



**UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
ESCOLA POLITÉCNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS**

CESARE FIORINI

**AVALIAÇÃO DO USO DE FOTOELASTICIDADE DE REFLEXÃO NO
ESTUDO DE LIGAÇÃO METÁLICA VIGA-COLUNA**

SALVADOR

2016

CESARE FIORINI

**AVALIAÇÃO DO USO DE FOTOELASTICIDADE DE REFLEXÃO NO
ESTUDO DE LIGAÇÃO METÁLICA VIGA-COLUNA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas (PPEE), Escola Politécnica, Universidade Federal da Bahia, como requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia das Estruturas

Área de Concentração: Integridade Estrutural

Ênfase: Análise Fotoelástica de Reflexão

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Alberto Borges Vieira Junior – UFBA (Orientador)

Prof. Dr. Marco Túlio Santana Alves – UFBA

Prof. Dr. Cleudmar Amaral de Araújo – UFU

SALVADOR

2016

DEDICATÓRIA

Alla mia mamma Graziella (in memoriam)

Al mio papà Silvino e à Dona Lêda

A Lidia e Ambrogio

A Teresa, Carlo e Claudio

À minha Tia Antonina

À minha esposa Sara

Al mio figlio José Silvino

“If you wanna go faster, go alone. If you wanna go longer, go together”

(Provérbio africano)

AGRADECIMENTOS

Talvez nessa página não consiga lembrar e agradecer à todos que de alguma maneira (grande ou pequena) me ajudaram a concluir esse Mestrado. Sei com certeza que vocês também participaram dessa caminhada. Pois, como tudo na vida, é verdade que as conquistas podem ser pessoais, mas essas, na maioria dos casos, representam só a parte emersa de um *iceberg*, com sua ponta alva e cristalina no meio do mar. A outra parte, a submersa, fica escondida e é repleta, além do esforço, renúncia e sacrifício próprio, de outras contribuições de pessoas que, direta ou indiretamente, deram as condições para obter o desejado êxito.

Acima de tudo e todos agradeço à Deus que sempre está presente e que costuma falar no silêncio e nas evidências das ações, dos acontecimentos e dos pensamentos.

À toda minha Família brasileira e italiana pela paciência devida as minhas ausências, pelo suporte que me deram ao longo das etapas dessa caminhada e pela confiança.

À minha querida Tia Antonina cuja força, exemplo, otimismo e fé sempre me impressionam.

Aos professores da UFBA que conheci durante o Mestrado, especialmente: Prof. Dr. Sandro, Prof.^a Dr.^a Paula, Prof.^a Dr.^a Tatiana, Prof. Dr. Armando, Prof. Dr. Alex, Prof. Dr. João Augusto, Prof. Dr. Alexandre, Prof. Dr. Ademar, Prof. Dr. Jardel, Prof.^a Dr.^a Dayana, Prof. Dr. Rubisley, Prof. Dr. Leizer, Prof. Msc João. Agradeço também a Lourí e Ícaro pelo apoio de secretaria que nunca deixaram de dar.

Ai professori del Politecnico di Milano: Prof. Dr. Michele, Prof.^a Dr.^a Chiara, Prof. Dr. Andrea, oltre a tutti i tecnici del laboratorio dove ho fatto le prove sperimentali.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Alberto, que desde minha volta ao Brasil foi o primeiro Professor que encontrei e que sempre me incentivou em investir no percurso acadêmico.

Aos colegas de Mestrado de Engenharia das Estruturas e do Mestrado em Engenharia Ambiental Urbana.

A Emma per la sua gentilezza, disponibilità e attenzione. A Lidia e a Ambrogio.

À Marta e aos colegas do ‘Canto do Estudo’, ao ‘X da questão’ e à ‘Pousada Santo Antônio’ por ter acreditado em mim sem antes me conhecer.

À CAPES pelo bolsa de mestrado, e à PROPG da UFBA pelo apoio financeiro. Aos meus amigos Christian, Guilhermino, Vanessa, Moisés, Michele, Laura, Francesca.

FIORINI, Cesare. Avaliação do uso de fotoelasticidade de reflexão no estudo de ligação metálica viga-coluna. Dissertação – Escola Politécnica, Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2016.

RESUMO

A fotoelasticidade é uma das técnicas experimentais mais antigas. Nova atenção é dada hoje a esse método devido aos progressos da fotoelasticidade digital. Nessa dissertação é apresentada o estudo de uma ligação metálica, constituída por uma viga perfil I em balanço, ligada a coluna por meio de solda e parafusos, e sujeita a carregamento concentrado na extremidade livre. O objetivo principal desse estudo é analisar a junção metálica com a fotoelasticidade de recobrimento e avaliar a aplicabilidade dessa técnica por esse tipo de conexão. Sucessivamente são expostos os fundamentos teóricos junto com a formulação matemática da fotoelasticidade clássica e as evoluções alcançadas pela fotoelasticidade digital. Foram apresentados, também com base na literatura, os princípios teóricos do método aos elementos finitos assim como do processamento e análise digital de imagens no espaço de cor RGB, além de descrever as características das ligações metálicas com base nas normativas técnicas. A metodologia aplicada envolveu a análise teórica, experimental e numérica. O arranjo experimental é constituído por um polariscópio circular em campo escuro e com luz branca. Nos ensaios de laboratório foram produzidas manualmente as lâminas fotoelásticas em Araldite, assim como foram realizados os testes de calibração sobre os espécimes. Os testes de flexão simples sobre o corpo de prova foram executados com quatro níveis de carga. As regiões investigadas foram a mesa superior da viga, a alma e a chapa de topo. Foi feito um registro fotográfico para analisar a distribuição das franjas isocromáticas nas regiões investigadas e determinar as diferenças das tensões principais. Paralelamente foi desenvolvido um programa de tratamento de imagem, escrito em Matlab®, capaz de fornecer o valor da constante fotoelástica, para o tipo de modelo mecânico utilizado. A solução numérica, em regime elástico-linear, foi produzida com a proposta de um código escrito em Ansys®. Na mesa superior a resposta numérica comparada com a experimental mostrou um erro menor a 10 % em termos de estado de tensões. Mostra-se também o potencial didático dessa técnica com a proposta de alguns exercícios.

Palavras-chave: integridade estrutural, fotoelasticidade digital, análise de tensões

FIORINI, Cesare. Evaluation of reflective photoelasticity in the study of steel joint beam-column joint. Dissertation – Polytechnic School, Federal University of Bahia, Salvador, 2016.

ABSTRACT

Photoelasticity is one of most ancient experimental techniques for stress analysis. New attention is given to this method due to progress of digital photoelasticity. This dissertation investigates a mixed steel junction beam-column by using reflection photoelasticity. A cantiliver beam I profile, bolted and welded to column, is subject to concentrated load on free extreme. Main proposal is to analyse the steel junction and assess feasibility of this technique for this kind of connection. Successively, theoretical foundation is exposed with mathematical formulation of classic photoelasticity. Progress has been reached by digital photoelasticity. Based on literature, theoretical principles of finite element method were exposed, as well as digital image processing and analysis, in RGB colour space. Besides, characteristics of steel junction are described with base on technical normative. The applied methodology used theoretical, experimental and numeric analysis. Experimental equipment used is a circular polariscope in black field with white light. In laboratory test photoelastic film in Araldite were prepared by hand, such as were made calibration setup testing of photoelastic film on specimens. Simple bending tests were applied with four level of loads on the model. Investigated areas were beam upper flange, beam web and beam plate. A photographic register was made to analyse distribution of isochromatic fringes and determine principal stress difference. In parallel, a non commercial algorithm, written in Matlab®, process data to determine the fringe value photoelastic constant. The finite element numerical analysis was realized considering elastic-linear conditions and was written with commercial software ANSYS®. On the beam upper flange numerical and experimental results showed a difference lower than 10 % as stress state. Didactic potential associated to this technique is showed with a proposal of some exercises.

Key-words: structural integrity, digital photoelasticity, stress analysis

LISTA de FIGURAS

Figura 1.1	Curva de popularidade da fotoelasticidade.....	7
Figura 2.1	Linha do tempo da fotoelasticidade.....	13
Figura 2.2	Diversos tipos de polarização.....	15
Figura 2.3	Efeito da birrefringência.....	16
Figura 2.4	Polarizador e placas retardadoras.....	17
Figura 2.5	Polariscópio plano.....	18
Figura 2.6	Raio P e raio A.....	18
Figura 2.7	Polariscópio circular.....	21
Figura 2.8	Raio P, vetores M_1 e M_2 , raio A.....	22
Figura 2.9	Película fotoelástico.....	24
Figura 2.10	Método de Tardy.....	28
Figura 2.11	Fringe Sharpening e Fringe Multiplication.....	30
Figura 2.12	Tipos de conexões metálicas.....	34
Figura 2.13	Tipos ideais de comportamento das ligações.....	35
Figura 2.14	Esquema funcionamento do processamento de imagens.....	39
Figura 2.15	Espaço de cor RGB.....	41
Figura 3.1	Polariscópio circular (usado para os ensaios)	42
Figura 3.2	Exemplos esquemáticos de juntas metálicas.....	43
Figura 3.3	Esquema estrutural do corpo de prova.....	43
Figura 3.4	Corpo de prova.....	44
Figura 3.5a	Propriedades geométricas – IPE 200, UNI (5398)	45
Figura 3.5b	Coluna.....	45
Figura 3.6	Lâminas fotoelásticas.....	46
Figura 3.7	Esforços internos e tensões.....	47
Figura 3.8	Preparação da Araldite.....	50
Figura 3.9	Operações sobre as placas fotoelásticas.....	51
Figura 3.10	Preparação cola e aplicação da cola.....	52
Figura 3.11	Aplicação da cola na lâmina C1.....	53
Figura 3.12	Modelo mecânico para calibração.....	54
Figura 3.13a	Barras utilizadas para a calibração.....	55
Figura 3.13b	Modelos dos pesos utilizados.....	55
Figura 3.14	Franjas isocromáticas nas barras de calibração.....	56
Figura 3.15	Esquema estruturas de calibração.....	57
Figura 3.16	Instalação do corpo de prova e instrumentação utilizada.....	61
Figura 3.17	Gráfico tensão deformação.....	62
Figura 3.18	Organização do programa.....	64
Figura 3.19	BLOCO_1: Primeira seleção.....	65
Figura 3.20	BLOCO_2: Equalização.....	66

Figura 3.21	BLOCO_4: Segunda seleção.....	66
Figura 3.22a	BLOCO_5: Cinzamento.....	67
Figura 3.22b	BLOCO_6: Refinamento.....	68
Figura 3.23	BLOCO_7: Ajuste.....	69
Figura 3.24	BLOCO_8: Cruzamento.....	70
Figura 3.25	Identificação das cores.....	71
Figura 3.26	Gráfico da constante fotoelástica – Espécime 1.....	73
Figura 3.27	Gráfico da constante fotoelástica – Espécime 2.....	73
Figura 3.28	Identificação das cores (método manual)	74
Figura 3.29	Gráfico f_{σ} (comparação entre método digital e manual)	75
Figura 3.30	Vista frontal da chapa de topo.....	79
Figura 3.31	Modelo dos parafusos.....	79
Figura 3.32	Elemento SOLID187.....	80
Figura 3.33	Restrição movimento na base da coluna.....	80
Figura 3.34	Malha dos elementos.....	81
Figura 3.35	Aplicação do carregamento na viga.....	82
Figura 4.1	Região placa C1.....	84
Figura 4.2	Franjas isocromáticas na placa C1.....	86
Figura 4.3	Franjas isocromáticas com representação da grade.....	89
Figura 4.4	Mesa superior da viga sem franjas.....	91
Figura 4.5	Gráficos das diferenças de tensões principais em função do carregamento.....	94
Figura 4.6	Regiões de mesma diferença entre tensões principais.....	95
Figura 4.7	Comparação das franjas isocromáticas na mesa superior.....	97
Figura 4.8	Efeito Saint Venant na extremidade do engaste.....	98
Figura 4.9a	Alma da viga sem franjas.....	99
Figura 4.9b	Esquema estrutural.....	99
Figura 4.10	Placa C3: Franjas isocromáticas.....	101
Figura 4.11	Placa C3: Franjas isocromáticas com grade de referência.....	102
Figura 4.12	Comparação das franjas isocromáticas na chapa de topo.....	104
Figura 4.13	Curvas RGB suavizadas em função de SPAN.....	106
Figura 4.14	Distribuição das probabilidades.....	111
Figura 4.15	Gráfico da constante fotoelástica com média dos 2 espécimes.....	113
Figura 4.16	Imagens processadas.....	114
Figura 4.17	Gráficos da constante fotoelástica (classificados por peso)	115
Figura 4.18	Gráficos da constante fotoelástica (como média dos três pesos)	118
Figura 4.19	Histograma dos erros em função de f_{σ}	120

LISTA de TABELAS

Tabela 2.1	Propriedades materiais fotoelásticos.....	25
Tabela 2.2	Tabela de cores de Michel-Levy.....	26
Tabela 3.1	Propriedades técnicas da Araldite.....	48
Tabela 3.2	Preparação da película.....	54
Tabela 3.3	Propriedades mecânicas e geométricas.....	58
Tabela 3.4	Localização das cores – Espécime 1.....	71
Tabela 3.5	Localização das cores – Espécime 2.....	72
Tabela 3.6	Levantamento bibliográfico: valores f_{σ} em N/mm/franja.....	74
Tabela 3.7	Comparação resultados com programa e com método digital.....	75
Tabela 4.1	Ordem de franjas e relativas cores em função dos carregamentos	88
Tabela 4.2	Avaliação do erro experimental na placa C1.....	90
Tabela 4.3	Dimensões dos componentes estruturais.....	92
Tabela 4.4	Avaliação do erro numérico com o teórico entre as duas malhas...	92
Tabela 4.5	Avaliação do erro numérico na placa C1.....	93
Tabela 4.6	Ordem de franjas para a placa C3.....	103
Tabela 4.7	Cálculo t-Student.....	108
Tabela 4.8	Distribuição t-Student.....	108
Tabela 4.9	Cálculo da incerteza ampliada.....	110
Tabela 4.10	Cálculo do intervalo de confiança do erro.....	112
Tabela 4.11	Valores da constante fotoelástica (como grupo das médias P1 e P2)	113
Tabela 4.12	Dados referentes as 13 imagens analisadas.....	116
Tabela 4.13	Dados referentes as médias dos três pesos.....	117
Tabela 4.14	Comparação dos erros em função de f_{σ}	119

LISTA de QUADROS

Quadro 2.1	Classificação das ligações na fase elástica.....	36
Quadro 2.2	Classificação das ligações na fase plástica.....	36
Quadro 2.3	Classificação das ligações com base nas normativas americana e europeia.....	37

SIMBOLOS E ABREVIATURAS

A_1	Constante geométrica e mecânica 1	$1/\text{mm}^4$
A_2	Constante geométrica e mecânica 2	s.u.
A_3	Constante geométrica e mecânica 3	mm^2
A_c	Área do revestimento em Araldite	mm^2
A_s	Área do aço	mm^2
ADI	Análise digital de imagens	
b	Largura da barra de calibração	mm
CA	Carregamento aplicado pelo atuador	kN
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior	
C_b	Fator de correção	s.u.
CMYK	Espaço de cor definido pelas variáveis Ciano (<i>Cyan</i>), Magenta, Amarelo (<i>Yellow</i>) e Preto (<i>Black</i>)	
δ	Retardo ou defasagem entre as duas ondas	mm
Δ	Diferença angular de fase	
ε	Erro percentual	
E_c	Módulo de elasticidade da Araldite	GPa
E_s	Módulo de elasticidade do aço	GPa
E_r	Fator Módulo = (E_c / E_s)	s.u.
END	Ensaio não destrutivo	
λ	Comprimento de onda	mm
F_p	Força de compressão nas chpas	kN
f_ε	Coefficiente de deformação óptico	(N/mm/franja)/MPa
f_σ	Constante fotoelástica	N/mm/franja
I	Intensidade de luz	
I_c	Inércia da Araldite	mm^4
I_s	Inércia do aço	mm^4
f_y	Tensão de escoamento	MPa
f_u	Tensão de ruptura	MPa
h	Espessura de recobrimento fotoelástico	mm
h_c	Espessura de recobrimento fotoelástico em Araldite	mm
h_s	Espessura em aço	mm
HSB	Espaço de cor definido pelas variáveis matiz (<i>hue</i>), saturação (<i>saturation</i>) e brilho (<i>brightness</i>)	
LN	Posição da linha neutra	mm
n	Número de elementos de cada grupo de referência	
N	Ordem de franja	
N_L	Ordem de franja isocromática obtida após aplicação do carregamento	
N_0	Ordem de franja isocromática no estado inicial (só com peso próprio)	
ν_c	Coefficiente de Poisson da Araldite	s.u.

ν_s	Coefficiente de Poisson do aço	s.u.
p	Probabilidade do evento	
PADI	Processamento e análise digital de imagens	
PDI	Processamento digital de imagem	
PP	Peso próprio da viga	kN/m
POLIMI	Politecnico di Milano	
PROPG	Pró-Reitoria de Ensino de Pós-Graduação	
RGB	Espaço de cor definido pelas variáveis R (<i>red</i>), G (<i>green</i>) e B (<i>blue</i>)	
R^2	Coefficiente de determinação	
SPAN	Parâmetro de ajuste na função <i>smooth</i> do matlab	
s^2	Variância dos dois grupos sobre a grandeza analisada	
$s_{\bar{x}}$	Valor do desvio padrão da média	
σ_1	Tensão principal 1	MPa
σ_2	Tensão principal 2	MPa
σ_x	Tensão normal à direção x	MPa
σ_y	Tensão normal à direção y	MPa
t	Valor crítico	
τ_{xy}	Tensão de cisalhamento no plano da direção x, variando ao longo da direção y	MPa
t_r	Fator de espessura = (h_c / h_s)	s.u.
UFBA	Universidade Federal da Bahia	
u_x	Incerteza	
x	Distância da seção analisada	mm
\bar{x}	Valor médio de f_{σ} em função do peso e do espécime considerado	
y_{gc}	Centro de gravidade da Araldite	mm
y_a	Centro de gravidade do aço	mm
y_{ss}	Distância da fibra superior do aço	mm

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	4
1.1	Justificativa.....	5
1.2	Objetivo principal.....	9
1.3	Objetivos específicos.....	9
1.4	Delimitação.....	9
1.5	Estrutura da dissertação.....	10
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	12
2.1	Fotoelasticidade.....	12
2.1.1	Breve histórico.....	12
2.1.2	Princípios da teoria da onda.....	14
2.1.3	Birrefringência.....	15
2.1.4	Elementos ópticos: polarizador e placa retardadora.....	16
2.1.5	Arranjo experimental.....	18
2.1.5.1	Polariscópio plano.....	18
2.1.5.2	Polariscópio circular.....	21
2.1.6	Análise fotoelástica.....	23
2.1.6.1	Transmissão.....	23
2.1.6.2	Reflexão.....	23
2.1.6.3	Fotoelasticidade tridimensional.....	24
2.1.6.4	Materiais fotoelásticos.....	25
2.1.6.5	Calibração.....	26
2.1.7	Técnicas de compensação.....	27
2.1.8	Técnica de separação.....	28
2.1.9	Fotoelasticidade digital.....	29
2.2	Método dos Elementos finitos.....	32
2.3	Conexões metálicas.....	34
2.4	Tratamento de imagens.....	38
2.4.1	Processamento e análise digital de imagens.....	38
2.4.2	Espaço de cor.....	40
3	METODOLOGIA.....	42
3.1	Dados de projeto.....	44
3.2	Seleção das áreas investigadas.....	46
3.3	Calibração.....	47
3.3.1	Escolha do material fotoelástico.....	47
3.3.2	Preparação da Araldite líquida.....	49
3.3.3	Preparação da cola e aplicação da película.....	52

3.3.4	Calibração da constante fotoelástica	54
3.4	Definição da constante fotoelástica	59
3.5	Ensaio experimental	61
3.6	Processamento de imagens	63
3.6.1	Pré - processamento	64
3.6.2	Processamento – primeira fase	66
3.6.3	Processamento – segunda fase.....	71
3.6.4	Pós - processamento	72
3.7	Comparação método digital e método manual para determinação $f\sigma$	74
3.8	Potencial didático no uso da fotoelasticidade.....	76
3.9	Modelagem computacional.....	77
3.9.1	Definição das propriedades do material	78
3.9.2	Definição da geometria.....	78
3.9.3	Escolha do elemento sólido	79
3.9.4	Definição das condições de vínculo	80
3.9.5	Preparação da malha de elementos finitos.....	80
3.9.6	Aplicação do carregamento na viga.....	81
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	83
4.1	Mesa Superior.....	84
4.2	Teste de malha	91
4.3	Resultado numérico na mesa superior	92
4.4	Análise qualitativa	96
4.5	Alma	99
4.6	Chapa.....	100
4.7	Influência do SPAN na função ajuste	106
4.8	Intervalo de confiança e margem de erro	107
4.8.1	Constante fotoelástica: $f\sigma$	108
4.8.2	Tensões experimentais.....	110
4.9	Método alternativos para o cálculo de $f\sigma$	112
4.9.1	$f\sigma$ calculado com referências apenas por categoria de peso.....	112
4.9.2	$f\sigma$ calculado sem depuração de dados, apenas por imagens e pesos.....	114
4.9.3	$f\sigma$ calculado sem depuração de dados e classificado apenas por pesos	116
4.10	Cálculo dos erros em função dos diversos valores de $f\sigma$	119
5	CONCLUSÃO.....	121
6	SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS	122
7	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	123
	APÊNDICE – Dimensionamento da ligação metálica	129

ANEXO – Proposta exercícios de fotoelasticidade	131
---	-----

1 INTRODUÇÃO

Hoje, é difícil imaginar uma sociedade em que não se possa contar com os ‘produtos’ das engenharias: navios, aviões, arranha-céus, carros, metrô, ar-condicionado, barragens, *smart-phones*, internet, só para citar alguns entre os 'meios hodiernos' e mais comuns com os quais as pessoas estão acostumadas. A esse respeito, a integridade estrutural compreende etapas como o projetar, produzir, provar e preservar as estruturas. O cuidado e o objetivo é de evitar que os elementos estruturais que constituem um equipamento, uma ferramenta ou uma estrutura mais complexa não apresentem falhas. As diversas condições de solicitação que caracterizam os elementos podem causar rupturas, trincas, colapsos, deformações excessivas que danifiquem e coloquem em risco a vida, a segurança e o conforto do ser humano. Portanto, uma das funções da integridade estrutural, caso não consiga evitar esses fenômenos, é que possa pelo menos, prever quando as situações de risco sejam próximas de acontecer assim como comentado em CRUZ (2013). Ainda de acordo com CRUZ (2013), uma das avaliações possíveis, dentro da integridade estrutural, é feita por meio da análise de tensões. Essa análise permite conhecer os níveis de tensões que atuam na estrutura. O conceito de tensão é de fato uma informação essencial para entender a confiabilidade no uso das estruturas. Essa grandeza é uma abstração física-matemática e para quem desconhece a tensão, ou não está familiarizado, é como se se tratasse de algo invisível ou incompreensível. As consequências, porém, sobre as estruturas e as pessoas se tornam notáveis em função de possíveis estados de tensões que podem provocar efeitos prejudiciais como colapso, ruptura, falhas, etc. Essas situações testemunham que os limites de resistência do material foram excedidos. Os impactos podem ser perdas econômicas, financeiras, de funcionalidade até o extremo caso das perdas de vidas humanas. Nesse contexto é fundamental, ainda mais pela crescente relevância que estão assumendo as estruturas metálicas no mundo da construção civil e industrial, a adequada concepção do modelo estrutural. Também é preciso um correto dimensionamento das ligações estruturais além de uma execução fiscalizada e de qualidade para aumentar o grau de segurança e confiabilidade da estrutura. Pois, as junções metálicas são elementos críticos pela resistência e estabilidade da própria construção.

1.1 Justificativa

Na avaliação de um problema estrutural é aconselhável utilizar o método de análise mais adequado. A escolha do método é feita com base em várias condições como: escopo da análise, disponibilidade dos recursos (ou seja, pessoal, técnico, equipamentos apropriados, tempo necessário, verba alocada etc.). A classificação do tipo de análise é feita em três modalidades:

- Experimental;
- Analítica;
- Numérica.

O recomendável, para fim de comparação dos resultados obtidos, é a adoção de pelo menos dois desses métodos acima mencionados, sendo que conseguir implementar todas três as modalidades, por um mesmo caso estrutural, é bastante atípico.

Quando se refere a análise experimental, pode-se tratar tanto de análise experimental das tensões, quanto de análise experimental das estruturas. No caso da análise experimental das tensões, essa foca as próprias investigações sobretudo nos valores de deformações, deslocamentos e tensões. Enquanto a análise experimental das estruturas desenvolve um estudo de análise dimensional com conceitos da teoria das semelhanças sobre modelos e protótipos.

As técnicas de análise experimental se dividem em dois grupos de ensaio:

- 1) *Ensaio destrutivo* (por vezes também nomeado de ensaio mecânico): inclui entre a grande variedade de provas as de tração, flexão, ruptura, fadiga, dentre outras. Os corpos de provas, sujeitos a esse tipo de ensaios, sofrem, normalmente como consequência direta, a perda da própria funcionalidade.
- 2) *Ensaio não destrutivo* (END): é um tipo de prova que não leva a ruptura o elemento estrutural ensaiado. A qualidade funcional do corpo de prova é preservada sem descaracterização. Alguns exemplos desse tipo de ensaio são: termografia, ultrassom, líquido penetrante, fotoelasticidade, etc.

Outro critério de classificação das técnicas de análise experimental consiste na distinção entre método de investigação contínuo e método de investigação discreto. Especificamente, entende-se como método contínuo aquela análise que abrange o campo inteiro do modelo, portanto toda a superfície do espécime. Do outro lado, quando se fala de método discreto, refere-se a uma análise pontual (ou seja, localizada) do corpo de prova. Esse método também é chamado de método discreto ou descontínuo.

Outra distinção dos vários tipos de análise experimental baseia-se no modo de manipulação. Sendo assim, existem ensaios que requererem uma intervenção do operador, isto é, uma manipulação direta do corpo de prova, implicando o contato entre o espécime e as mãos do operador. Existem, porém, outros tipos de ensaios, chamados métodos sem contato, onde dispensa-se a interação com as mãos.

A fotoelasticidade, assim como o método dos elementos finitos e a extensometria, estão entre as principais técnicas para análise de tensão e deformação em um material.

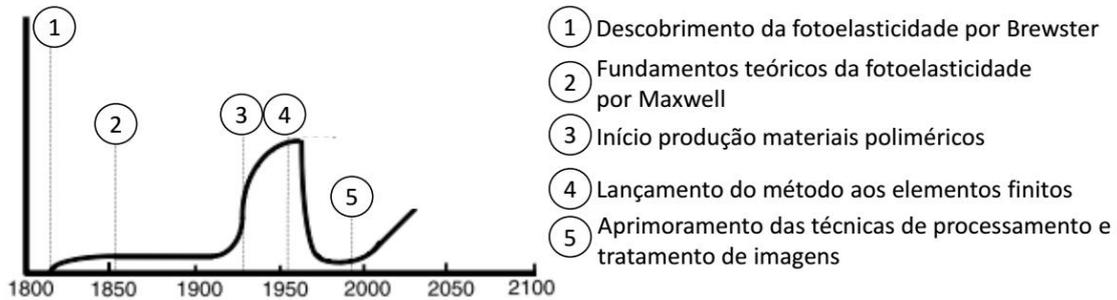
A fotoelasticidade é uma das técnicas mais antiga dentro da análise das tensões. É um método experimental que permite “visualizar” os níveis de tensão que atingem uma estrutura. Em função das recentes evoluções tecnológicas, e com base nos princípios da fotoelasticidade ‘clássica’, deu-se origem a fotoelasticidade digital, apresentada mais adiante. Como expresso em STARCZEWSKI (1983) e em FREIRE (2014) pode se citar novos desenvolvimentos que levaram a extensões de aplicações denominadas: fotoelasticidade dinâmica, fotoplasticidade, fototermoelasticidade, fotoviscoelasticidade, etc. Todas essas técnicas apresentam interessantes fronteiras de pesquisa para aprimorar a qualidade dos resultados tratados.

Sempre, segundo FREIRE (2014), os dados experimentais que podem ser tratados com o uso da fotoelasticidade podem servir para:

- Determinação de fatores de concentração de tensões seja em problemas planos ou tridimensionais.
- Determinação das distribuições de tensões (de forma qualitativa e quantitativa), podendo localizar os pontos mais solicitados, os valores das tensões de cisalhamento máximo no plano, além de determinar as direções principais.
- Determinação das tensões residuais em protótipos poliméricos ou de vidro para inspeção e controle de produção.

Em PATTERSON (2002), são resumidas algumas etapas importantes na história da evolução da fotoelasticidade (Figura 1.1). A curva de popularidade da técnica fotoelástica mostra sua evolução desde a origem até os dias de hoje.

Figura 1.1 Curva de popularidade da fotoelasticidade



Fonte: PATTERSON (2002) modificado

Analisando a figura anterior, nota-se que o incremento de popularidade dessa técnica é confirmado pelo aumento de experiências realizadas ao longo desses últimos anos em diversas áreas de investigação.

Na análise de ligações metálicas, as três técnicas de análise (experimental, analítica e numérica) podem ser utilizadas. Na maioria dos casos, seja o dimensionamento seja a verificação são resolvidos pelo método analítico com base nas normativas técnicas de referimento, de exemplo a NBR 8800. A decisão de não implementar a solução experimental e numérica, pode representar uma escolha econômica em termos de custo de preparação do projeto, mas pode não coincidir com o menor custo de construção, sendo que a simulação numérica ou ensaio experimental podem revelar algo não previsto pela normativa ou pelo projetista.

Entre as várias problemáticas que o engenheiro deve resolver, diretamente ligadas as características e tipologia da conexão metálica, está a ‘capacidade’ de estabelecer se trata-se de uma ligação rígida, rotulada ou semi-rígida. Procura-se, portanto, a resposta a a pergunta sobre o grau de rigidez necessário a ser adotado para uma determinada ligação.

A importância da junção, assim expressa por CONCEIÇÃO (2011), é devida a função predominante que permite a transferência dos esforços das solicitações entre as diversas partes estruturais e ao mesmo tempo assegurando a integridade estrutural suportando as cargas consideradas. Sempre segundo CONCEIÇÃO (2011) entre os pré-requisitos para que um projeto tenha sucesso estão: o entendimento e o domínio dos mecanismos estruturais, a capacidade em idealizar e formular um modelo de equilíbrio racional e identificação dos potenciais modos de falha.

Por LOPES (2008), a partir da década de 80, a difusão da filosofia dos Estados

Limites Últimos como alternativa para a avaliação da segurança estrutural contribuiu significativamente para que as ligações fossem classificadas de acordo com parâmetros mais realísticos de rigidez e resistência. Como consequência, a prática de análise estrutural incorporou os conceitos do comportamento semi-rígido na tentativa de melhor representar o comportamento global das estruturas.

De acordo com CASTRO (2006) outro aspecto significativo que é avaliado quando analisa-se as junções metálicas e que complementa o estudo estático, é representado pela análise estrutural da resposta dinâmica das construções em aço com particular ênfase nas ligações.

Apresenta-se, logo a seguir, algumas pesquisas mais recentes, que se encontram na literatura, onde houve aplicação do método da fotoelasticidade de reflexão em diversos tipos de junções metálicas.

SPINELLI (2003) conduz uma análise estrutural sobre uma junta rebitada de uso aeronáutico, investigada para determinar o estado tensional e deformativo.

LIMA *et al.* (2008) apresentam uma análise experimental, onde pela primeira vez foi analisada uma ligação parafusada, viga-pilar, realizada com o menor eixo de inércia, de uma viga em balanço.

BOTEAN *et al.* (2012) estudaram o estado de tensões de um modelo industrial de *robot* composto por duas peças estruturais que estão juntas.

YOUNIS (2012) detectou o fator de concentração de esforço em uma conexão parafusada com furo e utilizou esse estudo para fins didáticos para os discentes do curso de engenharia.

CZAJA *et al.* (2013) analisaram um elemento de conexão mecânica com a casca em um pequeno avião de treinamento.

FOUST *et al.* (2014) avaliaram uma junta em pino em uma estrutura de madeira.

Em fim, salienta-se também a importância didática da técnica fotoelástica na formação de novos engenheiros. A possibilidade de visualização da distribuição e intensidade das tensões e as relativas direções, destaca a fotoelasticidade por ser uma técnica experimental. A aplicação desse método permite aos estudantes de engenharia entender fisicamente a distribuição das solicitações. Permite, portanto, assimilar mais rapidamente os conceitos teóricos de tensão. Assim como o método numérico, que também facilita visualizar em cores diferentes os níveis de intensidade dos esforços. É preciso enfatizar, porém, que o que se concretiza com a fotoelasticidade não é uma simulação artificial, mas sim um fenômeno físico real que se manifesta com o aparecimento de cores diferentes na

camada fotoelástica.

1.2 Objetivo principal

Estudar uma ligação metálica viga-coluna por meio da fotoelasticidade de reflexão de forma a si poder avaliar a aplicabilidade dessa técnica experimental na análise desse tipo de ligação.

1.3 Objetivos específicos

- 1) Calcular o valor da constante fotoelástica de uma película apropriada para fotoelasticidade de reflexão, por meio de um programa de calibração escrito em Matlab®;
- 2) Determinar, experimentalmente, os níveis de tensões experimentais na mesa superior da viga;
- 3) Avaliar as diferenças de tensões principais na chapa de extremidade da viga;
- 4) Determinar a incerteza da medição e estimar a confiabilidade dos valores da constante fotoelástica e das tensões experimentais;
- 5) Estudar como variam os erros no cálculo das tensões em função dos diversos métodos de cálculo da constante fotoelástica;
- 6) Evidenciar o potencial didático da técnica fotoelástica e relatar condições específicas de aplicação da mesma.

1.4 Delimitação

O presente trabalho analisa uma ligação metálica entre viga e coluna, realizada com parafusos e solda. A geometria do modelo físico e as condições de vínculo estrutural apresentam simetria ao longo do eixo longitudinal da viga. A natureza do carregamento é de uma carga aplicada pontualmente na extremidade livre da viga. A direção do carregamento é vertical e aplicada na mesa inferior da viga e atuando de baixo para cima, por facilidade experimental. A técnica usada da fotoelasticidade é a de reflexão. O que foi medido por meio das franjas isocromáticas foram as diferenças de tensões principais. O caso estudado também tem finalidade didática em função do tipo de trabalho que pode ser associado à análise desse caso.

1.5 Estrutura da dissertação

A presente seção tem a finalidade de deixar claro o que foi feito para buscá-los e o que foi conseguido. Os capítulos são organizados da seguinte forma:

No capítulo 2 apresenta-se uma revisão bibliográfica que compreenda os vários temas tratados ao longo desse trabalho. São explicadas as formulações teóricas para o entendimento da fotoelasticidade de reflexão. Prossegue-se com a classificação das várias tipologias de ligação metálica em função da rigidez e da resistência e das normativas. Sucessivamente, descreve-se a organização dos programas que usam os métodos aos elementos finitos. Enfim, são apresentados os conceitos básicos referentes ao processamento digital de imagens.

No capítulo 3 explica-se a metodologia utilizada para a realização do ensaio e o que foi feito para atingir os objetivos declarados. É preparada uma estrutura composta por uma coluna e uma viga metálica ligada a essa coluna por meio de uma conexão parafusada do tipo “chapa de extremidade” soldada à viga. A região da mesa superior da viga e alma da viga, próximas à chapa de topo, assim como metade da mesma chapa foram revestidas com película fotoelástica. As distribuições de tensões nessas regiões foram estudadas com um polariscópio de reflexão. Descreve-se a calibração da constante fotoelástica do material birrefringente realizada com um modelo mecânico de barra em balanço. Foi desenvolvido um código em Matlab® para tratamento de imagens e com identificação das ordens de franjas no espaço de cor RGB, finalizado para a calibração. Também foi feita uma modelagem numérica da ligação, utilizando-se o método dos elementos finitos (MEF) com o *software* ANSYS®. O objetivo, com isso, foi comparar as distribuições de tensão obtidos numérica e experimentalmente além de fornecer um exemplo didático de sinergia entre os dois métodos.

No capítulo 4, mostra-se os resultados obtidos aplicando a técnica da fotoelasticidade de reflexão na campanha experimental e compara-se com os valores obtidos com a análise numérica. Determina-se também o intervalo de confiança e a margem de erro referente ao valor f_{σ} , e ao cálculo das tensões experimentais em função dos parâmetros considerados como: constante fotoelástica, ordens de franja referentes às cores identificadas, espessura da película, assim como o peso. Analisa-se a variação de cálculo e do relativo valor da constante fotoelástica f_{σ} em função do método adotado.

No capítulo 5 apresenta-se as conclusões com base nas análises dos resultados obtidos durante a campanha experimental.

No capítulo 6 sugere-se a continuação da pesquisa com novos trabalhos futuros. Na parte final apresenta-se em apêndice o dimensionamento da ligação metálica e em anexo algumas propostas de exercícios para fins didáticos.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Fotoelasticidade

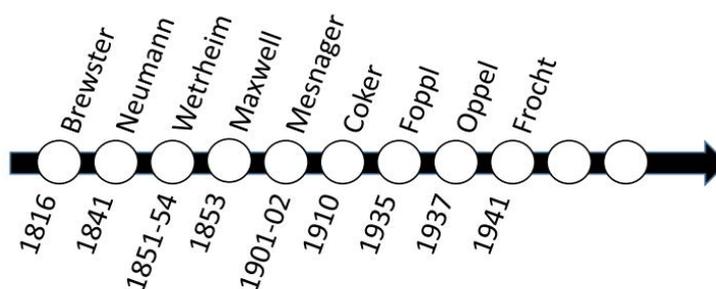
Como escrito em BEDZÍNSKY & TYNDYK (2000), muitas técnicas de análise experimental pertencem à fotomecânica, só para citar algumas, elenca-se entre elas: técnica de raio x, técnica moiré, técnica das correlações de imagens (chamada também de técnica DIC, isto é, *digital image correlation*), etc. Hernandez em RASTOGI (2003), comenta que as técnicas de metrologia óptica são ferramentas fundamentais para a engenharia óptica. Pois, a fotomecânica representa um dos ramos da mecânica aplicada com emprego direto da teoria e da prática relativa as ondas luminosas e que desfruta entre os parâmetros principais o comprimento de onda da mesma.

2.1.1 Breve histórico

Segundo KRISTJÁNSSON (2014), a fotoelasticidade encontra as próprias origens na junção dos conhecimentos teóricos de duas áreas científicas: a cristalografia e a ótica. Em 1669, de acordo com CIRIOTTI (2005), os primeiros fenômenos de birrefringência foram observados em espato de islanda pelo cientista E. Bartholin. Pouco mais tarde, por volta de 1690, C. Huygens a observou também em outras pedras. Importantes avanços na área da cristalografia foram alcançados com as contribuições diretas de R.J. Haüy e J.J. Bernhardt. Foram eles os primeiros que identificaram a regularidade das estruturas poliédricas nos cristais. Sempre CIRIOTTI (2005), relata que Huygens formulou as primeiras teorias sobre a manifestação da dupla refração observada nos cristais. Tal fenômeno da origem à dois tipos de ondas: a primeira, chamada de onda ordinária e uma segunda onda, nomeada extra-ordinária. Na literatura, existe discordância entre os pesquisadores referente a quem primeiro descobriu a birrefringência accidental. De um lado PAULA MARTINS (2005) escreve que foi Seebeck que a descobriu em 1813, enquanto por KRISTJÁNSSON (2014), Brewster foi o primeiro que realizou experimentos sobre materiais birrefringentes com o uso de luz polarizada. Entre os materiais utilizados estão: vidro, cera transparente, gelatina, no cristal cúbico de espato flúor. Sempre Brewster observou que quando esses materiais eram sujeitos às tensões apresentavam comportamentos de birrefringência. Existem vários adjetivos associados ao fenômeno da birrefringência, entre os diversos autores encontram-se definições como

birrefringência mecânica, birrefringência temporária ou também accidental. Continuando com KRISTJÁNSSON (2014), diversos são os cientistas que contribuíram com a evolução e o avanço dos princípios necessários para a aplicação do método fotoelástico. Thomas Young desenvolveu a teoria da difração e a interferência da luz. Malus contribuiu com os avanços na polarização. Neumann publicou trabalhos sobre os efeitos ópticos das tensões sobre peças de materiais birrefringente além de desenvolver a teoria fotoelástica. Associou os índices de refração com as direções das tensões principais. Mesnager foi quem aplicou esse efeito para efetuar estudos da resistência dos materiais. A seguir veja-se a Figura 2.1 sobre as etapas da fotoelasticidade.

Figura 2.1 Linha do tempo da fotoelasticidade



Fonte: AJOVALIST (2009) modificado

Wertheim, em outros exemplos demonstrou que o efeito óptico é diretamente proporcional ao carregamento sobre o material. Clerk Maxwell avançou ainda mais com os estudos e os experimentos e aperfeiçou e aprofundou mais o que Neumann tinha inicialmente revelado. Maxwell correlacionou os níveis de dupla refração entre diferenças das duas componentes de tensão. Os primeiros experimentos foram conduzidos por engenheiros por volta de 1910. A finalidade era testar construções e equipamentos com modelos bidimensionais. Por STARCZEWSKI (1983), o francês Mesnager, o Coke e o Filon no Reino Unido contribuíram com notáveis avanços no estudo dessa disciplina. Quem resgatou essa técnica foi o alemão Oppel que conseguiu apresentar uma solução quantitativa. O, naturalizado americano, polonês Frocht foi quem mais contribuiu recentemente. O desenvolvimento moderno de materiais poliméricos favoreceu ainda mais a expansão do método, incluindo entre as áreas de atuação setores como a geologia e a mecânica dos solos. Uma das limitações iniciais da técnica fotoelástica, que não permitiu logo no começo uma maior difusão, deve-se a determinação manual das ordens

de franjas que deixava o método bastante lento e cansativo, no entanto, com o avanço da tecnologia e o uso das câmeras digitais pôde-se automatizar essa determinação.

2.1.2 Princípios da teoria da onda

Como já introduzido anteriormente, a fotoelasticidade é uma técnica experimental que pertence a fotomecânica. De acordo com PHILLIPS (1998) para entender o funcionamento da técnica fotoelástica, é portanto necessário conhecer as leis da ótica básica, sendo que a própria fotomecânica baseia-se no uso da luz nas suas várias formas. A esse respeito, nessa seção pretende-se relembrar apenas alguns conceitos fundamentais finalizados para entender o funcionamento da técnica fotoelástica.

COIMBRA (2010) descreve a luz como radiação eletromagnética que afeta o olho humano (ou seja, é percebida por ele) e caracteriza-se por apresentar uma dupla natureza.

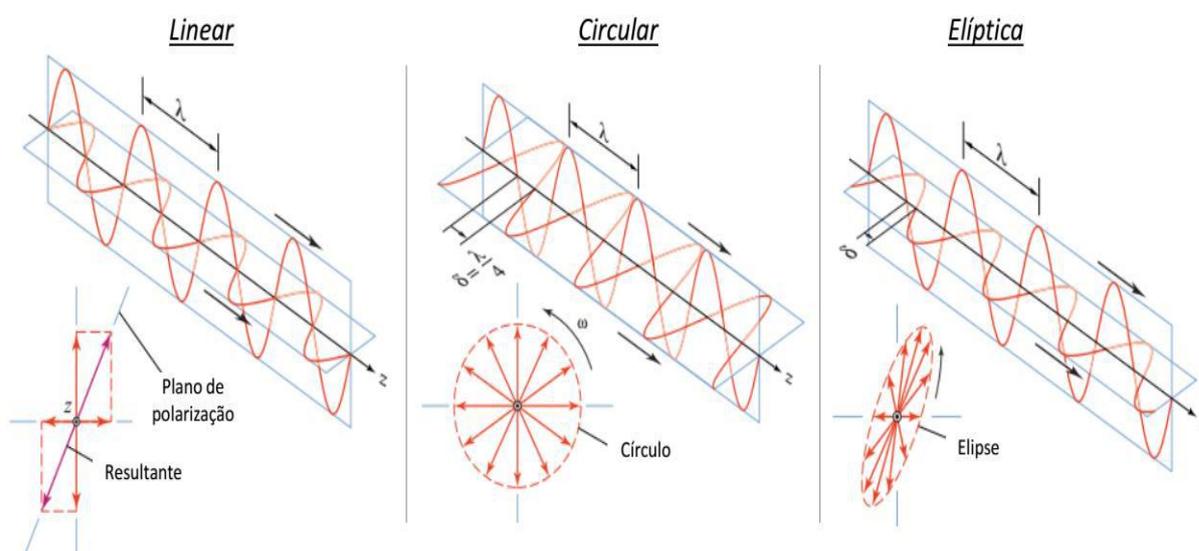
De um lado, segundo PEDROTTI (2003), a luz quando é analisada como raio luminoso pode ser estudada com as teorias da geometria óptica, assim sendo, entre os fenômenos relacionados, é possível referir-se: à reflexão (onde o raio de luz é refletido quando atinge um determinado material que não seja possível cruzar); à refração (onde o raio de luz muda a própria velocidade de transmissão em função do meio em que passa); à lei de Snell (que relaciona geometricamente o fenômeno da reflexão e da refração).

Do outro lado, continuando com PEDROTTI (2003), quando a luz é considerada como onda, usa-se a teoria da física óptica. Só para lembrar alguns fenômenos associados, pode se falar: em superposição de ondas (onde as ondas, tratadas como vetores, podem se somar ou subtrair gerando fenômenos de interferência construtiva ou destrutiva); em difração (que consiste em um aparente aumento de área que passa por abertura pequena) ou outro fenômeno também consiste na polarização que é explicado logo a seguir.

Segundo SUAIDE & TABACNIKS (2008), a luz é uma onda transversal, isto é, um tipo de onda na qual as vibrações são perpendiculares à direção de propagação. No específico, como dito anteriormente, lembra-se que a luz é uma radiação eletromagnética, formada então por um campo elétrico e magnético transversais e variantes no tempo. No caso da luz, a direção de polarização é aquela do campo elétrico. Aprofundando o tema, existem três formas diferentes de manifestação (Figura 2.2):

- *Polarização linear*: a direção do campo elétrico não se altera com o tempo, somente sua intensidade.
- *Polarização circular*: a direção do campo elétrico depende do tempo mas a intensidade continua constante.
- *Polarização elíptica*: a direção do campo depende do tempo, bem como a sua intensidade.

Figura 2.2 Diversos tipos de polarização



Fonte: PHILLIPS (1998) modificado

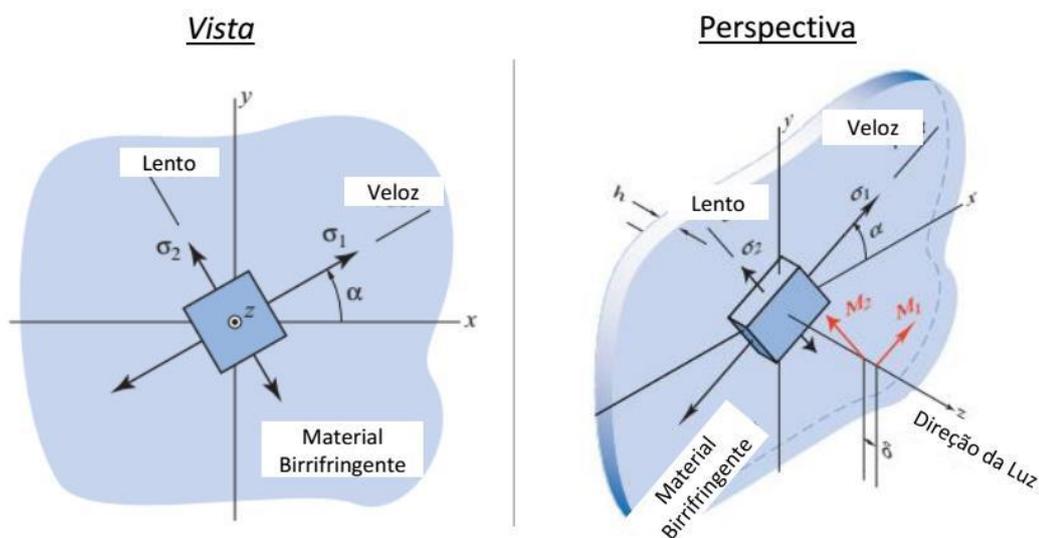
2.1.3 Birrefringência

De acordo com VIEIRA JR (2014), alguns materiais cristalinos quais a calcita ou o quartzo, são materiais em que ocorre a dupla refração. Esses tipos de materiais são chamados materiais birrefringentes. Esse adjetivo deve-se a propriedade da birrefringência que faz com que um raio que passa através de uma determinada superfície gera dois tipos de raio. O primeiro, é chamado de raio ordinário e continua a sua propagação na mesma direção, sem alterar o próprio rumo. O segundo, nomeado de raio extraordinário, é um raio com direção mudada e velocidade superior quando comparada com as mesmas características do raio ordinário.

Sempre continuando com VIEIRA JR (2014), muitos materiais transparentes e não cristalinos, tem comportamento óptico isotrópico quando livres de tensões. O mesmo comportamento óptico, porém muda em anisotrópico quando estão sujeitos a algum estado tensional. Esse é um efeito transiente e estreitamente ligado a condição de

carregamento, já que retornando a um estado de solicitação nulo, o comportamento óptico volta a ser perfeitamente isotrópico. A birrefringência é assim classificada como fenômeno temporário. Materiais como policarbonato ou as resinas epóxi são típicos materiais birrefringentes. A seguir, na Figura 2.3, ilustra-se o efeito da birrefringência.

Figura 2.3 Efeito da birrefringência



Fonte: PHILLIPS (1998) modificado

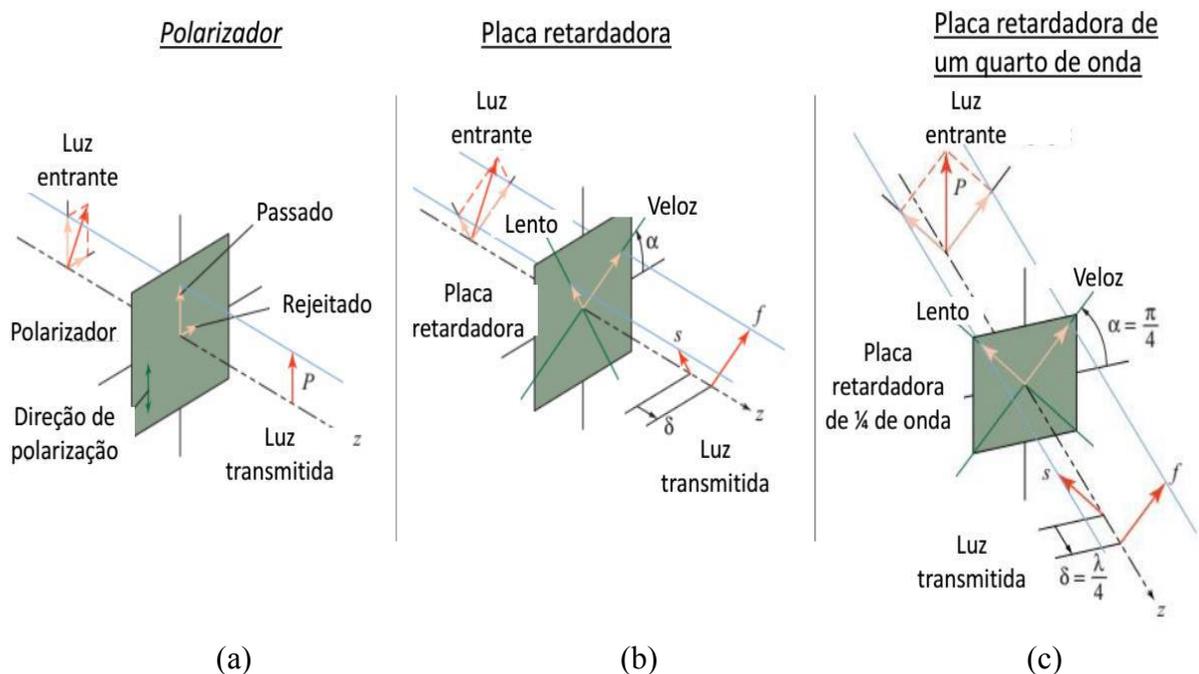
2.1.4 Elementos ópticos: polarizador e placa retardadora

Segundo PHILLIPS (1998), o polarizador (Figura 2.4a), é um elemento que converte um feixe de luz não polarizado em um feixe de luz plano-polarizado, ou seja, como descrito em SUAIDE & TABACNIKS (2008), a soma do ângulo refletido e do ângulo refrato é de 90° . O vetor luz é composto por duas componentes ortogonais em que uma delas corresponde ao eixo de polarização do polarizador. O efeito da polarização faz com que só a parcela paralela ao eixo de polarização supere o obstáculo do polarizador enquanto há extinção da parcela perpendicular.

A placa retardadora (Figura 2.4b), continuando com PHILLIPS (1998), é uma placa composta de um material birrefringente, que separa o vetor luz em duas componentes. Essa separação, gera um relativo atraso de transmissão entre uma componente e outra. É diverso então do polarizador que extingue uma componente, enquanto a placa, apenas, retarda a passagem dela, pois provoca uma defasagem entre as duas componentes. Uma se torna mais rápida e outra mais lenta e permanecem ortogonais entre si. No específico, quando PHILLIPS (1998) refere-se as placas retardadoras de um

quarto de onda (Figura 2.4c) entende aquelas placas que provocam uma defasagem igual a um quarto do comprimento de onda que caracteriza a onda luminosa. Sendo assim, as duas componentes geradas por essa placa tem a mesma amplitude e atraso relativo de um quarto. Esse é o tipo de placa retardadora usado no arranjo experimental do polariscópio circular. Outra característica a ser destacada é que o atraso provocado pela placa retardadora de um quarto de onda é estreitamente associado ao comprimento de onda pela qual foi 'dimensionada'.

Figura 2.4 Polarizador e placas retardadoras



Fonte: PHILLIPS (1998) modificado

O retardo relativo entre os componentes de uma mesma onda é expresso por meio do parâmetro N , que dá informação sobre o número de ciclos completos, assim como é expresso pela equação a seguir:

$$N = \frac{\Delta}{2\pi} = \frac{\delta}{\lambda} \quad (2.1)$$

Onde:

Δ : representa a diferença angular de fase.

λ : é comprimento de onda.

δ : é o retardo ou defasagem entre as duas ondas.

2.1.5 Arranjo experimental

Continuando com VIEIRA JR (2014) o conjunto de elementos utilizado para efetuar uma análise experimental de tipo fotoelástica é chamado de polariscópio. A lista dos elementos que o compõem é a seguinte:

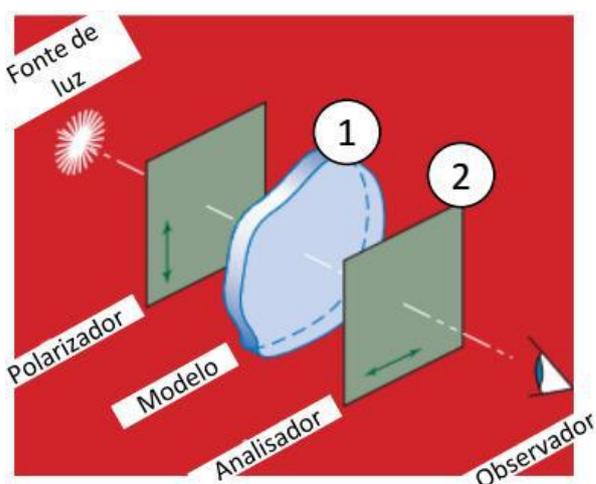
- Fonte luminosa (pode ser luz branca ou monocromática);
- Polarizador;
- Placa retardadora de um quarto de onda (elemento opcional);
- Corpo de prova;
- Placa retardadora de um quarto de onda (elemento opcional);
- Analisador (que é um outro polarizador perpendicular ao primeiro polarizador).

A depender da presença ou ausência das duas placas retardadoras, existem dois tipos de polariscópio: o polariscópio plano e o polariscópio circular.

2.1.5.1 Polariscópio plano

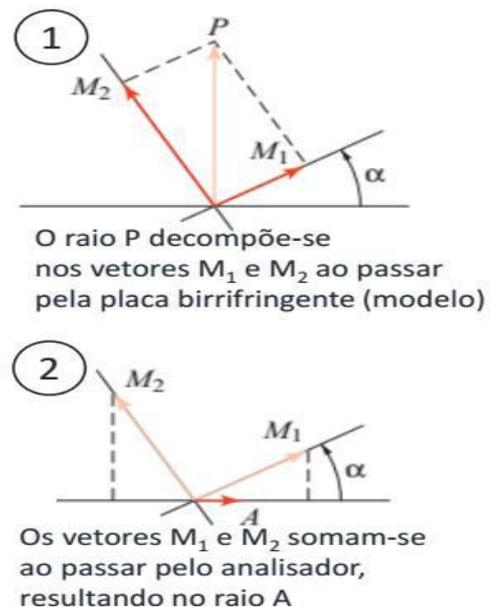
A Figura 2.5 a seguir mostra o esquema do polariscópio plano. Nesse caso as duas placas retardadoras estão ausentes. Nota-se que as placas do polarizador e do analisador são sempre colocadas perpendicularmente entre si.

Figura 2.5 Polariscópio plano



Fonte: PHILLIPS (1998) modificado

Figura 2.6 Raio P e raio A



Fonte: PHILLIPS (1998) modificado

O raio P , polarizado e caracterizado pela amplitude a e fase Φ , é expresso na equação 2.2a. Quando P atravessa o modelo birrifringente (Figura 2.6), divide-se em dois raios nomeados M_1 e M_2 . O ângulo α informa o retardo relativo entre as ondas.

$$P = ae^{i\Phi} \quad (2.2a)$$

$$M_1 = P \sin \alpha \quad \text{e} \quad M_2 = Pe^{i\Delta} \cos \alpha \quad (2.2b)$$

As componentes horizontais dos raios M_1 e M_2 , após passar pela placa analisadora (Figura 2.6), somam-se entre si e constituem um novo raio chamado A cuja quantificação é expressa na seguinte equação:

$$A = M_1 \cos \alpha - M_2 \sin \alpha = P \sin \alpha \cos \alpha (1 - e^{i\Delta}) \quad (2.3)$$

Pela trigonometria é válida a equação 2.4, e sabendo válida a identidade expressa na equação 2.5:

$$\sin \alpha \cos \alpha = (\sin 2\alpha)/2 \quad (2.4)$$

$$1 - e^{i\Delta} = e^{i\Delta/2} (-2i \sin(\Delta/2)) \quad (2.5)$$

Logo, procede-se a modificação da equação 2.3 e obtém-se a nova definição do raio A assim expresso pela equação 2.6a :

$$A = -ie^{i\Delta/2} ae^{i\Phi} \sin 2\alpha \sin(\Delta/2) \quad (2.6a)$$

Que é reformulada abaixo na equação 2.6b :

$$A = ae^{i(-\pi/2+\Delta/2+\Phi)} \sin 2\alpha \sin(\Delta/2), \quad \text{com} \quad e^{i(-\pi/2+\Delta/2+\Phi)} = 1 \quad (2.6b)$$

Em fim, chega-se a expressar o módulo de A na equação 2.7, e conseqüentemente o valor da intensidade da luz I é calculado pela equação 2.8,

$$|A| = a \sin 2\alpha \sin(\Delta/2) \quad (2.7)$$

$$I = |A|^2 = a^2 \sin^2 2\alpha \sin^2(\Delta/2) \quad (2.8)$$

Sempre por PHILLIPS (1998), observando a equação 2.8 o valor da intensidade da luz se anula em duas possíveis condições:

➤ A primeira condição é expressa pela equação 2.9, quando:

$$\sin^2 2\alpha = 0 \quad \text{com} \quad \alpha = m(\pi / 2), \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.9)$$

Assim sendo, aparecem franjas de cor preto, chamadas isoclínicas. Nesse caso, a intensidade da luz é nula logo vão aparecer em correspondência dos pontos em que as direções ou inclinações das tensões principais são constantes. As franjas isoclínicas representam o lugar geométrico dos pontos que tem as mesmas direções das tensões principais e que coincidem com os eixos do polarizador e do analisador (perpendiculares entre si).

➤ A segunda condição é expressa pela equação 2.10, quando:

$$\sin^2(\Delta/2) = 0 \quad \text{com} \quad N = \Delta/2\pi = n, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.10)$$

A consequência dessa equação, é o aparecimento das franjas isocromáticas, onde n representa a ordem de franja da isocromática. Essas franjas, como de acordo com PHILLIPS (1998), dependem seja das tensões principais, mas também do comprimento de onda. Portanto, as franjas isocromáticas correspondem ao lugar geométrico dos pontos que apresentam a mesma diferença de tensões principais. No caso específico tem-se que:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{N}{h} f_\sigma \quad \text{com} \quad f_\sigma = \frac{1 + \nu_c}{E_c} f_\varepsilon \quad (2.11)$$

Onde:

N : é a ordem de franja observada com o polariscópio plano.

t : é a espessura do modelo.

f_σ : é o fator de calibração óptico do material utilizado (valor de franja).

f_ε : é o coeficiente de deformação óptico.

δ : é o comprimento de onda.

h : representa o percurso efetuado pela luz dentro da camada fotoelástica.

σ_1, σ_2 : são as tensões principais no plano normal a direção de propagação da luz.

Pode se, desse modo, pela equação 2.11, colocar em evidência o termo f_σ , também chamado de constante fotoelástica ou, por vezes, valor de franja. Esse parâmetro como

expresso pela 2.12 só depende do estado de tensão atuante no material $\sigma_1 - \sigma_2$, da espessura do recobrimento h , e da ordem de franja N

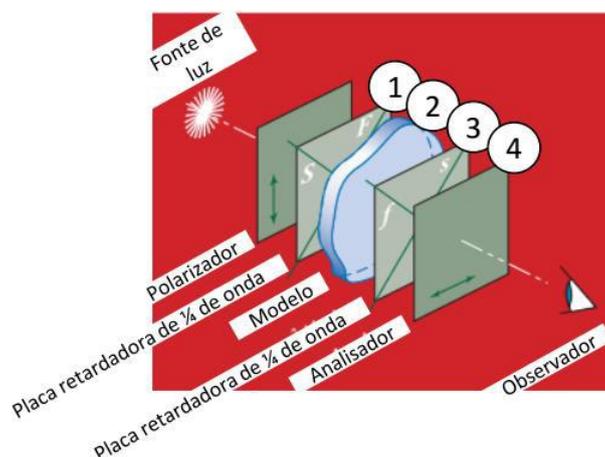
$$f_{\sigma} = h \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{N} \quad (2.12)$$

Continuando com PHILLIPS (1998) as franjas isoclínicas e isocromáticas, aparecem cada vez que o modelo fotoelástico bidimensional de transmissão ou um elemento revestido com material birrefringente, é sujeito a carregamento que gera tensões internas. Quando o carregamento aumenta, outras franjas aparecem e a cada franja é possível associar a ordem N das franjas. Essas franjas são contínuas e não se interceptam, pois o aparecimento é ordenado. O atraso de uma frequência de onda provoca a extinção da mesma, mas as outras continuam. Aumentando o carregamento, porém as outras aos poucos também vão desaparecendo e o polarizador analisador só vai observar a cor complementar.

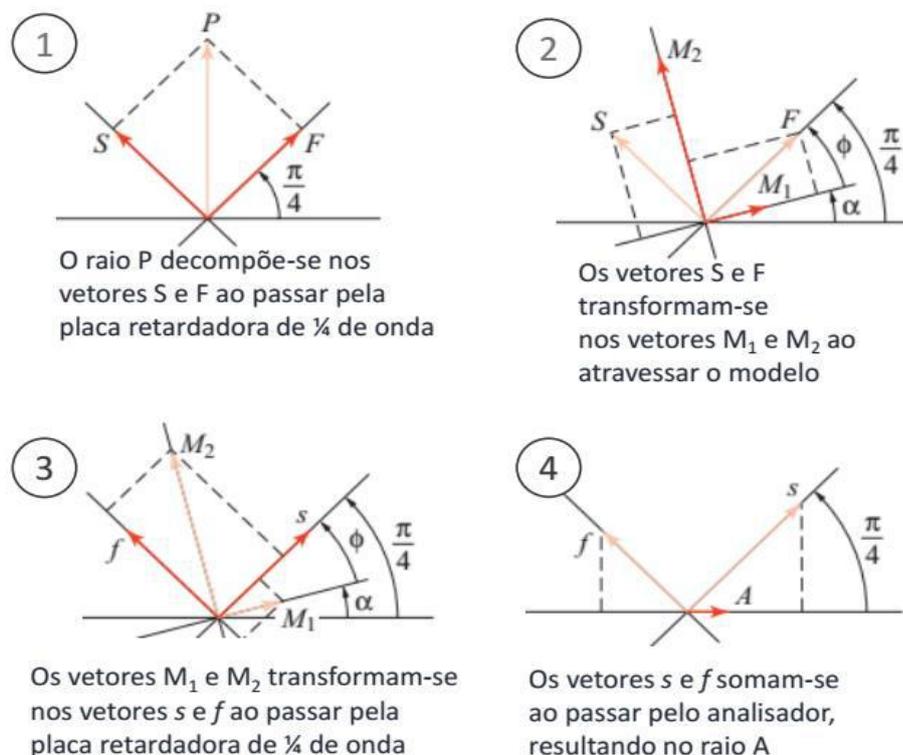
2.1.5.2 Polariscópio circular

Se no arranjo experimental do polariscópio plano, são adicionadas duas placas retardadoras de um quarto de onda com orientação ortogonal relativa entre si e com a primeira placa retardadora inclinada de um ângulo de 45° com o alinhamento do polarizador, obtém-se a configuração do polariscópio circular. Assim como explicado em SCHIAVON (2010) a passagem da luz pelas placas retardadoras geram dois vetores: um vetor mais rápido e um mais lento com uma retardação angular $\Delta = \pi/2$. Veja-se as Figuras 2.7 e 2.8.

Figura 2.7 Polariscópio circular



Fonte: PHILLIPS (1998) modificado

Figura 2.8 Raio P, vetores M_1 e M_2 , raio A

Fonte: PHILLIPS (1998) modificado

Na configuração do polariscópio circular, se o analisador é colocado em posição paralela ao polarizador fala-se de arranjo em campo claro. Nessa condição a expressão da intensidade de luz é

$$I = |A|^2 = a^2 \cos^2(\Delta / 2) \quad (2.13)$$

Enquanto se o analisador permanece ortogonal ao polarizador define-se de arranjo em campo escuro. Assim sendo a intensidade da luz I que passa pelo analisador é:

$$I = |A|^2 = a^2 \sin^2(\Delta / 2) \quad (2.14)$$

A equação 2.14 é parecida com a 2.8, mas o fator $\sin^2 2\alpha$ está ausente. Dessa forma, as únicas franjas que podem ser vista são as franjas isocromáticas. Outra observação a ser feita é que quando o corpo de prova não existe ou não está carregado o campo inteiro visualizado é preto.

2.1.6 Análise fotoelástica

Uma característica precípua do método da fotoelasticidade é a medição da diferença das tensões principais, enquanto não fornece diretamente informações referentes aos deslocamentos ou as deformações. A técnica fotoelástica é um método óptico de campo completo que baseia-se na determinação das franjas isoclínicas e franjas isocromáticas. Existem três tipos de fotoelasticidade que são apresentadas, logo a seguir.

2.1.6.1 Transmissão

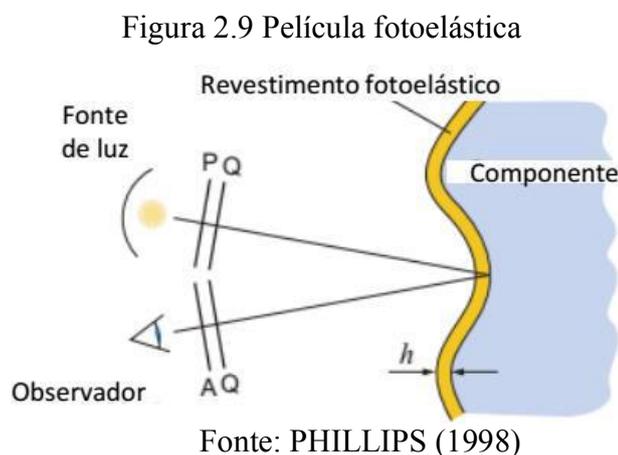
Em AJOVALIST (2009) a fotoelasticidade de transmissão é chamada também de fotoelasticidade plana ou bidimensional. Adota-se, normalmente, para análise de estados planos de tensões em campo elástico-linear por meio de modelos planos em material birrefringente. É utilizada frequentemente para avaliação de modelos e protótipos, mas também como técnica de calibração para os materiais birrefringentes. Sempre em AJOVALIST (2009) uma das características é que a espessura do modelo, seja constante e pequena quando comparada com as outras dimensões e que as forças atuantes estejam paralelas ao plano médio da espessura do modelo. Segundo JUNIOR *et al.* (2007) no modelo elástico, carregado a temperatura ambiente, as franjas desaparecem quando o carregamento é removido, pois é respeitada a condição de birrefringência temporária.

2.1.6.2 Reflexão

Segundo VIEIRA JR (2014) essa técnica, chamada também de técnica do revestimento do material birrefringente, é adequada para corpos opacos ou tridimensionais. Pode-se portanto utilizar para investigar o estado de tensão de superfície de peças de diferentes materiais: aço, madeira, plásticas, etc. Esse método dispensa a reprodução do modelo a ser analisado, sendo que a película de revestimento é aplicada diretamente em cima do corpo de prova. A espessura do material fotoelástico é menor se comparada a espessura do modelo analisado. A execução da técnica, prevê a aplicação também de um adesivo para colar o revestimento fotoelástico ao corpo de prova. A cor do adesivo, normalmente refletiva, tem finalidade de favorecer o efeito de reflexão.

Em PHILLIPS (1998), relata-se que a configuração da superfície, seja ela

perfeitamente plana ou curva, não impede o uso dessa técnica. O material fotoelástico, após ter sido colado em cima do corpo de prova e aguardado o relativo tempo de cura, pode estar sujeito a ensaios de carregamento. Sempre em PHILLIPS (1998), como mostra-se na Figura 2.9, o raio de luz é refletido em cima do corpo, logo atravessa por duas vezes a camada fotoelástica. Uma recomendação por essa técnica, é que a espessura da camada respeite um valor mínimo suficiente para gerar um número útil de franjas. Ao mesmo tempo, porém não deve ser tão espessa devido ao distanciamento do valor médio das deformações lidas no plano médio da camada quanto comparado aos valores superficiais do corpo de prova. De acordo com VIEIRA JR (2014), as espessuras típicas usadas para a camada fotoelástica é de 0,5 mm a 3,0 mm enquanto para a camada de adesivo com pó de alumínio é de 0,08 mm a 0,25 mm. A seguir, na Figura 2.9, mostra-se o comportamento do raio polarizado sobre o revestimento fotoelástico.



2.1.6.3 Fotoelasticidade tridimensional

De acordo com DOYLE (1989), a fotoelasticidade tridimensional permite observar e conhecer o estado tensional no interior do corpo. O princípio do funcionamento da fotoelasticidade tridimensional desfruta outra característica importante de alguns materiais plásticos birrefringentes quando estão sujeitos as altas temperaturas. Um corpo de prova, produzido com esse material, sujeito a carregamento, é aquecido a uma temperatura inferior a crítica que permita atingir o alívio de tensões. Em seguida o corpo é resfriado lentamente quando as cargas permanentes estão atuando. Enquanto o modelo deforma à altas temperaturas, a deformação elástica fica gravada durante o processo de resfriamento. Continuando com DOYLE (1989), após voltar a temperatura ambiente, o peso é totalmente removido mas permanece a maior parcela da deformação. Essa técnica

chama-se de congelamento das tensões onde é possível 'fatiar' um corpo em várias camadas e não ter nenhuma alteração do estado tensional registrado no corpo.

2.1.6.4 Materiais fotoelásticos

PAULA MARTINS (2009), VIEIRA JR (2014), SCHIAVON (2010) confirmam que não existe um material ideal para ser utilizado com a técnica da fotoelasticidade, sendo que os possíveis materiais fotoelásticos apresentam vantagens e desvantagens. Um material birrefringente é caracterizado por diversas propriedades, entre elas estão:

- Transparência;
- Alta sensibilidade (baixo valor de f_σ);
- Alta figura de mérito (E/f_σ), ou seja, maior sensibilidade à formação de franja para uma dada espessura de acordo com BICALHO (2003);
- Linearidade entre deformações e efeitos ópticos;
- Resistência ao relaxamento óptico e mecânico (para estabilidade);
- Boa aderência (isto é, boa colabilidade);
- Flexibilidade (para conformação as superfícies curvas);
- Baixa influência da temperatura sobre as propriedades;
- Boa usinabilidade.

Entre os principais materiais fotoelásticos utilizados estão: Resina Columbia CR-39, Homalite 100, policarbonato, resina epóxi, borracha de uretano, vidro, acrílico, gelatina. Na Tabela 2.1 elenca-se uma lista de alguns materiais birrefringentes com evidenciadas propriedades como o fator de franja f_σ , módulo elástico E e coeficiente de Poisson.

Tabela 2.1 – Propriedades materiais fotoelásticos

Material	Fator de Franja [kN/m/franja]	Módulo de Elasticidade [MPa]	Coefficiente de Poisson
Vidro	-300 a +400		
Plexiglas	-130	2.800	0,38
Celulóide	30 - 300	2.200	0,33
Epoxi	11	3.300	0,37
Policarbonato	7	2.600	0,28
Poliuretano	0,2	3	0,46
Gelatina	0,09	0,3	0,5

Fonte: QUINAN (2005) modificado

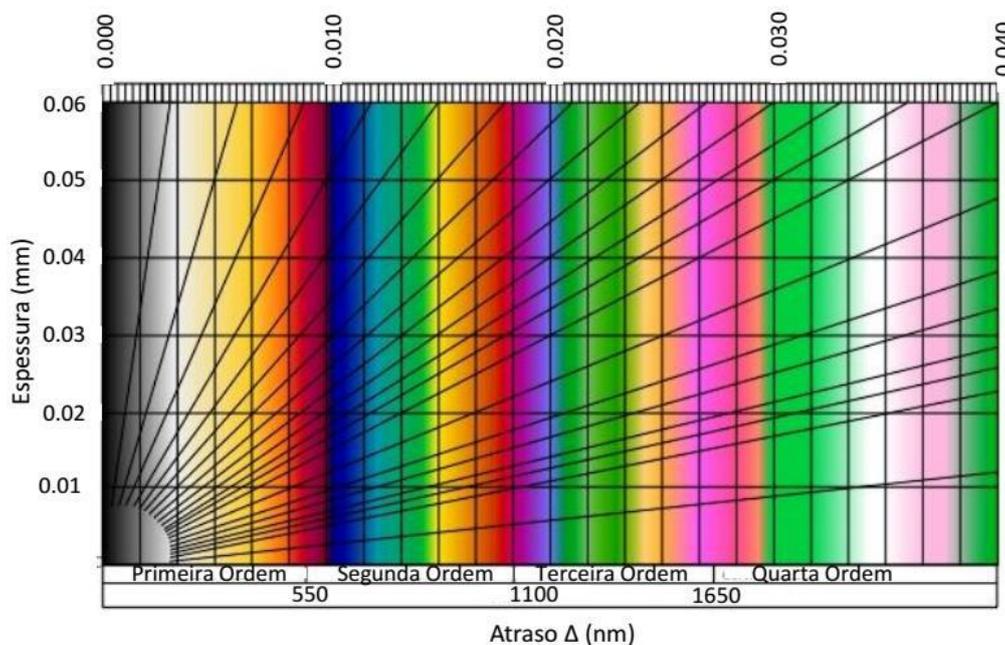
2.1.6.5 Calibração

De acordo com PHILLIPS (1998) a calibração, tem como objetivo identificar o valor de franja f_{σ} . Para quantificar esse parâmetro, é necessário efetuar um ensaio mecânico induzindo um estado de tensões, que seja previamente conhecido no espécime. O modelo utilizado tem que ser feito do mesmo material do corpo de prova objeto de investigação. Durante o carregamento, observam-se os níveis correspondentes de ordem de franjas N que variam em função das diferenças de tensões principais. Dessa maneira resolve-se a equação 2.12 já apresentada anteriormente, mas recolocada aqui (por facilidade de entendimento):

$$f_{\sigma} = h \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{N} \quad (2.12)$$

Segundo CARBONI (2012) a operação de calibração é normalmente baseada na leitura das ordens de franjas com uso de luz branca e por revelação de cores. Cria-se então uma correspondência entre a transição de cores que aparecem e o progressivo incremento de carregamento aplicado onde respeita-se uma transição de cores estabelecidas em função do incremento de carregamento

Tabela 2.2 - Tabela de cores de Michel-Levy



Fonte: CARBONI (2012) modificado

A escolha sobre o modelo mecânico a ser utilizado não é única. Existem diversas propostas que podem ser utilizadas e que nessa pesquisa são coletadas no apêndice para fins didático. No capítulo da metodologia aprofunda-se os critérios usados para a realização do processo de calibração. Assim como recomendado por SPOTS (2005), nessa pesquisa foi escolhido o modelo mecânico da viga engastada em balanço para efetuar a calibração. Sempre por SPOTS (2005), cuidado especial deve ser dado nessa hora para evitar possíveis ‘distorções’ devidas a introdução de fenômenos de birrefringência residual em decorrência de:

- Diferença de temperaturas (entre a fase de aplicação do revestimento fotoelástico e a temperatura de realização do teste mecânico).
- Retração da cola (devido ao efeito de polimerização).
- Bordas não protegidas (contra a humidade).

Sempre de acordo com SPOTS (2005) e CARBONI (2012), em caso de esforços planos, e dependendo da espessura da camada fotoelástica, pode ser necessária a aplicação de fatores corretivos para reduzir respectivamente:

- O efeito de reforço da camada, pois a própria película fotoelástica pode contribuir para a resistência ao carregamento.
- O gradiente de esforço ao longo da espessura do revestimento.

2.1.7 Técnicas de compensação

A compensação serve para a determinação da ordem de franja fracionária. PHILLIPS (1998) apresenta duas diversas maneiras para efetuar a compensação: interpolação e extrapolação dos dados. Entre as duas técnicas, aquela que garante mais confiança é a interpolação, sendo que nesse caso o estudo é limitado aos pontos internos. A técnica da extrapolação é usada quando é necessário conhecer o valor fracional da franja ao longo do perímetro do corpo de prova.

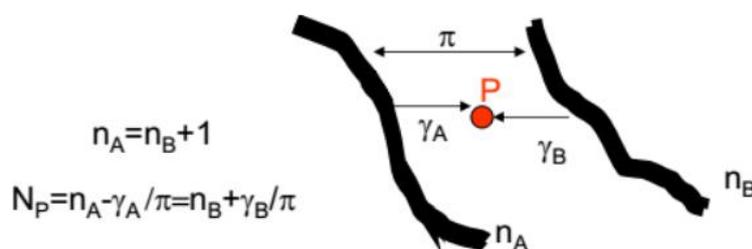
FREIRE (2014) apresenta o método de compensação de Tardy. O funcionamento prevê as seguintes operações:

- Escolher o ponto P a ser analisado.
- Usar o polariscópio plano e colocá-lo de maneira tal que passe uma isoclínicas

pelo ponto observado, isto é, anular a intensidade da luz no ponto P .

- Mantendo a mesma posição, transformar o polariscópio plano em polariscópio circular, colocando as placas retardadoras de um quarto de onda.
- Girar o analisador de um ângulo γ_A ou γ_B , suficiente para anular a intensidade de luz naquele ponto. Consequentemente a ordem franja procurada é obtida por subtração de γ_B/π ou soma de γ_A/π em função de n_a ou n_b . Veja-se a Figura 2.10 a seguir.

Figura 2.10 – Método de Tardy



Fonte: FREIRE (2014)

Onde:

- γ_A : ângulo para anular a intensidade de luz no ponto P (em sentido crescente).
- γ_B : ângulo para anular a intensidade de luz no ponto P (em sentido decrescente).
- n_A : ordem de franja inteira apenas superior ao ponto P.
- n_B : ordem de franja inteira apenas inferior ao ponto P.
- π : distância angular entre ordem de franjas sucessivas.

2.1.8 Técnica de separação

Nos problemas bidimensionais, para definir completamente o estado plano de tensão, é necessário conhecer três parâmetros: as tensões principais σ_1 e σ_2 , e a direção angular θ . No entanto, a análise fotoelástica permite a leitura de dois parâmetros: a diferença de tensões principais $\sigma_1 - \sigma_2$ (pelas franjas isocromáticas) e o ângulo θ (através das franjas isoclínicas). De acordo com PAULA MARTINS (2005), uma terceira informação é necessária, isto é, saber onde σ_1 ou σ_2 se anulam. A tal fim, quando não é possível uma imediata leitura de σ_1 ou σ_2 igual a zero, usa-se o método da separação.

KUSKE (1966) explica que existem diversas técnicas de separação. Alguns dos métodos disponíveis exigem porém a realização de ulteriores ensaios experimentais enquanto outros métodos podem ser resolvidos por via gráfica ou numérica, trabalhando com as franjas isocromáticas e isoclínicas. A resolução gráfica ou numérica tem como

embasamento teórico as condições de equilíbrio e de compatibilidade. Como é explicado por PHILLIPS (1998) no caso de uso do polariscópio plano, as ordens de franjas isoclínicas e isocromáticas estão superpostas entre si. Assim sendo, é logo necessário fazer uma separação para conseguir obter os valores individuais de tensão. Apresenta-se uma breve lista dos métodos possíveis:

De acordo com WANG (1990), “*Shear Difference*”, baseia-se nas equações de equilíbrio e portanto o resultado não depende da constante do módulo elástico do material fotoelástico. Quando as equações de equilíbrio são aplicadas para casos planos, a técnica de integração pode ser substituída pelo método aproximado das diferenças finitas permitindo consequentemente uma implementação computacional. A vantagem dessa técnica é a possibilidade da simples visualização gráfica além de ser um método adaptado para corpos de prova de qualquer geometria.

Sempre por WANG (1990) os métodos baseados nas equações de compatibilidade desfrutam as formulações das equações de La Place cujas soluções são representadas por funções harmônicas. Entre os vários métodos resolutivos cita-se as funções de La Place além de usar funções analíticas harmônicas ou técnicas aos elementos finitos entre outros.

Continuando com WANG (1990) existem outros métodos fundamentados na lei de Hooke, cujo princípio baseia-se na possibilidade de calcular a soma das tensões principais atuantes em um elemento desde que se consiga medir a mudança em espessura sofrida pelo modelo analisado. Essa técnica prevê o uso de extensômetros laterais ou de interferômetros.

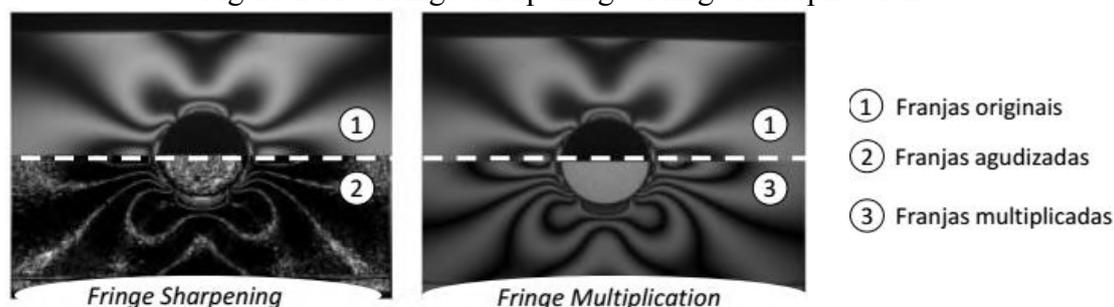
Em fim WANG (1990) fala sobre o método da incidência oblíqua. Essa é uma técnica que exige a rotação do modelo, porém sempre com a luz que passa. Cria-se, desta forma, um ângulo diferente que forma um conjunto de franjas mudado. Essa nova configuração de franja pode fornecer mais informações úteis para atuar a separação das tensões principais.

2.1.9 Fotoelasticidade digital

De acordo com SOLAGUREN (2011), a fotoelasticidade digital nasce na década de 1980. Naquela época, houve um avanço nas técnicas de digitalização das imagens. Também PATTERSON (2002) relata que no mesmo período surgiram novas técnicas de computação que tornaram o uso dessa técnica mais atraente. Também houve melhora, seja no processo de aquisição de imagens, seja no processamento de imagens que

alavancaram a implementação da fotoelasticidade digital, como citado em SOLAGUREN (2011). Nos primeiros tempos, o cálculo dos valores das tensões com as técnicas fotoelásticas era feito manualmente. Requeria, portanto, um trabalho braçal numérico exaustivo e demorado. Atualmente, com as potencialidades dos computadores, a determinação dos valores é efetuada com o auxílio de programas comercializados ou com códigos escritos pessoalmente pelos próprios usuários. Em SOLAGUREN (2011) o percurso para chegar à fotoelasticidade digital passou por várias etapas. As primeiras técnicas foram as já supracitadas técnicas de compensação (como o do Tardy ou de Senarmont) usadas para determinar a ordem de franja fracionária. Em seguida, surgiu a técnica do ‘esqueleto das franjas’ obtida com a introdução dentro dos polariscópios, de fotômetros, capazes de medir os pontos de menor intensidade de luz, e portanto adequado para definir melhor o mapa das franjas. Em BAEK *et al.* (2013) outro progresso, na qualidade dos resultados, foi atingido quando conseguiu-se reduzir a espessura e o tamanho das franjas, por meio do *Fringe Sharpening* ou chamada técnica de agudização das franjas assim como a técnica do *Fringe Multiplication* que consiste na multiplicação da ordem de franjas. As Figuras 2.11 a seguir mostram o efeito dessas duas técnicas em comparação com a imagem original colocadas na metade superior das duas imagens.

Figura 2.11 - Fringe Sharpening e Fringe Multiplication



Fonte: BAEK et al. (2013) modificado

Sucessivamente, sempre de acordo com SOLAGUREN (2011) o evento da automação dos polariscópio levou a melhora na precisão da leitura e simplificação no ato da medição. Entre os métodos de automação que foram experimentados estão a rotação automática do analisador e contínua rotação de alguns filtros do polariscópio. Ainda em SOLAGUREN (2011), com a chegada da digitalização das imagens, fala-se sobre as contribuições de Ramesh para a identificação de pontos que pertencem as mesmas franjas e a conseguinte atribuição de ordem de franja. SOLAGUREN (2011) informa que essas técnicas descritas anteriormente eram técnicas com soluções ‘pontuais’. Após essas, surgiram as chamadas técnicas *whole-field*, ou seja, a campo inteiro, capazes de determinar para cada ponto

analisado a ordem de franja e o ângulo da isoclínica. Entre as demais técnicas de aquisição de dados referente às imagens, está aquela apresentada em FREIRE *et al.* (1999) relativa ao Método RGB introduzido por Ajovalist, Barrone junto com Petrucci no 1995. Esse método prevê o uso da luz monocromática. O conceito cardeal, em que se baseia esse método, é associado a digitalização das três cores primárias: *red* (vermelho), *green* (verde), *blue* (azul) chamada com uma única sigla RGB. A combinação das três cores permite a descrição de tudo o espectro de cores visíveis, conhecendo as duas limitações de banda de cada cor primária. O princípio base de funcionamento consiste na comparação dos valores de intensidade de luz RGB capturado pelo modelo com os valores de intensidade RGB obtido como referência por calibração. Sempre de acordo com FREIRE *et al.* (1999) procura-se, assim, o mínimo da função erro que depende dos parâmetros derivados das operações aritméticas entre R,G,B. Através dessa técnica consegue-se definir a ordem de franja N entre 0 e 3. Mas nesse intervalo de ordem de franja, por vezes, há repetição das cores, assim existe o risco de não identificar a correta ordem de franja. RAMESH *et al.* (2013) para contornar esse risco, adota a reconstrução do modelo com a ‘técnica do *puzzle*’ que dá prioridade de resolução as regiões mais próximos. Outras técnicas a campo inteiro apresentadas em PATTERSON (2002) são chamadas *Fourier Transform Analysis*, *Phase Shifting* or *Stepping* que, traduzidas respectivamente, correspondem a análise da transformada de Fourier, mudança de fase continua ou descontinua. Com a análise da transformada de Fourier procura-se os ângulos das isoclínicas e o relativo retardo de onda trabalhando sobre o domínio da frequência, mas nesse caso, sempre segundo PATTERSON (2002), é preciso um elevado número de imagens (aproximadamente 90) para determinar o mapa das isoclinicas, onde é possível entender em quais direções se distribuem. Mesmo assim é necessário um processo de *unwrapping* (ou seja, de ‘abertura’) que serve para transformar a função periódica numa função contínua e associar então o nível correto de N . O *Grey-field Polariscopes*, por PATTERSON (2002) é uma técnica híbrida entre a análise da transformada de Fourier e o *Phase-Stepping*. O arranjo instrumental é constituído por um polariscópio circular, privado do segundo retardador de um quarto de onda. Essa técnica produz uma distribuição periódica das isoclínicas e da ordem das franjas isocromáticas. Ambas precisam de uma operação de *unwrapping*, sendo que também esse dado é periódico, cujo valor varia entre 0 e π , e necessita-se do correto valor. Como escreve SOLAGUREN (2011) é por meio de operações de trigonometria inversa que obtem-se a transformação da função periódica em uma função contínua. Referente ao *Phase-Stepping*, entende-se

que a lógica de todas essas técnicas tem uma raiz comum. Uma ou mais variáveis estão sujeitas a “*stepping*” ou “*shifting*”, isto é, mudança descontínua, logo discreta, da fase da luz produzida. Nessa condição, o distúrbio gerado pela rotação é menor em decorrência da automatização do giro. Sempre segundo PATTERSON (2002) da fase usa-se menos imagens quanto comparado ao método de Fourier. Normalmente trabalha-se com luz monocromática. Essa técnica produz mapas periódicos das isoclínicas e das ordens de franjas isocromáticas.

2.2 Método dos Elementos finitos

Como expresso em JUNIOR *et al.* (2007) na década de 1950, após a inicial difusão dos computadores, surgiram as primeiras aplicações de programas aos métodos dos elementos finitos (MEF). Os projetistas tinham como finalidade a elaboração e resolução de sistemas de equações mais complexas que modelassem fenômenos físicos reais. Sempre segundo JUNIOR *et al.* (2007) o ambiente original onde o MEF surgiu foi o meio aeronáutico. Em pouco tempo, porém, ampliou-se incluindo áreas como: indústria automotiva, medicina, construção civil, etc.

Em COOK *et al.* (2001) apresenta-se algumas vantagens do MEF, entre elas:

- Versatilidade e aplicabilidade em várias áreas: análise de tensões, campos magnéticos, mecânica dos fluidos, correntes elétricas, etc.
- Inexistência de restrição geométrica
- Condições de contorno e de carregamento
- Semelhança física do modelo com o problema real

A fase conceitual do problema é fundamental, sendo que é nessa fase que decide-se sobre a classificação do problema, a modelagem e a relativa discretização.

Sempre segundo COOK *et al.* (2001), referente a classificação do problema, entende-se a identificação da natureza física do fenômeno em análise. O problema em análise pode ser classificado como estático ou dinâmico, linear ou não linear, acoplado ou desacoplado (ou seja, existência de interação entre fenômenos físicos diferentes temperatura, pressão, etc.).

Continuando com COOK *et al.* (2001), quando se procede a modelagem é aconselhável avaliar as características essenciais que representam a natureza do fenômeno analisado. Normalmente, são descartadas aquelas informações secundárias quantos aos

efeitos esperados.

Em *COOK et al.* (2001), salienta-se que o MEF permanece sempre uma simulação numérica, pois não é a realidade. A complexidade da modelagem pode ser reduzida em função da idealização associada aos parâmetros tais como: homogeneidade, isotropia, elasticidade, geometria, etc.

No processo de discretização existe uma simplificação do modelo matemático que incorpora, por própria natureza, erros de diferentes origens. Os erros podem ser devidos ao tipo de modelo teórico-físico proposto, ao tipo de modelagem (isto é, escolha do elemento, quantidade de elementos, como a malha foi gerada, etc.). Erros numéricos também tem que ser considerados, sendo que, ao longo das iterações de cálculo, são repetidas e acumuladas aproximações de cálculo. A transformação do meio contínuo para o meio discreto leva a substituir a procura da solução analítica para a solução discreta assim como encontra-se em *COOK et al.* (2001).

Por *JUNIOR et al.* (2007) o MEF, no ato da discretização, divide um problema com grau de complexidade elevado em um conjunto de problemas menores, cujas resoluções são mais simples quando comparado com o caso real. De fato, efetua-se uma substituição do objeto original (chamado meio contínuo) com um modelo numérico (chamado meio discreto) composto de elementos menores cujas características essenciais sejam as mais próximas possíveis com o modelo real.

Sempre em *COOK et al.* (2001) o MEF é chamado de elementos finitos sendo que cada elemento criado não é infinitesimal. O modelo analisado é constituído por uma estrutura de elementos que estão em conexão entre si por meio de nós. Uma mesma estrutura pode ser modeladas em maneiras diferentes gerando malhas diversas por cada caso, pois a escolha sobre o tipo de discretização do domínio pode levar é teoricamente a inúmeras soluções. É por meio desse primeiro passo que inicia o processo de conceituação analítica do problema. Os reflexos desse processo são imediatos e influenciam características associadas como: tamanho e número de elementos, propriedade física, geométrica, mecânica, condições de contorno, aplicações dos carregamentos.

Continuando com *COOK et al.* (2001), a estrutura geral de toda modelagem numérica é composta essencialmente por três etapas: pré-processamento, processamento e pós-processamento.

No pré-processamento define-se o desenho em CAD (*Computer Aided Design*, ou seja, o desenho realizado com computador) com exportação do desenho, geração da malha, escolha dos elementos. A decisão, sobre qual tipo de elemento, é feita

considerando as características físicas e comportamentais do modelo real. Os elementos disponíveis podem ser lineares, bidimensionais, tridimensionais, etc. O que se sugere é selecionar o elemento que possa dar a melhor resposta minimizando o custo computacional. A maioria dos programas computacionais disponibilizam bibliotecas com bastantes elementos utilizáveis.

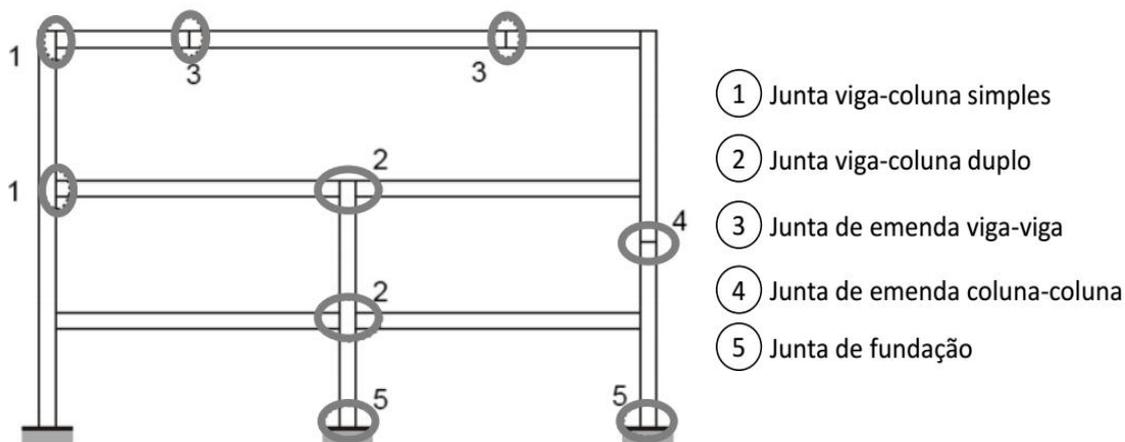
No processamento ou também chamada fase da análise numérica, após ter absorvido os dados de entrada, o programa gera as matrizes que descrevem o comportamento de cada elemento e coloca essas matrizes na matriz global que representa o conjunto de equações a serem resolvidas. O *software* procede a resolução das equações e disponibiliza as soluções numéricas que representam as respostas físicas dos elementos analisados. Se o problema é de estrutura as respostas disponibilizadas representam os deslocamentos, enquanto fosse um problema térmico, as respostas são dadas em valores de temperatura.

Enfim, no pós-processamento, o *software* retorna tabelados os resultados obtidos e permite traçar gráficos com configurações deformadas, imagens com gradientes de cores, obter informações específicas em várias partes do modelo.

2.3 Conexões metálicas

No panorama das estruturas metálicas existem várias maneiras de realizar as conexões entre os diversos tipos de componentes em aço. Em síntese, existem cinco tipologias de junções mais frequentes que podem estar em um pórtico e que são apresentadas na Figura 2.12.

Figura 2.12– Tipos de conexões metálicas



Fonte: CROSTI (2012) modificado

Em VASCONCELLOS (2011), quando trata-se de junção viga-coluna normalmente refere-se à três grupos de ligação:

- Aparafusada (com uso exclusivo de parafusos);
- Soldada (emprego só de solda);
- Mista (onde parafusos e solda estão presentes contemporaneamente).

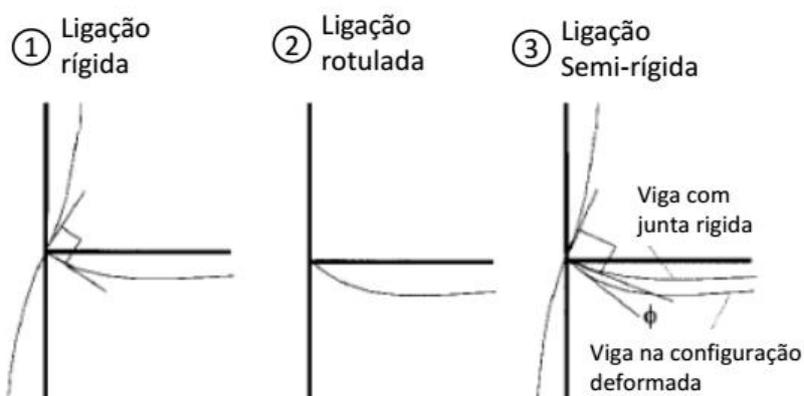
Em NUNES (2012) especifica-se que para o termo ligação entende-se aqueles detalhes construtivos que permite a união de partes internas ou externas separadas da estrutura. Diretamente associado ao conceito de união está a rigidez que pode ser considerada como aquela característica que impede a rotação relativa local das partes juntas.

Cada junção exige, conseqüentemente um estudo detalhado para entender o real comportamento estrutural e escolher, dessa forma, o dimensionamento adequado. Na maioria dos casos, os pontos mais fracos das estruturas, são representados pelas próprias ligações. Assim sendo o ato do dimensionamento das junções metálicas torna-se crucial sem esquecer ou diminuir a importância do dimensionamento das próprias barras.

Sempre por VASCONCELLOS (2011) o estudo e o comportamento das ligações metálicas pode ser feito traçando e analisando as curvas momento fletor-rotação, onde define-se três parâmetros essenciais, respectivamente: rigidez, momento resistente, capacidade de rotação. Uma adequada análise elástica estrutural depende do conhecimento da rigidez da ligação. Na Figura 2.13 são apresentados dois tipos ideais de comportamento das ligações:

- Perfeitamente rígida (onde a rotação, relativa entre a viga e o pilar, é impedida)
- Rotulada (onde a rotação, relativa entre os membros ligados, é permitida)

Figura 2.13– Tipos ideais de comportamento das ligações



Fonte: CROSTI (2012) modificado

Continuando com NUNES (2012) a necessidade de representar mais fielmente o comportamento da estrutura passa por uma capacidade de fazer uma estimativa realística da rigidez intermediária. Logo o conceito de ligação semi-rígida está cada vez mais assumindo um papel fundamental.

Na literatura encontra-se classificações consolidadas de ligações metálicas e considerações pertinentes segundo diversas normas e autores.

Pela revisão elaborada por NUNES (2012), Bijlaard cataloga as ligações em função da não linearidade física do material, distinguindo entre fase elástica e fase plástica assim como resumida no Quadro 2.1 e Quadro 2.2.

Quadro 2.1 - Classificação das ligações na fase elástica

LIGAÇÕES FLEXÍVEIS: Transmitem somente força cortante e, eventualmente, força normal. Sofrem rotações sem absorver momentos fletores de valor significativo
LIGAÇÕES RÍGIDAS: São capazes de transmitir tanto momentos fletores quanto forças cortantes. Apresentam elevada rigidez, de maneira tal que qualquer mudança na distribuição de momentos e nos deslocamentos possa ser desprezada.
LIGAÇÕES SEMI-RÍGIDAS: Proporcionam certo grau de interação entre os elementos conectados para a absorção dos esforços. Essa interação tem base nas características da curva Momento x Rotação.

Fonte: NUNES (2012) modificado

Quadro 2.2 - Classificação das ligações na fase plástica

LIGAÇÕES ROTULADAS (<i>pinned connections</i>): Projetadas para transferir somente esforços normais e cortantes. Admite-se que a ligação tenha uma capacidade de rotação que permita a formação de todas as rótulas plásticas necessárias ao estabelecimento do mecanismo de colapso;
LIGAÇÕES COMPLETAMENTE RESISTENTES (<i>full strength connections</i>): Apresentam capacidade de resistir aos momentos fletores superiores aos momentos de plastificação dos elementos conectados. Resultam na formação de rótula plástica em um elemento adjacente à ligação. Não é necessário que a ligação apresente, teoricamente, capacidade de rotação;
LIGAÇÕES PARCIALMENTE RESISTENTES (<i>partial strength connections</i>): Ligações que apresentam capacidade de resistir a momentos fletores inferiores aos momentos de plastificação dos elementos conectados. Neste caso, é necessária uma capacidade rotacional adequada, pois a rótula plástica terá sua formação na ligação.

Fonte: NUNES (2012) modificado

Sempre NUNES (2012) apresenta outra classificação com base respectivamente na normativa americana AISC (2005) e na normativa europeia EUROCODE 3 (2005) assim

como proposto nos quadros a seguir.

Quadro 2.3 - Classificação das ligações com base nas normativas americana e europeia

AISC(2005)		
LIGAÇÕES SIMPLES:	LIGAÇÕES A MOMENTO:	
não transferem momentos significativos. São capazes de acomodar toda a rotação relativa, incluindo as rotações inelásticas;	capazes de transmitir momento fletor não desprezível. Dois tipos de ligações a momento podem ser identificados:	
	FR: <i>fully restrained</i> Ou seja, consideradas completamente restringidas	PR: <i>partially restrained</i> Isto é, considerada parcialmente restringidas
EUROCODE 3 (2005)		
LIGAÇÃO RÍGIDA: tem rigidez suficiente para manter praticamente constante o ângulo entre as peças. Apresenta rotação relativa quase nula para qualquer nível de carga, até atingir o momento resistente da ligação.		
LIGAÇÃO FLEXÍVEL: permite a rotação relativa entre as peças com um comportamento próximo ao de uma rótula. Transmite um pequeno momento fletor. No caso de vigas, sujeitas à flexão simples, por exemplo, a ligação flexível transmite apenas esforço cortante.		
LIGAÇÃO SEMI-RÍGIDA: Possui comportamento intermediário entre os dois casos anteriores. O momento transmitido através da ligação não é nem zero (ou próximo de zero) como no caso de ligações flexíveis e nem o momento máximo (ou próximo dele) como no caso de ligações rígidas. A Figura xx apresenta as curvas Momento x Rotação para as possibilidades de classificação das ligações, sendo que o eixo das ordenadas M representa uma ligação perfeitamente rígida, enquanto que o eixo das abscissas Φ representa uma rótula.		

Fonte: NUNES (2012) modificado

Para a classificação quanto à resistência, toma-se como critério a comparação entre o momento resistente da ligação com o momento resistente dos elementos concorrentes, tomada na região do elemento adjacente à ligação. Seguem as possíveis classificações:

- **FLEXÍVEIS** : Ligações cujo momento resistente não ultrapassa o valor do momento de plastificação total necessário para classificar uma ligação como resistente.
- **COMPLETAMENTE RESISTENTE** : Ligações que apresentam momento resistente maior do que os momentos resistentes dos elementos de conexão.
- **PARCIALMENTE RESISTENTE** : São as ligações que apresentam momentos resistentes que não se classificam nas duas situações anteriores.

2.4 Tratamento de imagens

Segundo MARQUES FILHO *et al.* (1999) a digitalização da imagem só foi possível após a introdução dos computadores no mercado. Com fundamento em WOOD & GONZALES (2008) uma imagem digitalizada pode ser representada para uma função bidimensional, $f(x,y)$, cujas variáveis x e y representam as coordenadas espaciais pela qual cada ponto corresponde um nível de intensidade de cinza naquela posição da imagem. Assim sendo cada ponto (nomeado também de *pixel*) tem um nível finito de cinza, em quantidade discreta, a imagem pode ser chamada de imagem digitalizada. De acordo com MARQUES FILHO *et al.* (1999) o nome *pixel* é uma abreviação de elemento de imagem (*picture element*) que representa o menor elemento que compõem a imagem digital composta por linhas e colunas de *pixels*.

2.4.1 Processamento e análise digital de imagens

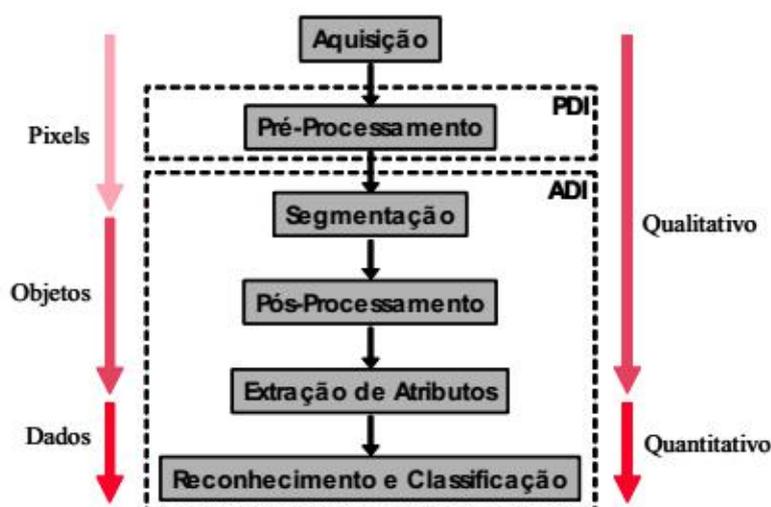
De acordo com IGLESIAS (2008), tanto o processamento digital de imagem (PDI) quanto a visão por computador, chamada também de análise digital de imagens (ADI), representam duas áreas que podem ser identificadas com um termo único: processamento e análise digital de imagens (PADI). Essas técnicas estão apresentando um desenvolvimento expressivo e contínuo nessas últimas décadas. No específico, o crescente interesse gerado pelo PDI é justificado enquanto viabiliza inúmeras aplicações em quase todas as atividades humanas. De exemplo, na medicina usa-se as imagens para o diagnóstico médico (ultrassom, raio x, etc.); na biologia, as imagens, obtidas por microscópio, são usadas para quantificar um certo número de células; na geografia é usada para o geoprocessamento, assim como na meteorologia usa-se para efetuar as previsões do tempo, em fim na restauração para analisar as imagens e compara-las com o estado original das obras.

Continuando com IGLESIAS (2008) existem dois tipos de finalidades identificáveis para o uso do PADI: a primeira permite o melhoramento e incremento de informações das imagens para interpretação humana; enquanto a segunda consente a análise automática por computador de informações extraídas das fotos ou de vídeos. O PDI vem sendo objeto de crescente interesse por proporcionar um elevado número de funções em duas categorias distintas:

- No aprimoramento de imagens digitais (corrigindo defeitos de aquisição e/ou realçando detalhes de interesse);

➤ Na extração e tratamento de dados quantitativos a partir de imagens digitais. Mais abaixo, a Figura 2.14 apresenta, de acordo com VIEIRA & PACIORNIK (2001), a sequência padrão de PADI dividida em três blocos básicos: aquisição, PDI e ADI. A aquisição engloba a formação da imagem e sua digitalização, o PDI consiste fundamentalmente na etapa de pré-processamento e a ADI compreende as etapas seguintes: segmentação, pós-processamento, extração de atributos e reconhecimento e classificação.

Figura 2.14 – Esquema funcionamento do processamento de imagens



Fonte: IGLESIAS (2008)

Segundo IGLESIAS (2008) após a captura e digitalização da imagem, a mesma pode ser melhorada, corrigindo defeitos oriundos da aquisição e realçando detalhes de interesse, de modo a facilitar sua visualização ou segmentação.

De acordo com MARQUES FILHO *et al.* (1999) a função do pré-processamento é melhorar a qualidade da imagem para as etapas seguintes, pois a imagem original pode apresentar diversas imperfeições quais: presença de *pixels* ruidosos, brilho inadequado, etc. As operações efetuadas nessa fase são de baixo nível sendo que trabalham diretamente com as características dos *pixels*.

Por FARIA (2010), a segmentação de imagem tem como finalidade subdividir uma imagem nos objetos ou regiões que a constituem, para que cada região possuam um conjunto idêntico de propriedades ou atributos. Estes atributos podem incluir níveis de contraste, valores espectrais ou propriedades de textura. A imagem segmentada será então definida por um conjunto de regiões que estão ligadas mas não sobrepostas. Dessa forma, cada pixel, na imagem, pertence a apenas uma região.

Os algoritmos clássicos utilizados em segmentação de imagem são baseados em uma das duas propriedades básicas dos valores de intensidade, descontinuidade e similaridade. No primeiro caso, a segmentação é baseada em mudanças bruscas nos valores de intensidade dos *pixels* da imagem, no segundo caso, a segmentação de imagem é baseada na sua partição em regiões semelhantes de acordo com um conjunto de critérios predefinidos.

Continuando com IGLESIAS (2008) o pós-processamento visa aprimorar o resultado da segmentação. De exemplo, as operações de união, separação e *scraping* (ou seja, a eliminação de objetos) são procedimentos comuns nessa etapa. Tais procedimentos são realizados através de operações lógicas e de morfologia matemática. Também GONZALES & WOODS (2002) explicam esses resultados como geralmente realizados através de aritmética de imagens.

Segundo IGLESIAS (2008), a extração de atributos é a etapa de análise na qual os objetos na imagem são identificados. Procura-se identificar características comuns tanto dos objetos como da imagem. De exemplo, as informações elaboradas podem ser medidas por número, tamanho, forma, posição e textura etc. Existem basicamente duas classes de medidas:

- (i) as de campo (que se referem à imagem como um todo),
- (ii) as de região (que se referem aos objetos independentes).

Por MARQUES FILHO *et al.* (1999), esta etapa procura extrair características das imagens resultantes da segmentação. Os descritores analisados representam um conjunto de dados de saídas extraídos pela análise da imagem original. Segundo IGLESIAS (2008), a etapa de reconhecimento e classificação é a etapa final da sequência padrão de PADI. Nela é feito o tratamento dos dados quantitativos obtidos na etapa anterior, interpretando-os, de modo a fornecer um resultado de mais alto nível, similar ao processo de reconhecimento de padrões realizado pelo cérebro humano.

2.4.2 Espaço de cor

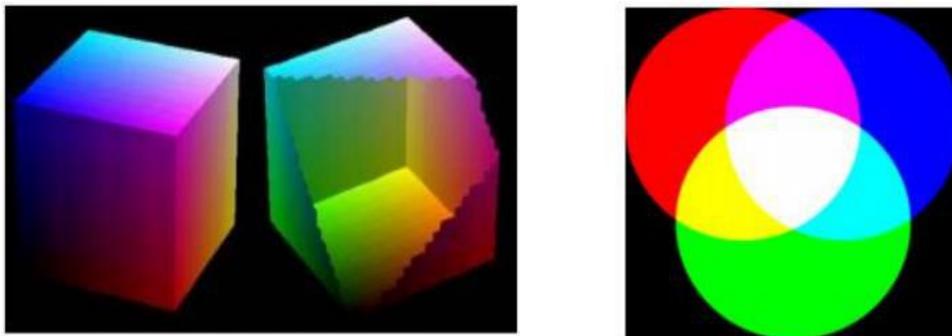
COIMBRA (2010) separa a luz visível da luz não visível. A luz é uma radiação eletromagnética que por sua vez contém diferentes frequências que dão origem as diversas cores. O sistema óptico humano é sensível a gama de frequência da luz cujos comprimentos de onda variam entre 400 e 700nm. Existem, porém, outros tipos de luzes, não visíveis, quais o raio x, ultravioleta, infravermelho ente outros. De exemplo, nas imagens médicas usa-se luz invisível quando analisa-se fotos realizadas por meio de

radiografia ou tomografia.

Sempre por COIMBRA (2010) a cor pura, é definida como frequência única no espectro visível da radiação eletromagnética, diferente da cor composta onde o espectro de frequências contém mais do que um valor.

O espaço de cor RGB (Figura 2.15) representa as cores naturais como combinação de três cores primárias, *red*, *green*, *blue* (vermelho, verde e azul). É um modelo aditivo onde as cores são obtidas para adição e mistura das cores primárias. A justificativa, no uso desse tipo de espaço de cor, está relacionado ao funcionamento do sistema ocular humano. Sendo que o ser humano, na retina, possui três tipos de cones com sensibilidades diferentes e acentuadas respectivamente para o vermelho, verde e azul. Continuando com COIMBRA (2010) é assim instintivo modelar as imagens digitais usando três planos de cores que possam ser sobrepostos. O espaço RGB define-se por um cubo, no qual cada eixo representa uma das três cores primárias.

Figura 2.15 – Espaço de cor RGB



Fonte: IGLESIAS (2008)

Sempre em GOMES (2011) esse espaço de cor RGB, não é o único, existem outros quais o HSB, CMKY, Lab etc. No HSB o espaço de cor define-se por três parâmetros: *Hue* (matiz ou cor), *Saturation* (fornece a vivacidade da cor), *Brightness* (fornece o brilho da cor). Representado por um sistema tridimensional de coordenadas polares. O CMYK, usa quatro canais para criar as cores. Os canais são: Cyan, Magenta, *Yellow* e *Black*. As primeiras três cores existem na natureza, enquanto o *Black* indica ausência de cores. Esse modelo, diferentemente do RGB, é subtrativo, as cores são obtidas por processo de detração. É um sistema utilizado em impressoras.

3 METODOLOGIA

A pesquisa foi desenvolvida em três vertentes: teórica, experimental e numérica.

O corpo de prova representado por uma ligação metálica mista, ou seja, parafusada e soldada, foi dimensionada nas suas componentes no respeito das prescrições contidas na norma NBR 8800. No apêndice, apresenta-se o detalhamento dos cálculos estruturais, realizados para verificar cada componente da ligação em aço.

Os ensaios mecânicos foram efetuados em temperatura ambiente nos laboratórios do departamento de mecânica do Politecnico di Milano (POLIMI), na Itália. Essa oportunidade foi possível com base no acordo de colaboração entre a linha de pesquisa em análise experimental do mestrado em engenharia de estruturas da UFBA e o departamento de mecânica do POLIMI por meio de uma equipe de três professores. A análise experimental aconteceu de 28/09/2015 até 9/10/2015.

O polariscópio utilizado (Figura 3.1) é da fabricante Vishay. O modelo é o LF/Z - 2, composto por um polarizador, um analisador e de duas placas retardadoras de quarto de onda. A luz empregada é branca. O esquema funcional relativo já foi apresentado anteriormente nas Figura 2.7 e 2.9.

Figura 3.1 – Polariscópio circular (usado para os ensaios)

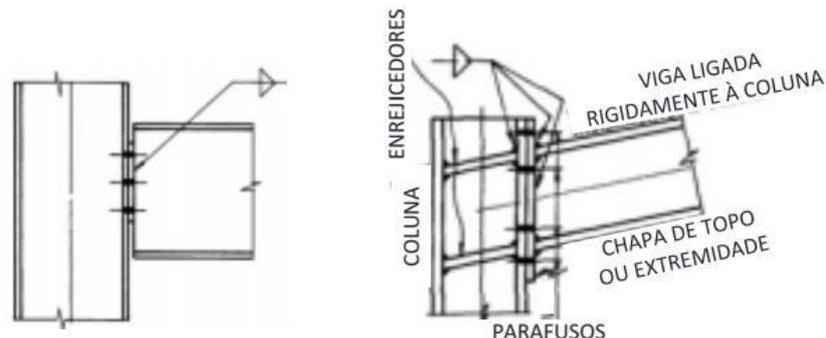


Fonte: O autor

Referente ao modelo estrutural, a escolha se ajusta dentro dos objetivos específicos para esse trabalho. No campo construtivo, encontra-se esse tipo de ligação nas estruturas civis e industriais, assim como mostrado na Figura 3.2 com algumas representações esquemáticas de ligações metálicas. Ao mesmo tempo, nas escolas de

engenharia, as conexões metálicas representam casos analisados e resolvidos por meio de exercícios propostos aos discentes de engenharia durante as aulas de Resistência dos Materiais.

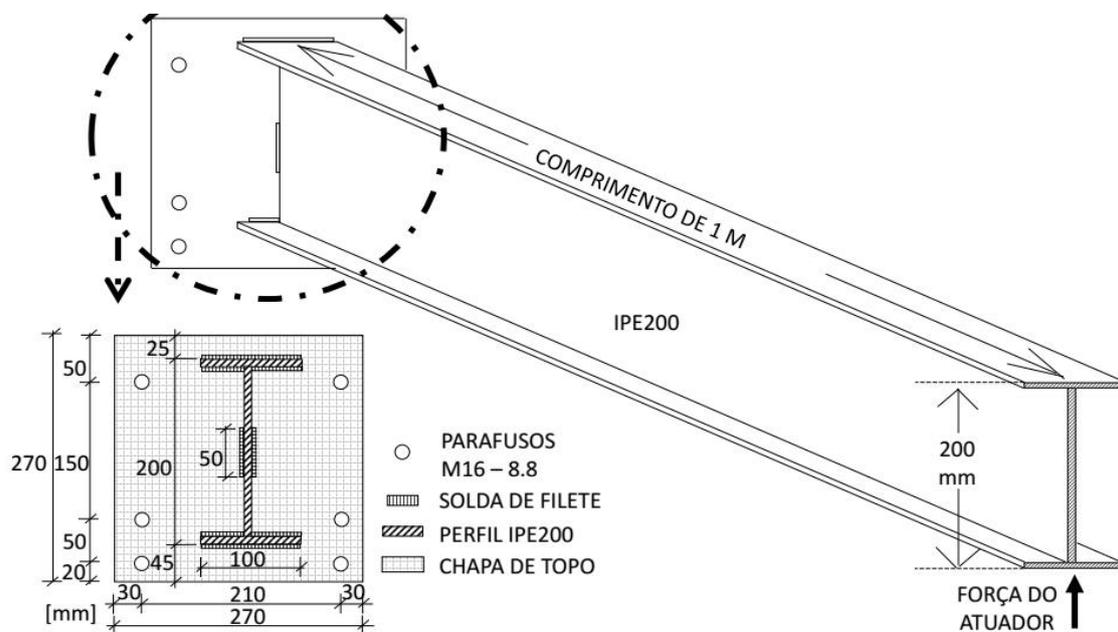
Figura 3.2 – Exemplos esquemáticos de juntas metálicas



Fonte: VASCONCELLOS (2011) modificado

Neste estudo, assim como é representado esquematicamente na Figura 3.3, uma viga com perfil I está em balanço sendo conectada por meio de parafusos a uma coluna. A viga, portanto, está sujeita ao peso próprio, enquanto na extremidade livre na mesa inferior, por meio de um atuador, aplica-se um carregamento concentrado e vertical que atua de baixo para cima.

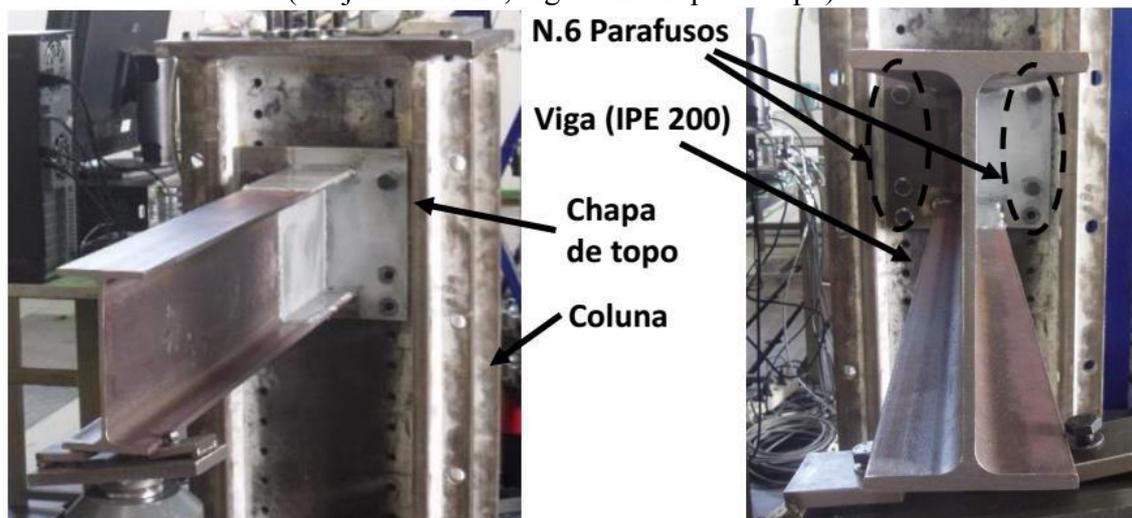
Fig. 3.3 – Esquema estrutural do corpo de prova



Fonte: O autor

As Figuras 3.4a e b mostram a junção metálica, com o seis parafusos que, por meio de uma chapa de topo, soldada à viga, fixam-na à coluna. Referente a decisão sobre as medidas do modelo, buscou-se o objetivo de contenção de custo na fase de produção e realização, assim como de reduzir as dificuldades na movimentação da viga na hora de preparar o ensaio. A seguir, mostra-se o conjunto do corpo de prova, montado em laboratório.

Figura 3.4 – Corpo de prova
(conjunto coluna, viga com chapa de topo)



Fonte: O autor

Isto posto, os elementos que constituem a ligação são: o pilar, a viga, a chapa, os parafusos, as porcas e as arruelas. Também a coluna utilizada é um elemento já existente e que serve para realizar diferentes tipos de ensaios mecânicos. Cita-se, na literatura, trabalhos realizados com estruturas parecidas com viga-coluna como NUNES (2006), RODRIGUES (2009) assim como LIMA et al. (2008).

3.1 Dados de projeto

Com exceção dos parafusos, todos os elementos são fabricados em aço laminado S235, tensão de escoamento $f_y = 235$ Mpa, tensão de ruptura $f_u = 400$ Mpa. O módulo elástico $E = 200$ GPa. Abaixo, encontra-se a descrição dos elementos principais:

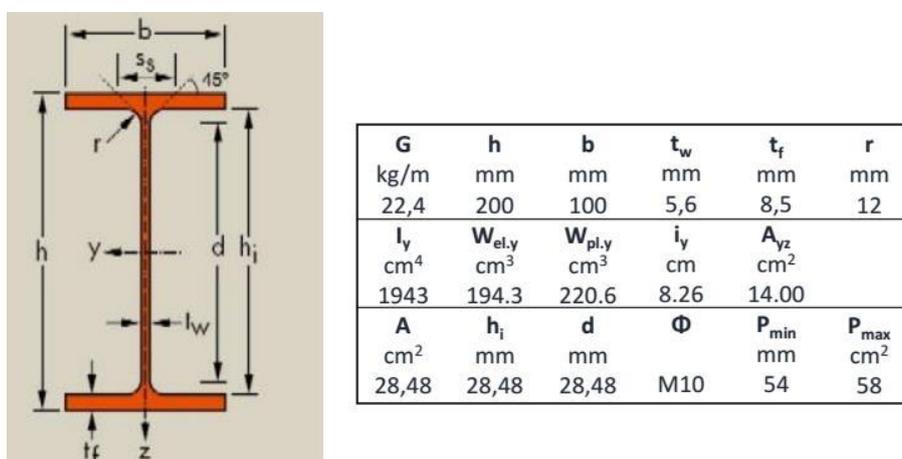
- **Viga:** seção prismática, perfil *IPE 200*. Comprimento, 1000 mm. A seguir, na Figura 3.5a, mostra-se a seção e as propriedades geométricas.
- **Coluna:** seção prismática, quadrada e vazada. Lado externo, 470 mm. Altura, 1150 mm. Espessura, 25 mm. A rigidez da coluna, já garantida pela espessura, é aumentada com a

presença das chapa horizontais, colocada no topo e na base. As paredes são furadas para ajustar a posição de fixação da viga. Veja-se a Figura 3.5b.

- **Chapa de topo:** quadrada e furada. Lado, 270 mm. Espessura, 12 mm. A chapa e a viga foram soldadas com solda de filete.

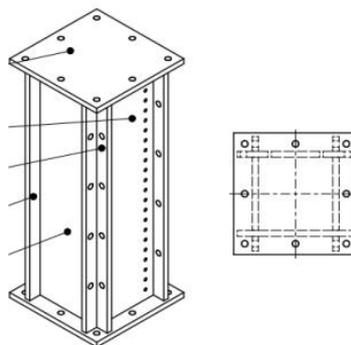
- **6 Parafusos:** de alta resistência, M16 – 8.8, diâmetro 16 mm. Tensão de ruptura $f_u = 800$ MPa e tensão de escoamento $f_y = 80 \% f_u = 720$ MPa.

Figura 3.5a Propriedades geométricas - IPE 200, UNI (5398)



Fonte: O autor

Figura 3.5b Coluna



Fonte: O autor

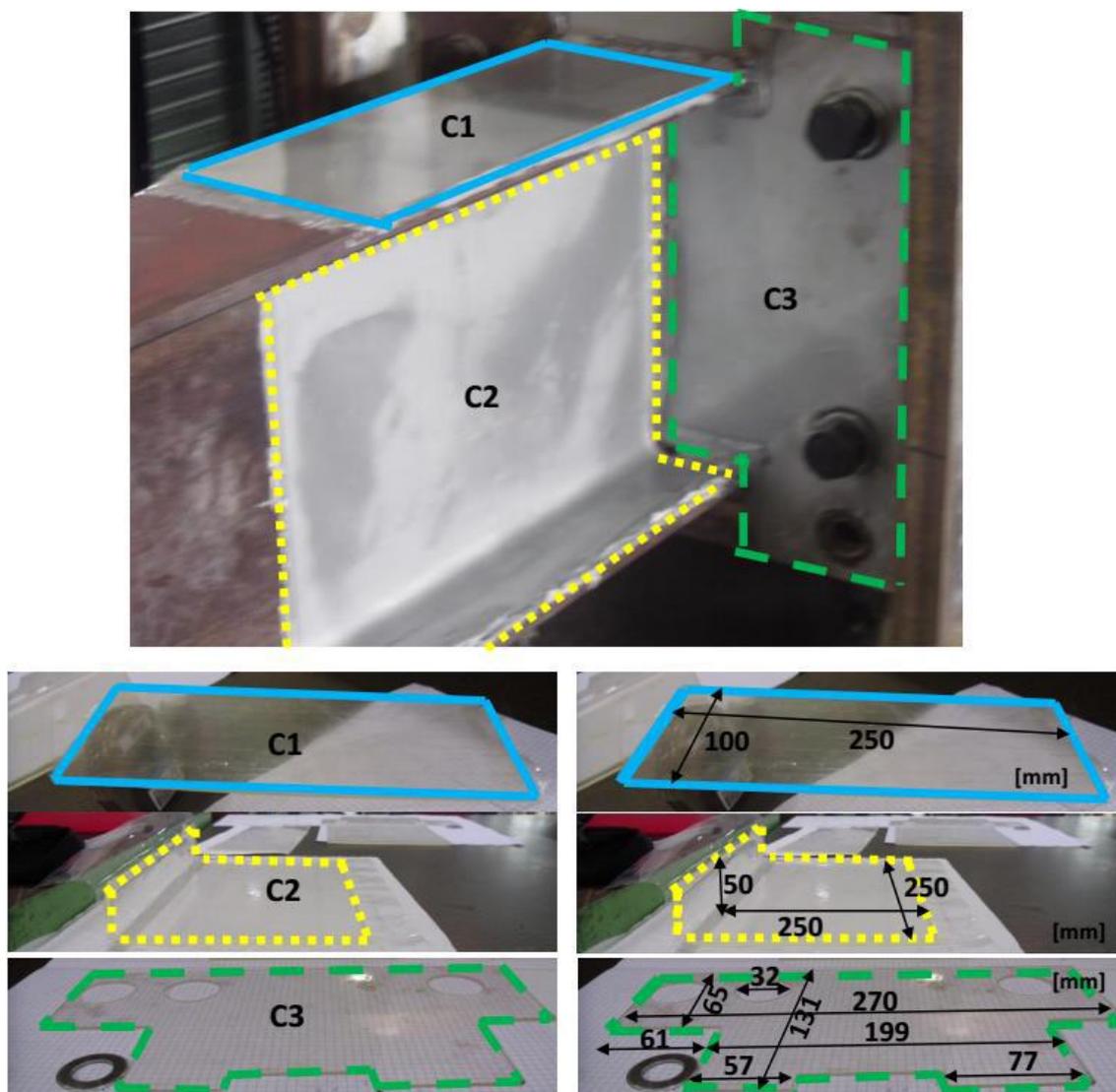
3.2 Seleção das áreas investigadas

Considerando a ligação metálica rígida, portanto estruturalmente engastada, as maiores tensões são obtidas na região próxima ao engaste. Assim, foi nessa parte do modelo que decidiu-se analisar as seguintes áreas (Figura 3.6):

- **C1**: mesa superior;
- **C2**: alma da viga com parte da mesa inferior;
- **C3**: metade da chapa com os três parafusos posicionados no lado direito.

As lâminas fotoelásticas que recobrem essas áreas tem o mesmo nome das respectivas regiões. As Figuras 3.5 mostram as três lâminas fotoelásticas

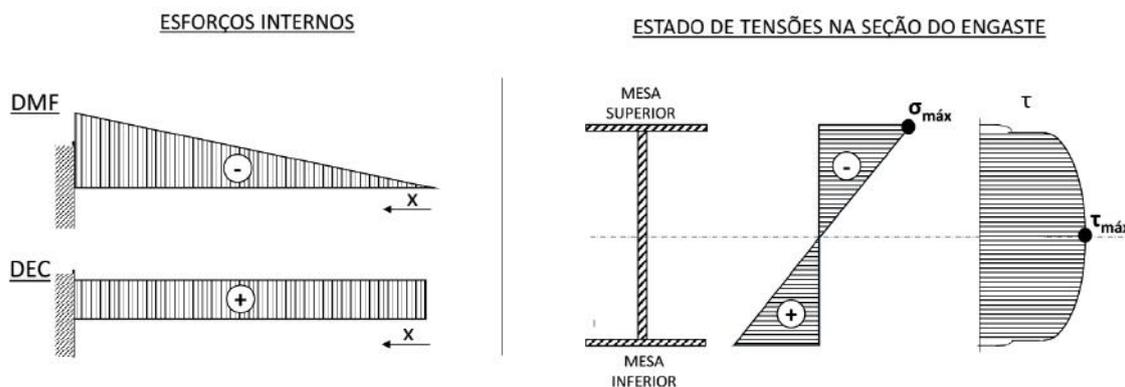
Figura 3.6 – Lâminas fotoelásticas



Fonte: O autor

Com o esquema estrutural adotado, na proximidade do engaste, as tensões normais máximas são alcançadas na mesa superior e inferior, enquanto no centro da alma são atingidas as maiores tensões de cisalhamento (Figura 3.7).

Figura 3.7 – Esforços internos e tensões



Fonte: O autor

3.3 Calibração

Antes de continuar com a descrição do ensaio a flexão simples sobre a viga, realizada com a técnica da fotoelasticidade de reflexão, explica-se o procedimento adotado para a calibração da película fotoelástica para fim de obter o valor de franja f_{σ} . A operação de calibração faz-se imprescindível para quantificar a constante fotoelástica desse estudo. Mesmo que o fabricante forneça o valor de f_{σ} ou que essa informação possa ser encontrada na literatura, é recomendável, quando possível, efetuar a calibração peculiar referente ao ensaio em análise.

3.3.1 Escolha do material fotoelástico

O procedimento usado para efetuar a calibração foi baseado no guia europeu SPOTS (2005), onde encontram-se indicações sobre as várias condições a serem respeitadas na fase da calibração. Devido à inclusão da área C2 que, entre os revestimentos fotoelásticos, representa a única região curva, adotou-se a Araldite. A outra opção considerada foi o policarbonato disponível no mercado, com geometria padronizada e vendido em folhas retangulares, prontas para aplicação. Para este estudo, porém, o policarbonato não representava a solução mais adequada às necessidades dos ensaios. A escolha da Araldite foi fundamentada pela vantagem de poder ser produzida manualmente e conforme as características das áreas investigadas. A seguir apresenta-se, na Tabela 3.1, as

propriedades técnicas dos dois componentes utilizados para compor a Araldite.

Tabela 3.1 – Propriedades técnicas da Araldite

Araldite DBF

Resina líquida epoxy modificada pela adição de um plastificador

Viscosidade a 25º C	ISO 2555	mPa*s	1350 – 2000
Gravidade específica a 25º C	ISO 1675	g/cm³	1.1 – 1.2
Aparência	Visual		Líquido claro
Conteúdo em Epoxy	ISO 3001	Eq/kg	4.20 – 4.35
Punto de ignição	DIN 51758	°C	160

Aradur HY 956 EN

Formulado, baixa viscosidade endurecedor polyamine

Viscosidade a 25º C	ISO 12058	mPa*s	370 – 470
Gravidade específica a 25º C	DIN 51757	g/cm³	1.0 – 1.05
Aparência	Visual		Líquido claro
Punto de ignição	DIN 51758	°C	152

Mix Ratio

Proporção de mistura

		Partes por peso	Partes por volume
Araldite DBF	Resina	100	100
HY 956 EN	Endurecedor	20	22
Ciclo mínimo de cura		24 - 48 hrs : RT or 4 h at RT + 4 h at 60°C	

Fonte: HUNTSMANN modificado

Na literatura, são encontradas diversas aplicações onde a Araldite foi empregada em ensaios fotoelásticos. Em KAKODKAR et al., (1973), serviu no âmbito de estudos energéticos, assim como, na geotecnia cita-se o trabalho de CHANDRASHEKHARA & ANTONY (1993). Na área mecânica, menciona-se NETO & HENRIQUES (2007) sobre alívio de tensões em placas com furos circulares. Uma outra pesquisa, a de PEREZ (2009) determinou as distribuições de tensões em implante osseointegrável. Outro exemplo é o de MARTINS (2013) cujo trabalho foi investigar o comportamento biomecânico de implante dental. Mais recentemente, KASAR & KSHIRSAGAR (2015) executaram uma análise de placas compósitas reforçadas com fibras em carbono.

Salienta-se que a Araldite é uma resina epoxídica, ou seja, um pré-polímero líquido, a base de epóxi que reage e se torna sólido, após ser misturado lentamente com um agente catalizador assim como explicado por RABEARISON et al. (2010) e MARTINS (2013).

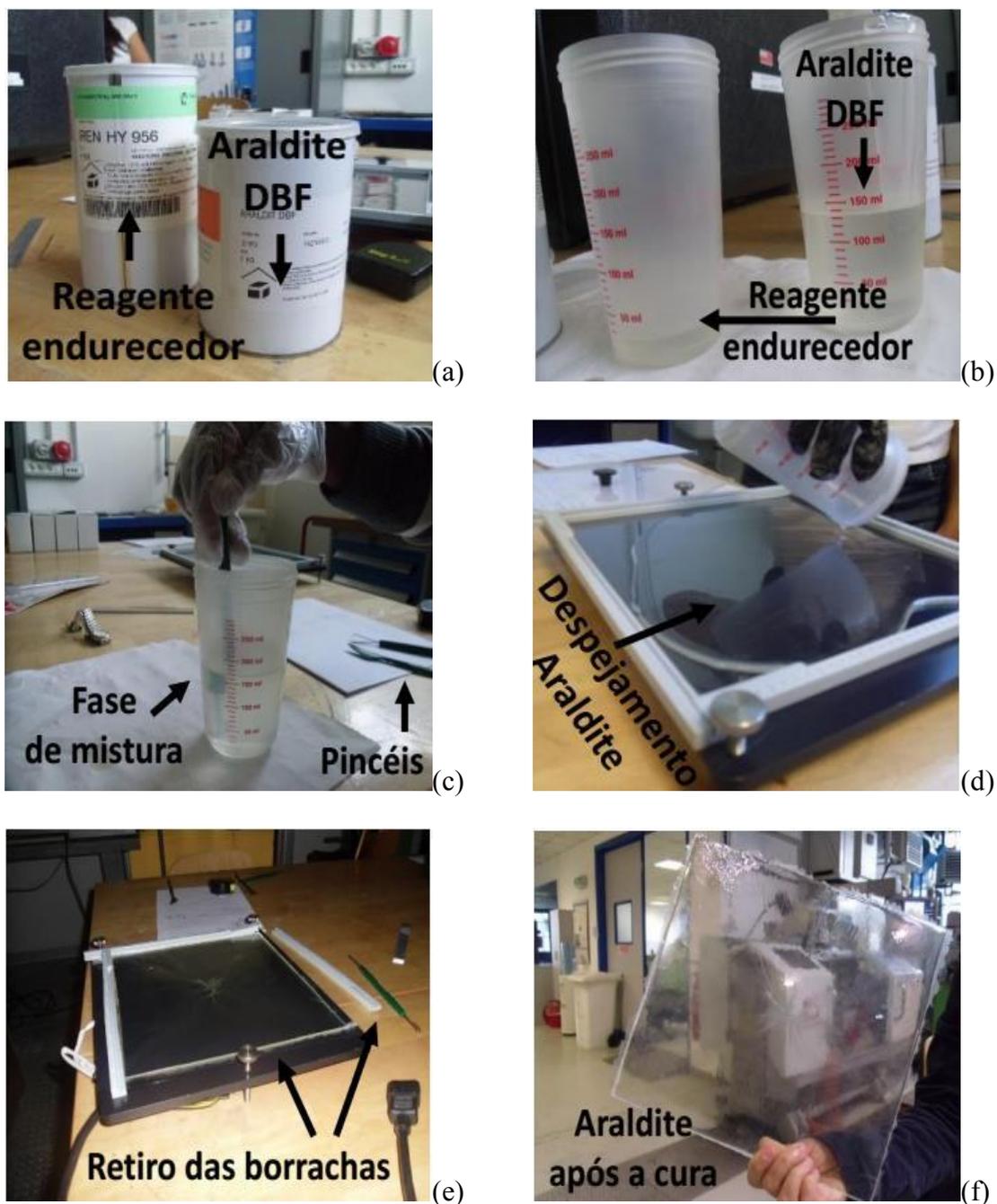
3.3.2 Preparação da Araldite líquida

Para obter a Araldite, usou-se a resina base, Araldite DBF, e o reagente endurecedor, HY956EN, ambos do fabricante HUNTSMANN (Figura 3.8a). A Araldite apresenta-se, inicialmente em forma líquida, de cor transparente e levemente amarelada com consistência viscosa. As Figuras 3.8b,c mostram como foi obtida a mistura entre o reagente e a resina base. Os dois componentes foram vertidos separadamente em dois recipientes graduados (Figura 3.8b) e sucessivamente o endurecedor foi derramado no recipiente da Araldite e começou-se a fase da mistura (Figura 3.8c). As medidas dos componentes foram tomadas em partes de volume: 100 partes para a Araldite a cada 22 partes de endurecedor. O tempo médio de preparação de cada revestimento foi em torno de 40 minutos. Foram usados pincéis plásticos para girar o amálgama. A mistura foi realizada lentamente para diminuir o risco de inclusão de bolhas no líquido assim como descrito em OLIVEIRA (2009). Segundo REDDY & MURTHY (1987) a eventual presença de bolhas na camada fotoelástica assim como possíveis manchas afetam a qualidade da leitura das cores influenciando negativamente na avaliação do valor de f_{σ} . Outra razão para a realização gradativa da mistura é proporcionar a homogeneidade do composto que, por sua vez, melhora a qualidade do revestimento. Durante o processo, reparou-se no aquecimento da mistura. Esse acontecimento como explicado em RABEARISON *et al.*, (2010) deve-se a reação química de caráter exotérmico, com liberação de energia térmica.

O despejamento da mescla (Fig. 3.8d) foi feito, portanto, lentamente sobre uma superfície plana. Essa mesma superfície foi preventivamente revestida com tela em teflon para se evitar que a Araldite colasse com a base, durante a fase da cura. Outra razão disso, também, é a proteção contra a sujeira. Depois que a Araldite foi vertida, ainda no estado líquido, cobriu-se com uma tampa. O confinamento da Araldite, necessário para evitar o vazamento, foi conseguido com uso de borrachas milimetradas que serviram também para se ter referências para os comprimentos (Figura 3.8e). O tempo de cura dado a resina fotoelástica, assim como recomendado pelo fabricante (e indicado anteriormente na Tabela 3.1), foi de um dia. Após a cura, a camada birrefringente tornou-se sólida. As borrachas de contenção foram, então, retiradas com a placa pronta para o uso (Figura 3.8f). A espessura média da película foi de 2,5 mm. A mesma espessura, da camada birrefringente, é usada tanto para os testes de calibração, como para os ensaios de carregamento na viga. A curvatura da lâmina C2 foi obtida, retirando a película antes de

ter finalizado o tempo de cura de 24 horas. No específico, a película foi retirada do molde plano após ter transcorrido 6 horas do despejamento e colocando-a na alma da viga a fim de obter a curvatura procurada.

Figura 3.8 – Preparação da Araldite

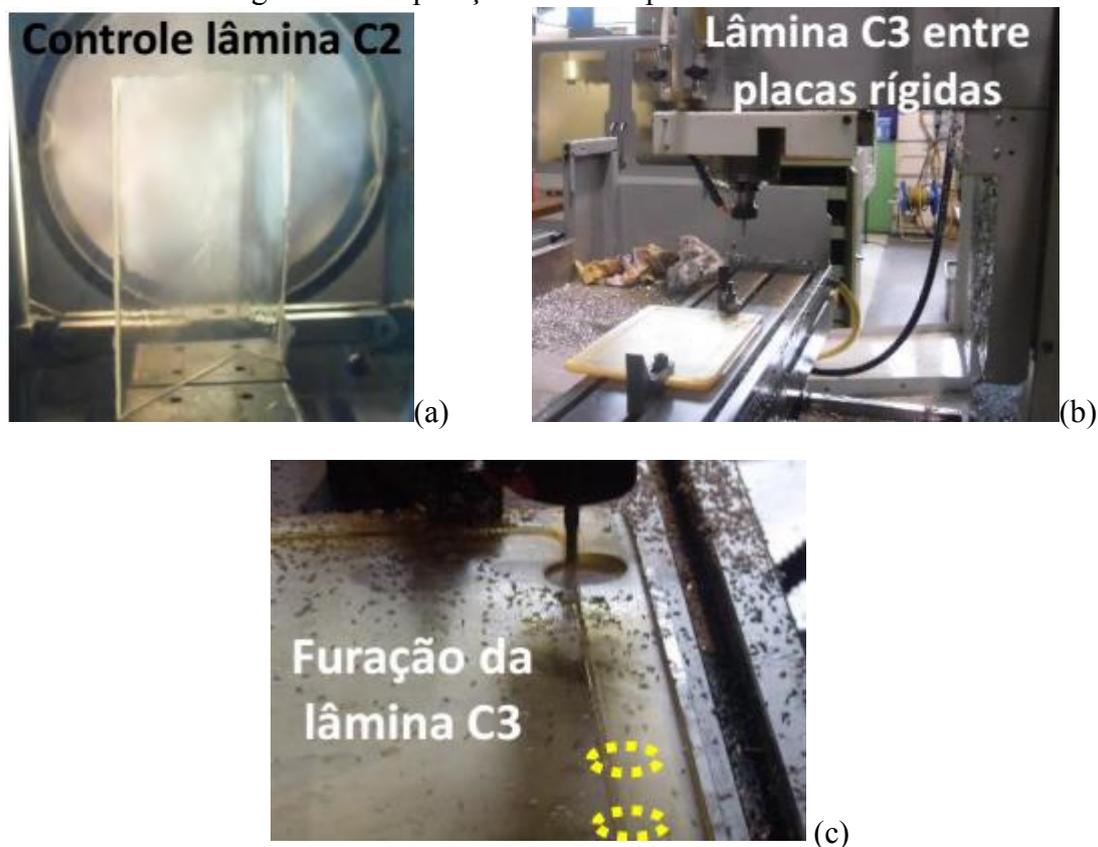


Fonte: O autor

Para conferir a qualidade das lâminas produzidas (Figura 3.9a) aproveitam-se o princípio da fotoelasticidade de transmissão, usando o polariscópio plano onde foram colocadas as lâminas. A ausência de franjas na lâmina assegurou a inexistência de tensões residuais que pudessem ter sido introduzidas durante a fase do preparo assim como aconteceu com FAKHOURI *et al.* (2009). Dispensou-se, nesse caso, a necessidade de um tratamento térmico para a remoção das tensões residuais onde a lâmina fotoelástica deveria ser aquecida progressivamente para eliminar os estados de tensões auto-equilibrantes internos.

A lâmina C3 que foi aplicada na chapa de extremidade da viga, diferentemente das outras duas placas, precisou ser furada em função da presença dos três parafusos. O risco associado à furação da placa era a ruptura da mesma, devido ao baixo módulo elástico da resina ($E_c = 2,9$ GPa) e à espessura da lâmina (2,5 mm). Essa situação foi contornada, protegendo a placa fotoelástica entre duas lâminas com maior rigidez e espessura (Figura 3.9b). Os furos foram obtidos com máquina fresadora de comando numérico. (Figura 3.9c).

Figura 3.9 – Operações sobre as placas fotoelásticas

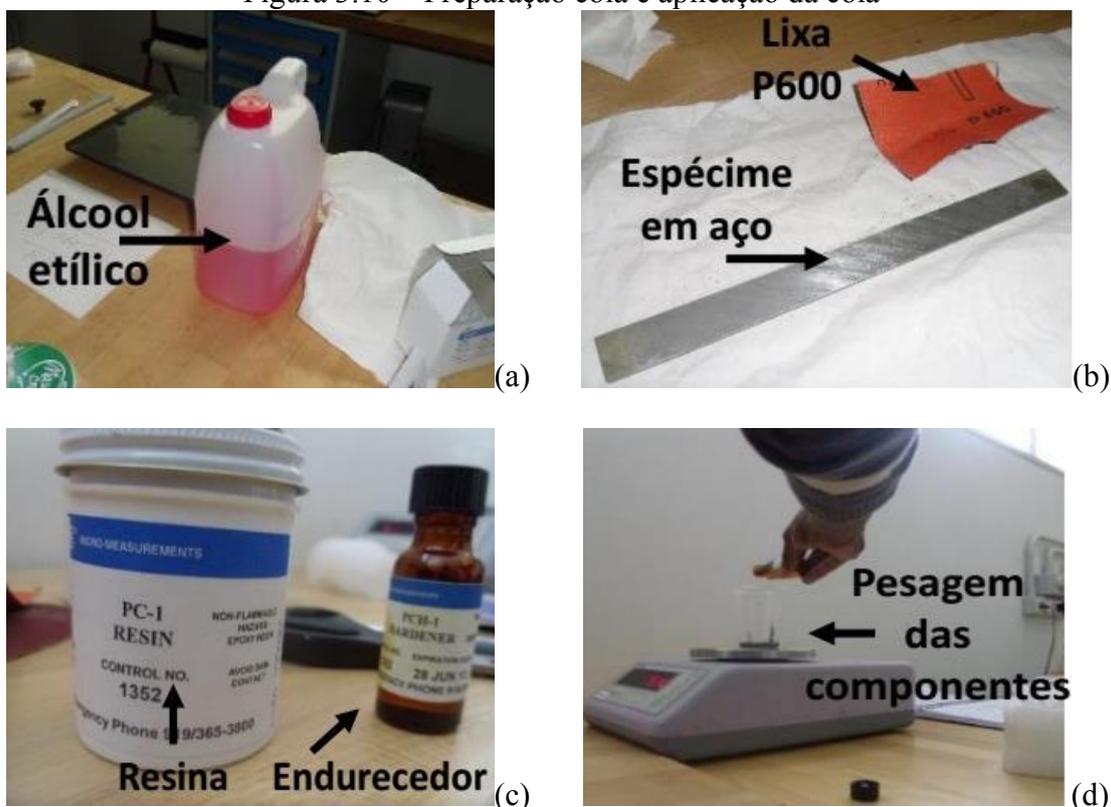


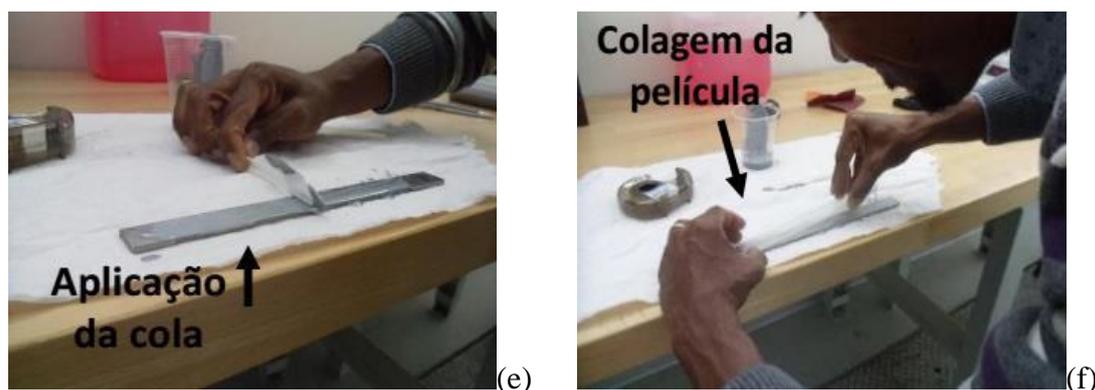
Fonte: O autor

3.3.3 Preparação da cola e aplicação da película

Antes de iniciar o processo para a preparação da cola, as regiões (das barras de aço) selecionadas para a aplicação das lâminas fotoelásticas foram submetidas a limpeza superficial. A limpeza fez-se necessária para tirar a sujeira e outros possíveis resíduos como gordura, impressões digitais, etc. Utilizou-se álcool etílico desnaturado. O polimento foi realizado também por abrasão passando lixas abrasivas de granulometrias diferenciadas, P180 e P600 (Figura 3.10a,b). O uso da cola explica-se para aderir as lâminas fotoelásticas respectivamente sobre os espécimes P1 e P2 em aço para fim de calibração e sobre a viga para fim do ensaio. Referente à coloração da cola, a escolha da cor prata justifica-se pelo objetivo de amplificar o efeito de reflexão sobre o raio polarizado e projetado sobre a resina fotoelástica. Para compor a cola junta-se a resina PC-1 e o endurecedor PCH-1. Ambos foram fornecidos pelo fabricante *Micro Measurements* (Figura 3.10c). Com embasamento no boletim técnico do fabricante, 1 g de cola é suficiente para recobrir 10 cm² de superfície.

Figura 3.10 – Preparação cola e aplicação da cola





Fonte: O autor

As proporções em peso foram de 100 partes de resina para cada 10 partes de endurecedor. Os pesos das duas componentes foram medidos com balança eletrônica de precisão GIBERTINI modelo EUROPE 1000, (Figura 3.10d). A aplicação da cola sobre a barra de aço foi feita por meio de uma espátula plástica. Procurou-se manter constante a espessura da camada e evitar a introdução de bolhas entre a camada e a viga (Figura 3.10e). A mesma operação de colagem é repetida na hora da aplicação das placas C1, C2, C3. Como exemplo, na Figura 3.11a pode se ver como foi colada a lâmina C1 na mesa superior da viga. A película e as bordas foram protegidas com uma fita adesiva para impedir a 'entrada' da umidade assim como sugerido pelo guia europeu SPOTS (2005), (Figura 3.11b). A seguir, como ilustrado na Figura 3.11c, foram aplicados pesos para que a aderência entre o aço e o revestimento fotoelástico fosse atingida.

Figura 3.11 – Aplicação da cola na lâmina C1



Fonte: O autor

Na Tabela 3.2, são mostradas as quantidades de material utilizado para cada região, tanto para a Araldite, quanto para a cola.

Tabela 3.2 Preparação da película

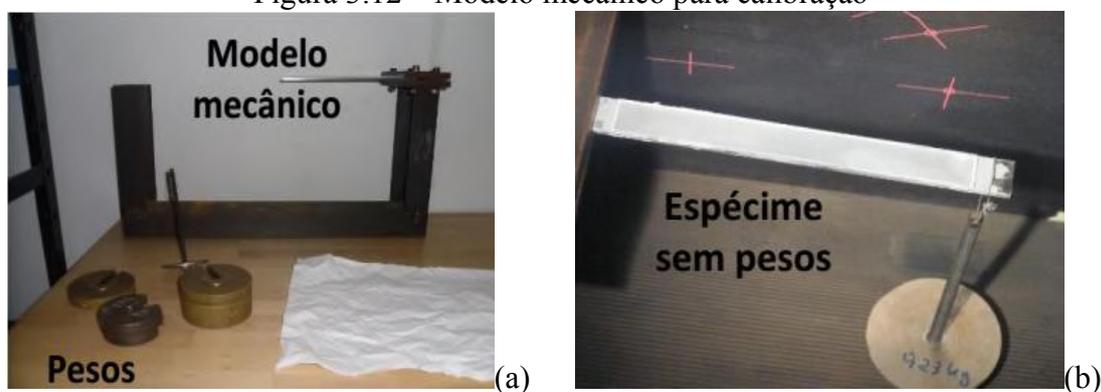
PREPARAÇÃO PELÍCULA BIRRIFRINGENTE								
REGIÃO		ÁREA [cm ²]	VOLUME [cm ³]	VOLUME [ml]	ARALDITE		COLA	
					ARALDITE DBF	HY956EN	PC1-RESIN [g]	PCH1 HARDENER [g]
C1	Mesa Superior	250	63.000	63	52	11	25	2,5
C2	Chapa	260	65.000	65	53	12	26	2,6
C3	Alma	510	125.000	125	103	22	51	5,1

Fonte: O autor

3.3.4 Calibração da constante fotoelástica

A fim de definir o valor da constante fotoelástica f_{σ} , os dois espécimes em aço foram ensaiados à flexão simples por meio do modelo mecânico mostrado na Figura 3.12. O modelo foi utilizado para reproduzir a condição de viga engastada em balanço com aplicação de peso na extremidade livre. O mesmo modelo foi utilizado por MCLEVER (1963). A calibração do valor de franja é conseguido determinando as tensões experimentais e comparando com os valores de tensões teóricas obtidos. Esse procedimento permite determinar f_{σ} em função dos dados experimentais. Nesse caso, no laboratório foi utilizado um modelo mecânico para o ensaio de viga engastada em balanço com pesos pendurados na extremidade livre. Visando ressaltar o potencial didático, intrinsecamente associado ao uso da técnica fotoelástica, no apêndice são apresentados outros tipos de ensaios que normalmente são utilizados com essa finalidade. Entre as vantagens desse modelo, assim como ocorre no trabalho de PEROSA (2013) onde é analisado um disco comprimido, manifesta-se uma propagação regular e ordenada das franjas isocromáticas.

Figura 3.12 – Modelo mecânico para calibração

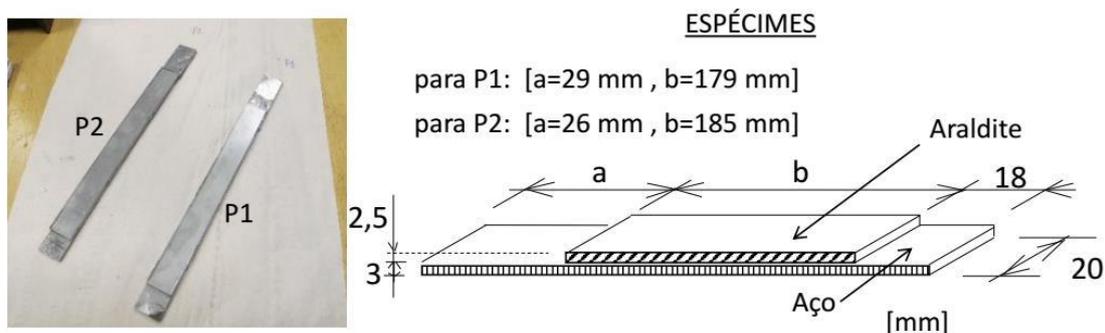


Fonte: O autor

Uma máquina fotográfica, modelo CANON *PowerShot* G12, foi utilizada para o registro fotográfico. As fotos têm as seguintes características: 3648x2736 pixels; 180 dpi, 24 bit, sRGB, ISO-500.

Para a calibração, os ensaios foram feitos utilizando as duas barras mostradas na Figura 3.13a.

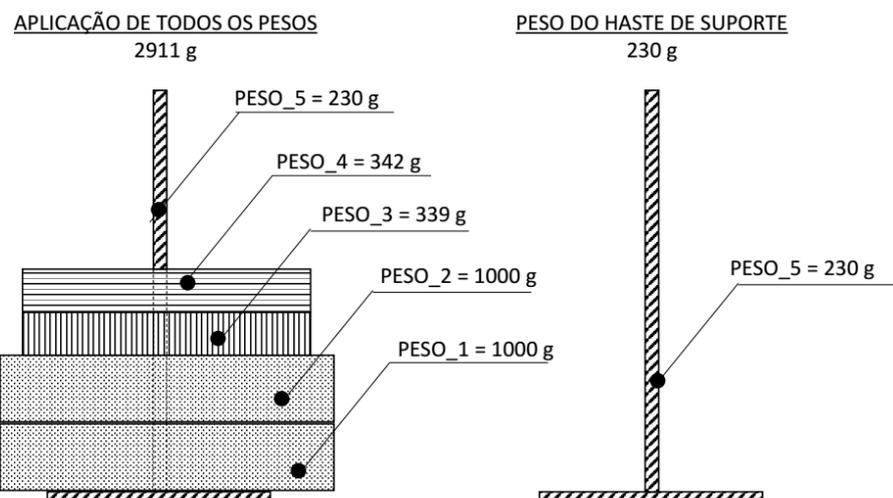
Figura 3.13a – Barras utilizada para a calibração



Fonte: O autor

O ciclo de carregamento foi efetuado com três diferentes pesos, respectivamente: 2,23 kg, 2,569 kg e 2,911 kg, obtidos pela combinação de singulos pesos, assim como esquematizado na Figura 3.13b.

Figura 3.13b – Modelos dos peso utilizados



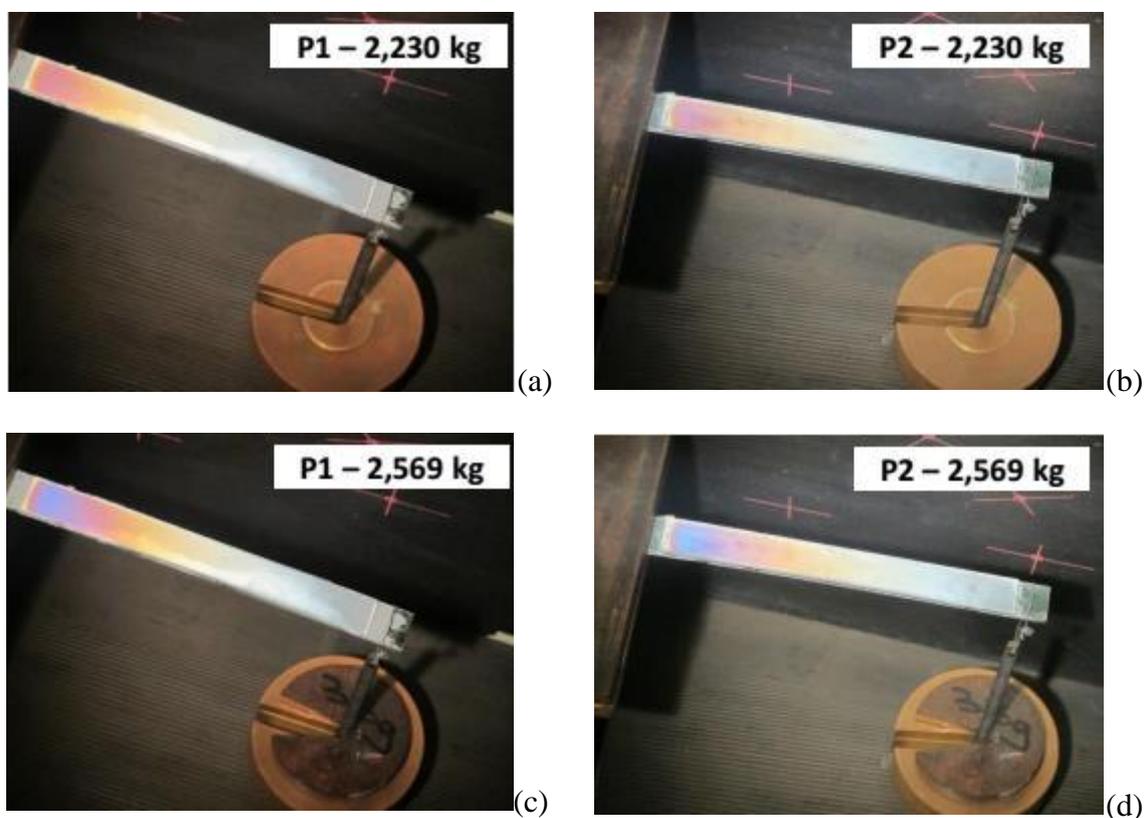
Fonte: O autor

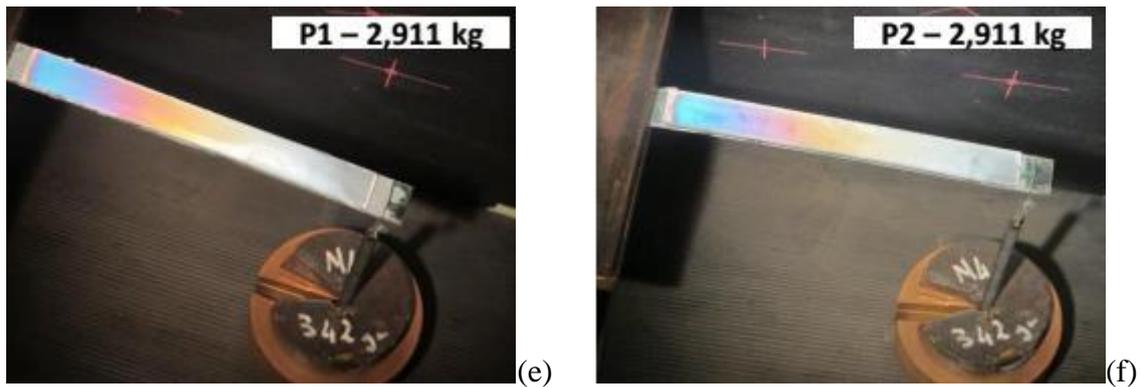
A razão sobre a limitação dos valores empregados para a calibração é motivada pelo nível calculado de tensões que são previstas no corpo de prova com o maior carregamento efetuado igual a 20,3 kN. As tensões de sollicitação no corpo de prova valem

aproximadamente 50 % da tensão de escoamento. Trabalha-se em condições de segurança, afastado portanto da fase plástica. Lembra-se que a finalidade desse trabalho é a difusão desse método experimental no mundo das construções, conseqüentemente evita-se de trabalhar nas condições de limites. Como mostra-se a seguir, esses valores de peso aplicados nos espécimes (pela teoria das seções heterogêneas) provocam tensões máximas em entorno de 130 MPa.

Em termos de comportamento mecânico, o ensaio do corpo de prova (a viga *IPE 200*) é o mesmo tipo de ensaio efetuado para a calibração. Há uma única distinção referente à direção da força que, nesse caso, faz com que a força gravitacional tenha efeitos opostos nas duas condições. O exame qualitativo das imagens fotoelásticas, assim como esperado e fundamentado pela teoria da fotoelasticidade, mostra que os incrementos de peso, na extremidade da barra, provocaram mudanças no arranjo das franjas isocromáticas (Figura 3.14). Pelas imagens apresentadas nota-se a intensificação das cores na região do engaste. Isso acontece com o afastamento da região de aplicação do carregamento, pois o efeito é devido ao aumento do valor do momento fletor que provoca, conseqüentemente, incremento das tensões.

Figura 3.14 – Franjas isocromáticas nas barras de calibração

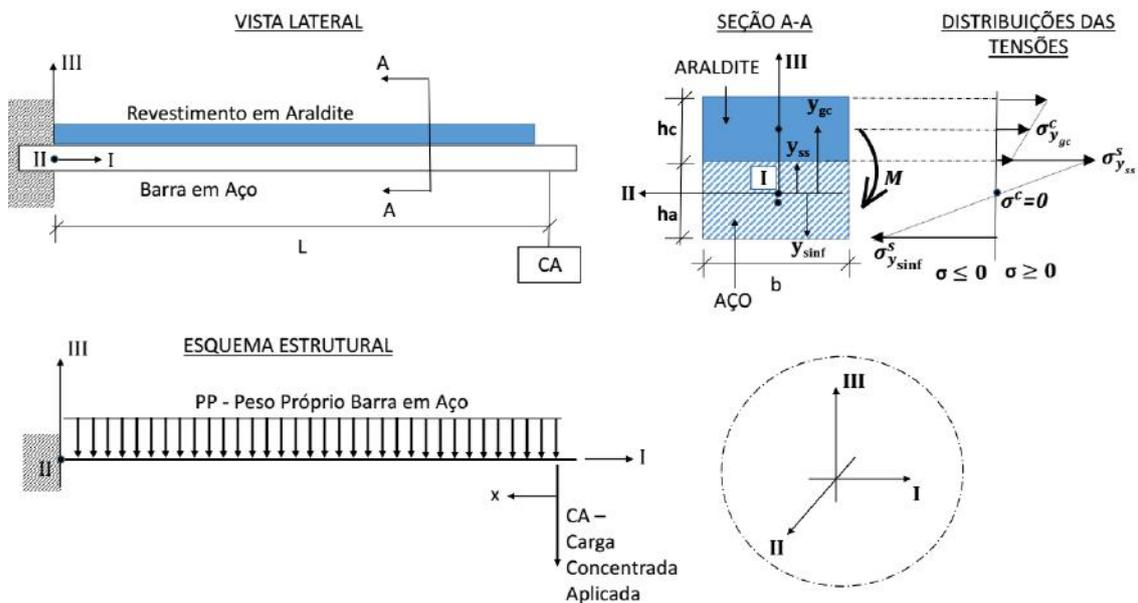




Fonte: O autor

Na Figura 3.15a,b é esquematizado o modelo estrutural, utilizado para a calibração. Na Tabela 3.3 são apresentadas as propriedades geométricas e mecânicas dos materiais.

Figura 3.15 – Esquema estrutural de calibração



Fonte: O autor

Nesse esquema estrutural é apresentada, também, a distribuição das tensões na genérica seção AA. Como em todas as seções heterogêneas, existe uma descontinuidade, a nível de tensões, que ocorre na região de contato entre os dois materiais, sendo que a hipótese de perfeita aderência entre as duas camadas é respeitada.

Tabela 3.3 – Propriedades mecânicas e geométricas

E_c	Módulo de Elasticidade da Araldite	2,9 GPa
E_s	Módulo de Elasticidade do Aço	200 GPa
E_r	Fator Módulo=($E_{araldite}/E_{aço}$)	0,0145 s.u.
b	Largura da barra de calibração	20 mm
h_c	Espessura_araldite	2,5 mm
h_s	Espessura_aço	3 mm
t_r	Fator de Espessura=(h_c/h_s)	0,83 s.u.
y_{gc}	Centro de gravidade_araldite	4,25 mm
y_a	Centro de gravidade_aço	1,5 mm
y_{ss}	Fibra_superior_aço	1,47 mm
A_c	Área araldite	50 mm ²
A_s	Área aço	60 mm ²
ν_c	coef_poisson_araldite	0,345 s.u.
ν_s	coef_poisson_aço	0,3 s.u.
I_c	Inércia Araldite	395,2 mm ⁴
I_s	Inércia Aço	45,1 mm ⁴
LN	Posição da Linha Neutra	1,53 mm
C_b	Fator de Correção	0,6231 s.u.

Fonte: O autor

Pela teoria da fotoelasticidade, a solução teórica para o cálculo da tensão atuante no centroide da seção da camada fotoelástica é apresentada a seguir, na equação 3.1, enquanto o valor da tensão no aço é expresso pela equação 3.2, onde vale lembrar que N representa o valor da ordem de franja e h_c mede a espessura do revestimento fotoelástico. No entanto, sabe-se também que σ_{II}^c é nulo, enquanto a verificação é relativa aos pontos que pertencem ao eixo de simetria longitudinal e que, assim, representam o estado de tensões principais. Pela equação 3.3, tratando-se de uma seção heterogênea, a tensão normal pode ser calculada em função do valor da rigidez flexional composta: $E_c I_c + E_s I_s$. Na equação 3.4, coloca-se o cálculo da tensão no caso de flexão simples. Enfim, a equação 3.5, mostra o cálculo de valor do momento $M(x)$. Ressalta-se que o valor de x é considerado nulo no ponto de aplicação do peso, próximo da extremidade livre da viga. As duas ações que provocam momentos são PP e CA , respectivamente o peso próprio distribuído da barra em aço e a carga concentrada aplicada na extremidade livre.

$$\sigma_c^I - \sigma_c^{II} = \frac{Nf_\sigma}{2h_c} \quad (3.1)$$

$$\sigma_s^I = \frac{E_s(1 + \nu_c)}{E_c(1 + \nu_s)} \frac{Nf_\sigma}{2h_c} \quad (3.2)$$

$$\sigma_c^I = \frac{E_c M y_{gc}}{E_c I_c + E_s I_s} \quad (3.3)$$

$$\sigma_s^I = \frac{M y_{ss}}{I_s} \quad (3.4)$$

$$M(x) = -PP \frac{x^2}{2} - CAx \quad (3.5)$$

Onde:

σ_c^I : é a tensão principal no revestimento fotoelástico, na direção *I*.

σ_c^{II} : é a tensão principal no revestimento fotoelástico, na direção *II*.

σ_s^I : é a tensão principal no aço, na direção *I*.

x : é a distância entre o ponto de aplicação da carga aplicada *CA* e a seção considerada (se for o engaste x coincide com a distância *L*, veja-se a Figura 3.15). O significado das demais variáveis é apresentado na Tabela 3.3.

3.4 Definição da constante fotoelástica

Nessa seção, então, apresenta-se o desenvolvimento da formulação matemática que conduz a definição dos valores da constante fotoelástica e que são expressos, no final desse capítulo, como os coeficientes angulares das retas mostradas nos gráficos da Figura 3.26 e 3.27. A equação 3.7 representa uma reformulação da equação 3.1 junta com as equações 3.2 e 3.3. Sempre de acordo com o guia SPOTS (2005), é necessário introduzir o fator de flexão chamado, C_b , apresentado na equação 3.6, e que, na equação 3.7, é multiplicado por N_{obs} , que representa o valor de franja observado no experimento. O fator C_b considera os efeitos atuantes na seção heterogênea formada pelos dois materiais quando há atuação do efeito da flexão em vigas finas. O fator de flexão C_b desloca a posição da linha neutra.

$$C_b = \frac{1 + E_r(4t_r + 6t_r^2 + 4t_r^3) + E_r^2 t_r^4}{1 + t_r} \quad (3.6)$$

$$\sigma^c = C_b N_{obs} \frac{f_\sigma}{2h_c} \quad (3.7)$$

Onde:

E_r : é obtido pela divisão do módulo elástico da Araldite com o do aço.

t_r : é obtido pela divisão da espessura do revestimento em Araldite com a espessura do aço.

Considerando-se, também, as equações 3.7 e 3.8, e combinando com as equações 3.1, 3.2 e 3.3 e resolvendo-se em função de f_σ , define-se:

$$f_\sigma = \left(\frac{M(x)}{N_{obs}} \right) \frac{E_c}{E_c I_c + E_s I_s} \frac{1 + \nu_s}{1 + \nu_c} \frac{2h_c}{C_b} y_{ss} \quad (3.8)$$

Onde:

y_{ss} : é a distância entre o centróide da seção até a fibra superior do aço

$M(x)$: é o valor do momento fletor calculado na seção x

Assim sendo, como mostrado mais detalhadamente no parágrafo 3.6, o programa em Matlab® consegue calcular, com base nos valores mostrados mais adiante na Tabela 3.4, quanto vale f_σ para cada fase de carregamento. A construção dos gráficos de dispersão (Figura 3.25) utiliza os dados N_{obs} e $M(x)(A_1 A_2 A_3)$. Como citado em SPOTS (2005), o segundo fator é obtido como multiplicação do valor do momento fletor atuante pelas três constantes geométricas e mecânicas definidas nas seguintes equações:

$$A_1 = \frac{E_c}{E_c I_c + E_s I_s} \quad (3.9)$$

$$A_2 = \frac{1 + \nu_s}{1 + \nu_c} \quad (3.10)$$

$$A_3 = \frac{2h_c}{C_b} y_{ss} \quad (3.11)$$

Obtém-se, enfim, a expressão resumida para o cálculo da constante fotoelástica:

$$f_\sigma = \left(\frac{M(x)}{N_{obs}} \right) A_1 A_2 A_3 \quad (3.12)$$

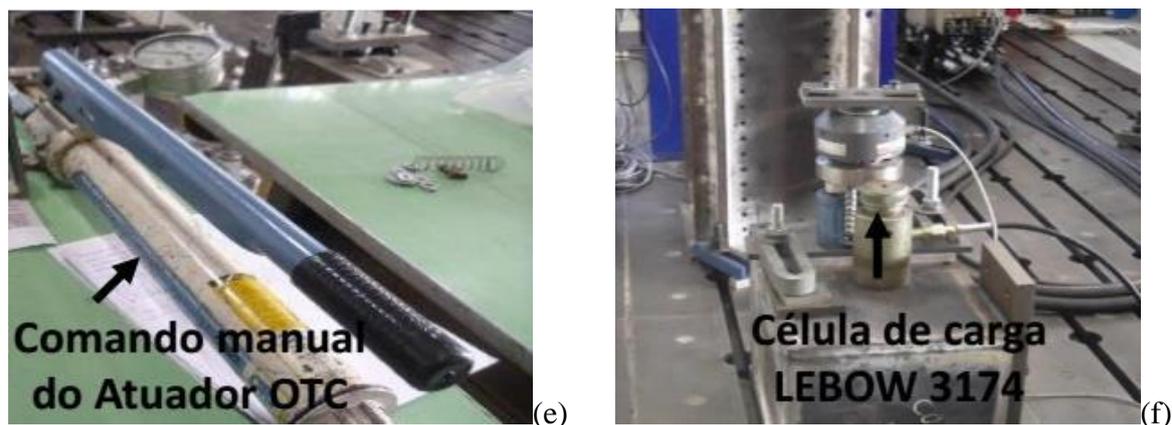
Pelo roteiro de cálculo, acima apresentado, o valor f_σ depende diretamente do cálculo dos valores do momento $M(x)$, da ordem de franja N_{obs} e das três constantes A_1, A_2, A_3 .

3.5 Ensaio experimental

As superfícies das regiões selecionadas da viga *IPE 200*, como aconteceu com as duas barras em aço usadas para a calibração, passaram por um processo de lixação e limpeza antes de proceder a colocação das três placas birrefringentes. Para isso foram empregados os mesmos produtos utilizados na calibração. A operação de revestimento fotoelástico da viga, nas regiões selecionadas, precisou ao todo de três dias para ser concluída. A razão desse tempo, deve-se ao período de repouso que foi dado a cada lâmina aplicada, para que pudesse estar adequadamente colada à viga. A execução repetida das colagens implicou em sucessivas movimentações da viga. Uma vez pronta, a viga foi instalada e parafusada no pilar (Figura 3.16a,b,c). O atuador, da fabricante OTC, foi colocado abaixo da viga e a direção de carregamento foi de baixo pra cima, em sentido oposto, portanto, à ação do peso próprio da viga, assim como mostrado na Figura 3.16a. A célula de carga utilizada foi a LEBOW 3174, com capacidade máxima de 100 kN. Usou-se o leitor de carregamento, modelo HBM scout55.

Figura 3.16 – Instalação do corpo de prova e instrumentação utilizada

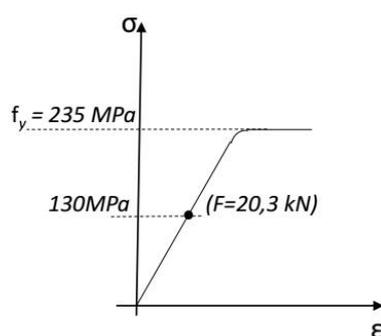




Fonte: O autor

O torque aos parafusos foi dado de acordo com a normativa europeia e foi igual a 250Nm. O ensaio de flexão simples sobre a viga foi realizado em quatro níveis de carregamento. A viga, inicialmente descarregada, está sujeita somente ao peso próprio. Sucessivamente, são aplicados incrementos de carregamentos em torno de 5 kN para cada fase, chegando a um carregamento máximo de 20,3 kN. As três regiões analisadas, já mostradas na Figura 3.5, foram fotografadas para registrar as variações nas ordens de franjas isocromáticas durante o carregamento, bem como foi fotografado o descarregamento. A carga final de 20,3 kN não fez com que se atingisse a fase plástica em nenhuma parte da viga, assim como esperado e mostrado no cálculo apresentado no apêndice. Na Figura 3.17 mostra-se o máximo nível de tensão atingidos pelo parafusos.

Figura 3.17 – Gráfico tensão deformação



Fonte: O autor

A seguir, no próximo parágrafo, descreve-se como foi obtido o valor da constante fotoelástica por meio do processamento digital das imagens.

3.6 Processamento de imagens

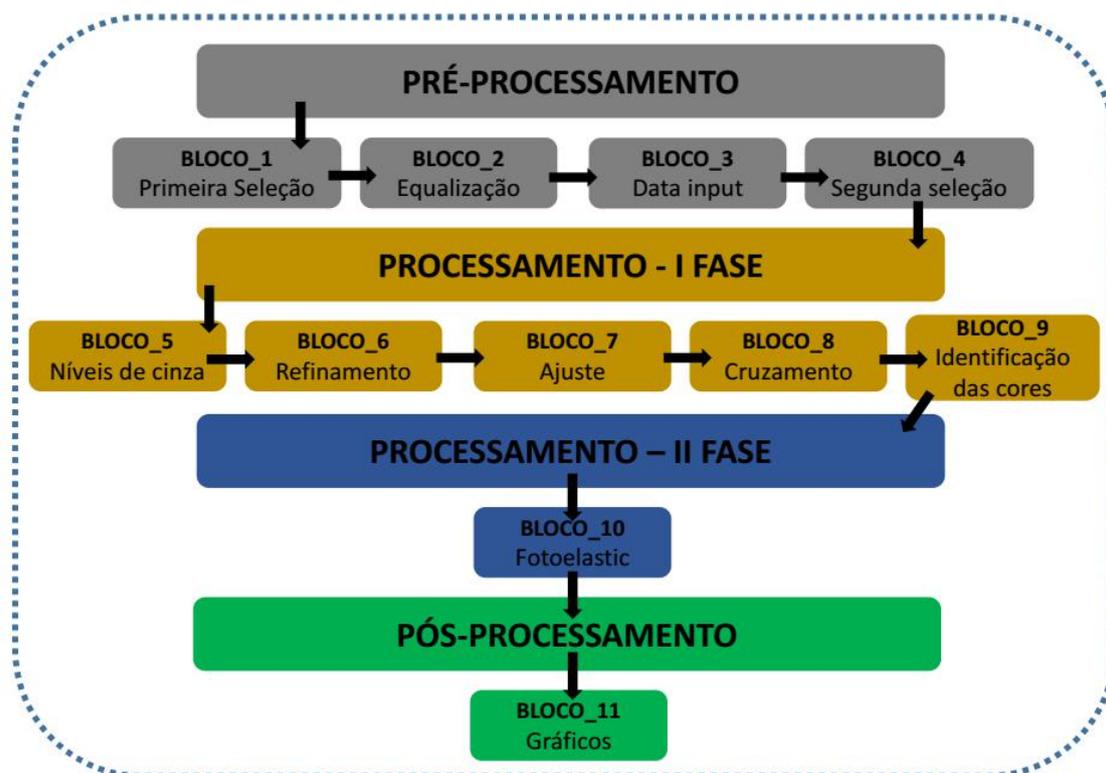
Uma das dificuldades na aplicação do método da fotoelasticidade é a determinação da cor junto com a definição do posicionamento da ordem de franja no espaço. A avaliação, feita exclusivamente a olho nu, para a detecção e localização da cor pode conter erros devidos à qualidade da imagem, à sensibilidade e subjetividade do leitor na distinção das cores, assim como a intensidade da luz entre outras. Portanto nesse estudo, como explicado detalhadamente nos próximos parágrafos, procede-se à definição da cor juntamente com a posição da mesma para determinar o valor da constante fotoelástica com base na manipulação matemática apresentada por meio das equações de 3.5 a 3.11.

Já foi comentado no segundo capítulo, referente a revisão bibliográfica, como a determinação da cor seja fundamental para associar a ordem de franja N observada. Com o conhecimento desse parâmetro é possível calcular, pela equação 3.12, o valor da constante fotoelástica. Nesse caso, o reconhecimento dos padrões das cores que são associados à grade cromática da fotoelasticidade (Tabela 2.2), foi feita com a implementação de um programa implementado pelo próprio autor.

A estrutura lógica do programa é desenvolvida especificamente com base no modelo mecânico do espécime em balanço assim como mostrado na Figura 3.14 e 3.15, ou seja, o código não é apropriado para outros modelos mecânicos que possam ser utilizado para fim de calibração como aqueles apresentados no apêndice. Dessa maneira com o modelo mecânico usado, o sequenciamento das cores que aparece com as franjas isocromáticas, respeita a evolução das cores presente na tabela de Michel Levy (Tabela 2.2). Com esse método, então, o cálculo da constante fotoelástica dispensa a influência humana na hora da classificação das cores, com respeito à grade cromática que caracteriza o fenômeno fotoelástico. Apesar da ‘tendência’ recente que dá preferência ao uso do espaço de cor Lab PEROSA (2013), nesse trabalho a escolha foi de continuar a trabalhar com o sistema de cor RGB.

O código é estruturado em 4 fases. Assim como mostra a Figura 3.18. Acompanha-se a descrição do programa junto com as imagens, elaboradas pelo próprio programa. No caso específico, a imagem selecionada que serve de exemplo, é referente ao espécime P2, com carregamento de 2,911kg.

Figura 3.18 – Organização do programa



Fonte: O autor

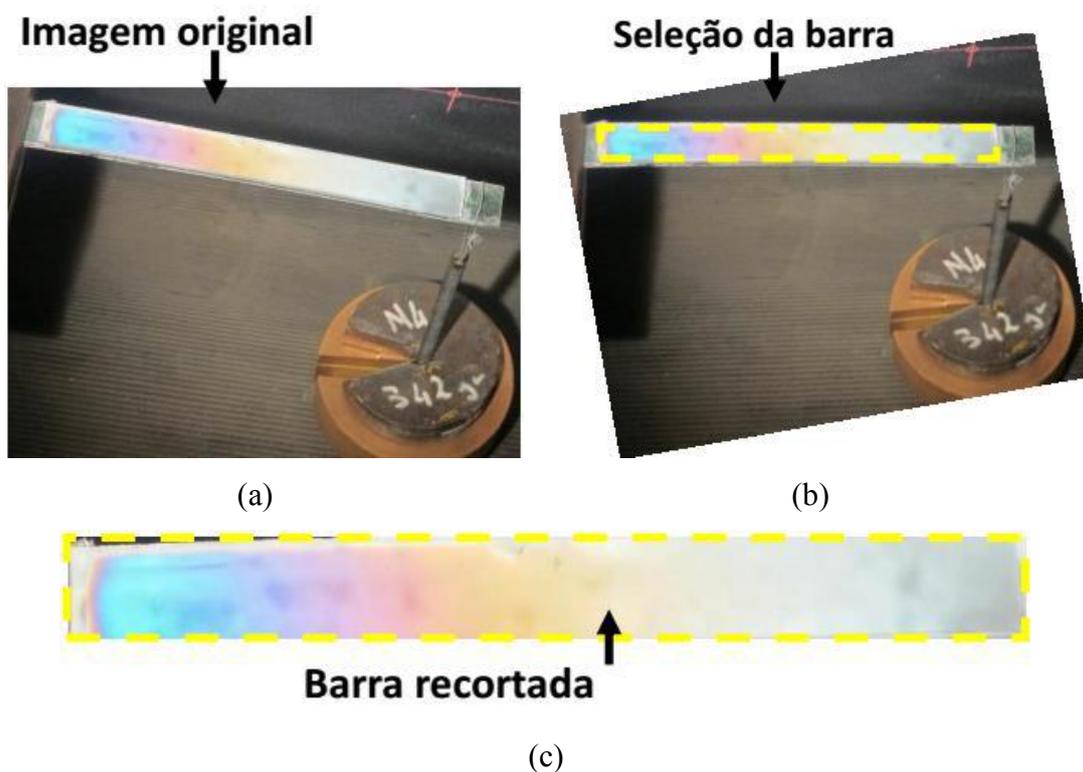
3.6.1 Pré - processamento

A primeira fase do programa prepara e seleciona a imagem a ser utilizada para o sucessivo processamento. Essa etapa é basicamente dividida em quatro blocos que são descritos a seguir.

BLOCO_1 (primeira seleção): Esse primeiro bloco serve para preparar as imagens e precisa da intervenção do usuário. O programa mostra a imagem original, escolhida pelo usuário, para fim de elaboração. Em seguida, a imagem é rotacionada de maneira tal que o eixo longitudinal da barra esteja na posição horizontal. Recorta-se a imagem inicial, isolando só a barra. Veja-se as Figuras 3.19a, b, c.

BLOCO_2 (equalização): Com base na imagem recortada (Figura 3.19c), são calculados e representados, primeiramente, os histogramas originais dos níveis de cinza de cada banda de cor: R,G,B. A finalidade de equalizar as quantidades de cinza é buscar o aumento do contraste da imagem. Acentua-se, desse modo, a intensidade das cores para conseguir identificar as mesmas.

Figura 3.19 – BLOCO_1: Primeira seleção



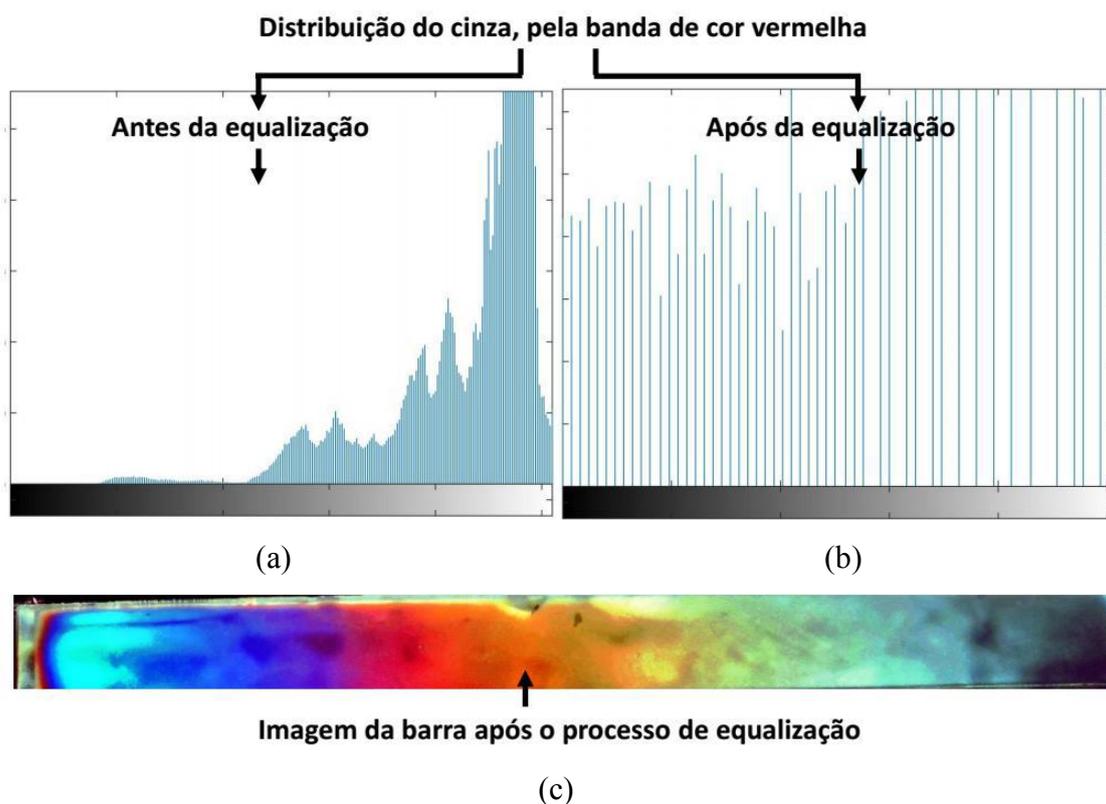
Fonte: O autor

No detalhe, a equalização dos histogramas dos cinzas de cada cor tem o efeito de redistribuir de maneira uniforme as intensidades e quantidades dos cinzas na imagem. Como exemplo, nesse caso, veja-se as Figuras 3.20a-b, onde são propostos os gráficos referentes à banda de cor vermelha antes e após o processo de equalização. Também pode se notar a barra com as cores realçadas (Figura 3.20c). Olhando as imagens anteriores, os valores de cinza menores (próximo do zero) coincidem com a cor branca enquanto os altos índices de cinza refletem as cores pretas PINHO & COUTO (2005).

BLOCO_3 (data input): As propriedades geométricas-mecânicas, já listadas anteriormente na Tabela 3.3, são introduzidas e calculadas no programa.

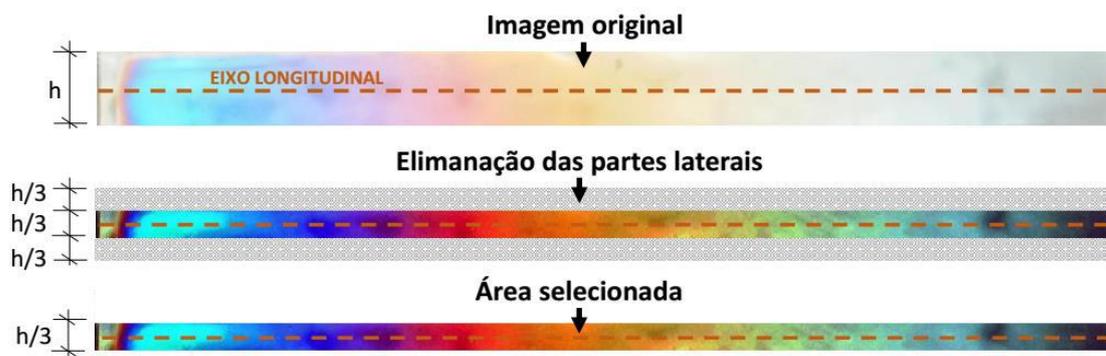
BLOCO_4 (segunda seleção): A imagem da barra é reduzida posteriormente. A nova seleção coincide com a parte central da barra como mostra a (Figura 3.21). A justificativa de reduzir a um terço a largura da área de investigação do espécime em aço, deve-se ao objetivo de desprezar eventuais fenômenos de torção que possam aparecer.

Figura 3.20 – BLOCO_2: Equalização



Fonte: O autor

Figura 3.21 – BLOCO_4: Segunda seleção



Fonte: O autor

3.6.2 Processamento – primeira fase

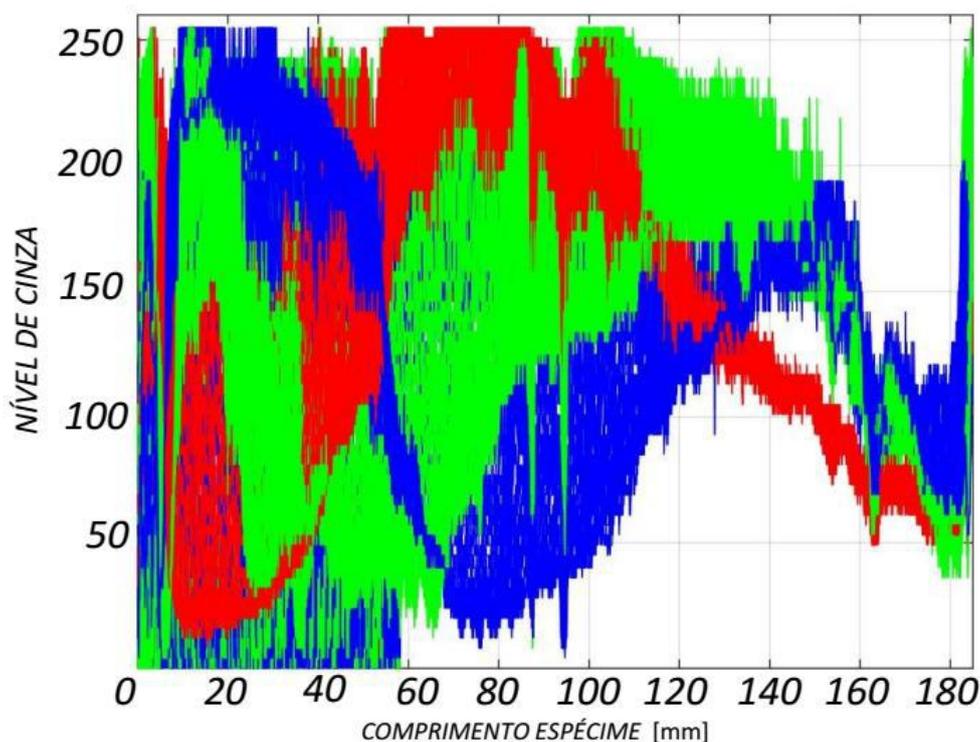
Nessa segunda etapa do programa, inicia-se o processamento das imagens. Trabalha-se principalmente sobre os valores de cinza de cada banda de cor e são definidas, também, as condições para o reconhecimento das cores procuradas. Os próximos cinco

blocos explicam essa etapa.

BLOCO_5 (níveis de cinza): A Figura 3.22a mostra o gráfico da distribuição dos níveis de cinza para as três cores primárias. O número de curvas, representadas nesse gráfico, coincide com o triplo do número de pixel que constitui a terceira parte da largura da barra em análise. Como pode ser visto, o gráfico apresenta-se ‘saturado de informação’. Sendo assim, é necessário fazer um tratamento e uma depuração dos dados.

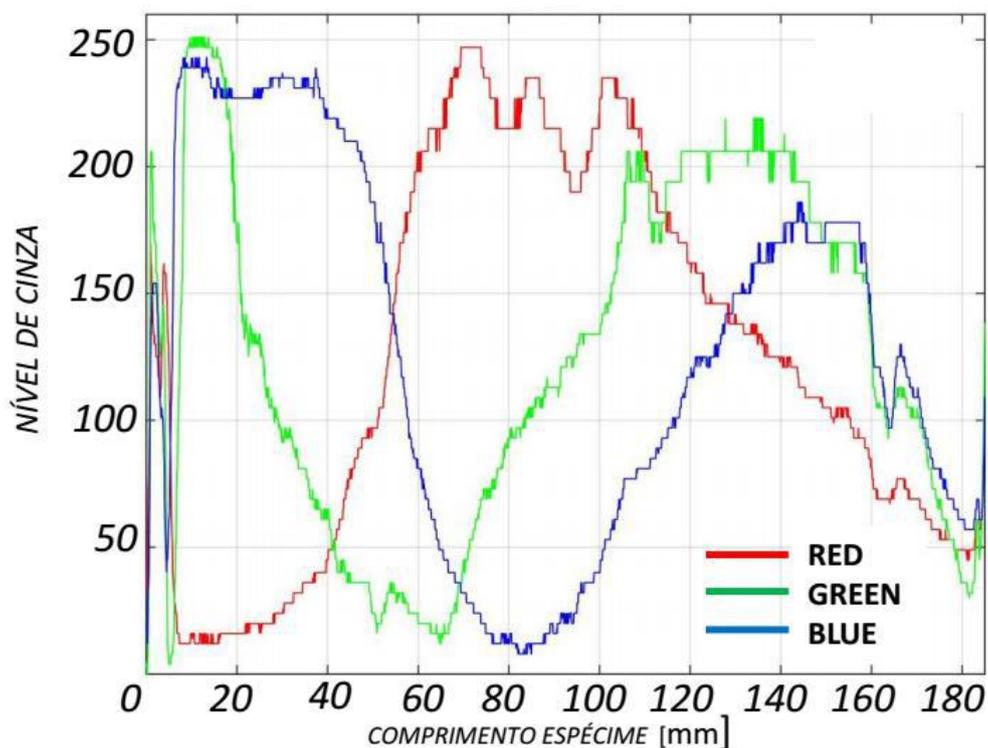
BLOCO_6 (refinamento): Para efetuar o refinamento, procede-se com o cálculo dos valores medianos das quantidades de cinza de R, G, B. Segundo HINES & MONTGOMERY (1990) essa operação retorna valores mais significativos e mais próximos a respeito da realidade dos dados analisados, pois esse parâmetro divide a distribuição de dados em dois grupos de mesma quantidade, e, além do mais, não é exageradamente influenciado pelos valores extremos. A Figura 3.22b mostra que os gráficos gerados não são curvas contínuas, mas sim representam uma dispersão de dados. A fim de proceder com a análise dos mesmos, é recomendado procurar funções matemáticas que se aproximem o mais possível àquelas distribuições.

Figura 3.22a – BLOCO_5: Cinzamento



Fonte: O autor

Figura 3.22b – BLOCO_6: Refinamento



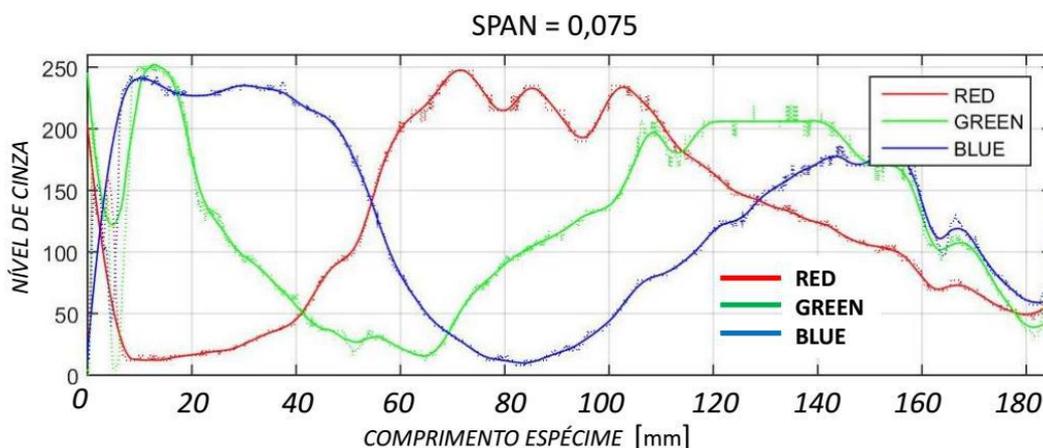
Fonte: O autor

BLOCO_7 (ajuste): Nesse bloco, realiza-se o ajuste das três curvas medianas (Figura 3.23). O próprio *Matlab*®, para cumprir essa tarefa, oferece uma função chamada ‘*smooth*’. O comando implementado é o seguinte: ‘*smooth (X, R_mediandouble, span, 'rloess')*’. Onde os quatro parâmetros da função representam respectivamente:

- *X*, a posição horizontal em pixel ao longo da barra;
- *R_mediandouble*, os valores medianos da banda de cor vermelha;
- *span* da curva, isto é, a porcentagem de dados analisados sobre o número total de dados, nesse caso vale 0,075;
- ‘*rloess*’ representa o tipo de regressão linear aplicado. Nesse caso, com base no guia do *Matlab* (2015), *rloess* aplica uma regressão linear localizada.

A função de ajuste é polinomial de segundo grau com o critério dos mínimos quadrados ponderados. Os pesos são estabelecidos em função da distância da medida de tendência central escolhida, portanto nesse caso, trata-se da mediana. Com peso maior para os valores mais próximos da tendência central e peso nulo para aqueles mais afastados.

Figura 3.23 – BLOCO_7: Ajuste



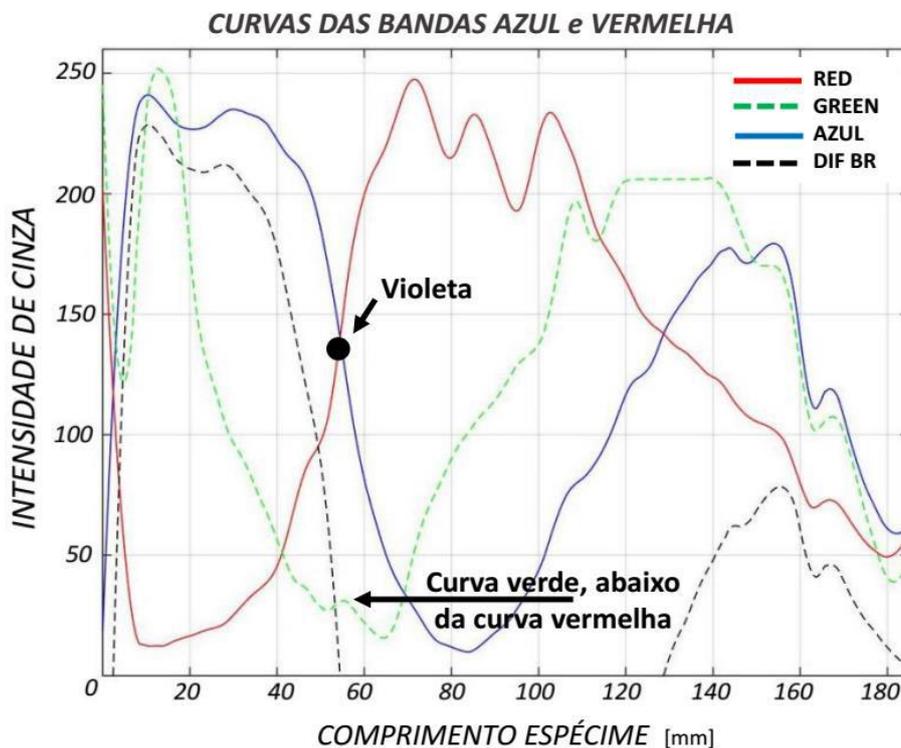
Fonte: O autor

BLOCO_8 (cruzamento): Nessa seção procura-se as localizações dos pontos onde duas das três curvas dos níveis de cinza de cada cor primária se interceptam. Assim sendo, a busca é feita em três ciclos separados cobrindo, todos os três os possíveis casos: vermelho-azul, azul-verde, verde-vermelho. A busca dos pontos de cruzamento é feita por diferença de níveis de cinza entre as duas bandas analisadas. O valor zero é, porém, improvável de ser achado. Logo, optou-se para procurar o intervalo de valores onde existe alternância de sinal no vetor das diferenças de cinza. Assim como mostra a Figura 3.21 que representa as curvas das bandas azul e vermelha. Essas duas curvas são traçadas com linhas cheias das respectivas cores (azul e vermelho) enquanto a terceira cor primária, nesse caso o verde, é representado com linha traçada em verde. A quarta linha, é tracejada em cor preta e representa a diferença em quantidade de cinza entre a cor azul e a cor vermelha (*red*)

BLOCO_9 (identificação das cores): Com fundamento na teoria do espaço de cores RGB, procede-se com a identificação das cores. A ordem de apresentação respeita o critério da ordem de busca efetuada pelo código:

- **Verde e Violeta:** gerados do encontro entre níveis iguais de cinza das curvas do azul e do vermelho. No específico o verde é localizado quando a curva do verde está acima daquela do vermelho, enquanto a cor violeta é encontrada quando a curva do vermelho está acima da curva do verde, assim como destacado anteriormente na Figura 3.24

Figura 3.24 – BLOCO_8: Cruzamento



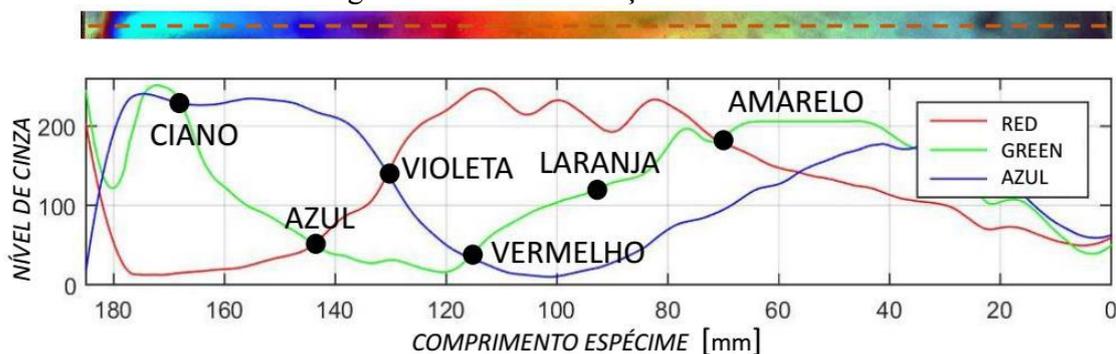
- **Vermelho e Azul:** gerados do encontro entre níveis iguais de cinza das curvas verde e azul. No detalhe, o vermelho é identificado quando a curva do vermelho está acima do verde enquanto a cor azul é achada quando a curva do vermelho está abaixo da curva do verde. A cor ciano é uma cor que na realidade não existe na tabelas das cores de referência da fotoelasticidade. Nesse estudo, porém, foi introduzida como cor intermediária entre o azul e o verde, portanto com um valor de franja médio entre as duas cores.

- **Amarelo e Azul:** gerados do encontro entre níveis iguais de cinza das curvas do vermelho e do verde. No detalhe o amarelo é detectado quando a curva do azul está abaixo daquela do vermelho enquanto a cor azul é localizada quando a curva do azul está abaixo da curva do vermelho.

- **Laranja:** essa cor é localizada no ponto médio entre as cores do amarelo e do azul

De exemplo, a Figura 3.25 mostra a identificação das cores.

Figura 3.25 – Identificação das cores



Fonte: O autor

Qualitativamente pode-se constatar que os níveis de cinza tendem a diminuir com a diminuição da distância do ponto de aplicação do carregamento.

3.6.3 Processamento – segunda fase

Nessa terceira etapa, o programa continua na elaboração dos dados.

BLOCO_10 (*fotoelástico*): As ordens de franjas, N , são associadas com as cores identificadas. Por meio da equação 3.5, calcula-se as equações do momento fletor $M(x)$ devido ao carregamento aplicado e ao peso próprio do espécime. Determina-se os valores de tensões no meio do revestimento fotoelástico (σ Araldite) em função dos valores do momento fletor com base nas equações de 3.1 a 3.4. Nas Tabela 3.4 e 3.5, mostra-se os valores elaborados e organizados respectivamente para o espécime 1 e 2.

Tabela 3.4 – Localização das cores – Espécime 1

PESO kg	FRANJA s.u.	COR	VALORES DO ESPÉCIME 1				
			MOM_TOT Nmm	BRAÇO mm	LARGURA mm	σ ARLDITE Mpa	σ AÇO Mpa
2,911	0,7	Amarela	2.681,5	91,192	19,2	2,08	77,40
	0,8	Laranja	3.221,6	109,3	18,2	2,50	92,97
	0,9	Vermelho	3.763,9	127,5	16,5	2,92	108,60
	1	Roxo	4.206,5	142,3	12,5	3,26	121,36
	1,1	Azul	4.514,9	152,5	20,6	3,50	130,25
2,6	0,7	Amarela	2.586,2	99,4	16,8	2,00	74,63
	0,8	Laranja	3.193,3	122,4	23,0	2,47	92,13
	0,9	Vermelho	3.805,4	145,5	18,1	2,95	109,77
	1	Roxo	4.153,8	158,5	16,0	3,22	119,80
2,230	0,7	Amarela	2.616,3	115,4	17,0	2,03	75,48
	0,8	Laranja	3.138,2	138,0	22,6	2,43	90,51
	0,9	Vermelho	3.665,0	160,6	18,7	2,84	105,68

Fonte: O autor

Tabela 3.5 – Localização das cores – Espécime 2

PESO	FRANJA	COR	VALORES DO ESPÉCIME 2				
			MOM_TOT	BRAÇO	LARGURA	σ ARALDITE	σ AÇO
kg	s.u.		Nmm	mm	mm	Mpa	Mpa
2,911	0,7	Amarela	2.298,5	78,96	18,5	1,80	66,93
	0,8	Laranja	2.950,6	101,4	22,4	2,31	86,12
	0,9	Vermelho	3.605,0	123,8	18,6	2,83	105,46
	1	Roxo	4.032,9	138,5	14,0	3,17	118,15
	1,1	Azul	4.418,6	151,8	27,8	3,48	129,63
2,6	0,7	Amarela	2.456,7	94,5	20,4	1,90	70,90
	0,8	Laranja	3.104,9	119,1	24,6	2,41	89,59
	0,9	Vermelho	3.757,0	143,6	19,1	2,91	108,38
	1	Roxo	4.121,0	157,3	13,8	3,19	118,86
	1,1	Azul	4.495,8	171,3	8,7	3,48	129,66
2,230	0,7	Amarela	2.543,7	112,2	19,6	1,97	73,39
	0,8	Laranja	3.149,3	138,4	26,2	2,44	90,84
	0,9	Vermelho	3.761,1	164,7	21,4	2,91	108,46

Fonte: O autor

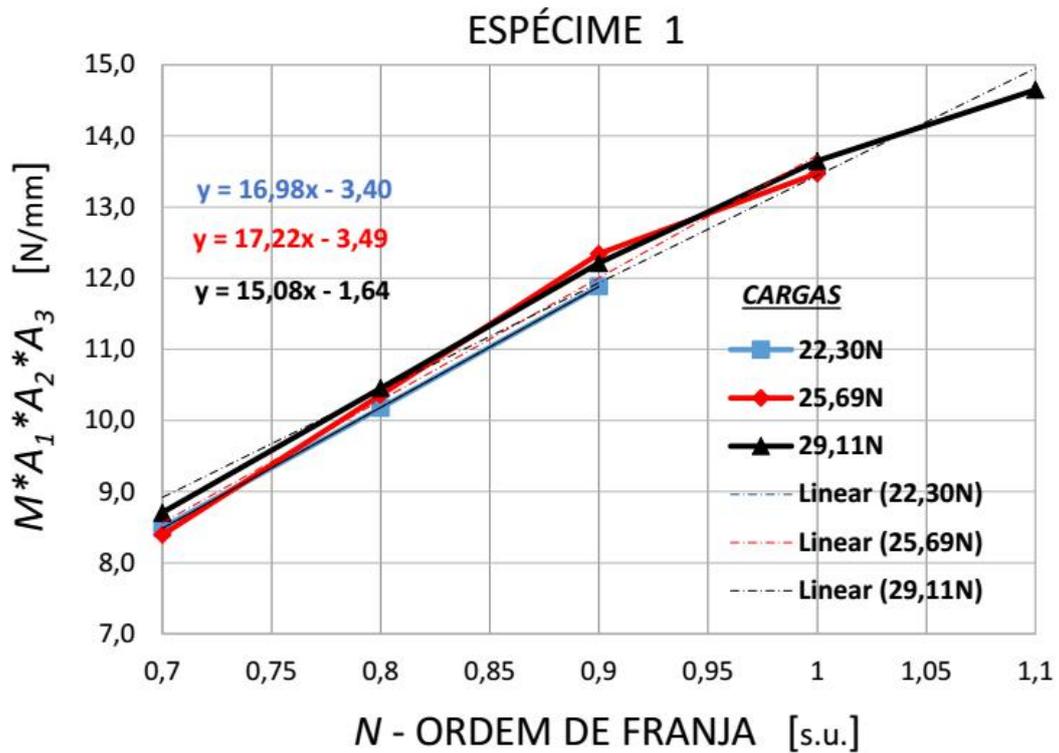
Analisando as Tabelas 3.4 e 3.5 é possível ler nas colunas (de esquerda para direita) as seguintes informações referentes a: peso aplicado, ordem de franja, cor associada a franja, o valor do momento fletor, o braço do momento e enfim a tensão na Araldite (σ Araldite) e a tensão no aço (σ Aço).

Como pode-se ver, destacadas na Tabela 3.5, as tensões correspondentes no espécime 2 em aço atingem valores máximos de aproximadamente 130 MPa, tensões, portanto, do mesmo nível das do parafuso mais solicitado para o carregamento de 20,3 kN, assim como mostrado no gráfico precedente da Figura 3.17 calculado e demonstrado no apêndice.

3.6.4 Pós - processamento

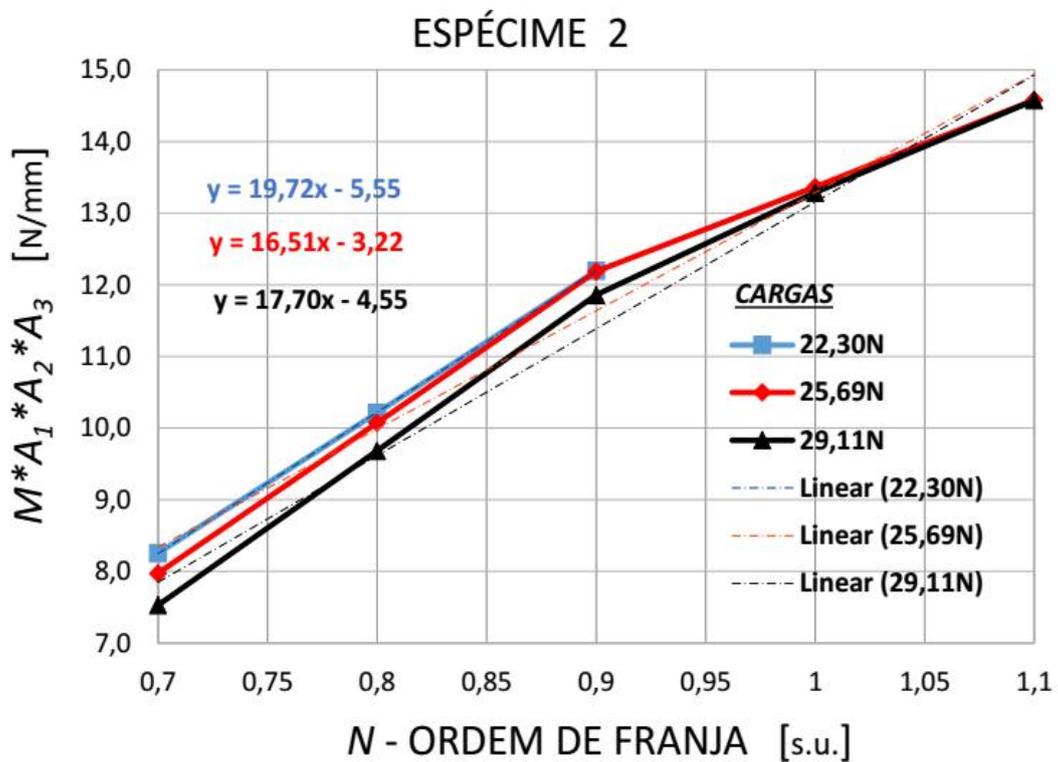
Com base nos valores das Tabela 3.4 e 3.5 que serviram para a localização das cores, é possível implementar a relação entre N , ordens de franjas, e os respectivos momentos $M(x)$ multiplicados pelas constantes $A_1A_2A_3$. Nos dois gráficos a seguir (Figura 3.26 e 3.27), são expostas as equações das retas, obtidas por aplicação direta de regressão linear simples. O valor, da constante fotoelástica é, portanto, determinado como média aritmética dos coeficientes angulares dessas retas. Desta maneira, o valor calculado para a constante fotoelástica f_σ é 17,20 N/mm/franja.

Figura 3.26 – Gráfico da constante fotoelástica – Espécime 1



Fonte: O autor

Figura 3.27 – Gráfico da constante fotoelástica – Espécime 2



Fonte: O autor

Referente ao valor da constante fotoelástica foi feito um levantamento bibliográfico e os valores que foram encontrados são reportados na Tabela 3.6 e apresentados por ordem alfabética dos autores. A comparação do valor de franja f_{σ} com o relativo levantamento biográfico da Tabela 3.6, mostra como o resultado obtido por meio da calibração seja uma operação importante em perspectiva do cálculo do real estado de tensões que caracteriza o ensaio experimental investigado.

Tabela 3.6 – Levantamento bibliográfico: valores f_{σ} em N/mm/franja

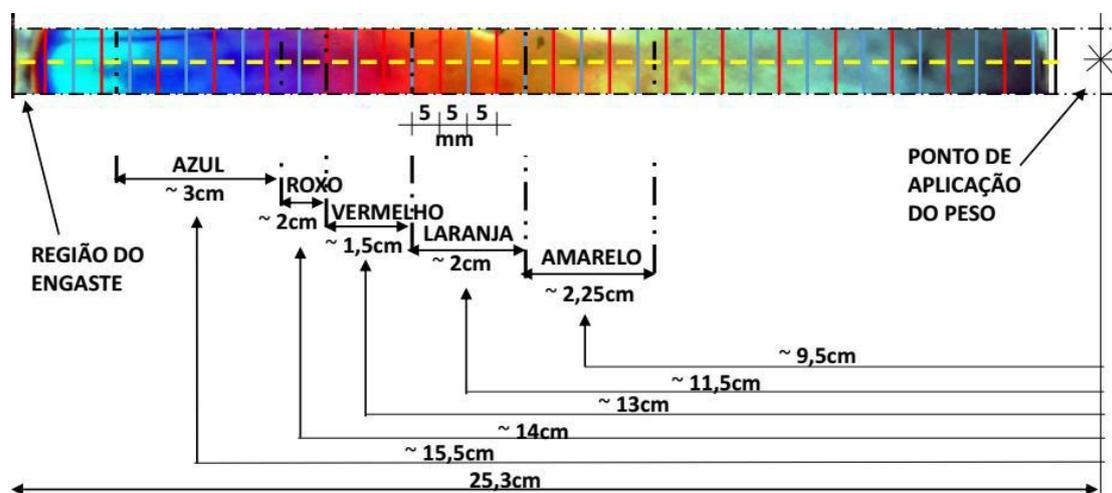
AUTORES	ANO	f_{σ}
MARTINS	2013	8,5-7,1
NETO & HENRIQUES	2007	12, 1
OLIVEIRA	2009	11,2
FREDDI et al	2015	10,2
VAN RIESEN <i>et al.</i>	1975	11,7

Fonte: O autor

3.7 Comparação método digital e método manual para determinação f_{σ}

Nesta seção, a definição das posições das cores é feita manualmente. Avalia-se a mesma barra utilizada para explicar o funcionamento do programa escrito em *Matlab*®. Na Figura 3.28, mostra-se a barra dividida por linhas verticais espaçadas de 5 mm entre si e com a linha horizontal, com traço espaçado e amarelo, que representa o eixo longitudinal.

Figura 3.28 – Identificação das cores (método manual)



Fonte: O autor

Nesse caso, a avaliação das cores é feita de forma completamente manual. Salienta-se, porém que a visão humana não apresenta condições ideais para definir exatamente a posição de cor. É por isso que, nesse caso, a identificação das cores é dada por larguras, e não por distância. Os valores referentes aos braços de momento, isto é, às distâncias do ponto de aplicação do carregamento, são determinados como distâncias entre a metade da largura considerada e o ponto de aplicação da carga que, por sua vez, serve para o cálculo do momento fletor. Com base nesses valores, mostra-se a Tabela 3.7. Compara-se os valores já calculados precedentemente pelo programa.

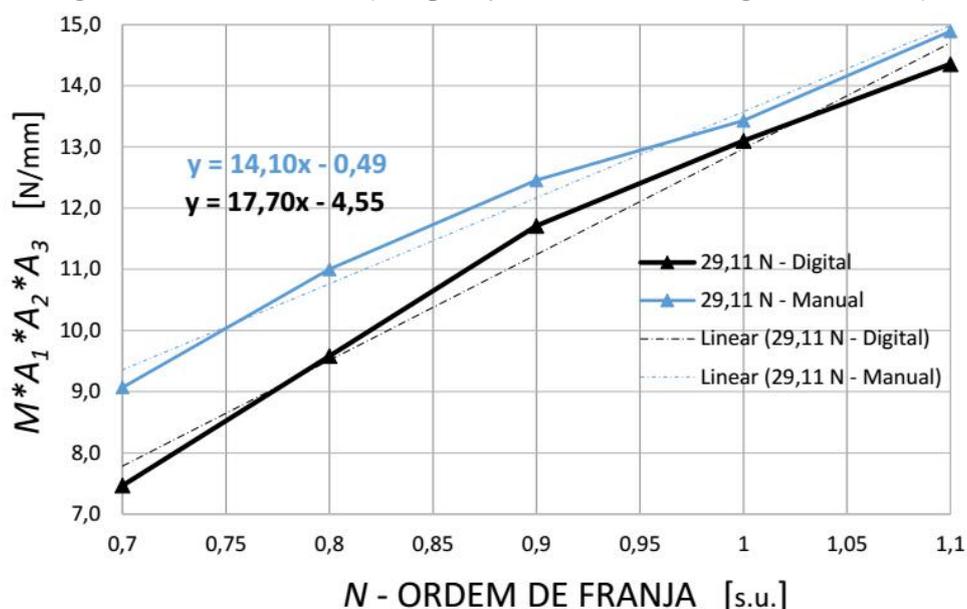
Tabela 3.7 – Comparação resultados com programa e com método manual

PESO kg	FRANJA s.u.	COR	MÉTODO DIGITAL			MÉTODO MANUAL		
			BRAÇO mm	MOM_TOT Nmm	MOM*A1*A2*A3 N/mm	BRAÇO mm	MOM_TOT Nmm	MOM*A1*A2*A3 N/mm
2,911	0,7	Amarela	78,96	2.298,5	7,47	95	2.792,6	9,07
	0,8	Laranja	101,4	2.950,6	9,58	115,0	3.387,4	11,00
	0,9	Vermelho	123,8	3.605,0	11,71	130,0	3.835,1	12,46
	1	Roxo	138,5	4.032,9	13,10	140,0	4.134,3	13,43
	1,1	Azul	151,8	4.418,6	14,35	155,0	4.584,3	14,89

Fonte: O autor

Baseados nos valores mostrados na tabela 3.7, é possível agora montar o gráfico da Figura 3.29. Esse novo gráfico mostra as duas curvas da constante fotoelástica com as respectivas linhas de tendência.

Figura 3.29 – Gráfico f_{σ} (comparação entre método digital e manual)



Fonte: O autor

Nota-se que os valores das duas constantes fotoelásticas se diferenciam em função do método utilizado. Nesse caso, pelo método manual, resulta o valor $f_{\sigma}=14,10$ N/mm/franja. Esse valor é menor, se comparado com o valor calculado com o método digital, igual a 17,20 N/mm/franja.

3.8 Potencial didático no uso da fotoelasticidade

De acordo com YOUNIS (2003), SANTOS *et al.* (2007) a possibilidade de visualizar a distribuição e intensidade das tensões e as relativas direções, destaca a fotoelasticidade, por ser uma técnica experimental com alto potencial didático. A aplicação desse método, no meio acadêmico e na fase da formação de alunos, permite aos novos estudantes de Engenharia entender fisicamente, e visualmente, a distribuição das solicitações. São franjas isocromáticas e isoclínicas que mostram aos discentes o comportamento das tensões em função de um determinado carregamento aplicado a um modelo estrutural. Sempre por YOUNIS (2003), SANTOS *et al.* (2007), o aluno de graduação, portanto, que treina com esse método experimental, pode desfrutar dessas experiências para consolidar o conhecimento dos principais conceitos de resistência dos materiais, como: análise de tensões, círculo de Mohr e transformação das tensões, concentração de tensões, estruturas reticulares entre outros. O respaldo óptico acelera o processo de fixação dos conceitos teóricos ligados à teoria da análise de tensão. Com a modelagem numérica, também se obtém a visualização em cores diferentes dos níveis de intensidade dos esforços tensionais. Porém, o resultado obtido pelo método aos elementos finitos, é fruto de uma simulação com embasamento numa formulação matemática, enquanto a técnica da fotoelasticidade mostra concretamente um fenômeno físico instantâneo e real que acontece com o aparecimento de cores diferentes devido às propriedades anisotrópicas da camada fotoelástica. Reproduz, de fato, de forma material, os princípios inerentes às tensões principais, assim como são conhecidos pela teoria da elasticidade.

Além disso, o aluno pode comparar os resultados experimentais com os resultados numéricos, o que estimula o discente a ter um conhecimento multidisciplinar para conseguir entender cada vez mais o fenômeno da birrefringência. Os dados decorrentes da aplicação desse fenômeno podem ser provenientes de ensaios mecânicos, no laboratório, mas processados, posteriormente, com implementação de códigos de análise,

sejam eles de processamento de imagens e/ou de elementos finitos.

3.9 Modelagem computacional

Neste capítulo, enfatizou-se a descrição do procedimento digital para a calibração da constante fotoelástica. No entanto, também foi feita uma análise numérica referente ao ensaio mecânico realizado sobre a ligação metálica.

Segundo CASTRO (2006) muitos problemas de engenharia podem ser modelados pelo método dos elementos finitos em função da versatilidade do método. Nesse trabalho decidiu-se implementar uma simulação numérica para obter os níveis de tensão na mesa superior e apresentar as distribuições das diferenças de tensão principal para fim de comparação com os resultados experimentais.

Utilizou-se o *software ANSYS®*, versão 16.0, (2015) para efetuar a modelagem. A rotina implementada para efetuar a modelagem, foi concebida e escrita em “*ANSYS Parametric Design Language*” (APDL). Essa linguagem é específica e de propriedade do *software ANSYS®*. A vantagem do APDL é que permite ter mais independência e flexibilidade em termos de elaboração da rotina do modelo quanto comparado a implementação por via gráfica.

Como exemplo, NUNES (2012) refere-se ao APDL em termos de linguagem de programação, sendo que disponibiliza recursos para declarar variáveis, fazer testes lógicos, efetuar ciclos repetitivos, além de realizar operações matemáticas entre outras. Recentemente, muitos trabalhos dão preferência ao uso do *ANSYS®* como ferramenta computacional em termo de modelagem de ligações metálicas, como as dissertações de CASTRO (2006), RODRIGUES (2009) e NUNES (2012). No estado da arte, apresentado na pesquisa de MAGGI (2004), sempre referente as conexões em aço, descreve os primeiros casos resolvidos por análise numérica como a pesquisa de Ribeiro em 1998 e também os trabalhos de Chen et Luin em 1988.

A seguir, explica-se a estrutura da rotina. Ressalta-se que a finalidade da modelagem, aqui apresentada, é de avaliar o estado de tensões atuante na mesa superior da viga. Salienta-se que trata-se de uma simulação feita considerando uma análise estrutural em regime elástico linear e que os elementos de contato não foram implementados nessa versão. Para desenvolver a simulação numérica precisou-se da:

- Definição das propriedades do material;
- Definição da geometria;

- Escolha do tipo de elemento utilizado;
- Definição das condições de vínculo;
- Preparação da malha de elementos finitos;
- Aplicação do carregamento na viga.

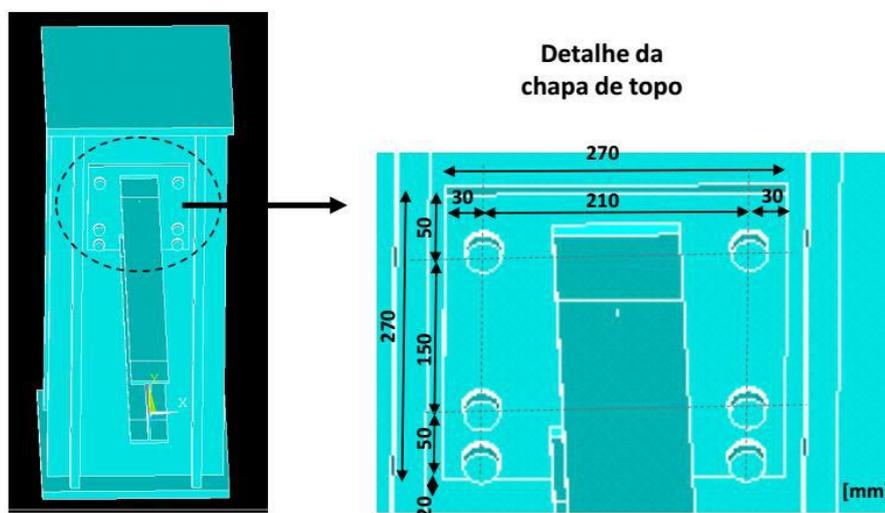
3.9.1 Definição das propriedades do material

As propriedades implementadas na rotina são as mesmas declaradas anteriormente na Tabela 3.3. Para todos os componentes do modelo (coluna, viga, parafusos, solda e chapa) o módulo elástico é de 200GPa com coeficiente de Poisson igual a 0,3. As propriedades dos materiais respeitaram as características mecânicas e geométricas do ensaio experimental.

3.9.2 Definição da geometria

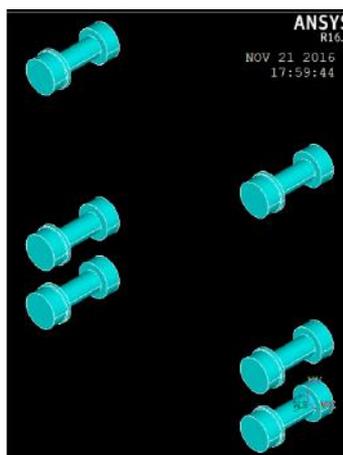
A geometria de cada componente da ligação metálica foi implementada de acordo com as medidas já apresentadas no capítulo da metodologia. Na Figura 3.30 apresenta-se a vista frontal da chapa de topo com os posicionamentos e as distâncias relativa dos parafusos. A estrutura analisada é simétrica, mesmo assim, optou-se por uma modelagem estrutural completa, representando todos os elementos da junção. Dessa forma, a simulação do modelo é mais próxima ao corpo de prova investigado por ter representado todos os elementos. Os parafusos foram representados com elemento cilíndrico para suas partes principais cabeça, fuste, aruelas e dado (Figura 3.31). A solda foi representada para trechos prismáticos com seção triangular. Tratando-se de uma análise efetuada em regime elástico-linear, decidiu-se juntar entre si todos os volumes representados, dispensando, portanto, o uso dos elementos de contato. A modelagem da coluna respeitou a verdadeira geometria, nesse caso a única simplificação foi dispensar a criação dos furos de fixação das paredes (veja-se a Figura 3.30). Na modelagem da viga não foram implementados os raios de curvaturas entre as mesas e a alma sendo que essas regiões não representavam o foco de interesse. Nessa análise, nenhuma informação foi introduzida sobre o ciclo térmico que caracterizou a fase de soldagem.

Figura 3.30 – Vista frontal da chapa de topo



Fonte: O autor

Figura 3.31 – Modelo dos parafusos



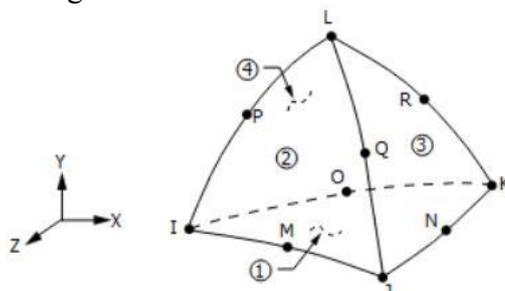
Fonte: O autor

3.9.3 Escolha do elemento sólido

Dentro do programa ANSYS® existe uma ampla biblioteca de elementos que servem para simulação do comportamento dos componentes do modelo proposto. Um único tipo de elemento foi escolhido para a reprodução dos diversos elementos estruturais que compõe a ligação metálica como: coluna, viga, chapa, parafuso, solda. No específico, o elemento SOLID187, foi utilizado para a geração da malha em elementos finitos. Esse, assim como descrito em ANSYS (2013) é um elemento sólido tridimensional e tetraédrico, o qual

apresenta dez nós por elemento com três graus de liberdade por nó, translações nas direções x , y e z (Figura 3.32). Este tipo de elemento é recomendado pela geração de malhas irregulares. É também bastante utilizados para os modelos que possuem pequenas espessuras, pois permite boa adaptação aos contornos dos perfis e baixo esforço computacional sempre de acordo com ANSYS (2013)

Figura 3.32 – Elemento SOLID187

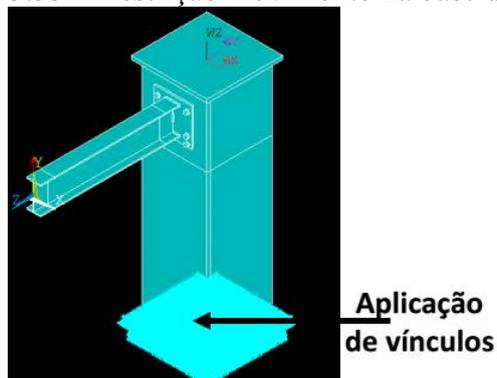


Fonte: ANSYS (2015)

3.9.4 Definição das condições de vínculo

Todos os graus de liberdade dos nós situados nas seções inferior da coluna foram restringidos. Dessa forma foram impedidos seja os deslocamentos, seja as rotações nas direções dos eixos x , y e z . Veja-se a (Figura 3.33).

Figura 3.33 – Restrição movimento na base da coluna



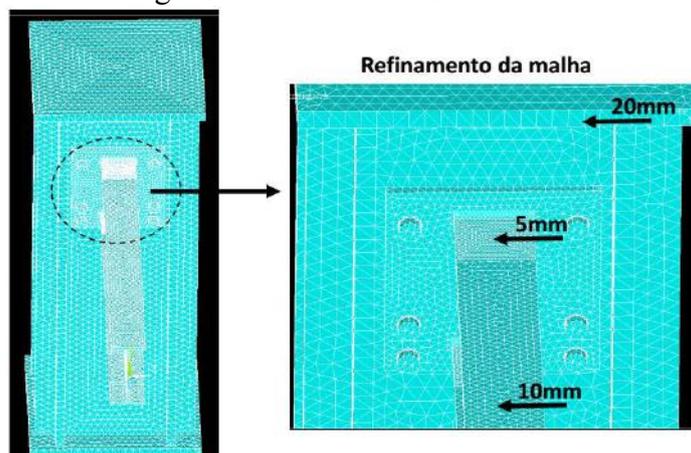
Fonte: O autor

3.9.5 Preparação da malha de elementos finitos

A geração da malha foi feita com um único elemento. O mesmo, porém, foi refinado de forma diferenciada em função de qual elemento estrutural efetivamente representasse. Para os volumes que formam a coluna, o maior tamanho da área do elemento foi de 20 mm. A viga foi modelada com duas malhas diferentes. A região próxima da chapa foi

mais refinada, com tamanho do elemento igual a 5mm. Na região mais afastada da chapa, a dimensão do elemento foi dobrada e assim igual a 10mm. Os demais elementos assim como mostrado na Figura 3.34 foram modelados também com grandeza máxima de 5 mm.

Figura 3.34 – Malha dos elementos



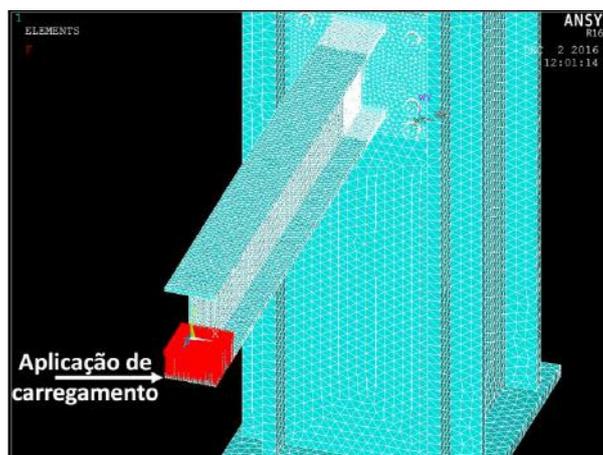
Fonte: O autor

A modelagem gerou 108.298 elementos e 210.612 nós.

3.9.6 Aplicação do carregamento na viga

A simulação, do comportamento mecânico da junção metálica, foi obtido induzindo flexão simples na viga. Para obter isso, assim como no modelo real, o carregamento foi aplicado na mesa inferior da viga, na região da extremidade livre. O carregamento concentrado foi simulado como uma força distribuída numa área quadrada de lado igual a 100 mm (Figura 3.35). Assim sendo, no programa, a força aplicada em cada nó foi igual a força total dividida por 485 (que representa o número total de nós da área de aplicação). A direção da força foi ascendente, isto é, atuando de baixo para cima com efeito de suspender a própria viga e induzir tensões de compressão na mesa superior da mesma. A ação do peso próprio foi considerado introduzindo a densidade e a aceleração de gravidade.

Figura 3.35 – Aplicação do carregamento na viga



Fonte: O autor

Decidiu-se também reproduzir o efeito que o aperto dos parafusos provoca na chapa de topo e na chapa da coluna. Duas forças iguais e contrárias foram aplicadas na regiões dos furos dos parafusos que agem nas superfícies da chapa de topo e na chapa da coluna. O valor utilizado para dar o efeito de compressão F_p nas chapas foi de 82 kN no entorno dos furos das chapas. Esse valor foi calculado com base na normativa técnica italiana NTC08 e expressa a seguir, pela equação 3.13.

$$F_p = C f_y A_s / \gamma_{M7} \quad (3.13)$$

Onde:

C : é o coeficiente de redução de uso da tensão de escoamento igual a 70%

f_y : é a tensão de escoamento do parafuso igual a 640 MPa

A_s : é o valor da seção do parafuso igual a 201 mm²

γ_{M7} : é o fator de redução igual a 1,1

Na escritura do algoritmo de cálculo do programa, escrito em APDL, foi implementado o cálculo automático para a definição dos valores das diferenças das tensões principais, pois o ANSYS® não fornece diretamente essas informações.

No próximo capítulo, junto com os resultados experimentais apresentam-se os resultados obtidos com a simulação numérica.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A determinação das diferenças de tensões principais ($\sigma_1 - \sigma_2$), atuantes tanto na mesa superior como na chapa de topo, foi conseguida com o uso da equação 4.1, apresentada logo a seguir. Em decorrência das condições iniciais do ensaio experimental, a fórmula é modificada quando comparada com aquela já utilizada em LIMA *et al.* (2008).

$$(\sigma_1 - \sigma_2) = \frac{E_S(1 + \nu_C)}{E_C(1 + \nu_S)} \frac{(N_L - N_0)f_\sigma}{2h_c} \quad (4.1)$$

Onde:

N_0 : é a ordem de franja isocromática no estado inicial (antes do carregamento) e com a viga sujeita só ao peso próprio.

N_L : é a ordem de franja isocromática obtida após aplicação do carregamento.

E_S e E_C : módulo de elasticidade respectivamente do aço e da Araldite.

ν_S e ν_C : coeficiente de Poisson respectivamente do aço e da Araldite.

h_c : espessura do revestimento em Araldite.

f_σ : constante fotoelástica.

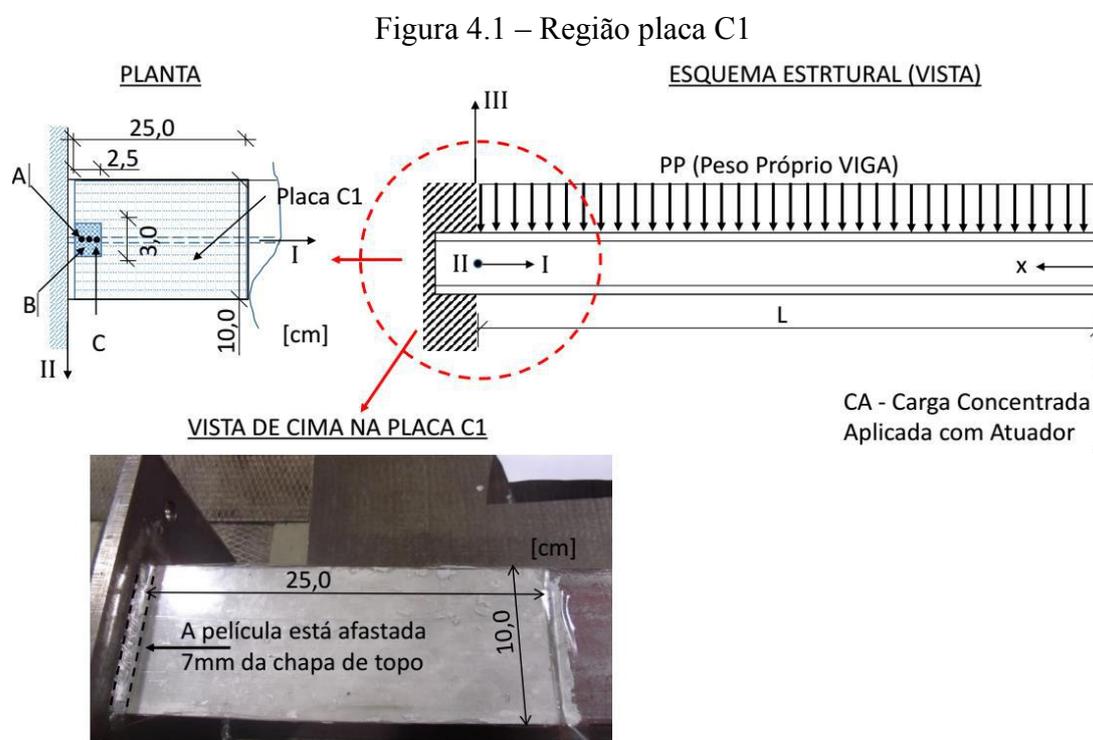
Assim como expresso em SPOTS (2005) a presença de franjas isocromáticas antes do carregamento aplicado, indica um estado de tensões originário não nulo. Essa circunstância representa uma situação de birrefringência incipiente cuja origem deve ser avaliada. O valor N_0 é considerado nulo quando, antes de dar início aos testes, as franjas estejam ausentes. Em PHILLIPS (1998) confirma-se que os valores associados às ordens de franja são sempre considerados positivos independentemente do sinal do valor das diferenças de tensões. Com esse embasamento, procede-se à subtração entre os valores de ordem de franja, como mostrado na equação 4.1 e como aplicado nas próximas seções.

Pela interpretação das franjas isocromáticas resultantes do ensaio fotoelástico sobre o corpo de prova, não foi possível utilizar o software PSCalc da VISHAY sendo que por razões de incompatibilidade de sistema operacional não foi possível a instalação do mesmo no computador. Da mesma forma, o código escrito em Matlab® e apresentado no capítulo da metodologia não foi utilizado para a leitura das franjas no corpo de prova. Nesse trabalho, o código foi concebido exclusivamente para a calibração da constante fotoelástica dos espécimes utilizados. Salienta-se que a finalidade daquele programa foi

também de servir como experiência para desfrutar uma das potencialidades do processamento de imagem, ou seja, o reconhecimento automatizado das cores. O código, porém, poderia servir como base de partida para futuras novas implementações que permitam ampliar ainda mais suas aplicações em termos de análise digital para a fotoelasticidade de reflexão. Decidiu-se, dessa forma, obter os resultados quantitativos, fazendo uma leitura visual. O reconhecimento da ordem de franja foi conseguido com o auxílio de dois tipos de grades. Às imagens originais do experimento fotoelástico foram sobrepostas grades milimetradas criadas especificamente com o programa *Power Point®*. Na literatura, dentro alguns exemplos, PEROSA (2013) refere-se a esse método com o trabalho apresentado por Barbieri. Outro autor que usa diretamente essa técnica é PEREZ (2009).

4.1 Mesa Superior

Foi analisada a placa C1, colada no topo da mesa superior e próxima ao engaste, assim como já fotografada na Figura 3.5 e como é representada esquematicamente a seguir na Figura 4.1.



Fonte: O autor

Especial atenção foi dada a uma área retangular de largura 3 cm e altura 2,5 cm onde estão evidenciados os três pontos A, B e C, espaçados entre si de 2,5 mm e alinhados ao longo do eixo de simetria longitudinal da viga. Como observa-se pelo desenho a placa C1 é afastada de 7 mm da chapa de topo (Figura 4.1.). Isso deve-se a presença da solda de filete (larga 6 mm) e que junta a viga com a chapa, e que conseqüentemente não pôde permitir a colagem mais próxima com o risco de não completa aderência. Nessa região preferiu-se não colar a lâmina fotoelástica acima do cordão de solda. Mesmo assim tentou-se reduzir ao mínimo a distância da chapa para não perder os efeitos localizados próximos ao engaste. Os três pontos estão afastados do engaste, respectivamente, de 2,7 cm; 2,45 cm e 2,2 cm que correspondem às distâncias de 97,3 cm; 97,55 cm e 97,8 cm com referência o ponto de aplicação do carregamento na extremidade livre da viga. Sempre na Figura 4.1, mostra-se também o esquema estrutural do corpo de prova ensaiado. Constata-se que esse esquema é o mesmo utilizado no experimento de calibração (veja-se a Figura 3.13). Existe uma única ressalva devida à direção do carregamento concentrado. Aqui, contrariamente ao que aconteceu com os dois espécimes, a força age no corpo de prova com sentido vertical mas de baixo para cima. Desta forma, o efeito do empuxo exercido pelo atuador opõe-se ao efeito do peso próprio. Assim a equação 3.9, que serviu para o cálculo do momento $M(x)$ para os espécimes, transforma-se na equação 4.2 para determinar o valor do momento no corpo de prova.

$$M(x) = -PP \frac{x^2}{2} + (CA)x \quad (4.2)$$

Onde:

PP : representa o peso próprio da viga.

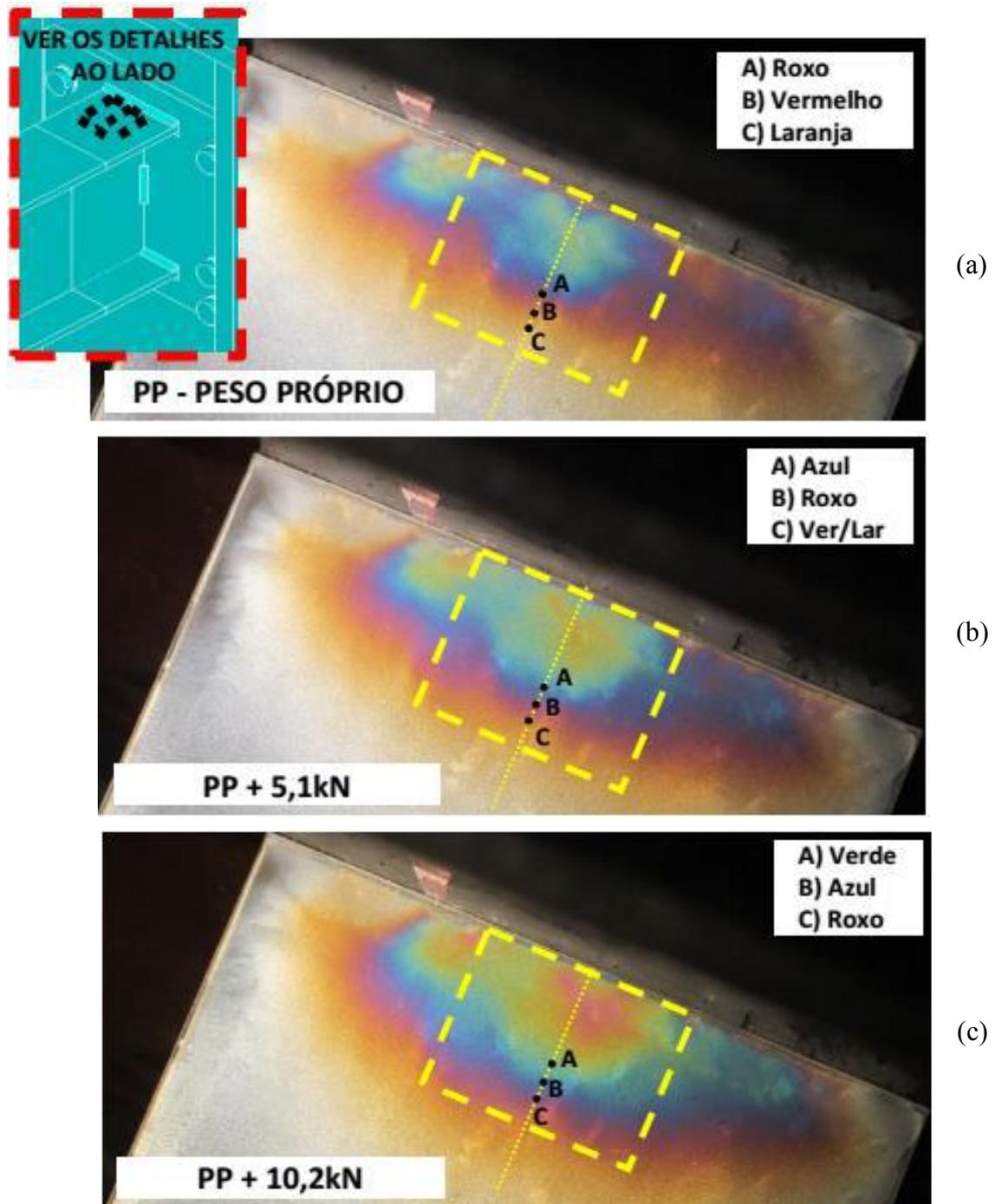
CA : é o carregamento aplicado pelo atuador.

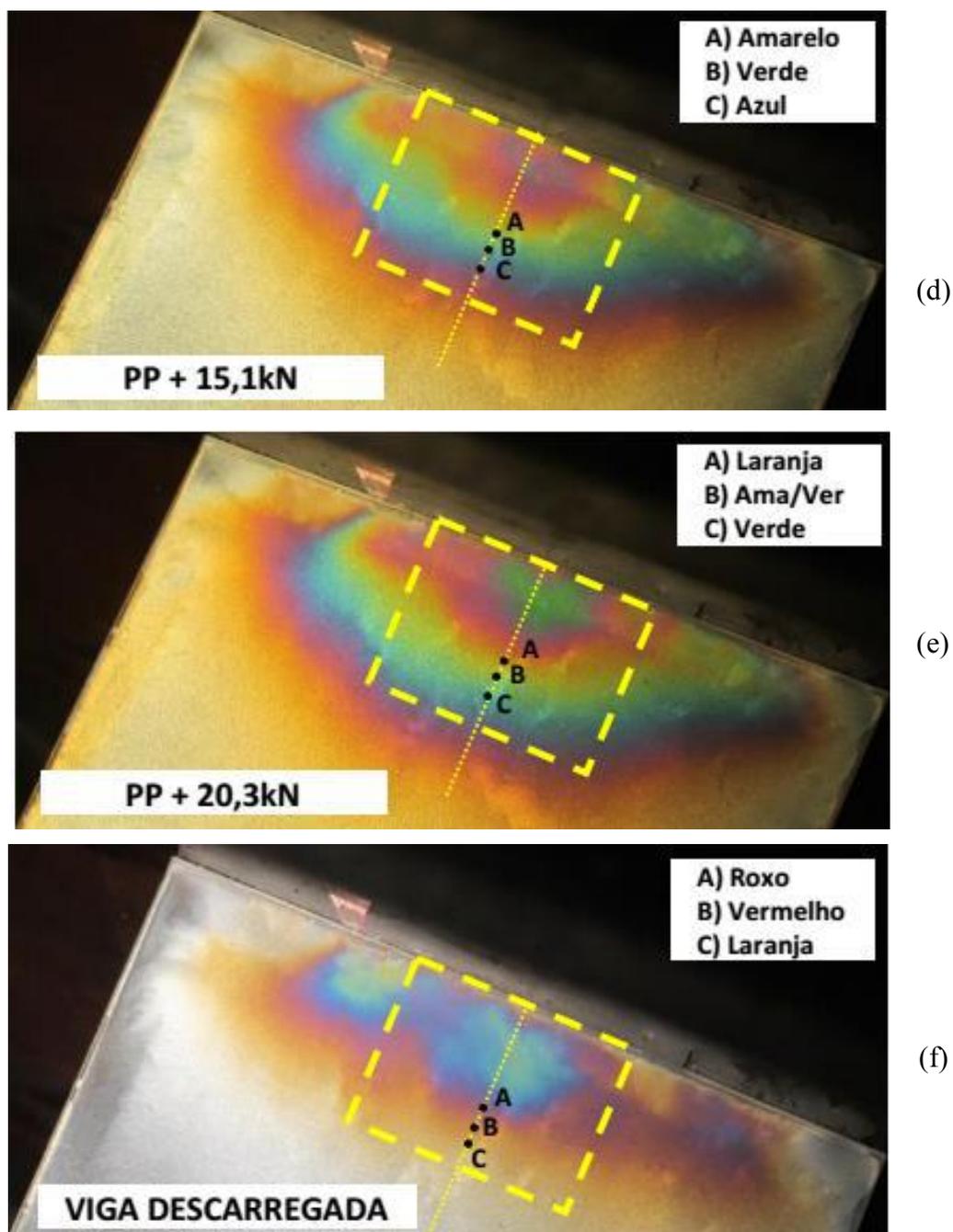
x : é a distância da seção analisada medida com referência o ponto de aplicação do carregamento (na extremidade livre da viga).

O cálculo das tensões principais nos pontos A , B e C obtém-se sempre com a aplicação da equação 3.8 conhecendo os valores do momento $M(x)$ e da inércia da seção I .

A seguir, na Figura 4.2, mostra-se as imagens da região da placa C1 com a evolução das franjas isocromáticas para cada nível de carregamento.

Figura 4.2 – Franjas isocromáticas na placa C1
(Evolução das franjas isocromáticas em função do carregamento)





Fonte: O autor

Além dos quatro níveis de carregamentos aplicados entre 5,1 kN e 20,3 kN (Figura 4.2b,c,d,e) foram fotografados o estado inicial (Figura 4.2a), antes de dar início aos ciclos de carregamentos, e também o estado final (Figura 4.2f) da viga completamente descarregada.

Os pontos A, B e C estão alinhados ao longo do eixo horizontal I que ao mesmo tempo é eixo de simetria longitudinal da viga. A motivação para a escolha da localização desses

pontos tem como objetivo minimizar ao máximo eventuais distorções sobre o resultado experimental. As causas dessas interferências podem ser resultantes de fenômenos de torção ao longo do eixo, em decorrência da possível excentricidade do carregamento concentrado aplicado na extremidade livre. A definição da distância de 15 mm, entre o limite da placa C1 e a localização do ponto A, foi determinada em razão dos efeitos localizados que são mais intensos naquela região. Uma das causas da presença desses efeitos deve-se provavelmente à existência do cordão de solda de filete. É plausível também que esse fenômeno, nessa região, seja consequência de um ganho de rigidez em função do encontro entre a alma da viga e a mesa superior. Ressalta-se que essas duas hipóteses apresentadas são apenas suposições e que não são objetivos dessa pesquisa. Essas especulações, porém, podem representar temas de relevante interesse para futuras novas pesquisas de aprofundamento. Observando essa lâmina fotoelástica, o espaço delimitado pelos pontos A e C resulta mais apropriado para investigar a variação das franjas isocromáticas.

Efetuada uma análise qualitativa, pode-se evidenciar como as franjas isocromáticas estejam evoluindo em função do aumento do peso. O sentido de crescimento das isocromáticas, para todas as imagens da Figura 4.2, vai do ponto C para o ponto A, ou seja, da região mais afastada àquela mais próxima ao engaste. Nota-se que o fenômeno da progressão de cores é coerente com que aparece na Tabela 2.2 de Michel Levy e já apresentado por CARBONI (2012). A Tabela 4.1, a seguir, resume para cada ponto analisado a transição de cores em função dos níveis de carregamento aplicados. Uma leitura atenta das informações contidas nessa tabela e feita coluna por coluna (de cima para baixo) pode confirmar a progressão das cores conforme a escala supracitada. Da mesma maneira, fazendo uma leitura por linhas (de direita para esquerda), repara-se como as ordens de franjas N decrescem em função do afastamento da região do engaste.

Tabela 4.1 – Ordem de franjas e relativas cores em função dos carregamentos

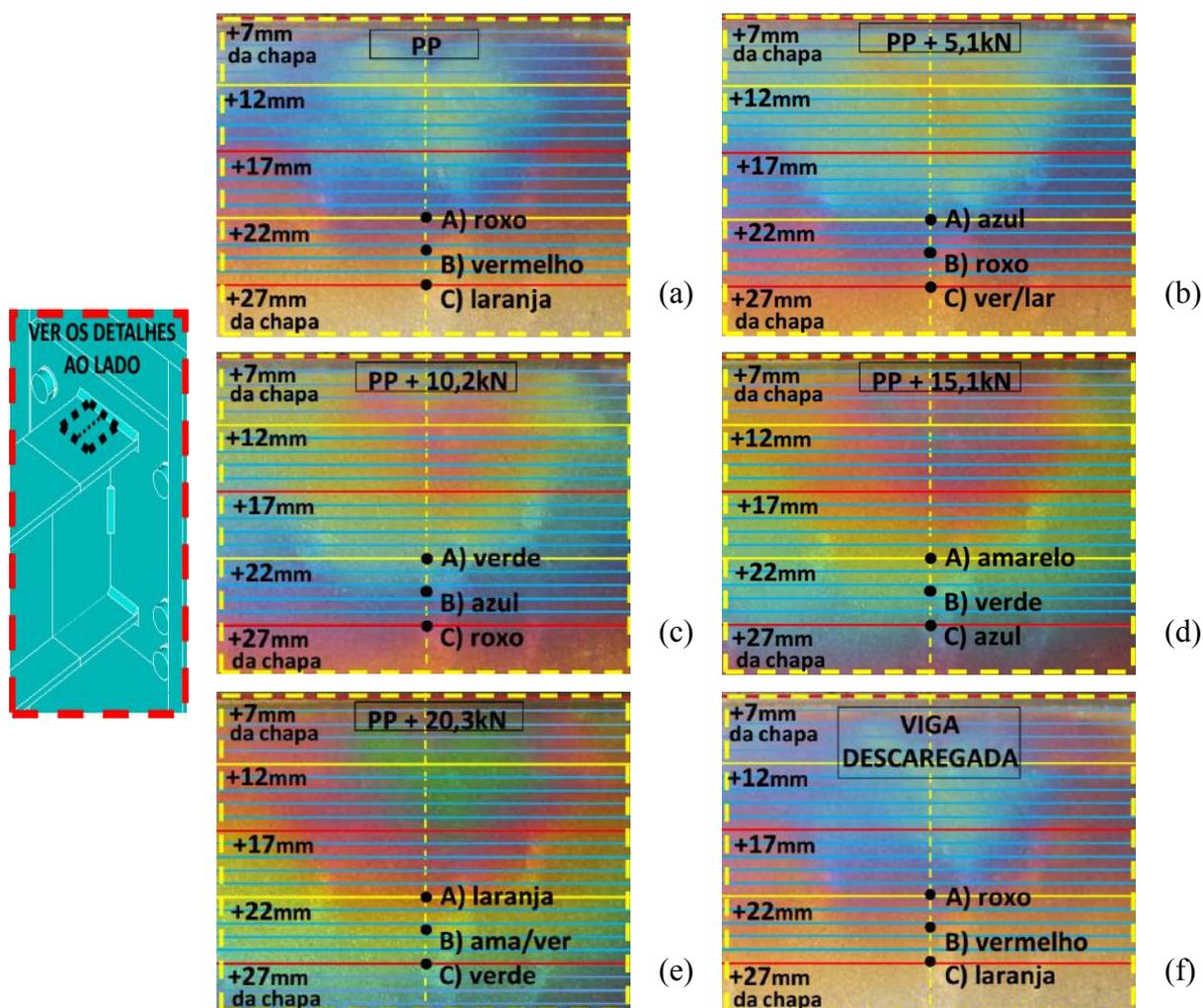
	Ponto A		Ponto B		Ponto C	
	Cor	N	Cor	N	Cor	N
Peso Próprio	Violeta	1	Vermelho	0,9	Laranja	0,8
PP + 5,1kN	Blue	1,1	Violeta	1	Vermelho/Laranja	0,85
PP + 10,2kN	Verde	1,2	Blue	1,1	Violeta	1
PP + 15,1kN	Amarelo	1,4	Verde	1,2	Blue	1,1
PP + 20,3kN	Laranja	1,5	Amarelo/Verde	1,3	Verde	1,2
Descarregada	Violeta	1	Vermelho	0,9	Laranja	0,8

Fonte: O autor

Examinando a Figura 4.2a, nota-se, que as franjas isocromáticas que aparecem, são devidas ao efeito do peso próprio da viga, pois nenhum carregamento nesse momento está sendo aplicado em cima da viga. Vale lembrar que o controle prévio que foi feito na lâmina fotoelástica, antes de ser colada, não sinalizou a presença de tensões residuais que modificasse a leitura das franjas.

Frisa-se também que se tem a garantia, nesse caso, de executar o ensaio em condições de regime elástico, sendo que após o ciclo de carregamento, quando a viga é novamente descarregada, a configuração das ordens de franja permaneceu inalterada quando comparada ao estado inicial do ensaio. Pois as Figuras 4.2a e 4.2f são praticamente iguais. Analisando as Figuras 4.2a e 4.2e, pode se perceber como existem cores de franjas isocromáticas repetidas, devidas ao incremento do carregamento. Mais abaixo na Figura 4.3 mostram-se os detalhes da região dos três pontos analisados na placa C1.

Figura 4.3 – Franjas isocromáticas com representação da grade



Fonte: O autor

No específico, as Figuras 4.3a e 4.3e mostram como a cor laranja aparece em ambas as imagens uma única vez porém em duas posições diferentes entre si. Isso significa que foram atingidos níveis de tensões correspondentes à segunda ordem das franjas isocromáticas. No ponto C da Figura 4.3a (quando a viga está sem carregamento) a ordem de franja correspondente é da cor laranja de primeira ordem. No ponto A da Figura 4.3e (quando a viga está com o máxima força aplicada) a franja isocromática da cor laranja que aparece é de segunda ordem.

Na Figura 4.3, a grade criada foi realizada apenas por linhas contínuas horizontais, paralelas e traçadas com espaçamento constante. Entre uma linha amarela e uma linha vermelha seguida existe uma distância de 5 mm enquanto entre linhas azuis o espaço é menor e equivalente a 1 mm. Considera-se o (zero) de referência, logo, como origem da distância, a chapa de topo. Dessa forma, os pontos A, B e C estão posicionados respectivamente a 22 mm; 24,5 mm e 27 mm da chapa sobre a linha vertical espaçada. Os resultados obtidos pela análise experimental são apresentados a seguir na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Avaliação do erro experimental na placa C1

CA - Carregamento Aplicado na extremidade	Pontos	Braço mm	Ordem de Franja				Momentos devido a			Diferença de Tensão (em módulo)		Erro ϵ (em módulo) %
			Após do CA		Antes do CA		CA	PP	PP+CA	Experimental	Teórica	
			N_L	Cor	N_0	Cor	kNm	kNm	kNm	MPa	MPa	
5,1	A	978,0	1,1	Blue	1	Roxo	4,99	-0,107	4,88	24,5	25,1	2,28%
	B	975,5	1	Roxo	0,9	Laranja	4,98	-0,107	4,87	24,5	25,1	2,04%
	C	973,0	0,9	Ver/Lar	0,8	Lar/Ama	4,96	-0,106	4,86	12,3	25,0	50,90%
10,2	A	978,0	1,2	Verde	1	Roxo	9,98	-0,107	9,87	49,1	50,8	3,35%
	B	975,5	1,1	Blue	0,9	Laranja	9,95	-0,107	9,84	49,1	50,7	3,10%
	C	973,0	1	Roxo	0,8	Amarelo	9,92	-0,106	9,82	49,1	50,5	2,85%
15,1	A	978,0	1,4	Amarelo	1	Roxo	14,77	-0,107	14,66	98,2	75,5	30,12%
	B	975,5	1,2	Verde	0,9	Laranja	14,73	-0,107	14,62	73,6	75,3	2,16%
	C	973,0	1,1	Blue	0,8	Amarelo	14,69	-0,106	14,59	73,6	75,1	1,91%
20,3	A	978,0	1,5	Laranja	1	Roxo	19,85	-0,107	19,75	122,7	101,6	20,76%
	B	975,5	1,3	Ama/Ver	0,9	Laranja	19,80	-0,107	19,70	98,2	101,4	3,14%
	C	973,0	1,2	Verde	0,8	Amarelo	19,75	-0,106	19,65	98,2	101,1	2,90%

Fonte: O autor

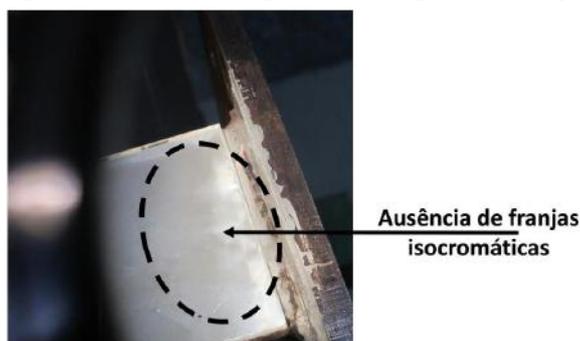
Na tabela 4.2 são reportados os dados para os vários níveis de carregamento. Mais detalhadamente, para cada ponto analisado encontra-se a distância para o cálculo do momento definida como braço, as ordens de franjas antes e após carregamento N_0 e N_L com respectivas cores, os valores dos momentos fletores e as diferenças de tensões principais enquanto a última coluna à direita mostra o erro entre as diferenças de tensões

principais calculadas com a análise experimental e a solução teórica. O valor percentual ε do erro é assim determinado pela equação 4.3 mostrada logo abaixo:

$$\varepsilon = \left| \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^{experimental}}{(\sigma_1 - \sigma_2)^{teórica}} - 1 \right| \times 100\% \quad (4.3)$$

Após a conclusão do ciclo de ensaio na viga parafusada à coluna, executou-se a desmontagem da viga, retirando-a da coluna. A viga foi removida e apoiada completamente sobre um banco de apoio. Dessa maneira, a viga não é solicitada devido ao peso próprio. Procedeu-se novamente ao ensaio fotoelástico mas, dessa vez, sem carregamento. A mesa superior revelou completa ausência de qualquer franja isocromática. Essa verificação confirma que a hipótese feita sobre a causa da presença das ordens de franjas iniciais, exibidas na mesa superior quando ainda estava parafusada, deve-se ao efeito local do peso próprio. Veja-se a Figura 4.4

Figura 4.4 – Mesa superior da viga sem franjas



Fonte: O autor

4.2 Teste de malha

Foi feito também um teste de malha para verificar como varia o erro entre a solução numérica e a teórica em função da escolha relativa as dimensões dos componentes estruturais analisados. Na Tabela 4.3 são mostradas as duas malhas analisadas. A malha 1 apresenta dimensões dos elementos menores em comparação com os da malha 2, conseqüentemente, após a discretização o número total de elementos e nós gerados pela malha 1 é maior daqueles gerado pela malha 2, assim como mostrado nas últimas duas linhas da Tabela 4.3. Proseguindo com a comparação, na Tabela 4.4 são mostrados os resultados oriundos da modelagem computacional e da resolução analítica. Examinando a Tabela 4.4, nota-se como na quinta coluna (contando da esquerda), o erro percentual relativo entre a resposta numérica e teórica em módulo é sempre menor de 9,4%. No entanto, observando a última coluna a direita, relativa ao erro calculado, entre a solução

com malha 2 e a teórica, supera em módulo, na maioria dos casos, valores acima de 35% com um extremo de 68,8%

Tabela 4.3 – Dimensões dos componentes estruturais

COMPONENTE ESTRUTURAL	MALHA 1	MALHA 2
	MM	MM
COLUNA	20	40
VIGA	10	20
CHAPA	10	20
PARAFUSOS	10	20
SOLDA	5	10
<i>NUM. TOT. ELEMENTOS</i>	<i>108.298</i>	<i>25.724</i>
<i>NUM. TOT. NÓS</i>	<i>210.612</i>	<i>49.388</i>

Fonte: O autor

Tabela 4.4 – Avaliação do erro numérico com o teórico entre as duas malhas

CA - Carregamento Aplicado na extremidade kN	Pontos	Diferença de Tensão (em módulo)		Erro ϵ (Num/Teo-1) (em módulo)	Diferença de Tensão (em módulo)		Erro ϵ (Num/Teo-1) (em módulo)
		Numérica - MALHA 1	Teórica		Numérica - MALHA 2	Teórica	
	MPa	MPa	%	MPa	MPa	%	
5,1	A	22,94	25,1	8,69%	34,7	25,1	38,07%
	B	22,72	25,1	9,33%	34,1	25,1	36,08%
	C	22,91	25,0	8,33%	23,4	25,0	6,28%
10,2	A	46,45	50,8	8,54%	75,9	50,8	49,51%
	B	46,06	50,7	9,08%	34,1	50,7	32,70%
	C	46,38	50,5	8,21%	23,4	50,5	53,65%
15,1	A	70,43	75,5	6,65%	110,1	75,5	45,88%
	B	69,84	75,3	7,20%	34,1	75,3	54,70%
	C	70,25	75,1	6,43%	23,4	75,1	68,80%
20,3	A	94,42	101,6	7,09%	141,9	101,6	39,65%
	B	93,37	101,4	7,66%	139,5	101,4	37,57%
	C	94,26	101,1	6,78%	94,4	101,1	6,66%

Fonte: O autor

4.3 Resultado numérico na mesa superior

Apresentam-se a seguir os resultados obtidos por meio da modelagem computacional elaborada com ANSYS®. Os valores teóricos e experimentais são comparados com os numéricos obtidos com os elementos da malha 1 apresentada na seção precedente. As tensões numéricas que aparecem na Tabela 4.5, correspondem as diferenças das tensões

principais calculadas por interpolação linear com base nos nós mais próximos aos três pontos selecionados. A tabela a seguir mostra como os resultados numéricos, comparados com os valores experimentais, sejam próximos entre si. Para o carregamento de 5,1 kN, as diferenças maiores se encontram no ponto C, isto é, no ponto mais afastado da chapa, enquanto para os carregamentos de 15,1 kN e 20,3 kN, o ponto A é aquele que apresenta maior erro percentual. Isso deve-se a maior dificuldade de reconhecimento da franja isocromática naquelas condições.

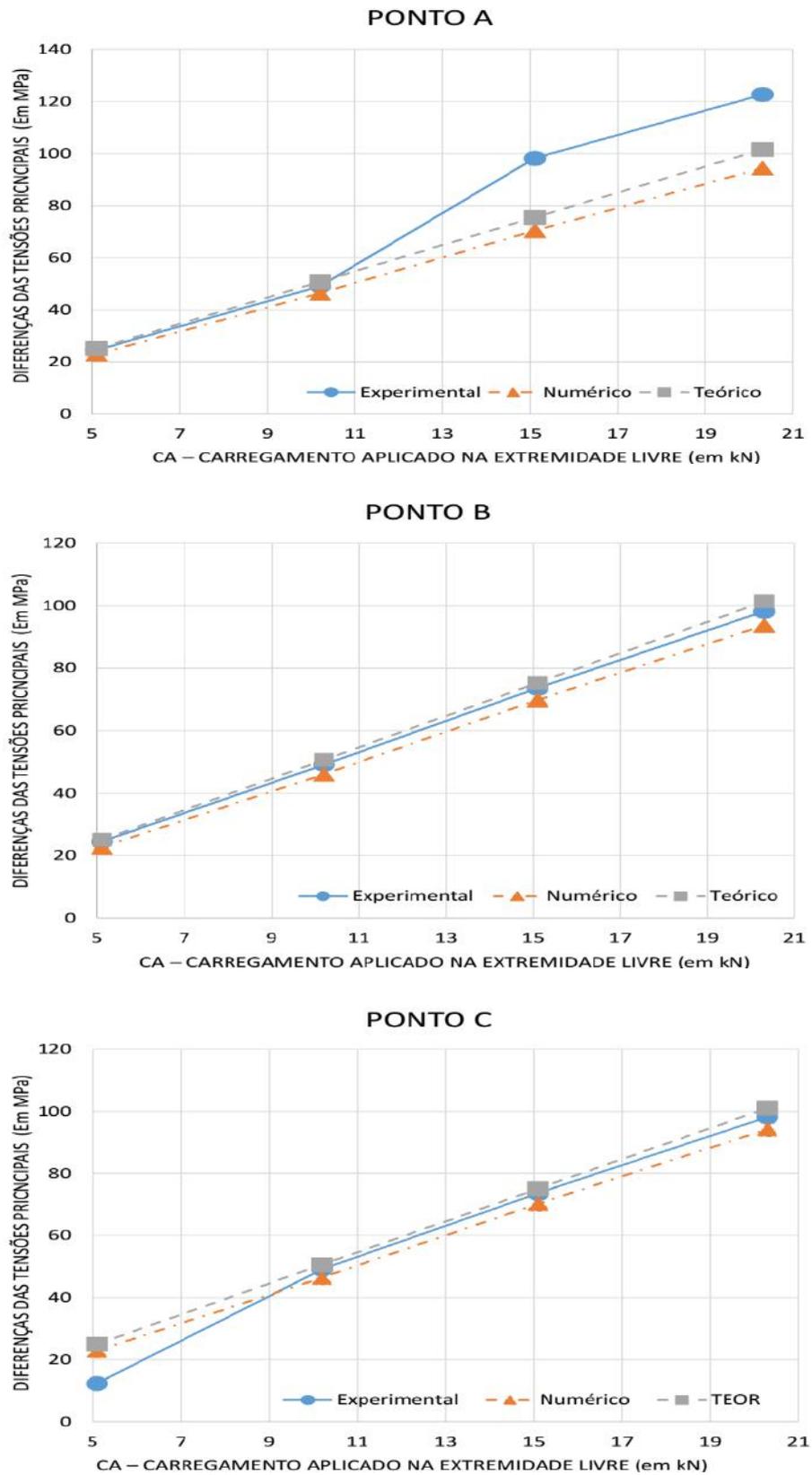
Tabela 4.5 – Avaliação do erro numérico na placa C1

CA	Pontos	DIFERENÇAS DE TENSÃO					
		COMPARAÇÃO SOLUÇÃO NUM. e EXPERIM.			COMPARAÇÃO SOLUÇÃO NUM. e TEOR.		
		Valor Num.	Valor Exp.	Erro (Num/Exp-1)	Valor Num.	Valor Teor.	Erro (Num/Teo-1)
kN		MPa	MPa	%	MPa	MPa	%
5,1	A	22,94	24,5	-6,38%	22,94	25,1	-8,69%
	B	22,72	24,5	-7,27%	22,72	25,1	-9,33%
	C	22,91	12,3	86,26%	22,91	25,0	-8,33%
10,2	A	46,45	49,1	-5,39%	46,45	50,8	-8,54%
	B	46,06	49,1	-6,19%	46,06	50,7	-9,08%
	C	46,38	49,1	-5,53%	46,38	50,5	-8,21%
15,1	A	70,43	98,2	-28,27%	70,43	75,5	-6,65%
	B	69,84	73,6	-5,11%	69,84	75,3	-7,20%
	C	70,25	73,6	-4,56%	70,25	75,1	-6,43%
20,3	A	94,42	122,7	-23,05%	94,42	101,6	-7,09%
	B	93,67	98,2	-4,61%	93,67	101,4	-7,60%
	C	94,26	98,2	-4,01%	94,26	101,1	-6,78%

Fonte: O autor

Sempre com base nos valores apresentados na Tabela 4.5, procede-se a traçar as curvas das diferenças de tensão em função da força aplicada, por cada um dos três pontos analisados. Desses gráficos, mostrados na Figura 4.5, destaca-se aquele da curva que representa o ponto B onde nota-se que os valores experimentais e numéricos são muito próximos entre si. Concentrando a atenção na curva referente ao ponto A, percebe-se que com o aumento da força de carregamento existe um distanciamento entre os valores das tensões. Isso pode se justificar sendo que o ponto A é o mais próximo ao engaste portanto representa o ponto que pode estar mais sujeito ao efeito de Saint-Venant. Do outro lado, a curva associada ao ponto C, apresenta uma diferença maior quando o carregamento é menor. Uma hipótese para entender essa outra situação pode ser relacionadas a duas condições concomitantes: o maior afastamento do ponto C da chapa de topo junto com um baixo valor de força aplicada que torna mais incerta a leitura da respectiva franja isocromática naquele ponto.

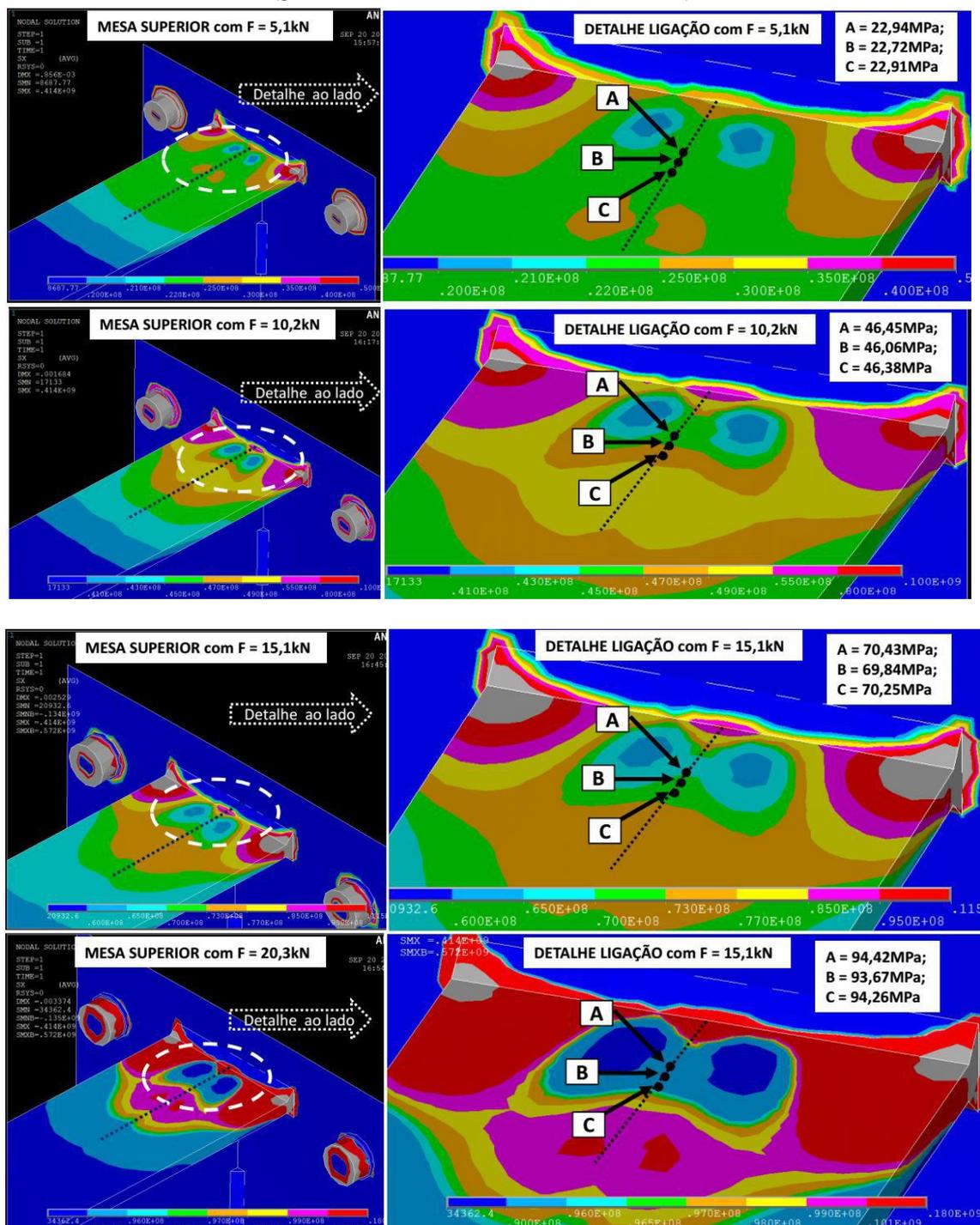
Figura 4.5 – Gráficos das diferenças de tensões principais em função do carregamento



Fonte: O autor

Na Figura 4.6, mostra-se a distribuição das franjas isocromáticas calculadas pelo ANSYS®. Para cada nível de carregamento, apresenta-se a distribuição dos primeiros 20-30 cm da mesa superior, com ao lado o detalhe relativo da região da ligação com a chapa de topo, além de indicar os valores das diferenças de tensões calculadas.

Figura 4.6 – Regiões de mesma diferença entre tensões principais (gráficos obtidos através da análise numérica)



Fonte: O autor

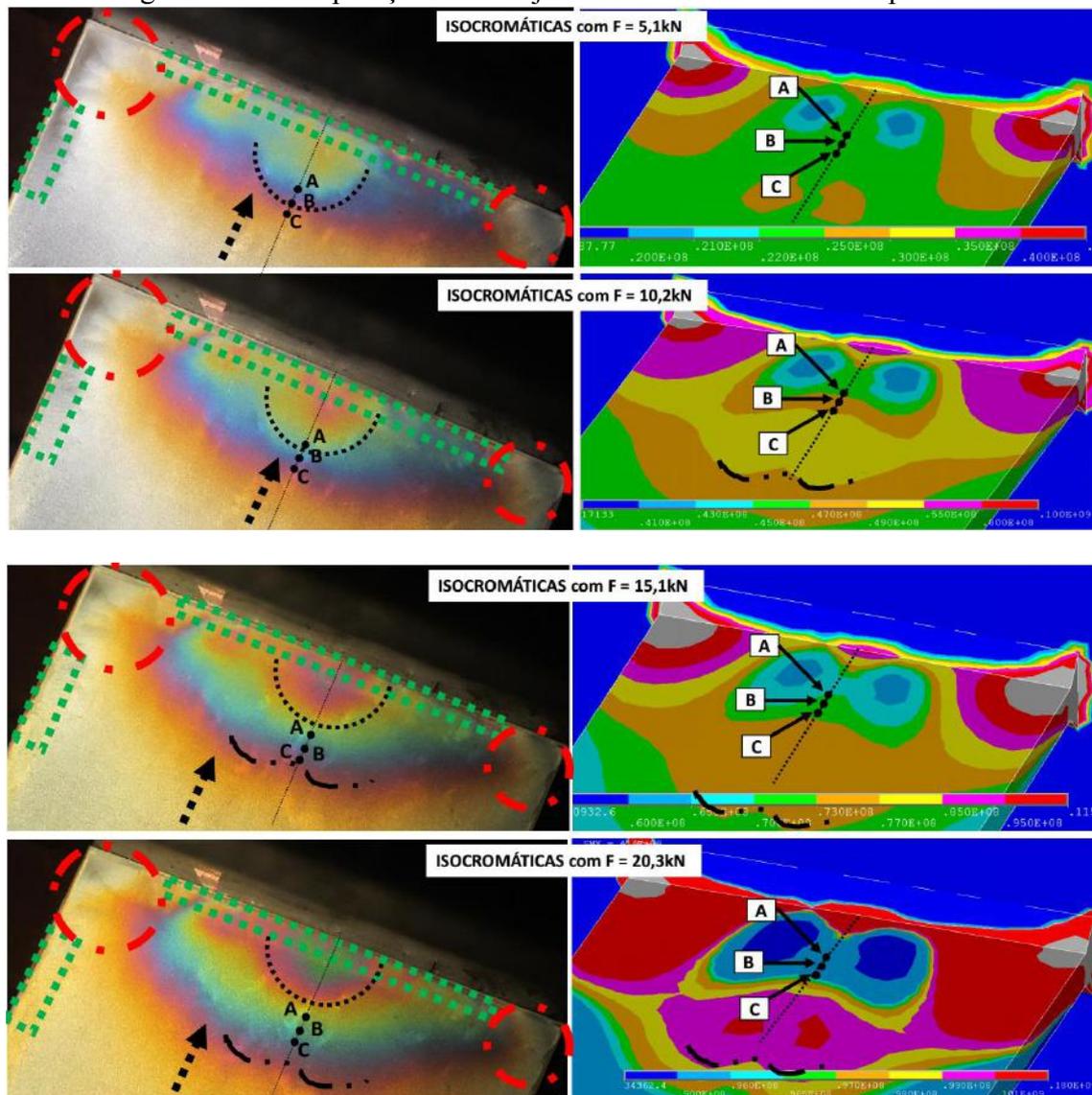
Observa-se que a discrepância maior, em termo de arranjos de franjas isocromáticas, entre a solução experimental e a solução numérica concentra-se na região próxima a solda de filete. No entanto, com o afastamento daquela área as orientações de crescimento das franjas isocromáticas numéricas se tornam mais parecidas com as franjas isocromáticas do ensaio fotoelástico. As razões, para essa discordância, podem ser encontradas nos critérios e nas informações utilizadas para efetuar a modelagem. Nesse caso, a modelagem elástica-linear pode ser considerada satisfatória para representar o nível de tensões nos pontos do eixo de simetria da viga, mas não para mapear as distribuições das franjas isocromáticas. Vale a pena lembrar que, na simulação numérica, nenhuma informação específica foi introduzida para descrever o ato da soldagem.

Continuando com a análise das imagens pode-se notar como diferentemente da solução experimental a distribuição das franjas isocromáticas, obtidas por via numérica, mostram maiores valores nos cantos da mesa superior próximo da chapa. Esse fenômeno pode estar associado ao nível de sofisticação da modelagem computacional.

4.4 Análise qualitativa

Na Figura 4.7 mostra-se lado a lado as distribuições de franjas isocromáticas registradas experimentalmente e aquelas elaboradas por via numérica. Analisando as imagens da modelagem computacional, pode se constatar que o arranjo das franjas isocromáticas é concavo na região mais próxima ao filete de solda como acontece nas imagens reais. Esse comportamento muda quando afasta-se daquela região, pois inverte-se por um breve trecho a concavidade das franjas. Da mesma maneira, como pode se observar nas imagens do ensaio experimental com os carregamentos de 15,1 kN e 20,3 kN, são destacadas as franjas com leve convexidade que é concentrada em correspondência da eixo de simetria. As áreas das regiões de bordas, destacadas com retângulos pontuados verdes, representam áreas cuja confiabilidade, nas leituras de eventuais franjas isocromáticas presentes, é reduzida em decorrência de fenômenos de tempo-borda onde pode ter distorção dos possíveis padrões de franjas assim como de acordo com QUINAN (2005). Aconselha-se portanto de desconsiderar essas regiões a fim da análise fotoelástica.

Figura 4.7 – Comparação das franjas isocromáticas na mesa superior



Legenda

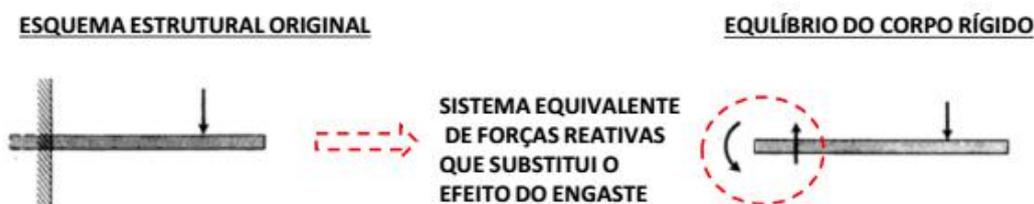


Fonte: O autor

Continuando com o exame das imagens do ensaio experimental da Figura 4.7 referentes às franjas isocromáticas e na proximidade da chapa de topo, é possível considerar que nessa região esteja se manifestando o efeito De Saint Venant. De fato, na região da viga mais adjacente à chapa de topo pode haver superposição de dois tipos de fenômenos: uma transformação de geometria e a presença de um vínculo. A mudança geométrica consiste

na variação da geometria da viga em perfil I com a chapa de ligação da viga, enquanto o vínculo de engaste é provocado pela presença do cordão de solda. Assim sendo, como em SHAMES & DYM (2006), e observando a Figura 4.8, pode-se pensar no equilíbrio de um corpo rígido garantido por substituição do vínculo original. Nesse caso, o engaste, com um sistema equivalente de forças reativas (força cortante e momento) que age no lugar do vínculo e que gera concentração de tensão. (Veja-se a Figura 4.8)

Figura 4.8 – Efeito Saint Venant na extremidade do engaste



Fonte: SHAMES & DYM (2006) modificado

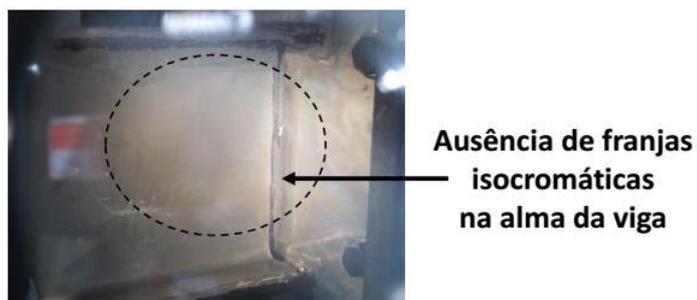
Referente ao padrão de franjas, presente na mesa superior, pode-se notar que a distribuição não é perfeitamente simétrica, assim como, as franjas não atingem os cantos laterais da mesa. A falta de simetria das franjas pode se justificar em decorrência de possíveis defeitos químico-físico de produção das peças metálicas e de uma possível leve excentricidade no ato do carregamento. Provavelmente, também, a presença da solda de filete tem influência nesse fenômeno. Mesmo quando a viga foi apoiada na mesa, e como confirmado precedentemente pela Figura 4.4, em ausência do efeito peso próprio, nenhuma franja isocromática apareceu nem mesmo na região da solda. Entre as possíveis especulações é admissível que existam na solda tensões residuais internas em autoequilíbrio em ausência de peso.

Referente às regiões de canto mesa superior, circuladas em vermelho na Figura 4.7, nota-se, porém, que com o incremento do carregamento a largura das franjas aumenta consequentemente. Bem como nota-se que, aumentando o nível de carga, a área coberta com a presença de franjas é cada vez maior, seja na direção longitudinal da viga, seja na direção transversal. Mesmo assim a carga de 20,3 kN (a maior aplicada) não permitiu que as franjas isocromáticas chegassem às bordas da mesa. Nesse caso, a justificativa pode ser que a diferença de tensões seja efetivamente nula, ou acredita-se que os níveis de tensões principais estejam muito próximos entre si. Não gerando, desse modo, uma ordem de franja significativa tal que possa conseguir chegar ao nível de carregamento que gere uma ordem de franja visível.

4.5 Alma

A segunda região a ser analisada foi a alma da viga, sempre em proximidade do engaste. Essa área foi recoberta com a placa C2 que se constituiu também na única placa curva, com parcial recobrimento no topo superior da mesa inferior. Pela solução teórica que é apresentada no apêndice, o máximo valor de tensão de cisalhamento, para o carregamento de 20,3 kN, corresponde a 18,55 MPa. A Figura 4.9a mostra, porém, a ausência de franjas nessa região.

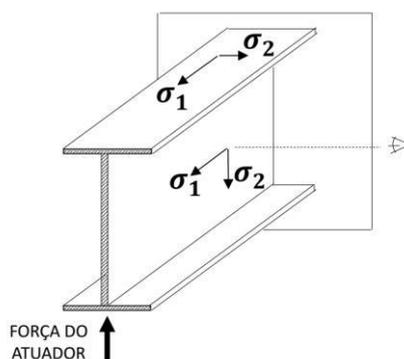
Figura 4.9a – Alma da viga sem franjas



Fonte: O autor

Uma justificativa para não ter aparecido nenhuma franja nesse local pode ser o não completo recobrimento até o limite da junção entre a alma da viga e a chapa de topo. Outra consideração que pode ser feita para explicar o não aparecimento das franjas na alma é ligada a direção de aplicação do carregamento. Nesse caso, a força aplicada na extremidade atua no plano paralelo ao plano analisado, ou seja, ao plano da alma. Essa força gera, assim, um momento cujo eixo de ação é perpendicular ao plano de análise e com direção paralela ao raio luminoso refletido pela camada fotoelástica (Figura 4.9b).

Figura 4.9b – Esquema estrutural

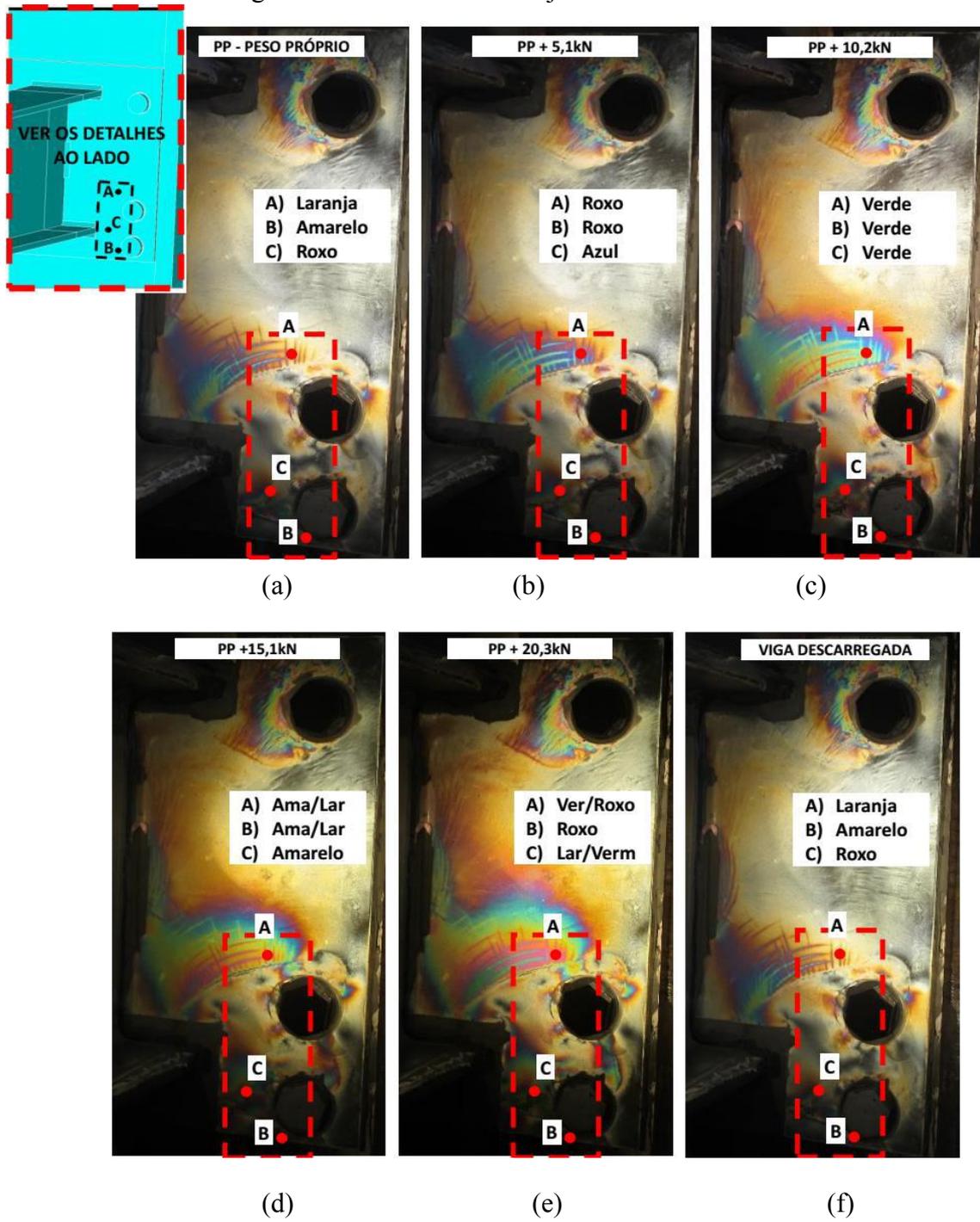


Fonte: O autor

4.6 Chapa

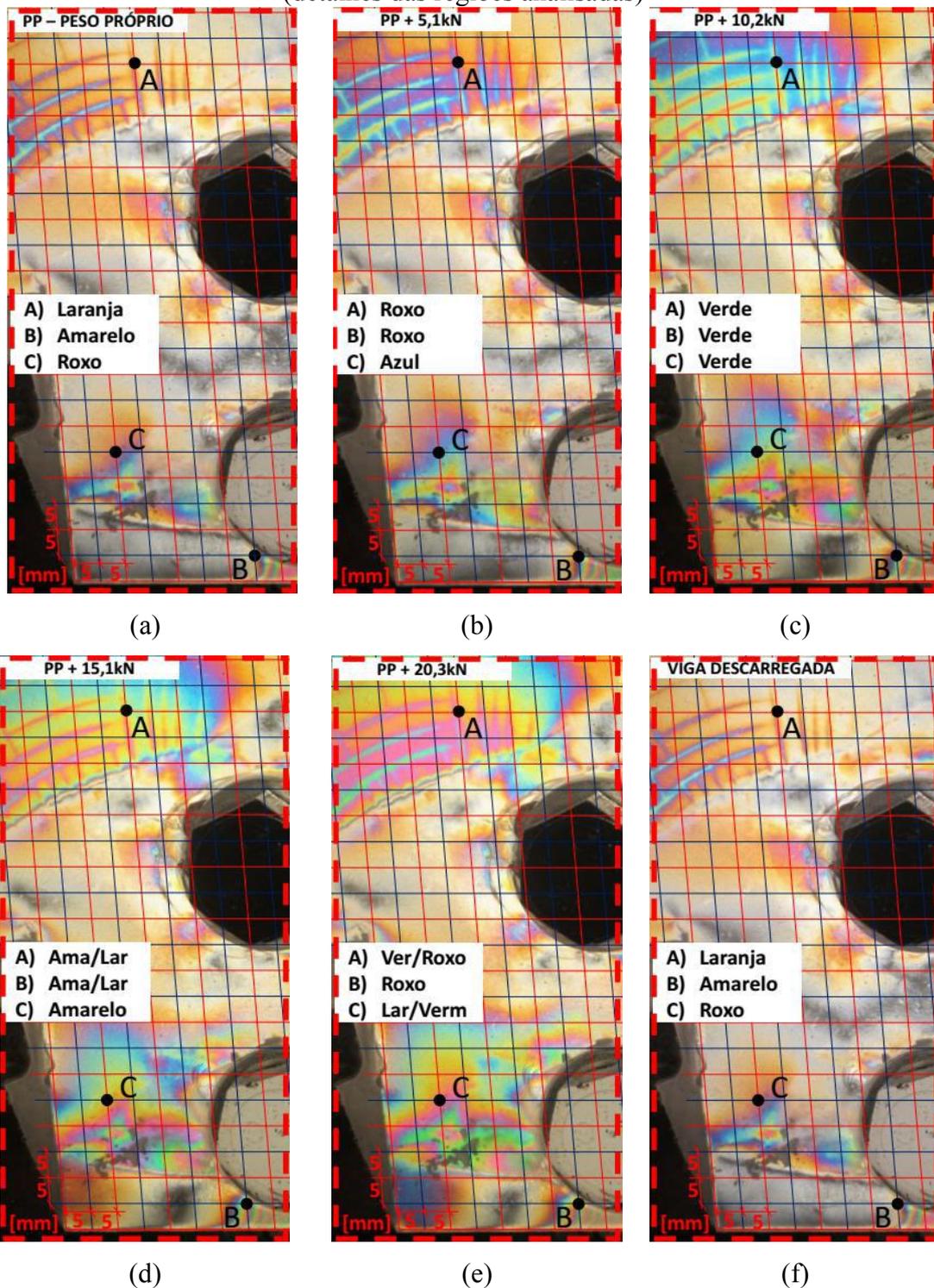
A área da chapa, entre as três analisadas, é a única pela qual se desconhece a solução teórica. Em termos de diferenças de tensões principais, como dados de comparação, confronta-se com os resultados numéricos obtidos pela modelagem computacional. Nesse caso específico, também para essa região da ligação escolheu-se três pontos A, B e C para mostrar como varia o nível de estado tensional (veja-se a Figura 4.10). De acordo com SPINELLI (2003) os valores encontrados representam as máximas tensões de cisalhamento que estão atuando em cada ponto assim como é determinado pela teoria dos estados de tensões com a aplicação do círculo de Mohr. Como já aconteceu para a lâmina fotoelástica colocada na região da mesa superior, aqui também na placa de revestimento da chapa já estão presentes as franjas isocromáticas mesmo antes do carregamento. Porém dessa vez, a origem das franjas não deve-se ao efeito do peso próprio da viga, mas sim à fase de furação e ao processo de limpeza da lâmina C2 na hora da aplicação da película. Para contornar esse defeito é preciso descontar as franjas iniciais das franjas isocromáticas que aparecem quando se aplica o carregamento, assim da mesma maneira como foi feito para o cálculo das tensões na mesa superior. Por esse cálculo, então, é utilizada novamente a equação 4.1. A grade, criada e sobreposta a essa região para facilitar o posicionamento dos pontos, é quadriculada de 5 mm x 5 mm. A seguir, apresenta-se as imagens da chapa sujeita ao ciclo completo do carregamento (Figura 4.11b,c,d,e) juntamente com a foto anterior e posterior à aplicação das cargas (Figura 4.11a, f). Uma análise qualitativa, referente à evolução das franjas isocromáticas na chapa de ligação, mostra, novamente, como o aumento do peso gera uma distribuição de franjas cada vez mais intensa. Observando as imagens da Figura 4.11, pode-se notar que a configuração geométrica das franjas isocromáticas não é regular. Mesmo assim, a evolução das franjas respeita o esquema cromático apresentado na Tabela 2.2 de Michel Levy.

Figura 4.10 – Placa C3: Franjas isocromáticas



Fonte: O autor

Figura 4.11– Placa C3: Franjas isocromáticas com grade de referência
(detalhes das regiões analisadas)



Fonte: O autor

No específico, examinando a evolução das franjas referente ao ponto A, nota-se que ao longo do ciclo de carregamento passa-se do estado inicial de cor laranja de primeira ordem a uma cor amarelo/laranja de segunda ordem, quando é aplicado um carregamento de 15,1 kN. Para o ponto B, a transformação das cores passa do amarelo de primeira

ordem ao violeta de segunda ordem. Quanto ao ponto C, a evolução das cores é mais intensa do que acontece com o ponto B. Para confirmar isso, basta observar que, quando o carregamento é de 20,3 kN, o ponto C apresenta uma franja laranja/vermelha enquanto o ponto B mostra uma franja de cor violeta. Para apresentar e analisar as informações referentes a placa C3, coleta-se os dados organizados na Tabela 4.6 que calcula também os valores das tensões experimentais e os relativos erros percentuais.

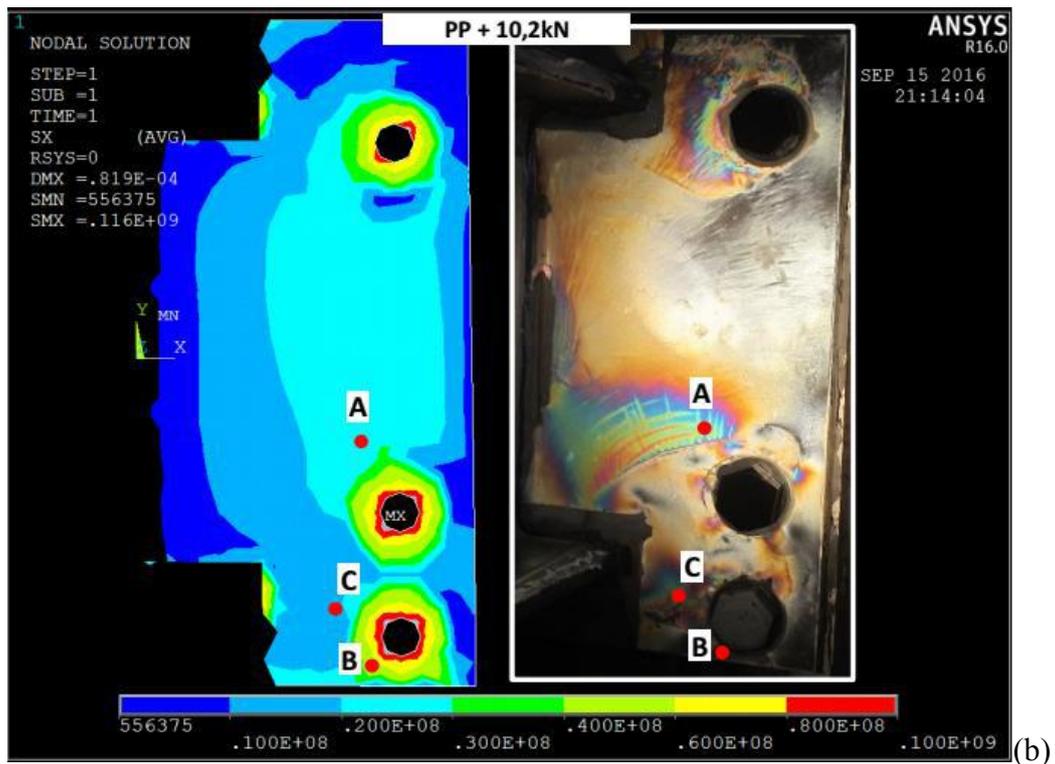
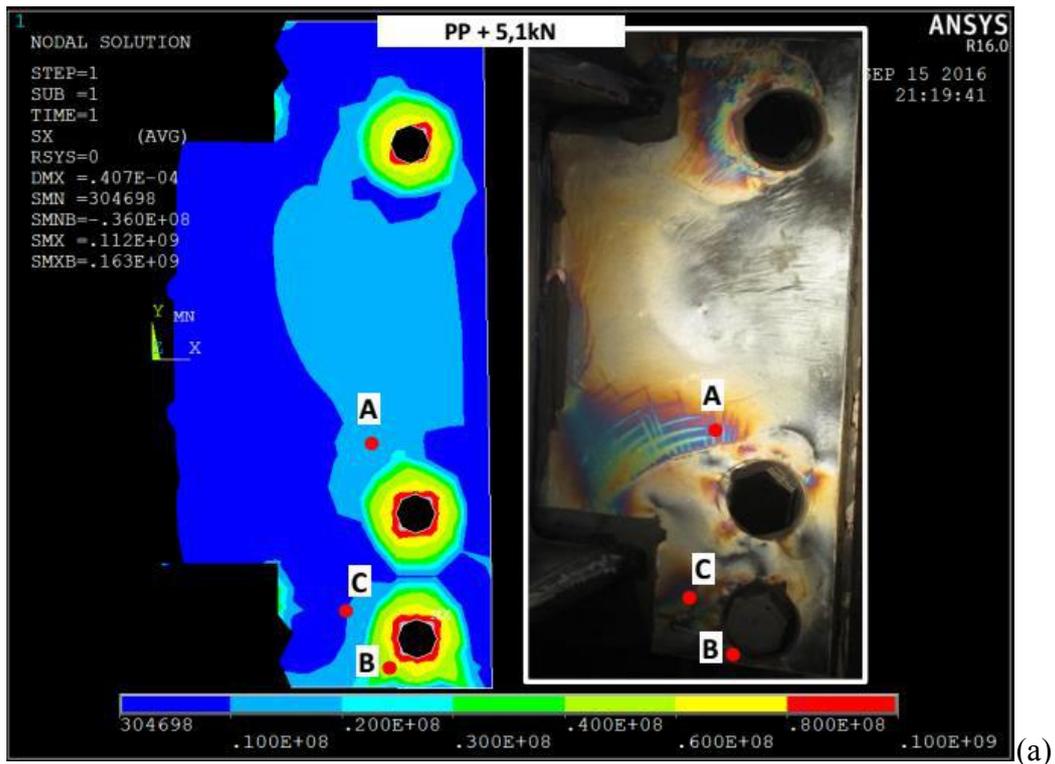
Tabela 4.6 – Ordem de franjas para a placa C3

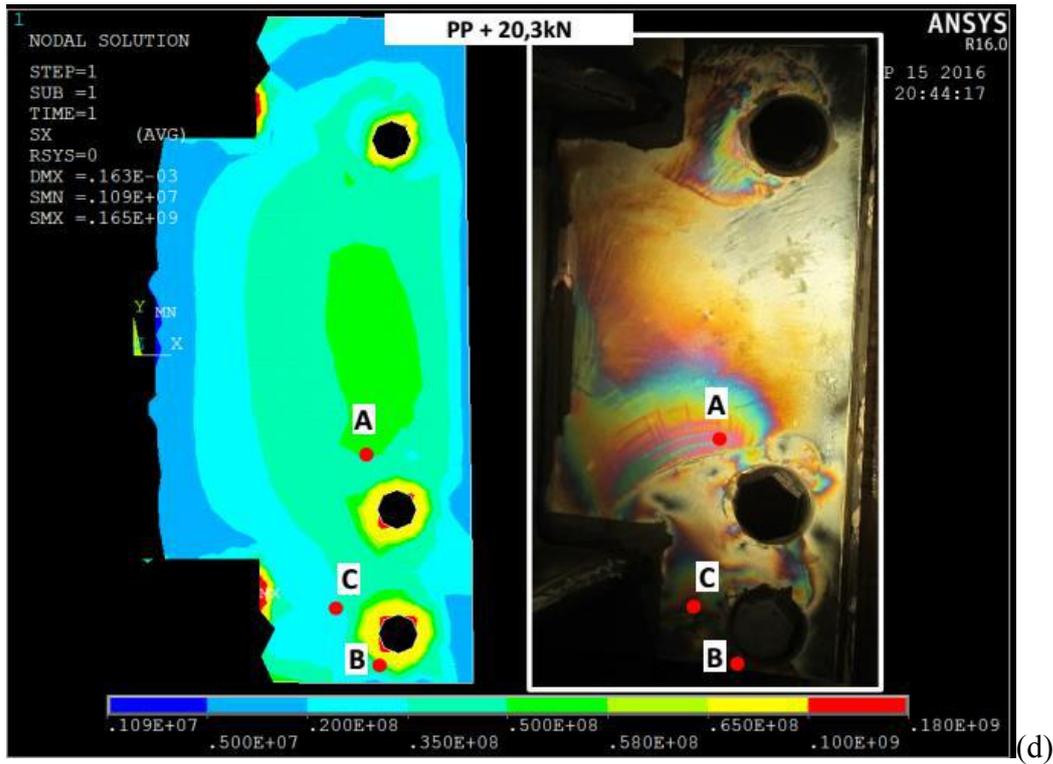
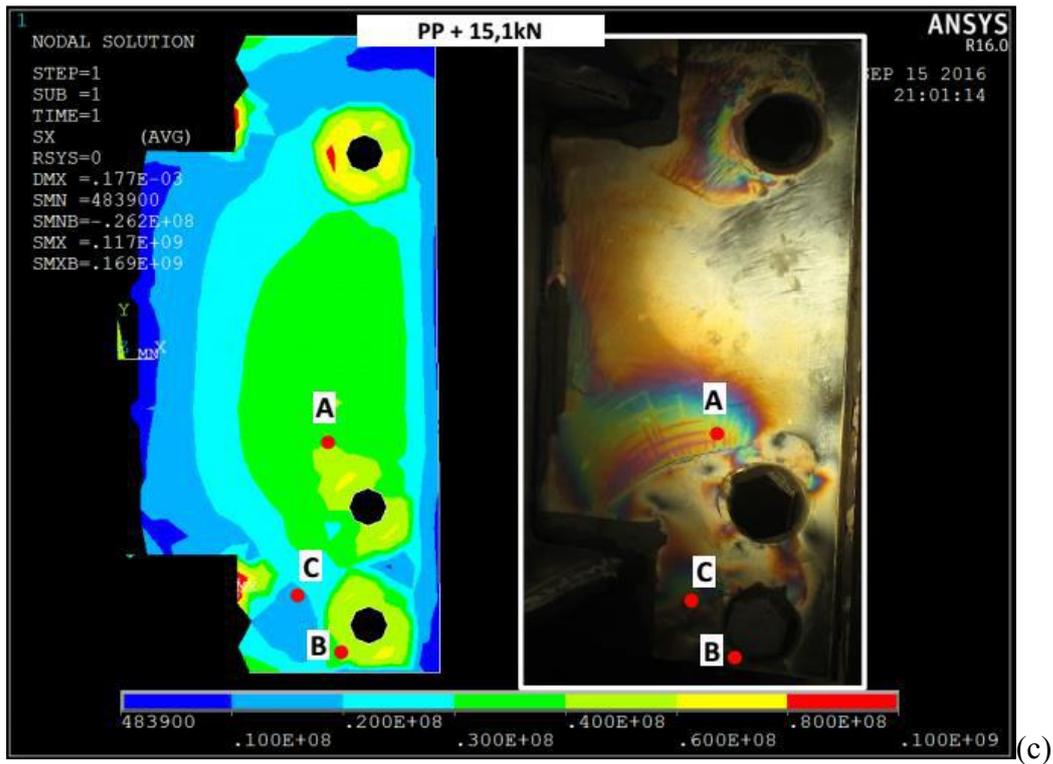
CA - Carregamento Aplicado na extremidade	Pontos	Ordem de Franja				Diferença de tensão (em módulo)		Erro (Exp/Num - 1)
		Após do CA		Antes do CA		Experimental	Númérico	
kN		N _L	Cor	N ₀	Cor	MPa	MPa	%
5,1	A	1	Roxo	0,8	Laranja	49,1	11,4	331%
	B	1	Roxo	0,7	Amarelo	73,6	42,4	74%
	C	1,1	Blue	1	Roxo	24,5	8,9	176%
10,2	A	1,2	Verde	0,8	Laranja	98,2	23,8	313%
	B	1,2	Verde	0,7	Amarelo	122,7	43,4	183%
	C	1,2	Verde	1	Roxo	49,1	15,4	219%
15,1	A	1,45	Ama/Lar	0,8	Laranja	159,5	36,1	342%
	B	1,45	Ama/Lar	0,7	Amarelo	184,1	44,3	316%
	C	1,4	Amarelo	1	Roxo	98,2	21,1	365%
20,3	A	1,95	Verm/Roxo	0,8	Laranja	282,3	48,7	480%
	B	2	Roxo	0,7	Amarelo	319,1	45,3	604%
	C	1,7	Lar/Verm	1	Roxo	171,8	28,4	505%

Fonte: O autor

Os resultados obtidos por via numérica são referentes aos pontos mais próximos àqueles localizados na chapa de topo. Observando a Tabela 4.6, os valores experimentais correspondem ao triplo dos valores obtidos numericamente. Essa diferença quantitativa entre os valores experimentais e numéricos é provavelmente devida a simplificação da modelagem computacional que não considerou o processo de soldagem e o contato entre chapa e coluna. Salienta-se que existe, a nível qualitativo, uma coerência entre o estado tensional experimental e numérico para os três pontos analisados. No específico, pode-se confirmar que em ambas as análises o ponto B é sempre o mais solicitado assim como o ponto C é sempre o menos solicitado e consequentemente também o ponto A é aquele intermediário. A seguir na Figura 4.12 mostra-se qualitativamente o padrão de franja numérico ao lado daquele experimental.

Figura 4.12– Comparação das franjas isocromáticas na chapa de topo



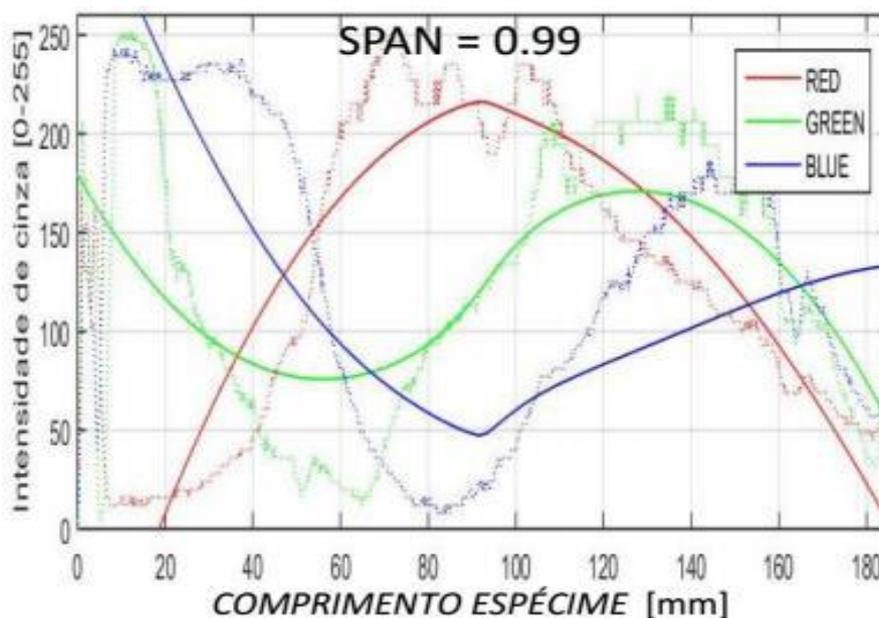


Fonte: O autor

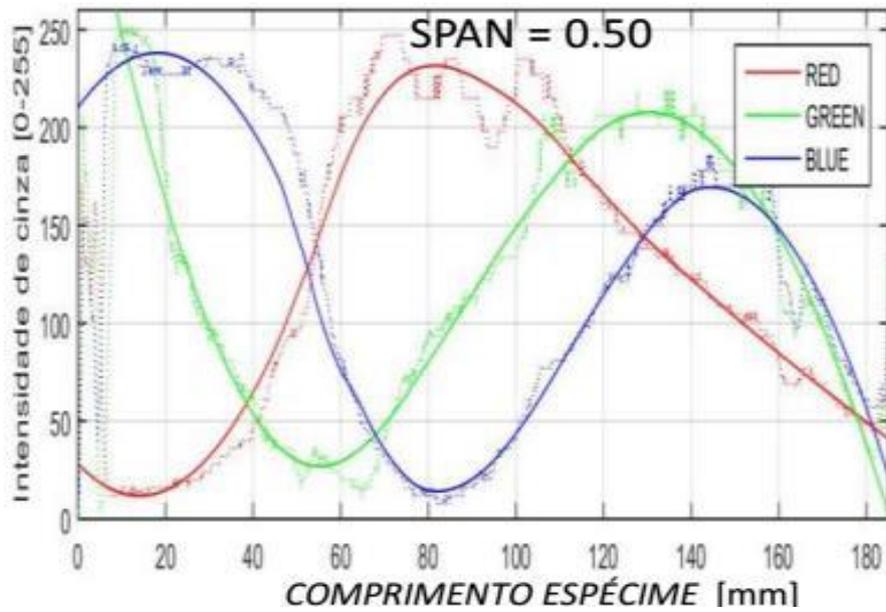
4.7 Influência do SPAN na função ajuste

Neste ponto, mostra-se como variam as curvas de ajuste em função da escolha do parâmetro *SPAN* que é utilizado como informação no procedimento para suavizar as curvas das três medianas das cores primárias R,G,B (ou seja, vermelha, verde e azul) que são inicialmente descontínuas. O parâmetro *SPAN*, portanto, já apresentado anteriormente (seção 3.5.2 no Bloco_7), refere-se à porcentagem de dados analisados sobre o número total de dados que constituem as curvas das medianas. Os valores de *SPAN* escolhidos para fim de comparação são, respectivamente, de 0.99, 0.5, 0.1. Nos gráficos da Figura 4.13, mostra-se, para cada valor *SPAN* analisado, as diferentes curvas obtidas. Nota-se portanto que, com a diminuição desse parâmetro, as curvas de ajuste tornam-se cada vez mais coerentes com a distribuição original dos dados que elas representam. Já, altos valores de *SPAN* geram curvas de ajustes grosseiras, e como direta consequência, modifica-se os posicionamentos originais dos cruzamentos das curvas, tornando a localização das cores não confiável.

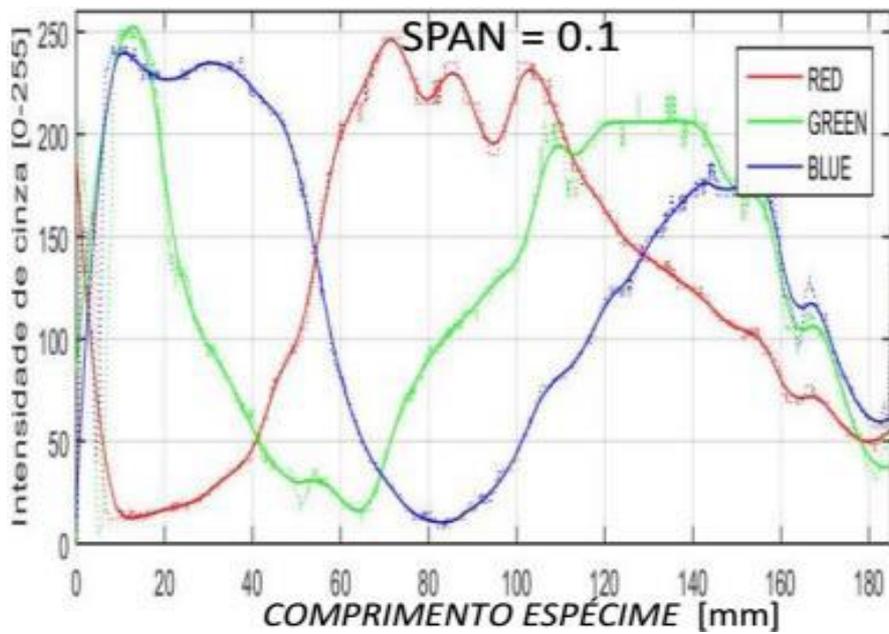
Fig. 4.13 – Curvas RGB suavizadas em função do SPAN



(a)



(b)



(c)

Fonte: O autor

4.8 Intervalo de confiança e margem de erro

O escopo dessa seção é calcular o intervalo de confiança e a margem de erro para o valor da constante fotoelástica f_{σ} e para o cálculo das tensões principais.

4.8.1 Constante fotoelástica: f_σ

Segundo BORROMEI (2006) em toda análise quantitativa, não existem medidas que não sejam completamente isentas do erro. Portanto qualquer valor obtido, nada mais é do que uma aproximação do valor procurado. O que garante a qualidade dessa aproximação é o nível associado de confiança que pode ser avaliado em função de hipóteses declaradas e concordadas na elaboração dos dados tratados. Nesse estudo, os grupos são divididos em função do espécime ensaiado. Foram comparadas as duas médias dos valores de f_σ em função do grupo de referência, isto é, distinto por espécime. Sempre de acordo com BORROMEI (2006) em função do pequeno número de medidas efetuadas, foi preferida a distribuição de Student no lugar da distribuição normal de Gauss. Usa-se, assim, a definição de t como colocado na equação abaixo.

$$t = (\bar{x}_i - \bar{x}_j) / \sqrt{\frac{s_i^2(n_i - 1) + s_j^2(n_j - 1)}{n_i + n_j - 2} \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)} \quad (4.4)$$

Onde:

Subscritos i, j : representam respectivamente os grupos de referência dos espécimes.

\bar{x} : é o valor médio de f_σ em função do peso e do espécime considerado.

s^2 : representa a variância dos dois grupos sobre a grandeza analisada.

n : representa o número de elementos de cada grupo de referência.

Na tabela 4.7 são resumidos e calculados os parâmetros acima mencionados.

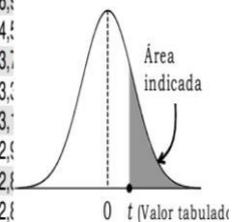
Tabela 4.7 – Cálculo t-Student

	ESPÉCIME 1	ESPÉCIME 2	
num. Valores	3	3	s.u.
$f_\sigma - 1$	16,98	19,72	N/mm
$f_\sigma - 2$	17,22	16,51	N/mm
$f_\sigma - 3$	15,08	17,70	N/mm
Média	16,43	17,98	N/mm
gdl	2	2	s.u.
Variância	1,375	2,633	N/mm
t - Student	1,341		

Fonte: O autor

Tabela 4.8 – Distribuição t-Student

gl	Área na cauda superior							
	0,25	0,10	0,05	0,025	0,01	0,005	0,0025	0,001
1	1,000	3,078	6,314	12,71	31,82	63,66	127,33	318,31
2	0,816	1,886	2,920	4,303	6,965	13,825	27,664	69,726
3	0,765	1,638	2,353	3,182	4,541	9,081	18,155	45,708
4	0,741	1,533	2,132	2,776	3,747	7,171	14,267	35,479
5	0,727	1,476	2,013	2,571	3,478	6,608	13,150	32,838
6	0,718	1,440	1,943	2,447	3,307	6,314	12,691	31,821
7	0,711	1,415	1,895	2,365	3,177	6,103	12,318	31,000
8	0,706	1,397	1,860	2,306	3,078	5,965	12,093	30,516
9	0,703	1,383	1,833	2,262	2,998	5,861	11,902	30,143
10	0,700	1,372	1,812	2,228	2,938	5,781	11,745	29,777



Fonte: HINES et al. (1990)

Encontra-se o valor de $t = 1,341$ nesse caso chamado de valor crítico. Nessa análise, admite-se um nível de confiança da medição de 95 %, ou seja, que o valor limite da probabilidade de não ser superado é igual a $p < 0.05$. Portanto, o valor crítico respectivo que se encontra na tabela de *t-Student* correspondente ao grau de liberdade (gl), 4 equivale a 2,776 (assim como circulado em azul na Tabela 4.8). Logo, o t calculado é menor que o valor crítico encontrado anteriormente. Isso significa que a diferença entre as médias dos dois grupos, respectivamente 16,43 N/mm/franja e 17,98 N/mm/franja, não depende de uma causa específica, como poderia ser o grupo do espécime. Com essa verificação, a decisão de trabalhar conjuntamente com os seis valores de f_σ é plausível. A partir desse esclarecimento, sempre segundo BORROMEI (2006), procede-se ao cálculo da margem de incerteza, com referência ao valor de f_σ determinado como média aritmética. O valor central da curva, na distribuição tipo *t-Student*, corresponde ao valor médio da sequência de medidas. A incerteza u_x associada coincide com o valor do desvio padrão da média $s_{\bar{x}}$. Com N que representa o número de medidas que, nesse caso, equivale a 6 (sendo 3 por cada grupo). x_i , \bar{x}_i são respectivamente o valor singular e médio de f_σ .

$$u_x = s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{N}} \quad (4.5)$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}_i)^2}{N - 1}} \quad (4.6)$$

A partir dessas considerações procede-se, agora, ao cálculo da margem de erro associada ao valor de f_σ determinado no capítulo da metodologia, com nível de confiança de 95 % e com um número de graus de liberdade 5, calculado como $N-1$. O valor de t diminui e é igual a 2,571 (valor circulado em vermelho na Tabela 4.8). Dessa forma, a incerteza ampliada $U(f_\sigma)$ é calculada como produto entre o desvio padrão médio u_x e o *t-Student*. Por conseguinte, a expressão final é $f_\sigma = 17,20 \pm 1,60$ N/mm/franja. Resumidamente, na Tabela 4.9, encontram-se os valores anteriormente explicados.

Tabela 4.9 – Cálculo da incerteza ampliada

	ESPÉCIME 1	ESPÉCIME 2	
num. Valores	3	3	s.u.
$f_{\sigma} - 1$	16,98	19,72	N/mm
$f_{\sigma} - 2$	17,22	16,51	N/mm
$f_{\sigma} - 3$	15,08	17,70	N/mm
N	6		
Média	17,20		N/mm
Desvio Padrão	1,52		s.u.
Desvio Padrão Médio	0,622		N/mm
t - Student	2,571		
U(f_{σ})	1,60		N/mm

Fonte: O autor

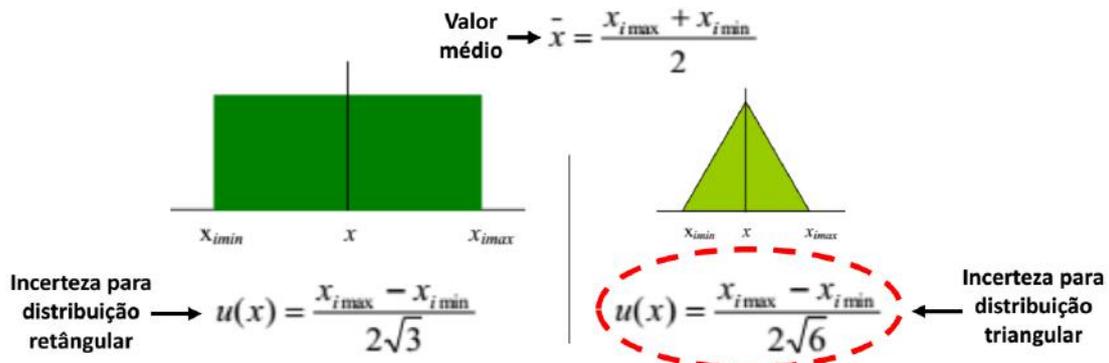
4.8.2 Tensões experimentais

Retomando a equação 4.1, entre as diversas variáveis de que depende o cálculo do valor das tensões experimentais, está definida, também, a espessura das placas fotoelásticas. Durante a fase de preparação das películas de revestimento da viga, o controle sobre as espessuras das lâminas não foi efetuado. A justificativa para a dispensa dessa etapa deve-se ao controle indireto que foi feito com as medidas de peso e volume executadas no momento da composição do revestimento. De qualquer modo, por serem mais próximos da realidade, e reconhecendo que sempre alguma imperfeição de execução pode acontecer, admite-se uma margem de erro sobre esse valor de $2,50 \text{ mm} \pm 0,25 \text{ mm}$. Outra observação que pode reforçar esse aspecto é referente à própria extensão das lâminas que pode favorecer possíveis regiões com altura não constante. Assim sendo, e verificando que na equação 4.1 h_c está incluído entre os fatores de cálculo da tensão pode-se admitir que a incerteza agora resulta combinada entre f_{σ} e h_c . A ausência de correlação entre essas duas variáveis é uma hipótese plausível, já que de um lado, f_{σ} foi definida com base nos espécimes, e do outro h_c é específico das lâminas da viga.

Outra condição a ser considerada na hora da execução do teste na viga, é a progressiva perda de carregamento aplicado pelo atuador. Percebendo esse fenômeno, os carregamentos aplicados eram sempre um pouco maiores que os valores investigados, respectivamente de 5 kN, 10 kN, 15 kN e 20 kN. Sempre com referência a BORROMEI (2006), em função dessa informação, pode-se adotar uma distribuição triangular da probabilidade, sobre o valor da força aplicada, preferida à distribuição retangular. Sendo que, como mostrado na Figura 4.14 na distribuição triangular, a probabilidade de ter o

valor médio central é maior do que ter os valores de extremidades. Diferente do caso da distribuição retangular, onde valores extremos e valor central tem mesma probabilidade de se manifestar.

Figura 4.14 – Distribuições das probabilidades



Fonte: readaptado BORROMEI (2006)

Para a região da lâmina C1, na última coluna da Tabela 4.2, foi calculado o erro relativo entre tensão teórica e experimental. Agora, pela equação 4.7 apresentada a seguir, é possível avaliar $u(\varepsilon)$, isto é, a incerteza desse erro.

$$u(\varepsilon) = |\varepsilon| \sqrt{\left(\frac{u(f_\sigma)}{f_\sigma}\right)^2 + \left(\frac{u(h)}{h}\right)^2 + \left(\frac{u(F)}{F}\right)^2} \quad (4.7)$$

Onde

F : representa a força aplicada pelo atuador.

h : representa a espessura do revestimento fotoelástico.

A incerteza $u(F)$ é calculada utilizando a fórmula colocada em destaque na Figura 4.12, no caso da distribuição triangular. Dessa maneira, a incerteza do erro $u(\varepsilon)$ é definida pela equação 4.7. Conseqüentemente, o intervalo de confiança será definido como na última coluna da Tabela 4.10

Tabela 4.10 – Cálculo do intervalo de confiança do erro

Pesos kN	Pontos	F_min kN	F_máx kN	f_{σ} N/mm	$U(f_{\sigma})$ N/mm	h mm	$U(h)$ mm	U(F) kN	ϵ %	\pm	$U(\epsilon)$ %
5,1	A	4,9	5,3	17,20	1,60	2,5	0,25	0,16	-2,28	\pm	0,64
	B								-2,04	\pm	0,57
	C								-50,90	\pm	14,28
10,2	A	10	10,4					0,16	-3,35	\pm	0,92
	B								-3,10	\pm	0,85
	C								-2,85	\pm	0,78
15,1	A	15	15,4					0,16	30,12	\pm	8,25
	B								-2,16	\pm	0,59
	C								-1,91	\pm	0,52
20,3	A	20,1	20,5					0,16	20,76	\pm	5,68
	B								-3,14	\pm	0,86
	C								-2,90	\pm	0,79

Fonte: O autor

4.9 Método alternativos para o cálculo de f_{σ}

Apresentam-se agora outros possíveis resultados da constante fotoelástica f_{σ} que podem ser encontrados em função das diversas manipulações de dados baseadas em outros critérios de análise.

4.9.1 f_{σ} calculado com referências apenas por categoria de peso

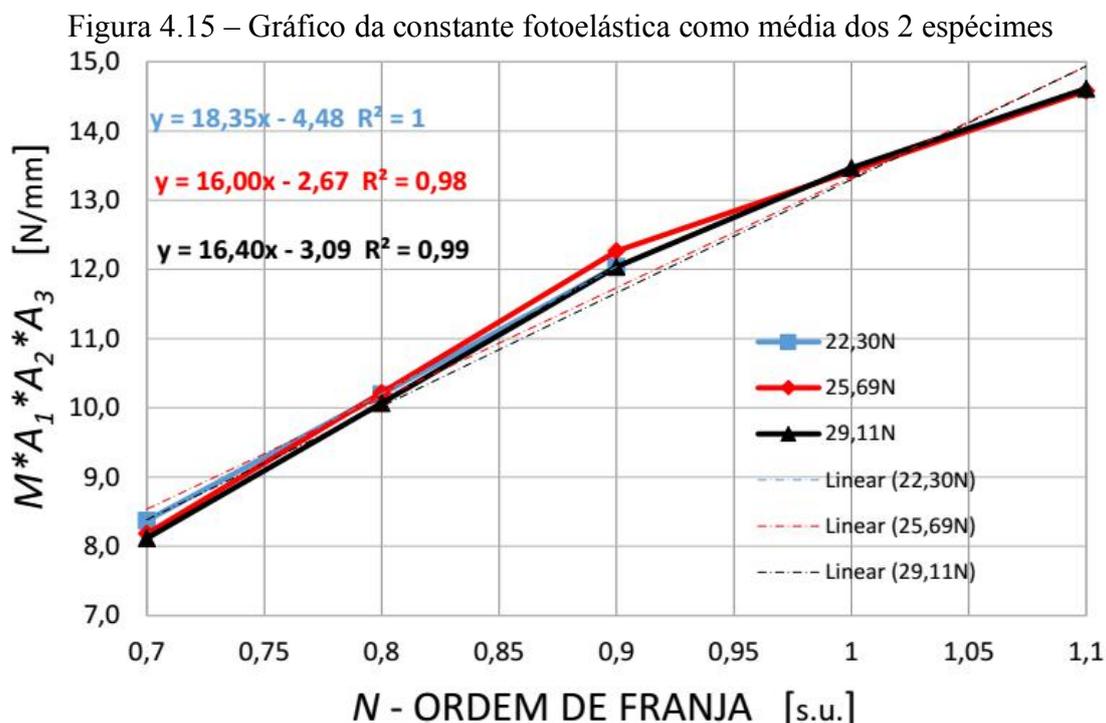
Nessa seção, retoma-se e reorganiza-se os dados já apresentados na Tabela 3.4 que são separados em dois grupos, em função dos dois espécimes, e por categoria dos pesos aplicados. A nova estruturação dos dados é feita, também, sabendo o êxito positivo do teste do *t-student* efetuado no parágrafo 4.7.1, onde, o *t* calculado resultou menor que o *t* crítico. Isso confirmou que os valores de f_{σ} médio não são influenciados pelos espécimes. Portanto, após ter tomado a média dos valores dos momentos corrigidos (isto é, o momento real multiplicado pelas três constantes geométricas e mecânicas apresentadas nas equações 3.9, 3.10 e 3.11) entre os dois espécimes, trabalha-se, com um único grupo ordenado exclusivamente por categoria de peso. De exemplo, o valor do momento corrigido 8,4 N/mm/franja, circulado em vermelho na Tabela 4.11, é obtido como média aritmética dos momentos corrigidos dos dois espécimes, quando é aplicado o peso de 22,3 N.

Tabela 4.11 – Valores da constante fotoelástica (como grupo das médias P1 e P2)

VALORES MÉDIOS DO ESPECIME 1 e 2				
PESO	FRANJA	COR	MOM_TOT	MOM*A1*A2*A3
kg	s.u.		Nmm	N/mm
2,230	0,7	Amarela	2.580,0	8,4
	0,8	Laranja	3.143,7	10,2
	0,9	Vermelho	3.713,0	12,0
2,569	0,7	Amarela	2.521,4	8,2
	0,8	Laranja	3.149,1	10,2
	0,9	Vermelho	3.781,2	12,3
	1	Roxo	4.137,4	13,4
	1,1	Azul	4.495,8	14,6
2,911	0,7	Amarela	2.490,0	8,1
	0,8	Laranja	3.086,1	10,1
	0,9	Vermelho	3.684,4	12,0
	1	Roxo	4.119,7	13,5
	1,1	Azul	4.466,8	14,6

Fonte: O autor

Os dados anteriores geram, como resultado, as curvas da constante fotoelástica mostradas no gráfico da Figura 4.15. Por meio da regressão linear, é possível determinar as equações lineares que representam as respectivas linhas de tendência, juntamente com os coeficientes de determinação R^2 de cada curva. Em seguida, o valor atualizado de $f_\sigma = 16,92$ N/mm/franja é obtido como média aritmética dos três coeficientes angulares das equações citadas anteriormente. Verifica-se, portanto, que o novo f_σ é menor que aquele calculado no capítulo da metodologia, igual a 17,20 N/mm/franja.

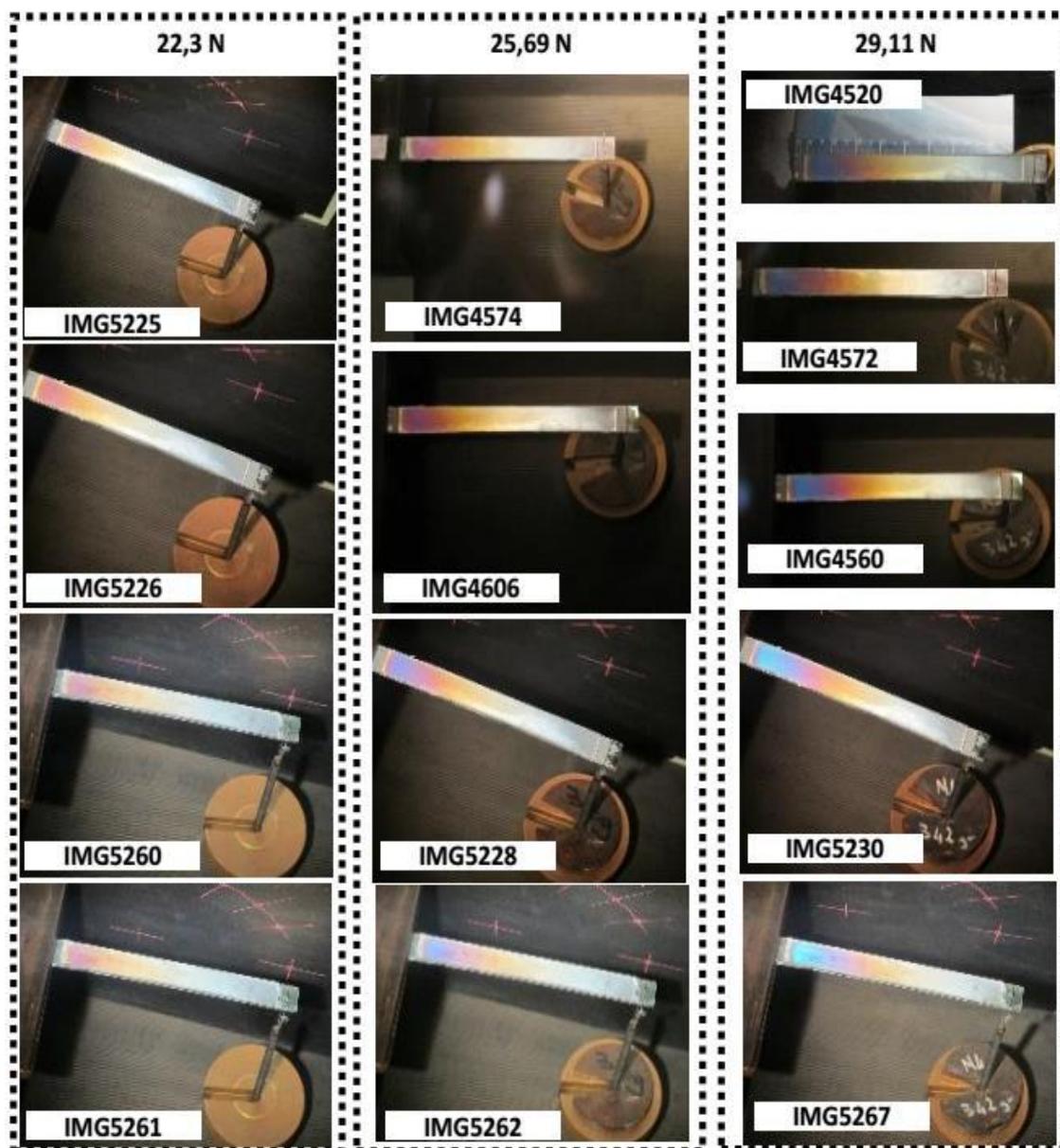


Fonte: O autor

4.9.2 f_{σ} calculado sem depuração de dados, apenas por imagens e pesos

Nessa análise amplia-se o número de imagens utilizadas para o cálculo da constante fotoelástica. Especificamente, utilizam-se 13 imagens classificadas por peso, mas sem distinção do tipo de espécime de referência (veja-se Figura 4.16). Desse modo, são gerados os três gráficos apresentados na Figura 4.17, onde, por cada categoria de peso, é traçada e desenhada a reta que representa a inclinação do valor da constante fotoelástica.

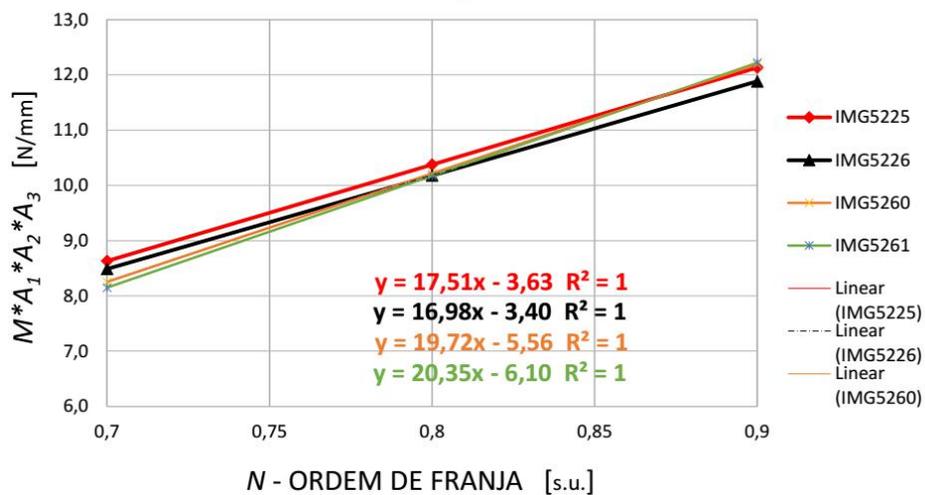
Figura 4.16 – Imagens processadas



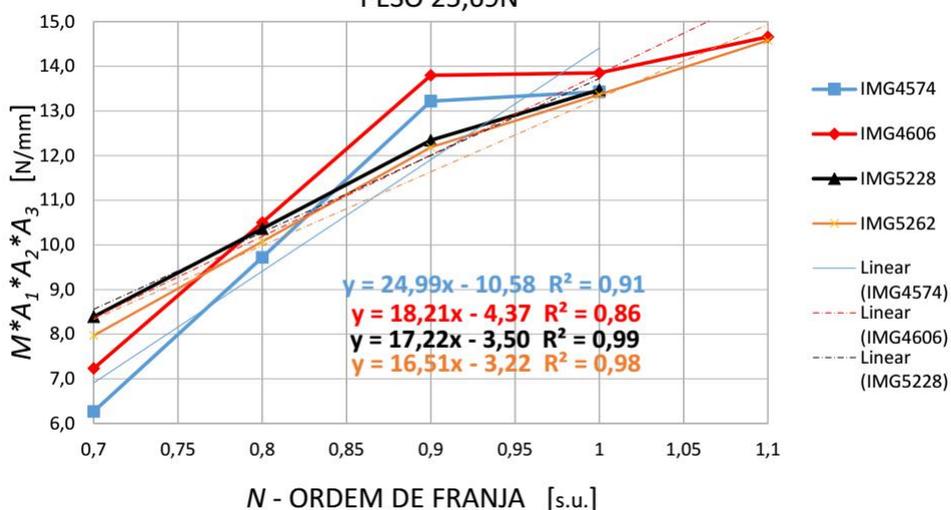
Fonte: O autor

A seguir, na Figura 4.17, são apresentados os três gráficos das constante fotoelásticas

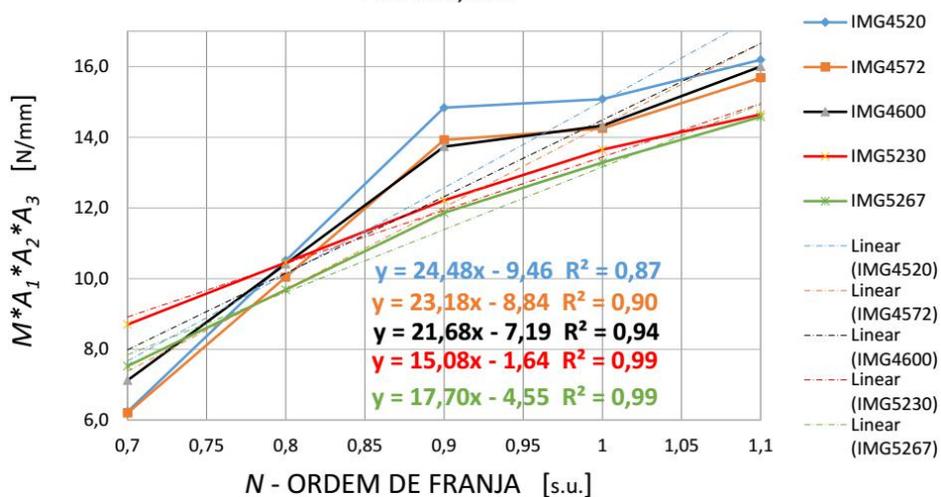
Figura 4.17 – Gráficos da constante fotoelástica (classificados por peso)
 PESO 22,3N



PESO 25,69N



PESO 29,11N



Fonte: O autor

No critério empregado, para o cálculo de f_{σ} , foram consideradas apenas os valores dos coeficientes angulares, cujas retas das linhas de tendência têm coeficiente de determinação R^2 maior de 0,90. Portanto, com base nessas condições, três imagens são desprezadas, respectivamente a 4606, a 4520 e a 4572. Respeitando essa condição obtém-se $f_{\sigma}=18,77$ N/mm/franja. O resultado corresponde a média aritmética dos dez valores declarados: (17,51); (16,98); (19,72); (20,35); (24,99); (17,22); (16,51); (21,68); (15,08); (17,7).

Caso as três imagens não fossem descartadas, f_{σ} aumentaria para 19,50 N/mm/franja.

A seguir na Tabela 4.12, são reportados os valores das tabelas utilizadas para os três carregamentos. Em cada tabela as 5 colunas, referem-se, respectivamente, ao número da imagem, à ordem da franja com respectiva cor, ao momento atuante e ao valor do momento corrigido.

Tabela 4.12 – Dados referentes as 13 imagens analisadas

PESO 22,30N					PESO 25,69N					PESO 29,11N				
IMG	s.u.		Nmm	N/mm	IMG	s.u.		Nmm	N/mm	IMG	s.u.		Nmm	N/mm
5225	0,7	Amarela	2.657,2	8,6	4574	0,7	Amarela	1.930,4	6,3	4520	0,7	Amarela	1.919,8	6,2
5225	0,8	Laranja	3.194,7	10,4	4574	0,8	Laranja	2.993,3	9,7	4520	0,8	Laranja	3.236,6	10,5
5225	0,9	Vermelho	3.735,4	12,1	4574	0,9	Vermelho	4.070,4	13,2	4520	0,9	Vermelho	4.567,6	14,8
5226	0,7	Amarela	2.616,3	8,5	4574	1	Roxo	4.136,2	13,4	4520	1	Roxo	4.642,6	15,1
5226	0,8	Laranja	3.138,2	10,2	4606	0,7	Amarela	2.227,4	7,2	4520	1,1	Azul	4.985,1	16,2
5226	0,9	Vermelho	3.665,0	11,9	4606	0,8	Laranja	3.233,9	10,5	4572	0,7	Amarela	1.907,8	6,2
5260	0,7	Amarela	2.543,7	8,3	4606	0,9	Vermelho	4.249,3	13,8	4572	0,8	Laranja	3.092,5	10,0
5260	0,8	Laranja	3.149,3	10,2	4606	1	Roxo	4.265,4	13,9	4572	0,9	Vermelho	4.286,7	13,9
5260	0,9	Vermelho	3.761,1	12,2	4606	1,1	Azul	4.514,6	14,7	4572	1	Roxo	4.386,6	14,2
5261	0,7	Amarela	2.508,3	8,1	5228	0,7	Amarela	2.586,2	8,4	4572	1,1	Azul	4.828,9	15,7
5261	0,8	Laranja	3.131,9	10,2	5228	0,8	Laranja	3.193,3	10,4	4600	0,7	Amarela	2.192,3	7,1
5261	0,9	Vermelho	3.761,6	12,2	5228	0,9	Vermelho	3.805,4	12,3	4600	0,8	Laranja	3.206,8	10,4
					5228	1	Roxo	4.153,8	13,5	4600	0,9	Vermelho	4.228,4	13,7
					5262	0,7	Amarela	2.456,7	8,0	4600	1	Roxo	4.410,8	14,3
					5262	0,8	Laranja	3.104,9	10,1	4600	1,1	Azul	4.927,1	16,0
					5262	0,9	Vermelho	3.757,0	12,2	5230	0,7	Amarela	2.681,5	8,7
					5262	1	Roxo	4.121,0	13,4	5230	0,8	Laranja	3.221,6	10,5
					5262	1,1	Azul	4.495,8	14,6	5230	0,9	Vermelho	3.763,9	12,2
										5230	1	Roxo	4.206,5	13,6
										5230	1,1	Azul	4.514,9	14,6
										5267	0,7	Amarela	2.298,5	7,5
										5267	0,8	Laranja	2.950,6	9,7
										5267	0,9	Vermelho	3.605,0	11,9
										5267	1	Roxo	4.032,9	13,3
										5267	1,1	Azul	4.418,6	14,6

Fonte: O autor

4.9.3 f_{σ} calculado sem depuração de dados e classificado apenas por pesos

Nesse caso, continuando a analisar as mesmas 13 imagens precedentes, muda-se, porém, o método para o cálculo da constante fotoelástica. Consideram-se os valores médios obtidos por categoria de peso e por ordem de franja. Como exemplo, para entender o

cálculo, nota-se que o valor de 7,5 circulado na Tabela 4.13 é obtido como média geométrica dos 4 valores de momentos corrigidos que são ressaltados na Tabela 4.12, e assim, dessa forma são calculados os outros momentos corrigidos da Tabela 4.13. Portanto, após ter descartado as 3 imagens anteriores, encontra-se o valor de franja, $f_{\sigma} = 18,07$ N/mm/franja. Caso as 3 imagens fossem consideradas, o valor seria $f_{\sigma} = 18,83$ N/mm/franja.

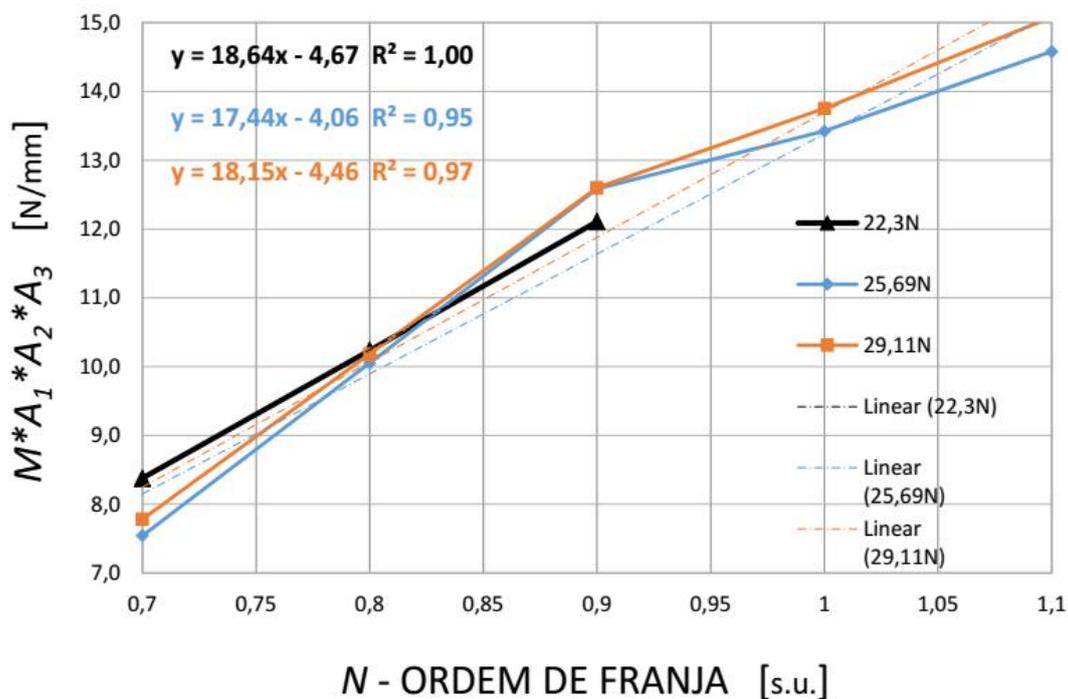
Tabela 4.13 – Dados referentes as médias dos três pesos

VALORES MÉDIOS DOS PESOS DESCARTANDO AS 3 IMAGENS				VALORES MÉDIOS DOS PESOS INCLUINDO TODAS AS IMAGENS			
PESO	FRANJA	COR	MOM*A1*A2*A3	PESO	FRANJA	COR	MOM*A1*A2*A3
kg	s.u.		N/mm	kg	s.u.		N/mm
2,230	0,7	Amarela	8,4	2,230	0,7	Amarela	8,4
	0,8	Laranja	10,2		0,8	Laranja	10,1
	0,9	Vermelho	12,1		0,9	Vermelho	12,2
2,569	0,7	Amarela	7,5	2,569	0,7	Amarela	7,5
	0,8	Laranja	10,1		0,8	Laranja	10,2
	0,9	Vermelho	12,6		0,9	Vermelho	12,9
	1	Roxo	13,4		1	Roxo	13,5
	1,1	Azul	14,6		1,1	Azul	14,6
2,911	0,7	Amarela	7,8	2,911	0,7	Amarela	7,2
	0,8	Laranja	10,2		0,8	Laranja	10,2
	0,9	Vermelho	12,6		0,9	Vermelho	13,3
	1	Roxo	13,8		1	Roxo	14,1
	1,1	Azul	15,1		1,1	Azul	15,4

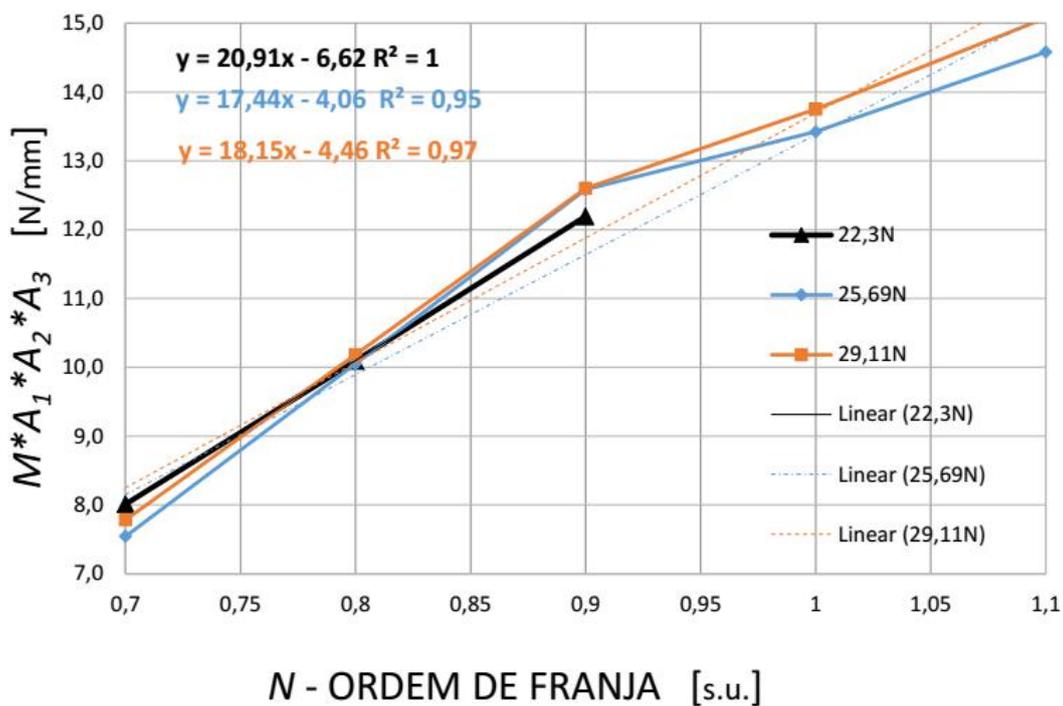
Fonte: O autor

Na Figura 4.18, apresenta-se os gráficos gerados com base nos dados da Tabela 4.13, mostrando o caso descartando as três imagens e o caso onde são incluídas todas as imagens

Figura 4.18 – Gráficos da constante fotoelástica (como média dos três pesos)
(sem as 3 imagens)



(com todas as imagens)



Fonte: O autor

4.10 Cálculo dos erros em função dos diversos valores de f_{σ}

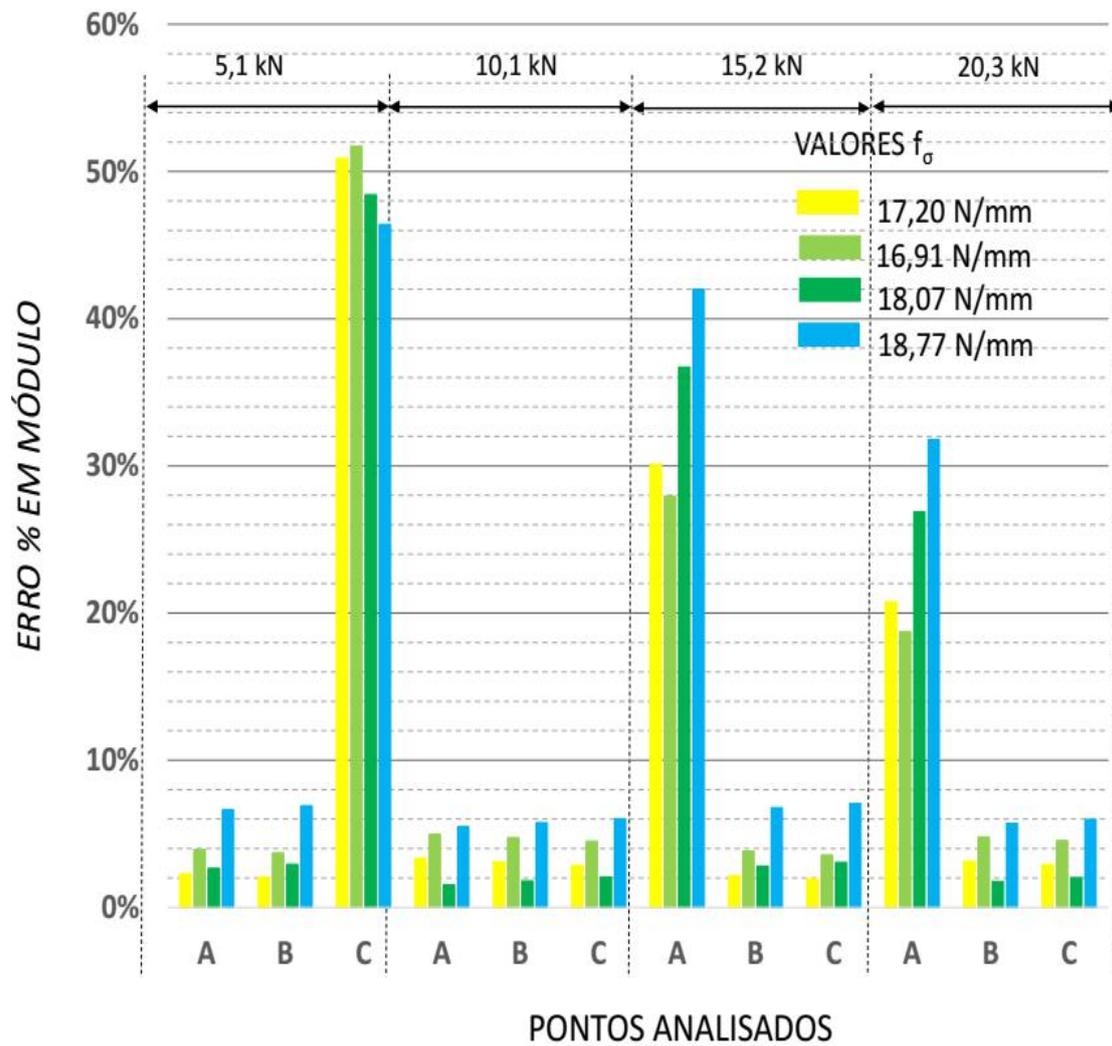
Entre outros tipos de análise, pode-se avaliar o quanto varia o erro relativo entre o valor teórico e experimental, em função do valor da constante fotoelástica assim como mostrado na Tabela 4.14

Tabela 4.14 – Comparação dos erros em função de f_{σ}

Valores de referência			f_{σ} em N/mm							
			17,2		16,91		18,07		18,77	
σ Teórica	Força F	Pontos	σ Experimental	Erro = $\sigma_{exp}/\sigma_{teo} - 1$	σ Experimental	Erro = $\sigma_{exp}/\sigma_{teo} - 1$	σ Experimental	Erro = $\sigma_{exp}/\sigma_{teo} - 1$	σ Experimental	Erro = $\sigma_{exp}/\sigma_{teo} - 1$
MPa	kN		MPa	%	MPa	%	MPa	%	MPa	%
25,1	5,1	A	24,5	-2,28%	24,1	-3,93%	25,8	2,66%	26,8	6,63%
25,1		B	24,5	-2,04%	24,1	-3,69%	25,8	2,92%	26,8	6,90%
25,0		C	12,3	-50,90%	12,1	-51,72%	12,9	-48,41%	13,4	-46,41%
50,8	10,2	A	49,1	-3,35%	48,3	-4,98%	51,6	1,54%	53,6	5,48%
50,7		B	49,1	-3,10%	48,3	-4,73%	51,6	1,80%	53,6	5,74%
50,5		C	49,1	-2,85%	48,3	-4,49%	51,6	2,06%	53,6	6,01%
75,5	15,1	A	98,2	30,12%	96,5	27,93%	103,1	36,70%	107,1	42,00%
75,3		B	73,6	-2,16%	72,4	-3,81%	77,4	2,79%	80,4	6,77%
75,1		C	73,6	-1,91%	72,4	-3,57%	77,4	3,05%	80,4	7,04%
101,6	20,3	A	122,7	20,76%	120,7	18,73%	128,9	26,87%	133,9	31,78%
101,4		B	98,2	-3,14%	96,5	-4,78%	103,1	1,75%	107,1	5,70%
101,1		C	98,2	-2,90%	96,5	-4,53%	103,1	2,01%	107,1	5,97%

Fonte: O autor

A fim de ter um instrumento mais eficaz para fazer uma análise geral sobre os erros encontrados na tabela anterior, decidiu-se construir um histograma da porcentagem dos erros tomados com os valores absolutos. Assim, como ilustrado através do histograma da Figura 4.19, observa-se que os maiores erros são localizados nos pontos de extremidade A e C. Respectivamente, o primeiro ponto é o mais próximo do engaste e o segundo ponto é o mais afastado. Ao mesmo tempo, vale a pena realçar que a intensidade do carregamento também influencia a magnitude do erro. No caso, de 5,1 kN coincide com o menor peso aplicado durante o ensaio. Assim como mostra a Figura 4.3, para o correspondente carregamento, a distinção de cor entre laranja e vermelha é muito mais complicada. Por outro lado, quando os carregamentos se tornam mais intensos, já entre 15,1 kN e 20,3 kN, a dificuldade na interpretação da cor acontece na região próxima do engaste, onde já, precedentemente, citou-se o efeito de Saint-Venant, fenômeno diretamente associado à concentração de esforço, em decorrência da adjacência ao engaste.

Figura 4.19 – Histograma dos erros em função de f_{σ} 

Fonte: O autor

Retirando esses dois pontos, nota-se como o erro em função do valor da constante fotoelástica é sempre inferior a 10 % e mais precisamente, fica em torno de 6 %.

5 CONCLUSÃO

No presente trabalho foi feito um estudo de análise de tensões sobre uma junção metálica viga-coluna mista, ou seja, onde parafusos e solda estão presentes. O objetivo principal dessa pesquisa foi estudar essa conexão metálica por meio da fotoelasticidade de reflexão e avaliar a aplicabilidade dessa técnica com esse tipo de elementos estruturais.

A investigação da conexão metálica, realizada com a técnica fotoelástica, permitiu um enriquecimento no entendimento do comportamento estrutural da ligação. A distribuição das franjas isocromáticas nas regiões da mesa superior da viga mostraram como acontece a propagação dos esforços interno a estrutura. O estudo revelou também que a região onde tem maior concentração de esforço na mesa superior é a zona central próxima ao engaste e no redor da solda onde manifesta-se o efeito Saint-Venant. Além disso, evidenciou que a simetria dos esforços, idealizada pela solução teórica, não é confirmada no resultado experimental.

Quanto a viabilidade do método da análise fotoelástica, através desse estudo, foi possível contabilizar um numero de franjas respectivamente de 1,5 ordem de franja para a mesa superior e de 2 ordens de franja para a chapa de extremidade. Referente aos resultados experimentais, calculados para a mesa superior da viga, e desconsiderando as regiões com predominância do efeito Saint-Venant e onde a leitura da ordem de franja é dificultosa, os valores obtidos são satisfatórios e compatíveis com os resultados numéricos e teóricos, mostrando uma discrepância em termos percentuais inferior a 9,4%. Na região da chapa de extremidade, porém, o resultado experimental resultou mediantemente o triplo daquele numérico. Isso, provavelmente, deve-se ao nível de complexidade das informações a serem avaliadas e introduzidas na análise numérica, de exemplo: o processo de soldagem, a introdução de elementos de contato, a pré-tensão dos parafusos etc.

O uso do programa escrito em Matlab, baseado no método de sequenciamento automático para a definição do posicionamento das cores no reconhecimento das franjas isocromáticas, possibilitou a determinação do valor de franja. A explicação da lógica da rotina em Matlab e o tipo de modelo mecânico utilizado serviram também de caso didático.

Foram definidos o grau de confiabilidade desejado para determinar a margem de erro dos valores da constante fotoelástica, assim como o cálculo das tensões experimentais. Nesse sentido foi determinante identificar a variabilidade dos parâmetros e distinguir os métodos utilizados para o cálculo do valor de franja.

6 SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

- Aprimorar a calibração para a determinação da constante fotoelástica usando algum método clássico como extensometria ou a partir da medição das deflexões.
- Introduzir na modelagem computacional os elementos de contato entre as diversas componentes da ligação, tornando a análise numérica não linear
- Identificar e investigar as causas que provocam a falta de simetria na distribuição das franjas isocromáticas na mesa superior da viga, tais como o efeito do torque na ligação, devido a excentricidade do carregamento.
- Desenvolver um programa *open source*, isto é de código aberto, para o entendimento da Fotoelasticidade Digital que forneça a 'separação' das tensões, ou seja, a determinação das componentes de tensão (σ_x , σ_y e τ_{xy}).

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AISC 360-05. **Specification for Structural Steel Buildings**. An American National Standard . American Institute of Steel Construction. 2005.

AJOVALIST, A. **Analisi sperimentale delle tensioni con la fotomecânica, Fotoelasticità**. Segunda edizione. Aracne editrice, p.9, Aprile, 2009.

ANSYS, **Mechanical APDL Element Reference**, Release 15.0, November 2013.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 8800: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios**. Rio de Janeiro: ABNT, 2008.

BAEK, T.H.; KIM, M.S.; HONG, D.P.; **Image Processing Techniques for Fringe Analysis in Photoelasticity**, Advanced Science and Technology Letters Vol.37 (Signal Processing 2013), pp.5-8. Disponível em : <<http://dx.doi.org/10.14257/astl.2013.37.02>> Acesso em: 11/11/2014.

BEDZÍNSKY, R.; TYNDYK M. **Experimental methods of stress and strain analysis in orthopaedics biomechanics**, In: Acta of Bioengineering and Biomechanics, Vol. 2, N° 2, 2000, p 8. Disponível em: < <http://www.actabio.pwr.wroc.pl/Vol2No2/1.pdf>> Acesso em: 4 outubro 2014.

BICALHO, V. M.F.; **Ánalyse da distribuição das tensões, utilizando a metodologia de fotoelasticidade de reflexão, em uma carroceria de automóvel**. Dissertação (Mestrado). Departamento de Engenharia Mecânica. Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Pg. 36. Belo Horizonte, 2003.

BORROMEI, R.; **Quantificazione dell'incertezza nelle misure chimico-fisiche** (Apostila), Dipartimento di Chimica, Università degli Studi di Parma, 2006, p.1-20. Disponível em: <<http://www.chim.unipr.it/crocoite/incertezza2010.pdf>> Acesso em: 15 junho 2016.

BOTEAN, A.I.; SIMION, M. **Study of state of stresses using photoelasticity in case of an industrial robot scara**. IIMEKO TC15 - Experimental Mechanics - Proceedings of the 11th Youth Symposium on Experimental Solid Mechanics Brasov, Romania, May 30-June 2, 2012.

CARBONI, M. **Fotoelasticità per Riflessione**, Meccanica Sperimentale e Controlli non distruttivi, Dipartimento de Meccanica, Politecnico di Milano, 2012 (Apostila).

CASTRO, R.A; **Modelagem Computacional de Ligações Semi-Rígidas e sua Influência na Resposta Dinâmica Não-Linear de Pórticos de Aço**. Dissertação (Mestrado). Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Centro de Tecnologia e Ciência, Faculdade de Engenharia Civil. Rio de Janeiro, 2006.

CIRIOTTI, M. E. **Cristallo e cristallografia: origine dei termini ed esposizioni correlate – parte terza**. MICRO (curiosità). Periodico dell'AMI, Associazione Micro-

mineralogica Italiana. p.23-30, 2005.

CHANDRASHEKHARA, K.; ANTONY, s .J. **Theoretical and experimental investigation of framed structure-layer soil interaction problems.** Computers & Structures Vol. 48. No 2, p.263-271, Great Britain, 1993.

COIMBRA, M. **Capítulo II – Imagem Digital Proc. Sinal e Imagem**, Mestrado em Informática Médica, Faculdade de Ciências. Universidade Porto, 2011.

CONCEIÇÃO, J.L.; **Ligação mista viga-pilar resistente ao momento.** Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais. Pg. 2. Belo Horizonte, 2011

COOK, R.D.; MALKUS, D.S.; PLESHA, M.E.; WITT, R.J.; **Concepts & Applications of Finite Element Analysis.** IV edition – University of Wisconsin – Madison. Ed. John Wiley and sons, p.1-15, 2001.

CROSTI, C. – **Conessioni in acciaio** – Corso di costruzioni metalliche – ‘Sapienza’ Università de Roma – 2012. p.11-15. Disponível em <http://pt.slideshare.net/franco_bontempi_org_didattica> Acesso em: 03/06/2015.

CRUZ, J. R. B. **Avaliação de componentes estruturais na engenharia: importância e aspecto multidisciplinar**, Unifor Notícias, N.215, Fevereiro de 2012, Disponível em: <http://uniformicias.unifor.br/index.php?option=com_content&view=article&id=315&Itemid=31> Acesso em: 13/01/2016.

CZAJA, J.; BERNACZEK, J.; ŚLIWA, R. **Determination of stress values based on calculation of photelastic constants on the example of the sub-frame connection with the hull in a small training aircraft.** Archives of metallurgy and materials, Volume 58, 2013 Issue 3 DOI: 10.2478/amm-2013-0062.

DOYLE, J. F.; PHILLIPS, J.W. **Manual on Experimental Stress Analysis Fifth Edition Society for Experimental Mechanics.** p.23, 1989.

EUROCODE 3. **Design of steel structures – Part 1-1: Design of joints.** European Committee for Standardisation. Brussels, 2003.

FAKHOURI, S. F.; SIQUEIRA, D.P.P.; ARAUJO, C.A.; DEFINO, H.L.A.; SHIMANO, A.C.; **Análise fotoelástica de parafuso de sistema de fixação vertebral**, Acta Ortopédica Brasileira, 2009, vol.17, n.4, pp.207-210. ISSN 1413-7852. Disponível em <<http://dx.doi.org/10.1590/S1413-78522009000400002>> Acesso em 13/01/2016.

FARIA, D.; **Análise e Processamento de Imagem.** Trabalho realizado no âmbito do Mestrado Integrado em Engenharia Biomédica Disciplina de Trabalhos Práticos Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, p.22-29. Junho, 2010.

FOUST, B.E.; LESNIAK, J.R.; ROWLANDS, R.E.; **Stress analysis of a pinned wood joint by grey-field photoelasticity**, Part B 61, Science Direct, Elsevier, p. 291–299, 2014.

FREDDI, A.; OLMI. G.; CRISTOFOLINI, L. **Experimental Stress Analysis for**

Materials and Structures, Stress analysis models for developing design methodologies, Ed. Springer p.218, 2015.

FREIRE, J. L. F. **Fotoelasticidade** (Apostila), Departamento de Engenharia Mecânica, PUC-Rio. Disponível em: <<http://edaet.usuarios.rdc.puc-rio.br/AET8-Fotoelasticidade.pdf>> Acesso em 11/11/2014.

FREIRE, J. L. F., LAVRADOR M.B., SOARES A.C.C.; **Medição automática de franjas isocromáticas usando a fotoelasticidade RGB**, XV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, 22-26 Novembro 1999, Águas de Lindóia, São Paulo

GOMES, A; **Módulo Teórico, Cap.2, Cor e Imagem** - Engenharia Informática - Universidade da Beira Interior Departamento de Informática. Disponível em: <<http://www.di.ubi.pt/~agomes/cg/teoricas/02-cor.pdf>> Acesso em: 01/11/2015.

HINES, W.H; MONTGOMERY, al. **Probability and Statistics in Engineering and Management Science**. New York, Wiley, p.10-17, 1990.

HUNTSMANN, **Araldite Casting System**, *Edition Replaces Edition*, September 2003.

IGLESIAS, J.C.A. **Uma metodologia para caracterização de sintér de minério de ferro: microscopia digital e análise de imagens**. Dissertação (Mestrado), PUC – p. 22-34. Rio de Janeiro, 2008.

JUNIOR, A.C.F.; ROCHA, E.P.; ASSUNÇÃO, W.G.; SANTOS, P.H.; **Bioengenharia aplicada à Odontologia: método dos elementos finitos versus fotoelasticidade** – Revista Implantnews 4, p. 483-377-82, 2007.

KAKODKAR, A.; MEHRA, V.K.; KUSHWAHA, H.S. **Photo-elastic model studies for Mapp-1 Reactor Building**, Government of India atomic energy commission, Bhabha Atomic Research Centre (B.A.R.C), India, Bombay, p.12, 1973. Disponível em: <http://www.iaea.org/inis/collection/NCLCollectionStore/_Public/05/153/5153313.pdf> Acesso em: 05/04/2016.

KASAR, A.M; KSHIRSAGAR, S.V. **Analysis of Carbon Fiber Reinforced Composite Laminate under Different Cutouts Using FEM and Reflection Polariscope**, International Engineering Research Journal (IERJ) Special Issue 2 p. 1938-1942, ISSN 2395-1621, 2015.

KRISTJÁNSSON, L. **Iceland spar and its influence on the development of science and technology in the period 1780-1930**. Science Institute Report 20-2010, p. 1-6. Disponível em: <<https://notendur.hi.is/leo/pdf/Photoel2014.pdf>> Acesso em: 11/11/2014.

KUSKE, A. **Separation of principal stresses by means of an improved difference shear-method**, Second SESA International congress on Experimental Mechanics, Washington D.C., p.45-46, 1966.

LIMA, L.R.O; FREIRE, J.L; VELLASCO, P.C.G.; ANDRADE, S.A.L.; SILVA, J.G.S; **Structural assessment of minor axis steel joints using photoelasticity and finite elements**. Journal of Constructional Steel Research 65, p. 466–478, 2009.

MARQUES FILHO, O.; VIEIRA NETO, H. **Processamento Digital de Imagens**, Rio de Janeiro: Brasport, 1999. ISBN 8574520098

MARTINS, V.A **Análise fotoelástica da união dente-implante com plataforma switching, sistema de retenção tipo cone morse e roscas quadradas**, Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Odontologia - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2013

MATLAB, **primer** R2016b, Mathworks, 2015 Disponível em: https://www.mathworks.com/help/pdf_doc/matlab/getstart.pdf>. Acesso em: 11/11/2014.

MCLEVER,R **Structural-test Applications Utilizing Large Continuous Photoelastic Coatings**, February, 1965

NETO, P.S.; HENRIQUES, D. A., **Alívio de tensões em placas com furos circulares, submetidas à tração. Parte 1: técnica experimental fotoelástica**, 8º Congresso Iberoamericano de Engenharia mecânica, (CIBIM 8), Cusco, Peru, 2007.

NTC08 – **Norme Tecniche per le costruzioni** - 2008

NUNES, T.C; **Análise de ligações metálicas soldadas entre pilar de seção RHS e viga de seção I**. Dissertação (Mestrado) – Departamento de Engenharia Civil da Escola de Minas – Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto, MG. 2012.

NUNES, P.C.D.L.; **Análise paramétrica de ligações com placa de extremidade em estruturas de aço submetidas a momento fletor e força axial**. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, RJ. p.67, 2006.

OLIVEIRA, K.M. C. **Análise fotoelástica da tensão de contração ocorrida na polimerização de compósitos resinosos**. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Odontologia de Piracicaba – Universidade Estadual de Campinas, Piracicaba – SP, p.85 2009.

PATTERSON, E. A.; **Digital Photoelasticity: Principles, Practice and Potential**, Measurements Lecture, Blackwell Science Ltd j Strain (2002) 38, p. 27–39, 2002.

PAULA MARTINS, G., **Fotoelasticidade Primeiros Passos**, Publicação CDTN-944/2005, Setembro 2005.

PEDROTTI, L.S; **Basic Geometrical Optics**, Fundamentals of Photonics, CORD, Waco, p. 73-83. Texas, 2003a, Disponível em: <http://spie.org/Documents/Publications/00%20STEP%20Module%2003.pdf>> Acesso em:11/11/2014.

PEDROTTI, L.S; **Basic Physical Optics**, Fundamentals of Photonics, CORD, Waco, p. 73-83. Texas, 2003b, Disponível em: <http://spie.org/Documents/Publications/00%20STEP%20Module%2004.pdf>> Acesso em:11/11/2014.

PEREZ, M. A. J. **Análise fotoelástica da distribuição de tensões em implantes osseointegráveis com diferentes desenhos**. 2009. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Odontologia de Piracicaba – Universidade Estadual de Campinas, Piracicaba – SP, p.42,67; 2009.

PEROSA, E. A. **Desenvolvimento de um programa computacional visando o aprimoramento do uso da técnica da fotoelasticidade**. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, p.40-48, 2013.

PHILLIPS, J. W. **Experimental Stress Analysis**, University of Illinois of Urbana-Champaign, p.6-32,1998.

PINHO & COUTO, **Equalização e modificação de histogramas**, Televisão Digital, Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, 2005 (Trabalho)

QUINAN, M.A.D. **Uma metodologia para determinação do fator de intensidade de tensões causado por tensões térmicas utilizando a fotoelasticidade**. Tese (Doutorado) IPEN – Instituto de pesquisas energéticas e nucleares – São Paulo, p.34, 2005.

RABEARISON, N; JOCHUM, CH; GRANDIDIER, J.C., **A cure kinetics, diffusion controlled and temperature dependent, identification of the Araldite LY556 epoxy**, J.C. J Mater Sci (2011) 46: 787. doi:10.1007/s10853-010-4815-7

RASTOGI P.K; **Photomechanics. 77 Topics in applied physics**. Edition Springer. Heidelberg, Germany. p.1, 2003.

REDDY, P. V. & MURPHY N. S. **Some observations on cold casting of Araldite sheets for photoelastic analysis** J. Indian Inst. Sci., 1987, J. Indian Institute of Science, p.115-117, Mar.-Apr. 1987.

RODRIGUES, M. C. **Modelagem numérica de ligações viga-coluna em aço sob momento fletor e força normal**. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, p.178, 2009.

SANTOS, D. d. P.; MACHADO, I. G., **CT-26 Análise por fotoelasticidade de descontinuidades em juntas soldadas**, XXXIII CONSOLDA – Congresso Nacional de Soldagem. Caxias do Sul, RS. Agosto, 2007.

SCHIAVON, J. A. **Aplicação da técnica da fotoelasticidade na análise de fundações por estacas helicoidais** Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos SP, p.165, 2010.

SHAMES, I.H.; DYM C.I. **Energy and Finite Element methods in structural mechanics**, New Age International(P)Limited, Publishers, New Delhi, India, p.48, 2006.

SOLAGUREN, M. B. F.; **Data acquisition techniques in photoelasticity**. Experimental Techniques, doi: 10.1111/j.1747-1567.2010.00669.x, Society for Experimental Mechanics. p. 71, November/December 2011.

SPINELLI, H. A.; **Aplicação da fotoelasticidade na análise estrutural de uma junta rebitada de uso aeronáutico**, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá - UNESP, 2003.

SPOTS, **Good Practice Guide to Reflection Photoelasticity**, Draft SPOTS Standard Part III (5), Calibration and assessment of optical strain measurements, p.13, December 2005.

STARCZEWSKI, J.A; **Photoelastic experiments in the presentation of structural behavior**, JAE, Vol. 37, No. 2 (Winter, 1983), pp. 15-17. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/1424741>> Acesso em: 21/10/2014.

SUAIDE, A.; TABACNIKS, M.; **Física Experimental IV – Birrefringência Atividade Ótica**, 2008.

VAN RIESEN, P. E.; SPIERING, R. M. E. J., **Investigation of Stress-concentration Factors in Tensile Strips**. A photoelastic and numerical investigation has been carried out for different ratios of hole diameter to width of tensile strips. Experimental mechanics, p.72. March, 1975.

VASCONCELLOS, A. L. **Ligações em estruturas metálicas - Vol. I, Manual de Construção em Aço**, Instituto Aço Brasil e Centro Brasileiro da Construção em Aço, 4ª Ed., pag. 32-38, 2011.

VIEIRA JR, A. B. **Análise experimental (Fotoelasticidade)** – Departamento de Construções e Estruturas – Escola Politécnica da UFBA – Salvador, 2014.

WANG, W.C.; **Photoelasticity**. Department of Mechanical Engineering. University of Washington, 1990. Disponível em: <<http://depts.washington.edu/mictech/optics/me557/photoelasticity.pdf>> Acesso em: 11/11/2014.

YOUNIS, N.; **Experimental Strain Investigation of Bolt Torque Effect in Mechanically Fastened Joints**. Department of Engineering, Indiana University-Purdue University, Fort Wayne, USA Engineering, 2012, 4, p. 359-367 Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.4236/eng.2012.47047>> Acesso em: 10/02/2016.

YOUNIS, N.; **Stress Analysis Experiments For Mechanical Engineering Students**. Paper presented at 2003 Annual Conference, Nashville, Tennessee. Disponível em: <<https://peer.asee.org/12411>> Acesso em: 10/02/2016.

APÊNDICE – Dimensionamento da ligação metálica

Dimensionamento dos vários componentes da ligação metálica com base na NBR 8800

VIGA				VIGA	
nome IPE200				Mp	51,841 kNm
Coef.de Majoração 1 1				1,5My	68,4908 kNm
Força Atuador Real 20,3 kN				Mr – FLM	31,9624 kNm
Força Atuador Majorada 20,3 kN				FLA	=Mp kNm
Comprimento Viga – L 100 cm				λb	28,3929
M 2030 kNcm				λp	109,69
V 20,3 kN				λr	166,286
Tração/Compr nas Mesas 106 kN				FLM	=Mp kNm
Altura da viga - h 200 mm				λb	5,88235
hw 159 mm				λp	11,0857
Largura da viga - b 100 mm				λr	24,2136
Espessura da alma - tw 5,6 mm				FLT	=Mp kNm
Espessura da mesa - tf 8,5 mm				λbp	424,105 cm
Raio de giração - ry 8,26 cm				Verificação da Flambagem Local para Mesa Inferior ->Qs	
Inércia - I 1943 cm4				b/2t <= 0,56*(E/fy)^0,5	b/2t
Módulo de resistência - W 194,3 cm3				b/2t	5,88235 5,88235294
Módulo plástico 220,6 cm3				0,56*(E/fy)^0,5	16,3369 OK
Área da seção - A 28,48 cm2				Verificação da Mesa Superior a Tração Tração	
Tensão de escoamento - fy 235 Mpa				A mesa sup	8,5 cm2 106,005222
Tensão de ruptura - fu 360 Mpa				Nt,Rd	199,75 kN OK
Módulo de Young - E 200000 Mpa				Verificação da Alma ao Cisalhamento Local	
				h alma	183 mm Força Atuador
				Aw	10,248 cm2 20,3
				V,Rd	144,497 kN OK

PARAFUSO				PARAFUSO	
nome M16 – 8.8				Verificação da Tração no Parafuso mais solicitado	
diâmetro 1,6 cm				sigma do parafuso	130,795 Mpa T_paraf1,d
Área 2,0096 cm2				T_paraf1,d	26,2846 kN 26,2846262
Tensão de escoamento - fy 640 Mpa				T_paraf1,Rd	120,576 kN OK
Tensão de ruptura - fu 800 Mpa				Verificação do Cortante no Parafuso mais solicitado	
num. Linhas 3				V_paraf1,d	
num. Parafusos 6				V_paraf1,d	3,38333 kN 3,38333333
y linha 1 50 mm				V_paraf1,R	64,3072 kN OK
y linha 2 200 mm				Verificação de Interação Cortante+Tração no Parafuso	
y linha 3 250 mm				V_pf1,d/V_pf1,R	0,05261 adim
y Linha Neutra 3,44 cm				T_pf1,d/T_pf1,R	0,21799 adim 1
Inércia da Seção 3347 cm4				(V_pf1)^2 + (T_pf1)^2	0,05029 OK
A 13,5					
B 12,0576					
C -200,96					

CHAPA		CHAPA		
largura	27,0 cm	Efeito da Força Cortante	Força Atuador	20,3
altura	27,0 cm	Vrd=0,6Aw*fy	456,84 kN	OK
espessura	12 mm	Verificação do Esmagamento	Força Atuador	20,3
Tensão de escoamento - fy	235 Mpa	Rn=2,4dp*t*fu chapa	165,888 kN	OK
Tensão de ruptura - fu	360 Mpa	Verificação do Rasgamento	Força Atuador	20,3
a ext	11,25 mm	Rn=1,2a*t*fu chapa	58,32 kN	OK
a int	32,5 mm	Verificação ao Cisalhamento de Bloco	Força Atuador	20,3
Atracionada p/bloco	1,83 cm2	Rd	92,448 kN	OK
Acisalhada p/bloco	1,23 cm2	Rd'	83,223 kN	OK

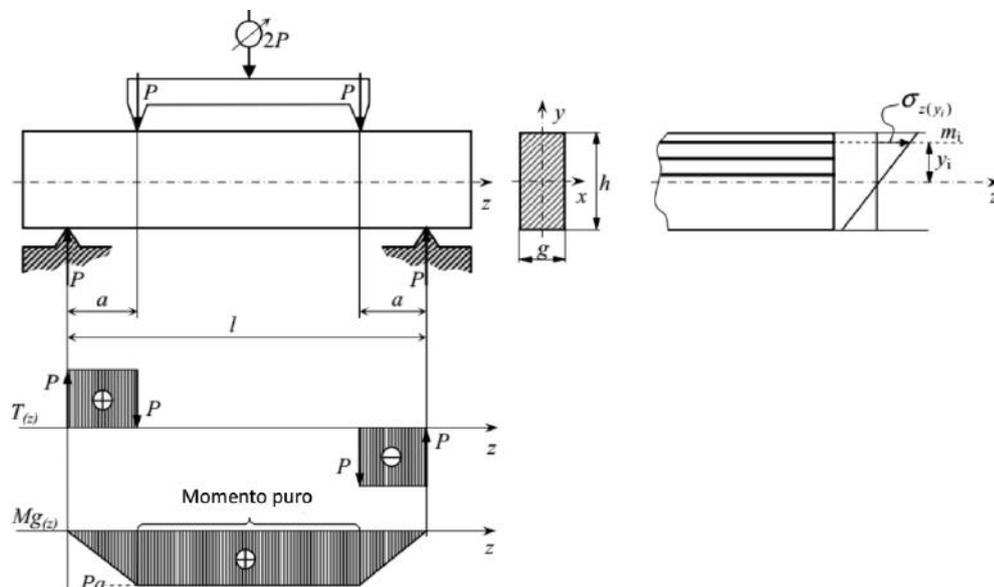
SOLDA		483 Mpa	
tipo de solda	solda com filete		
E70(Ksi)	70 Ksi		
fw=E70(Mpa)	48,3 KN/cm ²	braço=Altura viga – Espessura mesa	191,5 mm
γa2	1,35 <input type="text" value="1,35"/>	y altura da m	100 mm
t=esspesura alma	5,6 mm	Momento Real	2030 kNcm
L=Altura viga sem as mesas	183 mm	Momento Majorado	2030 kNcm
Aw=t*L	10,248 cm ²	Força na Mesa = M/braço = Fm	106,005222 kN
V=cortante	20,3 kN	σ=tensão na mesa	124,712026 Mpa
Coef.de Majoração	1 <input type="text" value="1"/>	(Fmesa/2) / Lmesa	5,3002611 kN/cm
Vd= p/ dimensionamento	20,3 kN	0,6*fw / γa2	21,4666667 kN/cm ²
τ=(V/2)/A	9,90437158 Mpa	(0,6*fw / γa2)*t – garganta da solda	9,016 kN/cm
Aw >= (γa2*V)/(0,6*fw)	0,47282609 cm ²	L comprimento total da soldagem	10 cm
b min	6 mm	Lcomprimento mesa sup sup / inf inf=	10cm 90,16 kN
t-garganta da solda =0,7b min	4,2 mm	Sobra da Força compensada com cordão mesa sup inf / inf sup	15,8452219 kN
L=Aw/t	1,1257764 cm	Área rimanente para essa Sobra de Força	0,73813146 cm ²
b min	6 mm	L comprimento total	1,75745585 cm
t-garganta da solda =0,7b min	4,2 mm	L comprimento total da soldagem	7 cm
L=comprimento de soldagem	80 mm	L comprimento total da soldagem / 2	3,5 cm
Aw=t*L para o CORTANTE	3,36 cm ²	Rd= (Aw*0,6fw) / γa2	153,272 kN
Rd= (Aw*0,6fw) / γa2	72,128 kN	OK	OK

ANEXO – Proposta exercícios de fotoelasticidade

Nesse anexo propõe-se algum exercícios para calcular o valor da constante fotoelásticas. Discentes de engenharia durante aulas de Resistência dos materiais podem fazer prática. Essas atividades de laboratório foram elaboradas pela AGH University of Science and Technology Kraków e estão disponíveis em: <http://zwmik.imir.agh.edu.pl/dydaktyka/dla_studentow/imir/E_en.pdf>. São propostos três modelos estruturais.

1º MODELO: VIGA SUJEITA A ESTADO DE FLEXÃO PURA

Diagrama de carregamento:



Relações básicas:

$$\sigma_{z(y_i)} = m_i K \quad (a.1)$$

$$\sigma_{z(y_i)} = \frac{Mg(z)}{J_x} y_i = \frac{12Pa}{gh^3} y_i \quad (a.2)$$

Das equações (a.1) e (a.2) obtêm-se:

$$K = \frac{12Pa}{gh^3} \frac{y_i}{m_i} \quad (a.3)$$

Onde:

y_i : é a coordenada da m_i ordem de franja isocromática

K : constante do modelo fotoelástico

Dimensões do espécime:

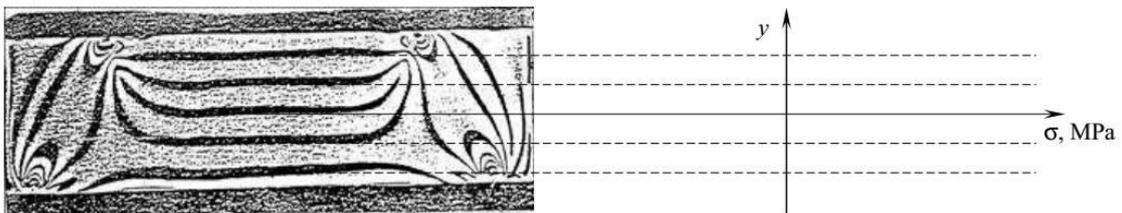
$h = \dots\dots\dots$ mm $g = \dots\dots\dots$ mm $l = \dots\dots\dots$ mm $a = \dots\dots\dots$ mm

$k = \dots\dots\dots$ N/scale

Resultados experimental e cálculos:

Nível de Carga		Ordem de franja isocromática m_i	Coordenada do m_i – ésimo ordem de franja	Constante do modelo fotoelástico
$2P$ (escala)	$2P$ (N)		y_i (mm)	K , (MPa)
			$K_{AV} =$	

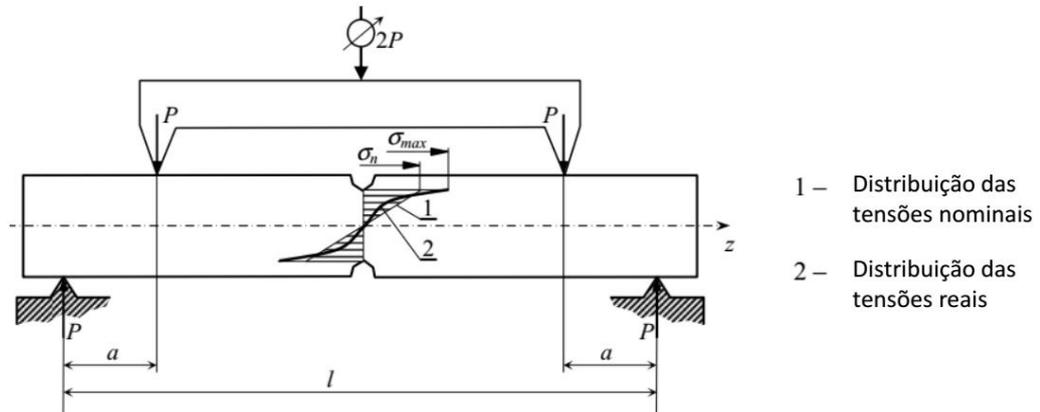
Distribuição das tensões na região da viga sujeita a momento puro determinado com base no arranjo das franjas isocromáticas:



2º MODELO: VIGA SUJEITA A ESTADO DE FLEXÃO PURA

(com entalhe singulo e duplo)

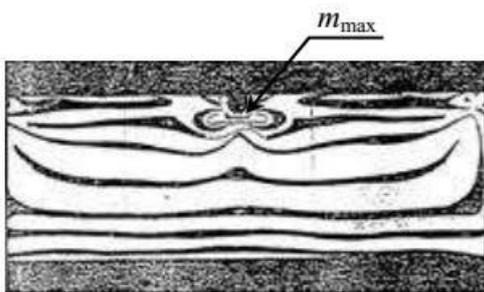
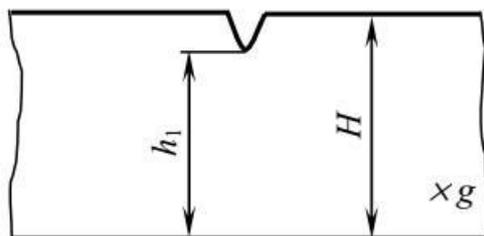
Diagrama de carregamento:



Espécimes considerados:

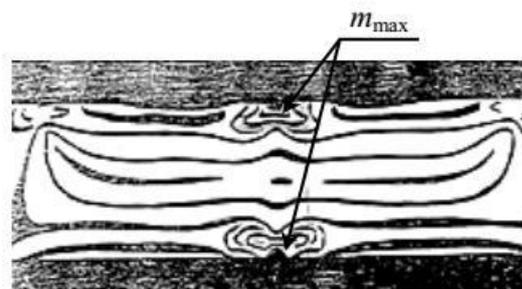
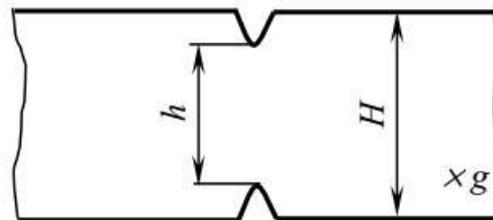
Modelo I

com entalhe singulo na viga



Modelo II

com entalhe duplo na viga



Relações básicas:

a) Fator de concentração de tensão k

$$K = \frac{\sigma_{m\acute{a}x}}{\sigma_n} \quad (b.1)$$

b) Máxima tensão no entalhe $\sigma_{m\acute{a}x}$

$$\sigma_{m\acute{a}x} = K \cdot m_{m\acute{a}x} \quad (b.2)$$

Onde:

$m_{m\acute{a}x}$: máxima ordem de franja observada no entalhe

K : constante do modelo fotoelástico, assumindo $K = K_{AV}$

c) Tensões nominais

Modelo I

$$\sigma_{z(y_i)} = \frac{M_g}{W_{gbruto}} y_i = \frac{6Pa}{gh^2} \quad (b.3a)$$

Modelo II

$$\sigma_{z(y_i)} = \frac{M_g}{W_{gbruto}} y_i = \frac{6Pa}{gh^2} \quad (b.3b)$$

Dimensões do espécime:

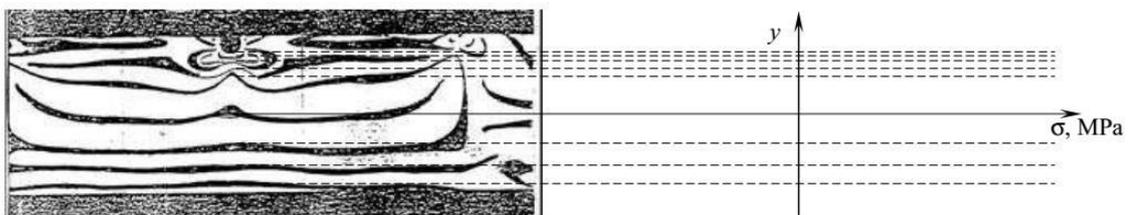
$l = \dots\dots\dots$ mm $a = \dots\dots\dots$ mm $H = \dots\dots\dots$ mm $g = \dots\dots\dots$ mm
 $h_1 = \dots\dots\dots$ mm $h = \dots\dots\dots$ mm

Resultados experimental e cculos:

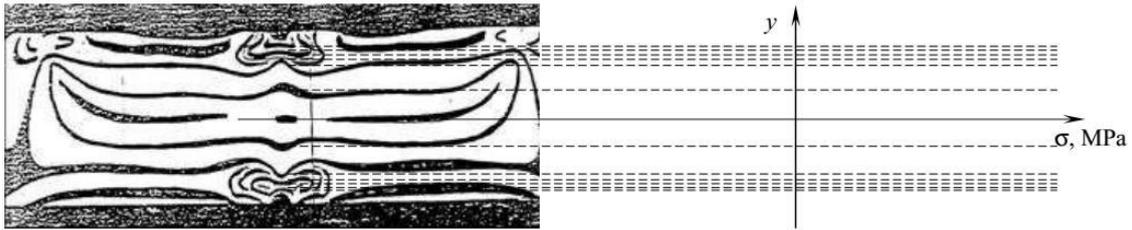
Espécime	Nível de Carga		Ordem de franja isocromática no entalhe $m_{m\acute{a}x}$	Fator de concentrao K_i
	2P scale	2P(N)		
Model I				
Model II				

Distribuio das tensões na região da viga sujeita a momento puro determinado com base no arranjo das franjas isocromáticas:

Modelo da viga com entalhe singular

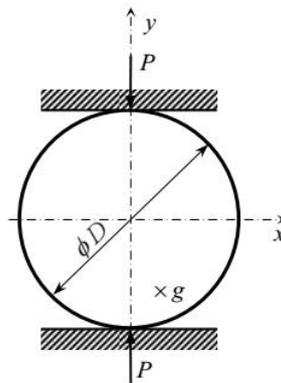


Modelo da viga com entalhe duplo



3º DISCO RÍGIDO SUJEITO A COMPRESSÃO:

Diagrama de carregamento:



Relações básicas:

a) Tensões no centro do disco

$$\sigma_x = \frac{2P}{\pi g D} \quad \sigma_y = -\frac{6P}{\pi g D} \quad (\text{c.1})$$

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \sigma_x - \sigma_y = -\frac{6P}{\pi g D} \quad (\text{c.2})$$

b) Lei tensão-óptica

$$\sigma_1 - \sigma_2 = m \cdot K \quad (\text{c.3})$$

c) Coeficiente óptico-tensional para o disco circular

(comparando equações c.2 e c.3)

$$K = \frac{8P}{\pi g D m} \quad (\text{c.4})$$

Dimensões do disco:

$D = \dots\dots\dots \text{mm}$ $g = \dots\dots\dots \text{mm}$

Resultados experimental e cálculos:

Nível de Carga		Ordem de franja isocromática m_i	Coordenada do m_i – ésimo ordem de franja	Constante do modelo fotoelástico
P (escala)	P (N)			K , (MPa)
			$K_{AV} =$	