



UNIVERSIDADE D
COIMBRA

Manuel Maria Martins dos Santos Picão Eusébio

**O PROBLEMA DE PLANEAMENTO DE ROTAS
CONSISTENTE**
APLICAÇÕES NA DISTRIBUIÇÃO FARMACÊUTICA

VOLUME 1

Dissertação no âmbito do Mestrado em Engenharia e Gestão Industrial orientada
pelo Professor Doutor Telmo Miguel Pires Pinto e apresentada no Departamento
de Engenharia Mecânica da Universidade de Coimbra

Julho de 2020



FCTUC FACULDADE DE CIÊNCIAS
E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

DEPARTAMENTO DE
ENGENHARIA MECÂNICA

O problema de planeamento de rotas consistente: aplicações na distribuição farmacêutica

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia e
Gestão Industrial

The Consistent Vehicle Routing Problem: applications in the pharmaceutical industry

Autor

Manuel Maria Martins dos Santos Picão Eusébio

Orientador

Professor Doutor Telmo Miguel Pires Pinto

Júri

Professor Doutor Luís Miguel Domingues Fernandes Ferreira
Professor doutor da Universidade de Coimbra

Presidente

Professora Doutora Ana Maria Pinto de Moura
Professora Auxiliar da Universidade de Aveiro

Orientador

Professor Doutor Telmo Miguel Pires Pinto
Professor doutor da Universidade de Coimbra

Coimbra, julho, 2020

“A persistência é o menor caminho do êxito”

Charles Chaplin, 1964

Ao meu avô Ramiro

Agradecimentos

Chegado ao fim desta dissertação, cabe-me agradecer a quem fez tudo para a tornar possível.

Aos meus pais, por todos os ensinamentos e educação dada ao longo dos anos, que me tornaram a melhor pessoa que sou hoje.

À minha irmã, pela sabedoria e tranquilidade a mim entregue, nos momentos pelos quais já passou.

Ao meu avô Eusébio, pela paixão fomentada na indústria farmacêutica e por todos os desafios que esta acarreta.

À Maria, pelo carinho, confiança e palavras de incentivo dadas nos momentos em que tudo parecia errado.

Quero também agradecer ao professor orientar, professor doutor Telmo Miguel Pires Pinto, por todo o suporte e conhecimentos debatidos ao longo deste processo.

Por último, não menos importante, à doutora Carmen Bessa, ao engenheiro Nuno Duarte e ao doutor Paulo Fonseca, por terem tornado este estágio possível e por toda a disponibilidade demonstrada.

Resumo

Atualmente, com a presença de mercados cada vez mais competitivos, as empresas têm virado as suas estratégias para a otimização de processos de forma a dar uma melhor resposta às exigências dos clientes. O problema de planeamento de rotas é um dos problemas que tem ganho maior destaque nesta mudança de paradigma, uma vez que através da sua resolução se podem obter ganhos bastante significativos no sentido da melhoria da utilização dos recursos

Neste trabalho, desenvolveu-se uma metodologia de planeamento de rotas de um grossista farmacêutico, que alterou recentemente a localização da sua operação para novas instalações, sendo, portanto, necessário redefinir toda a sua estrutura de serviço às diferentes farmácias, partindo de instâncias reais.

A metodologia proposta consiste na conjugação de métodos exatos com uma metodologia *cluster first-route second* para a resolução de um problema de planeamento de rotas consistente com um elevado número de clientes, restrições de janelas temporais, frota heterogénea e diferentes períodos de entrega. Desta forma, foi possível aplicar um método exato para grupos até 23 clientes, atingindo resultados com relativo baixo esforço computacional

Os resultados obtidos demonstram a potencialidade da metodologia proposta através da redução de custos operacionais ao mesmo tempo que se melhora o nível de serviço prestado.

Palavras-chave: Logística, Planeamento de rotas consistente, Métodos exatos, elevado número de clientes

Abstract

Currently with the presence of ever more competitive markets, companies and businesses have turned to their process optimisation procedures to try and meet the ever growing needs of their clients. The problem with planning of rotas is one of the most highlighted problems in this paradigm shift: solving this problem would allow for a greater use of resources. In this work, the development of a method for the vehicle routing problem of a wholesale pharmacist (who has recently changed his distribution location) is key to ensuring that the distribution needs of other pharmacies are met.

The methodology proposed consists of a variety of exact methods taking into account the cluster first route second to be able to solve a VRP case study in a scenario with a large number of clients clients and a mix of time restrictions, heterogeneous routes and different delivery dates. This way, it was possible to apply a method for groups of up to 23 clients, achieving results with relatively low computational effort. The results obtained from this work show an exciting potential for the application of this method through not only the reduction of operational costs but in conjunction vastly improving the service provided to the clients.

Keywords ConVRP, Logistics, Large instances, Exact Methods

Índice

Índice de Figuras	xi
Índice de Tabelas	xiii
SIGLAS	xv
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1. Motivação e objetivos.....	1
1.2. Estrutura da dissertação	2
2. Revisão de Literatura.....	5
2.1. Logística.....	5
2.2. Problema de Planeamento de Rotas.....	6
2.3. Restrições comuns no planeamento de rotas	8
2.4. CVRP	11
2.5. VRPTW	13
2.6. HVRP.....	16
2.7. ConVRP.....	17
2.8. Conclusão.....	20
3. Caso de Estudo	23
3.1. A empresa e seu contexto	23
3.2. Descrição do Problema	24
3.2.1. Clientes	25
3.2.3. A heterogeneidade do problema	27
3.2.4. O Sistema de Transporte.....	27
3.2.5. Caracterização das Rotas	29
3.3. Objetivo do trabalho	31
4. O Problema de Planeamento de Rotas Consistente.....	33
4.1. Elementos do Modelo	33
4.2. Definição do Problema	33
4.3. Modelo de Programação Matemática	34
5. Métodos de Resolução Exata e Reforço do Modelo.....	38
5.1. Abordagem inicial.....	38
5.2. Desigualdades Válidas	39
5.2.1. Eliminação do percurso bidirecional	39
5.2.2. Restrições de Precedência	39
5.2.3. Incompatibilidade entre arcos e veículos.....	40
5.3. Agrupamento de Nodos	40
5.4. Construção dos parâmetros a inserir no modelo.....	41
5.4.1. Matriz de distâncias e tempo de viagem.....	42
5.4.2 Tempo de Serviço em cada cliente	42

5.4.3 Procura e Janelas Temporais	43
5.4.4 Parâmetro da função objetivo.....	44
5.5 <i>Cluster First–Route Second</i>	44
5.5.1 – Definição dos parâmetros do problema e Resultados	45
5.5.2 – Resultados do agrupamento dos Nodos	47
6. Resultados	49
6.1. Validação do modelo VRPTW	49
6.2. Resultados do caso de estudo	50
6.3. Validação de resultados	51
7. Conclusões e trabalhos futuros.....	55
7.1 Principais contribuições	55
7.2 Trabalho Futuro.....	56
8. Referências	57
9. Anexos.....	61
9.1. Anexo A.....	61
9.2. Anexo B.....	62
9.3. Anexo C.....	64
9.4. Anexo D.....	65
9.5. Anexo E.....	65

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 2.1 QUADRO RESUMO VRP	10
FIGURA 2.2 REPRESENTAÇÃO DE UM PROBLEMA 3L-CVRP	13
FIGURA 2.3 ILUSTRAÇÃO DOS PONTOS PRINCIPAIS DO PROBLEMA ABORDADO	22
FIGURA 3.1 DISPERSÃO GEOGRÁFICA DAS INSTALAÇÕES DA PLURAL	24
FIGURA 3.2 EVOLUÇÃO DA PROCURA (VOL) NO MÊS DE FEV'20	25
FIGURA 3.3 PROCURA/SEMANA NOS DOIS PERÍODOS DE ENTREGA (VOL).....	26
FIGURA 3.4 BAQUES DE TRANSPORTE	27
FIGURA 3.5 REPARTIÇÃO DAS ROTAS POR PERÍODO.....	28
FIGURA 3.6 TAXA DE OCUPAÇÃO DAS CARRINHAS.....	29
FIGURA 3.7 REPRESENTAÇÃO DA QUILOMETRAGEM DAS DIFERENTES ROTAS.....	30
FIGURA 3.8 TAXAS DE ATRASOS NOS DIFERENTES DIAS DA SEMANA	30
FIGURA 4.1 REPRESENTAÇÃO DOS PARÂMETROS E VARIÁVEIS IMPOSTAS NO MODELO	37
FIGURA 5.1 RESTRIÇÃO DA METODOLOGIA PROPOSTA	41
FIGURA 5.2 JANELAS TEMPORAIS ASSOCIADAS AOS DOIS PERÍODOS DE ENTREGA.....	44
FIGURA 5.3 EXCERTO DO MAPA COM AS LOCALIZAÇÕES DAS FARMÁCIAS	46

ÍNDICE DE TABELAS

TABELA 2.1 EVOLUÇÃO DA PRESENÇA RELATIVA DOS VÁRIOS MÉTODOS UTILIZADOS EM VRP	8
TABELA 3.1 DISTRIBUIÇÃO GEOGRÁFICA DOS CLIENTES	25
TABELA 3.2 DISTRIBUIÇÃO DA PROCURA (1 SEM)	25
TABELA 3.3 CARACTERIZAÇÃO DO NÍVEL DE ATIVIDADE DAS FARMÁCIAS	26
TABELA 3.4 CONSTITUIÇÃO DA FROTA	27
TABELA 3.5 ROTAS E RESPECTIVOS CUSTOS NUMA SEMANA	28
TABELA 5.1 VALORES DOS PARÂMETROS DMAX	41
TABELA 5.2 REPRESENTAÇÃO DA MATRIZ DA DISTÂNCIA (ESQUERDA) E MATRIZ TEMPO (DIREITA)	42
TABELA 5.3 EXEMPLO DE CLIENTES	46
TABELA 5.4 RESULTADOS OBTIDOS NA METODOLOGIA DE CLUSTERING	47
TABELA 6.1 VALIDAÇÃO DO MODELO EXATO DESENVOLVIDO	50
TABELA 6.2 RESULTADOS OBTIDOS COM A APLICAÇÃO DE INSTÂNCIAS REAIS	51
TABELA 6.3 COMPARAÇÃO DO MODELO PROPOSTO COM A OPERAÇÃO DA PLURAL	52
TABELA 6.4 ANÁLISE DA DISTÂNCIA PERCORRIDA E DO Nº DE ROTAS NECESSÁRIAS	52
TABELA 6.5 COMPARAÇÃO DA FROTA REQUERIDA EM AMBOS OS MODELOS	53

SIGLAS

2L-CVRP - *2-Dimensional Loading Vehicle Routing Problem*

2OPPUL - *2-Dimensional Orthogonal Packing Problem with unloading*

3BPP - *3-Dimensional Bin Packing Problem*

3L-CVRP - *3-Dimensional Loading Vehicle Routing Problem*

ACO - *Ant Colony Optimization*

API - *Application Programming Interface*

BPP - *Bin Packing Problem*

ConVRP - *Consistent Vehicle Routing Problem*

ConVRPTW - *Consistent Vehicle Routing Problem with Time Windows*

CVRP - *Capacitated Vehicle Routing Problem*

FSMVRP - *Fleet Size Mixed Vehicle Routing Problem*

GRASP - *Greedy Randomized Adaptive Procedure*

HFVRP - *Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem*

LIFO - *Last In First Out*

LP - *Linear Programming*

L-VRP - *Loading Vehicle Routing Problem*

MFVRP - *Mixed Fleet Vehicle Routing Problem*

MIP - *Mixed Integre Programming*

PVA - *Preço de Venda ao Armazém*

PVRP - *Periodic Vehicle Routing Problem*

SP - *Set Partioning*

SPP - *Strip Packing Problem*

TS - *Tabu Search*

TSP - *Traveling Salesman Problem*

TSPPD - *Traveling Salesman Problem with Pickup and Delivery*

TSPPDL - *Traveling Salesman Problem with Pickup and Delivery and LIFO*

restriction

VRP - *Vehicle Routing Problem*

VRPB - *Vehicle Routing Problem with Backhauls*

VRPPD - *Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery*

VRPTW - *Vehicle Routing Problem with Time Windows*

1. INTRODUÇÃO

Nos sistemas de distribuição atuais, o problema básico de planeamento de rotas, apelidado de VRP, ganha cada vez uma maior notoriedade. A partir do conhecimento das localizações geográficas de um conjunto de clientes, e da sua respetiva procura requerida, torna-se possível detalhar e construir o sequenciamento ótimo de um conjunto de paragens para recolha ou entrega de encomendas, realizadas através de uma frota de veículos limitada. O interesse nesta problemática por parte de empresas da área logística, surge no sentido de reorganizar de uma forma eficiente o principal elemento do seu fluxo de valor, o sistema de transporte. Algumas, devido à extensa experiência de operação no terreno, optam por desenvolver as suas rotas através de métodos intuitivos, no entanto, através de formulações matemáticas e com o apoio de máquinas de cálculo comuns, torna-se possível chegar a soluções fiáveis com um esforço bastante inferior em comparação com a primeira abordagem.

Neste trabalho, desenvolveu-se uma metodologia de planeamento de rotas de um grossista farmacêutico, que alterou recentemente a localização da sua operação para novas instalações, sendo, portanto, necessário redefinir toda a sua estrutura de serviço às diferentes farmácias. Esta mudança, deveu-se à aquisição de um antigo concorrente, no sentido de aumentar a sua quota de mercado e incrementar a sua capacidade operacional para sustentar possíveis crescimentos futuros. Através desta aquisição estratégica, a empresa aumentou a sua carteira de clientes e, conseqüentemente, os seus desafios logísticos.

1.1. Motivação e objetivos

Devido ao fator da imprevisibilidade associado à variabilidade dos diferentes pedidos, o planeamento acima proposto é feito geralmente de uma forma regular, adaptando-se constantemente às possíveis entradas ou saídas de clientes. No entanto, em alguns sistemas, esta não se revela uma realidade, tornando-se possível atribuir alguma periodicidade ao desenvolvimento das rotas, devido a vários fatores, tais como, a regularidade do número de pedidos realizados, a baixa variabilidade do conjunto de clientes a abastecer e respetivas localizações geográficas e o próprio período de entrega requerido ser constante.

Atualmente, a sua distribuição é responsável pelo abastecimento de cerca de 400 clientes semanalmente, a partir do armazém do Cacém, Lisboa, distribuídos por 5 distritos

abaixo do rio Tejo, ao longo dos quais são protagonizados mais de 30 000 km's de segunda a domingo. Nesta fase de transição, são realizadas 61 rotas, através de uma frota constituída por cerca de 40 veículos, que repartem a sua atividade entre o período da manhã e da tarde.

Através da análise dos dados das entregas referentes ao período de um mês, propôs-se desenvolver um modelo exato, que traduza o objetivo global de colocar os produtos certos, na quantidade requerida, à hora exata e no local definido. Tratando-se de uma indústria extremamente concorrencial, esta proposição ganha ainda mais destaque, olhando-se para a obrigatoriedade de contrabalançar a exigência do serviço ao cliente com a otimização de recursos.

A consistência é a principal característica atribuída ao modelo desenvolvido, porém não foi esquecida a versatilidade, para que se consiga aplicar às mais variadas situações e, a robustez, fundamental para que através de uma simulação do cenário real, seja possível produzir resultados fiáveis, nunca esquecendo como principal objetivo o desenvolvimento de um modelo para aplicações práticas no quotidiano da empresa.

Relativamente à validação dos resultados obtidos, será realizada por comparação com o comportamento do sistema atualmente implementado. Toda a fase de codificação das respetivas formulações matemáticas, foi realizada em linguagem OPL através de um *commercial solver*, denominado Ilog Cplex 12.10.

1.2. Estrutura da dissertação

A presente dissertação encontra-se dividida em 7 capítulos, em que no seguimento deste será apresentada toda a revisão de literatura que sustentou o trabalho, com destaque para as variantes do problema VRP com janelas temporais e frota heterogénea. No capítulo 3, foi realizado um enquadramento da empresa, através da apresentação do caso de estudo, no qual é também caracterizada pormenorizadamente toda a situação atual. Em continuidade, no capítulo 4 será apresentada a formulação matemática do modelo desenvolvido e os seus respetivos parâmetros e variáveis. A metodologia de transição da secção 4 para métodos exatos e respetivas adaptações ao caso de estudo real expõem-se no capítulo 5. Quanto à apresentação dos resultados obtidos será realizada no capítulo 6, assim como, a própria validação do modelo. Por último, no capítulo 7 são abordadas as conclusões e os possíveis trabalhos futuros.

2. REVISÃO DE LITERATURA

2.1. Logística

Para quase todas as organizações, em qualquer que seja o setor da economia, a monitorização do fluxo de informação e de bens desde a sua origem até à chegada ao consumidor final, revela-se crucial em toda a sua operação (Costa et al., 2015). Tendo em conta o mercado cada vez mais concorrencial, a procura por processos eficientes que satisfaçam as especificações dos agentes, assume-se primordial, sendo por isso, proveitoso à prosperidade da empresa, analisar e redefinir métodos de ação que visem a eliminação de tudo o que não lhe acrescente valor.

De interesse operacional e estratégico, a logística é protagonista. Entendida como parte do processo da cadeia de abastecimento que planeia, implementa e controla, de forma ativa e eficaz, os fluxos direto e inverso, relativos ao armazenamento dos produtos, serviços e informação, de ponto a ponto, com o objetivo de atender as necessidades do cliente. Na ótica de Carvalho (2002), pode ser dividida em dois tipos de atividades: principais e secundárias. As primeiras incluem os transportes, manutenção de stocks e processamento de pedidos, por outro lado, as segundas compreendem operações que vão desde o armazenamento, ao manuseamento de materiais, embalagem, compras, programação de produtos e sistemas de informação.

A logística constitui, assim, uma espécie de fio condutor, ainda que muitas vezes subvalorizado, que concilia os diferentes elos da cadeia – internos e externos – ajudando à sincronização e integração, bem como, possibilita a melhoria das organizações, e consequentemente, da economia (Moura, 2006).

A gestão de todo este processo é notória, sendo o consumidor gradativamente exigente em relação à qualidade dos produtos requeridos, ao tempo de produção, aos prazos de entrega e ao conjunto de inovações tecnológicas incorporadas em cada novo produto. Como solução, esta recorre a três receitas: estratégicas, táticas e operacionais. O planeamento estratégico determina o número e a localização de um conjunto de instalações, sejam fábricas, armazéns, sejam centros de distribuição, minimizando custos de uma dada procura e mantendo um elevado nível de serviço. Já taticamente, é necessário tomar decisões relativas à dimensão da frota e ao *mix* de produtos a colocar em cada entidade. A nível operacional potencia-se a gestão do quotidiano da organização com a determinação das rotas de distribuição.

No caso da indústria farmacêutica, nas últimas duas décadas, os clientes têm vindo a alterar o seu comportamento, evidenciado o apressamento pela compra em menores volumes, mais frequentemente e com um tempo de resposta mais curto. Os grossistas para se conseguirem ajustar a estas mudanças, sem penalizar, contudo, o seu nível de serviço, vêm-se forçados a aumentar o seu inventário ou inclusive a reestruturar a própria cadeia de abastecimento na procura incessante por um equilíbrio entre custos e serviços prestados. Recaindo na distribuição, esta atitude obriga ao aumento da frequência de entregas e à maior atenção de serviço, especialmente quando existe uma forte concorrência (Martins, 2014).

Neste sentido, a competência operacional dos recursos envolvidos é crítica, sendo a linha que separa o lucro das possíveis perdas, deveras fina.

2.2. Problema de Planeamento de Rotas

Na medida em que o desempenho logístico, resulta de uma complexa combinação de fatores físicos, humanos e organizacionais, com especificidades próprias de cada organização, a vantagem competitiva que este pode proporcionar é, em geral, baseada em tomadas de decisão quanto ao nível de serviço, tipo de transporte e rota de distribuição (Costa et al., 2015).

O planeamento das rotas de distribuição, tipicamente apelidado de *Vehicle Routing Problem* (VRP) é um problema de natureza combinatoria pertencente à classe *NP-Hard*, que envolve o planeamento de rotas para uma frota de veículos que fornece um conjunto de clientes, tendo em consideração determinadas restrições. O VRP centra-se na distribuição presencial de produtos e serviços, considerando o carácter das mercadorias transportadas, da qualidade prestada e das características dos clientes e veículos (Baldacci et al., 2012).

Dantzig & Ramser (1959) foram os primeiros a introduzir o “Truck Dispatching Problem”, determinando através de modelação como uma frota homogénea de camiões deve servir a procura de combustível de um certo número de estações de serviço (gasolineiras), partindo de instalações centrais e tendo como objetivo a minimização do total da distância percorrida. Apenas 5 anos mais tarde, Clarke & Wright (1964), generalizaram este problema para um problema de otimização linear, bastante comum no domínio da logística e dos transportes, uma vez que envolve servir um conjunto de clientes, geograficamente dispersos em redor de um armazém central, através de uma frota de veículos de capacidades variáveis.

Atualmente os modelos VRP, encontram-se dispares dos introduzidos pelos já referenciados autores, existindo uma tendência crescente em incorporar restrições que associem os modelos teóricos a situações reais. A variação dos tempos de viagem (com base

no comportamento do trânsito), as janelas temporais tanto para recolha como para entrega, a multiplicidade da frota, entre outros inputs que alteram os cenários dinamicamente ao longo do tempo constituem uma resposta pragmática, no entanto, intrincada, aumentando a complexidade do modelo.

Heurísticas e meta heurísticas são as abordagens que melhor se enquadram em aplicações práticas, uma vez que este tipo de problemas é consideravelmente de maiores dimensões. A aplicação de algoritmos exatos é apenas válida para casos de pequena dimensão. O estudo do VRP tem sido assim, a alavanca para grandes desenvolvimentos nas áreas deste tipo de algoritmos, tanto exatos como heurísticas (Laporte, 2009).

Em Braekers et al.(2016) analisou-se a tendência da tomada de decisão entre as diferentes metodologias para a resolução VRP, com base em mais de 300 artigos publicados entre 2009 e 2015. Conclui-se, tal como se pode verificar na tabela 2.1, que a aplicação de meta-heurísticas trata-se da abordagem que tem tido maior destaque na Literatura.

O desfecho de um problema básico de planeamento de rotas de veículos envolve dois elementos: a atribuição de uma viagem a todos os clientes e a sequência na qual cada um é visitado. A sua versão basilar é chamada CVRP que otimiza a entrega mediante a idealização de trajetos de visita única operado por veículos de capacidade similar provenientes do armazém central (Gendreau et al., 2008).

Este clássico VRP, tem a possibilidade de ser estendido em diferentes formas. Através da variação das capacidades dos veículos, o problema evolui para o *Heterogeneous Fleet VRP* (HFVRP), também conhecido por *Mixed Fleet VRP*. Por adição de arcos temporais é apresentado o VRP *with Time Windows* (VRPTW), declarando que as entregas devem ocorrer num intervalo de tempo que altera de cliente para cliente. Ainda é evidenciado o VRP com recolhas e entregas a qualquer momento (VRPPD), o que torna as ligações de toda a rede de distribuição muito mais complexas. Para cada pedido, é necessário uma origem e um destino com a particularidade das duas operações poderem ocorrer no mesmo local (Parragh et al., 2008). Quando apenas um único veículo é considerado, o VRPPD reduz-se a um problema de vendedor ambulante com recolha e entrega (TSPPD).

Uma outra extensão comum do CVRP clássico é o VRP com *backhauls* (VRPB), logística inversa, no qual as recolhas e entregas são combinadas numa única deslocação, no entanto, todas as solicitações de entrega precisam de ser realizadas antes do início da recolha de mercadorias nas localizações dos clientes (Pollaris et al., 2015).

Sempre que o planeamento de rotas é feito durante um determinado período, o problema denomina-se de *Periodic VRP* (PVRP), sendo este usado quando as entregas podem ser feitas em dias diferentes. Neste caso, os clientes podem ser visitados mais que uma vez, embora esse acontecimento ocorra com frequência limitada.

Tabela 2.1 Evolução da presença relativa dos vários métodos utilizados em VRP

Método Aplicado	Número de modelos	Presença Relativa							
		Geral	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Meta-heurísticas	233	71,25%	65%	63%	65%	77%	80%	80%	65%
Métodos Exatos	56	17,23%	17%	20%	26%	10%	13%	13%	19%
Heurísticas Clássicas	32	9,79%	11%	15%	15%	17%	4%	4%	10%
Métodos de Solução em Tempo Real	11	3,36%	6%	0%	6%	4%	5%	5%	0%
Simulação	7	2,14%	4%	4%	6%	0%	2%	2%	0%

2.3. Restrições comuns no planeamento de rotas

No desenvolvimento da maioria dos modelos simples VRP, admite-se que a capacidade dos veículos é traduzida por uma simples medida unidimensional, no entanto caso a verificação do modelo em aplicações reais, a abordagem é relativamente desajustada, pois a forma como os pedidos dos clientes se distribuem no compartimento de carregamento do veículo revela-se complexo ou até mesmo, irresolúvel.

Assim surgem os VRP com restrições de carregamento (L-VRP), de forma a que este seja trabalhado conjuntamente com o planeamento de rotas.

A aplicação destes modelos é limitada pela presença de restringimentos adicionais, que englobam características da frota, capacidade do veículo estipulada em termos de peso, número de itens ou volume; configuração do espaço de carga decidido pelas medidas do próprio veículo – comprimento, largura e altura – e configuração específica, que determina a sua capacidade; bem como, possibilidades de descarga que apontam amplamente para a decifração do problema.

A configuração do espaço de transporte possibilita o carregamento de forma empilhada, sendo encarada como mais uma das suas vastas restrições. Esta que se correlaciona diretamente com as características do tipo de produto transportado, quer mediante a análise das suas medidas – que determinam se um item pode ser alocado ou não ao contentor de transporte – quer pela fragilidade da mercadoria, para além das questões de orientação – fixa em relação à altura, que obriga a que os itens sejam acomodados numa exata posição para que mantenham as características originais.

Em contrapartida a carga pode envolver unidades homogéneas ou heterogéneas, sendo portanto importante avaliar a compatibilidade de pares de produtos, que implica a impossibilidade de transportar determinados objetos juntos no mesmo veículo ou compartimento. Além disso, alguns tipos de produtos carecem de um transporte em contentor ou em compartimentos adaptados. A título de exemplo, os veículos podem ser divididos em vários compartimentos, permitindo o transporte de mercadorias que não podem contactar entre si. No caso dos autotanques, essa divisão é explícita nas várias parcelas suas constituintes, impelindo a mistura dos líquidos transportados, ou o seu acumular na parte da frente do meio de transporte – devido ao movimento de massas – quando este parar.

De forma a facilitar o desenvolvimento dos modelos de otimização, parte-se do princípio de que para modelos de 2 dimensões os itens apresentam a forma retangular e para modelos de 3 dimensões, forma cúbica.

Quanto às características da frota, esta pode ser de dois tipos: homogénea ou heterogénea. Numa frota homogénea, os veículos apresentam as mesmas características, enquanto que numa frota heterogénea, os veículos podem diferir em termos de capacidade, espaço de carga ou outras características relevantes.

A disposição no interior do veículo pode ser condicionada por restrições de posicionamento – absolutas e relativas – como aliás estudado em Bortfeldt & Wäscher (2013). As restrições absolutas referem-se a um local dentro do veículo onde os itens podem ou não ser armazenados. Restrições relativas, permitem ou restringem o posicionamento da carga em relação às posições de outras. Em situações de múltiplos destinos, um veículo possui vários pontos de entrega numa única viagem, essas situações exigem um carregamento baseado na sequência de entrega, que pode ser visto como uma combinação de restrições relativas e absolutas.

O carregamento baseado numa sequência tem de garantir que nenhuma mercadoria seja colocada de forma a bloquear a remoção dos itens a serem entregues mais cedo na rota. Essa restrição é comumente usada em modelos VRP's e às vezes é referida como uma restrição de *Last In First Out* (LIFO). É importante notar, porém, que somente quando uma única dimensão é considerada, é realmente aplicado o LIFO, já que num problema bidimensional ou tridimensional os itens podem ser colocados um ao lado do outro.

As limitações legais no tempo de condução especificam o tempo máximo que um motorista pode trabalhar, bem como a duração e a frequência mínima de pausas durante o turno de trabalho. O código da estrada, e todas as regras que este implica, condicionam o transporte e, portanto, influenciam a solução do VRP.

A rota de transporte pode ocorrer com o intuito de recolha, entrega ou ambos. Entregas divididas, geralmente não são permitidos, o que implica que cada cliente seja

visitado apenas uma vez discriminada pelo arco de tempo seu preferencial. Essas janelas temporais podem ser rígidas ou suaves. Janelas de horário flexíveis permitem que as entregas possam ocorrer fora do período planeado, enquanto que as janelas de horário rígido, não permitem a entrega fora de horas e, obriga a que nesses casos, a empresa de transporte incorra num custo de penalização por incumprimento do serviço contratualizado. Como já mencionado, quando janelas de tempo são especificadas, o problema é chamado de VRP com janelas de tempo (VRPTW).

Como é apenas feita uma visita e por um único veículo todos os itens necessitam de ser enviados no mesmo meio transporte que não pode exceder a capacidade máxima. Os limites de peso são um recurso padrão nos VRP's e, pode ser uma restrição importante no transporte de carga pesada.

Quando é permitido que a carga seja colocada uma sobre a outra, os itens podem ser danificados pela pressão realizada pelos que se encontram acima deles. Restrições de empilhamento (também denominadas restrições de resistência à carga ou fragilidade) impedem que isso aconteça. A resistência à carga de um item é a pressão máxima que pode ser aplicada sobre ele antes que ocorram danos. Itens frágeis podem ser definidos como itens que não suportam a pressão realizada por outros, indicando que nenhuma mercadoria possa ser colocada sobre esse. Alguns modelos da literatura, permitem que itens frágeis sejam colocados sobre outros itens, mas proibem que itens não frágeis possam ser colocados sobre os frágeis.

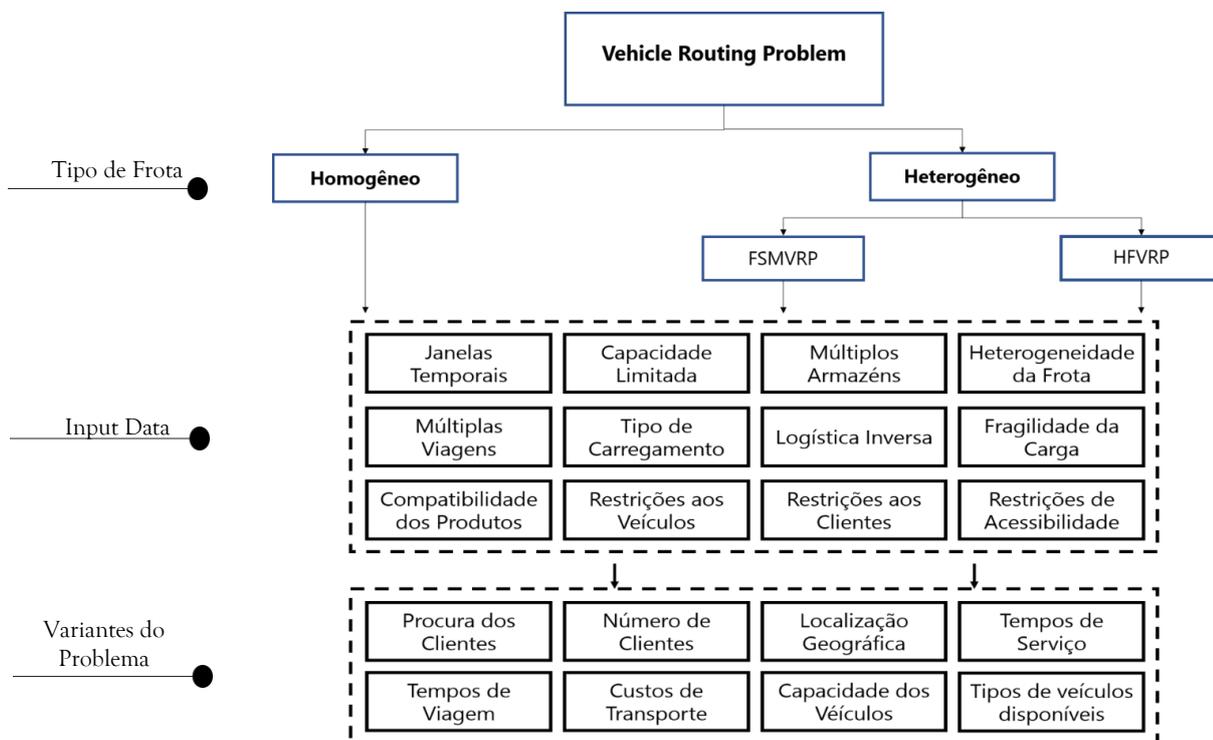


Figura 2.1 Quadro resumo VRP

2.4. CVRP

Tal como já referido, O CVRP é um dos problemas mais gerais no planeamento de rotas de distribuição, muitas das vezes sem que seja feita qualquer distinção entre VRP e CVRP, dada a sua semelhança. Consiste no planeamento de rotas para um dado número de veículos homogêneos de forma a servir todos os clientes mesmo que com algumas restrições. Assim, cada rota é refém de começar e acabar no centro de distribuição, a capacidade do veículo deve ser sempre respeitada, cada cliente deve ser visitado exatamente uma vez e o tempo da deslocação não pode exceder o tempo limite disponível. (Ai & Kachitvichyanukul, 2009).

O objetivo do CVRP é fornecer a cada veículo uma sequência de entregas de modo a que todos os clientes sejam servidos e os custos de transporte dos veículos sejam minimizados (Lee et al., 2010).

Em termos teóricos, o CVRP pode ser descrito da seguinte forma: Seja $G = (V, E)$ um polígono fechado, onde V é o conjunto de $n+1$ vértices $V = [v_0, v_1, \dots, v_n]$, correspondendo v_0 ao armazém e os (v_1, v_2, \dots, v_n) aos clientes. E representa o conjunto de arestas do polígono. A cada extremo $[i, j] \in E$ é associado um custo não negativo $d_{i,j}$. Cada cliente $i \in V$, requer o fornecimento de q_i unidades de mercadorias a serem transportadas desde o armazém 0. Um conjunto de m veículos idênticos de capacidade Q , encontram-se no armazém e devem ser usados para o fornecimento dos clientes. Uma rota é definida como o ciclo de menor custo $R=(0, i_1, \dots, i_h, 0)$ pertencente ao polígono G , sendo obrigada a iniciar e a terminar no armazém e garantir que a procura total dos clientes que irá abastecer na rota, não pode ultrapassar a capacidade máxima do veículo. O custo $c(R)$ da rota, é igual ao custo da solução de um problema típico de vendedor ambulante (TSP), definido por um conjunto R de vértices.

Por objetivo, o CVRP desenha m rotas de mínimo custo, uma para cada veículo, garantindo que cada cliente é visitado somente uma vez. (Toth & Vigo, 2002)

Várias formulações foram propostas para solucionar o CVRP, no entanto, nem todas foram usadas para derivar algoritmos exatos. Atualmente os métodos exatos mais bem-sucedidos, são baseados na formulação *two-index flow*, *two-commodity flow* e *set partitioning*.

Dentro da categoria de modelos CVRP, esta pode ser de dois tipos: carregamento bidimensional CVRP (2L-CVRP) ou carregamento tridimensional (3L-CVRP).

No CVRP de carregamento bidimensional (2L-CVRP), as solicitações dos clientes e as próprias medições dos veículos são expressas em duas dimensões. A Largura e o Comprimento são geralmente tidos em consideração, enquanto a altura não entra na

análise. Em aplicações da vida real, esse problema surge na logística de distribuição quando os pedidos dos clientes são carregados em paletes que não podem ser empilhadas umas sobre as outras por causa do seu peso, fragilidade, forma (Strodl et al., 2010) ou outras características já definidas neste documento. Os veículos têm uma determinada capacidade de peso e uma área de carregamento retangular que pode ser acedida apenas por um lado (assume-se que os veículos são carregados pela porta traseira). Exemplos de aplicações deste método podem ser encontrados na distribuição de grandes mercadorias, como utensílios de cozinha, maquinaria de grandes dimensões ou itens frágeis, como a porcelana (Iori et al., 2007). Quando a altura não é considerada, restrições de empilhamento e estabilidade vertical não são aplicáveis.

Para uma variante estocástica do 2L-CVRP, onde o tamanho e o peso de alguns itens não são conhecidos quando o planeamento de rotas é realizado, um outro método foi proposto por Côté et al. (2013). Estes autores mostram que o seu método também pode ser aplicado para resolver o 2L-CVRP abordado em Iori et al. (2007). Os resultados indicam que o algoritmo introduzido em Côté et al. (2013) é o método exato atual de ponta para a solução do 2L-CVRP estudado em Iori et al. (2007), podendo solucionar instâncias de otimização com até 71 clientes e 226 itens. A pesquisa realizada, também permitiu concluir que um maior número de autores propõe heurísticas para o 2L-CVRP, no entanto com variantes ligeiramente diferentes, obtidas removendo ou substituindo algumas das restrições do problema. Entre as variantes mais importantes, destaca-se o problema em que as restrições LIFO são removidas (*The unrestricted 2L-CVRP*).

Sob outra perspetiva, o problema de planeamento de rotas de veículos com capacidade limitada para carregamento tridimensional (3L-CVRP) é um problema altamente complexo que combina o problema tridimensional de empacotamento de caixas, 3BPP, com o planeamento de rotas. O problema foi introduzido em Gendreau et al. (2006) e solicita a determinação dos percursos percorridos por uma frota de veículos homogénea para entrega de itens aos clientes, minimizando o custo total da viagem. Os itens consistem em caixas retangulares de tamanho e peso especificados e devem ser carregados de maneira viável dentro dos veículos antes de serem enviados.

O Problema Tridimensional de Empacotamento de Caixas (3BPP) é uma extensão do Problema de Empacotamento Tradicional, no entanto os modelos desenvolvidos direcionam-se para objetos sólidos tridimensionais. Os problemas de embalamento têm várias aplicações no mundo real em áreas como carregamento de contentores, armazenamento de mercadorias e o corte de objetos em pedaços de forma otimizada. O 3BPP exige empacotar um determinado conjunto de produtos retangulares tridimensionais no

número mínimo de caixas retangulares tridimensionais, garantindo que os itens fiquem completamente contidos nas caixas.

Alguns primeiros documentos que combinam empacotamento com planeamento de rotas de entregas foram apresentados muito recentemente, como o caso de Tricoire et al.(2011), que estudaram a entrega de aglomerados de madeira. Os painéis de aglomerado tiveram que ser colocados em três estacas diferentes contidas em veículos particulares, onde a abertura para as operações de carregamento / descarregamento foi colocada de um dos lados. O problema acabou por ser resolvido por um algoritmo ACO, seguido de TS.

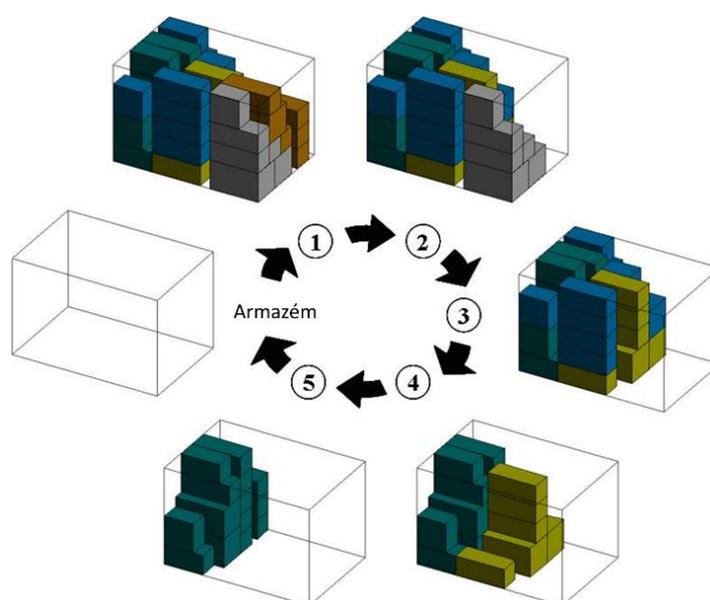


Figura 2.2 Representação de um problema 31-CVRP

2.5. VRPTW

No seguimento da descrição do CVRP, apresenta-se outro problema, uma importante variação do VRP, que estará também na base do desenvolvimento deste trabalho. Trata-se do VRPTW, em que se pretende que cada cliente seja visitado num determinado horário ou intervalo de tempo (Solomon, 1987). Esta restrição começou a ser imposta pelos clientes que exigiam prazos limites de entrega. Desta forma, o VRPTW além de incorporar a restrição de capacidade, considera o intervalo de tempo em que o cliente deve ser atendido. Assim, um veículo pode chegar antes da abertura da janela de tempo e não ser recebido e, no sentido oposto, chegadas posteriores ao fecho da janela de tempo também não são permitidas.

Neste caso, a cada vértice i , pertencente a V , é associada uma procura q_i e uma janela temporal $[e_i; l_i]$, em que e_i e l_i , representam o limite inferior e limite superior para visitar o vértice i . Na maioria dos casos, admite-se que a janela temporal é rígida. A cada aresta (i, j) , pertencente a A , é associado um custo de viagem d_{ij} e um tempo de viagem $t_{ij} > 0$, onde t_{ij} inclui o tempo de serviço necessário no vértice i .

O objetivo do problema, trata-se do desenvolvimento do conjunto de rotas de mínimo custo, que visitem todos os clientes, cumprindo com as respetivas janelas temporais e regressem ao armazém, tendo também em consideração a minimização dos tempos de transporte, respeitando as seguintes restrições (Baldacci et al., 2012):

- A procura total dos clientes visitados não pode exceder a capacidade Q máxima do veículo;
- O veículo sai do armazém 0 a e_0 , visita todos os clientes previstos, cumprindo as janelas temporais, e regressa ao armazém antes de l_0 , em que $[e_0; l_0]$ trata-se do horário de funcionamento do armazém;
- Se um veículo chegar a $i \in V(R)$, antes de e_i , o serviço é atrasado até ser atingido e_i ;
- Estes tipos de restrições são responsáveis por um significativo aumento na complexidade do problema. Deve ser ainda referido que os mais recentes problemas VRPTW, têm também em consideração *Release Dates*, que é um conceito que foi recentemente introduzido por Cattaruzza et al.(2016). Esta restrição está intimamente relacionada com os problemas VRPTW, uma vez que alteram drasticamente os limites das variáveis, controlando o início de cada janela temporal.

Para o VRPTW, algumas das soluções apresentadas na literatura, baseiam-se em meta-heurísticas que envolvem Pesquisa Tabu (TS), uma vez que está provado que esta se trata da abordagem mais eficiente.

Em Jiang et al.(2014), foi implementado um algoritmo TS em 2 fases, para abordar um problema que considera janelas temporais e uma frota heterogénea. Na 1ª fase, é definida a ordenação em que o conjunto de clientes é visitado e o conjunto de veículos é utilizado. Os critérios de ordenação dos clientes podem ser de 4 tipos: escolha pelo cliente que está despachado mais cedo; o cliente que tem uma janela temporal mais apertada é o próximo servido, maior distância ao armazém ou pelo cliente que se caracteriza pela maior procura. Relativamente à escolha dos veículos a serem utilizados podem ser aplicadas 3 regras: uma seleção com base no maior valor de capacidade; menor nível de capacidade ou

aplicação do *Greedy insertion rule*, a qual representa uma heurística de inserção que permite determinar qual o melhor modelo de veículo a utilizar caso apenas se pudesse utilizar um único tipo para todo o modelo, que permite concluir qual o tipo de veículo a dar prioridade de utilização.

Depois de concluir a primeira fase, entra-se na fase 2, que envolve o pós processamento da solução inicial através de duas metodologias: *MultiTransfer*, na qual parte da rota é transferida para outra mais pequena que, numa primeira instância, se encontra vazia, sem aplicar qualquer alteração aos pedidos dos clientes; *Split*, em que uma rota é dividida em 2 rotas mais pequenas, e são colocadas em rotas vazias. Mais uma vez, a procura dos clientes permanece sem alterações.

A existência de uma janela temporal associada a cada cliente determina um intervalo de tempo no qual o veículo tem de iniciar e acabar o serviço (Brandão de Oliveira & Vasconcelos, 2008). Um veículo pode chegar mais cedo do que o previsto, mas tem de aguardar até que abra a janela temporal de forma a poder servir o cliente.

Existem diferentes tipos de VRPTW, os flexíveis e os inflexíveis. Os primeiros permitem ao veículo chegar adiantado ou atrasado a um cliente, com uma consequente penalização na função objetivo, é o caso em (Taillard et al., 1997), em que foi proposta uma heurística de TS para um problema VRP com janelas temporais flexíveis. Neste exemplo, é permitido aos veículos chegarem atrasados às localizações dos clientes, no entanto, é considerada uma penalização na função objetivo. Posteriormente a heurística de pesquisa Tabu foi aplicada a cada solução e as rotas resultantes são armazenadas numa memória adaptada, a qual será mais tarde utilizada para construir novas soluções. Por fim, a esta memória, uma nova otimização é aplicada a cada rota individualmente. Esta metodologia produziu uma das soluções mais conhecidas na literatura VRPTW. Apesar da existência de exemplos bem-sucedidos, na maioria dos casos, a literatura foca-se em estudar os VRPTW inflexíveis, onde um veículo não pode chegar atrasado a um cliente, no entanto, é permitido ao veículo chegar antes do tempo, adicionando o tempo de espera ao tempo total da rota.

Assim, a existência de uma janela temporal, revela-se um indicador associado a cada cliente que determina o momento em que um veículo deve iniciar e acabar o serviço (Brandão de Oliveira & Vasconcelos, 2008). Poderá ser permitido que este chegue prematuramente ou tardiamente ao horário previsto, no entanto, de forma a que não ocorra qualquer penalização na função objetivo, cada cliente deverá ser servido dentro do período definido.

2.6. HVRP

A literatura referente à categoria heterogénea do VRP, pode classificar o problema em 2 grandes grupos, o primeiro estuda o VRP de frota heterogénea (HFVRP) e o segundo envolve o estudo do dimensionamento da frota, considerando veículos de vários tipos (FSMVRP). Em ambos, continuam a ser consideradas as variantes que envolvem janelas temporais, entregas repartidas, restrição de capacidade, para que haja uma melhor aproximação dos modelos a casos reais. No entanto, enquanto o FSMVRP é caracterizado por um número ilimitado de veículos, o HFVRP é o oposto.

Nestes problemas, o conjunto de clientes é dado por $N=\{1, \dots, n\}$, em que c_{ij}^h representa o custo da viagem percorrida no arco $(i,j) \in A$, a qual passa a depender não só da distância percorrida mas do tipo de veículo h que a realiza. Posteriormente, f_{ij}^h , diz respeito à quantidade transportada para o arco $(i,j) \in A$, por um veículo do tipo h e a variável binária x_{ij}^h deve ser igual a 1, meramente apenas quando o veículo do tipo $h \in H$ realiza a viagem para o arco $(i,j) \in A$ (Koç et al., 2016).

Nestes problemas, a solução final tem como objetivo minimizar tanto a soma dos custos fixos dos veículos, como os custos da distância total percorrida, tendo em consideração as seguintes restrições:

- Cada cliente é visitado exatamente uma vez;
- Para além de um cliente ser visitado apenas uma vez, caso seja visitado; tem de se garantir que o veículo que o visita também parta desse nodo;
- O número máximo de veículos de cada tipo é limitado, exceto para o caso dos problemas FSMVRP em que não se restringe a quantidade de veículos disponíveis de cada tipo;
- Por último, restrições de integridade e não negatividade são assumidas.

Em termos de metodologias para atacar este problema, no caso de Dullaert et al. (2002) foi apresentada uma heurística de inserção sequencial, a qual se inicia com o desenho das rotas para o modelo mais pequeno da frota. O desenho pode iniciar-se pelo cliente que se encontra mais longe do armazém, ou pelo cliente que pretende receber mais cedo os seus pedidos (tem a janela temporal mais cedo). Depois do critério de iniciação ser aplicado, a heurística de inserção sequencial trata de decidir entre os nodos não inseridos, considerando aqueles que são adjacentes, qual deles é que representa menores custos caso seja adicionado à rota. Deve ser tida em conta tanto a distância adicional que será percorrida com um novo

nodo, como o tempo extra necessário para satisfazer o nodo adicionado e também os custos adicionais para a frota que essa adição trará. Assim, esta é uma heurística que pretende minimizar o peso médio da distância adicional, e o tempo necessário para incluir um novo cliente na rota, tendo em consideração o efeito nos custos da frota. Os gastos com os diferentes tipos de veículos da frota, também são considerados.

Uma abordagem diferente, foi descrita em Baldacci et al. (2008), em que para além do desenho de rotas para abastecer os diferentes clientes, também se focou no dimensionamento da própria frota. Tanto os custos fixos como os custos variáveis para cada tipo de veículo são tidos em consideração na modelação do problema. Quanto ao número máximo de veículos disponíveis para cada modelo, este é restringido pela garantia de que a capacidade do veículo nunca é excedida e pela restrição de fluxo de produtos a qual especifica que a diferença de quantidade de bens que um veículo transporta antes e depois de visitar o cliente deve ser exatamente igual à procura desse mesmo cliente. A partir destas restrições, o autor recorreu a uma extensão do modelo SP (*Set Partitioning*), que atribui uma variável binária a cada rota e acrescenta que cada cliente deve ser associado a exatamente uma e que no máximo m_k rotas devem ser selecionadas para um determinado tipo de veículo k .

Para problemas HVRP, a literatura apresenta algoritmos heurísticos e meta heurísticos, de forma a poder lidar com a sua complexidade, uma vez que pertencem à categoria *NP-Hard*. Os algoritmos exatos ainda não estão muito estudados nesta área, pois mesmo que estes permitam chegar a uma solução de elevada qualidade, o facto de exigirem demasiado tempo para resolver problemas de larga escala, é algo que se revela como um obstáculo.

Apesar de na literatura, os algoritmos serem apresentados com diferentes nomes e siglas, o seu método de resolução envolve sempre duas fases: construção da solução inicial e de seguida, aplica-se uma melhoria a essa solução. A fase mais importante é a primeira, pois a construção de uma boa solução inicial permite que haja maiores probabilidades de atingir um melhor resultado final. (Soonpracha et al., 2014)

2.7. ConVRP

O problema ConVRP foi introduzido por Groër et al. (2009), como uma variante do VRP em que se garante que os clientes são sempre visitados pelo mesmo motorista e na mesma altura do dia (Junqueira et al., 2010). Este problema foi introduzido devido à importância de fornecer um elevado serviço ao cliente na distribuição de embalagens pequenas. Tal como referido em Lespay & Suchan (2019), neste tipo de indústria, privilegia-se oferecer o mesmo nível de serviço para um grupo alargado de clientes, do que gerar

familiarização com uma única zona geográfica, ainda mais por ser um tipo de distribuição caracterizada por tempos de serviço baixos e constantes. Ainda em Lespay & Suchan (2019), relaciona-se a consistência de um serviço com a satisfação do cliente, em que é alertado que com o crescimento dos mercados surge a necessidade de balancear o desenho de rotas de baixo custo com um tipo de planeamento de rotas de alta qualidade que privilegia a satisfação do cliente final. Esta satisfação relacionada com a consistência do serviço depende de 3 fatores: período de entrega, pessoa que entrega e quantidade entregue. O período de entrega refere-se à capacidade de visitar um cliente sempre na mesma altura do dia, a pessoa que entrega diz respeito ao facto de ser sempre o mesmo motorista a realizar a entrega e, por último, a quantidade entregue, envolve a baixa variabilidade da quantidade necessária a ser entregue no cliente final.

Em Wong (2008), afirma-se que do ponto de vista das empresas de distribuição, ter rotas consistentes melhora também a satisfação dos motoristas e a sua própria produtividade, uma vez que estes acabam por ganhar conhecimentos relativos ao território que percorrem e, acima de tudo, aos próprios procedimentos que o cliente final assume no momento da entrega, melhorando-se a relação informal motorista-cliente. Este nível de conhecimento, permite ainda atingir melhorias ao nível da distribuição, no sentido de se superarem dificuldades resultantes de incidentes no trânsito ou junto dos consumidores.

Desta forma, as empresas têm de decidir entre desenhar rotas de mínimo custo, as quais variam em função da minimização dos custos, ou rotas de maior custo, nas quais se considera consistência. Em Wong (2008), afirma-se que a maior distância total no desenho de rotas, obtida por se privilegiar a consistência do serviço é mais que compensado por uma melhor satisfação dos clientes e motoristas, e a própria produtividade destes, é melhorada.

Embora o Período de entrega seja um fator de consistência em ConVRP, existem casos como em Den Ridder (2014), em que não são impostas restrições de janelas temporais, uma vez que a regularidade obtida pela consistência, é suficiente para garantir que determinados clientes sejam visitados em determinados intervalos de tempo. Assim, se um cliente A recebe a sua encomenda antes de B num determinado dia, o algoritmo irá garantir que o cliente B nunca vai receber a sua encomenda antes de A em qualquer um dos dias.

Para Den Ridder (2014), aplicou-se o algoritmo ConVRP RTR que tem por base a complementação entre o algoritmo desenvolvido por Groër et al. (2009) que aplica a metodologia *Record to Recod* apresentado por Li et al.(2005) e o modificado algoritmo de Clark & Wright com um parâmetro λ .

Este artigo fala do ConVRP aplicado a diferentes dias, no qual os clientes precisam sempre de ser visitados às mesmas horas do dia, sem aplicar restrições de janelas temporais. Este tipo de problemas pode ser resolvido recorrendo a um programa MIP, no

entanto, este tipo de programas apenas pode ser utilizado para resolver pequenas instâncias,

$$S_{ab} = d_{a0} + d_{0b} - \lambda \cdot d_{ab}$$

pois para problemas mais extensos o tempo de computação é extremamente grande. Este algoritmo acaba por partir o grupo em 2. Clientes que são visitados mais que 1 dia são colocados no grupo G1, enquanto que todos os outros clientes são colocados em G2. De seguida formula-se o *template* de rotas para os elementos do G1, o qual é reajustado constantemente em função dos clientes do grupo G2 que devem ser visitados num determinado dia. Para decidir se um determinado nodo do grupo G2 deve ou não ser introduzido no grupo G1, deve ser aplicado o algoritmo das Poupanças de *Clark*, a seguir apresentado:

- d_{ab} é a distância entre o consumidor a e b
- d_{a0} é a distância entre a e o armazém
- o λ é o parâmetro de forma da rota

Este valor é tanto maior quando mais os clientes se encontram afastados do armazém ou quando a distância entre os dois consumidores é pequena. Quanto mais pequeno é o valor do lambda, maior será influência da distância entre os consumidores e para o armazém na expressão das Poupanças. Assim, conclui-se que compensa mais ligar dois consumidores que se encontram afastados do armazém, mesmo que a distância entre eles seja pequena. Caso o parâmetro lambda seja maior, compensa mais ligar dois consumidores que estão próximos um do outro, mesmo que estejam junto ao armazém.

Sempre que um cliente deve ser adicionado, o autor calcula as Poupanças para cada cliente e para cada posição da rota

Para chegar à solução final, os critérios clássicos de VRP são aplicados, juntamente com o facto de que caso um cliente seja visitado mais que uma vez por dia, tem de ser visitado sempre pelo mesmo motorista e no mesmo período do dia.

A metodologia deste artigo recorre ao princípio da precedência para obter soluções consistentes, no entanto, não minimiza a diferença dos tempos de chegada. Mesmo assim, pelo facto de a função objetivo definir a minimização do tempo total da viagem, os veículos nunca irão esperar ou perder tempo nos vários nodos. Isto pode ser bastante vantajoso nas situações em que os motoristas são remunerados ao dia e não à hora.

Dando outra perspectiva, o Lespay & Suchan (2019) considera a variante do ConVRP em que são incorporadas janelas temporais. Na mesma ótica, foi proposta uma heurística eficiente baseada em Nagata & Bräysy (2009), que tem como objetivo reduzir o número de veículos utilizados, através de rotas consistentes, afetadas por uma grande

variabilidade da procura dos produtos pedidos. Esta heurística é composta por 2 passos. O 1º passo é baseado numa heurística de inserção *One-period*, a qual é de inserção sequencial e, por isso, tem baixa complexidade e tende a gerar soluções de baixo número de veículos. No 2º passo, desenvolveu-se uma heurística focada na otimização do número de rotas que advêm do 1º passo, através da aplicação sequencial do *intra-route 2-opt* e *inter-route relocation*. Por último, no sentido de avaliar a solução proposta de ConVRPTW no contexto da vida real, foi analisada a qualidade da associação do cliente com motorista gerado pelo algoritmo, com base no histórico da operação diária de distribuição, restringido pela variabilidade da procura.

Para a resolução do problema foi considerado que os clientes são visitados por um conjunto de veículos pertencentes a uma rota homogénea, os quais partem do armazém não antes que E , início do horário laboral, e regressam nunca depois de L , fecho do armazém. As entregas repartidas não devem ser consideradas, devido às restrições da consistência do serviço que é considerada. Para a definição destas restrições de consistência é assumido que a cada cliente é associado um veículo K , ao longo de todo o horizonte temporal. Quanto à consistência do tempo é garantida respeitando as janelas temporais dos clientes.

Para implementar as restrições relativas às janelas temporais, trata-se de garantir que os veículos têm de chegar dentro do intervalo definido para cada cliente, sendo que aqueles que apresentam procura 0, não são visitados.

2.8. Conclusão

Após revisão de literatura referente às diferentes perspetivas e abordagens ao problema de planeamento de rotas, determinou-se quais as metodologias que poderão surtir melhores resultados perante o problema em questão. À priori, na base do trabalho desenvolvido nesta dissertação encontra-se um problema típico de VRP com janelas temporais rígidas (VRPTW) servido através de uma frota Heterogénea, a qual além de apresentar diferentes tipos de veículos, com capacidades distintas, caracteriza-se por um número de unidades limitadas.

No que diz respeito às características da distribuição, cada cliente apenas é visitado uma vez durante uma rota e a sua procura tem de ser obrigatoriamente satisfeita, não sendo permitidas entregas repartidas. Em concordância com a generalidade dos problemas VRP apresentados neste capítulo, a carga transportada não poderá superiorizar-se à capacidade dos veículos.

Cada rota deverá iniciar-se e terminar no centro de distribuição, dentro do horário de funcionamento deste, em que o horário de saída do veículo (*Release Date*) deverá

respeitar as janelas temporais da sequência de clientes a abastecer. Assim, uma vez que a cada circuito será associado uma sequência de visitas, o próprio carregamento de veículo deverá ser realizado de acordo com a restrição *Last In First Out*, garantindo que nenhuma mercadoria seja colocada de forma a bloquear a remoção dos itens a serem entregues mais cedo na rota. Relativamente à acomodação, será permitido o empilhamento de carga, uma vez que os itens retratados não são do tipo frágil.

Tal como referido neste capítulo, qualquer sistema de distribuição é desafiado pela incerteza, o que torna o planeamento e a execução ainda mais complexa. Esta ambiguidade provém de diversas fontes, tais como, a procura, os tempos de serviço e a localização dos clientes.

De forma a minimizar o seu impacto num sistema de distribuição, existem dois modelos que podem ser usados: Rotas flexíveis, as quais são desenhadas de forma dinâmica, baseando-se nas encomendas daquele momento que têm de ser entregues ou Rotas consistentes, onde o conjunto de clientes que devem ser servidos por rota, são definidos à priori. A primeira opção, em termos teóricos pode levar a um melhor dimensionamento da frota e a rotas mais otimizadas, no entanto, ignora o facto das ordens de encomenda no tipo de distribuição em questão, por vezes, serem conhecidas apenas a poucas horas do início da rota. Por outro lado, o uso de rotas consistentes aumenta a familiarização do motorista com os seus próprios meios de atuação, o que acaba por melhorar a sua própria competência. Além disto, esta consistência permite ainda, uma mais fácil e estável forma de gerir o planeamento das entregas e desbloqueia a possibilidade de entregar aos clientes, aproximadamente nas mesmas alturas do dia.

Assim, o planeamento será desenvolvido para um período semanal, servindo-se de rotas constantes, pois para além dos argumentos acima mencionados, o tipo de distribuição abordada neste trabalho é caracterizado por uma baixa variabilidade da procura, não existindo a necessidade de desenhar circuitos em tempo real ou considerar um maior intervalo temporal.

Assim, tendo em consideração as características deste trabalho conclui-se que se trata de um problema típico VRPTW de frota heterogénea e rotas constantes.

Relativamente ao método aplicado, apesar da literatura dar uma grande ênfase a heurísticas e meta heurísticas para a resolução deste tipo de problemas, devido à sua complexidade, neste trabalho será aplicado um método exato, pois mesmo considerando um esforço computacional elevado, uma vez que a resolução do problema, em termos práticos, apenas terá de ser realizada uma vez, dada a consistência das características do problema, através de um método exato, os resultados obtidos têm um maior impacto na operação de uma empresa de distribuição, objetivo primordial desta dissertação.

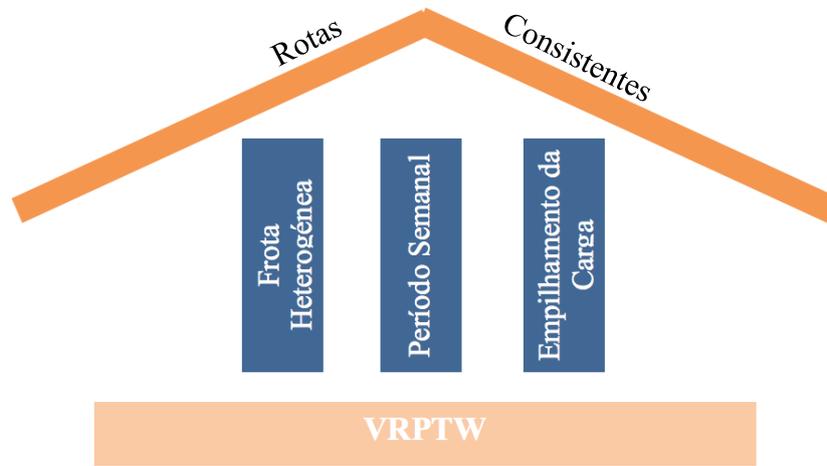


Figura 2.3 Ilustração dos pontos principais do problema abordado

3. CASO DE ESTUDO

3.1. A empresa e seu contexto

O trabalho foi realizado com base no entendimento e interpretação da operação de um grossista farmacêutico da região centro cujo objetivo era determinar o desenho e o planeamento das rotas dos seus veículos na atividade de distribuição de medicamentos às farmácias da zona de Lisboa e sul do país.

Fundada em 1974, através da Farbeira, foi em 2006 que ocorreu a fusão das 3 cooperativas, Cofarbel, Farcento e Farbeira, dando origem à Plural-Cooperativa Farmacêutica C.R.L, responsável por aprovisionar, armazenar e distribuir medicamentos, no mais curto espaço de tempo. Para além da distribuição de medicamentos, é também responsável pela recolha de produto danificado ou fora de validade.

Em termos organizacionais, a Plural rege-se pela excelência no serviço prestado às farmácias, através de soluções globais, inovadoras e sobretudo, eficazes.

Atualmente pauta-se ao longo de todo o território nacional, ministrada em 6 armazéns no Continente – Maia, Coimbra, Covilhã, Caldas das Rainha, Montijo e Faro– e 1 na ilha da Madeira, resultante de uma parceria com uma entidade local, a Farmadeira. A partir das suas imediações abastece mais de 1400 associados, dos quais cerca de 80% representam clientes regulares.

O mercado farmacêutico é muito regulado sendo vários os processos impostos pelo Infarmed, entidade reguladora. No conjunto desses processos, a distribuição de medicamentos é um dos mais regulamentados, obrigando a Plural a realizar o transporte nas melhores condições, segundo o Guia de Boas Práticas na Distribuição, publicado em abril de 2015. Toda esta pressão por parte da entidade reguladora, deixa assim pouca flexibilidade ao modo de atuação das várias empresas.

No sector farmacêutico as margens máximas de cada um dos intervenientes da cadeia, desde os fornecedores até às farmácias, também são estipuladas pelo Infarmed. Atualmente os grossistas têm apenas direito a cerca de 2% de margem sobre o preço de venda ao armazenista (PVA), acrescido de um fee médio de 90 cêntimos por produto comercializado. Com estas margens apertadas e a pressão das farmácias em receberem as encomendas cada vez mais fracionadas, mais pequenas e mais frequentes, os distribuidores têm necessidade de otimizar as suas cadeias de abastecimento de modo a reduzirem os custos

da operação, mantendo os elevados padrões de serviço. Este comportamento obrigou a que as esteiras de aviamento estejam constantemente sob forte pressão, e os veículos perto de atingir as suas capacidades máximas (Martins, 2014).



Figura 3.1 Dispersão geográfica das instalações da Plural

3.2. Descrição do Problema

A Plural tem assistido nos últimos anos a um forte crescimento da sua quota de mercado tendo este como consequência, um maior número de farmácias a abastecer, unidades transportadas, custos operacionais e, acima de tudo, maiores desafios. Com o grande aumento da procura, surge uma necessidade acrescida de espaço nos armazéns, carrinhas e outras instalações de apoio, para que seja possível aprovisionar, armazenar e distribuir medicamentos, sem descuidar os índices de satisfação do cliente final. Uma das instalações, onde esta situação se revelou mais notória, foi no Montijo, devido à retenção de um grande número de clientes pertencentes a uma outra cooperativa, recentemente falida.

Num mercado extremamente competitivo, a forma como cada empresa se estabelece, avalia-se pela sua capacidade de reação e pelo sentido de oportunidade, no momento da tomada decisão. Nesta perspetiva, a Plural, rapidamente apresentou um projeto de aquisição de outra cooperativa, em baixa, com o objetivo de transferir a sua operação para instalações de maiores dimensões para conseguir fazer face ao crescimento futuro.

3.2.1. Clientes

Alterar a localização do centro de operações, obrigará a um redesenho de toda a cadeia de distribuição em Lisboa, tratando-se do objetivo primordial deste trabalho. A partir do Cacém, localização das novas instalações, será necessário abastecer semanalmente quase 400 clientes, que se distribuem pelos seguintes distritos apresentados na tabela 3.1 e cuja repartição da procura, em unidades, se pode observar na tabela 3.2:

Tabela 3.1 Distribuição geográfica dos clientes

Évora	23
Lisboa	245
Portalegre	22
Santarém	4
Setúbal	90
Total	384

Tabela 3.2 Distribuição da procura (1sem)

Évora	10 845
Lisboa	71 204
Portalegre	8 415
Santarém	1 567
Setúbal	51 452
Total	143 483

Para a análise deste trabalho, serviu de base o conjunto de dados referentes ao dia 10 do mês de Fevereiro, uma segunda feira, pois como se pode verificar pelo gráfico seguinte, na distribuição farmacêutica os picos da procura, ocorrem geralmente no início de cada semana e, como o principal objetivo deste trabalho se trata do desenho do planeamento de rotas, para que o modelo tenha uma maior resistência, será desenvolvido com base neste período.

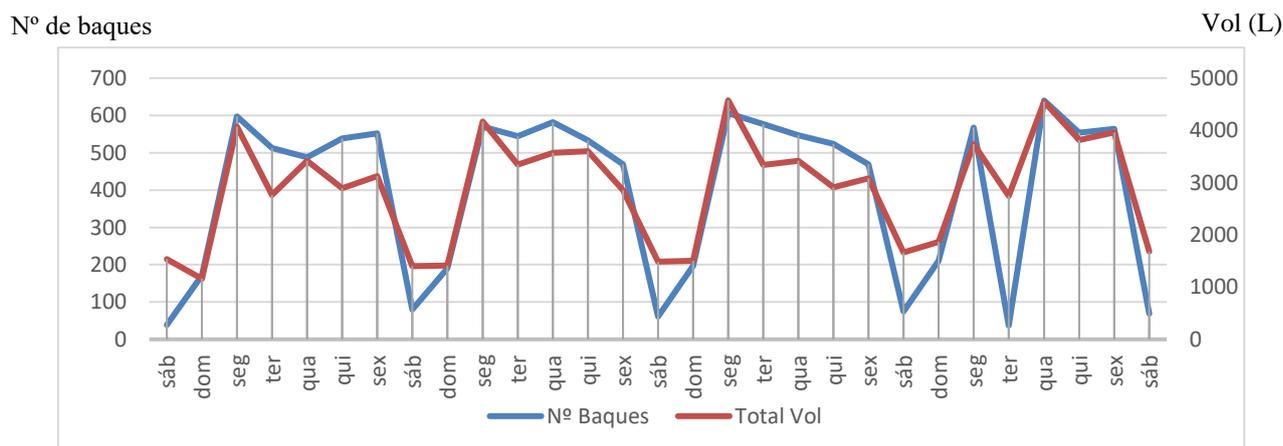


Figura 3.2 Evolução da procura no mês de Fev'20

3.2.2 Caracterização da procura

Neste ramo da distribuição, os padrões de consumo apresentam-se geralmente com baixa variabilidade, dada a necessidade constante de bens e serviços da área

farmacêutica, minimizando a complexidade de transportar mais de 10 000 referências de produtos diferentes. Por outro lado, esta particularidade, obriga a um incremento do nível de serviço oferecido aos diversos clientes. Através do conhecimento do conjunto de farmácias a abastecer a partir do armazém do Cacém, surgiu a necessidade de os caracterizar quanto ao seu nível de atividade, para melhor definir os pressupostos do problema. Nesta análise, exposta na tabela 3.3, foi determinado o número mínimo e máximo de farmácias que realizaram pedidos num dia, tal como o seu valor médio ao longo do mês de fevereiro. Por último, caracterizou-se o nível de atividade da carteira de clientes, em que definiu, juntamente com a gestão, o princípio de que uma farmácia ativa se trata de um cliente que realize encomendas em todos os dias úteis (5 vezes por semana).

farmácias

Tabela 3.3 Caracterização do nível de atividade das farmácias

Total Farmácias	384
Média diária	285
Farmácias ativas	318
Mínimo diário	70
Máximo diário	346

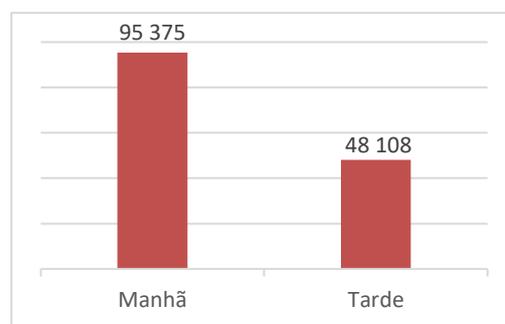


Figura 3.3 Procura/semana nos dois períodos de entrega (vol)

Como se pode constatar, por dia é necessário abastecer em média 75% dos clientes e, no decorrer do mês de fevereiro, o pico diário foi de 346 farmácias, 90% do total da população. Por último, da carteira de Farmácias da zona sul do país, cerca 83% realizam encomendas em todos os dias úteis do mês, o que prova, mais uma vez a regularidade dos padrões de consumo.

Tal como referido em passagens anteriores, a distribuição abordada neste trabalho, é responsável geralmente por mais que uma entrega diária aos seus clientes, e no caso do armazém em questão, decorrem dois momentos de entrega, que se repartem pelo período da manhã e da tarde. Da totalidade das farmácias abastecidas, 60% tem 2 visitas diárias e os restantes 40% apenas têm direito a uma visita, dando-se primazia ao período da manhã. O processo de definição do número de entregas a realizar a cada cliente, está diretamente relacionado com o seu volume de pedidos e com a sua própria localização. No caso do armazém do Cacém, a repartição do número de unidades transportadas em cada um desses períodos, apresenta-se na Figura 3.3.

3.2.3. A heterogeneidade do problema

Com o objetivo de otimizar o seu transporte, a Plural, adotou para o acondicionamento dos medicamentos, caixas plásticas de duas dimensões, denominadas por baques. As caixas de maiores dimensões, baques grandes, têm a capacidade de 19L, enquanto que as de menores dimensões, suportam no máximo 11L. No entanto, a heterogeneidade deste problema, não se resume apenas às caixas de transporte, dado que este elemento também se encontra incluído na frota de veículos utilizada no fornecimento de serviços. A frota de veículos do Cacém é constituída por vários modelos, que se resumem a 4 dimensões, tendo o modelo maior, capacidade para 200 baques e o modelo menor, transporta no máximo 50. Na tabela 3.4, é apresentada a descrição detalhada da frota, em que a coluna da esquerda trata-se do número de elementos do modelo disponíveis e, à direita, as suas respetivas capacidades.

Na sua operação semanal, quanto aos baques utilizados, cerca de 53% trata-se dos de maiores dimensões, no entanto, essa tomada de decisão, tem um grande impacto na taxa de utilização dessas caixas de transporte, encontrando-se este índice marcado no valor médio de 27%. Assim, em termos globais, cerca $\frac{3}{4}$ da totalidade do volume transportado, é ar, o qual não traz qualquer valorização ao serviço prestado às farmácias, incrementando exclusivamente os seus custos operacionais. A par de qualquer empresa na área da distribuição, a Plural tem como objetivo a maximização deste indicador, no sentido de promover a otimização dos seus recursos.



Figura 3.4 Baques de Transporte

Tabela 3.4 Constituição da frota

	Nº veículos	Baques
	41	50
	5	100
	2	150

3.2.4. O Sistema de Transporte

Tal como referido em passagens anteriores, entende-se por rota o circuito com início no armazém, responsável pelo abastecimento do conjunto de clientes com uma determinada procura requerida, cumprindo a janela temporal estabelecida para a entrega. Como verificado em cima, a Plural dispõe de um conjunto variado de circuitos, o que obriga

a uma determinada codificação para efeitos de distinção e organização. Todas as rotas da manhã têm a nomenclatura de 70xx, enquanto que as rotas da tarde apresentam um índice de 73xx. Uma vez que as rotas de sábado, são circuitos muitas das vezes iguais aos circuitos da manhã dos dias úteis, também se apresentam com o código 70xx.

Relativamente à prestação do serviço de entrega, ao contrário do armazém de Coimbra, a distribuição no Cacém é subcontratada, no entanto, dedicada, isto é, apesar dos motoristas que realizam o transporte não pertencerem ao quadro de colaboradores da Plural, quando estes se encontram ao serviço da empresa, não realizam entregas de outros âmbitos. Neste sentido, para o peso dos custos da organização deixa de ser considerado a variabilidade da distância percorrida em cada rota e do próprio comportamento dos motoristas, para que seja determinado um custo fixo para cada rota. Contudo, a direção da empresa revelou que os custos não estiveram no centro da tomada desta decisão, tendo sido puramente influenciada pela fraca capacidade de fidelização de motoristas nessa zona do país.

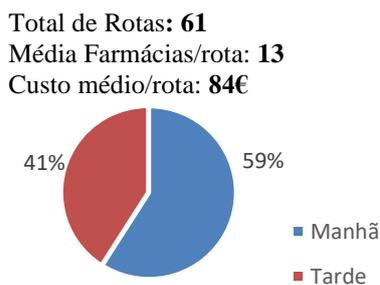


Figura 3.5 Repartição das rotas por período

Tabela 3.5 Rotas e respetivos custos numa semana

	Nº de Rotas	Custos Operacionais
<i>Dias úteis</i>	50	3 919,00 €
<i>Sábado</i>	25	1 934,50 €
<i>Domingo</i>	11	1 185,00 €
Total Semanal	86	7 038,50 €

A partir deste armazém, realizam-se 61 rotas distintas tendo cada uma, a média de 13 paragens e um custo semanal de 380€. Relativamente ao planeamento semanal, da totalidade das movimentações, 36 realizam-se no período da manhã e 25 no período da tarde, e acrescenta-se que 50 rotas ocorrem em dias úteis, das quais 25 se estendem para o período de Sábado de manhã e apenas 11 se realizam no Domingo, sendo responsáveis por abastecer farmácias de serviço ou instalações de apoio a unidades hospitalares.

Após analisar a taxa de utilização das caixas de transporte, surgiu a necessidade de estudar a própria utilização dos diferentes veículos de transporte, de forma a criar um indicador que irá servir como medidor de impacto dos resultados obtidos no modelo que irá mais à frente ser desenvolvido. Assim, conclui-se que a taxa média de utilização dos veículos de transporte é de 56%, e através de uma análise mais detalhada verificou-se que a rota com um maior índice de utilização é a 7022, constituída por 21 farmácias da zona do Barreiro, e que a qual apresentou a particularidade que em todos os dias úteis o número de baques que surgiram no cais de expedição, foram sempre superiores à capacidade máxima

das carrinhas, o que obrigou a um trabalho acrescido por parte dos motoristas, no cais de expedição, no sentido de associarem baques com a mesma farmácia de destino, para que assim, através de uma otimização do número de caixas, os transportes fossem possíveis. Ao nível da semana, o dia que apresenta índices de maiores taxas de utilização é a Segunda-Feira, com valores médios de 70% de utilização, um cenário que vai ao encontro do facto de o maior número de encomendas ocorrer no início da semana. Por outro lado, o dia que apresenta uma menor taxa de utilização dos veículos de transporte é o sábado, diretamente relacionado com um índice menor de encomendas.

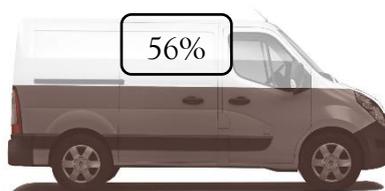


Figura 3.6 Taxa de ocupação das carrinhas

3.2.5. Caracterização das Rotas

Mantendo o objetivo de definir métricas que permitam averiguar a validade do modelo a desenvolver, surgiu a necessidade de caracterizar alguns parâmetros das rotas. Na figura 3.7, observa-se a quilometragem dos diferentes percursos de distribuição, onde se destaca que a maior e menor distâncias percorridas são de 638 km e 49 km, ambas rotas do período da tarde, codificadas por 7319 e 7325, respetivamente. Apesar do total da distância percorrida em cada dia da semana caracterizar-se por um comportamento similar, destaca-se a terça-feira como o dia com um maior total de quilómetros percorridos, 8826 quilómetros semanais.

Uma vez que o serviço de distribuição a partir do armazém em estudo é subcontratado, tornou-se importante também estudar a variável tempo presente em cada percurso. Através do estudo desta componente, concluiu-se que ambas as variáveis, tempo e distância, se relacionam diretamente, o que em alguns exemplos de distribuição em meios citadinos, não acontece. O percurso com um maior tempo decorrido é o 7019, com um total de 8 horas e 50 minutos. Relativamente ao comportamento semanal, mais uma vez, os dias úteis apresentam uma maior sobrecarga, percebendo-se que a terça-feira é o dia de maiores tempos na estrada, com um total de cerca de 154 horas semanais, perfazidas pelo conjunto de rotas realizadas neste dia.

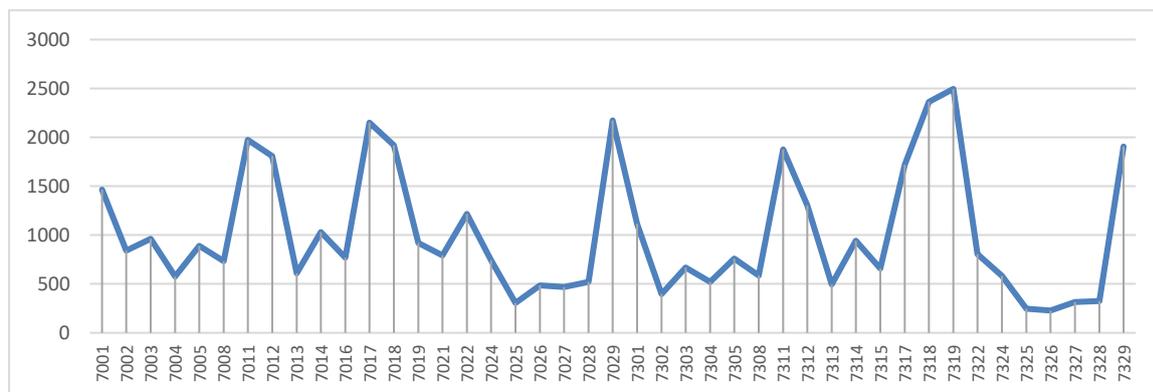


Figura 3.7 Representação da quilometragem das diferentes rotas

Devido à importância do serviço ao cliente nesta indústria, analisou-se também a capacidade de cumprir os horários propostos durante as várias etapas em cada rota, tendo permitido concluir que a rota que regista um maior número de atrasos é a 7315, responsável por entregar na zona da Margem Sul durante a tarde, em que 1 em cada 3 farmácias são abastecidas com um atraso relativamente ao horário planeado. No decorrer da semana, o dia com um maior número de atrasos é a Terça Feira, apresentando-se com um índice de 6,32% de atrasos face ao total de transportes realizados. Em termos globais, da totalidade dos transportes realizados semanalmente, a Plural apresenta um índice de atrasos, de cerca de 5%, um valor bastante positivo dada a complexidade da sua operação, revelando-se mais uma vez, a importância dada à qualidade do serviço ao cliente.

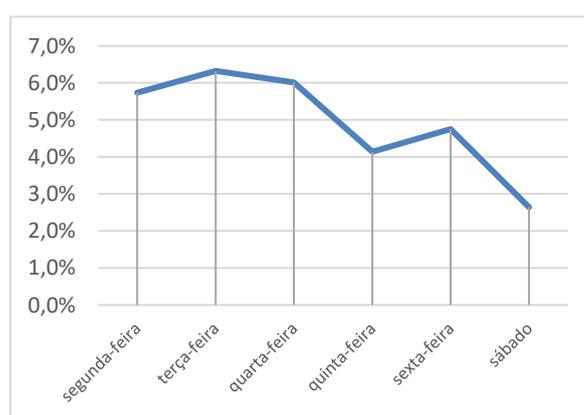


Figura 3.8 Taxas de atrasos nos diferentes dias da semana

3.3. Objetivo do trabalho

Após analisados os diferentes dados do problema, surge a necessidade de definir os objetivos do presente trabalho. Como principal meta propõe-se desenvolver um modelo de apoio à decisão que permita otimizar as rotas de distribuição e a própria frota da Plural. Através da adaptação de um modelo de planeamento de rotas consistente, pretende-se minimizar os custos relativos à operação de distribuição, garantindo que todos os clientes são servidos, nos prazos definidos e nas quantidades requeridas.

Embora o modelo seja contruído com foco nos custos, este também terá em consideração a maximização das taxas de utilização dos veículos e, uma redução para zero do índice de atrasos para que seja possível melhorar o nível de serviço, garantindo uma maior satisfação e fidelização do cliente.

A capacidade dos veículos, o horário de funcionamento do armazém, o limite de horas laborais dos motoristas, também se tratam de condicionantes que irão afetar o desenvolvimento do modelo e que o irá aproximar da realidade, para que seja possível, quando concluído, que este tenha aplicações práticas.

4. O PROBLEMA DE PLANEAMENTO DE ROTAS CONSISTENTE

4.1. Elementos do Modelo

Parâmetros

- N – Conjunto de nodos do grafo G
- A – Conjunto de arcos do grafo G
- k – Número de veículos
- C – Conjunto de tipologias de veículos
- C_c – Capacidade do veículo do tipo c
- S_c – Conjunto de veículos disponíveis para cada tipo de veículo
- q_i – Quantidade solicitada pelo cliente i
- s_i – Tempo de serviço no cliente i
- a_i – Limite inferior da janela temporal no cliente i
- b_i – Limite superior da janela temporal no cliente i
- α_c – Custo variável de um veículo do tipo c [€/km]
- d_{ij} – Distância percorrida entre o cliente i e j
- h – Número de clientes de uma rota
- DM – Duração máxima de uma rota
- t_{ij} – Tempo de viagem entre o cliente i e j

Variáveis de decisão

w_i^k – Instante de tempo de chegada do veículo k ao nodo i .

$$X_{ij}^k = \begin{cases} 1, & \text{se o arco } (i,j) \text{ é percorrido pelo veículo } k \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

4.2. Definição do Problema

O problema pode ser definido através de um grafo $G = (N, A)$, onde N é o conjunto de nodos $N = \{0, \dots, n+1\}$, interligado por um conjunto de arcos $A = \{(i, j): 0 \leq i, j \leq n+1, i \neq j\}$. Os nodos 0 e n , correspondem ao armazém, no qual se encontram

disponíveis k veículos de c tipologias diferentes sendo cada uma delas $C = \{1, \dots, c\}$, caracterizadas por uma capacidade C_c e limitadas pelo conjunto $S_c = \{c_1, \dots, c_k\}$, que diz respeito ao conjunto de veículos disponível para cada tipo c . O restante conjunto $V = N \setminus \{0, n+1\}$, corresponde aos clientes necessários visitar e entregar uma determinada quantidade $q_i \in Q$ no decorrer do tempo de serviço s_i . A cada vértice $i \in N \setminus \{0, n\}$, está associado uma janela temporal, na maioria dos casos rígida, $[a_i, b_i]$, em que a_i e b_i , representam o limite inferior e superior a que um veículo pode chegar ao vértice i , respetivamente.

Para cada veículo k existe um custo variável, α_c (€/km), associado a cada arco $(i, j) \in A$ e a cada veículo $k \in K, \forall c \in C$, diretamente dependente da distância d_{ij} percorrida.

Uma rota $R = \{0, i_1, \dots, i_h, n\}$, tendo no mínimo um vértice i , é um circuito simples pertencente a G , que passa no armazém, visita os h clientes, cumprindo com as respetivas janelas temporais e regressa ao armazém, considerando as seguintes restrições:

- Cada cliente é visitado exatamente uma vez;
- Quando um cliente é visitado, garante-se que o veículo que o visita também parte desse nodo;
- A procura total dos clientes visitados por um determinado veículo não pode exceder a capacidade máxima desse mesmo veículo, C_c ;
- Cada veículo apenas pode sair do armazém depois do instante A , visita todos os clientes previstos na rota R e, regressa ao armazém antes do instante B , em que $[A, B]$ é o horário de funcionamento do armazém
- Por último, a duração de cada rota tem de ser menor que DM , tratando-se do máximo de horas laborais definidas por legislação para um motorista.

De seguida apresenta-se a formulação matemática para o problema envolvendo dois tipos de variáveis de decisão, X_{ij}^k e w_i^k , sendo que a primeira corresponde a uma variável binária, que é igual a 1 caso o arco (i, j) seja percorrida pelo veículo k , enquanto que a segunda, diz respeito a uma variável de tempo, a qual especifica o início do serviço no nodo i quando servido pelo veículo k .

4.3. Modelo de Programação Matemática

O problema pode ser formulado matematicamente da seguinte forma:

$$\text{Min} \sum_{c \in C} \alpha_c \sum_{k \in S_c} \sum_{(i,j) \in A} d_{ij} \cdot X_{ij}^k \quad (1)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in V} X_{ij}^k = 1 \quad , \forall i \in N, k \in K \quad (2)$$

$$\sum_{j \in V} X_{0j}^k \leq 1 \quad , \forall k \in K \quad (3)$$

$$\sum_{i \in V} X_{in}^k \leq 1 \quad , \forall k \in K \quad (4)$$

$$\sum_{i \in N} X_{ip}^k - \sum_{j \in N} X_{pj}^k = 0 \quad , \forall p \in V, k \in K \quad (5)$$

$$\sum_{i \in V} q_i \cdot \sum_{j \in N} X_{ij}^k \leq C_c \quad , \forall k \in K \quad (6)$$

$$X_{ij}^k (w_i^k + S_i + t_{ij} - w_j^k) \leq 0 \quad , \forall k \in K, i \in V, j \in N \quad (7)$$

$$a_i \sum_{j \in V} X_{ij}^k \leq w_i^k \leq b_i \sum_{j \in V} X_{ij}^k \quad , \forall k \in K, i \in V \quad (8)$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} (t_{ij} + S_i) X_{ij}^k \leq DM \quad \forall k \in K \quad (9)$$

$$A + t_{0j} \leq w_j^k + M(1 - X_{0j}^k) \quad , \forall k \in K \quad (10)$$

$$w_j^k + S_j + t_{j0} \leq B + M(1 - X_{0j}^k) \quad , \forall k \in K \quad (11)$$

$$\sum_{k \in S_c} \sum_{j \in V} X_{0j}^k \leq |S_c| \quad , \forall c \in C \quad (12)$$

$$w_i^k \geq 0 \quad , \forall k \in K, i \in N \quad (13)$$

$$X_{ij}^k \in \{0, 1\} \quad , \forall k \in K, (i, j) \in A \quad (14)$$

A função objetivo (1) pretende minimizar o custo total da operação, através da minimização da distância total percorrida, tendo em consideração uma frota heterogénea. A restrição (2) garante que cada cliente tem de ser visitado exatamente uma vez, enquanto que as restrições (2) e (3), em conjunto impedem que a um nodo $i \in V$ possa ser atribuído mais que um veículo. A condição (4), trata-se da expressão de conservação de fluxo, através da garantia que caso um veículo seja destinado a um determinado cliente, também terá que partir desse mesmo nodo quando finalizado o serviço. A restrição (5), limita a quantidade transportada à capacidade máxima do modelo $c \in C$ em utilização, enquanto que (7) e (8) garantem o cumprimento das janelas temporais. A expressão (9), envolve a limitação da duração de cada rota à legislação laboral. As condições (10) e (11), dizem respeito à coordenação da partida e chegada dos veículos ao armazém, com o seu respetivo horário de funcionamento. A restrição (12), trata-se da imposição de um limite ao número de veículos disponíveis de cada tipo $c \in C$. Por último, as restrições (13) e (14) definem os valores das variáveis de decisão que servem de base à formulação.

Nesta formulação, apresentou-se uma expressão não linear (7), no entanto, com a condição de variável binária (14) e através do modelo de linearização apresentado em Cordeau et al. (1999), foi considerada uma variável M , da categoria dos grandes números, a qual pode ser substituída pelo valor máximo da expressão $\{b_i + S_i + t_{ij} - a_j, 0\}$ e que permitiu chegar à seguinte expressão linear:

$$w_i^k + S_i + t_{ij} - w_j^k \leq (1 - X_{ij}^k) (b_i + S_i + t_{ij} - a_j) \quad , M > 0, \forall k \in K, (i, j) \in A \quad (7.1)$$

Esta restrição (7.1), permite ainda resolver o problema de eliminação de sub-rotas, sendo que esta metodologia se estendeu ao desenvolvimento das expressões (10) e (11).

De forma a melhor ilustrar a restrição (7.1), suponha-se que os tempos de serviço dos nodos i, j , são $s_i = s_j = 10$, respetivamente. A janela temporal para o nodo i , considera-se $[a_i, b_i] = [10, 20]$ e para o nodo j é de $[a_j, b_j] = [20, 30]$, sendo assumido como tempo de viagem entre i para j ou j para i o valor de $t_{ij} = t_{ji} = 30$ unidades de tempo. Assim, assume-se que caso o nodo i seja visitado o mais cedo possível pelo veículo k , $w_i^k = 10$, então a altura mais cedo com que o nodo j pode ser servido é dada por $a_i + s_i + t_{ij} = 10 + 10 + 30 = 50 > b_j$, logo X_{ij}^k tem de tomar obrigatoriamente o valor de 0. Por outro lado, caso o nodo j seja servido primeiro, o mais cedo possível a $w_j^k = a_j = 20$, então o nodo i apenas pode ser servido a $a_j + s_j + t_{ji} = 20 + 10 + 30 = 60 > b_i$, revelando-se mais uma vez a impossibilidade de servir i seguido de j , portanto X_{ji}^k também terá de ser 0. A representação da restrição (7.1) poderá ser observada na figura 4.1.

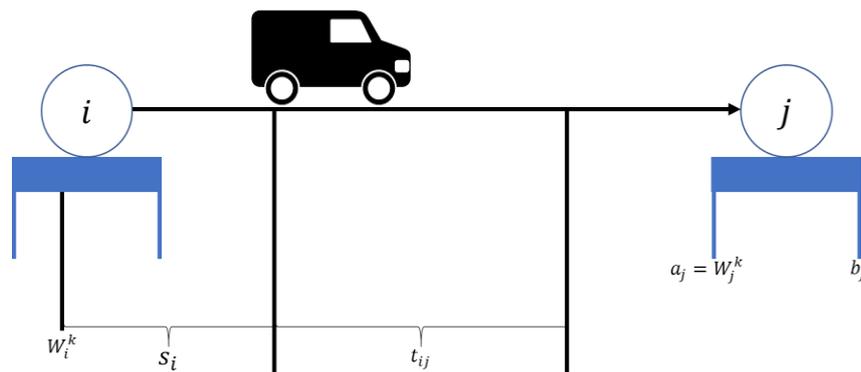


Figura 4.1 Representação dos parâmetros e variáveis impostas no modelo

5. MÉTODOS DE RESOLUÇÃO EXATA E REFORÇO DO MODELO

5.1. Abordagem inicial

Neste capítulo, será apresentado o conjunto de procedimentos e ajustes à formulação matemática acima referida, com o intuito de construir um método exato, suficientemente eficiente para resolver instâncias reais de um VRPTW consistente, particularmente caracterizado por um grande número de clientes.

Os problemas VRPTW de instâncias reais, são maioritariamente resolvidos através de heurísticas, no entanto, métodos que oferecem soluções ótimas ou próximo da região ótima, têm-se revelado alvo de grande investigação. A metodologia proposta combina procedimentos de resolução exata através de solver, com um conjunto de inequações válidas responsáveis pela limitação do espaço de solução, através de planos de corte.

Em Ordóñez et al., (2005) concluiu-se que o principal responsável pela complexidade deste tipo de problemas, trata-se do número de nodos considerados, uma vez que estes aumentam exponencialmente o número de arcos considerados e, conseqüentemente, o número de variáveis de decisão e restrições.

Na presença de um problema com este tipo de dimensões, de forma a determinar soluções exatas, definiu-se como estratégia para a construção do algoritmo, em primeiro lugar, reduzir o número de arcos considerados, reduzindo iterativamente o esforço de pesquisa no espaço de solução, para que, posteriormente, seja possível aplicar o conjunto de restrições definidas, com um esforço computacional aceitável. No entanto, numa primeira fase, não será dado ênfase ao tempo de computação, pois num problema com características consistentes, a repetibilidade deste processo não será tão necessária tal como ocorre na definição de rotas dinâmicas.

Nesta secção, será apresentado o modelo exato construído e o conjunto de planos de corte considerados, através de inequações válidas, retiradas da literatura, no sentido de fortalecer as restrições definidas (2)–(14): inequações que traduzem a eliminação do percurso bidirecional, restrições de sub-rotas, restrições de precedência e incompatibilidade entre arcos e veículos.

O problema abordado tem como objetivo a minimização dos custos envolvidos na operação de distribuição de um grossista farmacêutico, considerando que todos os nodos são visitados, cumprindo com as respetivas janelas temporais e o conjunto de carga transportada não ultrapassa a capacidade máxima dos veículos. O conjunto de parâmetros

do problema, tal como a procura dos clientes, a sua localização geográfica, as características da frota e as janelas temporais, são assumidos como dados conhecidos, sendo também apresentada nesta secção a forma como foram construídos e adaptados para que pudessem ser introduzidos no modelo desenvolvido.

5.2. Desigualdades Válidas

Nesta subsecção serão descritas as classes de desigualdades válidas que foram usadas no sentido de reduzir o espaço de solução do problema (VRPTW), através do relaxamento da restrição (14).

5.2.1. Eliminação do percurso bidirecional

A formulação do problema de programação inteira mista, apresentada no capítulo 4, garante que nenhuma solução válida permite a existência de ciclos. No entanto, através da definição explícita deste tipo de eliminação, é notado um reforço das restrições de programação linear. Tratando-se de um problema que impossibilita a existência de deslocamentos nos arcos em ambos os sentidos, através da seguinte restrição, a existência desse tipo de ciclos poderá ser eliminada, limitando o espaço de pesquisa da solução ótima e, consequentemente, reduzindo o esforço computacional:

$$X_{ij}^k + X_{ji}^k \leq 1, \forall k \in K, (i,j) \in V \quad (15)$$

5.2.2. Restrições de Precedência

Apesar da atribuição de janelas temporais a cada cliente, em Schmid & Ehmke, (2017), observou-se através de análises computacionais que num número elevado de casos, quando considerado um arco (i,j) , o relaxamento linear de (14) traduz $X_{ij}^k > 0$, no entanto, $w_j^k > w_i^k$. A estas situações dá-se o nome de fluxo inverso de X_{ij}^k dentro do circuito considerado, o que poderá dar origem a muitas soluções inviáveis, mesmo respeitando o conjunto de restrições definidas. Observa-se ainda, que a existência de fluxo inverso poderá

baixar os índices de eficiência de algumas restrições de sub-rotas. Desta forma, introduz-se uma nova restrição que considera janelas temporais e que complementa a restrição (8):

$$(1 - X_{ij}^k) * (b_j - a_i + s_i + t_{ij}) + w_i^k \geq w_j^k + s_j + t_{ji} + (1 - X_{ji}^k) * (a_i - b_j - s_j - t_{ji}), \forall k \in K, (i, j) \in A \quad (16)$$

Esta poderá ser provada tendo em consideração a validade dos seguintes quatro casos:

- Se tanto i como j se encontrarem no percurso, então a restrição (16) poderá ser convertida para $w_i^k \geq w_j^k + s_j + t_{ji}$, garantindo que i é visitado depois de j;
- Se i se encontra no percurso, e j não, então a condição converte-se em $w_i^k \geq w_j^k + (a_i - b_j)$;
- Se j se encontra no percurso, e i não, a condição apresenta-se como $w_i^k \geq w_j^k + (a_i - b_j)$;
- Se ambos, i e j, não se encontrarem no percurso, então a restrição é assumida como $(b_j - a_i + s_i + t_{ij}) + w_i^k \geq w_j^k + s_j + t_{ji} + (a_i - b_j - s_j - t_{ji})$, desde que $a_i - b_j - s_j - t_{ji} \leq 0$;

5.2.3. Incompatibilidade entre arcos e veículos

De forma a reforçar as restrições (2), (3) e (4), com o objetivo de garantir que um arco não possa ser percorrido por mais que um veículo, foi adicionada a seguinte restrição:

$$\sum_{k \in K} X_{ij}^k \leq 1, \forall (i, j) \in V \quad (17)$$

Mais uma vez, através de (17), um conjunto de arcos são eliminados e, juntamente com as restantes restrições acima mencionadas, será possível reduzir o espaço de solução, facilitando a pesquisa por uma solução admissível.

5.3. Agrupamento de Nodos

Como será apresentado em secções posteriores, tanto o parâmetro d_{ij} como t_{ij} serão inseridos no modelo através de matrizes previamente processadas. Mais uma vez, no sentido de limitar o espaço de pesquisa, facilitando o esforço computacional foi definida

uma função, que complementa as restantes restrições (2)–(17). É criada uma variável D_{\max} , que define a distância máxima permitida para a pesquisa de um arco a partir de um determinado nodo, isto é, imagine-se que se considera $D_{\max}=150$, esta atribuição implica que para cada nodo o espaço de pesquisa fica limitado a um raio de 150 km. Em termos práticos, aplicar esta função impede que num circuito, uma farmácia diste de outras a uma distância superior de D_{\max} .

Embora esta função não possa ser considerada um algoritmo de *clustering*, uma vez que o único atributo considerado é a distância ao nível individual de cada nodo, ao aplicá-la, o próprio espaço de pesquisa é agrupado em pequenos conjuntos de nodos, para que assim se possa traduzir o principal objetivo de uma empresa de distribuição, como a Plural, que abarca a máxima rentabilização dos quilómetros percorridos.

Os valores atribuídos a esta nova variável, irão depender da região a que os nodos pertencem, ou seja, caso D_{\max} seja aplicada em regiões com uma densidade de clientes maior, poderá tomar menores valores, por outro lado, em regiões menos densas em termos das localizações dos seus clientes, outros valores são atribuídos à variável.

O quadro de valores de D_{\max} e a respetiva função que esta incorpora será seguidamente apresentado.

Tabela 5.1 Valores dos parâmetros D_{\max}

Zonas	D_{\max}
Lisboa	50
Fora de Lisboa	100

Se $d_{ij} \geq D_{\max}$:

$$X_{ij}^k = 0, \forall k \in K, (i, j) \in V$$

Figura 5.1 Restrição da metodologia proposta

5.4. Construção dos parâmetros a inserir no modelo

Como já mencionado, em qualquer modelo VRP, existe um conjunto de dados que servem de base ao comportamento do modelo, particularmente num problema VRPTW de frota heterogénea, esse conjunto ainda incorpora um maior número de variantes. Uma vez que este problema tem aplicações práticas, o objeto do modelo, trata-se do conjunto de informações recolhidas ao longo do estágio.

Como instrumento de análise, serviu a procura dos diferentes clientes, as características da frota, os horários dos períodos de entrega, o tempo de serviço, as localizações geográficas das farmácias e respetivas distâncias entre eles e, por último, o tempo de viagem real entre dois pontos i e j .

A metodologia aplicada no desenvolvimento de cada um destes dados, será apresentada nas próximas secções.

5.4.1. Matriz de distâncias e tempo de viagem

Apresentado no capítulo 4 juntamente com a formulação matemática, os parâmetros t_{ij} e d_{ij} podem ser apresentados numa matriz, sendo i o número de linhas e j o número de colunas. Em ambas as matrizes quadradas, tanto i como j tomam os valores de $A = \{(i, j): 0 \leq i, j \leq n+1, i \neq j\}$, sendo atribuído o valor de 0, para todos os índices (i, i) , uma vez que se pretende impossibilitar a existência de variáveis X_{ii}^k , isto é, farmácias a visitarem-se a si próprias.

Para a construção destes dois parâmetros serviu-se de uma ferramenta *open source*, da autoria de Erdoğan (2017), o qual, através de um API do *Bing Maps*, permite determinar as distâncias reais, através de satélites, entre duas localizações geográficas e o respetivo tempo de duração da viagem entre dois pontos. A principal diferença deste solver, para os restantes da literatura, envolve o facto de as distâncias não serem determinadas pela expressão Euclidiana, como acontece na generalidade, e os tempos de viagem serem determinadas em função da velocidade média do veículo e do conjunto de estradas necessárias para percorrer no arco (i, j) . Através deste tipo de abordagem, consegue-se uma melhor aproximação à situação prática.

Tabela 5.2 Representação da matriz da distância (esquerda) e matriz tempo (direita)

	j_0	j_1	...	j_{n+1}		j_0	j_1	...	j_{n+1}
i_0	0	$d_{0,1}$...	0	i_0	0	$t_{0,1}$...	0
i_1	$d_{1,0}$	0	...	$d_{1,n+1}$	i_1	$t_{1,0}$	0	...	$t_{1,n+1}$
...	0	0	...
i_{n+1}	0	$d_{n+1,1}$...	0	i_{n+1}	0	$t_{n+1,1}$...	0

5.4.2. Tempo de Serviço em cada cliente

Uma das fases do serviço de distribuição, relaciona-se com o momento da entrega da encomenda ao cliente final, quando chegado ao destino. Na Plural, este serviço é realizado pelos próprios motoristas, aos quais é atribuída responsabilidade quanto a possíveis perdas ou danificações.

Sendo uma ação que consome tempo, em que este é também uma das variáveis estudadas neste trabalho, surgiu a necessidade de incluir o tempo de serviço no modelo desenvolvido.

Tendo em consideração o trabalho de Campelo et al., (2019), foi implementada a seguinte expressão:

$$S_i = 2.5 + 1.5 * \left[\frac{q_i}{6} \right]$$

Esta é constituída por uma componente fixa, que envolve a ação de estacionar, carregar os vários baques, deslocar-se até à farmácia e preencher todos os documentos necessários. Relativamente à componente variável, trata-se de uma parcela diretamente dependente da quantidade de baques transportados, a qual se divide por um número inteiro, correspondente à quantidade média de caixas de transportes que um motorista consegue carregar, em simultâneo, num circuito carrinha-farmácia.

5.4.3. Procura e Janelas Temporais

O principal objetivo da atividade da Plural, centra-se no transporte de uma determinada quantidade a um cliente, dentro dos prazos estabelecidos, tendo em consideração que entregas repartidas não são permitidas e o conjunto de unidades a ser entregues numa determinada rota, tem de respeitar a capacidade do veículo.

Neste prisma, a procura de cada farmácia, revela-se um dos parâmetros centrais deste modelo, pois para além de ter de ser cumprida a quantidade definida pelo cliente final, esta também terá de ser entregue na janela temporal proposta.

Assim, no sentido de determinar os parâmetros da procura, dada a consistência da problemática, esta foi definida através de uma média aritmética, com base no comportamento semanal ao longo de um mês. Por outro lado, para a implementação de janelas temporais, embora tenha sido dado acesso aos horários de entrega, optou-se por não se restringir as entregas no modelo aos horários pré definidos, pois mais uma vez, dada a particularidade da regularidade envolvida no problema, em termos práticos, as próprias deslocações aos clientes realizam-se geralmente nas mesmas alturas do dia, o que implicaria, caso fosse aplicada esta restrição, que o modelo desenvolvido daria soluções semelhantes à situação real, caracterizadas pelo mesmo sequenciamento de visitas.

Desta forma, após discussão com a gestão foram definidos períodos de entrega para as deslocações diárias:

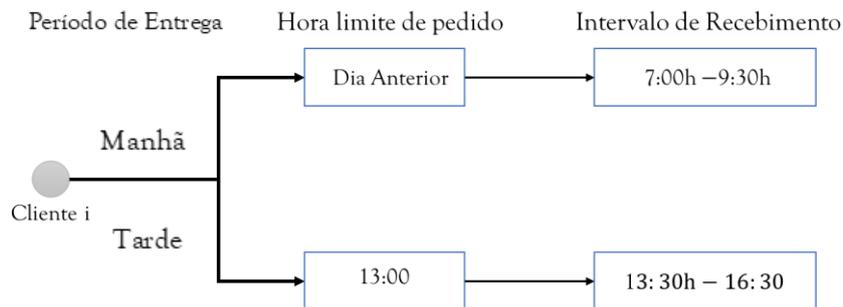


Figura 5.2 Janelas temporais associadas aos dois períodos de entrega

Por último, acrescenta-se que as restrições (10 e 11) poderão ser relaxadas, isto é, poderá não ser colocada qualquer limitação ao horário de funcionamento do armazém, no sentido de desenvolver soluções que respeitem as condicionantes acima mencionadas, até pelo facto de as encomendas distribuídas no período da manhã serem preparadas previamente no turno de picking da noite anterior.

5.4.4. Parâmetro da função objetivo

Depois de definida a função objetivo que se pretende minimizar, tal como referido em passagens anteriores, esta trata-se de uma expressão que tem por base os custos operacionais, tendo em consideração o conjunto de percursos percorridos no abastecimento aos diferentes clientes.

O parâmetro α_c , revela-se como o responsável por converter o somatório das distâncias percorridas num custo. O seu valor foi determinado previamente pela empresa e foi o aplicado neste trabalho, indicando-se por 0,46€/Km.

5.5. Cluster First–Route Second

Devido à dimensão do problema, revela-se bastante exigente determinar soluções ótimas através de métodos exatos em tempo útil. Nesse seguimento, surgiu a necessidade de implementar um método de repartição do espaço de solução em sub-problemas, com objetivo de reduzir o tempo de computação, mantendo como objetivo a obtenção de uma solução o mais próximo possível da solução ótima.

Com base no algoritmo desenvolvido por Fischer (1995), foi implementada uma formulação que se traduz numa atribuição de veículos a diferentes grupos de clientes.

Posteriormente a esse grupo de clientes será aplicado o modelo desenvolvido na secção 4, atribuindo-se a este tipo de heurística o nome de Cluster First-Route Second.

Para a construção desta formulação, é fundamental ter em consideração a procura dos diferentes clientes, q_i , e a capacidade dos veículos C , no entanto, assume como principal objetivo a minimização de uma distância $d_{i_k} = d_{0j} + d_{i_k} - d_{0i_k}$, que representa o custo de inserir um cliente i à rota realizada pelo veículo k , o qual numa primeira fase desloca-se desde o armazém até ao cliente i_k e regressa.

A formulação implementada e a respetiva função objetivo são seguidamente apresentadas:

$$y_{i_k} = \begin{cases} 1, & \text{se o cliente } i \text{ é visitado pelo veículo } k \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$\text{Min} \sum_{k \in K} \sum_{i \in V} d_{i_k} * y_{i_k}$$

Sabendo que:

$$\sum_{i \in V} q_i * y_{i_k} \leq C, \quad \forall k \in K \quad (1)$$

$$\sum_{k \in K} y_{i_k} = K, \quad i = 0 \quad (2)$$

$$\sum_{k \in K} y_{i_k} = 1, \quad \forall i \in V \quad (3)$$

$$y_{i_k} \in \{0, 1\}, \quad \forall k \in K, i \in V \quad (4)$$

5.5.1. Definição dos parâmetros do problema e Resultados

A partir da visualização do mapa associado às localizações das farmácias, foi decidido quais seriam os clientes i_k a considerar. Esta tomada de decisão foi baseada na metodologia aplicada em Sultana et al., (2017), no qual o plano representativo do conjunto de clientes é dividido em k secções, caracterizadas por zonas mais densas e, posteriormente, é escolhido um cliente i_k em cada zona, desde que apresente uma das seguintes características:

- Cliente da zona k mais afastado do armazém;
- Cliente da zona k com uma maior procura;

Relativamente ao número de zonas a dividir o plano, serviu como referência o número de rotas diárias aplicadas pela Plural. Assim, após tratamento de dados, o conjunto i_k é constituído por 23 elementos, número ligeiramente inferior ao critério anteriormente referido, caracterizado por 25, dado a necessidade de condensar ao máximo as diferentes localizações.

Como se pode verificar em (1) na formulação da secção anterior, a capacidade dos veículos é considerada uma constante, no entanto, no problema abordado, apresenta-se uma frota heterogénea que terá de ser tida em consideração. Assim, surgiu a necessidade de adaptar o modelo às condicionantes práticas, através de três fases. Primeiramente, atribuiu-se a cada cluster a capacidade máxima possível para cada veículo, 150, e analisam-se os resultados obtidos. Uma vez que se trata de um modelo de otimização, a cada cluster só é associada a procura que origine melhores resultados à função objetivo, podendo ocorrer o caso limite de a um cluster não ser associado nenhum cliente. A segunda fase envolve a adaptação dos resultados obtidos na fase anterior, em que para clusters que não tenham atingido 2/3 da capacidade máxima do veículo ou apresentem um total de clientes servidos superior a 25, é-lhes forçosamente reduzida a capacidade máxima do veículo para modelos inferiores, 100 ou 50. Na última fase, a partir das soluções que melhor equilibram os vários clusters, é realizada nova adaptação no sentido de melhorar a função objetivo, atingindo uma solução final.

A título de exemplo, um dos mapas com as localizações das farmácias e respetivos elementos i_k , destacados com um círculo a vermelho e representados na tabela 5.3, apresentam-se a seguir. Os restantes mapas poderão ser consultados em anexo (Anexo B).

Tabela 5.3 Exemplo de clientes

i_k	Localidade
1	Loures
2	Famões
3	Lisboa
4	Mem Martins
5	Estoril
6	Oeiras



Figura 5.3 Excerto de mapa com as localizações das farmácias

5.5.2. Resultados do agrupamento dos Nodos

No sentido de validar a metodologia traçada, foi implementado em linguagem OPL no *commercial solver* Ilog Cplex 12.10, através de um computador i7-4700MQ CPU 2.40GHz com 12GB de RAM.

Para a determinação das soluções, não foi possível considerar o total de farmácias abastecidas pelo Plural, devido a falhas na base de dados de localizações geográficas dos diversos clientes da empresa, alheias a este trabalho. Desta forma analisadas 354 farmácias, 93% da população real.

O quadro resumo dos vários parâmetros analisados neste problema são apresentados na tabela 5.4.

Tabela 5.4 Resultados obtidos na metodologia de Clustering

<i>Clusters</i>	Manhã		Tarde	
	Número de clientes	Procura Total	Número de clientes	Procura Total
1	23	99	10	23
2	17	43	7	21
3	25	75	12	24
4	26	75	11	30
5	17	75	20	49
6	20	50	20	50
7	10	51	24	50
8	16	48	24	50
9	10	28	16	50
10	17	75	21	49
11	7	34	11	31
12	15	74	9	26
13	15	50	12	50
14	21	50	14	49
15	11	50	16	50
16	16	87	6	17
17	7	39	13	45
18	22	99	14	50
19	9	46	–	–
20	15	88	–	–
21	16	93	–	–
22	4	22	–	–
23	23	130	–	–

6. RESULTADOS

Nesta secção fornecem-se os resultados obtidos com a aplicação da metodologia proposta ao caso de estudo anteriormente descrito. Primeiramente será realizada uma análise ao esforço computacional da formulação desenvolvida na secção 4, para um diferente número de instâncias, com o objetivo de avaliar a sua capacidade para atingir soluções ótimas. Posteriormente, através da implementação do processo de agrupamento de nodos exposto na secção 5.5, serão interpretados os resultados alcançados para o conjunto de clientes abastecidos pela Plural, sendo mais tarde comparados a nível global com o comportamento operacional da empresa em estudo, no sentido de validar o trabalho desenvolvido.

Ao longo desta secção, os resultados obtidos derivam de modelos elaborados em linguagem OPL no *comercial solver* Ilog Cplex 12.10, através de um computador com i7-4700MQ CPU 2.40GHz com 12GB de RAM.

6.1. Validação do modelo VRPTW

De forma a retirar conclusões sobre o modelo desenvolvido, este foi testado num conjunto diferenciado de instâncias reais. Um dos principais objetivos com esta primeira análise, trata-se da avaliação dos tempos computacionais e respetivas soluções ótimas atingidas, para instâncias da mesma ordem de grandeza das presentes nos clusters definidos em 5.5.2.

Para as diferentes análises, revela-se primordial considerar como meta, a obtenção de um Gap de 0%, uma vez que, tratando-se de um problema com características consistentes, não existe a necessidade de ser resolvido regularmente, logo poderão ser propostas soluções com tempos computacionais superiores. Entende-se por Gap, a tolerância absoluta obtida pela diferença entre o melhor nodo inteiro obtido e o valor da função objetivo dos melhores nodos restantes. Sempre que um determinado valor de tolerância é atingido, a otimização inteira mista é travada. Quanto menor o valor deste parâmetro, mais próximo se fica da solução ótima. Para o desenvolvimento deste trabalho, considerou-se como valor máximo de Gap aceitável de 5%.

As instâncias envolvidas no conjunto destes testes, dizem respeito a dados reais da distribuição, com as mesmas restrições de janelas temporais e capacidade dos veículos da que irá ser abordada na resolução do caso de estudo. Este conjunto, é constituído por 5, 10, 25 e 50 clientes, o qual permitiu avaliar os tempos de computação, o número de restrições e

variáveis envolvidas, os valores da função objetivo e, por último, a variabilidade do esforço computacional quando aplicados diferentes números de veículos.

Assim, através da tabela 6.1, reconhece-se a necessidade de reduzir a dimensão do problema, concluindo-se que para instâncias da dimensão dos clusters definidos, o modelo tem um comportamento suficientemente capaz para atingir soluções ótimas em tempo útil.

Tabela 6.1 Validação do modelo exato desenvolvido

Clientes	Resultados			
	Nº de veículos	Gap	Tempo CPU (seg)	Nº variáveis
5	1	0%	0.09	42
10	1	0%	1.25	156
25	3	27,1%	3600	2268
50	5	34.8%	3600	13780

6.2. Resultados do caso de estudo

Para o caso de estudo apresentado na secção 3, apresentaram-se soluções para o conjunto total de farmácias, tendo em consideração as respetivas restrições impostas e a inserção dos parâmetros criados, representativos da procura, distância e tempo entre clientes, janelas temporais, capacidade dos veículos e tempos de serviço.

Embora a fase de modelação de programação matemática tenha ocorrido para cada cluster em termos individuais, nesta secção serão apresentados os resultados a nível global, por se revelar mais útil na altura de os comparar com o comportamento operacional da empresa na fase seguinte, sendo possível analisar as características dos resultados obtidos para cada cluster no Anexo D.

Como referido em 5.5.2, foram consideradas 354 farmácias, agrupadas em 17 clusters, referentes ao período de entregas da manhã e da tarde, respetivamente. Devido às características díspares dos dois períodos de entrega, a sua apresentação dos resultados será realizada em separado.

Determinam-se assim as métricas obtidas na fase de modelação através da tabela seguinte:

Tabela 6.2 Resultados obtidos com a aplicação de instâncias reais

Período	Resultados				
	Clientes	Função Objetivo	Variáveis	Tempo Cpu (seg)	Gap
Manhã	354	1 528,33 €	8384	3984,7	1%
Tarde	231	1 297,60 €	6230	1971,6	1,2%

A partir da tabela 6.2, que demonstra os resultados globais dos vários clusters, concluiu-se que apesar dos dois períodos de entrega serem constituídos por um número de clientes significativamente diferentes, os custos de operação são bastante similares. Este fator deve-se ao facto das deslocações às diferentes regiões ocorrerem, mesmo nas situações em que uma farmácia entre ou sai de uma determinada rota, isto é, caso uma determinada farmácia não encomende num determinado período, observa-se que não tem um grande impacto nos custos, dada a consistência do comportamento dos restantes clientes. Assim, os quilómetros percorridos em ambos os períodos é aproximadamente o mesmo.

Relativamente à implementação da metodologia a nível computacional, esta obteve resultados positivos, em tempo útil, sendo os diferentes clusters modelados para um gap nunca superior a 5%, no sentido de atingir resultados o mais próximo possível da solução ótima.

6.3. Validação de resultados

No sentido de obter uma validação dos resultados obtidos, foi desenvolvido um conjunto de análises a partir dos indicadores operacionais da Plural, já abordados em passagens anteriores.

Apesar da empresa em estudo realizar distribuições em todos os dias da semana, para esta análise apenas foi considerada a operação em dias úteis, por representar menores variabilidades ao nível da procura, mantendo a coerência com os procedimentos seguidos ao longo deste trabalho. Mais precisamente, o conjunto de análises ao modelo proposto é realizado para um dia útil em que todas as farmácias encomendam, podendo posteriormente cada rota ser adaptada ligeiramente para os diminutos dias em que uma determinada farmácia não tem procura. Na mesma ótica, todas os dados da Plural foram fornecidos tendo em consideração este caso limite.

Tabela 6.3 Comparação do modelo proposto com a operação da Plural

Modelo Proposto				Plural		
Período	Distância Percorrida (km)	Nº de veículos	Custos (€)	Distância Percorrida (km)	Nº de veículos	Custos (€)
Manhã	3322,9	23	1528,3€	3866,1	25	1778,4€
Tarde	2820,9	17	1297,6€	3374,3	25	1552,2€

Representando o principal objetivo deste trabalho, numa primeira fase foram comparados o total de quilómetros percorridos em ambos os casos, os custos operacionais e o respetivo número de veículos utilizados, pois sendo uma frota subcontrata, este indicador ganha relevância.

Com a análise acima realizada, é possível concluir que o modelo proposto permite em termos globais uma otimização dos recursos essenciais à atividade de distribuição. Relativamente ao número de veículos usados, através da metodologia de otimização foi permitido reduzir esta métrica em **8%** no período da manhã, sendo o período da tarde o que representa maiores ganhos, com uma redução de **30%**. No entanto, este resultado terá de ser analisado posteriormente com os decisores da empresa, uma vez que, apesar de retiradas da análise à plural as falhas mencionadas em 5.5.2, este ajuste apenas tem impacto nos quilómetros e respetivos custos, não sendo possível ajustar o número de veículos. Apesar disto, a comparação da distância percorrida é válida, o que atribui coesão ao modelo desenvolvido.

Encontrando-se na base de qualquer sistema de distribuição, o número de rotas é um indicador fundamental para determinar a quantidade de recursos necessários à satisfação da procura do cliente final. Com o foco deste trabalho relacionado com a otimização da quantidade acima referida, surgiu a necessidade de a validar, como se pode verificar na tabela 6.4.

Tabela 6.4 Análise da distância percorrida e do nº de rotas necessárias

Modelo Proposto			Plural	
Período	Nº de rotas	Distância média/percurso (km)	Nº de rotas	Distância média/percurso (km)
Manhã	23	144,5	25	154,6
Tarde	17	165,9	25	135,9

Como se pode verificar, a partir das metodologias desenvolvidas torna-se possível reduzir o número de deslocações, mantendo os níveis de abastecimento e cadência do cliente final, o que representa um impacto positivo nos custos da empresa. Relativamente à distância média percorrida por percurso, os resultados obtidos são semelhantes aos apresentados pela Plural, destacando-se o período de entregas da tarde, em que a metodologia proposta, devido à otimização dos veículos utilizados, impõe um maior percurso em cada rota, garantindo os requisitos de satisfação do cliente final. A descrição das diferentes rotas determinadas e dos próprios veículos responsáveis por as realizar poderá ser consultada no Anexo D,

Dado as características heterogêneas da frota, os diferentes modelos de veículos considerados, também terá de ser analisada. Embora não tenha sido aplicada qualquer diferenciação entre modelos do parâmetro α_c , uma vez que a frota utilizada é subcontratada, verificou-se que os custos envolvidos num contrato de distribuição dependem dos modelos e da capacidade do veículo. Desta forma, surge assim a necessidade de verificar o comportamento do modelo proposto, no sentido de permitir atingir melhores resultados também nesta métrica.

Assim a comparação dos veículos utilizados em ambas as operações, encontra-se exposta na tabela 6.5.

Tabela 6.5 Comparação da frota requerida em ambos os modelos

MODELOS	Nº VEÍCULOS		
	Modelo Proposto	Plural	Diferença
50	16	41	-25
~ 100	22	5	+17
150	1	2	-1

Em linha com as restantes validações, o modelo desenvolvido permitiu uma otimização dos veículos transportados, através da aposta em modelos de maiores dimensões. Esta tomada de decisão também permitiu atingir ganhos na taxa de utilização dos veículos de transporte, evoluindo do valor determinado em 3, 56%, para **68%**, restando capacidade suficiente para adaptações a possíveis crescimentos de mercado.

Por último, relativamente ao cumprimento das janelas temporais, através desta metodologia, esta restrição foi atingida para o conjunto de farmácias abastecidas, o que representa um aspeto positivo em comparação com a operação da Plural, a qual ainda apresentava, embora em dimensões residuais, atrasos na fase de entrega.

7. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Em suma, nesta dissertação foi possível desenvolver uma metodologia com base em métodos exatos para a aplicação a um problema de planeamento de rotas consistente, com restrições de janelas temporais e frota heterogénea, sendo sustentado por um conjunto de dados reais da operação de um grossista farmacêutico. Dado o elevado número de clientes a considerar, surgiu a necessidade de explorar e aplicar metodologias de planos de corte, no sentido de simplificar o espaço de solução e atingir soluções ótimas, com um menor esforço computacional.

Numa segunda fase, mantendo o objetivo de reduzir o esforço computacional, implementou-se uma metodologia *Cluster First-Route Second*, a qual permitiu repartir o total das farmácias abastecidas pela distribuição da Plural em diferentes grupos, para posteriormente aplicar a metodologia desenvolvida na fase anterior. Este tipo de abordagem permitiu atingir resultados bastante próximos da solução óptima, com relativo esforço computacional.

7.1. Principais contribuições

Os resultados obtidos demonstram a potencialidade da adaptação de métodos exatos à aplicação de problemas de planeamento de rotas consistentes que tenham em consideração outras restrições, tais como, janelas temporais e frota heterogénea.

Foi necessária uma fase de pré-processamento através de uma metodologia *cluster first– route, second* dado o grande número de clusters a analisar. Desta forma, o modelo desenvolvido tem capacidade de apresentar soluções ótimas, em tempo útil, para clusters até 23 clientes.

Através da aplicação da metodologia proposta a um caso real de um grossista farmacêutico, foi possível otimizar os recursos da sua atividade de distribuição, através de uma redução dos quilómetros percorridos, número de veículos utilizados, maiores taxas de ocupação dos veículos de transporte e, por último, mas mais importante, uma minimização dos custos de operação.

Na mesma linha, e dada a importância que a satisfação do cliente tem nesta indústria, é importante salientar que o modelo proposto permitiu ainda eliminar as taxas de atrasos que, embora já residuais na operação da Plural, mas que ainda existiam. Esta melhoria poderá levar a atingir maiores taxas de fidelização dos clientes, fator fundamental quando se opera num meio extremamente competitivo.

7.2. Trabalho Futuro

A exploração de novas metodologias de pré-processamento poderá ser de grande utilidade no sentido de melhorar a qualidade das soluções obtidas. Por outro lado, de forma a atingir um menor esforço computacional com a aplicação de métodos exatos, poderá ser importante o desenvolvimento de novos planos de corte, capazes de reduzir ainda mais o espaço de solução.

8. REFERÊNCIAS

- Ai, T. J., & Kachitvichyanukul, V. (2009). Particle swarm optimization and two solution representations for solving the capacitated vehicle routing problem. *Computers and Industrial Engineering*, 56(1), 380–387. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2008.06.012>
- Baldacci, R., Battarra, M., & Vigo, D. (2008). Routing a heterogeneous fleet of vehicles. Em *Operations Research/ Computer Science Interfaces Series* (Vol. 43, pp. 3–27). Springer, Boston, MA. https://doi.org/10.1007/978-0-387-77778-8_1
- Baldacci, R., Mingozzi, A., & Roberti, R. (2012). Recent exact algorithms for solving the vehicle routing problem under capacity and time window constraints. *European Journal of Operational Research*, 218(1), 1–6. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2011.07.037>
- Bortfeldt, A., & Wäscher, G. (2013). Constraints in container loading-A state-of-the-art review. *European Journal of Operational Research*, 229(1), 1–20. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2012.12.006>
- Braekers, K., Ramaekers, K., & Van Nieuwenhuyse, I. (2016). The vehicle routing problem: State of the art classification and review. Em *Computers and Industrial Engineering* (Vol. 99, pp. 300–313). Elsevier Ltd. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2015.12.007>
- Brandão de Oliveira, H. C., & Vasconcelos, G. C. (2008). A hybrid search method for the vehicle routing problem with time windows. *Annals of Operations Research*, 180(1), 125–144. <https://doi.org/10.1007/s10479-008-0487-y>
- Campelo, P., Neves-Moreira, F., Amorim, P., & Almada-Lobo, B. (2019). Consistent vehicle routing problem with service level agreements: A case study in the pharmaceutical distribution sector. *European Journal of Operational Research*, 273(1), 131–145.
- Carvalho, J. M. C. de. (2002). *Logística. Sílabo*.
- Cattaruzza, D., Absi, N., & Feillet, D. (2016). Vehicle routing problems with multiple trips. *4OR*, 14(3), 223–259. <https://doi.org/10.1007/s10288-016-0306-2>
- Clarke, G., & Wright, J. W. (1964). Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points. *Operations Research*, 12(4), 568–581.
- Cordeau, J.-F., Desaulniers, G., Desrosiers, J., Solomon, M. M., & Soumis, F. (1999). The VRP with Time Windows.
- Costa, J. P., Dias, J. M. D., & Godinho, P. (2015). *Logística* (1.a ed.). Imprensa da Universidade de Coimbra.
- Côté, J.-F., Gendreau, M., & Potvin, J.-Y. (2013). The Vehicle Routing Problem with Stochastic Two-Dimensional Items. *Transportation Science*.
- Dantzig, G. B., & Ramser, J. H. (1959). The Truck Dispatching Problem. Em *Source: Management Science* (Vol. 6, Número 1).

Den Ridder, R. (2014). ConRTR, a Consistent Vehicle Routing Problem algorithm.

Dullaert, W., Janssens, G. K., Sirensen, K., & Vernimmen, B. (2002). New heuristics for the fleet size and mix vehicle routing problem with time windows. *Journal of the Operational Research Society*, 53(11), 1232–1238.

Erdoğan, G. (2017). An open source Spreadsheet Solver for Vehicle Routing Problems. *Computers and Operations Research*, 84, 62–72.

Fisher, M. (1995). Vehicle routing. Em *Handbooks in Operations Research and Management Science* (Vol. 8, Número C, pp. 1–33).

Gendreau, M., Iori, M., Laporte, G., & Martello, S. (2006). A tabu search algorithm for a routing and container loading problem. *Transportation Science*, 40(3), 342–350. <https://doi.org/10.1287/trsc.1050.0145>

Gendreau, M., Iori, M., Laporte, G., & Martello, S. (2008). A Tabu Search heuristic for the vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints. *Networks*, 51(1), 4–18.

Groër, C., Golden, B., Smith, R. H., & Wasil, E. (2009). The Consistent Vehicle Routing Problem.

Iori, M., Salazar-González, J. J., & Vigo, D. (2007). An exact approach for the vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints. *Transportation Science*, 41(2), 253–264.

Jiang, J., Ng, K. M., Poh, K. L., & Teo, K. M. (2014). Vehicle routing problem with a heterogeneous fleet and time windows. *Expert Systems with Applications*, 41(8), 3748–3760.

Junqueira, L., Morabito, R., & Yamashita, D. S. (2010). Modelos de otimização para problemas de carregamento de contêineres com considerações de estabilidade e de empilhamento. *Pesquisa Operacional*, 30(1), 73–98.

Koç, Ç., Bektaş, T., Jabali, O., & Laporte, G. (2016). Thirty years of heterogeneous vehicle routing. Em *European Journal of Operational Research* (Vol. 249, Número 1, pp. 1–21). Elsevier.

Laporte, G. (2009). Fifty years of vehicle routing. *Transportation Science*, 43(4), 408–416.

Lee, C. Y., Lee, Z. J., Lin, S. W., & Ying, K. C. (2010). An enhanced ant colony optimization (EACO) applied to capacitated vehicle routing problem. *Applied Intelligence*, 32(1), 88–95.

Lespay, H., & Suchan, K. (2019). A case study of Consistent Vehicle Routing Problem with Time Windows.

Li, F., Golden, B., & Wasil, E. (2005). Very large-scale vehicle routing: New test problems, algorithms, and results. *Computers and Operations Research*, 32(5), 1165–1179.

Martins, S. S. B. (2014). CONFIGURAÇÃO DA CADEIA LOGÍSTICA DE UM GROSSISTA FARMACÊUTICO. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.

Moura, B. do C. (2006). *Logística Conceitos e Tendências* (1.a ed.). Centro Atântico.

Nagata, Y., & Bräysy, O. (2009). A powerful route minimization heuristic for the vehicle routing problem with time windows. *Operations Research Letters*, 37(5), 333–338.

Ordóñez, F., Sungur, I., & Dessouky, M. (2005). Factors that impact solution run times of arc-based formulations of the Vehicle Routing Problem *.

Parragh, S. N., Doerner, K. F., & Hartl, R. F. (2008). A survey on pickup and delivery problems: Part II: Transportation between pickup and delivery locations. *Journal für Betriebswirtschaft*, 58(2), 81–117.

Pollaris, H., Braekers, K., Caris, A., Janssens, G. K., & Limbourg, S. (2015). Vehicle routing problems with loading constraints: state-of-the-art and future directions. *OR Spectrum*, 37(2), 297–330.

Schmid, V., & Ehmke, J. F. (2017). An effective large neighborhood search for the team orienteering problem with time windows. *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*, 10572 LNCS, 3–18.

Solomon, M. M. (1987). ALGORITHMS FOR THE VEHICLE ROUTING AND SCHEDULING PROBLEMS WITH TIME WINDOW CONSTRAINTS. *Operations Research*, 35(2), 254–265.

Soonpracha, K., Mungwattana, A., Janssens, G. K., & Manisri, T. (2014). Heterogeneous VRP review and conceptual framework.

Strodl, J., Doerner, K. F., Tricoire, F., & Hartl, R. F. (2010). On index structures in hybrid metaheuristics for routing problems with hard feasibility checks: An application to the 2-dimensional loading vehicle routing problem. *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*, 6373 LNCS, 160–173.

Sultana, T., Akhand, M. A. H., & Rahman, M. M. H. (2017). A variant fisher and Jaikumar algorithm to solve capacitated vehicle routing problem. *ICIT 2017 - 8th International Conference on Information Technology, Proceedings*, 710–716.

Taillard, É., Badeau, P., Gendreau, M., Guertin, F., & Potvin, J. Y. (1997). A tabu search heuristic for the vehicle routing problem with soft time windows. *Transportation Science*, 31(2), 170–186.

Toth, P., & Vigo, D. (Eds.). (2002). *The Vehicle Routing Problem*. Society for Industrial and Applied Mathematics.

Tricoire, F., Doerner, K. F., Hartl, R. F., & Iori, M. (2011). Heuristic and exact algorithms for the multi-pile vehicle routing problem. *OR Spectrum*, 33(4), 931–959.

Wong, R. T. (2008). Vehicle routing for small package delivery and pickup services. *Operations Research/ Computer Science Interfaces Series*, 43, 475–485.

9. ANEXOS

9.1. Anexo A

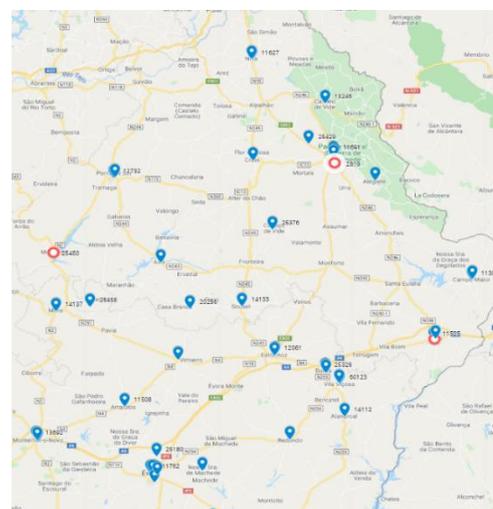
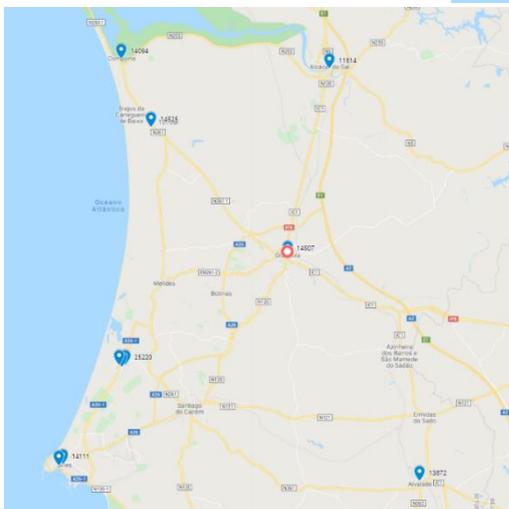
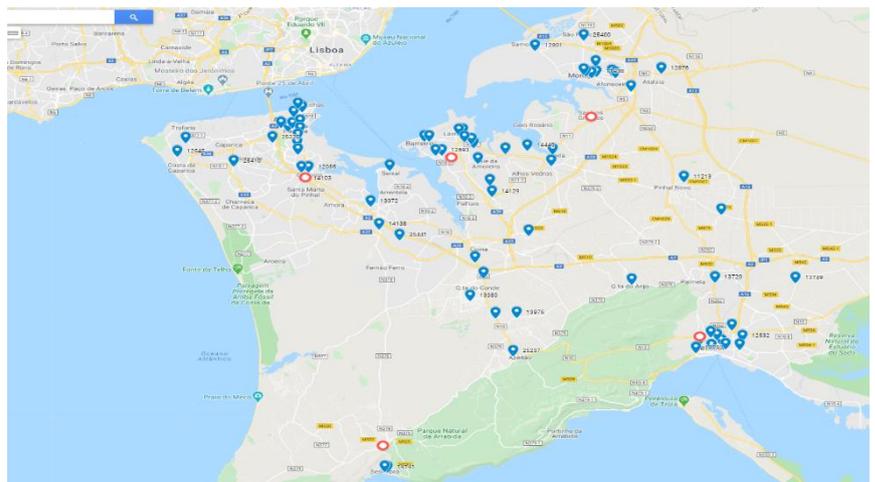
Total de farmácias abastecidas pela Plural

ID	Nome da Farmácia	ID	Nome da Farmácia	ID	Nome da Farmácia	ID	Nome da Farmácia	ID	Nome da Farmácia
12749	Farmácia Bráz	25457	Farmácia Cartaxo	14011	Farmácia Nova	12479	Farmácia Rolim	14315	Farmácia Vale de Figueira
12532	Farmácia Cunha Pinheiro	12102	Farmácia Alentejo	11270	Farmácia Ronil	14159	Farmácia Gonçalves Carrasco	25451	Farmácia Holon Campo Grande
11311	Farmácia Portugal	11633	Farmácia Roma	12369	Farmácia Central de Campolide	14014	Farmácia Valente	25115	Farmácia Neoterapia
11535	Farmácia Costa	11660	Farmácia Imperial	12639	Farmácia Geny	12239	Farmácia de Caneças	12466	Farmácia Apolo 70
25175	Farmácia de Cajados	11810	Farmácia Central do Azeiro	12726	Farmácia Quejas	12301	Farmácia Tanara	12405	Farmácia Santa Maria
12195	Farmácia Ideal	14224	Farmácia João XXI	12373	Farmácia Patuleia	13634	Farmácia Cruzeiro	11844	Farmácia Rio de Janeiro
25176	Farmácia do Poceirão	14517	Farmácia Garantia	14529	Farmácia São Tomé	13851	Farmácia D.Dinis	11273	Farmácia Figueiras
13186	Farmácia Santiago	12399	Farmácia Vera Cruz	12913	Farmácia do Largo	12185	Farmácia Jolene	14493	Farmácia das Avenidas
12481	Farmácia Louro	13909	Farmácia Esperança	11125	Farmácia Progresso Tagus Park	12107	Farmácia Central de Odivelas	12004	Farmácia Brísália
11737	Farmácia Aranguez	12432	Farmácia Paes	25377	Farmácia Primavera	12084	Farmácia Monserrate	25456	Farmácia Zil
12167	Farmácia Brasil	14265	Farmácia Ibéria	14509	Farmácia Cristiana	12525	Farmácia Gonçalves	11937	Farmácia Correia
11895	Farmácia Nova	13590	Farmácia Portugal	12991	Farmácia Fontes Rocha	14520	Farmácia Codivel	11975	Farmácia Gil
14318	Farmácia Fuzeta	11262	Farmácia Romano Baptista	14207	Farmácia Outeiro	12199	Farmácia Nova	14469	Farmácia Baão Santos
14314	Farmácia Carmo Sobral	11218	Farmácia Aliança	12851	Farmácia Ribeiro	12589	Farmácia Cipriano	12298	Farmácia J. Ribeiro
13729	Farmácia D'Alres	14548	Farmácia Moraes Soares	14546	Farmácia Oeiras Figueirinha	12391	Farmácia Serra	11736	Farmácia Alto dos Moinhos
14476	Farmácia Quinta do Anjo	11150	Farmácia Luciano Cordeiro	12875	Farmácia Sacoor	11146	Farmácia Barreiros Faria	12359	Farmácia Vítex
13344	Farmácia Mendes	11267	Farmácia do Marquês	25340	Farmácia Carcavelos	14516	Farmácia Ascenso	13381	Farmácia da Luz
13975	Farmácia Nova	25291	Farmácia Fontes Pereira de Melo	13804	Farmácia Sacoor do Riviera	25434	Farmácia Zira	12026	Farmácia Bruxellas
10978	Farmácia Carvalho	12444	Farmácia Alformelos	12538	Farmácia do Junheiro	14514	Farmácia Paula de Campos	11238	Farmácia Prates e Mota
13702	Farmácia Leziria	13880	Farmácia Central Park	12125	Farmácia Aisir	25440	Farmácia Varela	11438	Farmácia Aguiar
14329	Farmácia Moderna	11989	Farmácia Clabel	13859	Farmácia Macau	14374	Farmácia Parque das Nações	11908	Farmácia das Olaias
11050	Farmácia César	14114	Farmácia Continente Amadora	25218	Farmácia São Pedro	12266	Farmácia S. Paulo, Unip Lda	13874	Farmácia Loures
10926	Farmácia Silva Carvalho	10847	Farmácia Remédios	11614	Farmácia da Misericórdia	12010	Farmácia Gare do Oriente	14258	Farmácia Pinheirense de Loures
12339	Farmácia Central	12297	Farmácia D. Joao V	25431	Farmácia Pablo	14324	Farmácia Exposul	14253	Farmácia Nova de Loures
13955	Farmácia Roldão	11602	Farmácia Mota Capitão	14507	Farmácia Costa	25330	Farmácia dos Olivais	13773	Farmácia Rocha Santos
14250	Farmácia Cotovios	12257	Farmácia Damaia	13872	Farmácia Central	12686	Farmácia Reis Oliveira	14547	Farmácia LRS Loures
11246	Farmácia Central	12144	Farmácia Dias e Brito	12384	Farmácia Central	12415	Farmácia Nova dos Olivais	11145	Farmácia Faria
13982	Farmácia Sequeira	12367	Farmácia Santa Sofia	25220	Farmácia Litoral	12458	Farmácia Cortes	14269	Farmácia Barros
11487	Farmácia Mercado	25375	Farmácia Central de Queijas	12692	Farmácia Fontes	14351	Farmácia Sacavém	10954	Farmácia Ferreira
12077	Farmácia Central de Alverca	11231	Farmácia da Paiã	13870	Farmácia Nova	13185	Farmácia do Prior Velho	14271	Farmácia Coral
13022	Farmácia Nova Alverca	14519	Farmácia Dolce Vita	14111	Farmácia Atlântico	14103	Farmácia Bento Lino	12263	Farmácia Lopes
12623	Farmácia Simões Dias	11965	Farmácia Lealdade	14525	Farmácia Costa Azul	13972	Farmácia Central da Amora	25237	Farmácia Higiene (Azeitão)
13311	Farmácia do Forte	12217	Farmácia Nova de Carnaxide	14094	Farmácia Marília Fonseca	25235	Farmácia Seixal	13976	Farmácia Valido Ribeiro
10992	Farmácia Higiênica	12957	Farmácia São Damião	12708	Farmácia Ribeiro Soares	25420	Farmácia Flor da Mata	12229	Farmácia São Lourenço
13109	Farmácia Azevedo	12896	Farmácia Azeredo	14485	Farmácia de Frielas	14141	Farmácia Leão	13980	Farmácia Quinta do Conde
14255	Farmácia Santa Iria	13789	Farmácia André	11191	Farmácia N. Infante	25236	Farmácia de Santana	12581	Farmácia Rodrigues Pata
13692	Farmácia Novalentejo	11511	Farmácia da Misericórdia	11560	Farmácia Évora	13812	Farmácia Planície	25452	Farmácia Holon Bplenet
14551	Farmácia São Manços	25225	Farmácia Castro Rodrigues	12173	Farmácia Normal	11868	Farmácia Alto do Alges	11652	Farmácia Colonial
12061	Farmácia Costa	12058	Farmácia Central	14505	Farmácia Parreira Fórum Barreiro	11958	Farmácia Santa Rita	14515	Farmácia Silmar
14470	Farmácia Carapeta e Irmão	12545	Farmácia Carlos	12165	Farmácia Aliança	13992	Farmácia Miraflores	11671	Farmácia Ferrão
13801	Farmácia Grijó	25410	Farmácia Lazarim	14069	Farmácia Aquém Tejo	12201	Farmácia Nifo	11483	Farmácia Homeopática de Santa Justa
12471	Farmácia Godinho	12086	Farmácia Universo	14391	Farmácia Jordão Pedrosa	11230	Farmácia Higilux	11237	Farmácia Estácio
11703	Farmácia Carvalho Cortes	12518	Farmácia Abreu Cardoso	12128	Farmácia Portugal	14549	Farmácia do Restelo	11433	Farmácia Frazão
11594	Farmácia Torrinhã	12786	Farmácia Rico	14449	Farmácia D'Avó	13954	Farmácia Grijó	12816	Farmácia O'Neill Pedrosa
25436	Farmácia Holon Redondo	25385	Farmácia Guerra Rico	11315	Farmácia União Moltense	12027	Farmácia Belém	12966	Farmácia Silvia
14112	Farmácia Alandroalense	12870	Farmácia Mira Sintra	12548	Farmácia da Moita	11215	Farmácia dos Jerónimos	12374	Farmácia Terrena
11525	Farmácia Calado	11485	Farmácia Viva	14129	Farmácia Santo António	14510	Farmácia Mendes Gomes	12404	Farmácia Valentim
11750	Farmácia Lux	25285	Farmácia Holon Rio Mouro	12592	Farmácia Marques Cavaco	25428	Farmácia Lídia Almeida	12762	Farmácia Crespo
11596	Farmácia Moutta	14139	Farmácia Dumas Brousse	25070	Farmácia Linaida	12080	Farmácia Boa-Hora	14244	Farmácia Fontanelas
11304	Farmácia Central	12667	Farmácia Cargaleiro Lourenço	12437	Farmácia Porfírio	14524	Farmácia Santo Amaro	14239	Farmácia do Sabugo
11524	Farmácia Campo Maior	12901	Farmácia Serra das Minas	14511	Farmácia Castro Fonseca	13679	Farmácia Teles	14426	Farmácia Central de Belas
14518	Farmácia Infante de Sagres	25378	Farmácia Mem Martins	11268	Farmácia Largo do Rato	11266	Farmácia do Calvário	12874	Farmácia Idanha
25180	Farmácia Canavais	25290	Farmácia Química	11216	Farmácia Castro Sucessores	11439	Farmácia Lisbonense	12634	Farmácia Casal de Cambra
14123	Farmácia Moreira	25445	Farmácia Dumas Brousse Mem Martins	11786	Farmácia Aurélio Rego	12914	Farmácia da Boavista	14035	Farmácia Nova de Famões
20286	Farmácia Canelas Pais (Posto)	12575	Farmácia Ouressa	11244	Farmácia da Lapa	14300	Farmácia Impar	11252	Farmácia de Famões
14133	Farmácia Andrade	14334	Farmácia Vítória	11953	Farmácia Central	12790	Farmácia Serra da Luz	13814	Farmácia Galeno
25376	Farmácia Vaz	12187	Farmácia Martins Baltazar	14176	Farmácia Moz Teixeira	13176	Farmácia Padre Cruz	25455	Farmácia Diana
14406	Farmácia Sarmago Pais	11938	Farmácia Higiene	14012	Farmácia Açoreana	25160	Farmácia Colombo	12033	Farmácia Central
25429	Farmácia dos Fortios	11916	Farmácia Moderna	12322	Farmácia Cais do Sodré	12194	Farmácia Benfiluz	11508	Farmácia Misericórdia de Arraiolos
11691	Farmácia Chambel	11317	Farmácia Diogo Marques	11277	Farmácia Barreto	12528	Farmácia Rebocho	25458	Farmácia Canelas Pais
14400	Farmácia Romba	14041	Farmácia Nova Circular	11404	Farmácia Jardim Real	25341	Farmácia Estácio Xabregas	14137	Farmácia Falcão
11816	Farmácia Esteves Abreu	12245	Farmácia Nova Montijo	13496	Farmácia APDP	11730	Farmácia Marques	25450	Farmácia Silva Godinho
12819	Farmácia Cunha Miranda	13821	Farmácia do Forum	11452	Farmácia Braamcamp	12705	Farmácia Gouveia	12732	Farmácia Varela Dias
12804	Farmácia Alegrete	12876	Farmácia Cravidão	13759	Farmácia São João	12443	Farmácia Progresso Benficia	11817	Farmácia Matos Fernandes
13994	Farmácia Ideal	25400	Farmácia São Francisco	11819	Farmácia das Areias	12351	Farmácia Lavinha	12141	Farmácia Bonfim
14439	Farmácia Centro Sul	12801	Farmácia Póvoas Godinho	12422	Farmácia Parque Estoril	12526	Farmácia Serejo	11455	Farmácia Novais
12168	Farmácia Do Bairro	11213	Farmácia Centro Farmacêutico	11486	Farmácia Cordeiro	12311	Farmácia Santo António	25240	Farmácia Godinho
11392	Farmácia Cova da Piedade	12900	Farmácia Cordeiro	12313	Farmácia das Fontainhas	12289	Farmácia de Marvila	14477	Farmácia Central
11313	Farmácia Reis	12553	Farmácia Parreira	11940	Farmácia Alto da Castelhana	25011	Farmácia Estácio Xabregas	25390	Farmácia Roque Pinto
11807	Farmácia Central de Almada	11800	Farmácia Roldão	14007	Farmácia da Amoreira	11248	Farmácia Cruz de Malta	13246	Farmácia Freixedas
12013	Farmácia Holon Pragal	14506	Farmácia Parreira Baixa da Banheira	14392	Farmácia d'Aldeia	11978	Farmácia Santa Apolónia	11205	Farmácia Roque
11929	Farmácia Nuno Alvares	14131	Farmácia Silva Inácio	12611	Farmácia Luz	12271	Farmácia Alves de Carvalho	12817	Farmácia Matos
12169	Farmácia Rainha Santa	12693	Farmácia Parreira Verderena	13457	Farmácia Alcoitão	11271	Farmácia Almeida Dias	12742	Farmácia Tavares de Matos
13557	Farmácia Nova d'Almada	12345	Farmácia Parreira Bocage	25150	Farmácia Branique	14539	Farmácia Branquinho	12196	Farmácia São Jorge

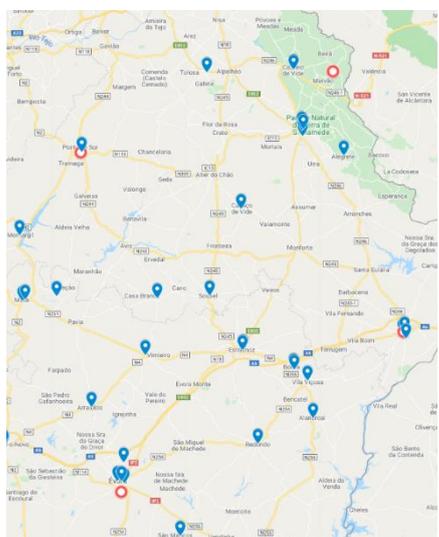
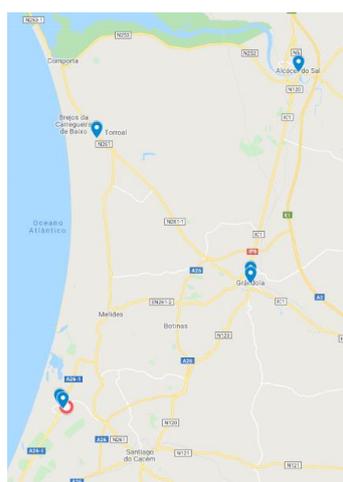
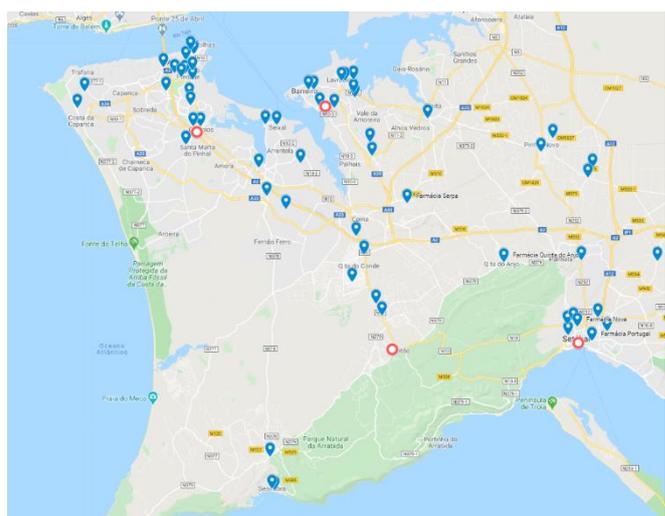
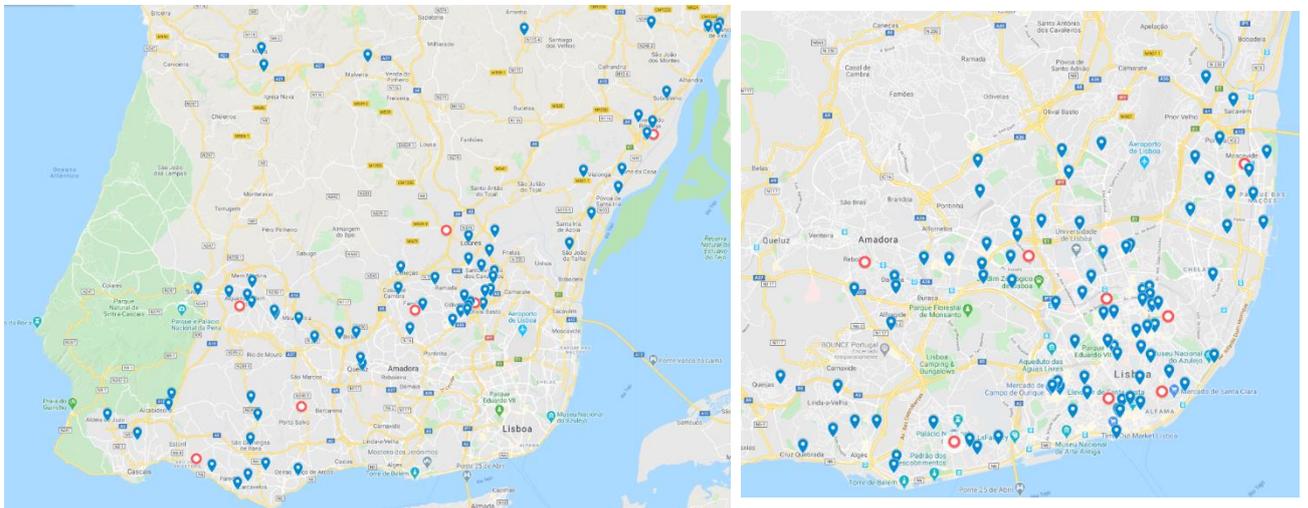
9.2. Anexo B

Mapas com localizações das farmácias e respetivos clientes i_k (círculo vermelho)

Manhã



Tarde:



9.3. Anexo C

Manhã Conjunto de clusters obtidos após aplicação da metodologia *cluster first-route second*

Nº do Cliente	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	10847	12010	11216	11150	11218	11633	11125	11485	12404	11730	11231	11145	10954	10926	11807	11800
2	11215	12266	11238	11237	11736	11660	12125	11486	12575	11975	11252	11191	11146	11050	11929	12128
3	11266	12297	11244	11248	12026	11810	12422	11819	12762	11989	12957	11908	12107	11246	12013	12173
4	11439	12415	11268	11262	12194	11844	12851	11940	12870	12144	13851	12084	12185	11487	12058	12345
5	11602	12458	11270	11267	12298	12004	12875	12313	12901	12351	14035	12199	12391	12077	12168	12545
6	11868	12686	11277	11271	12359	12102	12991	12538	14244	12374	14426	12239	12634	12339	12169	12553
7	11958	12914	11392	11273	12373	12289	14207	12611	14334	12443	25285	12301	13634	12623	12518	12693
8	11965	14324	11404	11433	12444	12399	14546	13457	25290	12528		12479	13773	13022	13557	14069
9	12027	14351	11438	11483	12466	12415	25340	13759	25378	12705		12525	13874	13109	13994	14129
10	12080	14514	11452	11652	12639	12432	25377	13804	25445	12786		12589	14014	13311	14103	14131
11	12196	14516	11786	11671	12790	12913		13859		12816		12667	14239	13702	25225	14391
12	12201	25330	11937	11953	12874	13185		14007		12896		12708	14253	13955		14449
13	12217	25434	12322	11978	13176	13909		14139		12966		14271	14258	13982		14505
14	12367	25440	12369	12271	13457	14224		14392		13789		14300	14269	14159		14506
15	13679		12437	12311	14529	14265		25150		14469		14485	14520	14250		25235
16	13880		13496	12405	25160	14374		25218		25341				14255		25410
17	13954		14011	12526	25290	14517				25385				14315		
18	13992		14012	12726		14547								14329		
19	14114		14176	13590		25456								14519		
20	14524		14439	14493		25457								25070		
21	14549		14511	14515												
22	25375		14549	14539												
23	25428			14548												
24																25011
25																25115
26																25451

Nº do Cliente	17	18	19	20	21	22	23
1	11313	11311	11315	11213	11511	12801	10978
2	12086	11535	11317	11614	11525	13344	11304
3	12263	11737	11916	12165	11560	13975	11508
4	13972	11895	11938	12195	11594	14507	11524
5	14141	12167	12187	12384	11596		11691
6	25236	12229	12245	12692	11703		11816
7	25420	12481	12876	13870	11750		11817
8		12532	13821	14094	12033		12471
9		12548	14041	14111	12061		12732
10		12581		14525	13692		12804
11		12592		25175	13812		12819
12		12749		25176	13814		13801
13		12900		25220	14112		14133
14		13186		25400	25180		14137
15		13729		25431	25436		14400
16		13976					14406
17		13980					14470
18		14314					20286
19		14318					25376
20		14476					25429
21		25237					25450
22		25452					25455
23							25458

Tarde:

<i>Nº do Cliente</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	11125	12575	11252	11145	11246	10847	11237	11216	11273	11614	11511	11508	11305	11311	12263	11313	11213
2	11819	12870	12084	11146	11487	11868	11238	11230	11660	12692	11560	11525	11691	11535	13972	11807	11455
3	12538	14139	12107	11908	12077	11958	11267	11244	12010	13870	12033	11594	11816	11895	14141	11929	11800
4	12851	14334	12185	12479	12239	11965	11271	11268	12415	14507	12061	11596	11817	12141	25236	12013	12165
5	12991	25290	12199	12634	12458	11975	11277	11270	12526	14525	13692	11703	12732	12229	25420	12058	12173
6	13457	25378	12301	13773	12623	12027	11483	11392	12528	25220	14477	11750	12804	12481	25452	12086	12345
7	14392	25445	12391	13874	12667	12080	11652	11404	12686	25431	25180	12471	12817	12532		12168	12545
8	25218		12525	14258	13022	12196	11730	11438	12786		25436	13801	13246	12581		12169	12548
9	25340		12589	14269	13109	12257	11736	12194	12874			14112	14133	12592		12518	12553
10	25377		12790	14271	13311	12367	12271	12437	14224			14137	14400	12749		13994	12693
11			14035	14300	13982	12443	12322	12639	14255			14141	25390	13186		14103	12742
12			14520		14159	13789	12373	13381	14351			25376	25450	13729		25225	12900
13					14255	13880	12466	14439	14374				25455	13980		25410	14129
14					14315	14114	12726	14546	14516				25458	14314			14131
15					14514	14426	13176	25160	14517					14476			14505
16					14519	14510	13590	25375	14547					25237			14506
17					25070	14524	14324		25434								25235
18						14549	14493		25440								25240
19						25428	14511		25451								
20							14515		25456								
21							14529		25457								
22							14539										
23							14548										
24							25011										

9.4. Anexo D

Apresentam-se assim as rotas determinadas a partir da aplicação do método exato aos diferentes clusters.

Apenas como nota elucidativa, os números presentes nas rotas correspondem diretamente aos apresentados nos clusters no anexo C

9.5. Anexo E

Descrição dos resultados obtidos na aplicação do método exato aos diferentes clusters.

PERÍODO	Nº PROBLEMA	CLIENTES	Nº DE VARIÁVEIS	Nº DE RESTRIÇÕES	FUNÇÃO OBJECTIVO	DIST. ROTA	CPU TIME	GAP
MANHÃ	1	23	650	1650	24,89 €	54,117	11,19	0%
MANHÃ	2	14	544	1392	27,78 €	60,399	654,32	5%
MANHÃ	3	22	600	1823	31,89 €	69,327	850,22	5%
MANHÃ	4	26	812	2058	30,35 €	65,98	34,64	0%
MANHÃ	5	17	380	1158	43,67 €	94,954	312,25	5%
MANHÃ	6	20	506	1287	32,63 €	70,986	4,53	0%
MANHÃ	7	10	156	479	26,20 €	56,964	0,69	0%
MANHÃ	8	16	342	1043	34,71 €	75,472	353,2	0%
MANHÃ	9	10	156	479	24,15 €	52,531	1,13	0%
MANHÃ	10	17	380	1158	17,30 €	37,607	7,38	0%
MANHÃ	11	7	90	276	14,12 €	30,697	0,11	0%
MANHÃ	12	15	306	782	68,54 €	149,22	5,23	0%
MANHÃ	13	15	306	782	40,13 €	87,246	5,19	0%
MANHÃ	14	20	506	1287	88,81 €	193,074	1,75	0%
MANHÃ	15	11	182	468	29,55 €	64,232	0,13	0%
MANHÃ	16	16	342	873	62,51 €	135,98	632,25	5%
MANHÃ	17	7	90	234	50,06 €	108,819	0,36	0%
MANHÃ	18	22	600	1524	76,28 €	165,835	60,75	0%
MANHÃ	19	9	132	341	51,99 €	113,011	0,06	0%
MANHÃ	20	15	306	782	172,67 €	375,38	57,67	0%
MANHÃ	21	15	306	782	226,50 €	492,382	156,44	0%
MANHÃ	22	4	42	111	63,26 €	137,515	0,09	0%
MANHÃ	23	23	650	1650	290,35 €	631,191	835,12	5%

<i>Período</i>	<i>Nº Problema</i>	<i>Clientes</i>	<i>Nº de variáveis</i>	<i>Nº de restrições</i>	<i>Função Objectivo</i>	<i>Dist. Rota</i>	<i>Cpu Time</i>	<i>Gap</i>
<i>Tarde</i>	1	10	402	156	31,84 €	69,223	0,08	0%
<i>Tarde</i>	2	7	90	234	13,08 €	28,439	0,46	0%
<i>Tarde</i>	3	12	210	539	18,47 €	40,147	0,58	0%
<i>Tarde</i>	4	11	169	468	45,31 €	98,4894	0,36	0%
<i>Tarde</i>	5	17	380	969	70,80 €	153,907	0,7	0%
<i>Tarde</i>	6	19	462	1176	23,86 €	51,88	320,2	5%
<i>Tarde</i>	7	24	702	1781	32,84 €	71,389	3,78	0%
<i>Tarde</i>	8	16	342	873	104,62 €	227,428	98,14	0%
<i>Tarde</i>	9	21	1717	5105	36,95 €	80,318	1118,23	5%
<i>Tarde</i>	10	7	90	234	155,08 €	337,129	0,5	0%
<i>Tarde</i>	11	8	110	285	141,71 €	308,065	0,48	0%
<i>Tarde</i>	12	12	210	539	224,52 €	488,0863	1,98	0%
<i>Tarde</i>	13	14	272	696	243,73 €	529,839	2,72	0%
<i>Tarde</i>	14	16	342	873	68,39 €	148,684	200,06	5%
<i>Tarde</i>	15	6	72	188	24,96 €	54,2639	0,33	0%
<i>Tarde</i>	16	13	240	615	14,96 €	32,5289	0,48	0%
<i>Tarde</i>	17	18	420	1070	46,49 €	101,05978	222,5	5%