



UNIVERSIDADE D  
COIMBRA

Tiago João Rito Reis Andrade

RELEVÂNCIA DO PRÉ-ESFORÇO DOS PARAFUSOS NO  
COMPORTAMENTO DE LIGAÇÕES METÁLICAS COM  
CHAPA DE EXTREMIDADE

Dissertação de Mestrado em Construção Metálica e Mista, orientada pelo  
Professor Doutor Rui António Duarte Simões e pelo Professor Tiago Braga  
Abecasis e apresentada ao Departamento de Engenharia Civil da  
Faculdade de Ciências e Tecnologia da  
Universidade de Coimbra

Setembro de 2019

Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra  
Departamento de Engenharia Civil

Tiago João Rito Reis Andrade

# **Relevância do pré-esforço dos parafusos no comportamento de ligações metálicas com chapa de extremidade**

**Relevance of bolt preloading in the behaviour of steel connections with end plates**

Dissertação de Mestrado em Construção Metálica e Mista, orientada pelo Professor Doutor Rui António Duarte Simões e pelo Professor Tiago Braga Abecasis

Esta Dissertação é da exclusiva responsabilidade do seu autor. O Departamento de Engenharia Civil da FCTUC  
declina qualquer responsabilidade, legal ou outra, em relação a erros ou omissões que possa conter.

Setembro de 2019



UNIVERSIDADE D  
COIMBRA



## **AGRADECIMENTOS**

Ao Professor e Engenheiro Rui Simões, orientador da dissertação, pela sua disponibilidade e simpatia, pelo seu conhecimento e incentivo e pela sua enorme competência na orientação deste trabalho.

Ao Professor e Engenheiro Tiago Abecasis, co-orientador da dissertação, pela sua simpatia e palavras de incentivo e pela partilha do vasto conhecimento adquirido ao longo da sua experiência como Engenheiro.

Aos colaboradores do Laboratório de Mecânica Estrutural, em especial ao Engenheiro Ilídio Santos e ao Engenheiro Cláudio Martins, pela preciosa ajuda na realização dos ensaios laboratoriais.

Aos colegas e professores do curso de Mestrado em Construções Metálicas e Mistas da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra, do biénio 2017/19, pela amizade e solidariedade e com quem tive o privilégio de muito aprender.

Aos meus pais que me permitiram iniciar, desenvolver e concluir esta etapa.

Aos meus amigos pelo incentivo e pela compreensão em tantos momentos de ausência.



## RESUMO

O objectivo principal da presente dissertação envolve o estudo de ligações metálicas com chapa de extremidade por forma a identificar a relevância que o pré-esforço dos parafusos tem no seu comportamento.

O estudo abordou numa primeira fase as metodologias de análise existentes para a caracterização do comportamento deste tipo de ligações metálicas tendo-se efectuado a caracterização analítica de um conjunto de ligações tendo em conta ou não a presença do pré-esforço dos parafusos.

Na segunda parte do trabalho foi realizada uma campanha experimental com vista à caracterização de um conjunto de ligações metálicas com chapa de extremidade. Para tal, foram realizados uma série de ensaios de dois tipos tendo-se efectuado uma variação da força de pré-esforço entre ensaios geometricamente idênticos. O primeiro tipo de ensaios pretende estudar de uma forma isolada a componente referente aos parafusos em tracção enquanto que o segundo tipo de ensaios, que se refere a uma ligação de continuidade entre duas vigas com chapa de extremidade, pretende verificar o comportamento global da ligação por alteração de apenas uma das componentes que contribui para a rigidez da ligação.

Adicionalmente foram desenvolvidos modelos numéricos devidamente calibrados com os resultados da campanha experimental que permitiram um estudo mais aprofundado do comportamento destas ligações.

Finalmente, foi possível verificar que existe influência do pré-esforço dos parafusos no comportamento das ligações estudadas e que esta influência é mais relevante em ligações com um número de componentes mais reduzido.



## **ABSTRACT**

The main objective of the present dissertation involves the study of steel connections with end plate in order to identify the relevance that the bolt preload has in its behavior.

The study first approached the existing analysis methodologies for the characterization of the behavior of this type of steel connections having analitically characterized a set of connections considering or not the presence of the preload of the bolts.

In the second part of the work an experimental campaign was carried out to characterize a set of steel connections with end plate. To this end, a series of tests of two types were performed and the preloading force varied between geometrically identical tests. The first type of tests intended to study the component for tensile bolts individually while the second type of tests was carried out for steel connections between two end plate beams in order to verify the overall behavior of the connection by changing only one of the components that contributes to the stiffness of the connection.

In addition, numerical models properly calibrated with the results of the experimental campaign were developed, which allowed a deeper study of the connection behavior.

Finally, it was possible to verify that, in fact, there is influence of bolt preloading on the behavior of the studied connections and that this influence is more relevant in connections with a smaller number of components.



## ÍNDICE

<b>AGRADECIMENTOS</b> .....	<b>ii</b>
<b>RESUMO</b> .....	<b>iii</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>iv</b>
<b>ÍNDICE</b> .....	<b>v</b>
<b>ÍNDICE DE FIGURAS</b> .....	<b>x</b>
<b>ÍNDICE DE TABELAS</b> .....	<b>xv</b>
<b>SIMBOLOGIA</b> .....	<b>1</b>
<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
1.1. Enquadramento .....	1
1.2. Objectivos da dissertação.....	2
1.3. Estrutura da dissertação .....	2
<b>2 DETERMINAÇÃO DA RESISTÊNCIA E DA RIGIDEZ DE UMA LIGAÇÃO</b> .....	<b>4</b>
2.1. Generalidades.....	4
2.2. Método das Componentes.....	5
2.3. Caracterização dos componentes básicos de uma ligação .....	12
2.3.1. Modelo de uma peça em T.....	12
2.3.1.1. Avaliação da resistência.....	13
2.3.1.1.1. Modos de Rotura.....	13
2.3.1.1.2. Comprimento efectivo .....	18
2.3.1.1.3. Previsão do modo de rotura .....	19
2.3.1.2. Avaliação da rigidez inicial.....	20
2.3.1.3. Efeito do pré-esforço dos parafusos.....	28
2.3.1.3.1. Efeito na resistência .....	29
2.3.1.3.2. Efeito na rigidez inicial.....	34
2.3.2. Restantes componentes .....	36
2.3.1.4. Componente [1] – Pannel da Alma da Coluna solicitado ao Corte .....	36
2.3.1.5. Componente [2] – Alma da Coluna em Compressão Transversal .....	36
2.3.1.6. Componente [3] – Alma da Coluna em Tracção Transversal .....	37
2.3.1.7. Componente [6] – Cantoneira do Banzo em Flexão .....	37
2.3.1.8. Componente [7] – Banzo e Alma da Viga ou de Coluna em Compressão .....	38

---

2.3.1.9. Componente [8] – Alma da Viga em Tracção .....	38
2.3.1.10. Componente [9] – Chapa à Tracção ou Compressão .....	38
2.3.1.11. Componente [10] – Parafusos à Tracção .....	39
2.3.1.12. Componente [11] – Parafusos ao Corte .....	39
2.3.1.13. Componente [12] – Parafusos em Esmagamento .....	39
2.3.3. Associação de componentes .....	40
<b>3 AVALIAÇÃO EXPERIMENTAL.....</b>	<b>42</b>
3.1. Introdução .....	42
3.2. Ensaios de tracção de provetes de aço laminado .....	43
3.3. Ensaios de tracção dos parafusos .....	50
3.4. Calibração do método de aperto dos parafusos.....	52
3.5. Ensaios de tracção da ligação de duas peças em T .....	57
3.5.1.1. Resultados dos ensaios.....	61
3.6. Ensaios de flexão da ligação de continuidade com chapa de extremidade entre duas vigas	62
3.6.1. Resultados dos ensaios.....	67
<b>4 CÁLCULO ANALÍTICO .....</b>	<b>70</b>
4.1. Introdução .....	70
4.2. Ligação L1 - Ligação de duas peças em T.....	71
4.3. Ligação L2 - Ligação de continuidade viga/viga.....	74
4.4. Ligação L3 - Ligação de continuidade viga/viga com uma linha de parafusos saliente	79
4.5. Ligação L4 - Ligação de continuidade viga/coluna .....	82
4.6. Estudo Paramétrico .....	84
4.6.1. Ligação L1 - Ligação de duas peças em T.....	85
4.6.2. Ligação L2 - Ligação de continuidade viga/viga.....	85
4.6.3. Ligação L3 - Ligação de continuidade viga/viga com uma linha de parafusos saliente	86
4.6.4. Ligação L4 - Ligação de continuidade viga/coluna .....	86
<b>5 AVALIAÇÃO NUMÉRICA .....</b>	<b>88</b>
5.1. Introdução .....	88
5.2. Descrição dos Modelos de Elementos Finitos .....	89
5.2.1. Caracterização do Material .....	90
5.2.2. Malha de Elementos Finitos.....	96
5.2.3. Definição de Contacto.....	102
5.2.4. Tipo de Análise .....	104

---

---

5.2.5.	Acções e Condições de Fronteira.....	104
5.2.6.	Modelação dos Parafusos.....	110
5.3.	Resultados da Avaliação Numérica .....	112
5.3.1.	Ligação L1 – Ligação de duas peças em T .....	112
5.3.2.	Ligação L2 – Ligação de continuidade viga/viga .....	119
5.3.3.	Ligação L3 – Ligação de continuidade viga/viga com uma linha de parafusos saliente 127	
5.3.4.	Ligação L4 – Ligação de continuidade viga/coluna .....	131
5.4.	Estudo Paramétrico .....	134
<b>6</b>	<b>ANÁLISE DE RESULTADOS.....</b>	<b>143</b>
6.1.	Introdução .....	143
6.1.1.	Ligação L1 – Ligação de duas peças em T .....	144
6.1.2.	Ligação L2 – Ligação de continuidade viga/viga .....	145
6.1.3.	Ligação L3 – Ligação de continuidade viga-viga com uma linha de parafusos saliente 146	
6.1.4.	Ligação L4 – Ligação de continuidade viga/coluna .....	147
<b>7</b>	<b>CONCLUSÕES.....</b>	<b>148</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>149</b>
	<b>ANEXO A.....</b>	<b>151</b>
A.1	- Definições.....	151
A.2	- Parâmetros de Cálculo.....	152
A.3	- Hipótese A – Sem contabilização do efeito do pré-esforço .....	152
A.4	- Hipótese B – Com contabilização do efeito do pré-esforço.....	154
	<b>ANEXO B.....</b>	<b>157</b>
B.1	- Definições.....	157
B.2	- Componente [5] – Chapa de Extremidade em Flexão.....	158
B.2.1	– Parâmetros de Cálculo.....	158
B.2.2	- Comprimento Efectivo.....	158
B.2.3	- Hipótese A – Sem contabilização do efeito do pré-esforço .....	161
B.2.4	- Hipótese B – Força Uniformemente Distribuída + Pré-Esforço .....	164
B.3	- Componente [8] – Alma da Viga em Tracção.....	165
B.4	- Componente [7] – Banzo e Alma da Viga ou de Coluna em Compressão.....	166
B.5	– Assemblagem de Componentes .....	166
B.6	– Avaliação da Rigidez de Rotação .....	170
B.6.1	- Identificação de Componentes Activos .....	170
B.6.2	- Componente [5] – Chapa de Extremidade em Flexão .....	170

---

---

B.6.3 - Componente [10] – Parafusos à Tracção .....	170
B.6.4 - Assemblagem de Componentes .....	171
<b>ANEXO C.....</b>	<b>173</b>
C.1 - Definições.....	173
C.2 - Componente [5] – Chapa de Extremidade em Flexão.....	174
C.2.1 – Parâmetros de Cálculo.....	174
C.2.2 - Comprimento Efectivo.....	175
C.2.3 - Hipótese A – Sem contabilização do efeito do pré-esforço.....	178
C.2.4 - Hipótese B – Força Uniformemente Distribuída + Pré-Esforço.....	181
C.3 - Componente [8] – Alma da Viga em Tracção.....	183
C.4 - Componente [7] – Banzo e Alma da Viga ou de Coluna em Compressão.....	183
C.5 – Assemblagem de Componentes .....	184
C.6 – Avaliação da Rigidez de Rotação .....	188
C.6.1 - Identificação de Componentes Activos .....	188
C.6.2 - Componente [5] – Chapa de Extremidade em Flexão .....	189
C.6.3 - Componente [10] – Parafusos à Tracção .....	189
C.6.4 - Assemblagem de Componentes .....	190
<b>ANEXO D.....</b>	<b>192</b>
D.1 - Definições.....	192
D.2 - Componente [1] – Painel da Alma da Coluna solicitado ao Corte.....	193
D.3 - Componente [2] – Alma da Coluna em Compressão Transversal .....	193
D.4 - Componente [3] – Alma da Coluna em Tracção Transversal .....	194
D.4 - Componente [4] – Banzo da Coluna em Flexão .....	195
D.4.1 – Parâmetros de Cálculo .....	195
D.4.2 - Comprimento Efectivo .....	195
D.4.3 - Hipótese A – Sem contabilização do efeito do pré-esforço.....	200
D.4.4 - Hipótese B – Força Uniformemente Distribuída + Pré-Esforço.....	203
D.5 - Componente [5] – Chapa de Extremidade em Flexão.....	204
D.5.1 – Parâmetros de Cálculo .....	205
D.5.2 - Comprimento Efectivo .....	205
D.5.3 - Hipótese A – Sem contabilização do efeito do pré-esforço.....	208
D.5.4 - Hipótese B – Força Uniformemente Distribuída + Pré-Esforço.....	211
D.6 - Componente [7] – Banzo e Alma da Viga ou de Coluna em Compressão .....	213
D.7 - Componente [8] – Alma da Viga em Tracção.....	214
D.8 – Assemblagem de Componentes.....	215

---

---

D.6 – Avaliação da Rigidez de Rotação .....	221
D.6.1 - Identificação de Componentes Activos .....	221
D.6.2 - Componente [1] – Painel da Alma da Coluna solicitado ao Corte .....	221
D.6.3 - Componente [2] – Alma da Coluna em Compressão Transversal.....	222
D.6.4 - Componente [3] – Alma da Coluna em Tracção Transversal.....	222
D.6.5 - Componente [4] – Banzo da Coluna em Flexão .....	223
D.6.6 - Componente [5] – Chapa de Extremidade em Flexão .....	223
D.6.7 - Componente [10] – Parafusos à Tracção .....	224
D.6.8 - Assemblagem de Componentes .....	225
<b>ANEXO E .....</b>	<b>227</b>



---

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2-1 – Partes de uma configuração de uma junta viga-coluna	4
Figura 2-2 – Comportamento real e idealizado de um componente	5
Figura 2-3 – Modelo mecânico de uma ligação viga/coluna	6
Figura 2-4 – Curva momento/rotação	7
Figura 2-5 – Rigidez de rotação a utilizar na análise elástica	8
Figura 2-6 – Representações da curva de momento-rotação	9
Figura 2-7 – Classificação de juntas	10
Figura 2-8 – Identificação de componentes activos e modelo idealizado da junta de ligação viga/coluna	11
Figura 2-9 – Identificação de componentes activos e modelo idealizado da junta de ligação viga/viga	11
Figura 2-10 – Peça em T com uma linha de parafusos	12
Figura 2-11 – Modo de rotura 1 – Método I	13
Figura 2-12 – Modo de rotura 1 – Método 2	14
Figura 2-13 – Modo de rotura 2	16
Figura 2-14 – Modo de rotura 3	17
Figura 2-15 – Linhas de rotura isoladas	18
Figura 2-16 – Linhas de rotura em grupo	19
Figura 2-17 – Tipos de rotura de uma peça em T em função da sua geometria	20
Figura 2-18 – Modelo de avaliação da rigidez elástica	22
Figura 2-19 – Posição das forças de alavanca	24
Figura 2-20 – Esquema de forças	24
Figura 2-21 – Dimensões	27
Figura 2-22 – Dimensões	28
Figura 2-23 – Evolução da força nos parafusos	29
Figura 2-24 – Modelo de cálculo	30
Figura 2-25 – Modelo de cálculo simplificado	30
Figura 2-26 – Variação da força entre banzos comprimidos	33
Figura 2-27 – Distribuição da força de contacto devido ao pré-esforço dos parafusos	35
Figura 2-28 – Modelo de cálculo completo e modelo equivalente de uma ligação viga/coluna	40
Figura 3-1 – Dimensões genéricas dos provetes	44
Figura 3-2 – Secções S1, S2 e S3	45

---

Figura 3-3 – Provetes P1, P2, P3 e P4	46
Figura 3-4 – Máquina de tracção e controlador	46
Figura 3-5 – Sistema de aquisição de dados e extensómetro mecânico	47
Figura 3-6 – Extensómetros	47
Figura 3-7 – Pormenores dos ensaios de caracterização do material	48
Figura 3-8 – Provetes após ensaio	48
Figura 3-9 – Comparação de resultados obtidos através do extensómetro eléctrico e mecânico	49
Figura 3-10 – Gráfico tensão/extensão dos provetes ensaiados	49
Figura 3-11 – Gráfico tensão/extensão com as propriedades médias dos provetes ensaiados	50
Figura 3-12 – Ensaio de tracção dos parafusos	51
Figura 3-13 – Parafusos após o ensaio de tracção	51
Figura 3-14 – Diagrama tensão/extensão dos parafusos ensaiados	52
Figura 3-15 – Configuração do ensaio	53
Figura 3-16 – Configuração utilizada no ensaio	53
Figura 3-17 – Calibração da célula de carga	54
Figura 3-18 – Ensaio de calibração do momento de aperto	54
Figura 3-19 – Ligação de duas peças em T	57
Figura 3-20 – Máquina de tracção	58
Figura 3-21 – Sistema de aquisição de dados TDS-530	58
Figura 3-22 – Transdutores	58
Figura 3-23 – Peças em T ensaiadas e aplicação do pré-esforço	59
Figura 3-24 – Provetes após rotura	61
Figura 3-25 – Rotura do parafuso	61
Figura 3-26 – Curva força/deslocamento para as ligações L1-T20	61
Figura 3-27 – Curva força/deslocamento para as ligações L1-T15	62
Figura 3-28 – Esquema do ensaio da ligação L2	63
Figura 3-29 – Instrumentação do ensaio da ligação L2	63
Figura 3-30 – Sistema de aquisição de dados	64
Figura 3-31 – Instrumentação	64
Figura 3-32 – Ensaio da ligação L2 - nova configuração	65
Figura 3-33 – Ligações L2 após ensaio	67
Figura 3-34 – Ligações L2 após ensaio - Pormenores	67
Figura 3-35 – Ensaio da ligação L2 - Rotura do parafuso	67
Figura 3-36 – Curva força/deslocamento para as ligações L2-T20	68

---

Figura 3-37 – Curva força/deslocamento para as ligações L2-T15	68
Figura 4-1 – Peça em T	71
Figura 4-2 – Curva F- $\Delta$ das ligações com banzo de espessura 20 mm	73
Figura 4-3 – Curva F- $\Delta$ das ligações com banzo de espessura 15 mm	74
Figura 4-4 – Ligação de continuidade viga/viga	74
Figura 4-5 – Curva de momento/rotação das ligações L2-T20-T e L2-T15-T	77
Figura 4-6 – Curva de momento/rotação das ligações L2-T20 ensaiadas	78
Figura 4-7 – Curva de momento/rotação das ligações L2-T15 ensaiadas	78
Figura 4-8 – Ligação de continuidade viga/viga	79
Figura 4-9 – Curva de momento-rotação ( $t_p=20.00\text{mm}$ )	80
Figura 4-10 – Curva de momento-rotação ( $t_p=15.00\text{mm}$ )	81
Figura 4-11 – Ligação de continuidade viga/coluna	82
Figura 4-12 – Curva de momento-rotação ( $t_p=24.00\text{ mm}$ )	84
Figura 4-13 – Curva de momento-rotação ( $t_p=15.00\text{ mm}$ )	84
Figura 4-14 – Evolução da resistência e rigidez em função da relação $t_p/d$ – L1	85
Figura 4-15 – Evolução da resistência e rigidez em função da relação $t_p/d$ – L2	85
Figura 4-16 – Evolução da resistência e rigidez em função da relação $t_p/d$ – L3	86
Figura 4-17 – Evolução da resistência e rigidez em função da relação $t_p/d$ – L4	86
Figura 5-1 – Modelos de elementos finitos	89
Figura 5-2 – Diagrama esquemático tensão/extensão do aço	91
Figura 5-3 – Diagramas idealizados de tensão/extensão do aço	92
Figura 5-4 – Diagrama de tensão/extensão	94
Figura 5-5 – Diagrama de tensão/extensão - Abaqus	95
Figura 5-6 – Diagrama de tensão/extensão dos provetes ensaiados - Abaqus	96
Figura 5-7 – Pontos de integração	97
Figura 5-8 – Deformação de um elemento finito em flexão	98
Figura 5-9 – Deformação de um elemento finito de primeira ordem com integração completa	99
Figura 5-10 – Deformação de um elemento finito de primeira ordem com integração reduzida	99
Figura 5-11 – Elemento finito em flexão	100
Figura 5-12 – Elemento finito em flexão - 3 elementos ao longo da espessura	100
Figura 5-13 – Modelo dos parafusos - Abaqus	101
Figura 5-14 – Definição de partições e elementos finitos	102
Figura 5-15 – Superfícies de contacto numa ligação viga/coluna	103
Figura 5-16 – Representação do "penalty method"	103

---

Figura 5-17 – Superfície de aplicação da força de pré-esforço	105
Figura 5-18 – Modelo numérico – Ligação L1	106
Figura 5-19 – Modelo numérico – Ligação L2	107
Figura 5-20 – Modelo numérico – Ligação L3	108
Figura 5-21 – Modelo numérico – Ligação L4	109
Figura 5-22 – Dimensões geométricas - legenda	111
Figura 5-23 – Modelo numérico da ligação L1	112
Figura 5-24 – Pontos para determinação do deslocamento da ligação	113
Figura 5-25 – Ligação L1-T20-PE20 - Tensões de von Mises (F=101 kN)	114
Figura 5-26 – Ligação L1-T20-PE79 - Tensões de von Mises (F=152 kN)	114
Figura 5-27 – Ligação L1-T15-PE20 - Tensões de von Mises (F=121 kN)	115
Figura 5-28 – Ligação L1-T15-PE79 - Tensões de von Mises (F=123 kN)	115
Figura 5-29 – Curva força/deslocamento das ligações L1 (Ensaio vs Numérico)	116
Figura 5-30 – Curva força/deslocamento das ligações L1-T20	117
Figura 5-31 – Curva força/deslocamento das ligações L1-T15	117
Figura 5-32 – Curva força/deslocamento das ligações L1-T20-T	117
Figura 5-33 – Curva força/deslocamento das ligações L1-T15-T	118
Figura 5-34 – Modelo numérico da ligação L2	119
Figura 5-35 – Pontos para determinação da rotação da ligação L2	120
Figura 5-36 – Ligação L2-T20-P20 - Extensões (Ensaio vs Numérico)	121
Figura 5-37 – Ligação L2-T20-P79 - Extensões (Ensaio vs Numérico)	121
Figura 5-38 – L2-T20-PE20 - Tensões de von Mises (M=50kN.m)	122
Figura 5-39 – L2-T20-PE79 - Tensões de von Mises (M=50kN.m)	122
Figura 5-40 – Ligação L2-T15-PE20 - Extensões (Ensaio vs Numérico)	123
Figura 5-41 – Ligação L2-T15-PE79 - Extensões (Ensaio vs Numérico)	123
Figura 5-42 – L2-T15-PE20 - Tensões de von Mises (M=50kN.m)	124
Figura 5-43 – L2-T15-PE79 - Tensões de von Mises (M=50kN.m)	124
Figura 5-44 – Curva de momento/rotação das ligações L2 (Ensaio vs Numérico)	125
Figura 5-45 – Curva momento/rotação das ligações L2-T20	126
Figura 5-46 – Curva momento/rotação das ligações L2-T15	126
Figura 5-47 – Curva momento/rotação das ligações L2-T20-T	126
Figura 5-48 – Curva momento/rotação das ligações L2-T15-T	127
Figura 5-49 – Modelo numérico da ligação L3	128
Figura 5-50 – Pontos para determinação da rotação da ligação L3	128

---

Figura 5-51 – Tensões de von Mises - Ligação L3-T20 - PE70 (esq) e PE5 (dir) (M=55kN.m)	129
Figura 5-52 – Tensões de von Mises - Ligação L3-T15 - PE70 (esq) e PE5 (dir) (M=55kN.m)	129
Figura 5-53 – Curva momento/rotação das ligações L3-T20-T	130
Figura 5-54 – Curva momento/rotação das ligações L3-T15-T	130
Figura 5-55 – Modelo numérico da ligação L4	131
Figura 5-56 – Pontos para determinação da rotação da ligação L4	132
Figura 5-57 – Tensões de von Mises - Ligação L4-T15-PE70	133
Figura 5-58 – Tensões de von Mises - Ligação L4-T15-PE5	133
Figura 5-59 – Curva momento/rotação da ligação L4-T15-T	134
Figura 5-60 – Curva força/deslocamento – Ligação M1	135
Figura 5-61 – Curva força/deslocamento - Ligação M2	136
Figura 5-62 – Curva força/deslocamento - Ligação M3	136
Figura 5-63 – Tensões de von Mises - Ligação M1	137
Figura 5-64 – Evolução da força ao longo do carregamento - Ligação M1 – (esquerda M1-PE5; direita M1-PE70)	137
Figura 5-65 – Tensões de von Mises - Ligação M2	138
Figura 5-66 – Evolução da força ao longo do carregamento - Ligação M2 – (esquerda M2-PE5; direita M2-PE70)	138
Figura 5-67 – Tensões de von Mises - Ligação M3	139
Figura 5-68 – Evolução da força ao longo do carregamento - Ligação M3 – (esquerda M3-PE5; direita M3-PE70)	139
Figura 5-69 – Evolução da rigidez inicial em função da relação tp/d	139
Figura 5-70 – Tensão de von Mises na ligação M1 (esquerda - PE=5%; direita PE=70%)	140
Figura 5-71 – Tensão de contacto na ligação M1 (esquerda - PE=5%; direita PE=70%)	140
Figura 5-72 – Ângulo de degradação da força	141
Figura 5-73 – Tensão de von Mises na ligação M2 (esquerda - PE=5%; direita PE=70%)	141
Figura 5-74 – Tensão de contacto na ligação M2 (esquerda - PE=5%; direita PE=70%)	141
Figura 5-75 – Tensão de von Mises na ligação M3 (esquerda - PE=5%; direita PE=70%)	142
Figura 5-76 – Tensão de contacto na ligação M3 (esquerda - PE=5%; direita PE=70%)	142
Figura 6-1 – Resultados da ligação L1	144
Figura 6-2 – Resultados da ligação L2	145
Figura 6-3 – Resultados da ligação L3	146
Figura 6-4 – Resultados da ligação L4	147

---

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2-1 - Valor do coeficiente $\psi$	8
Tabela 2-2 - Coeficiente de modificação de rigidez	9
Tabela 2-3 - Componentes activos numa junta de ligação viga/coluna	10
Tabela 2-4 - Componentes activos numa junta de ligação de continuidade viga/viga	11
Tabela 3-1 - Dimensões teóricas dos provetes de ensaio	44
Tabela 3-2 - Dimensões reais dos provetes de ensaio	45
Tabela 3-3 - Propriedades médias dos aços ensaiados	50
Tabela 3-4 - Tensão de Ruptura	52
Tabela 3-5 - Resultados	55
Tabela 3-6 - Resultados estatísticos	55
Tabela 3-7 - Correspondência entre momento de aperto e força de pré-esforço	56
Tabela 3-8 - Ensaio da ligação L1	59
Tabela 3-9 - Dimensões das peças em T	60
Tabela 3-10 - Elementos constituintes dos ensaios da ligação L1	60
Tabela 3-11 - Carga de ruptura prevista – $F_{t,Rd}$ (kN)	60
Tabela 3-12 - Resultados do ensaio às ligações L1-T20	62
Tabela 3-13 - Resultados do ensaio às ligações L1-T15	62
Tabela 3-14 - Ensaio da ligação L2	65
Tabela 3-15 - Dimensões da chapa de extremidade das vigas	66
Tabela 3-16 - Elementos constituintes dos ensaios da ligação L2	66
Tabela 3-17 - Momento flector resistente – $M_{j,Rd}$ (kN.m)	66
Tabela 3-18 - Resultados do ensaio às ligações L2-T20	68
Tabela 3-19 - Resultados do ensaio às ligações L2-T15	69
Tabela 4-1 - Ligações L1 calculadas analiticamente	71
Tabela 4-2 - Propriedades geométricas e mecânicas do parafuso M20	72
Tabela 4-3 - Dimensões das peças em T	72
Tabela 4-4 - Carga de ruptura prevista – $F_{T,Rd}$ (kN)	72
Tabela 4-5 - Rigidez inicial – L1-T20-T e L1-T15-T	73
Tabela 4-6 – Rigidez inicial das peças ensaiadas	73
Tabela 4-7 - Ligações L2 calculadas analiticamente	75
Tabela 4-8 - Propriedades da chapa de extremidade das ligações L2	76
Tabela 4-9 - Propriedades geométricas e mecânicas do parafuso M20	76

Tabela 4-10 - Momento flector resistente – $M_{j,Rd}$ (kN.m)	76
Tabela 4-11 - Rigidez de rotação inicial – L2-T20-T e L2-T15-T	77
Tabela 4-12 - Rigidez de rotação inicial das peças ensaiadas	77
Tabela 4-13 - Ligações L3 calculadas analiticamente	79
Tabela 4-14 - Propriedades da chapa de extremidade das ligações L3	79
Tabela 4-15 - Propriedades geométricas e mecânicas do parafuso M20	79
Tabela 4-16 - Propriedades da viga metálica	80
Tabela 4-17 - Momento flector resistente – $M_{j,Rd}$ (kN.m)	80
Tabela 4-18 - Rigidez de rotação inicial	80
Tabela 4-19 - Ligações L4 calculadas analiticamente	82
Tabela 4-20 - Propriedades da chapa de extremidade das ligações L4	82
Tabela 4-21 - Propriedades geométricas e mecânicas do parafuso M24	83
Tabela 4-22 - Propriedades da viga metálica	83
Tabela 4-23 - Propriedades da coluna metálica	83
Tabela 4-24 - Momento flector resistente – $M_{j,Rd}$ (kN.m)	83
Tabela 4-25 - Rigidez de rotação inicial	83
Tabela 5-1 - Identificação dos modelos de elementos finitos	90
Tabela 5-2 - Propriedades do material	94
Tabela 5-3 - Propriedades do material – Abaqus	95
Tabela 5-4 - Tipo de elementos finitos utilizado	100
Tabela 5-5 - Força de pré-esforço considerada nos modelos numéricos	105
Tabela 5-6 - Condições de fronteira – Ligação L1	106
Tabela 5-7 - Força de pré-esforço – Ligação L1	106
Tabela 5-8 - Condições de fronteira – Ligação L2	107
Tabela 5-9 - Força de pré-esforço – Ligação L2	107
Tabela 5-10 - Acção exterior – Ligação L2	107
Tabela 5-11 - Condições de fronteira – Ligação L3	108
Tabela 5-12 - Força de pré-esforço – Ligação L3	108
Tabela 5-13 - Acção exterior – Ligação L3	108
Tabela 5-14 - Condições de fronteira – Ligação L4	109
Tabela 5-15 - Força de pré-esforço – Ligação L4	109
Tabela 5-16 - Comprimentos dos parafusos	110
Tabela 5-17 - Diâmetro equivalente dos parafusos	111
Tabela 5-18 - Dimensões geométricas	111

---

Tabela 5-19 - Modelos numéricos da ligação L1	112
Tabela 5-20 - Rigidez inicial – Ligação L1	118
Tabela 5-21 - Modelos numéricos da ligação L2	119
Tabela 5-22 - Rigidez de rotação inicial – Ligação L2	127
Tabela 5-23 - Modelos numéricos da ligação L3	128
Tabela 5-24 - Rigidez de rotação inicial – Ligação L3	130
Tabela 5-25 - Modelos numéricos das ligações L4	131
Tabela 5-26 - Rigidez de rotação inicial – L4	134
Tabela 5-27 - Modelos numéricos do estudo paramétrico	135
Tabela 5-28 - Rigidez inicial e sua variação	136
Tabela 6-1 - Resultados da ligação L1	144
Tabela 6-2 - Resultados da ligação L2	145
Tabela 6-3 - Resultados da ligação L3	146
Tabela 6-4 - Resultados da ligação L4	147

---

## SIMBOLOGIA

### Letras minúsculas latinas

$b$	largura de um banzo de uma peça em T
$b_{\text{eff,c,wc}}$	largura efectiva da alma comprimida da coluna
$b_{\text{eff,t,wb}}$	largura efectiva da alma traccionada da coluna
$d_c$	altura livre da alma da coluna
$d_{\text{eq}}$	diâmetro equivalente do parafuso
$d_w$	diâmetro da anilha, ou diâmetro dos círculos circunscritos na cabeça do parafuso ou na porca, conforme o caso
$f_u$	tensão de rotura à tracção de uma chapa
$f_{ub}$	tensão de rotura à tracção de um parafuso
$f_y$	tensão de cedência do material
$h$	altura da secção transversal
$h_i$	altura total no plano da secção transversal do elemento $i$
$h_r$	distância entre a linha $r$ e o centro de compressão
$h_{\text{viga}}$	altura da viga
$k_{\text{eff,r}}$	coeficiente de rigidez efectiva
$k_{\text{eq}}$	coeficiente de rigidez equivalente
$k_i$	coeficiente de rigidez do componente básico $i$ da junta
$k_{i,r}$	coeficiente de rigidez que representa o componente $i$ relativo à linha $r$
$l_{\text{eff}}$	comprimento efectivo
$l_{\text{eff,1}}$	comprimento efectivo para o modo 1
$l_{\text{eff,2}}$	comprimento efectivo para o modo 2
$l$	comprimento final do provete
$l_0$	comprimento inicial do provete
$s_k$	desvio padrão
$t_f$	espessura do banzo

---

$t_{fc}$	espessura do banzo da coluna
$t_p$	espessura da chapa sob a cabeça do parafuso ou sob a porca
$z$	braço do binário
$z_{eq}$	braço do binário equivalente

### **Letras maiúsculas latinas**

$A$	área da secção transversal final do provete
$A_0$	área da secção transversal inicial do provete
$A_c$	área efectiva da zona comprimida
$A_h$	área da zona não roscada de um parafuso
$A_s$	área da secção resistente do parafuso
$B$	força actuante nos parafusos
$C$	força de compressão entre os banzos de uma peça em T
$E$	módulo de elasticidade
$F_{b,Rd}$	valor de cálculo da resistência ao esmagamento por parafuso
$F_{c,wc,Rd}$	valor de cálculo da resistência da alma não reforçada de uma coluna solicitada a uma compressão transversal
$F_{c,fb,Rd}$	valor de cálculo da resistência à compressão do banzo e da alma da viga combinados
$F_{Ed}$	força de tracção actuante
$F_{p,C}$	valor de cálculo da força de pré-esforço
$F_p$	força de pré-esforço
$F_{Rd}$	força de tracção resistente
$F_{sep}$	força de separação entre os banzos de uma peça em T
$F_{ti,Rd}$	valor de cálculo da resistência à tracção por parafuso
$F_{T,i,Rd}$	valor de cálculo da resistência à tracção de um banzo de uma peça em T – modo $i$
$F_{T,Rd}$	valor de cálculo da resistência à tracção de um banzo de uma peça em T
$F_{t,wb,Rd}$	valor de cálculo da resistência à tracção da alma da viga
$F_v$	força vertical
$F_{v,Rd}$	valor de cálculo da resistência ao esforço transversal por parafuso
$I_b$	momento de inércia

---

$K_a$	rigidez axial
$L_0$	distância entre linhas de medição
$L_b$	comprimento do parafuso sujeito a alongamento
$L_c$	distância paralela
$M$	momento flector
$M_A$	momento flector em A
$M_B$	momento flector em B
$M_{c,Rd}$	valor de cálculo do momento resistente da secção transversal da viga
$M_{el}$	valor de cálculo do momento flector elástico
$M_{f,Rd}$	valor de cálculo do momento flector resistente de um banzo de uma peça em T
$M_{j,Ed}$	valor de cálculo do momento flector actuante na junta
$M_{j,Rd}$	valor de cálculo do momento resistente de uma junta
$M_{pl}$	momento plástico resistente do banzo de uma peça em T
$M_{pl,i,Rd}$	valor de cálculo do momento flector resistente de um banzo de uma peça em T associado ao modo $i$ de rotura
$N_{b*}$	força exterior
$Q$	força de alavanca
$RF_i$	reacção de apoio na direcção $i$
$R_t$	raio de Transição
$S$	força de pré-esforço
$S_0$	área inicial da secção transversal de um provete
$S_j$	rigidez de rotação de uma junta
$S_{j,ini}$	rigidez de rotação inicial de uma junta
$V_k$	coeficiente de variação
$V_{wp,Rd}$	valor de cálculo da resistência plástica ao corte do painel de alma da coluna
$W_{el}$	módulo de flexão elástico
$W_{ext}$	trabalho realizado pelas forças exteriores
$W_{int}$	trabalho realizado pelas forças interiores
$W_{pl}$	módulo de flexão plástico

---

---

### Letras minúsculas gregas

$\varepsilon$	extensão
$\sigma$	tensão normal
$\Phi$	rotação de uma junta
$\mu$	relação de rigidez $S_{j,ini}/S_j$
$\omega$	coeficiente de redução
$\rho$	coeficiente de redução para o enfunamento da chapa

### Letras latinas e gregas

$\Upsilon_{M0}$	coeficiente parcial de segurança para a resistência de secções transversais de qualquer classe
$\Upsilon_{M1}$	coeficiente parcial de segurança para a resistência de elementos em relação a fenómenos de encurvadura
$\Upsilon_{M2}$	coeficiente parcial de segurança para a resistência à rotura de secções transversais traccionadas em zonas com furos de ligação
$\Delta_e$	deformação
$\Delta_r$	deslocamento relativo
$\varepsilon_T$	extensão total
$\varepsilon_{el}$	extensão elástica
$\varepsilon_{pl}$	extensão plástica
$\varepsilon_{real}$	extensão real
$\varepsilon_{nom}$	extensão nominal
$\sigma_{real}$	tensão normal real
$\sigma_{nom}$	tensão normal nominal
$\varnothing_{total}$	rotação total
$\varnothing_{el,coluna}$	rotação elástica da coluna

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1. Enquadramento

Uma das principais vantagens da utilização de estruturas metálicas reside no facto de estas serem constituídas por elementos pré-fabricados. Estes elementos têm de ser ligados entre si para em conjunto formarem uma estrutura capaz de cumprir com os requisitos para os quais foi concebida.

Estas ligações estruturais têm uma importância determinante no desempenho da estrutura bem como no seu custo. Em estruturas metálicas é comum a utilização de ligações soldadas embora as ligações aparafusadas permitam uma montagem mais simples e célere o que, obviamente, tem um impacto directo no custo da empreitada.

A execução e o dimensionamento de ligações metálicas encontra-se regulamentado na parte 2 da EN 1090 [1] e na parte 1-8 da EN 1993 [2]. Estas normas apresentam uma série de regras e recomendações que, quando respeitadas, possibilitam o correcto desempenho das estruturas.

Na parte 1-8 do Eurocódigo 3 [2] estabelece-se um conjunto de regras e parâmetros quantitativos que permitem determinar, tanto a capacidade resistente de uma ligação aparafusada com chapa de extremidade como a sua deformabilidade, quando solicitada por um conjunto de acções exteriores.

A avaliação da deformabilidade de uma ligação é importante no contexto de uma análise global da estrutura uma vez que esta tem uma influência directa na distribuição de esforços pelos diversos elementos constituintes da estrutura. Consequentemente, o dimensionamento destes elementos é também influenciado.

Para qualquer um dos parâmetros envolvidos na avaliação da resistência e deformabilidade de uma ligação, a norma referida não faz distinção entre o comportamento das ligações em que os parafusos são pré-esforçados e naquelas em que eles não o são.

No entanto, parece evidente que, deverá existir alguma diferença principalmente no que se refere à deformabilidade axial e de flexão. Estando os parafusos pré-esforçados, a sua extensão é praticamente nula até o esforço axial causar a descompressão das superfícies comprimidas.

---

Nesta dissertação procura-se identificar a relevância do pré-esforço dos parafusos no comportamento de uma série de ligações metálicas com chapa de extremidade por forma a entender a necessidade de considerar este pré-esforço no seu dimensionamento. A operação de pré-esforçar os parafusos constitui um custo adicional que poderá, em alguns casos, ser evitado conduzindo a uma melhoria económica da solução estrutural implementada.

## 1.2. Objectivos da dissertação

O objectivo principal deste trabalho relaciona-se com a avaliação do benefício resultante da consideração do pré-esforço dos parafusos no comportamento de ligações metálicas com chapa de extremidade.

Neste contexto, procedeu-se inicialmente a um estudo das metodologias de análise existentes para a caracterização do comportamento deste tipo de ligações metálicas, dando-se especial atenção ao modelo representativo das zonas de tracção. Na sequência deste estudo caracterizou-se analiticamente o comportamento de um conjunto de ligações metálicas, tendo em conta a presença ou não de pré-esforço nos parafusos.

Em seguida, foi preparada e executada uma campanha experimental, tendo-se efectuado a modelação numérica das ligações ensaiadas. Nestes ensaios e modelos, os parafusos foram pré-esforçados com diferentes níveis de pré-esforço.

## 1.3. Estrutura da dissertação

A estrutura da presente dissertação reflecte os objectivos descritos no subcapítulo anterior, sendo constituída por sete capítulos. Nos pontos seguintes é efectuada uma breve descrição do conteúdo de cada um dos capítulos.

- No **Capítulo 1**, capítulo de carácter introdutório, faz-se referência à utilização de ligações metálicas com chapa de extremidade. Apresentam-se as principais vantagens da sua utilização e descrevem-se os objectivos principais da dissertação;
- No **Capítulo 2** faz-se uma revisão bibliográfica dos estudos e metodologias de análise de ligações metálicas, dando particular ênfase ao modelo representativo das zonas de tracção;
- O **Capítulo 3** descreve a avaliação experimental. Apresenta-se a preparação dos ensaios, equipamento laboratorial, disposição e geometria dos provetes. Descrevem-se os procedimentos dos ensaios e apresentam-se os resultados obtidos;

- No **Capítulo 4** é efectuada a caracterização de um conjunto de ligações metálicas com chapa de extremidade através do procedimento de cálculo analítico tendo em conta a presença de pré-esforço nos parafusos. É também efectuado um estudo paramétrico analítico.
- No **Capítulo 5** são introduzidos os modelos numéricos realizados para a caracterização das ligações e apresentados os seus resultados bem como um estudo paramétrico da ligação de duas peças em T;
- No **Capítulo 6** efectua-se uma síntese e comparação dos resultados obtidos pelas diferentes abordagens utilizadas na caracterização das ligações;
- O **Capítulo 7** apresentam-se as conclusões da análise efectuada.

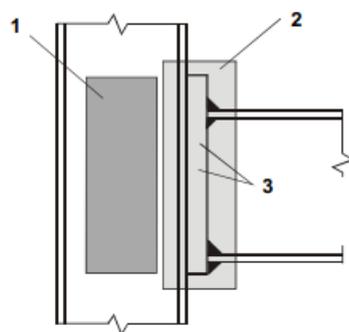
Os Anexos contêm ainda alguma informação adicional, nomeadamente, o cálculo analítico detalhado de cada uma das ligações estudadas na presente dissertação.

## 2 DETERMINAÇÃO DA RESISTÊNCIA E DA RIGIDEZ DE UMA LIGAÇÃO

### 2.1. Generalidades

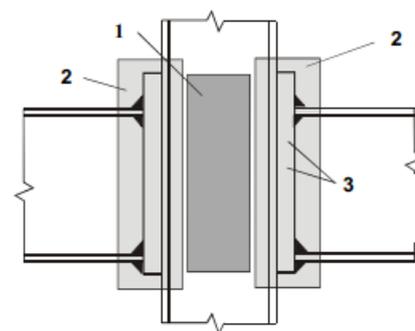
Uma ligação estrutural é definida por um conjunto de componentes que ligam mecanicamente dois ou mais elementos e localiza-se onde estes convergem. No entanto, a caracterização do comportamento estrutural da zona de interligação dos elementos exige que se considerem também os componentes da zona de interacção da ligação. Esta zona de interligação é, de acordo com a EN 1993-1-8 [2], denominada por junta e é constituída pelo conjunto de componentes básicos que efectuem a união dos elementos, de modo a assegurar a transmissão dos esforços relevantes entre eles.

Na *Figura 2-1* representam-se estes dois conceitos para o caso de uma junta de ligação viga-coluna.



Junta = painel de alma solicitado ao corte + ligação

a) Configuração de junta num só lado



Junta esquerda = painel de alma solicitado ao corte + ligação à esquerda  
Junta direita = painel de alma solicitado ao corte + ligação à direita

b) Configuração de junta em dois lados

#### Legenda:

- 1 Painel de alma solicitado ao corte
- 2 Ligação
- 3 Componentes (por exemplo, parafusos, chapa de extremidade)

Figura 2-1 – Partes de uma configuração de uma junta viga-coluna

A caracterização do comportamento de uma ligação pode ser determinada através de métodos experimentais, numéricos ou analíticos. Do ponto de vista do dimensionamento corrente, a utilização do método analítico é privilegiada em relação aos restantes métodos uma vez que este é mais simples e prático de utilizar.

Neste capítulo apresenta-se uma breve descrição do modelo de cálculo analítico que é utilizado na prática corrente para a determinação da resistência e rigidez de ligações metálicas com chapa de extremidade. É igualmente efectuada uma revisão bibliográfica dos estudos relevantes à presente dissertação.

## 2.2. Método das Componentes

O método das componentes é um procedimento de cálculo analítico que tem como objectivo efectuar a caracterização de uma junta entre dois ou mais elementos estruturais. De acordo com este método, em particular uma junta viga/coluna ou viga/viga pode ser subdividida em três zonas distintas: zona de tracção, de compressão e de corte. Dentro de cada umas destas zonas identificam-se várias fontes de deformabilidade denominadas por componentes, que contribuem para a resposta global da ligação. A associação criteriosa destes componentes permite a caracterização do comportamento global da junta em termos de rigidez, resistência e ductilidade.

Uma junta é assim constituída por um conjunto de componentes básicos individuais. Cada um destes componentes tem características de resistência e rigidez únicas, e, dada a sua coexistência numa junta, poderão existir fenómenos de interacção importantes entre os diversos componentes.

Estes componentes elementares são idealizados através de molas com uma rigidez axial cujo comportamento é não linear. Este comportamento não linear pode ser aproximado por relações simplificadas com uma precisão razoável, que permitem um processo de dimensionamento mais simples e expedito. Uma das possíveis idealizações é a de considerar que a mola tem um comportamento elástico perfeitamente plástico conforme o gráfico da *Figura 2-2*.

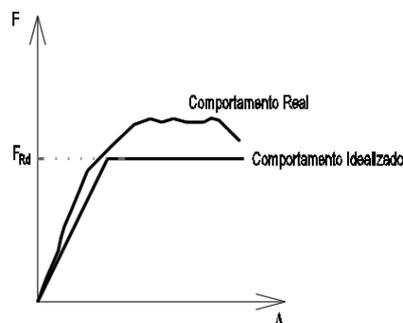


Figura 2-2 – Comportamento real e idealizado de um componente

De acordo com esta idealização, a rigidez é caracterizada por uma rigidez secante e uma resistência plástica.

Os passos genéricos deste método de cálculo são os seguintes:

- Identificação dos componentes activos que contribuem para a resistência e rigidez – Tabela 6.1 da EN 1993-1-8 [2];
- Caracterização individual dos componentes activos (determinação da relação força/deslocamento);
- Associação dos componentes activos num modelo mecânico constituído por molas e elementos indeformáveis (ver *Figura 2-3*). Neste modelo cada mola é caracterizada pela sua relação força/deslocamento e a associação das várias molas permite a obtenção da relação momento/rotação da junta de ligação. Nesta associação de componentes é necessário garantir o equilíbrio entre as forças exteriores e os componentes activos da junta de ligação;
- Classificação da junta.

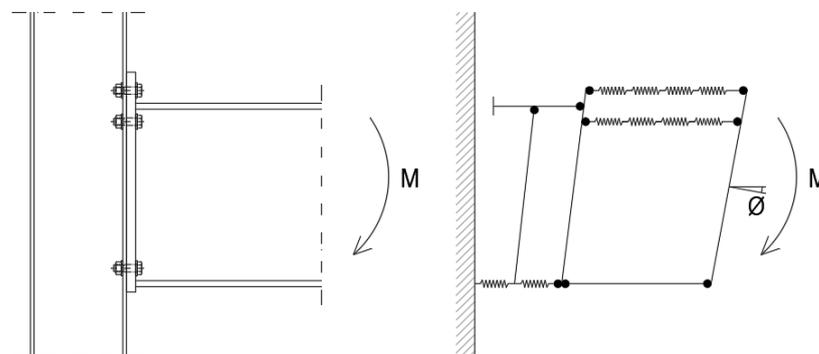


Figura 2-3 – Modelo mecânico de uma ligação viga/columna

Ao caracterizar a resistência, rigidez e ductilidade de cada componente básico e após a sua conveniente associação, é possível obter as características mecânicas da junta que se traduzem através da curva de momento/rotação como a que se representa de forma genérica no gráfico da *Figura 2-4*.

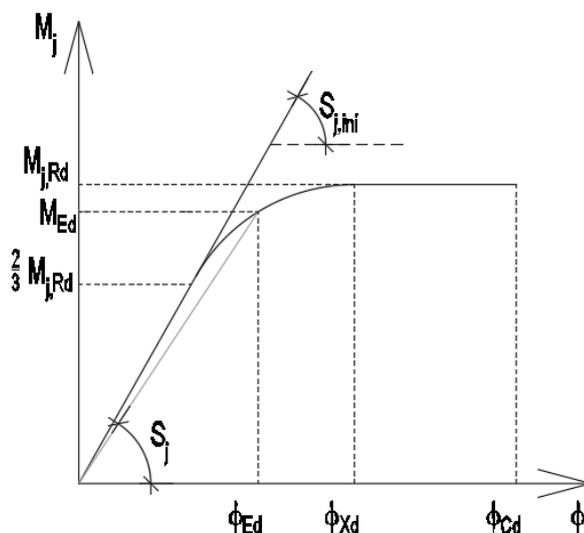


Figura 2-4 – Curva momento/rotação

O momento flector resistente é determinado através da seguinte expressão:

$$M_{j,Rd} = \sum_i F_{ti,Rd} h_i \quad (1)$$

Nesta expressão  $F_{ti,Rd}$  corresponde à resistência à tracção da linha de parafusos  $i$  e  $h_i$  à distância entre esta linha e o centro de compressão.

A rigidez de rotação, que é a rigidez secante, é dependente do valor do momento flector actuante. A sua determinação pode ser efectuada com precisão suficiente, enquanto  $M_{j,Ed}$  é inferior ao valor de cálculo resistente  $M_{j,Rd}$ , com base na seguinte equação:

$$S_j = \frac{M}{\phi} = \frac{Ez^2}{\mu \sum_i \frac{1}{k_i}} \quad (2)$$

em que  $E$  corresponde ao módulo de elasticidade do aço,  $k_i$  é o coeficiente de rigidez de um componente básico,  $z$  é o braço entre a posição da resultante das forças de tracção resistentes de cada componente e o centro de compressão e  $\mu$  corresponde a uma relação de rigidez  $S_{j,ini}/S_j$ .

O valor da rigidez inicial de rotação ( $S_{j,ini}$ ) é obtido através da Equação (2) considerando  $\mu = 1.0$ .

A determinação de  $\mu$  tem em conta a seguinte condição:

$$\left[ \begin{array}{l} \mu = 1.0 \rightarrow M_{j,Ed} \leq 2/3 M_{j,Rd} \\ \mu = \left( \frac{1.5 M_{j,Ed}}{M_{j,Rd}} \right)^\psi \rightarrow 2/3 M_{j,Rd} \leq M_{j,Ed} \leq M_{j,Rd} \end{array} \right. \quad (3)$$

O valor de  $\psi$ , que depende do tipo de ligação, é definido na EN 1993-1-8 [2] e assume os valores expressos na *Tabela 2-1*.

Tabela 2-1 - Valor do coeficiente  $\psi$

Tipo de Ligação	$\psi$
Soldada	2.7
Chapa de extremidade aparafusada	2.7
Cantoneiras de ligação dos banzos aparafusadas	3.1
Chapas de base de colunas	2.7

Dependendo do tipo de análise global da estrutura, o comportamento da junta pode ser modelado com um comportamento elástico ou plástico. No caso de uma análise global elástica, e se o valor do momento flector actuante ( $M_{j,Ed}$ ) for inferior a  $2/3$  do momento resistente da junta ( $M_{j,Rd}$ ), a rigidez de rotação ( $S_j$ ) pode ser considerada igual à rigidez inicial ( $S_{j,ini}$ ). Para valores de  $M_{j,Ed}$  superiores a  $2/3$  de  $M_{j,Rd}$ , poderá considerar-se, simplificadamente, uma rigidez modificada dada por  $S_j = \frac{S_{j,ini}}{\eta}$  conforme ilustrado na *Figura 2-5*.

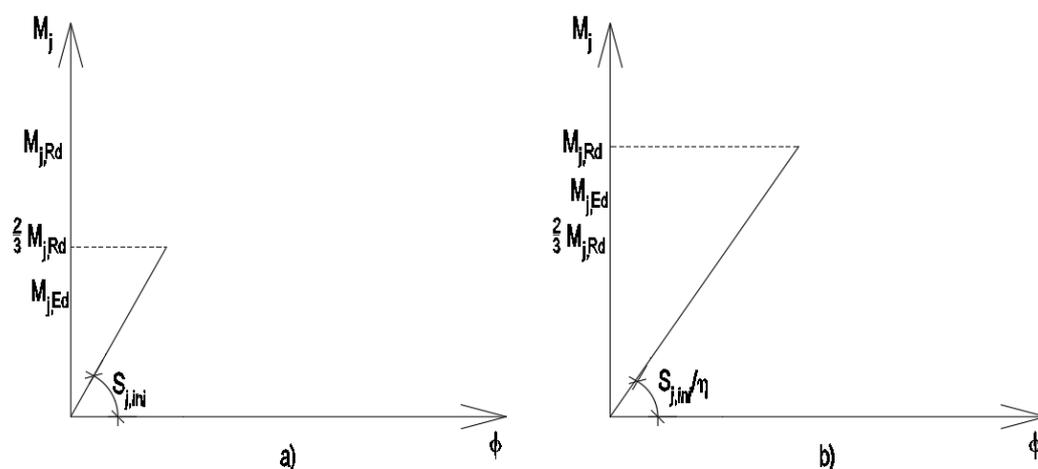


Figura 2-5 – Rigidez de rotação a utilizar na análise elástica

Na EN 1993-1-8 [2] é definido o valor de  $\eta$  sendo os valores propostos por esta norma identificados na *Tabela 2-2* em função do tipo de ligação.

Tabela 2-2 - Coeficiente de modificação de rigidez  $\eta$

Tipo de Ligação	Juntas viga-coluna	Outros tipos de junta
Soldada	2	3
Chapa de extremidade aparafusada	2	3
Cantoneiras de ligação dos banzos aparafusadas	2	3.5
Chapas de base	-	3

Para o caso de uma análise global plástica podem ser considerados os seguintes modelos para o comportamento da junta de ligação:

- Relação momento-curvatura bilinear – é utilizada a rigidez de rotação modificada ( $S_{j,ini}/\eta$ ) no ramo elástico até se atingir o valor do momento resistente da junta ( $M_{j,Rd}$ ) seguindo-se um ramo horizontal (curva *a* da *Figura 2-6*);
- Relação momento-curvatura trilinear – no ramo elástico é utilizada a rigidez inicial ( $S_{j,ini}$ ) até  $2/3$  de  $M_{j,Rd}$ , seguindo-se um segundo ramo linear até  $M_{j,Rd}$ . Ao se atingir o valor do momento resistente da junta ( $M_{j,Rd}$ ) segue-se um ramo horizontal (curva *b* da *Figura 2-6*);
- Relação momento-curvatura não linear – existência de um ramo elástico até  $2/3$  de  $M_{j,Rd}$ , seguindo-se um segundo ramo não-linear obtido através de  $S_j = \frac{M}{\phi}$  para os diferentes valores de momento actuante. Ao se atingir o valor do momento resistente da junta ( $M_{j,Rd}$ ) segue-se um ramo horizontal (curva *c* da *Figura 2-6*).
- $S_j = \frac{S_{j,ini}}{\eta}$

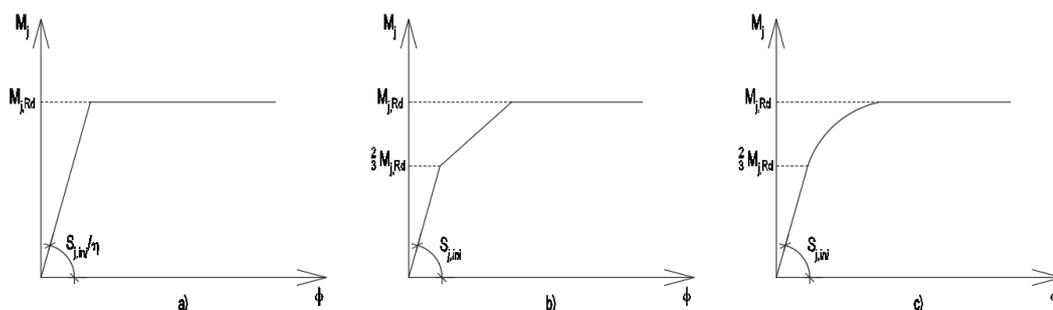


Figura 2-6 – Representações da curva de momento-rotação

No que se refere à classificação da junta, e após a determinação da sua resistência e rigidez, esta é efectuada por comparação destes valores com os valores limite definidos pela EN 1993-1-8 [2] que se representam esquematicamente nos gráficos da *Figura 2-7*.

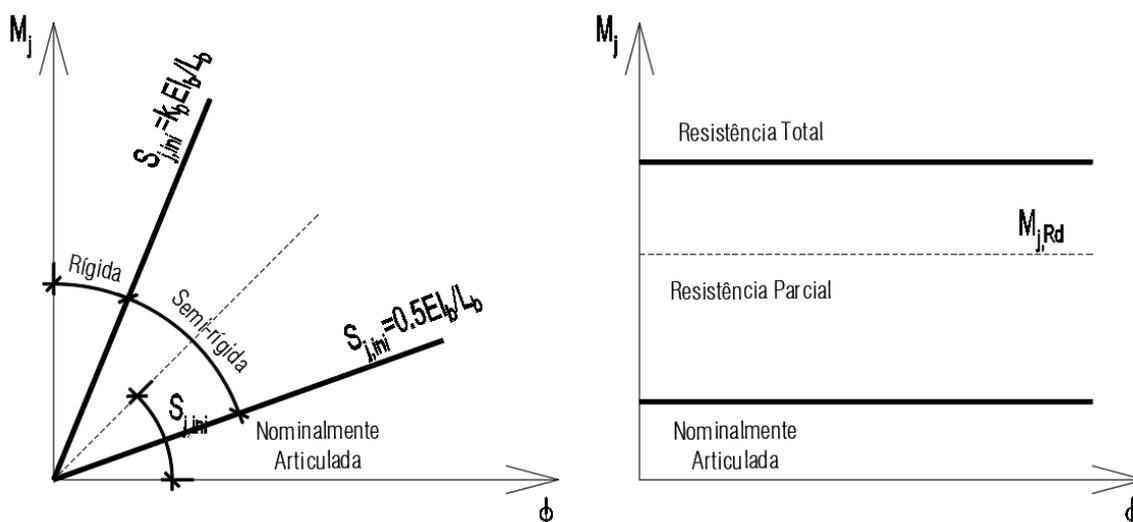


Figura 2-7 – Classificação de juntas

Este método é aplicável a juntas de ligação com transmissão de momento flector, rígidas ou semi-rígidas e de resistência total ou parcial constituídas por perfis H ou I laminados e/ou soldados. O comportamento da junta de ligação é condicionado pela componente mais fraca.

Na cláusula 6.1.3 da EN1993-1-8 [2] são descritos os 20 componentes básicos previstos por esta norma.

Assim, e de acordo com a norma referida, numa junta viga/coluna os componentes relevantes são os que se identificam na *Tabela 2-3* e na *Figura 2-8*.

Tabela 2-3 - Componentes activos numa junta de ligação viga/coluna

Componente	Tipo	Componente	Tipo
Alma da coluna em tracção transversal	Tracção	Alma de coluna em compressão transversal	Compressão
Banzo da coluna em flexão		Banzo e alma de viga ou de coluna em compressão	
Chapa de extremidade em flexão		Painel de alma de coluna solicitado ao corte	Corte Horizontal
Alma da viga à tracção		Parafusos ao corte	Corte Vertical
Parafusos à tracção		Parafusos e/ou chapas em esmagamento	
Soldaduras		Soldaduras	

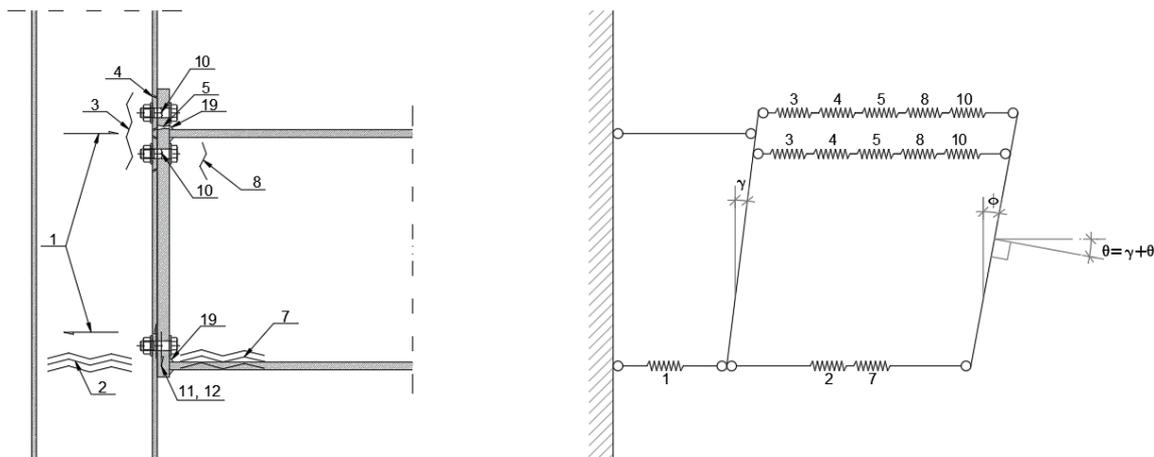


Figura 2-8 – Identificação de componentes activos e modelo idealizado da junta de ligação viga/coluna

Na Tabela 2-4 e na Figura 2-9 enumeram-se os componentes relevantes para o caso particular de uma junta de ligação de continuidade viga/viga.

Tabela 2-4 - Componentes activos numa junta de ligação de continuidade viga/viga

Componente	Tipo
Chapa de extremidade em flexão	Tracção
Alma da viga à tracção	
Parafusos à tracção	
Soldaduras	

Componente	Tipo
Banzo e alma de viga ou de coluna em compressão	Compressão
Parafusos ao corte	Corte Vertical
Parafusos e/ou chapas em esmagamento	
Soldaduras	

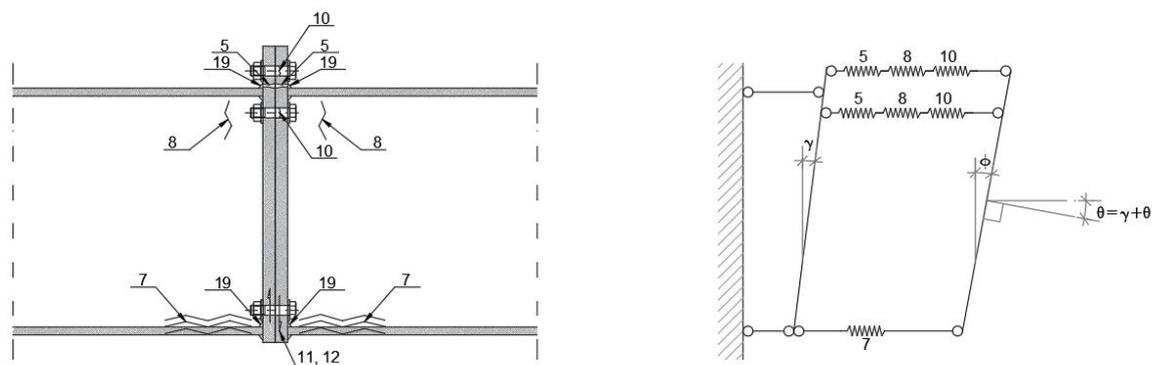


Figura 2-9 – Identificação de componentes activos e modelo idealizado da junta de ligação viga/viga

## 2.3. Caracterização dos componentes básicos de uma ligação

Nos subcapítulos seguintes apresenta-se a formulação adoptada pela EN1993-1-8 [2] para a determinação da resistência e rigidez inicial dos componentes básicos de uma ligação aparafusada de continuidade viga-viga e viga-coluna com chapa de extremidade.

Dá-se especial atenção ao modelo utilizado para a idealização do comportamento da zona traccionada - *Modelo de uma peça em T*. Este modelo, com as devidas adaptações, é utilizado na caracterização dos seguintes componentes:

- Componente 4 – Banzo da Coluna em Flexão;
- Componente 5 – Chapa de Extremidade em Flexão.

### 2.3.1. Modelo de uma peça em T

A transferência de forças de tracção numa ligação pode ser idealizada através do modelo de uma peça em T. Este modelo é constituído por dois elementos de secção transversal em T, aparafusados entre si, por pelo menos uma linha de parafusos. Quando solicitado, o banzo da peça em T fica sujeito à flexão e a sua alma à tracção. Na *Figura 2-10* apresenta-se um esquema da sua geometria.

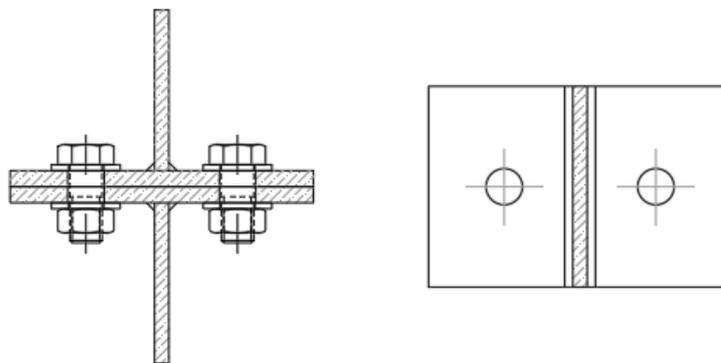


Figura 2-10 – Peça em T com uma linha de parafusos

A formulação que está na base deste modelo tem por objectivo caracterizar a resistência e a rigidez da peça em T tendo em conta as suas características geométricas e materiais. Em função destas características podem ocorrer forças internas entre os dois elementos que se denominam por forças de alavanca. As forças de alavanca desenvolvem-se entre as superfícies de contacto, devido à reacção dos parafusos, quando ocorre a flexão do banzo. A posição da sua resultante depende da rigidez relativa entre a rigidez dos banzos da peça em T e a rigidez dos parafusos.

A determinação da resistência de uma peça em T baseia-se no princípio das linhas de rotura desenvolvido por Zoetemeijer [3].

De acordo com este autor, a utilização da teoria das linhas de rotura implica o estudo do comportamento da peça em T em regime plástico, assumindo a formação de charneiras ao longo do banzo do elemento traccionado. A formação destas charneiras ocorre ao longo de linhas circulares ou não circulares que, por sua vez levam à formação de um mecanismo. O banzo da peça em T passa a ser constituído por vários elementos rígidos que podem sofrer rotações relativas entre si.

### 2.3.1.1. Avaliação da resistência

A resistência da peça em T é dependente da sua geometria e do seu material constituinte. Em função destes parâmetros podem ocorrer três modos de rotura distintos e que se descrevem no subcapítulo seguinte.

#### 2.3.1.1.1. Modos de Rotura

- Modo 1 – Plastificação do Banzo

Este modo de rotura é caracterizado pela plastificação do material constituinte ao longo de charneiras que se desenvolvem no banzo da peça em T.

Esta plastificação ocorre antes de ser atingida a resistência última dos parafusos à tracção. A formação de rótulas plásticas, localizadas junto à ligação entre o banzo e a alma da peça em T e no alinhamento dos parafusos, origina um mecanismo. Para além da força de tracção, os parafusos ficam igualmente sujeitos a um esforço de flexão induzido pelas forças de alavanca.

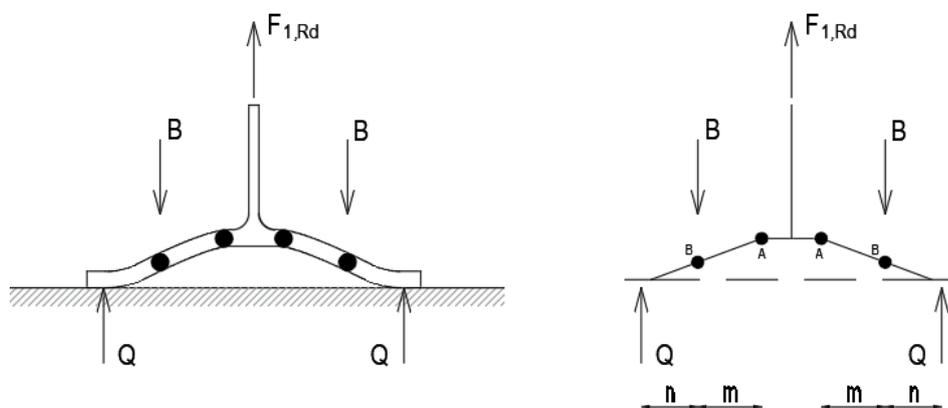


Figura 2-11 – Modo de rotura 1 – Método I

O funcionamento deste mecanismo pode ser descrito através das seguintes equações de equilíbrio:

$$\sum F_v = 0 \rightarrow 2Q - 2B + F_{1,Rd} = 0 \quad (4)$$

$$\sum M_A = M_{pl} \rightarrow B \cdot m - Q \cdot (n + m) = M_{pl} \quad (5)$$

$$\sum M_B = M_{pl} \rightarrow Q \cdot n = M_{pl} \quad (6)$$

O valor de  $M_{pl}$  corresponde ao Momento Plástico Resistente do Banzo é dado por:

$$M_{pl} = \frac{t_f^2 f_y L}{4} \quad (7)$$

A resolução do sistema de equações permite obter as seguintes relações:

$$B = M_{pl} \left[ \frac{m+2n}{nm} \right] \rightarrow \text{Força nos parafusos} \quad (8)$$

$$F_{1,Rd} = \frac{4M_{pl}}{m} \rightarrow \text{Resistência do modo 1 de rotura} \quad (9)$$

A formulação apresentada considera que a força dos parafusos é coincidente com o seu eixo.

Numa tentativa de refinar este procedimento, Jaspart [4] propôs um novo modelo em que considera que a força dos parafusos é distribuída através da sua área de contacto com o banzo da peça em T. Em [4], é demonstrando que a dimensão dos elementos associados aos parafusos (anilha e porca) tem naturalmente influência na resistência deste modo de rotura.

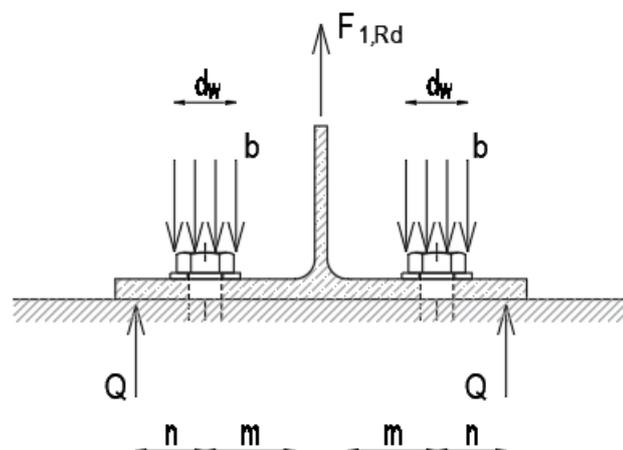


Figura 2-12 – Modo de rotura 1 – Método 2

De acordo com Jarpart [4], a resistência do modo 1 de rotura que contabiliza a influência da dimensão do parafuso é dada por:

$$F_{T,1,Rd} = \frac{(8n-2e_w)M_{pl}}{2mn-e_w(m+n)} \quad (10)$$

Em que:

$$e_w = \frac{d_w}{4} \quad (11)$$

As equações de equilíbrio que permitem obter a expressão anterior são as seguintes:

$$\sum F_v = 0 \rightarrow 2Q - 2bd_w + F_{1,Rd} = 0 \quad (12)$$

$$\sum M_A = M_{pl} \rightarrow b \cdot d_w \cdot m - Q \cdot (n + m) = M_{pl} \quad (13)$$

$$\sum M_B = M_{pl} \rightarrow Q \cdot n - \frac{bd_w^2}{8} = M_{pl} \quad (14)$$

A resolução do sistema de equações permite ainda obter as seguintes relações:

$$Q = \frac{(8m+d_w)M_{pl}}{8mn-d_w(m+n)} \rightarrow \text{Força de Alavanca} \quad (15)$$

$$B = bd_w = \frac{8(m+2n)M_{pl}}{8mn-d_w(m+n)} \rightarrow \text{Força nos Parafusos} \quad (16)$$

Tal como é referido em [4], esta abordagem é menos conservativa que a formulação presente na EN1993-1-8 [2], e permite assim obter uma estimativa mais precisa da carga de rotura.

- Modo 2 – Plastificação parcial do Banzo seguida da Rotura dos Parafusos

Este modo de rotura é um modo misto, uma vez que formação do mecanismo acontece após a plastificação parcial do banzo da peça em T seguida da rotura dos parafusos.

A formação de rótulas plásticas ocorre junto à ligação entre o banzo e a alma da peça em T. Após a plastificação parcial do banzo dá-se um aumento do valor das forças de alavanca que por sua vez levam a um aumento da tensão nos parafusos, levando-os à rotura antes da plastificação total da secção do banzo junto ao eixo dos parafusos.

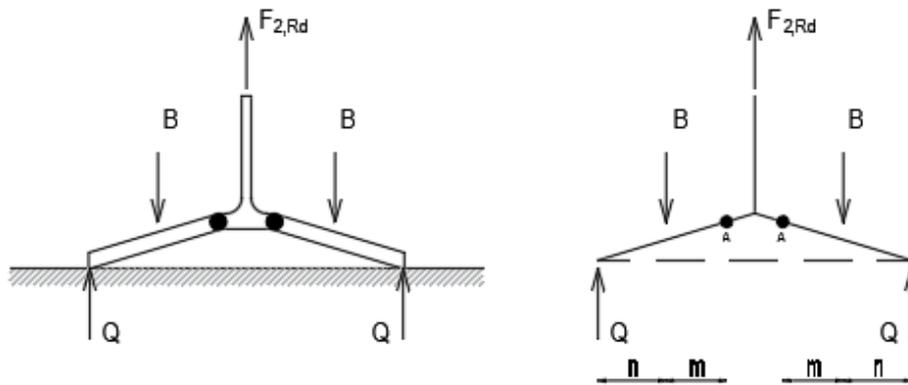


Figura 2-13 – Modo de rotura 2

Para este mecanismo é possível estabelecer as seguintes equações de equilíbrio:

$$\sum F_v = 0 \rightarrow 2Q - 2B + F_{2,Rd} = 0 \quad (17)$$

$$\sum M_A = M_{pl} \rightarrow B \cdot m - Q \cdot (n + m) = M_{pl} \quad (18)$$

O valor de  $M_{pl}$  corresponde ao Momento Plástico Resistente do Banzo e é dado por:

$$M_{pl} = \frac{t_f^2 f_y L}{4} \quad (19)$$

Uma vez que este mecanismo considera a rotura dos parafusos, a força neles instalada é limitada pelo seu valor resistente à tracção pelo que:

$$B = F_{t,Rd} \quad (20)$$

A resolução do sistema de equações permite obter a seguinte expressão:

$$F_{2,Rd} = \frac{2M_{pl} + 2nF_{t,Rd}}{m+n} \quad (21)$$

A expressão acima corresponde a uma situação em que existe apenas uma linha de parafusos com dois parafusos. No caso de existirem várias linhas de parafusos a expressão pode ser escrita da seguinte forma:

$$F_{T,2,Rd} = \frac{2M_{pl} + n \sum F_{t,Rd}}{m+n} \quad (22)$$

- Modo 3 – Rotura dos Parafusos

Neste modo de rotura, os parafusos à tracção atingem a rotura antes de qualquer plastificação do banzo da peça em T. É um modo de rotura caracterizado pela não ocorrência de forças de alavanca.

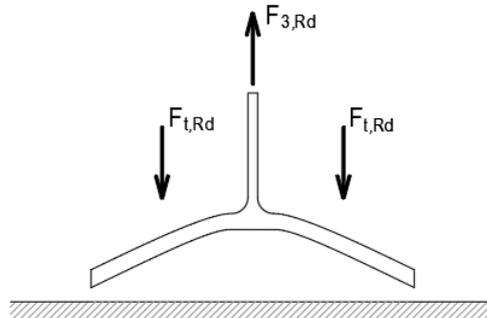


Figura 2-14 – Modo de rotura 3

O valor da resistência associada a este modo de rotura é apenas dependente das características dos parafusos e é dada por:

$$F_{3,Rd} = \sum F_{t,Rd} \quad (23)$$

A resistência da peça em T a forças de tracção corresponde ao menor valor dos 3 possíveis modos de rotura.

$$F_{T,Rd} = \text{mín}[F_{1,Rd}; F_{2,Rd}; F_{3,Rd}] \quad (24)$$

A cláusula 6.2.4.1 da EN1993-1-8 [2] sugere a utilização de um modelo de uma peça em T equivalente para obter a resistência dos vários componentes básicos traccionados de uma ligação.

Nesta formulação o comprimento da peça em T é substituído por um comprimento efectivo de modo a que o valor de cálculo da resistência do seu banzo seja equivalente ao do componente básico da junta que ele representa.

Uma vez que o valor do momento resistente dos banzos é dependente deste comprimento, a EN 1993-1-8 [2] apresenta as seguintes expressões para a determinação da resistência dos modos de rotura 1 e 2:

- Modo de Rotura 1

Para este modo de rotura são propostos dois métodos de cálculo consoante se considere ou não a largura de distribuição da força dos parafusos.

$$F_{T,1,Rd} = \frac{4M_{pl,1,Rd}}{m} \rightarrow \text{Método 1} \quad (25)$$

$$F_{T,1,Rd} = \frac{(8n-2e_w)M_{pl,1,Rd}}{2mn-e_w(m+n)} \rightarrow \text{Método 2} \quad (26)$$

$$M_{pl,1,Rd} = \frac{t_f^2 f_y}{4} \sum l_{eff,1} / \gamma_{M0} \quad (27)$$

- Modo de Rotura 2

$$F_{T,2,Rd} = \frac{2M_{pl,2,Rd} + n \sum F_{t,Rd}}{m+n} \quad (28)$$

$$M_{pl,2,Rd} = \frac{t_f^2 f_y}{4} \sum l_{eff,2} / \gamma_{M0} \quad (29)$$

### 2.3.1.1.2. Comprimento efectivo

O comprimento efectivo é determinado tendo em conta os diferentes padrões de linhas de rotura que podem ocorrer e que são função da configuração geométrica da peça em T.

A EN1993-1-8 [2] distingue dois tipos de padrões de linhas de rotura no banço da peça em T - padrões circulares e não circulares (ver *Figura 2-15*). Estes padrões diferem na sua forma e como tal tem comprimentos efectivos distintos. No entanto a sua principal diferença está relacionada com o desenvolvimento de forças de alavanca entre os banços das peças em T dos dois elementos ligados.

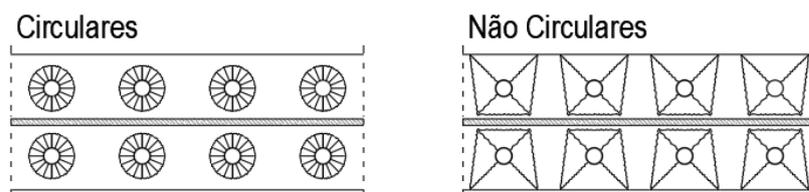


Figura 2-15 – Linhas de rotura isoladas

O padrão de linhas de rotura circulares desenvolve-se sem o aparecimento de forças de alavanca enquanto que o padrão de linhas de rotura não circulares apenas se desenvolve com a existência destas forças de alavanca. Daqui se conclui que o modo de rotura 1 envolve padrões circulares e não circulares enquanto que no modo de rotura 2 apenas surgem padrões circulares.

Adicionalmente à formação de charneiras em linhas isoladas de parafusos, existe também a possibilidade de se formarem charneiras entre linhas de parafusos adjacentes (ver *Figura 2-16*). Isto significa que a resistência da peça em T pode ser condicionada por uma linha de parafusos isolada ou por um grupo de linhas.

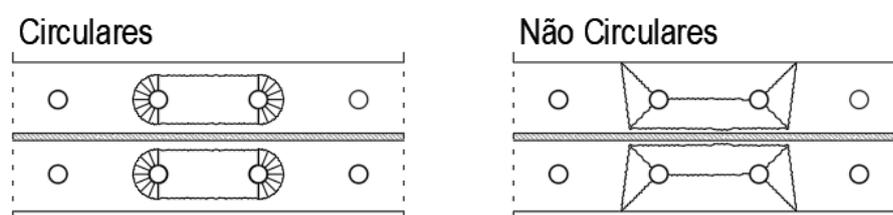


Figura 2-16 – Linhas de rotura em grupo

A determinação dos comprimentos efectivos é efectuada de acordo com os quadros 6.4, 6.5 e 6.6 da EN1993-1-8 [2], consoante se trate de um banzo não reforçado de uma coluna, de um banzo reforçado de uma coluna ou de uma chapa de extremidade.

### 2.3.1.1.3. Previsão do modo de rotura

Os três modos de rotura acima descritos, tal como anteriormente referido, são dependentes das características geométricas da peça em T e podem ser caracterizados através da relação entre a resistência à flexão do banzo da peça em T e da resistência à tracção dos parafusos.

$$\beta = \frac{4M_{f,Rd}}{m \sum F_{t,Rd}} \quad (30)$$

Introduzindo o parâmetro adimensional  $\lambda = n/m$  verifica-se o seguinte:

- $\beta \leq \frac{2\lambda}{1+2\lambda}$  – Modo 1 é o condicionante (31)

- $\frac{2\lambda}{1+2\lambda} \leq \beta \leq 2.0$  – Modo 2 é o condicionante (32)

- $\beta > 2.0$  – Modo 3 é o condicionante (33)

Na *Figura 2-17* apresenta-se a relação entre os 3 modos de rotura e a geometria da peça em T.

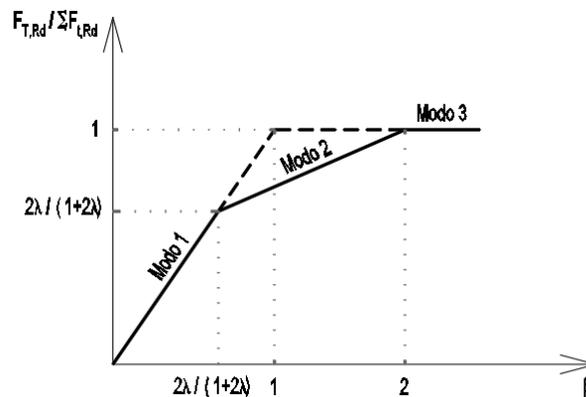


Figura 2-17 – Tipos de rotura de uma peça em T em função da sua geometria

### 2.3.1.2. Avaliação da rigidez inicial

A avaliação da rigidez inicial é baseada na resposta elástica da ligação e é dependente da deformação por flexão do banzo da peça em T e da deformação por tracção dos parafusos.

Tal como a resistência, a rigidez da ligação está directamente ligada à rigidez de cada componente elementar da ligação. Assim sendo, os componentes básicos que contribuem para a rigidez de duas peças em T, ligadas entre si, são os seguintes:

- Componente 4 – Banzo da Coluna em Flexão;
- Componente 5 – Chapa de Extremidade em Flexão;
- Componente 10 – Parafusos à Tracção.

De acordo com o método das componentes, a rigidez axial de uma peça em T depende da configuração da ligação, nomeadamente de quais os componentes ligados. Assim sendo, identificam-se os seguintes casos particulares:

- Ligação de duas vigas com duas chapas de extremidade;
- Ligação de uma viga com uma chapa de extremidade ao banzo de uma coluna.

A rigidez axial é, para cada um dos casos, a seguinte:

- Ligação de duas vigas com duas chapas de extremidade de espessuras  $t_{p1}$  e  $t_{p2}$ :

$$K_a = \frac{1}{\frac{1}{k_{5,t_{p1}}} + \frac{1}{k_{10}} + \frac{1}{k_{5,t_{p2}}}} \quad (34)$$

- Ligação de uma viga com uma chapa de extremidade de espessura  $t_{p1}$  ao banzo de uma coluna:

$$K_a = \frac{1}{\frac{1}{k_{5,t_{p1}}} + \frac{1}{k_{10}} + \frac{1}{k_4}} \quad (35)$$

No que diz respeito aos parafusos traccionados, a norma EN1993-1-8 [2] propõe a seguinte expressão para caracterizar o coeficiente de rigidez deste componente:

$$k_{10} = \frac{1.6A_s}{L_b} \quad (36)$$

Relativamente aos coeficientes de rigidez associados a elementos tipo placa, nomeadamente o banzo da coluna e a chapa de extremidade, a EN1993-1-8 [2] sugere as seguintes expressões:

- Banzo de uma coluna em flexão

$$k_4 = \frac{0.9l_{eff}t_{fc}^3}{m^3} \quad (37)$$

- Chapa de extremidade em flexão

$$k_5 = \frac{0.9l_{eff}t_p^3}{m^3} \quad (38)$$

De acordo com Coelho [5], a determinação da rigidez elástica de uma peça em T pode ser realizada através de um modelo de uma viga simplesmente apoiada com apoios coincidentes com a posição da resultante das forças de alavanca (*Figura 2-18*). Neste modelo supõe-se a aplicação de uma força vertical coincidente com o eixo da alma da peça em T e de duas forças coincidentes com o eixo dos parafusos.

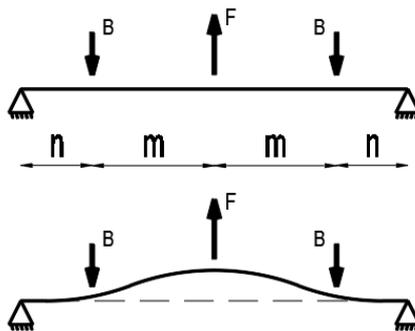


Figura 2-18 – Modelo de avaliação da rigidez elástica

A deformação máxima ocorre na secção central e o seu valor é obtido através da seguinte expressão:

$$\Delta_e = -\frac{1}{EI_b} \left[ \frac{n}{2} \left[ (m+n)^2 - \frac{n^2}{3} \right] B - \left[ \frac{n}{2} \left[ m^2 - (m+n)^2 - \frac{n^2}{3} \right] - \frac{m^3}{3} \right] \frac{F}{2} \right] \quad (39)$$

Em que:

$$I_b = \frac{l'_{eff} t_f^3}{12} \quad (40)$$

$l'_{eff}$  corresponde à largura efectiva do banzo para o cálculo da rigidez.

A expressão de  $\Delta_e$  pode ser simplificada pela introdução dos seguintes parâmetros:

$$\alpha_b = \frac{n}{2(m+n)} \quad (41)$$

$$Z_b = \frac{[2(m+n)]^3}{l'_{eff} t_f^3} \quad (42)$$

Resultando em:

$$\Delta_e = \frac{Z_b}{E} \left[ \frac{F}{4} - 2B \left( \frac{3}{4} \alpha_b - \alpha_b^3 \right) \right] \quad (43)$$

A deformabilidade elástica de um parafuso é:

$$\Delta_{e,b} = \frac{BL_b}{EA_s} \quad (44)$$

Da condição de compatibilidade de deformação entre o parafuso e o banzo, na secção do eixo do parafuso, resulta o seguinte:

$$\frac{\Delta_e}{2} = \Delta_{e,b} \quad (45)$$

$$\frac{Z_b}{E} \left[ \frac{F}{2} \left( \frac{3}{2} \alpha_b - 2\alpha_b^3 \right) - B(6\alpha_b^2 - 8\alpha_b^3) \right] = \frac{BL_b}{2EA_s} \quad (46)$$

$$B = \frac{\left( \frac{3}{2} \alpha_b - 2\alpha_b^3 \right) Z_b F}{2(6\alpha_b^2 - 8\alpha_b^3) Z_b + \frac{L_b}{2A_s}} \rightarrow B = \frac{q}{2} F \quad (47)$$

Em que:

$$q = \frac{2 \left( \frac{3}{2} \alpha_b - 2\alpha_b^3 \right) Z_b}{2(6\alpha_b^2 - 8\alpha_b^3) Z_b + \frac{L_b}{2A_s}} \quad (48)$$

Face ao exposto, a deformação elástica do banzo de uma peça em T é dada pela seguinte expressão:

$$\Delta_{e,0,t} = \frac{Z_b}{E} \left[ \frac{1}{4} - \frac{q}{2} \left( \frac{3}{2} \alpha_b - 2\alpha_b^3 \right) \right] F \quad (49)$$

Quando duas peças em T estão ligadas entre si, a rigidez da peça em T não pode ser avaliada de forma independente pelo que a deformação total do sistema é dada por:

$$\Delta_{e,0} = \Delta_{e,t,1} + \Delta_{e,t,2} = \frac{Z_b}{E} \left[ \frac{1}{2} - q \left( \frac{3}{2} \alpha_b - 2\alpha_b^3 \right) \right] F \quad (50)$$

Assim sendo, a rigidez inicial da peça em T é dada por:

$$k_{e,0} = \frac{F}{\Delta_{e,0}} = \frac{E}{Z_b \left[ \frac{1}{2} - q \left( \frac{3}{2} \alpha_b - 2\alpha_b^3 \right) \right]} \quad (51)$$

As expressões anteriores apresentam um grau de complexidade elevado e não são práticas para uma utilização corrente no dimensionamento de ligações.

Jaspart [4], propôs uma abordagem mais simples, baseada nas seguintes simplificações:

- A posição da resultante das forças de alavanca está a uma distância de  $1.25m$  do eixo dos parafusos (ver *Figura 2-19*);
- A deformabilidade dos parafusos não está associada à deformação da peça em T e pode ser avaliada de forma independente.

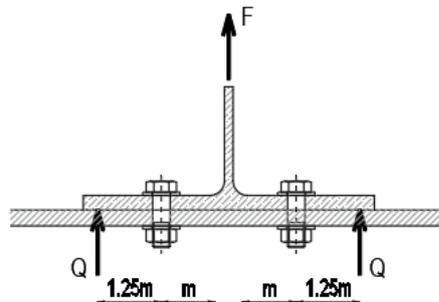


Figura 2-19 – Posição das forças de alavanca

A imposição relativa ao posicionamento da resultante das forças de alavanca implica que a força nos parafusos sofra um aumento de  $0.5F$  para  $0.63F$ , nos casos extremos de serem apenas os parafusos ou o banzo a limitar a resistência da peça em T, conforme ilustrado na *Figura 2-20*.

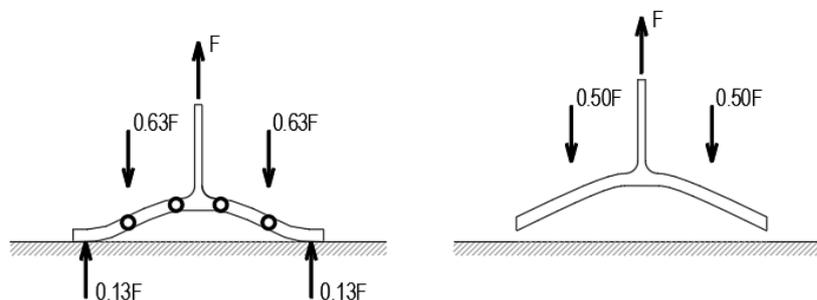


Figura 2-20 – Esquema de forças

Assim sendo, quando presentes, as forças de alavanca originam um aumento de força nos parafusos de:

$$\frac{0.63F}{0.5F} \approx 1.26$$

Com base na relação anterior, a rigidez elástica de uma linha de parafusos em tracção é dada por:

$$k_{e,b} = \frac{F}{\Delta_{e,b}} = \frac{F}{\frac{BL_b}{EA_S}} = \frac{F}{\frac{0.63FL_b}{EA_S}} \approx 1.60 \frac{EA_S}{L_b} \quad (52)$$

No caso de o colapso ser caracterizado por um modo de rotura do tipo 1, em que não se desenvolvem forças de alavanca ou do tipo 3, não é necessário efectuar esta redução de rigidez. Nestas situações, dada a ausência de forças de alavanca, não ocorre o referido aumento de força nos parafusos. Nestes casos, o factor 1.6 poderia ser substituído por um factor de 2.0.

$$k_{e,b} = \frac{F}{\Delta_{e,b}} = \frac{F}{\frac{BL_b}{EA_s}} = \frac{F}{\frac{0.50FL_b}{EA_s}} = 2.0 \frac{EA_s}{L_b} \quad (53)$$

Tendo ainda em conta o posicionamento da resultante das forças de alavanca ( $n=1.25m$ ) obtém-se, através das *Equações (41) e (42)*, o seguinte:

$$\alpha_b = \frac{n}{2(m+n)} = \frac{1.25m}{2(m+1.25m)} = 0.278$$

$$Z_b = \frac{[2(m+n)]^3}{l'_{eff}t_f^3} = \frac{[2(m+1.25m)]^3}{l'_{eff}t_f^3} = \frac{[2(m+1.25m)]^3}{l'_{eff}t_f^3} = 91.125 \frac{m^3}{l'_{eff}t_f^3}$$

Uma vez que, nesta abordagem, se considera que a deformabilidade dos parafusos é independente da deformabilidade do banzo da peça em T obtém-se, a partir da *Equação (48)* o seguinte:

$$q = \frac{2\left(\frac{3}{2}\alpha_b - 2\alpha_b^3\right)Z_b}{2(6\alpha_b^2 - 8\alpha_b^3)Z_b + \frac{L_b}{2A_s}} = \frac{2\left(\frac{3}{2} \times 0.278 - 2 \times 0.278^3\right)Z_b}{2(6 \times 0.278^2 - 8 \times 0.278^3)Z_b + 0} = 1.28$$

Pelo que, a rigidez inicial do banzo de uma peça em T é então dada por:

$$k_{e,0,t} = \frac{F}{\Delta_{e,0,t}} = \frac{E}{Z_b \left[ \frac{1}{4} - \frac{q}{2} \left( \frac{3}{2} \alpha_b - 2\alpha_b^3 \right) \right]}$$

$$= \frac{E}{91.125 \frac{m^3}{l'_{eff}t_f^3} \left[ \frac{1}{4} - \frac{1.28}{2} \left( \frac{3}{2} \times 0.278 - 2 \times 0.278^3 \right) \right]}$$

$$k_{e,0,t} \cong El'_{eff} \left( \frac{t_f}{m} \right)^3 \quad (54)$$

Salienta-se o facto de o comprimento efectivo ( $l'_{eff}$ ) utilizado na determinação dos coeficientes de rigidez ser baseado no comprimento dos mecanismos plásticos associados à formação de

linhas de rotura. No entanto, a equivalência da resposta da peça em T e do componente que esta representa, deverá, no caso da rigidez, ser efectuado no domínio elástico. Isto requiere a necessidade de se considerar um comprimento efectivo em conformidade com este pressuposto.

A força máxima de tracção, que se atinge imediatamente antes da formação da primeira rótula plástica no banzo é definida tendo em conta que o momento máximo que leva à sua formação é dado por:

$$M_{m\acute{a}x} = -0.13F(1.25m + m) + 0.63Fm \rightarrow M_{m\acute{a}x} \approx 0.34Fm \quad (55)$$

A força máxima é dada por:

$$F_{m\acute{a}x} = \frac{M_{m\acute{a}x}}{0.34m} \quad (56)$$

Uma vez que:

$$M_{m\acute{a}x} = \frac{l'_{eff}t^2f_y}{4} \quad (57)$$

Obtém-se:

$$F_{m\acute{a}x} = \frac{\frac{l'_{eff}t^2f_y}{4}}{0.34m} = \frac{l'_{eff}t^2f_y}{1.36m} \quad (58)$$

De acordo com a EN1993-1-8 [2], a rigidez inicial corresponde à relação momento-rotação na zona elástica.

A relação entre a resistência elástica e plástica é de uma secção rectangular de dimensões  $b$  e  $h$  é definida por:

$$M_{el} = W_{el}f_y \quad (59)$$

$$M_{pl} = W_{pl}f_y \quad (60)$$

$$\frac{M_{el}}{M_{pl}} = \frac{W_{el}}{W_{pl}} = \frac{bh^2/6}{bh^2/4} = \frac{2}{3}$$

$$F_{Ed} = \frac{2}{3}F_{Rd} \quad (61)$$

Deste modo, obtém-se a seguinte expressão:

$$F_{Rd} = 1.5 \frac{l'_{eff} t^2 f_y}{1.36m} = \left( \frac{1.5}{1.36} \right) \frac{l'_{eff} t^2 f_y}{m} \quad (62)$$

Sendo que:

$$F_{Rd} = \frac{4M_{pl.1.Rd}}{m} = \frac{l_{eff,1} t^2 f_y}{m} \quad (63)$$

E igualando as *Equações (62) e (63)* obtém-se:

$$\left( \frac{1.5}{1.36} \right) \frac{l'_{eff} t^2 f_y}{m} = \frac{l_{eff,1} t^2 f_y}{m} \rightarrow l'_{eff} = \left( \frac{1.36}{1.5} \right) l_{eff,1} \rightarrow l'_{eff} \approx 0.90 l_{eff,1}$$

Na EN 1993-1-8 [2], a expressão do coeficiente de rigidez associado à deformabilidade de um elemento tipo placa, é baseada no comprimento efectivo utilizado na determinação da resistência plástica. Contudo, e de modo a atender à referida equivalência entre comportamento plástico e elástico, esta expressão inclui um coeficiente de redução cujo valor é 0.90.

De acordo com a clausula 6.3.2 da EN1993-1-8 [2], o comprimento  $L_b$  corresponde ao comprimento do parafuso sujeito a alongamento e é igual a (ver *Figura 2-21*):

$$L_b = t_{p1} + t_{p2} + 2t_{bp} + \frac{h_c}{2} + \frac{h_r}{2} \quad (64)$$

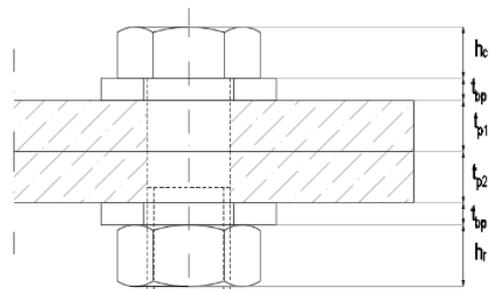


Figura 2-21 – Dimensões

Agerskov [6] define este comprimento de uma forma diferente distinguindo entre o caso de parafusos pré-esforçados e não pré-esforçados (ver *Figura 2-22*).

$$L_b = \begin{cases} k_1 + 2k_4 \rightarrow \text{Parafusos não pré - esforçados} \\ \frac{k_2 k_3}{k_2 + k_3} \rightarrow \text{Parafusos pré - esforçados} \end{cases} \quad (65)$$

Em que:

$$k_1 = L_s + 1.43L_t + 0.71h_r \quad (66)$$

$$k_2 = L_s + 1.43L_t + 0.91h_r + 0.8t_{bp} \quad (67)$$

$$k_3 = \frac{t_{p1} + t_{p2}}{5} \quad (68)$$

$$k_4 = 0.1h_r + 0.4t_{bp} \quad (69)$$

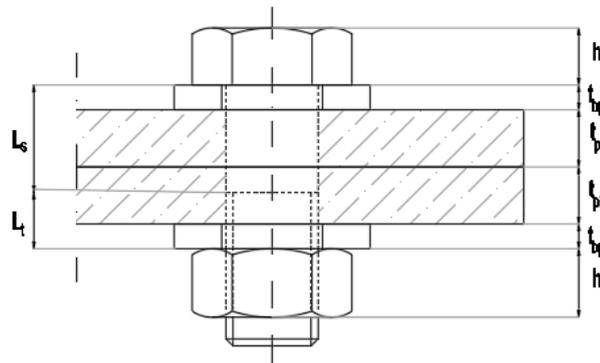


Figura 2-22 – Dimensões

### 2.3.1.3. Efeito do pré-esforço dos parafusos

O efeito da força de pré-esforço dos parafusos não é tido em conta na EN1993-1-8 [2]. Todavia, diversos autores já demonstraram que existe uma influência significativa ao nível da rigidez inicial quando se considera este efeito.

No que diz respeito à influência sobre a resistência esta é apenas significativa enquanto não existe separação entre as chapas ligadas. Após esta separação, que implica a perda do pré-esforço do parafuso, a resistência é idêntica à resistência à tracção do parafuso.

O aumento da rigidez está relacionado com os seguintes fenómenos:

- o pré-esforço do parafuso leva a um aumento da rigidez axial do conjunto parafuso/chapa devido à pré-compressão introduzida entre as chapas de ligação;
- a relação entre a rigidez de flexão das chapas ligadas e a rigidez axial do parafuso tem influência no comportamento da peça em T na medida em que existe uma restrição adicional devido ao pré-esforço dos parafusos.

Nos subcapítulos seguintes apresentam-se os fundamentos que permitem demonstrar o efeito da consideração do pré-esforço do parafuso na resistência e na rigidez inicial da ligação.

### 2.3.1.3.1. Efeito na resistência

A força dos parafusos numa peça em T sujeita a uma força externa crescente tem uma evolução teórica que segue a forma do gráfico apresentado na *Figura 2-23*.

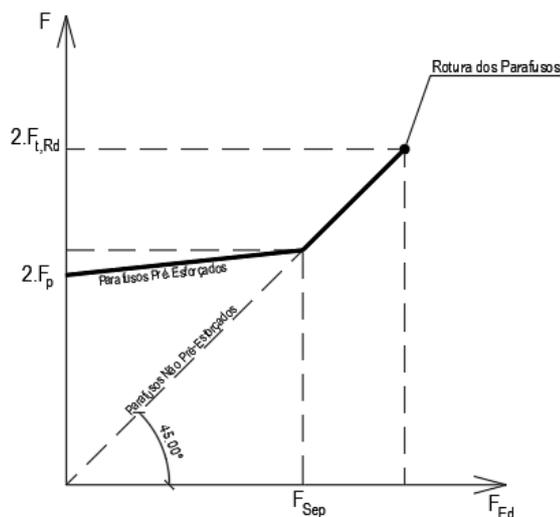


Figura 2-23 – Evolução da força nos parafusos

Quando os parafusos não têm pré-esforço, a força neles presente aumenta numa proporção directa do aumento da força de tracção exterior. No caso de parafusos pré-esforçados, inicialmente, a força nos parafusos é idêntica à força de pré-esforço aplicada ( $2F_p$ ) e, à medida que a força exterior aumenta, o aumento da força nos parafusos é mais reduzido quando comparado com o aumento da força exterior. Finalmente, quando se dá a separação das chapas ( $F_{sep}$ ) o aumento da força nos parafusos é directamente proporcional ao aumento da força exterior.

O facto de existir uma compressão inicial nas chapas induzida pelo pré-esforço dos parafusos, justifica o reduzido aumento da força nos parafusos enquanto não ocorre a separação.

Durante a solicitação exterior, e enquanto a força exterior é inferior à força de separação das chapas, a força nos parafusos é superior aquela que seria caso não se considerasse o efeito do pré-esforço. Isto significa que o trabalho realizado por esta força na deformação virtual do mecanismo plástico, é também superior. Assim sendo, pode-se afirmar que a carga de ruptura do mecanismo plástico é dependente da força de pré-esforço instalada nos parafusos.

De acordo com Jaspart [4], o mecanismo de rotura susceptível de ser dependente da força de pré-esforço é apenas o mecanismo associado ao modo de rotura 1. Salienta-se que a formulação apresentada por este autor considera a dimensão da largura de distribuição da força do parafuso. Na *Figura 2-24* apresenta-se o modelo de cálculo correspondente a este mecanismo.

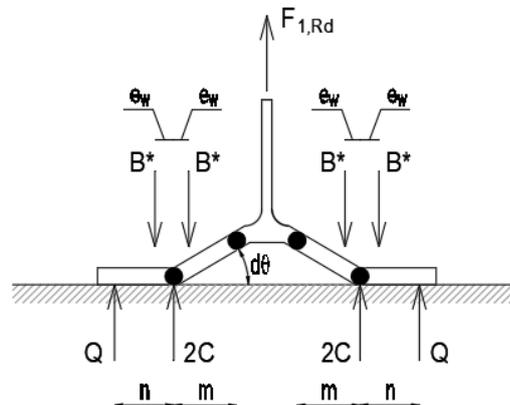


Figura 2-24 – Modelo de cálculo

A força nos parafusos é substituída por duas forças pontuais  $B^*$  posicionadas a uma distância  $e_w$  do eixo dos parafusos. A distância  $e_w$  é definida por:

$$e_w = \frac{D_w}{4} \quad (70)$$

A determinação da força máxima tem em conta as seguintes relações:

- Equação de Trabalhos Virtuais

O princípio dos trabalhos virtuais preconiza a existência de equilíbrio entre o trabalho realizado pelas forças interiores e exteriores.

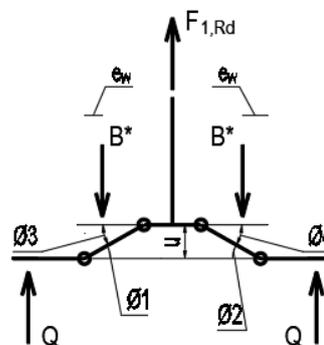


Figura 2-25 – Modelo de cálculo simplificado

$$M_{pl} = \frac{t_f^2 f_y L}{4} = m_p \cdot L - \text{Momento Plástico do Banzo} \quad (71)$$

O trabalho realizado pelas forças externas e internas é:

$$W_{Ext} = F_{1,Rd} \cdot u - 2B^* \cdot u' \quad (72)$$

$$W_{Int} = \sum_{i=1}^4 m_p \cdot L_i \cdot \phi_i \quad (73)$$

$$\phi_i = \phi, \quad L_i = L, \quad u = \phi \cdot m, \quad u' = \phi \cdot e_w$$

$$W_{Ext} = W_{Int} \quad (74)$$

$$F_{1,Rd} \cdot u - 2B^* \cdot u' = m_p L_1 \phi_1 + m_p L_2 \phi_2 + m_p L_3 \phi_3 + m_p L_4 \phi_4$$

$$F_{1,Rd} \cdot \phi \cdot m - 2B^* \cdot \phi \cdot e_w = 4m_p \cdot L \cdot \phi$$

$$F_{1,Rd} \cdot m - 2B^* \cdot e_w = 4M_{pl,1,Rd} \quad (75)$$

- Equilíbrio de Forças Verticais

$$F_{1,Rd} + 2Q - 4B^* + 4C = 0 \quad (76)$$

- Equilíbrio de Momento Flector na secção dos parafusos

$$Q \cdot n - B^* \cdot e_w = M_{pl,1,Rd} \quad (77)$$

Uma vez que existem apenas três equações para quatro incógnitas, é necessário definir uma equação adicional. Esta equação adicional relaciona, de forma linear, a evolução da força de compressão dos banzos com a força exterior aplicada.

A força de compressão entre os banzos da peça em T pode ser expressa em função da força exterior aplicada.

Quando ocorre o colapso, a força exterior ( $N_b^*$ ) é igual a:

$$N_b^* = \frac{F_{1,Rd}}{2} + Q \quad (78)$$

No início do carregamento a força exterior é nula e a força de compressão entre os banzos ( $2C$ ) é máxima e igual à força de pré-esforço aplicada no parafuso. Da *Equação (78)* resulta:

$$N_b^* = 0 \rightarrow \frac{F_{1,Rd}}{2} + Q = 0$$

$$2C = 2F_p \quad (79)$$

Por outro lado, no momento de separação dos banzos, a força de compressão entre os banzos é nula:

$$2C = 0 \quad (80)$$

Neste momento, a força de separação é dada pela *Equação (78)*:

$$N_b^* = F_{sep} \rightarrow \frac{F_{1,Rd}}{2} + Q = F_{sep}$$

A força de separação é dada por:

$$F_{sep} = 2F_p K \quad (81)$$

Em que:

$$K = \frac{\xi+1}{\xi} \quad (82)$$

$$\xi = \frac{A_c}{A_b} \quad (83)$$

O factor  $\xi$  representa o rácio entre a área efectiva da zona comprimida da chapa e a área da zona não roscada do parafuso. Este factor pode assumir valores entre 3 e 8, sendo que Jaspart [4] propõe a utilização de  $\xi=5.0$ .

Entre os dois extremos acima referidos, a força de compressão entre os banzos varia linearmente em função da força exterior aplicada conforme ilustrado no gráfico da *Figura 2-26*.

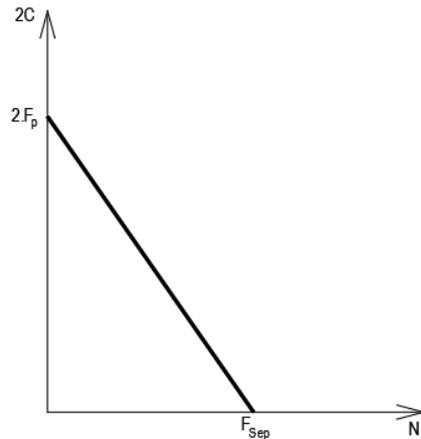


Figura 2-26 – Variação da força entre banzos comprimidos

Tendo em conta as duas condições acima apresentadas, que correspondem ao início da aplicação de carga e ao momento de separação entre os banzos, é possível demonstrar que a variação entre a força de compressão dos banzos e a força exterior é dada pela seguinte equação:

$$2C = -\frac{1}{K}N_b^* + 2F_p \rightarrow 2C = -\frac{1}{K}\left[\frac{F_{1,Rd}}{2} + Q\right] + 2F_p \quad (84)$$

A resolução do sistema de equações composto pelas *Equações (75), (76), (77) e (84)*, permite obter a seguinte expressão para a determinação da força resistente associada a este mecanismo de rotura:

$$F_{1,Rd} = \frac{(8Kn - 2(K-1)e_w)M_{pl,1,Rd} + 4nKe_w S}{2Kmn - e_w(K-1)(m+n)} \quad (85)$$

Esta expressão só é aplicável enquanto não existe separação entre as chapas. Assim sendo, a utilização da expressão acima, só é válida quando a força nos parafusos é inferior à força de separação das chapas.

$$\frac{F_{1,Rd}n + 2M_{pl,Rd}}{2n - e_w} \leq F_{sep} \quad (86)$$

No que diz respeito a ligações de continuidade com chapa de extremidade saliente, em [4] são apresentadas as seguintes expressões aplicáveis a este tipo de ligações:

- Parte Saliente

$$F_{T,1,Rd} = \frac{(4Kn_x - (K-1)e_w)M_{pl,1,Rd} + 2.n_x.e_w.K.S}{2Km_x n_x - e_w(K-1)(m_x + n_x)} \quad (87)$$

$$\frac{2[(K-1)(n_x F_{T,1,Rd} + M_{pl,1,Rd})] + 2n_x K S}{2Kn_x + e_w(K-1)} \leq F'_{sep} \quad (88)$$

- Parte Interior

$$F_{T,1,Rd} = \frac{(8Kn - 2(K-1)e_w)M_{pl,1,Rd} + 2.n.e_w.K.S}{2Kmn - e_w(K-1)(m+n)} \quad (89)$$

$$\frac{[(K-1)(n F_{T,1,Rd} + 2M_{pl,1,Rd})] + 2n K S}{2Kn + e_w(K-1)} \leq F'_{sep} \quad (90)$$

### 2.3.1.3.2. Efeito na rigidez inicial

A consideração das forças de pré-esforço dos parafusos tem influência no alongamento que estes sofrem ao longo da sua solicitação. Com a aplicação da força exterior na ligação, os parafusos começam a alongar, mas esse alongamento é mínimo, pois o acréscimo de esforço nos parafusos é proporcional à relação entre a rigidez axial deles e a rigidez axial da área de chapa envolvente que se descomprime em simultâneo. Tal relação é igual à relação das duas áreas, a da secção do parafuso e a da superfície. Após a separação das chapas é que ocorre o alongamento significativo dos parafusos. No caso de parafusos não pré-esforçados, o alongamento apenas depende da rigidez axial do parafuso.

No caso da consideração da força de pré-esforço nos parafusos, a força de tracção presente nos parafusos aumenta numa proporção reduzida do aumento da força exterior. Isto deve-se ao facto de inicialmente esta força exterior contribuir apenas para a descompressão das chapas de ligação (*Figura 2-23*).

Deste modo, verifica-se que o alongamento dos parafusos deverá ser mais reduzido, pelo que o coeficiente de rigidez que os representa deverá ser superior à situação em que os parafusos não são pré-esforçados.

De acordo com Jaspart [4], no caso de se considerar a força de pré-esforço dos parafusos, a força neles instalada é proporcional ao coeficiente  $1/(\xi+1)$ , pelo que, a deformabilidade elástica de um parafuso é então dada pela seguinte expressão:

$$\Delta_{e,b} = \frac{BL_b}{(\xi+1)EA_s} \quad (91)$$

Assim sendo, e tendo em conta a presença das forças de alavanca, a expressão proposta por Jaspert [4] para o coeficiente de rigidez que tem em conta a menor deformabilidade deste componente é dada por:

$$k_{e,b} = \frac{F}{\Delta_{e,b}} = \frac{F}{\frac{BL_b}{(\xi+1)EA_s}} = \frac{F}{\frac{0.63FL_b}{(\xi+1)EA_s}} \approx 1.60(\xi + 1) \frac{EA_s}{L_b} \quad (92)$$

Utilizando o valor proposto em [4] para o factor  $\xi$  ( $\xi=5$ ), a expressão anterior pode ser escrita da seguinte forma:

$$k_{e,b} = 9.6 \frac{A_s}{L_b} \quad (93)$$

Do acima exposto conclui-se que a rigidez deste componente é influenciada pela relação entre a rigidez da área efectiva da chapa de ligação e a rigidez axial do parafuso.

Faella [7] propõe um coeficiente de rigidez que tem em conta a deformabilidade axial do parafuso em conjunto com a descompressão inicial das chapas de ligação. A sua proposta considera que a acção da força de pré-esforço é transmitida à chapa de ligação através da cabeça dos parafusos considerando uma degradação de força a 45° conforme ilustrado na *Figura 2-27*.

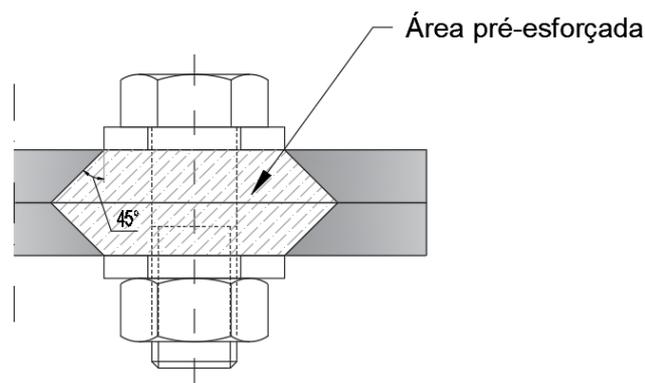


Figura 2-27 – Distribuição da força de contacto devido ao pré-esforço dos parafusos

Este coeficiente de rigidez é assim composto por duas parcelas, correspondendo uma à rigidez axial do parafuso e outra à descompressão das chapas ligadas.

$$k_{e,b} = k_b + k_p \quad (94)$$

Tendo em conta uma série de relações geométricas entre as dimensões comerciais dos parafusos, a relação entre a rigidez das chapas e dos parafusos pode ser aproximada pela seguinte expressão:

$$\frac{k_p}{k_b} = 4.1 + 3.25 \frac{t_p}{d} \quad (95)$$

$$k_b = \frac{1.6A_s}{L_b} \quad (96)$$

Substituindo na *Equação* (94)  $k_b$  e  $k_p$  pelas *Equações* (95) e (96), obtém-se a rigidez associada à componente parafusos em tracção:

$$k_{e,b} = \left( 5.1 + 3.25 \frac{t_p}{d} \right) \times \frac{1.6A_s}{L_b} \quad (97)$$

### 2.3.2. Restantes componentes

Apresenta-se em seguida, de uma forma resumida, as expressões propostas pela EN1993-1-8 [2] para a determinação da resistência e da rigidez inicial de cada componente básico das juntas de ligação do tipo viga/viga e viga/coluna.

#### 2.3.1.4. Componente [1] – Painel da Alma da Coluna solicitado ao Corte

- Resistência – cl.6.2.6.1

$$V_{wp,Rd} = \frac{0.9f_{y,wc}}{\sqrt{3}Y_{M0}} \quad (98)$$

- Rigidez Inicial – cl.6.3.2

$$k_1 = \frac{0.38A_s}{\beta_z} - \text{Painel não reforçado} \quad (99)$$

$$k_1 = \infty - \text{Painel reforçado} \quad (100)$$

#### 2.3.1.5. Componente [2] – Alma da Coluna em Compressão Transversal

- Resistência – cl.6.2.6.2

$$F_{c,wc,Rd} = \frac{\omega k_{wc} b_{eff,c,wc} t_{wc} f_{y,wc}}{\gamma_{M0}} \leq \frac{\omega k_{wc} \rho b_{eff,c,wc} t_{wc} f_{y,wc}}{\gamma_{M1}} \quad (101)$$

- Rigidez Inicial – cl.6.3.2

$$k_2 = \frac{0.7 b_{eff,c,wc} t_{wc}}{d_c} - \text{Painel não reforçado} \quad (102)$$

$$k_2 = \infty - \text{Painel reforçado} \quad (103)$$

### 2.3.1.6. Componente [3] – Alma da Coluna em Tracção Transversal

- Resistência – cl.6.2.6.3

$$F_{c,wc,Rd} = \frac{\omega b_{eff,t,wc} t_{wc} f_{y,wc}}{\gamma_{M0}} \quad (104)$$

- Rigidez Inicial – cl.6.3.2

$$k_3 = \frac{0.7 b_{eff,t,wc} t_{wc}}{d_c} - \text{Painel não reforçado} \quad (105)$$

$$k_3 = \infty - \text{Painel reforçado} \quad (106)$$

### 2.3.1.7. Componente [6] – Cantoneira do Banzo em Flexão

- Resistência – cl.6.2.6.6

A resistência deste componente deverá ser considerada idêntica ao de um banzo de uma peça em T equivalente conforme a cláusula 6.2.4. A determinação do comprimento efectivo deverá ser efectuada de acordo com a cláusula 6.2.6.6 (2) e (3).

- Rigidez Inicial – cl.6.3.2

$$k_6 = \frac{0.9 l_{eff} t_a^3}{m^3} \quad (107)$$

### 2.3.1.8. Componente [7] – Banzo e Alma da Viga ou de Coluna em Compressão

- Resistência – cl 6.2.6.7

$$F_{c,fb,Rd} = \frac{M_{c,Rd}}{h-t_{fb}} \quad (108)$$

A formulação proposta nesta cláusula admite que a resultante dos valores de cálculo das resistências à compressão do banzo de uma viga e da zona comprimida adjacente da alma actua ao nível do centro de gravidade do banzo comprimido da viga.

- Rigidez Inicial – cl.6.3.2

$$k_7 = \infty \quad (109)$$

### 2.3.1.9. Componente [8] – Alma da Viga em Tracção

- Resistência – cl 6.2.6.8

$$F_{t,wb,Rd} = \frac{b_{eff,t,wb} t_{wb} f_{y,wb}}{\gamma_{M0}} \quad (110)$$

Em que a largura efectiva  $b_{eff,t,wb}$  corresponde ao comprimento efectivo da peça em T equivalente que representa a chapa de extremidade sujeita à flexão. Este valor é obtido de acordo com o estipulado na cláusula 6.2.6.5, e corresponde ao menor valor dos comprimentos efectivos relativos aos modos de rotura 1 e 2.

- Rigidez Inicial – cl.6.3.2

$$k_8 = \infty \quad (111)$$

### 2.3.1.10. Componente [9] – Chapa à Tracção ou Compressão

- Resistência

A resistência deste componente deverá ser obtida através da EN1993-1-1.

- Rigidez Inicial – cl.6.3.2

---

$$k_9 = \infty \quad (112)$$

### 2.3.1.11. Componente [10] – Parafusos à Tracção

- Resistência – cl.3.6.1

$$F_{t,Rd} = \frac{k_2 f_{ub} A_s}{\gamma_{M2}} \quad (113)$$

- Rigidez Inicial – cl.6.3.2

$$k_{10} = \frac{1.6 A_s}{L_b} \quad (114)$$

### 2.3.1.12. Componente [11] – Parafusos ao Corte

- Resistência – cl.3.6.1

$$F_{v,Rd} = \frac{\alpha_v f_{ub} A}{\gamma_{M2}} \quad (115)$$

- Rigidez – cl.6.3.2

$$k_{11} = \frac{16 n_b d^2 f_{ub}}{E d_{M16}} - \text{Parafuso não pré-esforçado} \quad (116)$$

$$k_{11} = \infty - \text{Parafuso pré-esforçado} \quad (117)$$

### 2.3.1.13. Componente [12] – Parafusos em Esmagamento

- Resistência – cl.3.6.1

$$F_{b,Rd} = \frac{k_1 \alpha_b f_u d t}{\gamma_{M2}} \quad (118)$$

- Rigidez – cl.6.3.2

$$k_{12} = \frac{24 n_b k_b k_t d f_u}{E} - \text{Parafuso não pré-esforçado} \quad (119)$$

$$k_{12} = \infty - \text{Parafuso pré-esforçado}$$

### 2.3.3. Associação de componentes

De acordo com o método das componentes, a deformabilidade da ligação é obtida através da associação criteriosa dos diversos componentes activos na ligação. Estes componentes são assimilados a molas dispostas em paralelo ou em série, conforme a forma como interagem entre si. As molas dispostas em paralelo têm a mesma deformação enquanto que as molas dispostas em série estão sujeitas a forças idênticas.

A formulação deste modelo, que se representa na *Figura 2-28*, considera que as molas comprimidas estão localizadas ao nível do centro de gravidade do banzo comprimido da viga e as molas traccionadas estão posicionadas no nível correspondente a cada linha de parafusos. Assim sendo, a deformação de cada linha de parafusos é proporcional à distância até ao centro de compressão e a força em cada linha de parafusos depende da sua rigidez.

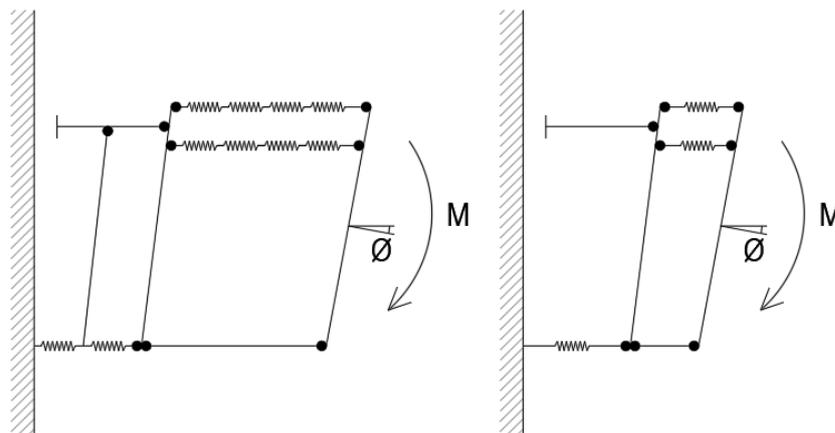


Figura 2-28 – Modelo de cálculo completo e modelo equivalente de uma ligação viga/coluna

Cada conjunto de molas em série (de cada linha) é substituída por uma mola de rigidez equivalente.

A rigidez equivalente de uma linha de molas em série é obtida a partir de:

$$k_{eff,r} = \frac{1}{\sum \frac{1}{k_{i,r}}} \quad (120)$$

No caso de linhas de molas em paralelo, a rigidez equivalente é obtida através da seguinte expressão:

---

$$k_{eq} = \frac{\sum_r k_{eff,r} h_r}{z_{eq}} \quad (121)$$

Em que:

$$z_{eq} = \frac{\sum_r k_{eff,r} h_r^2}{\sum_r k_{eff,r} h_r} \quad (122)$$

De acordo com a EN1993-1-8 [2], no caso de uma junta de ligação viga/coluna com chapa de extremidade,  $k_{eq}$  deve ser determinado tendo em conta os coeficientes de rigidez  $k_3$ ,  $k_4$ ,  $k_5$  e  $k_{10}$ . No caso de uma ligação de continuidade entre vigas com chapa de extremidade,  $k_{eq}$  deve ser determinado tendo em conta apenas os coeficientes de rigidez  $k_5$  e  $k_{10}$ .

Finalmente, a rigidez de rotação é, de acordo com a cláusula 6.3.1(4) da EN1993-1-8 [2], dada por:

$$S_{j,ini} = \frac{M}{\phi} = \frac{E z_{eq}^2}{\sum_i \frac{1}{k_{eq}}} \quad (123)$$

## 3 AVALIAÇÃO EXPERIMENTAL

### 3.1. Introdução

O programa experimental teve por objectivo efectuar a caracterização de um conjunto de ligações metálicas com chapa de extremidade por forma a aferir a influência do pré-esforço dos parafusos na sua rigidez inicial. Para tal, foram realizados uma série de ensaios de dois tipos tendo-se efectuado uma variação da força de pré-esforço entre ensaios geometricamente idênticos.

O primeiro tipo de ensaios pretende estudar de uma forma isolada a componente referente aos parafusos em tracção. Este estudo efectuou-se através de ensaios de tracção sobre a ligação de duas peças em T.

O segundo tipo de ensaios refere-se a uma ligação de continuidade entre duas vigas com chapa de extremidade e pretende verificar o comportamento global da ligação por alteração de apenas uma das componentes que contribui para a rigidez da ligação. Este ensaio consistiu na introdução de um momento flector na ligação, através de forças aplicadas entre os apoios das vigas.

Para além do enunciado atrás, o programa experimental permitiu ainda a recolha de dados para se efectuar a calibração e validação de modelos numéricos. Assim sendo, foram igualmente realizados ensaios de caracterização do material utilizado.

O programa experimental consistiu no ensaio dos seguintes elementos:

- Ensaios de tracção de provetes de aço laminado;
- Ensaios de tracção de parafusos;
- Ensaios de tracção da ligação de duas peças em T;
- Ensaios de flexão da ligação de continuidade com chapa de extremidade entre duas vigas.

Para se atingir os objectivos enunciados, os parafusos das ligações ensaiadas foram pré-esforçados com diferentes níveis de pré-esforço. Idealmente, deveria ter sido considerada uma situação de pré-esforço nulo, mas, dada a existência de imperfeições geométricas em algumas das peças, optou-se por introduzir uma força de pré-esforço reduzida que permitisse o encosto total das chapas.

No que concerne à caracterização do material de cada um dos elementos ensaiados foram realizados uma série de ensaios de tracção. O material utilizado nestes ensaios proveio de provetes retirados do mesmo lote dos elementos das ligações.

Previamente à realização dos ensaios das ligações, recorreu-se à norma EN 14399-2 [8] para a determinação e calibração do procedimento de aplicação da força de pré-esforço dos parafusos.

A designação criada para identificação de cada ligação foi efectuada de modo a permitir a identificação das suas principais características de uma forma simples. No caso das ligações que foram objecto de ensaio a designação tipo é a seguinte:

#### LX-TY-Z

- X – Número da ligação
- Y – Espessura da chapa de extremidade
- Z – Percentagem da força de pré-esforço dos parafusos presente na ligação

Apresentam-se nos subcapítulos seguintes a descrição dos ensaios realizados, bem como os resultados obtidos.

### **3.2. Ensaios de tracção de provetes de aço laminado**

Para efectuar a caracterização das propriedades mecânicas do aço foram realizados ensaios de tracção definidos de acordo com o procedimento estabelecido pela norma ISO 6892-1 [9].

De uma forma geral, o ensaio de tracção consiste em submeter um corpo de prova de dimensões padronizadas (proвете) a uma força de tracção crescente provocando um alongamento do corpo de prova até este atingir a rotura. Para além do registo da força aplicada é igualmente registada a evolução da sua deformação ao longo do ensaio. Este ensaio permite, deste modo, a obtenção da relação tensão/deformação que, por sua vez, possibilita a identificação das tensões de cedência e de rotura bem como das correspondentes extensões.

O material constituinte dos provetes de ensaio foi obtido por corte das peças originais e seguidamente maquinado para adquirir a forma definida para o ensaio.

Foram retirados três provetes de cada um dos seguintes elementos:

- Banzo do perfil IPE 300;
- Alma do perfil IPE 300;
- Chapa de 20 mm de espessura;
- Chapa de 15 mm de espessura.

Os provetes têm a espessura total dos elementos a ensaiar. Uma vez que todas as suas dimensões são superiores a 3 mm, a sua geometria é então definida pelo anexo D da ISO 6892-1 [9]. Na *Tabela 3-1* identificam-se as dimensões correspondentes à geometria utilizada em concordância com a *Figura 3-1*.

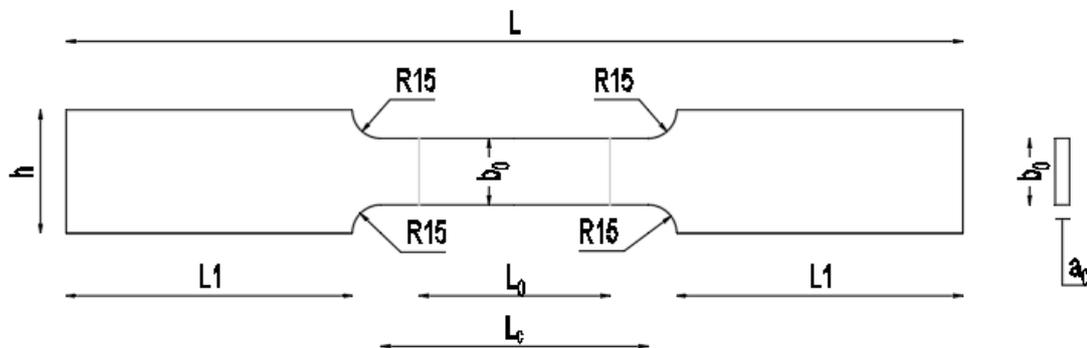


Figura 3-1 – Dimensões genéricas dos provetes

Tabela 3-1 - Dimensões teóricas dos provetes de ensaio

Provete	Elemento	$a_0$ (mm)	$b_0$ (mm)	$h$ (mm)	$A_0$ (mm <sup>2</sup> )	$L_0$ (mm)	$L_c$ (mm)	$L_1$ (mm)	$L$ (mm)
P1	Banzo IPE300	10.7	35.0	65.0	374.5	109.34	140.0	150.0	470.0
P2	Alma IPE300	7.1	25.0	55.0	177.5	75.27	100.0	150.0	430.0
P3	Chapa 20	20.0	65.0	95.0	1300.0	203.71	260.0	150.0	590.0
P4	Chapa 15	15.0	50.0	80.0	750.0	154.73	200.0	150.0	530.0

As dimensões mínimas do provete de ensaio são determinadas a partir das seguintes expressões:

$$\text{Raio de Transição} - R_t \geq 12 \text{ mm} \quad (124)$$

$$\text{Distância Paralela} - L_c \geq L_0 + 1.5\sqrt{S_0} \quad (125)$$

$$\text{Distância entre as Linhas de Medição} - L_0 = 5.65\sqrt{S_0} \quad (126)$$

O tipo de aço dos provetes P1 e P2 é o S275 JR enquanto que os provetes P3 e P4 são constituídos por aço S355 JR fabricado de acordo com a EN10025-2 [10].

Na *Tabela 3-2* apresentam-se as dimensões reais do corpo do provete ( $a_0$  e  $b_0$ ) medidas em três secções distintas. A secções 1 e 3 correspondem ao final do raio de transição e a secção 2 corresponde a posição central do provete. Na *Figura 3-2* identificam-se as secções referidas.

Conforme se pode verificar, as dimensões reais dos provetes de aço diferem das suas dimensões teóricas.

Tabela 3-2 - Dimensões reais dos provetes de ensaio

ID		Secção 1		Secção 2		Secção 3	
		$a_0$ (mm)	$b_0$ (mm)	$a_0$ (mm)	$b_0$ (mm)	$a_0$ (mm)	$b_0$ (mm)
P1	P1-1	10.32	32.85	10.16	32.11	10.27	31.92
	P1-2	10.63	36.39	10.50	35.75	10.77	35.75
	P1-3	10.88	33.49	10.80	33.56	10.87	33.43
P2	P2-1	7.16	23.93	7.12	23.44	7.14	23.36
	P2-2	7.19	23.95	7.14	23.78	7.12	23.84
	P2-3	7.17	23.67	7.19	23.62	7.14	23.94
P3	P3-1	20.36	65.85	20.34	65.80	20.32	65.72
	P3-2	20.37	65.19	20.38	65.45	20.48	65.85
	P3-3	20.34	65.03	20.28	65.34	20.23	65.48
P4	P4-1	15.77	49.80	15.74	49.84	15.75	49.90
	P4-2	15.70	50.01	15.76	49.85	15.70	49.87
	P4-3	15.65	49.96	15.70	50.43	15.68	50.65

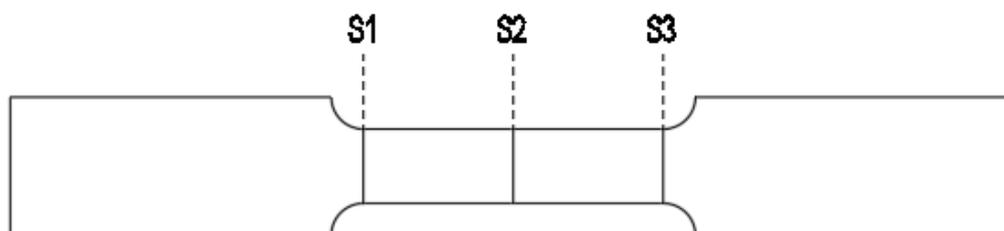


Figura 3-2 – Secções S1, S2 e S3

A fotografia da *Figura 3-3* mostra os provetes antes do início dos ensaios.



Figura 3-3 – Provetes P1, P2, P3 e P4

Os ensaios de tracção foram efectuados numa máquina de tracção (ver *Figura 3-4*) tendo os provetes sido fixos nas suas partes superior e inferior através de um sistema de garras de compressão.

A máquina de tracção utilizada tem uma capacidade em tracção ligeiramente superior a 600 kN, o que não permitiu levar os provetes P3 até à rotura.



Figura 3-4 – Máquina de tracção e controlador

O ensaio foi efectuado por imposição de um deslocamento do actuador hidráulico com uma velocidade de 0.01 mm/s. Após identificação do patamar de cedência a velocidade de aplicação do deslocamento foi alterada para 0.1mm/s.

As grandezas medidas durante o ensaio, força e extensão, foram obtidas através de um sistema de aquisição de dados (Data Logger TDS 530). A força registada pelo sistema de aquisição de dados provém directamente do controlador da máquina de tracção enquanto que a extensão provém de extensómetros eléctricos e mecânicos conectados ao sistema de aquisição de dados (ver fotografias da *Figura 3-5* e da *Figura 3-6*).



Figura 3-5 – Sistema de aquisição de dados e extensómetro mecânico

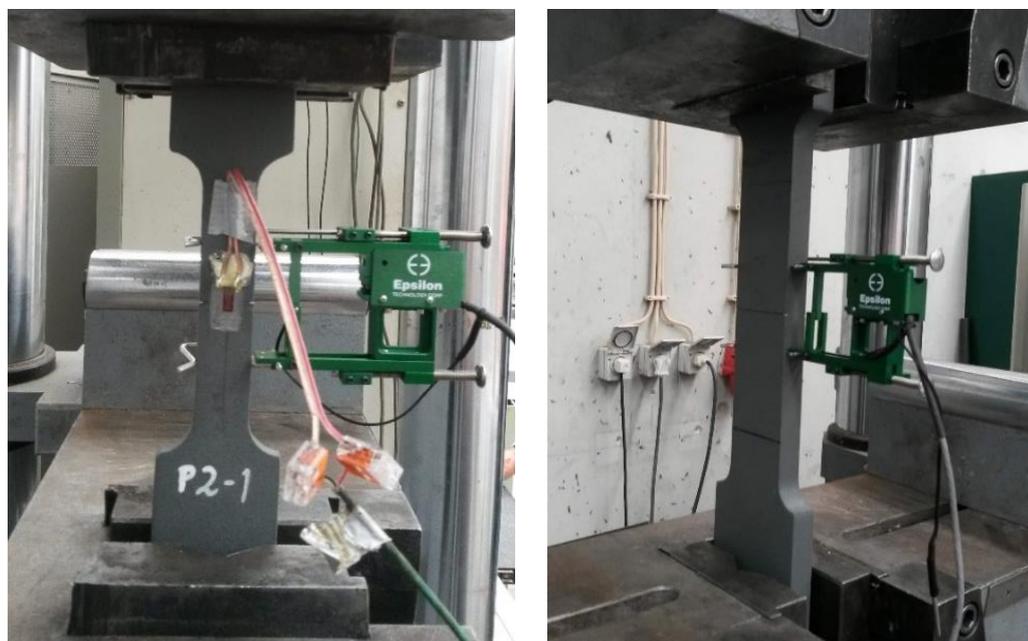


Figura 3-6 – Extensómetros

Em todos os ensaios foi utilizado o extensómetro mecânico com uma abertura máxima de 50 mm enquanto que os extensómetros eléctricos apenas foram colocados nos provetes P1-1, P1-2, P2-1, P2-2, P3-1 e P4-1.

Nas fotografias da *Figura 3-7* é possível visualizar alguns detalhes dos ensaios, nomeadamente a zona de estrição do provete e uma superfície de rotura. Na fotografia da *Figura 3-8* encontram-se dispostos os provetes após os ensaios, onde se pode verificar que os provetes P3 não se encontram fissurados uma vez que não foi possível atingir a sua carga de rotura.

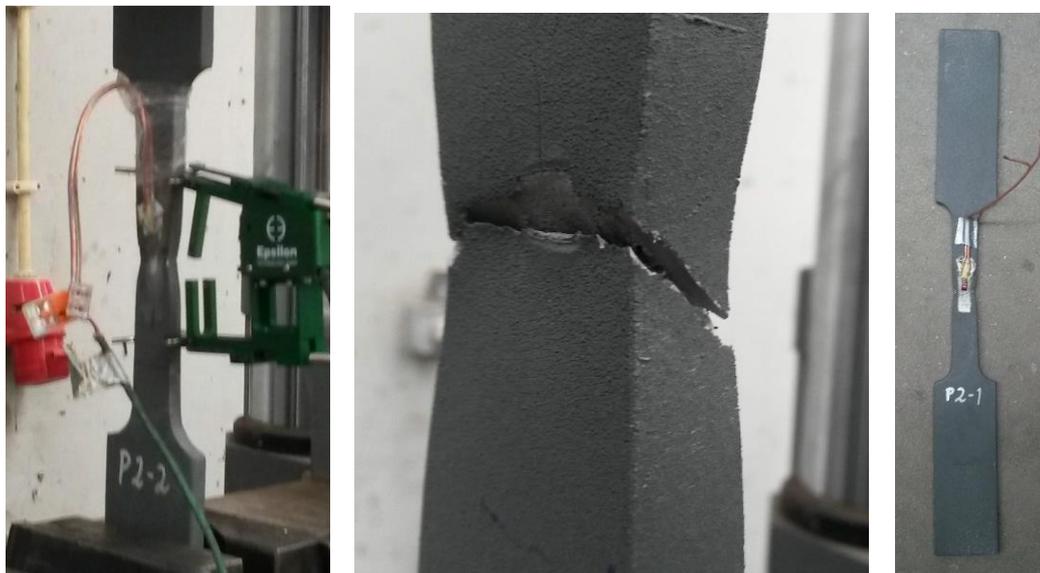


Figura 3-7 – Pormenores dos ensaios de caracterização do material



Figura 3-8 – Provetes após ensaio

A elaboração dos gráficos de tensão/extensão baseia-se nos valores obtidos através dos extensómetros mecânicos e eléctricos. Após o patamar de cedência, e quando se inicia a estrição do provete, os extensómetros eléctricos deixam de apresentar valores fidedignos pois as extensões verificadas estão próximas da capacidade do extensómetro. Nesta fase, e devido às grandes extensões que se registam, estes extensómetros começam a descolar do provete.

No gráfico da *Figura 3-9* pode-se verificar a concordância de valores registados pelos dois tipos de extensómetros. Verifica-se que durante a fase elástica e durante uma parte da fase plástica, o extensómetro eléctrico permite a obtenção de valores adequados.

Estes extensómetros têm uma precisão bastante superior à precisão do extensómetro mecânico, a sua utilização serviu não só para aferir a qualidade dos resultados obtidos pelo extensómetro mecânico bem como para obter a parte elástica do diagrama de tensão/extensão.

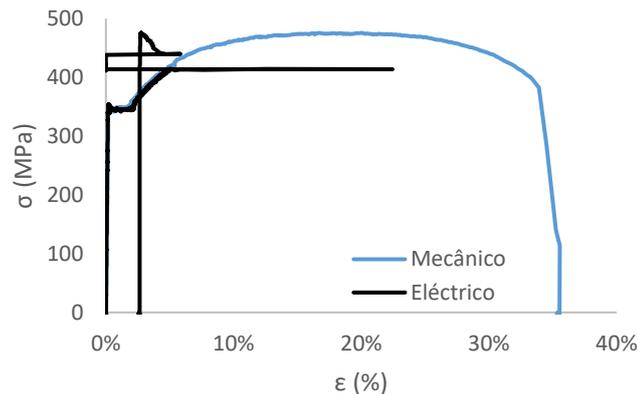


Figura 3-9 – Comparação de resultados obtidos através do extensómetro eléctrico e mecânico

A determinação da tensão instalada no provete é efectuada por aplicação da *Equação (127)*.

$$\sigma = \frac{F}{S_0} \quad (127)$$

Na *Figura 3-10* apresentam-se os diagramas tensão/extensão obtidos em todos os ensaios de realizados.

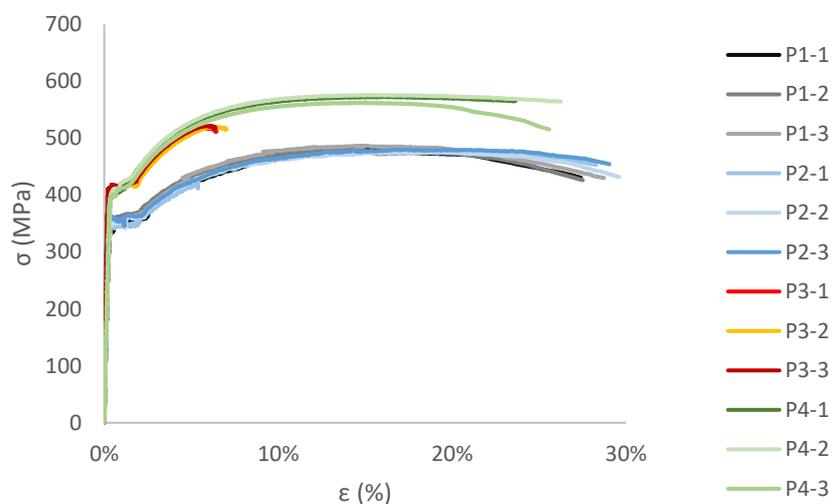


Figura 3-10 – Gráfico tensão/extensão dos provetes ensaiados

Uma vez que este ensaio foi repetido com provetes provenientes do mesmo elemento, três por cada elemento, foi possível padronizar as suas características mecânicas tendo-se definido uma relação média entre a tensão e a extensão para o aço de cada provete. As curvas tensão/extensão respectivas encontram-se representadas na *Figura 3-11* e na *Tabela 3-3* identificam-se as suas principais propriedades mecânicas..

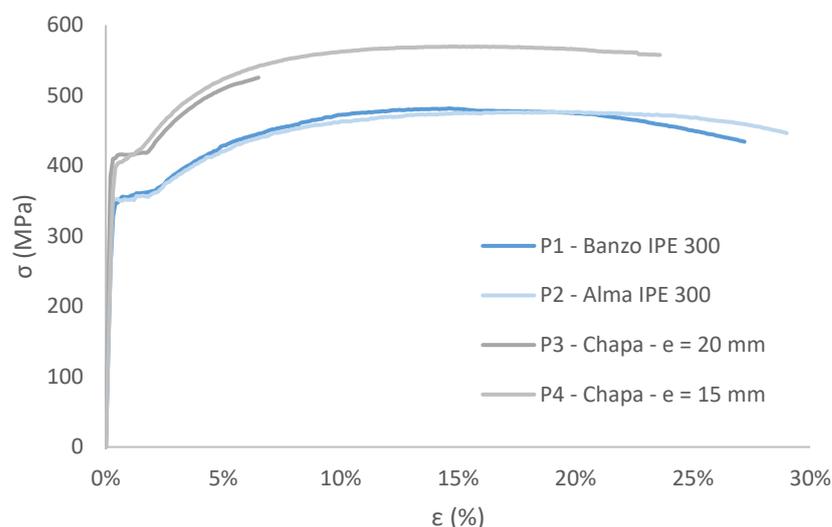


Figura 3-11 – Gráfico tensão/extensão com as propriedades médias dos provetes ensaiados

Tabela 3-3 - Propriedades médias dos aços ensaiados

Provete	Elemento	$f_{y,inf}$ (MPa)	$f_{y,sup}$ (MPa)	$f_y$ (MPa)	$\epsilon_y$ (%)	$f_u$ (MPa)	$\epsilon_u$ (%)
P1	Banzo IPE300	355.32	361.26	358.29	0.171	481.66	14.6
P2	Alma IPE300	350.94	352.90	351.92	0.168	476.6	19.6
P3	Chapa 20	410.72	418.6	414.66	0.197	-	-
P4	Chapa 15	409.71	420.83	415.27	0.198	569.7	14.8

A tensão de cedência foi obtida pela média entre os limites de cedência inferior e superior. A tensão última corresponde ao valor máximo registado que ocorre imediatamente antes da ocorrência da estricção do provete de ensaio.

### 3.3. Ensaio de tracção dos parafusos

A caracterização do aço dos parafusos foi efectuada recorrendo a ensaios de tracção. Para tal, foi utilizada a máquina de tracção por forma a determinar a relação tensão/extensão característica do parafuso. O alongamento foi obtido com recurso a transdutores posicionados de forma a medir o deslocamento da cabeça e da porca do parafuso.

Esta metodologia não é a mais apropriada para caracterizar o comportamento do aço do parafuso tendo servido essencialmente para identificar o tipo de rotura do parafuso. A obtenção da curva tensão/extensão rigorosa teria de ser efectuada com um provete de aço maquinado a partir do corpo do parafuso.

As fotografias da *Figura 3-12* retratam o ensaio efectuado.

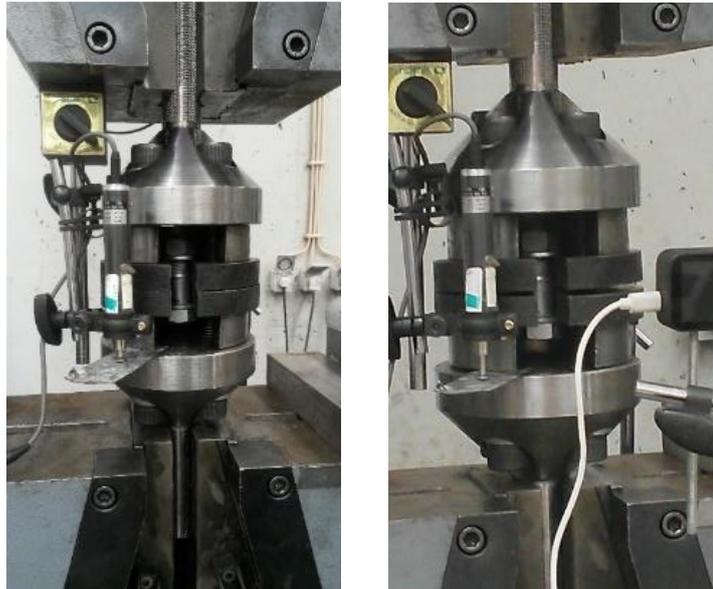


Figura 3-12 – Ensaio de tracção dos parafusos

Dada a limitação do número de parafusos existentes foram realizados apenas três ensaios. Os três ensaios tiveram comportamentos semelhantes, sendo que a rotura ocorreu por rotura do fio da rosca. Por este motivo, não foi possível caracterizar o aço dos parafusos em termos de extensão uma vez que o alongamento medido se refere ao deslocamento da porca. Nas fotografias da *Figura 3-13* pode-se visualizar o tipo de rotura que sucedeu.



Figura 3-13 – Parafusos após o ensaio de tracção

O aço dos parafusos é o aço da classe 10.9 cuja referência estava impressa na cabeça dos parafusos. No gráfico da *Figura 3-14* e na *Tabela 3-4* apresentam-se os resultados obtidos. Como se pode verificar, as extensões não estão de acordo com o esperado para um aço deste tipo. No que diz respeito à tensão última, em todos os parafusos testados o seu valor é da ordem dos 1100 MPa, sendo o seu valor médio 1098.96 MPa.

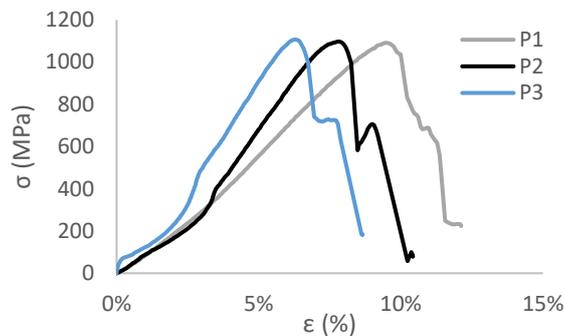


Tabela 3-4 - Tensão de Rotura

Provete	$f_u$ (MPa)
P1	1091.80
P2	1097.39
P3	1107.59

Figura 3-14 – Diagrama tensão/extensão dos parafusos ensaiados

As normas regulamentares aplicáveis a parafusos exigem que a sua rotura nunca ocorra na zona da rosca. Conforme se verificou no ensaio dos parafusos e conforme se poderá verificar nos subcapítulos referentes aos ensaios efectuados, a rotura ocorreu sempre pelo fio da rosca pelo que os parafusos utilizados não cumprem os requisitos regulamentares exigidos. Muito provavelmente, as roscas utilizadas nestes parafusos não foram sujeitas a nenhum tratamento superficial de endurecimento.

### 3.4. Calibração do método de aperto dos parafusos

Apesar de existirem métodos de aperto bastante rigorosos, a variabilidade das características dos parafusos bem como as diferentes condições de execução impossibilitam ter a certeza de qual o valor da força de pré-esforço efectivamente instalada. Assim sendo, torna-se necessário recorrer a ensaios de calibração do método de aperto dos parafusos de modo a assegurar a fiabilidade deste método.

Existem diversos procedimentos para a aplicação de pré-esforço em parafusos, cada um com a sua especificidade. Nos ensaios realizados, foi utilizado o Método do Momento de Aperto. Este método preconiza a utilização de uma chave dinamométrica, devidamente calibrada, para a introdução da força de pré-esforço no parafuso. O momento de aperto relaciona-se com a força de aperto através da seguinte expressão:

$$M_i = k_i d F_P \quad (128)$$

Conforme especificado na norma EN 14399-2 [8], o aperto foi efectuado por rotação da porca de forma contínua, evitando a rotação da cabeça do parafuso e da anilha durante a operação de aperto.

Na *Figura 3-15* apresenta-se a configuração do ensaio segundo a norma EN 14399-2 [8].

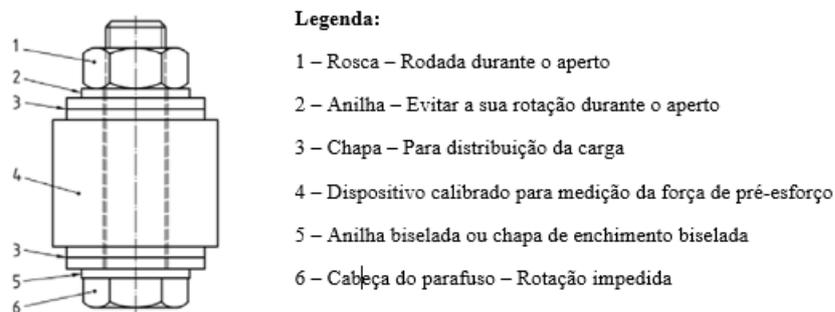


Figura 3-15 – Configuração do ensaio

A força instalada no parafuso foi determinada através de uma célula de carga ligada a um sistema de aquisição de dados. A célula de carga foi fixada a uma base rígida e a cabeça do parafuso a uma peça metálica especificamente concebida para este fim. Na *Figura 3-16* representa-se esquematicamente a configuração utilizada nos ensaios realizados.

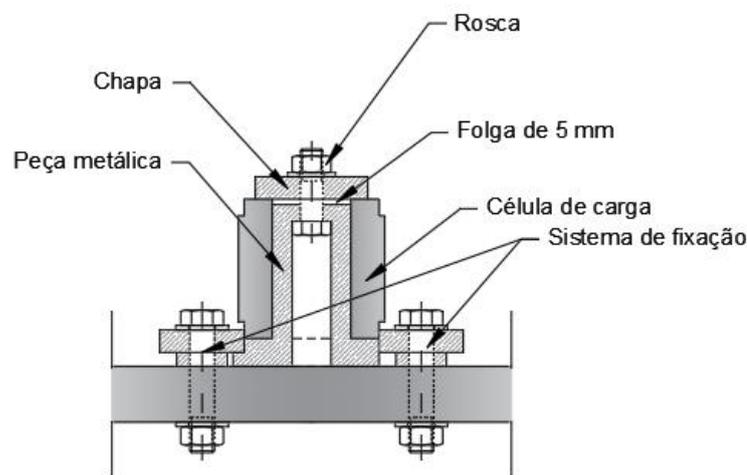


Figura 3-16 – Configuração utilizada no ensaio

Os ensaios efectuados tiveram como objectivo determinar um valor do coeficiente  $k_i$  representativo do lote de parafusos utilizado. Assim sendo, foram utilizados nestes ensaios parafusos com a mesma proveniência dos parafusos utilizados nas ligações ensaiadas.

Por conseguinte, para valores pré-determinados do momento de aperto, registaram-se as forças obtidas pela célula de carga determinando-se o valor de  $k_i$  associado a cada um destes momentos de aperto.

$$k_i = \frac{M_i}{dF_p} \quad (129)$$

Foram aplicados seis momentos de aperto a cada um dos nove parafusos que serviram de amostra.

Previamente à realização destes ensaios procedeu-se à calibração da célula de carga. Para tal, a mesma foi colocada numa prensa (anteriormente calibrada) tendo-se medido a força de compressão instalada. De seguida, foi determinado um coeficiente de correlação para que o valor medido pela célula de carga fosse idêntico ao medido pela prensa (ver fotografia da *Figura 3-17*).



Figura 3-17 – Calibração da célula de carga

Conforme anteriormente referido, a força instalada no parafuso foi determinada através de uma célula de carga ligada a um sistema de aquisição de dados (Data Logger TDS 601-TML). A célula de carga foi fixada a uma base rígida e o aperto do parafuso foi efectuado por rotação da porca conforme se pode visualizar nas fotografias da *Figura 3-18*.



Figura 3-18 – Ensaio de calibração do momento de aperto

Na *Tabela 3-5* encontram-se os resultados obtidos bem como os valores do coeficiente  $k_i$  determinados através da *Equação (129)*.

Tabela 3-5 - Resultados

	<i>M</i> (N.m)	75	<i>M</i> (N.m)	140	<i>M</i> (N.m)	220	<i>M</i> (N.m)	475	<i>M</i> (N.m)	500	<i>M</i> (N.m)	550
Ensaio	<i>F<sub>p</sub></i> (kN)	$k$										
1	24.90	0.151	-	-	87.00	0.126	181.00	0.131	190.00	0.132	-	-
2	22.70	0.165	43.71	0.160	68.90	0.160	161.30	0.147	168.80	0.148	187.50	0.147
3	24.94	0.150	47.17	0.148	78.29	0.141	173.10	0.137	177.60	0.141	187.50	0.147
4	29.14	0.129	56.06	0.125	75.30	0.146	177.70	0.134	186.90	0.134	200.75	0.137
5	23.21	0.162	45.44	0.154	65.70	0.167	167.70	0.142	181.79	0.138	201.30	0.137
6	29.14	0.129	46.68	0.150	74.10	0.148	172.40	0.138	184.50	0.136	194.90	0.141
7	26.42	0.142	48.16	0.145	83.23	0.132	173.64	0.137	182.81	0.137	187.47	0.147
8	22.97	0.163	47.42	0.148	78.79	0.140	169.68	0.140	175.12	0.143	189.20	0.145
9	24.45	0.153	49.64	0.141	84.22	0.131	181.79	0.131	193.64	0.129	209.70	0.131

Para cada valor de momento de aperto determinou-se a média e o desvio padrão do valor de  $k_i$ .

$$k_m = \frac{\sum_{i=1}^n k_i}{n} \quad (130)$$

$$s_k = \sqrt{\frac{\sum (k_i - k_m)^2}{n-1}} \quad (131)$$

Para avaliar a repetibilidade dos resultados obtidos, determinou-se o coeficiente de variação, que permite verificar a extensão da variabilidade dos resultados em relação ao seu valor médio.

$$V_k = \frac{s_k}{k_m} \quad (132)$$

A *Tabela 3-6* resume os valores obtidos para cada valor do momento de aperto.

Tabela 3-6 - Resultados estatísticos

<i>M</i> (N.m)	$k_m$	$s_k$	$V_k$	<i>M</i> (N.m)	$k_m$	$s_k$	$V_k$
75	0.149	0.014	9.2%	475	0.137	0.005	3.8%
140	0.146	0.010	7.1%	500	0.137	0.006	4.3%
220	0.143	0.014	9.5%	550	0.141	0.006	4.2%

Verifica-se que a dispersão dos resultados é sempre inferior a 10%. De acordo com a norma EN14399-4 [8], sempre que é utilizado o Método do Momento de Aperto, os valores de  $k_m$  e  $V_k$  devem estar dentro dos seguintes limites:

$$0.10 \leq k_m \leq 0.23 \quad (133)$$

$$V_k \leq 0.10 \quad (134)$$

Conforme se pode verificar na *Tabela 3-6* os valores referidos encontram-se dentro dos limites regulamentares.

Assim sendo, para cada momento de aperto determinou-se a força de pré-esforço instalada no parafuso e a sua percentagem relativamente ao valor teórico da sua resistência última. Na *Tabela 3-7* apresentam-se estes valores que permitem efectuar a correspondência entre o momento de aperto e a força de pré-esforço efectivamente instalada.

A resistência última à tracção de um parafuso M20 da classe 10.9 é de 245 kN, determinada pela seguinte expressão:

$$F_p = A_s f_{ub} \quad (135)$$

Tabela 3-7 - Correspondência entre momento de aperto e força de pré-esforço

<b>M (N.m)</b>	<b>F<sub>p</sub> (kN)</b>	<b>% F<sub>p,C</sub> (kN)</b>
75	25	10%
140	48	20%
220	77	31%
475	173	71%
500	182	74%
550	194	79%

### 3.5. Ensaios de tracção da ligação de duas peças em T

A ligação é composta por duas peças em T. Cada uma delas é constituída por duas chapas perpendiculares entre si (banzo e alma), soldadas com um cordão de soldadura contínuo. Foram ensaiados provetes com chapas de banzo de 20mm e 15mm de espessura.

Os elementos são aparafusados com dois parafusos M20 da classe 10.9 e o tipo de aço das chapas é o S355 JR, sendo que os provetes T1 e T2 são constituídos pelo aço caracterizado através dos ensaios de tracção aos provetes P3 e P4 respectivamente.

Este ensaio consistiu em submeter o conjunto ilustrado na *Figura 3-19* a uma força de tracção crescente até se atingir a rotura de algum dos seus elementos constituintes.

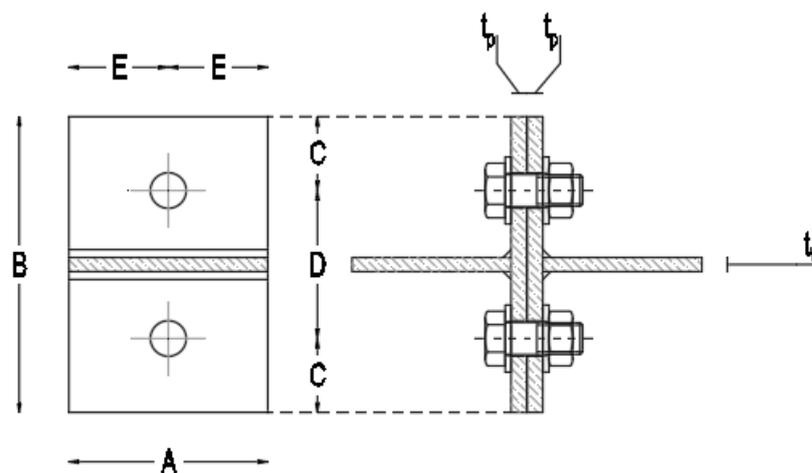


Figura 3-19 – Ligação de duas peças em T

Estes ensaios, à semelhança dos ensaios de caracterização do material, foram efectuados numa máquina de tracção (ver fotografia da *Figura 3-20*) tendo os provetes sido fixos nas suas almas através de um sistema de garras de compressão.

Ao longo do ensaio foi registada a força aplicada bem como a deformação de alguns pontos pré-definidos das peças em T. Os dados adquiridos ao longo do ensaio permitiram a definição da relação força/deslocamento da ligação, possibilitando assim a caracterização quanto à sua resistência e rigidez.

O ensaio foi efectuado por imposição de um deslocamento do actuador hidráulico com uma velocidade de 0.01 mm/s.



Figura 3-20 – Máquina de tracção

As grandezas medidas durante o ensaio, força e extensão, foram obtidas através de um sistema de aquisição de dados (Data Logger TDS 530 – fotografia da *Figura 3-21*). A força registada pelo sistema de aquisição de dados provém directamente do controlador da máquina de tracção enquanto que a deformação provém de um conjunto de transdutores conectados ao sistema de aquisição de dados.



Figura 3-21 – Sistema de aquisição de dados TDS-530

Os transdutores foram posicionados por forma a medir o deslocamento no centro da ligação e no eixo de um dos parafusos, numa das faces do provete de ensaio. Para aumentar o rigor desta medição deveriam ter sido colocados transdutores nas duas faces dos elementos da ligação.



Figura 3-22 – Transdutores

A deformação registada pelos transdutores foi medida entre uma chapa alvo, colada à peça em T superior, e o corpo do transdutor fixo a uma chapa colada à peça em T inferior. A operação de colagem das chapas de apoio aos elementos metálicos foi efectuada de forma cautelosa para garantir o correcto posicionamento dos transdutores e assegurar a indeformabilidade entre as chapas e os elementos metálicos às quais estão ligadas.

Na *Tabela 3-8* identificam-se os ensaios efectuados e a força de pré-esforço introduzida nos parafusos. Os parafusos foram pré-esforçados pelo Método do Momento de Aperto, tendo sido utilizada a correspondência entre os momentos de aperto e a força instalada apresentada anteriormente na *Tabela 3-7*.

Tabela 3-8 - Ensaios da ligação L1

Ensaio	QTD (UN)	$t_p$ (mm)	$F_p$ (kN)	
L1-T20-PE20	1	20	20% $F_{p,C}$	48.0
L1-T20-PE79	1	20	79% $F_{p,C}$	194.0
L1-T15-PE20	1	15	20% $F_{p,C}$	48.0
L1-T15-PE79	1	15	79% $F_{p,C}$	194.0

Nas fotografias da *Figura 3-23* apresentam-se os provetes submetidos a ensaio bem como a aplicação de pré-esforço com recurso a uma chave dinamométrica.



Figura 3-23 – Peças em T ensaiadas e aplicação do pré-esforço

As dimensões teóricas e reais são as apresentadas na *Tabela 3-9*. Salienta-se que, na definição geométrica das peças em T foi garantido que a rotura nunca ocorreria na alma da peça em T.

Tabela 3-9 - Dimensões das peças em T

ID	A (mm)	B (mm)	C (mm)	D (mm)	E (mm)	$t_p$ (mm)	$t_w$ (mm)	$d_0$ (mm)	$a_w$ (mm)
<b>L1-T20-T</b>	<b>100.00</b>	<b>180.00</b>	<b>40.00</b>	<b>100.00</b>	<b>50.00</b>	<b>20.00</b>	<b>20.00</b>	<b>22.00</b>	<b>14.00</b>
L1-T20-1	101.33	180.48	40.34	99.80	50.66	20.40	20.30	21.74	14.00
L1-T20-2	100.95	181.68	40.88	99.92	50.47	20.40	20.20	21.74	14.00
L1-T20-3	101.09	181.10	40.60	99.90	50.55	20.45	20.30	21.70	14.00
L1-T20-4	100.77	181.34	40.70	99.95	50.38	20.30	20.40	21.68	14.00
<b>L1-T15-T</b>	<b>100.00</b>	<b>180.00</b>	<b>40.00</b>	<b>100.00</b>	<b>50.00</b>	<b>15.00</b>	<b>20.00</b>	<b>22.00</b>	<b>10.00</b>
L1-T15-1	100.32	179.99	40.01	99.97	50.16	15.80	20.20	21.68	10.00
L1-T15-2	100.17	179.22	39.54	100.15	50.08	15.80	20.20	21.41	10.00
L1-T15-3	99.63	179.74	39.71	100.32	49.82	15.80	20.30	21.67	10.00
L1-T15-4	99.73	180.04	39.83	100.38	49.86	15.80	20.30	21.63	10.00

Os ensaios cuja força de pré-esforço aplicada foi de 20%  $F_{p,C}$  são constituídos pelos elementos 3 e 4 enquanto que os ensaios cuja força de pré-esforço aplicada foi de 79%  $F_{p,C}$  são constituídos pelos elementos 1 e 2. Na *Tabela 3-10* efectua-se a devida correspondência.

Tabela 3-10 - Elementos constituintes dos ensaios da ligação L1

Ensaio	Elementos
L1-T20-PE20	L1-T20 – 3+4
L1-T20-PE79	L1-T20 – 1+2
L1-T15-PE20	L1-T15 – 3+4
L1-T15-PE79	L1-T15 – 1+2

Tendo em conta a geometria real das peças ensaiadas e as características reais dos materiais envolvidos, determinou-se analiticamente a carga de rotura esperada (ver *Capítulo 4*). Na *Tabela 3-11* apresentam-se os resultados obtidos. Nesta tabela, as designações L1-T20-T e L1-T15-T dizem respeito a elementos com as características geométricas e materiais nominais.

Tabela 3-11 - Carga de rotura prevista –  $F_{t,Rd}$  (kN)

L1-T20-T	L1-T20-PE79 (1+2)	L1-T20-PE20 (3+4)	L1-T15-T	L1-T15-PE79 (1+2)	L1-T15-PE79 (3+4)
326.61	431.33	430.78	257.88	350.20	349.08

### 3.5.1.1. Resultados dos ensaios

Em todos os ensaios ocorreu a plastificação dos banzos e dos parafusos tendo-se verificado o colapso da peça após a rotura do parafuso. Nas fotografias da *Figura 3-24* podem-se visualizar os provetes após os ensaios. Salienta-se que o colapso ocorreu por rotura do fio de rosca na zona das porcas (ver fotografia da *Figura 3-25*).

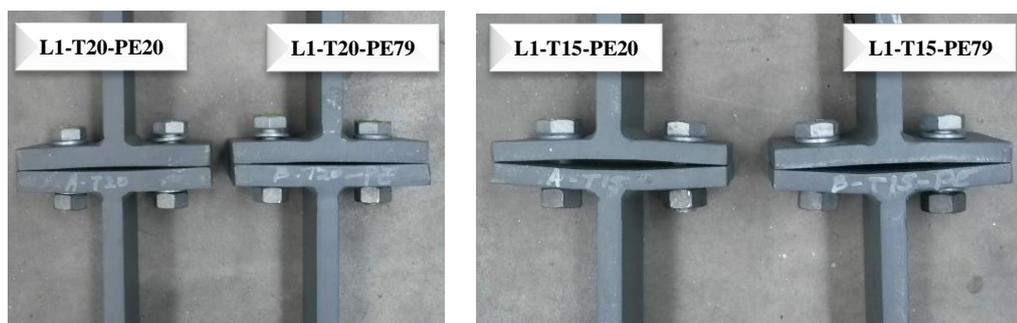


Figura 3-24 – Provetes após rotura



Figura 3-25 – Rotura do parafuso

Nos gráficos da *Figura 3-26* e da *Figura 3-27* apresentam-se as curvas força/deslocamento obtidas em cada ensaio. Na *Tabela 3-12* e na *Tabela 3-13* salientam-se os principais resultados.

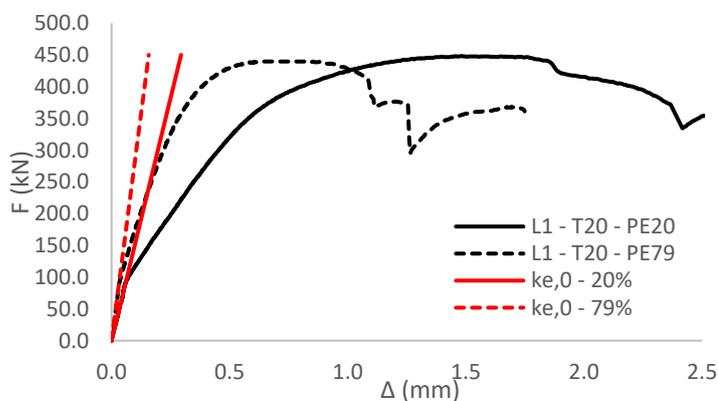


Figura 3-26 – Curva força/deslocamento para as ligações L1-T20

Tabela 3-12 - Resultados do ensaio às ligações L1-T20

ID	$F_{T,Rd}$ (kN)	$K_{e,0}$ (kN/mm)	$\Delta_{r,rotura}$ (mm)
L1-T20-PE20 (3+4)	448.29	1527.335	1.482
L1-T20-PE79 (1+2)	439.69	2856.638	0.620

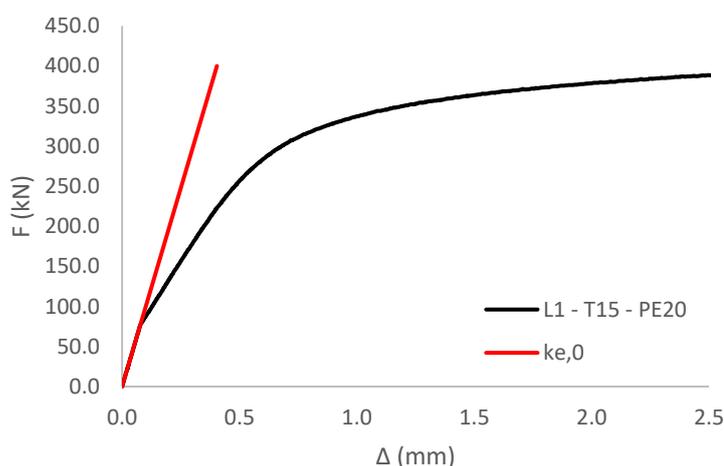


Figura 3-27 – Curva força/deslocamento para as ligações L1-T15

Tabela 3-13 - Resultados do ensaio às ligações L1-T15

ID	$F_{T,Rd}$ (kN)	$K_{e,0}$ (kN/mm)	$\Delta_{r,rotura}$ (mm)
L1-T15-PE20 (3+4)	395.64	990.187	3.113
L1-T15-PE79 (1+2)	-	-	-

No ensaio da ligação *L1-T15-PE79* não foi possível obter qualquer resultado devido a um problema que ocorreu com o sistema de aquisição de dados.

### 3.6. Ensaio de flexão da ligação de continuidade com chapa de extremidade entre duas vigas

A ligação ensaiada consiste na conexão de continuidade de duas vigas metálicas através de chapas de extremidade no topo das vigas metálicas. As vigas metálicas são materializadas com perfis metálicos IPE 300 com aço caracterizado através dos ensaios de tracção aos provetes P1 e P2. Os ensaios foram subdivididos em dois tipos dada a espessura da chapa de extremidade. Foram então ensaiadas ligações com chapa de extremidade de espessura de 20.0 mm e 15.0 mm.

Este ensaio consistiu em submeter o conjunto ilustrado na *Figura 3-28* a uma força vertical crescente até se atingir a rotura de algum dos seus elementos constituintes.

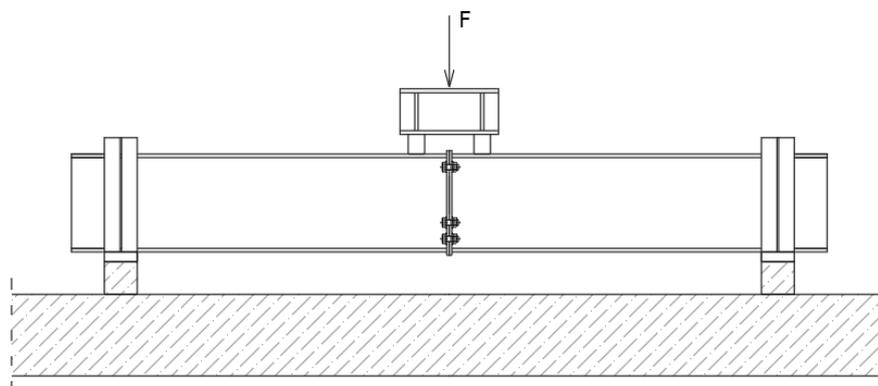


Figura 3-28 – Esquema do ensaio da ligação L2

Salienta-se que, na definição do ensaio, foi efectuado o dimensionamento das vigas IPE 300 tendo em conta a possibilidade de esta exhibir fenómenos de encurvadura lateral. Procurou-se que a resistência da ligação fosse inferior à resistência da viga reduzida por via deste fenómeno.

Estes ensaios foram efectuados num pórtico de reacção equipado com um sistema hidráulico capaz de introduzir a força no provete de ensaio através de um actuador. Ao longo do ensaio foi registada a força aplicada bem como a deformação e a extensão de alguns pontos pré-definidos das vigas. Os dados adquiridos ao longo do ensaio permitiram a definição da relação momento/curvatura da ligação, possibilitando assim a sua caracterização quanto à resistência e rigidez.

O ensaio foi efectuado por imposição de um deslocamento do actuador hidráulico com uma velocidade de 0.01 mm/s.

As vigas foram instrumentadas com transdutores, extensómetros eléctricos e células de carga.

Na *Figura 3-29* apresenta-se um esquema da instrumentação utilizada.

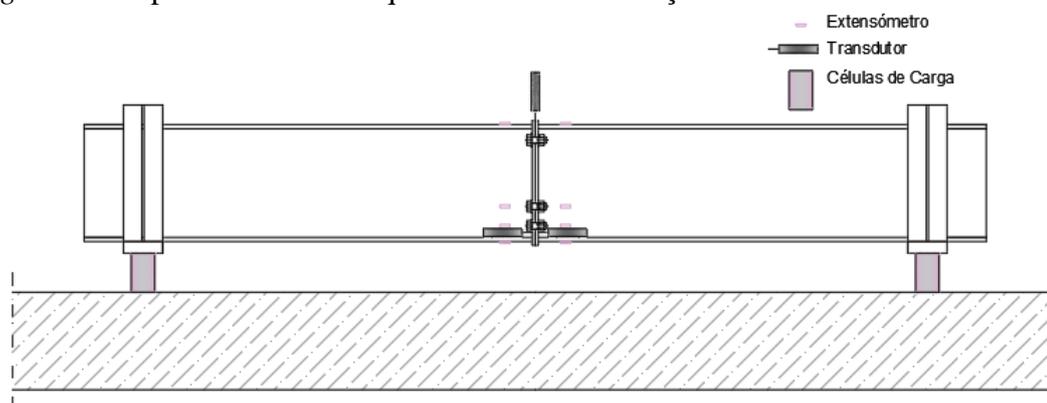


Figura 3-29 – Instrumentação do ensaio da ligação L2

As grandezas medidas durante o ensaio, força e extensão, foram obtidas através de um sistema de aquisição de dados (Data Logger TDS 530 – fotografia da *Figura 3-30*). A força registada pelo sistema de aquisição de dados provém das células de carga, a deformação provém de cada um dos transdutores e a extensão dos extensómetros conectados ao sistema de aquisição de dados.



Figura 3-30 – Sistema de aquisição de dados

Os transdutores foram posicionados por forma a medir o deslocamento horizontal de cada uma das chapas de extremidade bem como o seu deslocamento vertical. A partir destas grandezas foi possível obter os valores da rotação.



Figura 3-31 – Instrumentação

O planeamento efectuado para este ensaio passava pela utilização de um actuador hidráulico com capacidade máxima de 60 ton. Este actuador seria capaz de introduzir uma força suficiente para gerar um momento flector na viga superior à resistência da ligação a este esforço.

Dada a impossibilidade de utilizar o referido actuador dentro do prazo estabelecido para a realização destes ensaios, foi necessário recorrer a um outro actuador hidráulico com uma capacidade inferior. A capacidade máxima deste novo actuador era de 30 ton o que se revelava insuficiente para estudar o comportamento da ligação até à sua rotura. Para além deste facto, as propriedades do material ensaiado também eram bastante superiores às propriedades nominais utilizadas no primeiro cálculo de resistência.

Deste modo procedeu-se a uma alteração da configuração do ensaio original, tendo-se alterado a posição de aplicação da carga e em simultâneo eliminado uma das fiadas de parafusos traccionados.

Esta alteração permitiu reduzir a carga necessária no actuador de cerca de 43 ton para as 30 ton viabilizando assim a sua utilização (ver fotografias da *Figura 3-32*).



Figura 3-32 – Ensaio da ligação L2 - nova configuração

Na *Tabela 3-14* identificam-se os ensaios efectuados e a força de pré-esforço introduzida nos parafusos. Os parafusos foram pré-esforçados pelo Método do Momento de Aperto, tendo sido utilizada a correspondência entre os momentos de aperto e a força instalada apresentada anteriormente na *Tabela 3-7*.

Tabela 3-14 - Ensaio da ligação L2

Ensaio	QTD (UN)	$t_p$ (mm)	$F_p$ (kN)	
L2-T20-PE20	1	20	20% $F_{p,C}$	48.0
L2-T20-PE79	1	20	79% $F_{p,C}$	194.0
L2-T15-PE20	1	15	20% $F_{p,C}$	48.0
L2-T15-PE79	1	15	79% $F_{p,C}$	194.0

As dimensões teóricas e reais são as apresentadas na *Tabela 3-15*.

Tabela 3-15 - Dimensões da chapa de extremidade das vigas

ID	A (mm)	B (mm)	C (mm)	D (mm)	E (mm)	F (mm)	G (mm)	H (mm)	$t_p$ (mm)
<b>L2-T20-T</b>	<b>320.00</b>	<b>170.00</b>	<b>40.00</b>	<b>90.00</b>	<b>61.00</b>	<b>60.00</b>	<b>138.00</b>	<b>61.00</b>	<b>20.00</b>
L2-T20-1	319.00	168.00	39.00	90.00	60.00	60.00	138.00	61.00	20.03
L2-T20-2	320.06	168.00	40.00	88.00	62.00	61.00	136.06	61.00	20.08
L2-T20-3	320.00	169.00	39.00	91.00	61.00	58.00	141.00	60.00	19.87
L2-T20-4	319.00	168.00	41.00	86.00	61.00	61.00	136.00	61.00	20.03
<b>L2-T15-T</b>	<b>320.00</b>	<b>170.00</b>	<b>40.00</b>	<b>90.00</b>	<b>61.00</b>	<b>60.00</b>	<b>138.00</b>	<b>61.00</b>	<b>15.00</b>
L2-T15-1	321.00	169.00	40.00	89.00	62.00	61.00	138.00	60.00	15.06
L2-T15-2	320.00	170.00	39.00	92.00	60.00	59.00	140.00	61.00	15.05
L2-T15-3	320.30	170.00	41.00	88.00	61.00	60.00	138.30	61.00	15.03
L2-T15-4	319.00	168.00	40.00	88.00	61.00	60.00	137.00	61.00	15.00

Os ensaios cuja força de pré-esforço aplicada foi de 20%  $F_{p,C}$  são constituídos pelos elementos 3 e 4 enquanto que os ensaios cuja força de pré-esforço aplicada foi de 79%  $F_{p,C}$  são constituídos pelos elementos 1 e 2. Na *Tabela 3-16* efectua-se a devida correspondência.

Tabela 3-16 - Elementos constituintes dos ensaios da ligação L2

Ensaio	Elementos
L2-T20-PE20	L2-T20 – 3+4
L2-T20-PE79	L2-T20 – 1+2
L2-T15-PE20	L2-T15 – 3+4
L2-T15-PE79	L2-T15 – 1+2

Tendo em conta a geometria real das peças ensaiadas e as características reais dos materiais envolvidos, determinou-se analiticamente o momento flector resistente da ligação (ver *Capítulo 4*). Na *Tabela 3-17* apresentam-se os resultados obtidos.

Tabela 3-17 - Momento flector resistente –  $M_{j,Rd}$  (kN.m)

L2-T20-T	L2-T20-PE79 (1+2)	L2-T20-PE20 (3+4)	L2-T15-T	L2-T15-PE79 (1+2)	L2-T15-PE20 (3+4)
121.89	124.53	124.50	109.42	104.76	105.92

### 3.6.1. Resultados dos ensaios

O colapso das ligações ensaiadas ocorreu, em todos os casos, por rotura do fio de rosca na zona da porca do parafuso. No entanto, nas ligações com chapa de extremidade de 15.00 mm, verificou-se igualmente a plastificação da chapa de extremidade (ver fotografias da *Figura 3-33*, da *Figura 3-34* e da *Figura 3-35*)



Figura 3-33 – Ligações L2 após ensaio



Figura 3-34 – Ligações L2 após ensaio - Pormenores



Figura 3-35 – Ensaio da ligação L2 - Rotura do parafuso

Nos gráficos da *Figura 3-36* e da *Figura 3-37* apresentam-se as curvas momento/rotação obtidas em cada ensaio. Na *Tabela 3-18* e na *Tabela 3-19* salientam-se os principais resultados.

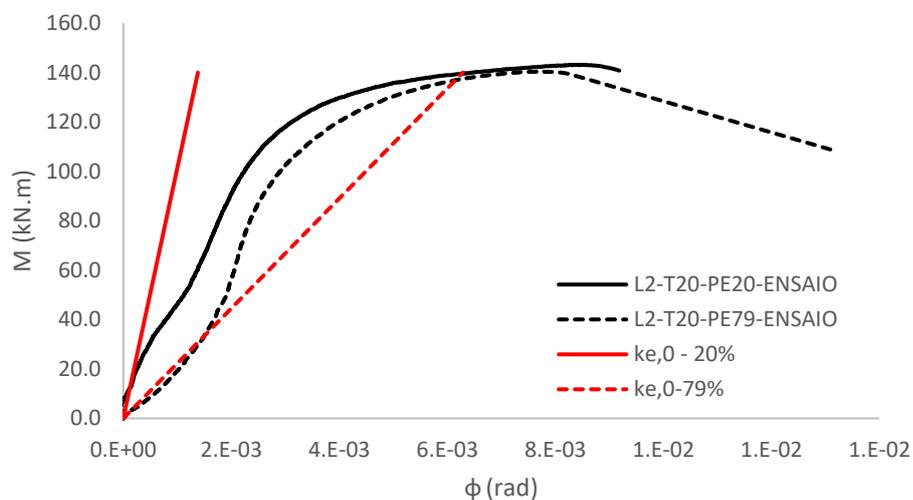


Figura 3-36 – Curva força/deslocamento para as ligações L2-T20

Tabela 3-18 - Resultados do ensaio às ligações L2-T20

ID	$M_{j,Rd}$ (kN.m)	$S_{j,ini}$ (kN/mm)
L2-T20-PE20 (3+4)	143.10	101398.767
L2-T20-PE79 (1+2)	140.37	22268.150

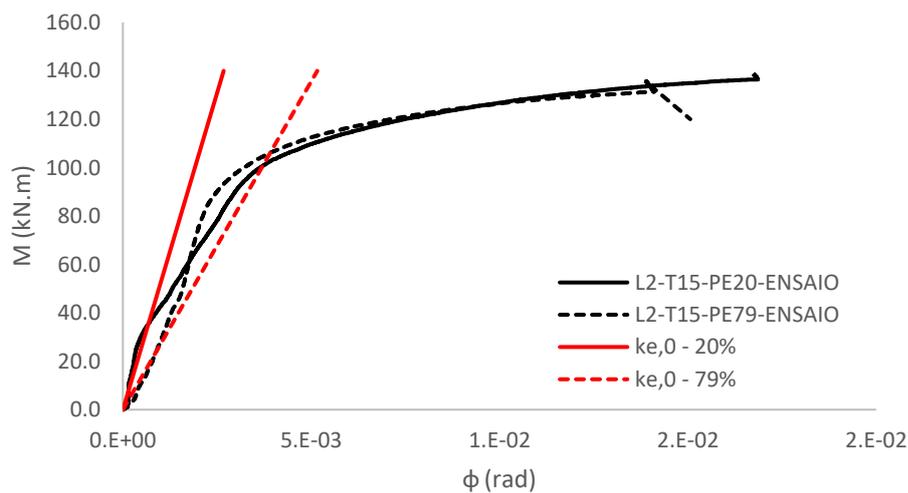


Figura 3-37 – Curva força/deslocamento para as ligações L2-T15

Tabela 3-19 - Resultados do ensaio às ligações L2-T15

ID	$M_{j,Rd}$ (kN.m)	$S_{j,ini}$ (kN/mm)
L2-T15-PE20 (3+4)	138.27	52300.485
L2-T15-PE79 (1+2)	135.76	27120.308

Conforme se pode verificar, a rigidez obtida para as ligações pré-esforçadas não corresponde ao esperado uma vez que esta é muito inferior à obtida para as ligações com um valor de pré-esforço reduzido. Não tendo sido possível identificar qual a causa que originou estes resultados (provavelmente relacionada com a aplicação da força de pré-esforço) optou-se por excluir estes ensaios (*L2-T20-PE79(1+2)* e *L2-T15-PE79(1+2)*) de análises comparativas com os resultados obtidos através das restantes metodologias. No entanto, estes resultados foram utilizados para efeitos de calibração dos modelos de elementos finitos.

## 4 CÁLCULO ANALÍTICO

### 4.1. Introdução

A avaliação analítica efectuada neste trabalho, consistiu na utilização da metodologia presente na EN 1993-1-8 [2] para determinar a resistência e rigidez inicial de algumas tipologias de ligações metálicas. Adicionalmente foram determinadas as mesmas grandezas recorrendo à formulação descrita no capítulo 2 que tem em conta o efeito do pré-esforço.

O cálculo analítico apresentado baseou-se nas seguintes hipóteses:

- Hipótese A – Não é contabilizado o efeito do Pré-Esforço
  - Método 2 da EN 1993-1-8;
- Hipótese B – É contabilizado o efeito do Pré-Esforço
  - Formulação proposta por Jaspart [4];

As tipologias de ligações analisadas e cujos resultados do cálculo analítico se apresentam são as seguintes:

- L1 - Ligação de duas peças em T;
- L2 - Ligação de continuidade viga-viga;
- L3 - Ligação de continuidade viga-viga com uma linha de parafusos saliente;
- L4 - Ligação de continuidade viga-coluna.

Para cada um destes tipos de ligações, com excepção das ligações que não foram ensaiadas em laboratório, apresentam-se também os resultados do cálculo analítico efectuada com as suas propriedades reais do material e geometria para efeitos de comparação com a avaliação experimental efectuada.

No que se refere à designação das ligações, para além do enunciado no *Capítulo 3.1*, nas ligações cujo cálculo assenta nos valores nominais das propriedades mecânicas dos materiais, é acrescentada a letra T à nomenclatura previamente definida (LX-TY-T-Z). Neste caso, a letra Z referente à percentagem da força de pré-esforço, indica a hipótese de cálculo utilizada (A ou B).

O cálculo detalhado de algumas destas ligações, com as suas propriedades mecânicas nominais, é apresentado em anexo.

Finalmente é ainda efectuado um estudo paramétrico destas ligações tendo como variável a relação entre a espessura da chapa e o diâmetro do parafuso ( $t_p/d$ ).

## 4.2. Ligação L1 - Ligação de duas peças em T

Esta ligação é constituída por duas peças em T, aparafusadas entre si com dois parafusos conforme o esquema da *Figura 4-1*. Na *Tabela 4-1* identificam-se as tipologias analisadas.

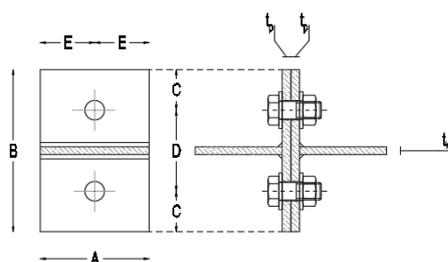


Figura 4-1 – Peça em T

Para a determinação analítica da resistência e da rigidez inicial das peças em T sujeitas a ensaio, utilizaram-se as propriedades geométricas médias das duas peças em T ligadas bem como as características materiais obtidas através dos ensaios de tracção. Para estes casos, os factores de segurança presentes na formulação teórica foram considerados com o seu valor unitário. Na *Tabela 4-3* apresentam-se as suas principais dimensões e características.

Tabela 4-1 - Ligações L1 calculadas analiticamente

L1 – T20					L1 – T15				
ID		$f_y$ (MPa)	$f_u$ (MPa)	$\gamma_{M2}$	ID		$f_y$ (MPa)	$f_u$ (MPa)	$\gamma_{M2}$
L1-T20-T-A	Nominal	355	1000	1.25	L1-T15-T-A	Nominal	355	1000	1.25
L1-T20-T-B	Nominal	355	1000	1.25	L1-T15-T-B	Nominal	355	1000	1.25
L1-T20-PE20	Ensaio	414	1099	1.00	L1-T15-PE20	Ensaio	414	1099	1.00
L1-T20-PE79	Ensaio	415	1099	1.00	L1-T15-PE79	Ensaio	415	1099	1.00

No que diz respeito aos parafusos, e para o cálculo baseado em propriedades nominais, utilizaram-se os valores que se apresentam na *Tabela 4-2*. Para as ligações que foram sujeitas a ensaios, utilizou-se uma tensão última de valor 1099 MPa que corresponde ao valor médio obtido nos ensaios de tracção dos parafusos.

Tabela 4-2 - Propriedades geométricas e mecânicas do parafuso M20

$d$ (mm)	$d_0$ (mm)	$d_w$ (mm)	$t_{bp}$ (mm)	$h_{cabeça}$ (mm)	$h_{porca}$ (mm)	$L$ (mm)	$f_{yb}$ (mm)	$f_{ub}$ (MPa)
20	22	37	4	13	16	70	900	1000

Tabela 4-3 - Dimensões das peças em T

ID	A (mm)	B (mm)	C (mm)	D (mm)	E (mm)	$t_p$ (mm)	$t_w$ (mm)	$d_0$ (mm)	$a_w$ (mm)	$f_y$ (MPa)
<b>L1-T20-T</b>	<b>100.00</b>	<b>180.00</b>	<b>40.00</b>	<b>100.00</b>	<b>50.00</b>	<b>20.00</b>	<b>20.00</b>	<b>22.00</b>	<b>14.00</b>	<b>355</b>
L1-T20-1	101.33	180.48	40.34	99.80	50.66	20.40	20.30	21.74	14.00	414.66
L1-T20-2	100.95	181.68	40.88	99.92	50.47	20.40	20.20	21.74	14.00	
L1-T20-(1+2)	101.14	181.08	40.61	99.86	50.57	20.40	20.25	21.74	14.00	
L1-T20-3	101.09	181.10	40.60	99.90	50.55	20.45	20.30	21.70	14.00	
L1-T20-4	100.77	181.34	40.70	99.95	50.38	20.30	20.40	21.68	14.00	
L1-T20-(3+4)	100.93	181.22	40.65	99.93	50.46	20.38	20.35	21.69	14.00	
<b>L1-T15-T</b>	<b>100.00</b>	<b>180.00</b>	<b>40.00</b>	<b>100.00</b>	<b>50.00</b>	<b>15.00</b>	<b>20.00</b>	<b>22.00</b>	<b>10.00</b>	<b>355</b>
L1-T15-1	100.32	179.99	40.01	99.97	50.16	15.80	20.20	21.68	10.00	415.27
L1-T15-2	100.17	179.22	39.54	100.15	50.08	15.80	20.20	21.41	10.00	
L1-T15-(1+2)	100.24	179.61	39.78	100.06	50.12	15.80	20.20	21.54	10.00	
L1-T15-3	99.63	179.74	39.71	100.32	49.82	15.80	20.30	21.67	10.00	
L1-T15-4	99.73	180.04	39.83	100.38	49.86	15.80	20.30	21.63	10.00	
L1-T15-(3+4)	99.68	179.89	39.77	100.35	49.84	15.80	20.30	21.65	10.00	

Na *Tabela 4-4* apresentam-se os valores relativos às cargas de rotura de cada ligação. Em todos os casos, o modo de rotura associado ao colapso da chapa de extremidade em flexão é o modo de rotura 2.

Tabela 4-4 - Carga de rotura prevista –  $F_{T,Rd}$  (kN)

L1-T20-T	L1-T20-PE79 (1+2)	L1-T20-PE20 (3+4)	L1-T15-T	L1-T15-PE79 (1+2)	L1-T15-PE79 (3+4)
326.61	431.33	430.78	257.88	350.20	349.08

Relativamente à rigidez inicial, e para as ligações *L1-T20-T* e *L1-T15-T*, esta foi determinada tendo em conta as hipóteses A e B e cujos resultados se apresentam na *Tabela 4-5*. As restantes ligações enquadram-se na hipótese B uma vez que estas ligações foram ensaiadas com uma determinada percentagem da força de pré-esforço máxima (79% e 20%) e os seus resultados resumem-se na *Tabela 4-6*.

A formulação teórica apresentada não efectua distinção do valor de pré-esforço instalado para a determinação da rigidez inicial. Para as ligações ensaiadas, o valor da rigidez inicial determinado analiticamente é praticamente idêntico, sendo a diferença resultante das diferenças geométricas das peças.

Tabela 4-5 - Rigidez inicial – L1-T20-T e L1-T15-T

	$K_{e,0}$ – L1-T20-T (kN/mm)	$K_{e,0}$ – L1-T15-T (kN/mm)
Hipótese A	1057.317	725.741
Hipótese B	3193.907	1181.420

Tabela 4-6 – Rigidez inicial das peças ensaiadas

	L1-T20-PE79 (1+2)	L1-T20-PE20 (3+4)	L1-T15-PE79 (1+2)	L1-T15-PE20 (3+4)
$K_{e,0}$ (kN/mm)	3357.964	3352.864	1357.373	1339.507

Na *Figura 4-2* e na *Figura 4-3* apresentam-se as curvas força/deslocamento das ligações com banzo de espessura de 20mm e 15mm respectivamente.

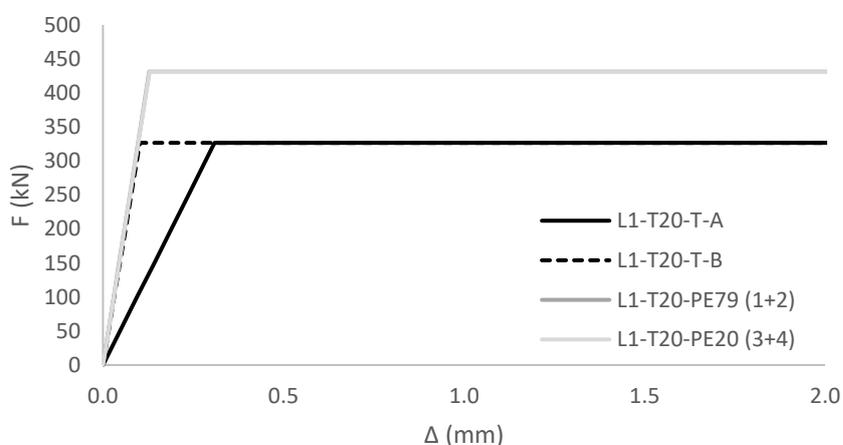


Figura 4-2 – Curva F- $\Delta$  das ligações com banzo de espessura 20 mm

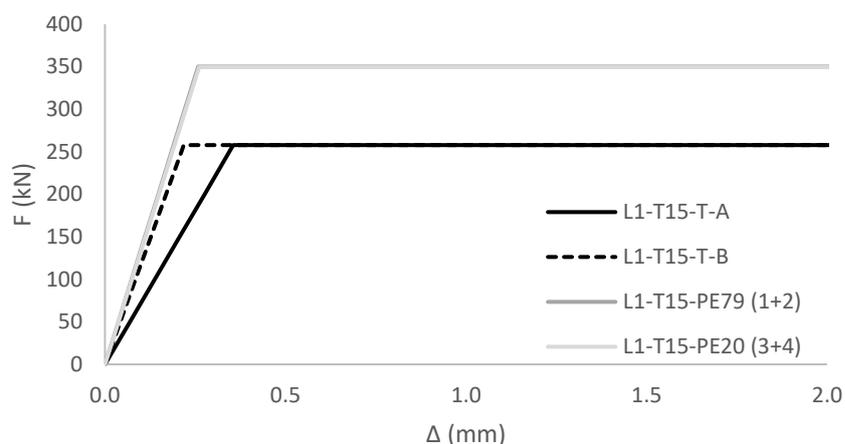


Figura 4-3 – Curva F-Δ das ligações com banzo de espessura 15 mm

Analisando os resultados obtidos para as ligações *L1-T20-T* e *L1-T15-T*, verifica-se que existe um aumento da rigidez inicial com a consideração do pré-esforço do parafuso no cálculo. Este aumento é mais significativo na ligação *L1-T20-T* cuja espessura do banzo é da ordem de grandeza do diâmetro do parafuso.

No que diz respeito à resistência verifica-se, em ambas as ligações, que não existe influência do pré-esforço do parafuso. Isto deve-se ao facto de o modo de rotura associado ao colapso da ligação ser em ambos os casos o modo 2.

### 4.3. Ligação L2 - Ligação de continuidade viga/viga

A ligação é constituída por duas vigas IPE 300 com chapa de extremidade aparafusadas entre si conforme ilustrado na *Figura 4-4*. Na *Tabela 4-7* identificam-se as tipologias analisadas.

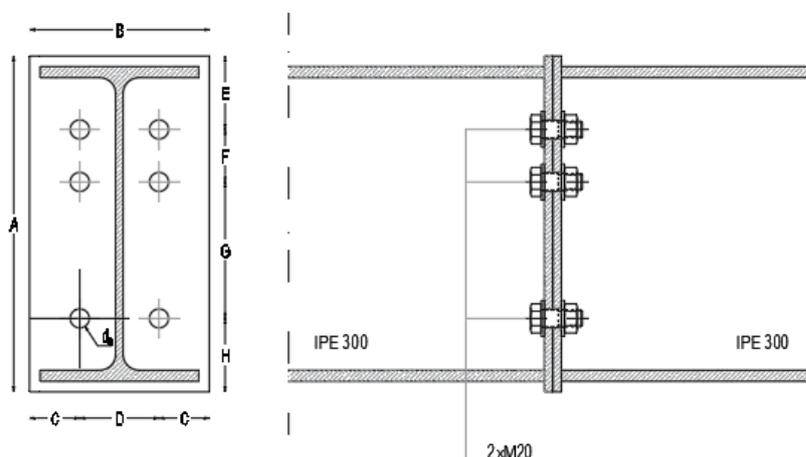


Figura 4-4 – Ligação de continuidade viga/viga

Para a determinação analítica da resistência e da rigidez de rotação inicial das peças sujeitas a ensaio, utilizaram-se as propriedades geométricas médias das duas peças ligadas, bem como as características materiais obtidas através dos ensaios de tracção. Para estes casos, os factores de segurança presentes na formulação teórica foram considerados com o seu valor unitário. Na *Tabela 4-9* apresentam-se dimensões reais das chapas de extremidade.

Tabela 4-7 - Ligações L2 calculadas analiticamente

L2 – T20					L2 – T15				
ID		$f_y$ (MPa)	$f_u$ (MPa)	$\gamma_{M2}$	ID		$f_y$ (MPa)	$f_u$ (MPa)	$\gamma_{M2}$
L2-T20-T-A	Nominal	275	1000	1.25	L2-T15-T-A	Nominal	275	1000	1.25
L2-T20-T-B	Nominal	275	1000	1.25	L2-T15-T-B	Nominal	275	1000	1.25
L2-T20-PE20	Ensaio	356.03	1099	1.00	L2-T15-PE20	Ensaio	356.03	1099	1.00
L2-T20-PE79	Ensaio	356.03	1099	1.00	L2-T15-PE79	Ensaio	356.03	1099	1.00

No cálculo analítico das ligações sujeitas a ensaio foi ignorada a contribuição da linha de parafusos intermédia uma vez que estes parafusos foram retirados dos provetes ensaiados.

No que se refere à tensão de cedência das vigas metálicas, esta foi determinada tendo em conta as áreas relativas do seu banzo e da sua alma.

$$f_{y,IPE} = \frac{A_b f_{y,b} + A_w f_{y,w}}{A_b + A_w} = 356.03 \text{ MPa} \quad (136)$$

O material das chapas de extremidade das vigas não foi ensaiado, pelo que se considerou uma tensão de cedência idêntica à das vigas metálicas.

No que diz respeito aos parafusos, e para o cálculo baseado em propriedades nominais, utilizaram-se os valores que se apresentam na *Tabela 4-9*. Para as ligações que foram sujeitas a ensaios, utilizou-se uma tensão última de valor 1099 MPa que corresponde ao valor médio obtido nos ensaios de tracção dos parafusos.

Tabela 4-8 - Propriedades da chapa de extremidade das ligações L2

ID	A (mm)	B (mm)	C (mm)	D (mm)	E (mm)	F (mm)	G (mm)	H (mm)	$t_p$ (mm)
<b>L2-T20-T</b>	<b>320.00</b>	<b>170.00</b>	<b>40.00</b>	<b>90.00</b>	<b>61.00</b>	<b>60.00</b>	<b>138.00</b>	<b>61.00</b>	<b>20.00</b>
L2-T20-1	319.00	168.00	39.00	90.00	60.00	60.00	138.00	61.00	20.03
L2-T20-2	320.06	168.00	40.00	88.00	62.00	61.00	136.06	61.00	20.08
L2-T20-(1+2)	319.53	168.00	39.50	89.00	61.00	199.03		61.00	20.06
L2-T20-3	320.00	169.00	39.00	91.00	61.00	58.00	141.00	60.00	19.87
L2-T20-4	319.00	168.00	41.00	86.00	61.00	61.00	136.00	61.00	20.03
L2-T20-(3+4)	319.50	168.50	40.00	88.50	61.00	198.00		60.50	19.95
<b>L2-T15-T</b>	<b>320.00</b>	<b>170.00</b>	<b>40.00</b>	<b>90.00</b>	<b>61.00</b>	<b>60.00</b>	<b>138.00</b>	<b>61.00</b>	<b>15.00</b>
L2-T15-1	321.00	169.00	40.00	89.00	62.00	61.00	138.00	60.00	15.06
L2-T15-2	320.00	170.00	39.00	92.00	60.00	59.00	140.00	61.00	15.05
L2-T15-(1+2)	320.50	169.50	39.50	90.50	61.00	199.00		60.50	15.06
L2-T15-3	320.30	170.00	41.00	88.00	61.00	60.00	138.30	61.00	15.03
L2-T15-4	319.00	168.00	40.00	88.00	61.00	60.00	137.00	61.00	15.00
L2-T15-(3+4)	319.65	169.00	40.50	88.00	61.00	197.65		61.00	15.02

Tabela 4-9 - Propriedades geométricas e mecânicas do parafuso M20

$d$ (mm)	$d_0$ (mm)	$d_w$ (mm)	$t_{bp}$ (mm)	$h_{cabeça}$ (mm)	$h_{porca}$ (mm)	$L$ (mm)	$f_{yb}$ (mm)	$f_{ub}$ (MPa)
20	22	37	4	13	16	70	900	1000

Na *Tabela 4-10* apresentam-se os valores relativos momento flector resistente de cada ligação. Em todos os casos, o componente limitante é o componente associado à chapa de extremidade em flexão cujo modo de rotura relativo ao colapso da chapa de extremidade é o modo de rotura 2.

Tabela 4-10 - Momento flector resistente –  $M_{j,Rd}$  (kN.m)

L2-T20-T	L2-T20-PE79 (1+2)	T2-T20-PE20 (3+4)	L2-T15-T	L2-T15-PE79 (1+2)	L2-T15-PE20 (3+4)
121.89	124.53	124.50	109.42	104.76	105.92

Relativamente à rigidez inicial, e para as ligações *L2-T20-T* e *L2-T15-T*, esta foi determinada tendo em conta as hipóteses A e B e cujos valores se apresentam na *Tabela 4-11*. Na *Tabela*

4-12 evidenciam-se os resultados para as restantes ligações que se enquadram na hipótese B uma vez que estas foram ensaiadas com uma determinada percentagem da força de pré-esforço máxima (79% e 20%).

Tal como referido anteriormente, a formulação teórica não efectua distinção do valor de pré-esforço instalado para a determinação da rigidez inicial. Assim sendo, para as ligações ensaiadas, o valor da rigidez inicial determinado analiticamente é praticamente idêntico, sendo a diferença resultante das diferenças geométricas das peças.

Tabela 4-11 - Rigidez de rotação inicial – L2-T20-T e L2-T15-T

	$S_{j,ini}$ – L2-T20-T (kN/mm)	$S_{j,ini}$ – L2-T15-T (kN/mm)
Hipótese A	74348.760	51138.764
Hipótese B	148705.493	72177.654

Tabela 4-12 - Rigidez de rotação inicial das peças ensaiadas

	L2-T20-PE79 (1+2)	L2-T20-PE20 (3+4)	L2-T15-PE79 (1+2)	L2-T15-PE20 (3+4)
$S_{j,ini}$ (kN/mm)	144007.123	144152.265	73106.993	76937.894

Na *Figura 4-5* representam-se as curvas de momento/rotação para as ligações baseadas nas propriedades nominais geométricas e materiais. Na *Figura 4-6* e na *Figura 4-7* apresentam-se as curvas força/deslocamento das ligações ensaiadas com banzo de espessura de 20 mm e 15 mm respectivamente.

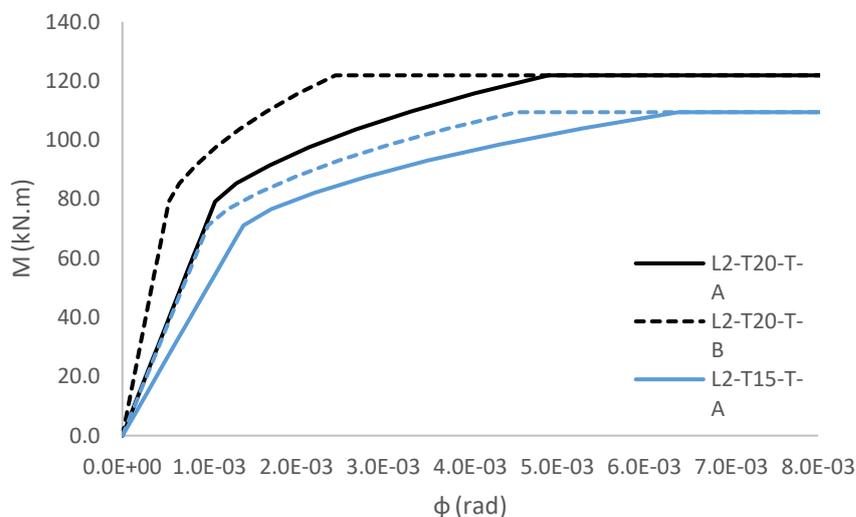


Figura 4-5 – Curva de momento/rotação das ligações L2-T20-T e L2-T15-T

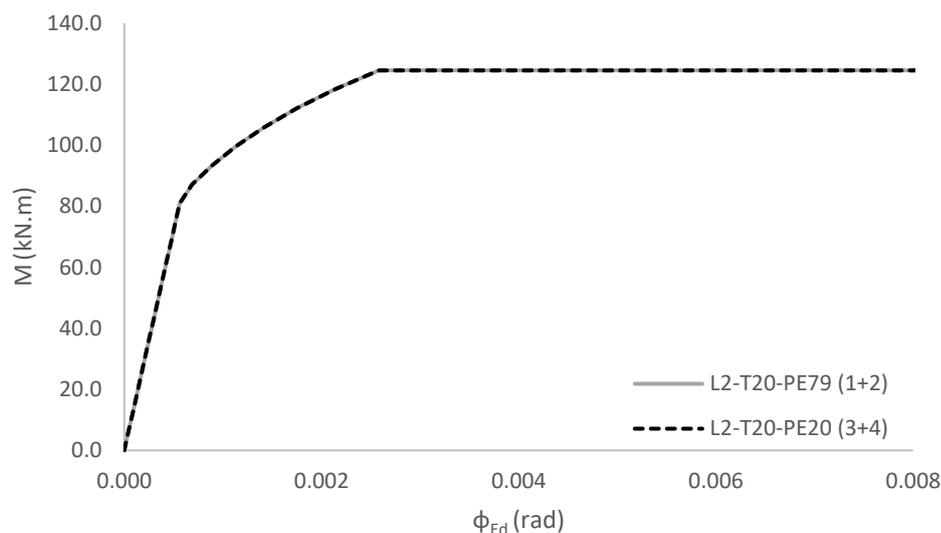


Figura 4-6 – Curva de momento/rotação das ligações L2-T20 ensaiadas

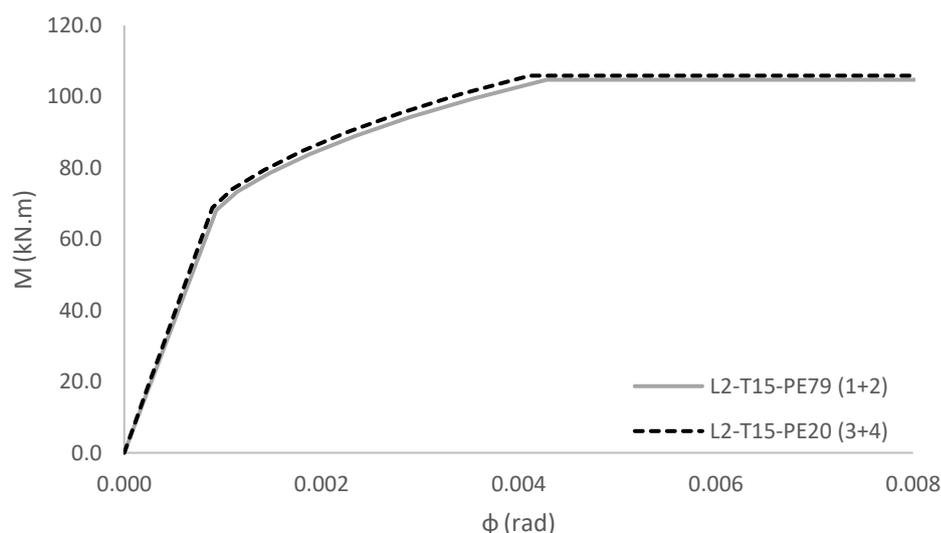


Figura 4-7 – Curva de momento/rotação das ligações L2-T15 ensaiadas

O procedimento de cálculo analítico não faz distinção do valor da força de pré-esforço dos parafusos pelo que apenas é possível retirar conclusões do cálculo efectuada para as ligações baseadas em propriedades nominais e estudadas de acordo com as hipóteses de cálculo A e B.

Assim, verifica-se que a nível da rigidez de rotação inicial existe influência do pré-esforço sendo esta mais significativa no caso da ligação L2-T20-T. A resistência é idêntica em ambos os casos uma vez que o modo de rotura associado à componente chapa de extremidade em flexão é o modo de rotura 2.

#### 4.4. Ligação L3 - Ligação de continuidade viga/viga com uma linha de parafusos saliente

A ligação é constituída por duas vigas IPE 300 com chapa de extremidade aparafusadas entre si com parafusos M20 da classe 10.9. O tipo de aço das chapas é o S275 JR. Na *Figura 4-8*, na *Tabela 4-14*, na *Tabela 4-15* e na *Tabela 4-16* apresentam-se as suas principais dimensões e características.

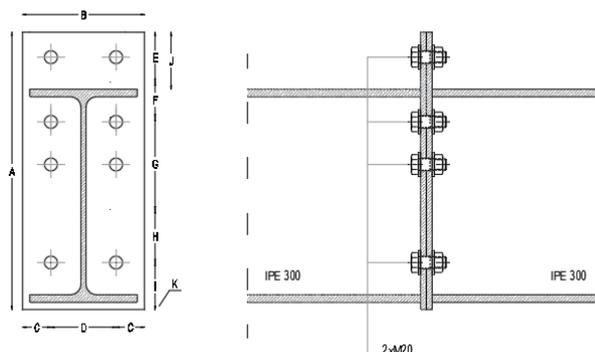


Figura 4-8 – Ligação de continuidade viga/viga

O cálculo analítico é efectuado de acordo com as hipóteses A e B e para duas espessuras de chapa de extremidade distintas. Na *Tabela 4-13* identificam-se as ligações calculadas analiticamente.

Tabela 4-13 - Ligações L3 calculadas analiticamente

L3 – T20					L3 – T15				
ID		$f_y$ (MPa)	$f_u$ (MPa)	$\gamma_{M2}$	ID		$f_y$ (MPa)	$f_u$ (MPa)	$\gamma_{M2}$
L3-T20-T-A	Nominal	275	1000	1.25	L3-T15-T-A	Nominal	275	1000	1.25
L3-T20-T-B	Nominal	275	1000	1.25	L3-T15-T-B	Nominal	275	1000	1.25

Tabela 4-14 - Propriedades da chapa de extremidade das ligações L3

A (mm)	B (mm)	C (mm)	D (mm)	E (mm)	F (mm)	G (mm)	H (mm)	I (mm)	J (mm)	K (mm)	$t_p$ (mm)	$f_y$ (MPa)
390	170	40	90	35	91	60	138	66	80	10	15/20	275

Tabela 4-15 - Propriedades geométricas e mecânicas do parafuso M20

$d$ (mm)	$d_0$ (mm)	$d_w$ (mm)	$t_{bp}$ (mm)	$h_{cabeça}$ (mm)	$h_{porca}$ (mm)	$L$ (mm)	$f_{yb}$ (mm)	$f_{ub}$ (MPa)
20	22	37	4	13	16	70	900	1000

Tabela 4-16 - Propriedades da viga metálica

Secção	$h$ (mm)	$b$ (mm)	$t_f$ (mm)	$t_w$ (mm)	$r$ (mm)	$f_y$ (MPa)
IPE 300	300	150	10.7	7.1	15	275

Na *Tabela 4-17* apresentam-se os valores relativos ao momento flector resistente de cada ligação. Em todos os casos, o componente limitante é o componente associado à chapa de extremidade em flexão cujo modo de rotura relativo ao colapso da chapa de extremidade é o modo de rotura 2.

Tabela 4-17 - Momento flector resistente –  $M_{j,Rd}$  (kN.m)

L3-T20-T-A	L3-T20-T-B	L3-T15-T-A	L3-T15-T-B
207.22	207.22	170.15	175.13

Apresenta-se na *Tabela 4-18* o valor da rigidez de rotação inicial, determinado de acordo com as hipóteses de cálculo enunciadas. Na *Figura 4-9* e na *Figura 4-10* apresentam-se as respectivas curva de momento/rotação para a ligação com chapa de extremidade de 20 e 15mm de espessura.

Tabela 4-18 - Rigidez de rotação inicial

	$S_{j,ini}$ – L3-T20-T (kN/mm)	$S_{j,ini}$ – L3-T15-T (kN/mm)
Hipótese A	159399.260	106792.948
Hipótese B	306632.939	147524.974

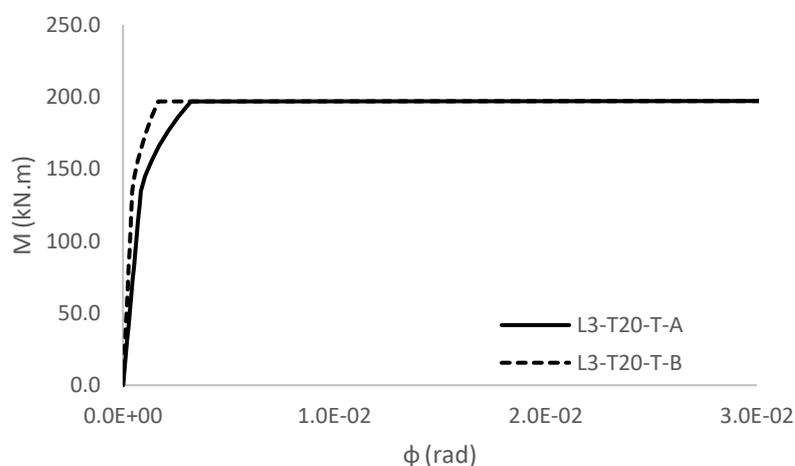


Figura 4-9 – Curva de momento-rotação ( $t_p=20.00\text{mm}$ )

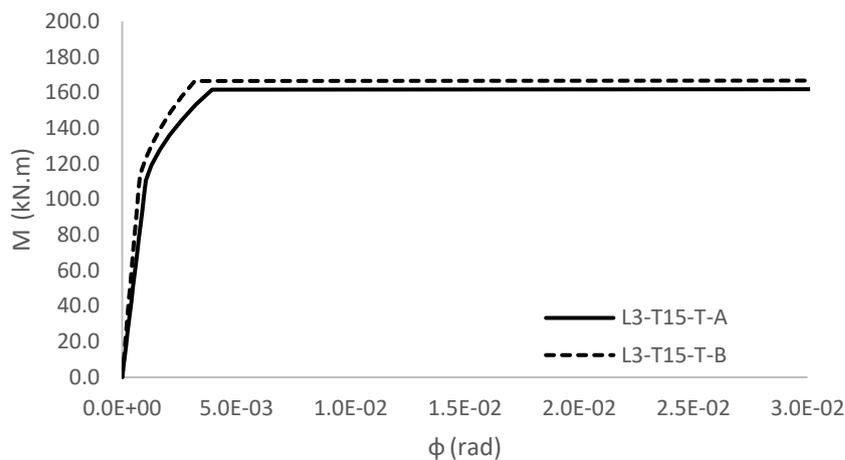


Figura 4-10 – Curva de momento-rotação ( $t_p=15.00\text{mm}$ )

Na ligação *L3-T20-T* a resistência é condicionada pelo modo de rotura 2 da chapa de extremidade, pelo que se verifica que a resistência é idêntica nas hipóteses de cálculo A e B. No que diz respeito à rigidez de rotação inicial verifica-se que existe influência do pré-esforço dos parafusos.

A ligação *L3-T15-T* é igualmente condicionada pelo modo 2 de rotura da chapa de extremidade, embora a linha de parafusos saliente seja condicionada pelo modo 1. Deste modo, verifica-se uma pequena diferença no valor da resistência calculada pelas hipóteses de cálculo A e B. A consideração do pré-esforço do parafuso tem também influência no que se refere à rigidez de rotação inicial.

#### 4.5. Ligação L4 - Ligação de continuidade viga/coluna

A ligação é constituída por uma viga IPE 500 com chapa de extremidade aparafusada ao banzo de uma coluna HEA340 com parafusos M24 da classe 10.9. O tipo de aço das chapas é o S235 JR. Esta ligação é idêntica à constante do livro “Design of Joints in Steel and Composite Structures” [11]. Na *Figura 4-11*, na *Tabela 4-20*, na *Tabela 4-21*, na *Tabela 4-22* e na *Tabela 4-23* apresentam-se as suas principais dimensões e características.

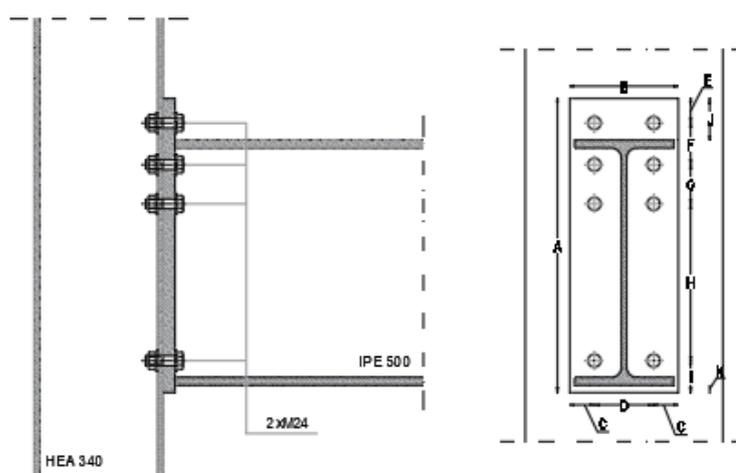


Figura 4-11 – Ligação de continuidade viga/coluna

O cálculo analítico é efectuado de acordo com as hipóteses A e B e para duas espessuras de chapa de extremidade distintas. Na *Tabela 4-19* identificam-se as ligações calculadas analiticamente.

Tabela 4-19 - Ligações L4 calculadas analiticamente

L4 – T24					L4 – T15				
ID		$f_y$ (MPa)	$f_u$ (MPa)	$\gamma_{M2}$	ID		$f_y$ (MPa)	$f_u$ (MPa)	$\gamma_{M2}$
L4-T24-T-A	Nominal	235	1000	1.25	L4-T15-T-A	Nominal	235	1000	1.25
L4-T24-T-B	Nominal	235	1000	1.25	L4-T15-T-B	Nominal	235	1000	1.25

Tabela 4-20 - Propriedades da chapa de extremidade das ligações L4

A (mm)	B (mm)	C (mm)	D (mm)	E (mm)	F (mm)	G (mm)	H (mm)	I (mm)	J (mm)	K (mm)	$t_p$ (mm)	$f_y$ (MPa)
600	240	60	120	50	85	80	320	65	85	15	15/24	235

Tabela 4-21 - Propriedades geométricas e mecânicas do parafuso M24

$d$ (mm)	$d_0$ (mm)	$d_w$ (mm)	$t_{bp}$ (mm)	$h_{cabeça}$ (mm)	$h_{porca}$ (mm)	$L$ (mm)	$f_{yb}$ (mm)	$f_{ub}$ (MPa)
7	26	44	4	15	20	70	900	1000

Tabela 4-22 - Propriedades da viga metálica

Secção	$h$ (mm)	$b$ (mm)	$t_f$ (mm)	$t_w$ (mm)	$r$ (mm)	$f_y$ (MPa)
IPE 500	500	200	16	10.2	21	235

Tabela 4-23 - Propriedades da coluna metálica

Secção	$h$ (mm)	$b$ (mm)	$t_f$ (mm)	$t_w$ (mm)	$r$ (mm)	$f_y$ (MPa)
HEA 340	330	300	16.5	9.5	27	235

Na *Tabela 4-17* apresentam-se os valores relativos momento flector resistente de cada ligação. Em todos os casos, o componente limitante é o componente associado à chapa de extremidade em flexão cujo modo de rotura relativo ao colapso da chapa de extremidade é o modo de rotura 2.

Tabela 4-24 - Momento flector resistente –  $M_{j,Rd}$  (kN.m)

L4-T24-T-A	L4-T24-T-B	L4-T15-T-A	L4-T15-T-B
236.60	236.60	232.35	232.35

Na *Tabela 4-25* encontram-se os valores da rigidez de rotação inicial, determinado de acordo com as hipóteses de cálculo enunciadas. Na *Figura 4-12* e na *Figura 4-13* apresentam-se as respectivas curva de momento/rotação para a ligação com chapa de extremidade de 24 e 15mm de espessura.

Tabela 4-25 - Rigidez de rotação inicial

	$S_{j,ini}$ – L4-T24-T (kN/mm)	$S_{j,ini}$ – L4-T15-T (kN/mm)
Hipótese A	75635.746	74467.39
Hipótese B	80987.390	79294.05

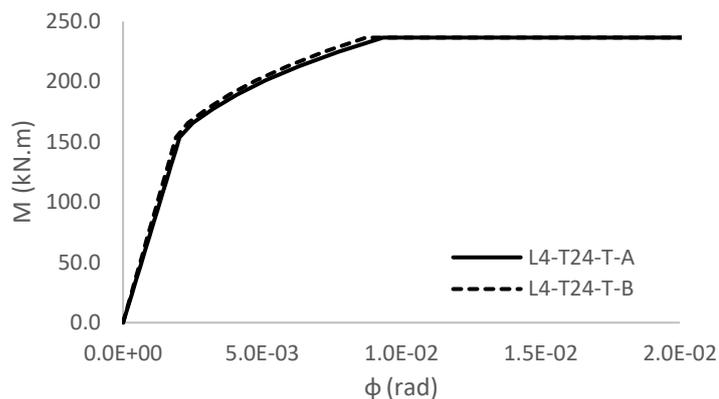


Figura 4-12 – Curva de momento-rotação ( $t_p=24.00$  mm)

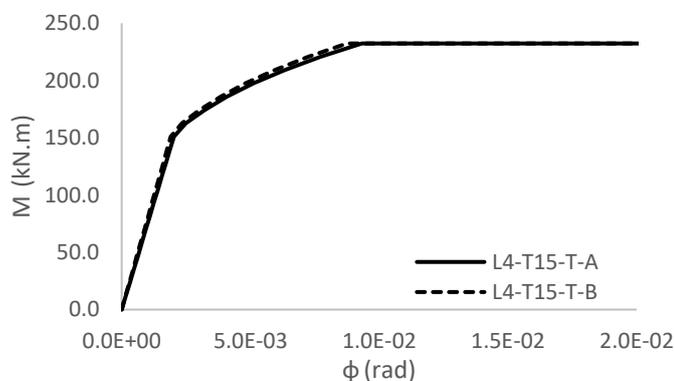


Figura 4-13 – Curva de momento-rotação ( $t_p=15.00$  mm)

Nos casos analisados, o modo de rotura associado à componente chapa de extremidade em flexão é o modo de rotura 2, pelo que a resistência é idêntica nas duas hipóteses de cálculo analisadas. No que diz respeito à rigidez de rotação inicial, a influência existe, mas é pouco significativa, sendo menor no caso da chapa de extremidade de espessura inferior (*L4-T15-T*).

#### 4.6. Estudo Paramétrico

O estudo paramétrico teve por objectivo verificar qual a influência da espessura da chapa de extremidade na resistência e na rigidez das tipologias de ligações enunciadas no início do capítulo. Assim sendo, e para os casos teóricos acima apresentados, efectuou-se a determinação destes valores, variando apenas a espessura da chapa de extremidade tendo-se analisado a seguinte gama de espessuras:

$$0.5d \leq t_p \leq 1.5d$$

Nos subcapítulos subsequentes apresentam-se as relações obtidas.

#### 4.6.1. Ligação L1 - Ligação de duas peças em T

Nos gráficos da *Figura 4-14* representa-se a evolução da resistência e da rigidez em função da relação  $t_p/d$ .

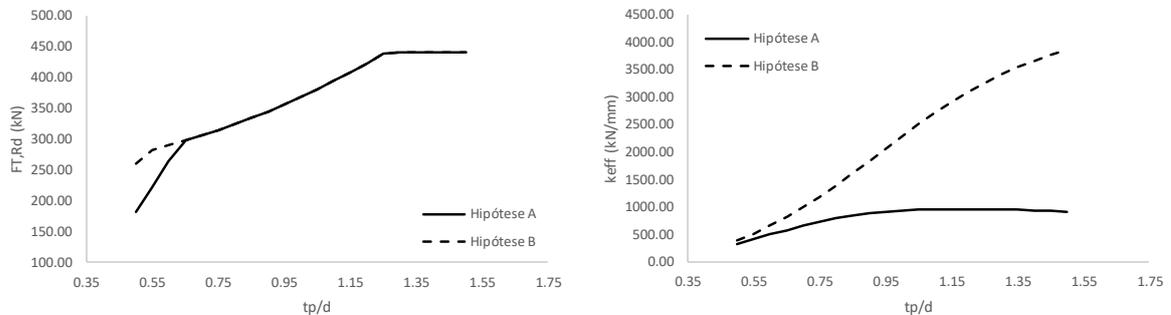


Figura 4-14 – Evolução da resistência e rigidez em função da relação  $t_p/d$  – L1

Em termos de resistência, verifica-se que apenas existe influência do pré-esforço quando o modo de rotura da ligação é o modo 1.

No caso da rigidez é possível verificar que a influência do pré-esforço está sempre presente e origina um aumento de rigidez considerável quando a relação  $t_p/d$  aumenta.

#### 4.6.2. Ligação L2 - Ligação de continuidade viga/viga

Nos gráficos da *Figura 4-15* representa-se a evolução da resistência e da rigidez em função da relação  $t_p/d$ .

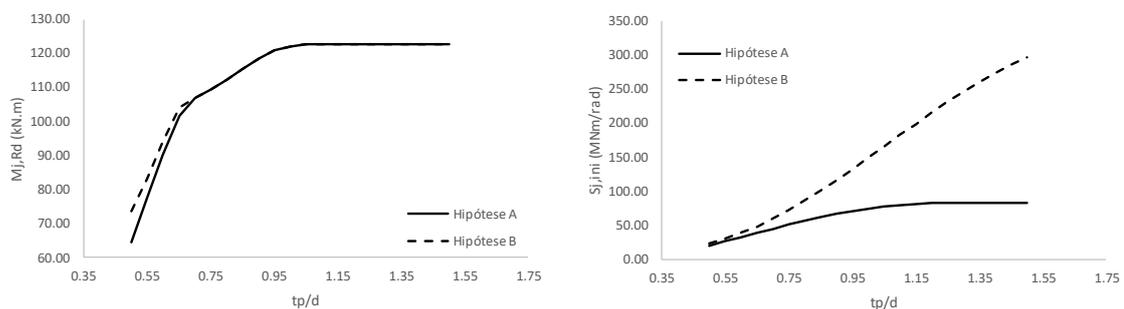


Figura 4-15 – Evolução da resistência e rigidez em função da relação  $t_p/d$  – L2

Em termos de resistência, verifica-se que apenas existe influência do pré-esforço quando o modo de rotura associado à componente chapa de extremidade em flexão é o modo 1.

No que se refere à rigidez é possível verificar que a influência do pré-esforço está sempre presente e origina um aumento de rigidez considerável quando a relação  $t_p/d$  aumenta.

#### 4.6.3. Ligação L3 - Ligação de continuidade viga/viga com uma linha de parafusos saliente

Nos gráficos da Figura 4-16 representa-se a evolução da resistência e da rigidez em função da relação  $t_p/d$ .

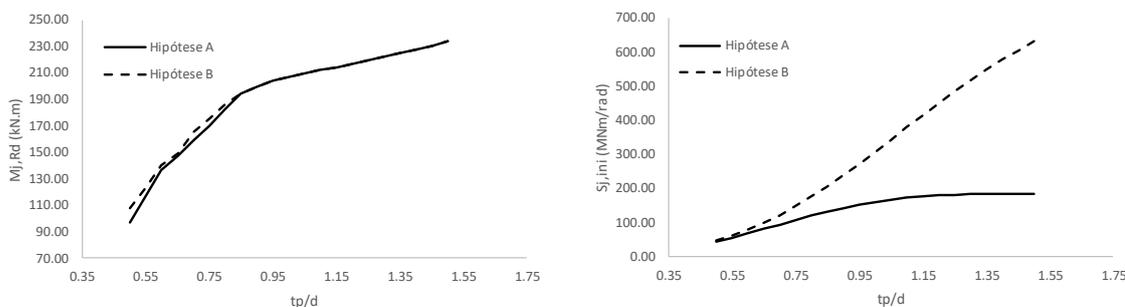


Figura 4-16 – Evolução da resistência e rigidez em função da relação  $t_p/d$  – L3

Em termos de resistência, verifica-se que apenas existe influência do pré-esforço quando o modo de rotura associado à componente chapa de extremidade em flexão é o modo 1.

Relativamente à rigidez é possível verificar que a influência do pré-esforço está sempre presente. Este origina um aumento de rigidez considerável quando a relação  $t_p/d$  aumenta.

#### 4.6.4. Ligação L4 - Ligação de continuidade viga/coluna

Nos gráficos da Figura 4-17 representa-se a evolução da resistência e da rigidez em função da relação  $t_p/d$ .

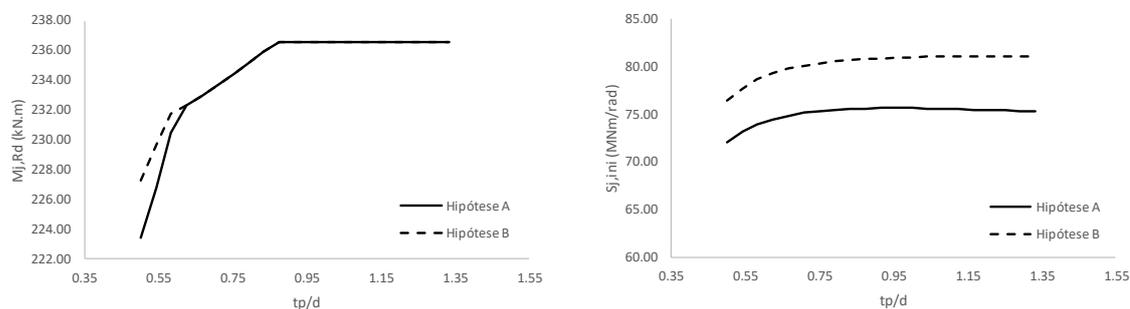


Figura 4-17 – Evolução da resistência e rigidez em função da relação  $t_p/d$  – L4

Em termos de resistência verifica-se que apenas existe influência do pré-esforço quando o modo de rotura associado à componente chapa de extremidade em flexão é o modo 1.

No que diz respeito à rigidez é possível verificar que a influência do pré-esforço está sempre presente e origina um aumento de rigidez. No entanto, esse aumento é sempre inferior a 10%, uma vez que neste tipo de ligações existem um número elevado de componentes e a influência do pré-esforço é menos relevante.

## 5 AVALIAÇÃO NUMÉRICA

### 5.1. Introdução

O estudo do comportamento de uma ligação pode ser realizado através de simulações numéricas utilizando o Método dos Elementos Finitos. A modelação numérica é bastante complexa uma vez que requer uma representação adequada de uma série de características e parâmetros tais como a geometria, as leis constitutivas dos materiais, o carregamento e as condições de fronteira.

No entanto, a utilização desta metodologia assume um papel cada vez mais importante, na medida em que permite o estudo de inúmeros casos sem necessidade de recorrer a ensaios reais, dispendiosos em tempo e em recursos.

No caso de ligações metálicas, constituídas por vários elementos, o seu comportamento é essencialmente tridimensional. Envolve não só linearidades geométricas e materiais bem como fenómenos de contacto entre os diversos elementos.

Assim sendo, é necessário desenvolver um modelo de elementos finitos apropriado, capaz de representar correctamente o comportamento dos elementos analisados tendo em conta o tempo e esforço computacional disponível e a precisão requerida para o estudo.

Para tal é necessário definir uma série de parâmetros tais como o tipo de análise, o tipo e dimensão da malha de elementos finitos, o tipo de carregamento, as propriedades de contacto, entre outros.

Neste trabalho, a verificação do modelo de cálculo é efectuada através da comparação dos resultados obtidos no modelo de cálculo com o resultado de ensaios laboratoriais. Após a calibração do modelo de cálculo, é possível simular tipologias de ligações diferentes.

Nos casos em que não é possível efectuar ensaios, a calibração do modelo de elementos finitos poderá ser efectuada por comparação dos resultados do modelo com os resultados de ensaios existentes. Bursi e Jaspart [12], publicaram uma série de resultados de ensaios que podem ser adoptados na validação e/ou calibração de modelos de elementos finitos.

Nos subcapítulos seguintes efectua-se uma descrição dos modelos de elementos finitos realizados. O software de elementos finitos utilizado foi o *ABAQUS UNIFIED FEA*.

## 5.2. Descrição dos Modelos de Elementos Finitos

O objectivo desta análise numérica é o de descrever o comportamento não linear de uma série de ligações metálicas. Após a determinação e validação do comportamento obtido, será possível identificar quais os factores que contribuem de forma significativa para a rigidez de uma ligação e de que modo pode ser avaliado o efeito do pré-esforço dos parafusos no seu comportamento global.

Neste trabalho, foram efectuados estudos numéricos das seguintes tipologias de ligações:

- L1 - Ligação de duas peças em T;
- L2 - Ligação de continuidade viga-viga;
- L3 - Ligação de continuidade viga-viga com uma linha de parafusos saliente;
- L4 - Ligação de continuidade viga-coluna.

Na *Figura 5-1* podem-se visualizar os referidos modelos numéricos.

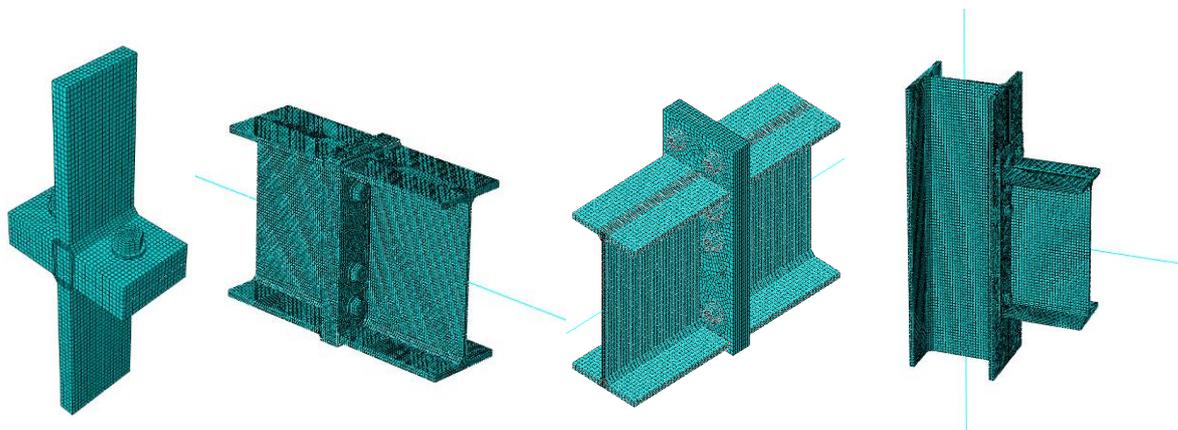


Figura 5-1 – Modelos de elementos finitos

A validação destes modelos foi efectuada por comparação dos resultados obtidos nos ensaios da ligação de duas peças em T (L1) e da ligação de continuidade entre duas vigas (L2).

Naturalmente, esta validação implica um conhecimento das leis constitutivas dos materiais utilizados nos ensaios, bem como a calibração de alguns parâmetros do modelo de elementos finitos.

Nestes modelos foram utilizadas as propriedades geométricas e mecânicas dos materiais reais enquanto que nos restantes modelos utilizaram-se as características dos materiais definidas nas normas relevantes.

Na *Tabela 5-1* identificam-se os modelos numéricos analisados no âmbito desta tese.

Tabela 5-1 - Identificação dos modelos de elementos finitos

Ligação	Modelo	Propriedades	Ligação	Modelo	Propriedades
L1	L1-T20-T-PE5	Nominais	L2	L2-T20-T-PE5	Nominais
	L1-T20-T-PE70			L2-T20-T-PE70	
	L1-T15-T-PE5			L2-T15-T-PE5	
	L1-T15-T-PE70			L2-T15-T-PE70	
	L1-T20-PE20	Ensaio		L2-T20-PE20	Ensaio
	L1-T20-PE79			L2-T20-PE79	
	L1-T15-PE20			L2-T15-PE20	
	L1-T15-PE79			L2-T15-PE79	
L3	L3-T20-T-PE5	Nominais	L4	L4-T15-T-PE5	Nominais
	L3-T20-T-PE70			L4-T15-T-PE70	
	L3-T15-T-PE5				
	L3-T15-T-PE70				

A modelação destas ligações tem em conta a não linearidade geométrica e material (análise GMNA) tendo sido desprezados os efeitos das imperfeições.

De uma forma geral, os modelos utilizados são constituídos por elementos finitos sólidos tridimensionais, sobre os quais se efectua uma análise estática.

### 5.2.1. Caracterização do Material

O aço é um material caracterizado por ter um comportamento elasto-plástico. Em regime elástico, a relação entre tensão e extensão é linear e a deformação é reversível. Quando a carga aplicada é tal que a tensão no material excede a tensão de cedência do mesmo, o comportamento do material passa a ser não linear. Neste regime, quando a carga é removida, apenas a deformação elástica é reversível. A restante deformação, correspondente a tensões superiores à de cedência, mantém-se (ver esquema da *Figura 5-2*).

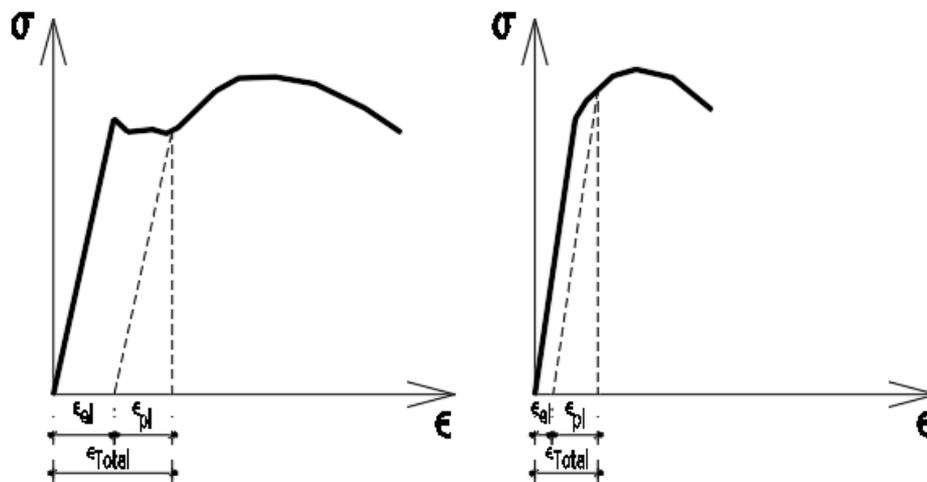


Figura 5-2 – Diagrama esquemático tensão/extensão do aço

A extensão total é definida pela soma da extensão elástica e plástica.

$$\varepsilon_T = \varepsilon_{El} + \varepsilon_{Pl} \quad (137)$$

Após atingida a tensão de cedência do material, o incremento de deformação plástica é acompanhado de um incremento de tensão. Este fenómeno é designado por endurecimento e é caracterizado por ter uma rigidez bastante inferior à rigidez em regime elástico.

A caracterização da lei de comportamento do material pode ser obtida através de ensaios uniaxiais de tracção. Estes ensaios devem ser realizados de acordo com a norma EN ISO 6892-1 [9].

Numa situação de prática corrente, em que existe necessidade de utilizar o método dos elementos finitos para estudar o comportamento de uma estrutura ou de parte desta, podem-se utilizar diagramas de comportamento idealizados para descrever o comportamento do material. Estes diagramas simplificados, podem assumir diversas formas sendo que a representação mais genérica corresponde à do diagrama bilinear.

Este diagrama, que relaciona tensão e extensão, tem um primeiro tramo que corresponde à zona de comportamento elástico e um segundo tramo que pretende representar a zona de comportamento plástico até à rotura. No primeiro tramo, a relação entre a tensão e extensão é proporcional ao módulo de elasticidade do aço.

$$\sigma = E\varepsilon \quad (138)$$

O segundo tramo pode ser modelado tendo em conta ou não o endurecimento do aço.

Na *Figura 5-3* apresentam-se os diagramas idealizados dos aços S235, S275, S355 e do aço da classe 10.9. Estes diagramas possuem um tramo inicial linear que corresponde ao comportamento elástico do material e um segundo tramo, igualmente linear, que corresponde ao comportamento plástico até à rotura do material.

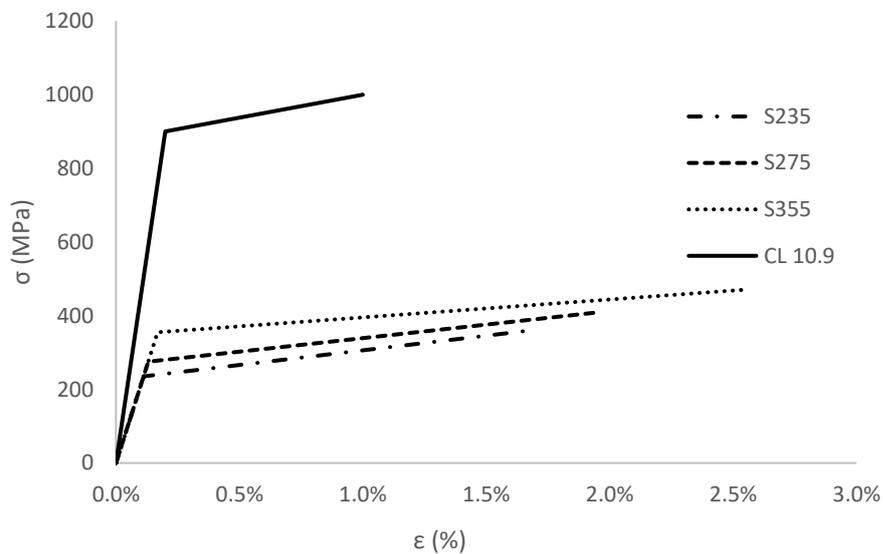


Figura 5-3 – Diagramas idealizados de tensão/extensão do aço

A elaboração destes diagramas implica o conhecimento das extensões de cedência e de rotura. A extensão de cedência é dada pela relação entre a tensão de cedência e o módulo de elasticidade (*Equação 138*). Relativamente à extensão de rotura e para os aços laminados a quente, na cláusula 3.2.2 (1) da norma EN 1993-1-1 [13] é indicado que esta deve ser superior a  $15\varepsilon_y$ .

No que diz respeito aos aços de alta resistência para parafusos pré-esforçados, não existe nenhum requisito normativo que dê indicações do valor a considerar para a extensão de rotura. Assim, este valor pode ser baseado em valor obtidos na bibliografia adequada.

Salienta-se que existe a possibilidade de utilizar diagramas idealizados multilíneares, mais complexos de definir, mas também mais precisos, em que, por exemplo no caso de aços macios, é modelado o patamar de cedência e definida uma lei de endurecimento.

A utilização das leis de comportamento acima representadas é apenas válida quando a deformação dos elementos é infinitesimal, uma vez que estas relacionam a tensão e a extensão com a geometria da peça indeformada.

Numa análise numérica, em que se introduz não linearidade material e geométrica, são expectáveis grandes deformações. A modelação do comportamento do material deve ter em

conta este aspecto e correlacionar a tensão e a extensão com o estado de deformação real do elemento.

A relação entre as grandezas nominais e reais é dada pelas seguintes expressões:

$$\varepsilon_{real} = \ln(1 + \varepsilon_{nom}) \quad (139)$$

$$\sigma_{real} = \sigma_{nom}(1 + \varepsilon_{nom}) \quad (140)$$

Salienta-se que estas expressões são válidas apenas até ao ponto correspondente à tensão de rotura do material.

Estas expressões são obtidas da seguinte forma:

- **Extensão Real**

$$d\varepsilon_{real} = \frac{dl}{l} \rightarrow \varepsilon_{real} = \int_{l_0}^l \frac{dl}{l} \rightarrow \varepsilon_{real} = \ln\left(\frac{l}{l_0}\right) \quad (141)$$

$$\varepsilon_{nom} = \frac{l-l_0}{l_0} = \frac{l}{l_0} - 1 \rightarrow 1 + \varepsilon_{nom} = \frac{l}{l_0} \rightarrow \varepsilon_{real} = \ln(1 + \varepsilon_{nom}) \quad (142)$$

- **Tensão Real**

$$A_0 l_0 = Al \rightarrow A = \frac{l_0}{l} A_0 \quad (143)$$

$$\sigma_{real} = \frac{F}{A} \rightarrow \sigma_{real} = \frac{F}{A_0} \frac{l}{l_0} \rightarrow \sigma_{real} = \sigma_{nom} \frac{l}{l_0} \quad (144)$$

$$\frac{l}{l_0} = 1 + \varepsilon_{nom} \quad (145)$$

$$\sigma_{real} = \sigma_{nom}(1 + \varepsilon_{nom}) \quad (146)$$

Na *Figura 5-4* apresentam-se os diagramas de tensão/extensão nominal e real para os aços S235, S275, S355 e da classe 10.9.

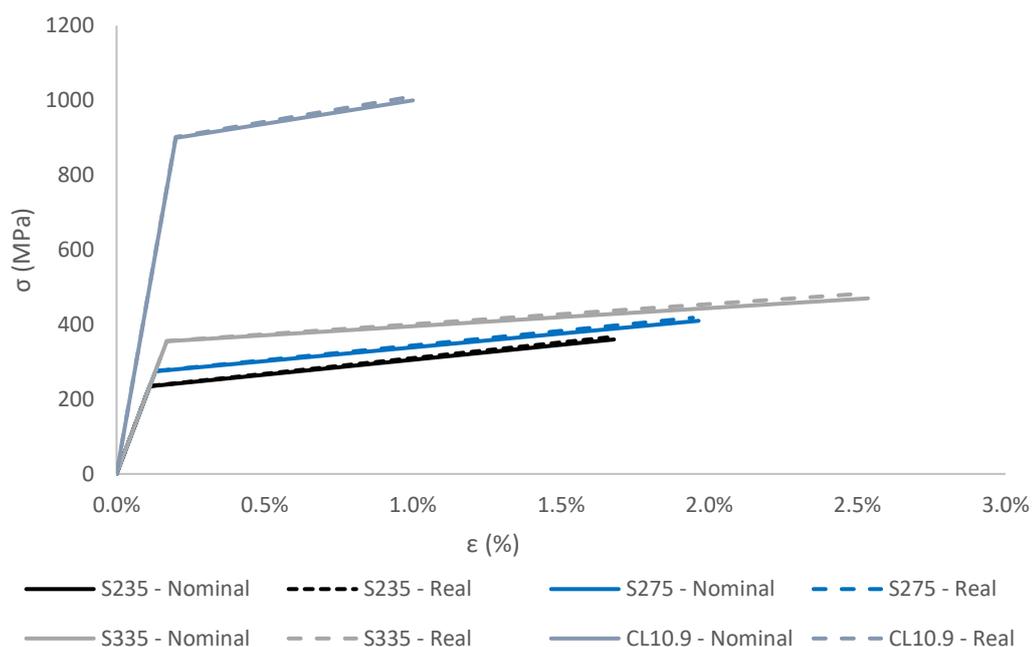


Figura 5-4 – Diagrama de tensão/extensão

Na *Tabela 5-2* identificam-se os três pontos que definem as leis de comportamento.

Tabela 5-2 - Propriedades do material

ID	S235				S275			
	Nominal		Real		Nominal		Real	
	$\epsilon$ (%)	$\sigma$ (MPa)						
1	0.0%	0.00	0.0%	0.00	0.0%	0.00	0.0%	0.00
2	0.11%	235.00	0.11%	235.26	0.13%	275.00	0.13%	275.36
3	1.7%	360.00	1.7%	366.04	2.0%	410.00	1.9%	418.05

ID	S355				CL 10.9			
	Nominal		Real		Nominal		Real	
	$\epsilon$ (%)	$\sigma$ (MPa)						
1	0.0%	0.00	0.0%	0.00	0.0%	0.00	0.0%	0.00
2	0.17%	355.00	0.17%	355.60	0.20%	900.00	0.20%	901.80
3	2.5%	470.00	2.5%	481.92	1.0%	1000.00	0.995%	1010.00

No programa *ABAQUS* a definição do material é efectuada separando o comportamento antes e após cedência do material. Assim sendo, é necessário decompor a extensão total nas suas parcelas elástica e plástica.

O comportamento até à cedência do material é definido pelo modo de elasticidade e pelo coeficiente de poisson enquanto que o comportamento após a cedência do material é definido por uma relação linear (neste caso), em que o primeiro ponto corresponde ao início da plastificação do material e o último à tensão de rotura e correspondente extensão.

Tabela 5-3 - Propriedades do material – Abaqus

ID	S235		S275		S355		CL 10.9	
	$\epsilon$	$\sigma$ (MPa)						
1	0.0%	235.26	0.0%	275.36	0.0%	355.60	0.0%	901.80
2	1.55%	366.04	1.81%	418.05	2.34%	481.92	0.80%	1010.00

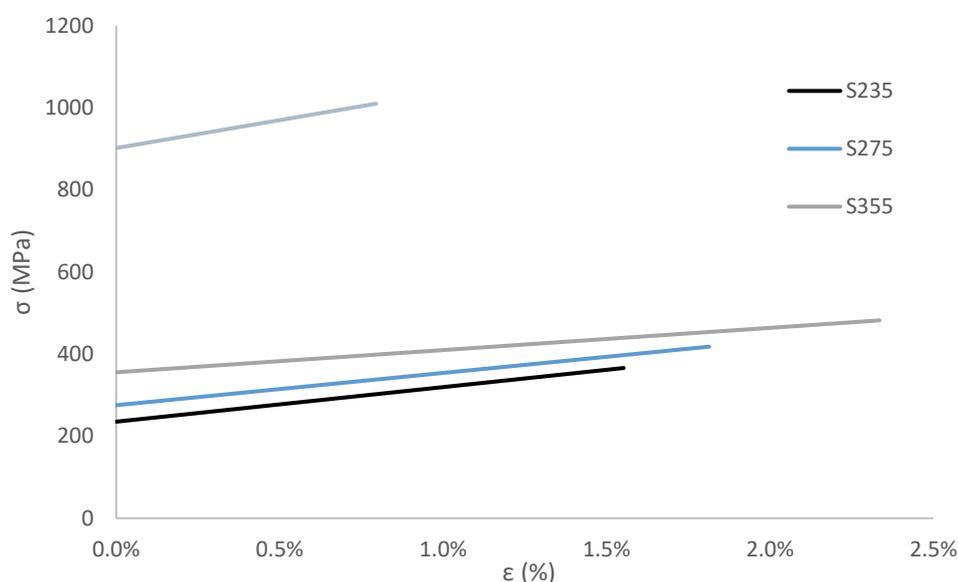


Figura 5-5 – Diagrama de tensão/extensão - Abaqus

Na elaboração dos modelos numéricos destinados a calibração com os ensaios experimentais foram utilizadas as leis de comportamento do material obtidas nos ensaios de tracção efectuados. Tal como referido anteriormente, a introdução destas leis de comportamento no programa *ABAQUS* é efectuada por consideração da tensão real/extensão real e pela devida separação entre o comportamento elástico e plástico.

Na *Figura 5-6* apresentam-se as relações tensão/extensão relativas ao aço de cada elemento modelado.

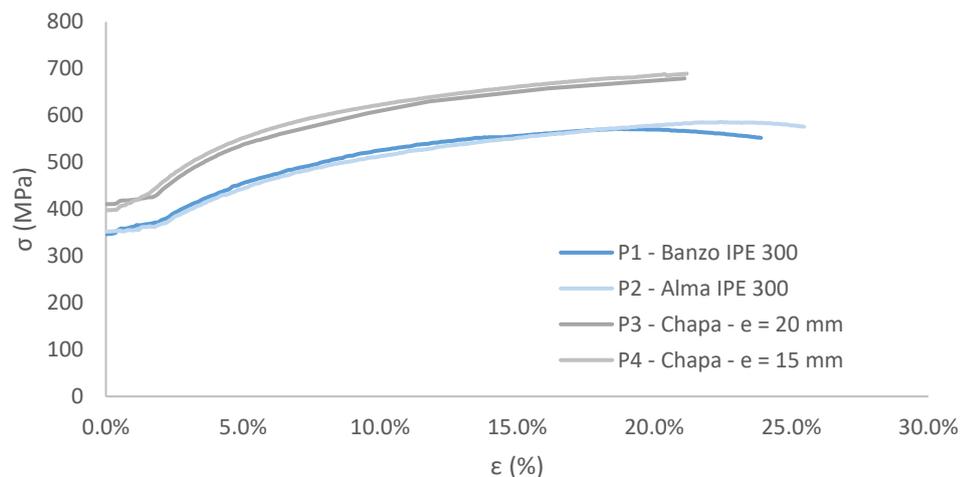


Figura 5-6 – Diagrama de tensão/alongamento dos provetes ensaiados - Abaqus

### 5.2.2. Malha de Elementos Finitos

O tipo elemento finito e dimensão da sua malha deve ser adequado à geometria dos elementos em análise. Deve permitir que o modelo de cálculo seja capaz de reproduzir correctamente o comportamento previsto e que produza resultados com a precisão requerida para a análise em questão. No entanto, é importante que o número de elementos e de nós seja o mais reduzido possível por forma a diminuir o tempo de processamento necessário.

- **Tipo de Elemento Finito**

Existem diversos tipos de elementos finitos que podem ser agrupados, de forma geral, nas seguintes categorias:

- ❖ Tipo Viga – Elemento finito unidimensional;



- ❖ Tipo Casca – Elemento finito bidimensional;



- ❖ Tipo Sólido – Elemento Finito tridimensional.



A geometria apresentada nas imagens acima é a mais comum para cada um destes tipos de elementos finitos, no entanto, estes podem adquirir outras formas geométricas.

Os pontos característicos de cada elemento finito designam-se por nós e estão relacionados entre si através de um conjunto de funções matemáticas designadas por funções de forma. Cada elemento finito possui uma determinada quantidade de nós, sendo que no mínimo existe um nó em cada extremidade de cada aresta do elemento geométrico que o define.

Nos casos em que apenas existem nós nas extremidades, o elemento designa-se de primeira ordem (ou linear). No caso de, adicionalmente, existirem nós no interior das arestas, um por cada aresta, os elementos passam a designar-se de segunda ordem (ou quadráticos).

A integração numérica das funções de forma é efectuada, geralmente, através de um procedimento que, genericamente, se designa por Quadratura de Gauss. A precisão deste método numérico está relacionada com a quantidade de pontos de integração utilizados. Nestes pontos, denominados por pontos de Gauss, o resultado é normalmente bastante preciso, sendo depois extrapolado para os nós do elemento finito. Deste modo é assim possível determinar a matriz de rigidez de um elemento finito e, após a associação das matrizes de rigidez elementares, de todo o elemento modelado.

Torna-se assim claro que o número de pontos de integração do elemento finito tem influência na qualidade dos resultados obtidos. O programa de elementos finitos *ABAQUS* permite a escolha entre uma integração completa ou reduzida. Na *Figura 5-7* apresentam-se os pontos de integração considerados pelo programa *ABAQUS* em elementos do tipo casca.

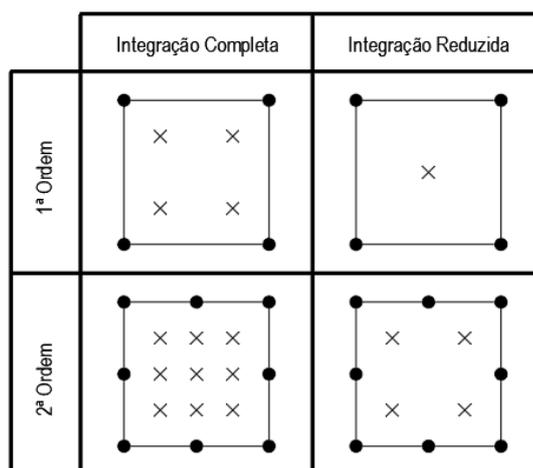


Figura 5-7 – Pontos de integração

No caso de elementos sólidos tridimensionais, o software *ABAQUS* utiliza duas formas distintas de integração consoante se trate de elementos finitos de primeira ordem ou de segunda ordem.

No caso de elementos finitos de segunda ordem, é sempre utilizada a integração de Gauss, enquanto que no caso de elementos de primeira ordem com integração reduzida, é utilizada uma técnica de integração designada por “uniform strain formulation”. Esta técnica pressupõe que as extensões não são obtidas no ponto de Gauss, mas que, por sua vez, correspondem a uma média das extensões ao longo do volume do elemento [14].

Uma ligação metálica tem um comportamento tridimensional pelo que a escolha do tipo de elemento finito a utilizar na modelação tem de ter a capacidade de descrever este tipo de comportamento. Assim sendo, apenas os elementos do tipo casca e do tipo sólido devem ser utilizados.

Embora os elementos do tipo casca tenham capacidade para representar um comportamento tridimensional e sejam capazes de caracterizar os mecanismos de colapso, não são indicados para a simulação dos fenómenos de contacto que ocorrem na interface de dois elementos (particularmente entre as chapas e os parafusos).

Uma vez que o elemento finito do tipo sólido tem a capacidade de representar este fenómeno com bastante precisão, utilizaram-se elementos deste tipo na modelação numérica efectuada.

Os elementos modelados, chapas, perfis e parafusos estão sujeitos a esforços de flexão. Por esta razão é necessário ter em atenção algumas limitações que alguns elementos finitos possuem quando são utilizados em modelos governados essencialmente por flexão.

De uma forma geral, os elementos de segunda ordem são capazes de modelar estas situações com uma precisão adequada, mas, dado o número elevado de nós, são computacionalmente muito exigentes.

Contudo, quando se utilizam elementos de primeira ordem com integração completa, pode ocorrer um fenómeno intrínseco à formulação deste tipo de elemento finito, designado por “shear locking”. Quando um elemento finito está sujeito apenas a flexão, é expectável que este sofra uma curvatura das suas arestas. Na *Figura 5-8*, verifica-se que o ângulo  $\theta$ , que inicialmente é de  $90^\circ$  mantém o valor após a deformação.

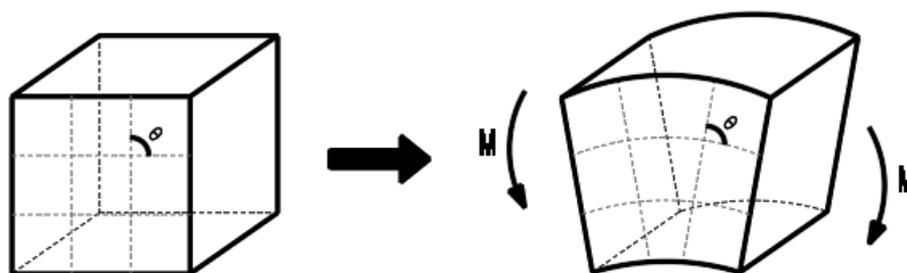


Figura 5-8 – Deformação de um elemento finito em flexão

Para modelar correctamente este comportamento, o elemento finito deveria ter a capacidade de assumir a curvatura das suas arestas. No entanto, o elemento finito de primeira ordem com integração completa não tem esta capacidade. Este elemento, quando se deforma por flexão pura, mantém as suas arestas superiores e inferiores rectilíneas. Por este facto, o ângulo  $\theta$  não mantém o valor de  $90^\circ$  após a sua deformação conforme se pode verificar na *Figura 5-9*.

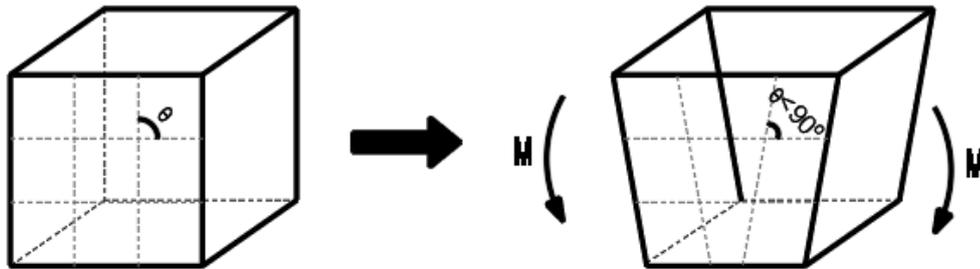


Figura 5-9 – Deformação de um elemento finito de primeira ordem com integração completa

A alteração do valor do ângulo  $\theta$  ocorre devido a uma tensão de corte artificial que na realidade não existe. A utilização deste tipo de elemento finito em situações de flexão leva a resultados de deslocamento e tensões errados.

Este problema pode ser ultrapassado se se utilizarem elementos de segunda ordem com integração completa, ou, mantendo os elementos de primeira ordem, mas com integração reduzida. Esta segunda hipótese é, do ponto de vista do esforço computacional, mais apropriada.

Na *Figura 5-10* apresenta-se a deformação após a flexão bem como a posição do ângulo  $\theta$ .

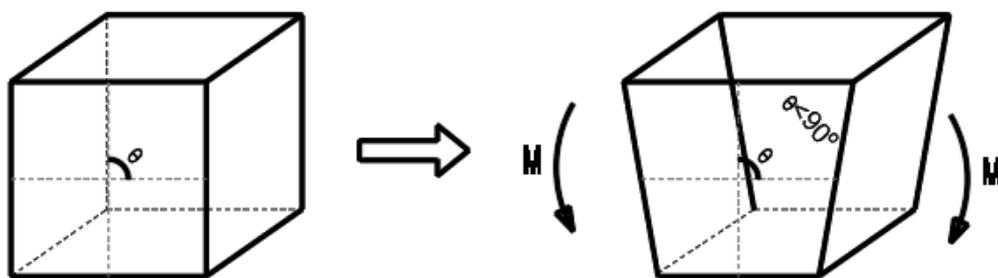


Figura 5-10 – Deformação de um elemento finito de primeira ordem com integração reduzida

A utilização de elementos finitos de primeira ordem com integração reduzida, além de ter uma menor precisão também não é capaz de detectar extensões relacionadas com a flexão do elemento. Isto deve-se ao facto de apenas possuírem um ponto de integração no interior do elemento. Este fenómeno é designado por “hourglassing”.

A extensão ao nível do ponto de Gauss é nula tal como ilustrado na *Figura 5-11*.

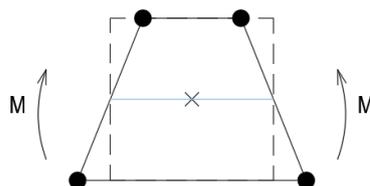


Figura 5-11 – Elemento finito em flexão

A forma de ultrapassar esta limitação passa por aumentar o número de elementos finitos ao longo da espessura do elemento a modelar (*Figura 5-12*).

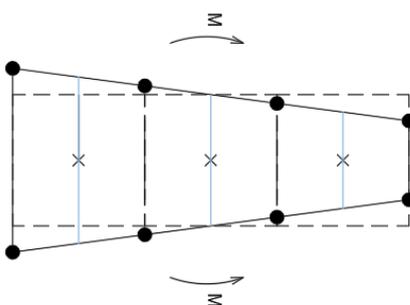


Figura 5-12 – Elemento finito em flexão - 3 elementos ao longo da espessura

A utilização destes elementos, de primeira ordem e de integração reduzida, associados a elementos tridimensionais, são, à partida, os que permitem uma modelação com um grau de precisão aceitável. No entanto, para se atingir o grau de precisão necessário, a dimensão do elemento finito e correspondente malha assume uma importância superior.

Na modelação das ligações L2, L3 e L4, utilizam-se adicionalmente elementos finitos tipo viga, para modelar as zonas afastadas da ligação por forma a reduzir o esforço computacional necessário.

Face ao exposto, o tipo de elemento finitos utilizado encontra-se descrito na *Tabela 5-4*.

Tabela 5-4 - Tipo de elementos finitos utilizado

Designação	Descrição	Características
C3D8R	Hexaedro de oito nós com integração reduzida	1 ponto de integração
		3 graus de liberdade por nó
		“Hourglassing”
B31	Elemento Linear com dois nós	3 graus de liberdade por nó

- **Malha de Elementos Finitos**

Nos elementos sujeitos a esforços de flexão, nomeadamente as chapas de extremidade, e, de modo a que o modelo permita a reprodução correcta de tensões associadas a este tipo de esforços, é necessário que ao longo da sua espessura existam pelo menos dois elementos finitos (para evitar fenómenos de “hourglassing”).

Os parafusos foram modelados integralmente, ou seja, a cabeça, a porca e as anilhas formam um conjunto com uma geometria algo irregular. Adicionalmente, este elemento está sujeito a esforços de tracção e de flexão devido à deformação das chapas onde se inserem, resultando assim um estado de tensão relativamente complexo. Assim sendo, a dimensão da malha de elementos finitos deve ser suficientemente refinada para que o modelo seja capaz de simular o comportamento desta zona de uma forma adequada. Na *Figura 5-13* apresenta-se o modelo utilizado para os parafusos M20 com comprimentos diferentes.

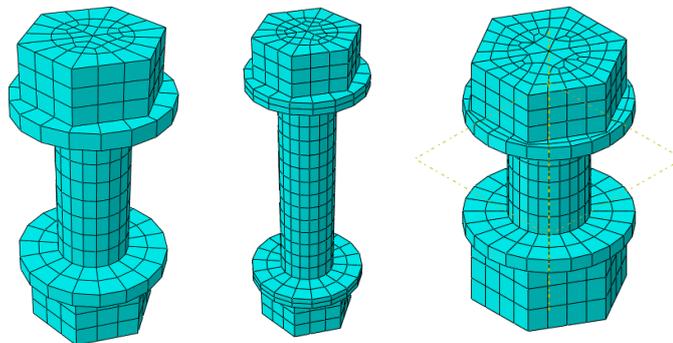


Figura 5-13 – Modelo dos parafusos - Abaqus

Salienta-se que na definição da malha de elementos finitos dos parafusos, procurou-se colocar o mesmo número de elementos finitos no corpo do parafuso que os presentes ao longo da espessura das chapas que estes atravessam.

As zonas de descontinuidade, por se tratar de zonas de concentração de tensões, como a zona dos furos dos parafusos e a zona da ligação entre chapas perpendiculares, também devem ser alvo de uma malha mais refinada.

A geração de malhas foi efectuada automaticamente pelo programa Abaqus. Os elementos modelados no Abaqus são compostos, na maioria dos casos, por superfícies planas e regulares.

No entanto, junto das zonas de descontinuidade geométrica essa regularidade desaparece. Por forma a assegurar uma distribuição de malha regular, foram criadas uma série de partições nos elementos modelados, de modo a impor algumas condições de fronteira para a geração da malha de elementos finitos. Na *Figura 5-14* apresentam-se as partições geométricas e a malha de elementos finitos de cada elemento utilizado nos diferentes modelos numéricos.

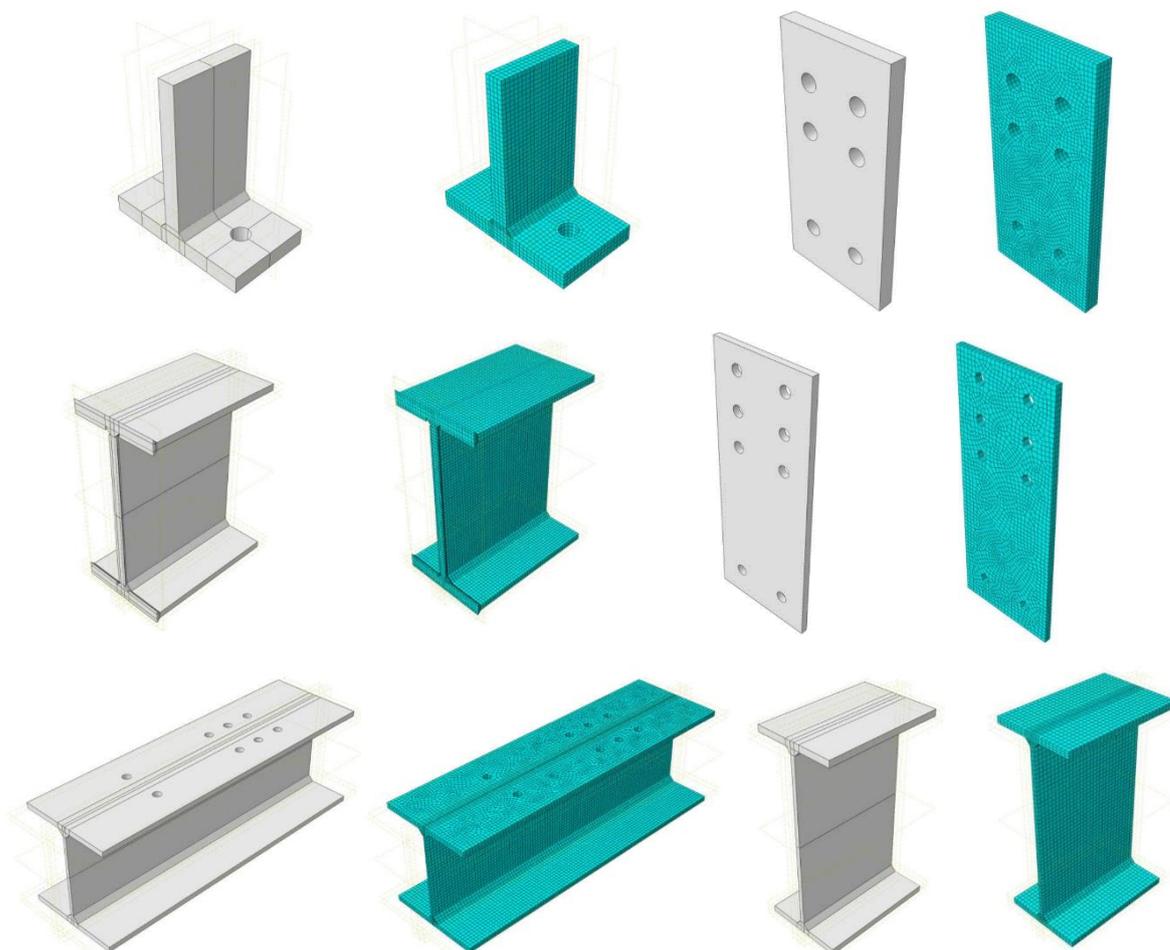


Figura 5-14 – Definição de partições e elementos finitos

Genericamente, e após um estudo de convergência de malha, adoptou-se uma malha de elementos finitos com uma dimensão de 10 mm. No entanto, ao longo da espessura foram sempre colocados pelo menos 3 ou 4 elementos finitos, para que ao longo desta direcção a dimensão de cada elemento finito fosse sempre igual ou inferior a 5 mm.

### 5.2.3. Definição de Contacto

A modelação de ligações metálicas obriga à simulação do contacto entre os diversos elementos de ligação, nomeadamente da interacção entre os parafusos e os furos da chapa onde estão inseridos e entre as chapas de ligação.

Devido aos diversos tipos e intensidade de carregamento, é impossível definir a dimensão das zonas de contacto entre os diversos elementos uma vez que a sua deformação é, à partida, desconhecida. Assim sendo, na modelação numérica, é necessário especificar quais as superfícies que vão entrar em contacto e definir propriedades mecânicas que sejam capazes de

reproduzir adequadamente o comportamento que se verifica nestes locais. Na *Figura 5-15* apresentam-se as superfícies de contacto consideradas numa ligação viga/columna.

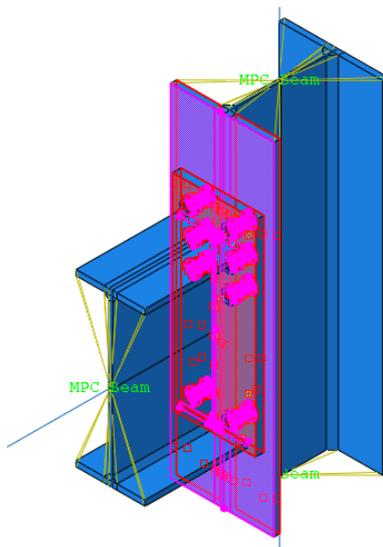


Figura 5-15 – Superfícies de contacto numa ligação viga/columna

As superfícies que estão em contacto, transmitem as forças aplicadas através de forças normais e tangenciais à interface de contacto. Estas duas componentes podem ser relacionadas entre si através do coeficiente de atrito.

No programa de elementos finitos *ABAQUS* é possível modelar o fenómeno de contacto, impondo uma relação entre duas superfícies deformáveis. Esta relação é definida para cada uma das direcções de interacção, sendo que na direcção normal é definido uma propriedade de “hard contact”. Esta propriedade usa o método “penalty method” para relacionar a força de contacto com o comprimento de penetração entre os elementos. Quanto maior for o coeficiente “penalty” ( $\epsilon_N$ ) menor será o comprimento de penetração. Na *Figura 5-16* ilustra-se este conceito.

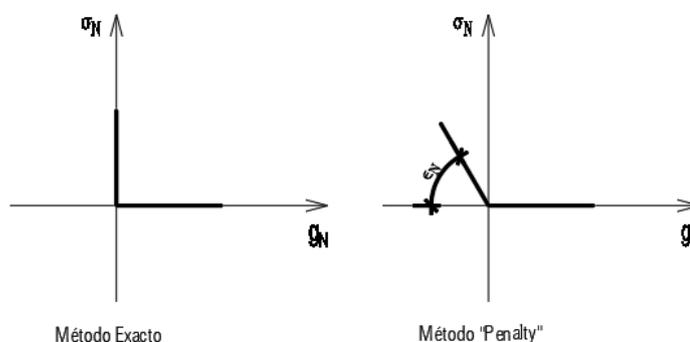


Figura 5-16 – Representação do "penalty method"

Este método permite ainda a separação dos elementos após o contacto.

No que diz respeito à direcção tangencial, é definido um coeficiente de atrito linear e isotrópico. Este coeficiente permite simular o movimento relativo entre as superfícies após se atingir a força de atrito crítica.

Na modelação efectuada adoptou-se um coeficiente de atrito de 0.30.

#### **5.2.4. Tipo de Análise**

No que diz respeito ao tipo de análise, e uma vez que as condições de aplicação de carga são estáticas ou quase estáticas, é utilizado o método iterativo de Newton-Raphson para a resolução do sistema de equações e estabelecer a resposta do sistema estrutural em análise.

O programa de elementos finitos *ABAQUS* permite ainda que seja considerada a não linearidade geométrica neste tipo de análise.

Este programa permite dividir a análise estrutural em vários passos. Um passo de análise pode, por exemplo, corresponder à alteração de uma determinada condição de apoio ou de uma acção.

Inicialmente é criado pelo programa um passo de análise, inalterável, onde são geradas as características do modelo que se verificam no início da análise. Estas características são, por defeito, propagadas para as fases seguintes da análise. Caso ocorra alguma alteração dessas condições iniciais é necessário definir essas alterações nos passos de análise seguintes.

Neste caso, para obtenção do comportamento da ligação, é necessário introduzir três passos de análise. De uma forma sucinta os passos gerados são os seguintes:

- Passo Inicial – Criação do modelo de cálculo;
- Passo 1 – Aplicação de pré-esforço e consequente geração de forças de contacto;
- Passo 2 – Aplicação do carregamento.

#### **5.2.5. Acções e Condições de Fronteira**

Em todos os modelos a aplicação do carregamento foi efectuada de acordo com o procedimento adoptado na realização dos ensaios laboratoriais.

A força de pré-esforço foi introduzida na superfície média do núcleo do parafuso na direcção do seu eixo longitudinal (*Figura 5-17*).

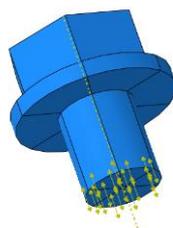


Figura 5-17 – Superfície de aplicação da força de pré-esforço

No caso dos modelos numéricos destinados a reproduzir as condições de ensaio, as forças de pré-esforço utilizadas para as ligações ensaiadas foram as definidas no *Capítulo 3*.

Para os modelos baseados em propriedades nominais, a forças de pré-esforço máxima foi determinada de acordo com a EN 1993-1-8 [2]. Esta força é, de acordo com a cláusula 3.6.1 (2), dada por:

$$F_{p,C} = 0.70A_s f_{ub} \quad (147)$$

A determinação do seu valor mínimo encontra-se no Anexo Nacional, na cláusula NA-3.4.2(1), sendo recomendado o valor de 50% de  $F_{p,C}$ .

$$F_{p,C} = 0.50 \times 0.70A_s f_{ub} = 0.35A_s f_{ub} \quad (148)$$

Tendo em conta o objectivo da presente tese, opta-se por considerar uma força mínima de pré-esforço correspondente a 5% da força máxima de tracção de um parafuso.

Na *Tabela 5-5* identificam-se as forças de pré-esforço introduzidas em cada modelo numérico.

Tabela 5-5 - Força de pré-esforço considerada nos modelos numéricos

Ligação	Parafuso	$A_s$ (mm <sup>2</sup> )	Força de Pré-esforço (kN)	
L1	M20	245	79%	194.00
			70%	171.50
			20%	48.00
			5%	12.75
L2	M20	245	79%	194.00
			70%	171.50
			20%	48.00
			5%	12.75
L3	M20	245	70%	171.50
			5%	12.75
L4	M24	353	70%	247.10
			5%	17.65

Relativamente a força de pré-esforço interessa referir que, após a introdução da mesma no corpo do parafuso num primeiro passo de análise e, por forma a que a força nele instalada se altere de acordo com a resposta da estrutura durante a aplicação da carga, é necessário que no início desse segundo passo da análise se seleccione a opção que permite manter o comprimento do parafuso obtido na fase anterior. Este procedimento garante que a força de pré-esforço se mantém igual à predefinida inicialmente no início do passo de análise seguinte.

As condições de fronteira dizem respeito às condições de apoio da estrutura em análise. Nos pontos seguintes identificam-se as condições de fronteira utilizadas em cada modelo. Indicam-se ainda as alterações que ocorrem em cada passo da análise no que diz respeito a condições fronteira, força de pré-esforço dos parafusos e aplicação de carga.

- **L1 - Ligação de duas peças em T**

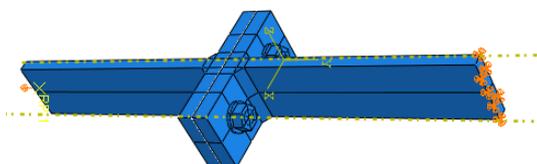


Figura 5-18 – Modelo numérico – Ligação L1

Tabela 5-6 - Condições de fronteira – Ligação L1

Elemento	Passo Inicial		Passo 1		Passo 2			
	U1=U2=U3	UR1=UR2=UR3	U1=U2=U3	UR1=UR2=UR3	U1	U3	U2	UR1=UR2=UR3
Bordo Superior	Fixo	Livre	Fixo	Livre	Fixo			Livre
Bordo Inferior	Fixo	Livre	Fixo	Livre	Fixo		$\Delta=50$ mm	Livre

A aplicação da acção exterior é efectuada através de um deslocamento de apoio na direcção vertical ( $U_2$ ).

Tabela 5-7 - Força de pré-esforço – Ligação L1

Elemento	Passo Inicial	Passo 1	Passo 2
Parafuso	-	Introdução da força de pré-esforço	Manter a deformação do parafuso obtida na fase anterior

• **L2 - Ligação de continuidade viga/viga**

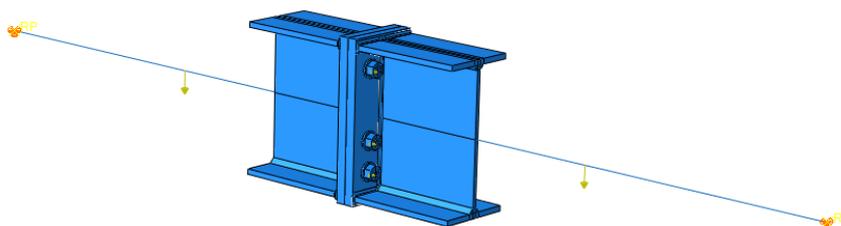


Figura 5-19 – Modelo numérico – Ligação L2

Tabela 5-8 - Condições de fronteira – Ligação L2

Elemento	Passo Inicial		Passo 1		Passo 2			
	U1=U2=U3	UR1=UR2=UR3	U1=U2=U3	UR1=UR2=UR3	U1	U2	U3	UR1=RU2=UR3
Eixo Viga Esq	Fixo	Livre	Fixo	Livre	Fixo			Livre
Eixo Viga Dir	Fixo	Livre	Fixo	Livre	Fixo			Livre

Tabela 5-9 - Força de pré-esforço – Ligação L2

Elemento	Passo Inicial	Passo 1	Passo 2
Parafuso	-	Introdução da força de pré-esforço	Manter a deformação do parafuso obtida na fase anterior

A aplicação da acção exterior é efectuada através de um deslocamento de apoio na direcção vertical ( $U_2$ ).

Tabela 5-10 - Acção exterior – Ligação L2

Elemento	Passo Inicial	Passo 1	Passo 2
Ponto Interior da viga Esq	-	-	$\Delta = 150$ mm
Ponto Interior da viga Dir	-	-	$\Delta = 150$ mm

No elemento chapa de extremidade, deve ser colocado um apoio vertical no passo de análise correspondente à aplicação da força de pré-esforço. Esta condição de apoio é desactivada quando se inicia o passo correspondente à acção exterior.

• **L3 - Ligação de continuidade viga/viga com uma linha de parafusos saliente**

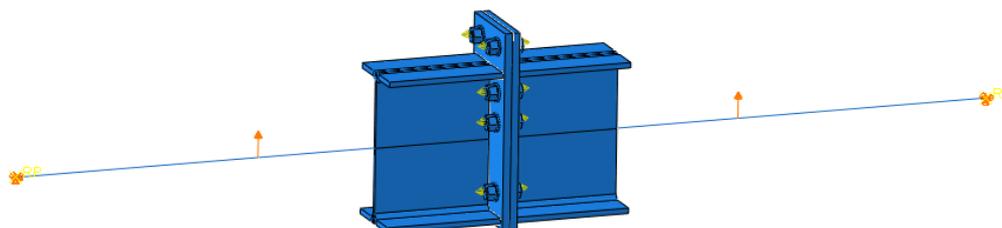


Figura 5-20 – Modelo numérico – Ligação L3

Tabela 5-11 - Condições de fronteira – Ligação L3

Elemento	Passo Inicial		Passo 1		Passo 2			
	U1=U2=U3	UR1=UR2=UR3	U1=U2=U3	UR1=UR2=UR3	U1	U2	U3	UR1=RU2=UR3
Eixo Viga Esq	Fixo	Livre	Fixo	Livre	Fixo			Livre
Eixo Viga Dir	Fixo	Livre	Fixo	Livre	Fixo			Livre

Tabela 5-12 - Força de pré-esforço – Ligação L3

Elemento	Passo Inicial	Passo 1	Passo 2
Parafuso	-	Introdução da força de pré-esforço	Manter a deformação do parafuso obtida na fase anterior

A aplicação da acção exterior é efectuada através de um deslocamento de apoio na direcção vertical ( $U_2$ ).

Tabela 5-13 - Acção exterior – Ligação L3

Elemento	Passo Inicial	Passo 1	Passo 2
Ponto Interior da viga Esq	-	-	$\Delta = 150$ mm
Ponto Interior da viga Dir	-	-	$\Delta = 150$ mm

No elemento chapa de extremidade, deve ser colocado um apoio vertical no passo de análise correspondente à aplicação da força de pré-esforço. Esta condição de apoio é desactivada quando se inicia o passo correspondente à acção exterior.

• **L4 - Ligação de continuidade viga/columna**

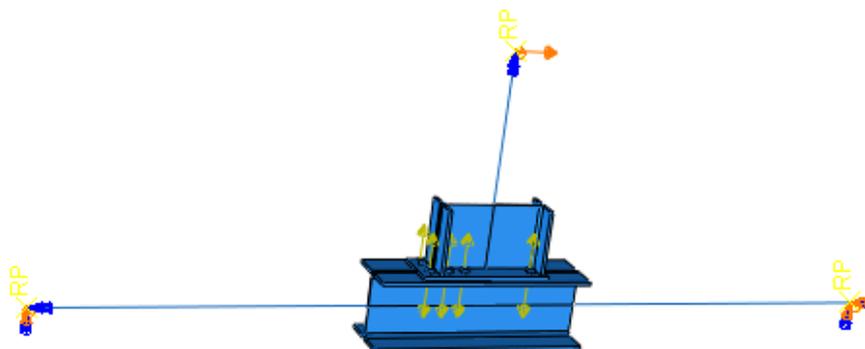


Figura 5-21 – Modelo numérico – Ligação L4

Tabela 5-14 - Condições de fronteira – Ligação L4

Elemento	Passo Inicial = Passo 1				Passo 2					
	U1=U2=U3	UR1	UR2	UR3	U1	U2	U3	UR1	UR2	UR3
Eixo coluna superior	Fixo	Livre	Fixo		Fixo			Livre	Fixo	
Eixo coluna inferior	Fixo	Livre	Fixo		Fixo	$\Delta=250\text{mm}$	Fixo	Livre	Fixo	
Eixo viga Dir	Fixo	Livre		Fixo	Fixo			Livre		Fixo

A aplicação da acção exterior é efectuada através de um deslocamento de apoio na direcção vertical ( $U_2$ ).

Tabela 5-15 - Força de pré-esforço – Ligação L4

Elemento	Passo Inicial	Passo 1	Passo 2
Parafuso	-	Introdução da força de pré-esforço	Manter a deformação do parafuso obtida na fase anterior

No elemento chapa de extremidade, deve ser colocado um apoio vertical no passo de análise correspondente à aplicação da força de pré-esforço. Esta condição de apoio é desactivada quando se inicia o passo correspondente à acção exterior.

### 5.2.6. Modelação dos Parafusos

Os mecanismos de rotura possíveis associados aos parafusos são os seguintes:

- Rotura por Tracção;
- Rotura da parte roscada do parafuso;
- Rotura da parte roscada da porca.

Normalmente os parafusos são concebidos para que a rotura por tracção ocorra sempre antes da rotura das partes roscadas. Assim sendo, a deformação última dos parafusos é sobretudo dependente da tensão de tracção instalada no núcleo do parafuso.

Face ao exposto, os parafusos foram modelados em conjunto com a cabeça, porca e respectivas anilhas sem a consideração das suas partes roscadas. O comprimento total do parafuso corresponde à soma do comprimento real de cada um destes elementos. Salienta-se que de acordo com a EN1993-1-8 [2], na determinação da rigidez associada ao componente [10] – Parafusos em Tracção, o comprimento a considerar é menor, ou seja, a deformabilidade determinada analiticamente associada a este componente será também inferior à do parafuso modelado em elementos finitos.

Na *Tabela 5-16* estão presentes os comprimentos dos parafusos utilizados no cálculo analítico e na modelação numérica.

Tabela 5-16 - Comprimentos dos parafusos

Ligação		Parafuso	L (mm) Cálculo Analítico	L (mm) Modelo Numérico
L1	$t_p = 15$ mm	M20	52.50	67.00
	$t_p = 20$ mm	M20	62.50	77.00
L2	$t_p = 15$ mm	M20	52.50	67.00
	$t_p = 20$ mm	M20	62.50	77.00
L3	$t_p = 15$ mm	M20	52.50	67.00
	$t_p = 20$ mm	M20	62.50	77.00
L4	$t_p = 15$ mm	M24	57.00	74.50
	$t_p = 24$ mm	M24	66.00	83.50

A área resistente do parafuso corresponde a um valor intermédio entre a área nominal do parafuso (área da parte lisa) e a área correspondente à dimensão do núcleo do parafuso (área da

parte roscada). Este valor encontra-se tabelado e por este facto, na modelação em elementos finitos, considera-se um parafuso cujo diâmetro equivalente corresponde à área resistente tabelada. Este valor é determinado através da *Equação (149)* e os seus valores apresentam-se na *Tabela 5-17*:

$$d_{eq} = \sqrt{\frac{4A_s}{\pi}} \quad (149)$$

Tabela 5-17 - Diâmetro equivalente dos parafusos

Parafuso	As (mm <sup>2</sup> )	Diâmetro Real (mm)	Diâmetro Equivalente (mm)
M20	245	20.00	17.66
M24	353	24.00	21.2

Identificam-se na *Figura 5-22* e na *Tabela 5-18* as dimensões nominais dos parafusos, roscas e anilhas utilizadas.

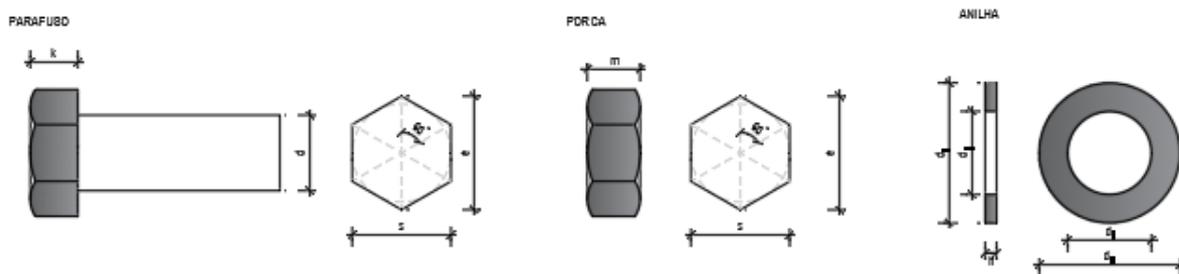


Figura 5-22 – Dimensões geométricas - legenda

Tabela 5-18 - Dimensões geométricas

Parafuso	Parafuso – EN 14399-4				Porca – EN 14399-4			Anilha – EN 14399-6		
	k (mm)	e (mm)	s (mm)	d (mm)	m (mm)	e (mm)	s (mm)	d <sub>1</sub> (mm)	d <sub>2</sub> (mm)	h (mm)
M20	13.00	35.03	32.00	20.00	16.00	35.03	32.00	21.00	37.00	4.00
M24	15.00	45.20	41.00	24.00	20.00	45.20	41.00	25.00	44.00	4.00

### 5.3. Resultados da Avaliação Numérica

A caracterização do comportamento das ligações analisadas é efectuada através da determinação da relação força/deslocamento, no caso da ligação de peças em T, e da relação momento/rotação nas restantes ligações.

#### 5.3.1. Ligação L1 – Ligação de duas peças em T

Para esta ligação foram criados quatro modelos numéricos com o propósito de efectuar comparações com os ensaios laboratoriais. Para tal foram reproduzidas as condições do ensaio tendo se introduzido, tal como referido anteriormente, as características reais dos materiais e da geometria dos provetes. Após efectuada a calibração de parâmetros relativos à malha e tipo de elementos finitos obtiveram-se as curvas de força/deslocamento que permitiram caracterizar estas ligações. Na *Figura 5-23* apresenta-se o modelo de elementos finitos de uma das ligações do tipo L1.

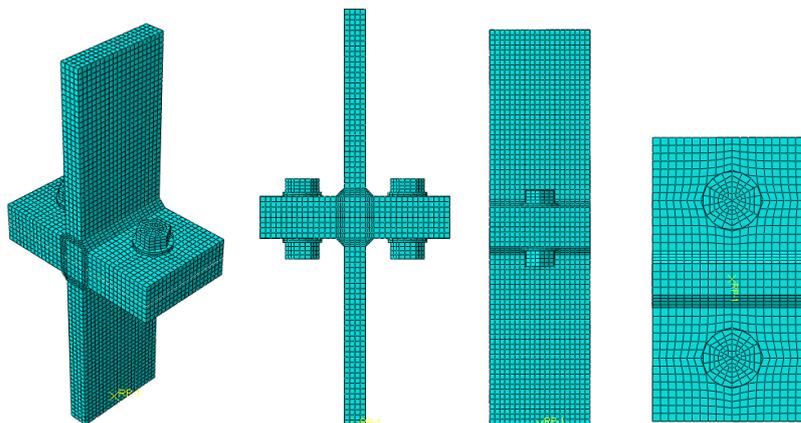


Figura 5-23 – Modelo numérico da ligação L1

Adicionalmente efectuaram-se mais quatro modelos, idênticos aos anteriores no que diz respeito aos tipo e malha de elementos finitos, mas cujas características materiais correspondem às definidas em termos nominais. Na *Tabela 5-19* identificam-se os modelos numéricos efectuados.

Tabela 5-19 - Modelos numéricos da ligação L1

Modelo	Situação	$t_p$ (mm)	$F_p$ (kN)	Modelo	Situação	$t_p$ (mm)	$F_p$ (kN)
L1-T20-PE20	Ensaio	20.00	48.00	L1-T20-T-PE5	Teórica	20.00	12.75
L1-T20-PE79		20.00	194.00	L1-T20-T-PE70		20.00	171.50
L1-T15-PE20		15.00	48.00	L1-T15-T-PE5		15.00	12.75
L1-T15-PE79		15.00	194.00	L1-T15-T-PE70		15.00	171.50

A obtenção da força actuante e do deslocamento relativo correspondente foi efectuado através das seguintes equações:

$$F = RF_2 \quad (150)$$

$$\Delta_r = \left[ \frac{d_{1,U2} - d_{2,U2}}{2} \right] \quad (151)$$

As grandezas  $d_{1,U2}$  e  $d_{2,U2}$  correspondem ao deslocamento vertical do ponto central dos banzos da peça em T conforme indicado na *Figura 5-24*.

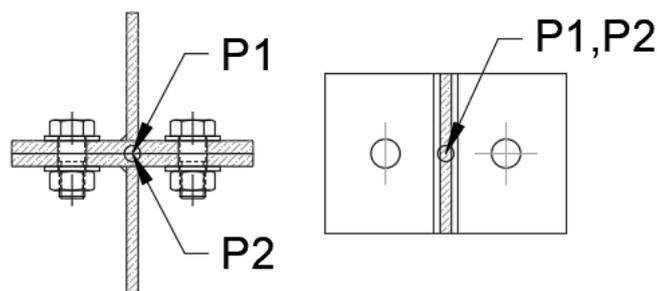


Figura 5-24 – Pontos para determinação do deslocamento da ligação

Através da análise de tensões efectuada com recurso aos modelos numéricos foi possível identificar a formação de uma charneira junto à ligação entre o banzo e a alma da peça em T. Esta charneira evolui até aos limites da peça em T em simultâneo com a sucessiva plastificação do corpo do parafuso. Isto é típico de um modo de rotura do tipo 2 associado à componente designada por chapa de extremidade em flexão. Salienta-se que este resultado é condizente com a avaliação analítica previamente efectuada.

Na *Figura 5-25* e na *Figura 5-26* apresentam-se as tensões de von Mises para um determinado nível de carregamento das ligações do tipo *L1-T20* e na *Figura 5-27* e na *Figura 5-28* das ligações do tipo *L1-T15*.

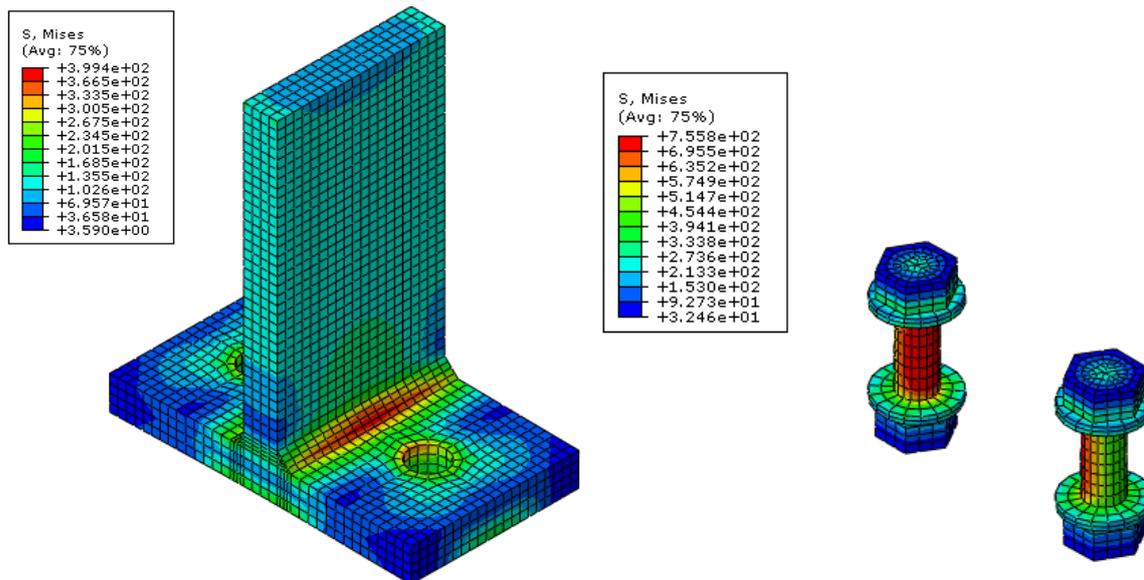


Figura 5-25 – Ligação L1-T20-PE20 - Tensões de von Mises (F=101 kN)

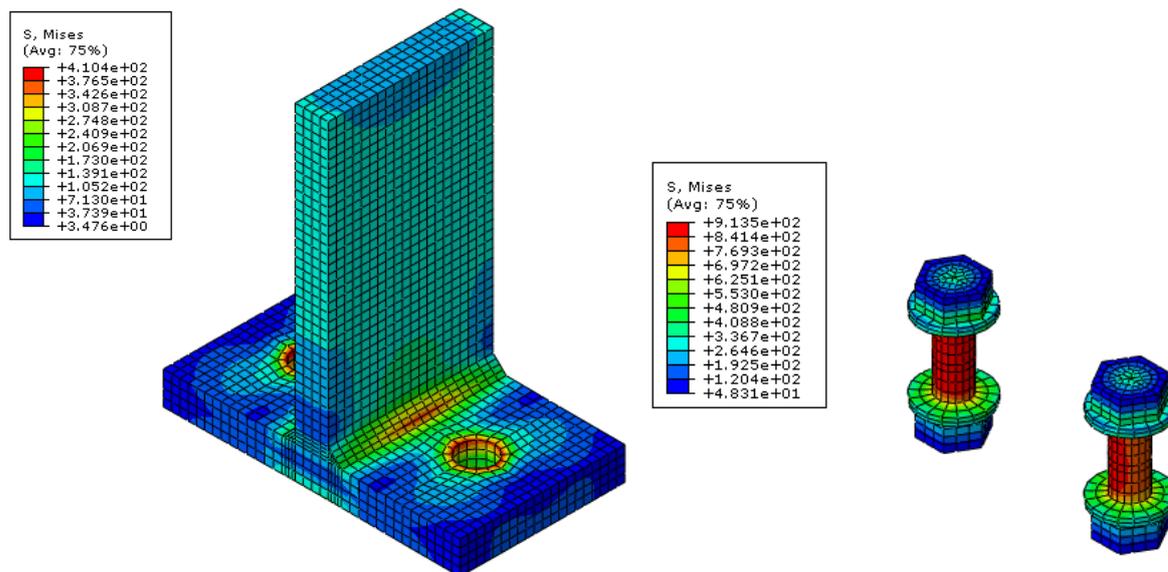


Figura 5-26 – Ligação L1-T20-PE79 - Tensões de von Mises (F=152 kN)

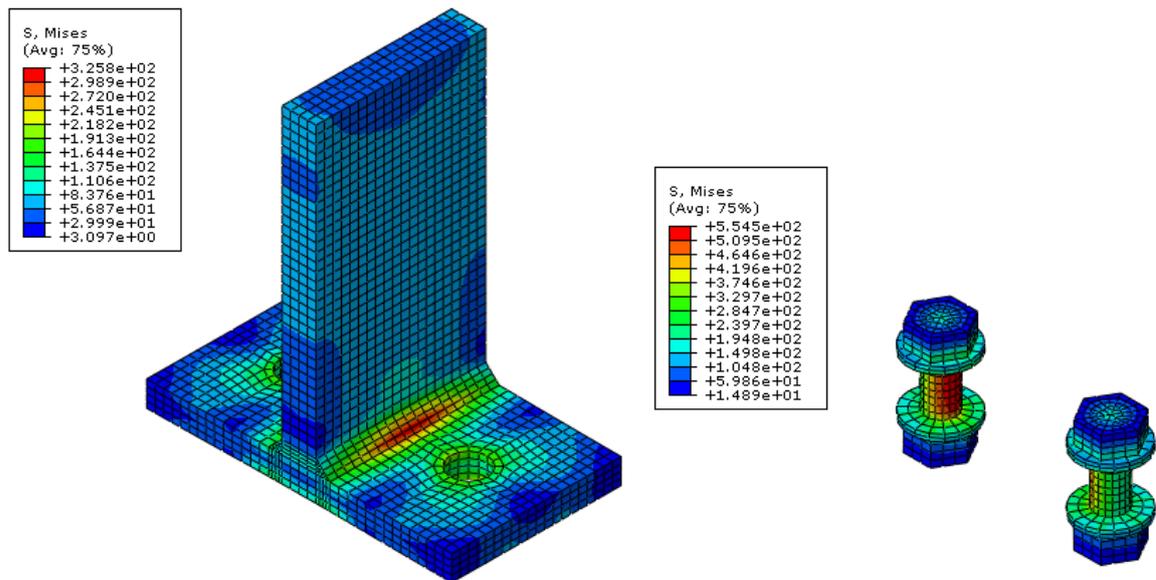


Figura 5-27 – Ligação L1-T15-PE20 - Tensões de von Mises (F=121 kN)

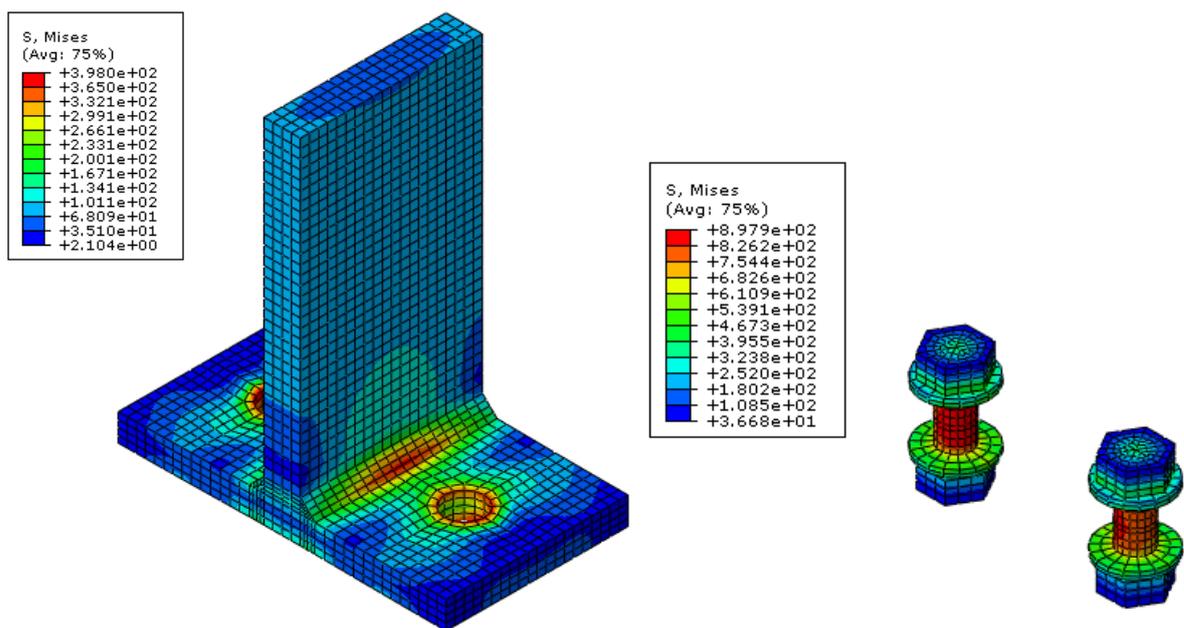


Figura 5-28 – Ligação L1-T15-PE79 - Tensões de von Mises (F=123 kN)

No que diz respeito a curva de força/deformação, apresentam-se na *Figura 5-29* as curvas obtidas através dos ensaios e dos modelos numéricos. Verifica-se que existe uma concordância razoável entre as curvas correspondentes.

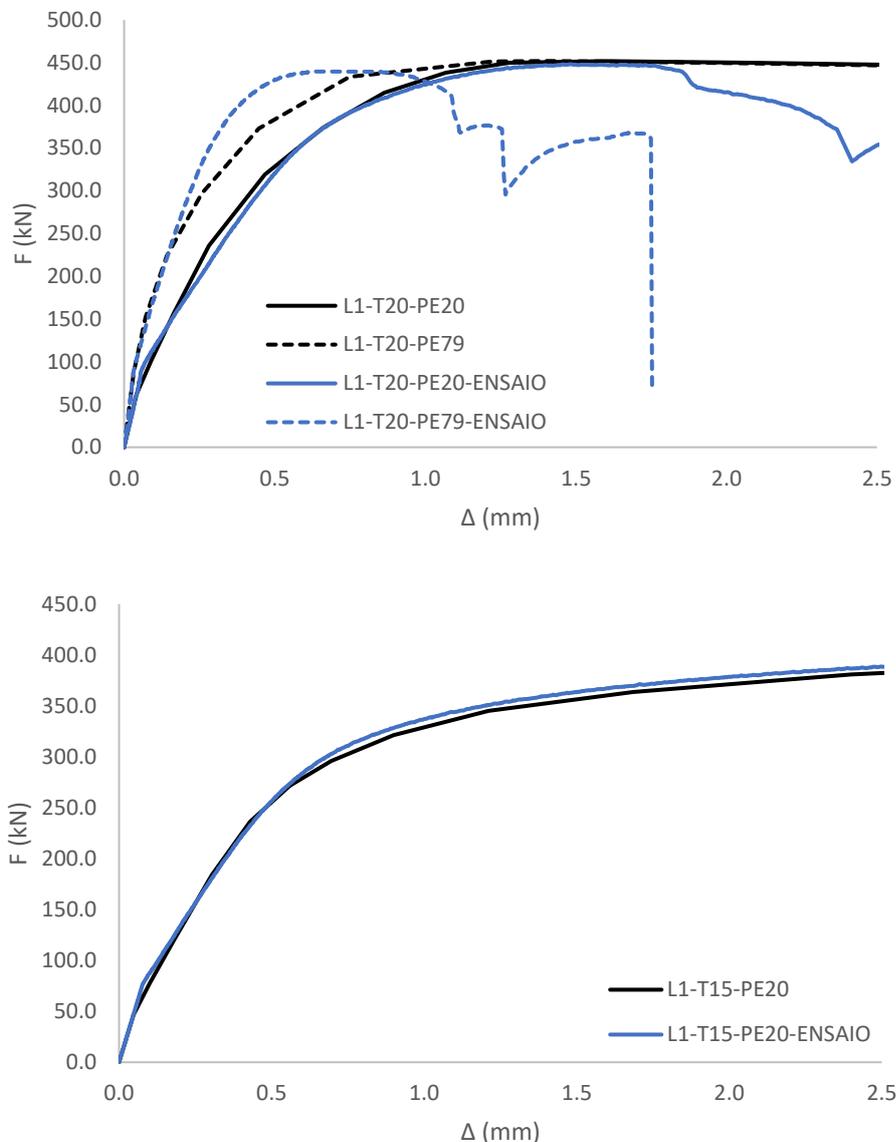


Figura 5-29 – Curva força/deslocamento das ligações L1 (Ensaio vs Numérico)

Nos gráficos da *Figura 5-30* à *Figura 5-33* são apresentadas as curvas força/deslocamento relativas aos dois níveis de pré-esforço testados em cada modelo. Na *Figura 5-30* e na *Figura 5-31* encontram-se as curvas força/deslocamento obtidas para os modelos representativos da situação de ensaio e na *Figura 5-32* e na *Figura 5-33* representam-se os modelos baseados em propriedades nominais. É também identificada a rigidez inicial o que permite verificar a existência da influência do pré-esforço do parafuso.

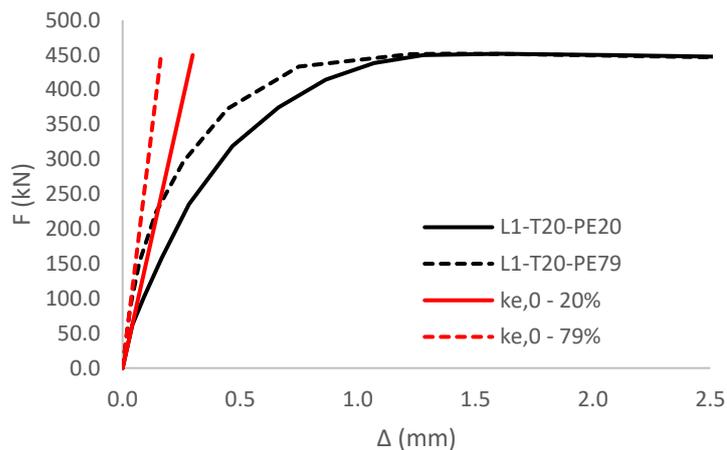


Figura 5-30 – Curva força/deslocamento das ligações L1-T20

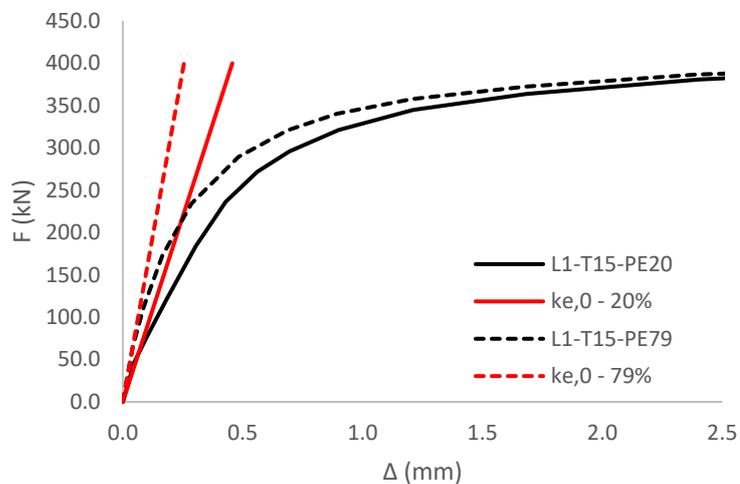


Figura 5-31 – Curva força/deslocamento das ligações L1-T15

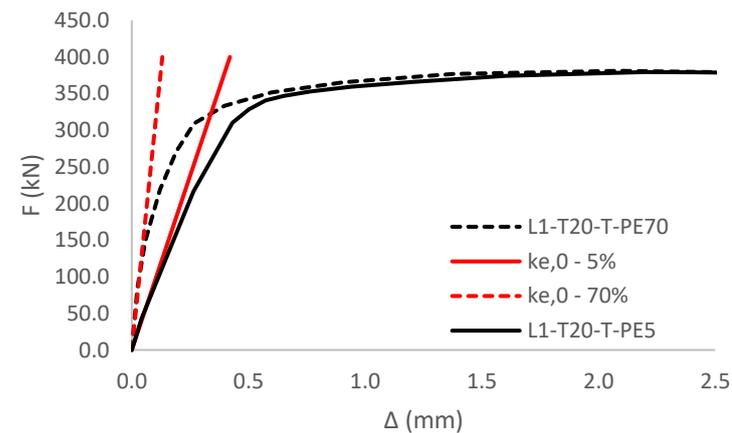


Figura 5-32 – Curva força/deslocamento das ligações L1-T20-T

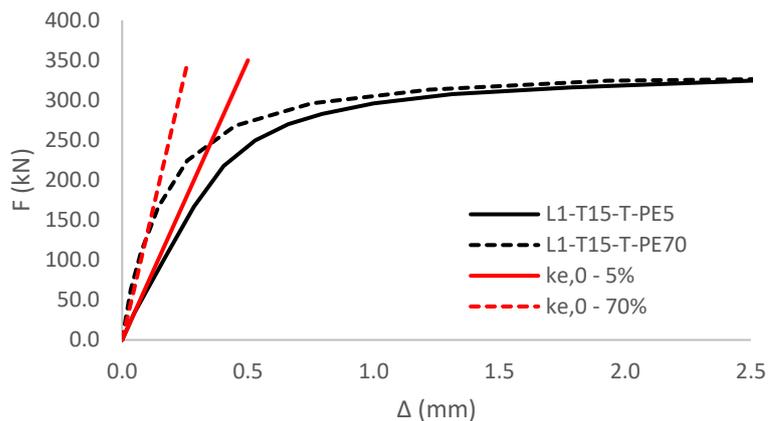


Figura 5-33 – Curva força/deslocamento das ligações L1-T15-T

Na Tabela 5-20 indicam-se os valores da rigidez inicial obtida em cada modelo numérico.

Tabela 5-20 - Rigidez inicial – Ligação L1

Modelo	Situação	$k_{e,0}$ (kN/mm)	Modelo	Situação	$k_{e,0}$ (kN/mm)
L1-T20-PE20	Ensaio	1509.033	L1-T20-T-PE5	Teórica	951.241
L1-T20-PE79		2749.586	L1-T20-T-PE70		3056.145
L1-T15-PE20		875.514	L1-T15-T-PE5		699.743
L1-T15-PE79		1566.529	L1-T15-T-PE70		1334.883

### 5.3.2. Ligação L2 – Ligação de continuidade viga/viga

Para o estudo deste tipo de ligação foram criados quatro modelos numéricos com o propósito de efectuar comparações com os ensaios laboratoriais. Para tal, foram reproduzidas as condições do ensaio tendo se introduzido, tal como referido anteriormente, as características reais dos materiais e da geometria dos provetes. Salienta-se ainda que, nestes modelos foram apenas considerados o numero de parafusos efectivamente colocados nos ensaios. Após efectuada a calibração de parâmetros relativos à malha e tipo de elementos finitos obtiveram-se as curvas de momento/rotação que permitiram caracterizar estas ligações. Na *Figura 5-34* apresenta-se o modelo de elementos finitos de uma das ligações do tipo L2.

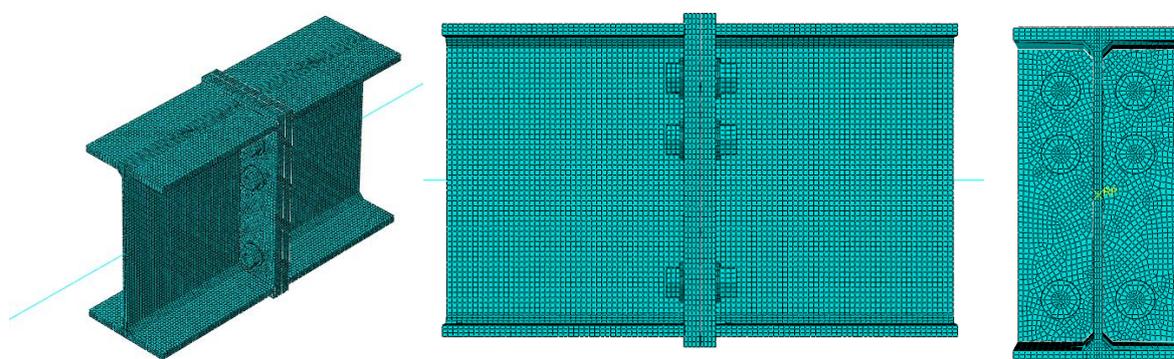


Figura 5-34 – Modelo numérico da ligação L2

Adicionalmente efectuaram-se mais quatro modelos, idênticos aos anteriores no que diz respeito aos tipo e malha de elementos finitos, mas cujas características materiais correspondem às definidas em termos nominais. Na *Tabela 5-21* identificam-se os modelos numéricos efectuados.

Tabela 5-21 - Modelos numéricos da ligação L2

Modelo	Situação	$t_p$ (mm)	$F_p$ (kN)	Modelo	Situação	$t_p$ (mm)	$F_p$ (kN)
L2-T20-PE20	Ensaio	20.00	48.00	L2-T20-T-PE5	Teórica	20.00	12.75
L2-T20-PE79		20.00	194.00	L2-T20-T-PE70		20.00	171.50
L2-T15-PE20		15.00	48.00	L2-T15-T-PE5		15.00	12.75
L2-T15-PE79		15.00	194.00	L2-T15-T-PE70		15.00	171.50

A obtenção do momento actuante e da rotação correspondente foi efectuada através das seguintes equações:

$$M_{Ed} = RF_2 \times d \quad (152)$$

$$\phi_{total} = \arctg \left[ \frac{d_{1,U3} - d_{2,U3}}{h_{viga}} \right] \quad (153)$$

A variável  $d$  corresponde à distância entre o ponto onde é imposto o deslocamento vertical e a reacção de apoio. As grandezas  $d_{1,U3}$  e  $d_{2,U3}$  correspondem ao deslocamento horizontal do ponto central do banzo superior e inferior da viga (ver *Figura 5-35*).

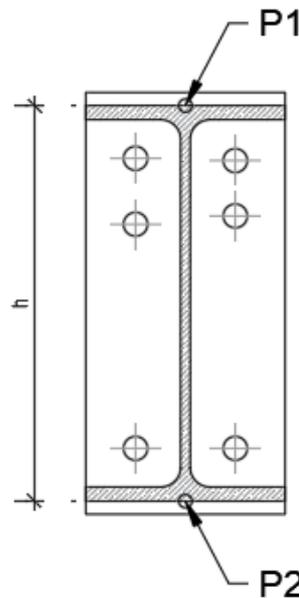


Figura 5-35 – Pontos para determinação da rotação da ligação L2

Os elementos ensaiados foram instrumentados com extensómetros eléctricos cuja localização se encontra definida na *Figura 3-29* e que permitiram a recolha de dados relativos à extensão do material no local indicado. Através da modelação numérica foi possível obter esta mesma grandeza e efectuar uma comparação entre os resultados obtidos.

Na *Figura 5-36* e na *Figura 5-37* representam-se as extensões obtidas nos modelos numéricos das ligações L2-T20 enquanto que na *Figura 5-40* e na *Figura 5-41* se representam as extensões correspondentes às ligações L2-T15. Em cada gráfico representa-se igualmente a extensão determinada experimentalmente correspondente a cada modelo.

Nestas figuras, o gráfico superior refere-se às extensões nos banzos superior e inferior e o gráfico inferior refere-se às extensões ao nível da linha de parafusos mais traccionada (WL2) e da outra linha de parafusos na zona de tracção (WL1).

Adicionalmente, na *Figura 5-38* e na *Figura 5-39* apresentam-se as tensões de von Mises determinadas numericamente para as ligações L2-T20 e na *Figura 5-42* e na *Figura 5-43* para as ligações L2-T15.

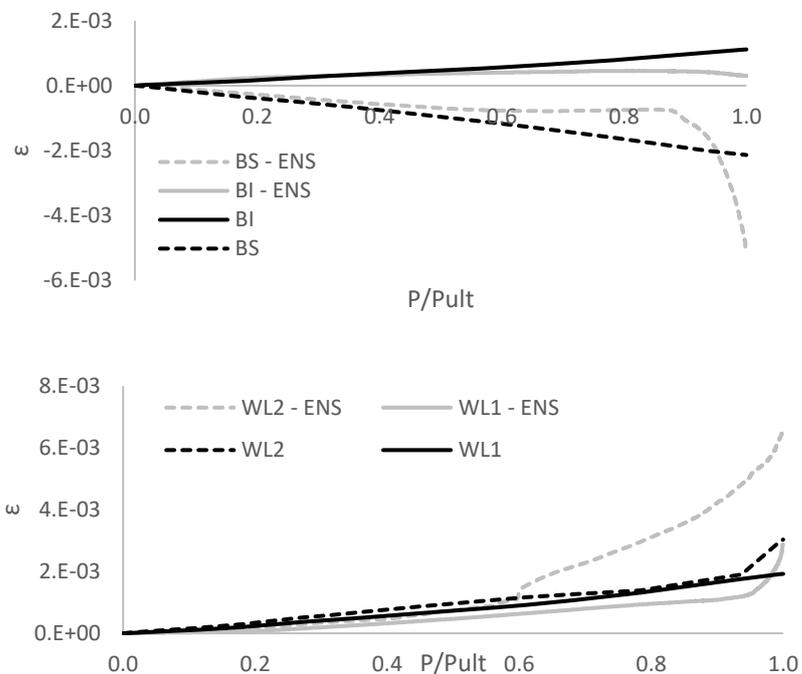


Figura 5-36 – Ligação L2-T20-P20 - Extensões (Ensaio vs Numérico)

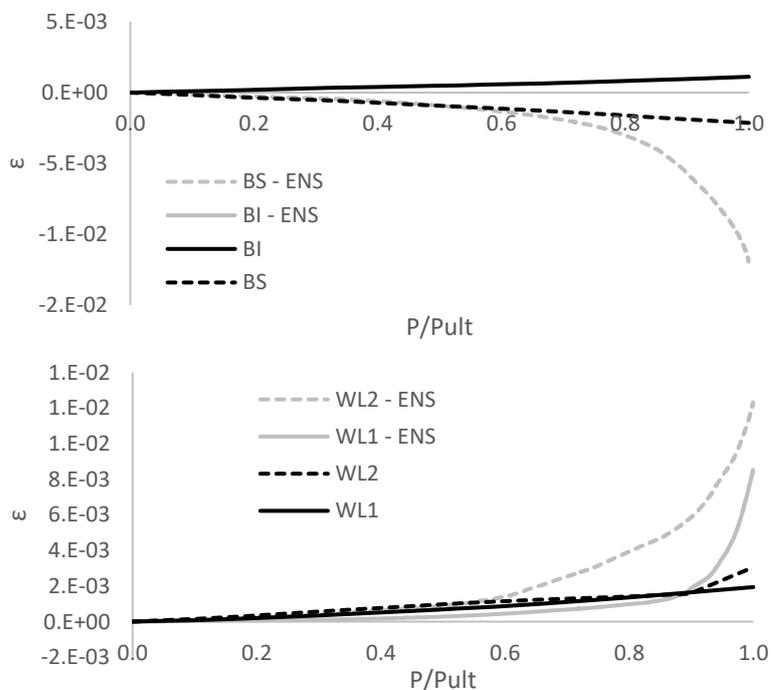


Figura 5-37 – Ligação L2-T20-P79 - Extensões (Ensaio vs Numérico)

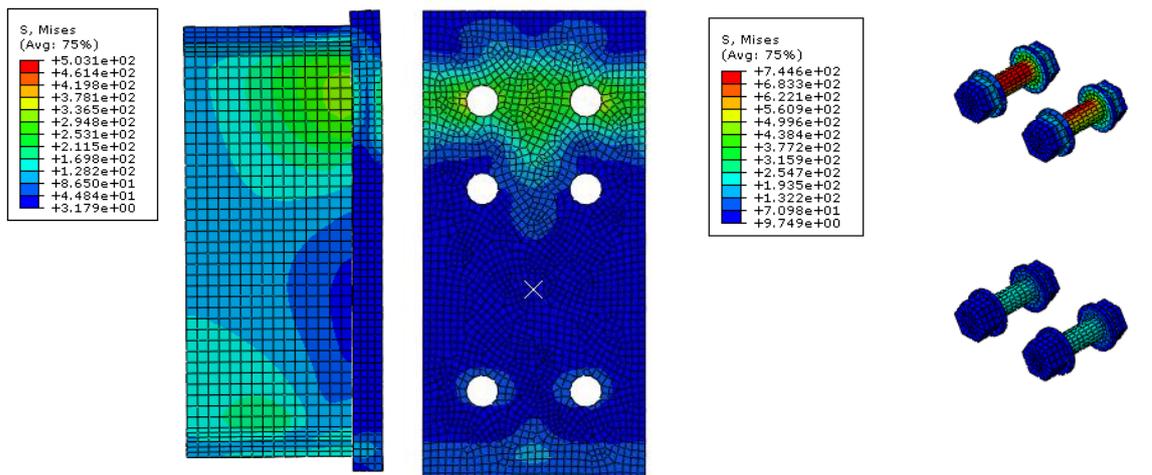


Figura 5-38 – L2-T20-PE20 - Tensões de von Mises (M=50kN.m)

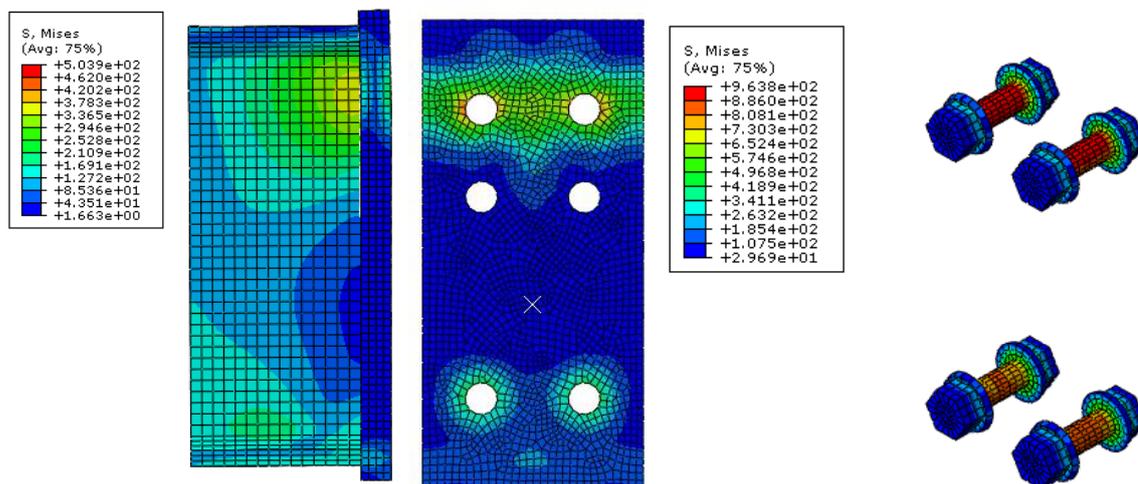


Figura 5-39 – L2-T20-PE79 - Tensões de von Mises (M=50kN.m)

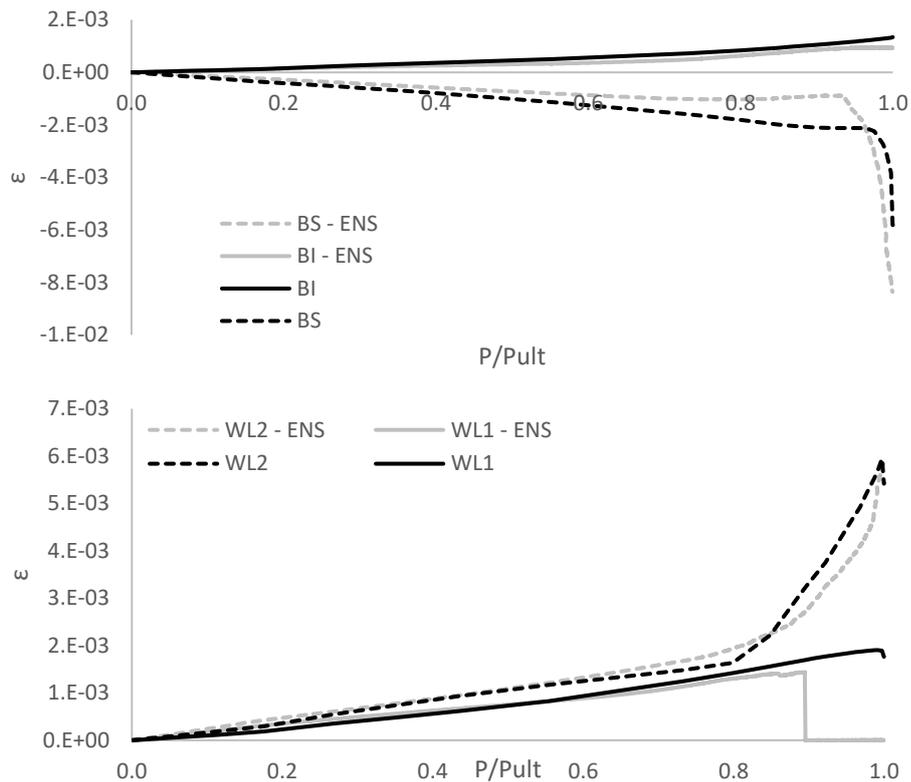


Figura 5-40 – Ligação L2-T15-PE20 - Extensões (Ensaio vs Numérico)

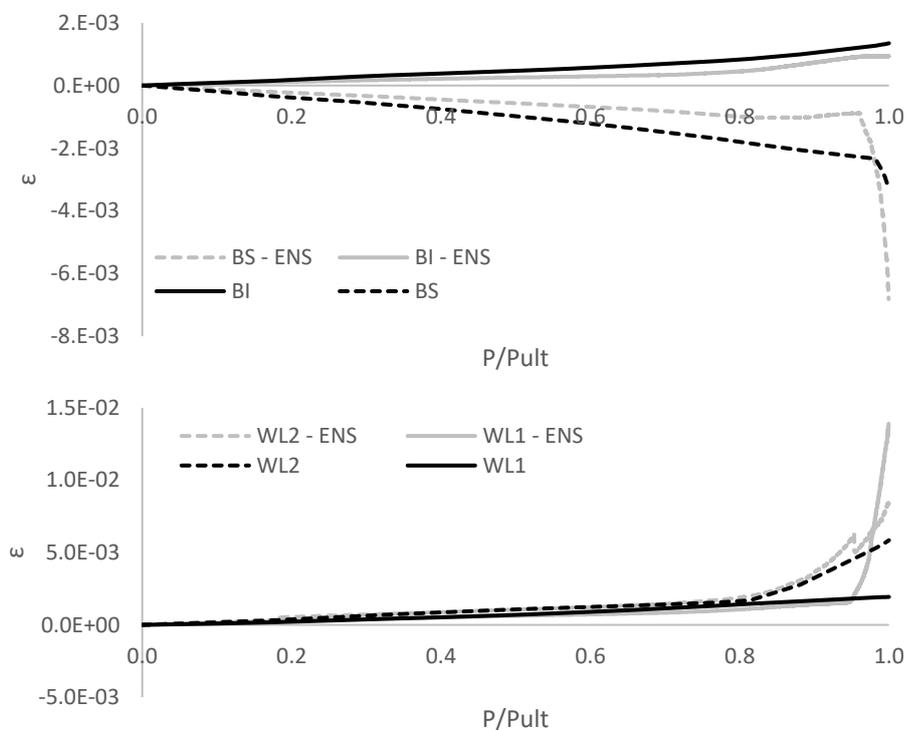


Figura 5-41 – Ligação L2-T15-PE79 - Extensões (Ensaio vs Numérico)

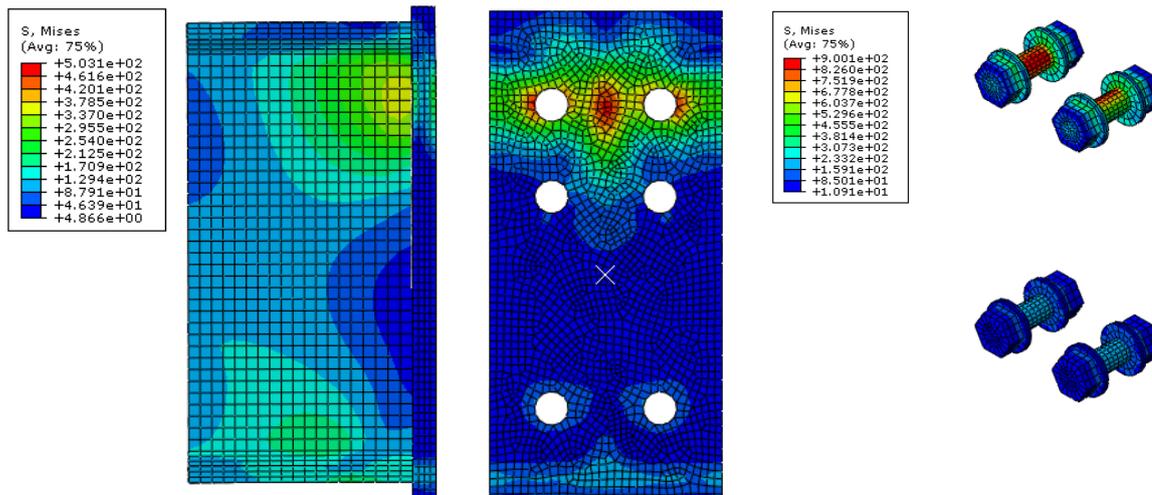


Figura 5-42 – L2-T15-PE20 - Tensões de von Mises ( $M=50\text{kN.m}$ )

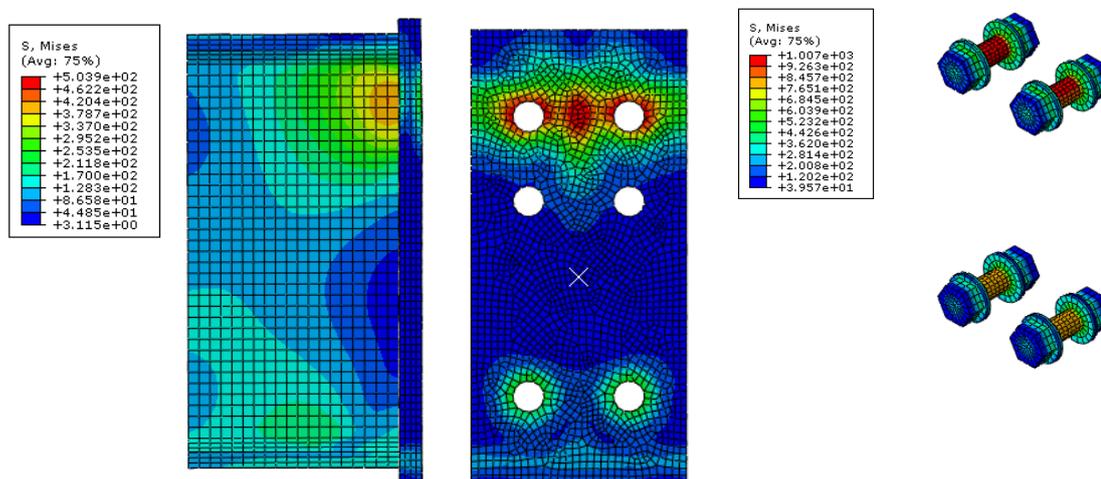


Figura 5-43 – L2-T15-PE79 - Tensões de von Mises ( $M=50\text{kN.m}$ )

Verifica-se que, de uma forma geral, os valores relativos às extensões obtidas por via experimental e numérica são muito semelhantes. No entanto, para valores mais elevados da relação  $P/P_{ult}$ , os resultados começam a divergir. Esta diferença poderá advir de alguma aderência deficitária do extensómetro ao aço da viga instrumentada para estes níveis de carregamento mais elevados.

Analisando as tensões de von Mises verifica-se que, tanto para as ligações  $L2-T20$  como para as ligações  $L2-T15$ , estas são mais elevadas na chapa de extremidade e junto à linha de parafusos mais extrema ( $WL2$ ). Isto evidencia que a componente mais fraca é a chapa de extremidade em flexão tal como se verificou analiticamente para ambos os casos.

Na *Figura 5-44* apresentam-se as curvas de momento/rotação obtidas através dos ensaios e através dos modelos numéricos de elementos finitos. Verifica-se que, com exceção da ligação *L2-T20-PE79*, existe uma boa concordância entre as curvas correspondentes.

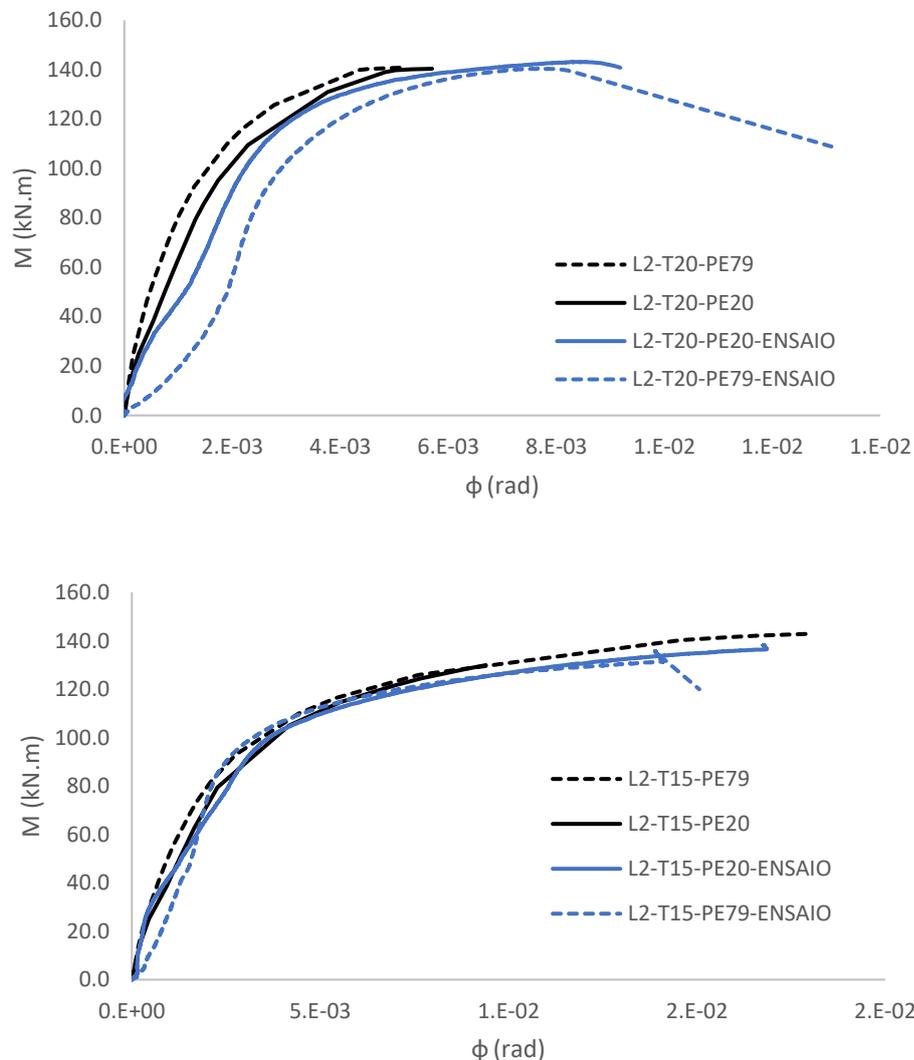


Figura 5-44 – Curva de momento/rotação das ligações L2 (Ensaio vs Numérico)

Nos gráficos da *Figura 5-45* à *Figura 5-48* são apresentadas as curvas momento/rotação obtidas numericamente e relativas aos dois níveis de pré-esforço testados em cada modelo. Na *Figura 5-45* e na *Figura 5-46* encontram-se as curvas obtidas para os modelos representativos das situações de ensaio e na *Figura 5-47* e na *Figura 5-48* representam-se os modelos baseados em propriedades nominais. É também identificada a rigidez de rotação inicial que permite verificar a existência da influência do pré-esforço do parafuso.

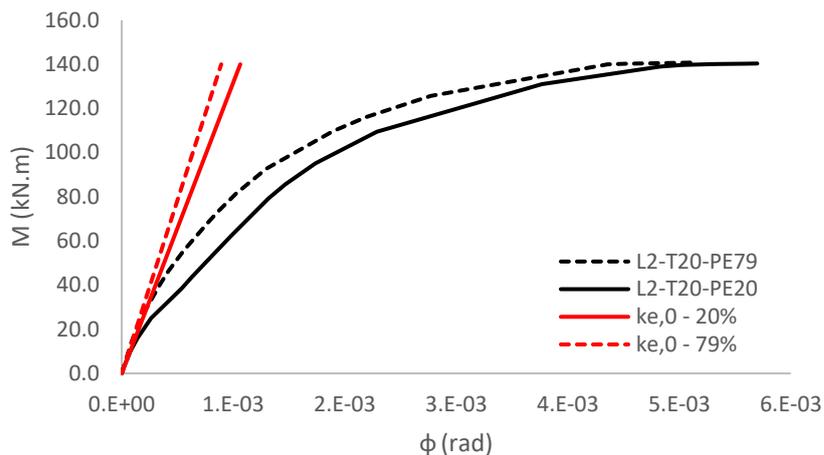


Figura 5-45 – Curva momento/rotação das ligações L2-T20

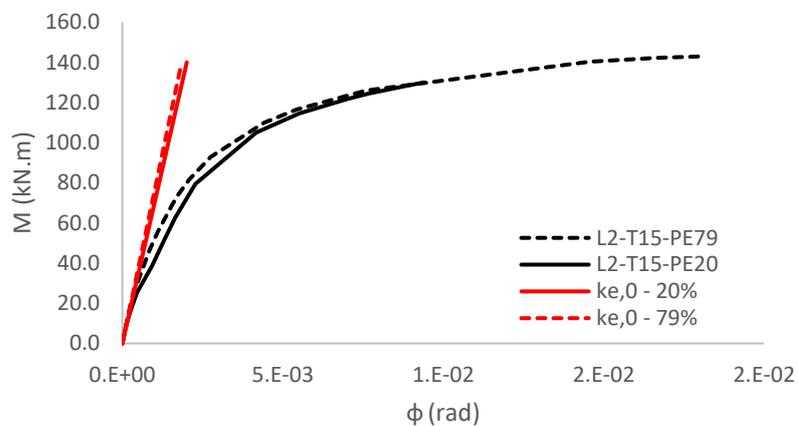


Figura 5-46 – Curva momento/rotação das ligações L2-T15

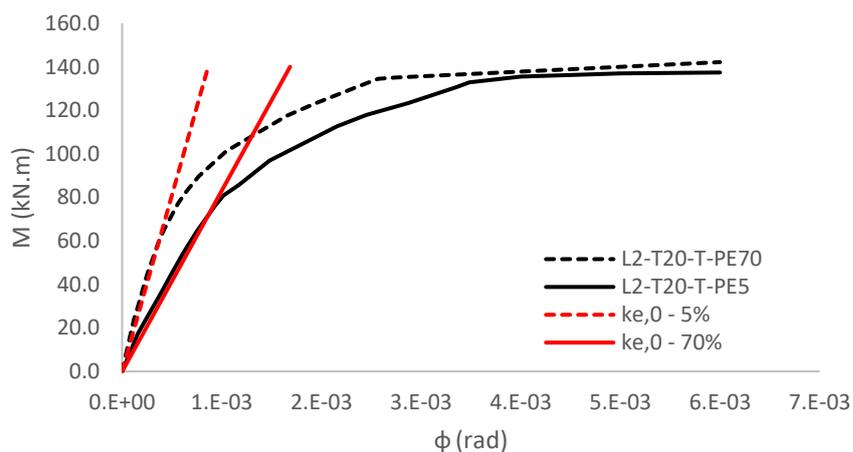


Figura 5-47 – Curva momento/rotação das ligações L2-T20-T

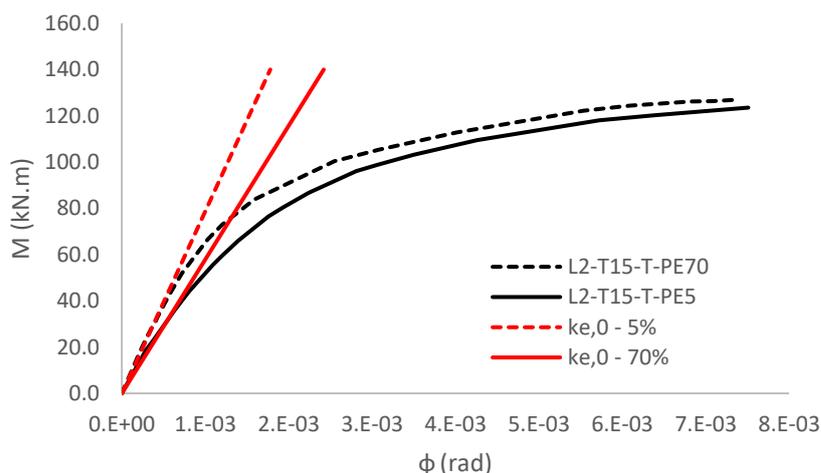


Figura 5-48 – Curva momento/rotação das ligações L2-T15-T

Na *Tabela 5-22* indicam-se os valores da rigidez de rotação inicial obtida em cada modelo numérico.

Tabela 5-22 - Rigidez de rotação inicial – Ligação L2

Modelo	Situação	$S_{j,ini}$ (kN/mm)	Modelo	Situação	$S_{j,ini}$ (kN/mm)
L2-T20-PE20	Ensaio	131639.516	L2-T20-T-PE5	Teórica	83065.899
L2-T20-PE79		156793.027	L2-T20-T-PE70		162158.962
L2-T15-PE20		69645.131	L2-T15-T-PE5		57839.645
L2-T15-PE79		75738.317	L2-T15-T-PE70		78656.817

### 5.3.3. Ligação L3 – Ligação de continuidade viga/viga com uma linha de parafusos saliente

A ligação de continuidade viga/viga com uma linha de parafusos saliente foi analisada através do cálculo analítico e numérico não tendo sido objecto de ensaio experimental. Nesta ligação consideram-se as propriedades nominais dos materiais conforme expostas na *Tabela 5-2* para um aço da classe S275.

Por forma a identificar a influência do pré-esforço dos parafusos na rigidez de rotação inicial da ligação foram estudados quatro modelos, geometricamente idênticos, tendo-se efectuado uma variação na força de pré-esforço do parafuso e na espessura da chapa de extremidade. Na *Tabela 5-23* apresentam-se os modelos numéricos objecto de estudo e na *Figura 5-49* apresenta-se o modelo de elementos finitos de uma das ligações do tipo L3.

Tabela 5-23 - Modelos numéricos da ligação L3

Modelo	Situação	$t_p$ (mm)	$F_p$ (kN)
L3-T20-T-PE5	Teórica	20.00	12.75
L3-T20-T-PE70		20.00	171.50
L3-T15-T-PE5		15.00	12.75
L3-T15-T-PE70		15.00	171.50

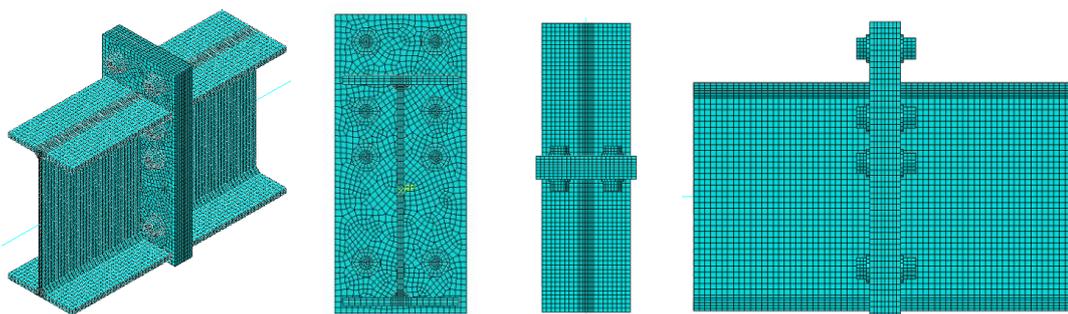


Figura 5-49 – Modelo numérico da ligação L3

A obtenção do momento flector actuante na ligação e da rotação correspondente foi efectuada através das seguintes equações:

$$M_{Ed} = RF_2 \times d \quad (154)$$

$$\phi_{total} = \arctg \left[ \frac{d_{1,U3} - d_{2,U3}}{h_{viga}} \right] \quad (155)$$

A variável  $d$  corresponde à distância entre o ponto onde é imposto o deslocamento vertical e posição da reacção de apoio. As grandezas  $d_{1,U3}$  e  $d_{2,U3}$  correspondem ao deslocamento horizontal do ponto central do banzo superior e inferior da viga (ver *Figura 5-50*).

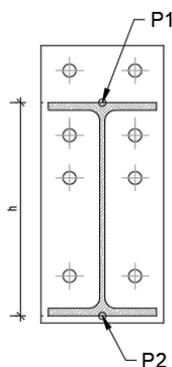


Figura 5-50 – Pontos para determinação da rotação da ligação L3

Na *Figura 5-51* e na *Figura 5-52* apresentam-se as tensões de von Mises das ligações L3-T20 e L3-T15 para os dois níveis de pré-esforço definidos. Tal como esperado, verifica-se que, nas ligações com pré-esforço mais elevado, as tensões na chapa de extremidade na zona dos parafusos são superiores.

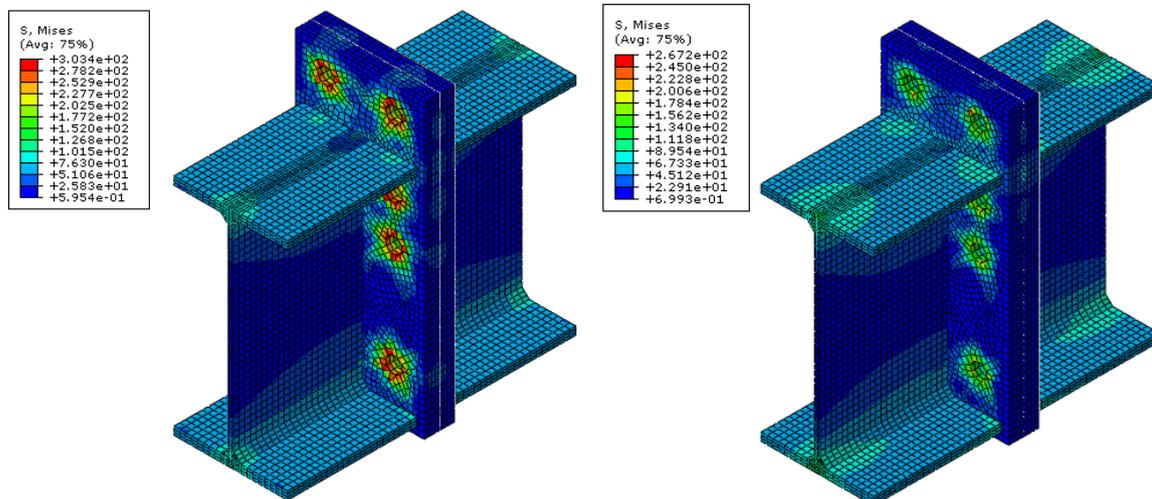


Figura 5-51 – Tensões de von Mises - Ligação L3-T20 - PE70 (esq) e PE5 (dir) (M=55kN.m)

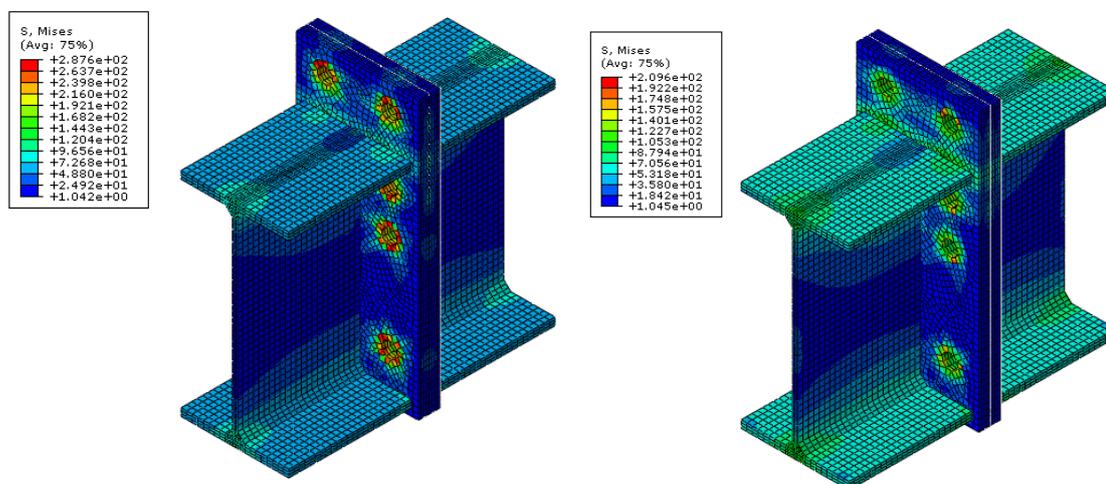


Figura 5-52 – Tensões de von Mises - Ligação L3-T15 - PE70 (esq) e PE5 (dir) (M=55kN.m)

Nos gráficos da *Figura 5-53* e da *Figura 5-54* apresentam-se as curvas de momento/rotação obtidas para as diferentes forças de pré-esforço, bem como a rigidez de rotação inicial correspondente a cada caso analisado.

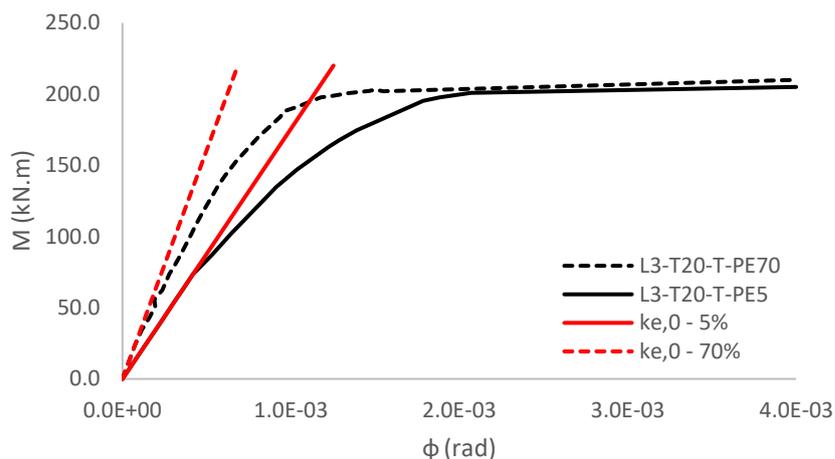


Figura 5-53 – Curva momento/rotação das ligações L3-T20-T

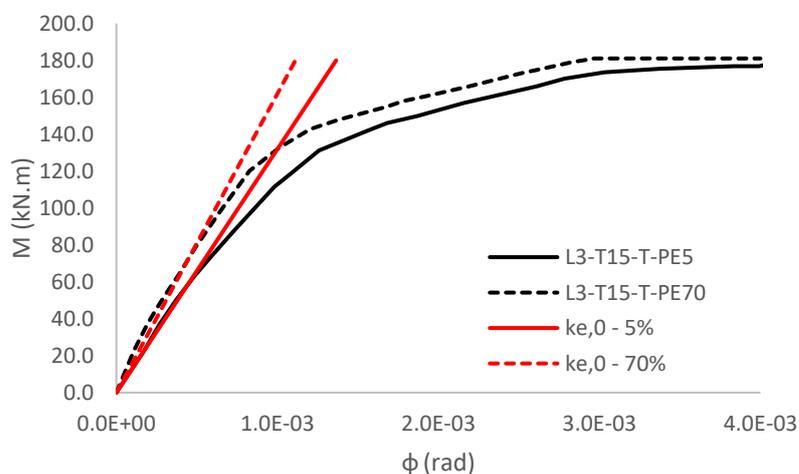


Figura 5-54 – Curva momento/rotação das ligações L3-T15-T

Na *Tabela 5-24* resumem-se os valores da rigidez de rotação inicial obtida em cada modelo numérico.

Tabela 5-24 - Rigidez de rotação inicial – Ligação L3

Modelo	Situação	$S_{j,ini}$ (kN/mm)
L3-T20-T-PE35	Teórica	175571.357
L3-T20-T-PE70		321210.647
L3-T15-T-PE35		131860.574
L3-T15-T-PE70		161837.329

### 5.3.4. Ligação L4 – Ligação de continuidade viga/coluna

A ligação de continuidade viga/coluna foi analisada através do cálculo analítico e numérico não tendo sido objecto de ensaio experimental. Nesta ligação consideram-se as propriedades nominais dos materiais conforme expostas na *Tabela 5-2* para um aço da classe S235. Na *Figura 5-55* apresenta-se o modelo de elementos finitos de uma das ligações do tipo L4.

Por forma a identificar a influência do pré-esforço dos parafusos na rigidez de rotação inicial da ligação foram estudados dois modelos, geometricamente idênticos, tendo-se efectuado uma variação na força de pré-esforço do parafuso. Na *Tabela 5-25* apresentam-se os modelos numéricos objecto de estudo.

Tabela 5-25 - Modelos numéricos das ligações L4

Modelo	Situação	$t_p$ (mm)	$F_p$ (kN)
L4-T15-T-PE5	Teórica	15.00	17.65
L4-T15-T-PE70		15.00	247.10

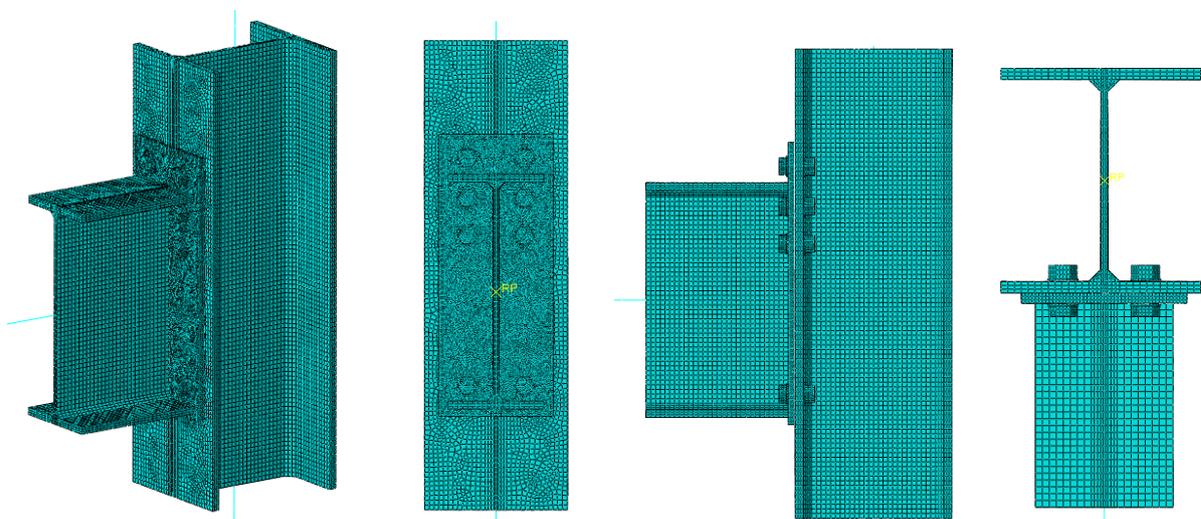


Figura 5-55 – Modelo numérico da ligação L4

A obtenção do momento flector actuante e da rotação correspondente foi efectuada através das seguintes equações:

$$M_{Ed} = RF_2 \times d \quad (156)$$

$$\phi_{total} = \arctg \left[ \frac{d_{1,U3} - d_{2,U3}}{h_{viga}} \right] - \phi_{el,coluna} \quad (157)$$

$$\phi_{el,coluna} = \arctg \left[ \frac{d_{3,U3} - d_{4,U3}}{h_{viga}} \right] \quad (158)$$

A variável  $d$  corresponde à distância entre o ponto onde é imposto o deslocamento vertical e o banzo da coluna. As grandezas  $d_{1,U3}$  e  $d_{2,U3}$  correspondem ao deslocamento horizontal do ponto central da viga no banzo superior e inferior e as grandezas  $d_{3,U3}$  e  $d_{4,U3}$  correspondem ao deslocamento horizontal do eixo da coluna conforme indicado na *Figura 5-56*.

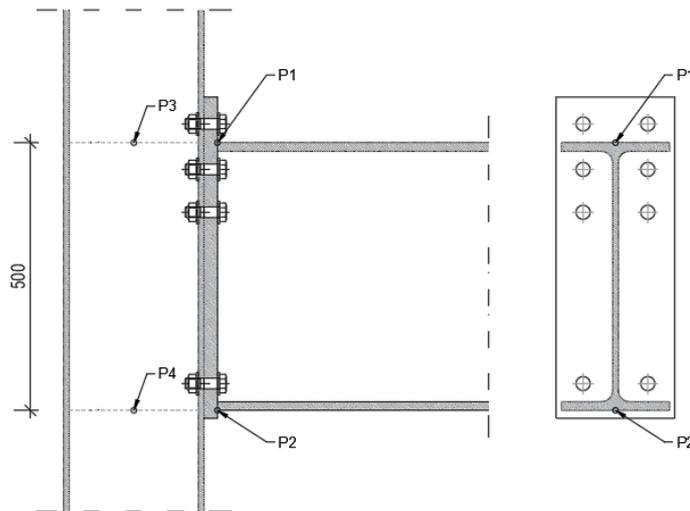


Figura 5-56 – Pontos para determinação da rotação da ligação L4

Na *Figura 5-57* e na *Figura 5-58* apresentam-se as tensões de von Mises na chapa de extremidade e no banzo da coluna das ligações *L4-T15-PE70* e *L4-T15-PE5*. Conforme se pode verificar, em ambas as ligações, as tensões nos dois elementos são muito similares.

Analiticamente verificou-se que o componente mais fraco era o componente associado à chapa de extremidade em flexão, embora, a força máxima suportada por este componente fosse muito próxima da suportada pelo componente associado ao banzo em flexão. Também é possível verificar a formação de charneiras entre linhas de parafusos adjacentes o que comprova o resultado analítico uma vez que a resistência destes componentes é limitada pelo efeito de grupo dos parafusos de linhas adjacentes.

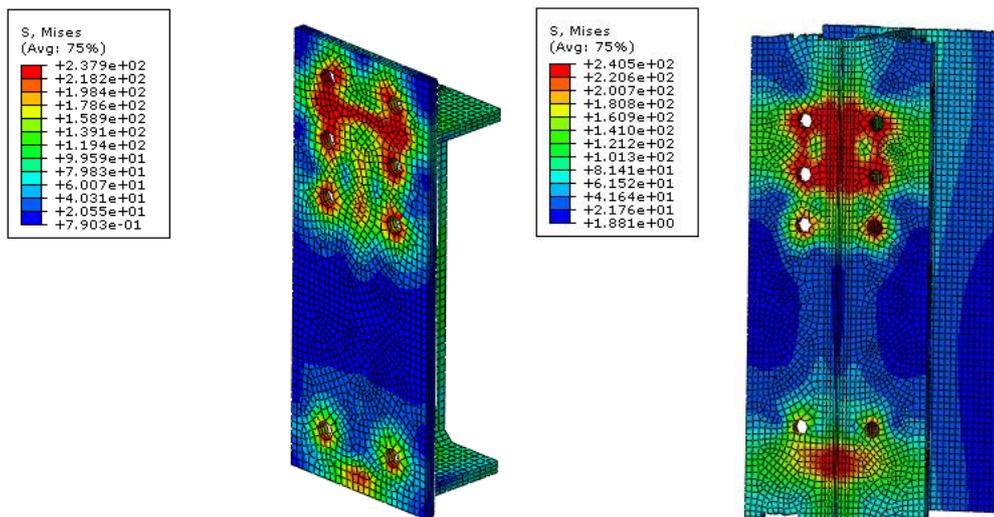


Figura 5-57 – Tensões de von Mises - Ligação L4-T15-PE70

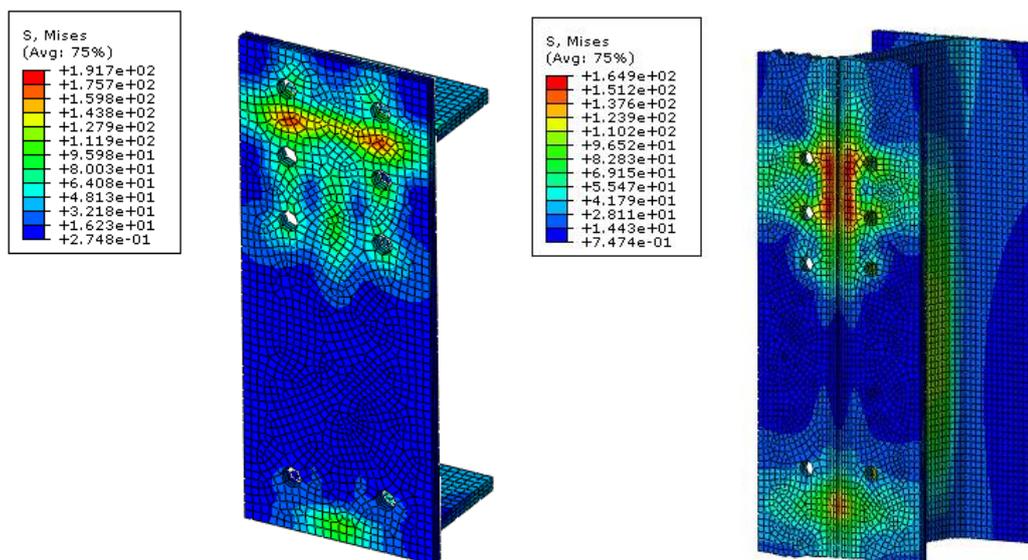


Figura 5-58 – Tensões de von Mises - Ligação L4-T15-PE5

No gráfico da *Figura 5-59* apresentam-se as curvas de momento/rotação obtidas para as diferentes forças de pré-esforço bem como a rigidez de rotação inicial para cada caso.

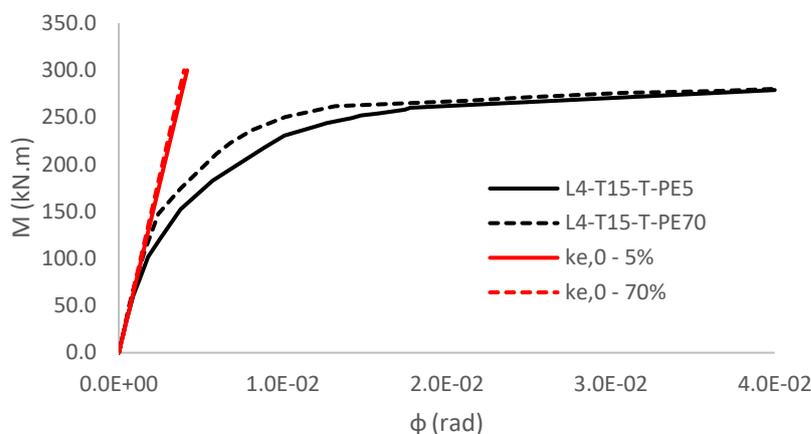


Figura 5-59 – Curva momento/rotação da ligação L4-T15-T

Na *Tabela 5-26* indicam-se os valores da rigidez de rotação inicial obtida em cada modelo numérico.

Tabela 5-26 - Rigidez de rotação inicial – L4

Modelo	Situação	$S_{j,ini}$ (kN/mm)
L4-T15-T-PE5	Teórica	71982.334
L4-T15-T-PE70		75393.926

#### 5.4. Estudo Paramétrico

Neste subcapítulo efectua-se um estudo paramétrico com recurso a modelos numéricos por forma a estudar com maior detalhe a zona de tracção de uma ligação com chapa de extremidade.

Como referido anteriormente, esta zona é idealizada através do Modelo de uma Peça em T tendo sido realizados uma série de modelos numéricos com a configuração de duas peças em T ligadas por parafusos nos seus banzos.

Os modelos desenvolvidos foram concebidos de modo a que a rotura destes fosse abrangida pelos três modos de rotura possíveis. Paralelamente, foi efectuada uma variação da força de pré-esforço. Na *Tabela 5-27* identificam-se os modelos realizados bem como as suas características geométricas.

Para além da verificação da influência do pré-esforço na rigidez inicial da ligação, foram também identificados os factores que contribuem para essa influência.

Tabela 5-27 - Modelos numéricos do estudo paramétrico

ID	Modo de Rotura	A (mm)	B (mm)	C (mm)	D (mm)	E (mm)	$t_p$ (mm)	$t_w$ (mm)	$d_0$ (mm)	$a_w$ (mm)	$F_p$ (kN)
M1-PE5	Modo 1	80	180	40	100	40	15	20	22	10	12.25
M1-PE70		80	180	40	100	40	15	20	22	10	171.50
M2-PE5	Modo 2	80	180	40	100	40	20	20	22	10	12.25
M2-PE70		80	180	40	100	40	20	20	22	10	171.50
M3-PE5	Modo 3	80	180	40	100	40	35	20	22	10	12.25
M3-PE70		80	180	40	100	40	35	20	22	10	171.50

No que diz respeito ao material utilizado na modelação, foi considerado um aço S355 para os elementos em chapa e um aço da classe 10.9 para os parafusos. As características destes materiais encontram-se na *Tabela 5-2*.

Nos gráficos da *Figura 5-60*, da *Figura 5-61* e da *Figura 5-62* representa-se as curvas de força/deslocamento obtidas para os dois níveis de pré-esforço considerados em cada uma das ligações estudada.

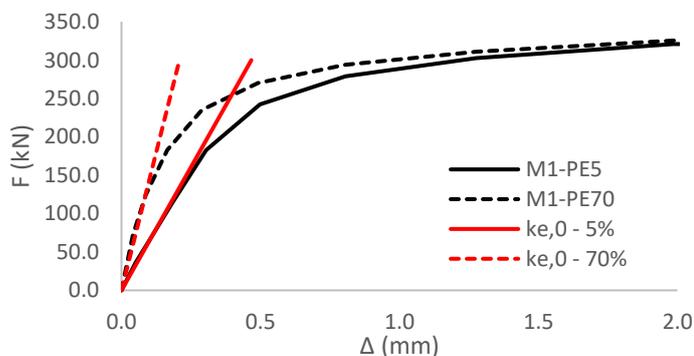


Figura 5-60 – Curva força/deslocamento – Ligação M1

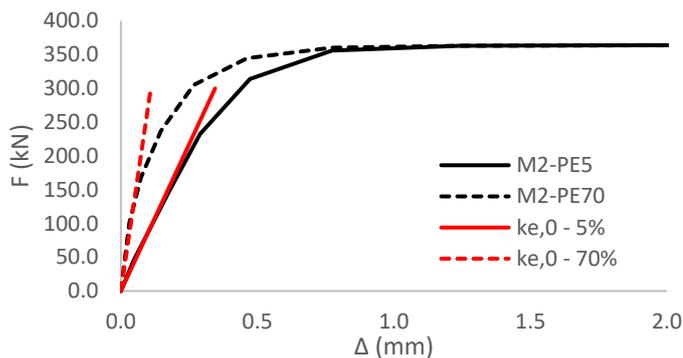


Figura 5-61 – Curva força/deslocamento - Ligação M2

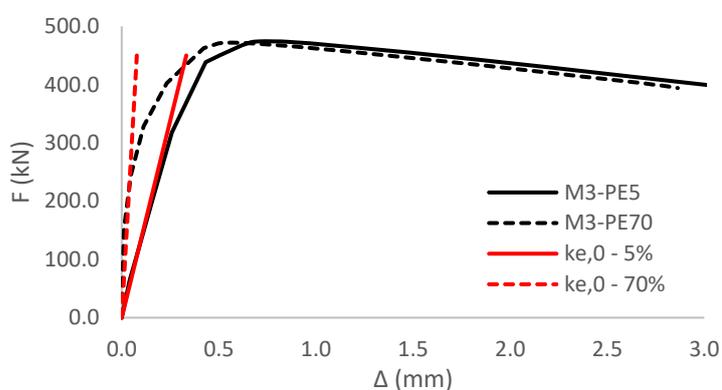


Figura 5-62 – Curva força/deslocamento - Ligação M3

Conforme se verifica, independentemente do modo de rotura, existe sempre um aumento da rigidez inicial. Na *Tabela 5-28* apresentam-se os resultados obtidos bem como a variação do valor da rigidez entre os dois níveis extremos de pré-esforço. Analisando esta tabela verifica-se que o aumento é superior nas ligações mais rígidas.

Tabela 5-28 - Rigidez inicial e sua variação

ID	Modo de Rotura	$K_{e,0}$ (kN/mm)	$\Delta$ (%)
M1-PE5	Modo 1	642.330	124%
M1-PE70		1437.937	
M2-PE5	Modo 2	869.555	215%
M2-PE70		2734.740	
M3-PE5	Modo 3	1352.888	327%
M3-PE70		5778.614	

Na *Figura 5-63*, referente à ligação M1, pode-se verificar o efeito do pré-esforço no parafuso e nos gráficos da *Figura 5-64* apresenta-se a evolução da força no parafuso e da força na interface de contacto entre os banzos das peças em T em função do carregamento exterior.

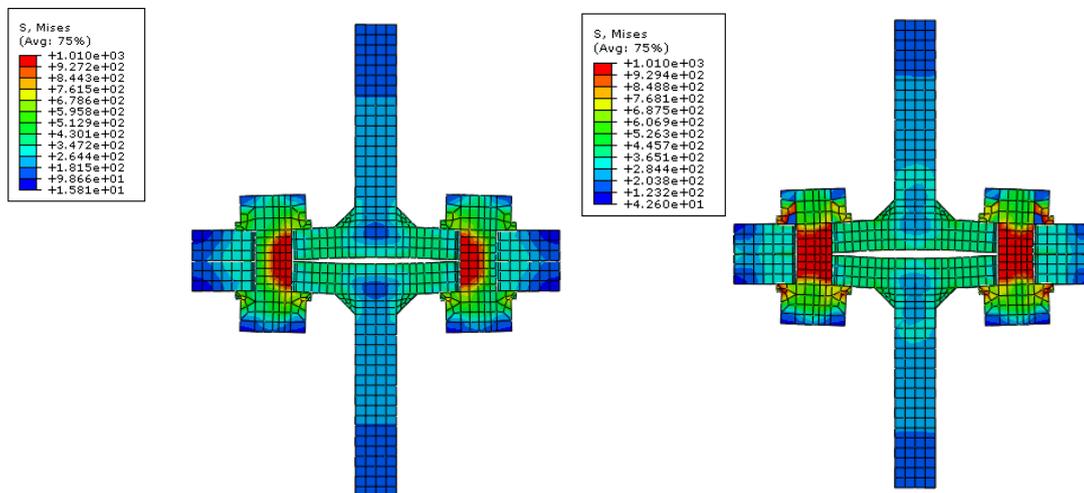


Figura 5-63 – Tensões de von Mises - Ligação M1

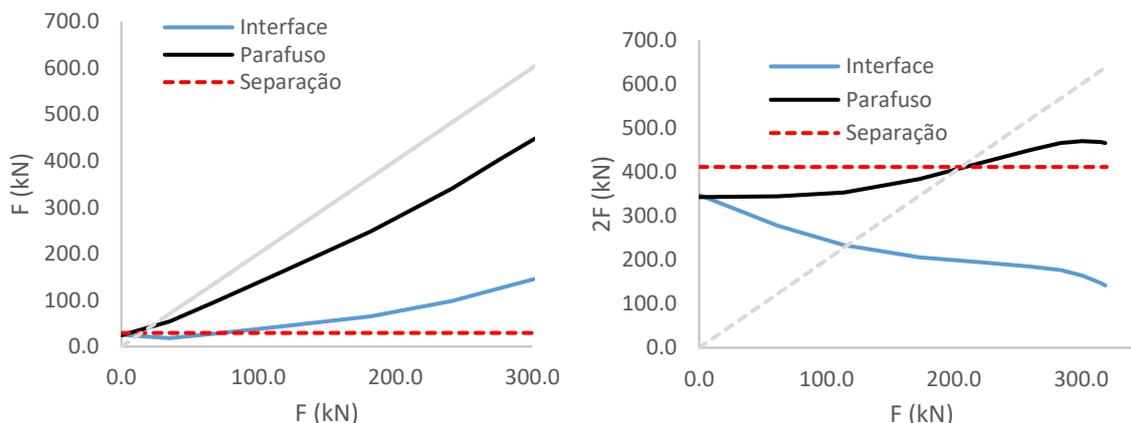


Figura 5-64 – Evolução da força ao longo do carregamento - Ligação M1 – (esquerda M1-PE5; direita M1-PE70)

Analisando a *Figura 5-64* verifica-se que quando se introduz uma força de pré-esforço superior, a separação das chapas ocorre para um valor da força exterior também superior originando assim uma menor deformação. É igualmente possível verificar que, a soma da força na interface com a força no parafuso é para cada instante igual à força exterior aplicada. Salienta-se que, apesar de no gráfico as duas forças terem o mesmo sinal, na realidade a força na interface é uma força de compressão e no parafuso a força é de tracção.

No que diz respeito às ligações M2 e M3, podem-se retirar as mesmas conclusões que as efectuadas para a ligação M1. Na *Figura 5-65* e na *Figura 5-66* apresentam-se o mesmo tipo

de resultados referentes à ligação M2 e na *Figura 5-67* e na *Figura 5-68* são apresentados os resultados obtidos na análise da ligação M3.

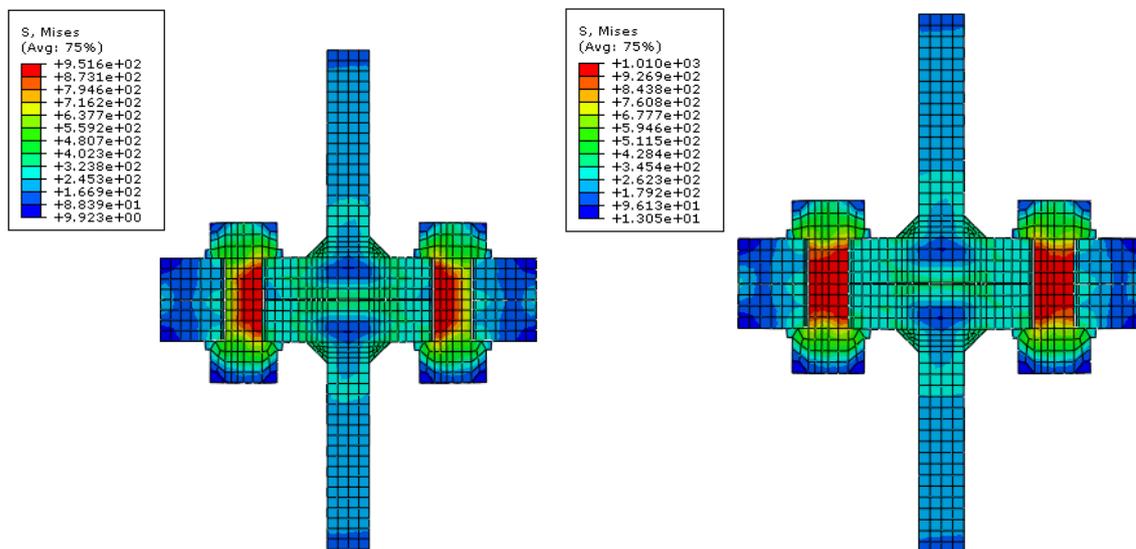


Figura 5-65 – Tensões de von Mises - Ligação M2

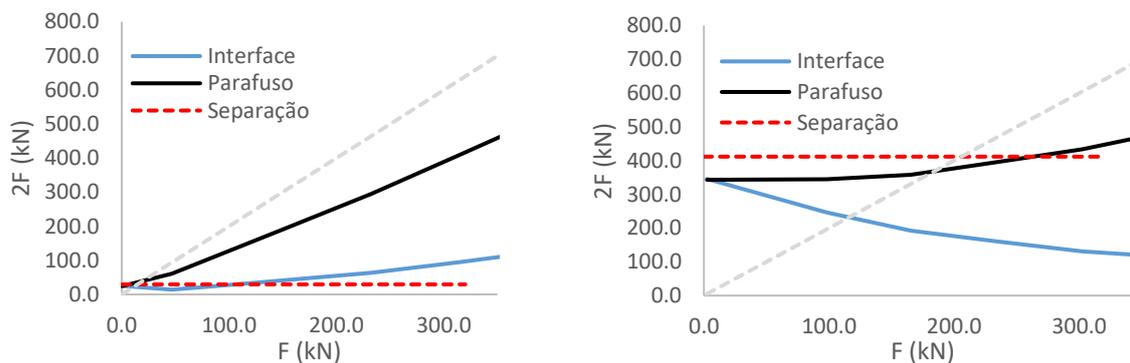


Figura 5-66 – Evolução da força ao longo do carregamento - Ligação M2 – (esquerda M2-PE5; direita M2-PE70)

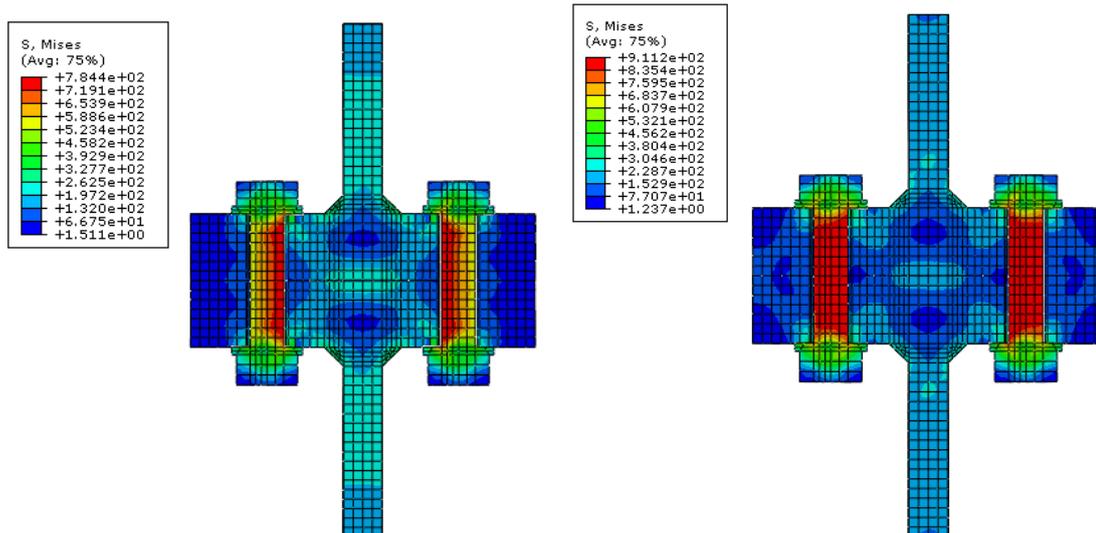


Figura 5-67 – Tensões de von Mises - Ligação M3

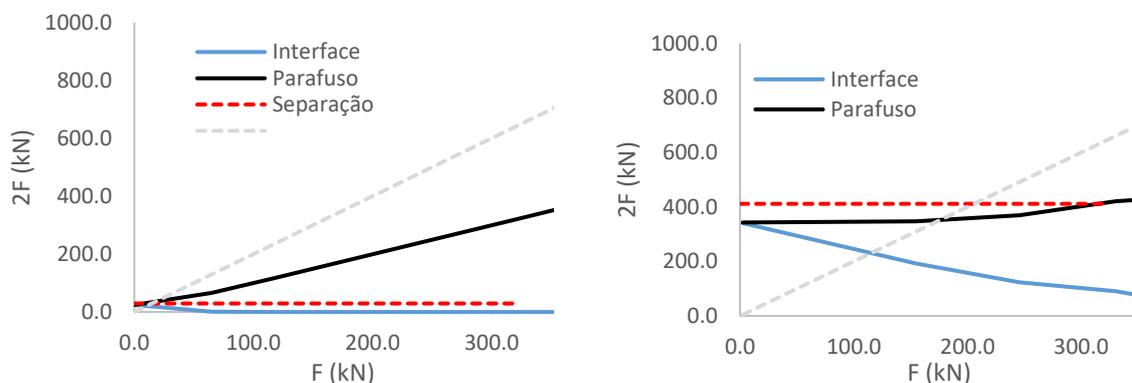


Figura 5-68 – Evolução da força ao longo do carregamento - Ligação M3 – (esquerda M3-PE5; direita M3-PE70)

No gráfico da *Figura 5-69*, que representa a evolução da rigidez inicial em função da relação  $t_p/d$ , apresentam-se os resultados obtidos no estudo paramétrico analítico e numérico. Conforme se pode constatar, os resultados são praticamente semelhantes quando a força de pré-esforço é reduzida. No que diz respeito aos resultados das ligações com pré-esforço elevado, o cálculo numérico fornece valores mais elevados.

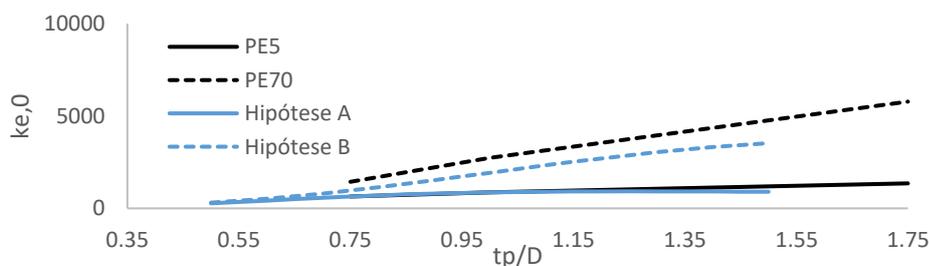


Figura 5-69 – Evolução da rigidez inicial em função da relação  $t_p/d$

A consideração da força de pré-esforço no procedimento de cálculo analítico efectua-se através da relação entre a área efectiva da zona comprimida da chapa e a área da zona não roscada do parafuso. No procedimento desenvolvido por Jaspert [4], é proposto um rácio entre estas duas áreas de 5 independentemente da força de pré-esforço aplicada.

Na *Figura 5-70* é representada a tensão de von Mises e na *Figura 5-71* a tensão de contacto.

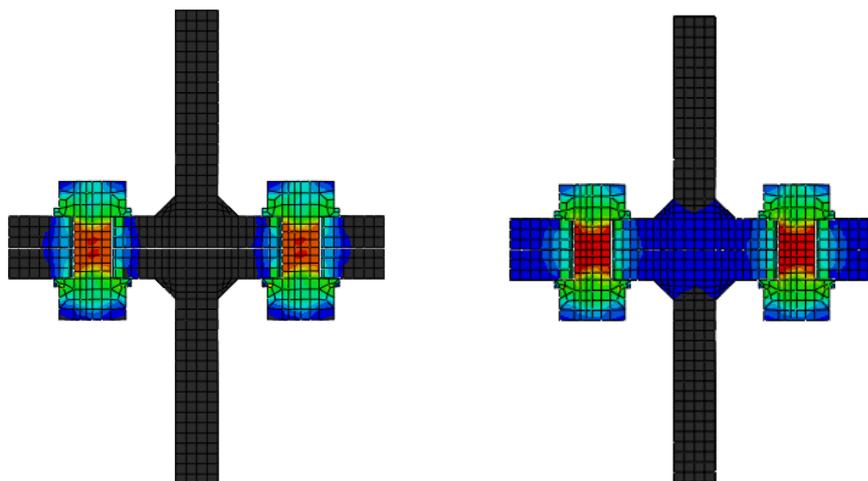


Figura 5-70 – Tensão de von Mises na ligação M1 (esquerda - PE=5%; direita PE=70%)



Figura 5-71 – Tensão de contacto na ligação M1 (esquerda - PE=5%; direita PE=70%)

Conforme se verifica, a área sujeita a tensões com algum significado numérico é superior no caso da ligação com um pré-esforço mais elevado. O rácio mencionado anteriormente deverá ser, de alguma forma, afectado por esta distribuição de tensões.

De facto, o ângulo de degradação da força ao longo da espessura é diferente nas duas situações conforme se demonstra na *Figura 5-72* referente à ligação M1.

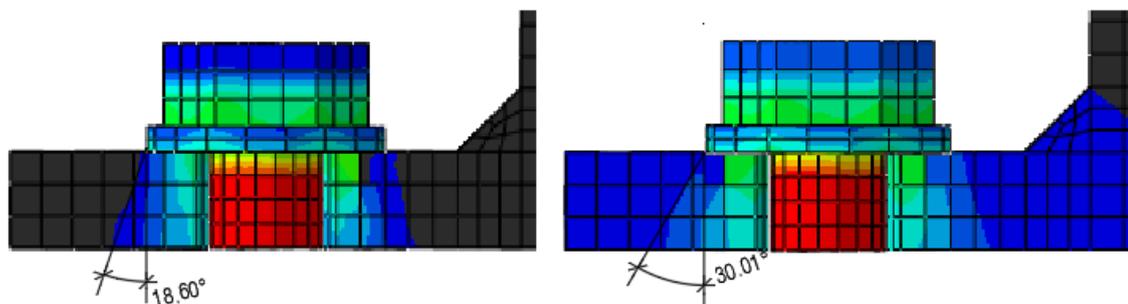


Figura 5-72 – Ângulo de degradação da força

No caso das ligações M2 e M3, cujos modos de rotura são o modo 2 e o modo 3 respectivamente, verifica-se o mesmo fenómeno. Nas imagens da *Figura 5-73* à *Figura 5-76* representam-se as tensões de von Mises e de contacto referentes às ligações M2 e M3.

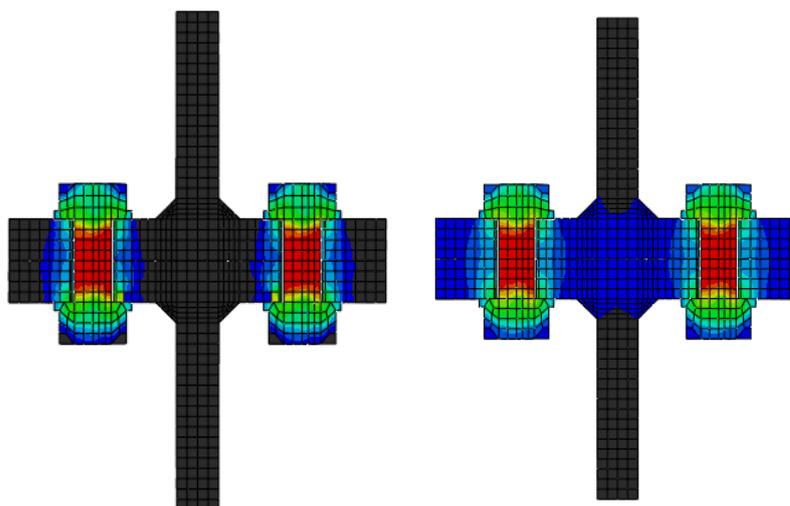


Figura 5-73 – Tensão de von Mises na ligação M2 (esquerda - PE=5%; direita PE=70%)

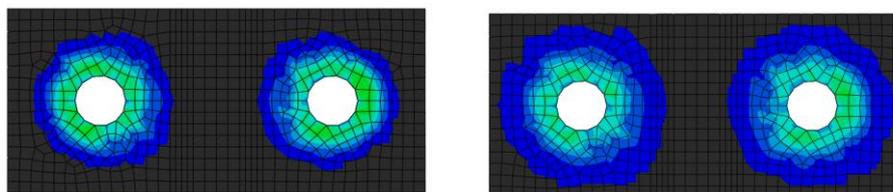


Figura 5-74 – Tensão de contacto na ligação M2 (esquerda - PE=5%; direita PE=70%)

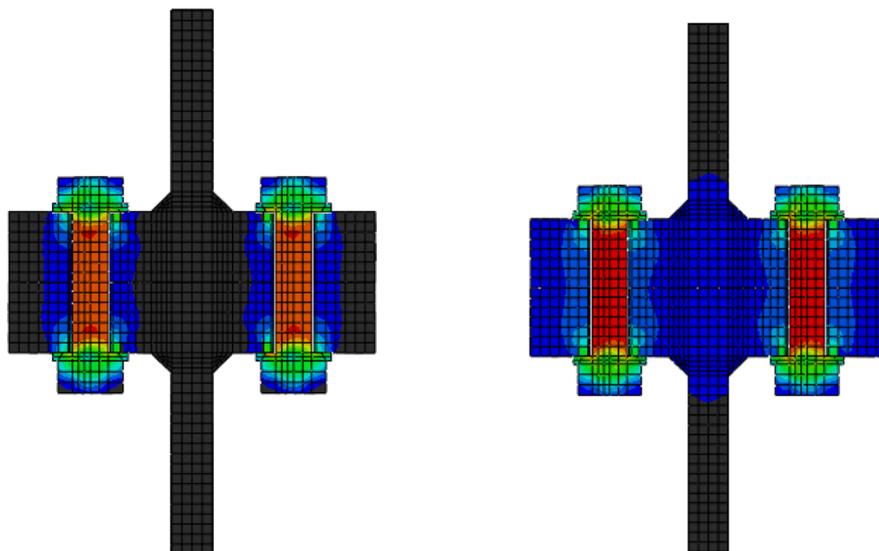


Figura 5-75 – Tensão de von Mises na ligação M3 (esquerda - PE=5%; direita PE=70%)

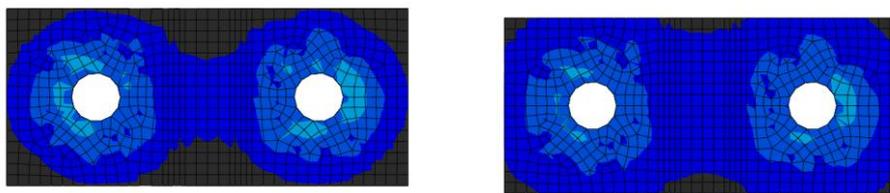


Figura 5-76 – Tensão de contacto na ligação M3 (esquerda - PE=5%; direita PE=70%)

## 6 ANÁLISE DE RESULTADOS

### 6.1. Introdução

Nos subcapítulos seguintes efectua-se uma comparação dos resultados obtidos na avaliação da rigidez inicial através dos três métodos de análise anteriormente descritos (experimental, analítico e numérico) das seguintes tipologias de ligações:

- L1 - Ligação de duas peças em T;
- L2 - Ligação de continuidade viga/viga;
- L3 - Ligação de continuidade viga/viga com uma linha de parafusos saliente;
- L4 - Ligação de continuidade viga/coluna.

Os resultados determinados por via analítica, através das hipóteses de cálculo A e B, são comparados com os resultados do cálculo numérico cujo pré-esforço dos parafusos é de 5% e 70% respectivamente. No caso da comparação destes resultados com os obtidos por via experimental, apenas se comparam os obtidos pela aplicação da hipótese de cálculo B. Estes são comparados com os ensaios cuja força de pré-esforço dos parafusos é de 79%.

No que diz respeito à comparação entre os resultados experimentais e numéricos, a correspondência é directa uma vez que se considerou a mesma força de pré-esforço dos parafusos em ambos os casos.

Da análise dos resultados obtidos, verifica-se que a consideração do pré-esforço dos parafusos tem influência na rigidez inicial. Esta influência reflecte-se em todos os casos analisados por um aumento deste parâmetro.

### 6.1.1. Ligação L1 – Ligação de duas peças em T

Na Tabela 6-1 e na Figura 6-1 apresentam-se os resultados obtidos pelos três métodos enunciados. É possível verificar que os diversos métodos conduzem a resultados muito semelhantes entre si.

Tabela 6-1 - Resultados da ligação L1

Modelo	Método de Cálculo				Variação da Rigidez Inicial		
	Experimental	Analítico		Numérico	Analítico	Experimental	Numérico
		A	B				
L1-T20-T-PE5	-	1057.32	-	951.24	202%	-	221%
L1-T20-T-PE70	-	-	3193.91	3056.15			
L1-T20-PE20	1527.33	-	-	1509.03	-	87%	82%
L1-T20-PE79	2856.64	-	3357.96	2749.59			
L1-T15-T-PE5	-	725.74	-	699.74	63%	-	91%
L1-T15-T-PE70	-	-	1181.42	1334.88			
L1-T15-PE20	990.19	-	-	875.51	-	-	79%
L1-T15-PE79	-	-	1357.37	1566.53			

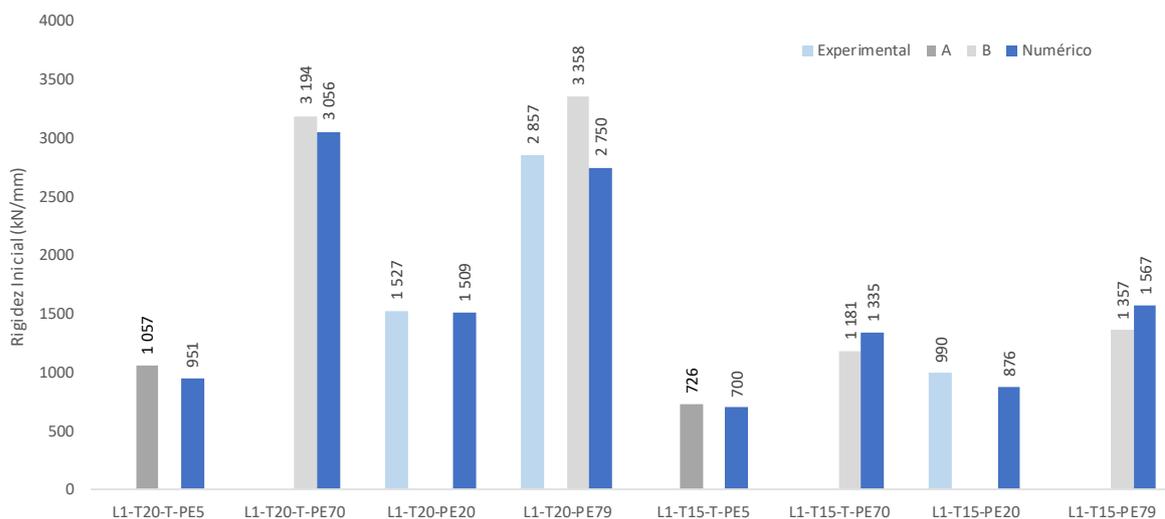


Figura 6-1 – Resultados da ligação L1

### 6.1.2. Ligação L2 – Ligação de continuidade viga/viga

De uma forma geral, os resultados obtidos para esta ligação são coerentes entre os vários métodos de avaliação conforme se pode verificar na *Tabela 6-2* e na *Figura 6-2*. No entanto, os resultados obtidos por via experimental das ligações mais pré-esforçadas (L2-T20-PE79 e L2-T15-PE79) não se enquadram nos resultados esperados. Nestes ensaios ocorreu claramente um conjunto de anomalias que inviabilizam possíveis conclusões baseadas nos seus resultados.

Tabela 6-2 - Resultados da ligação L2

Modelo	Método de Cálculo				Variação da Rigidez Inicial		
	Experimental	Analítico		Numérico	Analítico	Experimental	Numérico
		A	B				
L2-T20-T-PE5	-	74348.76	-	83065.90	100%	-	95%
L2-T20-T-PE70	-	-	148705.49	162158.96			
L2-T20-PE20	101398.77	-	-	131639.52	-	-78%	19%
L2-T20-PE79	22268.15	-	144007.12	156793.03			
L2-T15-T-PE5	-	51138.76	-	57839.65	41%	-	36%
L2-T15-T-PE70	-	-	72177.65	78656.82			
L2-T15-PE20	52300.48	-	-	69645.13	-	-48%	9%
L2-T15-PE79	27120.31	-	73106.99	75738.32			

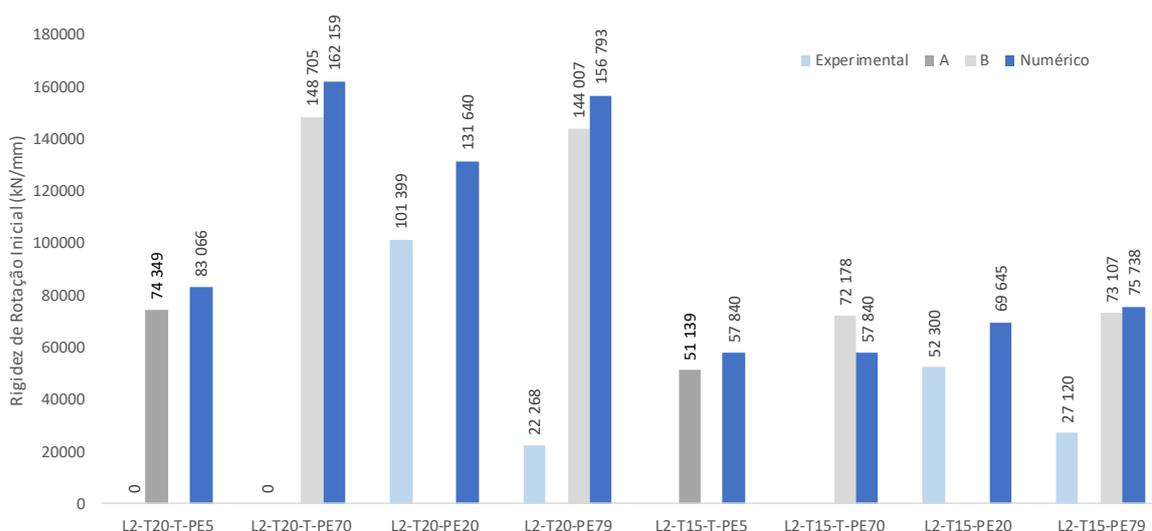


Figura 6-2 – Resultados da ligação L2

### 6.1.3. Ligação L3 – Ligação de continuidade viga-viga com uma linha de parafusos saliente

A ligação L3 foi analisada apenas por via analítica e numérica. Na *Tabela 6-3* e na *Figura 6-3* resumem-se os resultados obtidos. Conforme se pode verificar os resultados são bastante próximos verificando-se que a consideração do pré-esforço dos parafusos se traduz num aumento da rigidez inicial de rotação. É também possível inferir que esse aumento é superior quando a espessura da chapa e o diâmetro do parafuso são da mesma ordem de grandeza.

Tabela 6-3 - Resultados da ligação L3

Modelo	Método de Cálculo			Variação da Rigidez Inicial	
	Analítico		Numérico	Analítico	Numérico
	A	B			
L3-T20-T-PE5	159399.26	-	175571.36	92%	83%
L3-T20-T-PE70	-	306632.94	321210.65		
L3-T15-T-PE5	106792.95	-	131860.57	38%	23%
L3-T15-T-PE70	-	147524.97	161837.33		

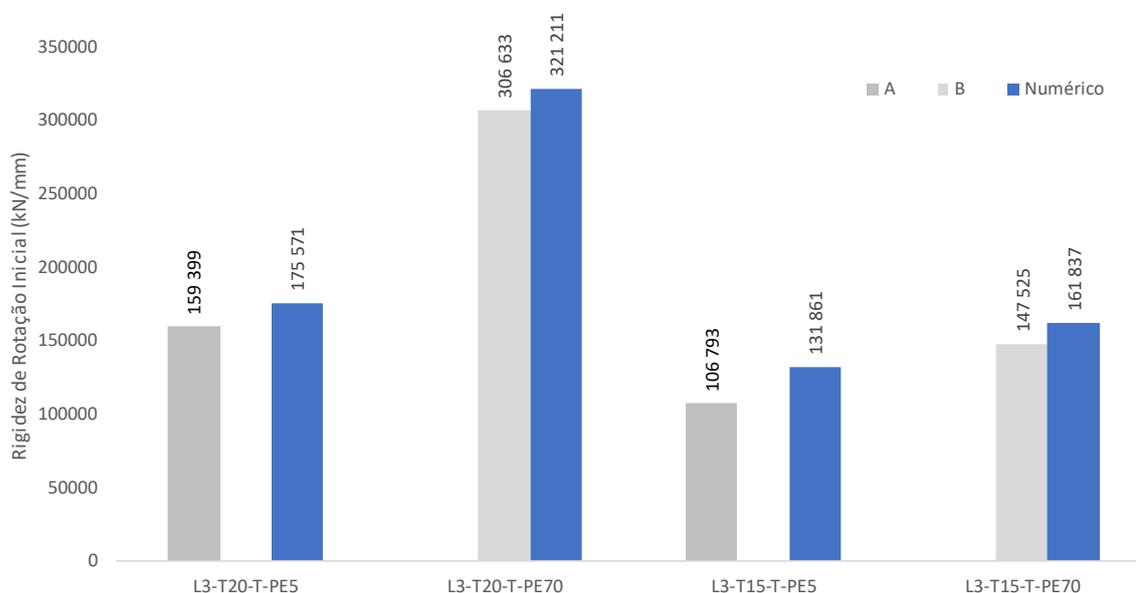


Figura 6-3 – Resultados da ligação L3

### 6.1.4. Ligação L4 – Ligação de continuidade viga/coluna

Esta ligação foi analisada por via analítica e numérica. No caso da ligação L4-T24 apenas se efectuou uma avaliação analítica. Verifica-se igualmente um aumento da rigidez inicial de rotação com a consideração do pré-esforço dos parafusos, embora esse aumento seja reduzido.

Na *Tabela 6-4* e na *Figura 6-4* apresentam-se os resultados obtidos.

Tabela 6-4 - Resultados da ligação L4

Modelo	Método de Cálculo			Variação da Rigidez Inicial	
	Analítico		Numérico	Analítico	Numérico
	A	B			
L4-T24-T-A	75635.736	-	-	7%	-
L4-T24-T-B	-	80987.39	-		
L4-T15-T-PE5	74467.389	-	71982.334	6%	5%
L4-T15-T-PE70	-	79294.046	75393.926		

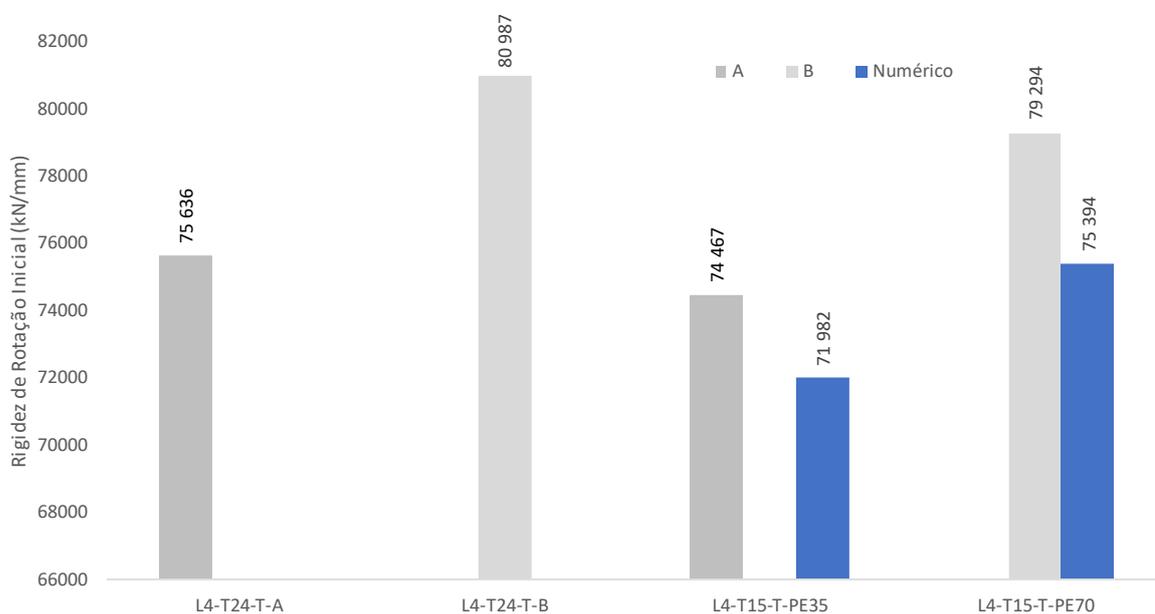


Figura 6-4 – Resultados da ligação L4

---

## 7 CONCLUSÕES

Na presente dissertação procurou-se efectuar a caracterização do comportamento de algumas ligações metálicas com chapa de extremidade por forma a verificar a influência que o pré-esforço dos parafusos poderia ter na rigidez inicial da ligação.

A referida caracterização foi efectuada através de métodos analíticos e numéricos, tendo os modelos numéricos sido calibrados em função dos ensaios experimentais realizados. A realização dos ensaios experimentais, para além de possibilitar a calibração e validação dos modelos numéricos, permitiu igualmente verificar a existência da influência do pré-esforço dos parafusos.

Tendo em conta o objectivo proposto na presente dissertação, foi possível concluir o seguinte:

- o pré-esforço dos parafusos influencia a rigidez inicial de uma ligação metálica com chapa de extremidade;
- a introdução de pré-esforço nos parafusos reduz a sua deformabilidade e leva a um aumento da rigidez inicial da ligação;
- a rigidez aumenta quando a espessura da chapa de extremidade e o diâmetro do parafuso são da mesma ordem de grandeza;
- em ligações com um número elevado de componentes activos o aumento de rigidez é reduzido;
- a força de pré-esforço introduzida no parafuso tem influência na degradação da força ao longo da espessura e na força que se gera na interface de contacto entre as duas superfícies ligadas.
- a hipótese B do método de cálculo analítico conduz a resultados próximos dos obtidos por via numérica quando nestes modelos se considera uma força de pré-esforço elevada. No entanto, nesta hipótese de cálculo, o componente  $k_{10}$  não tem em conta a percentagem da força de pré-esforço instalada. Em todos os casos avaliados analiticamente este componente aumenta 6 vezes.

---

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] C. CT 182, “NP EN 1090-2: 2010 - Execução de estruturas de aço e de alumínio Parte 2: Requisitos técnicos para estruturas de aço,” 2010.
- [2] L. CT 115, “NP EN 1993-1-8: 2010 - Eurocódigo 3 - Projeto de estruturas de aço - Parte 1-8,” p. 146, 2010.
- [3] P. Zoetemeijer, “Design Method for the Tension Side of Statically Loaded, Bolted Beam-To-Column Connections.,” 1974.
- [4] J. P. Jaspart, “Étude de la Semi-Rigidité des Noeuds Poutre-Colonne et son Influence sur la Resistance et la Stabilité des Ossatures en Acier,” Université de Liège, 1991.
- [5] M. A. Coelho Girão, “Characterization of the Ductility of Bolted End Plate Beam-To-Column Steel Connections,” 2004.
- [6] H. Agerskov, “Analysis of Bolted Connections Subject To Prying,” *ASCE J Struct Div*, vol. 103, no. 11, pp. 2145–2163, 1977.
- [7] C. Faella, V. Piluso, and G. Rizzano, *Structural Steel Semirigid Connections: Theory, Design, and Software*. 1999.
- [8] I. Standard, “EN14399-2 - High-strength structural bolting assemblies for preloading,” vol. 3, 2005.
- [9] I. Standard, “ISO 6892-1 - Metallic materials - Tensile testing,” vol. 2009, 2009.
- [10] I. Standard, “EN10025-2 - Hot rolled products of structural steels,” vol. 3, 2004.
- [11] J. P. Jaspart and K. Weynand, *Design of Joints in Steel and Composite Structures*. ECCS - European Convention for Constructional Steelwork, 2016.
- [12] O. Brusi and J. P. Jaspart, “Finite element-based models for the analysis of bolted beam-to-column steel connections,” *IABSE Reports*, 1996.
- [13] L. CT 115, “NP EN 1993-1-1: 2010 - Eurocódigo 3 - Projeto de estruturas de aço - Parte 1-1,” 2010.
- [14] Karlsson and Sorensen, *Abaqus Theory Manual, v.6.11*. 2011.

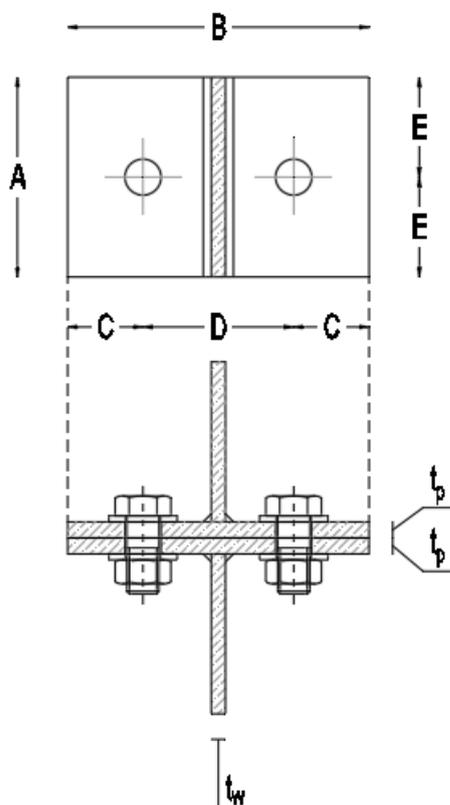
**ANEXOS**

## ANEXO A

Neste anexo detalha-se o cálculo analítico da resistência à tracção e da rigidez axial da ligação de duas peças em T, de acordo com as seguintes hipóteses:

- Hipótese A - Não é contabilizado o efeito do Pré-Esforço
  - Método 1 da EN 1993-1-8 [2] – Força do parafuso pontual
  - Método 2 da EN 1993-1-8 [2] – Consideração da largura de distribuição da força do parafuso
- Hipótese B – É contabilizado o efeito do Pré-Esforço
  - Consideração da largura de distribuição da força do parafuso

### A.1 - Definições



GEOMETRIA

$f_y$ (MPa)	355.00
A (mm)	100.00
B (mm)	180.00
C (mm)	40.00
D (mm)	100.00
E (mm)	50.00
$t_p$ (mm)	20.00
$t_w$ (mm)	20.00
$a_w$ (mm)	14.00

PARAFUSOS

Tipo	M20
Classe	10.90
$f_{yb}$ (MPa)	900.0
$f_{ub}$ (MPa)	1000.0
d (mm)	20.00
$d_0$ (mm)	22.00
$d_w$ (mm)	37.00
$t_{bD}$ (mm)	4.00
$h_{cabeça}$ (mm)	13.00
$h_{porca}$ (mm)	16.00

## A.2 - Parâmetros de Cálculo

- $e_{min} = C = 40.00 \text{ mm}$
- $e_w = \frac{d_w}{4} = 9.25 \text{ mm}$
- $m = \frac{1}{2} [D - t_w - 2 \times 0.80\sqrt{2}a_w] = 24.16 \text{ mm}$
- $n = \text{mín} [e_{min}; 1.25m] = 30.20 \text{ mm}$
- $\lambda = \frac{n}{m} = 1.25$
- $F_{t,Rd} = \frac{0.9f_{ub}A_s}{\gamma_{M2}} = 176.40 \text{ kN}$
- $F_{p,Rd} = 0.70f_{ub}A_s = 171.50 \text{ kN}$

## A.3 - Hipótese A – Sem contabilização do efeito do pré-esforço

### Resistência

- **Comprimento Efectivo – Quadro 6.4 da EN1993-1-8**

$$l_{eff,cp} = \text{mín}[2\pi m] = 151.81 \text{ mm}$$

$$l_{eff,nc} = \text{mín}[4m + 1.25e; A] = 100.00 \text{ mm}$$

$$l_{eff1} = \text{Mín}[l_{eff,nc}; l_{eff,cp}] = 100.00 \text{ mm}$$

$$l_{eff2} = l_{eff,nc} = 100.00 \text{ mm}$$

- **Valor de Cálculo da Resistência do banzo de uma peça em T – Quadro 6.2 da EN1993-1-8**

### Modo 1 – Plastificação do Banzo

$$M_{pl,1,Rd} = \frac{t_f^2 f_y}{4} \sum l_{eff,1} / \gamma_{M0} = 3.55 \text{ kN.m}$$

- Método 1

$$F_{T,1,Rd} = \frac{4M_{pl,1,Rd}}{m} = 587.73 \text{ kN}$$

- Método 2

$$F_{T,1,Rd} = \frac{(8n - 2e_w)M_{pl,1,Rd}}{2mn - e_w(m + n)} = 828.04 \text{ kN}$$

### Modo 2 – Plastificação parcial do Banzo seguida da Rotura dos Parafusos

$$M_{pl,2,Rd} = \frac{t_f^2 f_y \sum l_{eff,2}}{4 \gamma_{M0}} = 3.55 \text{ kN.m}$$

$$F_{T,2,Rd} = \frac{2M_{pl,2,Rd} \cdot L + n \sum F_{t,Rd}}{m + n} = 326.61 \text{ kN}$$

### Modo 3 – Rotura dos Parafusos

$$F_{T,3,Rd} = \sum F_{t,Rd} = 352.80 \text{ kN}$$

A resistência à tracção da peça em T equivalente corresponde ao menor valor dos 3 possíveis modos de rotura.

$$F_{T,Rd} = \text{mín}[F_{T,1,Rd}; F_{T,2,Rd}; F_{T,3,Rd}] = 326.61 \text{ kN}$$

### Rigidez Axial

- **Componente [5] – Chapa de Extremidade em Flexão – Quadro 6.11 da EN1993-1-8**

$$l_{eff} = \text{Mín}[l_{eff,1}; l_{eff,2}] = 100.00 \text{ mm}$$

$$k_5 = \frac{0.9 l_{eff} t_p^3}{m^3} = 51.05 \text{ mm}$$

- **Componente [10] – Parafusos à Tracção – Quadro 6.11 da EN1993-1-8**

$$L_b = 2t_p + 2t_{bp} + \frac{h_c}{2} + \frac{h_r}{2} = 62.50 \text{ mm}$$

$$k_{10} = \frac{1.6A_s}{L_b} = 6.27 \text{ mm}$$

- **Rigidez Efectiva**

$$k_{eff} = \frac{1}{2 \times \frac{1}{k_5} + \frac{1}{k_{10}}} = 5.035 \text{ mm}$$

- **Rigidez Inicial**

$$k_{e,0} = Ek_{eff} = 1057.317 \text{ kN/mm}$$

#### A.4 - Hipótese B – Com contabilização do efeito do pré-esforço

##### Resistência

- **Comprimento Efectivo – Quadro 6.4 da EN1993-1-8**

$$l_{eff,cp} = \text{mín}[2\pi m] = 151.81 \text{ mm}$$

$$l_{eff,nc} = \text{mín}[4m + 1.25e; A] = 100.00 \text{ mm}$$

$$l_{eff1} = \text{Mín}[l_{eff,nc}; l_{eff,cp}] = 100.00 \text{ mm}$$

$$l_{eff2} = l_{eff,nc} = 100.00 \text{ mm}$$

##### Modo 1 – Plastificação do Banzo

$$F_{T,1,Rd} = \frac{[8n - 2(1 - K^*)e_w]M_{pl,1,Rd} + 4. n. e_w F_{p,c}}{2mn - e_w(1 - K^*)(m + n)} = 754.90 \text{ kN}$$

Em que:

$$\xi = \frac{A_c}{A_b} = 5.0$$

$$K^* = \frac{1}{1 + \frac{1}{\xi}} = 0.83$$

$$S = F_{p,c} = 0.70f_{ub}A_s = 171.50 \text{ kN}$$

$$M_{pl,1,Rd} = \frac{t_f^2 f_y}{4} \sum l_{eff,1} / \gamma_{M0} = 3.55 \text{ kN.m}$$

$$F_{sep} = \frac{2S}{K^*} = 411.60 \text{ kN}$$

Verificação da condição adicional:

$$\frac{F_{T,1,Rd} n + 2M_{pl,1,Rd}}{2n - e_w} \leq F_{sep} \rightarrow 584.51 \leq 411.60 \rightarrow KO - \text{Ocorre separação entre as chapas}$$

De acordo com este procedimento, em termos de resistência, os modos de rotura 2 e 3 não são influenciados pela força de pré-esforço instalada nos parafusos, sendo o seu cálculo idêntico ao da norma EN1993-1-8 [2]. Assim sendo a resistência à tracção da peça em T equivalente corresponde ao menor valor dos 3 possíveis modos de rotura.

$$F_{T,Rd} = \min[F_{T,1,Rd}; F_{T,2,Rd}; F_{T,3,Rd}] = 297.96 \text{ kN}$$

### Rigidez Axial

- **Componente [5] – Chapa de Extremidade em Flexão – Quadro 6.11 da EN1993-1-8**

$$l_{eff} = \min[l_{eff,1}; l_{eff,2}] = 100.00 \text{ mm}$$

$$K_5 = \frac{0.9l_{eff}t_p^3}{m^3} = 51.05 \text{ mm}$$

- **Componente [10] – Parafusos à Tracção**

$$L_b = t_{p1} + t_{p2} + 2t_{bp} + \frac{h_c}{2} + \frac{h_r}{2} = 62.50 \text{ mm}$$

---

$$k_{10} = 9.6 \frac{A_s}{L_b} = 37.63 \text{ mm}$$

- **Rigidez Efectiva**

$$k_{eff} = \frac{1}{2 \times \frac{1}{k_5} + \frac{1}{k_{10}}} = 15.209 \text{ mm}$$

- **Rigidez Inicial**

$$k_{e,0} = Ek_{eff} = 13193.907 \text{ kN/mm}$$

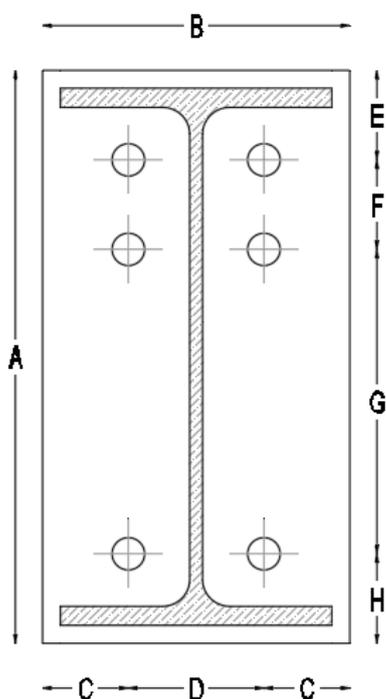
## ANEXO B

Neste anexo detalha-se o cálculo analítico da resistência da ligação à flexão e da rigidez de rotação inicial de uma ligação de continuidade viga/viga de acordo com as seguintes hipóteses:

- Hipótese A - Não é contabilizado o efeito do Pré-Esforço
  - Método 1 da EN 1993-1-8 [2] – Força do parafuso pontual
  - Método 2 da EN 1993-1-8 [2] – Consideração da largura de distribuição da força do parafuso
- Hipótese B – É contabilizado o efeito do Pré-Esforço
  - Consideração da largura de distribuição da força do parafuso

### B.1 - Definições

PERFIL	TIPO
IPE 300	Comercial



#### GEOMETRIA

A (mm)	320.00
B (mm)	170.00
C (mm)	40.00
D (mm)	90.00
E (mm)	61.00
F (mm)	60.00
G (mm)	138.00
H (mm)	61.00

#### CHAPA DE EXTREMIDADE

$f_y$ (MPa)	275.00
$t_p$ (mm)	20.00

#### SOLDADURA

$a_w$ (mm)	5.00
$a_b$ (mm)	8.00

#### PERFIL METÁLICO

Secção	IPE 300
$f_y$ (MPa)	275.00
h (mm)	300.00
b (mm)	150.00
$t_f$ (mm)	10.70
$h_w$ (mm)	248.60
$t_w$ (mm)	7.10
r (mm)	15.00

#### PARAFUSOS

Tipo	M20
Classe	10.9
$f_{yb}$ (MPa)	900.00
$f_{ub}$ (MPa)	1000.00
d (mm)	20.00
$d_o$ (mm)	22.00
$d_w$ (mm)	37.00
$d_m$ (mm)	45.00
$t_{bp}$ (mm)	4.00
$h_{cabeça}$ (mm)	13.00
$h_{porca}$ (mm)	16.00

---

## Identificação de Componentes Activos

Os componentes envolvidos na determinação da resistência da ligação são os seguintes:

- [5] – Chapa de Extremidade em Flexão – EN1993-1-8 – cl.6.2.6.5
- [7] – Banzo e Alma da Viga em Compressão – EN1993-1-8 – cl.6.2.6.7
- [8] – Alma da Viga em Tracção – EN1993-1-8 – cl.6.2.6.8

### B.2 - Componente [5] – Chapa de Extremidade em Flexão

A determinação da força resistente deste componente é avaliada pelas seguintes hipóteses:

- Hipótese A
- Hipótese B

#### B.2.1 – Parâmetros de Cálculo

- $e_{min} = C = 40.00 \text{ mm}$
- $e_w = \frac{d_w}{4} = 9.25 \text{ mm}$
- $m = \frac{1}{2} [D - t_w - 2 \times 0.80\sqrt{2}a_w] = 36.92 \text{ mm}$
- $n = \text{mín} [e_{min}; 1.25m] = 40.00 \text{ mm}$
- $m_2 = E - \left[ \frac{A}{2} - \frac{h}{2} \right] - t_f - 0.80\sqrt{2}a_f = 33.51 \text{ mm}$
- $\lambda_1 = \frac{m}{m+e} = 0.48$
- $\lambda_2 = \frac{m_2}{m+e} = 0.44$
- $\alpha = 5.85 - \text{fig. 6.11}$

#### B.2.2 - Comprimento Efectivo

A determinação do comprimento efectivo é efectuada para cada linha de parafusos de acordo com o definido no quadro 6.5 da EN1993-1-8 [2].

---

- **Linha 1**

Linha de parafusos considerada isoladamente:

– *Linha de parafusos adjacente a um reforço*

- $l_{eff,cp-1} = 2\pi m = 232.00 \text{ mm}$
- $l_{eff,nc-1} = \alpha m = 216.01 \text{ mm}$
- $l_{eff1-1} = \text{Mín}[l_{eff,nc-1}; l_{eff,cp-1}] = 216.01 \text{ mm}$
- $l_{eff2-1} = l_{eff,nc-1} = 216.01 \text{ mm}$

Linha de parafusos considerada como parte de um grupo de linhas:

- *1ª Linha do grupo de linhas 1+2*

- $l_{eff,cp-1(1+2)} = \pi m + p = 176.00 \text{ mm}$
- $l_{eff,nc-1(1+2)} = 0.5p + \alpha m - (2m + 0.625e) = 147.16 \text{ mm}$

- **Linha 2**

Linha de parafusos considerada isoladamente:

– *Outra Linha de parafusos interiores*

- $l_{eff,cp-2} = 2\pi m = 232.00 \text{ mm}$
- $l_{eff,nc-2} = 4m + 1.25e = 197.70 \text{ mm}$
- $l_{eff1-2} = \text{Mín}[l_{eff,nc-2}; l_{eff,cp-2}] = 197.70 \text{ mm}$
- $l_{eff2-2} = l_{eff,nc-2} = 197.70 \text{ mm}$

Linha de parafusos considerada como parte de um grupo de linhas:

- *1ª Linha do grupo de linhas 2+3*

- $p = G = 138.00 \text{ mm}$
- $l_{eff,cp-2(2+3)} = \pi m + p = 254.00 \text{ mm}$
- $l_{eff,nc-2(2+3)} = 2m + 0.625e + 0.5p = 167.85 \text{ mm}$

---

- *Linha Intermédia do grupo de linhas 1+2+3*

- $p = \frac{F+G}{2} = \frac{48.40+168.22}{2} = 99.00 \text{ mm}$
- $l_{eff,cp-2(1+2+3)} = 2p = 198.00 \text{ mm}$
- $l_{eff,nc-2(1+2+3)} = p = 99.00 \text{ mm}$

- *Última Linha do grupo de linhas 1+2*

- $p = F = 60.00 \text{ mm}$
- $l_{eff,cp-2(1+2)} = \pi m + p = 176.00 \text{ mm}$
- $l_{eff,nc-2(1+2)} = 2m + 0.625e + 0.5p = 128.85 \text{ mm}$

• **Linha 3**

Linha de parafusos considerada isoladamente:

- *Outra Linha de parafusos de extremidade*

- $l_{eff,cp-3} = 2\pi m = 232.00 \text{ mm}$
- $l_{eff,nc-3} = 4m + 1.25e = 197.70 \text{ mm}$
- $l_{eff1-3} = \text{Mín}[l_{eff,nc-3}; l_{eff,cp-3}] = 197.70 \text{ mm}$
- $l_{eff2-3} = l_{eff,nc-3} = 197.70 \text{ mm}$

Linha de parafusos considerada como parte de um grupo de linhas:

- *Última Linha do grupo de linhas 2+3*

- $p = G = 138.00 \text{ mm}$
- $l_{eff,cp-3(2+3)} = \pi m + p = 254.00 \text{ mm}$
- $l_{eff,nc-3(2+3)} = 2m + 0.625e + 0.5p = 167.85 \text{ mm}$

• **Grupo Linhas [1+2]**

- $l_{eff1-[1+2]} = \text{Mín}[l_{eff,nc-1(1+2)} + l_{eff,nc-2(1+2)}; l_{eff,cp-1(1+2)} + l_{eff,cp-2(1+2)}] = 276.01 \text{ mm}$
- $l_{eff2-[1+2]} = l_{eff,nc-1(1+2)} + l_{eff,nc-2(1+2)} = 276.01 \text{ mm}$

• **Grupo Linhas [2+3]**

- $l_{eff1-[2+3]} = \text{Mín}[l_{eff,nc-2(2+3)} + l_{eff,nc-3(2+3)}; l_{eff,cp-2(2+3)} + l_{eff,cp-3(2+3)}] = 335.70 \text{ mm}$
- $l_{eff2-[2+3]} = l_{eff,nc-2(2+3)} + l_{eff,nc-3(2+3)} = 335.70 \text{ mm}$

• **Grupo Linhas [1+2+3]**

- $l_{eff1-[1+2+3]} = \text{Mín}[l_{eff,nc-1(1+2+3)} + l_{eff,nc-2(1+2+3)} + l_{eff,nc-3(1+2+3)}; l_{eff,cp-1(1+2+3)} + l_{eff,cp-2(1+2+3)} + l_{eff,cp-3(1+2+3)}] = 414.01 \text{ mm}$
- $l_{eff2-[1+2+3]} = l_{eff,cp-1(1+2+3)} + l_{eff,nc-2(1+2+3)} + l_{eff,nc-3(1+2+3)} = 414.01 \text{ mm}$

**B.2.3 - Hipótese A – Sem contabilização do efeito do pré-esforço**

• **Método 1 – Força Pontual**

▪ **Modo 1 – Rotura Plástica da Chapa de Extremidade**

$$F_{T,1,Rd} = \frac{4M_{pl,1,Rd}}{m} \quad ; \quad M_{pl,1,Rd} = 0.25 \sum l_{eff,1} t_f^2 f_y / \gamma_{M0}$$

Linha	$l_{eff,1}$ (mm)	$M_{pl,1,Rd}$ (kN.m)	$F_{T1,Rd}$ (kN)
1	216.01	5.94	643.50
2	197.70	5.44	588.95
3	197.70	5.44	588.95
1+2	276.01	7.59	822.24
2+3	335.70	9.23	1000.06
1+2+3	414.01	11.39	1233.35

▪ **Modo 2 – Rotura Plástica da Chapa de Extremidade em conjunto com os Parafusos**

$$F_{T,2,Rd} = \frac{2M_{pl,2,Rd} + n \sum F_{t,Rd}}{m+n} \quad ; \quad M_{pl,2,Rd} = \frac{0.25 \sum l_{eff,2} t_f^2 f_y}{\gamma_{M0}} \quad ; \quad F_{t,Rd} = \frac{k_2 A_s f_{ub}}{\gamma_{M2}}$$

$$F_{t,Rd} = \frac{k_2 A_s f_{ub}}{\gamma_{M2}} = \frac{0.9 \times 245 \times 1000 \times 10^{-3}}{1.25} = 176.40 \text{ kN}$$

Linha	$l_{eff,2}$ (mm)	$M_{pl,2,Rd}$ (kN.m)	$F_{T2,Rd}$ (kN)
1	216.01	5.94	337.90
2	197.70	5.44	324.80
3	197.70	5.44	324.80
1+2	276.01	7.59	564.25
2+3	335.70	9.23	606.92
1+2+3	414.01	11.39	846.37

▪ **Modo 3 – Rotura dos Parafusos**

$$F_{T,3,Rd} = \sum F_{t,Rd}$$

Linha	n	$F_{T3,Rd}$ (kN)
1	2	352.80
2	2	352.80
3	2	352.80
1+2	4	705.60
2+3	4	705.60
1+2+3	6	1058.40

O valor da resistência é dado pelo menor valor dos 3 modos de rotura possíveis. Assim sendo têm-se o seguinte:

$$F_{T,Rd} = \min[F_{T,1,Rd}; F_{T,2,Rd}; F_{T,3,Rd}]$$

Linha	$F_{T,Rd}$ (kN)
1	337.90
2	324.80
3	324.80
1+2	564.25
2+3	606.92
1+2+3	846.37

• **Método 2 – Força Uniformemente Distribuída**

▪ **Modo 1 – Rotura Plástica da Chapa de Extremidade**

$$F_{T,1,Rd} = \frac{(8n-2e_w)M_{pl,1,Rd}}{2mn-e_w(m+n)} \quad ; \quad M_{pl,1,Rd} = 0.25 \sum l_{eff,1} t_f^2 f_y / \gamma_{M0}$$

Linha	$l_{eff,1}$ (mm)	$M_{pl,1,Rd}$ (kN.m)	$F_{T,1,Rd}$ (kN)
1	216.01	5.94	798.69
2	197.70	5.44	730.98
3	197.70	5.44	730.98
1+2	276.01	7.59	1020.53
2+3	335.70	9.23	1241.23
1+2+3	414.01	11.39	1530.79

▪ **Modo 2 – Rotura Plástica da Chapa de Extremidade em conjunto com os Parafusos**

O procedimento de cálculo é idêntico ao Modo 2 do Método 1 da Hipótese A, pelo que não se apresentam aqui os seus resultados.

▪ **Modo 3 – Rotura dos Parafusos**

O procedimento de cálculo é idêntico ao Modo 3 do Método 1 da Hipótese A, pelo que não se apresentam aqui os seus resultados.

O valor da resistência é dado pelo menor valor dos 3 modos de rotura possíveis.

$$F_{T,Rd} = \min[F_{T,1,Rd}; F_{T,2,Rd}; F_{T,3,Rd}]$$

Linha	$F_{T,Rd}$ (kN)
1	337.90
2	324.80
3	324.80
1+2	564.25
2+3	606.92
1+2+3	846.37

## B.2.4 - Hipótese B – Força Uniformemente Distribuída + Pré-Esforço

### ▪ Modo 1 – Rotura Plástica da Chapa de Extremidade

$$F_{T,1,Rd} = \frac{(8n-2(1-K^*)e_w)M_{pl,1,Rd}+4ne_w S}{2mn-e_w(1-K^*)(m+n)} \quad ; \quad M_{pl,1,Rd} = \frac{0.25 \sum l_{eff,1} t_f^2 f_y}{\gamma_{M0}} \quad ; \quad K^* = \frac{1}{1-\frac{1}{\xi}}$$

$$; \quad \xi = \frac{A_c}{A_b} = 5$$

$$S = F_{p,c} = 0.70 f_{ub} A_s = 171.50 \text{ kN} \quad ; \quad F_{sep} = \frac{2S}{K^*} = 411.60 \text{ kN} \quad ; \quad F_{parafuso} =$$

$$\frac{F_{T,1,Rd} n + 2 l_{eff,1} M_{pl,Rd}}{2n + e_w} \leq F_{sep}$$

<i>Condição</i>					
Linha	$l_{eff,1}$ (mm)	$M_{pl,1,Rd}$ (kN.m)	$F_{T,1,Rd}$ (kN)	$F_{parafuso}$ (kN)	$F_{T,1,Rd}$ (kN)
1	216.01	5.94	753.47	593.91	798.69
2	197.70	5.44	697.19	547.86	730.98
3	197.70	5.44	697.19	547.86	730.98
1+2	276.01	7.59	937.90	744.83	1020.53
2+3	335.70	9.23	1121.37	894.96	1241.23
1+2+3	414.01	11.39	1362.08	1091.92	1530.79

### ▪ Modo 2 – Rotura Plástica da Chapa de Extremidade em conjunto com os Parafusos

O procedimento de cálculo é idêntico ao Modo 2 do Método 1 da Hipótese A, pelo que não se repetem aqui os seus resultados.

### ▪ Modo 3 – Rotura dos Parafusos

O procedimento de cálculo é idêntico ao Modo 3 do Método 1 da Hipótese A, pelo que não se apresentam aqui os seus resultados.

O valor da resistência é dado pelo menor valor dos 3 modos de rotura possíveis. Assim sendo têm-se o seguinte:

$$F_{T,Rd} = \min[F_{T,1,Rd}; F_{T,2,Rd}; F_{T,3,Rd}]$$

Linha	$F_{T,Rd}$ (kN)
1	337.90
2	324.80
3	324.80
1+2	564.25
2+3	606.92
1+2+3	846.37

Na tabela seguinte apresentam-se os valores obtidos para as resistências de cada linha de parafusos obtidas por cada um dos métodos de cálculo:

Linha	Hipótese A		Hipótese B
	Método 1	Método 2	
	$F_{T,Rd}$ (kN)	$F_{T,Rd}$ (kN)	$F_{T,Rd}$ (kN)
1	337.90	337.90	337.90
2	324.80	324.80	324.80
3	324.80	324.80	324.80

### B.3 - Componente [8] – Alma da Viga em Tracção

De acordo com a cláusula 6.2.6.8 da EN1993-1-8 [2] a resistência à tracção da alma da viga deverá ser obtida através da seguinte expressão:

$$F_{t,wb,Rd} = b_{eff,t,wb} t_{wb} f_{y,wb} / \gamma_{M0}$$

Em que a largura efectiva  $b_{eff,t,wb}$  corresponde ao comprimento efectivo da peça em T equivalente que representa a chapa de extremidade sujeita à flexão. Este valor é obtido de acordo com o estipulado na cláusula 6.2.6.5, e corresponde ao menor valor dos comprimentos efectivos relativos aos modos de rotura 1 e 2.

$$b_{eff,t,wb} = \min[l_{eff1}; l_{eff2}]$$

Linha	$l_{eff,1}$ (mm)	$l_{eff,2}$ (mm)	$b_{eff,t,wb}$ (mm)	$F_{t,wb,Rd}$ (kN)
1	216.01	216.01	216.01	421.76
2	197.70	197.70	197.70	386.01
3	197.70	197.70	197.70	386.01
1+2	276.01	276.01	276.01	538.91
2+3	335.70	335.70	335.70	655.45
1+2+3	414.01	414.01	414.01	808.35

## B.4 - Componente [7] – Banzo e Alma da Viga ou de Coluna em Compressão

De acordo com a cláusula 6.2.6.7 da EN1993-1-8 [2] a resistência do banzo e da alma da viga em compressão deverá ser obtida através da seguinte expressão:

$$F_{c,fb,Rd} = \frac{M_{c,Rd}}{h - t_{fb}}$$

A formulação proposta nesta cláusula admite que a resultante dos valores de cálculo das resistências à compressão do banzo de uma viga e da zona comprimida adjacente da alma actua ao nível do centro de gravidade do banzo comprimido da viga.

Secção	Classe	$W_y$ (mm <sup>3</sup> )	$M_{c,Rd}$ (kN.m)	$F_{c,fb,Rd}$ (kN)
IPE 300	1	628000	172.7	596.96

## B.5 – Assemblagem de Componentes

- Componentes em Tracção

No quadro seguinte resumem-se os valores acima cálculos, pelos três métodos apresentados, para as componentes sujeitas à tracção antes da consideração dos eventuais efeitos de grupo:

Linha	Componente	Hipótese A		Hipótese B
		Método 1	Método 2	
		$F_{T,Rd}$ (kN)	$F_{T,Rd}$ (kN)	$F_{T,Rd}$ (kN)
1	[5]	337.90	337.90	337.90
	[8]	421.76	421.76	421.76
	Mínimo	337.90	337.90	337.90
2	[5]	324.80	324.80	324.80
	[8]	386.01	386.01	386.01
	Mínimo	324.80	324.80	324.80
3	[5]	324.80	324.80	324.80
	[8]	386.01	386.01	386.01
	Mínimo	324.80	324.80	324.80

Em seguida avalia-se o efeito do grupo de parafusos para cada método de cálculo.

- Hipótese A - Método 1

Linha	Componente		Valor	Limite	$F_{T2,Rd}$ (kN)
1+2	-		662.70	538.91	201.01
GR [1+2]	[5]	564.25	538.91		
	[8]	538.91			

Linha	Componente		Valor	Limite	$F_{T3,Rd}$ (kN)
1+2+3	-		863.71	808.35	269.45
GR [1+2+3]	[5]	846.37	808.35		
	[8]	808.35			

Linha	Componente		Valor	Limite	$F_{T3,Rd}$ (kN)
2+3	-		470.46	470.46	269.45
GR [2+3]	[5]	606.92	606.92		
	[8]	655.45			

- Hipótese A - Método 2

Linha	Componente		Valor	Limite	$F_{T2,Rd}$ (kN)
1+2	-		662.70	538.91	201.01
GR [1+2]	[5]	564.25	538.91		
	[8]	538.91			

Linha	Componente		Valor	Limite	$F_{T3,Rd}$ (kN)
1+2+3	-		863.71	808.35	269.45
GR [1+2+3]	[5]	846.37	808.35		
	[8]	808.35			

Linha	Componente		Valor	Limite	$F_{T3,Rd}$ (kN)
2+3	-		470.46	470.46	269.45
GR [2+3]	[5]	606.92	606.92		
	[8]	655.45			

- Hipótese B

Linha	Componente		Valor	Limite	$F_{T2,Rd}$ (kN)
1+2	-		662.70	538.91	201.01
GR [1+2]	[5]	564.25	538.91		
	[8]	538.91			
Linha	Componente		Valor	Limite	$F_{T3,Rd}$ (kN)
1+2+3	-		863.71	808.35	269.45
GR [1+2+3]	[5]	846.37	808.35		
	[8]	808.35			
Linha	Componente		Valor	Limite	$F_{T3,Rd}$ (kN)
2+3	-		470.46	470.46	269.45
GR [2+3]	[5]	606.92	606.92		
	[8]	655.45			

- Componentes em Compressão

O componente em compressão é idêntico nas duas hipóteses de cálculo apresentadas. O seu valor é o seguinte:

Componente	$F_{Rd}$ (kN)
[7]	596.96

- Equilíbrio de Forças

Linha	Hipótese A		Hipótese B
	Método 1	Método 2	
	$F_{Rd}$ (kN)	$F_{Rd}$ (kN)	$F_{Rd}$ (kN)
1	337.90	337.90	337.90
2	201.01	201.01	201.01
3	269.45	269.45	269.45
Soma	808.35	808.35	808.35

Componente	$F_{Rd}$ (kN)
[7]	596.96
Mínimo	596.96

Uma vez que o somatório das forças de tracção é superior a força de compressão máxima, é necessário limitar a força de tracção de modo a obter equilíbrio com a força máxima de compressão. A limitação é efectuada à custa da redução da força de tracção em cada linha de parafusos partindo da linha mais próxima do centro de compressão. Na tabela seguinte apresenta-se o cálculo efectuado.

	Hipótese A		Hipótese B
	Método 1	Método 2	
Tracção	808.35	808.35	808.35
Compressão	596.96	596.96	596.96
Status	Redução	Redução	Redução
Redução	211.39	211.39	211.39

Valor Actual	1+2+3	808.35	808.35	808.35
Linha a Reduzir	3	58.05	58.05	58.05
Redução		0.00	0.00	0.00

Valor Actual	1+2	538.91	538.91	538.91
Linha a Reduzir	2	201.01	201.01	201.01
Redução		0.00	0.00	0.00

Verifica-se que para se atingir a situação de equilíbrio entre tracção e compressão é necessário limitar a resistência da linha 3. Resultam assim as seguintes forças máximas em cada linha de parafusos:

Linha	Hipótese A		Hipótese B
	Método 1	Método 2	
	$F_{Rd}$ (kN)	$F_{Rd}$ (kN)	$F_{Rd}$ (kN)
1	337.90	337.90	337.90
2	201.01	201.01	201.01
3	58.05	58.05	58.05
Soma	596.96	596.96	596.96

O valor do momento flector resistente é determinado de acordo com a seguinte expressão:

$$M_{j,Rd} = \sum F_{T,i,Rd} h_i$$

No quadro seguinte apresenta-se o valor do momento flector resistente obtido em cada método de cálculo apresentado:

Linha	$h_i$ (mm)	Hipótese A				Hipótese B	
		Método 1		Método 2		$F_{Rd}$ (kN)	$M_{j,Rd}$ (kN.m)
		$F_{Rd}$ (kN)	$M_{j,Rd}$ (kN.m)	$F_{Rd}$ (kN)	$M_{j,Rd}$ (kN.m)	$F_{Rd}$ (kN)	$M_{j,Rd}$ (kN.m)
1	243.65	337.90	82.33	337.90	82.33	337.90	82.33
2	183.65	201.01	36.92	201.01	36.92	201.01	36.92
3	45.65	58.05	2.65	58.05	2.65	58.05	2.65
$M_{j,Rd}$ (kN.m)		<b>121.89</b>		$M_{j,Rd}$ (kN.m)	<b>121.89</b>	$M_{j,Rd}$ (kN.m)	<b>121.89</b>

## B.6 – Avaliação da Rigidez de Rotação

### B.6.1 - Identificação de Componentes Activos

Os componentes envolvidos na determinação da rigidez da ligação são os seguintes:

- [5] – Chapa de Extremidade em Flexão – EN1993-1-8 – cl.6.3.2
- [10] – Parafusos à Tracção – EN1993-1-8 – cl.6.3.2

### B.6.2 - Componente [5] – Chapa de Extremidade em Flexão

Conforme os métodos apresentados no cálculo da resistência, o coeficiente de rigidez deste componente é idêntico nos 3 casos. O seu valor é obtido de acordo com o quadro 6.11 da EN1993-1-8 [2], o coeficiente de rigidez associado a este componente é obtido através da seguinte expressão:

$$k_5 = \frac{0.9l_{eff}t_p^3}{m^3}$$

Assim, o valor deste coeficiente para cada linha é o seguinte:

Linha	$l_{eff}$ (mm)	$k_5$ (mm)
1	144.59	22.70
2	99.00	15.54
3	165.59	26.00

### B.6.3 - Componente [10] – Parafusos à Tracção

A determinação do coeficiente de rigidez deste componente é avaliada de forma idêntica quando se aplica a hipótese A, tanto no método 1 como no método 2. No que diz respeito à hipótese B, a determinação do coeficiente de rigidez associado a este componente é efectuada de acordo com o definido por Jaspert [4].

- **Hipótese A - Método 1 e Método 2**

De acordo com o quadro 6.11 da EN1993-1-8 [2], o coeficiente de rigidez associado a este componente é obtido através da seguinte expressão:

$$k_{10} = \frac{1.6A_s}{L_b}$$

Assim, o valor deste coeficiente para cada linha é o seguinte:

Linha	$l_b$ (mm)	$k_{10}$ (mm)
1	62.50	6.27
2	62.50	6.27
3	62.50	6.27

- **Hipótese B**

De acordo com o definido por Jaspart [4], a determinação do coeficiente de rigidez é efectuada tendo por base a seguinte expressão:

$$k_{10} = 9.6 \frac{A_s}{L_b}$$

Assim, o valor deste coeficiente para cada linha é o seguinte:

Linha	$l_b$ (mm)	$k_{10}$ (mm)
1	62.50	37.63
2	62.50	37.63
3	62.50	37.63

### B.6.4 - Assemblagem de Componentes

A assemblagem dos componentes de juntas com chapas de extremidade com duas ou mais linhas de parafusos traccionados é efectuada de acordo com a cláusula 6.3.3 da EN1993-1-8 [2]. Assim sendo, os componentes básicos de todas as linhas de parafusos traccionados são representados por um coeficiente de rigidez equivalente determinado a partir de:

$$k_{eq} = \frac{\sum_r k_{eff,r} h_r}{z_{eq}}$$

Em que:

$$k_{eff,r} = \frac{1}{\sum_i \frac{1}{k_{i,r}}} ; \quad z_{eq} = \frac{\sum_r k_{eff,r} h_r^2}{\sum_r k_{eff,r} h_r}$$

Finalmente, a rigidez de rotação é, de acordo com a cláusula 6.3.1(4) da EN1993-1-8 [2], dada por:

$$S_{j,ini} = \frac{Ez_{eq}^2}{\sum_i \frac{1}{k_{eq}}}$$

Nos quadros seguintes apresenta-se o valor da rigidez inicial obtido em cada método de cálculo apresentado:

- **Hipótese A - Método 1 e Método 2**

Linha	$K_{eff}$	h (mm)	$Z_{eq}$ (mm)	$K_{eq}$	$S_{j,ini}$ (Nm/rad)
1	3.93	243.65	201.58	8.71	74348.76
2	3.33	183.65			
3	4.12	45.65			

- **Hipótese B**

Linha	$K_{eff}$	h (mm)	$Z_{eq}$ (mm)	$K_{eq}$	$S_{j,ini}$ (Nm/rad)
1	8.22	243.65	201.55	17.43	148705.49
2	5.96	183.65			
3	9.10	45.65			

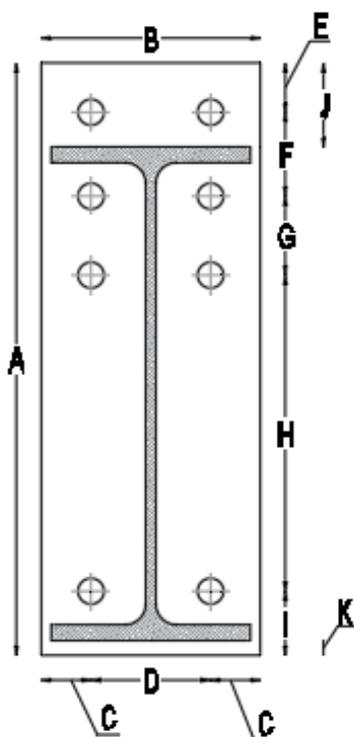
## ANEXO C

Neste anexo detalha-se o cálculo analítico da resistência da ligação à flexão e da rigidez de rotação inicial de uma ligação de continuidade viga/viga com uma linha de parafusos saliente, de acordo com as seguintes hipóteses:

- Hipótese A - Não é contabilizado o efeito do Pré-Esforço
  - Método 1 da EN 1993-1-8 [2] – Força do parafuso pontual
  - Método 2 da EN 1993-1-8 [2] – Consideração da largura de distribuição da força do parafuso
- Hipótese B – É contabilizado o efeito do Pré-Esforço
  - Consideração da largura de distribuição da força do parafuso

### C.1 - Definições

PERFIL	TIPO
IPE 300	Comercial



#### GEOMETRIA

A (mm)	390.00
B (mm)	170.00
C (mm)	40.00
D (mm)	90.00
E (mm)	35.00
F (mm)	91.00
G (mm)	60.00
H (mm)	138.00
I (mm)	66.00
J (mm)	80.00
K (mm)	10.00

#### CHAPA DE EXTREMIDADE

$f_y$ (MPa)	275.00
$t_p$ (mm)	20.00

#### SOLDADURA

$a_w$ (mm)	5.00
$a_b$ (mm)	8.00

#### PERFIL METÁLICO

Secção	IPE 300
$f_y$ (MPa)	275.00
h (mm)	300.00
b (mm)	150.00
$t_f$ (mm)	10.70
$h_w$ (mm)	248.60
$t_w$ (mm)	7.10
r (mm)	15.00

#### PARAFUSOS

Tipo	M20
Classe	10.9
$f_{yb}$ (MPa)	900.00
$f_{ub}$ (MPa)	1000.00
d (mm)	20.00
$d_0$ (mm)	22.00
$d_w$ (mm)	37.00
$d_m$ (mm)	45.00
$t_{bp}$ (mm)	4.00
$h_{cabeça}$ (mm)	13.00
$h_{porca}$ (mm)	16.00

---

## Identificação de Componentes Activos

Os componentes envolvidos na determinação da resistência da ligação são os seguintes:

- [5] – Chapa de Extremidade em Flexão – EN1993-1-8 – cl.6.2.6.5
- [7] – Banzo e Alma da Viga em Compressão – EN1993-1-8 – cl.6.2.6.7
- [8] – Alma da Viga em Tracção – EN1993-1-8 – cl.6.2.6.8

### C.2 - Componente [5] – Chapa de Extremidade em Flexão

A determinação da força resistente deste componente é avaliada pelas seguintes hipóteses:

- Hipótese A
- Hipótese B

De acordo com a cláusula 6.2.6.5 da EN1993-1-8 [2] a resistência e o modo de rotura de uma chapa de extremidade solicitada à flexão, juntamente com os parafusos traccionados a ela associados, deverão ser considerados idênticos aos de uma peça em T equivalente, conforme o estipulado na cláusula 6.2.4.

Neste caso, a chapa de extremidade tem uma parte saliente. De acordo com a cláusula referida, as linhas e/ou grupos de linhas de parafusos da parte saliente deverão ser tratados como peças em T equivalente distinta.

Importa também referir que, não existe efeito de grupo entre as linhas de parafusos da parte saliente e as linhas de parafusos interiores adjacentes ao reforço (banzo da viga).

#### C.2.1 – Parâmetros de Cálculo

- $e_{min} = C = 40.00 \text{ mm}$
- $e_x = E = 35.00 \text{ mm}$
- $e_w = \frac{d_w}{4} = 9.25 \text{ mm}$
- $m = \left[ \frac{D-t_w}{2} - 0.80\sqrt{2}a_w \right] = 35.79 \text{ mm}$
- $n = \text{mín} [e_{min}; 1.25m] = 40.00 \text{ mm}$

- $m_x = J - 0.8\sqrt{2}a_b - e_x = 35.95 \text{ mm}$
- $n_x = \text{mín} [e_{\text{min}}; 1.25m_x] = 40.00 \text{ mm}$
- $m_2 = E + F - J - t_f - 0.8\sqrt{2}a_b = 26.25 \text{ mm}$
- $\lambda_1 = \frac{m}{m+e} = 0.47$
- $\lambda_2 = \frac{m_2}{m+e} = 0.35$
- $\alpha = 6.10 - \text{fig. 6.11}$

### C.2.2 - Comprimento Efectivo

A determinação do comprimento efectivo é efectuada para cada linha de parafusos de acordo com o definido no quadro 6.6 da EN1993-1-8 [2].

- **Linha 1**

Linha de parafusos considerada isoladamente:

– *Linha de parafusos na parte saliente do banzo traccionado da viga*

- $l_{eff,cp-1} = \text{mínimo}[2\pi m_x; \pi m_x + D; \pi m_x + 2e] = 192.94 \text{ mm}$
- $l_{eff,nc-1} = \text{mínimo}[4m_x + 1.25e_x; e + 2m_x + 0.625e_x; 0.5B; 0.5D + 2m_x + 0.625e_x] = 85.00 \text{ mm}$
- $l_{eff1-1} = \text{Mín}[l_{eff,nc-1}; l_{eff,cp-1}] = 85.00 \text{ mm}$
- $l_{eff2-1} = l_{eff,nc-1} = 85.00 \text{ mm}$

- **Linha 2**

Linha de parafusos considerada isoladamente:

– *Primeira Linha de parafusos sob o banzo traccionado da viga*

- $l_{eff,cp-2} = 2\pi m = 224.89 \text{ mm}$
- $l_{eff,nc-2} = \alpha m = 218.34 \text{ mm}$
- $l_{eff1-2} = \text{Mín}[l_{eff,nc-2}; l_{eff,cp-2}] = 218.34 \text{ mm}$
- $l_{eff2-2} = l_{eff,nc-2} = 218.34 \text{ mm}$

---

Linha de parafusos considerada como parte de um grupo de linhas:

- 1ª Linha do grupo de linhas 2+3

- $p = G = 60.00 \text{ mm}$
- $l_{eff,cp-2(2+3)} = \pi m + p = 172.45 \text{ mm}$
- $l_{eff,nc-2(2+3)} = 0.5p + \alpha m - (2m + 0.625e) = 151.75 \text{ m}$

• **Linha 3**

Linha de parafusos considerada isoladamente:

- Outra Linha de parafusos interior

- $l_{eff,cp-3} = 2\pi m = 224.89 \text{ mm}$
- $l_{eff,nc-3} = 4m + 1.25e = 193.17 \text{ mm}$
- $l_{eff1-3} = \text{Min}[l_{eff,nc-3}; l_{eff,cp-3}] = 193.17 \text{ mm}$
- $l_{eff2-3} = l_{eff,nc-3} = 193.17 \text{ mm}$

Linha de parafusos considerada como parte de um grupo de linhas:

- 1ª Linha do grupo de linhas 3+4

- $p = H = 138.00 \text{ mm}$
- $l_{eff,cp-3(3+4)} = \pi m + p = 250.45 \text{ mm}$
- $l_{eff,nc-3(3+4)} = 2m + 0.625e + 0.5p = 165.59 \text{ mm}$

- Linha Intermédia do grupo de linhas 2+3+4

- $p = \frac{G+H}{2} = 99.00 \text{ mm}$
- $l_{eff,cp-3(2+3+4)} = 2p = 198.00 \text{ mm}$
- $l_{eff,nc-3(2+3+4)} = p = 99.00 \text{ mm}$

- Última Linha do grupo de linhas 2+3

- $p = G = 60.00 \text{ mm}$

- $l_{eff,cp-3(2+3)} = \pi m + p = 172.45 \text{ mm}$
- $l_{eff,nc-3(2+3)} = 2m + 0.625e + 0.5p = 126.59 \text{ mm}$

- **Linha 4**

Linha de parafusos considerada isoladamente:

– *Linha de parafusos interior*

- $l_{eff,cp-4} = 2\pi m = 224.89 \text{ mm}$
- $l_{eff,nc-4} = 4m + 1.25e = 193.17 \text{ mm}$
- $l_{eff1-4} = \text{Mín}[l_{eff,nc-4}; l_{eff,cp-4}] = 193.17 \text{ mm}$
- $l_{eff2-4} = l_{eff,nc-4} = 193.17 \text{ mm}$

- *Última Linha do grupo de linhas 3+4, 2+3+4*

- $p = H = 138.00 \text{ mm}$
- $l_{eff,cp-4(3+4;2+3+4)} = \pi m + p = 250.45 \text{ mm}$
- $l_{eff,nc-4(3+4;2+3+4)} = 2m + 0.625e + 0.5p = 165.59 \text{ mm}$

- **Grupo Linhas [2+3]**

- $l_{eff1-[2+3]} = \text{Mín}[l_{eff,nc-2(2+3)} + l_{eff,nc-3(2+3)}; l_{eff,cp-2(2+3)} + l_{eff,cp-3(2+3)}] = 278.34 \text{ mm}$
- $l_{eff2-[2+3]} = l_{eff,nc-2(2+3)} + l_{eff,nc-3(2+3)} = 278.34 \text{ mm}$

- **Grupo Linhas [3+4]**

- $l_{eff1-[3+4]} = \text{Mín}[l_{eff,nc-3(3+4)} + l_{eff,nc-4(3+4)}; l_{eff,cp-3(3+4)} + l_{eff,cp-4(3+4)}] = 331.17 \text{ mm}$
- $l_{eff2-[3+4]} = l_{eff,nc-3(3+4)} + l_{eff,nc-4(3+4)} = 331.17 \text{ mm}$

• **Grupo Linhas [2+3+4]**

- $l_{eff1-[2+3+4]} = \text{Mín}[l_{eff,nc-2(2+3+4)} + l_{eff,nc-3(2+3+4)} + l_{eff,nc-4(2+3+4)}; l_{eff,cp-2(2+3+4)} + l_{eff,cp-3(2+3+4)} + l_{eff,cp-4(2+3+4)}] = 416.34 \text{ mm}$
- $l_{eff2-[2+3+4]} = l_{eff,cp-2(2+3+4)} + l_{eff,nc-3(2+3+4)} + l_{eff,nc-4(2+3+4)} = 416.34 \text{ mm}$

**C.2.3 - Hipótese A – Sem contabilização do efeito do pré-esforço**

• **Método 1 – Força Pontual**

▪ **Modo 1 – Rotura Plástica da Chapa de Extremidade**

$$F_{T,1,Rd} = \frac{4M_{pl,1,Rd}}{m} \quad ; \quad M_{pl,1,Rd} = \frac{0.25 \sum l_{eff,1} t_f^2 f_y}{\gamma_{M0}}$$

Linha	$l_{eff,1}$ (mm)	$M_{pl,1,Rd}$ (kN.m)	$F_{T,1,Rd}$ (kN)
1	85.00	2.34	260.09
2	218.34	6.00	671.00
3	193.17	5.31	593.66
4	193.17	5.31	593.66
2+3	278.34	7.65	855.39
3+4	331.17	9.11	1017.76
2+3+4	416.34	11.45	1279.50

Para a linha 1, adopta-se o valor  $m_x$  em vez de  $m$  na determinação da força de tracção resistente.

▪ **Modo 2 – Rotura Plástica da Chapa de Extremidade em conjunto com os Parafusos**

$$F_{T,2,Rd} = \frac{2M_{pl,2,Rd} + n \sum F_{t,Rd}}{m+n} \quad ; \quad M_{pl,2,Rd} = \frac{0.25 \sum l_{eff,2} t_f^2 f_y}{\gamma_{M0}} \quad ; \quad F_{t,Rd} = \frac{k_2 A_s f_{ub}}{\gamma_{M2}}$$

$$F_{t,Rd} = \frac{k_2 A_s f_{ub}}{\gamma_{M2}} = \frac{0.9 \times 245 \times 1000 \times 10^{-3}}{1.25} = 176.40 \text{ kN}$$

Linha	$l_{eff,2}$ (mm)	$M_{pl2,Rd}$ (kN.m)	$F_{T2,Rd}$ (kN)
1	85.00	2.34	247.36
2	218.34	6.00	344.63
3	193.17	5.31	326.37
4	193.17	5.31	326.37
2+3	278.34	7.65	574.36
3+4	331.17	9.11	612.70
2+3+4	416.34	11.45	860.69

Para a linha 1, adopta-se o valor  $m_x$  e  $n_x$  em vez de  $m$  e  $n$  na determinação da força de tracção resistente.

▪ **Modo 3 – Rotura dos Parafusos**

$$F_{T,3,Rd} = \sum F_{t,Rd}$$

Linha	n	$F_{T3,Rd}$ (kN)
1	2	352.80
2	2	352.80
3	2	352.80
4	2	352.80
2+3	4	705.60
3+4	4	705.60
2+3+4	6	1058.40

O valor da resistência é dado pelo menor valor dos 3 modos de rotura possíveis. Assim sendo têm-se o seguinte:

$$F_{T,Rd} = \min[F_{T,1,Rd}; F_{T,2,Rd}; F_{T,3,Rd}]$$

Linha	$F_{T,Rd}$ (kN)
1	247.36
2	344.63
3	326.37
4	326.37
2+3	574.36
3+4	612.70
2+3+4	860.69

• **Método 2 – Força Uniformemente Distribuída**

▪ **Modo 1 – Rotura Plástica da Chapa de Extremidade**

$$F_{T,1,Rd} = \frac{(8n-2e_w)M_{pl,1,Rd}}{2mn-e_w(m+n)} \quad ; \quad M_{pl,1,Rd} = 0.25 \sum l_{eff,1} t_f^2 f_y / \gamma_{M0}$$

Linha	$l_{eff,1}$ (mm)	$M_{pl,1,Rd}$ (kN.m)	$F_{T,1,Rd}$ (kN)
1	85.00	2.34	324.27
2	218.34	6.00	837.18
3	193.17	5.31	740.69
4	193.17	5.31	740.69
2+3	278.34	7.65	1067.24
3+4	331.17	9.11	1269.83
2+3+4	416.34	11.45	1596.38

Para a linha 1, adopta-se o valor  $m_x$  e  $n_x$  em vez de  $m$  e  $n$  na determinação da força de tracção resistente.

▪ **Modo 2 – Rotura Plástica da Chapa de Extremidade em conjunto com os Parafusos**

O procedimento de cálculo é idêntico ao Modo 2 do Método 1 da Hipótese A, pelo que não se apresentam aqui os seus resultados.

▪ **Modo 3 – Rotura dos Parafusos**

O procedimento de cálculo é idêntico ao Modo 3 do Método 1 da Hipótese A, pelo que não se apresentam aqui os seus resultados.

O valor da resistência é dado pelo menor valor dos 3 modos de rotura possíveis. Assim sendo têm-se o seguinte:

$$F_{T,Rd} = \min[F_{T,1,Rd}; F_{T,2,Rd}; F_{T,3,Rd}]$$

Linha	$F_{T,Rd}$ (kN)
1	247.36
2	344.63
3	326.37
4	326.37
2+3	574.36
3+4	612.70
2+3+4	860.69

### C.2.4 - Hipótese B – Força Uniformemente Distribuída + Pré-Esforço

#### ▪ Modo 1 – Rotura Plástica da Chapa de Extremidade

$$M_{pl,1,Rd} = 0.25 \sum l_{eff,1} t_f^2 f_y / \gamma_{M0} \quad ; \quad K = \frac{\xi+1}{\xi} \quad ; \quad \xi = \frac{A_c}{A_b} = 5$$

$$S = F_{p,C} = 0.70 f_{ub} A_s = 171.50 \text{ kN} \quad ; \quad F'_{sep} = 2SK = 411.16 \text{ kN}$$

Para este modo de rotura, de acordo com JASPART, o comprimento efectivo é o menor dos seguintes valores:

$$l_{eff} = \min[B; D + 4m_x + 1.25e_x; 8m_x + 2.5e_x] = 150.00 \text{ mm}$$

#### • Parte Saliente

$$F_{T,1,Rd} = \frac{(4Kn_x - (K-1)e_w)M_{pl,1,Rd} + 2 \cdot n_x \cdot e_w \cdot K \cdot S}{2Km_x n_x - e_w(K-1)(m_x + n_x)}$$

$$\frac{2[(K-1)(n_x F_{T,1,Rd} + M_{pl,1,Rd})] + 2n_x K S}{2Kn_x + e_w(K-1)} \leq F'_{sep}$$

#### • Parte Interior

$$F_{T,1,Rd} = \frac{(8Kn - 2(K-1)e_w)M_{pl,1,Rd} + 2 \cdot n \cdot e_w \cdot K \cdot S}{2Kmn - e_w(K-1)(m + n)}$$

$$\frac{[(K-1)(n F_{T,1,Rd} + 2M_{pl,1,Rd})] + 2n K S}{2Kn + e_w(K-1)} \leq F'_{sep}$$

<i>Condição</i>					
Linha	$l_{eff,1}$ (mm)	$M_{pl1,Rd}$ (kN.m)	$F_{T1,Rd}$ (kN)	$F_{parafuso}$ (kN)	$F_{T1,Rd}$ (kN)
1	170.00	4.68	314.52	423.05	324.27
2	218.34	6.00	739.01	263.17	739.01
3	193.17	5.31	659.16	253.45	659.16
4	193.17	5.31	659.16	253.45	659.16
2+3	278.34	7.65	929.40	286.36	929.40
3+4	331.17	9.11	1097.04	306.78	1097.04
2+3+4	416.34	11.45	1367.28	339.69	1367.28

Para a linha 1, adopta-se o valor  $m_x$  e  $n_x$  em vez de  $m$  e  $n$  na determinação da força de tracção resistente.

▪ **Modo 2 – Rotura Plástica da Chapa de Extremidade em conjunto com os Parafusos**

O procedimento de cálculo é idêntico ao Modo 2 do Método 1 da Hipótese A, pelo que não se apresentam aqui os seus resultados.

▪ **Modo 3 – Rotura dos Parafusos**

O procedimento de cálculo é idêntico ao Modo 3 do Método 1 da Hipótese A, pelo que não se apresentam aqui os seus resultados.

O valor da resistência é dado pelo menor valor dos 3 modos de rotura possíveis. Assim sendo têm-se o seguinte:

$$F_{T,Rd} = \min[F_{T,1,Rd}; F_{T,2,Rd}; F_{T,3,Rd}]$$

Linha	$F_{T,Rd}$ (kN)
1	247.36
2	344.63
3	326.37
4	326.37
2+3	574.36
3+4	612.70
2+3+4	860.69

Na tabela seguinte apresentam-se os valores obtidos para as resistências de cada linha de parafusos obtidas por cada um dos métodos de cálculo:

Linha	Hipótese A		Hipótese B
	Método 1	Método 2	
	$F_{T,Rd}$ (kN)	$F_{T,Rd}$ (kN)	$F_{T,Rd}$ (kN)
1	247.36	247.36	247.36
2	344.63	344.63	344.63
3	326.37	326.37	326.37
4	326.37	326.37	326.37
2+3	574.36	574.36	574.36
3+4	612.70	612.70	612.70
2+3+4	860.69	860.69	860.69

### C.3 - Componente [8] – Alma da Viga em Tracção

De acordo com a cláusula 6.2.6.8 da EN1993-1-8 [2] a resistência à tracção da alma da viga deverá ser obtida através da seguinte expressão:

$$F_{t,wb,Rd} = b_{eff,t,wb} t_{wb} f_{y,wb} / \gamma_{M0}$$

Em que a largura efectiva  $b_{eff,t,wb}$  corresponde ao comprimento efectivo da peça em T equivalente que representa a chapa de extremidade sujeita à flexão. Este valor é obtido de acordo com o estipulado na cláusula 6.2.6.5, e corresponde ao menor valor dos comprimentos efectivos relativos aos modos de rotura 1 e 2.

$$b_{eff,t,wb} = \min[l_{eff1}; l_{eff2}]$$

Linha	$l_{eff,1}$ (mm)	$l_{eff,2}$ (mm)	$b_{eff,t,wb}$ (mm)	$F_{t,wb,Rd}$ (kN)
2	218.34	218.34	218.34	426.31
3	193.17	193.17	193.17	377.17
4	193.17	193.17	193.17	377.17
2+3	278.34	278.34	278.34	543.46
3+4	331.17	331.17	331.17	646.61
2+3+4	416.34	416.34	416.34	812.90

### C.4 - Componente [7] – Banzo e Alma da Viga ou de Coluna em Compressão

De acordo com a cláusula 6.2.6.7 da EN1993-1-8 [2] a resistência do banzo e da alma da viga em compressão deverá ser obtida através da seguinte expressão:

$$F_{c,fb,Rd} = \frac{M_{c,Rd}}{h - t_{fb}}$$

A formulação proposta nesta cláusula admite que a resultante dos valores de cálculo das resistências à compressão do banzo de uma viga e da zona comprimida adjacente da alma actua ao nível do centro de gravidade do banzo comprimido da viga.

Secção	Classe	$W_y$ (mm <sup>3</sup> )	$M_{c,Rd}$ (kN.m)	$F_{c,fb,Rd}$ (kN)
IPE 300	1	628000	172.7	596.96

### C.5 – Assemblagem de Componentes

- Componentes em Tracção

No quadro seguinte resumem-se os valores acima calculados, pelos três métodos apresentados, para as componentes sujeitas à tracção, antes da consideração de eventuais efeitos de grupo:

Linha	Componente	Hipótese A		Hipótese B
		Método 1	Método 2	
		$F_{T,Rd}$ (kN)	$F_{T,Rd}$ (kN)	$F_{T,Rd}$ (kN)
1	[5]	247.36	247.36	247.36
	Mínimo	247.36	247.36	247.36
2	[5]	344.63	344.63	344.63
	[8]	426.31	426.31	426.31
	Mínimo	344.63	344.63	344.63
3	[5]	326.37	326.37	326.37
	[8]	377.17	377.17	377.17
	Mínimo	326.37	326.37	326.37
4	[5]	326.37	326.37	326.37
	[8]	377.17	377.17	377.17
	Mínimo	326.37	326.37	326.37

Em seguida avalia-se o efeito do grupo de parafusos para cada método de cálculo.

- Hipótese A - Método 1

Linha	Componente		Valor	Limite	$F_{T3,Rd}$ (kN)
2+3	-		671.00	543.46	198.83
GR [2+3]	[5]	574.36	543.46		
	[8]	543.46			

Linha	Componente		Valor	Limite	$F_{T4,Rd}$ (kN)
3+4	-		652.74	612.70	286.33
GR [3+4]	[5]	612.70	612.70		
	[8]	646.61			

Linha	Componente		Valor	Limite	$F_{T4,Rd}$ (kN)
2+3+4	-		829.79	812.90	269.45
GR [2+3+4]	[5]	860.69	812.90		
	[8]	812.90			

- Hipótese A - Método 2

Linha	Componente		Valor	Limite	$F_{T3,Rd}$ (kN)
2+3	-		671.00	543.46	198.83
GR [2+3]	[5]	574.36	543.46		
	[8]	543.46			

Linha	Componente		Valor	Limite	$F_{T4,Rd}$ (kN)
3+4	-		652.74	612.70	286.33
GR [3+4]	[5]	612.70	612.70		
	[8]	646.61			

Linha	Componente		Valor	Limite	$F_{T4,Rd}$ (kN)
2+3+4	-		829.79	812.90	269.45
GR [2+3+4]	[5]	860.69	812.90		
	[8]	812.90			

- Hipótese B

Linha	Componente		Valor	Limite	$F_{T3,Rd}$ (kN)
2+3	-		671.00	543.46	198.83
GR [2+3]	[5]	574.36	543.46		
	[8]	543.46			
Linha	Componente		Valor	Limite	$F_{T4,Rd}$ (kN)
3+4	-		652.74	612.70	286.33
GR [3+4]	[5]	612.70	612.70		
	[8]	646.61			
Linha	Componente		Valor	Limite	$F_{T4,Rd}$ (kN)
2+3+4	-		829.79	812.90	269.45
GR [2+3+4]	[5]	860.69	812.90		
	[8]	812.90			

Tendo em conta os efeitos de grupos de linha, que neste caso condicionam a resistência máxima de algumas das linhas de parafusos, a força máxima em cada linha é a seguinte:

Linha	Hipótese A		Hipótese B
	Método 1	Método 2	$F_{Rd}$ (kN)
1	$F_{Rd}$ (kN)	$F_{Rd}$ (kN)	$F_{Rd}$ (kN)
1	247.36	247.36	247.36
2	344.63	344.63	344.63
3	198.83	198.83	198.83
4	269.45	269.45	269.45
Soma	1060.26	1060.26	1060.26

- Componentes em Compressão

Os componentes em compressão são idênticos nos 3 métodos de cálculo apresentados. O seu valor é o seguinte:

Componente	$F_{Rd}$ (kN)
[7]	596.96

• Equilíbrio de Forças

Linha	Hipótese A		Hipótese B
	Método 1	Método 2	
	$F_{Rd}$ (kN)	$F_{Rd}$ (kN)	$F_{Rd}$ (kN)
1	247.36	247.36	247.36
2	344.63	344.63	344.63
3	198.83	198.83	198.83
4	269.45	269.45	269.45
Soma	1060.26	1060.26	1060.26

Componente	$F_{Rd}$ (kN)
[7]	596.96
Mínimo	596.96

Uma vez que o somatório das forças de tracção é superior a força de compressão máxima, é necessário limitar a força de tracção de modo a obter equilíbrio com a força máxima de compressão. A limitação é efectuada à custa da redução da força de tracção em cada linha de parafusos partindo da linha mais próxima do centro de compressão. Na tabela seguinte apresenta-se o cálculo efectuado.

	Hipótese A		Hipótese B
	Método 1	Método 2	
Tracção	1060.26	1060.26	1060.26
Compressão	596.96	596.96	596.96
Status	Redução	Redução	Redução
Redução	463.31	463.31	463.31

Valor Actual	2+3+4	812.90	812.90	812.90
Linha a Reduzir	4	0.00	0.00	0.00
Redução		193.86	193.86	193.86

Valor Actual	2+3	543.46	543.46	543.46
Linha a Reduzir	3	198.83	198.83	198.83
Redução		0.00	0.00	0.00

Verifica-se que para se atingir a situação de equilíbrio entre tracção e compressão é necessário não contabilizar a resistência da linha 4. Resultam assim as seguintes forças máximas em cada linha de parafusos:

Linha	Hipótese A		Hipótese B
	Método 1	Método 2	
	$F_{Rd}$ (kN)	$F_{Rd}$ (kN)	$F_{Rd}$ (kN)
1	247.36	247.36	247.36
2	344.63	344.63	344.63
3	198.83	198.83	198.83
4	0.00	0.00	0.00
Soma	790.82	790.82	790.82

O valor do momento flector resistente é determinado de acordo com a seguinte expressão:

$$M_{j,Rd} = \sum F_{T,i,Rd} h_i$$

No quadro seguinte apresenta-se o valor do momento flector resistente obtido em cada método de cálculo apresentado:

Linha	$h_i$ (mm)	Hipótese A				Hipótese B	
		Método 1		Método 2		$F_{Rd}$ (kN)	$M_{j,Rd}$ (kN.m)
		$F_{Rd}$ (kN)	$M_{j,Rd}$ (kN.m)	$F_{Rd}$ (kN)	$M_{j,Rd}$ (kN.m)	$F_{Rd}$ (kN)	$M_{j,Rd}$ (kN.m)
1	339.65	247.36	84.02	247.36	84.02	247.36	84.02
2	248.65	344.63	85.69	344.63	85.69	344.63	85.69
3	188.65	198.83	37.51	198.83	37.51	198.83	37.51
4	50.65	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
		$M_{j,Rd}$ (kN.m)	<b>207.22</b>	$M_{j,Rd}$ (kN.m)	<b>207.22</b>	$M_{j,Rd}$ (kN.m)	<b>207.22</b>

## C.6 – Avaliação da Rigidez de Rotação

### C.6.1 - Identificação de Componentes Activos

Os componentes envolvidos na determinação da rigidez da ligação são os seguintes:

- [5] – Chapa de Extremidade em Flexão – EN1993-1-8 – cl.6.3.2
- [10] – Parafusos à Tracção – EN1993-1-8 – cl.6.3.2

A determinação dos coeficientes de rigidez associados a cada componente é efectuada de acordo com o definido no quadro 6.11 da cláusula 6.3.2 da EN1993-1-8 [2].

Salienta-se a informação da Nota 4 do referido quadro, que indica que, relativamente ao componente 8 - Alma da Viga em Tracção, o seu coeficiente de rigidez deverá ser considerado igual a infinito, pelo que não é necessário considerar este coeficiente na determinação da rigidez.

### C.6.2 - Componente [5] – Chapa de Extremidade em Flexão

Conforme os métodos apresentados no cálculo da resistência, o coeficiente de rigidez deste componente é idêntico nos 3 casos. O seu valor é obtido de acordo com o quadro 6.11 da EN1993-1-8 [2], o coeficiente de rigidez associado a este componente é obtido através da seguinte expressão:

$$k_5 = \frac{0.9l_{eff}t_p^3}{m^3}$$

Assim, o valor deste coeficiente para cada linha é o seguinte:

Linha	$l_{eff}$ (mm)	$k_5$ (mm)
1	85.00	13.17
2	151.75	23.83
3	99.00	15.54
4	165.59	26.00

O valor de  $l_{eff}$  utilizado corresponde ao menor dos comprimentos efectivos  $l_{eff,1}$  e  $l_{eff,2}$  de uma linha isolada ou de um grupo de linhas.

### C.6.3 - Componente [10] – Parafusos à Tracção

A determinação do coeficiente de rigidez deste componente é avaliada de forma idêntica quando se aplica a hipótese A, tanto no método 1 como no método 2. No que diz respeito à hipótese B, a determinação do coeficiente de rigidez associado a este componente é efectuada de acordo com o definido por Jaspart [4].

- **Hipótese A - Método 1 e Método 2**

De acordo com o quadro 6.11 da EN1993-1-8 [2], o coeficiente de rigidez associado a este componente é obtido através da seguinte expressão:

$$k_{10} = \frac{1.6A_s}{L_b}$$

Assim, o valor deste coeficiente para cada linha é o seguinte:

Linha	$l_b$ (mm)	$k_{10}$ (mm)
1	62.50	6.27
2	62.50	6.27
3	62.50	6.27
4	62.50	6.27

- **Hipótese B**

De acordo com o definido por Jaspart [4], a determinação do coeficiente de rigidez é efectuada tendo por base a seguinte expressão:

$$k_{10} = 9.6 \frac{A_s}{L_b}$$

Assim, o valor deste coeficiente para cada linha é o seguinte:

Linha	$l_b$ (mm)	$k_{10}$ (mm)
1	62.50	37.63
2	62.50	37.63
3	62.50	37.63
4	62.50	37.63

#### C.6.4 - Assemblagem de Componentes

A assemblagem dos componentes de juntas com chapas de extremidade com duas ou mais linhas de parafusos traccionados é efectuada de acordo com a cláusula 6.3.3 da EN1993-1-8 [2]. Assim sendo, os componentes básicos de todas as linhas de parafusos traccionados são representados por um coeficiente de rigidez equivalente determinado a partir de:

$$k_{eq} = \frac{\sum_r k_{eff,r} h_r}{z_{eq}}$$

Em que:

$$k_{eff,r} = \frac{1}{\sum_i \frac{1}{k_{i,r}}} ; z_{eq} = \frac{\sum_r k_{eff,r} h_r^2}{\sum_r k_{eff,r} h_r}$$

Finalmente, a rigidez de rotação é, de acordo com a cláusula 6.3.1(4) da EN1993-1-8 [2], dada por:

$$S_{j,ini} = \frac{E z_{eq}^2}{\sum_i \frac{1}{k_{eq}}}$$

Nos quadros seguintes apresenta-se o valor da rigidez inicial obtido em cada método de cálculo apresentado:

- **Hipótese A - Método 1 e Método 2**

Linha	K <sub>eff</sub>	h (mm)	Z <sub>eq</sub> (mm)	K <sub>eq</sub>	S <sub>j,ini</sub> (Nm/rad)
1	3.21	339.65	254.55	11.71	159399.26
2	4.11	248.65			
3	3.47	188.65			
4	4.23	50.65			

- **Hipótese B - Método 3**

Linha	K <sub>eff</sub>	h (mm)	Z <sub>eq</sub> (mm)	K <sub>eq</sub>	S <sub>j,ini</sub> (Nm/rad)
1	5.61	339.65	249.24	23.51	306632.94
2	9.05	248.65			
3	6.44	188.65			
4	9.66	50.65			

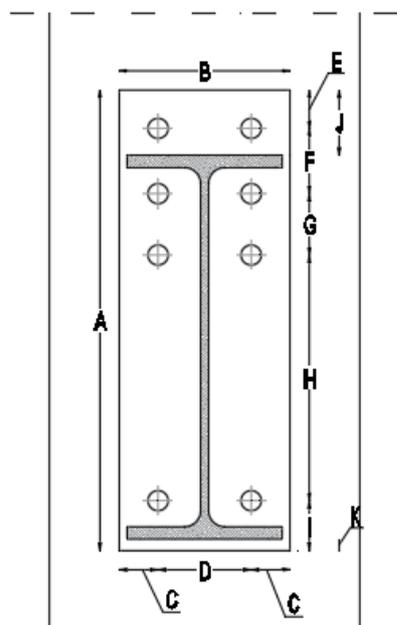
## ANEXO D

Neste anexo detalha-se o cálculo analítico da resistência da ligação à flexão e da rigidez de rotação inicial de uma ligação de continuidade viga/coluna, de acordo com as seguintes hipóteses:

- Hipótese A - Não é contabilizado o efeito do Pré-Esforço
  - Método 1 da EN 1993-1-8 [2] – Força do parafuso pontual
  - Método 2 da EN 1993-1-8 [2] – Consideração da largura de distribuição da força do parafuso
- Hipótese B – É contabilizado o efeito do Pré-Esforço
  - Consideração da largura de distribuição da força do parafuso

### D.1 - Definições

TIPO	PERFIL	TIPO
VIGA	IPE 500	Comercial
COLUNA	HE 340 A	Comercial



GEOMETRIA	
A (mm)	600.00
B (mm)	240.00
C (mm)	60.00
D (mm)	120.00
E (mm)	50.00
F (mm)	85.00
G (mm)	80.00
H (mm)	320.00
I (mm)	65.00
J (mm)	85.00
K (mm)	15.00

CHAPA DE EXTREMIDADE	
$f_y$ (MPa)	235.00
$t_p$ (mm)	15.00

VIGA	
Secção	IPE 500
$f_y$ (MPa)	235.00
h (mm)	500.00
b (mm)	200.00
$t_f$ (mm)	16.00
$h_w$ (mm)	426.00
$t_w$ (mm)	10.20
r (mm)	21.00

PARAFUSOS	
Tipo	M24
Classe	10.9
$f_{yb}$ (MPa)	900.00
$f_{ub}$ (MPa)	1000.00
d (mm)	24.00
$d_0$ (mm)	26.00
$d_w$ (mm)	44.00
$d_m$ (mm)	0.00
$t_{bp}$ (mm)	4.00
$h_{cabeça}$ (mm)	15.00
$h_{porca}$ (mm)	20.00

COLUNA	
Secção	HE 340 A
$f_y$ (MPa)	235.00
h (mm)	330.00
b (mm)	300.00
$t_f$ (mm)	16.50
$h_w$ (mm)	243.00
$t_w$ (mm)	9.50
r (mm)	27.00

SOLDADURA	
$a_w$ (mm)	5.00
$a_p$ (mm)	8.00

## Identificação de Componentes Activos

Os componentes envolvidos na determinação da resistência da ligação são os seguintes:

- [1] – Painel da Alma da Coluna solicitado ao Corte - EN1993-1-8 cl.6.2.6.1
- [2] – Alma da Coluna em Compressão Transversal - EN1993-1-8 cl.6.2.6.2
- [3] – Alma da Coluna em Tracção Transversal - EN1993-1-8 cl.6.2.6.3
- [4] – Banzo da Coluna em Flexão - EN1993-1-8 cl.6.2.6.4
- [5] – Chapa de Extremidade em Flexão – EN1993-1-8 – cl.6.2.6.5
- [7] – Banzo e Alma da Viga ou de Coluna em Compressão – EN1993-1-8 – cl.6.2.6.7
- [8] – Alma da Viga em Tracção – EN1993-1-8 – cl.6.2.6.8

### D.2 - Componente [1] – Painel da Alma da Coluna solicitado ao Corte

De acordo com a cláusula 6.2.6.1 da EN1993-1-8 [2] a resistência do painel da alma da coluna solicitado ao corte deverá ser obtida através da seguinte expressão:

$$V_{wp,Rd} = \frac{0.9f_{y,wc}A_{vc}}{\sqrt{3}Y_{M0}} = 548.88 \text{ kN}$$

### D.3 - Componente [2] – Alma da Coluna em Compressão Transversal

De acordo com a cláusula 6.2.6.2 da EN1993-1-8 [2] a resistência da alma da coluna em compressão transversal deverá ser obtida através da seguinte expressão:

$$F_{c,wc,Rd} = \frac{\omega k_{wc} b_{eff,c,wc} t_{wc} f_{y,wc}}{Y_{M0}} \leq \frac{\omega k_{wc} \rho b_{eff,c,wc} t_{wc} f_{y,wc}}{Y_{M1}}$$

Os parâmetros envolvidos nesta expressão são os seguintes:

- $s_p = a_b \sqrt{2} + 2(K - a_b \sqrt{2}) = 18.69 \text{ mm}$
- $b_{eff,c,wc} = t_{bf} + 2\sqrt{2}a_b + 5(t_{fc} + r) + s_p = 274.81 \text{ mm}$
- $\beta = 1.0$  – cl.5.3.7 – quadro 5.4
- $\omega = \omega_1 = \frac{1}{\sqrt{1+1.3\left(\frac{b_{eff,c,wc} t_{wc}}{A_{vc}}\right)^2}} = 0.83$
- $d_{wc} = h_c - 2(t_{fc} + r) = 243.00 \text{ mm}$

- $\bar{\lambda}_p = 0.932 \sqrt{\frac{b_{eff,c,wc} d_{wc} f_{y,wc}}{E t_{wc}^2}} = 0.85$
- $\bar{\lambda}_p > 0.72 \rightarrow \rho = \frac{\bar{\lambda}_p^{-0.2}}{\bar{\lambda}_p^2} = 0.90$  – Resistência Limitada por Encurvadura Local
- $k_{wc} = 1.0$  – Assumindo que a compressão máxima na alma é inferior a  $0.70 f_{y,wc}$

$$F_{c,wc,Rd} = \frac{\omega k_{wc} \rho b_{eff,c,wc} t_{wc} f_{y,wc}}{\gamma_{M1}} = 460.92 \text{ kN}$$

#### D.4 - Componente [3] – Alma da Coluna em Tracção Transversal

De acordo com a cláusula 6.2.6.3 da EN1993-1-8 [2] a resistência da alma da coluna em tracção transversal deverá ser obtida através da seguinte expressão:

$$F_{c,wc,Rd} = \frac{\omega b_{eff,t,wc} t_{wc} f_{y,wc}}{\gamma_{M0}}$$

Para uma ligação aparafusada, a largura efectiva  $b_{eff,t,wc}$  da alma traccionada da coluna deverá ser considerada igual ao comprimento efectivo da peça em T equivalente que representa o banzo da coluna. O seu cálculo é detalhado no ponto seguinte (5.2.5 – Componente [4]).

Os parâmetros envolvidos nesta expressão são os seguintes:

- $\beta = 1.0$  – cl.5.3.7 – quadro 5.4
- $\omega = \omega_1 = \frac{1}{\sqrt{1+1.3 \left( \frac{b_{eff,t,wc} t_{wc}}{A_{vc}} \right)^2}}$

Na tabela seguinte apresenta-se o cálculo efectuado para cada linha e grupo de linhas.

Linha	$b_{\text{eff},t,wc}$ (mm)	$\beta$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega$	$F_{t,wc,Rd}$ (kN)
1	247.10	1.00	0.86	0.64	0.86	473.99
2	247.10	1.00	0.86	0.64	0.86	473.99
3	247.10	1.00	0.86	0.64	0.86	473.99
4	247.10	1.00	0.86	0.64	0.86	473.99
1+2	332.10	1.00	0.78	0.53	0.78	578.87
2+3	327.10	1.00	0.79	0.54	0.79	573.51
3+4	567.10	1.00	0.59	0.34	0.59	747.66
1+2+3	412.10	1.00	0.71	0.45	0.71	652.81
2+3+4	647.10	1.00	0.54	0.31	0.54	779.87
1+2+3+4	732.10	1.00	0.49	0.27	0.49	805.98

#### D.4 - Componente [4] – Banzo da Coluna em Flexão

De acordo com a cláusula 6.2.6.4 da EN1993-1-8 [2] a resistência e o modo de rotura do banzo da coluna em flexão, juntamente com os parafusos traccionados a ele associados, deverão ser considerados idênticos aos de uma peça em T equivalente, conforme o estipulado na cláusula 6.2.4.

##### D.4.1 – Parâmetros de Cálculo

- $e_{\text{min}} = \text{mínimo} \left( \frac{b_{\text{coluna}} - D}{2}; C \right) = 60.00 \text{ mm}$
- $e_w = \frac{d_w}{4} = 11.00 \text{ mm}$
- $m = \left[ \frac{D - t_w}{2} - 0.80r \right] = 33.65 \text{ mm}$
- $n = \text{mín} [e_{\text{min}}; 1.25m] = 42.06 \text{ mm}$

##### D.4.2 - Comprimento Efectivo

A determinação do comprimento efectivo é efectuada de acordo com o definido na cláusula 6.2.4.2, para cada linha e grupo de parafusos. Neste caso este comprimento é definido através do quadro 6.4 da EN1993-1-8 [2].

---

- **Linha 1**

Linha de parafusos considerada isoladamente:

– *Linha de parafusos de Extremidade*

- $l_{eff,cp-1} = 2\pi m = 211.43 \text{ mm}$
- $l_{eff,nc-1} = 4m + 1.25e = 247.10 \text{ mm}$
- $l_{eff1-1} = \text{Mín}[l_{eff,nc-1}; l_{eff,cp-1}] = 211.43 \text{ mm}$
- $l_{eff2-1} = l_{eff,nc-1} = 247.10 \text{ mm}$

Linha de parafusos considerada como parte de um grupo de linhas:

- *1ª Linha do grupo de linhas 1+2*

- $p = F = 85.00 \text{ mm}$
- $l_{eff,cp-1(1+2)} = \pi m + p = 190.71 \text{ mm}$
- $l_{eff,nc-1(1+2)} = 2m + 0.625e + 0.5p = 166.05 \text{ mm}$

- **Linha 2**

Linha de parafusos considerada isoladamente:

– *Linha de parafusos interior*

- $l_{eff,cp-2} = 2\pi m = 211.43 \text{ mm}$
- $l_{eff,nc-2} = 4m + 1.25e = 247.10 \text{ mm}$
- $l_{eff1-2} = \text{Mín}[l_{eff,nc-2}; l_{eff,cp-2}] = 211.43 \text{ mm}$
- $l_{eff2-2} = l_{eff,nc-2} = 247.10 \text{ mm}$

Linha de parafusos considerada como parte de um grupo de linhas:

- *1ª Linha do grupo de linhas 2+3 e 2+3+4*

- $p = G = 80.00 \text{ mm}$
- $l_{eff,cp-2(2+3;2+3+4)} = \pi m + p = 185.71 \text{ mm}$

$$\blacksquare l_{eff,nc-2(2+3;2+3+4)} = 2m + 0.625e + 0.5p = 163.55 \text{ mm}$$

- *Linha Intermédia do grupo de linhas 1+2+3 e 1+2+3+4*

$$\blacksquare p = \frac{F+G}{2} = 82.50 \text{ mm}$$

$$\blacksquare l_{eff,cp-2(1+2+3;1+2+3+4)} = 2p = 165 \text{ mm}$$

$$\blacksquare l_{eff,nc-2(1+2+3;1+2+3+4)} = p = 82.50 \text{ mm}$$

- *Última Linha do grupo de linhas 1+2*

$$\blacksquare p = F = 85.00 \text{ mm}$$

$$\blacksquare l_{eff,cp-2(1+2)} = \pi m + p = 190.71 \text{ mm}$$

$$\blacksquare l_{eff,nc-2(1+2)} = 2m + 0.625e + 0.5p = 166.05 \text{ mm}$$

### • **Linha 3**

Linha de parafusos considerada isoladamente:

- *Linha de parafusos interior*

$$\blacksquare l_{eff,cp-3} = 2\pi m = 211.43 \text{ mm}$$

$$\blacksquare l_{eff,nc-3} = 4m + 1.25e = 247.10 \text{ mm}$$

$$\blacksquare l_{eff1-3} = \text{Min}[l_{eff,nc-3}; l_{eff,cp-3}] = 211.43 \text{ mm}$$

$$\blacksquare l_{eff2-3} = l_{eff,nc-3} = 247.10 \text{ mm}$$

Linha de parafusos considerada como parte de um grupo de linhas:

- *1ª Linha do grupo de linhas 3+4*

$$\blacksquare p = H = 320.00 \text{ mm}$$

$$\blacksquare l_{eff,cp-2(3+4)} = \pi m + p = 425.71 \text{ mm}$$

$$\blacksquare l_{eff,nc-2(3+4)} = 2m + 0.625e + 0.5p = 283.55 \text{ mm}$$

- *Linha Intermédia do grupo de linhas 2+3+4 e 1+2+3+4*

- $p = \frac{G+H}{2} = 200.00 \text{ mm}$
- $l_{eff,cp-2(2+3+4;1+2+3+4)} = 2p = 400.00 \text{ mm}$
- $l_{eff,nc-2(2+3+4;1+2+3+4)} = p = 200.00 \text{ mm}$

- Última Linha do grupo de linhas 2+3 e 1+2+3

- $p = G = 80.00 \text{ mm}$
- $l_{eff,cp-2(2+3;1+2+3)} = \pi m + p = 185.71 \text{ mm}$
- $l_{eff,nc-2(2+3;1+2+3)} = 2m + 0.625e + 0.5p = 163.55 \text{ mm}$

#### • Linha 4

Linha de parafusos considerada isoladamente:

- Linha de parafusos interior

- $l_{eff,cp-4} = 2\pi m = 211.43 \text{ mm}$
- $l_{eff,nc-4} = 4m + 1.25e = 247.10 \text{ mm}$
- $l_{eff1-4} = \text{Mín}[l_{eff,nc-4}; l_{eff,cp-4}] = 211.43 \text{ mm}$
- $l_{eff2-4} = l_{eff,nc-4} = 247.10 \text{ mm}$

- Última Linha do grupo de linhas 3+4, 2+3+4 e 1+2+3+4

- $p = H = 320.00 \text{ mm}$
- $l_{eff,cp-4(2+3;1+2+3)} = \pi m + p = 425.71 \text{ mm}$
- $l_{eff,nc-4(2+3;1+2+3)} = 2m + 0.625e + 0.5p = 283.55 \text{ mm}$

#### • Grupo Linhas [1+2]

- $l_{eff1-[1+2]} = \text{Mín}[l_{eff,nc-1(1+2)} + l_{eff,nc-2(1+2)}; l_{eff,cp-1(1+2)} + l_{eff,cp-2(1+2)}] = 332.10 \text{ mm}$
- $l_{eff2-[1+2]} = l_{eff,nc-1(1+2)} + l_{eff,nc-2(1+2)} = 332.10 \text{ mm}$

- **Grupo Linhas [2+3]**

- $l_{eff1-[2+3]} = \text{Mín}[l_{eff,nc-2(2+3)} + l_{eff,nc-3(2+3)}; l_{eff,cp-2(2+3)} + l_{eff,cp-3(2+3)}] = 327.10 \text{ mm}$
- $l_{eff2-[2+3]} = l_{eff,nc-2(2+3)} + l_{eff,nc-3(2+3)} = 327.10 \text{ mm}$

- **Grupo Linhas [3+4]**

- $l_{eff1-[3+4]} = \text{Mín}[l_{eff,nc-3(3+4)} + l_{eff,nc-4(3+4)}; l_{eff,cp-3(3+4)} + l_{eff,cp-4(3+4)}] = 567.10 \text{ mm}$
- $l_{eff2-[3+4]} = l_{eff,nc-3(3+4)} + l_{eff,nc-4(3+4)} = 567.10 \text{ mm}$

- **Grupo Linhas [1+2+3]**

- $l_{eff1-[1+2+3]} = \text{Mín}[l_{eff,nc-1(1+2+3)} + l_{eff,nc-2(1+2+3)} + l_{eff,nc-3(1+2+3)}; l_{eff,cp-1(1+2+3)} + l_{eff,cp-2(1+2+3)} + l_{eff,cp-3(1+2+3)}] = 412.10 \text{ mm}$
- $l_{eff2-[1+2+3]} = l_{eff,cp-1(1+2+3)} + l_{eff,nc-2(1+2+3)} + l_{eff,nc-3(1+2+3)} = 412.10 \text{ mm}$

- **Grupo Linhas [2+3+4]**

- $l_{eff1-[2+3+4]} = \text{Mín}[l_{eff,nc-2(2+3+4)} + l_{eff,nc-3(2+3+4)} + l_{eff,nc-4(2+3+4)}; l_{eff,cp-2(2+3+4)} + l_{eff,cp-3(2+3+4)} + l_{eff,cp-4(2+3+4)}] = 647.10 \text{ mm}$
- $l_{eff2-[2+3+4]} = l_{eff,cp-2(2+3+4)} + l_{eff,nc-3(2+3+4)} + l_{eff,nc-4(2+3+4)} = 647.10 \text{ mm}$

- **Grupo Linhas [1+2+3+4]**

- $l_{eff1-[1+2+3+4]} = \text{Mín}[l_{eff,nc-1(1+2+3+4)} + l_{eff,nc-2(1+2+3+4)} + l_{eff,nc-3(1+2+3+4)} + l_{eff,nc-4(1+2+3+4)}; l_{eff,cp-1(1+2+3+4)} + l_{eff,cp-2(1+2+3+4)} + l_{eff,cp-3(1+2+3+4)} + l_{eff,cp-4(1+2+3+4)}] = 732.10 \text{ mm}$
- $l_{eff2-[1+2+3+4]} = l_{eff,cp-1(1+2+3+4)} + l_{eff,cp-2(1+2+3+4)} + l_{eff,nc-3(1+2+3+4)} + l_{eff,nc-4(1+2+3+4)} = 732.10 \text{ mm}$

### D.4.3 - Hipótese A – Sem contabilização do efeito do pré-esforço

- **Método 1 – Força Pontual**

- **Modo 1 – Rotura Plástica da Chapa de Extremidade**

$$F_{T,1,Rd} = \frac{4M_{pl,1,Rd}}{m} \quad ; \quad M_{pl,1,Rd} = \frac{0.25 \sum l_{eff,1} t_f^2 f_y}{\gamma_{M0}}$$

Linha	$l_{eff,1}$ (mm)	$M_{pl,1,Rd}$ (kN.m)	$F_{T,1,Rd}$ (kN)
1	211.43	3.38	401.99
2	211.43	3.38	401.99
3	211.43	3.38	401.99
4	211.43	3.38	401.99
1+2	332.10	5.31	631.42
2+3	327.10	5.23	621.92
3+4	567.10	9.07	1078.23
1+2+3	412.10	6.59	783.53
2+3+4	647.10	10.35	1230.33
1+2+3+4	732.10	11.71	1391.94

- **Modo 2 – Rotura Plástica da Chapa de Extremidade em conjunto com os Parafusos**

$$F_{T,2,Rd} = \frac{2M_{pl,2,Rd} + n \sum F_{t,Rd}}{m+n} \quad ; \quad M_{pl,2,Rd} = \frac{0.25 \sum l_{eff,2} t_f^2 f_y}{\gamma_{M0}} \quad ; \quad F_{t,Rd} = \frac{k_2 A_s f_{ub}}{\gamma_{M2}}$$

$$F_{t,Rd} = \frac{k_2 A_s f_{ub}}{\gamma_{M2}} = \frac{0.9 \times 353 \times 1000 \times 10^{-3}}{1.25} = 254.16 \text{ kN}$$

Linha	$l_{eff,2}$ (mm)	$M_{pl,2,Rd}$ (kN.m)	$F_{T,2,Rd}$ (kN)
1	247.10	3.95	386.80
2	247.10	3.95	386.80
3	247.10	3.95	386.80
4	247.10	3.95	386.80
1+2	332.10	5.31	705.12
2+3	327.10	5.23	703.00
3+4	567.10	9.07	804.41
1+2+3	412.10	6.59	1021.32
2+3+4	647.10	10.35	1120.61
1+2+3+4	732.10	11.71	1438.92

▪ **Modo 3 – Rotura dos Parafusos**

$$F_{T,3,Rd} = \sum F_{t,Rd}$$

Linha	n	$F_{T,3,Rd}$ (kN)
1	2	508.32
2	2	508.32
3	2	508.32
4	2	508.32
1+2	4	1016.64
2+3	4	1016.64
3+4	4	1016.64
1+2+3	6	1524.96
2+3+4	6	1524.96
1+2+3+4	8	2033.28

O valor da resistência é dado pelo menor valor dos 3 modos de rotura possíveis. Assim sendo têm-se o seguinte:

$$F_{T,Rd} = \min[F_{T,1,Rd}; F_{T,2,Rd}; F_{T,3,Rd}]$$

Linha	$F_{T,Rd}$ (kN)
1	386.80
2	386.80
3	386.80
4	386.80
1+2	631.42
2+3	621.92
3+4	804.41
1+2+3	783.53
2+3+4	1120.61
1+2+3+4	1391.94

• **Método 2 – Força Uniformemente Distribuída**

• **Modo 1 – Rotura Plástica da Chapa de Extremidade**

$$F_{T,1,Rd} = \frac{(8n-2e_w)M_{pl,1,Rd}}{2mn-e_w(m+n)} \quad ; \quad M_{pl,1,Rd} = 0.25 \sum l_{eff,1} t_f^2 f_y / \gamma_{M0}$$

Linha	$l_{eff,1}$ (mm)	$M_{pl1,Rd}$ (kN.m)	$F_{T1,Rd}$ (kN)
1	211.43	3.38	532.32
2	211.43	3.38	532.32
3	211.43	3.38	532.32
4	211.43	3.38	532.32
1+2	332.10	5.31	836.14
2+3	327.10	5.23	823.55
3+4	567.10	9.07	1427.80
1+2+3	412.10	6.59	1037.55
2+3+4	647.10	10.35	1629.22
1+2+3+4	732.10	11.71	1843.22

- **Modo 2 – Rotura Plástica da Chapa de Extremidade em conjunto com os Parafusos**

O procedimento de cálculo é idêntico ao Modo 2 do Método 1 da Hipótese A, pelo que não se apresentam aqui os seus resultados.

- **Modo 3 – Rotura dos Parafusos**

O procedimento de cálculo é idêntico ao Modo 3 do Método 1 da Hipótese A, pelo que não se apresentam aqui os seus resultados.

O valor da resistência é dado pelo menor valor dos 3 modos de rotura possíveis. Assim sendo têm-se o seguinte:

$$F_{T,Rd} = \min[F_{T,1,Rd}; F_{T,2,Rd}; F_{T,3,Rd}]$$

Linha	$F_{T,Rd}$ (kN)
1	386.80
2	386.80
3	386.80
4	386.80
1+2	705.12
2+3	703.00
3+4	804.41
1+2+3	1021.32
2+3+4	1120.61
1+2+3+4	1438.92

#### D.4.4 - Hipótese B – Força Uniformemente Distribuída + Pré-Esforço

##### ▪ Modo 1 – Rotura Plástica da Chapa de Extremidade

$$F_{T,1,Rd} = \frac{(8n-2(1-K^*)e_w)M_{pl,1,Rd}+4ne_w S}{2mn-e_w(1-K^*)(m+n)} \quad ; \quad M_{pl,1,Rd} = \frac{0.25 \sum l_{eff,1} t_f^2 f_y}{\gamma_{M0}} \quad ; \quad K^* = \frac{1}{1-\frac{1}{\xi}}$$

$$; \quad \xi = \frac{A_c}{A_b} = 5$$

$$S = F_{p,c} = 0.70 f_{ub} A_s = 247.10 \text{ kN} \quad ; \quad F_{sep} = \frac{2S}{K^*} = 593.04 \text{ kN} \quad ; \quad F_{parafuso} =$$

$$\frac{F_{T,1,Rd} n + 2 l_{eff,1} M_{pl,Rd}}{2n + e_w} \leq F_{sep}$$

Condição

Linha	$l_{eff,1}$ (mm)	$M_{pl,1,Rd}$ (kN.m)	$F_{T,1,Rd}$ (kN)	$F_{parafuso}$ (kN)	$F_{T,1,Rd}$ (kN)
1	211.43	3.38	587.99	430.71	587.99
2	211.43	3.38	587.99	430.71	587.99
3	211.43	3.38	587.99	430.71	587.99
4	211.43	3.38	587.99	430.71	587.99
1+2	332.10	5.31	826.63	620.77	836.14
2+3	327.10	5.23	816.74	612.89	823.55
3+4	567.10	9.07	1291.35	990.89	1427.80
1+2+3	412.10	6.59	984.83	746.77	1037.55
2+3+4	647.10	10.35	1449.55	1116.88	1629.22
1+2+3+4	732.10	11.71	1617.65	1250.76	1843.22

##### ▪ Modo 2 – Rotura Plástica da Chapa de Extremidade em conjunto com os Parafusos

O procedimento de cálculo é idêntico ao Modo 2 do Método 1 da Hipótese A, pelo que não se apresentam aqui os seus resultados.

##### ▪ Modo 3 – Rotura dos Parafusos

O procedimento de cálculo é idêntico ao Modo 3 do Método 1 da Hipótese A, pelo que não se apresentam aqui os seus resultados.

O valor da resistência é dado pelo menor valor dos 3 modos de rotura possíveis. Assim sendo têm-se o seguinte:

$$F_{T,Rd} = \min[F_{T,1,Rd}; F_{T,2,Rd}; F_{T,3,Rd}]$$

Linha	$F_{T,Rd}$ (kN)
1	386.80
2	386.80
3	386.80
4	386.80
1+2	705.12
2+3	703.00
3+4	804.41
1+2+3	1021.32
2+3+4	1120.61
1+2+3+4	1438.92

Na tabela seguinte apresentam-se os valores obtidos para as resistências de cada linha de parafusos obtidas por cada um dos métodos de cálculo:

Linha	Hipótese A		Hipótese B
	Método 1	Método 2	
	$F_{T,Rd}$ (kN)	$F_{T,Rd}$ (kN)	$F_{T,Rd}$ (kN)
1	386.80	386.80	386.80
2	386.80	386.80	386.80
3	386.80	386.80	386.80
4	386.80	386.80	386.80
1+2	631.42	705.12	705.12
2+3	621.92	703.00	703.00
3+4	804.41	804.41	804.41
1+2+3	783.53	1021.32	1021.32
2+3+4	1120.61	1120.61	1120.61
1+2+3+4	1391.94	1438.92	1438.92

### D.5 - Componente [5] – Chapa de Extremidade em Flexão

De acordo com a cláusula 6.2.6.5 da EN1993-1-8 [2] a resistência e o modo de rotura de uma chapa de extremidade solicitada à flexão, juntamente com os parafusos traccionados a ela associados, deverão ser considerados idênticos aos de uma peça em T equivalente, conforme o estipulado na cláusula 6.2.4.

Neste caso, a chapa de extremidade tem uma parte saliente. De acordo com a cláusula referida, as linhas e/ou grupos de linhas de parafusos da parte saliente deverão ser tratados como peças em T equivalente distinta.

Importa também referir que, não existe efeito de grupo entre as linhas de parafusos da parte saliente e as linhas de parafusos interiores adjacentes ao reforço (banzo da viga).

#### D.5.1 – Parâmetros de Cálculo

- $e_{min} = C = 60.00 \text{ mm}$
- $e_x = E = 50.00 \text{ mm}$
- $e_w = \frac{d_w}{4} = 11.00 \text{ mm}$
- $m = \left[ \frac{D-t_w}{2} - 0.80\sqrt{2}a_w \right] = 49.24 \text{ mm}$
- $n = \text{mín} [e_{min}; 1.25m] = 60.00 \text{ mm}$
- $m_x = J - 0.8\sqrt{2}a_b - e_x = 25.95 \text{ mm}$
- $n_x = \text{mín} [e_{min}; 1.25m_x] = 32.44 \text{ mm}$
- $m_2 = E + F - J - t_f - 0.8\sqrt{2}a_b = 24.95 \text{ mm}$
- $\lambda_1 = \frac{m}{m+e} = 0.45$
- $\lambda_2 = \frac{m_2}{m+e} = 0.23$
- $\alpha = 6.95 - \text{fig. 6.11}$

#### D.5.2 - Comprimento Efectivo

A determinação do comprimento efectivo é efectuada para cada linha de parafusos de acordo com o definido no quadro 6.6 da EN1993-1-8 [2].

- **Linha 1**

Linha de parafusos considerada isoladamente:

– *Linha de parafusos na parte saliente do banzo traccionado da viga*

- $l_{eff,cp-1} = \text{mínimo}[2\pi m_x; \pi m_x + D; \pi m_x + 2e] = 163.04 \text{ mm}$
- $l_{eff,nc-1} = \text{mínimo}[4m_x + 1.25e_x; e + 2m_x + 0.625e_x; 0.5B; 0.5D + 2m_x + 0.625e_x] = 120.00 \text{ mm}$

- $l_{eff1-1} = \text{Mín}[l_{eff,nc-1}; l_{eff,cp-1}] = 120.00 \text{ mm}$
- $l_{eff2-1} = l_{eff,nc-1} = 120.00 \text{ mm}$

- **Linha 2**

Linha de parafusos considerada isoladamente:

– *Primeira Linha de parafusos sob o banzo traccionado da viga*

- $l_{eff,cp-2} = 2\pi m = 309.40 \text{ mm}$
- $l_{eff,nc-2} = \alpha m = 342.24 \text{ mm}$
- $l_{eff1-2} = \text{Mín}[l_{eff,nc-2}; l_{eff,cp-2}] = 309.40 \text{ mm}$
- $l_{eff2-2} = l_{eff,nc-2} = 342.24 \text{ mm}$

Linha de parafusos considerada como parte de um grupo de linhas:

- *1ª Linha do grupo de linhas 2+3*

- $p = G = 80.00 \text{ mm}$
- $l_{eff,cp-2(2+3)} = \pi m + p = 234.70 \text{ mm}$
- $l_{eff,nc-2(2+3)} = 0.5p + \alpha m - (2m + 0.625e) = 246.25 \text{ mm}$

- **Linha 3**

Linha de parafusos considerada isoladamente:

– *Outra Linha de parafusos interior*

- $l_{eff,cp-3} = 2\pi m = 309.40 \text{ mm}$
- $l_{eff,nc-3} = 4m + 1.25e = 271.97 \text{ mm}$
- $l_{eff1-3} = \text{Mín}[l_{eff,nc-3}; l_{eff,cp-3}] = 271.97 \text{ mm}$
- $l_{eff2-3} = l_{eff,nc-3} = 271.97 \text{ mm}$

Linha de parafusos considerada como parte de um grupo de linhas:

- 1ª Linha do grupo de linhas 3+4

- $p = H = 320.00 \text{ mm}$
- $l_{eff,cp-3(3+4)} = \pi m + p = 474.70 \text{ mm}$
- $l_{eff,nc-3(3+4)} = 2m + 0.625e + 0.5p = 295.99 \text{ mm}$

- Linha Intermédia do grupo de linhas 2+3+4

- $p = \frac{G+H}{2} = 200.00 \text{ mm}$
- $l_{eff,cp-3(2+3+4)} = 2p = 400.00 \text{ mm}$
- $l_{eff,nc-3(2+3+4)} = p = 200.00 \text{ mm}$

- Última Linha do grupo de linhas 2+3

- $p = G = 80.00 \text{ mm}$
- $l_{eff,cp-3(2+3)} = \pi m + p = 234.70 \text{ mm}$
- $l_{eff,nc-3(2+3)} = 2m + 0.625e + 0.5p = 175.99 \text{ mm}$

• **Linha 4**

Linha de parafusos considerada isoladamente:

- Linha de parafusos interior

- $l_{eff,cp-4} = 2\pi m = 309.40 \text{ mm}$
- $l_{eff,nc-4} = 4m + 1.25e = 271.97 \text{ mm}$
- $l_{eff1-4} = \text{Mín}[l_{eff,nc-4}; l_{eff,cp-4}] = 271.97 \text{ mm}$
- $l_{eff2-4} = l_{eff,nc-4} = 271.97 \text{ mm}$

- Última Linha do grupo de linhas 3+4, 2+3+4

- $p = H = 320.00 \text{ mm}$
- $l_{eff,cp-4(3+4;2+3+4)} = \pi m + p = 474.70 \text{ mm}$
- $l_{eff,nc-4(3+4;2+3+4)} = 2m + 0.625e + 0.5p = 295.99 \text{ mm}$

• **Grupo Linhas [2+3]**

- $l_{eff1-[2+3]} = \text{Mín}[l_{eff,nc-2(2+3)} + l_{eff,nc-3(2+3)}; l_{eff,cp-2(2+3)} + l_{eff,cp-3(2+3)}] = 422.24 \text{ mm}$
- $l_{eff2-[2+3]} = l_{eff,nc-2(2+3)} + l_{eff,nc-3(2+3)} = 422.24 \text{ mm}$

• **Grupo Linhas [3+4]**

- $l_{eff1-[3+4]} = \text{Mín}[l_{eff,nc-3(3+4)} + l_{eff,nc-4(3+4)}; l_{eff,cp-3(3+4)} + l_{eff,cp-4(3+4)}] = 591.97 \text{ mm}$
- $l_{eff2-[3+4]} = l_{eff,nc-3(3+4)} + l_{eff,nc-4(3+4)} = 591.97 \text{ mm}$

• **Grupo Linhas [2+3+4]**

- $l_{eff1-[2+3+4]} = \text{Mín}[l_{eff,nc-2(2+3+4)} + l_{eff,nc-3(2+3+4)} + l_{eff,nc-4(2+3+4)}; l_{eff,cp-2(2+3+4)} + l_{eff,cp-3(2+3+4)} + l_{eff,cp-4(2+3+4)}] = 742.24 \text{ mm}$
- $l_{eff2-[2+3+4]} = l_{eff,cp-2(2+3+4)} + l_{eff,nc-3(2+3+4)} + l_{eff,nc-4(2+3+4)} = 742.24 \text{ mm}$

**D.5.3 - Hipótese A – Sem contabilização do efeito do pré-esforço**

• **Método 1 – Força Pontual**

▪ **Modo 1 – Rotura Plástica da Chapa de Extremidade**

$$F_{T,1,Rd} = \frac{4M_{pl,1,Rd}}{m} \quad ; \quad M_{pl,1,Rd} = \frac{0.25 \sum l_{eff,1} t_f^2 f_y}{\gamma_{M0}}$$

Linha	$l_{eff,1}$ (mm)	$M_{pl,1,Rd}$ (kN.m)	$F_{T,1,Rd}$ (kN)
1	120.00	1.59	244.52
2	309.40	4.09	332.22
3	271.97	3.60	292.03
4	271.97	3.60	292.03
2+3	422.24	5.58	453.38
3+4	591.97	7.83	635.63
2+3+4	742.24	9.81	796.98

Para a linha 1, adopta-se o valor  $m_x$  em vez de  $m$  na determinação da força de tracção resistente.

▪ **Modo 2 – Rotura Plástica da Chapa de Extremidade em conjunto com os Parafusos**

$$F_{T,2,Rd} = \frac{2M_{pl,2,Rd} + n \sum F_{t,Rd}}{m+n} \quad ; \quad M_{pl,2,Rd} = \frac{0.25 \sum l_{eff,2} t_f^2 f_y}{\gamma_{M0}} \quad ; \quad F_{t,Rd} = \frac{k_2 A_s f_{ub}}{\gamma_{M2}}$$

$$F_{t,Rd} = \frac{k_2 A_s f_{ub}}{\gamma_{M2}} = \frac{0.9 \times 353 \times 1000 \times 10^{-3}}{1.25} = 254.16 \text{ kN}$$

Linha	$l_{eff,2}$ (mm)	$M_{pl,2,Rd}$ (kN.m)	$F_{T2,Rd}$ (kN)
1	120.00	1.59	336.74
2	342.24	4.52	362.01
3	271.97	3.60	345.01
4	271.97	3.60	345.01
2+3	422.24	5.58	660.56
3+4	591.97	7.83	701.63
2+3+4	742.24	9.81	1017.19

Para a linha 1, adopta-se o valor  $m_x$  e  $n_x$  em vez de  $m$  e  $n$  na determinação da força de tracção resistente.

▪ **Modo 3 – Rotura dos Parafusos**

$$F_{T,3,Rd} = \sum F_{t,Rd}$$

Linha	n	$F_{T3,Rd}$ (kN)
1	2	508.32
2	2	508.32
3	2	508.32
4	2	508.32
2+3	4	1016.64
3+4	4	1016.64
2+3+4	6	1524.96

O valor da resistência é dado pelo menor valor dos 3 modos de rotura possíveis. Assim sendo têm-se o seguinte:

$$F_{T,Rd} = \min[F_{T,1,Rd}; F_{T,2,Rd}; F_{T,3,Rd}]$$

Linha	$F_{T,Rd}$ (kN)
1	244.52
2	332.22
3	292.03
4	292.03
2+3	453.38
3+4	635.63
2+3+4	796.98

- **Método 2 – Força Uniformemente Distribuída**

- **Modo 1 – Rotura Plástica da Chapa de Extremidade**

$$F_{T,1,Rd} = \frac{(8n-2e_w)M_{pl,1,Rd}}{2mn-e_w(m+n)} \quad ; \quad M_{pl,1,Rd} = 0.25 \sum l_{eff,1} t_f^2 f_y / \gamma_{M0}$$

Linha	$l_{eff,1}$ (mm)	$M_{pl,1,Rd}$ (kN.m)	$F_{T1,Rd}$ (kN)
1	120.00	1.59	361.83
2	309.40	4.09	397.92
3	271.97	3.60	349.78
4	271.97	3.60	349.78
2+3	422.24	5.58	543.03
3+4	591.97	7.83	761.32
2+3+4	742.24	9.81	954.57

Para a linha 1, adopta-se o valor  $m_x$  e  $n_x$  em vez de  $m$  e  $n$  na determinação da força de tracção resistente.

- **Modo 2 – Rotura Plástica da Chapa de Extremidade em conjunto com os Parafusos**

O procedimento de cálculo é idêntico ao Modo 2 do Método 1 da Hipótese A, pelo que não se apresentam aqui os seus resultados.

- **Modo 3 – Rotura dos Parafusos**

O procedimento de cálculo é idêntico ao Modo 3 do Método 1 da Hipótese A, pelo que não se apresentam aqui os seus resultados.

O valor da resistência é dado pelo menor valor dos 3 modos de rotura possíveis. Assim sendo têm-se o seguinte:

$$F_{T,Rd} = \min[F_{T,1,Rd}; F_{T,2,Rd}; F_{T,3,Rd}]$$

Linha	$F_{T,Rd}$ (kN)
1	336.74
2	362.01
3	345.01
4	345.01
2+3	543.03
3+4	701.63
2+3+4	954.57

#### D.5.4 - Hipótese B – Força Uniformemente Distribuída + Pré-Esforço

##### ▪ Modo 1 – Rotura Plástica da Chapa de Extremidade

$$M_{pl,1,Rd} = 0.25 \sum l_{eff,1} t_f^2 f_y / \gamma_{M0} \quad ; \quad K = \frac{\xi+1}{\xi} \quad ; \quad \xi = \frac{A_c}{A_b} = 5$$

$$S = F_{p,c} = 0.70 f_{ub} A_s = 247.10 \text{ kN} \quad ; \quad F'_{sep} = 2SK = 593.04 \text{ kN}$$

Para este modo de rotura, de acordo com Jaspart [4], o comprimento efectivo é o menor dos seguintes valores:

$$l_{eff} = \min[B; D + 4m_x + 1.25e_x; 8m_x + 2.5e_x] = 240.00 \text{ mm}$$

##### • Parte Saliente

$$F_{T,1,Rd} = \frac{(4Kn_x - (K-1)e_w)M_{pl,1,Rd} + 2 \cdot n_x \cdot e_w \cdot K \cdot S}{2Km_x n_x - e_w(K-1)(m_x + n_x)}$$

$$\frac{2[(K-1)(n_x F_{T,1,Rd} + M_{pl,1,Rd})] + 2n_x K S}{2Kn_x + e_w(K-1)} \leq F'_{sep}$$

##### • Parte Interior

$$F_{T,1,Rd} = \frac{(8Kn - 2(K-1)e_w)M_{pl,1,Rd} + 2 \cdot n \cdot e_w \cdot K \cdot S}{2Kmn - e_w(K-1)(m + n)}$$

$$\frac{[(K - 1)(nF_{T,1,Rd} + 2M_{pl,1,Rd})] + 2nKS}{2Kn + e_w(K - 1)} \leq F'_{sep}$$

Condição

Linha	$l_{eff,1}$ (mm)	$M_{pl1,Rd}$ (kN.m)	$F_{T1,Rd}$ (kN)	$F_{parafuso}$ (kN)	$F_{T1,Rd}$ (kN)
1	240.00	3.17	369.29	588.69	369.29
2	309.40	4.09	398.39	296.18	398.39
3	271.97	3.60	357.10	291.30	357.10
4	271.97	3.60	357.10	291.30	357.10
2+3	422.24	5.58	522.84	310.92	522.84
3+4	591.97	7.83	710.04	333.10	710.04
2+3+4	742.24	9.81	875.77	352.72	875.77

Para a linha 1, adopta-se o valor  $m_x$  e  $n_x$  em vez de  $m$  e  $n$  na determinação da força de tracção resistente.

▪ **Modo 2 – Rotura Plástica da Chapa de Extremidade em conjunto com os Parafusos**

O procedimento de cálculo é idêntico ao Modo 2 do Método 1 da Hipótese A, pelo que não se apresentam aqui os seus resultados.

▪ **Modo 3 – Rotura dos Parafusos**

O procedimento de cálculo é idêntico ao Modo 3 do Método 1 da Hipótese A, pelo que não se apresentam aqui os seus resultados.

O valor da resistência é dado pelo menor valor dos 3 modos de rotura possíveis. Assim sendo têm-se o seguinte:

$$F_{T,Rd} = \min[F_{T,1,Rd}; F_{T,2,Rd}; F_{T,3,Rd}]$$

Linha	$F_{T,Rd}$ (kN)
1	336.74
2	362.01
3	345.01
4	345.01
2+3	522.84
3+4	701.63
2+3+4	875.77

Na tabela seguinte apresentam-se os valores obtidos para as resistências de cada linha de parafusos obtidas por cada um dos métodos de cálculo:

Linha	Hipótese A		Hipótese B
	Método 1	Método 2	
	$F_{T,Rd}$ (kN)	$F_{T,Rd}$ (kN)	$F_{T,Rd}$ (kN)
1	244.52	336.74	336.74
2	332.22	362.01	362.01
3	292.03	345.01	345.01
4	292.03	345.01	345.01
2+3	453.38	543.03	522.84
3+4	635.63	701.63	701.63
2+3+4	796.98	954.57	875.77

### D.6 - Componente [7] – Banzo e Alma da Viga ou de Coluna em Compressão

De acordo com a cláusula 6.2.6.7 da EN1993-1-8 [2] a resistência do banzo e da alma da viga em compressão deverá ser obtida através da seguinte expressão:

$$F_{c,fb,Rd} = \frac{M_{c,Rd}}{h - t_{fb}}$$

A formulação proposta nesta cláusula admite que a resultante dos valores de cálculo das resistências à compressão do banzo de uma viga e da zona comprimida adjacente da alma actua ao nível do centro de gravidade do banzo comprimido da viga.

Secção	Classe	$W_y$ (mm <sup>3</sup> )	$M_{c,Rd}$ (kN.m)	$F_{c,fb,Rd}$ (kN)
IPE 500	1	2194000	515.59	1065.27

### D.7 - Componente [8] – Alma da Viga em Tracção

De acordo com a cláusula 6.2.6.8 da EN1993-1-8 [2] a resistência à tracção da alma da viga deverá ser obtida através da seguinte expressão:

$$F_{t,wb,Rd} = b_{eff,t,wb} t_{wb} f_{y,wb} / \gamma_{M0}$$

Em que a largura efectiva  $b_{eff,t,wb}$  corresponde ao comprimento efectivo da peça em T equivalente que representa a chapa de extremidade sujeita à flexão. Este valor é obtido de acordo com o estipulado na cláusula 6.2.6.5, e corresponde ao menor valor dos comprimentos efectivos relativos aos modos de rotura 1 e 2.

$$b_{eff,t,wb} = \min[l_{eff1}; l_{eff2}]$$

Linha	$l_{eff,1}$ (mm)	$l_{eff,2}$ (mm)	$b_{eff,t,wb}$ (mm)	$F_{t,wb,Rd}$ (kN)
2	309.40	342.24	309.40	741.64
3	271.97	271.97	271.97	651.92
4	271.97	271.97	271.97	651.92
2+3	422.24	422.24	422.24	1012.11
3+4	591.97	591.97	591.97	1418.96
2+3+4	742.24	742.24	742.24	1779.15

## D.8 – Assemblagem de Componentes

- Componentes em Tracção

No quadro seguinte resumem-se os valores acima calculados, pelos três métodos apresentados, para as componentes sujeitas à tracção, antes da consideração de eventuais efeitos de grupo:

Linha	Componente	Hipótese A		Hipótese B
		Método 1	Método 2	
		$F_{T,Rd}$ (kN)	$F_{T,Rd}$ (kN)	$F_{T,Rd}$ (kN)
1	[3]	473.99	473.99	473.99
	[4]	386.80	386.80	386.80
	[5]	244.52	336.74	336.74
	Mínimo	244.52	336.74	336.74
2	[3]	473.99	473.99	473.99
	[4]	386.80	386.80	386.80
	[5]	332.22	362.01	362.01
	[8]	741.64	741.64	741.64
	Mínimo	332.22	362.01	362.01
3	[3]	473.99	473.99	473.99
	[4]	386.80	386.80	386.80
	[5]	292.03	345.01	345.01
	[8]	651.92	651.92	651.92
	Mínimo	292.03	345.01	345.01
4	[3]	473.99	473.99	473.99
	[4]	386.80	386.80	386.80
	[5]	292.03	345.01	345.01
	[8]	651.92	651.92	651.92
	Mínimo	292.03	345.01	345.01

Em seguida avalia-se o efeito do grupo de parafusos para cada método de cálculo.

- Hipótese A - Método 1

Linha	Componente		Valor	Limite	$F_{T2,Rd}$ (kN)
1+2	-		576.74	576.74	332.22
GR [1+2]	[3]	578.87	578.87		
	[4]	631.42			

Linha	Componente		Valor	Limite	$F_{T3,Rd}$ (kN)
1+2+3	-		868.77	652.81	76.07
GR [1+2+3]	[3]	652.81	652.81		
	[4]	783.53			

Linha	Componente		Valor	Limite	$F_{T4,Rd}$ (kN)
1+2+3+4	-		944.85	805.98	153.16
GR [1+2+3+4]	[3]	805.98	805.98		
	[4]	1391.94			

Linha	Componente		Valor	Limite	$F_{T3,Rd}$ (kN)
2+3	-		408.30	408.30	292.03
GR [2+3]	[3]	573.51	453.38		
	[4]	621.92			
	[5]	453.38			
	[8]	1012.11			

Linha	Componente		Valor	Limite	$F_{T4,Rd}$ (kN)
2+3+4	-		561.46	561.46	153.16
GR [2+3+4]	[3]	779.87	779.87		
	[4]	1120.61			
	[5]	796.98			
	[8]	1779.15			

Linha	Componente		Valor	Limite	$F_{T4,Rd}$ (kN)
3+4	-		229.24	229.24	153.16
GR [3+4]	[3]	747.66	635.63		
	[4]	804.41			
	[5]	635.63			
	[8]	1418.96			

• Hipótese A - Método 2

Linha	Componente		Valor	Limite	$F_{T2,Rd}$ (kN)
1+2	-		698.75	578.87	242.13
GR [1+2]	[3]	578.87	578.87		
	[4]	705.12			

Linha	Componente		Valor	Limite	$F_{T3,Rd}$ (kN)
1+2+3	-		923.88	652.81	73.94
GR [1+2+3]	[3]	652.81	652.81		
	[4]	1021.32			

Linha	Componente		Valor	Limite	$F_{T4,Rd}$ (kN)
1+2+3+4	-		997.82	805.98	153.16
GR [1+2+3+4]	[3]	805.98	805.98		
	[4]	1438.92			

Linha	Componente		Valor	Limite	$F_{T3,Rd}$ (kN)
2+3	-		316.08	316.08	345.01
GR [2+3]	[3]	573.51	543.03		
	[4]	703.00			
	[5]	543.03			
	[8]	1012.11			

Linha	Componente		Valor	Limite	$F_{T4,Rd}$ (kN)
2+3+4	-		469.24	469.24	153.16
GR [2+3+4]	[3]	779.87	779.87		
	[4]	1120.61			
	[5]	954.57			
	[8]	1779.15			

Linha	Componente		Valor	Limite	$F_{T4,Rd}$ (kN)
3+4	-		227.11	227.11	153.16
GR [3+4]	[3]	747.66	701.63		
	[4]	804.41			
	[5]	701.63			
	[8]	1418.96			

• Hipótese B

Linha	Componente		Valor	Limite	$F_{T2,Rd}$ (kN)
1+2	-		698.75	578.87	242.13
GR [1+2]	[3]	578.87	578.87		
	[4]	705.12			

Linha	Componente		Valor	Limite	$F_{T3,Rd}$ (kN)
1+2+3	-		923.88	652.81	73.94
GR [1+2+3]	[3]	652.81	652.81		
	[4]	1021.32			

Linha	Componente		Valor	Limite	$F_{T4,Rd}$ (kN)
1+2+3+4	-		997.82	805.98	153.16
GR [1+2+3+4]	[3]	805.98	805.98		
	[4]	1438.92			

Linha	Componente		Valor	Limite	$F_{T3,Rd}$ (kN)
2+3	-		410.68	410.68	345.01
GR [2+3]	[3]	573.51	522.84		
	[4]	703.00			
	[5]	522.84			
	[8]	1012.11			

Linha	Componente		Valor	Limite	$F_{T4,Rd}$ (kN)
2+3+4	-		469.24	469.24	153.16
GR [2+3+4]	[3]	779.87	779.87		
	[4]	1120.61			
	[5]	875.77			
	[8]	1779.15			

Linha	Componente		Valor	Limite	$F_{T4,Rd}$ (kN)
3+4	-		227.11	227.11	153.16
GR [3+4]	[3]	747.66	701.63		
	[4]	804.41			
	[5]	701.63			
	[8]	1418.96			

Tendo em conta os efeitos de grupos de linha, que neste caso condicionam a resistência máxima de algumas das linhas de parafusos, a força máxima em cada linha é a seguinte:

Linha	Hipótese A		Hipótese B
	Método 1	Método 2	
	$F_{Rd}$ (kN)	$F_{Rd}$ (kN)	$F_{Rd}$ (kN)
1	244.52	336.74	336.74
2	332.22	242.13	242.13
3	76.07	73.94	73.94
4	153.16	153.16	153.16

- Componentes em Compressão

Os componentes em compressão são idênticos nos 3 métodos de cálculo apresentados. Os seus valores são os seguintes:

Componente	$F_{Rd}$ (kN)
[1]	548.88
[2]	460.92
[7]	1065.27

- Equilíbrio de Forças

Linha	Hipótese A		Hipótese B
	Método 1	Método 2	
	$F_{Rd}$ (kN)	$F_{Rd}$ (kN)	$F_{Rd}$ (kN)
1	244.52	336.74	336.74
2	332.22	242.13	242.13
3	76.07	73.94	73.94
4	153.16	153.16	153.16
Soma	805.98	805.98	805.98

Componente	$F_{Rd}$ (kN)
[1]	548.88
[2]	460.92
[7]	1065.27
Mínimo	460.92

Uma vez que o somatório das forças de tracção é superior a força de compressão máxima, é necessário limitar a força de tracção de modo a obter equilíbrio com a força máxima de compressão. A limitação é efectuada à custa da redução da força de tracção em cada linha de parafusos partindo da linha mais próxima do centro de compressão. Na tabela seguinte apresenta-se o cálculo efectuado.

	Hipótese A		Hipótese B
	Método 1	Método 2	
Tracção	805.98	805.98	805.98
Compressão	460.92	460.92	460.92
Status	Redução	Redução	Redução
Redução	345.06	345.06	345.06

Valor Actual	1+2+3+4	805.98	805.98	805.98
Linha a Reduzir	4	0.00	0.00	0.00
Redução		191.90	191.90	191.90

Valor Actual	1+2+3	652.81	652.81	652.81
Linha a Reduzir	3	0.00	0.00	0.00
Redução		115.82	117.95	117.95

Valor Actual	1+2	576.74	578.87	578.87
Linha a Reduzir	2	216.40	124.18	124.18
Redução		0.00	0.00	0.00

Verifica-se que para se atingir a situação de equilíbrio entre tracção e compressão é necessário não contabilizar a resistência das linhas 3 e 4 e limitar a resistência da linha 2. Resultam assim as seguintes forças máximas em cada linha de parafusos:

Linha	Hipótese A		Hipótese B
	Método 1	Método 2	
	$F_{Rd}$ (kN)	$F_{Rd}$ (kN)	$F_{Rd}$ (kN)
1	244.52	336.74	336.74
2	216.40	124.18	124.18
3	0.00	0.00	0.00
4	0.00	0.00	0.00
Soma	460.92	460.92	460.92

O valor do momento flector resistente é determinado de acordo com a seguinte expressão:

$$M_{j,Rd} = \sum F_{T,i,Rd} h_i$$

No quadro seguinte apresenta-se o valor do momento flector resistente obtido em cada método de cálculo apresentado:

		Hipótese A				Hipótese B	
		Método 1		Método 2			
Linha	$h_i$ (mm)	$F_{Rd}$ (kN)	$M_{j,Rd}$ (kN.m)	$F_{Rd}$ (kN)	$M_{j,Rd}$ (kN.m)	$F_{Rd}$ (kN)	$M_{j,Rd}$ (kN.m)
1	527.00	244.52	128.86	336.74	177.46	336.74	177.46
2	442.00	216.40	95.65	124.18	54.89	124.18	54.89
3	362.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
3	42.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

$M_{j,Rd}$ (kN.m)	<b>224.51</b>	$M_{j,Rd}$ (kN.m)	<b>232.35</b>	$M_{j,Rd}$ (kN.m)	<b>232.35</b>
-------------------	---------------	-------------------	---------------	-------------------	---------------

## D.6 – Avaliação da Rigidez de Rotação

### D.6.1 - Identificação de Componentes Activos

Os componentes envolvidos na determinação da rigidez da ligação são os seguintes:

- [1] – Painel da Alma da Coluna solicitado ao Corte
- [2] – Alma da Coluna em Compressão Transversal
- [3] – Alma da Coluna em Tracção Transversal
- [4] – Banzo da Coluna em Flexão
- [5] – Chapa de Extremidade em Flexão
- [10] – Parafusos à Tracção – EN1993-1-8 – cl.6.3.2

A determinação dos coeficientes de rigidez associados a cada componente é efectuada de acordo com o definido no quadro 6.11 da cláusula 6.3.2 da EN1993-1-8 [2].

Salienta-se a informação da Nota 4 do referido quadro, que indica que, relativamente aos componentes 7 - Banzo e Alma da Viga ou de Coluna em Compressão e 8 - Alma da Viga em Tracção, o seu coeficiente de rigidez deverá ser considerado igual a infinito, pelo que não é necessário considerar este coeficiente na determinação da rigidez.

### D.6.2 - Componente [1] – Painel da Alma da Coluna solicitado ao Corte

Conforme os métodos apresentados no cálculo da resistência, o coeficiente de rigidez deste componente é idêntico nos 3 casos. O seu valor é obtido de acordo com o quadro 6.11 da EN1993-1-8 [2], o coeficiente de rigidez associado a este componente é obtido através da seguinte expressão:

$$k_1 = \frac{0.38A_{vc}}{\beta z} = 3.53 \text{ mm}$$

Em que:

- $A_{vc} = 4495.00 \text{ mm}^2$
- $\beta = 1.0$  – cl.5.3.7 – quadro 5.4
- $z = h_{viga} - t_{f,viga} = 484.00 \text{ mm}$

### D.6.3 - Componente [2] – Alma da Coluna em Compressão Transversal

Conforme os métodos apresentados no cálculo da resistência, o coeficiente de rigidez deste componente é idêntico nos 3 casos. O seu valor é obtido de acordo com o quadro 6.11 da EN1993-1-8 [2], o coeficiente de rigidez associado a este componente é obtido através da seguinte expressão:

$$k_2 = \frac{0.7b_{eff,c,wc}t_{wc}}{d_c} = 7.52 \text{ mm}$$

Em que:

- $b_{eff,c,wc} = 274.81 \text{ mm}$  – Largura efectiva de acordo com 6.2.6.2
- $d_c = h_c - 2(t_{fc} + r) = 243.00 \text{ mm}$

### D.6.4 - Componente [3] – Alma da Coluna em Tracção Transversal

Conforme os métodos apresentados no cálculo da resistência, o coeficiente de rigidez deste componente é idêntico nos 3 casos. O seu valor é obtido de acordo com o quadro 6.11 da EN1993-1-8 [2], o coeficiente de rigidez associado a este componente é obtido através da seguinte expressão:

$$k_3 = \frac{0.7b_{eff,t,wc}t_{wc}}{d_c}$$

Em que:

- $b_{eff,t,wc}$  – Largura efectiva de acordo com 6.2.6.3

- $d_c = h_c - 2(t_{fc} + r) = 243.00 \text{ mm}$

Linha	$b_{\text{eff},t,wc}$ (mm)	$t_{wc}$ (mm)	$d_c$ (mm)	$k_3$ (mm)
1	166.05	9.50	243.00	4.54
2	82.50	9.50	243.00	2.26
3	163.55	9.50	243.00	4.48
4	247.10	9.50	243.00	6.76

#### D.6.5 - Componente [4] – Banzo da Coluna em Flexão

Conforme os métodos apresentados no cálculo da resistência, o coeficiente de rigidez deste componente é idêntico nos 3 casos. O seu valor é obtido de acordo com o quadro 6.11 da EN1993-1-8 [2], o coeficiente de rigidez associado a este componente é obtido através da seguinte expressão:

$$k_4 = \frac{0.9l_{\text{eff}}t_p^3}{m^3}$$

Assim, o valor deste coeficiente para cada linha é o seguinte:

Linha	$l_{\text{eff}}$ (mm)	$t_{fc}$ (mm)	$m$ (mm)	$k_4$ (mm)
1	166.05	16.50	33.65	17.62
2	82.50	16.50	33.65	8.75
3	163.55	16.50	33.65	17.35
4	211.43	16.50	33.65	22.43

O valor de  $l_{\text{eff}}$  utilizado corresponde ao menor dos comprimentos efectivos  $l_{\text{eff},1}$  e  $l_{\text{eff},2}$  de uma linha isolada ou de um grupo de linhas.

#### D.6.6 - Componente [5] – Chapa de Extremidade em Flexão

Conforme os métodos apresentados no cálculo da resistência, o coeficiente de rigidez deste componente é idêntico nos 3 casos. O seu valor é obtido de acordo com o quadro 6.11 da EN1993-1-8 [2], o coeficiente de rigidez associado a este componente é obtido através da seguinte expressão:

$$k_5 = \frac{0.9l_{\text{eff}}t_p^3}{m^3}$$

Assim, o valor deste coeficiente para cada linha é o seguinte:

Linha	$l_{eff}$ (mm)	$t_{fc}$ (mm)	$m$ (mm)	$k_5$ (mm)
1	120.00	15.00	25.95	20.86
2	234.70	15.00	49.24	5.97
3	175.99	15.00	49.24	4.48
4	271.97	15.00	49.24	6.92

O valor de  $l_{eff}$  utilizado corresponde ao menor dos comprimentos efectivos  $l_{eff,1}$  e  $l_{eff,2}$  de uma linha isolada ou de um grupo de linhas.

### D.6.7 - Componente [10] – Parafusos à Tracção

A determinação do coeficiente de rigidez deste componente é avaliada de forma idêntica quando se aplica a hipótese A, tanto no método 1 como no método 2. No que diz respeito à hipótese B, a determinação do coeficiente de rigidez associado a este componente é efectuada de acordo com o definido por Jaspart [4].

- **Hipótese A - Método 1 e Método 2**

De acordo com o quadro 6.11 da EN1993-1-8 [2], o coeficiente de rigidez associado a este componente é obtido através da seguinte expressão:

$$k_{10} = \frac{1.6A_s}{L_b}$$

Assim, o valor deste coeficiente para cada linha é o seguinte:

Linha	$l_b$ (mm)	$A_s$ (mm <sup>2</sup> )	$k_{10}$ (mm)
1	57.00	353.00	9.91
2	57.00	353.00	9.91
3	57.00	353.00	9.91
4	57.00	353.00	9.91

- **Hipótese B**

De acordo com o definido por Jaspart [4], a determinação do coeficiente de rigidez é efectuada tendo por base a seguinte expressão:

$$k_{10} = 9.6 \frac{A_s}{L_b}$$

Assim, o valor deste coeficiente para cada linha é o seguinte:

Linha	$l_b$ (mm)	$k_{10}$ (mm)
1	57.00	59.45
2	57.00	59.45
3	57.00	59.45
4	57.00	59.45

### D.6.8 - Assemblagem de Componentes

A assemblagem dos componentes de juntas com chapas de extremidade com duas ou mais linhas de parafusos traccionados é efectuada de acordo com a cláusula 6.3.3 da EN1993-1-8 [2]. Assim sendo, os componentes básicos de todas as linhas de parafusos traccionados são representados por um coeficiente de rigidez equivalente determinado a partir de:

$$k_{eq} = \frac{\sum_r k_{eff,r} h_r}{z_{eq}}$$

Em que:

$$k_{eff,r} = \frac{1}{\sum_i \frac{1}{k_{i,r}}} \quad ; \quad z_{eq} = \frac{\sum_r k_{eff,r} h_r^2}{\sum_r k_{eff,r} h_r}$$

Finalmente, a rigidez de rotação é, de acordo com a cláusula 6.3.1(4) da EN1993-1-8 [2], dada por:

$$S_{j,ini} = \frac{E z_{eq}^2}{\sum_i \frac{1}{k_{eq}}}$$

Nos quadros seguintes apresenta-se o valor da rigidez inicial obtido em cada método de cálculo apresentado:

- **Hipótese A - Método 1 e Método 2**

Linha	$K_{eff}$	h (mm)	$Z_{eq}$ (mm)	$K_{eq}$	$S_{j,ini}$ (Nm/rad)
1	2.35	527.00	466.20	5.09	74467.39
2	1.21	442.00			
3	1.65	362.00			
4	2.28	42.00			

- **Hipótese B**

Linha	$K_{eff}$	h (mm)	$Z_{eq}$ (mm)	$K_{eq}$	$S_{j,ini}$ (Nm/rad)
1	2.93	527.00	468.68	6.05	79294.05
2	1.35	442.00			
3	1.92	362.00			
4	2.83	42.00			

## ANEXO E

Apresenta-se em seguida o código em linguagem visual basic utilizado para a implementação de um método iterativo para a determinação do parâmetro alfa da figura 6.11 da EN1993-1-8 [2].

```
Private Sub ALFA()  
  
alfa = 4.45  
limite = (8 - 4.45) / 0.05 + 1  
limite2 = 40  
lambda2 = 0.025  
L1 = Cells(155, 11)  
L2 = Cells(155, 12)  
Delta = 0.03  
  
For j = 0 To limite  
  
    alfaIT = alfa + 0.05 * j  
  
    For i = 0 To limite2  
  
        L1lim = 1.25 / (alfaIT - 2.75)  
        L2lim = alfaIT * L1lim / 2  
  
        Lambda2IT = lambda2 + 0.025 * i  
        lambda1IT = L1lim + (1 - L1lim) * ((L2lim - Lambda2IT) / L2lim) ^ (0.185 * alfaIT ^ 1.785)  
  
        Lam1 = L1 / lambda1IT  
        Lam2 = L2 / Lambda2IT  
  
        If Lam1 >= (1 - Delta) And Lam1 <= (1 + Delta) Then  
  
            If Lam2 >= (1 - Delta) And Lam2 <= (1 + Delta) Then  
  
                Cells(155, 13) = alfaIT  
                End  
  
            End If  
  
        Else  
  
            Cells(155, 13) = 0  
  
        End If  
  
    Next i  
  
Next j  
  
End Sub
```