



UNIVERSIDADE D  
COIMBRA

João Carlos Portugal Neto

OTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS PORTICADAS DE  
MADEIRA LAMELADA COLADA COM LIGAÇÕES  
SEMIRRÍGIDAS

Dissertação de Mestrado Integrado em Engenharia Civil, na área de Especialização em Estruturas, orientada pelo Professor Doutor Alberto Miguel Bizarro Martins e apresentada ao Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra.

Outubro de 2020

Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra  
Departamento de Engenharia Civil

João Carlos Portugal Neto

# OTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS PORTICADAS DE MADEIRA LAMELADA COLADA COM LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS

OPTIMIZATION OF GLUE LAMINATED TIMBER FRAMES WITH SEMI-RIGID  
CONNECTIONS

Dissertação de Mestrado Integrado em Engenharia Civil, na área de Especialização em Estruturas,  
orientada pelo Professor Doutor Alberto Miguel Bizarro Martins

Esta Dissertação é da exclusiva responsabilidade do seu autor. O Departamento de Engenharia Civil da FCTUC  
declina qualquer responsabilidade, legal ou outra, em relação a erros ou omissões que possa conter.

Outubro de 2020



UNIVERSIDADE D  
COIMBRA

## **AGRADECIMENTOS**

Gostaria de agradecer a todas as pessoas e instituições, que de uma forma ou de outra, contribuíram para a realização da presente dissertação e para o decorrer do meu percurso académico:

Em primeiro lugar quero agradecer à minha família, em particular à minha mãe, ao meu pai e às minhas irmãs, Ana e Inês pela ajuda, esforço e sacrifício que demonstraram, assim como o apoio incondicional durante todos os meus anos académicos.

Um especial agradecimento ao meu orientador Professor Doutor Alberto Martins pela disponibilidade demonstrada em tempos tão complicados como os que vivemos. Pela sua valiosa partilha de conhecimentos e pela contribuição e incentivo de realização da presente dissertação.

Ao meu tio António Santos pela disponibilidade, ajuda e fornecimento de informação útil para a escrita da presente dissertação.

Agradeço aos meus amigos Daniel Bastos, Miguel Tomás, Ricardo Nunes, João Alves, José Oliveira, João Mário, Bitá, Diogo Santos, Gabi, Careca e João Maria que me acompanharam durante esta longa caminhada.

Por último, à Margarida, por todo o apoio, sacrifício, paciência e coragem transmitida durante as mais diversas etapas da minha vida, o meu mais sincero agradecimento.

## RESUMO

A madeira é um material natural e reciclável, apresenta uma elevada relação resistência-peso, requer menor energia na produção do que outros materiais estruturais tradicionais e permite um elevado nível de pré-fabricação. O desenvolvimento de produtos derivados da madeira como o *glulam* tem contribuído para a crescente utilização de soluções em madeira para diferentes tipos de estruturas. No projeto de estruturas de madeira deve prestar-se especial atenção ao comportamento das ligações. O comportamento semirrígido das ligações resistentes a momentos origina uma dependência entre a rigidez da ligação e o dimensionamento dos elementos estruturais.

Apesar de a otimização estrutural não ser habitualmente utilizada na prática da Engenharia Civil, o uso de técnicas de otimização no projeto de estruturas de madeira constitui uma forma eficaz de obter soluções económicas, estruturalmente eficientes e sustentáveis. Deste modo, desenvolveu-se um modelo numérico integrado de análise e otimização como ferramenta de apoio ao projeto de estruturas porticadas de madeira lamelada colada considerando o comportamento semirrígido das ligações viga-pilar. O problema de otimização é formulado como a minimização de uma função objetivo (custo da estrutura) sujeita a um conjunto de restrições de modo a verificar critérios de resistência e utilização definidos de acordo com as disposições do Eurocódigo 5. As variáveis de decisão consideradas são as dimensões das secções transversais dos elementos estruturais principais (vigas e pilares) e secundários (madres e elementos de contraventamento), a rigidez das ligações viga-pilar e o número de pórticos do edifício. Na análise estrutural consideram-se os efeitos (lineares e não lineares) e ações relevantes. O recurso a um algoritmo genético permite resolver o problema de otimização considerando variáveis de decisão discretas.

As características e capacidades do modelo numérico desenvolvido são ilustradas através da resolução de exemplos de aplicação relativos à otimização de pórticos de madeira de dimensões reais.

**Palavras-chave:** otimização; estruturas porticadas; madeira; ligações semirrígidas; *glulam*.

## **ABSTRACT**

Timber is natural and recyclable, presents a high strength-to-weight ratio, requires less energy at production than other traditional structural materials and allows a high level of prefabrication. The development of engineered wood products, such as, *glulam* contributed to an increasing utilization of timber solutions in different types of structures. In the design of timber structures, a special attention must be paid to the connections. The semi-rigid behaviour of moment-resisting connections leads to an interaction between the stiffness of the connection and the design of the structural members.

Despite structural optimization is not commonly used in Civil Engineering design practice, the use of optimisation techniques in the design of timber structures constitutes an effective way to obtain economical, structurally efficient and sustainable solutions. Therefore, an integrated analysis and optimization numerical model was developed as a tool to assist in the design of glue laminated timber frames with semi-rigid connections. The optimization problem is formulated as the minimization of a single objective function (cost of the structure) subjected to a set of constraints related to strength and service criteria defined according to Eurocode 5 provisions. The design variables are the cross-sectional sizes of main structural members (beams and columns) and secondary structural members (purlins and bracing members), stiffness of beam-column connection and number of building's frames. The structural analysis considers the relevant actions and effects (linear and nonlinear). The use of a genetic algorithm allows solving the optimization problem considering discrete design variables.

The features and capabilities of the developed algorithm are illustrated by numerical examples concerning the optimization of real-sized timber frames.

**Keywords:** optimization; framed structures; timber; semi-rigid connections; *glulam*.

---

---

## ÍNDICE

AGRADECIMENTOS .....	i
RESUMO .....	ii
ABSTRACT .....	iii
1. INTRODUÇÃO .....	1
1.1. Enquadramento geral.....	1
1.2. Objetivos da dissertação.....	3
1.3. Organização da dissertação .....	3
2. ESTADO DA ARTE .....	5
2.1. Considerações gerais .....	5
2.2. Estruturas porticadas de madeira.....	5
2.3. Ligações em estruturas porticadas de madeira .....	7
2.4. Otimização de estruturas de madeira.....	10
3. ANÁLISE E OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL .....	14
3.1. Introdução .....	14
3.2. Descrição geral do algoritmo .....	14
3.3. Análise estrutural.....	16
3.3.1. Modelação dos elementos estruturais.....	16
3.3.2. Modelação das ligações.....	20
3.3.3. Análise estrutural considerando os efeitos de 2 <sup>a</sup> ordem .....	24
3.4. Otimização estrutural .....	25
3.4.1. Considerações gerais .....	25
3.4.2. Variáveis de decisão.....	27
3.4.3. Função objetivo .....	31
3.4.4. Restrições .....	32
3.4.5. Parâmetros do algoritmo genético.....	38
4. EXEMPLOS NUMÉRICOS .....	40
4.1. Introdução .....	40
4.2. Exemplos de verificação .....	40
4.2.1. Viga simplesmente apoiada.....	40
4.2.2. Pilar em flexão composta .....	42

---

4.2.3.	Viga com apoios elásticos .....	43
4.2.4.	Pórtico com ligações rígidas .....	45
4.3.	Exemplos de aplicação .....	46
4.3.1.	Dados gerais .....	46
4.3.2.	Estrutura porticada biarticulada de uma água .....	48
4.3.3.	Estrutura porticada biarticulada de duas águas .....	53
4.3.4.	Estrutura porticada triarticulada de duas águas .....	58
5.	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA ESTUDOS FUTUROS.....	63
5.1.	Conclusões .....	63
5.2.	Recomendações para estudos futuros.....	64
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	66
	CRÉDITOS DE IMAGEM.....	69
	ANEXO .....	70

## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1. Enquadramento geral

A madeira apresenta, enquanto material estrutural, especificidades únicas: é um material orgânico, ao contrário do aço e do betão; é natural e reciclável; apresenta uma elevada relação resistência-peso; apesar de ser um material combustível, este aspeto não compromete a sua resistência ao fogo; requer menor energia na produção do que outros materiais estruturais tradicionais e permite um elevado nível de pré-fabricação. Além disso, é um material tradicionalmente presente em pavimentos e coberturas de edifícios antigos e é, paradoxalmente, um material novo, adotado em arrojadas obras de arquitetura contemporânea. Estas características, associadas à necessidade de garantir a sustentabilidade da construção e reabilitação do património edificado, salientam a relevância da madeira para utilização estrutural, quer atualmente, quer no futuro.

Nas últimas décadas tem havido um interesse crescente na investigação em estruturas de madeira, nomeadamente, no que respeita ao estudo das propriedades mecânicas do material, dos seus processos de degradação química e biológica, dos meios de proteção e do comportamento de elementos estruturais ao fogo. Além disso, a necessidade de contrariar algumas características menos interessantes do ponto de vista estrutural inerentes à madeira maciça levou ao desenvolvimento de produtos derivados da madeira, como por exemplo, a madeira lamelada colada (*glulam*), tornando-se, assim, possível a obtenção de elementos estruturais de grandes dimensões com as mais diversas formas e geometrias.

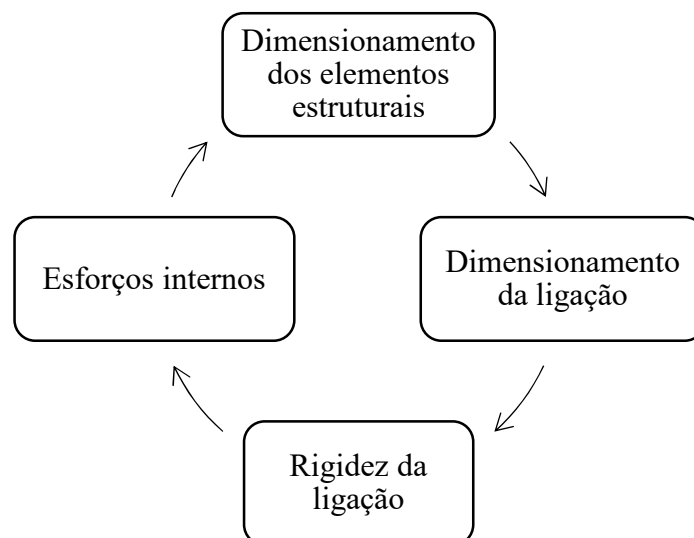
Embora o conceito da justaposição de elementos de madeira ligados para formarem elementos de grandes dimensões tenha aproximadamente duzentos anos, as primeiras estruturas de *glulam* não terão ainda 100 anos, o que torna este tipo de estrutura extremamente recente. Em Portugal, a primeira obra de referência foi a cobertura do Pavilhão Atlântico, construída para a EXPO'98, que em muito contribuiu para a divulgação deste tipo de estruturas. A crescente oferta de soluções no mercado nacional viabilizou o aumento da utilização deste material estrutural, revelando-se assim, como uma opção interessante em alternativa a estruturas de aço e betão (Cruz, 2007).

O projeto de estruturas é um processo iterativo em que o projetista procura, através da alteração de determinados parâmetros do sistema estrutural, uma solução que satisfaça um conjunto de critérios relacionados com a segurança, utilização e economia. Atualmente, deverão ser incluídos também critérios de sustentabilidade. Tradicionalmente este processo é feito por



tentativa-erro, partindo de uma solução inicial definida com base na experiência e conhecimentos do projetista. O número, por vezes elevado, de parâmetros caracterizadores do sistema estrutural e o tratamento de um grande volume de informação em problemas reais de dimensionamento de estruturas dificultam a obtenção de soluções ótimas sem recurso a modelos computacionais. Apesar de a otimização estrutural não ser habitualmente utilizada na prática da Engenharia Civil, o uso de técnicas de otimização no projeto de estruturas de madeira constitui uma forma eficiente de obter soluções económicas, estruturalmente eficientes e sustentáveis.

No projeto de estruturas de madeira deve prestar-se especial atenção ao comportamento das ligações entre os vários elementos. Para a execução de naves industriais ou pavilhões em *glulam* a estrutura base usada na modelação computacional é o pórtico em que, habitualmente, as ligações viga-pilar são modeladas como rotuladas ou rígidas. No entanto, é habitual utilizar ligações resistentes a momentos que apresentam um comportamento semirrígido, fazendo com que as duas opções anteriores de modelação não sejam adequadas. Mais à frente, nesta dissertação, será explicada a dependência entre a rigidez da ligação e o dimensionamento da mesma e, por sua vez, o dimensionamento dos elementos estruturais. Diferentes rigidezes de ligação originam diferentes esforços internos e, conseqüentemente, diferentes dimensionamentos dos elementos estruturais. Esta dependência entre o dimensionamento dos elementos estruturais e a rigidez da ligação viga-pilar realça a importância de se recorrer a técnicas de otimização para resolução do problema de dimensionamento de estruturas porticadas de madeira com ligações semirrígidas. Na Figura 1.1 ilustra-se através de um diagrama de blocos, a dependência de todas as etapas referidas.



**Figura 1.1** – Diagrama de blocos da dependência entre etapas de dimensionamento

## **1.2. Objetivos da dissertação**

Perante o que foi referido no subcapítulo anterior, o objetivo principal desta dissertação é desenvolver um modelo numérico integrado de análise e otimização como ferramenta de apoio ao projeto de estruturas porticadas de madeira lamelada colada com ligações semirrígidas, de forma a obter soluções económicas, estruturalmente eficientes e sustentáveis.

Deste modo, pretende-se desenvolver o modelo numérico em ambiente MATLAB que inclua um módulo de análise estrutural e outro módulo destinado à otimização. O módulo referente à análise estrutural deverá ter em consideração os efeitos (lineares e não lineares) e ações relevantes. Por sua vez, o módulo de otimização deverá incluir um algoritmo eficiente que possibilite a utilização de variáveis de decisão discretas traduzindo os principais parâmetros caracterizadores do sistema estrutural. As soluções ótimas fornecidas pelo algoritmo deverão garantir a minimização do custo da estrutura e, simultaneamente, garantir as restrições definidas de acordo com os Eurocódigos.

## **1.3. Organização da dissertação**

Esta dissertação é constituída por cinco capítulos e um anexo. Seguidamente, apresenta-se uma descrição sintetizada dos mesmos.

Neste primeiro capítulo é apresentada uma breve introdução ao tema da presente dissertação, assim como, os objetivos da mesma e a sua organização.

No segundo capítulo é apresentado o estado da arte relativamente ao estudo de estruturas porticadas de madeira lamelada colada e, em especial, com ligações resistentes a momentos, ou seja, com comportamento semirrígido. Apresenta-se também uma revisão bibliográfica de trabalhos anteriores relativos à aplicação de algoritmos de otimização no projeto de estruturas de madeira.

O terceiro capítulo está dividido em três secções. Na primeira descreve-se o algoritmo de otimização utilizado e os diferentes módulos do mesmo. Na segunda secção é abordada a análise estrutural, apresentando-se as opções tomadas para a modelação dos elementos estruturais principais (vigas e pilares) e secundários (madres e elementos de contraventamento). Ainda nessa secção é apresentada a modelação da ligação viga-pilar e são indicados resultados que traduzem a influência da rigidez desta ligação no dimensionamento de vigas e pilares. Na terceira secção é tratada a otimização estrutural, apresentam-se alguns conceitos gerais e descrevem-se as variáveis de decisão, a função objetivo e as restrições para o problema em estudo na presente dissertação.

---

No quarto capítulo apresentam-se alguns exemplos de verificação do modelo numérico desenvolvido. Posteriormente, apresentam-se exemplos de aplicação referentes ao dimensionamento de pórticos de madeira de dimensões reais que poderão representar possíveis situações práticas. Nesses exemplos fizeram-se variar características geométricas como a altura e largura do pórtico, de forma a avaliar quais as soluções mais económicas para edifícios de diferentes dimensões.

No Capítulo 5, apresentam-se as principais conclusões desta dissertação e sugerem-se ideias para a realização de trabalhos futuros.

Por fim, apresenta-se também a listagem das referências bibliográficas que foram utilizadas na realização desta dissertação, assim como, um anexo com informações relevantes sobre os elementos adotados para o sistema de contraventamento e os valores das restrições para as soluções ótimas obtidas para cada um dos exemplos de aplicação.

## **2. ESTADO DA ARTE**

### **2.1. Considerações gerais**

Neste capítulo pretende-se apresentar um resumo do estado do conhecimento no que respeita à temática central desta dissertação, a otimização de estruturas porticadas de madeira com ligações semirrígidas.

As temáticas da análise e dimensionamento de elementos estruturais de madeira, assim como, das suas ligações encontram-se detalhadamente descritas em diversas obras (STEP, 1995; Negrão e Faria, 2009; Swedish Wood, 2016). Neste capítulo apresentam-se os aspetos essenciais e relevantes para contextualização do tema central da presente dissertação. Assim, começa-se por apresentar as características gerais e a utilização do tipo de estrutura em estudo, referindo-se alguns exemplos de obras de referência executadas em *glulam*. No subcapítulo seguinte, abordam-se os tipos de ligações habituais em estruturas porticadas de madeira, prestando especial atenção às ligações resistentes a momentos e salientando-se a importância que as ligações têm no comportamento estrutural. Por fim, faz-se uma revisão bibliográfica de trabalhos anteriores referentes à aplicação de algoritmos de otimização no projeto de estruturas de madeira.

### **2.2. Estruturas porticadas de madeira**

Os pórticos de madeira são utilizados, cada vez mais, na execução das mais diversas obras, tais como edifícios habitacionais ou administrativos, pavilhões industriais e desportivos. A baixa densidade do material torna possível executar pórticos com vãos até 100 m (Swedish Wood, 2016). Caracterizam-se ainda por excelente acústica, elevada resistência ao fogo e corrosão (quando comparados com soluções em aço), apresentando também rapidez de fabrico e montagem. O processo de produção do material e a execução da estrutura requer menor energia, tornando este tipo de solução mais sustentável e o que se traduz, assim, num interesse crescente em alternativa às soluções habituais executadas em aço ou betão estrutural.

O melhor exemplo da capacidade construtiva da utilização de *glulam* é o edifício Mjøstårnet (Figura 2.1), construído na cidade de Brumunddal, na Noruega. Atualmente é o edifício com estrutura em madeira mais alto do mundo, com cerca de 85,4 m de altura. Foi construído em apenas 70 dias, é constituído por múltiplos pórticos, utilizando madeira lamelada colada nas

vigas e pilares e CLT (madeira lamelada cruzada) para as paredes e lajes. A sua utilização reparte-se entre habitacional, hoteleira e administrativa.



**Figura 2.1** – Edifício Mjøstårnet [Imagem 1]

Para além da capacidade de construção em altura, a madeira lamelada colada também permite a construção em largura, como é o caso da nave de cobertura dos *courts* de ténis do centro de alto rendimento do Jamor (Figura 2.2). Trata-se de uma nave com cerca de 110 m de comprimento por 40 m de largura, incorporando seis *courts* de ténis e uma minibancada.



**Figura 2.2** – Nave cobertura courts ténis do Jamor [Imagem 2]

Uma das vantagens da madeira lamelada colada é a capacidade de obter formas arrojadas. No entanto, em Portugal, a maioria das construções porticadas em *glulam* são para pavilhões industriais, agrícolas ou desportivos, construções que requerem subestruturas mais simples. Tradicionalmente, essas construções são constituídas pelos seguintes tipos de pórtico:

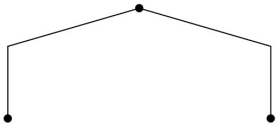
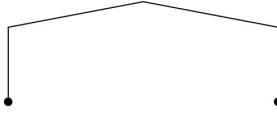

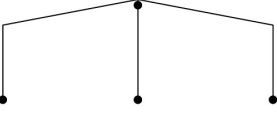

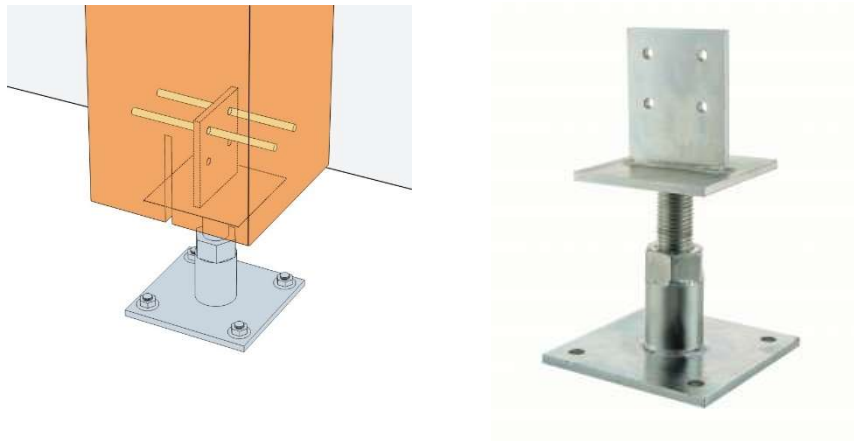
		Vão (m)	Altura pilares (m)
	Pórtico triarticulado de 2 águas	12 a 35	3 a 7
	Pórtico biarticulado de 2 águas	18 a 30	3 a 7
	Pórtico biarticulado de 1 água	10 a 20	3 a 5
	Pórtico biarticulado de 2 águas com 3 pilares	20 a 40	3 a 7
	Pórtico triarticulado de 2 águas com prolongamento	12 a 35	3 a 7

Figura 2.3 – Tipos de pórticos e dimensões usuais

### 2.3. Ligações em estruturas porticadas de madeira

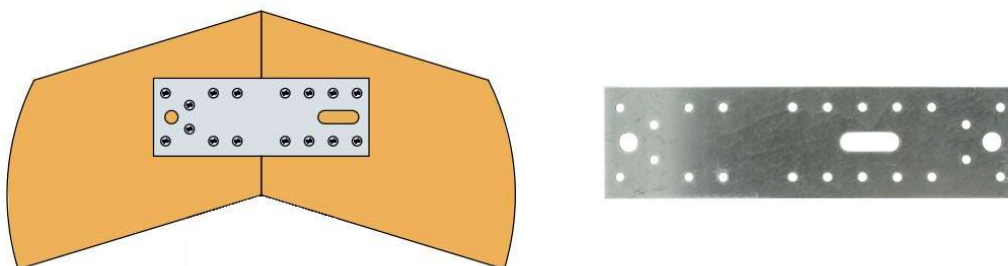
As ligações têm uma importância fundamental no dimensionamento de uma estrutura em madeira. São elas que transmitem os esforços gerados pelas ações atuantes para todos os elementos estruturais. Existem várias soluções no mercado para cada tipo de ligação, contudo, nesta dissertação, foram usadas ligações provenientes do catálogo Simpson Strong-Tie (strongtie 2020).

Para reduzir os momentos fletores nas fundações e, conseqüentemente, as dimensões das mesmas, é usual considerar-se ligações rotuladas nas ligações pilar-fundação. Uma possibilidade para esta ligação é a PIBA110/160 (Figura 2.4).



**Figura 2.4** – Ligação PIBA110/160 [Imagem 3]

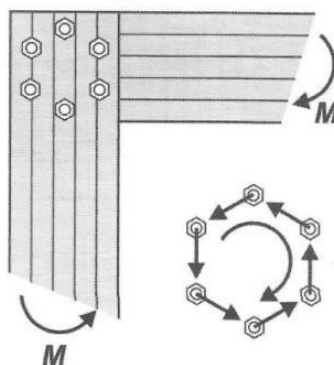
A ligação entre as vigas tem um papel fundamental na transmissão de esforços. Contudo, a escolha do tipo de ligação depende também da inclinação que se pretende para as vigas de cobertura. Para coberturas planas ou de baixa pendente (inferior a 20 %), a solução mais convencional passa por uma ligação rígida (pórtico biarticulado). Para pendentes superiores a 25%, a solução passará por uma ligação rotulada (pórtico triarticulado). Esta ligação pode ser feita utilizando placas de união PL, como ilustrado na figura 2.5



**Figura 2.5** – Ligação PL [Imagem 4]

Tradicionalmente, as ligações viga-pilar consideradas no projeto e dimensionamento de estruturas são idealizadas com comportamentos contínuos ou articulados, isto é, ligações com

encastramentos perfeitos ou com rótulas perfeitas (Simões, 1996). Este comportamento não corresponde à realidade, uma vez que as ligações correntes de elementos de madeira são constituídas por cavilhas ou parafusos, concebidos para a transmissão de esforços de corte e flexão. Habitualmente, a ligação viga-pilar em pórticos de madeira é semelhante ao esquema da Figura 2.6.



**Figura 2.6** – Ligação resistente a momentos tipo viga-pilar em pórticos de madeira (Negrão e Faria, 2009)

Torna-se fundamental conhecer a rigidez da ligação para o dimensionamento da estrutura. Segundo Negrão e Faria (2009), a rigidez da ligação está diretamente relacionada com a força que cada cavilha exerce contra a madeira envolvente que, por sua vez, é tanto maior quanto maior for o momento de continuidade  $M$ . O procedimento de cálculo para a determinação da rigidez da ligação é exposto de forma detalhada na secção 3.3.3 desta dissertação.

## 2.4. Otimização de estruturas de madeira

Com o objetivo de identificar trabalhos anteriores dedicados à otimização de estruturas de madeira efetuou-se uma pesquisa na base de dados eletrónica da *Web of Science* (<https://www.webofknowledge.com/>), tendo sido limitada a artigos escritos em Inglês e publicados entre 1900 e Agosto de 2020. A pesquisa foi efetuada com recurso aos operadores booleanos AND, OR e utilizando os seguintes termos: (“timber”) AND (“optimization” OR “optimum” OR “optimal” OR “minimum weight” OR “minimum cost” OR “least cost”). O termo “timber” foi escolhido para facilmente identificar o tipo de material estrutural. Os termos “optimization”, “optimum”, “optimal”, “minimum weight”, “minimum cost” e “least cost” foram usados para encontrar trabalhos que tenham utilizado algoritmos de otimização por serem palavras-chave habituais neste tipo de trabalhos. Estes termos foram pesquisados no título do artigo. Como resultado obteve-se um total de 182 artigos, dos quais 14 foram selecionados para a revisão detalhada que se apresenta de seguida. Foram excluídos da revisão detalhada os artigos que não abordavam diretamente a otimização de estruturas de madeira.



---

O primeiro trabalho de otimização de estruturas de madeira data dos anos 80 do século XX. Topping e Robinson (1984) desenvolveram uma técnica de programação linear sequencial (SLP) para o dimensionamento de pórticos de madeira com base nas normas inglesas existentes na época. Os autores consideraram a altura da secção como variável de decisão para expressar as propriedades geométricas da secção transversal retangular dos diversos elementos. Além disso, consideraram também variáveis de decisão geométricas associadas às coordenadas dos nós da estrutura. Este método estava desenvolvido para um dado portefólio de estruturas tipo, dando assim soluções mais próximas do ótimo. A solução obtida pela otimização aproxima-se da ótima (ótimo global), pois quanto mais simples for o elemento estrutural, uma vez que existem menos incógnitas, maior a possibilidade da utilização gráfica para a realização da otimização. Para estruturas mais complexas, o programa que Topping e Robinson (1984) desenvolveram teria alguns problemas em encontrar o ótimo global, uma vez que o número de variáveis pode aumentar significativamente. Contudo, apresenta resultados claramente melhorados (ótimo local) em relação ao projeto inicialmente realizado.

Negrão (1999) desenvolveu um trabalho sobre otimização de pontes pedonais atirantadas de madeira, em que considerou diversas variáveis de decisão (dimensões das secções transversais, forças de pré-esforço nos tirantes, variáveis geométricas). O problema de otimização foi formulado como um problema multiobjetivo considerando objetivos de custo mínimo, deslocamentos e tensões. Este problema foi resolvido através da minimização de uma função escalar convexa constituindo uma abordagem de agregação de restrições. As sensibilidades necessárias para o algoritmo de otimização foram obtidas através do método analítico discreto direto. O método proposto foi aplicado à resolução de 2 exemplos práticos em que conseguiram reduzir os custos em aproximadamente 23%.

Hart e Hart (2004) desenvolveram um procedimento iterativo com várias fases para o dimensionamento de pilares de madeira, TCDM (*Timber Column Design Method*). A metodologia proposta permite considerar vários materiais e dimensões, assim como, os respetivos custos unitários de forma a obter soluções ótimas considerando recursos limitados, restrições de implementação e fatores de custo.

Šilih et al (2005, 2006 e 2010) e Šilih et al (2008) desenvolveram trabalhos visando a otimização de vigas treliçadas de madeira. O objetivo passou não só por otimizar a quantidade de material utilizado, mas também pelos custos de produção associados. Consideraram-se variáveis de decisão associadas às dimensões da secção transversal dos elementos e à geometria da treliça. A utilização do método MINLP (*multi-parametric mixed-integer non-linear programming*) permitiu considerar as dimensões das secções transversais e o número de ligadores como variáveis discretas, sendo as coordenadas dos nós da treliça consideradas como

---

variáveis contínuas. O objetivo principal dos trabalhos referidos centrou-se no dimensionamento de uma estrutura treliçada considerando diferentes parâmetros de dimensionamento, desde o vão a vencer até à inclinação da cobertura. A utilização de variáveis discretas permitiu que as soluções apresentassem apenas valores comerciais evitando, assim, arredondamentos e conseqüentemente novas análises. A utilização do método MINLP permitiu a redução de volume de madeira em cerca de 10%, relativamente à utilização de um método de programação não linear convencional. Foram resolvidos vários exemplos e a principal conclusão obtida foi que treliças mais altas e com menos elementos intermédios originam soluções mais económicas devido fundamentalmente aos custos de produção associados.

Villar, et al (2016) desenvolveram um programa de computador para a otimização de treliças de grandes dimensões usando ligações tipo cavilha e recorrendo a um algoritmo genético. Foram consideradas variáveis de decisão associadas às dimensões das secções transversais, à geometria da treliça e ao número de ligadores. O programa desenvolvido mostrou que a utilização de algoritmos genéticos para o dimensionamento de treliças de grandes dimensões executadas em *glulam* é uma abordagem adequada. No entanto, a utilização de variáveis de decisão contínuas requer o arredondamento da solução para os valores comerciais mais próximos (dependendo da espessura das lamelas). Os resultados foram comparados com os obtidos por Šilih et al (2005) e observou-se uma redução da quantidade de material utilizado, pelo que a utilização de um algoritmo genético mostrou ser mais eficaz do que a utilização de um método de programação não linear.

Stanic, et al (2016) desenvolveram um algoritmo de otimização utilizando derivadas para a minimização do volume de madeira no projeto de lajes em CLT (*cross laminated timber*) com nervuras de reforço. As sensibilidades foram obtidas a partir das expressões analíticas utilizando uma ferramenta de diferenciação automática. O algoritmo foi aplicado a diferentes exemplos práticos, tendo-se verificado a robustez do mesmo e a aplicabilidade ao dimensionamento de lajes de CLT, que constitui uma solução de interesse crescente. No entanto, quando a discretização da malha é demasiado refinada o tempo de cálculo cresce significativamente.

Jelusic e Kravanja (2017) desenvolveram um estudo tendo em vista a minimização do custo total de pavimentos mistos madeira-betão utilizando o método MINLP. Este método permite resolver problemas de otimização com variáveis contínuas ou discretas, assim como com funções não lineares na função objetivo ou nas restrições. O problema foi resolvido para vários parâmetros de projeto como, por exemplo, diferentes cargas verticais, diferentes vãos e secções transversais da estrutura. Como conclusões salienta-se a preferência de aumentar as classes de resistência do betão, ao invés de aumentar a espessura da laje. Concluíram também que, para

---

vão de 6 m com cargas até 4 kN/m<sup>2</sup> e vão de 8 m com carga até 3 kN/m<sup>2</sup> pisos mistos madeira-betão são economicamente mais adequados, comparativamente com outras soluções mais convencionais.

Mayencourt e Mueller (2019) desenvolveram um estudo em que concluíram que a contribuição do núcleo central dos painéis em CLT para a resistência de flexão do painel é quase inexistente, levando assim ao excesso de utilização de madeira. Nesse mesmo estudo apresentam um modelo otimizado do painel CLT com o objetivo de aumentar o seu desempenho permitindo reduzir a quantidade de matéria-prima em 20%.

Villar-Garcia, et al (2019) desenvolveram um programa de computador baseado num algoritmo genético visando a minimização do custo de treliças de *glulam* para coberturas. A otimização foi desenvolvida em duas fases: a primeira em que se considera apenas uma treliça e a segunda em que se considera a totalidade da cobertura a 3 dimensões. Ambas consideraram as dimensões das secções transversais dos elementos como variáveis de decisão discretas, dependentes das espessuras disponíveis das lamelas, devido às exigências comerciais já mencionadas. Para além das dimensões das secções transversais, a otimização teve em conta também diferentes configurações geométricas das treliças, número de nós, afastamento entre treliças e afastamento entre madres. Neste trabalho mostrou-se novamente que a utilização de algoritmos genéticos para a otimização de estruturas de madeira constitui uma abordagem apropriada conduzindo a resultados adequados do ponto de vista prático. À semelhança dos resultados apresentados em outros artigos (Šilih et al (2005, 2006 e 2010), Šilih et al (2008) e Villar et al (2016)), as soluções ótimas foram obtidas quando se utilizam menos elementos em cada treliça e quando se utiliza a espessura mínima (35 mm) das lamelas. Sobre o afastamento entre madres, concluíram que para se terem os melhores resultados deverá ser adotada a distância máxima, apenas limitada pelas exigências construtivas impostas pelo revestimento. Por fim, os autores consideraram a modelação tridimensional como a melhor alternativa para a otimização deste tipo de estruturas.

Mam, et al (2020) apresentaram uma técnica de otimização da geometria de pórticos contraventados para o projeto de edifícios altos com estrutura em madeira, considerando o comportamento semirrígido das ligações. O problema de otimização foi resolvido com o método COBYLA (*constrained optimization by linear approximation*) em conjunto com critérios de otimalidade para o dimensionamento dos elementos estruturais. A consideração do comportamento semirrígido das ligações leva a um aumento do volume de madeira utilizado e influencia a geometria e topologia do sistema de contraventamento quando comparado com soluções tradicionais.

Movaffaghi, et al (2020) desenvolveram uma ferramenta computacional com o objetivo de obter soluções ótimas para lajes mistas madeira-betão de grande vão. Para tal, utilizaram um sistema baseado em BIM (*Building Information Modelling*) para a modelação da laje, o método dos elementos finitos para a análise estática e dinâmica e uma técnica de otimização multiobjectivo. As variáveis de decisão consideradas foram a espessura da laje de betão e o valor da rigidez proporcionada pelos conectores. Um edifício residencial de 5 pisos foi considerado como caso de estudo obtendo-se soluções ótimas para três diferentes classes de conforto (A, B e C) em termos de deformação e de vibração.

Da revisão bibliográfica efetuada pode referir-se que existe uma lacuna no que respeita à otimização de estruturas porticadas de madeira considerando o comportamento semirrígido das ligações resistentes a momentos entre as vigas e os pilares. Deste modo, procura-se com a presente dissertação contribuir para o desenvolvimento do estado do conhecimento no que respeita a esta temática.

---

## 3. ANÁLISE E OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL

### 3.1. Introdução

O presente capítulo tem como principal foco a descrição do modelo numérico desenvolvido como ferramenta de apoio ao projeto de estruturas porticadas de madeira lamelada colada com ligações semirrígidas. Deste modo, começa-se por apresentar uma descrição geral do algoritmo desenvolvido. Posteriormente, descrevem-se os aspetos essenciais do módulo de análise estrutural, nomeadamente, a modelação dos elementos estruturais, a modelação da ligação semirrígida entre vigas e pilares e a metodologia adotada para a análise estrutural incluindo os efeitos de segunda ordem. Seguidamente, descreve-se o módulo de otimização estrutural. Apresentam-se algumas considerações gerais sobre otimização estrutural e justifica-se a escolha do algoritmo de otimização utilizado neste trabalho. Finalmente, descrevem-se os vários elementos de um problema de otimização, nomeadamente, as variáveis de decisão, a função objetivo e as restrições, particularizando para o tipo de estrutura em estudo na presente dissertação.

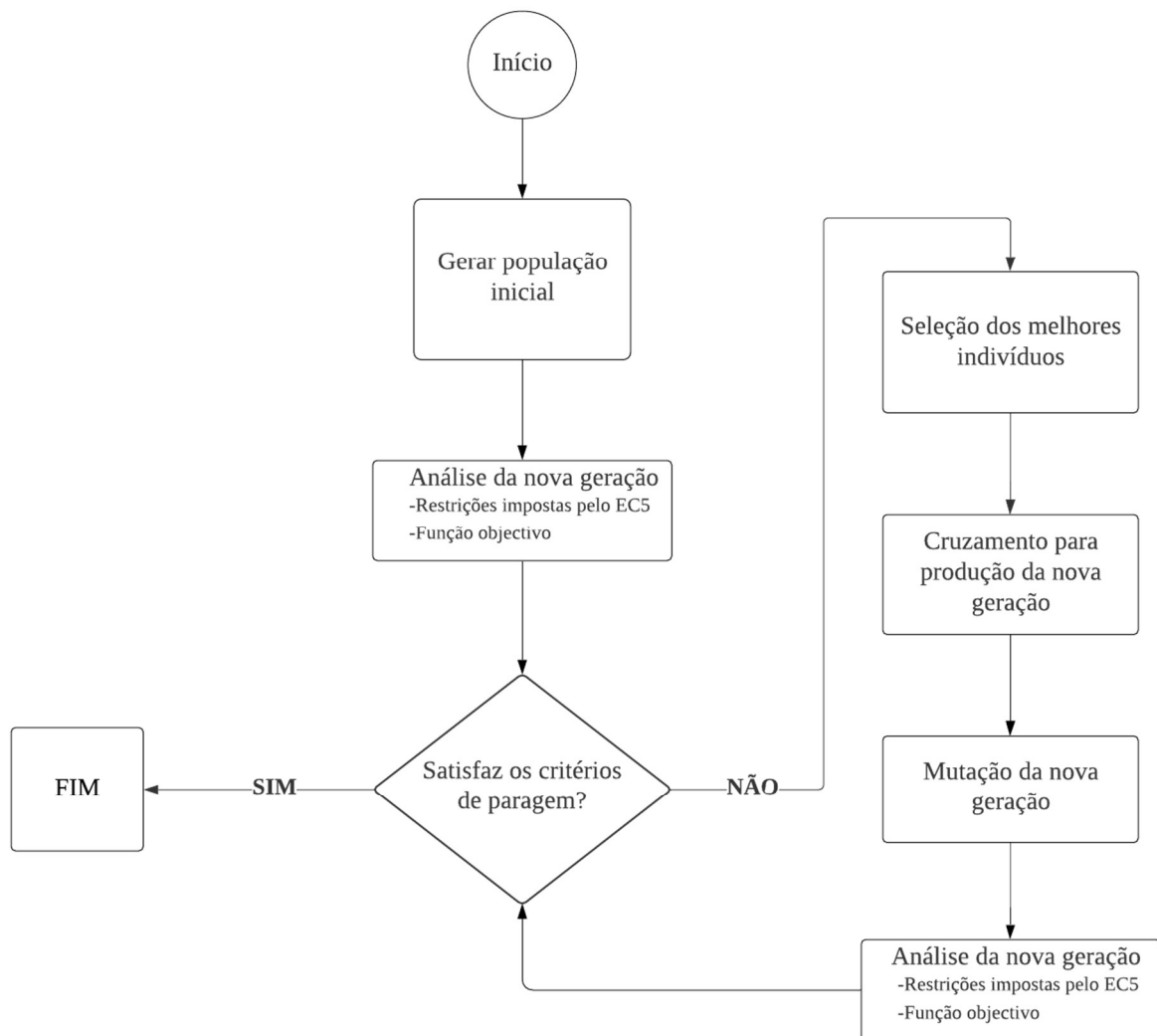
### 3.2. Descrição geral do algoritmo

O algoritmo desenvolvido nesta dissertação é constituído por dois módulos. Um destinado à análise estrutural e outro à otimização, que irão ser descritos em pormenor nos subcapítulos 3.3 e 3.4.

O algoritmo foi implementado num programa de computador desenvolvido em ambiente *MATLAB*. Para a análise estrutural optou-se por recorrer à caixa de ferramentas do Método dos Elementos Finitos designada por *CALFEM* (Austrell, 2004) e desenvolvida na Faculdade de Engenharia da Universidade de Lund, Suécia. Esta ferramenta é constituída por um conjunto de funções (.m-files) do *MATLAB* que possibilitam a resolução de diversos problemas de análise estrutural (estática, dinâmica, geometricamente não-linear) com recurso ao Método dos Elementos Finitos.

O módulo de otimização controla o funcionamento geral do algoritmo e recorre ao algoritmo genético do programa *MATLAB* para resolver o problema de otimização em estudo nesta dissertação. O algoritmo genético é uma técnica meta-heurística de pesquisa da solução ótima baseada na teoria de Darwin da evolução das espécies. Esta técnica traduz o processo de seleção natural através do qual apenas os indivíduos mais aptos (com maior *fitness*) são selecionados para se reproduzirem e gerarem descendência que constituirá a geração seguinte (Haftka e Gürdal, 1992; Arora, 2017). Este algoritmo começa por gerar uma população inicial constituída

por um conjunto aleatório de indivíduos (cada um representa um conjunto de valores admissíveis das variáveis de decisão) que podem ser vistos como possíveis soluções ótimas do problema. Durante o processo evolutivo, a população é avaliada e a cada indivíduo é atribuída uma classificação (*fitness*) que reflete a sua aptidão. Uma percentagem dos mais aptos é mantida, enquanto os restantes são eliminados. A geração seguinte é obtida a partir do conjunto de indivíduos mantidos aplicando três operadores: reprodução, crossover e mutação. Este processo é repetido até que uma solução ótima, ou seja, que satisfaz os critérios de paragem, seja encontrada (Haftka e Gürdal, 1992; Arora, 2017). Na Figura 3.1 apresenta-se um diagrama de blocos ilustrando o funcionamento geral do programa de computador desenvolvido.



**Figura 3.1** – Diagrama de blocos de funcionamento do programa

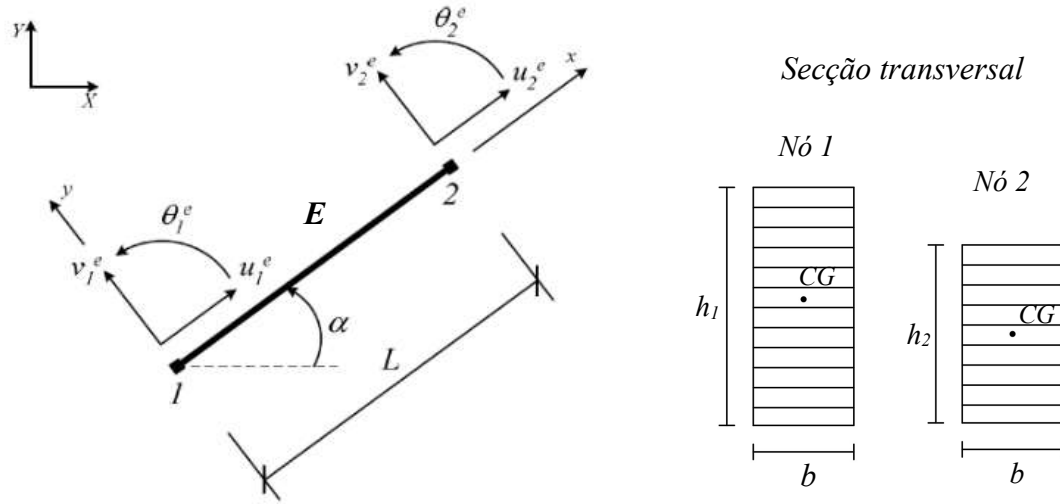
### **3.3. Análise estrutural**

#### **3.3.1. Modelação dos elementos estruturais**

A análise de uma estrutura porticada de madeira é feita modelando a estrutura como reticulada e usando modelos tridimensionais ou planos. Tendo em conta que o estudo nesta dissertação se centrou em pórticos de madeira para pavilhões industriais ou desportivos, optou-se pela utilização de um modelo plano. No entanto, o programa desenvolvido nesta dissertação permite, realizando apenas pequenas alterações, usar os dois tipos de modelos.

Segundo Porteous e Ross (2013) o valor da razão entre o módulo de elasticidade e o módulo de distorção da madeira é bastante alto, aproximadamente oito vezes superior ao do aço. Deste modo, as deformações por corte poderão influenciar o cálculo das deformações, devendo para tal recorrer-se a elementos finitos de viga que incluam este efeito, ou seja, baseados na teoria de Timoshenko. Contudo, a deformação por corte também depende do valor do esforço transversal, que é relativamente baixo no tipo de estruturas em análise. Então, foi realizado um estudo comparativo no *SAP2000* de uma viga simplesmente apoiada com dimensões e carregamentos usuais neste tipo de estruturas com o objetivo de avaliar a influência da deformação por corte. Observou-se que as diferenças dos deslocamentos a meio-vão incluindo ou não a deformação por corte, eram inferiores a 1%. Deste modo, optou-se por usar elementos de viga baseados na teoria de Euler-Bernoulli.

Como foi referido, optou-se pela modelação como estrutura reticulada plana do pórtico representativo de cada um dos pórticos constituintes da tipologia estrutural em estudo (pavilhão industrial ou desportivo). Então, para os elementos estruturais principais (vigas e pilares) utilizou-se o elemento finito de viga que se encontra representado na Figura 3.2. Este elemento finito é baseado na teoria clássica da flexão de vigas e apresenta dois nós com três graus de liberdade cada. Os graus de liberdade são a translação axial e transversal e a rotação em torno do eixo perpendicular ao plano.



**Figura 3.2** – Elemento finito considerado e respetivos graus de liberdade

Os deslocamentos nodais da malha de elementos finitos em que é discretizada a estrutura são as incógnitas do problema de análise estrutural. Para resolver este problema é necessário calcular as matrizes de rigidez elementares e os vetores de forças nodais equivalentes elementares, sendo estes, posteriormente, assemblados para formar a matriz de rigidez e o vetor de forças nodais equivalentes globais da estrutura. O cálculo dos deslocamentos nodais,  $\underline{u}$ , é feito através da resolução do sistema de equações de equilíbrio (3.1).

$$\underline{K} \cdot \underline{u} = \underline{F} \quad (3.1)$$

onde  $\underline{K}$  e  $\underline{F}$  representam, respetivamente, a matriz de rigidez e o vetor de forças nodais equivalentes globais da estrutura. Posteriormente à obtenção dos valores dos deslocamentos dos nós da malha de elementos finitos, calculam-se as deformações e tensões elementares através das expressões seguintes

$$\underline{\varepsilon}^e = \underline{B}^e \cdot \underline{u}^e \quad (3.2)$$

$$\underline{\sigma}^e = \underline{D} \cdot \underline{B}^e \cdot \underline{u}^e \quad (3.3)$$

onde:

$\underline{\varepsilon}^e$  – deformações elementares;

$\underline{\sigma}^e$  – tensões elementares;



$\underline{B}^e$  – matriz de deformação;

Sabendo que secções transversais variáveis poderão dar soluções otimizadas e tendo em conta que se trata de uma solução habitual neste tipo de estruturas de madeira, o elemento viga de Euler-Bernoulli com 2 nós e 6 graus de liberdade pré-definido nas funções do *CALFEM* foi adaptado de forma a que a matriz rigidez elementar tenha em conta a variação de altura da secção transversal. O cálculo da matriz rigidez elástica elementar com secção variável linear foi feito através da integração das funções de forma, tendo em conta a variação da altura da secção transversal ao longo do comprimento do elemento. Na Equação 3.4 está representada a matriz de rigidez elementar, onde  $h_1$  representa a altura da secção no nó 1,  $h_2$  a altura da secção no nó 2,  $b$  a base do elemento,  $L$  o seu comprimento e  $E$  o módulo de elasticidade do material.

$$K_e = \begin{bmatrix} k_{11} & 0 & 0 & -k_{11} & 0 & 0 \\ 0 & k_{22} & k_{23} & 0 & -k_{22} & k_{24} \\ 0 & k_{23} & k_{33} & 0 & -k_{23} & k_{36} \\ -k_{11} & 0 & 0 & k_{11} & 0 & 0 \\ 0 & -k_{22} & -k_{23} & 0 & k_{22} & -k_{24} \\ 0 & k_{24} & k_{36} & 0 & -k_{24} & k_{66} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Em que:

$$k_{11} = \frac{b \cdot E \cdot (h_1 + h_2)}{2 \cdot L};$$

$$k_{22} = \frac{b \cdot E \cdot (h_1 + h_2) \cdot (7 \cdot h_1^2 - 4 \cdot h_1 \cdot h_2 + 7 \cdot h_2^2)}{20 \cdot L^3};$$

$$k_{23} = \frac{b \cdot E \cdot (5 \cdot h_1^3 + 2 \cdot h_1^2 \cdot h_2 + h_1 \cdot h_2^2 + 2 \cdot h_2^3)}{20 \cdot L^2};$$

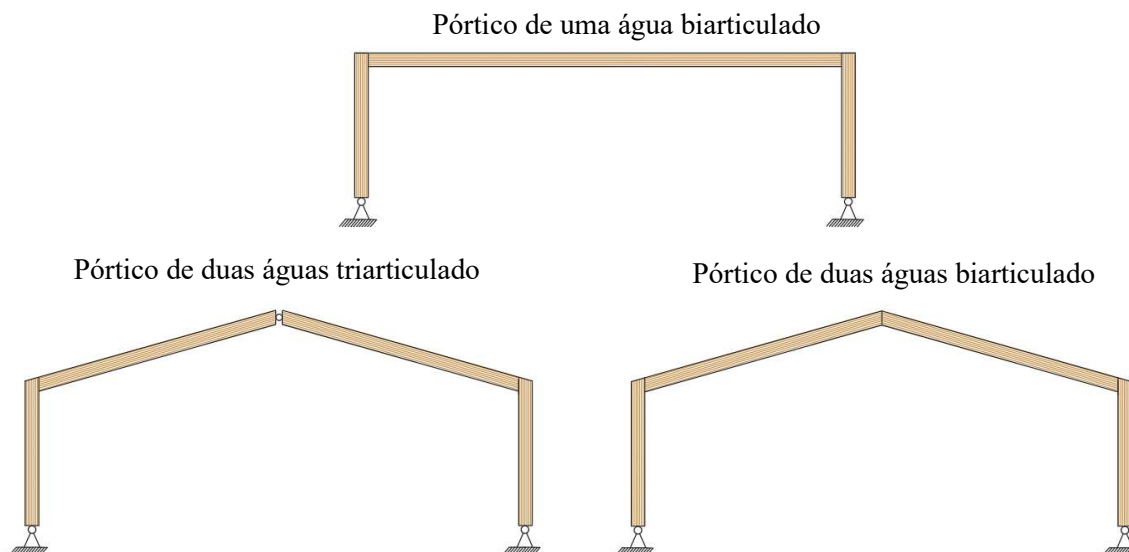
$$k_{24} = \frac{b \cdot E \cdot (2 \cdot h_1^3 + h_1^2 \cdot h_2 + 2 \cdot h_1 \cdot h_2^2 + 5 \cdot h_2^3)}{20 \cdot L^2};$$

$$k_{33} = \frac{b \cdot E \cdot (11 \cdot h_1^3 + 5 \cdot h_1^2 \cdot h_2 + 2 \cdot h_1 \cdot h_2^2 + 2 \cdot h_2^3)}{60 \cdot L};$$

$$k_{36} = \frac{b \cdot E \cdot (h_1 + h_2) \cdot (4 \cdot h_1^2 - 3 \cdot h_1 \cdot h_2 + 4 \cdot h_2^2)}{60 \cdot L};$$

$$k_{66} = \frac{b \cdot E \cdot (2 \cdot h_1^3 + 2 \cdot h_1^2 \cdot h_2 + 5 \cdot h_1 \cdot h_2^2 + 11 \cdot h_2^3)}{60 \cdot L}.$$

Na secção 2.2 foram abordados os tipos de cobertura possíveis neste género estrutural. Na realização deste trabalho optou-se apenas por estudar os tipos de cobertura mais comuns; pórtico triarticulado de duas águas; pórtico biarticulado de duas águas; pórtico biarticulado de uma água. Como foi mencionado anteriormente, as condições de fronteira foram consideradas como rotuladas para reduzir os momentos flectores nas fundações e, conseqüentemente, o seu dimensionamento. Os três tipos de pórticos estão representados na Figura 3.3.



**Figura 3.3** – Tipos de cobertura considerados neste trabalho

A análise da estrutura secundária (madres de cobertura e elementos de contraventamento) é feita separadamente da estrutura principal através da consideração dos casos de carga relevantes. Consideraram-se as madres como elementos simplesmente apoiados de secção transversal retangular constante. Para os elementos de contraventamento, optou-se por usar barras de aço da marca Macalloy que se ilustram na Figura 3.4 e cujas características resistentes e geométricas estão apresentadas em anexo.

As verificações de segurança aos estados limites últimos e de utilização apresentam-se na secção 3.4.4 referente às restrições do algoritmo de otimização.



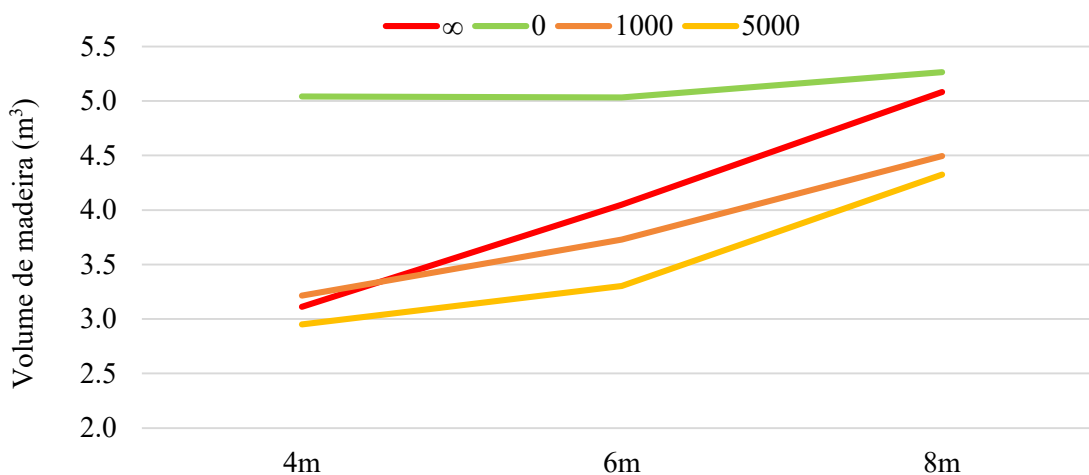
**Figura 3.4** – Barra de aço Macalloy [Imagem 5]

---

### 3.3.2. Modelação das ligações

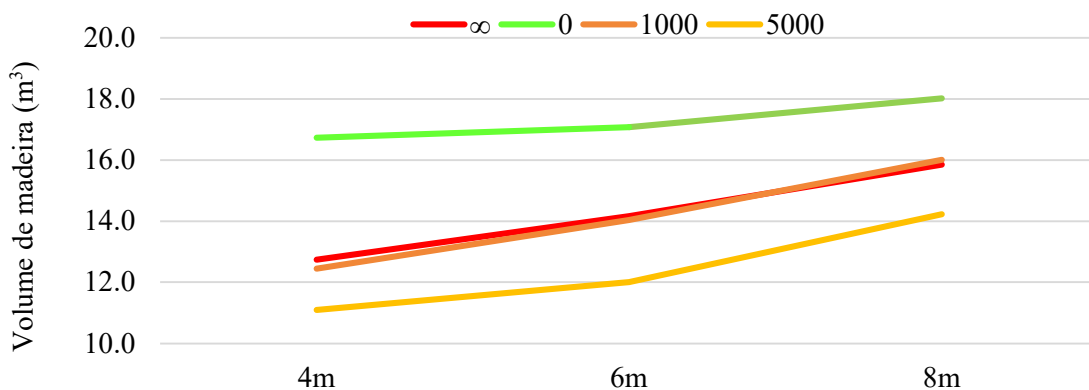
Em estruturas de madeira, as ligações entre elementos estruturais assumem especial importância pois são estas que permitem a transferência de esforços internos de um elemento para outro. Em pórticos de madeira, a ligação mais corrente é do tipo cavilha em corte duplo. Este tipo de ligação permite transmitir momento fletor, pois a disposição e o número de ligadores garantem rigidez rotacional. O cálculo desta rigidez é apresentado em pormenor em Negrão e Faria (2009) e será explicado nesta secção.

Sendo o objetivo desta dissertação a otimização de pórticos de madeira, é importante avaliar a influência da rigidez da ligação viga-pilar na distribuição dos esforços internos e, consequentemente, no dimensionamento quer da ligação, quer dos elementos estruturais. Para isso, fez-se um estudo paramétrico em que se variaram características geométricas do pórtico e a rigidez da ligação. As cargas utilizadas neste estudo foram as permanentes associadas ao peso próprio e revestimento, assim como, ações variáveis associadas à sobrecarga de utilização e ao vento. Através do programa *SAP2000* foram obtidos os esforços internos e, de seguida, realizado o dimensionamento da forma convencional, fazendo as verificações necessárias de acordo com as disposições do Eurocódigo 5 (EN\_1995-1-1, 2004). No primeiro exemplo considerou-se um pórtico birrotulado de uma água com quinze metros de vão. Variou-se a altura do pórtico entre quatro, seis e oito metros. Para a rigidez da ligação viga-pilar consideraram-se quatro casos: rotulada, infinitamente rígida, 1000 kNm/rad e 5000 kNm/rad. Consideraram-se elementos com secção transversal constante. Após o dimensionamento dos diversos elementos calculou-se o volume total de *glulam* necessário para cada caso. Na Figura 3.5 apresentam-se os resultados obtidos. Considerou-se um segundo exemplo em tudo semelhante ao primeiro, mas com um vão do pórtico igual a 30m. Os resultados do segundo exemplo apresentam-se na Figura 3.6.



**Figura 3.5** – Influência da rigidez da ligação viga-pilar no volume total de madeira do pórtico – pórtico de 15 metros

Analisando os resultados do primeiro exemplo verifica-se um aumento significativo do volume de madeira quando é aumentada a altura do pórtico, à exceção do pórtico dimensionado com as ligações viga-pilar rotuladas (rigidez igual a zero). Este facto justifica-se devido à ligação ser rotulada e não haver transmissão de momento fletor para os pilares. Assim, o dimensionamento dos pilares é condicionado apenas pelo esforço axial que, sendo relativamente baixo, conduz a secções dos pilares de pequena dimensão. Para as outras rigidezes há transmissão de momentos fletores provocados pelas ações na cobertura para os pilares. Deste modo, o dimensionamento dos pilares é condicionado pelos momentos fletores, requerendo secções transversais de maiores dimensões, o que conduz a um maior volume de madeira. fazendo com que estes contribuam mais para o total de metros cúbicos de madeira. Apesar do aumento da secção transversal dos pilares, a transmissão de momentos fletores provocada por este tipo de ligação origina dimensionamentos das vigas com secções mais reduzidas e, no geral, menos volume de madeira por pórtico.

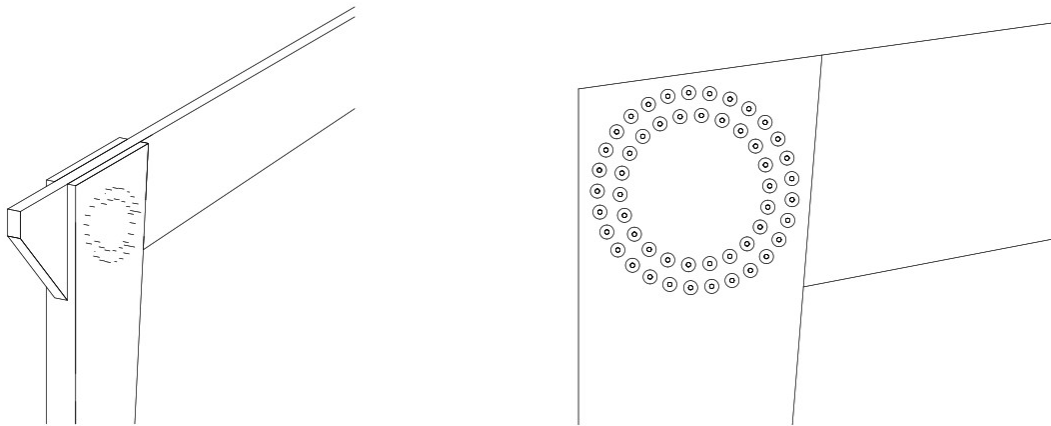


**Figura 3.6** – Influência da rigidez da ligação viga-pilar no volume total de madeira –pórtico de 30 metros

No segundo exemplo as conclusões são semelhantes e permitem perceber que a modelação da ligação como rotulada constitui a opção mais desfavorável em termos de volume total de madeira e, conseqüentemente, de custo, sobretudo para pórticos de maiores dimensões.

Em ambos os exemplos verifica-se que a solução mais económica não passa por considerar a ligação totalmente rígida ou com rigidez nula. Conclui-se, então, que uma distribuição equilibrada dos momentos flectores conduz a soluções de dimensionamento com economia de material, ou seja, mais próximas de soluções ótimas. Esse equilíbrio é dado por uma rigidez da ligação elevada, mas não infinita.

Na Figura 3.7 está representado um exemplo de ligação viga-pilar tipo cavilha em corte duplo, considerado nesta dissertação. Como foi referido trata-se de uma ligação resistente a momentos que apresenta um comportamento semirrígido.



**Figura 3.7** – Exemplo de ligação viga-pilar tipo cavilha em corte duplo

Para o cálculo da rigidez desta ligação considere-se o esquema da Figura 3.8, no qual é representada a ligação sujeita a um momento fletor  $M$ . Admitindo que os elementos de madeira apresentam rigidez infinita junto à ligação, o momento aplicado origina uma rotação de corpo rígido,  $\theta$ , de todos os ligadores e o centro de rotação  $CR$  situa-se no centro geométrico do conjunto de ligadores. Considerando  $r_j$  a distância entre o centro de rotação  $CR$  e o ligador  $j$ , a rotação  $\theta$  irá provocar um pequeno deslocamento  $d_j$  que é dado por:

$$d_j = r_j \theta \quad (3.12)$$

A força  $F_j$  exercida pelo ligador contra a madeira envolvente é dada pela multiplicação do módulo de deslizamento instantâneo,  $K_{ser}$  pelo deslocamento  $d_j$ . Este módulo depende do tipo

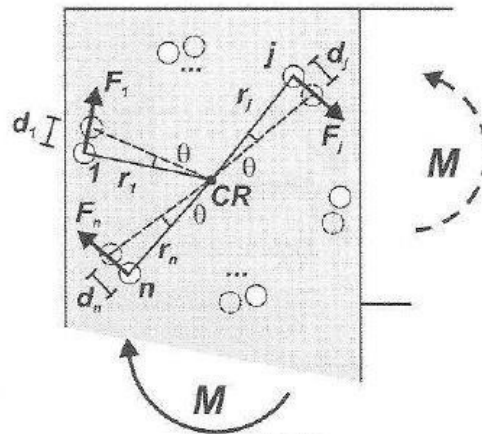
de ligação (madeira-madeira ou madeira-derivados) do tipo e diâmetro do ligador ( $d$ ), assim como dos valores médios das massas volúmicas das peças ( $\rho_m$ ). Na secção sete do Eurocódigo 5 (EN 1995-1-1, 2004) define-se o módulo de deslizamento instantâneo para os diferentes tipos de ligador. Como anteriormente foi mencionado, a ligação em estudo é feita através de cavilhas ou parafusos tipo porca, então o módulo de deslizamento instantâneo é dado por:

$$K_{ser} = \rho_m^{1.5} d / 23 \quad (3.13)$$

O momento atuante  $M$  iguala o somatório dos momentos parciais de cada ligador que é dado pela multiplicação da força  $F_j$  pelo braço  $r_j$ . A relação entre o momento e a rotação por ele originada caracterizam a rigidez global da ligação que é dada por:

$$K_{ligação} = \sum_{j=1}^n K_{ser,j} r_j^2 \quad (3.14)$$

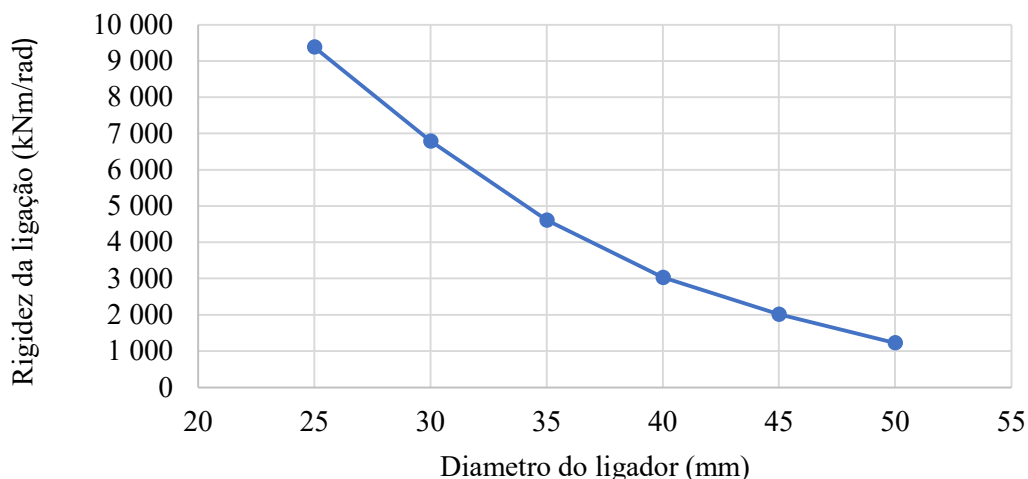
Este é o valor da rigidez a considerar para estados limites de utilização (SLS). Para o cálculo da rotura, segundo EC5-1-1 cláusula 2.2.2(2), deverá considerar-se um valor de 2/3 da rigidez obtida para SLS.



**Figura 3.8** – Ligação semirrígida tipo pilar-viga em pórticos de madeira (Negrão e Faria, 2009)

Percebe-se então que a rigidez da ligação depende diretamente da altura das secções transversais da viga e do pilar, do número e diâmetro dos ligadores. Visto que rigidezes elevadas levam a uma distribuição mais equilibrada dos momentos fletores e, conseqüentemente, a dimensionamentos mais económicos, o objetivo para a modelação da rigidez da ligação passa por ter a rigidez máxima possível para uma dada altura da secção transversal dos elementos ligados. Para isso, realizou-se um estudo paramétrico para perceber a influência de cada parâmetro no cálculo da mesma. Todos os parâmetros são diretamente proporcionais à rigidez da ligação. Contudo, o número de ligadores e o raio  $r_j$  são inversamente proporcionais ao

diâmetro do ligador, ou seja, quanto maior o diâmetro do ligador, menor será o raio e o número total de ligadores. Isto deve-se à necessidade de garantir os afastamentos entre ligadores e limites da secção transversal impostos pela cláusula 8.3 do Eurocódigo 5 (EN 1995-1-1, 2004). Estes afastamentos são inversamente proporcionais ao diâmetro. Na Figura 3.9 representa-se a influência do diâmetro do ligador na rigidez da ligação.



**Figura 3.9** – Influência do diâmetro do ligador na rigidez da ligação

O estudo paramétrico permite perceber que, embora o aumento do diâmetro aumente o módulo de deslizamento instantâneo, este faz diminuir drasticamente a rigidez da ligação, em virtude da diminuição do raio e do número total de ligadores. Com vista a obter o máximo de rigidez possível, optou-se por considerar na modelação da rigidez da ligação o diâmetro mínimo admissível dos ligadores para este tipo de estrutura (30 mm).

### 3.3.3. Análise estrutural considerando os efeitos de 2ª ordem

O programa desenvolvido permite considerar diversos casos de carga que representam as combinações de ações relevantes para as verificações de segurança referentes aos estados limites últimos e de utilização. Os diversos casos de carga considerados serão descritos em detalhe no Capítulo 4. Tendo em conta que o tipo de estrutura em estudo poderá apresentar um comportamento geometricamente não-linear moderado em virtude de se utilizarem elementos de madeira esbeltos, os efeitos de segunda ordem deverão ser considerados na análise estrutural. Deste modo, os mesmos foram considerados implementando no módulo de análise estrutural a possibilidade de realizar uma análise de segunda ordem aproximada. Para tal recorreu-se à implementação do *método das forças laterais equivalentes*, também designado por *método iterativo P-Δ* (Reis e Camotim, 2001). Neste método começa-se por realizar uma análise de

primeira ordem. A rotação ( $\theta_i$ ) originada pelos deslocamentos horizontais daí resultantes é usada conjuntamente com o esforço axial nos pilares ( $N_i$ ) para calcular forças horizontais equivalentes ( $F_i$ ) aos efeitos de segunda ordem. Estas forças são adicionadas às forças horizontais iniciais e repete-se a análise da estrutura e o cálculo de novas forças horizontais equivalentes. Este processo é repetido até a obtenção de convergência, ou seja, quando a diferença entre os resultados de duas iterações subsequentes seja pouco significativa (aproximadamente inferior a 10%).

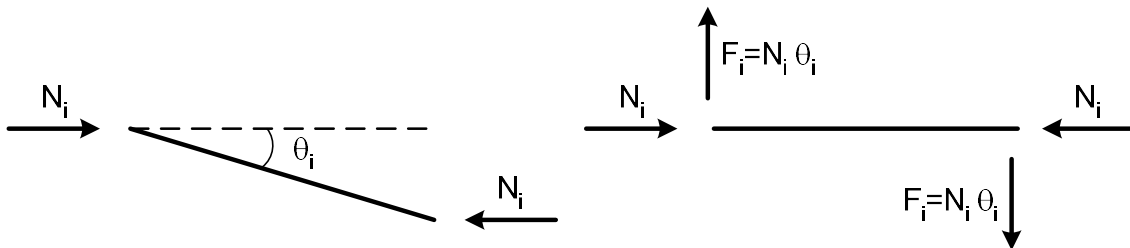


Figura 3.10 – Forças laterais equivalentes aos efeitos de segunda ordem (*método iterativo P-Δ*)

### 3.4. Otimização estrutural

#### 3.4.1. Considerações gerais

A otimização estrutural é um processo iterativo em que, através da utilização de algoritmos de programação matemática, se procura melhorar um determinado projeto inicial. Por conseguinte, a otimização estrutural pode ser interpretada como um processo de dimensionamento automatizado que permite obter valores ótimos de *variáveis de decisão* que satisfazem um determinado conjunto de regras e condicionantes impostas pelos regulamentos ou pelo projeto (Simões, 2008). Este processo baseia-se na alteração dos valores das variáveis de decisão, com o objetivo de minimizar uma *função objetivo*. Um problema de otimização estrutural pode ser formulado, matematicamente, da seguinte forma:

$$\min \quad F(\underline{x}) \quad (3.15)$$

$$\text{s. a} \quad g_j(\underline{x}) \geq 0 \quad \text{com } j = 1; \dots; N_G \quad (3.16)$$

$$h_k(\underline{x}) = 0 \quad \text{com } k = 1; \dots; N_E \quad (3.17)$$

onde  $F(\underline{x})$  representa a função objetivo a minimizar,  $\underline{x}$  representa o vetor das variáveis de decisão,  $g_j(\underline{x})$  representa as restrições de desigualdade e  $h_k(\underline{x})$  representa as restrições de igualdade.



---

Os algoritmos de programação matemática permitem obter a solução do problema dependendo essencialmente do tipo de função objetivo, da existência ou não de restrições e do número e natureza (contínua ou discreta) das variáveis de decisão. A maioria destes algoritmos possibilitam a resolução de problemas de otimização estrutural com apenas uma função objetivo. No entanto, numa perspetiva mais geral, para a maioria das situações reais de projeto, pretende-se a verificação de um conjunto de funções objetivo, como a redução do custo, admissibilidade das tensões e dos deslocamentos. Nestes casos, a resolução do problema (multiobjetivo ou multicritério) torna-se mais complexa, sendo necessário adotar estratégias apropriadas.

Em problemas de minimização com variáveis de decisão contínuas e em que a função objetivo e o domínio são convexos tem-se uma solução ótima única, ou seja, obtém-se um ótimo global. Todavia, em projetos de Engenharia Civil esta situação não é a mais comum. O elevado número de variáveis de decisão conduz a funções objetivo altamente não-lineares que, em conjunto com a existência de múltiplos objetivos, por vezes em conflito, origina problemas não-convexos (Martins, 2015).

Existem diversos métodos para a pesquisa do mínimo global em problemas não-convexos, podendo ser subdivididos em determinísticos e estocásticos. No entanto, não existem condições matemáticas que garantam a obtenção do mínimo global em problemas não-convexos. Nessas circunstâncias pode adotar-se uma solução como ótima após o algoritmo ter sido executado durante um longo período de tempo (Arora, 2004). A inexistência de condições de otimalidade faz com que a solução global apenas possa ser obtida após uma pesquisa exaustiva do espaço de projeto. Os algoritmos enumerativos ou de planos de corte envolvendo subestimativas convexas constituem a melhor opção para obter o ótimo global em problemas não-convexos. Os métodos de pesquisa em que se podem utilizar caminhos aleatórios ou algoritmos de base biológica, nomeadamente, algoritmos genéticos, algoritmos evolutivos, enxame de partículas, colónia de formigas, fornecem a melhor solução até então encontrada, não garantindo o ótimo global. A maior desvantagem destes métodos globais consiste no elevado tempo de cálculo que requerem, aumentando significativamente com o incremento no número de variáveis de decisão consideradas (Martins, 2015).

Neste trabalho optou-se por formular o problema de dimensionamento de estruturas porticadas de madeira com ligações semirrígidas como um problema de otimização com apenas uma função objetivo (custo da estrutura) sujeito a um conjunto de restrições. Como foi referido, para resolver este problema de otimização optou-se por recorrer a um algoritmo genético. A escolha desta técnica justifica-se por: facilidade e rapidez de implementação; utilização de variáveis

---

discretas; número reduzido de variáveis de decisão, não comprometendo assim a eficiência computacional do algoritmo.

Nas secções seguintes descreve-se detalhadamente cada um dos elementos (variáveis de decisão, função objetivo e restrições) do problema de otimização em estudo. Além disso, apresenta-se em detalhe a descrição dos diversos parâmetros do algoritmo genético, assim como, as opções tomadas em cada um.

### **3.4.2. Variáveis de decisão**

Como foi referido, a otimização estrutural tem como principal objetivo a melhoria de um dado projeto inicial, alterando parâmetros caracterizadores do sistema estrutural. Estes parâmetros são designados por variáveis de decisão e é-lhes dada a liberdade de variar durante todo o processo iterativo de otimização representando, assim, os graus de liberdade do problema de otimização. Para além das variáveis de decisão existem outros parâmetros caracterizadores do sistema estrutural que não sofrem alteração durante o processo de otimização e que podem ser designados por parâmetros pré-definidos.

As variáveis de decisão podem representar todas as incógnitas associadas a um projeto de estruturas, desde dimensões dos elementos estruturais, das respetivas secções transversais até propriedades dos materiais a utilizar. Os valores das variáveis de decisão podem ser de natureza contínua ou discreta. As variáveis de decisão contínuas podem tomar quaisquer valores dentro de um dado intervalo. A largura de uma viga de betão armado e uma força de pré-esforço podem ser consideradas como variáveis contínuas. As variáveis de decisão discretas apenas podem assumir valores previamente listados. É o caso da altura de uma viga de *glulam* que terá de ser múltipla das espessuras padronizadas de cada lamela. Outro exemplo é o número de ligadores numa ligação tipo cavilha em que podem apenas ser considerados números naturais.

Segundo Haftka e Gürdal (1992), a consideração de variáveis discretas torna a resolução da maioria dos problemas de otimização estrutural mais complexa. Então, é habitual usarem-se variáveis de decisão contínuas e, após obtenção da solução ótima os valores são arredondados para os valores discretos mais próximos. No entanto, este procedimento só é adequado quando os valores discretos são próximos uns dos outros, para que os resultados não sejam comprometidos. Para o tipo de estrutura em estudo neste trabalho têm-se poucas variáveis de decisão pelo que se optou por considerar todas as variáveis de decisão como discretas.

Na resolução de problemas de otimização estrutural é usual agrupar as variáveis de decisão  $x_i$ , num vetor  $\underline{x}$  representado da seguinte forma:

$$\underline{x} = \{x_1; x_2; x_3; \dots; x_N\}^T \quad (3.18)$$

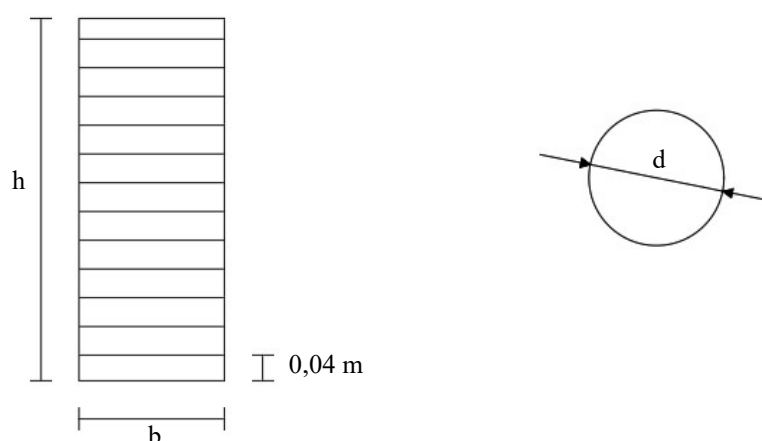
onde  $N$  representa o número de variáveis de decisão.

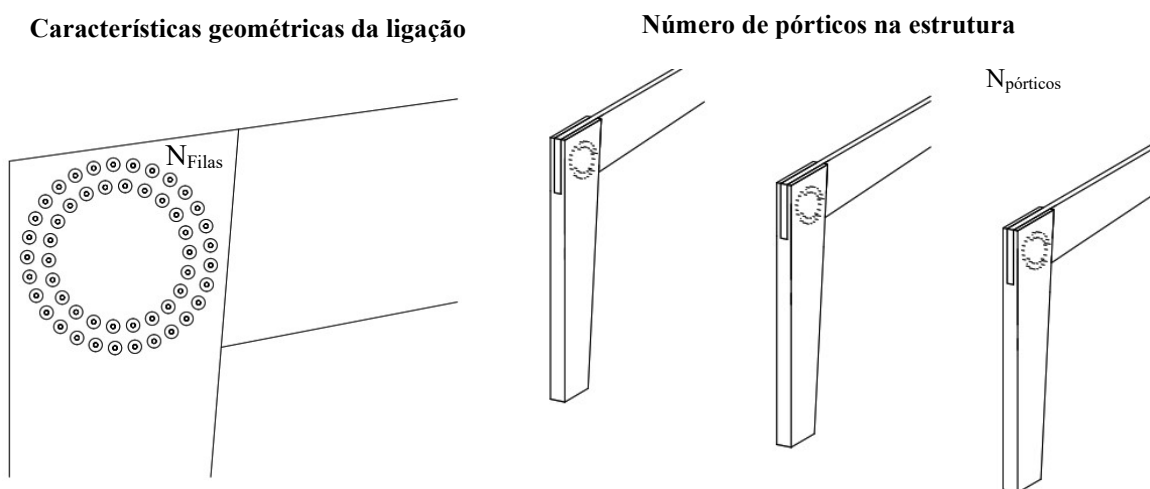
Tendo em conta as características da estrutura em estudo neste trabalho definiu-se um conjunto de variáveis de decisão relacionadas com:

- Secção transversal dos elementos estruturais principais e secundários;
- Características geométricas da ligação;
- Número de pórticos na estrutura.

Na Figura 3.11 iustram-se os tipos de variáveis de decisão implementadas no modelo numérico desenvolvido no âmbito desta dissertação.

**Secção dos elementos principais e secundários estruturais**





**Figura 3.11** – Tipos de variáveis de decisão considerados

No Quadro 3.1 apresenta-se a numeração e descrição das variáveis de decisão consideradas no problema de otimização de pórticos de madeira com ligações semirrígidas.

**Quadro 3.1** – Descrição das variáveis de decisão consideradas

Número	Descrição
1	Altura da viga junto à ligação viga-pilar
2	Largura da viga
3	Altura do pilar junto à ligação viga-pilar
4	Largura do pilar
5	Número de filas de ligadores da ligação viga-pilar
6	Altura da viga junto à ligação viga-viga
7	Altura do pilar junto à ligação viga-fundação
8	Número total de pórticos da estrutura
9	Altura das madres
10	Largura das madres
11	Diâmetro das barras de aço para o contraventamento

A escolha das variáveis de decisão torna-se fundamental para obter soluções ótimas e adequadas do ponto de vista prático. Poderiam ter-se escolhido outras variáveis de decisão, como as classes da madeira, dos parafusos ou das barras de aço para o contraventamento. Contudo, não tendo informação sobre a diferença de custo entre as diferentes classes, o algoritmo acabaria por escolher as classes de resistência mais elevada. Da mesma forma, poderia ter-se escolhido o diâmetro dos parafusos. Porém, como foi descrito na secção 3.3.2, a solução que oferece maior rigidez passa por escolher o diâmetro menor. Não sabendo a diferença de custo entre os diferentes diâmetros e querendo implementar uma variável relacionada diretamente com a

---

rigidez da ligação, optou-se por considerar o número de filas de ligadores, tendo diferenças em relação ao custo que serão apresentadas na seção 3.4.3.

Como referido anteriormente, todas as variáveis de decisão são de natureza discreta. Ao contrário de variáveis de natureza contínua, em que apenas é necessário definir um valor máximo e mínimo, para resolver um problema de otimização utilizando variáveis discretas, é necessário criar uma listagem de valores possíveis para cada variável. Visto que a madeira lamelada colada é constituída por finas lamelas sobrepostas e coladas entre si, na criação da listagem de valores para as variáveis 1, 3, 6, 7 e 9, consideraram-se apenas múltiplos de 0,04 m, valor comercial habitual da espessura de uma lamela (Figura 3.8). No caso das variáveis de decisão associadas à largura dos elementos estruturais principais e secundários (variáveis 2, 4 e 10), optou-se por utilizar múltiplos de 0,02 m, valores habituais dos fabricantes de *glulam*. Quanto ao número de pórticos e filas de ligadores da ligação viga-pilar, apenas poderão assumir números naturais. A variação dos diâmetros das barras de aço para o contraventamento foi definida tendo em conta a informação do catálogo do fabricante Macalloy (Macalloy, 2020), que se apresenta em anexo.

Tendo em conta aspetos construtivos e estéticos, definiram-se também os valores máximos e mínimos das variáveis de decisão. Por conseguinte, estabeleceu-se um valor mínimo de 0,2 m para as variáveis 6 e 7 para que as ligações viga-viga e pilar-fundação, respetivamente, sejam exequíveis. Para que os elementos principais não sejam demasiado esbeltos definiu-se para as variáveis 2 e 4 um valor mínimo de 0,16 m. Tendo em conta os catálogos comerciais existentes, os valores máximos considerados para as variáveis associadas à altura e largura da secção transversal retangular foram de 1,64 m e 0,48 m, respetivamente. Tendo em conta a dimensão do tipo de estrutura em estudo na direção longitudinal, optou-se por considerar valores mínimo e máximo de 4 e 18, respetivamente, para a variável que representa o número de pórticos. Para as variáveis 9 e 10 considerou-se o valor mínimo de 0,08 m, correspondente ao valor mínimo disponível comercialmente. Os valores máximo e mínimo do diâmetro foram definidos de acordo com a tabela do fabricante apresentado no anexo. No Quadro 3.2 apresenta-se uma síntese dos valores admissíveis de cada variável decisão.

**Quadro 3.2** – Síntese dos valores associados às variáveis decisão

Número da variável de decisão	Valor mínimo	Valor máximo	Intervalo de valores
1	0,20 m	1,64 m	0,04 m
2	0,16 m	0,48 m	0,02 m
3	0,20 m	1,64 m	0,04 m
4	0,16 m	0,48 m	0,02 m
5	1	2	1
6	0,20 m	1,64 m	0,04 m
7	0,20 m	1,64 m	0,04 m
8	4	18	1
9	0,08 m	1,64 m	0,04 m
10	0,08 m	0,48 m	0,02 m
11	0,01 m	0,102 m	Anexo

De referir que a variável 4 (largura do pilar) terá de ser pelo menos 1,5 vezes superior à variável 2 (largura da viga) para que a ligação viga-pilar seja possível (ver Figura 3.7). Por razões estéticas limitou-se a altura máxima das madres à altura mínima das vigas de cobertura apresentada pela solução ótima.

### 3.4.3. Função objetivo

No problema de otimização em estudo considerou-se como função objetivo a minimizar o custo total da estrutura, que está diretamente relacionado com o volume total de madeira (vigas, pilares e madres) e aço (elementos de contraventamento). O cálculo total do custo da estrutura é apresentado na equação seguinte:

$$Custo_{total} = Custo_{EP} + Custo_{ES} + Custo_{barra \ de \ aço} \quad (3.19)$$

em que:

$Custo_{EP}$  é o custo dos elementos estruturais principais (vigas e pilares do pórtico);

$Custo_{ES}$  é o custo dos elementos estruturais secundários (madres de cobertura);

$Custo_{barras \ de \ aço}$  é o custo das barras de aço do fabricante Macalloy.

Considerou-se um custo por metro cúbico da madeira lamelada colada igual a 500 €, ao qual foi associado um custo de mais 30% relativo às ligações. Caso o algoritmo opte por escolher 2 filas de ligadores na ligação é somado mais 20% ao valor das ligações ou seja;

$$\text{se } x_5 = 1 \rightarrow \text{Custo}_{EP} = 500\text{€} \times 1,3 = 650\text{€/m}^3 \quad (3.20)$$

$$\text{se } x_5 = 2 \rightarrow \text{Custo}_{EP} = 500\text{€} \times 1,3 + (500 \times 0,3 \times 0,2) = 680\text{€/m}^3$$

Onde:

$x_5$  representa a variável de decisão nº 5 - *Número de filas de ligadores da ligação viga-pilar*.

À semelhança dos elementos principais, o custo considerado dos elementos estruturais secundários é de 650€/m<sup>3</sup>.

Para as barras de aço, considerou-se um custo de 2,5 €/kg. Utilizando o valor habitual de 7850 kg/m<sup>3</sup> para o peso volúmico do aço obteve-se um custo de 19625 €/m<sup>3</sup>.

#### 3.4.4. Restrições

As restrições constituem os requisitos a verificar pelas variáveis de decisão e por determinadas grandezas caracterizadoras da resposta estrutural face às ações impostas, de modo que a solução do problema de otimização seja admissível. Em problemas de dimensionamento de estruturas as restrições correspondem habitualmente às disposições regulamentares que garantem as verificações de segurança aos estados limites últimos e de utilização. De salientar, que na formulação do problema de otimização, as restrições devem ser escritas em formato normalizado.

##### a) Verificação aos Estados Limites Últimos

Primeiramente os valores de cálculo das propriedades mecânicas dos elementos de madeira ( $X_k$ ) são minorados pelo fator de segurança,  $\gamma_M$ , e o parâmetro  $k_{mod}$ . O coeficiente parcial de segurança ( $\gamma_M$ ) pretende ter em conta a variabilidade das propriedades do material. Para a madeira lamelada colada, segundo a Tabela 2.3 do Eurocódigo 5 (EN 1995-1-1, 2004), o coeficiente  $\gamma_M$  toma o valor de 1,25. Para ter em consideração as condições termo-higrométricas de aplicação dos materiais, bem como a duração de atuação de cargas, considera-se o coeficiente  $k_{mod}$ . O seu valor pode ser obtido consultando a Tabela 3.1 do Eurocódigo 5 (EN 1995-1-1, 2004) e toma o valor de 0,8. Desta forma, o valor de cálculo de qualquer propriedade resistente ( $X_d$ ) é dado por:

$$X_d = k_{mod} \frac{X_k}{\gamma_M} \quad (3.21)$$

Devido à não homogeneidade da madeira lamelada colada há a necessidade de verificar a segurança para forças aplicadas na direção das fibras e na direção perpendicular às mesmas. Segundo o ponto 6.1.4 e 6.1.5 do Eurocódigo 5 (EN 1995-1-1, 2004), para garantir a segurança

de um elemento em compressão, a tensão de compressão atuante paralela às fibras ( $\sigma_{c,0,d}$ ) terá de ser menor que a tensão resistente ( $f_{c,0,d}$ ).

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}}\right) - 1 \leq 0 \quad (3.22)$$

em que:

$$\sigma_{c,0,d} = X_{3,0}/A_{secc\tilde{a}o};$$

$$f_{c,0,d} = k_{mod} \times (f_{c,0,k}/\gamma_M);$$

onde  $X_{3,0}$  é o esforço axial atuante paralelo às fibras na secção de área  $A_{secc\tilde{a}o}$  e  $f_{c,0,k}$  a resistência à compressão paralela às fibras que depende da classe de resistência adotada.

Para tensões de compressão atuantes na direção perpendicular das fibras ( $\sigma_{c,90,d}$ ), a verificação de segurança é feita de forma semelhante, contudo, o módulo de resistência ( $f_{c,90,d}$ ) é majorada por um coeficiente ( $k_{c,90}$ ) que tem em consideração a configuração da carga, a possibilidade de fendilhação e a deformação. Tendo em conta o carregamento aplicado, o ponto 6.1.5 (3) do Eurocódigo 5 (EN 1995-1-1, 2004) estabelece o valor 1,5 para o coeficiente  $k_{c,90}$ :

$$\left(\frac{\sigma_{c,90,d}}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}}\right) - 1 \leq 0 \quad (3.23)$$

As principais cargas aplicadas aos pórticos de madeira em estudo são cargas verticais devido às ações permanentes e forças horizontais devido à ação do vento. Estas ações originam esforços de flexão nos elementos estruturais (vigas de cobertura e pilares). A verificação de segurança em flexão pressupõe uma interação linear entre os momentos segundo as duas direções principais, y e z, e é dada por:

$$\left(\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}}\right) - 1 \leq 0 \quad (3.24)$$

$$\left(k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}}\right) - 1 \leq 0 \quad (3.25)$$

onde  $\sigma_{m,y,d}$  e  $\sigma_{m,z,d}$  são as tensões de flexão atuantes segundo as direções principais y e z, respetivamente.  $f_{m,y,d}$  e  $f_{m,z,d}$  representam a resistência à flexão segundo as direções principais y e z, respetivamente. Estes valores foram minorados de acordo com a Equação 3.21. O parâmetro  $k_m$  é um fator corretivo que tem em consideração a possível redistribuição de esforços



e a falta de homogeneidade da secção. Para secções retangulares de madeira lamelada colada e segundo a disposição 6.1.6 (2) do Eurocódigo 5 (EN 1995-1-1, 2004),  $k_m$  toma o valor de 0,7.

Tendo em conta que na maioria dos casos existem esforços combinados de flexão e compressão, a verificação à flexão composta a que os elementos estruturais principais e secundários (madres) estão sujeitos está expressa na cláusula 6.2.4 do Eurocódigo 5 (EN 1995-1-1, 2004), podendo escrever-se as seguintes restrições:

$$\left( \left( \frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \right)^2 + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \right) - 1 \leq 0 \quad (3.26)$$

$$\left( \left( \frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \right)^2 + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \right) - 1 \leq 0 \quad (3.27)$$

Para vigas sujeitas a flexão simples ou composta, a verificação da estabilidade é necessária. De acordo com a secção 6.3.3 do Eurocódigo 5 (EN 1995-1-1, 2004), pode indicar-se a referida verificação através de:

$$\left( \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,y,d}} \right)^2 - 1 \leq 0 \quad (3.28)$$

em que:

$$k_{crit} = \begin{cases} 1 & \text{para } \lambda_{rel,m} < 0,75 \\ 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_{rel,m} & \text{para } 0,75 < \lambda_{rel,m} < 1,4 \\ \frac{1}{\lambda_{rel,m}^2} & \text{para } 1,4 < \lambda_{rel,m} \end{cases} \quad (3.29)$$

A esbelteza relativa para a flexão é dada por:

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}} \quad (3.30)$$

onde  $f_{m,k}$  é o valor da resistência à flexão sem ser minorado. A tensão crítica de flexão ( $\sigma_{m,crit}$ ) para madeira maciça com secção transversal retangular deve ser calculada através da seguinte expressão:

$$\sigma_{m,crit} = \frac{0,78 \cdot b^2}{h \cdot l_{ef}} \cdot E \quad (3.31)$$

onde

$b$  é a base da secção transversal do elemento;

$h$  é a altura da secção transversal do elemento;

$l_{ef}$  é o vão efetivo do elemento;

$E$  é o módulo de elasticidade.

A verificação de resistência ao esforço transversal também é requerida pelas normas. Os elementos estruturais principais e madres estão sujeitos a tensão atuante ( $\tau_d$ ) onde estes não podem ser superiores à capacidade resistente ( $f_{v,d}$ ).

$$\left(\tau_d/f_{v,d}\right) - 1 \leq 0 \quad (3.31)$$

onde  $\tau_d$  é o valor de cálculo da tensão de corte atuante e  $f_{v,d}$  é o valor de cálculo da resistência ao corte minorada através da Equação 3.21.

Os elementos de contraventamento apenas estarão sujeitos a esforços axiais de tração, sendo a verificação correspondente dada por:

$$\left(\frac{X_3}{0,9 \cdot A_{secção} \cdot f_{y,k} / \gamma_{M2}}\right) - 1 \leq 0 \quad (3.32)$$

onde

$X_3$  é o esforço axial de tração atuante;

$f_{y,k}$  é o valor característico da resistência à tração do elemento de aço;

$\gamma_{M2}$  é coeficiente de minoração que tem o valor de 1,25;

### **b) Verificação aos Estados Limites de Utilização**

Segundo o Eurocódigo 5 (EN 1995-1-1, 2004), para o tipo de estruturas em estudo a única verificação aos estados limites de utilização é a deformação. A deformação final ( $u_{fin}$ ) está apresentada na Equação 3.33 e é dada pela soma das deformações provocadas pelas ações permanentes e pelas ações variáveis e, segundo o artigo 2.2.3 (3) do Eurocódigo 5 (EN 1995-1-1, 2004), utilizando a combinação de ações quase-permanente.

$$u_{fin} = u_{fin,G} + u_{fin,Q,1} + \sum u_{fin,Q,i} \quad (3.33)$$

onde:

$$u_{fin,G} = u_{int,G} (1 + k_{def}) \quad \text{para ações permanentes, G} \quad (3.34)$$

$$u_{fin,Q,1} = u_{int,Q,1} (1 + \psi_{2,1} k_{def}) \quad \text{para a ação variável 1, } Q_1 \quad (3.35)$$

$$u_{fin,Q,i} = u_{int,Q,i} (\psi_{0,i} + \psi_{2,i} k_{def}) \quad \text{para as restantes cargas permanentes, } Q_i \quad (i > 1) \quad (3.15)$$

$k_{def}$  é dado na Tabela 3.2 do Eurocódigo 5 (EN 1995-1-1, 2004) e para madeira lamelada colada toma o valor de 0.6.

Segundo o Eurocódigo 5 (EN 1995-1-1, 2004) o valor do deslocamento final não pode ser superior a  $L/300$ , onde  $L$  representa o vão da viga. A correspondente restrição pode ser expressa através de:

$$\left( \frac{u_{fin}}{L/300} \right) - 1 \leq 0 \quad (3.33)$$

### c) Verificações aos Estados limites últimos para as ligações

Como já foi referido, consideraram-se neste trabalho ligações do tipo cavilha (tipo 1) em corte duplo. As verificações de segurança estão relacionadas com os modos de rotura a que este tipo de ligação pode estar sujeito. Os 4 tipos de rotura estão divididos em 2 grupos sendo o primeiro a rotura por esmagamento dos elementos estruturais e o segundo a rotura pelo ligador.

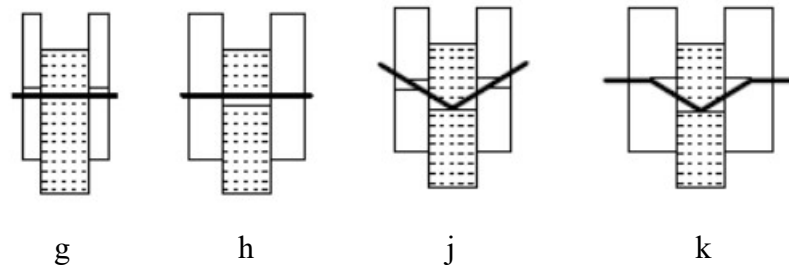


Figura 3.12 – Tipos de rotura da ligação em corte duplo (EN 1995-1-1, 2004)

A resistência para cada modo de rotura, assim como a explicação de cada incógnita é apresentada de seguida

$$F_{v,Rk} = \min \begin{cases} f_{h,1,k} \cdot t_1 \cdot d & \text{(g)} \\ 0,5 \cdot f_{h,2,k} \cdot t_2 \cdot d & \text{(h)} \\ 1,05 \cdot \frac{f_{h,1,k} \cdot t_1 \cdot d}{2+\beta} \cdot \left[ \sqrt{2\beta(1+\beta) + \frac{4\beta \cdot (2+\beta) \cdot M_{y,Rk}}{f_{h,1,k} \cdot d \cdot t_1^2} - \beta} \right] + \frac{F_{ax,Rk}}{4} & \text{(j)} \\ 1,15 \sqrt{\frac{2\beta}{1+\beta}} \cdot \sqrt{2M_{y,Rk} \cdot f_{h,1,k} \cdot d} + \frac{F_{ax,Rk}}{4} & \text{(k)} \end{cases} \quad (3.34)$$

onde

$f_{h,1,k}$  e  $f_{h,2,k}$  são a resistência ao esmagamento localizado;

$t_2$  é a espessura da viga;

$t_1 = (e_{pilar} - t_2)/2$ , em que  $e_{pilar}$  é a espessura do pilar;

$d$  é o diâmetro do ligador;

$$\beta = f_{h,2,k}/f_{h,1,k};$$

$M_{y,Rk} = 0,3 \cdot f_{u,k} \cdot d^{2,6}$ , em que  $f_{u,k}$  é a resistência do parafuso;

$F_{ax,Rk} = 0$  segundo 8.2.2(2) do Eurocódigo 5 (EN 1995-1-1, 2004).

A resistência ao esmagamento localizado é calculada em função do ângulo que o vetor de força  $F_j$  (Figura 3.8) faz com a direção das fibras. Sendo  $\alpha_1$  o ângulo que o vetor faz com as fibras do pilar e  $\alpha_2$  o ângulo que o vetor faz com as fibras da viga, a resistência ao esmagamento localizado (casos (g) e (h)) é dada por:

$$f_{h,1,k} = \frac{f_{h,0,k}}{k_{90} \cdot \sin^2 \alpha_1 + \cos^2 \alpha_1} \quad (3.34)$$

$$f_{h,2,k} = \frac{f_{h,0,k}}{k_{90} \cdot \sin^2 \alpha_2 + \cos^2 \alpha_2} \quad (3.35)$$

em que:

$$f_{h,0,k} = 0,082 (1 - 0,01 d) \rho_k \quad (3.36)$$

$$k_{90} = 0,35 + 0,015d \quad (3.37)$$

onde  $\rho_k$  representa a densidade volúmica da madeira.

---

Tratando-se de uma ligação em corte duplo, o momento resistente da ligação é dado pelo dobro de uma ligação em corte simples. O momento resistente de uma ligação em corte simples é dado pela soma dos momentos resistentes de cada ligador.

$$M_{R,k} = 2 \times \sum_{j=1}^{n^{\circ} \text{ ligadores}} F_{v,Rk} \cdot r_j \quad (3.38)$$

onde  $r_j$  representa a distância entre o ligador e o centro geométrico  $CR$  (figura 3.8).

De acordo com a cláusula 2.4.3(1) do Eurocódigo 5 (EN 1995-1-1, 2004), o valor de cálculo da resistência deve ser determinado através da Equação 3.21 desta dissertação.

### 3.4.5. Parâmetros do algoritmo genético

Nesta secção descrevem-se os parâmetros caracterizadores de um algoritmo genético. Apresentam-se também as opções tomadas para cada um deles no âmbito do trabalho desenvolvido e tendo em vista a resolução dos problemas de otimização referentes aos exemplos de verificação e aos exemplos de aplicação que se apresentam no Capítulo 4.

#### a) Indivíduo

Num algoritmo genético um indivíduo representa uma possível solução para o problema de otimização. Deste modo, cada indivíduo é constituído por um conjunto de valores para as variáveis de decisão do problema. Nos exemplos de aplicação apresentados no Capítulo 4, cada indivíduo é representado por um vetor  $x$  contendo os valores das 11 variáveis de decisão apresentadas na secção 3.4.2.

#### b) População

A população diz respeito ao total de indivíduos de uma dada geração, representando um conjunto de soluções para o problema de otimização, ou seja, um conjunto de vetores,  $x$ , das variáveis de decisão do problema. Com a consideração de populações de pequena dimensão corre-se o risco de não pesquisar a totalidade do espaço de projeto. Por outro lado, a utilização de populações de grande dimensão pode exigir um elevado custo computacional. Dependendo do autor e do trabalho, a dimensão da população varia habitualmente entre 20 e 500 indivíduos (Villar, et al (2016)). Por tentativa e para ter em conta o melhor comportamento do algoritmo, considerou-se uma população inicial com 50 indivíduos, mantendo-se este valor em cada uma das gerações seguintes.

---

### c) Operadores de reprodução

Partindo de uma população inicial, um algoritmo genético gera um novo conjunto de indivíduos que constitui uma nova geração. Durante o processo de otimização os indivíduos de uma dada geração são submetidos a um conjunto de operadores de reprodução (seleção, *crossover* e mutação) de modo a gerar indivíduos mais aptos na geração seguinte. O processo repete-se durante um conjunto de gerações e o indivíduo mais apto é considerado como solução ótima do problema. Com o operador de seleção, pesquisa é direcionada para as zonas da população com indivíduos mais aptos. Com pequenas mutações pesquisa-se a vizinhança de cada um dos indivíduos. O operador de mutação é essencial para garantir variabilidade da população. O operador de *crossover* distingue o algoritmo genético de outros métodos de otimização, possibilitando a troca de informação genética entre os indivíduos mais aptos. Este operador permite uma pesquisa mais alargada do espaço de projeto do que apenas na vizinha da população atual.

#### *Seleção*

O processo de seleção baseia-se no princípio da “sobrevivência dos mais aptos”. Através da seleção é feita a escolha dos indivíduos mais aptos que serão os progenitores que darão origem à geração seguinte. Como operadores de seleção mais comuns podem referir-se, a *seleção por ordenação*, a *seleção por roleta* ou a *seleção por torneio*. Os operadores disponíveis no algoritmo genético do programa MATLAB são: *selectionstochunif*, *selectionremainder*, *selectionuniform*, *selectionroulette*, *selectiontournament*. Neste trabalho considerou-se o operador selecionado por defeito no referido algoritmo, ou seja, *selectionstochunif*.

#### *Crossover*

Como o próprio nome indica, este processo consiste no cruzamento entre dados de diferentes indivíduos. Os dados ou variáveis de decisão que são escolhidos para serem cruzados são escolhidos de forma aleatória. Existem diversas possibilidades para o cruzamento, tais como, o cruzamento num ponto, o cruzamento em dois pontos ou o cruzamento uniforme. O MATLAB permite especificar o tipo de cruzamento através da função *CrossoverFcn*. A opção por defeito e que foi utilizada neste trabalho é *crossoverscattered*, através da qual é criado um vetor aleatório binário contendo a informação dos genes a considerar de cada um dos progenitores na criação do filho. No MATLAB o parâmetro *CrossoverFraction* permite especificar a fração da geração seguinte, para além dos indivíduos que passam por elitismo, que é produzida pelo operador de *crossover*. O valor deste parâmetro deve ser definido entre 0 e 1, sendo habitual utilizar valores próximos de 1. O valor por defeito e que foi utilizado neste trabalho foi 0,8.

### ***Mutação***

Ao contrário da operação anterior, a mutação é a alteração aleatória de algumas características de um indivíduo, ou seja, a alteração de algumas variáveis de decisão de um dado indivíduo. Este operador permite manter a diversidade da população e deve ocorrer com baixa probabilidade. O MATLAB permite especificar o tipo de mutação através da função *MutationFcn*. A opção por defeito e que foi utilizada neste trabalho é *mutationgaussian*.

### ***Elitismo***

O elitismo é considerado como uma seleção artificial quando comparada com a descrita anteriormente. A principal vantagem da utilização do elitismo é reter os indivíduos mais aptos de cada geração, a fim de que estes não sejam destruídos ou alterados durante os processos de *crossover* e mutação. Com isto, à medida que o processo de otimização vai avançando, o elitismo garante que a geração seguinte não terá resultados piores que a geração anterior. No algoritmo genético do MATLAB o parâmetro *EliteCount* permite especificar o número de indivíduos mais aptos que se garante que sobrevivem e passam à geração seguinte. Neste trabalho considerou-se um valor de 15 indivíduos para este parâmetro, o que corresponde a uma percentagem de 30% relativamente à dimensão da população em cada uma das gerações.

### ***Crítérios de paragem***

Na maioria dos casos o critério de paragem utilizado consiste em especificar um número máximo de gerações. Neste trabalho considerou-se um número máximo de 250 gerações. Além disso, o processo de otimização também concluía por convergência se, após 50 gerações não se observava melhoria na função objetivo com uma tolerância de  $1 \times 10^{-5}$ . De referir que, em todos os exemplos apresentados no Capítulo 4 se verificou o término do processo de otimização pelo segundo critério.

## 4. EXEMPLOS NUMÉRICOS

### 4.1. Introdução

No presente capítulo apresentam-se os exemplos numéricos realizados com o objetivo de ilustrar as características e funcionalidades do modelo numérico desenvolvido no âmbito desta dissertação. No primeiro subcapítulo apresentam-se quatro exemplos de verificação. Para tal recorre-se às seguintes estruturas simples: viga simplesmente apoiada; pilar em flexão composta; viga com apoios elásticos; pórtico com ligações rígidas. No segundo subcapítulo apresentam-se exemplos de aplicação referentes à otimização de pórticos de *glulam* de dimensões reais, representando possíveis situações práticas de projeto deste tipo de estruturas.

Em todos os exemplos considerou-se como função objetivo o custo da estrutura (secção 3.4.3) definido a partir do volume de *glulam* e do custo das ligações. Consideraram-se, também, as restrições relevantes de acordo com o que foi exposto na secção 3.4.4.

### 4.2. Exemplos de verificação

#### 4.2.1. Viga simplesmente apoiada

Neste exemplo considerou-se uma viga simplesmente apoiada em madeira lamelada colada com 20 m de vão. A viga foi sujeita a uma carga uniformemente distribuída de valor 3 kN/m, adicionada ao peso próprio estrutural (contabilizado automaticamente pelo programa). Utilizou-se madeira lamelada colada da classe GL32h. Considerou-se uma discretização de 4 elementos finitos deixando em aberto a possibilidade de considerar secções variáveis. Na Figura 4.1 estão representados os dados deste exemplo.

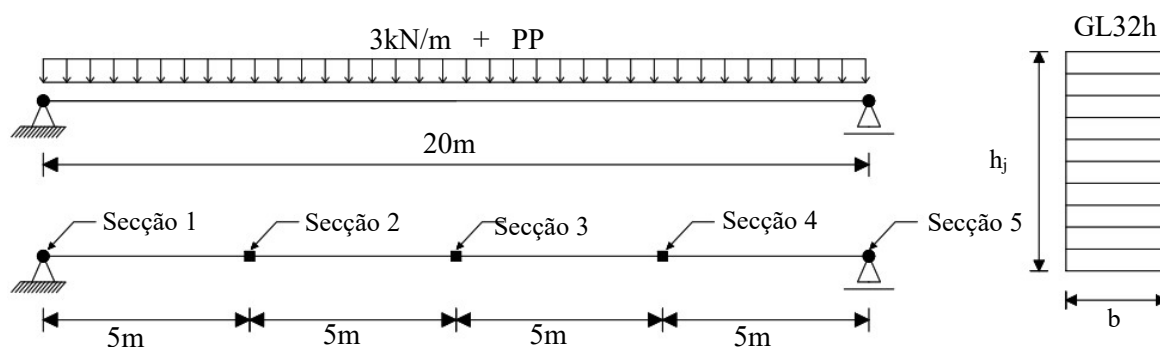


Figura 4.1 – Dados do exemplo viga simplesmente apoiada



em que  $h_j$  representa a altura na secção  $j$ .

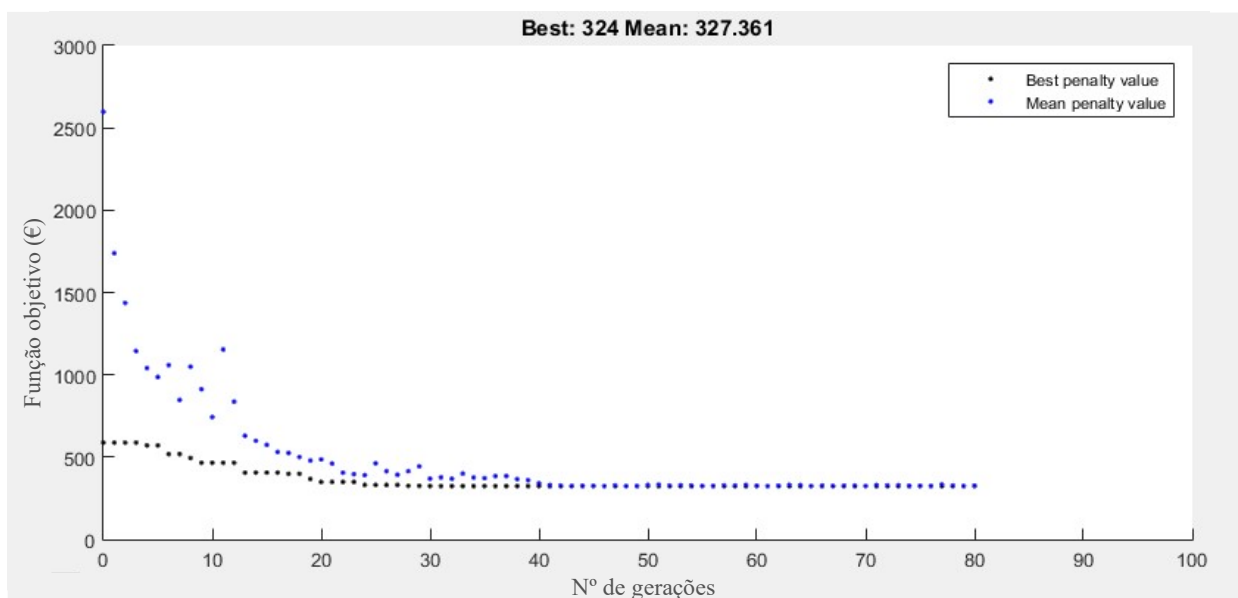
Consideraram-se 6 variáveis de decisão e a função objetivo é o custo total da viga. Visto que neste problema não existe qualquer tipo de ligação, considerou-se o custo unitário de 500 €/m<sup>3</sup> para o *glulam*.

No Quadro 4.1 apresentam-se as incógnitas com uma breve descrição, assim como o seu valor após otimização.

**Quadro 4.1** – Descrição e valores ótimos das variáveis de decisão – viga simplesmente apoiada

Variáveis de decisão		Valor ótimo (m)
Número	Descrição	
1	Altura da secção 1 ( $h_1$ )	0,14
2	Altura da secção 2 ( $h_2$ )	0,32
3	Altura da secção 3 ( $h_3$ )	0,96
4	Altura da secção 4 ( $h_4$ )	0,32
5	Altura da secção 5 ( $h_5$ )	0,14
6	Largura da secção ( $b$ )	0,12

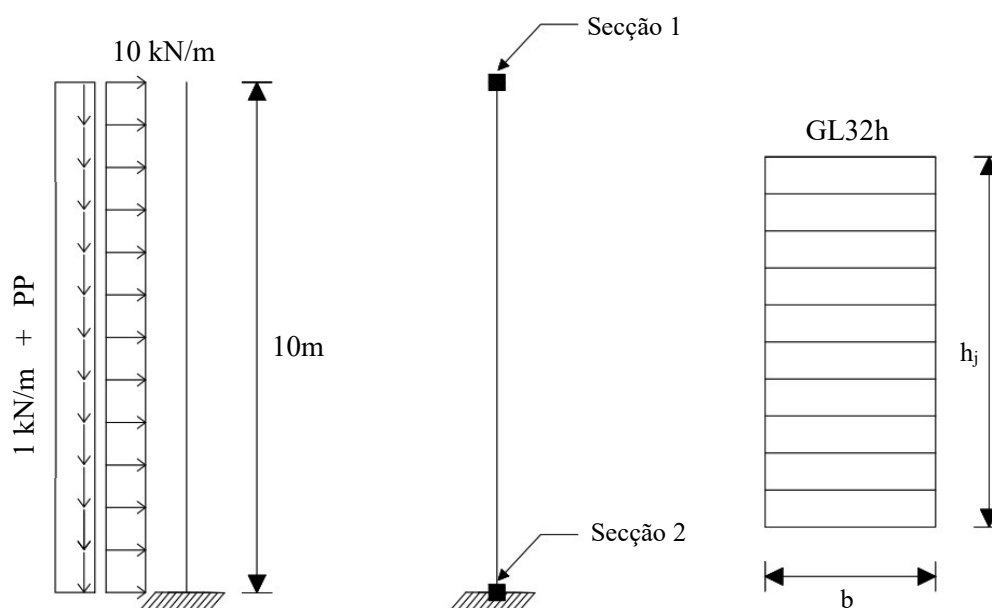
Para a solução ótima, a restrição que se encontra no limite é a verificação da resistência à flexão na secção 3 (meio-vão) da viga. O valor ótimo do custo total da viga é de 324 € e a evolução do custo ao longo das diversas gerações está representada na Figura 4.2.



**Figura 4.2** – Valor da função objetivo em função do número de gerações – viga simplesmente apoiada

### 4.2.2. Pilar em flexão composta

Neste exemplo considerou-se um pilar encastrado na base, executado em madeira lamelada colada da classe GL32h e com 10 m de altura. O pilar está sujeito ao seu peso próprio contabilizado automaticamente pelo programa e a um carregamento uniformemente distribuído vertical igual a 1 kN, correspondente às restantes cargas permanentes. No sentido horizontal é aplicado uma força de 10 kN/m representando a ação do vento. Como os esforços internos e os deslocamentos máximos ocorrem nos extremos do elemento, optou-se por considerar apenas 1 elemento finito de secção variável. Na Figura 4.3 estão representados os dados do exemplo.



**Figura 4.3** – Dados do exemplo pilar em flexão composta

Consideraram-se 3 variáveis e a função objetivo é o custo total do pilar. Considerando que existe uma ligação rígida pilar-fundação, optou-se por considerar o preço unitário de 500 €/m<sup>3</sup>.

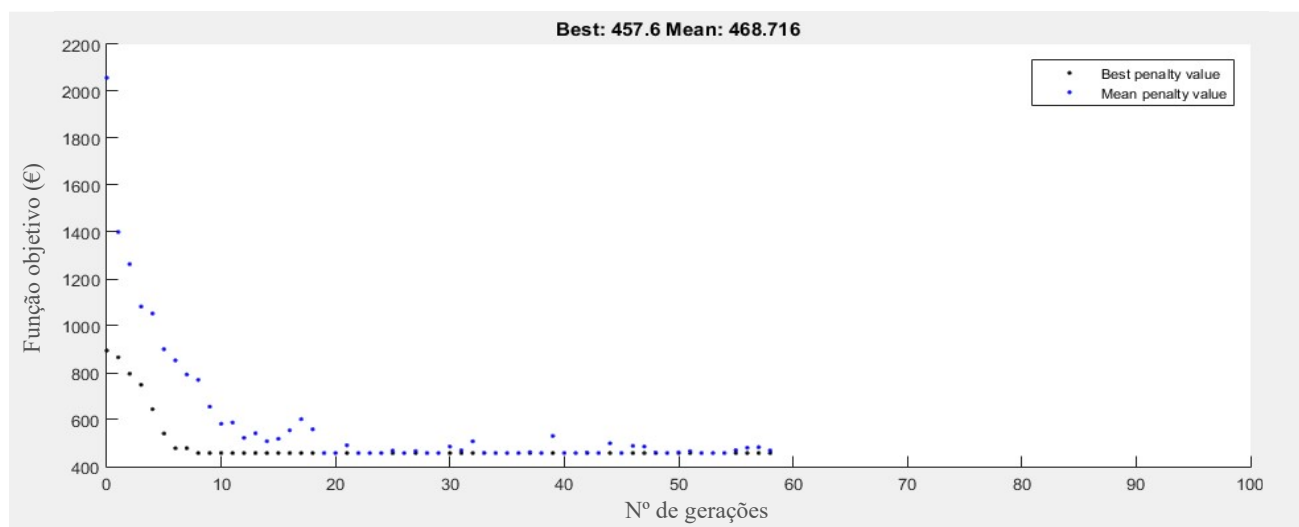
No Quadro 4.2 apresenta-se uma síntese com a descrição de cada variável e os valores obtidos após otimização.

Como seria expectável, para a solução ótima, a restrição que se encontra ativa é a correspondente à verificação da flexão composta na secção 2 (base do pilar) onde ocorrem os esforços internos máximos.

**Quadro 4.2** – Descrição e valores ótimos das variáveis de decisão – pilar encastrado em flexão composta.

Variáveis de decisão		Valor ótimo (m)
Número	Descrição	
1	Altura da secção 1 ( $h_1$ )	0,20
2	Altura da secção 2 ( $h_2$ )	0,68
3	Largura da secção (b)	0,16

O valor ótimo do custo total do pilar é de 352 € e a evolução do custo ao longo do processo de otimização está representada na Figura 4.4.



**Figura 4.4** – Valor da função objetivo em função do número de gerações – pilar em flexão composta

### 4.2.3. Viga com apoios elásticos

Este exemplo tem como objetivo ilustrar a utilização de ligações semirrígidas. Trata-se de uma viga em *glulam* da classe GL32h com 20 m de vão. A viga está sujeita às ações da sobrecarga, do peso próprio (considerado automaticamente pelo programa) e restantes cargas permanentes, fazendo um total aproximado de 5 kN/m. Considerou-se uma discretização em 2 elementos finitos de viga de secção transversal variável. A viga é simplesmente apoiada em termos de deslocamentos de translação e apresenta ligações semirrígidas em termos rotacionais. A rigidez dessa ligação é calculada através da formulação apresentada na secção 3.3.2. Visto que uma das variáveis é o número de filas de ligadores, o valor do custo unitário da madeira será de 650 €/m<sup>3</sup> e 680 €/m<sup>3</sup> para os casos de 1 ou 2 filas de ligadores, respetivamente. Na Figura 4.5 indicam-se os dados do exemplo de verificação.

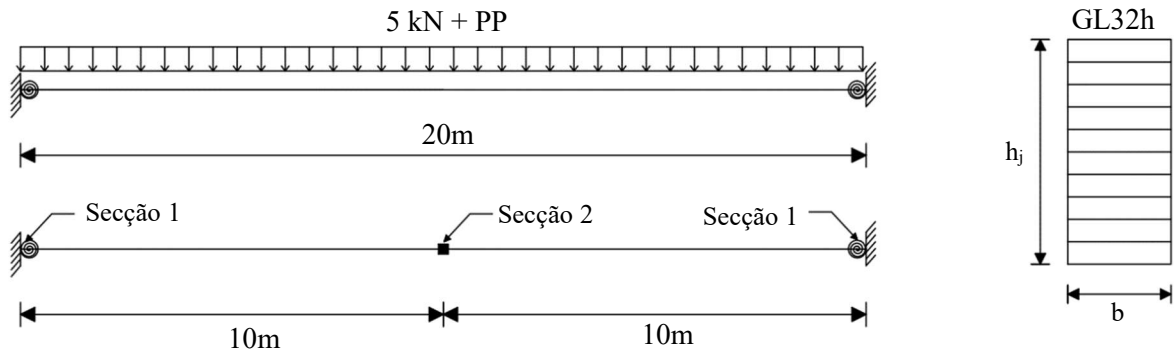


Figura 4.5 – Dados do exemplo viga com apoios elásticos

No Quadro 4.3 apresenta-se a descrição das variáveis de decisão, assim como o seu valor ótimo.

Quadro 4.3 – Descrição e valores ótimos das variáveis de decisão – viga com apoios elásticos

Variáveis de decisão		Valor ótimo (m)
Número	Descrição	
1	Altura da secção 1 ( $h_1$ )	1,04
2	Altura da secção 2 ( $h_2$ )	0,20
3	Largura da secção ( $b$ )	0,16
4	Número de filas da ligação	1

Para as ligações obteve-se 1 fila de 18 ligadores de 30 mm, resultando numa rigidez de 59117 kNm/rad. O valor ótimo do custo da estrutura é de 1.289,6 €. A restrição ativa no ótimo é a correspondente ao deslocamento a meio-vão da viga (secção 2). Na Figura 4.6 ilustra-se a evolução do valor da função objetivo no decorrer do processo de otimização.

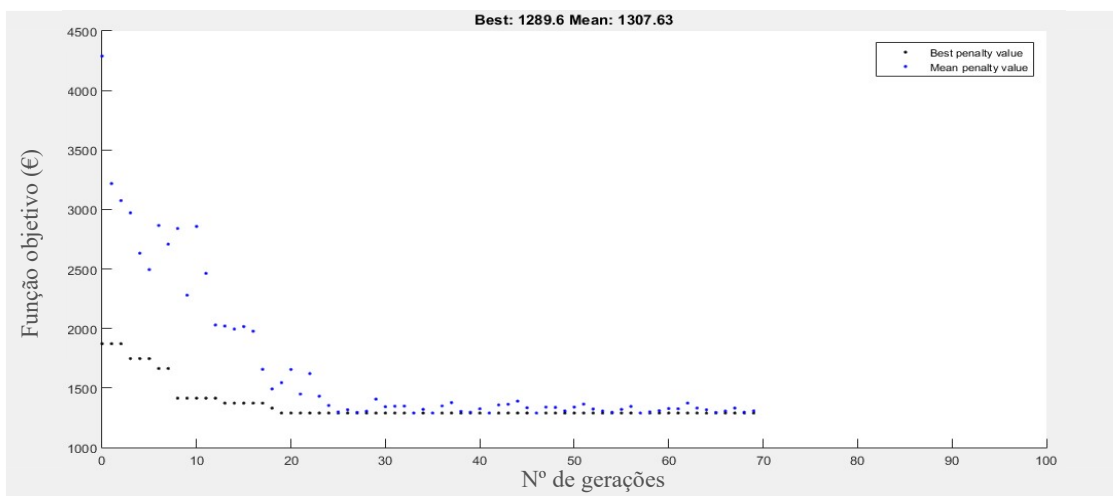


Figura 4.6 – Valor da função objetivo em função do número de gerações – viga com apoios elásticos

#### 4.2.4. Pórtico com ligações rígidas

Neste exemplo procedeu-se à otimização de um pórtico em madeira lamelada colada (classe GL32h) de uma água com 5 m de altura e 10 m de comprimento. Para além do peso próprio considerado automaticamente pelo programa aplicou-se na viga do pórtico uma carga de 5 kN/m correspondente às restantes cargas permanentes e à sobrecarga. O pórtico foi discretizado em 4 elementos finitos de viga de secção transversal variável. Na Figura 4.7 estão representados os dados deste exemplo.

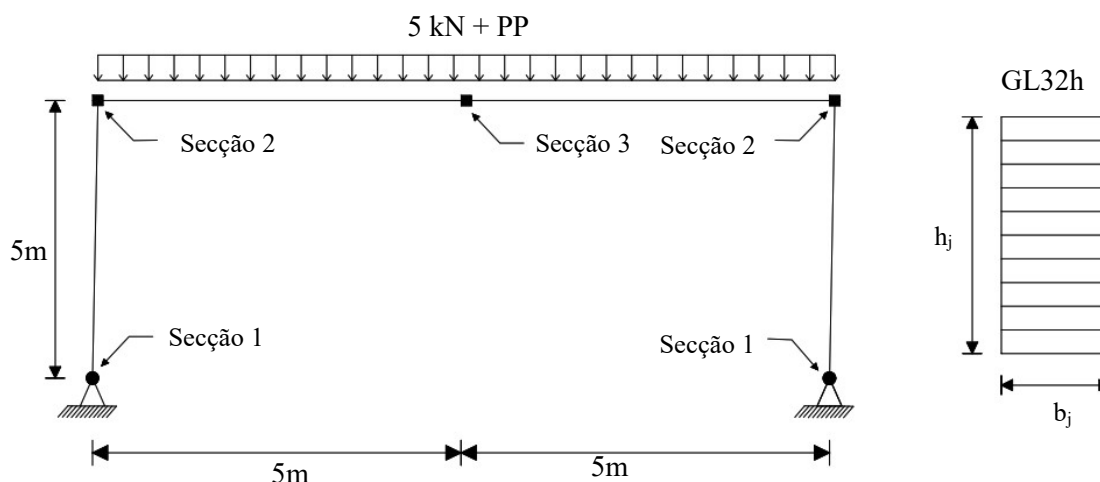


Figura 4.7 – Dados do exemplo pórtico com ligação rígida

No Quadro 4.4 descrevem-se as variáveis de decisão consideradas e apresentam-se os respetivos valores ótimos.

Quadro 4.4 – Descrição e valores ótimos das variáveis de decisão – pórtico com ligações rígidas

Variáveis de decisão		Valor ótimo (m)
Número	Descrição	
1	Altura da secção 1 ( $h_1$ )	0,20
2	Altura da secção 2 do pilar ( $h_{2p}$ )	0,56
3	Altura da secção 2 na viga ( $h_{2v}$ )	0,60
4	Altura da secção 3 ( $h_3$ )	0,24
5	Largura da secção do pilar ( $b_p$ )	0,16
6	Largura da secção da viga ( $b_v$ )	0,16

O valor ótimo do custo total do pórtico é de 832 €. A restrição ativa na solução ótima é a correspondente ao deslocamento a meio-vão da viga (secção 3).

Na Figura 4.8 ilustra-se a evolução do valor da função objetivo no decorrer do processo de otimização. Em todos os exemplos de verificação o processo de otimização foi relativamente rápido durando, em média, 15 segundos.

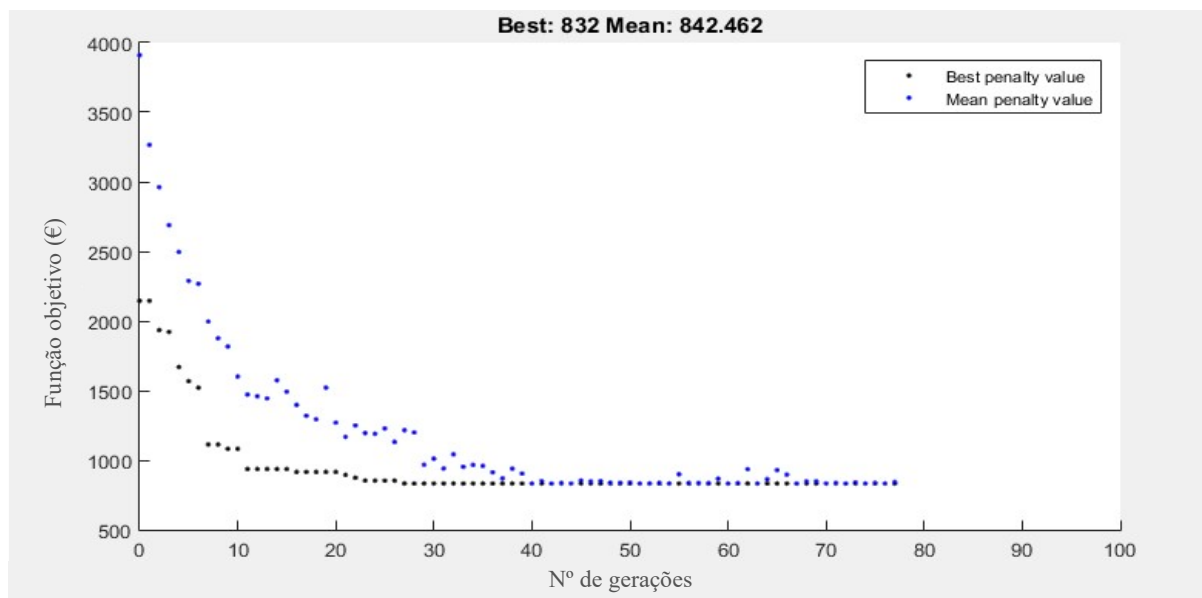


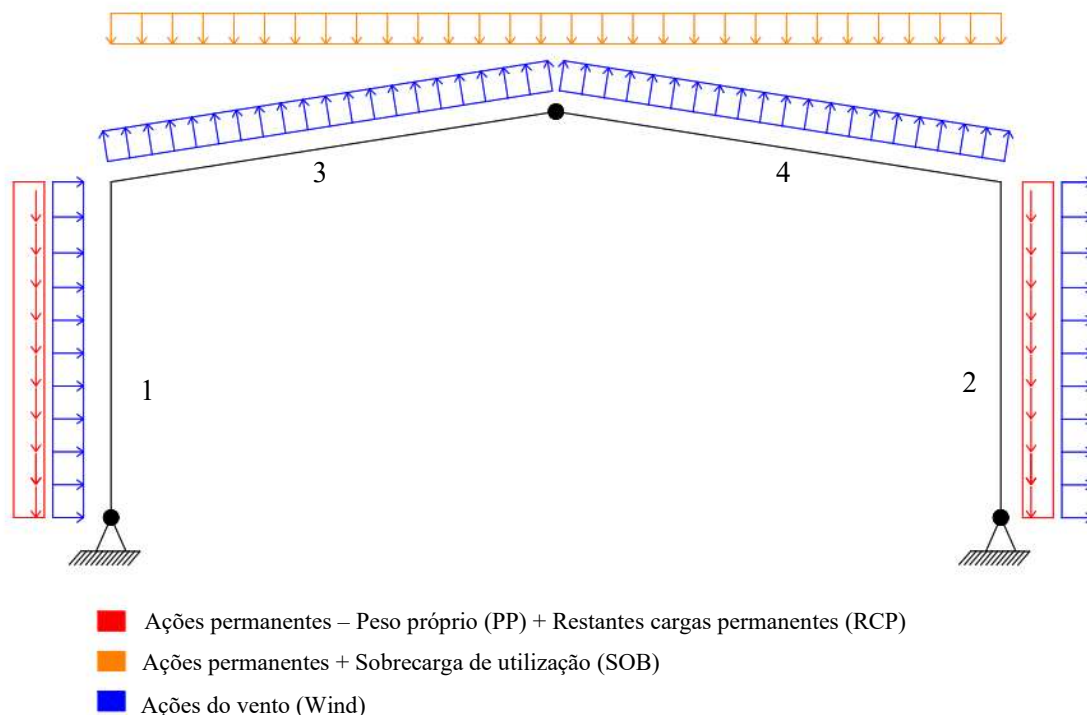
Figura 4.8 – Valor da função objetivo em função do número de gerações – pórtico com ligações rígidas

### 4.3. Exemplos de aplicação

#### 4.3.1. Dados gerais

Como referido anteriormente, os exemplos de aplicação resolvidos nesta dissertação pretendem representar possíveis situações reais de pórticos de madeira. Optou-se por considerar as 3 soluções usuais para este tipo de estruturas que irão ser abordadas em pormenor nas secções seguintes. Para tal, consideraram-se edifícios com 60 m de comprimento na direção longitudinal, variando-se a dimensão na direção transversal (vão dos pórticos) e a altura dos pilares. Adotou-se madeira lamelada colada da classe GL32h para a execução dos elementos estruturais principais e secundários (madres de fachada e cobertura). Para os elementos de contraventamento consideraram-se barras de aço do fabricante Macalloy (Macalloy, 2020).

No que respeita às ações, considerou-se a ação do vento, a sobrecarga de utilização e as ações permanentes (peso próprio e restantes cargas permanentes). Na Figura 4.8 apresenta-se um esquema das ações consideradas em cada pórtico.



**Figura 4.9** – Esquema estrutural e ações atuantes nos pórticos

Para todos os exemplos foram consideradas as mesmas ações em  $\text{kN/m}^2$ , pois dependem do espaçamento entre pórticos. No Quadro 4.5 indicam-se os valores das ações em cada elemento (o sentido das ações é o apresentado na Figura 4.9).

**Quadro 4.5** – Valores das ações

Elemento	Tipo de ação		
	RCP ( $\text{kN/m}^2$ )	SOB ( $\text{kN/m}^2$ )	Wind ( $\text{kN/m}^2$ )
1	1,14	0	0,75
2	1,14	0	0,225
3	1,14	0,4	1,32
4	1,14	0,4	0,66

De lembrar que o peso próprio é considerado automaticamente pelo programa e a ação do vento já inclui os diversos coeficientes e parâmetros intervenientes no cálculo do valor da ação do vento impostos pelo Eurocódigo 1 (EN1991-1-1, 2009).

Em todos os exemplos foram consideradas as mesmas onze variáveis de decisão, tal como foi indicado no Quadro 3.1.

### 4.3.2. Estrutura porticada biarticulada de uma água

Neste primeiro exemplo estudou-se uma estrutura porticada biarticulada de uma água. Apesar de possibilitar vãos de menores dimensões do que os outros exemplos estudados, trata-se de uma solução adequada para pequenos edifícios agrícolas, industriais ou desportivos. Na Figura 4.10 ilustra-se a geometria geral da estrutura em estudo neste exemplo, onde a preto estão representados os elementos estruturais principais, a azul estão representadas as madres de cobertura e a vermelho os elementos de contraventamento.

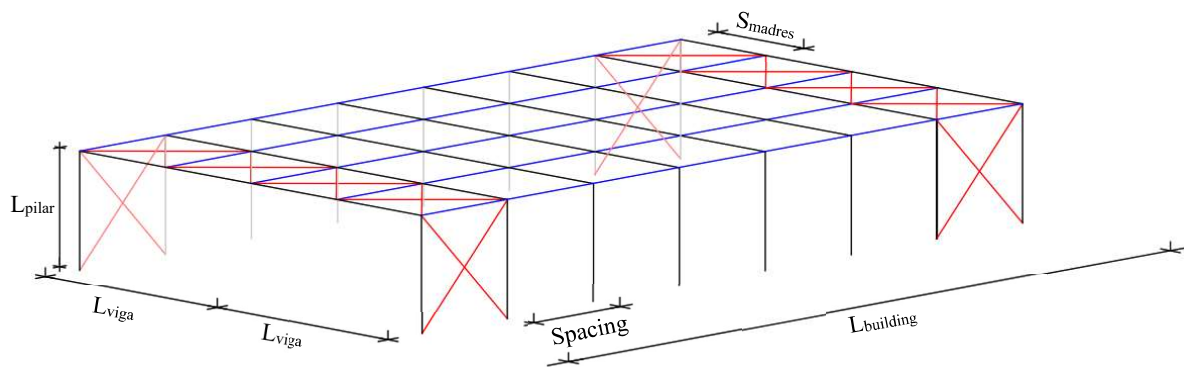


Figura 4.10 – Esquema geral da estrutura porticada biarticulada de uma água

em que:

$L_{pilar}$  altura do pilar;

$L_{viga}$  vão da viga (metade da largura do edifício);

$$Spacing = \frac{L_{building}}{x_8 - 1} \quad \text{espaçamento entre pórticos} \quad (4.1)$$

$x_8$  número total de pórticos da estrutura (variável decisão nº8)

$S_{madres}$  espaçamento entre madres (=5 m);

$L_{building}$  comprimento do edifício (=60 m).

Em cada exemplo foram estudados vários casos em que se variaram o vão do pórtico e a altura dos pilares. Assim, neste exemplo variou-se a altura dos pilares entre 3, 4 e 5 m e o vão do pórtico 10, 15 e 20 m.



### *Pórtico com 10 m de vão*

No Quadro 4.6 apresenta-se o custo total e os custos parciais das soluções ótimas para o pórtico de 10 m de vão com alturas dos pilares de 3, 4 e 5 m.

**Quadro 4.6** – Custos total e parciais para as soluções ótimas – Exemplo 1 com vão de 10 m

Altura (m)	Custo total (€)	Custo total (€/m <sup>2</sup> )	Custo estrutura principal (€)	Custo estrutura secundária (€)
3	21148,20	7,05	14594,09	6554,11
4	24699,70	8,23	18143,59	6556,11
5	28174,10	9,40	21616,07	6558,03

De salientar o aumento significativo (cerca de 15%) no custo total por cada metro de aumento na altura. Este resultado justifica-se pelo facto de se tratar de um pórtico de pequeno vão em que o custo dos pilares tem uma influência maior (média de 32% do custo total) quando comparado com pórticos de vão maiores. O custo da estrutura secundária é praticamente o mesmo uma vez que, como se apresenta no Quadro 4.7, as secções das madres e dos elementos de contraventamento são iguais nos três casos. A estrutura secundária representa entre 23 e 31% do custo total. No Quadro 4.7, apresentam-se os valores ótimos das variáveis de decisão.

**Quadro 4.7** – Valores ótimos das variáveis de decisão – Exemplo 1 com vão de 10 m

Altura (m)	Variáveis de decisão										
	1 (m)	2 (m)	3 (m)	4 (m)	5	6 (m)	7 (m)	8	9 (m)	10 (m)	11 (mm)
3	0,72	0,16	0,6	0,28	1	0,32	0,32	12	0,52	0,08	10
4	0,68	0,16	0,68	0,28	1	0,32	0,32	12	0,52	0,08	10
5	0,76	0,16	0,76	0,28	1	0,32	0,32	12	0,52	0,08	10

Ao contrário do que se poderia prever, o valor da variável de decisão 1 (altura da viga junto à ligação viga-pilar) no caso de 4 m de altura é inferior ao valor para o caso de 3 m de altura. As restrições ativas na solução ótima para esses dois casos foram as correspondentes ao momento na ligação viga-pilar (Equação 3.38). No caso com 3 m de altura, o valor da restrição foi de -0.0135 e foi obtido na combinação de ações em que a ação variável base é a sobrecarga (CC3). No caso de 4 m, de altura a restrição apresentou um valor de -0.0497 e foi obtida na combinação de ações em que a ação variável base é o vento (CC2). No caso com altura de 5 m, a restrição ativa no ótimo corresponde ao deslocamento a meio-vão da viga (Equação 3.33) com um valor normalizado da restrição igual a -0.0929, devido à combinação de ações associada aos estados limites de utilização (CC1). Os valores das restrições para as soluções ótimas de todos os exemplos e casos analisados apresentam-se em anexo.

### *Pórtico com 15 m de vão*

Considerou-se também um pórtico de 15 m de vão e os três casos de variação de altura dos pilares. Os custos totais e parciais para as soluções ótimas apresentam-se no Quadro 4.8.

**Quadro 4.8** – Custos total e parciais para as soluções ótimas – Exemplo 1 com vão de 15 m

Altura (m)	Custo total (€)	Custo total (€/m <sup>2</sup> )	Custo estrutura principal (€)	Custo estrutura secundária (€)
3	30534,20	10,18	22971,72	7562,48
4	33878,00	11,30	24055,52	9822,48
5	37729,00	12,58	29007,42	8721,58

Como seria de esperar, com o aumento do vão do pórtico, a influência dos pilares para o custo total diminui para menos de 10%. O custo da estrutura secundária representa entre 23 a 29% do custo total. Verifica-se uma variação média aproximada de 18% no custo da estrutura secundária, uma vez que as soluções ótimas apresentam valores diferentes para o número de pórticos, o que origina espaçamentos diferentes e, conseqüentemente, dimensionamentos diferentes. Como se observa no Quadro 4.9, o caso de 4 m de altura apresenta um número de pórticos ( $x_8$ ) inferior aos outros casos, implicando dimensões da secção superiores e, conseqüentemente, custo superior da estrutura secundária. No Quadro 4.9 apresentam-se os valores ótimos das variáveis de decisão.

**Quadro 4.9** – Valores ótimos das variáveis de decisão – Exemplo 1 com vão de 15m

Altura (m)	Variáveis de decisão										
	1 (m)	2 (m)	3 (m)	4 (m)	5	6 (m)	7 (m)	8	9 (m)	10 (m)	11 (mm)
3	0,6	0,16	0,6	0,28	1	0,72	0,32	13	0,4	0,08	10
4	0,68	0,16	0,68	0,28	1	0,76	0,32	11	0,52	0,08	10
5	0,88	0,16	0,76	0,28	2	0,4	0,32	12	0,44	0,08	11

Nos casos com alturas de 3 e 4 m, a restrição ativa no ótimo é a correspondente ao momento na ligação viga-pilar obtido na combinação de ações em que a ação variável de base é a sobrecarga (CC3) e com os valores normalizados das restrições de -0,0068 e -0,00086, respetivamente. Para o caso de 5 m, de altura a solução ótima apresenta 2 filas de ligadores ( $x_5$ ), o que faz com que se tenha um maior momento resistente da ligação. Deste modo, a restrição ativa no ótimo é a associada à flexão composta (Equações 3.26 e 3.27). O valor normalizado da restrição é de -0,0103 e foi obtido na combinação de ações CC3.

### *Pórtico com 20 m de vão*

Estudaram-se também os casos de um pórtico de 20 m de vão com alturas de 3, 4 e 5 m. Os valores ótimos dos custos totais e parciais para cada caso apresentam-se no Quadro 4.10.

**Quadro 4.10** – Custos total e parciais para as soluções ótimas – Exemplo 1 com vão de 20 m

Altura (m)	Custo total (€)	Custo total (€/m <sup>2</sup> )	Custo estrutura principal (€)	Custo estrutura secundária (€)
3	47113,00	15,70	37294,60	9818,41
4	51801,00	17,27	39520,94	12280,06
5	53631,30	17,88	43242,01	10389,29

Ao contrário do exemplo com 10 m de vão, a influência da variação da altura dos pilares no custo da estrutura principal é pequena, fazendo variar o custo em menos de 8%. No Quadro 4.11 apresentam-se os valores ótimos das variáveis de decisão. Tal como para o pórtico de 15 m de vão também se obteve um número de pórticos igual a 11 para o caso de 4 m de altura, fazendo com que o custo da estrutura secundária seja superior em 25% e 18% ao custo dos casos com altura de 3 e 5 m, respetivamente.

**Quadro 4.11** – Valores ótimos das variáveis de decisão – Exemplo 1 com vão de 20 m

Altura (m)	Variáveis de decisão										
	1 (m)	2 (m)	3 (m)	4 (m)	5	6 (m)	7 (m)	8	9 (m)	10 (m)	11 (mm)
3	1,16	0,16	1,16	0,28	1	0,52	0,52	12	0,52	0,08	10
4	1,2	0,16	1,2	0,28	1	0,52	0,52	11	0,52	0,1	11
5	0,76	0,16	0,76	0,28	2	0,96	0,52	12	0,52	0,08	15

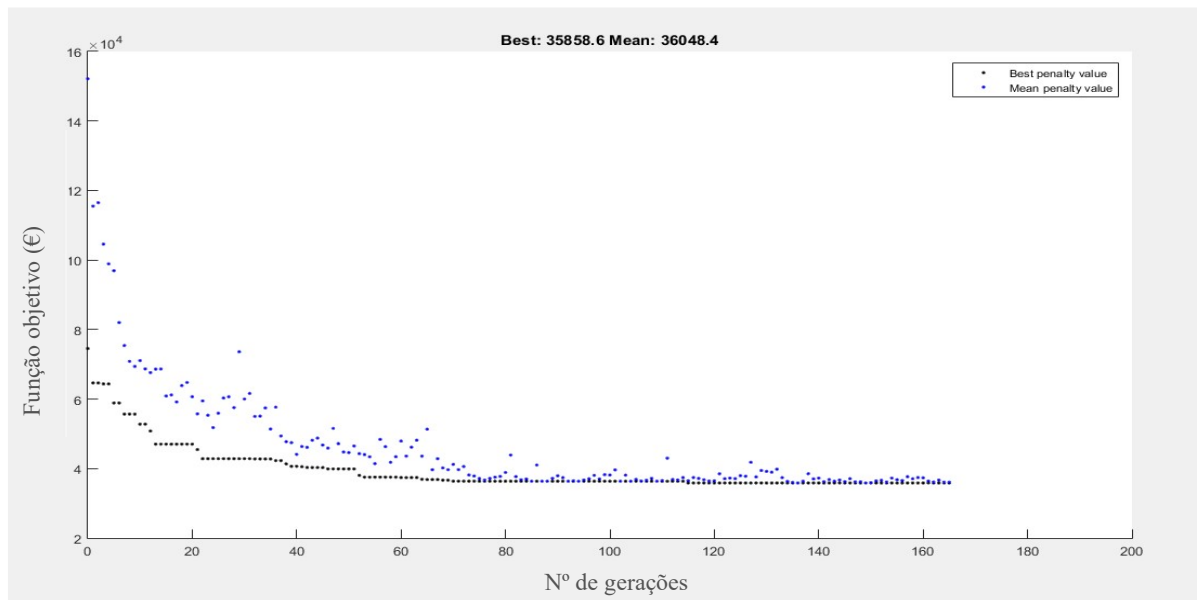
Contrariamente aos restantes casos analisados neste exemplo, obteve-se para o caso com 5 m de altura uma secção transversal variável da viga com a altura maior junto à ligação viga-viga. Para esse caso, a solução ótima apresenta 2 filas de ligadores e a restrição ativa corresponde ao momento na ligação viga-pilar. Para o caso com 3 m de altura, à semelhança do exemplo com 15 m de vão, a restrição ativa no ótimo é a correspondente ao momento na ligação viga-pilar e tem o valor de -0,032 obtido para a combinação CC3. Para o caso com 4 m de altura, a restrição ativa no ótimo é a referente à flexão composta (Equações 3.26 e 3.27) do elemento 3, apresentando um valor de -0.042 obtido na combinação CC3.

O custo total deste tipo de estrutura conta com uma percentagem média de 25% para as estruturas secundárias em que, aproximadamente, 95% é o custo das madres e os restantes 5% correspondem aos elementos de contraventamento. A contribuição dos elementos estruturais principais para este tipo de estrutura ronda sempre os 75%, contudo, é difícil definir a influência

dos pilares e das vigas no custo uma vez que o custo depende diretamente do volume de cada elemento. Contudo, a influência dos pilares no custo total da estrutura toma o valor máximo de 37,5%, no exemplo com altura de 5 m e vão de 10 m e o valor mínimo 18%, no exemplo com 3 m de altura e 20 m de vão.

Neste tipo de estrutura obtiveram-se soluções ótimas com alturas de secção entre os 0,6 m e o 1,2 m. As larguras das secções nas soluções ótimas foram sempre as mínimas impostas na definição das variáveis de decisão. As soluções apresentadas tendem na maioria dos casos para a utilização de apenas 1 fila de ligadores. Para a rigidez da ligação viga-pilar obtiveram-se valores entre os 1307 kNm/rad e os 54764 kNm/rad.

Na Figura 4.11 representa-se a evolução do valor da função objetivo ao longo do processo de otimização para um dos exemplos realizados para este tipo de estrutura.

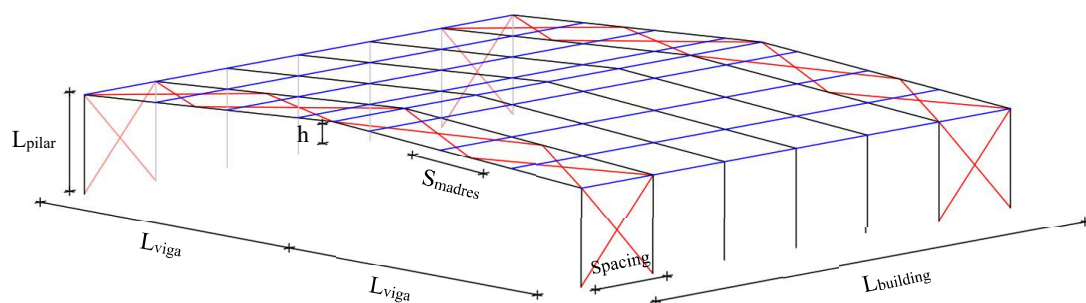


**Figura 4.11** – Valor da função objetivo em função do número de gerações – estrutura porticada biarticulada de uma água

### 4.3.3. Estrutura porticada biarticulada de duas águas

Neste segundo exemplo considerou-se uma estrutura porticada biarticulada com duas águas, que permite considerar pórticos com vãos superiores. Esta tipologia apresenta duas águas, mas a cobertura é suportada apenas por uma peça única de *glulam*, o que limita os valores da pendente a utilizar. Na modelação consideraram-se dois elementos finitos viga de eixo reto rigidamente ligados entre si na secção de meio-vão do pórtico (ligação viga-viga). A Figura

4.12 representa o esquema geral da estrutura analisada neste exemplo em que as madres estão representadas a azul, os elementos de contraventamento estão representados a vermelho e a estrutura principal a preto.



**Figura 4.12** – Esquema geral da estrutura porticada biarticulada de duas águas

em que:

$h$  altura da pendente da viga de cobertura (=1 m).

Tal como no exemplo anterior, estudaram-se vários casos em que se variou o vão do pórtico (10, 20 e 30 m) e a altura dos pilares (3, 5 e 7 m). Os resultados de cada um dos casos analisados apresentam-se de seguida.

### ***Pórtico com 10 m de vão***

No Quadro 4.12 apresenta-se o custo total e os custos parciais das soluções ótimas para o pórtico de 10 m de vão com alturas dos pilares entre 3, 5 e 7 m.

**Quadro 4.12** – Custos total e parciais para as soluções ótimas – Exemplo 2 com vão de 10 m

Altura (m)	Custo total (€)	Custo total (€/m <sup>2</sup> )	Custo estrutura principal (€)	Custo estrutura secundária (€)
3	24336,30	8,11	18293,35	6042,95
5	32697,50	10,90	23649,45	9048,05
7	46031,40	15,34	36044,80	9986,60

À semelhança do primeiro exemplo, apresentado na secção 4.3.2 desta dissertação, neste exemplo, a influência dos pilares no custo da estrutura principal é significativo (valor médio aproximado de 44%), fazendo com que a diferença de custo total entre os pórticos com 3, 5 e 7 m de altura seja, aproximadamente, de 29%. No Quadro 4.13 apresentam-se os valores das variáveis de decisão das soluções ótimas nos 3 exemplos.

**Quadro 4.13** – Valores ótimos das variáveis de decisão – Exemplo 2 com vão de 10 m

Altura (m)	Variáveis de decisão										
	1 (m)	2 (m)	3 (m)	4 (m)	5	6 (m)	7 (m)	8	9 (m)	10 (m)	11 (mm)
3	0,68	0,16	0,68	0,28	1	0,32	0,32	15	0,32	0,12	10
5	0,76	0,16	0,76	0,28	1	0,36	0,32	13	0,32	0,18	10
7	1,04	0,16	1,04	0,28	1	1,04	0,52	9	0,52	0,08	15

Nos dois primeiros exemplos a solução ótima apresenta elementos de secção variável em que a maior altura se encontra na ligação viga-pilar. No terceiro exemplo a tendência não é a mesma, o programa fornece como opção mais económica a viga de cobertura com secção constante. Quanto à restrição ativa no ótimo nos exemplos com alturas dos pilares iguais a 3 e 7 m, é novamente a equação relativa ao momento na ligação viga-pilar, com valores normalizados de -0,061 e -0,057, respetivamente. As combinações de ações que originam estes valores são a CC3 e CC2, respetivamente. No exemplo com altura dos pilares igual a 5 m, ao contrário dos outros dois exemplos, a restrição ativa no ótimo é a referente à flexão composta na viga de cobertura originada pela combinação de ações CC2.

#### ***Pórtico com 20 m de vão***

Estudou-se também um pórtico com 20 m de vão e com alturas de 3, 5 e 7 m. No Quadro 4.14 indicam-se os custos totais e parciais obtidos.

**Quadro 4.14** – Custos total e parciais para as soluções ótimas – Exemplo 2 com vão de 20 m

Altura (m)	Custo total (€)	Custo total (€/m <sup>2</sup> )	Custo estrutura principal (€)	Custo estrutura secundária (€)
3	48964,70	16,32	39146,30	9818,40
5	56082,20	18,70	39606,87	16475,33
7	63259,40	21,10	48407,40	14852,00

Devido ao facto de se ter uma estrutura com 20 m de largura, a influência dos pilares no custo total é mais reduzida (aproximadamente 31%) quando comparada com o exemplo anterior, daí a diferença entre os exemplos apresentados no Quadro 4.14 ser inferior a 12%. Quanto ao custo da estrutura secundária, observa-se uma grande variação entre os três exemplos. Esta variação advém do facto da solução ótima apresentada considerar para cada exemplo espaçamentos entre pórticos ( $x_8$ ) diferentes. Os exemplos com maior número de pórticos originam secções menores nos elementos estruturais secundários e, conseqüentemente, menor custo. Esta diferença também se faz notar no custo do total dos pórticos, mas de forma inversa. No Quadro 4.15 apresentam-se os valores ótimos das variáveis de decisão.

**Quadro 4.15** – Valores ótimos das variáveis de decisão – Exemplo 2 com vão de 20 m

Altura (m)	Variáveis de decisão										
	1 (m)	2 (m)	3 (m)	4 (m)	5	6 (m)	7 (m)	8	9 (m)	10 (m)	11 (mm)
3	1,08	0,16	1,08	0,28	1	0,76	0,52	12	0,52	0,08	10
5	1,2	0,16	1,2	0,28	1	0,52	0,52	11	0,52	0,1	15
7	1,44	0,16	1,04	0,28	1	0,52	0,52	10	0,52	0,12	15

À semelhança dos exemplos apresentados anteriormente, a solução ótima considerou os elementos principais com secções variáveis, em que a maior altura se encontra junto à ligação viga-pilar. Quanto às restrições ativas nos exemplos onde as alturas são 3 e 5 m, foram as relativas à flexão composta (no elemento 3) com valores normalizados de -0,018 e -0,011, respetivamente. Ambos foram obtidos no elemento 3 (Figura 4.8) causado pela combinação de ações CC3. No último exemplo, a restrição ativa na solução ótima foi a associada aos momentos resistentes da ligação viga-pilar originada pela combinação de ações CC2, apresentando um valor normalizado de -0,040.

### ***Pórtico com 30 m de vão***

Neste exemplo considerou-se um edifício com 30 m de largura e variou-se as alturas entre 3, 5 e 7 m. No Quadro 4.16 apresentam-se os custos totais de cada caso.

**Quadro 4.16** – Custos total e parciais para as soluções ótimas – Exemplo 2 com vão de 30 m

Altura (m)	Custo total (€)	Custo total (€/m <sup>2</sup> )	Custo estrutura principal (€)	Custo estrutura secundária (€)
3	74474,90	24,83	59842,90	14632,00
5	85386,90	28,50	66945,91	18440,99
7	93915,00	31,30	73054,64	20860,36

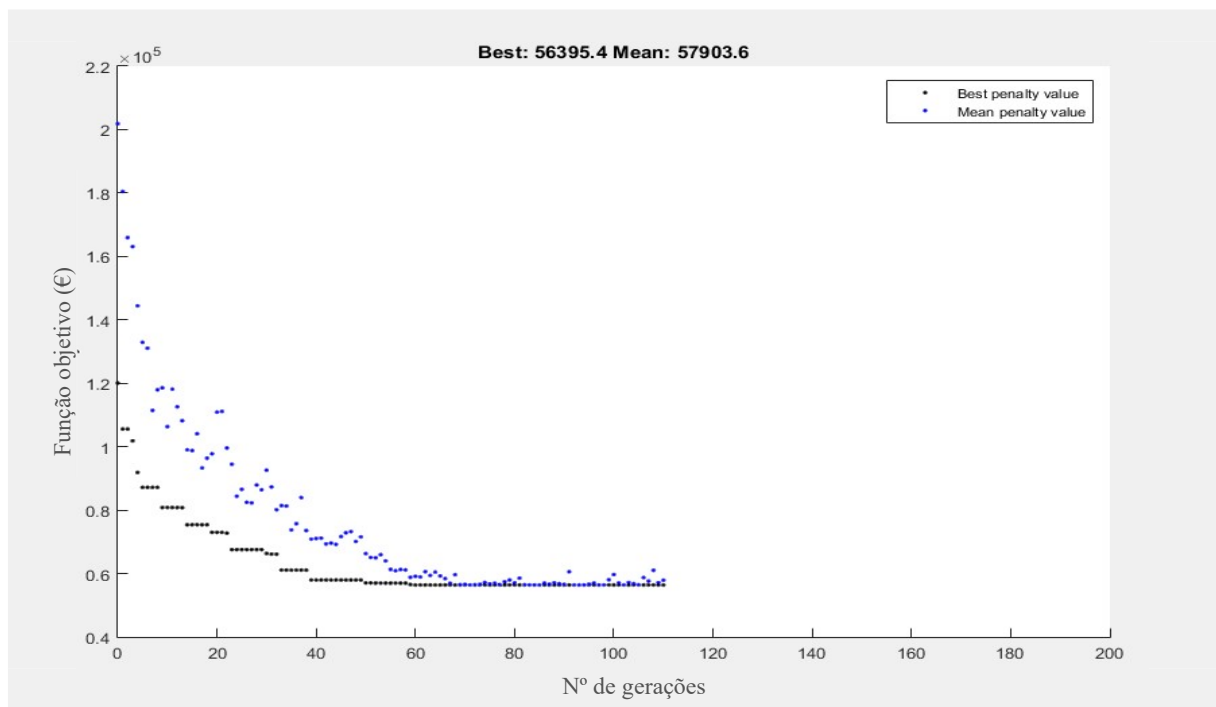
Visto que a altura dos pilares é bastante inferior ao vão da estrutura, a influência dos pilares no custo total é relativamente pequena (20%). Facto confirmado, pois, a diferença entre os 3 exemplos apresentados no Quadro 4.16 é inferior a 10%. De salientar a diferença de aproximadamente 2000€ entre cada exemplo no custo da estrutura secundária. Esse acréscimo deve-se não só ao comprimento dos elementos de contraventamento aumentar devido à altura dos pilares, mas principalmente pela diferença entre os valores da variável de decisão nº 8 (número de pórticos) que as soluções ótimas apresentaram. No Quadro 4.17 apresentam-se os valores ótimos das variáveis de decisão.

**Quadro 4.17** – Valores ótimos das variáveis de decisão – Exemplo 2 com vão de 30 m

Altura (m)	Variáveis de decisão										
	1 (m)	2 (m)	3 (m)	4 (m)	5	6 (m)	7 (m)	8	9 (m)	10 (m)	11 (mm)
3	1,48	0,16	1,24	0,28	2	0,52	0,52	12	0,44	0,08	15
5	1,56	0,16	1,32	0,28	2	0,52	0,52	11	0,44	0,1	19
7	1,64	0,16	1,4	0,28	2	0,52	0,52	10	0,52	0,12	19

Para todos os casos, a solução ótima considerou os elementos estruturais principais com secção variável em que a altura da secção maior se encontra juntos às ligações viga-pilar. Nos três casos, as restrições que limitaram a otimização foram originadas pela combinação de ações CC3. Nos dois primeiros casos, a restrição ativa foi a apresentada na Equação 3.38 (momento resistente na ligação), tendo-se valores normalizados de -0,009 e de -0,003 no primeiro e segundo casos, respetivamente. No caso em que a altura dos pilares é igual a 7 m, a restrição ativa foi a correspondente à flexão composta na viga de cobertura.

Na Figura 4.13 representa-se a evolução do valor da função objetivo no decorrer do processo de otimização para um dos exemplos realizados para este tipo de estrutura.



**Figura 4.13** – Valor da função objetivo em função do número de gerações – estrutura porticada biarticulada de duas águas



À semelhança do exemplo apresentado na secção anterior, a contribuição do custo da estrutura secundária para o custo total da estrutura é de 25%, em que aproximadamente 95% representa o custo das madres e os restantes 5% correspondem aos elementos de contraventamento. Os elementos da estrutura principal contribuem em 75% no custo total da estrutura e, mais uma vez, é difícil definir a contribuição de cada elemento no custo total. Contudo, a influência dos pilares no custo total da estrutura toma o valor máximo de 47,5%, no exemplo com altura de 7 m e vão de 10 m e o valor mínimo 17%, no exemplo com 3 m de altura e 30 m de vão.

Neste tipo de estrutura obtiveram-se soluções ótimas com alturas de secção entre os 0,68 m e o 1,64 m. A largura das secções nas soluções ótimas foi sempre a mínima impostas na definição das variáveis de decisão. As soluções apresentadas para os dois primeiros exemplos consideram a utilização de apenas 1 fila de ligadores e os para a rigidez das ligações viga-pilar obtiveram-se valores entre os 3024 kNm/rad e os 54764 kNm/rad. Para o exemplo com vão de 30 m, as soluções ótimas apresentam 2 filas de ligadores obtendo-se um valor de rigidez máximo de 159830 kNm/rad.

#### 4.3.4. Estrutura porticada triarticulada de duas águas

Estudam-se nesta secção estruturas porticadas triarticuladas de duas águas. Estas permitem vencer vãos até 35 m e coberturas de maior pendente relativamente ao exemplo analisado na secção 4.3.3. A Figura 4.14 representa o esquema geral de uma estrutura porticada triarticulada de duas águas, em que as madres estão representadas a azul, os elementos de contraventamento estão representados a vermelho e a estrutura principal (pórtico) a preto.

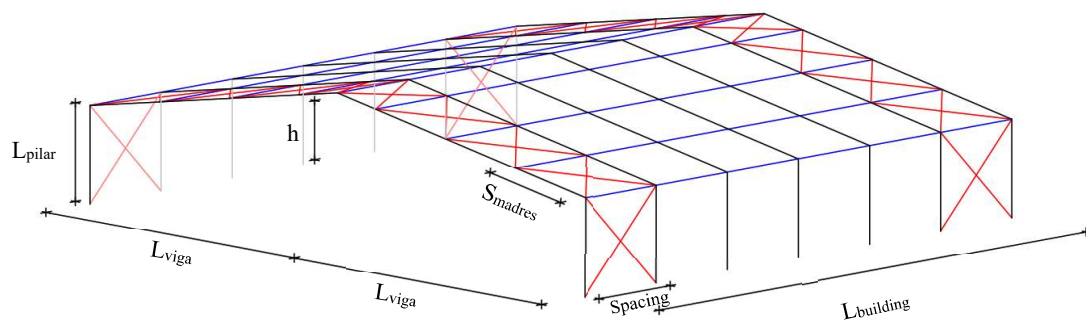


Figura 4.14 – Esquema geral da estrutura porticada triarticulada de duas águas

À semelhança dos exemplos apresentados nos capítulos anteriores considerou-se o comprimento total ( $L_{\text{building}}$ ) da estrutura igual a 60 m e variou-se a altura dos pilares entre 3, 5 e 7 m. O exemplo 1 conta com uma largura de 10 m ( $L_{\text{viga}} = 5$  m), o exemplo 2 com uma largura

de 20 m ( $L_{\text{viga}} = 10$  m) e o exemplo 3 com uma largura de 35 m ( $L_{\text{viga}} = 17,5$  m). Para todos os exemplos deste capítulo considerou-se uma altura da pendente (h) igual a 2m metros.

### *Pórtico com 10 m de vão*

Neste exemplo considerou-se uma largura de 10 m e variou-se a altura dos pilares entre 3, 5 e 7 m. No Quadro 4.18 apresenta-se os custos totais e parciais de cada da estrutura.

**Quadro 4.18** – Custos total e parciais para as soluções ótimas – Exemplo 3 com vão de 10 m

Altura (m)	Custo total (€)	Custo total (€/m <sup>2</sup> )	Custo estrutura principal (€)	Custo estrutura secundária (€)
3	26152,00	8,72	19108,29	7043,71
5	34332,30	11,45	27280,57	7051,73
7	50321,50	16,77	40501,81	9819,69

Tal como em exemplos anteriores, quando se considera um vão pequeno a influência dos pilares no custo total da estrutura é significativa (média aproxima de 40%), variando aproximadamente 25% quando se consideram as diferentes alturas. De salientar a pequena diferença de custo da estrutura secundária entre os exemplos com 3 e 5 m de altura. Essa diferença advém apenas do custo dos elementos de contraventamento, uma vez que a solução ótima apresentada tem o mesmo número de pórticos e, conseqüentemente, o mesmo dimensionamento das madres de cobertura. No Quadro 4.19 apresentam-se valores das variáveis de decisão para as soluções ótimas.

**Quadro 4.19** – Valores ótimos das variáveis de decisão – Exemplo 3 com vão de 10 m

Altura (m)	Variáveis de decisão										
	1 (m)	2 (m)	3 (m)	4 (m)	5	6 (m)	7 (m)	8	9 (m)	10 (m)	11 (mm)
3	0,76	0,16	0,76	0,28	1	0,32	0,32	14	0,32	0,14	10
5	0,84	0,16	0,84	0,28	1	0,32	0,32	14	0,32	0,14	10
7	1,36	0,18	1,2	0,28	1	0,52	0,52	10	0,52	0,12	10

Visto que a ligação viga-viga e pilar-fundação são consideradas rotuladas, os momentos fletores vão ser nulos, contudo, por razões estéticas optou-se por considerar a altura nessa secção com o valor de 0,32 m, para que a variação da secção não seja muito acentuada. Esta consideração estética foi considerada não só neste exemplo, mas em todos os outros. As restrições ativas no ótimo nos exemplos em que a altura é de 3 e 5 m apresentam valores normalizados de -0,063 e -0,012, respetivamente, sendo associados à flexão composta na viga de cobertura (elemento 3) originada pela combinação de ações CC3. No exemplo cuja altura é de 7 m, a restrição ativa apresenta um valor normalizado de -0,030, correspondendo ao momento resistente na ligação provocado pela combinação de ações CC2.

### ***Pórtico com 20 m de vão***

Neste exemplo considerou-se um pórtico com 20 m de vão e variou-se a altura dos pilares entre 3, 5 e 7 m. No Quadro 4.20 indicam-se os custos totais e parciais da estrutura para as soluções ótimas.

**Quadro 4.20** – Custos total e parciais para as soluções ótimas – Exemplo 3 com vão de 20 m

Altura (m)	Custo total (€)	Custo total (€/m <sup>2</sup> )	Custo estrutura principal (€)	Custo estrutura secundária (€)
3	47570,00	15,85	37302,00	10268,00
5	58258,00	19,42	42750,80	15507,20
7	64611,50	21,54	50568,52	14042,98

Novamente se percebe que, aumentando a largura do edifício, a influência dos pilares no custo total diminui (média aproximada 30%). Neste exemplo, o aumento das alturas apenas faz variar o preço em aproximadamente 15%. De salientar que o custo da estrutura secundária do caso com 3 m de altura é consideravelmente inferior aos restantes pois a solução ótima apresenta um maior número de pórticos na estrutura e, conseqüentemente, dimensionamentos menores nos seus elementos estruturais secundários (madres). Os valores de todas as variáveis de decisão nas soluções ótimas apresentam-se no Quadro 4.21.

**Quadro 4.21** – Valores ótimos das variáveis de decisão – Exemplo 3 com vão de 20 m

Altura (m)	Variáveis de decisão										
	1 (m)	2 (m)	3 (m)	4 (m)	5	6 (m)	7 (m)	8	9 (m)	10 (m)	11 (mm)
3	1,12	0,16	0,96	0,28	2	0,52	0,52	12	0,52	0,08	10
5	1,32	0,16	1,08	0,28	2	0,52	0,52	10	0,52	0,12	15
7	1,36	0,16	1,08	0,28	2	0,52	0,52	10	0,52	0,08	19

A solução ótima, como seria de esperar, apresenta elementos estruturais com secção variável, com as alturas mínimas junto as ligações viga-viga e pilar-fundação. Por razões estéticas optou-se por considerar o valor mínimo de 0,52 m para a variável 6.

A restrição ativa no ótimo nas estruturas com 3 e 5 m de altura são as correspondentes aos momentos resistentes na ligação provocados pela combinação de ações CC3, obtendo-se valores normalizados de -0,004 e -0,011, respetivamente. Para a estrutura com 7 m de alturas, a restrição ativa na solução ótima está associada à flexão composta na viga de cobertura (elemento 4) provocada pela combinação de ações CC2 com um valor normalizado de -0,058.

### *Pórtico com 35 m de vão*

Neste exemplo tem-se o maior vão para a tipologia em estudo na presente secção. Assim, considerou-se um pórtico com 35 m de vão e variou-se as alturas entre 3, 5 e 7 m. No Quadro 4.22 apresentam-se os custos totais de cada exemplo.

**Quadro 4.22** – Custos total e parciais para as soluções ótimas – Exemplo 3 com vão de 35 m

Altura (m)	Custo total (€)	Custo total (€/m <sup>2</sup> )	Custo estrutura principal (€)	Custo estrutura secundária (€)
3	91012,70	30,34	77019,48	13993,22
5	108785,00	36,26	95458,17	13326,83
7	126056,00	42,02	112544,70	13511,30

Como referido anteriormente, devido à diferença entre a altura e largura, a influência dos pilares para o custo total da estrutura é muito reduzida (média aproximada de 20%), como se percebe pela diferença de custo total entre cada exemplo (por volta dos 10%). A otimização considerou as mesmas secções transversais no dimensionamento dos elementos estruturais secundários dos exemplos com 5 e 7 m de altura, fazendo com que a ligeira diferença de custo seja devido aos elementos de contraventamento. No Quadro 4.23 estão apresentados valores das variáveis de decisão das soluções ótimas.

**Quadro 4.23** – Valores ótimos das variáveis de decisão – Exemplo 3 com vão de 35 m

Altura (m)	Variáveis de decisão										
	1 (m)	2 (m)	3 (m)	4 (m)	5	6 (m)	7 (m)	8	9 (m)	10 (m)	11 (mm)
3	1,64	0,16	1,64	0,28	1	0,52	0,52	13	0,44	0,08	15
5	1,64	0,16	1,4	0,28	2	0,52	0,52	14	0,4	0,08	15
7	1,64	0,16	1,4	0,28	2	0,52	0,52	15	0,4	0,08	19

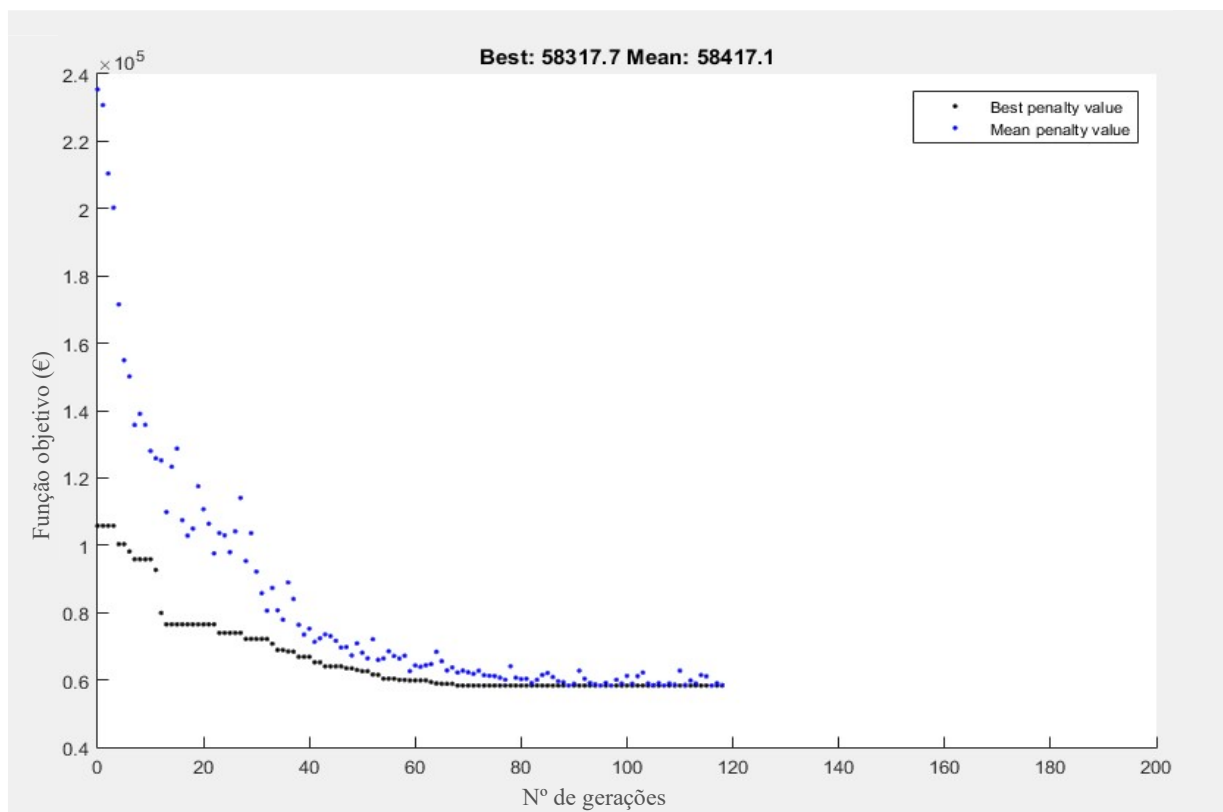
Observando os valores das variáveis de decisão dos exemplos com 5 e 7 m de altura, verifica-se que o acréscimo de carga total devido à diferença de altura dos pilares foi equilibrado pela utilização de mais um pórtico na estrutura. A restrição ativa desses dois exemplos foi a associada à flexão composta no elemento 3 (Figura 4.8) em que se obtiveram os valores de -0,060 e -0,020, respetivamente. A restrição que limitou a otimização no exemplo com 3 m de altura foi a associada aos momentos resistentes na ligação com um valor de -0,010. Em todos os exemplos, a combinação que gerou a restrição ativa na solução ótima foi a CC3.

Em estruturas porticadas triarticuladas de duas águas observou-se que os custos associados às estruturas secundárias são em média de 20% do custo total da estrutura, em que 95% corresponde às madres e os restantes aos elementos de aço usados no sistema de contraventamento. O custo associado à estrutura principal corresponde aos restantes 80% onde

as vigas de cobertura representam, na maioria dos exemplos a maior parcela do custo. A influência das vigas no custo total da estrutura tem o valor máximo no exemplo com 35 m de vão e 3 m de altura (63%) e o valor mínimo no exemplo com 10 m de vão e 7 m de altura (30%).

Neste tipo de estrutura obtiveram-se soluções ótimas com alturas de secção entre os 0,74 m e o 1,64 m. A largura das secções nas soluções ótimas é sempre próxima da mínima impostas na definição das variáveis de decisão. As soluções ótimas não apresentam nenhuma tendência relativamente ao número de filas de ligadores, tendo-se obtido rigidezes da ligação entre os 5821 kNm/rad e 188900 kNm/rad.

Na Figura 4.15 ilustra-se a evolução do valor da função objetivo durante o processo de otimização de um dos exemplos realizados para este tipo de estrutura.



**Figura 4.15** – Valor da função objetivo em função do número de gerações – estrutura porticada triarticulada de duas águas

Para todos os exemplos, no anexo, estão representados os valores das restrições, assim como um quadro resumo com os custos e as rigidezes da ligação viga-viga.

## **5. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA ESTUDOS FUTUROS**

### **5.1. Conclusões**

Nesta dissertação desenvolveu-se e aplicou-se um modelo numérico de análise e otimização com o objetivo de obter projetos de estruturas porticadas de madeira lamelada colada com ligações semirrígidas mais económicos e estruturalmente mais eficientes. Os resultados obtidos com os exemplos de aplicação realizados e expostos anteriormente permitiram estabelecer as seguintes conclusões:

- O problema de dimensionamento de uma estrutura porticada em madeira lamelada colada com ligações viga-pilar resistentes a momentos em que se considerou o comportamento semirrígido pode ser formulado e resolvido como um problema de otimização. O problema de otimização foi definido como a minimização do custo total da estrutura sujeito a um conjunto de restrições que traduzem as disposições do Eurocódigo 5 (EN 1995-1-1, 2004) tendo em vista a verificação dos estados limites últimos e de utilização.
- Tendo em conta as características do problema de otimização, escolheu-se um algoritmo genético para a sua resolução. O algoritmo fornece soluções ótimas de custo mínimo e que verificam as restrições impostas. O algoritmo mostrou-se eficiente pois fornece soluções com um reduzido tempo de execução (cerca de 40 segundos). Além disso, fornece soluções adequadas do ponto de vista prático caracterizadas por valores discretos das variáveis de decisão de acordo com os valores discretos disponíveis para cada variável de decisão.
- Na medida em que o algoritmo genético utiliza um processo aleatório na pesquisa da solução ótima podem obter-se soluções ótimas diferentes por cada execução do algoritmo. Esta questão poderá condicionar a obtenção da solução de custo mínimo para o problema de otimização. Para fazer face a este aspeto, em cada caso analisado, repetiu-se a execução do algoritmo de modo a observar a convergência do mesmo para a solução de custo mínimo.
- Em todos os casos analisados as soluções ótimas apresentam pilares de secção transversal variável com altura maior junto as ligações viga-pilar. Para as secções das vigas obtiveram-se 3 diferentes tipos de solução. Uma com vigas de secção constante

(exceto nos pórticos triarticuladas). Outra, com vigas de secção variável apresentando altura maior junto à ligação viga-viga. A solução mais comum em todos os exemplos foi a de secção variável com altura maior junto à ligação viga-pilar.

- À exceção do pórtico de uma água com largura de 10 m e pilares com 5 m de altura, em que a restrição ativa no ótimo foi a associada ao deslocamento a meio-vão da viga, em todos os outros exemplos as restrições ativas no ótimo foram as correspondentes à flexão composta nas vigas ou ao momento na ligação viga-pilar.
- Os custos associados às estruturas secundárias representam 20 a 25% dos custos totais da estrutura. O custo das madres representa 95% do custo da estrutura secundária e de contraventamento, sendo os restantes 5% devido às barras de aço usadas no contraventamento.
- A influência dos elementos estruturais principais no custo varia muito com as dimensões do pórtico, contudo, o aumento em cada metro de altura do pórtico representa um acréscimo superior no custo quando comparado com o aumento em metro do vão.
- Obtiveram-se valores para altura das secções entre os 0,6 m e 1,64 m. A largura dos elementos obteve valores sempre perto dos mínimos impostos da definição das variáveis e as ligações viga pilar com o mínimo de rigidez de 1307 kNm/rad (pórtico biarticulado de uma água com 15 m de vão e 4 m de altura, viga com secção  $0,60 \times 0,16$  e pilar com secção  $0,60 \times 0,28$ ) e o máximo de 188900 kNm/rad (pórtico triarticulado com 35 m de vão e 3 m de altura, viga com secção  $1,64 \text{ m} \times 0,16 \text{ m}$  e pilar com secção  $1,40 \text{ m} \times 0,28 \text{ m}$ ).

## 5.2. Recomendações para estudos futuros

Apresentam-se, de seguida, algumas sugestões para estudos futuros com o intuito de complementar e melhorar alguns aspetos que se consideram relevantes no âmbito da análise e otimização de pórticos de madeira com ligações semirrígidas:

- Implementar o custo exato da ligação viga-pilar, incluindo mão-de-obra, custo das diferentes classes e diâmetros dos ligadores de forma a tornar a solução fornecida pelo algoritmo de otimização mais próxima da prática de projeto.
- Implementar os custos associados às diferentes classes resistentes de *glulam*.

- Incluir no programa os custos das ligações viga-viga e viga-fundação e da própria fundação.
- Criar e implementar uma biblioteca de materiais e/ou soluções construtivas para a cobertura e fachadas.
- Alargar a aplicação do algoritmo a outro tipo de estruturas porticadas, como por exemplo de edifícios de construção vertical.
- Incluir a análise face à ação dinâmica dos sismos quer através de forças horizontais equivalentes, quer através de sobreposição modal com espectros de resposta. Este aspeto deverá ser considerado em pórticos de um piso ou de vários pisos. Nestes últimos o algoritmo deverá também fornecer soluções adequadas no que respeita à distribuição de massas pelos diversos pisos de forma a otimizar a resposta dinâmica de uma estrutura que à partida poderá apresentar elevada flexibilidade.



---

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arora, J. S. (2017). *Introduction to optimum design* (4th Edition). London: Elsevier Academic Press.
- Austrell, P.-E. (2004). *CALFEM: A finite element toolbox: version 3.4*. Structural Mechanics, LTH.
- Cruz, H. (2007). Estruturas de madeira lamelada colada em Portugal. Instrumentos para a garantia da qualidade. *Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas*, II (1).
- EN 1995 (2004). Eurocode 5: Design of timber structures- Part 1-1: General - Common rules and rules for buildings. CEN, Brussels
- Hart, S., & Hart, E. (2004). On optimal design of timber columns under resource and implementation constraints. *Applied Mathematical Modelling*, 28(8), 751–768. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2003.12.002>
- Jelusic, P., & Kravanja, S. (2017). Optimal design of timber-concrete composite floors based on the multi-parametric MINLP optimization. *Composite Structures*, 179, 285–293. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2017.07.062>
- Macalloy (2020). “Macalloy.”. <https://macalloy.com/>. Acedido a 15 de maio 2020.
- Mam, K., Douthe, C., Le Roy, R., & Consigny, F. (2020). Shape optimization of braced frames for tall timber buildings: Influence of semi-rigid connections on design and optimization process. *Engineering Structures*, 216, 110692. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.110692>
- Mayencourt, P., & Mueller, C. (2019). Structural Optimization of Cross-laminated Timber Panels in One-way Bending. *STRUCTURES*, 18, 48–59. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2018.12.009>
- Movaffaghi, H., Pyykkö, J., & Yitmen, I. (2020). Value-driven design approach for optimal long-span timber-concrete composite floor in multi-storey wooden residential buildings. *Civil Engineering and Environmental Systems*, 1–17. <https://doi.org/10.1080/10286608.2020.1808888>

- 
- Negrao, J. (1999). Optimization of cable-stayed timber footbridges. Em Bostrom, L (Ed.), *1st International RILEM Symposium on Timber Engineering* (Vol. 8, pp. 193–202). RILEM Publications SARL.
- Negrão, J., & Faria, A. (2009). *Projecto de estruturas de madeira*. Publindústria.
- Reis, A., & Camotim, D. (2001). *Estabilidade estrutural*. Amadora: McGraw-Hill.
- Šilih, S., Kravanja, S., Dobrila, P., & Premrov, M. (2008). MINPL optimization of timber trusses considering joint flexibility. *High Performance Structures and Materials IV, I*, 431–438. <https://doi.org/10.2495/HPSM080441>
- Šilih, S., Kravanja, S., & Premrov, M. (2010). Shape and discrete sizing optimization of timber trusses by considering of joint flexibility. *Advances in Engineering Software*, 41(2), 286–294. <https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2009.07.002>
- Šilih, S., Premrov, M., & Kravanja, S. (2006). Optimization of timber trusses considering joint flexibility. *High Performance Structures and Materials III, 1*, 615–623. <https://doi.org/10.2495/HPSM06060>
- Šilih, Simon, Premrov, M., & Kravanja, S. (2005). Optimum design of plane timber trusses considering joint flexibility. *Engineering Structures*, 27(1), 145–154. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2004.10.001>
- Simões, Luís M. C. (2008). “Optimização de estruturas”. 1ª edição, Coimbra: ST–Artes Gráficas, Lda.
- Simões, L. M. C. (1996). Optimization of frames with semi-rigid connections. *Computers & Structures*, 60(4), 531–539. [https://doi.org/10.1016/0045-7949\(95\)00427-0](https://doi.org/10.1016/0045-7949(95)00427-0)
- Stanic, A., Hudobivnik, B., & Brank, B. (2016). Economic-design optimization of cross laminated timber plates with ribs. *Composite Structures*, 154, 527–537. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2016.07.072>
- Strongtie (2020). “Simpson Strong-Tie Company Inc.”. <https://www.strongtie.com/>. Acedido a 22 de julho 2020.
- Structural Timber Education Programme. (1995). *Timber engineering STEP 1: Basis of design, material properties, structural components and joints*. Centrum Hout.
-

Swedish Wood. (2016). *Design of timber structures. Structural aspects of timber construction* (2.<sup>a</sup> ed., Vol. 1). Swedish Forest Industries Federation. <https://www.swedishwood.com/siteassets/5-publikationer/pdfer/design-of-timber-structures-1-2016.pdf>

Topping, B. H. V., & Robinson, D. J. (1984). Optimization of timber framed structures. *Computers & Structures*, 18(6), 1167–1177. [https://doi.org/10.1016/0045-7949\(84\)90161-5](https://doi.org/10.1016/0045-7949(84)90161-5)

Villar, J. R., Vidal, P., Fernández, M. S., & Guaita, M. (2016). Genetic algorithm optimisation of heavy timber trusses with dowel joints according to Eurocode 5. *Biosystems Engineering*, 144, 115–132. <https://doi.org/10.1016/j.biosystemseng.2016.02.011>

Villar-García, J. R., Vidal-López, P., Rodríguez-Robles, D., & Guaita, M. (2019). Cost optimisation of glued laminated timber roof structures using genetic algorithms. *Biosystems Engineering*, 187, 258–277. <https://doi.org/10.1016/j.biosystemseng.2019.09.008>

## CRÉDITOS DE IMAGEM

Imagem 1	Edifício Mjøstårnet	<a href="https://www.archdaily.com/934374/mjostarnet-the-tower-of-lake-mjosa-voll-arkitekter">https://www.archdaily.com/934374/mjostarnet-the-tower-of-lake-mjosa-voll-arkitekter</a>	15/06/2020
Imagem 2	Cobertura Jamor	<a href="https://olhares.com/jamor-indoor-foto2644754.html">https://olhares.com/jamor-indoor-foto2644754.html</a>	18/06/2020
Imagem 3	Ligação PIBA110/1 60	<a href="https://www.strongtie.pt/products/detail/pe-de-prumo-regulavel-para-grandes-cargas/1118">https://www.strongtie.pt/products/detail/pe-de-prumo-regulavel-para-grandes-cargas/1118</a>	18/06/2020
Imagem 4	Ligação PL	<a href="https://www.strongtie.pt/products/detail/placas-de-uniao/140">https://www.strongtie.pt/products/detail/placas-de-uniao/140</a>	19/06/2020
Imagem 5	Barra Macalloy	<a href="https://pdf.archiexpo.com/pdf/macalloy-61092.html">https://pdf.archiexpo.com/pdf/macalloy-61092.html</a>	28/06/2020

## ANEXO

Tendon Capacities for Carbon and Stainless Macalloy 460																	
Thread	Units	M10	M12	M16	M20	M24	M30	M36	M42	M48	M56	M64	M76	M85	M90	M100	M105
Nominal Bar Dia.	mm	10	11	15	19	22	28	34	39	45	52	60	72	82	87	97	102
Min. Yield Load	kN	25	36	69	108	156	249	364	501	660	912	1204	1756	2239	2533	3172	3520
Min. Break Load	kN	33	48	91	143	207	330	483	665	875	1209	1596	2329	2969	3358	4206	4667
Design Resistance to EC3 $N_{R,d}$	kN	24	35	66	103	149	238	348	479	630	870	1149	1677	2138	2418	3029	3360
Nominal Bar Weight	kg/m	0.5	0.75	1.4	2.2	3.0	4.8	7.1	9.4	12.5	16.7	22.2	32	41.5	46.7	58	64.1

Figura A.1 – Características dos cabos Macalloy

Quadro A.1 – Valores das restrições – estrutura porticada de uma água

Comb Acções	restrição	elemento	lágua_L=10m			lágua_L=15m			2água_L=20m		
			h=3	h=4	h=5	h=3	h=4	h=5	h=3	h=4	h=5
CC1	Deslocamento	Lviga-viga	-0,112	-0,111	-0,093	-0,213	-0,157	-0,151	-0,187	-0,188	-0,211
CC2	Comp perpe	1	-0,933	-0,948	-0,945	-0,962	-0,948	-0,957	-0,985	-0,974	-0,948
	Comp perpe	2	-0,997	-0,999	-0,999	-0,999	-0,999	-0,998	-0,993	-0,995	-0,997
	Comp perpe	3	-0,996	-0,989	-0,972	-0,977	-0,987	-1,000	-0,977	-0,981	-0,980
	Comp perpe	4	-0,975	-0,999	-0,972	-0,936	-0,947	-0,983	-0,937	-0,944	-0,937
	Comp para	1	-0,992	-0,993	-0,992	-0,997	-0,995	-0,995	-0,999	-0,998	-0,995
	Comp para	2	-0,990	-0,991	-0,990	-0,995	-0,993	-0,993	-0,998	-0,996	-0,993
	Comp para	3	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-0,999	-0,998	-0,999	-1,000
	Comp para	4	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-0,999	-0,998	-0,999	-1,000
	Flex comp	1	-0,519	-0,495	-0,526	-0,580	-0,550	-0,755	-0,976	-0,938	-0,560
	Flex comp	2	-0,443	-0,450	-0,490	-0,535	-0,498	-0,695	-0,921	-0,887	-0,468
	Flex comp	3	-0,595	-0,263	-0,170	-1,000	-1,000	-0,623	-0,882	-0,846	-1,000
	Flex comp	4	-0,697	-0,732	-0,323	-1,000	-1,000	-0,919	-0,238	-0,408	-1,000
	Corte	1	-0,806	-0,849	-0,841	-0,889	-0,847	-0,875	-0,957	-0,925	-0,848
	Corte	2	-0,791	-0,843	-0,835	-0,884	-0,839	-0,860	-0,918	-0,898	-0,833
	Corte	3	-0,895	-0,850	-0,815	-1,000	-1,000	-0,874	-0,927	-0,910	-1,000
	Corte	4	-0,928	-0,921	-0,851	-1,000	-1,000	-0,950	-0,815	-0,836	-1,000
	Estabilidade	1	-0,999	-0,996	-0,996	-0,997	-0,997	-0,999	-1,000	-1,000	-0,997
	Estabilidade	2	-0,998	-0,995	-0,996	-0,997	-0,996	-0,998	-1,000	-1,000	-0,995
	Estabilidade	3	-0,999	-0,997	-0,996	-1,000	-1,000	-0,999	-1,000	-1,000	-1,000
	Estabilidade	4	-1,000	-1,000	-0,998	-1,000	-1,000	-1,000	-0,996	-0,998	-1,000
Ligação	Lviga-pilar	-0,419	-0,127	-0,188	-0,134	-0,201	-0,583	-0,967	-0,895	-0,490	
Ligação	Lviga-pilar	-0,328	-0,050	-0,127	-0,041	-0,109	-0,480	-0,861	-0,802	-0,384	
CC3	Comp perpe	1	-0,946	-0,976	-0,978	-0,982	-0,969	-0,952	-0,879	-0,904	-0,953
	Comp perpe	2	-0,946	-0,976	-0,978	-0,982	-0,969	-0,952	-0,879	-0,904	-0,953
	Comp perpe	3	-0,851	-0,851	-0,867	-0,792	-0,758	-0,843	-0,827	-0,818	-0,736

	Comp perpe	4	-0,851	-0,851	-0,867	-0,792	-0,758	-0,843	-0,827	-0,818	-0,736
	Comp para	1	-0,973	-0,985	-0,987	-0,977	-0,976	-0,984	-0,983	-0,982	-0,974
	Comp para	2	-0,961	-0,976	-0,978	-0,970	-0,967	-0,976	-0,979	-0,977	-0,965
	Comp para	3	-0,991	-0,993	-0,994	-1,000	-1,000	-0,986	-0,964	-0,971	-1,000
	Comp para	4	-0,991	-0,993	-0,994	-1,000	-1,000	-0,986	-0,964	-0,971	-1,000
	Flex comp	1	-0,183	-0,517	-0,615	-0,602	-0,442	-0,416	-0,448	-0,453	-0,167
	Flex comp	2	-0,182	-0,517	-0,615	-0,602	-0,442	-0,416	-0,448	-0,453	-0,167
	Flex comp	3	-0,034	-0,057	-0,326	-1,000	-1,000	-0,100	-0,033	-0,042	-1,000
	Flex comp	4	-0,034	-0,057	-0,326	-1,000	-1,000	-0,100	-0,033	-0,042	-1,000
	Corte	1	-0,841	-0,930	-0,937	-0,949	-0,908	-0,859	-0,647	-0,720	-0,863
	Corte	2	-0,841	-0,930	-0,937	-0,949	-0,908	-0,859	-0,647	-0,720	-0,863
	Corte	3	-0,566	-0,566	-0,612	-1,000	-1,000	-0,542	-0,496	-0,469	-1,000
	Corte	4	-0,566	-0,566	-0,612	-1,000	-1,000	-0,542	-0,496	-0,469	-1,000
	Estabilidade	1	-0,996	-0,996	-0,998	-0,997	-0,995	-0,995	-0,995	-0,995	-0,989
	Estabilidade	2	-0,996	-0,996	-0,998	-0,997	-0,995	-0,995	-0,995	-0,995	-0,989
	Estabilidade	3	-0,995	-0,995	-0,998	-1,000	-1,000	-0,996	-0,994	-0,994	-1,000
	Estabilidade	4	-0,995	-0,995	-0,998	-1,000	-1,000	-0,996	-0,994	-0,994	-1,000
	Ligação	Lviga-pilar	-0,014	-0,166	-0,341	-0,180	-0,011	-0,005	-0,032	-0,044	-0,036
	Ligação	Lviga-pilar	-1,986	-1,834	-1,659	-1,820	-1,989	-1,995	-1,968	-1,956	-1,964
Secundarios	Flex comp	madres	-0,070	-0,070	-0,070	-0,155	-0,135	-0,024	-0,070	-0,078	-0,069
	Corte	madres	-0,069	-0,069	-0,069	-0,279	-0,201	-0,174	-0,069	-0,148	-0,069
	Tração	Econtraventamento	-0,617	-0,490	-0,362	-0,404	-0,063	-0,079	-0,226	-0,124	-0,433

Quadro A.2 – Valores das restrições – estrutura porticada biarticulada de duas águas

Comb Acções	restrição	elemento	2água_L=10m			2água_L=15m			2água_L=20m		
			h=3m	h=4	h=5	h=3	h=4	h=5	h=3	h=4	h=5
CC1	Deslocamento	Lviga-viga	-0,092	-0,087	-0,068	-0,171	-0,180	-0,134	-0,290	-0,305	-0,316
CC2	Comp perpe	1	-0,968	-0,945	-0,919	-0,980	-0,963	-0,922	-0,991	-0,971	-0,953
	Comp perpe	2	-0,996	-0,996	-0,999	-0,992	-0,994	-0,996	-0,985	-0,990	-0,993
	Comp perpe	3	-1,000	-0,967	-0,819	-0,977	-0,990	-0,958	-0,970	-0,976	-0,985
	Comp perpe	4	-0,981	-0,972	-0,782	-0,932	-0,957	-0,946	-0,914	-0,927	-0,943
	Comp para	1	-0,996	-0,992	-0,973	-0,998	-0,996	-0,983	-0,998	-0,998	-0,995
	Comp para	2	-0,995	-0,990	-0,970	-0,998	-0,995	-0,980	-0,998	-0,996	-0,994
	Comp para	3	-0,999	-0,998	-1,000	-0,999	-1,000	-0,997	-0,997	-0,998	-0,999
	Comp para	4	-0,997	-0,996	-1,000	-0,997	-0,998	-0,999	-0,996	-0,997	-0,998
	Flex comp	1	-0,776	-0,489	-0,428	-0,953	-0,872	-0,418	-0,992	-0,929	-0,840
	Flex comp	2	-0,742	-0,467	-0,483	-0,899	-0,825	-0,608	-0,900	-0,842	-0,763
	Flex comp	3	-0,609	-0,106	-1,000	-0,832	-0,762	-0,616	-0,896	-0,865	-0,805
	Flex comp	4	-0,796	-0,296	-1,000	-0,051	-0,602	-0,061	-0,021	-0,293	-0,555
	Corte	1	-0,907	-0,839	-0,764	-0,941	-0,892	-0,773	-0,968	-0,916	-0,864
	Corte	2	-0,899	-0,836	-0,776	-0,910	-0,873	-0,815	-0,898	-0,871	-0,833
	Corte	3	-0,904	-0,811	-1,000	-0,915	-0,884	-0,749	-0,914	-0,901	-0,872

	Corte	4	-0,945	-0,850	-1,000	-0,801	-0,875	-0,754	-0,749	-0,786	-0,833
	Estabilidade	1	-0,999	-0,996	-0,995	-1,000	-1,000	-0,995	-1,000	-1,000	-1,000
	Estabilidade	2	-0,999	-0,995	-0,996	-1,000	-1,000	-0,998	-1,000	-1,000	-0,999
	Estabilidade	3	-0,999	-0,996	-1,000	-1,000	-1,000	-0,999	-1,000	-1,000	-1,000
	Estabilidade	4	-1,000	-0,997	-1,000	-0,992	-0,999	-0,994	-0,991	-0,995	-0,998
	Ligação	L <sub>viga-pilar</sub>	-0,603	-0,126	-0,057	-0,922	-0,777	-0,040	-1,003	-0,927	-0,827
	Ligação	L <sub>viga-pilar</sub>	-0,541	-0,089	-0,149	-0,827	-0,693	-0,356	-0,895	-0,832	-0,742
CC3	Comp perpe	1	-0,960	-0,968	-0,991	-0,894	-0,921	-0,983	-0,763	-0,841	-0,877
	Comp perpe	2	-0,987	-0,996	-0,995	-0,915	-0,941	-0,996	-0,781	-0,860	-0,896
	Comp perpe	3	-0,879	-0,861	-0,902	-0,827	-0,823	-0,906	-0,818	-0,801	-0,787
	Comp perpe	4	-0,905	-0,907	-0,973	-0,838	-0,840	-0,930	-0,823	-0,810	-0,800
	Comp para	1	-0,990	-0,991	-0,989	-0,983	-0,983	-0,991	-0,977	-0,977	-0,976
	Comp para	2	-0,985	-0,982	-0,985	-0,979	-0,977	-0,979	-0,973	-0,971	-0,967
	Comp para	3	-0,984	-0,986	-1,000	-0,965	-0,973	-0,995	-0,938	-0,957	-0,966
	Comp para	4	-0,993	-0,996	-1,000	-0,972	-0,980	-0,998	-0,943	-0,962	-0,971
	Flex comp	1	-0,471	-0,436	-0,881	-0,440	-0,435	-0,774	-0,052	-0,064	-0,098
	Flex comp	2	-0,830	-0,934	-0,927	-0,551	-0,583	-0,948	-0,125	-0,174	-0,240
	Flex comp	3	-0,074	-0,013	-1,000	-0,018	-0,011	-0,851	-0,020	-0,006	-0,017
	Flex comp	4	-0,499	-0,540	-1,000	-0,197	-0,257	-0,767	-0,090	-0,118	-0,167
	Corte	1	-0,884	-0,907	-0,974	-0,690	-0,768	-0,950	-0,308	-0,535	-0,640
	Corte	2	-0,963	-0,989	-0,984	-0,751	-0,829	-0,988	-0,362	-0,590	-0,697
	Corte	3	-0,648	-0,596	-1,000	-0,497	-0,483	-0,727	-0,468	-0,420	-0,378
	Corte	4	-0,722	-0,729	-1,000	-0,526	-0,533	-0,717	-0,483	-0,446	-0,416
	Estabilidade	1	-0,995	-0,995	-1,000	-0,995	-0,995	-0,999	-0,986	-0,986	-0,987
	Estabilidade	2	-1,000	-1,000	-1,000	-0,997	-0,997	-1,000	-0,988	-0,989	-0,991
	Estabilidade	3	-0,995	-0,995	-1,000	-0,992	-0,994	-1,000	-0,991	-0,991	-0,991
	Estabilidade	4	-0,999	-0,999	-1,000	-0,994	-0,996	-1,000	-0,993	-0,993	-0,994
Ligação	L <sub>viga-pilar</sub>	-0,061	-0,035	-0,804	-0,043	-0,013	-0,627	-0,009	-0,003	-0,019	
Ligação	L <sub>viga-pilar</sub>	-1,302	-1,112	-0,880	-1,767	-1,730	-1,086	-1,914	-1,879	-1,826	
Secundarios	Flex comp	madres	-0,049	-0,099	-0,038	-0,070	-0,078	-0,029	-0,022	-0,029	-0,028
	Corte	madres	-0,279	-0,402	-0,259	-0,069	-0,148	-0,178	-0,172	-0,242	-0,178
	Tração	E <sub>contraventamento</sub>	-0,649	-0,383	-0,240	-0,226	-0,411	-0,137	-0,397	-0,351	-0,193

Quadro A.3 – Valores das restrições – estrutura porticada triarticulada de duas águas

Comb Acções	restrição	elemento	2água_L=10m			2água_L=15m			2água_L=20m		
			h=3m	h=4	h=5	h=3	h=4	h=5	h=3	h=4	h=5
CC1	Deslocamento	L <sub>viga-viga</sub>	-0,088	-0,087	-0,072	-0,187	-0,198	-0,136	-0,317	-0,379	-0,415
CC2	Comp perpe	1	-0,966	-0,952	-0,907	-0,975	-0,952	-0,900	-0,995	-0,981	-0,971
	Comp perpe	2	-0,993	-0,994	-0,977	-0,988	-0,991	-0,975	-0,985	-0,987	-0,990
	Comp perpe	3	-0,998	-0,972	-0,899	-0,980	-0,993	-0,959	-0,971	-0,976	-0,982
	Comp perpe	4	-0,980	-0,978	-0,852	-0,933	-0,956	-0,932	-0,912	-0,931	-0,948
	Comp para	1	-0,996	-0,992	-0,977	-0,998	-0,995	-0,982	-0,999	-0,998	-0,997

	Comp para	2	-0,995	-0,991	-0,975	-0,997	-0,993	-0,980	-0,999	-0,997	-0,996	
	Comp para	3	-0,998	-0,997	-0,985	-0,999	-1,000	-0,990	-0,997	-0,998	-0,999	
	Comp para	4	-0,995	-0,993	-0,993	-0,996	-0,996	-0,999	-0,996	-0,996	-0,997	
	Flex comp	1	-0,796	-0,617	-0,376	-0,919	-0,779	-0,162	-0,996	-0,962	-0,906	
	Flex comp	2	-0,770	-0,594	-0,886	-0,836	-0,714	-0,848	-0,951	-0,868	-0,804	
	Flex comp	3	-0,644	-0,330	-0,333	-0,845	-0,783	-0,266	-0,908	-0,892	-0,859	
	Flex comp	4	-0,825	-0,503	-0,070	-0,144	-0,676	-0,058	-0,048	-0,276	-0,493	
	Corte	1	-0,902	-0,859	-0,730	-0,927	-0,859	-0,707	-0,974	-0,944	-0,914	
	Corte	2	-0,895	-0,855	-0,892	-0,890	-0,837	-0,883	-0,916	-0,889	-0,873	
	Corte	3	-0,897	-0,831	-0,643	-0,910	-0,877	-0,740	-0,916	-0,914	-0,905	
	Corte	4	-0,941	-0,878	-0,521	-0,805	-0,873	-0,711	-0,745	-0,798	-0,849	
	Estabilidade	1	-0,999	-0,998	-0,994	-1,000	-0,999	-0,989	-1,000	-1,000	-1,000	
	Estabilidade	2	-0,999	-0,997	-1,000	-1,000	-0,999	-1,000	-1,000	-1,000	-0,999	
	Estabilidade	3	-0,999	-0,998	-0,997	-1,000	-1,000	-0,997	-1,000	-1,000	-1,000	
	Estabilidade	4	-1,000	-0,999	-0,994	-0,995	-0,999	-0,994	-0,990	-0,994	-0,997	
	Ligação	Lviga-pilar	-0,652	-0,351	-0,030	-0,911	-0,774	-0,145	-1,008	-0,963	-0,900	
	Ligação	Lviga-pilar	-0,607	-0,313	-0,890	-0,818	-0,708	-0,904	-0,896	-0,856	-0,787	
CC3	Comp perpe	1	-0,950	-0,961	-0,981	-0,864	-0,890	-0,978	-0,793	-0,835	-0,877	
	Comp perpe	2	-0,999	-0,994	-0,998	-0,911	-0,939	-0,997	-0,819	-0,863	-0,903	
	Comp perpe	3	-0,893	-0,885	-0,926	-0,851	-0,832	-0,891	-0,840	-0,838	-0,841	
	Comp perpe	4	-0,933	-0,949	-0,992	-0,868	-0,863	-0,942	-0,846	-0,849	-0,855	
	Comp para	1	-0,994	-0,996	-0,988	-0,982	-0,982	-0,993	-0,981	-0,980	-0,982	
	Comp para	2	-0,989	-0,988	-0,992	-0,978	-0,974	-0,982	-0,979	-0,976	-0,976	
	Comp para	3	-0,977	-0,980	-0,990	-0,959	-0,967	-0,991	-0,935	-0,955	-0,965	
	Comp para	4	-0,995	-0,995	-0,993	-0,972	-0,980	-0,995	-0,943	-0,962	-0,972	
	Flex comp	1	-0,465	-0,436	-0,809	-0,095	-0,031	-0,729	-0,528	-0,138	-0,101	
	Flex comp	2	-0,987	-0,919	-0,976	-0,407	-0,468	-0,966	-0,587	-0,284	-0,292	
	Flex comp	3	-0,063	-0,012	-0,796	-0,001	-0,070	-0,763	-0,170	-0,060	-0,020	
	Flex comp	4	-0,807	-0,783	-0,714	-0,288	-0,448	-0,557	-0,257	-0,204	-0,214	
	Corte	1	-0,853	-0,887	-0,944	-0,604	-0,678	-0,936	-0,398	-0,519	-0,642	
	Corte	2	-0,996	-0,984	-0,993	-0,741	-0,823	-0,992	-0,472	-0,601	-0,718	
	Corte	3	-0,688	-0,663	-0,784	-0,564	-0,509	-0,683	-0,533	-0,528	-0,536	
	Corte	4	-0,804	-0,843	-0,744	-0,614	-0,600	-0,657	-0,551	-0,559	-0,578	
	Estabilidade	1	-0,995	-0,995	-0,999	-0,987	-0,985	-0,999	-0,996	-0,988	-0,987	
	Estabilidade	2	-1,000	-1,000	-1,000	-0,994	-0,995	-1,000	-0,997	-0,992	-0,992	
	Estabilidade	3	-0,995	-0,995	-1,000	-0,994	-0,994	-1,000	-0,993	-0,990	-0,990	
	Estabilidade	4	-1,000	-1,000	-0,999	-0,997	-0,998	-0,999	-0,994	-0,993	-0,993	
		Ligação	Lviga-pilar	-0,084	-0,044	-0,704	0,0004	-0,011	-0,724	-0,010	-0,063	-0,023
		Ligação	Lviga-pilar	-1,022	-0,864	-0,963	-1,655	-1,542	-0,965	-1,867	-1,778	-1,769
	Secundarios	Flex comp	madres	-0,035	-0,035	-0,030	-0,070	-0,030	-0,009	-0,064	-0,050	-0,001
Corte		madres	-0,314	-0,314	-0,178	-0,069	-0,178	-0,162	-0,147	-0,161	-0,160	
Tração		Econtraventamento	-0,640	-0,400	-0,029	-0,226	-0,384	-0,299	-0,333	-0,012	-0,162	



**Quadro A.4** – Resumo dos custos e rigidez da ligação viga-pilar em cada exemplo

Vão (m)	Pórtico biarticulado de 1 água				Pórtico biarticulado de 2 água				Pórtico triarticulado de 2 água			
	Altura (m)	Custo total (€)	Custo total (€/m <sup>2</sup> )	K <sub>ligação</sub>	Altura (m)	Custo total (€)	Custo total (€/m <sup>2</sup> )	K <sub>ligação</sub>	Altura (m)	Custo total (€)	Custo total (€/m <sup>2</sup> )	K <sub>ligação</sub>
10	3	21148.20	7.05	1307	3	24336.30	8.11	3024	3	26152.00	8.72	5821
	4	24699.70	8.23	3024	5	32697.50	10.90	5821	5	34332.30	11.44	9961
	5	28174.10	9.39	5821	7	46031.40	15.34	29558	7	50321.50	16.77	54764
15	3	30534.20	10.18	1307								
	4	33878.00	11.29	3024								
	5	37729.00	12.58	6928								
20	3	47113.00	15.70	47482	3	48964.70	16.32	34912	3	47570.00	15.86	27590
	4	51801.00	17.27	54764	5	56082.20	18.69	54764	5	58258.00	19.42	49540
	5	53631.30	17.88	6928	7	63259.40	21.09	29558	7	64611.50	21.54	49540
30					3	74474.90	24.82	94047				
					5	85386.90	28.46	124020				
					7	93915.00	31.31	159830				
35									3	91012.70	30.34	188900
									5	108785.00	36.26	159830
									7	126056.00	42.02	159830