliar, numericamente, a influência da variação do Índice de Rigidez na capacidade de carga, bem como no modo de rotura do solo. Seguidamente, apresenta-se a discussão dos referidos resultados.

4.2. Parametrização do modelo linear elástico-perfeitamente plástico de Mohr-Coulomb

Dado que se pretende avaliar o modo de rotura do terreno deve-se definir os parâmetros do solo tal que, para cada análise, se tenha dois valores do Índice de Rigidez, I_r , inferiores e superiores ao crítico, I_{rc} , respetivamente. Todavia, o único parâmetro que irá variar é o Módulo de Deformabilidade, E , conforme a compressibilidade e granulometria da areia ou a consistência e plasticidade da argila em condições drenadas ou não drenadas, respetivamente. De modo a garantir que a condição, $I_r < I_{rc}$, seja cumprida surgiu a necessidade de recorrer a alguns valores de E muito reduzidos sendo irrealis, contudo, utilizados com o propósito de proceder com o presente estudo. O modelo elástico-perfeitamente plástico de Mohr-Coulomb é definido por parâmetros que permitem caraterizar tanto a resistência como a rigidez do solo. Estes dependem, como se referiu anteriormente, do estado a que o solo se encontra, aspeto fulcral para perceber a parametrização do modelo constitutivo. Nos quadros que seguem são apresentados os parâmetros que serão utilizados no âmbito desta dissertação no intuito de obter resultados que permitam debruçar-se sobre os modos de rotura do terreno. Porém, apresentam-

se alguns dos parâmetros que condicionaram, para cada solo, os valores dentre os quais varia o E , pois, este é um parâmetro que apresenta grande variabilidade. Os parâmetros apresentados no Quadro 4.1, para argilas em condições não drenadas, foram obtidos com base em correlações de ensaios SPT, com recurso ao ábaco proposto pela NAVFAC (1986), e tendo em conta à sua variação consoante a plasticidade do solo foi possível definir solos com a mesma resistência e diferentes valores de E_u . Para estimar os valores de E_u , tendo em conta a plasticidade é possível obter o valor do fator de proporcionalidade, M , entre este e c_u , através do ábaco proposto por Duncan e Buchignani (1976).

Quadro 4.1 - Parâmetros de argilas em condições não drenadas para o modelo de Mohr-Coulomb

c_u (kPa)	γ (kN/m ³)	φ (°)	ν ⁽¹⁾	E_u (kPa) ⁽²⁾	Consistência	Plasticidade
50	17	0	0,499	1500 ⁽³⁾	---	---
50	17	0	0,499	17500	Média	Mediana
100	17	0	0,499	3000 ⁽³⁾	---	---
100	17	0	0,499	35000	Muito dura	Mediana

⁽¹⁾ Visto que ν em condições não drenadas é muito próximo de 0,5, aqui assume-se o valor de 0,499 para evitar problemas numéricos.

⁽²⁾ E_u varia conforme a sua plasticidade e o grau de sobreconsolidação (OCR).

⁽³⁾ Estes valores de E_u são muito baixos e irrealistas para solos com c_u dessa magnitude (50 kPa e 100 kPa). No entanto, são utilizados para modelar situações com $I_r < I_{rc}$.

Na estimativa dos parâmetros que constam do Quadro 4.2, para argilas em condições drenadas, foi utilizada a correlação entre o Índice de Plasticidade do solo, I_p , e c_u para argilas sobreconsolidadas proposta por Sorensen e Okkels (2013) com as seguintes expressões:

$$4 < I_p < 50 \quad \varphi'_{oc} = 45 - 14 \cdot \log I_p \text{ (°)} \quad (4.1)$$

$$50 < I_p < 150 \quad \varphi'_{oc} = 30 - 6 \cdot \log I_p \text{ (°)} \quad (4.2)$$

$$7 < I_p < 30 \quad c'_{oc} = 30 \text{ (kPa)} \quad (4.3)$$

$$30 \leq I_p < 80 \quad c'_{oc} = 48 - 0,6 \cdot \log I_p \text{ (kPa)} \quad (4.4)$$

Obs. o índice oc significa que se trata de uma argila sobreconsolidada.

Utilizaram-se valores ponderados em intervalos recomendados por autores como Budhu (2010) e Bowles (1997) para estimar o valor de E . O valor de ν foi determinado pela equação proposta por Dysli (2001).

$$\nu = (1 - \sin \varphi') / (2 - \sin \varphi') \quad (4.5)$$

Quadro 4.2 - Parâmetros para análise de argilas, em condições drenadas para o modelo de MC

c' (kPa)	ϕ' (°)	γ (kN/m ³)	ν	E (kPa)	Consistência	I_P (%)
20	20	17	0,4	3000 ⁽¹⁾	---	---
20	20	17	0,4	15000	Média	46
30	30	17	0,33	12000 ⁽¹⁾	---	---
30	30	17	0,33	32000	Dura	10

⁽¹⁾ Estes valores de E são muito baixos e pouco realistas, pelo que são utilizados no âmbito deste trabalho com o intuito de cumprir com os objetivos definidos ($I_r < I_{rc}$).

Os valores representados no Quadro 4.3, para a areia, foram obtidos com recurso a correlações para ensaios SPT, por via do ábaco de Hatanaka e Uchida (1996) e os valores de E foram estimados com base em intervalos fiáveis propostos na bibliografia supracitada e com auxílio de correlações com o SPT. Os valores de ν foram obtidos com recurso à expressão, proposta por Kulhawy e Mayne (1990), que relaciona este parâmetro com o ângulo de atrito para $\phi' \geq 25^\circ$, em solos incoerentes.

$$\nu = 0,1 + 0,3((\phi' - 25^\circ)/(45^\circ - 25^\circ)) \quad (4.6)$$

Quadro 4.3 - Parâmetros de areias para o modelo de MC

ϕ' (°)	ψ (°)	c' (kPa)	γ (kN/m ³)	ν	E (kPa) ⁽¹⁾	Compacidade	I_D (%)
27	0	0	16	0,13	1500 ⁽²⁾	---	---
27	0	0	16	0,13	8000	solta	23
32	1	0	16	0,21	4500	solta	39
32	1	0	16	0,21	15000	solta	39
35	1,5	0	16	0,25	7000	Medianamente c.	50
35	1,5	0	16	0,25	30000	Medianamente c.	50
37	2,5	0	16	0,28	10000	Medianamente c.	56
37	2,5	0	16	0,28	50000	Medianamente c.	56
40	4	0	17	0,33	15000	Densa	67
40	4	0	17	0,33	60000	Densa	67
45	7	0	17	0,4	40000	Muito densa	83
45	7	0	17	0,4	85000	Muito densa	83

⁽¹⁾ Faz-se aqui uma ressalva importante: o E da areia é função da compacidade e da granulometria.

⁽²⁾ Este valor de E é muito baixo e pouco realista, para um solo com este valor de ϕ' .

Em condições drenadas o I_{rc} é variável e depende do valor de ϕ' conforme a Equação (2.22).

4.2.1. Estimativa do modo de rotura a partir do Índice de Rigidez do solo

Como foi adiantado, com a variação de E estimar-se-ão o modo de rotura do terreno para os solos com as propriedades apresentadas. Portanto, dispõem-se no Quadro 4.4 os respetivos limites: I_r inferiores e superiores a I_{rc} , onde os valores de I_r foram calculados pelas Equações (2.18) e (2.29) e I_{rc} pela Equação (2.22). Este é um quadro resumo com a previsão do tipo de rotura com base nos intervalos definidos pelos parâmetros caracterizadores dos solos apresentados no Quadro 4.1, Quadro 4.2 e no Quadro 4.3. Faz-se, a seguir, a comparação entre os valores de I_r e I_{rc} , e em seguida define-se o modo de rotura do terreno que se espera que ocorra, de acordo com a proposta de Vesić (1973) que estabelece que quando I_r é inferior a I_{rc} deve ocorrer a rotura localizada ou por punçoamento e quando este é superior a I_{rc} é expectável que ocorra a rotura generalizada.

Quadro 4.4 – Previsão do modo de rotura com base no Índice de Rigidez do solo

φ' (°)	c' (kPa)	c_u (kPa)	E (kPa)	E_u (kPa)	I_r	I_{rc}	$I_r > I_{rc}$	Modo de rotura
0	---	50	---	17500	117	14	Sim	Generalizada
0	---	50	---	1500	10	14	Não	Localizada
0	---	100	---	35000	117	14	Sim	Generalizada
0	---	100	---	3000	10	14	Não	Localizada
20	20	---	15000	---	205	56	Sim	Generalizada
20	20	---	3000	---	41	56	Não	Localizada
30	30	---	32000	---	301	152	Sim	Generalizada
30	30	---	12000	---	113	152	Não	Localizada
27	0	---	8000	---	434	109	Sim	Generalizada
27	0	---	1500	---	81	109	Não	Localizada
32	0	---	15000	---	623	193	Sim	Generalizada
32	0	---	4500	---	187	193	Não	Localizada
35	0	---	30000	---	1071	283	Sim	Generalizada
35	0	---	7000	---	250	283	Não	Localizada
37	0	---	50000	---	1614	375	Sim	Generalizada
37	0	---	10000	---	323	375	Não	Localizada
40	0	---	60000	---	1587	592	Sim	Generalizada
40	0	---	15000	---	397	592	Não	Localizada
45	0	---	85000	---	1786	1442	Sim	Generalizada
45	0	---	40000	---	840	1442	Não	Localizada

Estes valores correspondem a análise em EPD, visto que o valor do I_{rc} varia com a forma da sapata. Porém, os valores de E não serão alterados nas análises seguintes de modo a proceder com as análises de acordo com os objetivos deste trabalho.

4.3. Análise e discussão dos resultados

Nesta secção proceder-se-á com a apresentação, análise e discussão dos resultados, apresentando o seu significado, verificando a sua consistência no âmbito do conhecimento existente na modelação numérica de fundações superficiais. Em seguida, prossegue-se com a verificação numérica da teoria desenvolvida por Vesic (1973) que, como se viu, apresentou os coeficientes de compressibilidade. Esta comparação permitirá estudar o efeito da compressibilidade do solo e avaliar estes coeficientes de compressibilidade.

No que se segue a apresentar passa-se a denominar por C1 as curvas que correspondem à condição $I_r > I_{rc}$, rotura generalizada, e designa-se por C2, as curvas correspondentes à rotura localizada. A título de exemplo, apresentam-se na Figura 4.1 a evolução de duas curvas que representam a relação carga-deslocamento. Na curva C1 observam-se assentamentos relativamente reduzidos para elevados incrementos de tensão, e apresenta o ponto de rotura bem definido. Em seguida ocorre uma redução significativa dos incrementos à medida que a curva tende para um valor último da carga. Na curva C2 registam-se, logo de início, assentamentos elevados e à medida que esta tende para o valor máximo, os incrementos de assentamentos vão sendo cada vez maiores para menores variações da tensão o que resulta num ramo final com uma inclinação relativamente maior. Isto resulta do facto de que, como já se referiu anteriormente, os valores de E para C2 serem demasiado baixos. Vale referir aqui que estas curvas foram geradas por aplicação de deslocamentos prescritos com o objetivo de ultrapassar os níveis de deformação associados à carga última. Para as curvas carga-assentamento C1 é evidente o ponto onde se observa a rotura. Nos casos em que se obteve as curvas carga-assentamento C2 foi necessário recorrer, na maioria dos problemas, ao critério das duas inclinações apresentado na Secção 2.3.

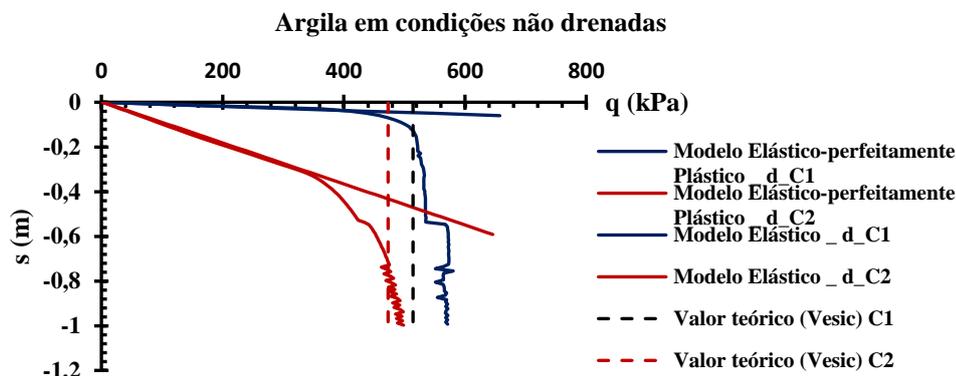


Figura 4.1 - Curvas carga-deslocamento para $c_u = 100$ kPa

Como se pode observar na curva carga-assentamento (Figura 4.2), para um assentamento máximo $s_{m\acute{a}x} = 1$ m, o ponto onde ocorre a rotura não está claramente definido, o que não permite recorrer a um critério de definição da carga última. Surgiu a necessidade de se aplicarem deslocamentos prescritos mais elevados, superiores a 50% da largura da base da sapata, B , de modo a obter mais informação pelas referidas curvas. Assim, já é possível obter mais informação e aplicar o devido critério para definição da capacidade de carga do solo, para $s_{m\acute{a}x} = 2$ m. Contudo, o nível de assentamentos atingidos na rotura, nas curvas C2, são muito elevados e irrealistas, todavia, foi necessário chegar a tais valores para se atingir a capacidade de carga. Diga-se de passagem, que são valores que servem apenas para propósito académico, pelo que não seriam viáveis em casos práticos. Por outro lado, é importante referir que o que se procura é determinar o valor da capacidade de carga do solo, e o respetivo assentamento, e não o cumprimento de estados limites, sejam últimos ou de serviço, ou seja, o da carga última ou de assentamentos admissíveis, respetivamente. A par das curvas carga-assentamento um dos elementos importantes na visualização do modo de rotura do terreno é, a evolução da plastificação do solo, a direção dos vetores deslocamento e a representação da deformação do solo. Estes elementos permitem observar a formação do modo de rotura do solo, visto que alguns deles apresentam, de forma simplificada, o mecanismo de rotura.

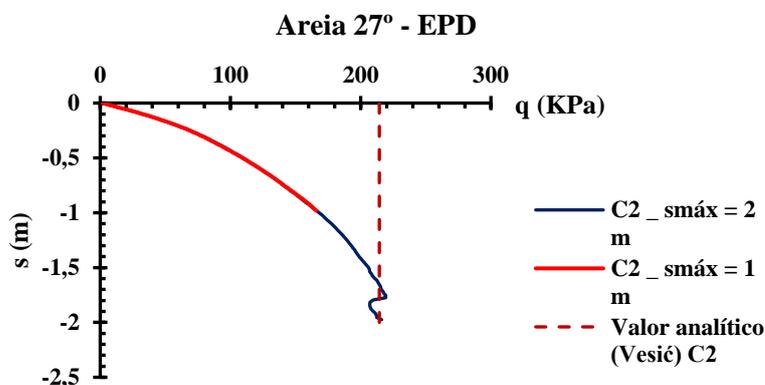


Figura 4.2 – Curvas carga-deslocamento para $\phi' = 27^\circ$ e $E = 1500$ kPa; para $I_r < I_{rc}$

4.3.1. Resultados das análises numéricas em estado plano de deformações

Em estado plano de deformações (EPD) apresentar-se-ão os resultados de análises correspondentes a análises de sapatas contínuas. A partir dos resultados serão traçados gráficos carga-assentamento que permitirão determinar a capacidade de carga correspondente às análises por elementos finitos para essa geometria da fundação.

4.3.1.1. Argila em condições não drenadas

Apresenta-se, na Figura 4.3 e Figura 4.4, as curvas tensão-deslocamento para os solos com as propriedades apresentadas no Quadro 4.1. Destas obtiveram-se os valores da capacidade de carga apresentados no Quadro 4.5.

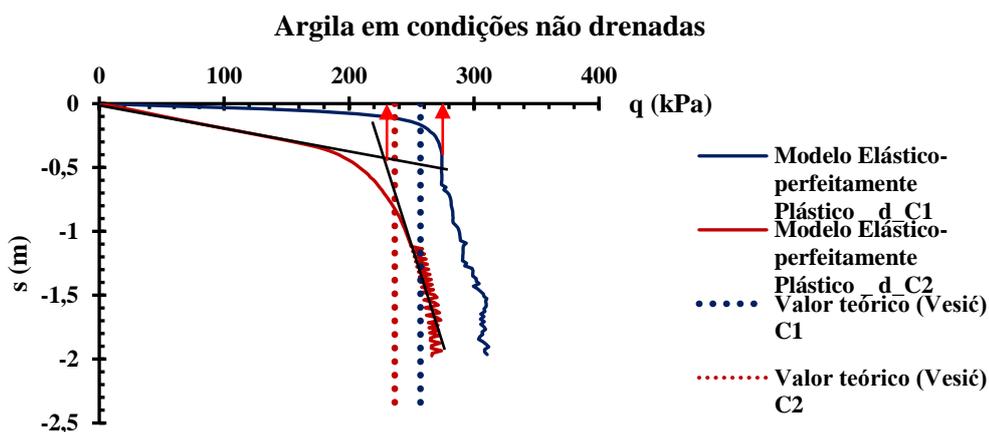


Figura 4.3 - Curvas carga-assentamento para $c_u = 50$ kPa

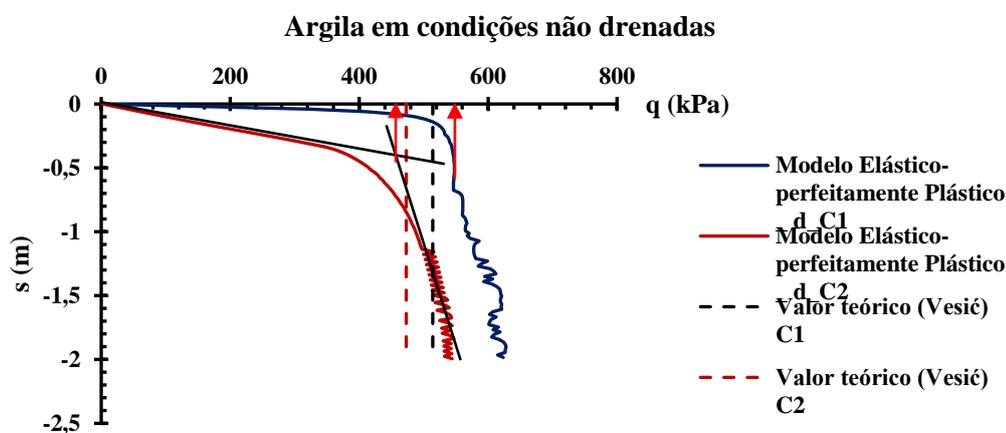


Figura 4.4 – Curvas carga-assentamento para $c_u = 100$ kPa

Quadro 4.5 - Comparação do valor analítico e de MEF de capacidade de carga, argila em condições não drenadas

Curva	γ (kN/m ³)	φ (°)	c_u (kPa)	I_r	I_{rc}	ξ_{cc}	q_{ult} (kPa) Vesic	q_{ult} (kPa) MEF
C1	17	0	50	117	14	1,00	257,08	274
C2	17	0	50	10	14	0,92	236,51	232
C1	17	0	100	117	14	1,00	514,16	548
C2	17	0	100	10	14	0,92	473,03	465

Pode-se observar que as curvas, C2, correspondentes à rotura localizada tendem para o valor previsto, analiticamente, pela expressão proposta por Vesic, para a rotura generalizada, ao passo que na rotura generalizada as curvas C1 atingem valores mais elevados. No entanto, o critério de rotura das duas inclinações fornece valores muito próximos dos analíticos, para as curvas C2.

Em condições não drenadas, a expressão da capacidade de carga assume o formato apresentado pelas equações (2.7) e (2.27). Visto que à superfície o segundo termo do lado direito é nulo, o fator de capacidade de carga relativo à coesão, N_c , pode ser escrito:

$$N_c = q_{ult}/(c_u \xi_{cc}) \quad (4.7)$$

quando $I_r > I_{rc}$, o coeficiente de compressibilidade é igual à unidade e é possível determinar o valor de N_c . Apresenta-se no Quadro 4.6, os valores determinados pelo MEF e como se pode observar estes valores são superiores aos calculados analiticamente.

Quadro 4.6 – Valores de N_c , cálculo analítico e MEF (RS2)

c_u (kPa)	Análise não drenada		
	$N_{c(\text{analítico})}$	$N_{c(\text{MEF})}$	$N_{c(\text{MEF})}/N_{c(\text{analítico})}$
50	5,14	5,48	1,07
100	5,14	5,48	1,07

Quando o Índice de Rigidez é inferior ao crítico, é possível determinar o coeficiente de compressibilidade ξ_{cc} isolando-o a partir da Equação (4.7):

$$\xi_{cc} = q_{ult}/(c_u N_c) \quad (4.8)$$

O Quadro 4.7 apresenta os valores resultantes. Os valores de N_c utilizados constam do Quadro 4.6, obtidos pelo MEF.

Quadro 4.7 – Valores do coeficiente de compressibilidade, ξ_{cc} , cálculo analítico e MEF (RS2)

c_u (kPa)	Análise não drenada		
	I_r	$\xi_{cc}(\text{analítico})$	$\xi_{cc}(\text{MEF})$
50	10	0,92	0,85
100	10	0,92	0,85

Estes resultados apontam para que a expressão de Vesić seja menos conservadora, quando comparado com os resultados do MEF. Contudo, para que se possa determinar, analiticamente, situações em que se espera que ocorra a rotura localizada do terreno, ou seja, para $I_r < I_{rc}$ foi necessário recorrer a relações resistência-deformação irrealistas. Isto implica que, durante o carregamento não drenado, em argilas, é expectável que ocorra apenas a rotura generalizada.

A Figura 4.5 apresenta a propagação dos pontos plásticos no solo para o mesmo nível de deslocamento prescrito ($d = 1,16$ m).

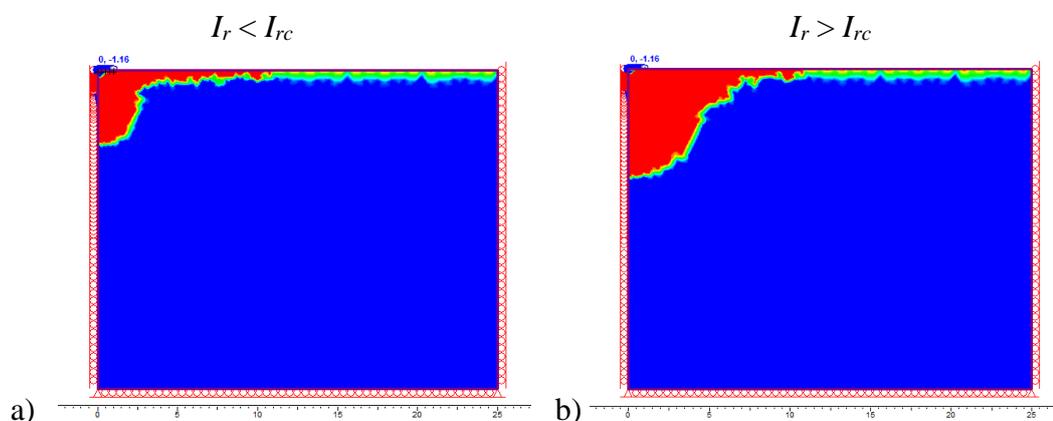


Figura 4.5 – Propagação de pontos plásticos para o mesmo deslocamento prescrito (solo com $c_u = 50$ kPa): a) rotura localizada; b) rotura generalizada

Pode-se observar que, na rotura localizada a plastificação do maciço propaga-se muito mais na direção vertical, ao passo que na rotura generalizada o maciço plastifica-se tanto na vertical como na horizontal e tende a atingir a superfície.

A Figura 4.6 apresenta a deformação do maciço e a direção dos vetores deslocamento conforme o modo de rotura do solo. Pode-se ainda observar na Figura 4.6, que, por um lado, na rotura

localizada o solo deforma-se principalmente na vertical que é de resto a direção predominante dos vetores deslocamento. Por outro lado, na rotura generalizada a deformação do solo é mais concentrada próximo da superfície e os vetores deslocamento tendem a formar o mecanismo previsto por Prandtl (1920) (Figura 2.8).

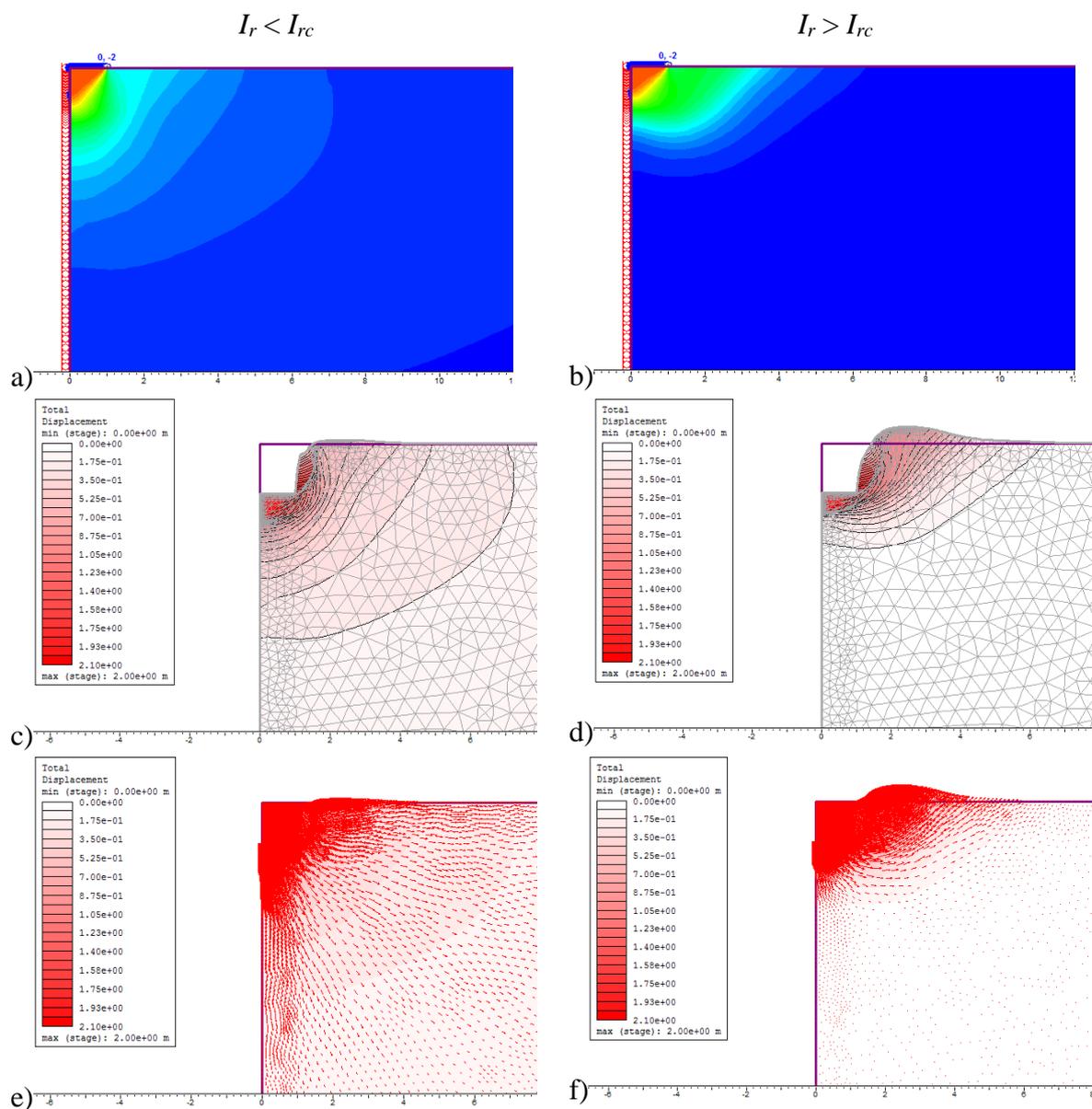


Figura 4.6 – Mecanismos de rotura para deslocamentos de 2 m (solo $c_u = 100$ kPa): a) e b) deslocamentos totais, c) e d) deformada, e) e f) vetores de deslocamentos

4.3.1.2. Argila em condições drenadas

Aqui, com o resultado obtido pelo MEF, só é possível proceder com a interpretação através das curvas carga-assentamento (Figuras 4.7 e 4.8) e os valores da carga última (Quadro 4.8). Isto porque não é possível distinguir claramente qual será o contributo da parcela que é função da coesão daquele que depende do contributo da resistência friccional do solo sob a fundação considerando o seu peso próprio. Contudo, seria possível fazê-lo através de dois cálculos separados, um com um solo puramente atrítico e outro com um puramente coesivo, somando em seguida as duas resistências.

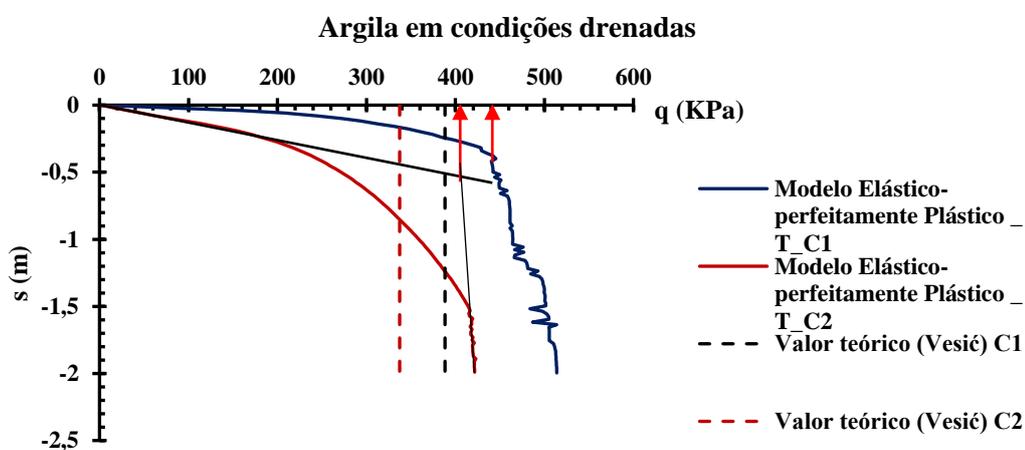


Figura 4.7 – Curvas carga-assentamento para um solo com $c' = 20$ kPa e $\phi' = 20^\circ$

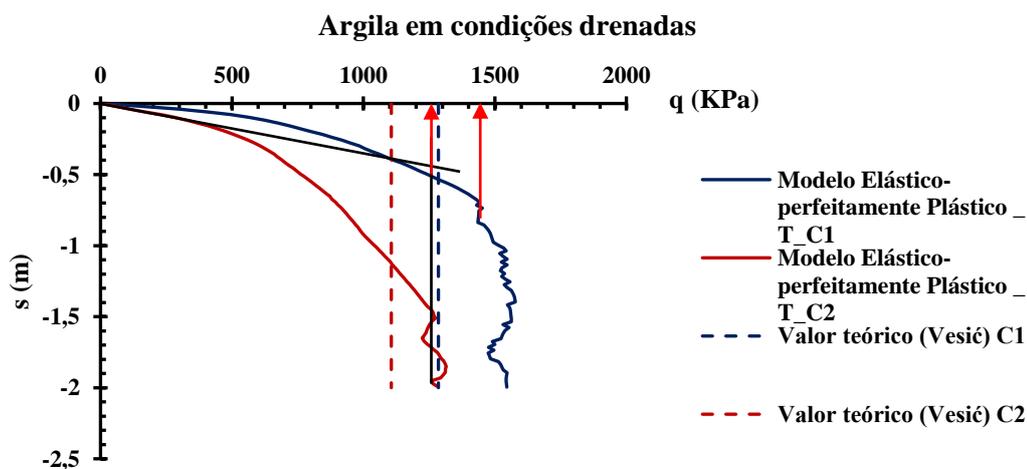


Figura 4.8 - Curvas carga-assentamento para um solo com $c' = 30$ kPa e $\phi' = 30^\circ$

Quadro 4.8 - Comparação do valor analítico e de MEF de capacidade de carga, para argila em condições drenadas

Curva	γ (kN/m ³)	φ' (°)	c' (kPa)	I_r	I_{rc}	ξ_{cc}	$\xi_{\gamma c}$	q_{ult} (kPa)	
								Vesicíc	MEF
C1	17	20	20	205	56	1,00	1,00	388,26	445
C2	17	20	20	41	56	0,89	0,9	337,31	419
C1	17	30	30	301	152	1,00	1,00	1285,03	1441
C2	17	30	30	113	152	0,87	0,88	1116,55	1285

Nas curvas C1, a rotura apresenta-se bem definida, características de roturas generalizadas, as curvas C2 têm um desenvolvimento mais suave sem um pico bem definido e correspondem claramente a roturas localizadas. Estas curvas atingem valores superiores aos previstos pela expressão de Vesicíc (1973) para a rotura localizada, no que parece ser uma clara influência da coesão. Observa-se a título de exemplo, no gráfico da Figura 4.3, que a curva C2 nos solos puramente coesivos tende para um valor superior ao previsto pela expressão de Vesicíc. Ao passo que, como se verá adiante, para os solos incoerentes, p. ex. a Figura 4.11, a curva C2 tende para o valor previsto analiticamente.

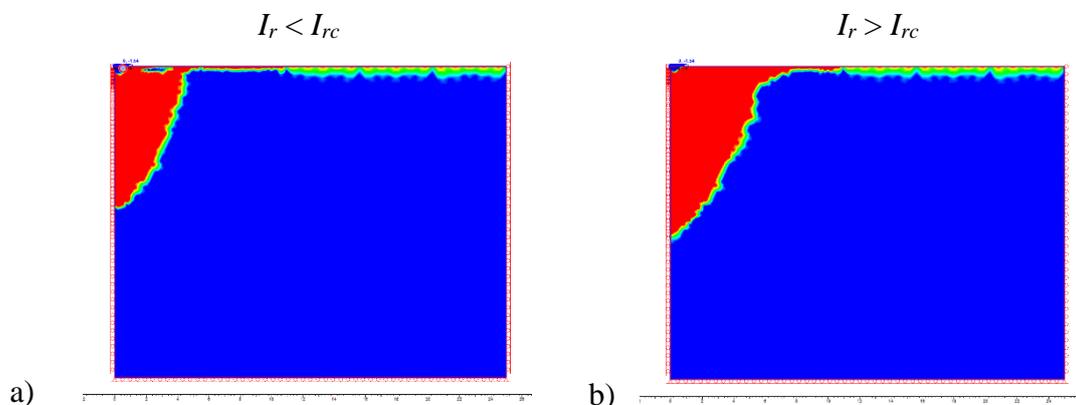


Figura 4.9 – Pontos plastificados para argila em condições drenadas com $c' = 20$ kPa e $\varphi' = 20^\circ$: a) rotura localizada; b) rotura generalizada

Nota-se na Figura 4.9, um padrão semelhante, para o mesmo deslocamento prescrito ($d = 1,8$ m), na plastificação do maciço, para ambos os modos de rotura, contudo, na rotura generalizada este atinge uma zona maior seja em profundidade ou em largura (horizontal). A Figura 4.10 apresenta detalhes que permitem observar o mecanismo de rotura que se desenvolve, para $I_r < I_{rc}$ e $I_r > I_{rc}$ tirando partido do facto que os deslocamentos totais fornecem essa informação.

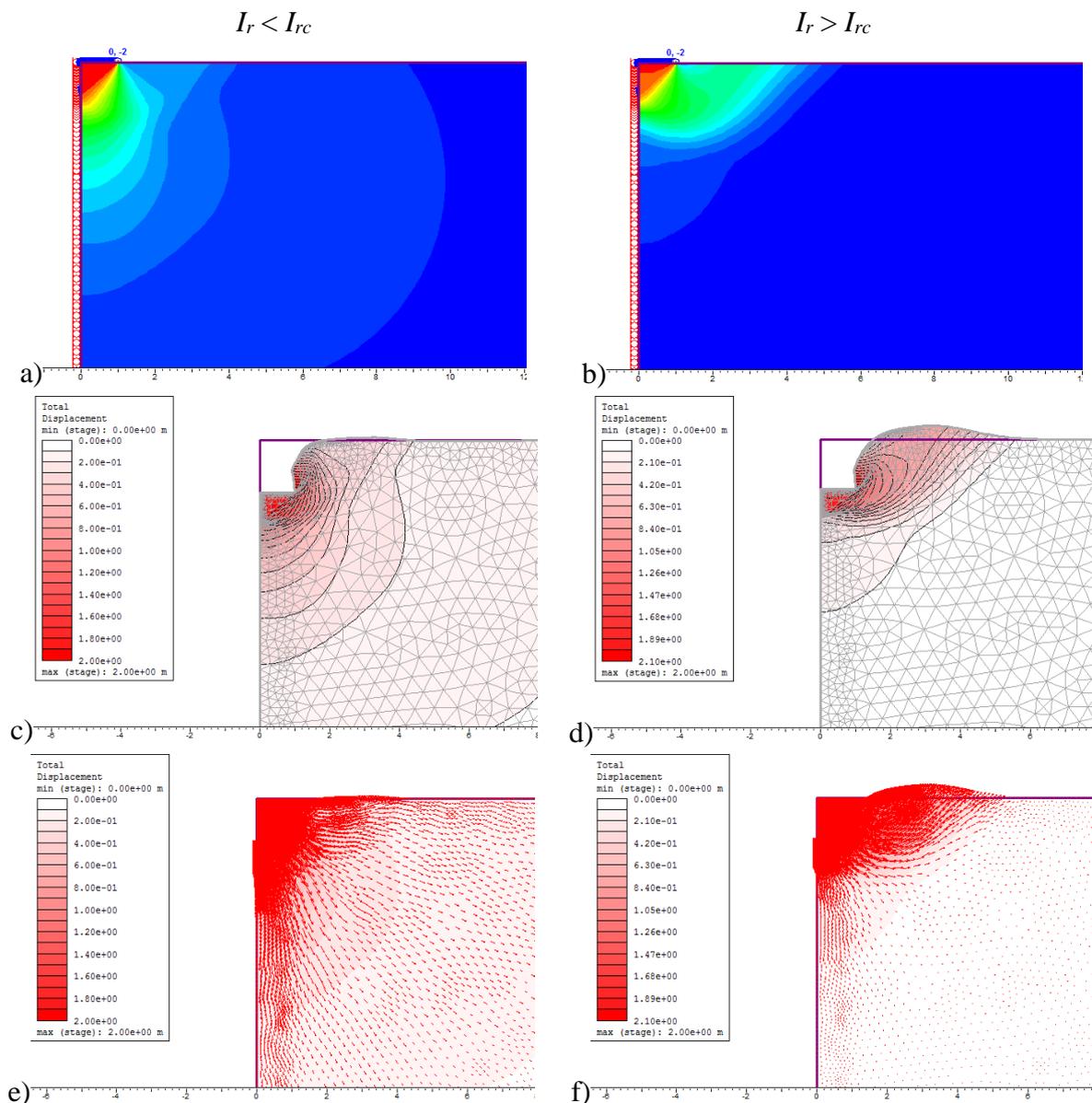


Figura 4.10 - Mecanismos de rotura para deslocamentos de 2 m (solo $c' = 20$ kPa e $\phi' = 20^\circ$): a) e b) deslocamentos totais, c) e d) deformada, e) e f) vetores de deslocamentos

A informação visual apresentada em a), c) e e) apontam para ocorrência da rotura por punçoamento, com a deformada, indicada pelo vetor deslocamento, dirigida preferencialmente na vertical com movimento descendente. Tal como os resultados analíticos e a da curva tensão assentamento, obtida por MEF, verifica-se na Figura 4.10, a deformação e as direções tomadas pelos vetores deslocamento sugerem que ocorre a rotura localizada. Pode-se observar, em b), d) e f) que sucede levantamento pronunciado da superfície do solo, adjacente à sapata, com a formação do mecanismo de rotura previsto para a rotura generalizada.

4.3.1.3. Areia

A Figura 4.11, Figura 4.12 e Figura 4.13 demonstram as curvas carga-assentamento para os solos cujos parâmetros estão dispostos no Quadro 4.3. Pode-se observar que, para todos os casos analisados, as curvas C2 tendem para o valor previsto, analiticamente, pela expressão proposta por Vesic (1973) para a rotura localizada. Ao passo que as curvas C1 tendem para valores mais elevados. Isto aponta para uma coerência na abordagem de Vesic (1973) na redução da capacidade de carga com base na compressibilidade do solo. Em complemento às referidas curvas são apresentados os resultados que permitem comparar os cálculos obtidos analiticamente com os obtidos pelo MEF, no Quadro 4.9.

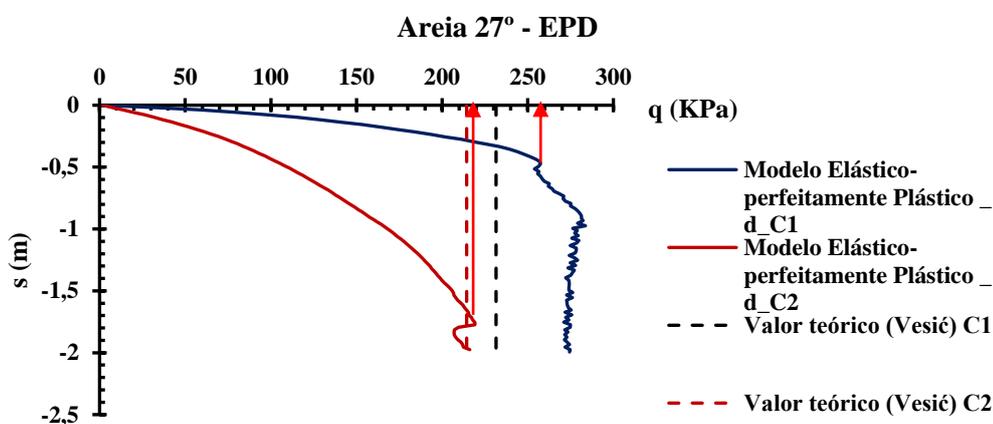


Figura 4.11 - Curvas carga-assentamento para areia com $\phi' = 27^\circ$

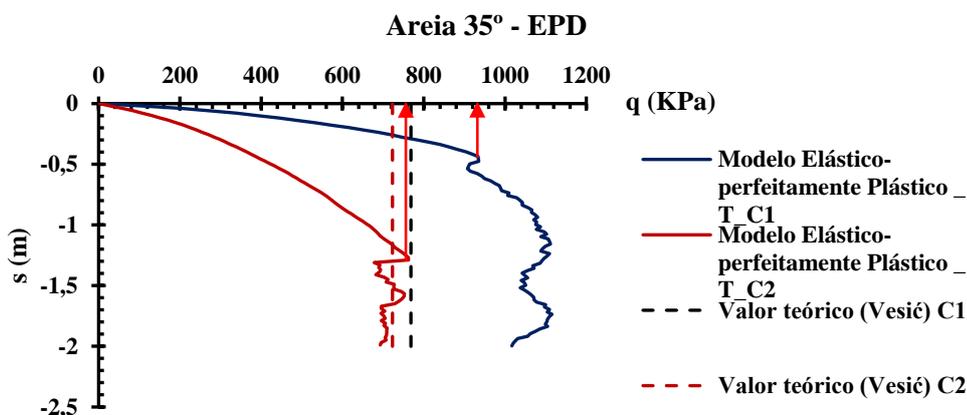


Figura 4.12 - Curvas carga-assentamento para areia com $\phi' = 35^\circ$

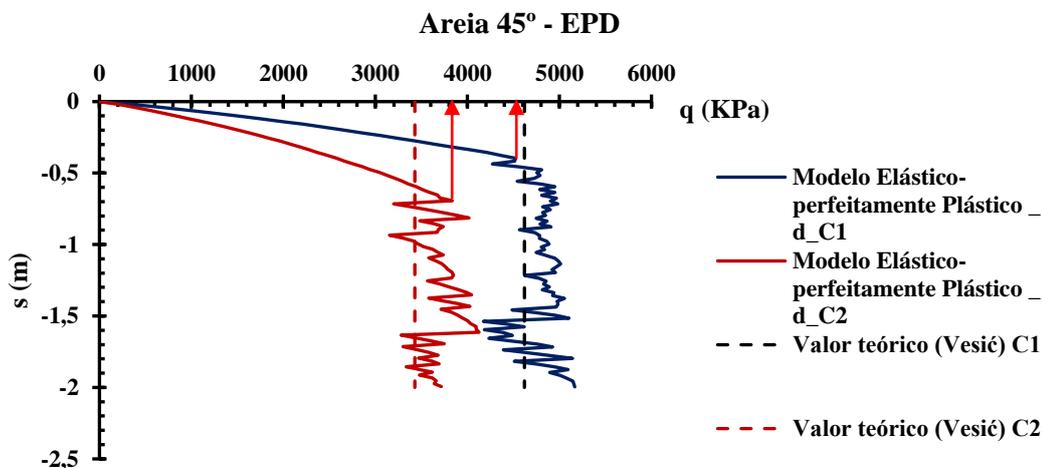


Figura 4.13 – Curvas carga-assentamento para areia com $\varphi' = 45^\circ$

Pode-se observar que para $\varphi' = 45^\circ$ apesar de se prever a ocorrência de rotura localizada, C2, resulta uma curva característica de rotura generalizada, não obstante o facto de se observarem elevados assentamentos. Esta curva apresenta um pico pronunciado com a rotura bem definida, contudo o valor da carga é intermédio, ou seja, maior do que o previsto para a rotura localizada e menor do que o previsto para a rotura generalizada. Contudo, registam-se assentamentos elevados e um valor relativamente inferior da capacidade de carga o que, a priori, está de acordo com o previsto pela proposta de Vesic (1973).

A Figura 4.14 apresenta as curvas carga-assentamento para maciços arenosos com ângulos de atrito, $\varphi' = 32^\circ$, $\varphi' = 37^\circ$ e $\varphi' = 40^\circ$, respetivamente. O facto de se apresentarem várias curvas C1 e C2 requer alguma atenção para que se possa fazer uma leitura adequada, porém, o código de cores permite diferenciar os casos analisados. Pode-se observar o nível de assentamentos relativamente elevados atingidos nas curvas C2, e este é um dos fatores que diferenciam os dois modos de rotura.

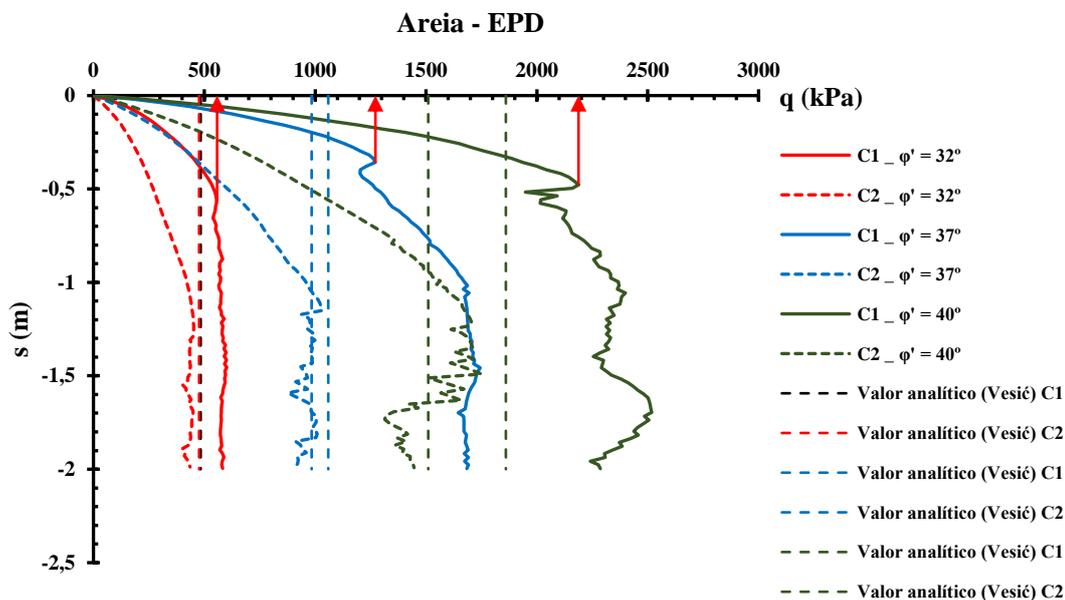


Figura 4.14 - Curvas carga-assentamento para areia

Quadro 4.9 - Comparação do valor analítico e de MEF de capacidade de carga, para solos incoerentes

Curva	γ (kN/m ³)	ϕ' (°)	I_r	I_{rc}	$\xi_{\gamma c}$	q_{ult} (kPa) Vesic	q_{ult} (kPa) MEF
C1	16	27	434	109	1,00	231,51	257
C2	16	27	81	109	0,87	204,96	218
C1	16	32	623	193	1,00	483,43	556
C2	16	32	187	193	0,98	476,65	453
C1	16	35	1071	283	1,00	768,46	934
C2	16	35	250	283	0,94	723,11	762
C1	16	37	1614	375	1,00	1059,07	1270
C2	16	37	323	375	0,93	982,95	1027
C1	17	40	1587	592	1,00	1859,98	2188
C2	17	40	397	592	0,81	1509,25	1663
C1	17	45	1786	1442	1,00	4619,71	4512
C2	17	45	840	1442	0,74	3427,98	3834

No caso de sapatas assentes na superfície de maciços arenosos a expressão da capacidade de carga dada pelas equações (2.1) e (2.23) o fator de capacidade de carga N_γ pode ser escrito:

$$N_\gamma = (2q_{ult})/(\gamma B \xi_{\gamma c}) \quad (4.9)$$

sendo, nos casos em que $I_r > I_{rc}$, o coeficiente de compressibilidade, $\xi_{\gamma c}$, igual a unidade. É então possível calcular o valor de N_γ para a areia nos resultados obtidos pelo MEF.

Quadro 4.10 – Valores de N_γ , cálculo analítico e MEF, para maciços arenosos

φ' (°)	$N_{\gamma(\text{analítico})}$	$N_{\gamma(\text{FEM})}$	$N_{\gamma(\text{FEM})}/N_{\gamma(\text{analítico})}$
27	14,47	16,10	1,11
32	30,21	34,72	1,15
35	48,03	58,43	1,22
37	66,19	79,38	1,20
40	109,41	128,72	1,18
45	271,75	265,45	0,98

O gráfico da Figura 4.15 apresenta a variação do fator de capacidade de carga N_γ com o ângulo de atrito, apresentados no Quadro 4.10, para a expressão (2.5) proposta por Vesic e, em comparação, os valores calculados os pelo MEF.

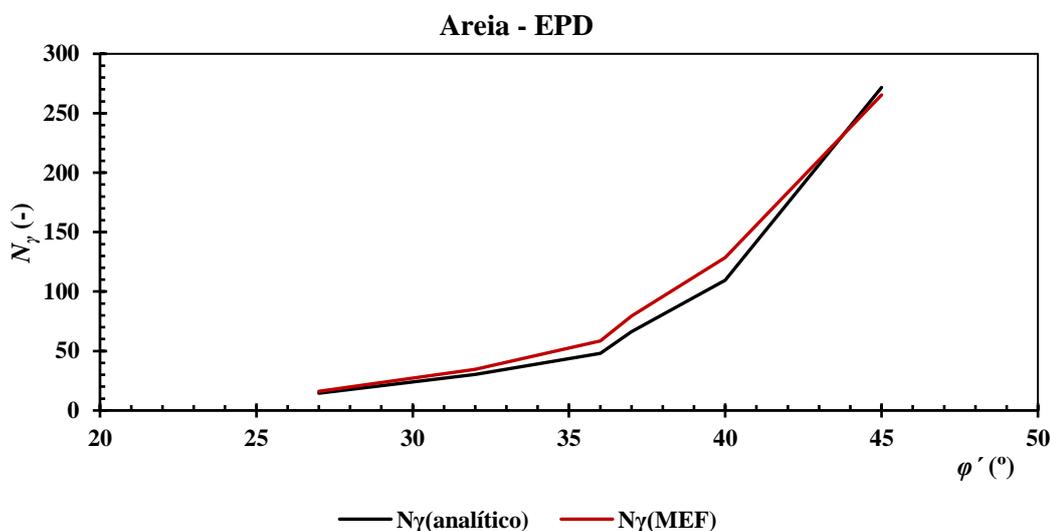


Figura 4.15 – Variação do fator de capacidade de carga, N_γ , com o ângulo de atrito, φ'

Como se pode observar pela evolução de ambas as curvas os valores do fator de capacidade de carga, N_γ , diferem pouco, com valores ligeiramente maiores obtidos pelo MEF para valores de φ' a variar, aproximadamente, entre 35° e 40°.

Para os casos em que $I_r < I_{rc}$, o coeficiente de compressibilidade $\xi_{\gamma c}$ pode ser calculado pela seguinte expressão:

$$\xi_{\gamma c} = (2q_{ult})/(\gamma BN_{\gamma}) \quad (4.10)$$

Os valores de N_{γ} utilizados encontram-se no Quadro 4.10, obtidos pelo MEF. No Quadro 4.11 estão apresentados os valores do fator de compressibilidade $\xi_{\gamma c}$ para vários ângulos de atrito para o cálculo analítico e os obtidos pelo MEF.

Quadro 4.11 - Coeficientes de compressibilidade, $\xi_{\gamma c}$, para $I_r < I_{rc}$, maciços arenosos

φ' (°)	I_r	I_{rc}	$\xi_{\gamma c}(\text{analítico})$	$\xi_{\gamma c}(\text{MEF})$
27	81	109	0,89	0,85
32	187	193	0,99	0,81
35	250	283	0,94	0,82
37	323	375	0,93	0,81
40	397	592	0,81	0,76
45	840	1442	0,74	0,85

Os resultados indicam para uma tendência de que os valores do fator de compressibilidade, $\xi_{\gamma c}$, estimados pelo MEF sejam inferiores aos calculados analiticamente, sendo o contrário para o ângulo de atrito mais elevado. O gráfico representado na Figura 4.16 permite visualizar a evolução deste parâmetro com o Índice de Rigidez do solo.

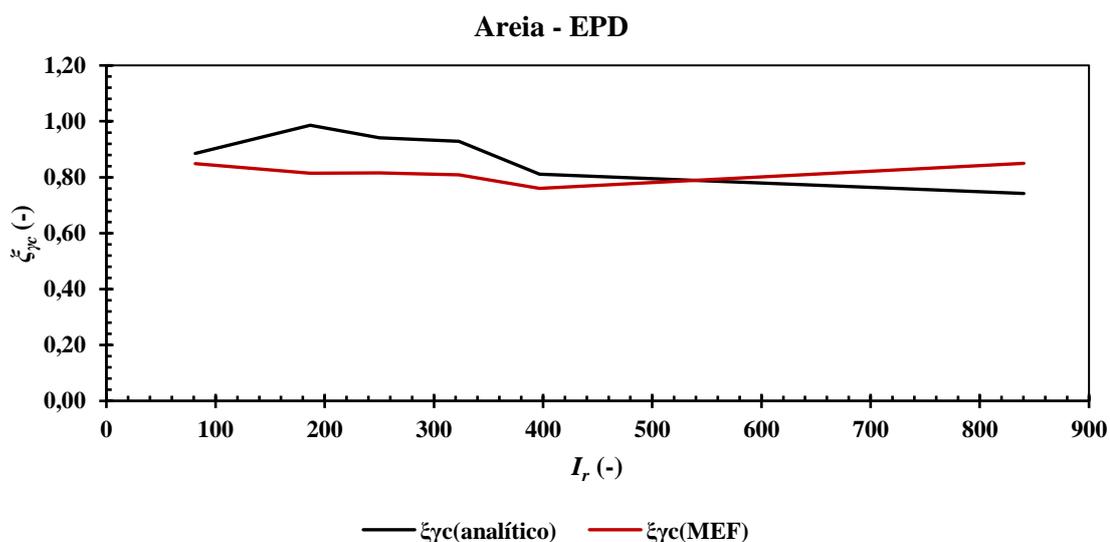


Figura 4.16 – Variação do coeficiente de compressibilidade, $\xi_{\gamma c}$, com o Índice de Rigidez

Este gráfico demonstra a propensão de os resultados obtidos numericamente tenderem para os valores analíticos, sendo, contudo, inferiores a estes com exceção aos correspondentes a valores mais elevados do Índice de Rigidez.

Nota-se, na Figura 4.17, que para o mesmo deslocamento prescrito ($d = 1,3$ m), na rotura localizada, a plastificação do maciço não atinge a mesma profundidade que é atingida antes de ocorrer a rotura generalizada.

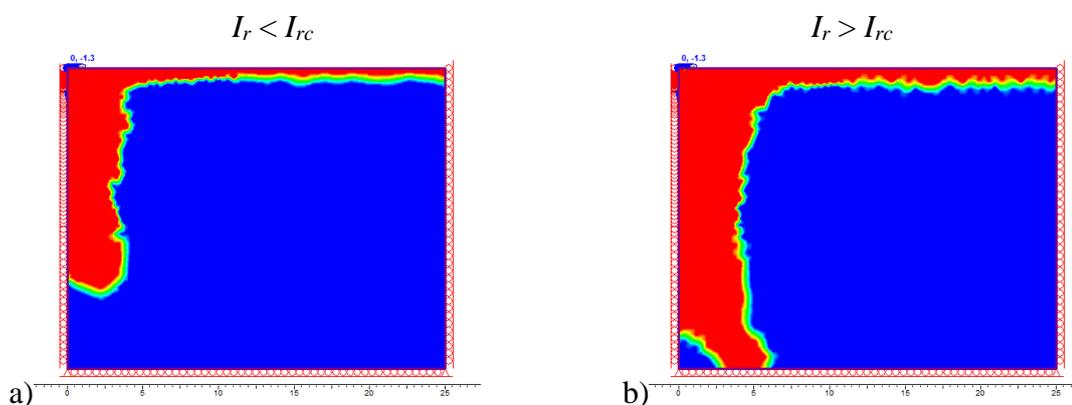


Figura 4.17 - Pontos plastificados para areia $\phi' = 35^\circ$: a) rotura localizada; b) rotura generalizada

A Figura 4.18 apresenta os elementos complementares à análise do modo de rotura, para observação dos mecanismos de rotura desenvolvidos no solo. Esta informação permite visualizar que se forma efetivamente uma cunha de solo que se move solidariamente com a sapata e que, consoante a relação resistência-deformabilidade do solo, se obtém diferentes modos de rotura do terreno. Apresenta-se assim os deslocamentos totais, a deformada da malha e a orientação dos vetores deslocamento, para um maciço com $\phi' = 27^\circ$ e E igual a 1500 kPa e 8000 kPa, respetivamente.

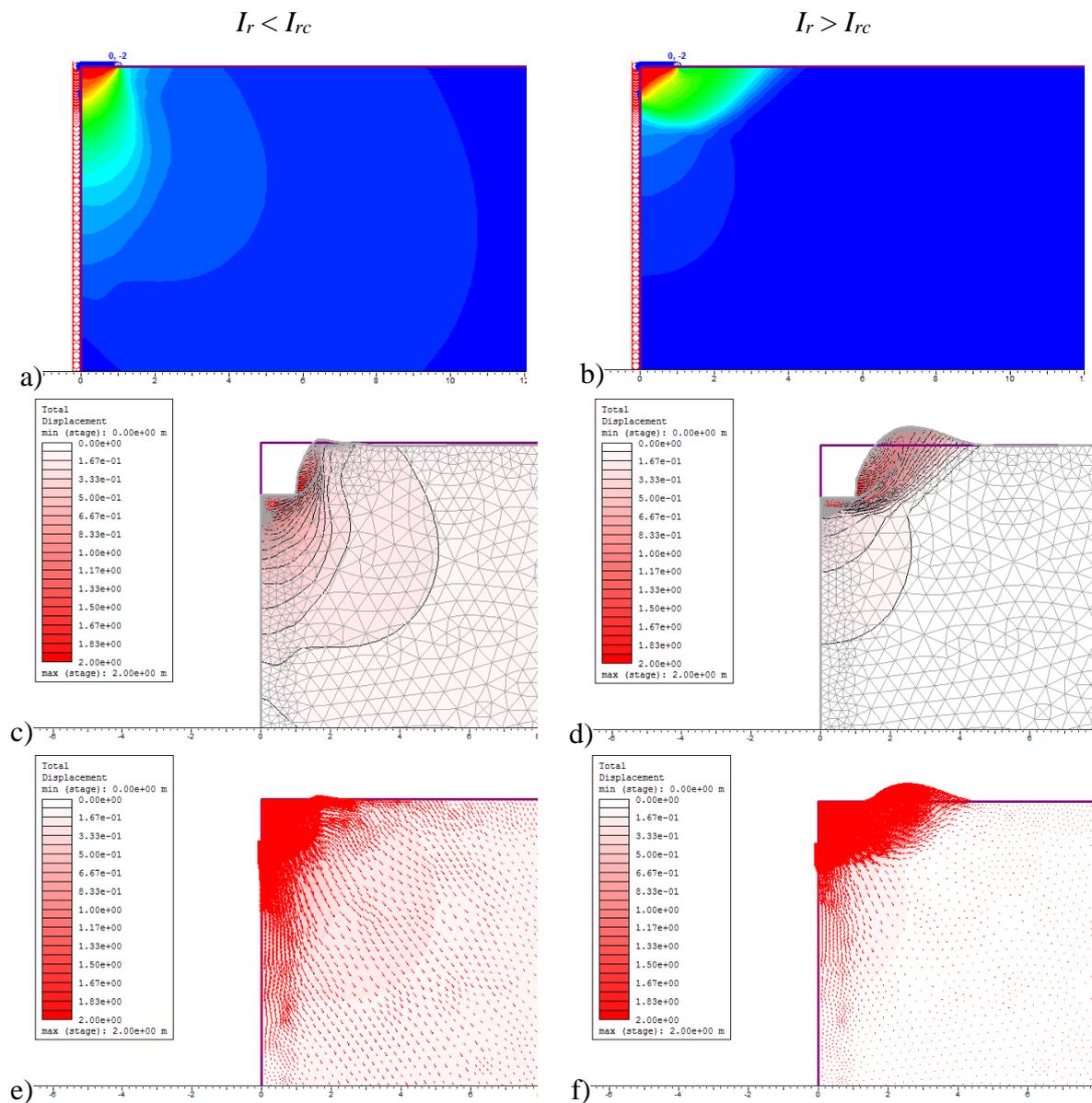


Figura 4.18 - Mecanismos de rotura para deslocamentos de 2 m (solo $\phi' = 27^\circ$): a) e b) deslocamentos totais, c) e d) deformada, e) e f) vetores de deslocamentos

Na Figura 4.18, a), c) e e) é possível visualizar que sucedeu a rotura por punçoamento, pois verifica-se a deformada conforme a sua definição e os vetores deslocamento têm a orientação preferencial, vertical descendente, que reforça esta conclusão. Em b), d) e f) pode-se observar o que parece ser uma transição entre a rotura localizada e a rotura generalizada, contudo, é clara a formação do mecanismo previsto para a rotura generalizada.

4.3.2. Resultados das análises axissimétricas

Nesta secção são apresentados resultados de análises axissimétricas, pelo que é possível verificar os fatores de forma propostos por Vesic (1973). Assim, nesta secção, não serão apresentadas curvas carga-assentamento C2. A Figura 4.19, a Figura 4.20 e a Figura 4.21 apresentam as curvas C1 para análises axissimétricas em solos coesivos, em condições não drenadas, drenadas e em solos incoerentes, respetivamente.

Pode-se observar que, para solos coesivos em condições não drenadas as curvas carga-assentamento determinadas pelo MEF andam muito próximas dos valores previstos analiticamente, enquanto que para solos incoerentes estas afastam-se muito dos valores analíticos. Para o caso de solos coesivos em condições drenadas observam-se casos intermédios, ou seja, as curvas não se aproximam tanto quanto nos casos de solos coesivos não drenados, porém, não se afastam tanto do valor analítico quanto nos casos de solos incoerentes.

O Quadro 4.12, o Quadro 4.13 e o Quadro 4.14 apresentam os valores que permitem comparar os resultados da capacidade de carga obtidos analiticamente e pelo MEF, servindo como complemento à informação adiantada pelas curvas carga-assentamento.

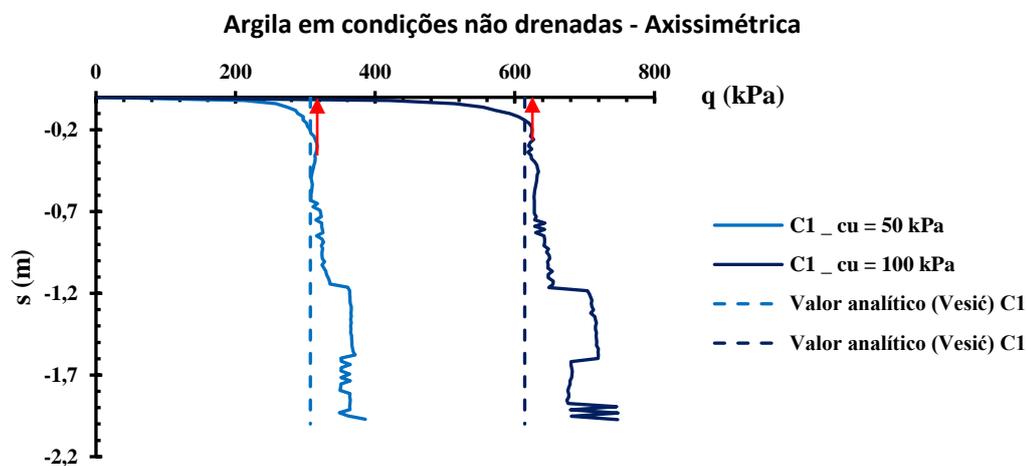


Figura 4.19 – Curva carga-assentamento, argila em condições não drenadas

Quadro 4.12 - Comparação do valor analítico e de MEF de capacidade de carga, maciços argilosos em condições não drenadas, análise axissimétrica

Curva	γ (kN/m ³)	c_u (kPa)	I_r	I_{rc}	ξ_{cc}	q_{ult} (kPa) Vesić	q_{ult} (kPa) MEF
C1	17	50	117	8	1,00	307,08	314
C1	17	100	117	8	1,00	614,16	625

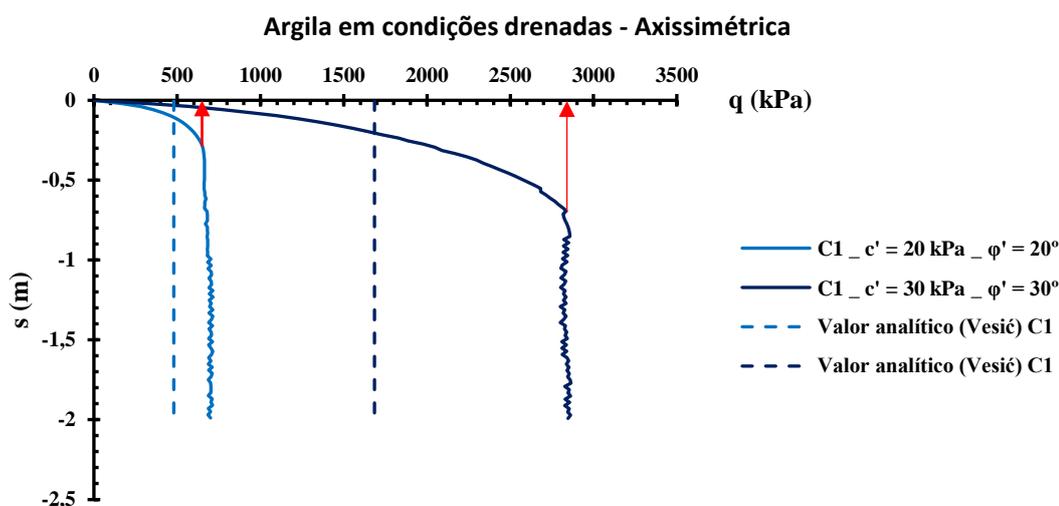


Figura 4.20 - Curva carga-assentamento para análise axissimétrica, argila em condições drenadas

Quadro 4.13 - Comparação do valor analítico e de MEF de capacidade de carga, maciços argilosos em condições drenadas, análise axissimétrica

Curva	γ (kN/m ³)	ϕ' (°)	c' (kPa)	I_r	I_{rc}	ξ_{cc}	$\xi_{\gamma c}$	q_{ult} (kPa) Vesić	q_{ult} (kPa) MEF
C1	17	20	20	205	56	1,00	1,00	479,62	663
C1	17	30	30	267	152	1,00	1,00	1684,73	2837

De modo a facilitar a leitura do gráfico na Figura 4.21 representa-se em escala semi-logarítmica, o que permite apresentar as várias curvas carga-assentamento obtidas para maciços arenosos.

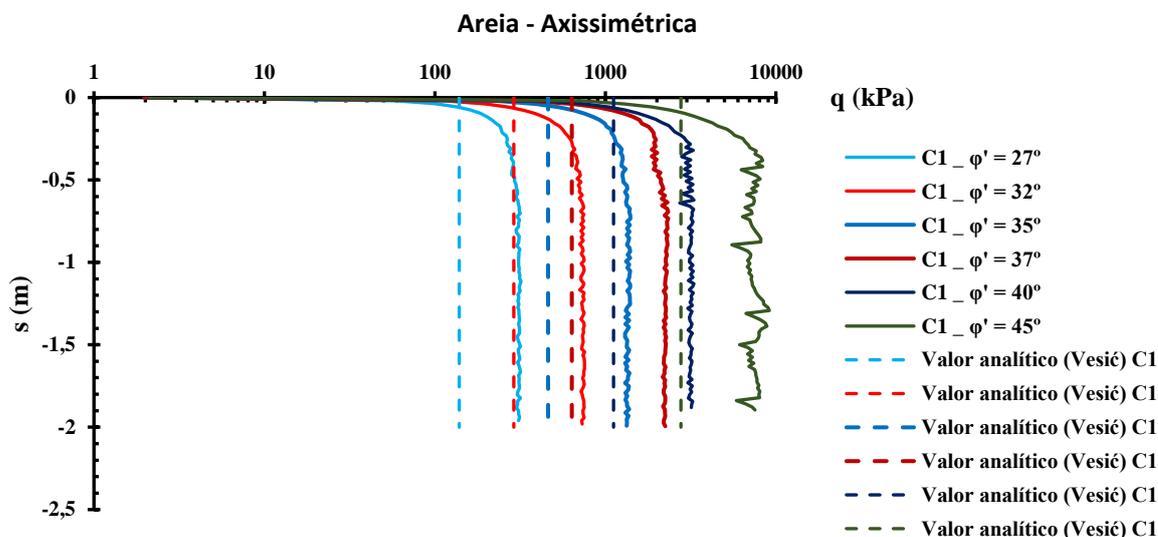


Figura 4.21 - Curva carga-assentamento para análise axissimétrica, areia

Quadro 4.14 - Comparação do valor analítico e de MEF de capacidade de carga, maciços arenosos, análise axissimétrica

Curva	γ (kN/m ³)	ϕ' (°)	c' (kPa)	I_r	I_{rc}	$\xi_{\gamma c}$	q_{ult} (kPa) Vesić	q_{ult} (kPa) MEF
C1	16	27	0	434	52	1,00	138,91	265
C1	16	32	0	623	85	1,00	290,06	663
C1	16	35	0	1071	119	1,00	461,08	1225
C1	16	37	0	1620	152	1,00	635,44	1926
C1	17	40	0	1587	226	1,00	1116	3145
C1	17	45	0	1786	487	1,00	2772	6394

Os resultados desta análise permitem estudar o efeito da forma, circular, das sapatas no modo de rotura do terreno. Dando seguimento ao raciocínio anterior é possível determinar os valores dos fatores de forma, s_c e s_γ , pelo MEF, utilizando as seguintes expressões.

$$s_c = q_{ult}/(c_u N_c) \quad (4.11)$$

$$s_\gamma = (2q_{ult})/(\gamma B N_\gamma) \quad (4.12)$$

Os valores de capacidade de carga, N_c e N_γ , utilizados foram obtidos na análise em EPD e estão dispostos no Quadro 4.6 e no Quadro 4.10 e correspondem aos valores obtidos pelo MEF.

Quadro 4.15 – Fatores de forma, s_c , de argilas em condições não drenadas, análise axissimétrica

c_u (kPa)	$s_{c(\text{analítico})}$	$s_{c(\text{MEF})}$	$s_{c(\text{MEF})} / s_{c(\text{analítico})}$
50	1,19	1,15	0,96
100	1,19	1,14	0,95

Estes resultados demonstram que ocorre de facto um incremento na capacidade de carga, com a utilização de sapata de forma circular, o que justifica a utilização destes fatores de forma que acabam por ter um efeito de majoração. No Quadro 4.16, verifica-se que os valores obtidos por MEF, são muito mais elevados do que os propostos por Vesić (1973), facto que requer alguma atenção e uma verificação muito cautelosa e criteriosa. Esta informação pode ser complementada pelo gráfico ilustrativo apresentado na Figura 4.22, onde se pode notar que quanto maior for ao ângulo de atrito do solo, maior será o fator de forma, s_γ , obtido pelo MEF.

Quadro 4.16 – Fatores de forma, s_γ , para areias, análise axissimétrica

ϕ' (°)	$s_{\gamma(\text{analítico})}$	$s_{\gamma(\text{MEF})}$	$s_{\gamma(\text{MEF})} / s_{\gamma(\text{analítico})}$
27	0,6	1,03	1,72
32	0,6	1,19	1,99
35	0,6	1,31	1,94
37	0,6	1,52	2,53
40	0,6	1,44	2,40
45	0,6	1,42	2,36

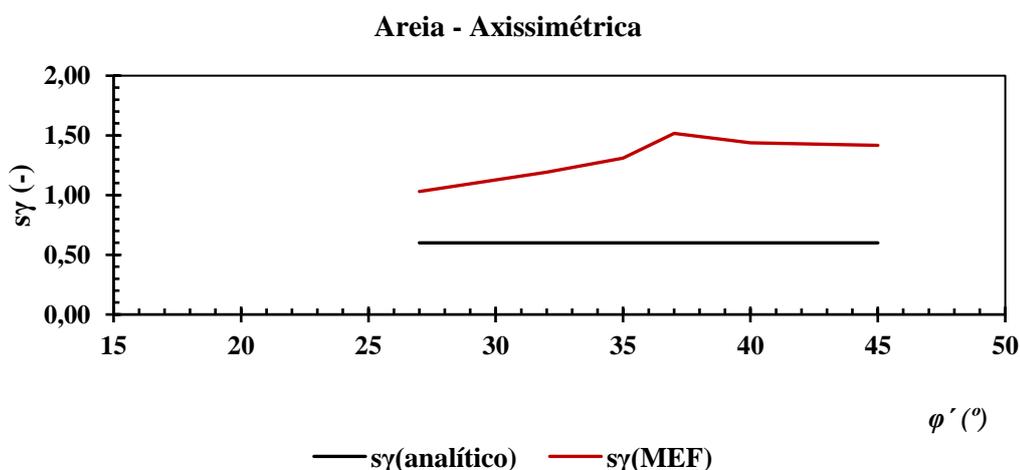


Figura 4.22 – Fatores de forma, s_γ , para fundações circulares em areia

4.3.3. Resultados das análises numéricas 3D no RS3

Estas análises permitem estudar o efeito da forma da sapata no modo de rotura do terreno, pelo que se realizaram análises em sapatas quadradas e retangulares. Como foi adiantado no capítulo anterior, procedeu-se à uma verificação dos resultados de uma sapata de desenvolvimento contínuo, para conseqüente comparação com resultados de análises em EPD.

4.3.3.1. Sapata contínua

Aqui apresenta-se os resultados de uma análise para argila, em condições não drenadas, com uma resistência não drenada de 100 kPa (Quadro 4.1). O domínio em 3D tem a geometria e condições de fronteira, para EPD, que estão descritas na Secção 3.4.3, o que permite comparar os seus resultados com os obtidos no RS2.

No que toca ao cálculo referente à areia, para análises efetuadas com a mesma malha e número de incrementos utilizados para os cálculos com argila em condições não drenadas, não foi atingida a convergência. A solução para este caso poderá passar por gerar uma malha mais refinada e a aplicação de deslocamentos prescritos em incrementos muito mais reduzidos. Contudo, estas condições exigem demasiado esforço computacional, pois resultam num número elevado de equações diferenciais, pelo que não se prosseguiu com os referidos cálculos.

Sapata contínua sobre argila em condições não drenadas ($c_u = 100$ kPa)

Na primeira análise os resultados demonstraram grande sensibilidade ao valor do coeficiente de Poisson pelo que este teve de ser reduzido a 0,46 de forma a se conseguir atingir a convergência no cálculo, embora se tenha utilizado 0,499 nas análises prévias com o programa RS2. A Figura 4.23 e a Figura 4.24 apresentam os gráficos comparativos entre as curvas carga-assentamentos obtidas no RS2, análise em EPD, e a que resultou da análise 3D no RS3. Pode-se observar que na parte inicial das curvas, estas coincidem até que a partir de certo ponto as curvas obtidas no RS3 apresentam maiores deformações. Contudo, estas curvas apresentem a mesma tendência.

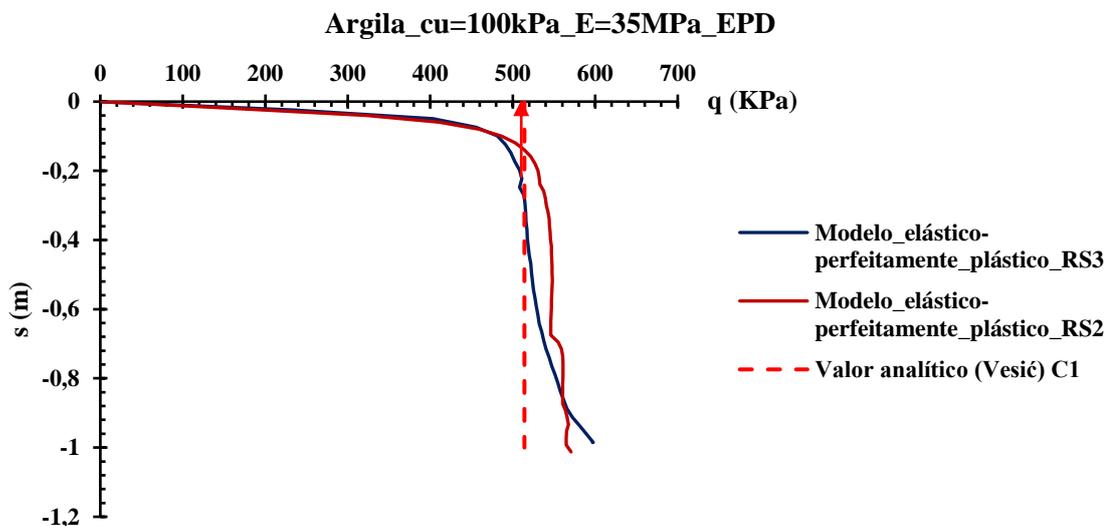


Figura 4.23 – Curvas carga-assentamento para uma fundação contínua, análises 2D e 3D

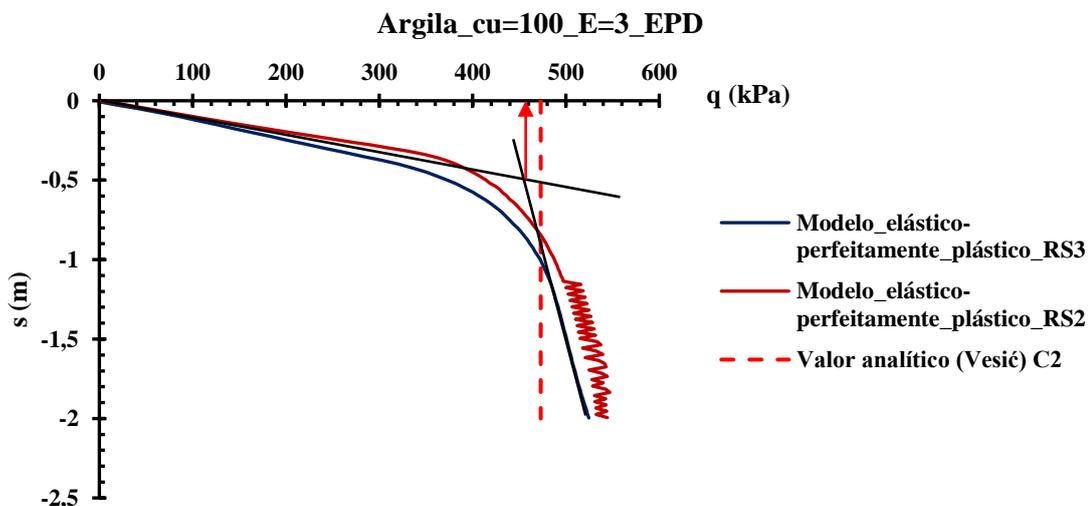


Figura 4.24 - Curvas carga-assentamento para uma fundação contínua, análises 2D e 3D

A análise efetuada apresenta um resultado satisfatório, porém, é necessário complementar essa informação. Os pontos plastificados e os deslocamentos verticais e totais são também elementos fundamentais para uma análise criteriosa, com vista a tirar conclusões bem fundamentadas.

A Figura 4.25 apresenta os pontos plastificados (com diferentes escalas de cores, de definição dos programas), os deslocamentos totais e verticais, no último estágio, para cada uma das análises.

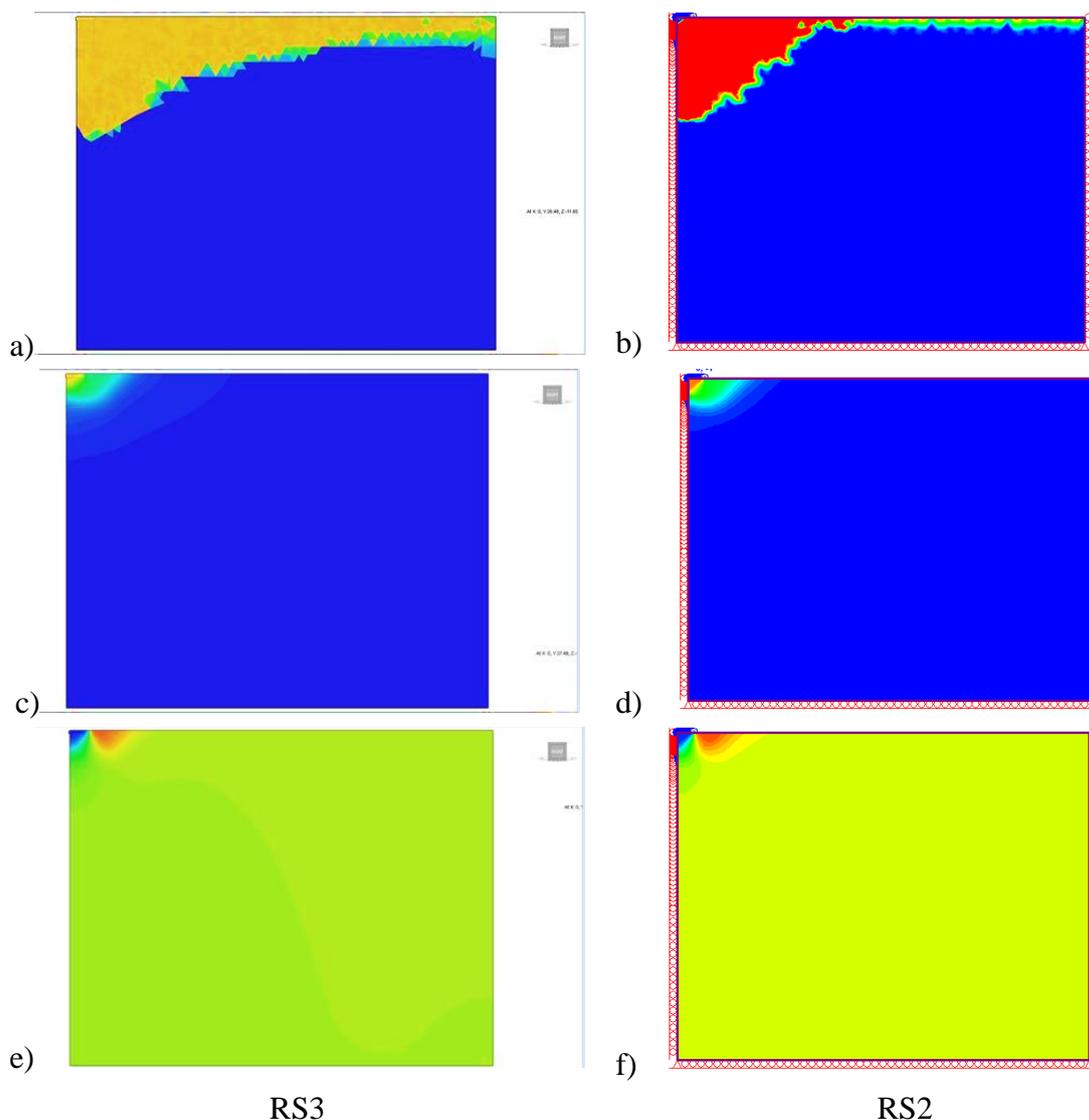


Figura 4.25 – Representação de resultados de análise de sapata contínua: a) e b) pontos plastificados; c) e d) deslocamentos totais; e) e f) deslocamentos verticais

É possível verificar, qualitativamente, que ocorre uma propagação diferente de pontos plastificados. Contudo, no que diz respeito ao mecanismo de rotura formado e a orientação dos vetores deslocamentos observa-se coerência pelo que esta informação reforça a conclusão de que os resultados vão de encontro com o que era expectável. Desta análise pode-se determinar o fator de capacidade de carga N_c utilizando a Equação (4.7), para a análise em MEF obtido

pela curva representada na Figura 4.23. O quadro abaixo apresenta o respetivo resultado e a consequente comparação com o valor analítico.

Quadro 4.17 – Fator de capacidade de carga, N_c , pelo MEF para o cálculo 3D

c_u (kPa)	$N_{c(\text{analítico})}$	$N_{c(\text{MEF_RS3})}$	$N_{c(\text{MEF_RS2})}$
100	5,14	5,11	5,48

Aqui resulta um valor de N_c inferior ao calculado analiticamente, todavia, corresponde a apenas uma análise.

Com a Equação (4.8) e o valor da capacidade de carga obtido pela curva representada na Figura 4.24, determinou-se o valor do fator de compressibilidade ξ_{cc} do solo apresentado no Quadro 4.18.

Quadro 4.18 – Coeficiente de compressibilidade, ξ_{cc} ; para o cálculo 3D, análise não drenada

c_u (kPa)	I_r	$\xi_{cc(\text{analítico})}$	$\xi_{cc(\text{MEF_RS3})}$	$\xi_{cc(\text{MEF_RS2})}$
100	10	0,92	0,91	0,85

4.3.3.2. Sapata quadrada ou retangular sobre argila em condições não drenadas

Com os resultados da análise 3D estuda-se o efeito da forma de sapatas, quadradas (2m x 2m) e retangulares (2m x 3,5m), no modo de rotura do terreno. Assim, determinam-se os valores dos fatores de forma, s_c , pelo MEF, utilizando a Equação (4.11). Como se disse anteriormente, a análise 3D, em condições não drenadas, para os solos apresentados no Quadro 4.1, foi muito influenciada pelo valor do coeficiente de Poisson, pelo que para proceder com os devidos cálculos foi necessário reduzir este valor para 0,46.

Sapata quadrada 2x2

A Figura 4.26 apresenta as curvas carga-assentamento para uma sapata quadrada. Nota-se uma clara redução da capacidade de carga do solo causada pela variação do módulo de deformabilidade da curva C1 onde se verifica a rotura generalizada, para a curva C2, onde ocorre a rotura por localizada. Neste caso, sapata quadrada ($B/L = 1$) e $I_r = 10$ para $\varphi = 0$, o coeficiente de compressibilidade, ξ_{cc} , é superior à unidade (Figura 2.16), pelo que se deve adotar o valor $\xi_{cc} = 1$. Assim, o valor analítico de C1 é igual ao de C2.

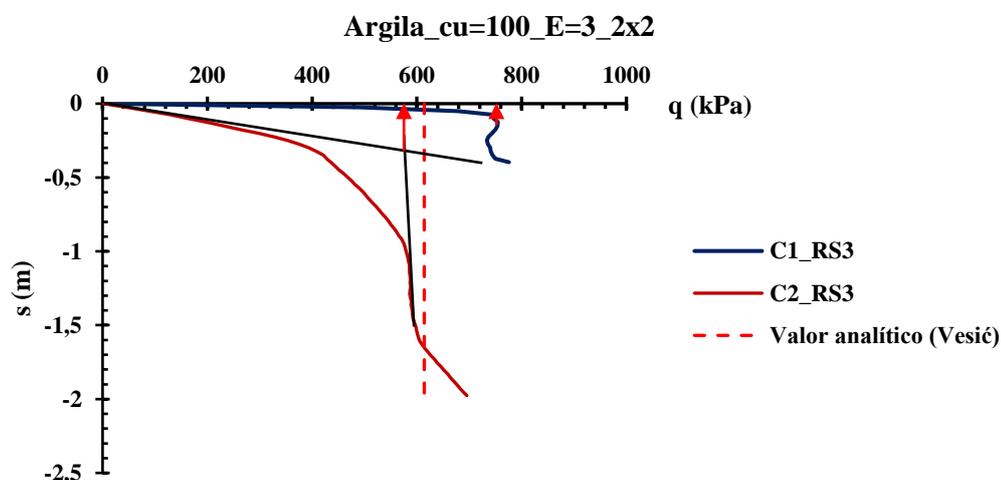


Figura 4.26 - Curvas carga-assentamento para uma sapata quadrada de 2x2 m²

Do resultado da curva C1 é possível obter, através da Equação (4.11), o fator de forma s_c , apresentado no Quadro 4.19, utilizando o valor do fator de capacidade de carga N_c obtido pelo MEF, disposto no Quadro 4.17.

Quadro 4.19 – Fator de forma, s_c , para uma sapata quadrada pelo MEF, análise não drenada

c_u (kPa)	$s_{c(\text{analítico})}$	$s_{c(\text{MEF})}$	$s_{c(\text{MEF})} / s_{c(\text{analítico})}$
100	1,19	1,47	1,23

Sapata retangular, 2x3,5

A Figura 4.27 apresenta as curvas carga-assentamento para uma sapata retangular. Desta análise foi possível obter as duas curvas com comportamentos distintos marcados pela diferença dos assentamentos verificados. Por outro lado, a Equação (4.11) permite, de igual modo, calcular o valor do fator de forma, correspondente à curva C1 da mesma figura, apresentado no Quadro 4.20, utilizando o valor do fator de capacidade de carga N_c obtido pelo MEF no RS3, disposto no Quadro 4.17.

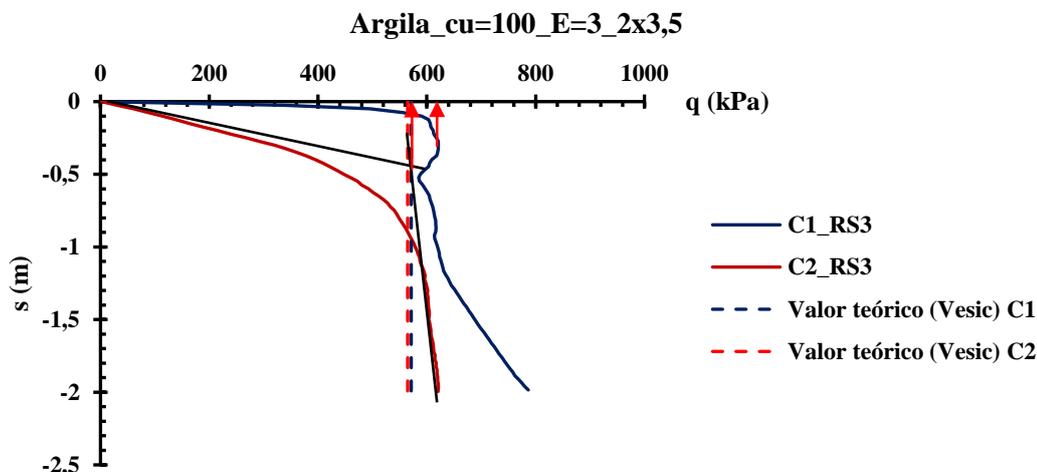


Figura 4.27 – Curvas carga-assentamento para uma sapata retangular de 2x3,5 m²

Quadro 4.20 - Fator de forma, s_c , para uma sapata retangular pelo MEF, análise não drenada

c_u (kPa)	$s_{c(\text{analítico})}$	$s_{c(\text{MEF})}$	$s_{c(\text{MEF})} / s_{c(\text{analítico})}$
100	1,11	1,20	1,08

O fator de forma obtido pelo MEF é superior ao previstos analiticamente, contudo, corresponde a uma única análise e necessita de ser complementada com um maior número de análises de modo a se poder tirar as devidas ilações.

O Quadro 4.21 apresenta os resultados das análises efetuadas e os respetivos resultados da capacidade de carga, obtidos analiticamente e pelo MEF, o que permite complementar a informação apresentada pelos gráficos nesta secção.

Quadro 4.21 – Comparação do valor analítico e de MEF de capacidade de carga, para argila em condições não drenadas (análise 3D)

B/L	Curva	γ (kN/m ³)	φ (°)	c_u (kPa)	I_r	I_{rc}	ξ_{cc}	q_{ult} (kPa) Vesic	q_{ult} (kPa) MEF
0	C1	17	0	100	117	14	1,00	514,16	511
	C2	17	0	100	10	14	0,92	473,03	467
1	C1	17	0	100	117	8	1,00	614,16	752
	C2	17	0	100	10	8	1,00	614,16	586
0,57	C1	17	0	100	117	10	1,00	571,30	613
	C2	17	0	100	10	10	0,99	564,77	581

5. CONCLUSÕES

5.1. Principais conclusões

A modelação numérica de fundações superficiais requer alguns cuidados que permitam precaver a ocorrência de problemas numéricos. Principalmente na modelação de sapatas, colocada à superfície do terreno e em solos incoerentes, é necessário garantir uma combinação de uma malha muito refinada sob a sapata, especialmente nos bordos, e a aplicação da solicitação em incrementos reduzidos. Isto resulta num número elevado de equações diferenciais o que exige grande capacidade computacional para a sua resolução. Todavia, esta é a metodologia necessária para resguardar a ocorrência de problemas numéricos e garantir que a convergência seja atingida num menor número de iterações. Ao passo que nas argilas, especialmente em condições não drenadas, com uma malha razoavelmente refinada e um número de incrementos não tão elevado o cálculo decorre, regra geral, sem problemas numéricos.

Quando a solicitação é aplicada por via de deslocamentos prescritos, em pequenos incrementos, uma vez atingida a capacidade de carga do solo a curva carga-assentamento apresenta oscilações. Estas são tanto maiores quanto mais elevado for o ângulo de atrito interno do solo. Por esse motivo é necessário tomar as devidas precauções no tratamento dos dados obtidos numericamente, especificamente na escolha dos pontos, dentro do domínio, selecionados para a obtenção da respetiva informação.

Feitas as devidas análises foi possível tirar as seguintes conclusões:

Independentemente do tipo de solo ou de análise (drenada ou não drenada) a capacidade de carga diminui com a redução do Módulo de Deformabilidade quando se mantêm constantes os restantes parâmetros do solo.

Os resultados obtidos demonstram que, para solos em condições drenadas, os efeitos da compressibilidade do solo devem ser sempre tidos em conta na avaliação da capacidade de carga da fundação.

Apesar de haver propostas, na bibliografia, de fronteiras que separam os modos de rotura do solo, com base no índice de compacidade do solo e na profundidade a que a sapata é fundada, deve-se ter em conta que o modo de rotura depende da relação resistência-deformabilidade. Isto

implica que estas fronteiras não são fixas e que o modo de rotura depende, em última instância, desta relação.

Mesmo num solo com elevada resistência poderá ocorrer a rotura localizada se este for muito deformável. Do mesmo modo, num solo com reduzida resistência poderá ocorrer a rotura generalizada, em função da sua deformabilidade.

Na rotura localizada e por punçoamento, a cunha de solo que se move solidariamente com a sapata tende a mover o solo, localizado nas suas superfícies laterais, causando a sua plastificação. Deste modo, não se desenvolve o mecanismo que se forma na rotura generalizada. A proposta de Vesić (1973), com base no Índice de Rigidez, I_r , para previsão do modo de rotura do solo constitui assim uma boa metodologia para avaliação, pelo menos qualitativa, do seu modo de rotura. No entanto, esta deve sempre ser acompanhada por uma análise criteriosa executada por ferramentas para análise numérica complementada por ensaios de campo e de laboratório.

Visto que em argilas carregadas em condições não drenadas não se verifica variação de volume, a deformação volumétrica, Δ , é nula, o que implica que o Índice de Rigidez, I_r , é igual ao reduzido, I_{rr} , e tendo em conta que, neste caso o Índice de Rigidez Crítico, I_{rc} , é muito baixo (8 para sapatas quadrada e 14 para sapatas contínuas) é expectável que para valores realistas de E_u e c_u se obtenha $I_r > I_{rc}$, pelo que deve ocorrer a rotura generalizada.

Os valores da capacidade de carga, determinados numericamente, de casos em que se prevê a rotura localizada ou por punçoamento, curvas C2, para sapatas contínuas em solos incoerentes, andam muito próximos daqueles previstos pela expressão analítica proposta por Vesić (1973). Em solos argilosos, quer em condições drenadas e não drenadas, estas curvas tendem para os valores previstos para rotura generalizada, naquilo que parece ser uma clara influência da coesão. Já nos casos onde se previu que ocorresse a rotura generalizada, independentemente do tipo de solo, as curvas tendem sempre para valores mais elevados do que os previstos analiticamente.

Os valores do coeficiente de compressibilidade $\zeta_{\gamma c}$ obtidos pelo MEF são inferiores aos obtidos pelas expressões propostas por Vesić (1973), com exceção do caso em que se considerou um ângulo de atrito mais elevado, $\varphi' \geq 45^\circ$.

Os valores dos fatores de capacidade de carga N_γ obtidos pelo MEF são superiores aos determinados analiticamente, pelas expressões de Vesić (1973), com exceção daquele que corresponde a um ângulo de atrito mais alto $\varphi' = 45^\circ$.

A variação da forma da sapata tem grande influência na capacidade de carga. Os resultados de MEF indicam que para uma sapata circular, numa análise axissimétrica, o valor da capacidade de carga é superior ao correspondente a uma sapata contínua, independentemente do tipo de solo e análise (drenada ou não drenada). Porém de acordo com Vesic (1973) para solos incoerentes prevê-se uma redução da capacidade de acordo com os fatores de forma, s_γ , para sapatas circulares.

Os fatores de forma, s_c , obtidos pelo MEF, para solos argilosos, em condições não drenadas, são ligeiramente inferiores aos obtidos pela expressão de Vesic (1973). Pelo contrário, para solos, incoerentes, os valores do fator de forma s_γ obtidos pelo MEF, são superiores aos analíticos.

Espera-se que este trabalho constitua mais uma contribuição na metodologia proposta por Vesic (1973), pois segundo este autor: *“Deve ficar claro que toda esta informação, obtida por análise aproximada, tem de ser tratada como uma tentativa e, até certo ponto, de forma qualitativa. O propósito das Equações (2.22), (2.24), (2.25) e (2.26) é de possibilitar o projetista, na ausência de qualquer outro método racional, obter numericamente a ordem de magnitude da redução expectável, da capacidade de carga, causada pelos efeitos de compressibilidade. Espera-se que futuros desenvolvimentos da capacidade de tratar analiticamente o complexo comportamento elastoplástico do solo pelos métodos numéricos, tal como os elementos finitos, forneça uma forma mais precisa de prever os efeitos da compressibilidade do solo.”* Todavia, passados os anos a sua metodologia constitui a única abordagem racional para o tratamento dessa temática. E a verificação efetuada neste trabalho demonstrou que esta é uma forma eficiente de prever, qualitativamente, os efeitos da compressibilidade do solo.

5.2. Proposta de trabalhos futuros

Um dos aspetos que fica por se estudar é uma clara definição do que se denomina rotura localizada e o que se considera rotura por punçoamento. Através de um parâmetro que, à semelhança do Índice de Rigidez, dependa inteiramente de parâmetros do solo, com significado físico, e que seja racional.

Espera-se que sejam feitos trabalhos experimentais, com ensaios de campo e de laboratório, que, associados às ferramentas de análise numérica, possam servir de complemento à presente teoria. Deste estudo, mais aprofundado, pode resultar um aperfeiçoamento das expressões já existentes ou propostas de expressões alternativas para calcular os fatores de compressibilidade do solo.

Surge ainda a necessidade de se executar análises 3D, em solos coerentes e incoerentes, para sapatas circulares. Isto, com a necessidade de verificar o efeito da forma no modo de rotura do solo, ou seja, complementar a informação obtida pelas análises axissimétricas.

Um dos tópicos interessantes por se explorar no que diz respeito à rotura localizada é a possibilidade da sua ocorrência num extrato mais deformável e menos resistente subjacente a um extrato compacto e variar a sua espessura, de modo a determinar até que ponto este perde a sua influência no modo de rotura do extrato sobrejacente.

Seria uma mais valia, para este trabalho, ser complementado por ensaios de campo e de laboratório para uma revisão muito mais completa do modo de rotura do solo de acordo com a sua compressibilidade. Os efeitos de escala são também um campo a explorar, experimentalmente, para isso variando a largura da sapata, o que permitirá, a partida, separar aquilo que são os efeitos de escala dos de compressibilidade, em solos incoerentes.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Agaiby, S. S., & Mayne, P. W. (2018). "Evaluating undrained rigidity index of clays from piezocone data." *Cone Penetration Testing 2018 - Proceedings of the 4th International Symposium on Cone Penetration Testing, CPT 2018*, 65–71.
- Annex, N. (2013). DS / EN 1997-1 DK NA: 2013 National Annex to Eurocode 7: "Geotechnical design – Part 1 : General rules." 1–33.
- Antão, A. N., Da Silva, M. V., & Da Costa Guerra, N. M. (2010). "Determination of depth factors for the bearing capacity of shallow foundations in sand." *Soils and Rocks*, 33(1), 47–52.
- Bowles, J. E. (1997). "Foundation Analysis and Design Fifth Edition." In *Engineering Geology* (5th ed., Vol. 20). [https://doi.org/10.1016/0013-7952\(84\)90010-3](https://doi.org/10.1016/0013-7952(84)90010-3)
- Budhu, M. (2010). "Soil Mechanics and Foundations, 3rd Edition." John Wiley & Sons, Incorporated.
- Cerato, A. B., & Lutenecker, A. J. (2007a). "Scale effects of shallow foundation bearing capacity on granular material." *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 133(10), 1192–1202. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0241\(2007\)133:10\(1192\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0241(2007)133:10(1192))
- Cerato, A. B., & Lutenecker, A. J. (2007b). "Scale effects of shallow foundation bearing capacity on granular material." *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 133(10), 1192–1202. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0241\(2007\)133:10\(1192\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0241(2007)133:10(1192))
- Chen, Y., Zhao, W., Han, J., & Jia, P. (2019). "A CEL study of bearing capacity and failure mechanism of strip footing resting on c-φ soils." *Computers and Geotechnics*, Vol. 3rd, pp. 126–136. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2019.03.015>
- Craig, R. F. (2004). "Craig's Soil Mechanics." In T. & F. Group (Ed.), *Craig's Soil Mechanics* (7 Th, Vol. 1). London: Spoon Press, Taylor & Francis Group.
- David M. Potts, Lidija Zdravkovic, L. Z. (1999). "Finite Element Analysis in Geotechnical Engineering: Volume One - Theory." In Thomas Telford (Ed.), *Finite Element Analysis in Geotechnical Engineering: Volume One - Theory*. <https://doi.org/10.1680/feaiget.27534>
- De Beer, E. E. . (1965). "The scale effect on phenomenon of progressive rupture in cohesionless soils." *Proceedings, Sixth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, 2nd, 13–17. https://doi.org/10.1007/978-3-319-73568-9_174
- De Beer, E. E. . (1967). "Proefondervindelijke bijdrage tot de studie van het gransdragvermogen van zand onder funderingen op staal; Bepaling von der vormfactor sb." *Annales Des Travaux Publics de Belgique*, 68(6), 481–506.
- Duncan, J. M., & Buchignani, A. L. (1976). "An Engineering Manual for Settlement Studies."

- (p. 97). p. 97.
- Dysli, M. (2001). "Recherche bibliographique et synthèse des corrélations entre les caractéristiques des sols." Département Fédéral de l'environnement, Des Transports, de l'énergie et de La Communication Office Fédéral Des Routes.
- Hansen, J. B. (1970). "Bulletin No. 28 A Revised and Extended Formula for Bearing Capacity." DGI / Geo Bulletin, (28), 5–11.
- Hatanaka, M., & Uchida, A. (1996). "Empirical Correlation between Penetration Resistance and Internal Friction Angle of Sandy Soils." *Soils and Foundations*, 36(4), 1–9. https://doi.org/10.3208/sandf.36.4_1
- Hjiaj, M., Lyamin, A. V., & Sloan, S. W. (2005). "Numerical limit analysis solutions for the bearing capacity factor N_γ ." *International Journal of Solids and Structures*, 42(5–6), 1681–1704. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2004.08.002>
- Kérisel, J. (1967). "Scaling laws in soil mechanics." *Proceedings, Third International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Caracas, 3rd*, 69–92.
- Knudsen, B. S., & Mortensen, N. (2016). "Bearing Capacity , Comparison of Results from FEM and DS / EN 1997-1 DK NA 2013." *Proceedings of the 17th Nordic Geotechnical Meeting Challenges in Nordic Geotechnic*, (1), 577–586.
- Kulhawy, Trautmann, Beech, O'Rourke, & M. (1983). "Transmission Line Structure Foundations for Uplift-Compression Loading." Electric Power Research Institute, (Report) EPRI EL.
- Kulhawy, F. H., & Mayne, P. W. (1990). "Manual on Estimating Soil Properties for Foundation Design." *Ostigov*, p. 299. <https://doi.org/EPRI-EL-6800>
- Labuz, J. F., & Zang, A. (2012). "Mohr-Coulomb failure criterion." *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 45(6), 975–979. <https://doi.org/10.1007/s00603-012-0281-7>
- Loukidis, D., & Salgado, R. (2009). "Bearing capacity of strip and circular footings in sand using finite elements." *Computers and Geotechnics*, 36(5), 871–879. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2009.01.012>
- Madhav, M., & Sakleshpur, V. A. (2017). "Carrying Capacity of Foundations on or in Ground : Different Perspectives." *The First Victor de Mello Goa Lecture*, (April 2017).
- Matos Fernandes, M. (2015). "Mecânica dos Solos - Introdução à Engenharia Geotécnica" (2ª, Vol. 2). Porto: FEUP edições.
- Mayne, P. W. (2006). "The second james k. mitchell lecture undisturbed sand strength from seismic cone tests." *Geomechanics and Geoengineering*, 1(4), 239–257. <https://doi.org/10.1080/17486020601035657>
- Meyerhof, G. G. (1951). "The ultimate bearing capacity of foundations." *Geotechnique*, 2(4), 301–332. <https://doi.org/10.1680/geot.1951.2.4.301>
- Murthy. (2003). "Geotechnical Engineering: Principles and Practices of Soil Mechanics and Foundation Engineering." New York: Marcel Dekker.

- NAVFAC. (1986). "Soil Mechanics Design." 389. Retrieved from https://web.mst.edu/~rogersda/umrcourses/ge441/dm7_01.pdf<http://www.vulcanhammer.org>
- NP - ENV 1997-1. (2010). Norma Portuguesa - Eurocódigo 7 – "Projecto geotécnico Parte 1: Regras gerais" NP EN 1997-1 2010. 179.
- Paikowsky, S. G., Canniff, M. C., Lesny, K., Kisse, A., Amatya, S., & Muganga, R. (2010). "Design and Construction of Shallow Foundations for Highway Bridge Structures." In *LRFD Design and Construction of Shallow Foundations for Highway Bridge Structures*. <https://doi.org/10.17226/14381>
- Peck, R. B., Hanson, W. E., & Thornburn, T. H. (1974). "Foundation Engineering, 2nd Edition" (2nd ed.). New York: John Wiley & Sons. Inc.
- Pinto, P. L. (2017). "Apontamentos sobre fundações superficiais". Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Ciências e Tecnologias. Coimbra
- Prandtl, L. (1920). "Über die Härte plastischer Körper. Nachrichten von Der Gesellschaft Der Wissenschaften Zu Göttingen," *Mathematisch-Physikalische Klasse*, 1920, 74–85.
- Sorensen, K. K., & Okkels, N. (2013). "Correlation between drained shear strength and plasticity index of undisturbed overconsolidated clays." *18th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering: Challenges and Innovations in Geotechnics, ICSMGE 2013*, 1(1957), 423–428.
- Terzaghi, K. (1943). "Theoretical soil mechanics." New York, London: John Wiley an Sons, Inc.
- Terzaghi, K., Peck, R. B., & Mesri, G. (1996). "Soil Mechanics in Engineering Practice (3rd ed.)." New York, London: John Wiley & Sons. Inc.
- Van Baars, S. (2018). "Numerical check of the Meyerhof bearing capacity equation for shallow foundations." *Innovative Infrastructure Solutions*, 3(1). <https://doi.org/10.1007/s41062-017-0116-1>
- Vermeer, P. A., & de Borst, R. (1984). "Non-Associated Plasticity for Soils," *Concrete and Rock*. *Heron*, 29(3), 1–64. https://doi.org/10.1007/978-94-017-2653-5_10
- Vesić, A. S. (1969). "Effects of scale and compressibility on bearing capacity of surface foundations." *Proceedings, Seventh International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Mexico City*, 3rd, 270–272.
- Vesić, A. S. (1972). "Expansion of Cavities in Infinite Soil Mass." *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, 98(3), 265–290.
- Vesić, A. S. (1973). "Analysis of Ultimate Loads of Shallow Foundations." *ASCE J Soil Mech Found Div*, Vol. 99, pp. 45–73.
- Vesić, A. S. (1977). "Design of Pile Foundation." *National Cooperative Highway Research Program Synteis Of Highway Practice*, 42(November 2013).
- Waheed, M. Q., & Asmael, N. M. (2018). "Parametric study of shallow foundation bearing

capacity in clayey soil." *International Journal of Civil Engineering and Technology*, 9(10), 1223–1230.