



UNIVERSIDADE DE
COIMBRA

Marco António Fragoso de Carvalho

**ELIMINAÇÃO DAS ORELHAS DE ESTAMPAGEM
NA PRODUÇÃO DE COMPONENTES
AXISSIMÉTRICOS**

Dissertação no âmbito do Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica, na especialidade de Produção e Projeto orientada pelo Professor Doutor Diogo Mariano Simões Neto e pela Professora Doutora Marta Cristina Cardoso de Oliveira e apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Outubro de 2020

1 2



9 0

FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE
COIMBRA

Eliminação das orelhas de estampagem na produção de componentes axissimétricos

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica na Especialidade de Produção e Projeto

Elimination of the earing defect in axisymmetric components

Autor

Marco António Fragoso de Carvalho

Orientadores

Diogo Mariano Simões Neto

Marta Cristina Cardoso de Oliveira

Júri

Presidente **Professor Doutor Luís Filipe Martins Menezes**

Professor Catedrático da Universidade de Coimbra

Vogal **Professor Doutor Pedro André Dias Prates**

Professor Auxiliar Convidado da Universidade de Coimbra

Orientador **Professor Doutor Diogo Mariano Simões Neto**

Professor Auxiliar da Universidade de Coimbra

Coimbra, Outubro, 2020

We cannot solve problems with the same thinking we used to create them.

Albert Einstein.

Agradecimentos

O trabalho que aqui se apresenta só foi possível graças à colaboração e apoio de algumas pessoas, às quais não posso deixar de prestar o meu reconhecimento.

Aos meus orientadores, Professor Doutor Diogo Mariano Simões Neto e Professora Doutora Marta Cristina Cardoso de Oliveira, *um especial agradecimento pela orientação e disponibilidade, pela partilha de conhecimento e de bons conselhos, pelos incentivos que sempre me motivaram para trabalhar e por todo o apoio que me proporcionaram.*

Ao meu pai, *mais do que um agradecimento. Por acreditar em mim e ser a pessoa mais compreensiva que eu tenho o privilégio de ter na minha vida. Por todos os conselhos e incentivos, pelo carinho, pelo apoio e a preocupação constante. Por me ter ensinado quase tudo o que sei. Pelo orgulho incondicional e pela forma como sempre me recebe. É inquestionável o valor que teve e que tem neste caminho que diariamente percorro.*

À minha mãe, *a quem dedico todas as minhas vitórias, a quem o meu coração pertence. Pela coragem, força, resiliência e dedicação que, por serem qualidades inerentes ao seu ser, me conseguiu transmitir. Por todos os bons momentos passados. Pelo amor e o carinho, pelas lições que só mais tarde vim a compreender, pelos conselhos que eu nunca esqueci, nem esquecerei. Por me ter ensinado que nada é mais importante que a procura pela felicidade. Não há palavras.*

A toda a minha família, *que sempre me apoiou. Um profundo agradecimento por sempre estarem do meu lado e pela preocupação e carinho incondicional que demonstram ter por mim.*

A todos, família, amigos e demais, *que me acompanharam nesta jornada e que de uma maneira ou de outra contribuíram para que eu hoje estivesse onde estou e a caminho do sítio para onde vou, um muito obrigado.*

Esta dissertação foi realizada no âmbito do projeto “IfDamagElse: Modelling and numerical simulation of damage in metallic sheets: anisotropic behaviour and tension-compression asymmetry coupled approach for formability prediction” (PTDC/EME-EME/30592/2017), cofinanciado pela Fundação Portuguesa para a Ciência e Tecnologia (FCT) e pelo Fundo Europeu de Desenvolvimento Regional (FEDER), através do Programa Operacional Competitividade e Internacionalização (POCI-01-0145-FEDER-030592 e UIDB/00285/2020).



Resumo

O processo de fabrico das latas de refrigerante envolve vários estágios de conformação e estiramento. O sucesso de cada uma destas operações depende da correta definição dos parâmetros de processo. Um desses parâmetros é a geometria do esboço, cuja otimização permite evitar desperdícios de material na fase de corte da periferia da taça cilíndrica (originando a lata). No entanto, a geometria do esboço que conduz à geometria desejada para o componente não é facilmente otimizada, através de métodos de cálculo analíticos ou diretos, devido a fatores como a anisotropia das chapas, à geometria complexa dos componentes e à ocorrência de estiramento. Deste modo, geralmente são utilizados algoritmos iterativos baseados em resultados de simulação numérica, cuja função é aproximar gradualmente a geometria do componente ao objetivo pretendido.

O principal objetivo deste trabalho consiste no desenvolvimento de um algoritmo iterativo com uma capacidade de convergência superior aos já existentes na literatura, mantendo a simplicidade e a generalidade de aplicação. Com base na revisão bibliográfica, o método da sensibilidade simplificada (algoritmo *B*) foi selecionado como ponto de partida para o desenvolvimento de algumas estratégias, com o intuito de o adaptar o melhor possível ao problema específico das latas de refrigerante. Nesta adaptação surgiu um novo parâmetro de otimização, denominado fator de correção (f_c), o qual tenta contabilizar a variação da área superficial da chapa, ao longo do processo de conformação, como consequência da variação de espessura. Assim, são propostos dois algoritmos iterativos (*NS*, *S*) baseados neste novo parâmetro, sendo propostas duas formulações do mesmo (*I* e *II*). Surgem assim quatro algoritmos iterativos (NS_I , NS_{II} , S_I e S_{II}).

A estratégia *I* não demonstrou ser viável, de modo que apenas os algoritmos NS_{II} e S_{II} se mantiveram do início ao fim do trabalho. Para avaliar a velocidade de convergência, analisaram-se dois exemplos de conformação propostos em conferências Numisheet. O primeiro corresponde à estampagem de uma taça cilíndrica com flange, enquanto que o segundo é a estampagem seguida de estiramento de uma taça cilíndrica. Com o objetivo de salientar as diferenças de cada um dos algoritmos em casos extremos de estiramento, foi criado ainda um exemplo fictício. Para cada um deles, são avaliados os fatores que influenciam, direta e indiretamente, a velocidade de convergência dos algoritmos.

A velocidade de convergência dos algoritmos apresentados foi sempre bastante elevada. Independentemente de a taça cilíndrica ter ou não flange, da chapa ser mais ou menos anisotrópica, da solução inicial estar mais próxima ou afastada do objetivo, o erro global é extremamente reduzido ao fim de duas iterações. Os dois algoritmos têm erros globais na ordem da décima (primeiras iterações) e centésima do milímetro (segundas iterações), o que demonstra que têm comportamentos equivalentes de convergência.

Palavras-chave: Latas de refrigerante, Estampagem, Estiramento, Simulação numérica, Orelhas de estampagem, Otimização do esboço.

Abstract

The manufacturing process of beverage cans involves several stages of forming and ironing. The success of each of these operations depends on the correct definition of the process parameters. One of these parameters is the geometry of the blank, whose optimization allows to avoid waste of material in the final cutting operation of the cylindrical cup (originating the can). However, the optimization of the blank geometry that leads to the desired component geometry is not easily achieved through analytical or direct calculation methods, due to factors such as material anisotropy, complex geometry of the component and the occurrence of ironing. Thus, iterative algorithms based on numerical simulation results are generally used, to gradually approximate the component's geometry to the intended objective.

The main objective of this work is the development of an iterative algorithm with higher convergence rate than the one of those already mentioned in the literature, maintaining the simplicity and the general application. Based on the literature review, the simplified sensitivity method (algorithm *B*) was selected as a starting point for the development of some strategies, in order to adapt it as best as possible to the specific problem of beverage cans. In this adaptation, a new optimization parameter emerged, called correction factor (f_c), which tries to account for the variation in the surface area of the blank, throughout the forming process, due to the thickness variation. Two iterative algorithms are proposed based on the new parameter, combined with two ways for formulating it (*I* and *II*). Thus, four iterative algorithms are proposed (NS_I , NS_{II} , S_I and S_{II}).

Strategy *I* did not prove to be viable, so that only the NS_{II} and S_{II} algorithms are studied throughout the work. To evaluate the convergence rate, two examples of forming proposed in Numisheet conferences were analysed. The first corresponds to the sheet metal forming of a cylindrical cup with flange, while the second is the sheet metal forming of a cylindrical cup followed by ironing. In order to highlight the differences between algorithms in extreme cases of ironing, a fictitious example was also created. For each of them, the factors that directly and indirectly influence the convergence rate of the algorithms are evaluated.

The convergence rate of the proposed algorithms is always quite high. Regardless of whether the cup presents flange or not, the sheet is more or less anisotropic, the initial solution is closer or further from the objective, the overall error is extremely reduced after two iterations. The two algorithms have global errors in the order of tenth (first iterations) and hundredth of a millimetre (second iterations), which shows that they have equivalent convergence behaviours.

Keywords: Beverage cans, Sheet metal forming, Ironing, Numerical simulation, Cup earring, Blank shape optimization.

Índice

Índice de Figuras	ix
Índice de Tabelas	xiii
Simbologia e Siglas	xv
Simbologia.....	xv
Siglas.....	xviii
1. Introdução	1
1.1. Enquadramento.....	1
1.2. Estampagem.....	3
1.2.1. Defeitos geométricos em estampagem.....	7
1.3. Anisotropia.....	9
1.4. Produção de latas de refrigerante.....	10
1.4.1. Orelhas de estampagem.....	12
1.5. Simulação e métodos numéricos.....	13
1.5.1. Métodos numéricos.....	13
1.5.2. Modelo constitutivo.....	16
1.5.3. DD3IMP.....	19
1.6. Objetivos do trabalho e guia de leitura.....	20
2. Otimização geométrica do esboço	23
2.1. Metodologia de otimização.....	23
2.2. Revisão bibliográfica.....	24
2.2.1. Método da sensibilidade.....	24
2.2.2. Push/Pull.....	26
2.2.3. Método da deformação logarítmica.....	27
2.2.4. Método da Regressão Linear.....	28
2.2.5. Método da sensibilidade simplificada.....	29
2.3. Velocidade de convergência.....	30
3. Algoritmo iterativo de otimização	35
3.1. Erro geométrico.....	36
3.2. Processo iterativo.....	38
3.3. Proposta de desenvolvimento.....	40
3.3.1. Estratégia I.....	43
3.3.2. Estratégia II.....	45
4. Aplicação e análise dos algoritmos	47
4.1. Exemplo A: taça com flange.....	47
4.1.1. Algoritmo B.....	50
4.1.2. Algoritmo NS.....	51
4.1.3. Algoritmo S.....	51
4.1.4. Cálculo do fator de correção.....	52
4.1.5. Resultados e discussão.....	52
4.2. Exemplo B: taça sem flange.....	63
4.2.1. Algoritmo B.....	66
4.2.2. Algoritmo NS.....	67
4.2.3. Algoritmo S.....	67
4.2.4. Cálculo do fator de correção.....	67
4.2.5. Resultados e discussão.....	68

5. Conclusões.....	77
Referências Bibliográficas	81
Apêndice A: Algoritmos de otimização geométrica do esboço	87

Índice de Figuras

Figura 1.1. Evolução do volume de produção de latas de bebidas de alumínio nos Estados Unidos da América (Hosford & Duncan, 1994).....	2
Figura 1.2. Ciclo de produção de latas de alumínio envolvendo cada um dos momentos de reciclagem do processo (PE Americas, 2010).....	3
Figura 1.3. Exemplo de uma estampagem de uma taça retangular com as respetivas ferramentas (punção, matriz, cerra-chapas) (Cabral, 2015).....	4
Figura 1.4. Plano das deformações principais (ϵ_1 , ϵ_2): (a) curva limite de estampagem (ou diagrama de Keeler-Goodwin); (b) Estados de deformação (Rodrigues, 2014).....	5
Figura 1.5. Exemplo de uma curva limite à fratura sugerido em (Isik et al., 2014).....	6
Figura 1.6. Exemplo de uma estampagem multi-estágio devido à relação limite de estampagem que a chapa apresenta (Neto et al., 2014).	7
Figura 1.7. Alguns exemplos de defeitos geométricos de estampagem em peças axi-simétricas: (a), (b), (c) enrugamento da flange, da extremidade da parede e do interior da peça; (d) defeitos superficiais na parede do embutido; (e) orelhas de estampagem resultante da anisotropia; (f) periferia irregular resultante da forma geométrica do embutido (Sugiyono, 2016).....	8
Figura 1.8. Influência da pressão do cerra-chapas na relação limite de estampagem (Sugiyono, 2016)..	9
Figura 1.9. Processo de fabrico das latas de bebidas e refrigerantes (Liu & Chen, 2018).....	11
Figura 1.10. Representação de uma taça cilíndrica com orelhas de estampagem na sua extremidade.	12
Figura 1.11. Superfície limite de elasticidade (considerando $\sigma_3 = 0$) de um material isotrópico ($r = 1$) e de um material anisotrópico ($r > 1$).	12
Figura 1.12. Representação esquemática do encruamento isotrópico e cinemático: (a) no plano desviador π (à esquerda) de acordo com o gráfico tensão-deformação plástica (à direita) (Chaboche, 2008); (b) efeito Bauschinger (Alves, 2003).	17
Figura 2.1. Otimização geométrica do esboço baseada no procedimento com recurso a resultados de simulação numérica (Neto et al., 2020).....	24
Figura 2.2. Representação esquemática da aplicação do método da sensibilidade, por iteração, assumindo dois contornos de esboço (definido por X e $X\delta$) (Shim & Son, 2001).....	25
Figura 2.3. Representação da curva NURBS aplicada à construção geométrica do contorno do esboço (com P_{ki} pontos de controlo) e correção iterativa do mesmo ($kx\ esbikx\ esbi + 1$) (Padmanabhan et al., 2009).	26
Figura 2.4. Representação do método da deformação logarítmica, aplicada a uma taça cilíndrica, com (a) o embutido resultante do respetivo (b) esboço inicial (Dick et al., 2005).	27
Figura 2.5. Exemplo da regressão linear proposta para garantir a convergência do método da deformação logarítmica, no caso de estampagem com estiramento (Marques, 2014).	28
Figura 2.6. Exemplo de regressão linear (com declive igual a 1,2749) da função resultante da aplicação do método analítico direto utilizado para cinco dimensões de esboço diferentes (Morgado, 2016).....	29

Figura 2.7. Influência da geometria inicial do esboço (chapa isotrópica) na pressão de contacto com o cerra-chapas (num perfil em U), evidenciado pelo: (a) força de reação do punção; (b) deslizamento da flange (Morgado, 2016).....	32
Figura 2.8. Influência da geometria inicial do esboço (chapa isotrópica) na pressão de contacto com o cerra-chapas (numa taça cilíndrica), evidenciado pelo: (a) força de reação do punção; (b) deslizamento da flange (Morgado, 2016).....	32
Figura 2.9. Distribuição de espessura de uma chapa isotrópica para várias dimensões de esboço: (a) num perfil em U; (b) numa taça cilíndrica (Morgado, 2016).....	33
Figura 3.1. Correção local da geometria do esboço no método da sensibilidade simplificada (Neto et al., 2020).....	36
Figura 3.2. Evolução do escoamento referente a cada um dos pontos k que definem o contorno do esboço durante um processo de conformação de uma taça retangular, incluindo ainda o contorno objetivo do embutido e o contorno do esboço referente à iteração seguinte ($i + 1$), isto é, corrigido (Neto et al., 2020).	37
Figura 3.3. Representação esquemática do processo de estampagem de uma taça cilíndrica.....	39
Figura 3.4. Representação esquemática do algoritmo iterativo desenvolvido que corrige diretamente o esboço, sem utilizar a expressão (3.3) e, conseqüentemente, sem o cálculo do parâmetro s	42
Figura 3.5. Exemplo de esquema representativo do método de cálculo de áreas circulares fictícias quando surgem contornos complexos de esboço ou de embutido, sendo que os contornos a tracejado delimitam as áreas associadas às respectivas dimensões radiais.	44
Figura 3.6. Espessura média por região j de uma taça cilíndrica com flange, com cinco regiões.	45
Figura 4.1. Esquema do processo de estampagem de uma taça cilíndrica proposto na conferência Numisheet'02 (dimensões em milímetros) (Neto et al., 2020).....	48
Figura 4.2. Coeficiente de anisotropia em função do ângulo no plano: (a) Aniso 1; (b) Aniso 2.....	50
Figura 4.3. Processo iterativo resultante da aplicação do algoritmo iterativo base (B) para a anisotropia plástica, Aniso 1: (a) evolução da dimensão inicial do esboço; (b) evolução do comprimento de flange obtido.	53
Figura 4.4. Processo iterativo resultante da aplicação do algoritmo iterativo base (B) para a anisotropia plástica, Aniso 2: (a) evolução da dimensão inicial do esboço; (b) evolução do comprimento de flange obtido.	54
Figura 4.5. Velocidade de convergência do algoritmo base aplicado na otimização de chapas com anisotropias diferentes (Aniso 1 e Aniso 2).	55
Figura 4.6. Comprimento da flange em função da posição angular, para Aniso 1: (a) resultante de quatro soluções iniciais diferentes do esboço; (b) após uma iteração de otimização do esboço.	56
Figura 4.7. Comprimento da flange em função da posição angular, para Aniso 2: (a) resultante de quatro soluções iniciais diferentes do esboço; (b) após uma iteração de otimização.	57
Figura 4.8. Convergência do algoritmo B resultante de quatro soluções iniciais ($R0 = 90$ mm; $R0 = 96,854$ mm (método direto); $R0 = 100$ mm; $R0 = 105$ mm): (a) Aniso 1; (b) Aniso 2.	58
Figura 4.9. Diferença de precisão nos contornos deformados resultantes de soluções iniciais calculadas pelo método analítico ($A_{esb} = A_{Final}$), entre exemplos de conformação, com e sem estágio(s) de estiramento.	58

Figura 4.10. Processo iterativo resultante da aplicação do algoritmo iterativo <i>NSI</i> : (a) evolução da dimensão inicial do esboço; (b) evolução do comprimento de flange obtido.....	59
Figura 4.11. Processo iterativo resultante da aplicação do algoritmo iterativo <i>NSII</i> : (a) evolução da dimensão inicial do esboço; (b) evolução do comprimento de flange obtido.....	59
Figura 4.12. Evolução do erro geométrico global ao longo do processo iterativo, resultante da aplicação dos algoritmos iterativos <i>NSI</i> e <i>NSII</i> e <i>B</i>	60
Figura 4.13. Impacto do fator de correção na previsão geométrica do esboço: (a) evolução do fator de correção <i>kfc_i</i> no processo iterativo; (b) previsão geométrica do esboço referente à iteração seguinte ($kL0i + 1$), com base em <i>kfc_i</i>	60
Figura 4.14. Processo iterativo resultante da aplicação do algoritmo <i>SII</i> : (a) evolução da dimensão inicial do esboço; (b) evolução do comprimento de flange obtido.....	62
Figura 4.15. Velocidade de convergência resultante da aplicação do algoritmo iterativo <i>SII</i> , comparativamente a <i>B</i>	63
Figura 4.16. Comparação entre os valores constantes dos parâmetros de cálculo do algoritmo <i>S</i> obtidos pelo pressuposto da conservação de áreas ($fc = 1$ e $s = 1,238$): (a) evolução do fator de correção <i>kfc, III</i> no processo iterativo; (b) evolução da sensibilidade <i>ksIII</i> no processo iterativo.....	63
Figura 4.17. Esquema do processo de estampagem com estiramento de uma taça cilíndrica (sem flange) proposto na conferência Numisheet 2011 (dimensões em milímetros) (Neto et al., 2020).....	64
Figura 4.18. Coeficiente de anisotropia em função da posição angular da chapa, referente ao exemplo B.....	65
Figura 4.19. Resultados numéricos das simulações (cuja geometria do esboço inicial é obtida através do método analítico) com uma folga punção-matriz de estiramento de: (a) 0,115 mm; (b) 0,14 mm.....	66
Figura 4.20. Evolução da altura da taça ao longo da direção circunferencial (antes e após o estiramento da sua parede lateral) resultante da geometria do esboço obtida analiticamente (solução inicial).....	68
Figura 4.21. Distribuição da espessura final (após estiramento) na parede lateral da taça cilíndrica (a 0°, 45° e 90° da DL), obtida com o esboço circular, correspondente à solução inicial (com, $R0 = 37,325$ mm e, $eInicial = 0,208$ mm).....	69
Figura 4.22. Parâmetros dos algoritmos, referentes aos resultados obtidos pela solução inicial ($i = 0$) para cada ponto <i>k</i> : (a) fator de correção; (b) sensibilidade de deformação (com, $sAi = Af = 1,628$).....	69
Figura 4.23. Previsão geométrica do esboço referente à primeira iteração ($i = 1$), através da aplicação dos algoritmos iterativos de otimização que estão ainda em processo de análise (<i>B</i> , <i>NSII</i> e <i>SII</i>).....	70
Figura 4.24. Evolução dos parâmetros de otimização referentes ao algoritmo <i>SII</i> , aplicado ao exemplo B: (a) fator de correção; (b) sensibilidade de deformação.....	71
Figura 4.25. Processo iterativo resultante da aplicação do algoritmo <i>B</i> e <i>SII</i> , para o exemplo B: (a) evolução da dimensão inicial do esboço; (b) evolução da altura da taça cilíndrica obtida.....	72
Figura 4.26. Evolução do erro geométrico global ao longo do processo iterativo, resultante da aplicação do algoritmo iterativo <i>SII</i> , comparativamente a <i>B</i> , no exemplo B.....	72

Figura 4.27. Distribuição da deformação plástica equivalente na taça cilíndrica resultante do exemplo B, para dois momentos diferentes no processo de otimização do esboço: (a) Solução inicial (com orelhas de estampagem); (b) segunda iteração (orelhas de estampagem eliminadas).....	73
Figura 4.28. Evolução fictícia da altura da taça ao longo da direção circunferencial (antes e após o estiramento da sua parede lateral) resultante da geometria do esboço obtida analiticamente (solução inicial).	74
Figura 4.29. Parâmetros dos algoritmos, referentes aos resultados obtidos pela solução inicial ($i = 0$) para cada ponto k no exemplo fictício extremo: (a) fator de correção; (b) sensibilidade de deformação (com, $sA_i = Af = 1, 63$).	74
Figura 4.30. Previsão geométrica do esboço referente à primeira iteração fictícia ($i = 1$), através da aplicação dos algoritmos iterativos de otimização, B , $NSII$ e SII	75
Figura 4.31. Fundamentos de utilização dos algoritmos iterativos estudados neste trabalho.	76
Figura A.1. (a) Aplicação do método Slip-line field na otimização do esboço de uma taça retangular com flange ($p0q0$); (b) Campo das trajetórias de escorregamento na área da flange na estampagem de uma taça retangular (Kuwabara & Si, 1997).	87
Figura A.2. Representação a tracejado da geometria do esboço modificada (Kishor & Ravi Kumar, 2002).....	90
Figura A.3. Representação esquemática da aplicação do método iterativo por ajuste incremental de volume no esboço por: (a) adição; (b) remoção (Morgado, 2016).	92
Figura A.4. Curva que interpola os três pontos vizinhos no contorno do esboço considerados na otimização geométrica (Son & Shim, 2003).....	93
Figura A.5. Projeção do ponto, no respetivo elemento finito deformado, referente ao contorno objetivo, quando este se encontra: (a) no interior do contorno do embutido; (b) no exterior do contorno do embutido (Vafaeesefat, 2008).....	94
Figura A.6. Adaptação do ponto projetado na malha não deformada do esboço inicial, quando o contorno objetivo se encontra: (a) no interior do contorno do embutido; (b) no exterior do contorno do embutido (Vafaeesefat, 2008).	94

Índice de Tabelas

Tabela 1.1. Tipos de elementos finitos adotados na simulação numérica de conformação de chapa (Alves, 2003).....	14
Tabela 4.1. Parâmetros da lei de Swift e do critério de plasticidade de Hill'48 para o aço macio, proposto no exemplo de conformação A.....	49
Tabela 4.2. Parâmetros da lei de Voce e do critério de plasticidade de Hill'48 para a liga de alumínio AA5042, proposto no exemplo de conformação B.	65

Simbologia e Siglas

Simbologia

α – ângulo referente à direção de laminagem

α_N – ângulo referente ao vetor da velocidade no contorno do respectivo incremento

(método slip-line field)

β – constante do método do vetor radial

β_1, β_2 – constantes do método da velocidade inicial

Δr – anisotropia planar

Δe^i – Erro geométrico global

$\Delta^k X_{\text{erro}}^i$ – Erro geométrico

$\Delta^k X_{\text{esb}}^i$ – Incremento de correção a aplicar ao esboço

$\bar{\varepsilon}^p$ – Deformação plástica equivalente

ε_t – Deformação em espessura

ε_w – Deformação na direção transversal

λ – Expoente utilizado na avaliação da velocidade de convergência dos algoritmos

μ – coeficiente de atrito

ξ – fator de amortecimento (método Push/Pull)

σ – Tensor das tensões

$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ e τ_{xy} – Componentes do tensor de tensões de Cauchy

A_{esb} – Área do esboço

A_{Final} – Área final do embutido

$A_{\text{cir,p}}$ – Área do círculo da base do punção

$A_{\text{tor,p}}$ – Área da toróide relativa ao punção

$A_{\text{cil,pl}}$ – Área do cilindro da parede lateral da taça

$A_{\text{tor,m}}$ – Área da toróide relativa à matriz

A_f – Área da flange

A_{obj} – Área do embutido desejado

${}^k A_{\text{esb},0}, {}^k A_{\text{Final}}$ – Área fictícia, respetivamente, do esboço e do embutido

A_j – Área de uma região j do embutido

c – Parâmetro isotrópico de Karafillis & Boyce

$c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6$ – Parâmetros de anisotropia em Yld91

D – Diâmetro do esboço

d_p – Diâmetro do punção

d_m – Diâmetro da matriz

\bar{e}_{Final} – Ponderação da espessura final do embutido desejado \bar{e}_j – Espessura média numa

determinada região j

F, G, H, L, M, N – Parâmetros do critério de plasticidade Hill'48

f_c – Fator de correção

$f_{p-m, \text{estir}}$ – Folga punção-matriz de estiramento

h – altura do embutido

h_{pl} – altura da parede lateral do embutido

h_{obj} – altura do embutido objetivo

i – Número de iteração

J_2 e J_3 – Segundo e terceiro invariantes do tensor desviador de Cauchy

J_2^0 e J_3^0 – Generalização à ortotropia para os respectivos invariantes do tensor de tensões

j – Determinada região do embutido

k – Ponto ou nó considerado no contorno do esboço

$\alpha_{L_{\text{esb}}}^{i+1}$, $\alpha_{L_{\text{emb}}}^i$, $\alpha_{L_{\text{esb}}}^i$ e $\alpha_{L_{\text{obj}}}^i$ – Distância geodésica referente, respetivamente, ao

esboço modificado, ao embutido, ao esboço e ao objetivo (método da deformação logarítmica)

L_{Inicial} – Dimensão do esboço inicial

L_{Final} – Dimensão do embutido final

$L_{\text{Final,obj}}$ – Dimensão do embutido objetivo

L_f – Comprimento da flange

$L_{f,obj}$ – Comprimento da flange objetivo

L_0 – Comprimento do centro à extremidade do esboço (quando este já não é circular)

${}^k L_{0\text{adapt}}^i$ – Previsão geométrica do esboço obtida em NS, mas aplicada a S cuja função

é de adaptar o fator da sensibilidade de deformação

L_f – Comprimento da flange

m – declive da regressão linear

N – número do incremento de deformação na previsão inversa do esboço (método slip-line field)

n – Número total de pontos ou nós considerados no contorno do esboço

p_0q_0 – contorno objetivo (método slip-line field)

p_Nq_N – contorno do esboço (método slip-line field)

R_0 – Raio do esboço circular

r – Coeficiente de anisotropia

\bar{r} – Coeficiente médio de anisotropia

r_{0° – Coeficiente de anisotropia na direção de laminagem

r_{45° – Coeficiente de anisotropia a 45° com a direção de laminagem

r_{90° – Coeficiente de anisotropia a 90° com a direção de laminagem

r_m – Raio de curvatura da matriz

r_p – Raio de curvatura do punção

r_c – Raio de curvatura do canto da matriz (método Slip-line field)

$^kS^i$ – Fator de sensibilidade de deformação (método da sensibilidade) (numérico)

s – Fator de sensibilidade de deformação (conservação de área) (analítico)

$^kS^i$ – Fator de sensibilidade de deformação (não conservação de área) (numérico)

s_p – Deslocamento do punção

T_L – Transformação linear

t – instante contido no intervalo de tempo de deformação

t_0 – Espessura inicial do esboço

v_N – Magnitude do vetor velocidade no contorno do respectivo incremento de deformação (método slip-line field)

$^k\mathbf{x}_{obj}^i$ – Posição do contorno objetivo

$^k\mathbf{x}_{emb}^i$ – Posição do contorno deformado

$^k\mathbf{x}_{esb}^i$ – Posição do contorno do esboço

Y – Tensão de escoamento

Y_0, K, n – Parâmetros da lei de Swift

Y_{sat}, Y_0 e C – Parâmetros da lei de Voce

Siglas

CLE – Curva Limite de Estampagem

CLEF – Curva Limite de Estampagem à Fratura

DD3IMP – Deep Drawing 3D IMPLICIT code

NURBS – Non Uniform Rational Basis Spline

MEF – Método dos Elementos Finitos

NS – Algoritmo proposto que não é função do fator da sensibilidade de deformação

S – Algoritmo proposto que é função do fator da sensibilidade de deformação

I. Introdução

I.1. Enquadramento

As diversas áreas industriais que envolvem processos tecnológicos de conformação de chapa são importantes para o normal funcionamento daquilo que é o nosso quotidiano. Podem citar-se, por exemplo, a indústria automóvel e a aeroespacial que têm promovido imensos avanços científicos e tecnológicos neste tipo de processos. O fabrico de peças produzidas através de conformação de chapa é financeiramente vantajoso, principalmente para cadências elevadas, pois elimina a necessidade de maquinação ou de operações de soldadura, que são processos extremamente caros. Na indústria automóvel é utilizada para produzir os painéis de chapa fina que constituem os veículos (Majlessi & Lee, 1993). A produção de latas de refrigerante é outra das áreas industriais associada a este tipo de processos, pois envolve a estampagem profunda (com estiramento adicional). Este caso caracteriza-se por apresentar uma procura e conseqüente cadência de produção elevadíssimas, pelo que se encontra muito bem estabelecida num mercado bastante competitivo e em crescente evolução. Amcor, Ball Corporation, Silgan Containers LLC, Crown Holdings, Ardagh e Alcoa são algumas das empresas com maior reconhecimento global e maior sucesso neste setor industrial.

Na década de 90, nos EUA, produziam-se cerca de 300 milhões de latas de alumínio por dia (~100 mil milhões ao ano), o que superava na época, por exemplo, até a própria produção de pregos ou de cliques. Na época, bastava uma redução de 1 % na massa da lata para se poupar cerca de 20 milhões de dólares por ano, em alumínio. A elevada cadência de produção e de volume de negócio tiveram uma clara influência na atenção, precisão e eficiência que os fabricantes destas latas assumiram no seu processo produtivo (desde o projeto à conceção). Este investimento é facilmente comparável ao assumido no fabrico de componentes aeroespaciais, tecnologicamente bastante avançados. O resultado desses esforços evidenciou-se ao longo do tempo na evolução destas latas. É fascinante que uma peça, cuja parede lateral é mais fina que duas folhas de papel, consiga resistir a cerca de 63 kgf/m^2 (três vezes superior à pressão a que um pneu de automóvel é sujeito) (Hosford & Duncan, 1994).

Embora muitas latas continuem a ser produzidas em aço (como algumas de conservas), as características das ligas de alumínio (densidade, resistência mecânica e à corrosão, etc.)

incentivaram a sua substituição ao longo dos anos. No final do milênio, cerca de 99% das latas de bebidas no mercado Norte Americano eram produzidas em alumínio, como se mostra na Figura 1.1 (Hosford & Duncan, 1994).

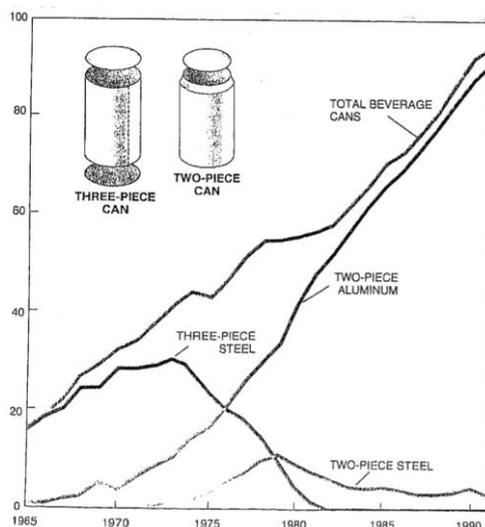


Figura 1.1. Evolução do volume de produção de latas de bebidas de alumínio nos Estados Unidos da América (Hosford & Duncan, 1994).

O alumínio pertence a uma classe de materiais com conformabilidade limitada comparativamente aos aços convencionais. Contudo, a sua densidade é um terço da densidade do aço. De modo a garantir os requisitos estruturais da lata, é necessário que o alumínio apresente um determinado comportamento plástico. Este é assegurado a partir de três fatores base: (i) a adição dos elementos de liga manganês (Mn) e magnésio (Mg), cujos átomos (por serem diferentes em tamanho) distorcem a estrutura cristalina aumentando a sua resistência; (ii) a presença de partículas intermetálicas, maioritariamente ferro (Fe) e manganês (Mn), que se formam durante o processamento da chapa e que são mais resistentes que a própria liga; (iii) o encruamento do material que ocorre durante a laminagem a frio dos lingotes, de modo a formar as chapas finas (Hosford & Duncan, 1994).

Os principais obstáculos à utilização de ligas de alumínio são o custo elevado do alumínio primário (extraído do minério), que por peso é cerca de cinco vezes superior ao preço do aço, e os custos adicionais para fabricar as chapas de ligas de alumínio (Roth et al., 2001). Isto quer dizer que a redução da massa da lata, não é o suficiente para que este material alternativo compense financeiramente. No entanto, um aspeto muito importante, que envolve todo o processo e que consegue viabilizar em parte a escolha deste material, é a sua reciclagem. Esta é realizada em algumas das fases do processo nas quais ocorrem inevitáveis desperdícios e,

inclusive, no fim do ciclo de vida da lata sem sofrer degradação em termos de qualidade (ver Figura 1.2). Em 2007, nos EUA, a parcela percentual da lata que tem origem em alumínio secundário (reciclado) era cerca de 68%, o que quer dizer que se tem vindo a conseguir poupar imenso dinheiro no processo, em termos de material primário (PE Americas, 2010).

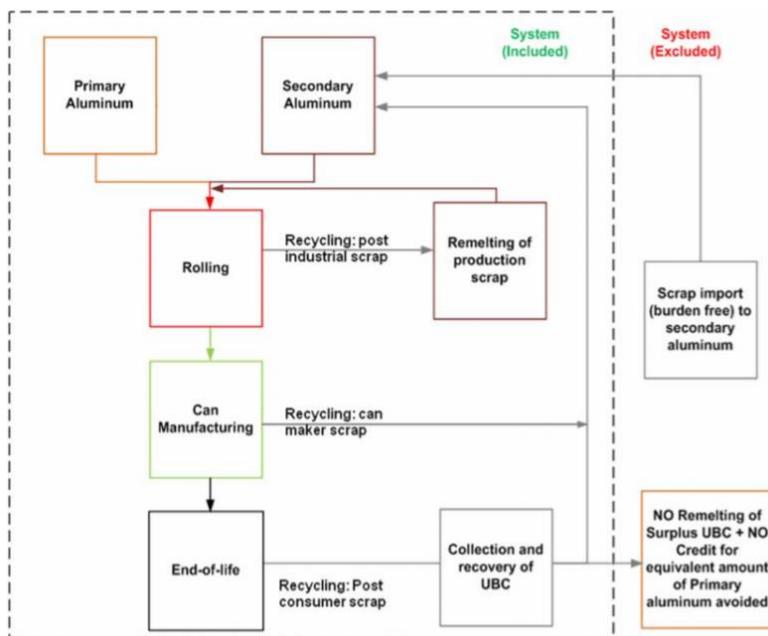


Figura 1.2. Ciclo de produção de latas de alumínio envolvendo cada um dos momentos de reciclagem do processo (PE Americas, 2010).

1.2. Estampagem

A estampagem é um processo de fabrico, realizado a maioria das vezes a frio, que se baseia na deformação plástica de chapas finas, de modo a que esta adquira uma determinada forma geométrica tridimensional. A resistência mecânica das peças conformadas é elevada devido ao encruamento do material, enquanto que o acabamento superficial da chapa se mantém. Geralmente, este processo recorre a um conjunto de ferramentas que são o punção, o cerra-chapas e a matriz, como se mostra na Figura 1.3 (Oliveira, 2005). O punção é a ferramenta que promove o escoamento da chapa para a cavidade da matriz, através do seu deslocamento, moldando-a. O cerra-chapas (nem sempre utilizado) tem como principal função a restrição do movimento da chapa. Esta ferramenta permite a aplicação de uma determinada força de aperto, de modo a controlar o escoamento da chapa por efeito de atrito, reduzindo a ocorrência de defeitos, como o enrugamento. A matriz, para além de moldar a chapa, é igualmente responsável pela sua fixação, pelo que complementa a função das outras ferramentas.

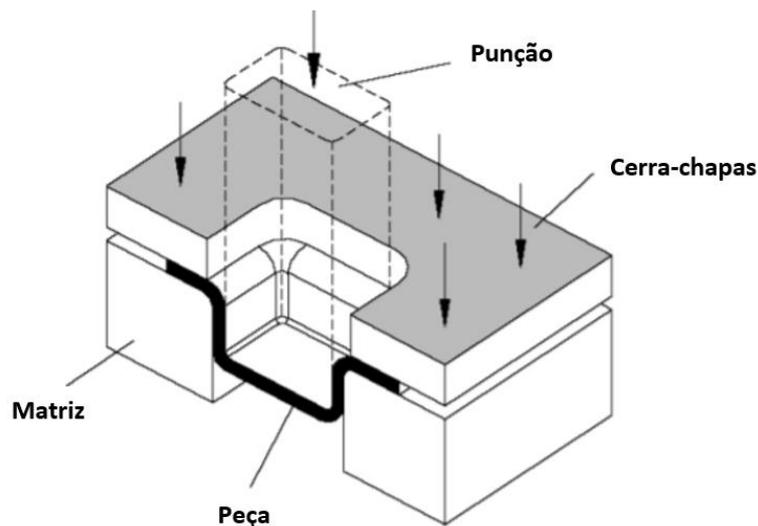


Figura 1.3. Exemplo de uma estampagem de uma taça retangular com as respectivas ferramentas (punção, matriz, cerra-chapas) (Cabral, 2015).

O sucesso do processo de estampagem é influenciado por alguns parâmetros, nomeadamente a geometria das ferramentas de estampagem, as propriedades mecânicas da chapa e as condições de lubrificação. Nem sempre é possível obter a geometria pretendida numa única etapa de conformação plástica. Nesse caso, o processo é dividido em várias etapas sequenciais para reduzir a relação de estampagem utilizada em cada estágio de conformação (Kim et al., 2002).

A conformabilidade das chapas é definida pela deformação que estas suportam sem que ocorra rotura ou estrição localizada. O limite de deformação depende da ductilidade do material e está relacionado com os modos de deformação a que uma chapa está sujeita. Assim, a estampagem profunda requer uma atenção especial porque pode envolver trajetórias de deformação complexas (Sidor et al., 2008). O insucesso de um processo de estampagem consiste na ocorrência de defeitos, que no caso da estrição localizada corresponde à ultrapassagem de limites de deformação. Assim, a previsão da ocorrência deste tipo de defeitos pode ser efetuada através da análise da curva limite de estampagem (CLE), que é específica para cada material. A análise de conformabilidade com recurso à CLE foi proposta na década de 60, por Keeler e Goodwin (Cabral, 2015) (Kishor & Ravi Kumar, 2002). A CLE é definida com base em ensaios experimentais, que são utilizados para caracterizar a capacidade de uma chapa deformar plasticamente, de modo a separar os domínios de deformação admissível e inadmissível (ver Figura 1.4 (a)). A CLE é definida no plano das deformações principais (ε_1 , ε_2), apresentado na Figura 1.4 (b), no qual existem dois modos principais de deformação,

expansão e retração, separados pela tração uniaxial. Para além disso, o modo de deformação referente ao estado de corte puro separa o aumento e diminuição de espessura (Cabral, 2015).

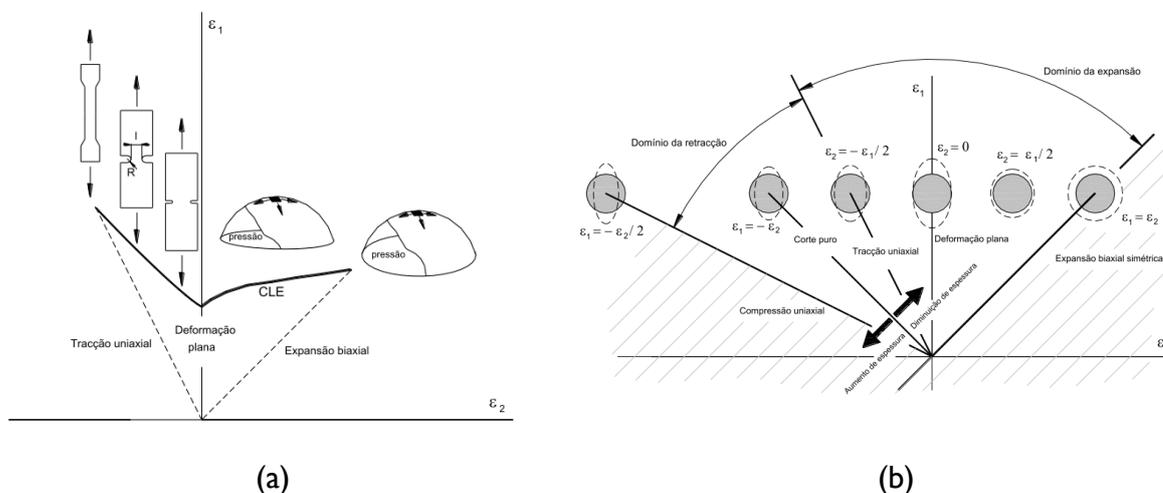


Figura 1.4. Plano das deformações principais (ϵ_1 , ϵ_2): (a) curva limite de estampagem (ou diagrama de Keeler-Goodwin); (b) Estados de deformação (Rodrigues, 2014).

A construção da CLE exige a realização de vários ensaios experimentais, que permitem definir diferentes trajetórias de deformação monótonas (ensaio de tração uniaxial, Juvignot ou *bulge-test* (hidráulico), Nakazima, Fukui, KWI, Erichsen, Swift, Marciniak, de corte plano, etc.). No entanto, é sabido que a conformabilidade é influenciada pela trajetória de deformação, sendo esta uma das maiores limitações do diagrama (Rocha & Duarte, 1995) (Cabral, 2015). A análise de trajetórias de deformação complexas envolve a realização de ensaios experimentais com várias etapas, o que é um processo moroso e dispendioso. Alguns estudos indicam que a curva limite de estampagem definida no plano das tensões principais (σ_1 , σ_2) constitui um melhor critério para avaliação da conformabilidade (Stoughton, 2000). Importa ainda mencionar que a CLE é também influenciada pela espessura da chapa (os limites aumentam com espessuras maiores) (Rocha & Duarte, 1995).

Em alguns casos, a rotura pode surgir sem ocorrência de estrição, como foi observado num ensaio de tração biaxial em (Embury & Duncan, 1981). Assim, surge a necessidade de completar o diagrama com a curva limite de fratura (CLF). Recentemente, confirmou-se que este limite pode ser inferior ao expectável, devido à presença de tensões de tração no plano da chapa que resultam numa redução crítica de espessura (Isik et al., 2014). Este efeito é particularmente relevante no domínio entre a expansão biaxial e a deformação plana, como mostra a Figura 1.5.

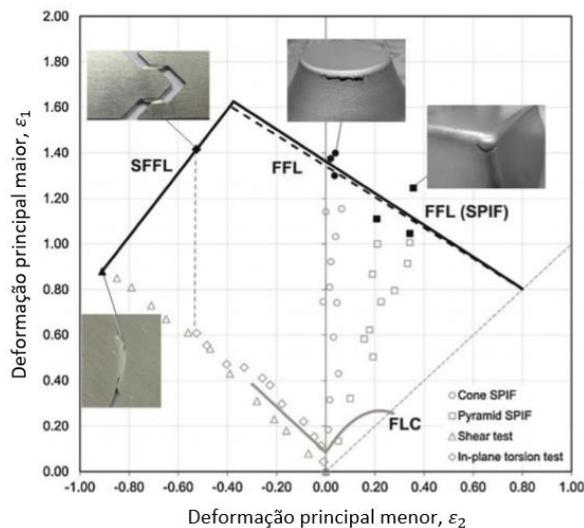


Figura 1.5. Exemplo de uma curva limite à fratura sugerido em (Isik et al., 2014).

Uma outra característica do processo que está associada aos limites de deformação, principalmente em estampagem profunda, é a força máxima admissível para o punção, a partir da qual ocorre a rotura (maioritariamente na região da parede lateral e imediações dos raios de curvatura do punção ou da matriz). O valor máximo da força do punção depende da espessura e propriedades mecânicas da chapa e da área resistente. Assim, como a espessura e as propriedades mecânicas são parâmetros do processo que estão associados ao projeto da peça final, a alternativa é mudar a área resistente. Nestas condições, opta-se por mais do que um estágio de conformação, para a obtenção da peça, com a utilização de um punção com uma área da base maior na(s) etapa(s) iniciais (Majlessi & Lee, 1988).

A relação limite de estampagem é definida pela razão entre o diâmetro máximo do esboço inicial e o diâmetro do punção, que é possível conformar sem que ocorra rotura. É determinada através de ensaios experimentais, em que os esboços são conformados em profundidade (ensaio de Swift, Fukui, Erichsen, etc.) (Sugiyono, 2016), tendo alguns deles sido mencionados para a determinação da CLE. Segundo alguns autores, o valor limite permitido é pouco afetado pelo coeficiente de encruamento e mais afetado pela anisotropia da chapa (El-Sebaie & Mellhor, 1972). Sempre que a relação de estampagem que se quer utilizar é maior que este limite, deve-se aumentar o número de estágios de conformação, de modo a evitar a fratura da peça (Figura 1.6).

O estiramento (realizado com uma matriz de estiramento) é muitas vezes também efetuado com vários estágios. O fabrico de latas recorre geralmente a este processo porque permite controlar a espessura final, a resistência e a altura da parede, com a vantagem de

reduzir a quantidade de material. No entanto, devido às tensões elevadíssimas de compressão e de corte, as forças envolvidas são maiores do que as previstas na estampagem (Rocha & Duarte, 1995). Segundo (Rocha & Duarte, 1995) pode-se realizar num primeiro estágio entre 30-35% de redução de espessura e nos restantes entre 20-30%, acompanhado por uma redução de diâmetro do punção na ordem dos 0,2 mm de modo a tornar o processo mais eficiente. Na literatura tem-se dado maior ênfase aos efeitos de parâmetros do processo como: o ângulo da matriz de estiramento em relação à direção de escoamento da chapa; a folga punção-matriz; o coeficiente de atrito e a velocidade de estiramento (Kim et al., 2002).

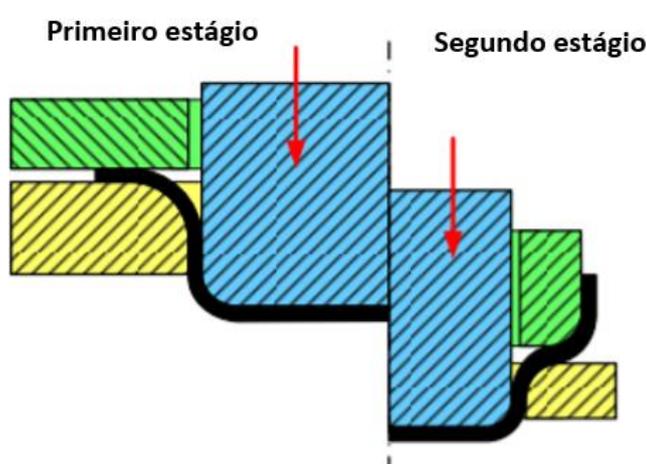


Figura I.6. Exemplo de uma estampagem multi-estágio devido à relação limite de estampagem que a chapa apresenta (Neto et al., 2014).

I.2.1. Defeitos geométricos em estampagem

O retorno elástico, o abaulamento, o empenamento, o enrugamento, a formação de orelhas, o aparecimento de deformações superficiais e a adesão do material, são alguns exemplos de defeitos geométricos em estampagem (Oliveira, 2005). Dependendo da geometria final do componente, há maior ou menor risco de ocorrência de cada um destes defeitos. O retorno elástico é maior em perfis abertos (e.g. em U) do que em componentes axi-simétricos, devido às restrições impostas pela geometria. Por outro lado, a formação de orelhas, o enrugamento e os defeitos na superfície são fenómenos mais característicos de peças axi-simétricas (ver Figura I.7). As rugas formadas no embutido estão fortemente relacionadas com forças aplicadas pelo cerra-chapas reduzidas e/ou folgas punção-matriz elevadas. A formação das orelhas está fortemente associada à anisotropia plástica da chapa, sendo que nem todas as irregularidades surgem unicamente por esse fator. Certas irregularidades na periferia dos componentes podem também ser um efeito da forma

geométrica desejada. O aparecimento de defeitos superficiais está associado muitas vezes a folgas punção-matriz demasiado pequenas, ferramentas com mau acabamento superficial e/ou défice de lubrificante. A falta de lubrificação tem como consequência elevadas tensões de corte, que surgem por exemplo, devido ao estiramento da parede lateral ou a pressões elevadas aplicadas pelo cerra-chapas.

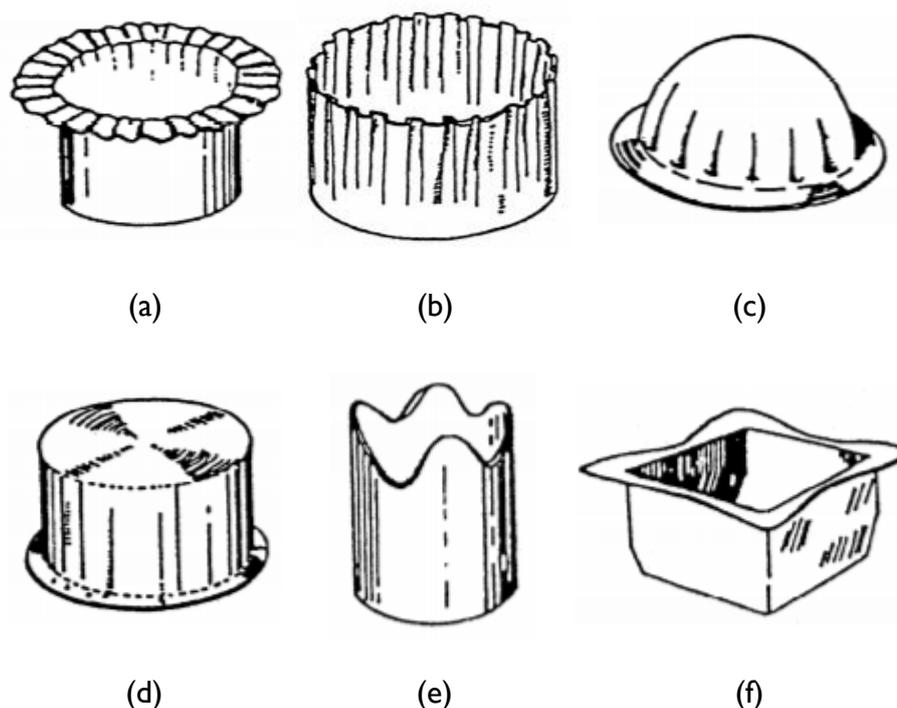


Figura 1.7. Alguns exemplos de defeitos geométricos de estampagem em peças axi-simétricas: (a), (b), (c) enrugamento da flange, da extremidade da parede e do interior da peça; (d) defeitos superficiais na parede do embutido; (e) orelhas de estampagem resultante da anisotropia; (f) periferia irregular resultante da forma geométrica do embutido (Sugiyono, 2016).

A pressão efetuada pelo cerra-chapas tem um impacto elevado no aparecimento de alguns destes defeitos: valores baixos conduzem ao aparecimento de rugas, enquanto que forças de aperto elevadas podem conduzir à fratura e/ou a problemas de adesão entre a chapa e as ferramentas de estampagem. Assim, a força de aperto do cerra-chapas influencia a relação limite de estampagem, como se mostra na Figura 1.8.

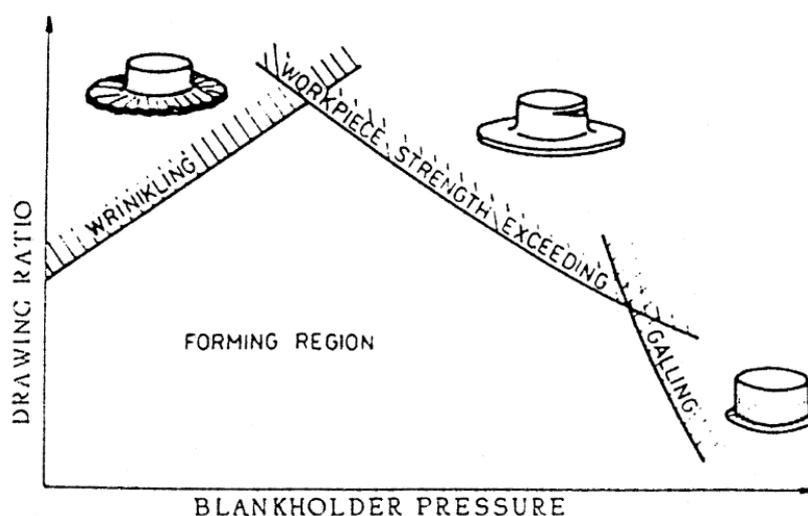


Figura 1.8. Influência da pressão do cerra-chapas na relação limite de estampagem (Sugiyono, 2016).

1.3. Anisotropia

A anisotropia observada no regime plástico é uma característica que deve ser considerada em processos de estampagem, principalmente de chapas finas. A produção de chapas metálicas envolve um conjunto de processos termomecânicos prévios, incluindo a laminagem. Esta operação causa o alinhamento preferencial da orientação cristalina dos grãos, o que provoca uma alteração das propriedades mecânicas do material no plano da chapa (ortotropia).

A anisotropia plástica das chapas laminadas é caracterizada com o auxílio de ensaios experimentais, entre eles o ensaio de tração uniaxial, que pode ser realizado com provetes cortados com diferentes orientações em relação à direção de laminagem (DL). O coeficiente de anisotropia (ou de *Lankford*) r , consiste na razão expressa da seguinte forma:

$$r = \frac{\varepsilon_w}{\varepsilon_t}, \quad (1.1)$$

em que ε_w corresponde à deformação plástica na direção transversal à direção de carga, e ε_t à deformação plástica na direção da espessura da chapa. O valor de r pode ser obtido para um alongamento prévio de 10%, na direção da tensão aplicada (Sidor et al., 2008) (Alves, 2003) ou com base no declive ao longo do processo de deformação.

A medição do coeficiente de anisotropia em três direções da chapa (0° , 45° e 90° em relação a DL) permite avaliar o comportamento global da chapa, através do coeficiente médio de anisotropia (\bar{r}) e da anisotropia planar (Δr). O coeficiente médio de anisotropia é expresso da seguinte maneira:

$$\bar{r} = \frac{r_{0^\circ} + 2 \times r_{45^\circ} + r_{90^\circ}}{4}, \quad (1.2)$$

em que r_{0° , r_{45° e r_{90° representam os coeficientes de anisotropia correspondentes às direções referentes ao respetivo ângulo com DL. A anisotropia planar descreve as variações de escoamento no plano da chapa e é descrita pela seguinte expressão:

$$\Delta r = \frac{r_{0^\circ} - 2 \times r_{45^\circ} + r_{90^\circ}}{2}. \quad (1.3)$$

Quando Δr é positivo o escoamento é superior para 45° da DL e quando Δr é negativo o escoamento é superior para 0° e 90° , sendo que materiais isotrópicos apresentam Δr igual a zero e como tal um escoamento uniforme no plano da chapa.

Do ponto de vista do processo de estampagem, idealmente a chapa deve apresentar um coeficiente de anisotropia médio elevado e anisotropia planar reduzida. No entanto, é quase impossível fabricar chapas com essas características. O mais comum é a chapa apresentar um elevado coeficiente de anisotropia e elevada anisotropia planar. Isto significa uma boa conformabilidade (resistem mais à redução de espessura), mas que formam orelhas de estampagem de forma significativa em peças axi-simétricas (Kishor & Ravi Kumar, 2002).

Dado o contexto deste trabalho, e a relevância do alumínio no mesmo, é importante distinguir o comportamento ortotrópico dos aços e das ligas de alumínio. Geralmente, o coeficiente de anisotropia do aço macio é próximo de 2 e o das ligas de alumínio é inferior a 1 (Sidor et al., 2008). Independentemente de existirem oscilações em torno desses valores, os aços (macios ou de alta resistência) apresentam quase sempre valores superiores comparativamente às ligas de alumínio, sendo que são os aços macios que apresentam, de todos, os valores maiores (Alves, 2003).

1.4. Produção de latas de refrigerante

A produção de latas metálicas de refrigerante envolve vários estágios de conformação, com estiramento adicional da parede lateral da lata. A Rexam (agora Ball Corporation), o grupo Ardagh e a Visy mostram publicamente, de forma parcial, cada estágio de produção utilizado no fabrico das suas latas (ver Figura 1.9).

O primeiro estágio consiste no corte da chapa numa porção circunferencial (esboço) seguido da sua estampagem, de modo a obter uma taça cilíndrica. Neste primeiro estágio, o material é submetido a diferentes estados de tensão e deformação. Neste contexto, pode-se

dividir a taça cilíndrica em cinco regiões principais: a região de contacto com a base do punção; a região que contacta o raio do punção; a região da parede lateral; a região que contacta o raio da matriz; e a região da flange ou aba. De modo a analisar os estados de tensão e deformação, em cada região, considera-se um estado plano de tensão, $\sigma_3 = 0$, devido à espessura reduzida da chapa.

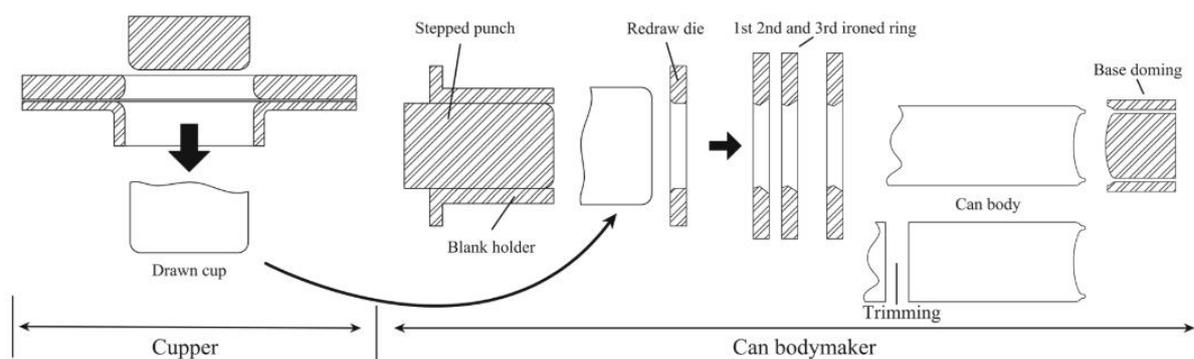


Figura I.9. Processo de fabrico das latas de bebidas e refrigerantes (Liu & Chen, 2018).

A região de contacto com a base do punção apresenta um estado de deformação de expansão biaxial, resultando numa redução de espessura, sendo uma região com pequenas deformações. A região que contacta o raio do punção apresenta um estado de deformação plana (ou próximo), sendo esta uma das regiões mais críticas da taça (ver Figura I.4 (a)). A região da parede lateral da taça apresenta, geralmente, um estado de deformação plana. A região que contacta o raio da matriz apresenta um estado de deformação entre o corte puro e a tração uniaxial. Por último, a região da flange apresenta um estado de deformação que se encontra entre o corte puro e a compressão uniaxial, resultando num aumento da espessura (Rodrigues, 2014).

Em seguida, a taça passa por vários estágios de estiramento, transformando-a numa peça muito próxima do produto final. Muitas vezes, antes de passar pelo estiramento passa por um segundo estágio de estampagem (redrawing), de modo a reduzir o diâmetro da taça e a aumentar a altura da mesma (Liu & Chen, 2018). Apesar do preço final da peça ser proporcional ao número de etapas necessárias ao seu fabrico, e conseqüentemente de ferramentas, o redrawing é muitas vezes inevitável, uma vez que depende da relação limite de estampagem. É possível reduzir este número com base em tratamentos térmicos intermédios como recozimento. Contudo, esta opção nem sempre é viável devido, e.g., à presença de revestimentos com baixos pontos de fusão (Rocha & Duarte, 1995).

Posteriormente, a base da lata é estampada, adquirindo assim a sua forma clássica de cúpula (*bulge*). A parte superior, caracterizada por apresentar as orelhas de estampagem, é cortada e posteriormente estirada, de modo a adquirir a forma final em pescoço, característica das latas de refrigerante. Nesta fase, as latas estão prontas para ser limpas, revestidas e pintadas. De acordo com (Hosford & Duncan, 1994), na década de 90, 1 em cada 50 mil latas apresentavam defeitos na fase de inspeção.

1.4.1. Orelhas de estampagem

Para obter uma lata com uma altura uniforme ao longo de toda a direção circunferencial é necessária uma operação de corte após os vários estágios de conformação/estiramento. Esta operação é crucial quando surgem orelhas de estampagem no componente (ver Figura 1.10), o que é bastante comum na estampagem de peças axi-simétricas.

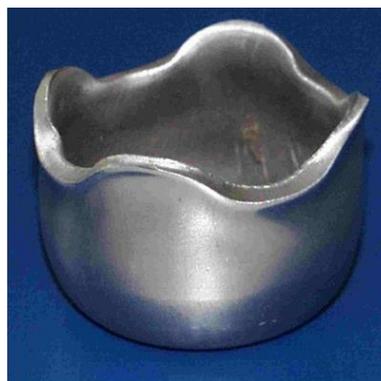


Figura 1.10. Representação de uma taça cilíndrica com orelhas de estampagem na sua extremidade.

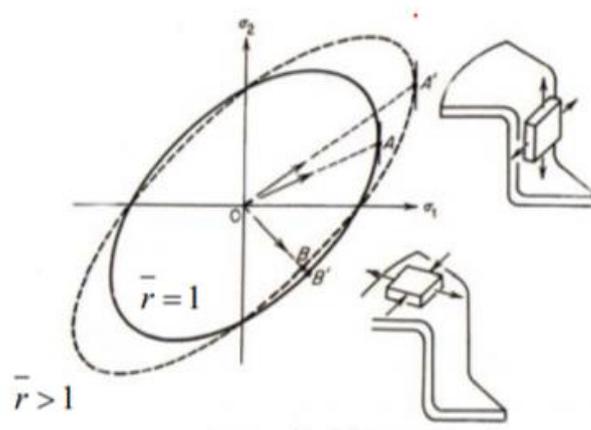


Figura 1.11. Superfície limite de elasticidade (considerando $\sigma_3 = 0$) de um material isotrópico ($\bar{r} = 1$) e de um material anisotrópico ($\bar{r} > 1$).

O surgimento deste defeito geométrico é fruto da interação entre o processo de estampagem e a anisotropia da chapa metálica (ver Figura 1.11). É um fenómeno expectável com base na superfície de plasticidade do material. A tensão limite de elasticidade da chapa varia no plano da chapa e é função do estado de tensão e deformação (Rodrigues, 2014)(Marques, 2014). Existem assim zonas que entram em regime plástico mais cedo que outras, o que causa a assimetria geométrica do embutido e uma distribuição de espessura variável no plano da chapa.

1.5. Simulação e métodos numéricos

Como foi referido inicialmente, este é um mercado extenso, competitivo e consequentemente bastante exigente. Assim, surge muitas vezes a necessidade de reduzir os tempos de produção, os custos, e simultaneamente, aumentar a qualidade do produto e as preocupações ambientais (Cabral, 2015). Essa necessidade pode ser atendida, recorrendo a ciclos experimentais de tentativa-erro. No entanto, isso tornaria o processo de otimização demasiado dispendioso, em termos de tempo e de recursos. As ferramentas de modelação virtual introduzem a oportunidade de otimizar o processo a um custo inferior. De facto, a simulação numérica é muito importante na redução dos ciclos que envolvem a conceção e produção de novos componentes, porque permite a otimização de parâmetros associados ao processo como, por exemplo, a configuração das ferramentas e as condições de lubrificação, para além da previsão dos esforços associados.

1.5.1. Métodos numéricos

Para realizar a simulação de problemas de conformação plástica de chapas metálicas recorre-se a métodos numéricos, nomeadamente o método dos elementos finitos, o método de fronteira, o método das diferenças e volumes finitos, o método sem malha, etc. De todos estes, o que será utilizado neste trabalho é o primeiro, devido também à sua maior utilização na resolução numérica deste tipo de problemas.

A análise pelo método dos elementos finitos (MEF) requer a discretização do esboço com elementos finitos, a partir dos quais são formuladas as equações do problema (Oliveira, 2005). A precisão dos resultados é afetada por fatores como a qualidade da malha (distorção dos elementos e refinamento) e o tipo de elemento finito, que também influenciam o tempo

computacional. Uma forma de reduzir esse tempo é através do aproveitamento das condições de fronteira e a simulação 2D em peças que assim o permitam.

1.5.1.1. Discretização espacial

A discretização da chapa metálica pode ser feita com diferentes tipos de elementos finitos. Cada tipo de elemento apresenta vantagens e desvantagens, em função da sua capacidade para descrever os vários estados de deformação com um custo computacional aceitável. A Tabela 1.1 apresenta os quatro grupos de elementos finitos utilizados na simulação de processos de conformação plástica de chapas, indicando a sua capacidade em termos de estados de tensão possíveis.

Tabela 1.1. Tipos de elementos finitos adotados na simulação numérica de conformação de chapa (Alves, 2003).

Tipo de elemento	Rigidez ao tipo solicitação			Deformação transversa
	membrana	flexão	corte transverso Kirchhoff Mindlin	
Membrana	Sim	Não	Não	Não
Casca	Sim	Sim	Não Sim	Não
Casca-sólido	Sim	Sim	Não Sim	(Sim)
Sólido	Sim	Sim	Sim	Sim

Os elementos de membrana são bastante eficientes em termos de custo computacional. No entanto, não permitem um cálculo rigoroso dos efeitos de flexão, o que inviabiliza a obtenção de uma solução realista para o retorno elástico. Assim, a sua utilização é pouco comum em processos de conformação de chapa. Os elementos de casca, casca-sólidos e sólidos são mais utilizados na simulação de processos de estampagem. No entanto, apenas os elementos sólidos possibilitam o tratamento da pressão transversa (e.g., resultante do cerra-chapas), do contacto em ambas as faces da chapa, e das tensões e deformações transversas. Os elementos de casca-sólidos consideram apenas três graus de liberdade por nó, evitando os graus de liberdade rotacionais associados aos elementos de casca. A sua maior vantagem é a possível combinação com os elementos sólidos. A vantagem dos elementos sólidos reside na facilidade e simplicidade com que lidam com trajetórias de deformação complexas e com o contacto com ambas as faces da chapa. A sua desvantagem consiste na necessidade de grande

quantidade de memória e tempo de cálculo. Além disso, lidam mal com a condição de incompressibilidade plástica, o que pode ser solucionado a partir de técnicas de integração especiais, e.g., Integração Reduzida Seletiva (Oliveira, 2005).

1.5.1.2. Integração temporal

O processo de conformação plástica de chapas metálicas inclui três tipos de não linearidades: material (o comportamento mecânico da chapa é não linear devido à deformação plástica); geométrica (forma final completamente diferente da forma inicial); e de condições de fronteira evolutivas (contacto com atrito). De modo a resolver este problema fortemente não linear, surge a necessidade de o dividir em incrementos, aos quais estão associados intervalos de tempo $[t, t + \Delta t]$. Os métodos de resolução que existem são essencialmente dois, integração implícita e explícita. Ambos procedem à integração do modelo constitutivo e à formulação das equações de equilíbrio, que pode ser *quasi*-estática quando se desprezam os efeitos de inércia (Tekkaya & Martins, 2009)). A solução do método implícito dá-se em torno da configuração final desconhecida ($t + \Delta t$) e o explícito em torno da configuração inicial conhecida (t).

Os métodos explícitos apresentam tempos de cálculo computacional reduzidos, e lidam bem com problemas de grandes dimensões. No entanto, a previsão das tensões pode apresentar um afastamento sucessivo (por acumulação de erros) em relação ao estado de equilíbrio (Alves, 2003). Como o retorno elástico está intrinsecamente associado à distribuição final de tensões no embutido, pode acontecer que a simulação gere resultados incorretos, tanto em termos geométricos como em termos de tensões residuais. Por outro lado, o método implícito apresenta uma precisão numérica superior, em qualquer um dos momentos do processo de conformação de chapa, uma vez que garante sempre a condição de equilíbrio, mas tem um custo computacional maior.

1.5.1.3. Contacto e leis de atrito

Uma vez que a deformação das ferramentas é muito inferior à da chapa, as ferramentas são assumidas como rígidas, pelo que são modeladas por superfícies. A condição de impenetrabilidade impede que exista penetração dos nós do corpo discretizado no interior das superfícies que modelam as ferramentas. Esta condição pode ser imposta numericamente com diferentes métodos, nomeadamente o método da penalidade, o método dos multiplicadores de Lagrange e o método do Lagrangeano aumentado. O método da penalidade

é caracterizado por impor a condição de impenetrabilidade de forma aproximada. Por outro lado, a condição de impenetrabilidade é satisfeita no método dos multiplicadores de Lagrange, mas resulta num aumento do número de incógnitas do sistema de equações lineares a resolver. O método do Lagrangeano aumentado, permite satisfazer a condição de impenetrabilidade para valores finitos do parâmetro de penalidade e melhorar a velocidade de convergência, em relação ao método dos multiplicadores de Lagrange.

O contacto com atrito encontra-se em todos os processos de conformação de chapa. No entanto, os modelos numéricos que existem para descrever este fenómeno não-linear são demasiado simplistas, o que pode implicar erros de simulação. O cálculo da força de atrito é realizado com base em leis de atrito como, a lei de Coulomb, que é bastante utilizada. Em geral, assume-se que o coeficiente de atrito é constante e igual em todas as regiões de contacto. Isso não corresponde à realidade, visto que as várias regiões de contacto estão sujeitas a condições de pressão, velocidades e distâncias de escorregamento diferentes (Neto et al., 2017). Para além da lei de Coulomb, entre as mais simples podem ainda referir-se a de Tresca e de Hughes; todas são formuladas para descrever o comportamento entre dois corpos em contacto seco. Porém, nestes processos é comum a adição de um lubrificante entre as interfaces. Assim, é necessário explorar fatores como a quantidade de lubrificante e a sua viscosidade, velocidade de escorregamento relativa, altura máxima das rugosidades em relação ao plano médio, espessura da camada intermédia de lubrificante, etc. Deste modo, surgiram leis de atrito mais evoluídas, mas que nem sempre são capazes de descrever corretamente o problema, devido à enorme diversidade de materiais e de configurações geométricas de contacto.

1.5.2. Modelo constitutivo

As relações cinemáticas, aplicadas a cada um dos nós da malha, permitem avaliar o estado de deformação da chapa. No entanto, para simular o processo é necessário estabelecer uma relação entre os estados de tensão e deformação (Oliveira, 2005), i.e. definir o modelo constitutivo.

O comportamento mecânico das chapas metálicas é assumido como elastoplástico, com uma componente elástica isotrópica e plástica anisotrópica. De modo a descrever o comportamento plástico, é necessário definir um critério de plasticidade e uma lei de encruamento (Oliveira, 2005). Os modelos fenomenológicos descrevem o comportamento

plástico de um ponto de vista macroscópico, assumindo que o mesmo é corretamente descrito por uma superfície de plasticidade inicial cuja evolução se dá através de leis de encruamento. A sua implementação no método dos elementos finitos é bastante eficiente em termos computacionais.

1.5.2.1. Leis de encruamento

A evolução da superfície de plasticidade pode ser modelada com leis de encruamento isotrópico e cinemático. No encruamento isotrópico verifica-se uma expansão uniforme da superfície, enquanto que no encruamento cinemático verifica-se uma translação no espaço das tensões (ver Figura 1.12), associado à alteração da trajetória de deformação (efeito Bauschinger, verificado por exemplo em inversões de tração – compressão).

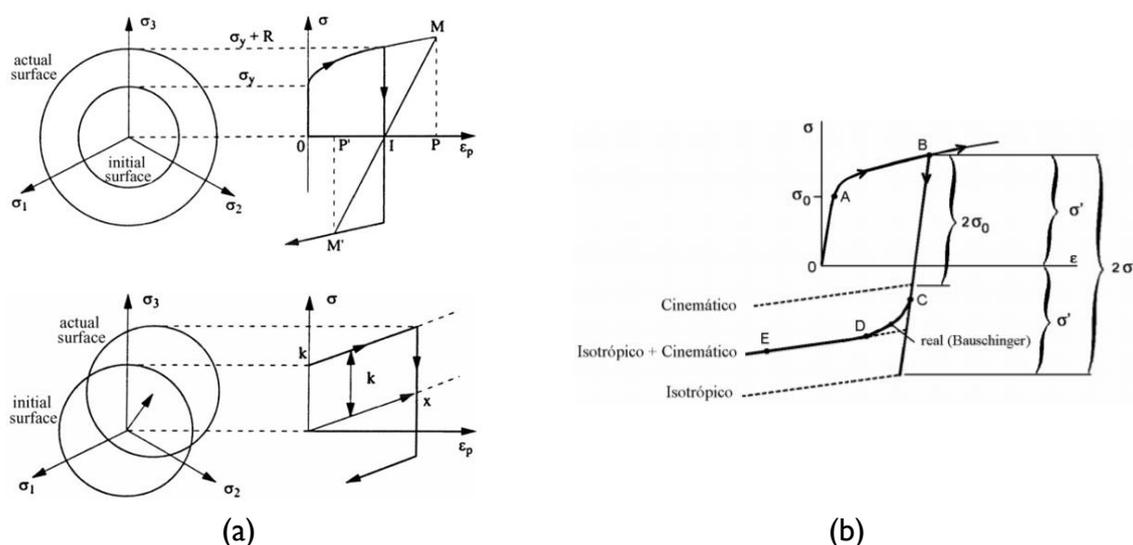


Figura 1.12. Representação esquemática do encruamento isotrópico e cinemático: (a) no plano desviador π (à esquerda) de acordo com o gráfico tensão-deformação plástica (à direita) (Chaboche, 2008); (b) efeito Bauschinger (Alves, 2003).

Ao longo do tempo foram propostas algumas leis de encruamento isotrópico, sendo a de Swift e a de Voce as com maior destaque. A lei de Swift é mais adequada para descrever o encruamento sem saturação (mais comum em aços) e a lei de Voce, encruamentos com saturação (mais comum em ligas de Alumínio). Em relação ao encruamento cinemático, foram propostas leis como a de Prager (1959) e a de Lemaître & Chaboche (1985), sendo que a primeira é linear e a segunda não linear com saturação. Isso torna a segunda lei mais consistente em casos de deformação cíclicas ou alterações bruscas de trajetórias de deformação. Assim, o mais comum passou a ser a associação entre esta lei de encruamento cinemático com as leis de encruamento isotrópico de Swift ou Voce (Alves, 2003).

1.5.2.2. Critérios de plasticidade

O critério de plasticidade define uma superfície contínua no espaço das tensões, a partir da qual surgem deformações plásticas no material, ou seja, define o início da deformação plástica para cada estado de tensão. Existem diferentes critérios de plasticidade isotrópicos, como os propostos por Tresca (Tresca, 1864), von Mises (Mises, 1913), Drucker (Drucker, 1949), Hershey e Hosford (Hosford, 1972). Contudo, aqueles que têm maior interesse em processos de conformação de chapas finas, cujo material exibe comportamento ortotrópico, são os critérios de plasticidade ortotrópicos, como por exemplo os desenvolvidos por Hill, Barlat, Karafillis e Boyce, Banabic, Cazacu e Barlat. Alguns destes critérios são mais flexíveis e precisos que outros, mas a seleção do critério a utilizar está fortemente relacionada com a informação experimental disponível.

O critério de Hill (1948) é uma extensão à ortotropia do critério isotrópico de von Mises, pelo que apresenta seis parâmetros (F, G, H, L, M, N) que ajudam a descrever de forma razoável a anisotropia característica de alguns tipos de materiais (materiais com $\bar{r} > 1$, nomeadamente a maioria dos aços). Porém, é limitado pela sua formulação quadrática no que toca à previsão do número de orelhas de estampagem no embutido. Adicionalmente, este critério não permite descrever o comportamento de alguns materiais, em particular das ligas de alumínio (frequentemente, com $\bar{r} < 1$) (Marques, 2014), visto que prevê uma tensão limite de elasticidade para a tração biaxial inferior à experimental. De modo geral, o critério de Hill (1948) continua a ter bastante utilidade, visto que é um critério cuja formulação matemática é simples e não é difícil de o caracterizar experimentalmente (João & Viegas, 2017).

O critério de (Karafillis & Boyce, 1993) permite descrever uma superfície de plasticidade idêntica a qualquer um dos critérios de plasticidade isotrópicos mencionados anteriormente. A anisotropia é posteriormente introduzida através de uma transformação linear T_L , aplicada ao tensor das tensões σ (proposta por Barlat *et al.* 1991), o que permite obter um tensor definido num estado plástico isotrópico equivalente, o qual é aplicado ao critério generalizado.

Alguns autores, têm desenvolvido e adaptado diferentes critérios ao longo dos últimos anos, sendo que alguns apenas são válidos para estados planos de tensão. O critério Yld'91 (Frédéric Barlat *et al.*, 1991) baseia-se numa transformação linear do tensor das tensões de modo a aplicar esse novo tensor diretamente no critério de plasticidade isotrópico de Hosford. A diferença entre o critério de Karafillis & Boyce e o Yld'91, é o facto deste último apesar de considerar os mesmos seis parâmetros de anisotropia ($c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6$), exclui o

parâmetro puramente isotrópico, c . O critério de plasticidade Yld'89 (F. Barlat & Lian, 1989) considera o mesmo tipo de abordagem que o Yld'91, mas com apenas quatro parâmetros de anisotropia, uma vez que só é válido para estados planos de tensão.

Por último, (Cazacu & Barlat, 2001) formularam duas extensões do critério de plasticidade isotrópico de Drucker. Ambas baseadas na definição do segundo (J_2) e terceiro (J_3) invariantes do tensor desviador de Cauchy, sendo que J_2 é proporcional à energia elástica de distorção e J_3 pondera o peso relativo das tensões de corte no estado de tensão do material. A primeira extensão (denominada por critério de plasticidade Drucker + T_L) consiste novamente na transformação linear do tensor de tensões e no posterior cálculo dos invariantes de modo a aplicá-los diretamente ao critério isotrópico de Drucker, o que resulta num total seis parâmetros de anisotropia. A segunda extensão (denominada por critério de plasticidade CB2001) consiste no desenvolvimento de expressões generalizadas à ortotropia para o segundo e terceiro invariante do tensor de tensões (J_2^0 e J_3^0). Nesta última formulação o critério apresenta 18 parâmetros de anisotropia para o estado de tensão triaxial. No entanto, para chapas metálicas é difícil avaliar os parâmetros associados às componentes de corte fora do plano da chapa, pelo que apenas é possível identificar 11 parâmetros.

1.5.3. DD3IMP

O programa de elementos finitos DD3IMP tem sido amplamente utilizado em vários estudos numéricos do processo de estampagem (Menezes & Teodosiu, 2000). Este programa de simulação numérica tem vindo a ser desenvolvido ao longo dos anos na Universidade de Coimbra e baseia-se no MEF, pelo que é também esta a ferramenta virtual selecionada para o desenvolvimento deste trabalho.

O seu modelo mecânico segue uma formulação lagrangiana reatualizada para descrever a evolução do processo de deformação. Utiliza uma abordagem explícita para calcular uma solução inicial dos deslocamentos nodais, tensões e forças de contacto, sendo esta então corrigida através de um algoritmo de Newton-Raphson, que termina quando é atingido o equilíbrio mecânico de corpo deformável. Relativamente ao comportamento mecânico, assume um comportamento elástico isotrópico e um comportamento plástico anisotrópico. Recorre a um modelo constitutivo, normalmente, definido por um dos vários critérios de plasticidade implementados no código (Hill'48, Barlat'91, Drucker + L, Karafillis e Boyce'93, CB2001 (Oliveira, 2005)). A geometria das ferramentas de estampagem é modelada através

de superfícies paramétricas Nagata e o contacto é estabelecido entre a chapa (discretização com elementos finitos sólidos) e as ferramentas (rígidas).

1.6. Objetivos do trabalho e guia de leitura

Um dos aspetos mais importantes no projeto de um embutido é a determinação da geometria e das dimensões ótimas do esboço. A otimização do esboço evita eventuais fases de corte e de remoção de material em excesso nos embutidos. No caso das latas de refrigerante, em particular, essa otimização traduz-se na redução dos custos de produção.

Nem sempre é fácil obter a geometria ótima do esboço através de abordagens analíticas, uma vez que o processo de estampagem é fortemente não-linear. Neste contexto, o objetivo principal deste trabalho consiste no desenvolvimento de um algoritmo iterativo de otimização do esboço, da forma mais simples e rápida possível. Assim, a avaliação da velocidade de convergência dos algoritmos é um dos aspetos mais importantes da validação.

Dado que a geometria do componente é parcialmente estabelecida com a imposição da forma geométrica das latas de refrigerante (taça cilíndrica), será analisada a influência da anisotropia e do grau de estiramento na convergência geométrica do esboço. Só assim, será possível validar esta análise e o próprio algoritmo. Por esse motivo, serão utilizados dois exemplos diferentes.

Para que a consulta do documento seja mais simples, apresenta-se um guião de leitura, que consiste na breve descrição de cada uma das suas secções.

Secção 1 – Apresenta um enquadramento do fabrico das latas de refrigerante. O interesse industrial e a sua evolução com os anos (também a nível tecnológico); o processo de fabrico que lhe dá origem (estampagem e estiramento); os parâmetros que definem o processo e a importância que têm na integridade do embutido; os defeitos de estampagem (nomeadamente, as orelhas de estampagem) e as suas causas; o recurso a ferramentas de simulação numérica que visam auxiliar a otimização do processo; e as vantagens e desvantagens que advêm do uso dessas ferramentas.

Secção 2 – Descreve a otimização geométrica do esboço. O porquê de ser importante na conceção de um componente; a evolução para o desenvolvimento de abordagens numéricas. É apresentado um conjunto de algoritmos iterativos que permitem este tipo de otimização e que estão presentes na literatura, nomeadamente os que serviram de base para

os desenvolvimentos apresentados neste documento. Por último, é feito um balanço das variantes que influenciam, de modo geral, a velocidade de convergência dos algoritmos.

Secção 3 – Consiste primeiramente na seleção do algoritmo base para o desenvolvimento deste trabalho. Em seguida, o problema é formulado matematicamente e são descritos os parâmetros de otimização envolvidos, nomeadamente o erro geométrico e a sensibilidade de deformação do processo. Por último, é descrita e formulada matematicamente a teoria desenvolvida para melhorar o comportamento dos algoritmos no caso de um processo que envolva um estiramento elevado. Esta teoria resulta em dois algoritmos, que se baseiam num novo parâmetro de otimização, que pode ser calculado com duas estratégias distintas.

Secção 4 – Os algoritmos em análise são comparados através da aplicação a dois exemplos de conformação. Cada algoritmo é avaliado (em termos de velocidade de convergência) e validado. Conjuntamente, são avaliados outros aspetos que influenciam a convergência dos algoritmos em análise (como a anisotropia, a solução inicial e a deformação plástica).

Secção 5 – Apresenta um resumo das principais conclusões resultantes dos diferentes estudos que se efetuaram nas secções anteriores.

Apêndice A – Apresenta um conjunto de algoritmos de otimização, não tão relevantes para o desenvolvimento deste trabalho.

2. Otimização geométrica do esboço

2.1. Metodologia de otimização

A otimização da geometria inicial do esboço é essencial no processo de estampagem, uma vez que permite melhorar a conformabilidade e a qualidade do produto, assim como reduzir a quantidade de material requerida. No caso da produção de latas de refrigerante, pode ser evitada a operação de corte do rebordo da lata no fim do processo (Kitayama et al., 2015) (Neto et al., 2020). O excesso de material requer fases de corte, as quais contribuem para congestionamentos nas linhas de produção, devido às elevadas cadências de fabrico características do processo (Liu & Chen, 2018).

As metodologias reportadas até à data para a otimização geométrica do esboço têm sido desenvolvidas através de diferentes abordagens. No entanto, envolvem quase sempre, no mínimo, dois estágios de estudo do esboço. Geralmente, o primeiro consiste na aplicação de um método analítico que consiste numa primeira aproximação geométrica para o esboço. Porém, os métodos analíticos não permitem obter previsões de grande qualidade, uma vez que recorrem a simplificações, como por exemplo a conservação de volume, de energia, etc. Assim surge a necessidade de corrigir a geometria do esboço (Neto et al., 2020). Portanto, este segundo estágio consiste num algoritmo iterativo de correção da geometria do esboço, com base na diferença entre a geometria final prevista e a geometria pretendida.

Antes do aparecimento das ferramentas de simulação numérica, capazes de simular com alguma precisão os processos de estampagem, a otimização era realizada por um método analítico, seguido de um método de tentativa-e-erro, em âmbito experimental. Nos dias de hoje, continua-se a usar um primeiro estágio baseado num método analítico para obter a solução inicial do esboço. Contudo, o segundo estágio passou a ser realizado com recurso a resultados de simulação numérica. Assim, os resultados da simulação são a base do procedimento de otimização iterativo, através dos quais se corrige a forma e dimensão do esboço, com base na diferença entre o contorno do embutido e o contorno objetivo (Neto et al., 2020). A representação esquemática deste procedimento é apresentada na Figura 2.1.

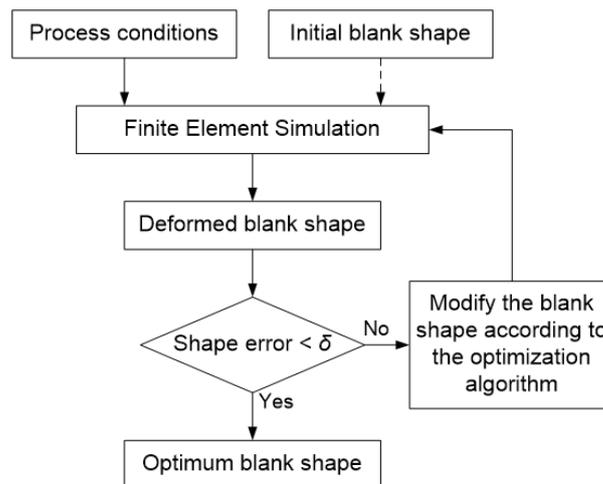


Figura 2.1. Otimização geométrica do esboço baseada no procedimento com recurso a resultados de simulação numérica (Neto et al., 2020).

O algoritmo utilizado no processo iterativo dita o número de iterações que terão de ser realizadas até atingir o objetivo (assumindo um erro geométrico máximo admissível). Existem diferentes abordagens e pressupostos, que resultam numa distinção significativa entre os métodos desenvolvidos. O facto de uns serem matematicamente mais enriquecidos que outros pode desencadear impactos positivos nas respetivas velocidades de convergência.

2.2. Revisão bibliográfica

Esta secção apresenta alguns dos métodos de otimização existentes na literatura, sejam eles analíticos e/ou iterativos, sendo o foco dado à descrição dos segundos. O objetivo é realizar uma comparação entre eles, de modo a suportar o desenvolvimento de novos algoritmos. Alguns dos métodos que também fazem parte desta revisão bibliográfica, não estão diretamente associados ao desenvolvimento deste trabalho, de modo que são apresentados no Apêndice A.

2.2.1. Método da sensibilidade

Este algoritmo, inicialmente idealizado por (Shim & Son, 2001), baseia-se num estágio puramente iterativo com recurso a análise de elementos finitos. Consiste num procedimento que requer duas simulações, em cada iteração, para calcular a sensibilidade. Assim, são utilizadas duas geometrias de esboço, sendo um o esboço original e outro o esboço modificado, cuja modificação δ é realizada localmente ao longo da trajetória de deformação.

O algoritmo é aplicado individualmente a cada ponto considerado na definição do contorno do esboço (ver Figura 2.2).

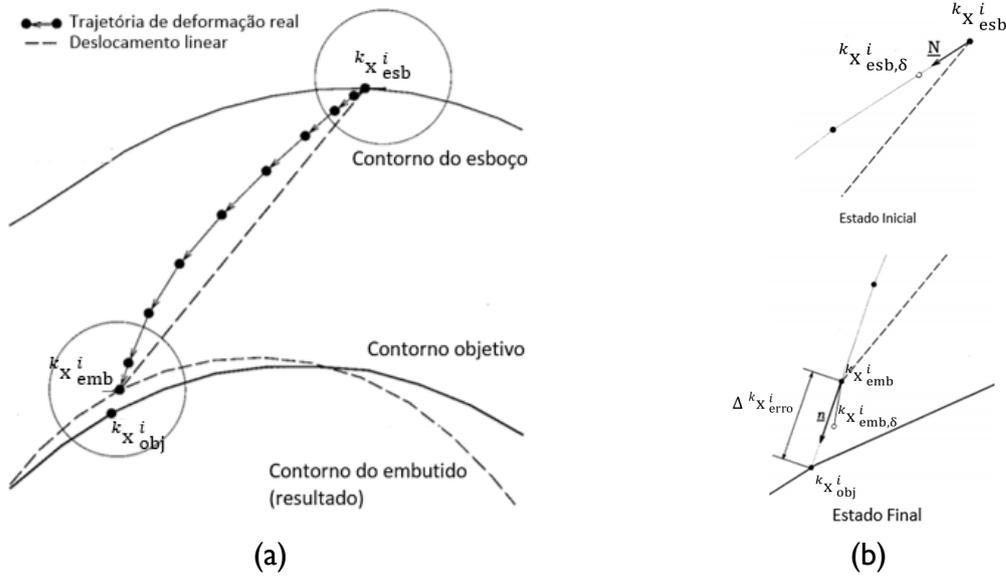


Figura 2.2. Representação esquemática da aplicação do método da sensibilidade, por iteração, assumindo dois contornos de esboço (definido por \mathbf{X} e \mathbf{X}_δ) (Shim & Son, 2001).

O valor de sensibilidade de deformação, calculado em cada iteração i para cada ponto k do contorno do esboço é definido por:

$$k_{S^i} = \frac{|k_{\mathbf{x}}^i \text{ esb}, \delta - k_{\mathbf{x}}^i \text{ esb}|}{|k_{\mathbf{x}}^i \text{ emb}, \delta - k_{\mathbf{x}}^i \text{ emb}|}, \quad (2.1)$$

sendo que $k_{\mathbf{x}}^i$ esb e $k_{\mathbf{x}}^i$ emb definem a posição de um dos pontos contidos no contorno do esboço e no contorno do embutido resultante, respetivamente. $k_{\mathbf{x}}^i$ esb, δ e $k_{\mathbf{x}}^i$ emb, δ definem a posição de um dos pontos contidos no contorno do esboço modificado e no contorno do embutido resultante, respetivamente. S representa a sensibilidade entre a dimensão inicial do esboço e a final do embutido. Obtido o valor de S , efetua-se a correção do esboço a partir da seguinte expressão iterativa:

$$k_{\mathbf{x}}^i \text{ esb}^{i+1} = k_{\mathbf{x}}^i \text{ esb} + \Delta k_{\mathbf{x}}^i \text{ erro} \cdot S \cdot \mathbf{N}, \quad (2.2)$$

em que \mathbf{N} define a direção de deslocamento do respetivo nó e $\Delta k_{\mathbf{x}}^i$ erro é o erro entre o contorno do embutido e o contorno objetivo. O procedimento dá-se por concluído quando $k_{\mathbf{x}}^i$ emb coincide com $k_{\mathbf{x}}^i$ obj, que define a posição do contorno objetivo e cujo valor é constante ao longo do processo iterativo.

2.2.2. Push/Pull

Trata-se de uma metodologia baseada em resultados de simulação, que corrige o contorno do esboço de forma iterativa, em função da diferença entre o contorno previsto numericamente e o desejado. O algoritmo é aplicado de forma independente a um conjunto reduzido de pontos do contorno do esboço, o que exige a utilização de uma curva NURBS (Non-Uniforme Rational B-spline Surface) na sua construção geométrica (Padmanabhan et al., 2009) (ver Figura 2.3). Quando os esboços apresentam geometrias complexas, as quais não podem ser facilmente modeladas por aplicação de linhas retas e arcos de círculo, estas superfícies são bastante vantajosas pela sua flexibilidade e precisão geométrica.

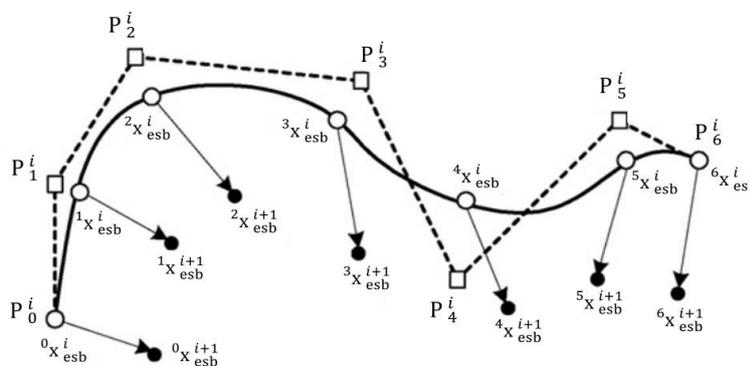


Figura 2.3. Representação da curva NURBS aplicada à construção geométrica do contorno do esboço (com P_k^i pontos de controlo) e correção iterativa do mesmo ($k_{X esb}^i \rightarrow k_{X esb}^{i+1}$) (Padmanabhan et al., 2009).

Este algoritmo foi desenvolvido por (Pegada et al., 2002) e (Padmanabhan et al., 2009). No primeiro estudo é avaliada a velocidade de convergência do procedimento para dois tipos de taças (retangular e cilíndrica), produzidas com uma liga de alumínio com 1 mm de espessura. No segundo estudo é feita a avaliação para uma taça retangular e uma taça cruciforme, ambas em aço com 0,8 mm de espessura. É verificado em ambos os trabalhos que o procedimento permite obter bons resultados numéricos, de forma relativamente rápida. O problema é formulado matematicamente em (Padmanabhan et al., 2009) e (Morgado, 2016), da seguinte forma:

$$k_{X esb}^{i+1} = k_{X esb}^i + \xi(k_{X obj}^i - k_{X emb}^i), \quad (2.3)$$

Ambos os estudos concluem que se beneficia imenso com o auxílio de um fator de amortecimento (ξ) aplicado ao erro ($k_{X obj}^i - k_{X emb}^i$). O mesmo controla as oscilações geométricas que possam ocorrer entre as várias previsões do esboço, durante o processo iterativo de correção. O valor mais indicado para o fator de amortecimento, para maximizar

a velocidade de convergência, é aproximadamente 0,75 de acordo com (Pegada et al., 2002) e 0,6 de acordo com (Padmanabhan et al., 2009).

2.2.3. Método da deformação logarítmica

Este algoritmo exclusivamente iterativo foi desenvolvido por (Dick et al., 2005) e consiste na aplicação do princípio da deformação radial constante, sendo uma estratégia aplicável à estampagem de componentes cilíndricos. Tal como outros métodos, também requer uma análise iterativa do esboço, baseada na aplicação do MEF. Este método fornece uma previsão para a dimensão do esboço através da medição da distância geodésica para qualquer ângulo α referente à direção de laminagem da chapa. A condição é impor a igualdade na deformação radial durante o processo de conformação:

$$\ln\left(\frac{\alpha_{L_{emb}}^i}{\alpha_{L_{esb}}^i}\right) = \ln\left(\frac{\alpha_{L_{obj}}^i}{\alpha_{L_{esb}}^{i+1}}\right) \Leftrightarrow \alpha_{L_{esb}}^{i+1} = \frac{\alpha_{L_{esb}}^i}{\alpha_{L_{emb}}^i} \alpha_{L_{obj}}^i, \quad (2.4)$$

em que $\alpha_{L_{esb}}^{i+1}$, $\alpha_{L_{emb}}^i$, $\alpha_{L_{esb}}^i$ e $\alpha_{L_{obj}}^i$ é, respetivamente, a distância geodésica referente ao esboço modificado (na iteração $i + 1$), ao embutido, ao esboço (na iteração i) e ao contorno objetivo (ver Figura 2.4) (Dick et al., 2005).

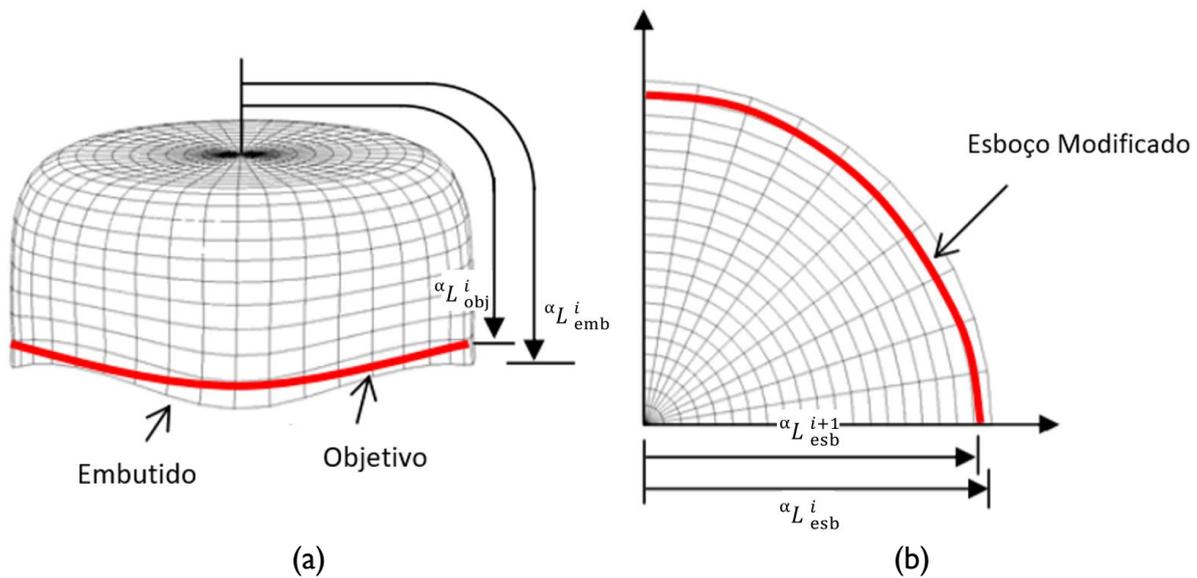


Figura 2.4. Representação do método da deformação logarítmica, aplicada a uma taça cilíndrica, com (a) o embutido resultante do respetivo (b) esboço inicial (Dick et al., 2005).

Em (Marques, 2014) foi realizada uma análise a este método, mas para um exemplo em particular (de conformação com estiramento) foi possível verificar que o algoritmo diverge. Como tal, foi proposta uma modificação ao algoritmo através da inclusão da deformação

logarítmica referente à fase de estiramento. Como as melhorias observadas com esta modificação são muito reduzidas, adicionalmente é sugerida uma regressão linear entre os dois pontos ($L_{Inicial}$, L_{Final}), resultantes da solução inicial ($i = 0$) e da iteração corrente (i), procurando deste modo encontrar o ponto intermédio objetivo referente à iteração seguinte (αL_{esb}^{i+1} , αL_{obj}^{i+1}) (ver Figura 2.5).

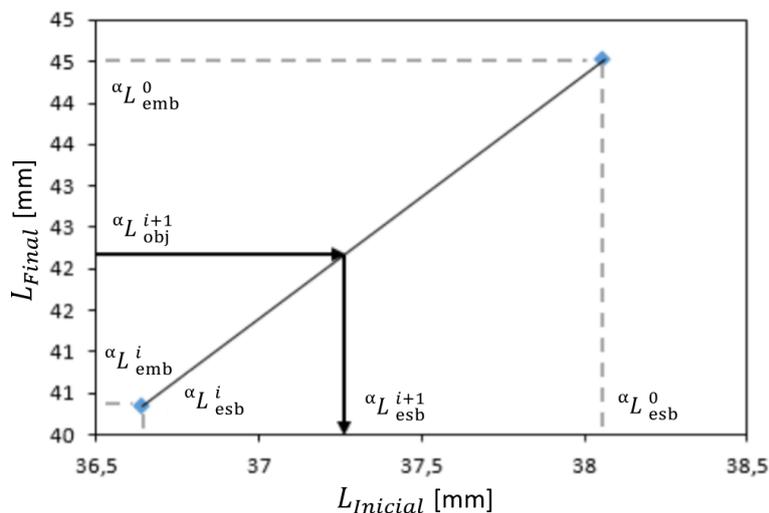


Figura 2.5. Exemplo da regressão linear proposta para garantir a convergência do método da deformação logarítmica, no caso de estampagem com estiramento (Marques, 2014).

2.2.4. Método da Regressão Linear

Em (Morgado, 2016) é também desenvolvido um algoritmo iterativo resultante da aplicação do MEF. Este consiste numa estratégia idêntica à adotada em (Marques, 2014), isto é, recorre a uma regressão para obter a relação entre a dimensão do embutido e a dimensão do esboço inicial, para que esta seja utilizada iterativamente.

Esta abordagem envolve um método analítico, que define a função que relaciona a dimensão do embutido e do esboço, sem utilizar dados computacionais para obter uma função inicial. O método analítico utilizado consiste no pressuposto de conservação da área superficial entre o esboço inicial e o embutido ($A_{Inicial} = A_{Final}$), assumindo igualmente a conservação da espessura ao longo do processo de conformação. Toma como variáveis, a dimensão do esboço inicial ($L_{Inicial}$) que pode ser expressa pelo seu raio (R_0) e a dimensão do embutido final (L_{Final}), a qual pode ser expressa pelo comprimento da flange (L_f) ou altura do conformado (h).

A autora chegou à conclusão que a regressão linear apresenta uma boa correlação e que se pode utilizar o declive da reta resultante (m) para obter a sensibilidade analítica entre a

dimensão inicial e a dimensão final, como se mostra na Figura 2.6. No entanto, existe uma discrepância entre os resultados obtidos pelo pressuposto da conservação de volume ao longo do processo e os resultados numéricos, com diferentes coeficientes de anisotropia (ver Figura 2.6). Quanto maior for o coeficiente de anisotropia menor serão as deformações na direção da espessura e, conseqüentemente, existe uma melhor aproximação entre o método analítico e a simulação numérica.

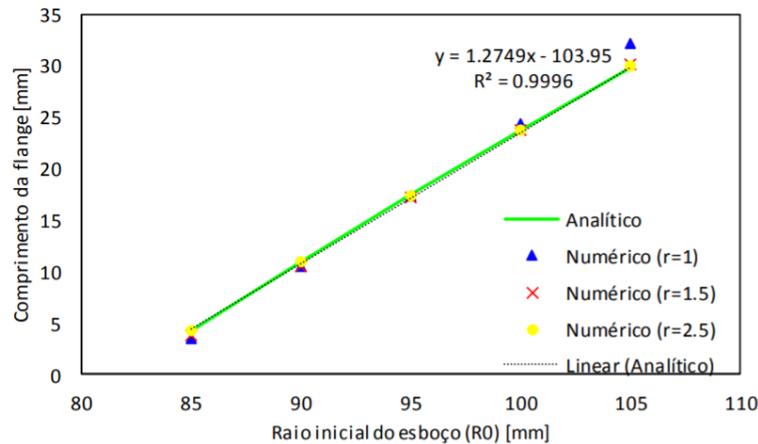


Figura 2.6. Exemplo de regressão linear (com declive igual a 1,2749) da função resultante da aplicação do método analítico direto utilizado para cinco dimensões de esboço diferentes (Morgado, 2016).

A equação da reta resultante da regressão linear ($y = mx + b$) é dada por:

$$k_{\mathbf{x}}^i{}_{\text{emb}} = m k_{\mathbf{x}}^i{}_{\text{esb}} + k_b^i, \quad (2.5)$$

a partir da qual se calcula k_b^i cujo valor é obtido através da simulação numérica do esboço referente à iteração corrente, i (mantendo o m constante ao longo do processo iterativo). Em seguida, igualando $k_{\mathbf{x}}^i{}_{\text{emb}}$ ao seu valor objetivo, obtém-se a solução para a dimensão do esboço referente à iteração seguinte, $(i + 1)$:

$$k_{\mathbf{x}}^{i+1}{}_{\text{esb}} = \frac{k_{\mathbf{x}}^i{}_{\text{obj}} - k_b^i}{m}. \quad (2.6)$$

2.2.5. Método da sensibilidade simplificada

Em (Neto et al., 2020) foi feita uma adaptação do trabalho realizado por (Shim & Son, 2001), de modo a manter a velocidade de convergência, recorrendo apenas a uma simulação numérica em cada iteração. O procedimento torna-se assim muito mais eficiente do ponto de vista computacional. Tal como em (Morgado, 2016), a solução inicial é obtida pelo método analítico que se baseia na conservação de área superficial entre o esboço inicial e o embutido

($A_{\text{Inicial}} = A_{\text{Final}}$). O parâmetro de sensibilidade necessário no processo iterativo passa a ser calculado de forma analítica (s), sendo uma aproximação ao valor numérico obtido no método da sensibilidade (${}^kS^i$). Assim, a sensibilidade passa a ser calculada através do método analítico, com um valor específico para um conjunto de condições do processo, mas igual para todos os pontos considerados no contorno do esboço.

A sensibilidade analítica entre a dimensão inicial do esboço e a dimensão final do embutido, tal como é demonstrado em (Neto et al., 2020), é definida pela derivada de uma função que relaciona duas variáveis ($L_{\text{Inicial}}, L_{\text{Final}}$). Dessa função, o ponto desejado corresponde à dimensão do esboço que permite obter o contorno objetivo, isto é, ($L_{\text{Inicial}}, L_{\text{Final,obj}}$). Como o valor da sensibilidade é obtido de forma puramente analítica, mantém-se constante ao longo do procedimento de otimização. É um algoritmo que apresenta uma boa velocidade de convergência, obtendo erros dimensionais inferiores à espessura da chapa ao fim de duas iterações. Além disso, não requer nenhum parâmetro sem significado físico, como, e.g., o coeficiente de amortecimento no método Push/Pull (Neto et al., 2020).

2.3. Velocidade de convergência

Como foi referido anteriormente, os métodos de otimização são um dos principais fatores que influenciam a solução numérica e, conseqüentemente, a velocidade de convergência dos algoritmos. Contudo, existem outros fatores que condicionam a velocidade de convergência.

Em (Marques, 2014) são realizadas algumas análises de velocidade de convergência em situações de estampagem de taças cilíndricas, com e sem estiramento adicional. Em determinados casos, observa-se divergência, o que é indicador de algum tipo de problema com o método utilizado. Ainda assim, é avaliada a influência na velocidade de convergência dos seguintes parâmetros: a dimensão da geometria final (do embutido), a pressão inicial do cerra-chapas e o critério de plasticidade. Todos estes parâmetros promovem variações na velocidade de convergência, que são resumidas de seguida. A velocidade de convergência não é influenciada pelo facto de a solução inicial se encontrar acima ou abaixo do objetivo, mas pela sensibilidade em relação à geometria inicial do esboço, que tem implicações na evolução das condições de contacto. A pressão inicial exercida pelo cerra-chapas deve ser mantida de iteração para iteração, para garantir alguma coerência nas condições de escoamento do material. Os critérios de plasticidade mais flexíveis (CB2001), do ponto de vista matemático,

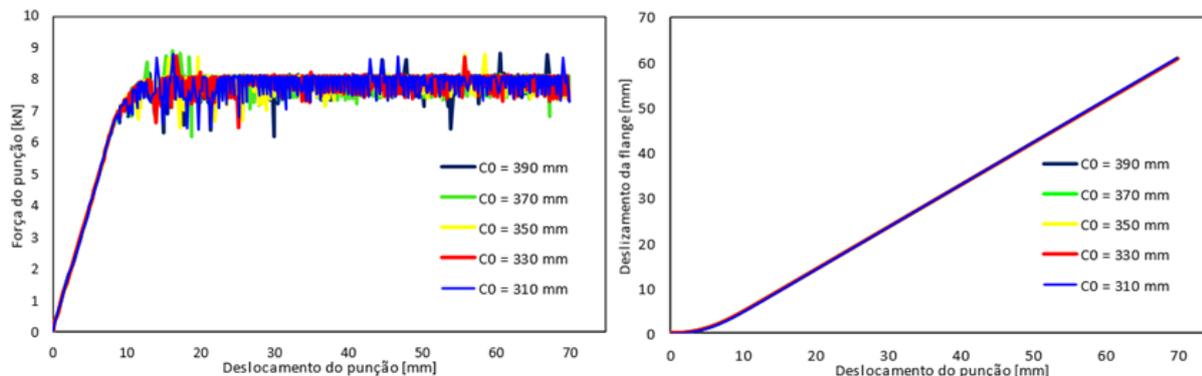
podem convergir mais rapidamente que os menos flexíveis (Hill'48). Apesar desta análise ser realizada com base num método de otimização e num processo específico, consegue-se retirar a seguinte conclusão: qualquer fator que promova uma alteração no comportamento do material, que o algoritmo não esteja preparado para descrever, resulta num constrangimento à convergência.

Os algoritmos têm por base certos pressupostos que nem sempre são favoráveis à descrição de qualquer tipo de deformação. Por exemplo, nos processos de conformação torna-se difícil descrever matematicamente a distribuição de espessura no componente final. Isto quer dizer que, qualquer fator que faça variar esta distribuição, passará imediatamente a contribuir para influenciar a velocidade de convergência do algoritmo.

A deformação é influenciada pelas propriedades do material assim como pelas condições de temperatura do processo, no caso de ser realizado a quente. No entanto, é acima de tudo ditada pelas condições de contacto entre a chapa e as ferramentas. Ora, a evolução do contacto está associada à geometria inicial do esboço e, conseqüentemente, à sua área superficial. Foram realizados estudos sobre a correlação entre a dimensão do esboço, as forças de contacto, o escoamento do material e a deformação plástica em (Morgado, 2016) e (Neto et al., 2020). Estes estudos evidenciam a falta de influência da geometria inicial do esboço na variação da força do punção com o seu deslocamento, no caso do perfil em U, e a influência no caso da taça cilíndrica, como está representado na Figura 2.7 (a) e na Figura 2.8 (a), respetivamente. Conseqüentemente, a evolução do escoamento do material para o interior da matriz não é influenciada pela geometria inicial do esboço, no caso do perfil em U, mas é influenciada no caso da taça cilíndrica, como mostra a Figura 2.7 (b) e a Figura 2.8 (b), respetivamente. Evoluções de escoamento diferentes indiciam eventuais variações nas pressões de contacto com a chapa.

A conformação de um perfil em U não é suscetível de apresentar problemas de convergência, porque dificilmente a alteração da dimensão do esboço induz uma forte alteração da distribuição da deformação plástica e da distribuição de espessura, desde que a força do cerra-chapas seja mantida constante. O mesmo não acontece na conformação de taças cilíndricas, como se mostra na Figura 2.9. Deste modo, existe uma maior desproporcionalidade entre a dimensão inicial do esboço e o respetivo comprimento da flange obtido para a estampagem de taças cilíndricas (ou, generalizando, de peças axi-simétricas). Esta desproporcionalidade promove diferenças na velocidade de convergência do algoritmo. Esta

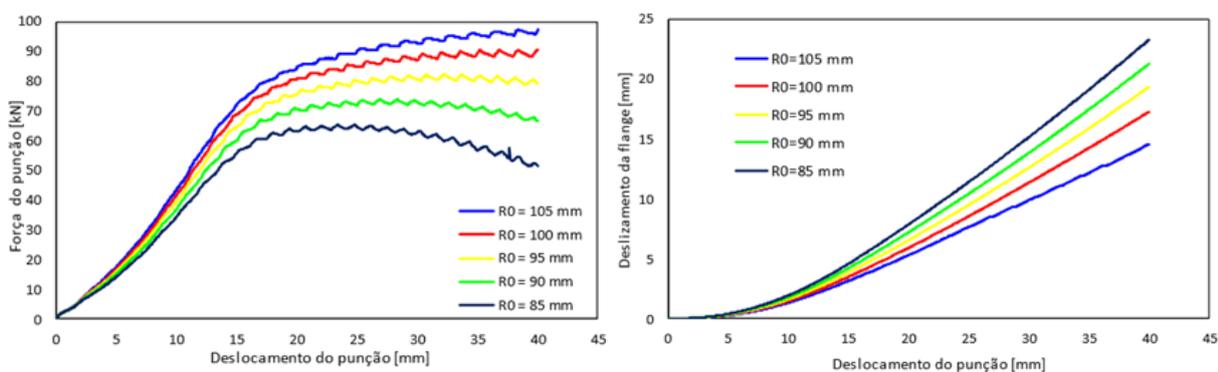
oscilação traduz-se na redução da velocidade de convergência de métodos de otimização baseados em abordagens mais simples e, conseqüentemente, menos flexíveis.



(a)

(b)

Figura 2.7. Influência da geometria inicial do esboço (chapa isotrópica) na pressão de contacto com o cerra-chapas (num perfil em U), evidenciado pelo: (a) força de reação do punção; (b) deslizamento da flange (Morgado, 2016).



(a)

(b)

Figura 2.8. Influência da geometria inicial do esboço (chapa isotrópica) na pressão de contacto com o cerra-chapas (numa taça cilíndrica), evidenciado pelo: (a) força de reação do punção; (b) deslizamento da flange (Morgado, 2016).

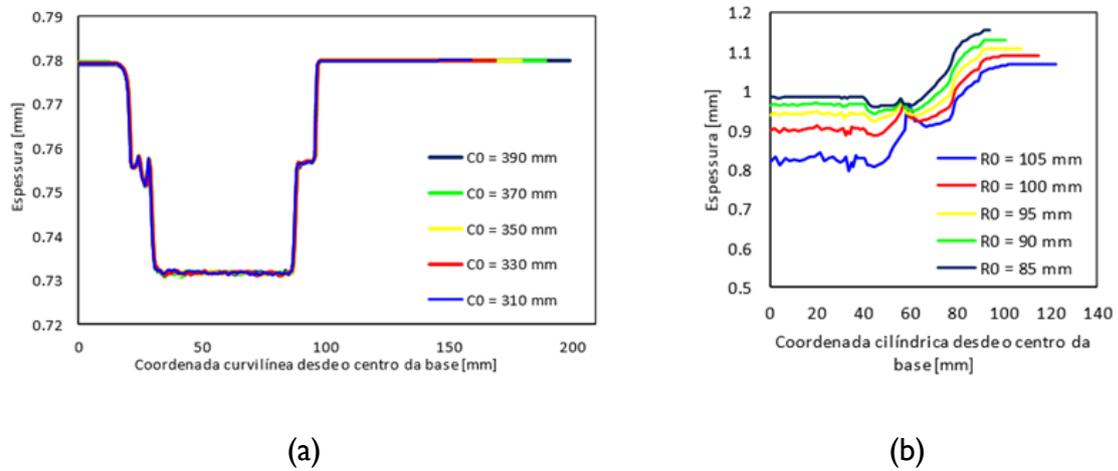


Figura 2.9. Distribuição de espessura de uma chapa isotrópica para várias dimensões de esboço: (a) num perfil em U; (b) numa taça cilíndrica (Morgado, 2016).

3. Algoritmo iterativo de otimização

A análise realizada aos métodos apresentados no capítulo anterior refere que o algoritmo iterativo de otimização desenvolvido em (Neto et al., 2020) apresenta uma elevada velocidade de convergência e flexibilidade para se adaptar a diferentes problemas de conformação, requerendo apenas uma única simulação por iteração. Por esta razão, o método da sensibilidade simplificada foi o ponto de partida deste trabalho, cujo objetivo é introduzir melhorias na sua aplicação à otimização do esboço de latas de refrigerante (componente axi-simétrico com elevado estiramento).

À semelhança de outros algoritmos, o método da sensibilidade simplificada é aplicado de forma independente a cada ponto ou nó k considerado ao longo do contorno do esboço. Dada a aplicabilidade do algoritmo a qualquer processo de estampagem, surge a necessidade de se considerar a construção de geometrias complexas de esboços, resultantes da geometria desejada do embutido e/ou da anisotropia da chapa. Assim, em (Neto et al., 2020) os esboços são construídos através de superfícies NURBS. A mesma premissa é adotada neste trabalho (com auxílio do programa de pré-processamento GiD).

Como foi referido na secção 2.2.5, o processo iterativo responsável pela adição ou remoção de material ao esboço da iteração corrente i , envolve o cálculo prévio do parâmetro da sensibilidade s , efetuado analiticamente através do pressuposto de conservação de área superficial da chapa ($A_{\text{esb},0} = A_{\text{Final}}$). Esta condição é também utilizada no método analítico, utilizado para calcular a primeira aproximação para o esboço (solução inicial). Neste trabalho, adota-se também esta solução inicial. Deste modo, a geometria do esboço inicial é sempre circular, pelo que para chapas anisotrópicas será necessário proceder à correção.

Com base no que foi descrito na secção 2.2.5, o processo iterativo associado ao método da sensibilidade simplificada consiste na aplicação do procedimento apresentado na Figura 3.1. Deve-se, portanto, avaliar o erro geométrico para cada ponto do contorno deformado, com base neste contorno e no contorno objetivo. De seguida, calcula-se a sensibilidade de deformação e corrige-se geometricamente o esboço.

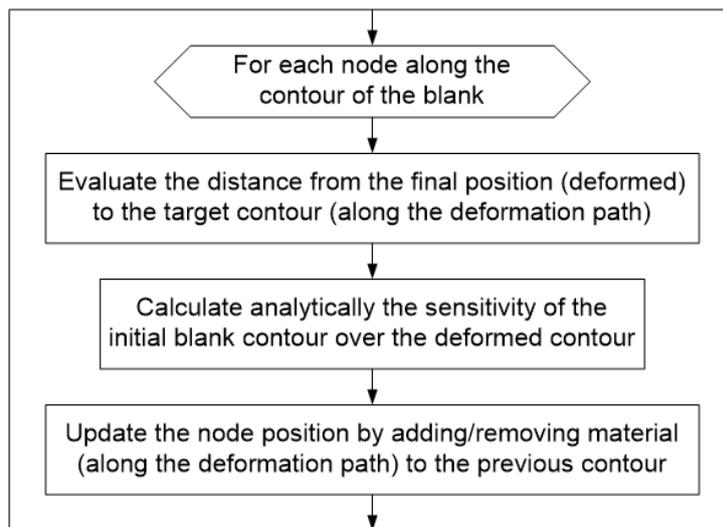


Figura 3.1. Correção local da geometria do esboço no método da sensibilidade simplificada (Neto et al., 2020).

3.1. Erro geométrico

Uma vez que durante o processo iterativo existe uma diferença entre a geometria do embutido e a geometria desejada, é necessário quantificar essa diferença geométrica. O erro geométrico é definido como a distância entre um determinado ponto k contido no contorno deformado e o objetivo. Para cada ponto k contido no contorno do esboço, o erro é definido por:

$$\Delta^{k_{\mathbf{x}}^i}_{\text{erro}} = k_{\mathbf{x}}^i_{\text{obj}} - k_{\mathbf{x}}^i_{\text{emb}}. \quad (3.1)$$

Assim, a expressão (3.1) traduz, o quão longe cada ponto se encontra do objetivo (Neto et al., 2020).

A expressão (3.1) define um vetor posição e, portanto, assume uma trajetória linear entre os dois pontos. No entanto, nem sempre a evolução do escoamento é descrita por uma linha reta, como se verifica na Figura 3.2. Tratando-se de um processo que envolve grandes deformações e de modo a representar o comportamento mecânico real do material, os elementos finitos do esboço sofrem grandes deslocamentos e rotações. Isso gera muitas vezes trajetórias de deformação curvilíneas em determinadas direções da chapa, sendo a geometria das ferramentas o fator que mais impacto tem nessa curvatura.

A alteração geométrica do contorno do esboço depende da anisotropia e do contacto com as ferramentas, ou seja, da complexidade geométrica das ferramentas. As geometrias mais simples consistem, por exemplo, nas utilizadas na estampagem de perfis em U ou taças cilíndricas. As mais complexas consistem nas responsáveis pela estampagem de formas cuja

configuração vai variando com o ângulo em relação à direção de laminagem (entre os 0° e os 360°). No caso de uma taça cilíndrica, se a chapa apresentar um comportamento isotrópico, a flange apresentará um estado de deformação uniforme, pelo que as trajetórias serão retilíneas. Por outro lado, no caso de uma taça retangular, independentemente do material ser isotrópico ou anisotrópico, o estado de deformação varia de acordo com a sua localização na flange. Isto faz com que a evolução do escoamento se dê mais rápido numa direção do que na outra, resultando nas trajetórias curvilíneas de deformação. Portanto, a curvatura é mais significativa em casos de estampagem de peças cuja flange não é equidistante do seu centro geométrico (taça retangular, cruciforme, etc.). Por outro lado, na estampagem de taças cilíndricas as trajetórias de escoamento tendem a apresentar uma direção aproximadamente radial, mesmo para chapas com comportamento anisotrópico.

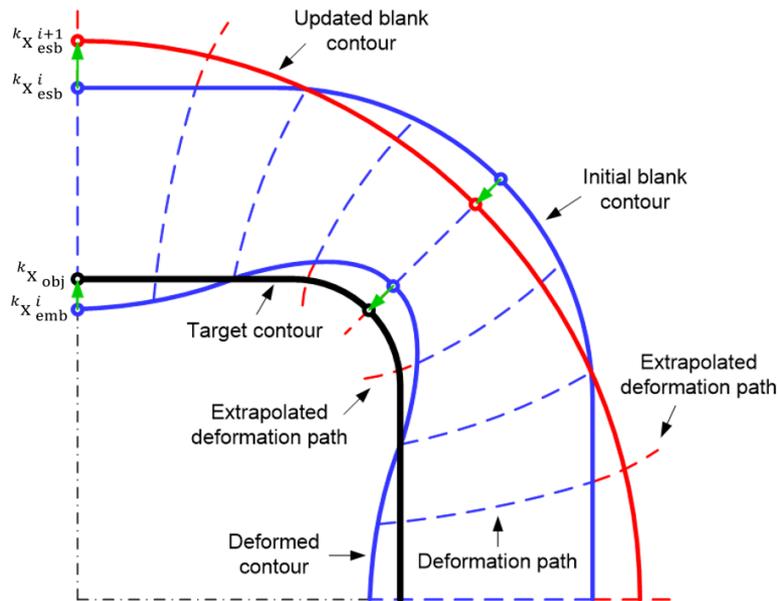


Figura 3.2. Evolução do escoamento referente a cada um dos pontos k que definem o contorno do esboço durante um processo de conformação de uma taça retangular, incluindo ainda o contorno objetivo do embutido e o contorno do esboço referente à iteração seguinte ($i + 1$), isto é, corrigido (Neto et al., 2020).

O erro global entre a geometria do embutido e o objetivo pode ser formulado de modo a contabilizar todos os nós que definem o contorno geométrico da chapa, através da seguinte expressão:

$$\Delta e^i = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (\Delta k_{\mathbf{X}}^i_{\text{erro}})^2}, \quad (3.2)$$

onde n corresponde ao número total de pontos que definem o contorno do esboço. O erro definido na expressão (3.2) corresponde ao desvio médio entre geometria do embutido e a geometria pretendida.

3.2. Processo iterativo

Durante o processo iterativo a geometria do esboço é localmente modificada de forma a minimizar o erro definido pela expressão (3.1). A posição inicial de cada um dos n nós presentes no contorno do esboço é corrigida iterativamente através da seguinte expressão (Neto et al., 2020):

$${}^k \mathbf{x}_{\text{esb}}^{i+1} = {}^k \mathbf{x}_{\text{esb}}^i + \Delta {}^k \mathbf{x}_{\text{esb}}^i, \quad (3.3)$$

sendo que $\Delta {}^k \mathbf{x}_{\text{esb}}^i$ consiste no incremento de correção a aplicar ao nó k , referente à iteração i . O valor da correção depende do erro e da sensibilidade s (secção 2.2.5) sendo definido da seguinte forma:

$$\Delta {}^k \mathbf{x}_{\text{esb}}^i = \frac{\Delta {}^k \mathbf{x}_{\text{erro}}^i}{s} = \frac{{}^k \mathbf{x}_{\text{obj}}^i - {}^k \mathbf{x}_{\text{emb}}^i}{s}. \quad (3.4)$$

A sensibilidade é obtida a partir de uma das seguintes expressões:

$$s = \frac{\partial h}{\partial R_0}, \quad (3.5)$$

$$s = \frac{\partial L_f}{\partial R_0}, \quad (3.6)$$

em que R_0 consiste no raio do esboço inicial e, h e L_f na altura e no comprimento da flange do embutido, respetivamente. A escolha da expressão a utilizar depende da região da taça onde se encontra o contorno objetivo. Quando se encontrar na parede lateral usa-se a expressão (3.5) e quando se encontrar na flange usa-se a expressão (3.6).

No contexto deste trabalho, as expressões serão desenvolvidas especificamente para embutidos cilíndricos, cuja configuração inicial é representada de forma esquemática na Figura 3.3. Como as dimensões do embutido (objetivo) são conhecidas, é possível estabelecer a expressão da conservação da área que permite o cálculo de s , definida a meia espessura da chapa. Para tal, recorre-se às seguintes expressões:

$$A_{\text{esb},0} = A_{\text{Final}}, \quad (3.7)$$

$$A_{\text{esb},0} = A_{\text{cir,p}} + \frac{A_{\text{tor,p}}}{2} + A_{\text{cil,pl}} + \frac{A_{\text{tor,m}}^*}{2} + A_f^*. \quad (3.8)$$

A área superficial do esboço ($A_{\text{esb},0} = f(R_0)$) é dada por

$$A_{\text{esb},0} = \pi R_0^2. \quad (3.9)$$

A área da base circular da taça ou do punção é dada por

$$A_{\text{cir,p}} = \pi \left(\frac{d_p}{2} - r_p \right)^2. \quad (3.10)$$

A metade da área externa da toróide referente ao raio de curvatura presente no punção é definida como

$$A_{\text{tor,p}} = 2\pi^2 \left(\frac{d_p}{2} - r_p \right) \left(r_p + \frac{t_0}{2} \right) + 4\pi \left(r_p + \frac{t_0}{2} \right)^2. \quad (3.11)$$

A área cilíndrica da parede lateral da taça ($A_{\text{cil,pl}} = f(h_{\text{pl}})$) é calculada com base em

$$A_{\text{cil,pl}} = \pi \left(\frac{d_p + d_m}{2} \right) h_{\text{pl}}. \quad (3.12)$$

A metade da área interna da toróide referente ao raio de curvatura presente na matriz é

$$A_{\text{tor,m}} = 2\pi^2 \left(\frac{d_m}{2} + r_m \right) \left(r_m + \frac{t_0}{2} \right) - 4\pi \left(r_m + \frac{t_0}{2} \right)^2. \quad (3.13)$$

E, finalmente, a área superficial da flange da taça ($A_f = f(L_f)$) é definida como

$$A_f = \pi \left(\left(L_f + \left(\frac{d_m}{2} + r_m \right) \right)^2 - \left(\frac{d_m}{2} + r_m \right)^2 \right). \quad (3.14)$$

d_p e d_m correspondem, respetivamente, aos diâmetros do punção e da matriz, r_p e r_m correspondem, respetivamente, aos raio de curvatura do punção e da matriz, h_{pl} corresponde à altura da parede lateral da taça e t_0 à espessura inicial da chapa.

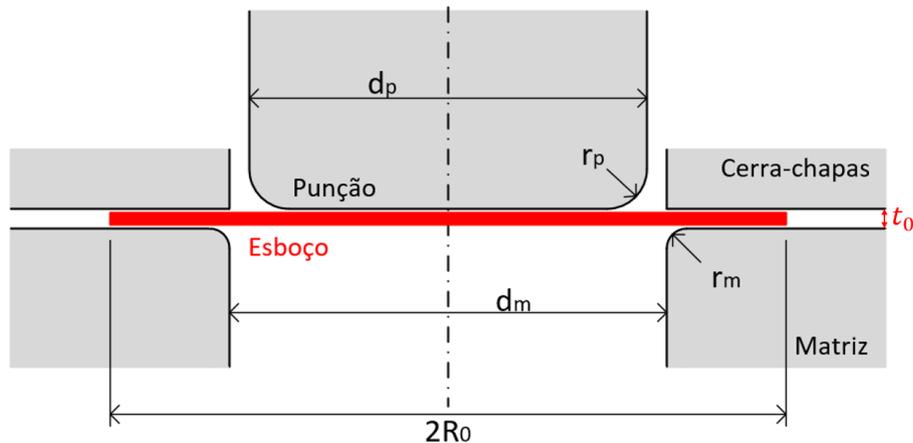


Figura 3.3. Representação esquemática do processo de estampagem de uma taça cilíndrica.

As parcelas assinaladas com * só aparecem em casos correspondentes ao pressuposto de utilização da expressão (3.6), i.e., taça com flange. Assim, nunca existirão mais do que duas incógnitas, uma vez que a altura da taça pretendida (h) só aparecerá como incógnita no caso de não existir flange. Dito isto, h_{pl} pode ser calculado de duas maneiras diferentes:

$$h_{pl} = s_p - r_m - r_p - t_0, \text{ ou} \quad (3.15)$$

$$h_{pl} = h - t_0 - r_p, \quad (3.16)$$

em que s_p consiste no deslocamento do punção, que tem influência na altura do componente quando este apresenta flange.

A primeira aproximação para o raio do esboço ($R_0 = f(x)$, $x = h \vee x = L_f$) é obtida através do estágio analítico, com base na dimensão da geometria final pretendida. Posteriormente, no estágio iterativo de otimização é necessário fazer o cálculo da sensibilidade s (com base em: $y = f(R_0)$, $y = h \vee y = L_f$).

3.3. Proposta de desenvolvimento

Apesar do método da sensibilidade simplificada ser simples e apresentar uma boa velocidade de convergência, há sempre lugar para melhoria. O método assume a condição de conservação da área superficial na chapa e, portanto, que não existe variação da espessura durante o processo de embutidura, o que não corresponde à realidade. Sendo que no âmbito deste trabalho o processo pode envolver estágios de estiramento da lata, esse pressuposto torna-se ainda menos aceitável. Assim, assume-se que:

$$A_{esb,0} \neq A_{Final}. \quad (3.17)$$

Nesta condição, a conservação do volume é garantida através da variação da espessura do embutido em relação à espessura inicial do esboço. Contudo, o cálculo analítico da espessura final do embutido é algo extremamente difícil, visto que a sua distribuição não é uniforme, tal como se constatou na Figura 2.9.

A correspondência entre a área do esboço e a área final pode ser conseguida com um fator de correção (f_c), o qual mede a variação da área superficial da chapa da seguinte forma:

$$A_{esb,0} = f_c A_{Final}, \quad (3.18)$$

em que,

$$f_c > 1 \Leftrightarrow A_{esb,0} > A_{Final}, \quad (3.19)$$

$$f_c < 1 \Leftrightarrow A_{\text{esb},0} < A_{\text{Final}}, \quad (3.20)$$

sendo que a expressão (3.19) assume um aumento médio da espessura da chapa, enquanto que a expressão (3.20) corresponde a uma redução média da espessura. O objetivo será então fazer variar o valor de f_c relativamente a 1, em função do tipo de escoamento que a chapa sofre na iteração corrente i . Assim, a previsão seguinte ($i + 1$) da geometria do esboço, terá esse aspeto em conta (pelo que, $f_c^i = f(x^i)$, $x = h \vee x = L_f$).

Caso seja viável determinar o valor de f_c com base em resultados numéricos, é possível estabelecer dois algoritmos novos de previsão da geometria do esboço. Um deles deixa de recorrer à expressão (3.3), uma vez que a correção do esboço é realizada com base em:

$$A_{\text{esb},0}^{i+1} = f_c^i A_{\text{obj}}, \quad (3.21)$$

em que a A_{obj} corresponde à área do embutido desejado (função da dimensão, h_{obj} ou $L_{f,\text{obj}}$). Esta expressão é utilizada de forma individual para cada ponto k do contorno do esboço (referente a uma dada direção radial), o que resulta em valores diferentes para a área do esboço. Deste modo, para cada ponto onde é avaliado o erro é necessário converter uma área numa dimensão radial. As áreas que estavam anteriormente associadas a círculos perfeitos (no método da sensibilidade simplificada), deixam de corresponder a dimensões radiais constantes ao longo da direção circunferencial do embutido. Assim, R_0^{i+1} que corresponde ao raio e que descreve a área do esboço circular ($A_{\text{esb},0}^{i+1}$), transforma-se em ${}^k L_0^{i+1}$, passando a corresponder a um comprimento (do centro à respetiva extremidade k do esboço), que varia com o processo iterativo.

Neste trabalho utiliza-se cada área circular fictícia referente ao esboço (${}^k A_{\text{esb},0}^{i+1}$) para calcular cada comprimento (${}^k L_0^{i+1}$), cujo resultado é função do fator de correção (${}^k f_c^i$). Portanto, perde-se o carácter físico do algoritmo. Por exemplo, na Figura 3.4 o contorno complexo é definido a partir de três áreas de esboço fictícias. Este algoritmo é denominado ao longo do trabalho por *NS*.

A outra hipótese consiste em definir ${}^k L_0^{i+1}$ (obtido através do procedimento representado na Figura 3.4) como ${}^k L_{0\text{adapt}}^i$, e não o utilizar diretamente na correção geométrica do esboço, mas no cálculo da sensibilidade ${}^k s^i$. A alteração da designação justifica-se porque passa a ter a função de adaptar o valor da sensibilidade s . Proceda-se da seguinte forma:

$${}^k A_{\text{esb},0}^i = {}^k f_c^i {}^k A_{\text{Final}}^i, \quad (3.22)$$

em que, ${}^k A_{\text{esb},0}^i = \pi ({}^k L_0^i)^2$ e ${}^k A_{\text{Final}}^i = f({}^k y^i)$ com, $y = L_f \vee y = h$ em função da forma final do embutido. Daqui, coloca-se ${}^k y^i$ em evidência e deriva-se a expressão (3.22) em função de ${}^k L_0^i$, de modo a se obter o seguinte:

$${}^k S^i = \frac{\partial {}^k y^i}{\partial {}^k L_0^i}, \quad (3.23)$$

sendo que ${}^k S^i$ é agora função de ${}^k f_c^i$ e de ${}^k L_0^i$, cujo valor é desconhecido. Assim, assume-se que ${}^k L_0^i$ é igual ao valor obtido anteriormente para ${}^k L_{0,\text{adapt}}^i$ (que, como foi demonstrado, ${}^k L_{0,\text{adapt}}^i = f(A_{\text{obj}}, {}^k f_c^i)$).

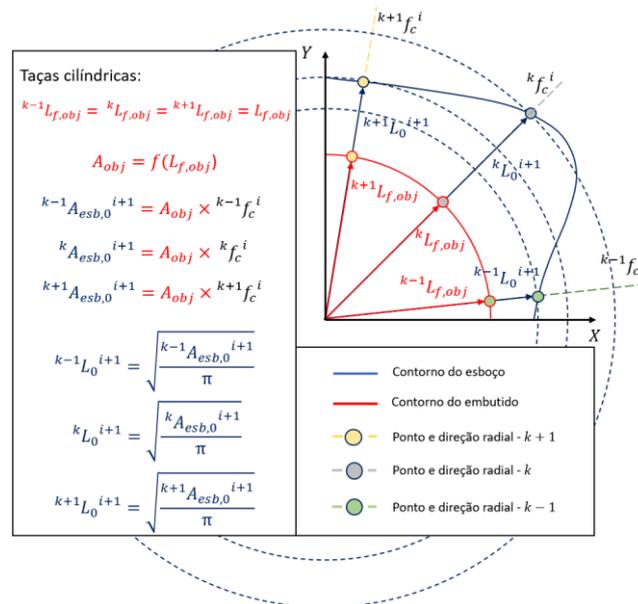


Figura 3.4. Representação esquemática do algoritmo iterativo desenvolvido que corrige diretamente o esboço, sem utilizar a expressão (3.3) e, conseqüentemente, sem o cálculo do parâmetro s .

Calculado o valor de ${}^k S^i$, aplica-se a seguinte expressão para determinar a correção iterativa à geometria do esboço:

$${}^k \mathbf{x}_{\text{esb}}^{i+1} = {}^k \mathbf{x}_{\text{esb}}^i + \frac{\Delta {}^k \mathbf{x}_{\text{erro}}^i}{{}^k S^i}. \quad (3.24)$$

Desta forma, a sensibilidade de deformação passa a ser atualizada de ponto para ponto e durante o processo iterativo. Este algoritmo será denominado por S ao longo do trabalho. O algoritmo S utiliza o procedimento que define o algoritmo NS para otimizar iterativamente o

esboço. Isto porque é a partir de ${}^k L_{0\text{adapt}}^i$ que a sensibilidade de deformação é adaptada para cada ponto do contorno, iterativamente.

Nesta fase, resta desenvolver uma estratégia de cálculo do fator de correção f_c . A estratégia adotada deve permitir descrever corretamente o escoamento em cada direção radial (comparativamente ao escoamento uniforme descrito pela conservação de área), para a simulação corrente (i). Foram desenvolvidas duas estratégias de cálculo de ${}^k f_c^i$, que são descritas nas subsecções seguintes.

3.3.1. Estratégia I

A primeira estratégia consiste numa ponderação da distribuição de espessura do embutido (\bar{e}_{Final}), de modo a calcular a razão entre esta e a espessura inicial do esboço (t_0). A distribuição de espessura de um componente cilíndrico estampado não é uniforme e varia essencialmente com a direção radial. Como tal, opta-se por dividir o componente em regiões, de modo a calcular a espessura média de cada região individual da taça j , como, e.g., a região da flange, da parede lateral, da base, etc. Cada uma destas regiões apresenta um determinado peso p , que está diretamente relacionado com a razão entre a sua área (A_j) e o somatório das áreas referentes a cada região ($\sum_{j=1}^{n_j} A_j$), que corresponde à área final da taça (A_{Final}).

O objetivo é calcular um fator de correção para cada ponto do contorno, sendo que este pode assumir uma geometria complexa. Assim, o cálculo das áreas é realizado de uma forma que não assume um carácter físico, com base no mesmo conceito adotado na Figura 3.4. A Figura 3.5 exemplifica a sua aplicação ao mesmo conjunto de pontos considerado na Figura 3.4.

O cálculo do peso de cada região j é realizado através da seguinte expressão:

$${}^k p_j^i = \frac{{}^k A_j^i}{{}^k A_{\text{Final}}^i}. \quad (3.25)$$

A aplicação de ${}^k A_{\text{Final}}^i$ em denominador resulta na condição:

$$\sum_{j=1}^{n_j} \frac{{}^k A_j^i}{{}^k A_{\text{Final}}^i} = 1. \quad (3.26)$$

Ora, como o objetivo é ter um fator de correção com um impacto acrescido no processo iterativo, verifica-se que a utilização desta expressão pode ser contraproducente. Assim, opta-se por utilizar ${}^k A_{\text{esb},0}^i$ em denominador, visto que se verifica um impacto maior, já que para:

$$\sum_{j=1}^{n_j} \frac{k A_j^i}{k A_{\text{esb},0}^i} < 1 \Leftrightarrow k A_{\text{esb},0}^i > k A_{\text{Final}}^i, \quad (3.27)$$

e,

$$\sum_{j=1}^{n_j} \frac{k A_j^i}{k A_{\text{esb},0}^i} > 1 \Leftrightarrow k A_{\text{esb},0}^i < k A_{\text{Final}}^i. \quad (3.28)$$

Além disso, $\sum_{j=1}^{n_j} k p_j^i$ passa a ser função de ${}^k h^i$ ou ${}^k L_f^i$, mas também de ${}^k L_0^i$. O cálculo da ponderação da distribuição da espessura é então realizado da seguinte forma:

$${}^k \bar{e}_j^i = \sum_{j=1}^{n_j} k \bar{e}_j^i \times \frac{k A_j^i}{k A_{\text{esb},0}^i}, \quad (3.29)$$

sendo que ${}^k \bar{e}_j^i$ corresponde à distribuição radial média da espessura numa região j .

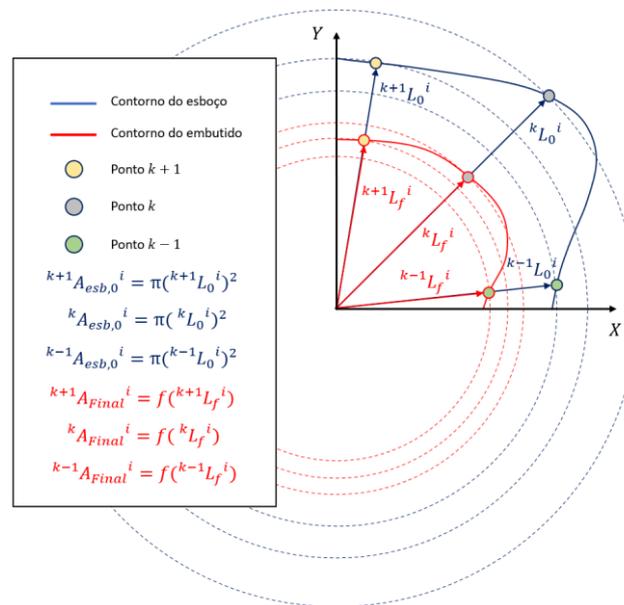


Figura 3.5. Exemplo de esquema representativo do método de cálculo de áreas circulares fictícias quando surgem contornos complexos de esboço ou de embutido, sendo que os contornos a tracejado delimitam as áreas associadas às respectivas dimensões radiais.

A Figura 3.6 apresenta um exemplo de distribuição de espessura numa taça cilíndrica (com flange) e respetiva divisão em regiões. Neste exemplo, consideram-se as seguintes regiões ao longo da direção radial: a base circular da taça ($j = 1$), a toróide externa referente ao raio de curvatura do punção ($j = 2$), a parede lateral da taça ($j = 3$), a toróide interna referente ao raio de curvatura da matriz ($j = 4$) e a flange ($j = 5$). No caso de se tratar de uma taça cilíndrica sem flange consideram-se apenas as três primeiras regiões.

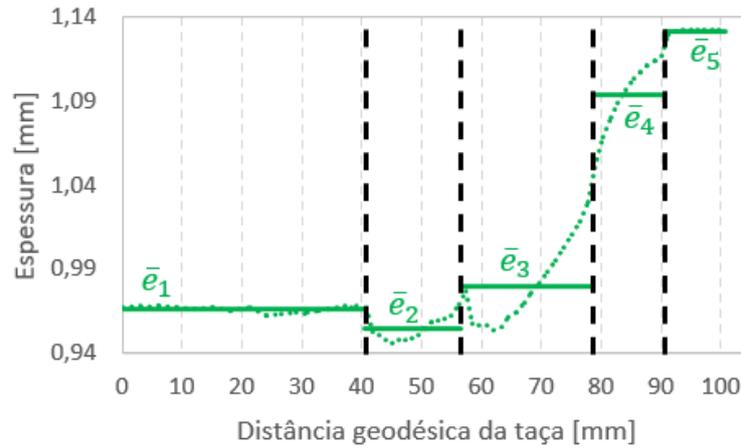


Figura 3.6. Espessura média por região j de uma taça cilíndrica com flange, com cinco regiões.

De notar que praticamente todas as j áreas se mantêm constantes durante o processo iterativo, independentemente do ponto k . A área do embutido é função das secções de contacto com as ferramentas e apenas a área referente à região que contém o contorno deformado ($A_{cil,p}$ ou A_f , isto é, quando $j = n_j$) é atualizada em função dos resultados da simulação numérica corrente (isto é, em função de ${}^k h^i$ ou ${}^k L_f^i$).

Por último, é calculada a razão entre ambos os valores de espessura de modo a se obter o valor de f_c :

$${}^k f_c^i = \frac{{}^k \bar{e}_{Final}^i}{t_0} \quad (3.30)$$

sendo que t_0 não varia em cada iteração, nem no plano da chapa.

3.3.2. Estratégia II

A segunda estratégia consiste numa adaptação do algoritmo utilizado em (Marques, 2014). A ideia base consiste em transformar a variável ${}^\alpha L^i$, que corresponde à distância geodésica, numa variável referente à área (${}^\alpha A^i$), obtendo-se a seguinte expressão para a área fictícia do esboço modificado na iteração seguinte:

$${}^\alpha A_{esb}^{i+1} = {}^\alpha A_{obj}^i \frac{{}^\alpha A_{esb}^i}{{}^\alpha A_{Final}^i}. \quad (3.31)$$

Todas estas áreas são fictícias, porque mais uma vez são calculadas de acordo com uma dimensão radial, do esboço ou do embutido, numa direção α em relação a DL (como se mostra nas Figura 3.4 e Figura 3.5).

A equação resultante da conservação de áreas ($y = f(R_0), y = h \vee y = L_f$) para a conformação de uma taça cilíndrica é uma aproximação polinomial de segundo grau (Neto et al., 2020). Isto leva a crer que a aplicação da expressão (3.31) poderá resultar numa melhoria do processo iterativo. Deste modo, mais depressa a razão entre as áreas (A) referente à previsão é equivalente à corrente, do que a razão entre comprimentos (L), no caso de componentes axi-simétricos.

Existem algumas semelhanças entre as expressões (3.31) e (3.21). Considera-se, deste modo, ${}^{\alpha}A_{\text{esb}}^{i+1}$ equivalente a ${}^kA_{\text{esb},0}^{i+1}$ e ${}^{\alpha}A_{\text{obj}}^i$ equivalente a A_{obj} de modo que, ${}^k f_c^i$ é calculado como sendo uma razão entre as áreas, inicial do esboço e final do embutido, na iteração corrente, ou seja:

$${}^k f_c^i = \frac{{}^k A_{\text{esb},0}^i}{{}^k A_{\text{Final}}^i} \quad (3.32)$$

4. Aplicação e análise dos algoritmos

De modo a realizar uma comparação entre os algoritmos propostos, selecionaram-se dois exemplos de conformação de uma taça cilíndrica. Num caso existe flange sem qualquer estiramento da chapa, enquanto que no outro caso não existe flange, mas existe estiramento. Assim, é possível avaliar o comportamento dos algoritmos propostos para diferentes modos de deformação a que as chapas são sujeitas.

Os algoritmos propostos com base na não conservação da área são divididos em: o que utiliza o cálculo da sensibilidade s no processo iterativo da geometria do esboço (algoritmo S) e o que não usa o cálculo da mesma variável (algoritmo NS). Cada um destes algoritmos pode ser combinado com as duas estratégias de cálculo do fator de correção $^k f_c^i$, apresentadas anteriormente (I e II). Serão assim analisados cinco algoritmos que são denominados da seguinte forma: B (algoritmo base ou método da sensibilidade simplificada); NS_I ; NS_{II} ; S_I ; S_{II} .

Os desenvolvimentos propostos ao algoritmo base assentam na não conservação da área. Isso quer dizer que a melhoria na velocidade de convergência, que se espera obter com este preciso desenvolvimento, será tão mais evidente quanto maior for a desigualdade de áreas, inicial *versus* final. Adicionalmente, a previsão da geometria do esboço é dificultada com o aumento da complexidade do componente (sendo que são estudados apenas componentes cilíndricos), da anisotropia da chapa e da ocorrência de estiramento (principal responsável pela desigualdade de áreas). Deste modo, serão esses os cenários que se tentará utilizar na análise dos algoritmos. A análise da velocidade de convergência é realizada assumindo que o algoritmo converge quando o erro geométrico global é inferior 0,5 mm.

4.1. Exemplo A: taça com flange

Este exemplo de conformação foi proposto na conferência Numisheet'02 e utilizado em (Neto et al., 2020) e (Morgado, 2016) para estudar a otimização do esboço. Resume-se a um único estágio de estampagem, para obter um embutido com um comprimento de flange uniforme de 20 mm. A solução inicial do esboço circular utilizada é de 100 mm de raio, de modo a tornar a comparação da velocidade de convergência dos algoritmos mais evidente.

Esta solução inicial corresponde a um valor maior do que o que seria obtido com o método analítico (valor apresentado na Secção 4.1.1).

A geometria das ferramentas utilizadas e respectivas dimensões estão representadas esquematicamente na Figura 4.1. Devido às condições de simetria, geométrica e de carga, apenas um quarto do modelo é simulado. A geometria dos esboços é discretizada de modo a que a malha, dentro dos possíveis, apresente uma região de contacto com a base do punção, não estruturada, constituída por elementos com cerca de 3 mm de comprimento na direção radial. A restante área é discretizada de modo a apresentar elementos estruturados com cerca de 1 mm de comprimento na direção radial e uma dimensão na direção circunferencial que assegure ~100 elementos nessa direção (para cada ¼ do esboço). Na direção da espessura da chapa, assumiram-se duas camadas de elementos finitos. O deslocamento do punção (s_p) é de 40 mm e o cerra-chapas impõe uma força constante de 70 kN (17,5 kN para ¼ do modelo), sendo que o contacto com atrito é descrito pela lei de Coulomb, com um coeficiente de atrito (μ) constante, de 0,0426.

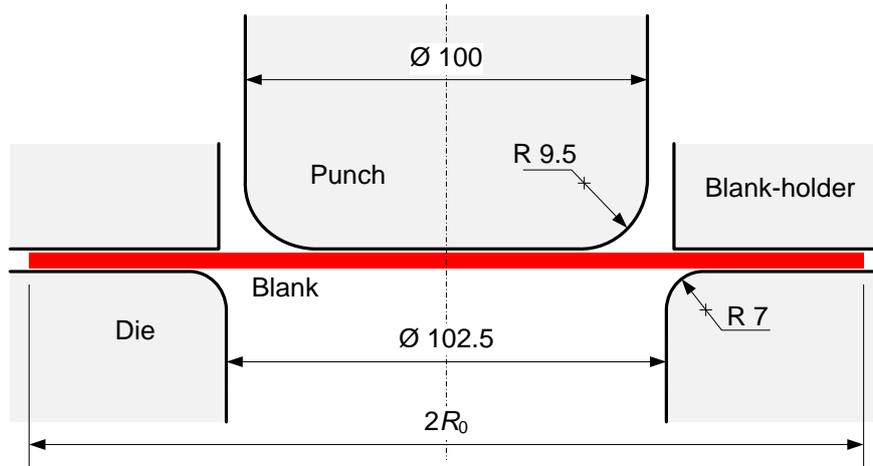


Figura 4.1. Esquema do processo de estampagem de uma taça cilíndrica proposto na conferência Numisheet'02 (dimensões em milímetros) (Neto et al., 2020).

A chapa de aço macio tem 1 mm de espessura (t_0). O modelo constitutivo que descreve o comportamento mecânico do material é assumido como elastoplástico, isotrópico no regime elástico (Módulo de Young de 221,37 GPa e um coeficiente de Poisson de 0,30) e anisotrópico no regime plástico. A lei do encruamento é modelada a partir da lei de Swift:

$$Y = K(\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon}^p)^n, \quad \varepsilon_0 = \left(\frac{Y_0}{K}\right)^{1/n}, \quad (4.1)$$

sendo que Y e $\bar{\varepsilon}^p$ correspondem, respetivamente, à tensão de escoamento e à deformação plástica equivalente. Os parâmetros do material referentes a esta lei (Y_0 , K e n) são apresentados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1. Parâmetros da lei de Swift e do critério de plasticidade de Hill'48 para o aço macio, proposto no exemplo de conformação A.

Lei de Swift			Critério de plasticidade de Hill'48					
Y_0 [MPa]	K [MPa]	n	F	G	H	$L = M$	N	
157,7	544,27	0,2701	0,4	0,4	0,6	1,5	1,2	Aniso 1
			0,5	0,5	0,5	1,5	2	Aniso 2

O critério de plasticidade utilizado é o critério de Hill'48 expresso da seguinte maneira:

$$F(\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + G(\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + H(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{zx}^2 + 2N\tau_{xy}^2 = Y^2 \quad (4.2)$$

em que σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zz} , τ_{yz} , τ_{zx} e τ_{xy} são componentes do tensor de tensões de Cauchy e F , G , H , L , M e N são os parâmetros de anisotropia. Para avaliar a influência da anisotropia na velocidade de convergência, são considerados dois conjuntos de parâmetros distintos (Aniso 1 e Aniso 2), como se mostra na Tabela 4.1. É importante referir que as duas anisotropias correspondem à mesma distribuição do coeficiente de anisotropia no plano da chapa, mas com um desfasamento de 45° , como se pode observar na Figura 4.2. Ainda assim com este desfasamento, para além de se realizar uma análise comparativa entre algoritmos, analisa-se a sua eficácia em função de comportamentos mecânicos do material diferentes.

Como as chapas são anisotrópicas, consideram-se sete pontos k ($n = 7$) uniformemente espaçados ao longo do contorno dos esboços, para efetuar o cálculo do erro geométrico na direção radial (neste caso, dos 0° aos 90° da DL, em intervalos de 15°).

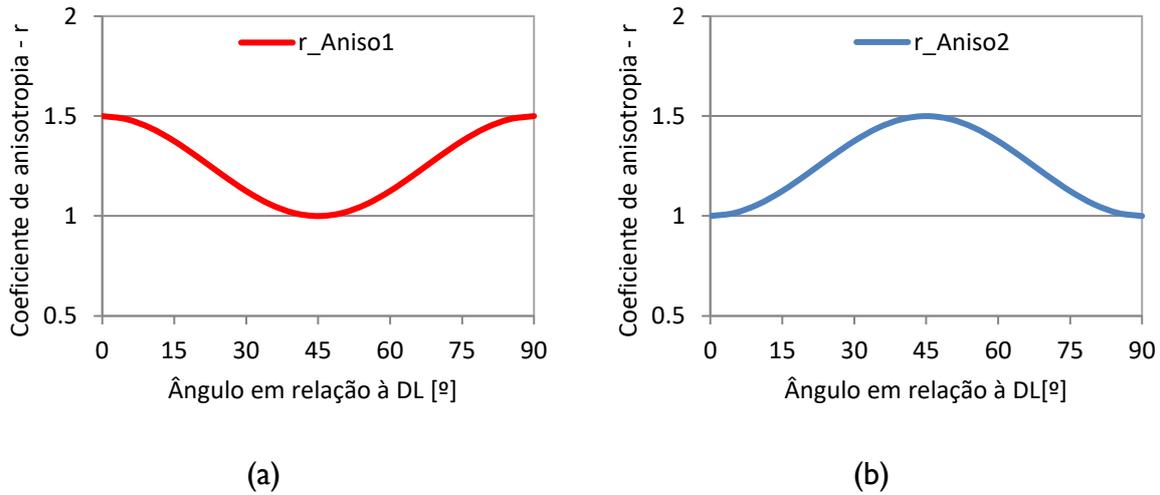


Figura 4.2. Coeficiente de anisotropia em função do ângulo no plano: (a) Aniso 1; (b) Aniso 2.

Este é um exemplo relativamente simples e que envolve deformações que à partida não são suficientemente elevadas para se verificar uma desigualdade significativa nas áreas superficiais. Porém, a análise inicial dos algoritmos e das estratégias permite retirar alguma informação importante acerca da convergência e fiabilidade numérica, com um custo computacional reduzido.

4.1.1. Algoritmo B

O cálculo da sensibilidade s é realizado a partir do pressuposto de conservação de volume através da imposição de não variação da espessura durante o processo de estampagem. Tendo como ponto de partida a expressão (3.7), para este exemplo (com flange), o comprimento da flange é dado em função da dimensão do esboço através de:

$$L_f = -\left(\frac{d_m}{2} + r_m\right) + \sqrt{R_0^2 + \left(\frac{d_m}{2} + r_m\right)^2 - \frac{A_{cir,p}}{\pi} - \frac{A_{tor,p}}{2\pi} - \frac{A_{cil,pl}}{\pi} - \frac{A_{tor,m}}{2\pi}} \quad (4.3)$$

De acordo com a definição dada na expressão (3.6) e tendo em conta a expressão (4.3), valor da sensibilidade é dado por:

$$s = \frac{R_0}{\sqrt{R_0^2 + \left(\frac{d_m}{2} + r_m\right)^2 - \frac{A_{cir,p}}{\pi} - \frac{A_{tor,p}}{2\pi} - \frac{A_{cil,pl}}{\pi} - \frac{A_{tor,m}}{2\pi}}} \quad (4.4)$$

sendo que o R_0 utilizado resulta da expressão (4.3), com L_f de 20 mm, isto é, o comprimento de flange objetivo ($L_{f,obj}$). Este R_0 é assumido como ponto de partida pelo método analítico, que antecede o processo iterativo, e é igual a 96,854 mm. Segue-se a aplicação iterativa da

expressão (3.3), para cada um dos sete pontos considerados no contorno do esboço. No entanto, como foi referido anteriormente, foi considerado um R_0 de 100 mm, por questões de análise comparativa de convergência.

4.1.2. Algoritmo NS

Este algoritmo resume-se ao cálculo descrito pela Figura 3.4, especificamente para este exemplo:

$${}^k L_0^{i+1} = \sqrt{\left(\frac{A_{\text{cir,p}}}{\pi} + \frac{A_{\text{tor,p}}}{2\pi} + \frac{A_{\text{cil,pl}}}{\pi} + \frac{A_{\text{tor,m}}}{2\pi} + \left(\left(L_{f,\text{obj}} + \left(\frac{d_m}{2} + r_m \right) \right)^2 - \left(\frac{d_m}{2} + r_m \right)^2 \right) \right)} \times {}^k f_c^i, \quad (4.5)$$

sendo que ${}^k f_c^i$ pode ser calculado de acordo com a estratégia I ou II. No final obtêm-se os valores de ${}^k L_0^{i+1}$ que correspondem aos comprimentos, desde o centro do esboço até aos respetivos pontos k , do esboço para a iteração seguinte.

4.1.3. Algoritmo S

Este algoritmo resume-se, especificamente para este exemplo, ao seguinte desenvolvimento da expressão (3.22):

$${}^k L_f^i = - \left(\frac{d_m}{2} + r_m \right) + \sqrt{\frac{({}^k L_0^i)^2}{({}^k f_c^i)^2} + \left(\frac{d_m}{2} + r_m \right)^2 - \frac{A_{\text{cir,p}}}{\pi} - \frac{A_{\text{tor,p}}}{2\pi} - \frac{A_{\text{cil,pl}}}{\pi} - \frac{A_{\text{tor,m}}}{2\pi}}, \quad (4.6)$$

De acordo com a definição dada na expressão (3.23) e tendo em conta a expressão (4.6), o valor da sensibilidade ${}^k s^i$ é dado por:

$${}^k s^i = \frac{{}^k L_0^i}{{}^k f_c^i \sqrt{\frac{({}^k L_0^i)^2}{({}^k f_c^i)^2} + \left(\frac{d_m}{2} + r_m \right)^2 - \frac{A_{\text{cir,p}}}{\pi} - \frac{A_{\text{tor,p}}}{2\pi} - \frac{A_{\text{cil,pl}}}{\pi} - \frac{A_{\text{tor,m}}}{2\pi}}}, \quad (4.7)$$

sendo que ${}^k f_c^i$ pode ser calculado de acordo com a estratégia I ou II. ${}^k L_0^i$ é substituído por ${}^k L_{0,\text{adapt}}^i$, que corresponde ao valor obtido na expressão (4.5). Uma vez obtidos os n valores de ${}^k s^i$, aplica-se a expressão (3.24), a cada um dos sete pontos considerados.

4.1.4. Cálculo do fator de correção

4.1.4.1. Estratégia I

Nesta estratégia, o fator de correção é definido pela razão entre a espessura final e inicial (esboço). Assim, a determinação de f_c envolve o cálculo da ponderação média da distribuição de espessura do embutido, da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} k_{\bar{e}_{\text{Final}}}^i &= k_{\bar{e}_{\text{cir,p}}}^i \frac{A_{\text{cir,p}}}{k_{A_{\text{esb}}}} + k_{\bar{e}_{\text{tor,p}}}^i \frac{A_{\text{tor,p}}}{k_{A_{\text{esb}}}} + k_{\bar{e}_{\text{cil,pl}}}^i \frac{A_{\text{cil,pl}}}{k_{A_{\text{esb}}}} \\ &+ k_{\bar{e}_{\text{tor,m}}}^i \frac{A_{\text{tor,m}}}{k_{A_{\text{esb}}}} + k_{\bar{e}_f}^i \frac{k_{A_f}^i}{k_{A_{\text{esb}}}}, \end{aligned} \quad (4.8)$$

em que,

$$k_{A_f}^i = \pi \left(\left(k_{L_f}^i + \left(\frac{d_m}{2} + r_m \right) \right)^2 - \left(\frac{d_m}{2} + r_m \right)^2 \right) \quad (4.9)$$

$$k_{A_{\text{esb}}}^i = \pi (k_{L_0}^i)^2, \quad (4.10)$$

e, por sua vez,

$$k_{f_{c,I}}^i = \frac{k_{\bar{e}_{\text{Final}}}^i}{t_0}. \quad (4.11)$$

4.1.4.2. Estratégia II

De acordo com esta estratégia, o fator de correção é definido pela razão entre a área superficial do esboço e área do embutido. Assim, o cálculo de f_c resume-se a:

$$k_{f_{c,II}}^i = \frac{k_{A_{\text{esb}}}^i}{k_{A_{\text{Final}}}^i} = \frac{k_{A_{\text{esb}}}^i}{A_{\text{cir,p}} + A_{\text{tor,p}} + A_{\text{cil,pl}} + A_{\text{tor,m}} + k_{A_f}^i}, \quad (4.12)$$

em que $k_{A_f}^i$ e $k_{A_{\text{esb}}}^i$ correspondem novamente às expressões (4.9) e (4.10), respetivamente, sendo, portanto, função de $k_{L_f}^i$ e $k_{L_0}^i$

4.1.5. Resultados e discussão

4.1.5.1. Algoritmo B

A Figura 4.3 apresenta o comportamento do algoritmo iterativo base (*B*) para o caso Aniso I. A geometria do esboço é apresentada na Figura 4.3 (a) para três soluções diferentes. O resultado em termos de comprimento da flange é apresentado na Figura 4.3 (b) ao longo do processo iterativo. A Figura 4.4 apresenta o comportamento do algoritmo *B* para o caso

Aniso 2. Independentemente do tipo de anisotropia estudado neste exemplo, é possível atingir o objetivo em duas iterações ($\Delta e_{B, \text{Aniso } 1}^{i=2} = 0,109$ mm; $\Delta e_{B, \text{Aniso } 2}^{i=2} = 0,147$ mm), i.e. o comportamento do algoritmo e os resultados são idênticos.

Os resultados numéricos da solução inicial (esboço circular), no caso Aniso 1, apresentam um comprimento de flange superior a 0° e 90° da DL. No caso Aniso 2, verifica-se um comprimento de flange superior a 45° da DL. Isto deve-se ao facto de, no primeiro caso a anisotropia planar ser positiva ($\Delta r = 0,5$) e no segundo caso ser negativa ($\Delta r = -0,5$). Dada essa oscilação geométrica na periferia da taça, as correções iterativas no esboço são aplicadas no sentido de contrariar essa mesma oscilação. A correção é realizada de acordo com o erro geométrico e com a sensibilidade de deformação associada ao escoamento.

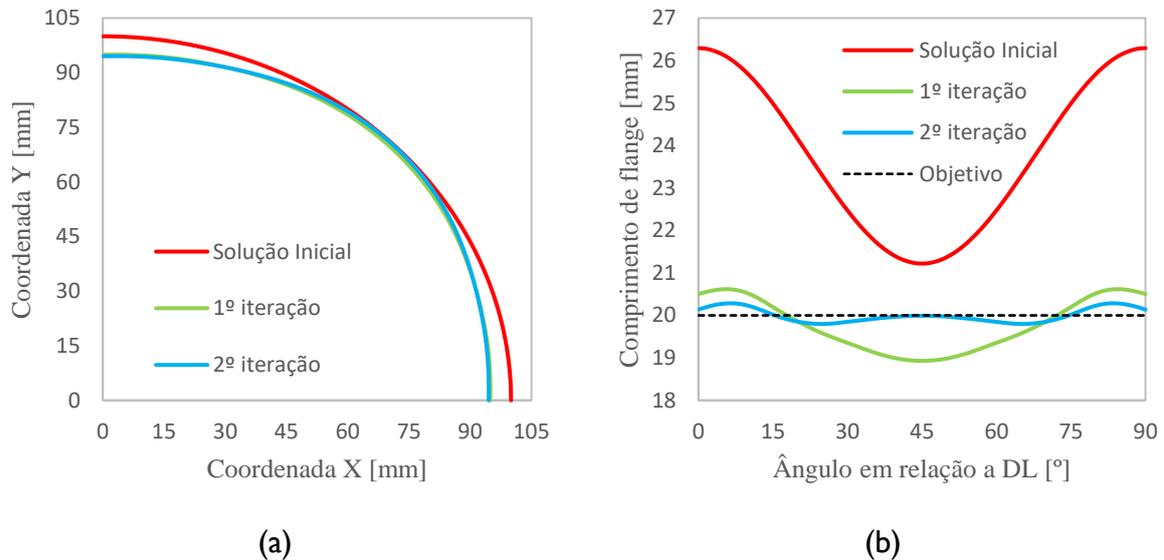


Figura 4.3. Processo iterativo resultante da aplicação do algoritmo iterativo base (B) para a anisotropia plástica, Aniso 1: (a) evolução da dimensão inicial do esboço; (b) evolução do comprimento de flange obtido.

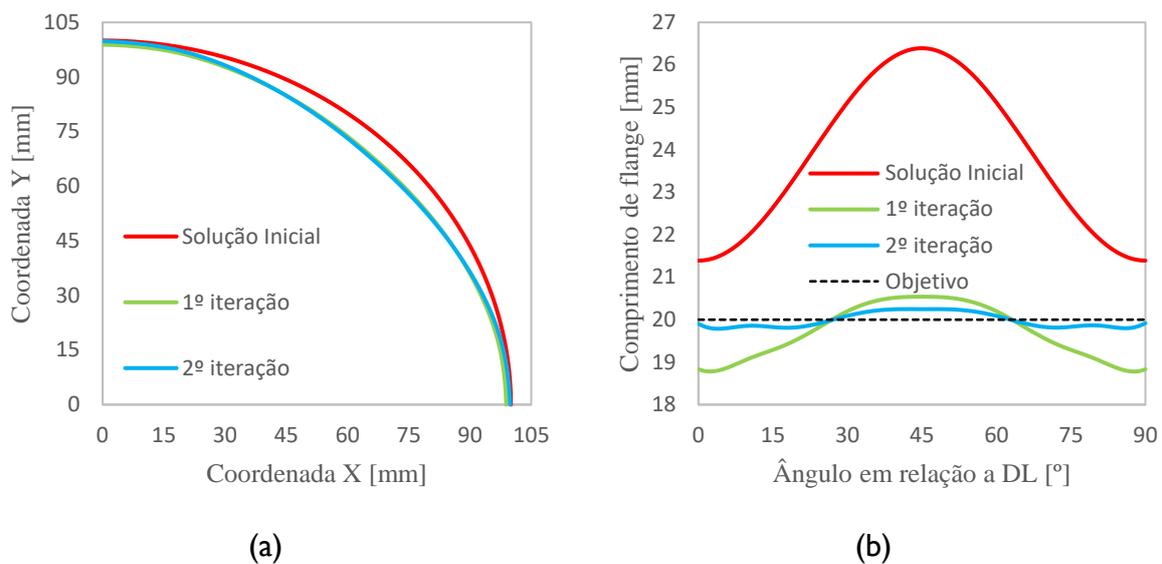


Figura 4.4. Processo iterativo resultante da aplicação do algoritmo iterativo base (B) para a anisotropia plástica, Aniso 2: (a) evolução da dimensão inicial do esboço; (b) evolução do comprimento de flange obtido.

A Figura 4.3 (b) e a Figura 4.4 (b) permitem observar uma peculiaridade na correção iterativa efetuada entre a solução inicial e a primeira iteração. O ponto onde o erro geométrico é menor na solução inicial ($i = 0$) é diferente do ponto com menor erro na iteração seguinte. Seria espetável que o menor erro geométrico surgisse no mesmo ponto, visto que o comprimento do embutido (${}^k L_f^0$ ou ${}^k h^0$) encontrara-se inicialmente mais próximo do objetivo. Porém, não é isso que sucede em ambos os casos de anisotropia, nomeadamente a 45° com DL, no caso Aniso I, e a 0° e 90° com DL, no caso Aniso 2. Surge então a questão de perceber se este resultado é consequência da anisotropia ou da solução inicial considerada (neste caso, $R_0 = 100$ mm).

O pressuposto da conservação da área superficial da chapa está tão mais próximo da realidade quanto maior for o coeficiente de anisotropia, i.e. quanto menor for a deformação na direção da espessura (Morgado, 2016). Como o algoritmo é aplicado de forma individual a cada um dos n pontos, pode-se concluir que existe uma relação entre o valor de r , referente a cada direção radial, e a evolução do erro geométrico para essa direção. No caso Aniso I, a evolução do erro geométrico é mais lenta para 45° com DL, na primeira iteração, e o coeficiente de anisotropia é inferior nessa direção. Isto constata-se por observação da Figura 4.2 (em que, $r_{45^\circ} < r_{0^\circ} = r_{90^\circ}$).

A Figura 4.5 apresenta a evolução do erro global durante o processo iterativo, comparando as duas anisotropias. Verifica-se uma velocidade de convergência inferior no caso Aniso 2 comparativamente a Aniso 1, com o algoritmo *B*.

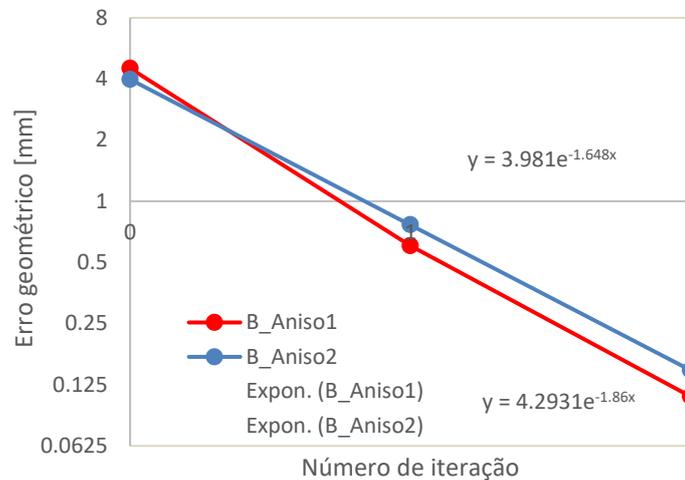


Figura 4.5. Velocidade de convergência do algoritmo base aplicado na otimização de chapas com anisotropias diferentes (Aniso 1 e Aniso 2).

Nos dois casos considerados, o coeficiente de anisotropia está compreendido sempre entre 1 e 1,5, como se mostra na Figura 4.2. No entanto, no caso Aniso 1 o algoritmo *B* é aplicado individualmente a dois pontos (0° e 90° com DL), cujo r é igual a 1,5. No caso Aniso 2, é aplicado apenas a um ponto (45° com DL), cujo r é igual a 1,5. Assim, o erro global (definido na expressão (3.2)) pode estar a ser calculado de forma falaciosa, porque é atribuído o mesmo peso a todos os pontos (considerando $\frac{1}{4}$ do esboço). No entanto, tendo em conta que o algoritmo é aplicado de forma individual a cada direção, esta é uma forma simples de analisar a convergência. Para além disso, a diferença na velocidade de convergência para os dois casos de anisotropia (Aniso 1 e Aniso 2) é insignificante.

A Figura 4.6 e a Figura 4.7 apresentam os comprimentos de flange obtidos a partir de um conjunto de quatro soluções iniciais de esboços (circulares) diferentes, para o caso Aniso 1 e Aniso 2, respetivamente. A solução obtida com a dimensão inicial do esboço é apresentada na Figura 4.6 (a) e os resultados obtidos após uma iteração são apresentados na Figura 4.6 (b). Esta análise é realizada para analisar o impacto da solução inicial na velocidade de convergência do algoritmo *B*.

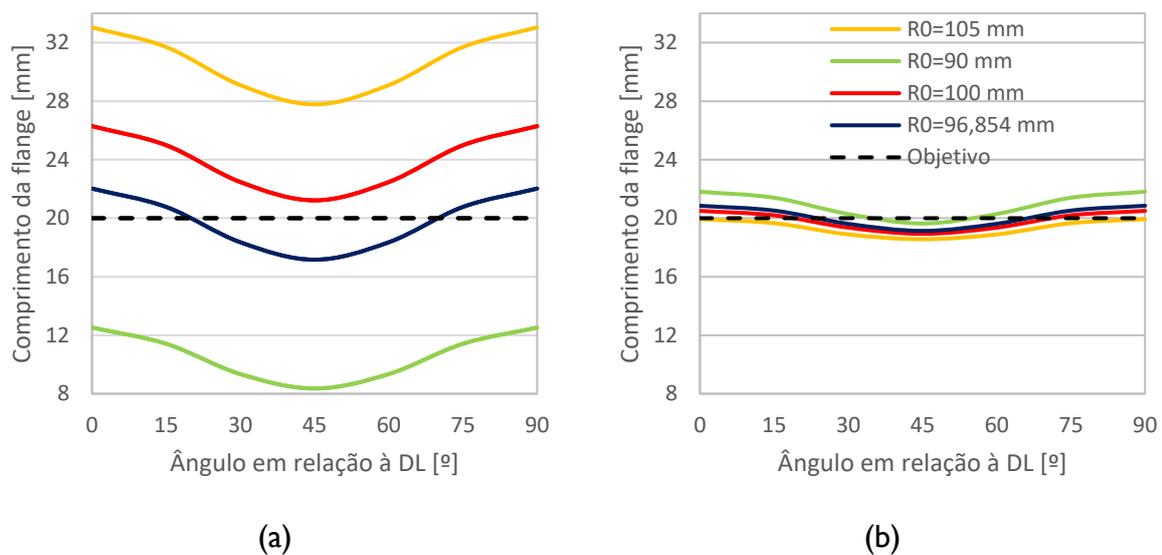


Figura 4.6. Comprimento da flange em função da posição angular, para Aniso I: (a) resultante de quatro soluções iniciais diferentes do esboço; (b) após uma iteração de otimização do esboço.

A sensibilidade s é calculada de acordo com o pressuposto assumido pelo método analítico. Como tal, soluções iniciais distintas da calculada com esse pressuposto apresentam uma sensibilidade de deformação tão mais díspar quanto maior a diferença (devido à alteração das condições de contacto com a dimensão do esboço – ver Figura 2.8). Para este exemplo de conformação, verifica-se que o pressuposto de conservação da área não é muito erróneo. Deste modo, as correções geométricas (nas soluções iniciais que se afastam mais do pressuposto) acabam por ser exageradas ou insuficientes, uma vez que lhes é aplicado o mesmo valor de s (ver o que acontece de (a) para (b), nas Figura 4.6 e Figura 4.7, nomeadamente para os esboços com maior e menor diâmetro de solução inicial). O algoritmo B não permite uma atualização e/ou adaptação do valor da sensibilidade de deformação analítico.

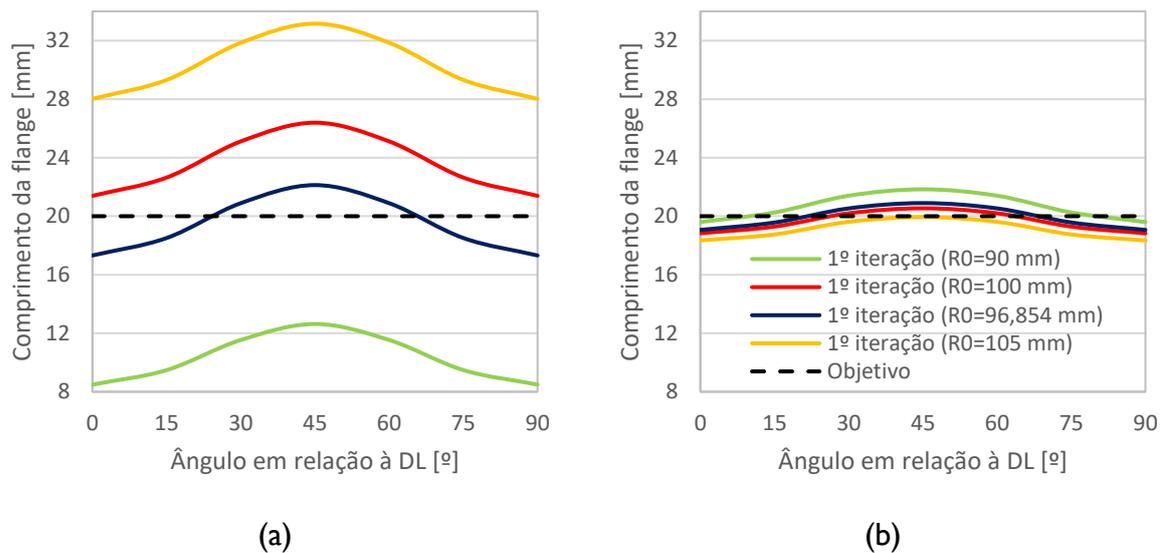


Figura 4.7. Comprimento da flange em função da posição angular, para Aniso 2: (a) resultante de quatro soluções iniciais diferentes do esboço; (b) após uma iteração de otimização.

A Figura 4.8 apresenta a evolução do erro geométrico global para a primeira iteração, para as várias soluções iniciais analisadas, comparando os dois casos de anisotropia. De modo geral, no final da primeira iteração, o erro geométrico global é muito idêntico, com pequenas diferenças que surgem devido à incapacidade de adaptação da sensibilidade.

No caso extremo de uma conformação que inclua reduções elevadas de espessura por estiramento (como acontece no fabrico de latas de refrigerante), a sensibilidade s deixa de descrever o escoamento corretamente, uma vez que a conservação da área não é cumprida. A Figura 4.9 apresenta de forma esquemática uma situação onde existe uma redução acentuada da espessura do embutido e conseqüentemente uma área superficial bastante superior no final. Assim, como a solução inicial está mais afastada da solução ótima, a convergência será inevitavelmente mais lenta nestes casos.

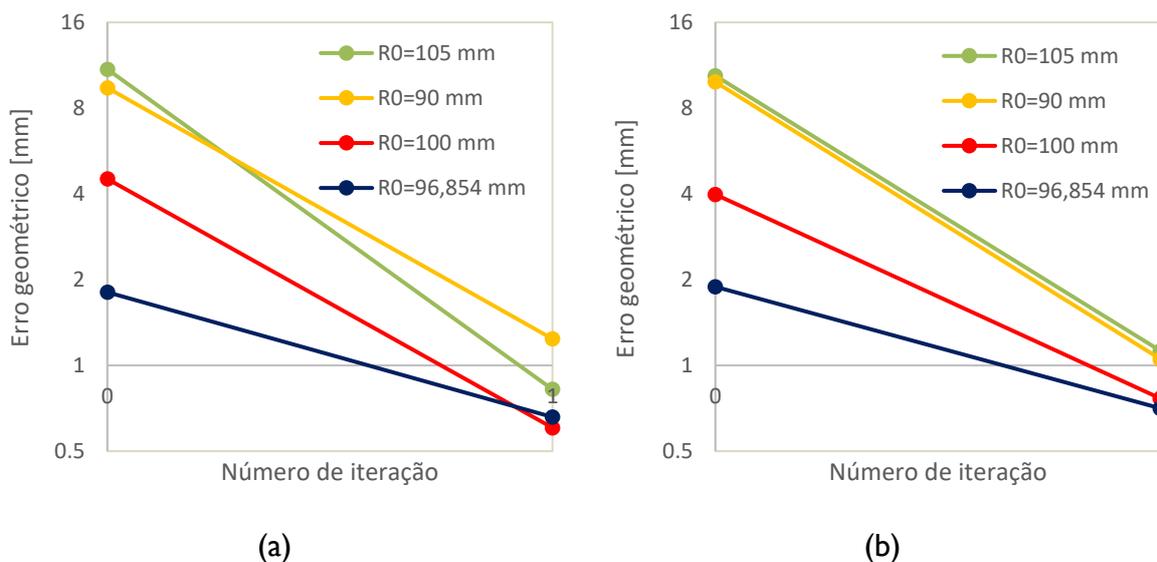


Figura 4.8. Convergência do algoritmo B resultante de quatro soluções iniciais ($R_0 = 90$ mm; $R_0 = 96,854$ mm (método direto); $R_0 = 100$ mm; $R_0 = 105$ mm): (a) Aniso 1; (b) Aniso 2.

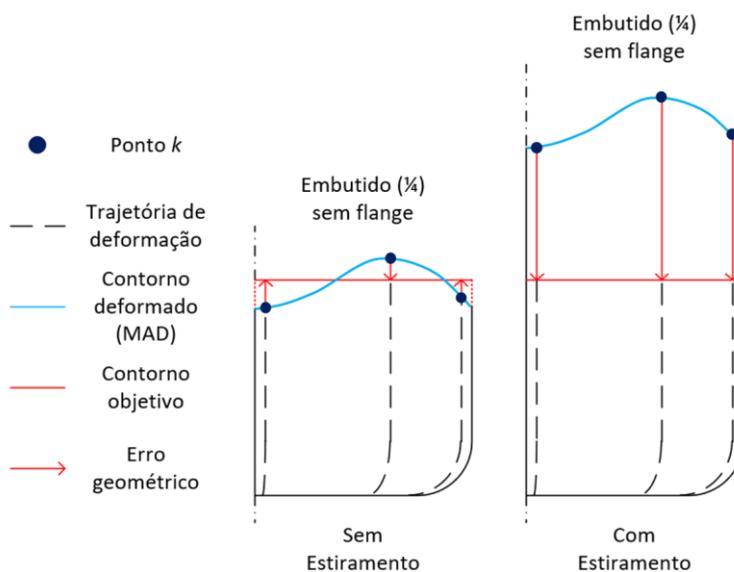


Figura 4.9. Diferença de precisão nos contornos deformados resultantes de soluções iniciais calculadas pelo método analítico ($A_{esb} = A_{Final}$), entre exemplos de conformação, com e sem estágio(s) de estiramento.

4.1.5.2. Algoritmo NS

A Figura 4.10 (para o algoritmo NS_I) e a Figura 4.11 (para o algoritmo NS_{II}) apresentam a evolução da geometria do esboço no processo iterativo e consequentes comprimentos de flange, em função da posição angular (para o caso Aniso I).

A estratégia I converge para uma solução diferente do objetivo e origina um embutido com uma gama dimensional de comprimentos de flange superior à que se obtinha com o esboço circular, como mostra a Figura 4.10. A estratégia II converge para a solução objetivo,

com um comprimento de flange uniforme, em relação à posição angular, ao fim de duas iterações.

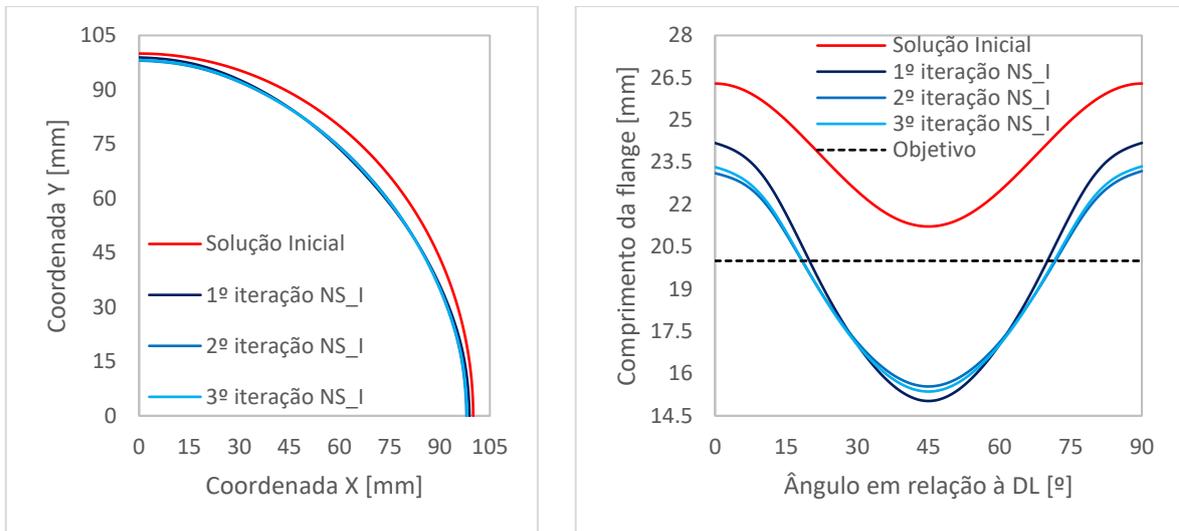


Figura 4.10. Processo iterativo resultante da aplicação do algoritmo iterativo NS_I : (a) evolução da dimensão inicial do esboço; (b) evolução do comprimento de flange obtido.

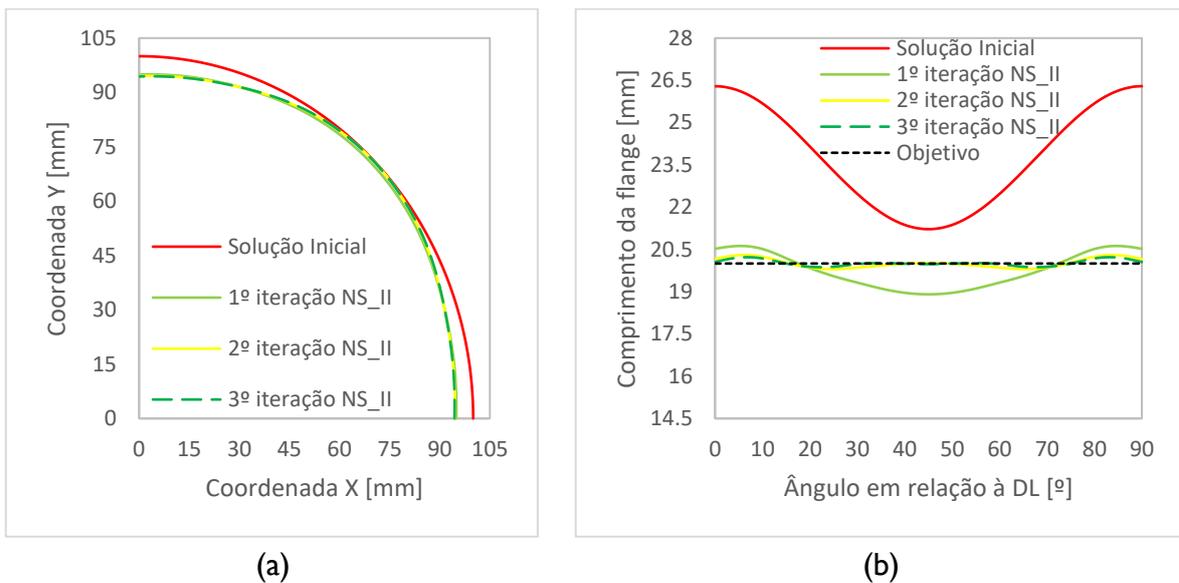


Figura 4.11. Processo iterativo resultante da aplicação do algoritmo iterativo NS_{II} : (a) evolução da dimensão inicial do esboço; (b) evolução do comprimento de flange obtido.

A Figura 4.12 compara a velocidade de convergência dos vários algoritmos. A avaliação da velocidade de convergência é, neste caso, efetuada com o coeficiente λ , que corresponde ao expoente na função exponencial, que descreve a evolução do erro geométrico global. A estratégia *II*, ao contrário da *I*, conduz a resultados com o algoritmo *NS* idênticos ao algoritmo *B*. As soluções obtidas estão fortemente relacionadas com o fator de correção k_{fc}^i , o qual é diferente nas duas estratégias, *I* e *II*, pois é ele que define matematicamente o

processo iterativo do algoritmo *NS*. A Figura 4.13 apresenta a evolução do fator de correção ao longo do processo iterativo (Figura 4.13 (a)) e o impacto que tem nas respetivas previsões geométricas do esboço (Figura 4.13 (b)).

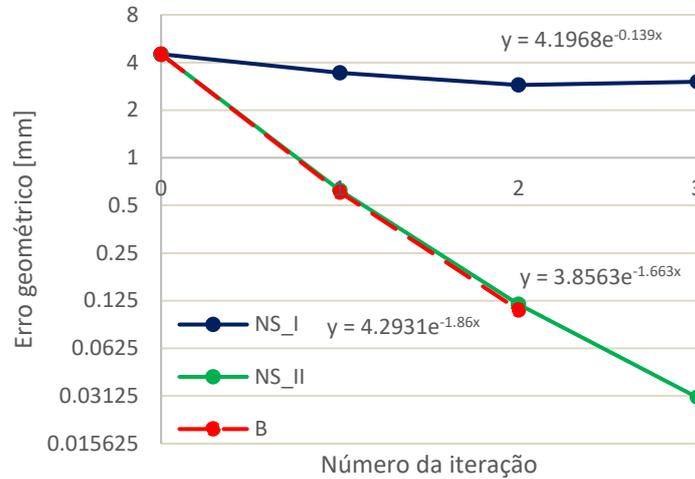


Figura 4.12. Evolução do erro geométrico global ao longo do processo iterativo, resultante da aplicação dos algoritmos iterativos *NS_I* e *NS_{II}* e *B*.

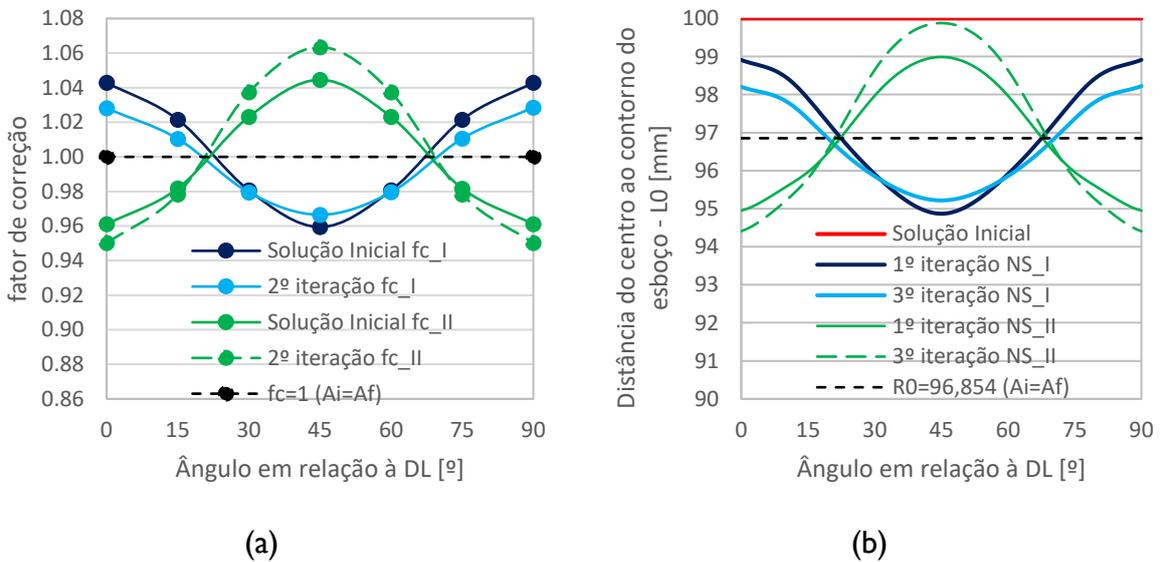


Figura 4.13. Impacto do fator de correção na previsão geométrica do esboço: (a) evolução do fator de correção ${}^k f_c^i$ no processo iterativo; (b) previsão geométrica do esboço referente à iteração seguinte (${}^k L_0^{i+1}$), com base em ${}^k f_c^i$.

Observa-se uma proporcionalidade inversa entre os fatores de correção *I* e *II* (na Figura 4.13 (a)) referentes aos resultados da solução inicial, isto é:

$${}^k f_{c,I}^{i=0} \approx \frac{1}{{}^k f_{c,II}^{i=0}}. \quad (4.13)$$

Esta relação quer dizer que quando uma estratégia descrever um escoamento que assume o aumento médio da espessura (como é demonstrado em (3.19)), a outra estará a descrever uma redução média da espessura (como é demonstrado em (3.20)). De facto, na expressão (3.29) a área do esboço (${}^k A_{\text{esb},0}{}^i$) surge em denominador e em (3.32) surge no numerador, o que justifica o comportamento inverso entre as duas. O conjunto destes fatores faz com que se verifiquem diferentes previsões geométricas do esboço (na Figura 4.13 (b)), que conduz a uma previsão incorreta no caso da estratégia *I*.

A estratégia *I* baseia-se na distribuição da espessura, o que dificulta a convergência porque esta não se altera consideravelmente ao longo do processo iterativo (com as diferentes dimensões do esboço) e é bastante difícil de obter para diferentes casos. Além disso, nos casos em que ocorra o estiramento da parede lateral, toda essa região da taça apresenta uma distribuição de espessura uniforme. Assim, será ainda mais difícil atribuir fatores de correção diferentes para os vários pontos do contorno, o que conduziria a previsões geométricas de esboços aproximadamente circulares. Por este conjunto de razões a estratégia *I* não é viável, pelo que não será considerada daqui em diante.

A estratégia *II* define o fator de correção com base na razão entre as áreas fictícias obtidas para cada dimensão radial, obtida com os resultados da iteração corrente (ver Figura 3.4). Assim, tal como no algoritmo *B*, transfere a sensibilidade da deformação para o cálculo da iteração seguinte. A vantagem do algoritmo NS_{II} em relação ao *B* é a atualização da razão entre as áreas, em cada iteração, para cada direção radial. Porém, o método de cálculo desta razão apresenta erros provenientes da aproximação que é considerada no cálculo das áreas fictícias (Figura 3.4). Deste modo, o algoritmo NS_{II} não apresenta velocidade de convergência superior ao *B*.

4.1.5.3. Algoritmo *S*

A Figura 4.14 apresenta a evolução da geometria do esboço no processo iterativo e consequentes comprimentos de flange, em função da posição angular, por aplicação do algoritmo S_{II} (para o caso Aniso I). Com base na Figura 4.14 (b) observa-se uma convergência de S_{II} para a solução objetivo, de tal modo que ao fim de duas iterações uniformiza praticamente por completo o comprimento da flange, em relação à posição angular, atribuindo-lhe a dimensão desejada.

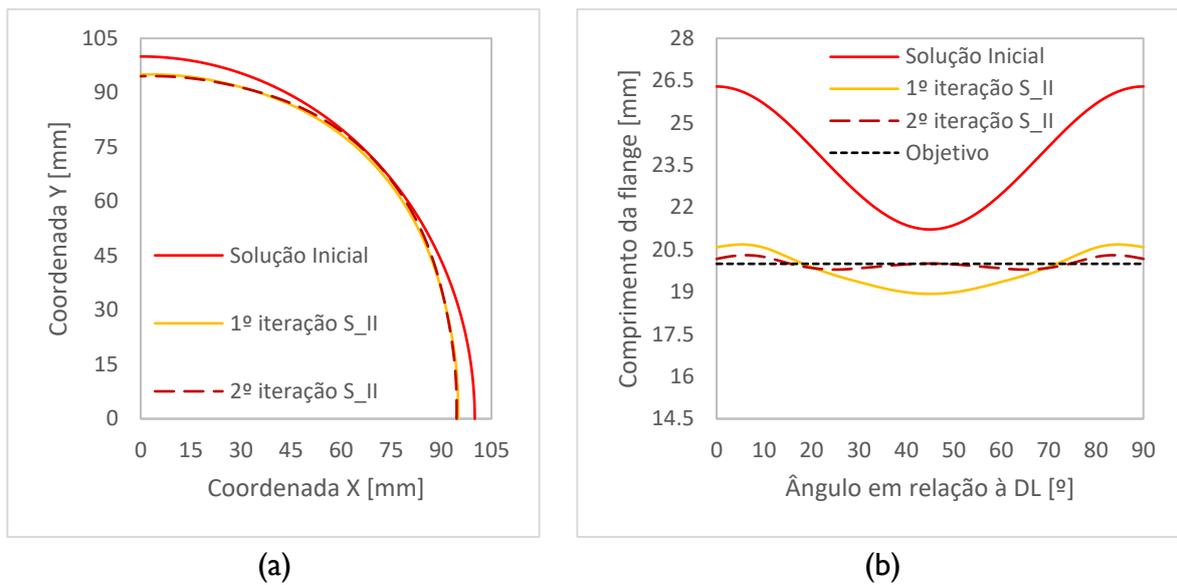


Figura 4.14. Processo iterativo resultante da aplicação do algoritmo S_{II} : (a) evolução da dimensão inicial do esboço; (b) evolução do comprimento de flange obtido.

A Figura 4.15 apresenta a evolução do erro geométrico global para o algoritmo S_{II} e B . A velocidade de convergência é avaliada através do coeficiente λ . A estratégia II conduz a resultados bastante positivos, quando combinada com o algoritmo S . Porém, o melhoramento introduzido no cálculo da sensibilidade s , através de ${}^k f_{c,II}^i$ (obtendo-se, ${}^k s_{II}^i$), não se reflete na velocidade de convergência, que é ligeiramente inferior no algoritmo S_{II} ($\lambda = 1,788$) à observada por aplicação do algoritmo B ($\lambda = 1,86$).

A Figura 4.16 compara os valores de ${}^k s_{II}^i$, aplicados no algoritmo S_{II} , com o valor constante de s aplicado no algoritmo B . Observa-se que existe uma adaptação do valor da sensibilidade de deformação em função da posição angular. Sempre que ${}^k s_{II}^i$ é maior que s , resultante da conservação de áreas (${}^k s_{II}^1 > s_{Ai=Af}$), a correção efetuada ao esboço é menor do que a utilizada no algoritmo B ($\Delta {}^k \mathbf{x}_{esb_{S_{II}}}^i < \Delta {}^k \mathbf{x}_{esb_B}^i$). Da mesma forma, sempre que ${}^k s_{II}^i$ é menor, $\Delta {}^k \mathbf{x}_{esb_{S_{II}}}^i$ é maior. No entanto, dado que os erros geométricos (ver Figura 4.14 (b)) são bastante reduzidos, devido à proximidade com o objetivo, e as diferenças entre sensibilidades são extremamente reduzidas ($|s_{Ai=Af} - {}^k s_{II}^i|_{\text{máx}} \approx 0,037$), isso traduz-se em correções geométricas praticamente iguais. Ou seja, não existem diferenças relevantes entre os procedimentos, como se constata na Figura 4.15. Assim, pelo menos para este exemplo de conformação (com flange e sem estiramento), S_{II} não é capaz de melhorar a velocidade de convergência quando comparado com o algoritmo B .

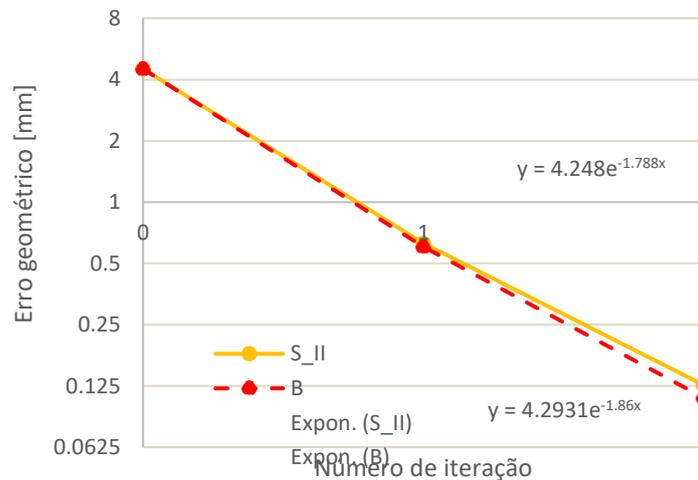


Figura 4.15. Velocidade de convergência resultante da aplicação do algoritmo iterativo S_{II} , comparativamente a B .

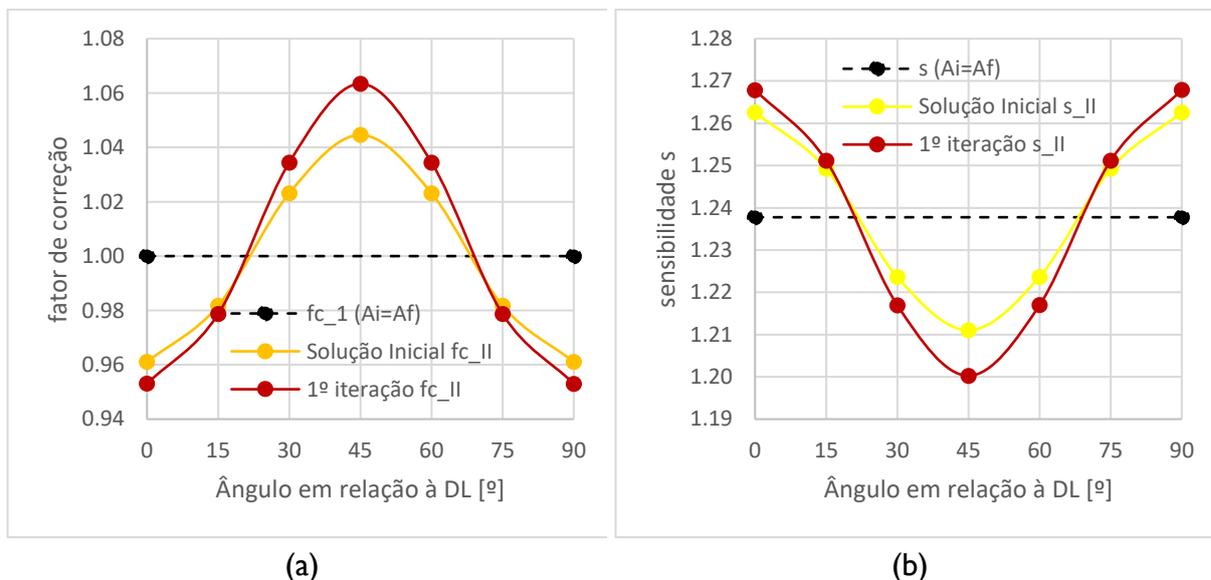


Figura 4.16. Comparação entre os valores constantes dos parâmetros de cálculo do algoritmo S obtidos pelo pressuposto da conservação de áreas ($f_c = 1$ e $s = 1,238$): (a) evolução do fator de correção $k_{f_{c,II}}^i$ no processo iterativo; (b) evolução da sensibilidade $k_{S_{II}}^i$ no processo iterativo.

4.2. Exemplo B: taça sem flange

Este exemplo de conformação foi inicialmente proposto na conferência Numisheet 2011 com o propósito de se analisar a evolução das orelhas no embutido. Foi selecionado para este trabalho porque a anisotropia do material gera uma taça cilíndrica com orelhas de estampagem (quando originada por um esboço circular). Além disso, apresenta estiramento, de modo que se aproxima um pouco mais do processo de fabrico das latas de refrigerante. A geometria das ferramentas utilizadas e respectivas dimensões estão representadas na Figura 4.17.

O objetivo do processo consiste na obtenção de um embutido cilíndrico com uma altura uniforme de 20 mm. A solução inicial para o esboço, obtida através do método analítico, é de $R_0 = 37,325$ mm. O processo consiste numa estampagem completa de uma taça (sem flange), seguida de um estágio de estiramento da parede lateral (num só deslocamento do punção). A folga entre o punção e a matriz de estiramento foi reduzida, em relação ao valor proposto na conferência, com o intuito de intensificar a redução de espessura. O objetivo principal é obter um resultado que se aproxime da geometria apresentada na Figura 4.9 (à direita), para avaliar a capacidade de cada algoritmo em lidar com situações de maior redução de espessura e, conseqüente, aumento da área superficial da chapa.

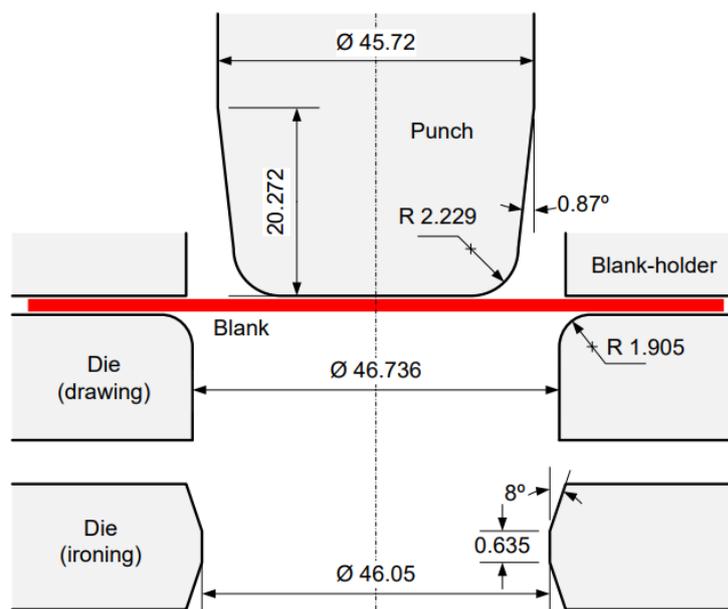


Figura 4.17. Esquema do processo de estampagem com estiramento de uma taça cilíndrica (sem flange) proposto na conferência Numisheet 2011 (dimensões em milímetros) (Neto et al., 2020).

Devido às condições de simetria, geométrica e de carga, apenas um quarto do modelo é simulado. A geometria dos esboços é discretizada de modo a que a malha, dentro dos possíveis, apresente uma região de contacto com a base do punção, não estruturada, com elementos com cerca de 1,5 mm de comprimento na direção radial. A restante secção apresenta uma configuração de elementos estruturados, com um comprimento de $\sim 0,25$ mm na direção radial e uma dimensão na direção circunferencial que assegure 90 elementos nessa direção (para cada $\frac{1}{4}$ do esboço). Na direção da espessura da chapa assumiram-se duas camadas de elementos finitos. O deslocamento total do punção (s_p) é de 50 mm e o cerra-chapas impõe uma força constante de 8,9 kN (2,225 kN para $\frac{1}{4}$ do modelo), sendo que o

contacto com atrito é descrito pela lei de Coulomb com um coeficiente de atrito (μ) constante, de 0,05.

A chapa de alumínio, AA5042 tem 0,208 mm de espessura (t_0). O modelo constitutivo que descreve o comportamento mecânico do material é assumido como elastoplástico, isotrópico no regime elástico (Módulo de Young de 68,9 GPa e um coeficiente de Poisson de 0,33) e anisotrópico no regime plástico. A lei do encruamento é modelada a partir da lei de Voce:

$$Y = Y_{\text{sat}} - (Y_{\text{sat}} - Y_0)e^{-C\bar{\epsilon}^p}, \quad (4.14)$$

sendo que Y_{sat} , Y_0 e C correspondem aos parâmetros do material e são apresentados na Tabela 4.2. O critério de plasticidade utilizado é o de Hill'48, com os parâmetros apresentados na Tabela 4.2. A anisotropia no plano da chapa é descrita na Figura 4.18.

Tabela 4.2. Parâmetros da lei de Voce e do critério de plasticidade de Hill'48 para a liga de alumínio AA5042, proposto no exemplo de conformação B.

Lei de Voce			Critério de plasticidade de Hill'48				
Y_0 [MPa]	Y_{sat} [MPa]	C	F	G	H	$L = M$	N
267,8	375,1	17,86	0,2457	0,9553	0,2704	1,5	1,6459

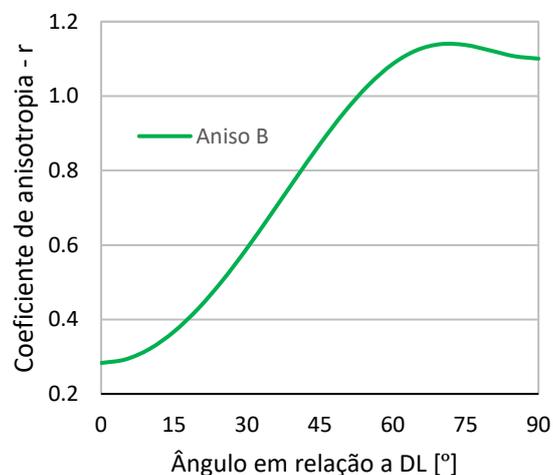


Figura 4.18. Coeficiente de anisotropia em função da posição angular da chapa, referente ao exemplo B.

Neste exemplo, consideram-se dezanove pontos k ($n = 19$) uniformemente espaçados ao longo do contorno do esboço, para avaliação do erro geométrico nas respetivas direções radiais (neste caso, dos 0° aos 90° com DL, em intervalos de 5°). O maior número de pontos justifica-se pela amplitude das orelhas e pelo estágio de estiramento.

Numa primeira tentativa, a folga entre o punção e a matriz de estiramento foi reduzida para $f_{p-m,estir} = 0,115$ mm. Esta redução demonstrou ser exagerada, visto que não foi possível fazer a conformação completa da chapa. Quando o punção atingiu ~ 48 mm de deslocamento surgiram problemas de convergência, como mostra a Figura 4.19 (a). Assim, decidiu-se reduzir a folga para $f_{p-m,estir} = 0,14$ mm. Esta opção já possibilitou a conclusão da simulação (ver Figura 4.19 (b)) e como tal é esta a folga utilizada nas simulações.

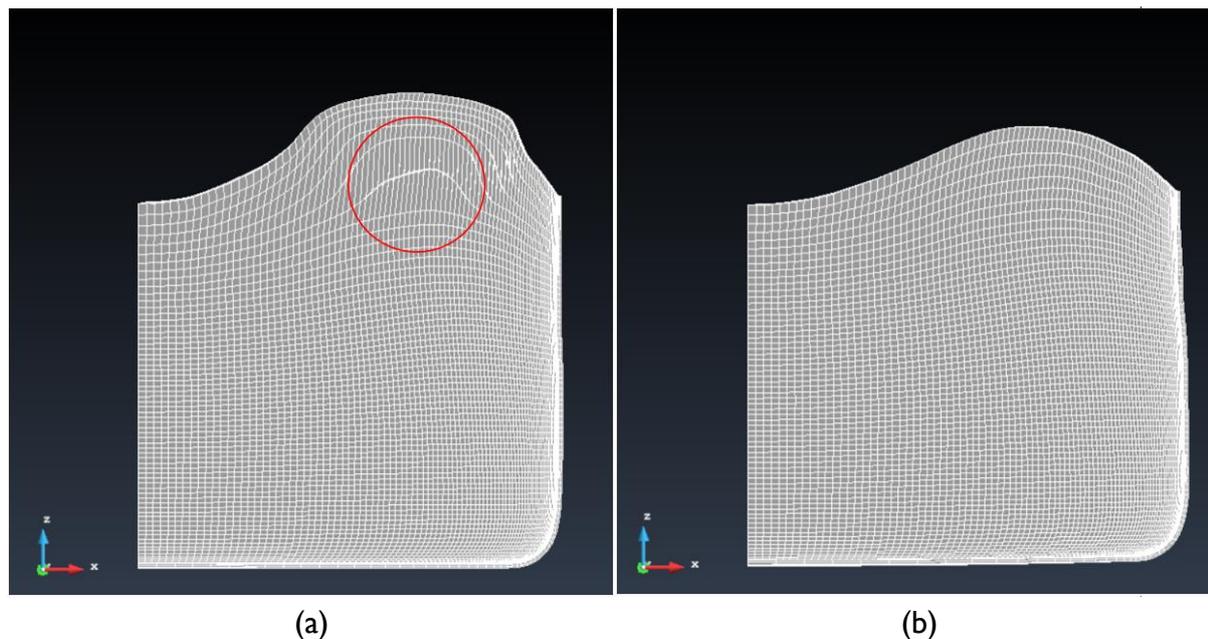


Figura 4.19. Resultados numéricos das simulações (cuja geometria do esboço inicial é obtida através do método analítico) com uma folga punção-matriz de estiramento de: (a) 0,115 mm; (b) 0,14 mm.

4.2.1. Algoritmo B

O cálculo da sensibilidade s é realizado a partir da expressão (3.7), com base na altura:

$$h = \frac{2 \left(R_0^2 - \frac{A_{cir,p}}{\pi} - \frac{A_{tor,p}}{2\pi} \right)}{(d_p + d_{m,estir})} + t_0 + r_p. \quad (4.15)$$

De acordo com a definição dada na expressão (3.5) e tendo em conta expressão (4.15), para este exemplo, o valor da sensibilidade é dado por:

$$s = \frac{4 R_0}{(d_p + d_{m,estir})}, \quad (4.16)$$

sendo que o R_0 utilizado corresponde ao obtido através do método analítico. A correção da geometria do esboço é feita de forma iterativa através da expressão (3.3), para cada um dos dezanove pontos considerados no contorno do esboço.

4.2.2. Algoritmo NS

O método de cálculo exemplificado na Figura 3.4 conduz neste exemplo a:

$${}^k L_0^{i+1} = \sqrt{\left(\frac{A_{\text{cir,p}}}{\pi} + \frac{A_{\text{tor,p}}}{2\pi} + \left(\frac{d_p + d_{\text{m,estir}}}{2} \right) (h_{\text{obj}} - t_0 - r_p) \right)} \times {}^k f_c^i, \quad (4.17)$$

em que h_{obj} corresponde à altura desejada para o embutido e ${}^k f_c^i$ pode ser calculado de acordo com a estratégia II. O valor de ${}^k L_0^{i+1}$ corresponde ao comprimento, desde o centro do esboço até ao respetivo ponto k , do esboço para a iteração seguinte.

4.2.3. Algoritmo S

Para este exemplo, este algoritmo resume-se ao seguinte desenvolvimento da expressão (3.22):

$${}^k h^i = \frac{2 \left(\frac{({}^k L_0^i)^2}{({}^k f_c^i)^2} - \frac{A_{\text{cir,p}}}{\pi} - \frac{A_{\text{tor,p}}}{2\pi} \right)}{(d_p + d_{\text{m,estir}})} + t_0 + r_p, \quad (4.18)$$

De acordo com a definição dada na expressão (3.23) e tendo em conta a expressão (4.18), o valor da sensibilidade ${}^k s^i$ é dado por:

$${}^k s^i = \frac{4 \times {}^k L_0^i}{{}^k f_c^i \times (d_p + d_{\text{m,estir}})}, \quad (4.19)$$

sendo que ${}^k f_c^i$ pode ser calculado de acordo com a estratégia II. ${}^k L_0^i$ é substituído por ${}^k L_{0\text{adapt}}^i$, que corresponde ao valor obtido na expressão (4.17). Uma vez obtidos os valores de ${}^k s^i$ aplica-se a expressão (3.24), a cada um dos dezanove pontos considerados.

4.2.4. Cálculo do fator de correção

4.2.4.1. Estratégia II

O cálculo de f_c de acordo com esta estratégia e o exemplo de conformação em causa, resume-se ao seguinte:

$${}^k f_{c,II}^i = \frac{{}^k A_{\text{esb},0}^i}{{}^k A_{\text{Final}}^i} = \frac{{}^k A_{\text{esb}}^i}{A_{\text{cir,p}} + A_{\text{tor,p}} + {}^k A_{\text{cil,pl}}^i}, \quad (4.20)$$

em que,

$${}^k A_{\text{cil,pl}}^i = \pi \left(\frac{d_p + d_{\text{m,estir}}}{2} \right) ({}^k h^i - t_0 - r_p) \quad (4.21)$$

$${}^k A_{\text{esb}}^i = \pi ({}^k L_0^i)^2 \quad (4.22)$$

4.2.5. Resultados e discussão

Após a realização da simulação numérica com um esboço inicial circular com raio R_0 , verificou-se a evolução das orelhas no embutido. A Figura 4.20 apresenta a altura da taça antes e depois da operação de estiramento, realçando a translação do contorno deformado na fase de estiramento. Essa translação não é uniforme ao longo do contorno devido ao comportamento plástico anisotrópico e à distribuição não uniforme de espessura no embutido (após estampagem). A operação de estiramento amplifica a gama dimensional das orelhas, em certas direções comparativamente a outras (Neto et al., 2020).

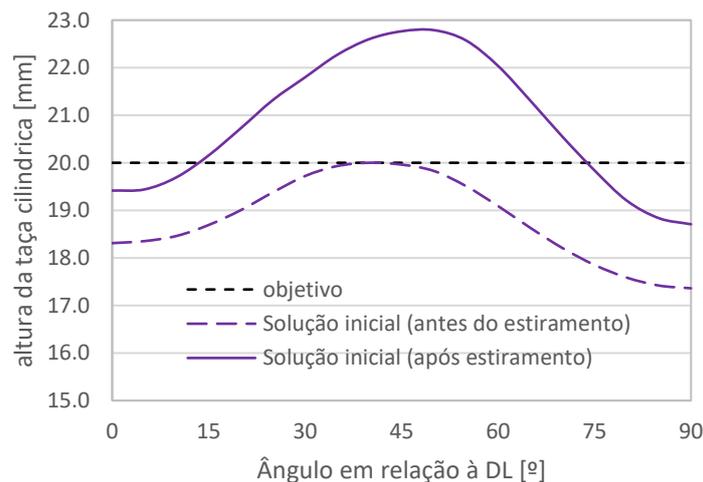


Figura 4.20. Evolução da altura da taça ao longo da direção circunferencial (antes e após o estiramento da sua parede lateral) resultante da geometria do esboço obtida analiticamente (solução inicial).

A área final do embutido foi determinada com auxílio dos dezanove pontos que definem o contorno deformado. Uma vez que a área inicial do esboço circular ($R_0 = 37,325$ mm) é conhecida, é possível determinar que existe um aumento percentual da área superficial de ~3,9%. No exemplo anterior, da taça com flange existe uma redução percentual de ~0,15%, quando avaliada com o esboço circular com, $R_0 = 100$ mm. Assim, confirma-se o ligeiro acréscimo da variação da área superficial da chapa. Importa mencionar que o punção apresenta uma zona cônica (ver Figura 4.17), pelo que existe uma redução do efeito do estiramento. Assim, só se verifica a uniformização da espessura na parede lateral do embutido para alturas

de taça superiores a 20 mm, como se mostra na distribuição representada na Figura 4.21. A Figura 4.22 (a) apresenta os valores do fator de correção resultantes da solução inicial, para cada ponto do contorno. A Figura 4.22 (b) apresenta os valores da sensibilidade de deformação resultantes da solução inicial.

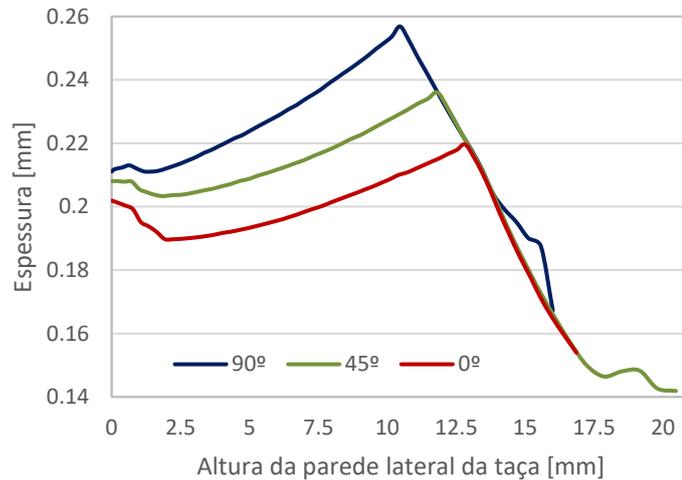


Figura 4.21. Distribuição da espessura final (após estiramento) na parede lateral da taça cilíndrica (a 0°, 45° e 90° da DL), obtida com o esboço circular, correspondente à solução inicial (com, $R_0 = 37,325$ mm e, $e_{Inicial} = 0,208$ mm).

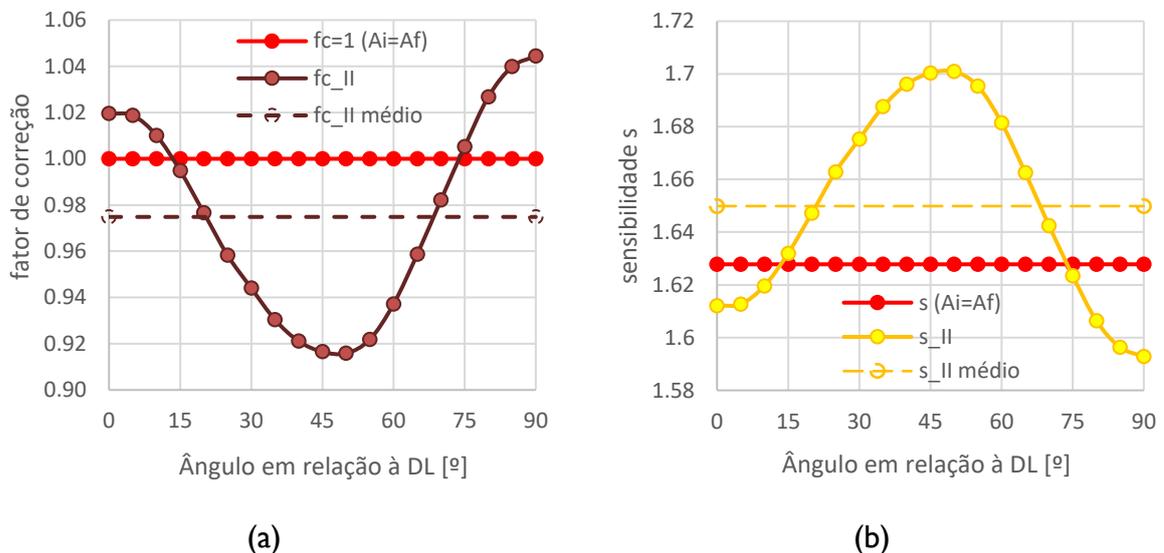


Figura 4.22. Parâmetros dos algoritmos, referentes aos resultados obtidos pela solução inicial ($i = 0$) para cada ponto k : (a) fator de correção; (b) sensibilidade de deformação (com, $s_{Ai=Af} = 1,628$).

A etapa de estiramento faz com que existe uma tendência global de redução do fator de correção e de aumento da sensibilidade de deformação. Suporta-se essa análise com a

comparação entre o que acontece aqui e no exemplo da taça com flange (Figura 4.13 e Figura 4.16 (b)), em que ${}^k f_{c,II}^i \cong f_{c,Ai=Af}$ e ${}^k S_{II}^i \cong S_{Ai=Af}$. Como o fator de correção é um indicador do aumento/redução da área superficial (razão de áreas) e a sensibilidade de deformação será superior com o aumento da deformação plástica no embutido, tem-se na taça com flange, $S_{Ai=Af} \approx 1,24$, e na taça sem flange, $S_{Ai=Af} \approx 1,63$).

A Figura 4.23 apresenta as previsões para o esboço baseadas na solução inicial (circular) e calculadas de acordo com os três algoritmos. O objetivo é perceber se ~3,9% de aumento da área superficial é suficiente para resultar em diferenças na correção obtida com os diferentes algoritmos.

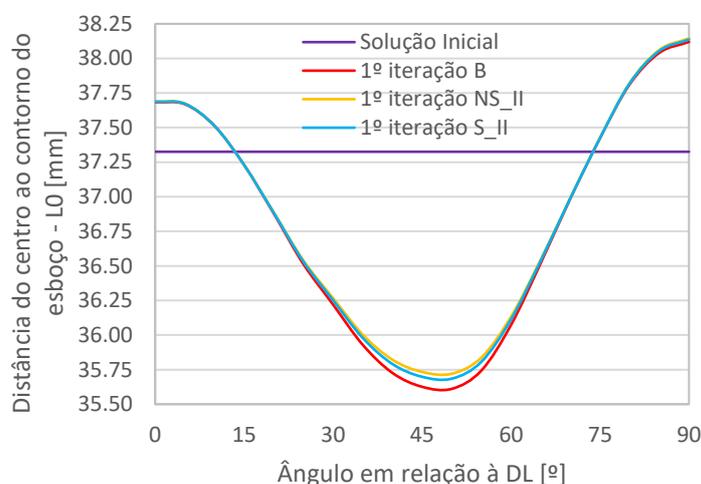


Figura 4.23. Previsão geométrica do esboço referente à primeira iteração ($i = 1$), através da aplicação dos algoritmos iterativos de otimização que estão ainda em processo de análise (B , NS_{II} e S_{II}).

As diferenças geométricas das previsões obtidas pelos algoritmos B , NS_{II} e S_{II} não demonstram grande relevância no processo iterativo, uma vez que são muito reduzidas logo na primeira iteração. No entanto, a Figura 4.23 mostra que existe uma tendência para estas diferenças serem tanto maiores, quanto maior for o erro geométrico ($\Delta {}^k \mathbf{x}_{\text{erro}}^i$) e a diferença entre os fatores de correção, f_c e ${}^k f_{c,II}^i$, ou entre as sensibilidades de deformação, s e ${}^k S_{II}^i$. Todo este conjunto de condições confirma-se, para este exemplo, a $\sim 45^\circ$ com DL.

A previsão do esboço que mais se afasta da obtida com o algoritmo B , é a fornecida pelo NS_{II} , que é função apenas do fator de correção. O cálculo do fator de correção (ver Figura 3.4), pode apresentar erros que eventualmente contribuem para um atraso da convergência de NS . Esse atraso pode ocorrer mesmo em situações que se afastam do

pressuposto de conservação de áreas superficiais (situações com estiramento significativo). Este pode ser um indicador positivo para o algoritmo S_{II} , já que apresenta uma previsão de esboço intermédia (entre os outros dois algoritmos). Como a solução obtida, neste exemplo, por aplicação de NS_{II} e S_{II} é bastante próxima, de seguida será analisado o processo iterativo apenas para os algoritmos B e S_{II} .

A evolução dos parâmetros de otimização dos algoritmos B e S_{II} é apresentada na Figura 4.24. Ao fim de duas iterações atinge-se o objetivo para ambos os algoritmos ($\Delta e_B^{i=2} = 0,233$ mm; $\Delta e_{S_{II}}^{i=2} = 0,276$ mm). A Figura 4.25 apresenta a evolução da geometria do esboço ao longo do processo iterativo e consequentes alturas das taças em função da posição angular, por aplicação dos algoritmos, B e S_{II} . A Figura 4.26 consiste na evolução do erro geométrico global durante o processo iterativo.

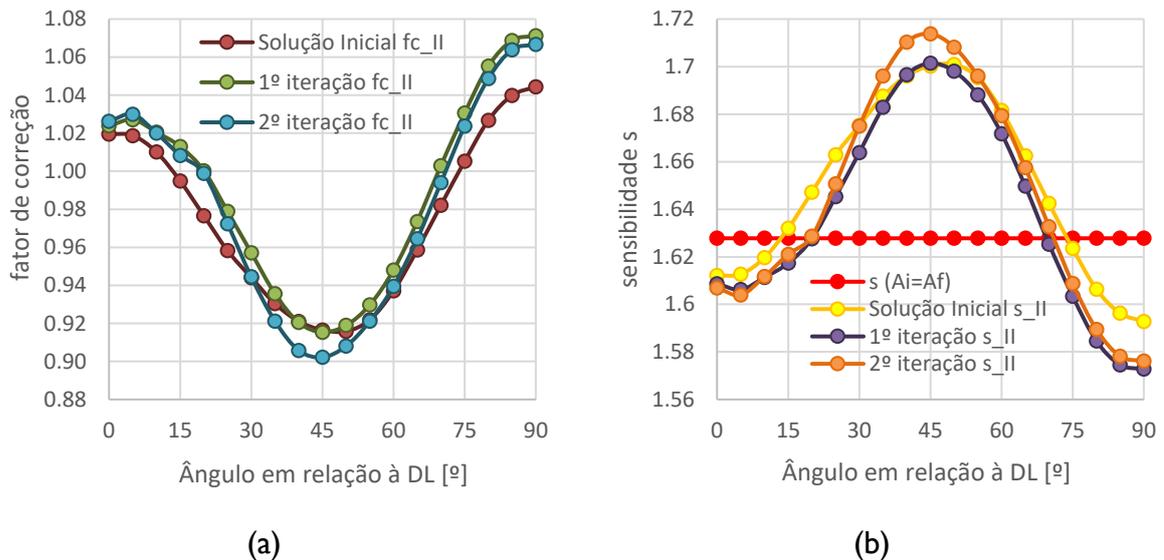


Figura 4.24. Evolução dos parâmetros de otimização referentes ao algoritmo S_{II} , aplicado ao exemplo B: (a) fator de correção; (b) sensibilidade de deformação.

À semelhança do que se observou no exemplo A, da taça com flange, a velocidade de convergência é ligeiramente superior para o algoritmo B . No exemplo A, admitiu-se que a adaptação da sensibilidade de deformação poderia ser uma vantagem para a convergência. Porém, este exemplo mostra que também pode ser vista como uma desvantagem. Ambos os algoritmos consideram os pontos do contorno do esboço de forma individual, mas na verdade são dependentes uns dos outros. Como tal, S_{II} tende a contabilizar qualquer afastamento de um ponto ao objetivo, como uma interpretação deficiente da sensibilidade de deformação nessa direção radial (corrigindo o valor de ${}^k s_{II}^i$ na iteração seguinte ($i + 1$)). No entanto, o

afastamento pode ser fruto da correção que o esboço sofreu na direção radial de um ponto vizinho (ponto $k + 1$, por exemplo). Esta interação pode resultar numa acumulação de erro ao longo do processo iterativo, mas o seu impacto é extremamente reduzido.

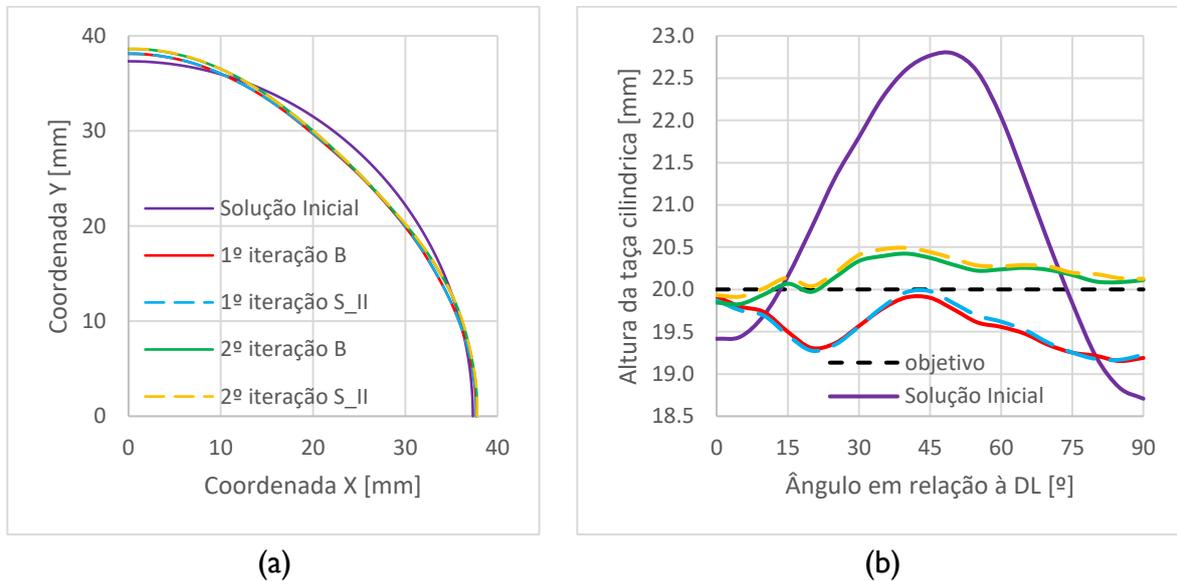


Figura 4.25. Processo iterativo resultante da aplicação do algoritmo B e S_{II} , para o exemplo B: (a) evolução da dimensão inicial do esboço; (b) evolução da altura da taça cilíndrica obtida.

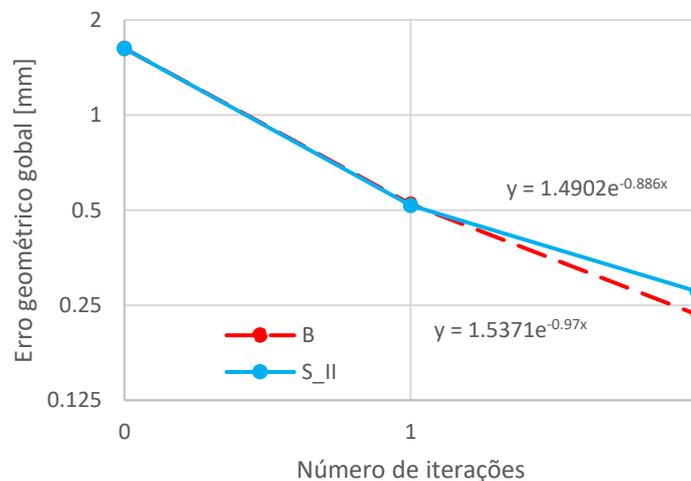


Figura 4.26. Evolução do erro geométrico global ao longo do processo iterativo, resultante da aplicação do algoritmo iterativo S_{II} , comparativamente a B , no exemplo B.

Não é fácil avaliar a influência da interdependência que existe entre os pontos do contorno na análise comparativa dos algoritmos. Primeiro, porque as diferenças na velocidade de convergência são muito pequenas. Segundo, porque existem outros aspetos que podem influenciar a velocidade de convergência de cada algoritmo, nomeadamente a malha dos esboços (devido à precisão numérica), as trajetórias de deformação complexas, etc. Assim,

assume-se que as pequenas diferenças de velocidade de convergência não resultam somente da aplicação independente do algoritmo a cada ponto considerado. Em resumo, os algoritmos são equivalentes em termos de velocidade de convergência, pelo menos neste exemplo de conformação. Além disso, comportam-se bem no processo iterativo de otimização. Conseguem eliminar praticamente as orelhas de estampagem resultantes da solução inicial (circular) do esboço, otimizando-o, como mostra a Figura 4.27, em apenas duas iterações.

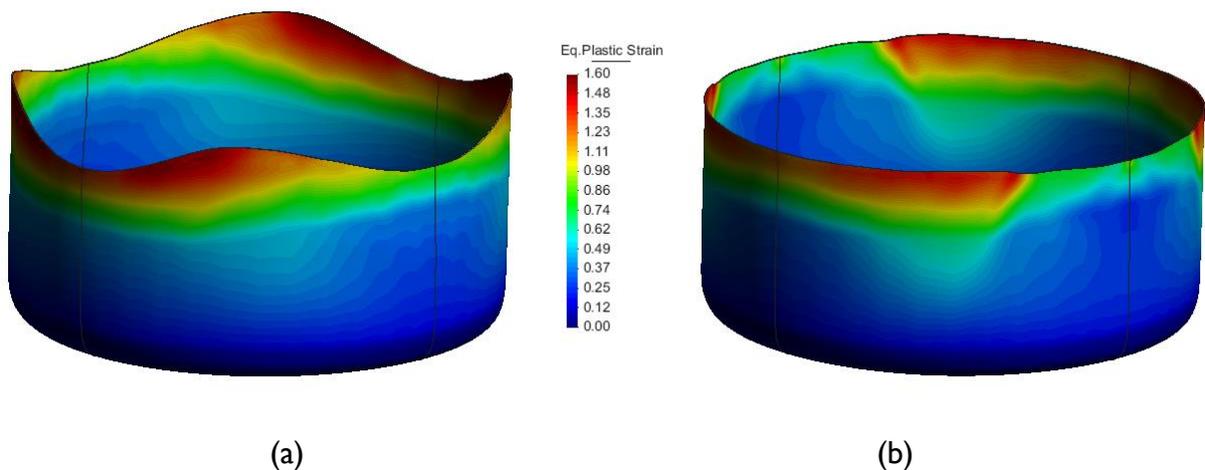


Figura 4.27. Distribuição da deformação plástica equivalente na taça cilíndrica resultante do exemplo B, para dois momentos diferentes no processo de otimização do esboço: (a) Solução inicial (com orelhas de estampagem); (b) segunda iteração (orelhas de estampagem eliminadas).

Para concluir, é apresentado um modelo fictício que consiste nos mesmos parâmetros do exemplo B, à exceção da configuração do punção. De modo a obter um aumento de área superficial considerável, idealizou-se uma folga punção-matriz de estiramento, correspondente a um punção cilíndrico. Assim, a taça após embutida, sofre uma forte translação do contorno deformado.

Considera-se a mesma solução inicial (circular), com $R_0 = 37,325$ mm, pelo que o contorno deformado após a estampagem é o obtido no exemplo B (Figura 4.20, a tracejado). O contorno deformado fictício foi construído adicionando valores de altura aos dezanove pontos considerados no contorno deformado, com o intuito de os situar consideravelmente acima do objetivo. A Figura 4.28 apresenta a evolução fictícia do respetivo estiramento.

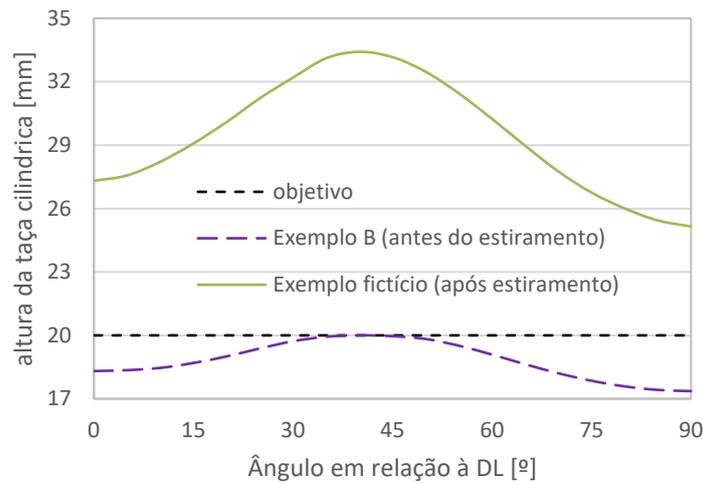


Figura 4.28. Evolução fictícia da altura da taça ao longo da direção circunferencial (antes e após o estiramento da sua parede lateral) resultante da geometria do esboço obtida analiticamente (solução inicial).

Desta configuração do contorno deformado após estiramento é possível determinar mais uma vez a área final do embutido. A razão entre a área inicial do esboço circular e a área final do embutido resulta num aumento percentual da área superficial de ~24,5%, o que é um acréscimo significativo. Os parâmetros de otimização referentes aos três algoritmos são apresentados na Figura 4.29, que resultam nas diferenças entre as previsões geométricas do esboço apresentadas na Figura 4.30 (primeira iteração).

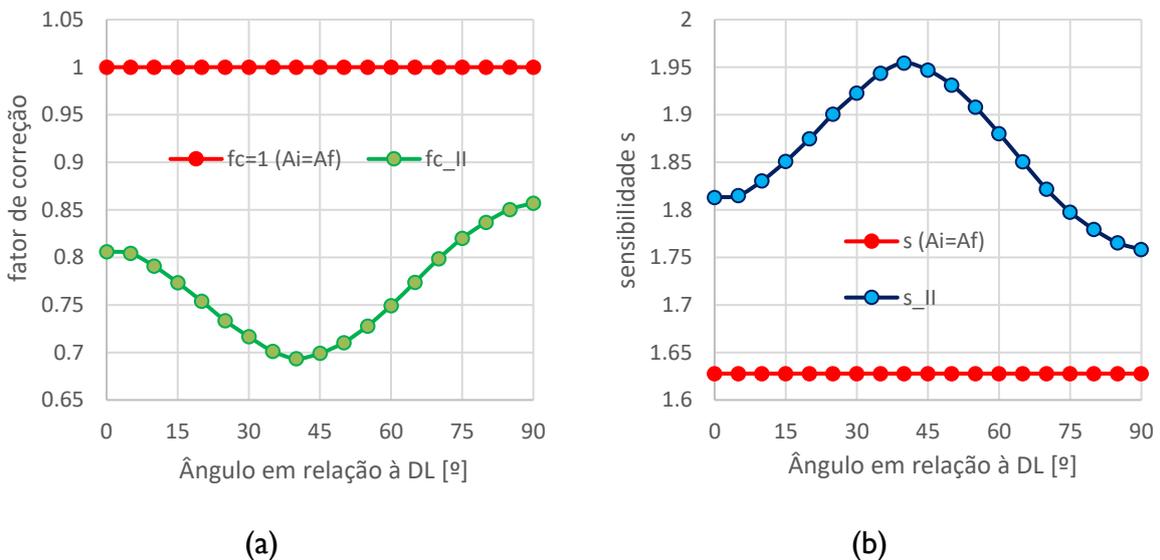


Figura 4.29. Parâmetros dos algoritmos, referentes aos resultados obtidos pela solução inicial ($i = 0$) para cada ponto k no exemplo fictício extremo: (a) fator de correção; (b) sensibilidade de deformação (com, $s_{Ai=Af} = 1,63$).

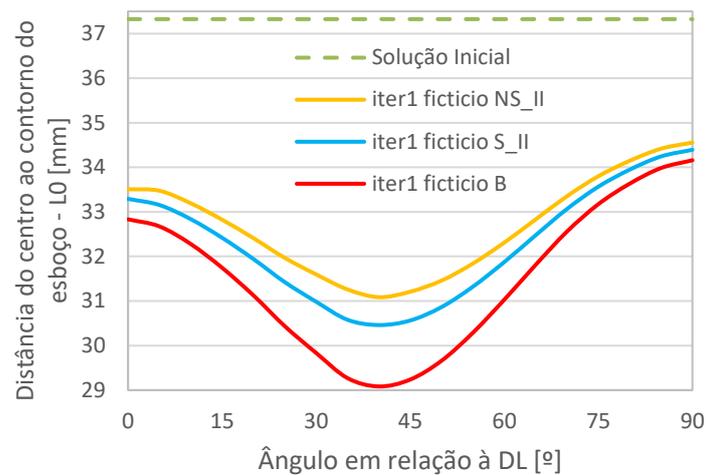


Figura 4.30. Previsão geométrica do esboço referente à primeira iteração fictícia ($i = 1$), através da aplicação dos algoritmos iterativos de otimização, B , NS_{II} e S_{II} .

O aumento percentual da razão entre a área do esboço e do embutido conduz a diferenças bem mais significativas entre as previsões geométricas, principalmente entre a obtida pelo algoritmo B e as restantes. Com isto, mostra-se que, para exemplos que envolvem estiramentos elevados e uma solução inicial que não seja suficientemente eficaz para aproximar imediatamente os resultados ao objetivo, pelo menos um dos algoritmos comportar-se-á melhor que os restantes, na primeira iteração. Como se tem verificado ao longo deste trabalho, a primeira iteração é aquela que induz a maior redução do erro geométrico global. Neste contexto, é a primeira iteração que dita, em grande parte, a velocidade de convergência global do algoritmo. Ainda assim, um menor valor do erro geométrico global na primeira iteração, não significa a redução do número de iterações.

Em resumo, não foi possível confirmar qual dos algoritmos deve ser selecionado para problemas que envolvem grandes valores de estiramento. Também não foi possível estabelecer o valor de alteração de área superficial para o qual algum dos algoritmos permite obter a solução num menor número de iterações. Neste contexto, importa referir que a redução de espessura em cada etapa de estiramento é finita, devido aos limites de conformabilidade dos materiais. Dito isto, os três algoritmos apresentam uma velocidade de convergência elevada, pelo menos em exemplos de taças cilíndricas.

A Figura 4.31 apresenta, em forma de resumo, um guia de utilização dos algoritmos, caso eventualmente se conclua que existe um melhor que os restantes, para processos de fabrico com estiramento elevado, como é o caso do processo de fabrico das latas de refrigerante.

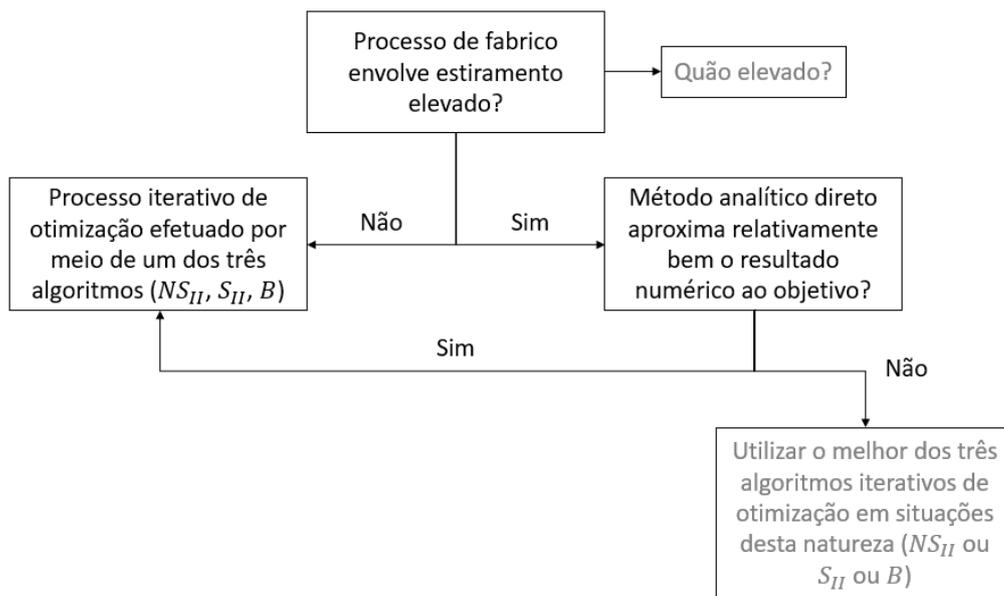


Figura 4.31. Fundamentos de utilização dos algoritmos iterativos estudados neste trabalho.

5. Conclusões

O processo de estampagem faz parte da família dos processos de conformação plástica de chapas metálicas, os quais são utilizados em múltiplas indústrias onde são necessárias cadências de produção elevadas. A correta definição do processo de estampagem requer o ajuste de um conjunto de parâmetros. Um desses parâmetros é a geometria inicial do esboço, de modo a evitar desperdícios de material e melhorar a conformabilidade e a qualidade do produto final. Nem sempre é fácil obter a geometria inicial do esboço analiticamente, em particular para componentes de geometria complexa. Porém, no caso da produção de latas de refrigerante, trata-se de uma forma cilíndrica (simples), de modo que a maior dificuldade advém do comportamento anisotrópico do material. A anisotropia das chapas é a causadora da formação de orelhas de estampagem em peças axi-simétricas, resultante do escoamento não uniforme na direção radial.

As latas de refrigerante são caracterizadas por terem um diâmetro reduzido comparativamente à sua altura, sendo necessário mais do que um estágio de conformação, para evitar relações de estampagem que resultem na ultrapassagem dos limites de conformabilidade das chapas. O aumento da altura da lata é conseguido através de operações de estiramento da parede vertical. Porém, tem uma consequência direta no aumento ou redução da gama dimensional das orelhas e, conseqüentemente, introduz uma dificuldade adicional na avaliação da geometria inicial do esboço.

Este trabalho apresenta o desenvolvimento de um algoritmo para a otimização da geometria inicial do esboço, utilizando o MEF no processo iterativo. De entre os vários algoritmos de otimização disponíveis na literatura, o método da sensibilidade simplificada é aquele que garante um bom equilíbrio entre velocidade de convergência e simplicidade. No entanto, parte do pressuposto de conservação da área superficial da chapa, ou seja, não considera a deformação em espessura durante o processo iterativo. Este é um pressuposto que não caracteriza o escoamento da maneira mais precisa, particularmente quando existem reduções consideráveis da espessura do componente. O algoritmo proposto não recorre a este pressuposto, de modo a melhorar a solução obtida em cada iteração. Assim, surge um parâmetro denominado fator de correção (f_c), para o qual foram desenvolvidas duas

estratégias de cálculo (*I* e *II*). Adicionalmente, a introdução deste fator permitiu desenvolver um novo método iterativo, que abdica do cálculo da sensibilidade de deformação.

Foram testados quatro algoritmos novos: NS_I , NS_{II} , S_I e S_{II} . Para avaliar a eficácia de cada um deles, em comparação com o método da sensibilidade simplificada, analisaram-se dois exemplos de conformação (*A* e *B*), propostos em conferências Numisheet, e um exemplo de conformação fictício. Os parâmetros numéricos dos algoritmos que influenciam a velocidade de convergência vão sendo gradualmente menos relevantes à medida que os resultados obtidos se aproximam do objetivo final. Por esta razão, a sua análise da eficácia deve ser feita a dois níveis de aproximação, macro ($\Delta e^i \geq 1$ mm) e micro ($\Delta e^i < 1$ mm), sendo que se deve dar maior importância ao primeiro.

Os resultados do exemplo *A* mostram que existe uma relação entre a velocidade de convergência numa determinada direção radial e o coeficiente de anisotropia, na mesma direção. Quanto menor é o coeficiente de anisotropia, menor é a velocidade de convergência, sendo que essa relação é particularmente visível na primeira iteração. Os resultados obtidos para os dois materiais considerados (*Aniso 1* e *2*) são idênticos porque apenas existe uma rotação de 45° entre o comportamento anisotrópico de ambos. Porém, os casos *Aniso 1* e *2*, foram importantes para validar a formulação matemática de cálculo do erro geométrico e a sua aplicação na otimização do esboço, na estampagem de componentes axi-simétricos. No global, a velocidade de convergência aumenta quando se consideram soluções iniciais mais próximas do objetivo. Por outro lado, a sensibilidade de deformação tende a aumentar com a deformação plástica, que está diretamente associada às condições de contacto. Deste modo, o cálculo de uma sensibilidade de deformação que caracterize corretamente o escoamento, é importante na redução do erro geométrico referente a cada ponto do contorno. Por outro lado, a flexibilidade de adaptação deste parâmetro pode ser prejudicial para a convergência. Apesar dos algoritmos serem aplicados de forma independente a cada ponto que define o contorno do esboço, a deformação não é independente, sendo influenciada também pelas correções que são efetuadas ao esboço nas restantes direções. Ainda assim, a desvantagem associada à flexibilidade de adaptação do parâmetro manifesta-se apenas quando o processo iterativo está próximo de convergir. Por essa razão, é pouco relevante, mas torna a convergência um pouco mais imprevisível (em termos de velocidade) nessas últimas fases de otimização. Manifesta-se em diferenças de resultados inferiores à própria espessura da chapa, quando comparada com abordagens cuja sensibilidade não é tão flexível (algoritmo *B*).

De entre os algoritmos que foram desenvolvidos neste trabalho, os que se regem pela estratégia *I* não são viáveis uma vez que não contabilizam corretamente o escoamento. A distribuição de espessura não parece ser o melhor parâmetro de correção do esboço, principalmente em exemplos com estágios de estiramento. A estratégia *II* contabiliza corretamente o escoamento do material e permite, tanto ao algoritmo *NS* como ao *S*, obter velocidades de convergência idênticas às do algoritmo *B*, em todos os exemplos de conformação estudados. Isso é possível, porque os dois algoritmos (*NS* e *S*) conseguem considerar a sensibilidade de deformação pelo que, nesse sentido, são equivalentes.

Apesar do exemplo B considerar o estiramento da parede lateral da taça, não existe um aumento considerável da área superficial (~3,9%). Assim, os exemplos de conformação selecionados para testar os algoritmos não permitem evidenciar as suas diferenças, e conduzem a resultados muito próximos. Como alternativa, foi construído um exemplo fictício (com aumentos da área superficial de ~24,5%), de modo a evidenciar as diferenças apenas para a primeira iteração. Em contrapartida, foi possível realizar uma análise bastante enriquecida do funcionamento de todos os algoritmos e do impacto que os parâmetros utilizados em cada um têm na sua capacidade de otimização.

A velocidade de convergência dos algoritmos que convergiram para a solução pretendida foi bastante elevada. De modo geral, conseguiu-se eliminar sempre as orelhas de estampagem (ou as irregularidades da periferia da taça) ao fim de duas iterações. Em problemas que envolvam um grau considerável de estiramento e na eventualidade do método analítico não conseguir aproximar de forma imediata o contorno deformado ao objetivo, há a possibilidade de um destes algoritmos apresentar uma velocidade de convergência superior, no início do processo iterativo. Porém, por haver alguns indícios de que um deles possa ter uma solução mais próxima do objetivo em comparação com os restantes, não quer dizer que o processo iterativo exija um menor número de iterações.

Para trabalhos futuros é proposta a investigação dos algoritmos (NS_{II} , S_{II} , B) em casos com níveis extremos de estiramento, nomeadamente com várias etapas de estiramento. Nesses casos será possível observar se existe alguma vantagem em tornar o parâmetro da sensibilidade mais flexível e com uma adaptação iterativa. No desenvolvimento do algoritmo S_{II} , pode ser testada a utilização de $S_{II,médio}^{i=0}$ na fórmula iteradora, que permaneça constante ao longo do processo de otimização. Deste modo, a sensibilidade de deformação passa a

apresentar um comportamento idêntico ao algoritmo B , mas com uma sensibilidade de deformação mais próxima da real, o que se pode tornar vantajoso nas últimas iterações.

Referências Bibliográficas

- Alves, J. L. (2003). *Simulação Numérica do Processo de Estampagem de Chapas Metálicas*. Tese de Doutorado, Universidade do Minho.
- Barlat, F., Chung, K., & Richmond, O. (1994). Anisotropic plastic potentials for polycrystals and application to the design of optimum blank shapes in sheet forming. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 25(6), 1209–1216.
<https://doi.org/10.1007/BF02652295>
- Barlat, F., & Lian, K. (1989). Plastic behavior and stretchability of sheet metals. Part I: A yield function for orthotropic sheets under plane stress conditions. *International Journal of Plasticity*, 5(1), 51–66. [https://doi.org/10.1016/0749-6419\(89\)90019-3](https://doi.org/10.1016/0749-6419(89)90019-3)
- Barlat, Frédéric, Lege, D. J., & Brem, J. C. (1991). A six-component yield function for anisotropic materials. *International Journal of Plasticity*, 7(7), 693–712.
[https://doi.org/10.1016/0749-6419\(91\)90052-Z](https://doi.org/10.1016/0749-6419(91)90052-Z)
- Cabral, D. R. de S. (2015). *Projeto de ferramentas para deformação plástica de chapa*. Tese de Mestrado, Instituto Superior Técnico da Universidade de Lisboa.
- Cazacu, O., & Barlat, F. (2001). Generalization of Drucker's yield criterion to orthotropy. *Mathematics and Mechanics of Solids*, 6(6), 613–630.
<https://doi.org/10.1177/108128650100600603>
- Chaboche, J. L. (2008). A review of some plasticity and viscoplasticity constitutive theories. *International Journal of Plasticity*, 24(10), 1642–1693.
<https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2008.03.009>
- Chung, K., & Richmond, O. (1992a). *Ideal Forming - I. Homogeneous Deformation with Minimum Plastic Work*. 34(7), 575–591.
- Chung, K., & Richmond, O. (1992b). *Ideal Forming - II. Sheet Forming with Optimum Deformation*. 34(8), 617–633.
- Dick, R. E., Yoon, J. W., & Barlat, F. (2005). Convolute cut-edge design for an earless cup in cup drawing. *AIP Conference Proceedings*, 778 A(2005), 713–718.
<https://doi.org/10.1063/1.2011306>
- Drucker, D. C. (1949). Relation of experiments to mathematical theories of plasticity. *Journal of Applied Mechanics*.

- El-Sebaie, M. G., & Mellhor, P. B. (1972). Plastic Instability Conditions in the Deep-Drawing of a Circular Blank of Sheet Metal. *Int. J. mech. Sei. Pergamon Press.*, 14.
- Embury, J. D., & Duncan, J. L. (1981). Formability Maps. *Annual Review of Materials Science*, 11(1), 505–521. <https://doi.org/10.1146/annurev.ms.11.080181.002445>
- Guo, Y. Q., & Batoz, J. L. (1990). Finite Element Procedures for Strain. *International Journal For Numerical Methods in Engineering*, 30(September 1989), 1385–1401.
- Hosford, W. F. (1972). A generalized isotropic yield criterion. *Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME*, 39(4), 1172. <https://doi.org/10.1115/1.3422872>
- Hosford, W. F., & Duncan, J. L. (1994). The Aluminum Beverage Can. Em S. American (Ed.), *Aluminum Beverage Packaging*.
- Isik, K., Silva, M. B., Tekkaya, A. E., & Martins, P. A. F. (2014). Formability limits by fracture in sheet metal forming. *Journal of Materials Processing Technology*, 214(8), 1557–1565. <https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2014.02.026>
- João, M., & Viegas, P. (2017). *Identificação da Anisotropia de Chapas Metálicas com Recurso a Ensaio Mecânicos Simples*. Tese de Mestrado, Universidade de Coimbra.
- Karafilis, A. P., & Boyce, M. C. (1993). A general anisotropic yield criterion using bounds and a transformation weighting tensor. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 41(12), 1859–1886. [https://doi.org/10.1016/0022-5096\(93\)90073-O](https://doi.org/10.1016/0022-5096(93)90073-O)
- Karima, M. (1989). Blank development and tooling design for drawn parts using a modified slip line field based approach. *Journal of Manufacturing Science and Engineering, Transactions of the ASME*, 111(4), 345–350. <https://doi.org/10.1115/1.3188770>
- Kim, S. H., Kim, S. H., & Huh, H. (2002). Tool design in a multi-stage drawing and ironing process of a rectangular cup with a large aspect ratio using finite element analysis. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 42(7), 863–875. [https://doi.org/10.1016/S0890-6955\(02\)00003-2](https://doi.org/10.1016/S0890-6955(02)00003-2)
- Kishor, N., & Ravi Kumar, D. (2002). Optimization of initial blank shape to minimize earing in deep drawing using finite element method. *Journal of Materials Processing Technology*, 130–131, 20–30. [https://doi.org/10.1016/S0924-0136\(02\)00790-2](https://doi.org/10.1016/S0924-0136(02)00790-2)
- Kitayama, S., Saikyo, M., Kawamoto, K., & Yamamichi, K. (2015). Multi-objective optimization of blank shape for deep drawing with variable blank holder force via sequential approximate optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*,

- 52(5), 1001–1012. <https://doi.org/10.1007/s00158-015-1293-1>
- Kuwabara, T., & Si, W. (1997). prismatic shells with arbitrarily shaped flange) Y. *Journal of Materials Processing Technology*, 0136(96).
- Liu, W., & Chen, B. K. (2018). Sheet metal anisotropy and optimal non-round blank design in high-speed multi-step forming of AA3104-H19 aluminium alloy can body. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 95(9–12), 4265–4277. <https://doi.org/10.1007/s00170-017-1526-0>
- Majlessi, S. A., & Lee, D. (1988). Development of multistage sheet metal forming analysis method. *Journal of Materials Shaping Technology*, 6(1), 41–54. <https://doi.org/10.1007/BF02833582>
- Majlessi, S. A., & Lee, D. (1993). Deep drawing of square-shaped sheet metal parts, Part I: Finite element analysis. *Journal of Manufacturing Science and Engineering, Transactions of the ASME*, 115(1), 102–109. <https://doi.org/10.1115/1.2901623>
- Marques, R. (2014). *Otimização da Geometria do Esboço na Estampagem de Componentes Cilíndricos*. Tese de Mestrado, Universidade de Coimbra.
- Menezes, L. F., & Teodosiu, C. (2000). Three-dimensional numerical simulation of the deep-drawing process using solid finite elements. *Journal of Materials Processing Technology*, 97(1–3), 100–106. [https://doi.org/10.1016/S0924-0136\(99\)00345-3](https://doi.org/10.1016/S0924-0136(99)00345-3)
- Mises, R. v. (1913). Mechanik der festen Körper im plastisch- deformablen Zustand. *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse 1913*.
- Morgado, T. (2016). *Otimização da geometria inicial da chapa no processo de estampagem*. Tese de Mestrado, Universidade de Coimbra.
- Neto, D. M., Morgado, T. S., Alves, J. L., Oliveira, M. C., & Menezes, L. F. (2020). Simple blank shape optimization procedure for sheet metal forming. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*.
- Neto, D. M., Oliveira, M. C., Alves, J. L., & Menezes, L. F. (2014). Influence of the plastic anisotropy modelling in the reverse deep drawing process simulation. *Materials and Design*, 60, 368–379. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2014.04.008>
- Neto, D. M., Oliveira, M. C., Santos, A. D., Alves, J. L., & Menezes, L. F. (2017). Influence of boundary conditions on the prediction of springback and wrinkling in sheet metal forming. *International Journal of Mechanical Sciences*, 122(January), 244–

254. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2017.01.037>
- Oliveira, M. C. (2005). *Algoritmos e Estratégias de Gestão do Problema de Contacto com Atrito em Grandes Deformações Aplicação à Estampagem de Chapas Metálicas*. Tese de Doutoramento, Universidade de Coimbra.
- Padmanabhan, R., Oliveira, M. C., Baptista, A. J., Alves, J. L., & Menezes, L. F. (2009). Blank design for deep drawn parts using parametric NURBS surfaces. *Journal of Materials Processing Technology*, 209(5), 2402–2411. <https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2008.05.035>
- Park, S. H., Yoon, J. W., Yang, D. Y., & Kim, Y. H. (1999). Optimum blank design in sheet metal forming by the deformation path iteration method. *International Journal of Mechanical Sciences*, 41(10), 1217–1232. [https://doi.org/10.1016/S0020-7403\(98\)00084-8](https://doi.org/10.1016/S0020-7403(98)00084-8)
- PE Americas. (2010). *Life Cycle Impact Assessment of Aluminum Beverage Cans. Final Report*.
- Pegada, V., Chun, Y., & Santhanam, S. (2002). An algorithm for determining the optimal blank shape for the deep drawing of aluminum cups. *Journal of Materials Processing Technology*, 125–126, 743–750. [https://doi.org/10.1016/S0924-0136\(02\)00382-5](https://doi.org/10.1016/S0924-0136(02)00382-5)
- Rocha, A. B., & Duarte, J. F. (1995). *Tecnologia da Embutidura*. APTCP.
- Rodrigues, P. J. P. (2014). *Simulação Numérica de Estampagem de Componente para a Indústria Automóvel*. Tese de Mestrado, Instituto Superior Técnico da Universidade de Lisboa.
- Roth, R., Clark, J., & Kelkar, A. (2001). Automobile bodies: Can aluminum be an economical alternative to steel? *Jom*, 53(8), 28–32. <https://doi.org/10.1007/s11837-001-0131-7>
- Shim, H. B. (2004). Determination of optimal blank shape by the radius vector of boundary nodes. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, 218(9), 1099–1111. <https://doi.org/10.1243/0954405041897040>
- Shim, H. B., & Son, K. C. (2001). Optimal blank design for the drawings of arbitrary shapes by the sensitivity method. *Journal of Engineering Materials and Technology, Transactions of the ASME*, 123(4), 468–475. <https://doi.org/10.1115/1.1398082>
- Sidor, J., Miroux, A., Petrov, R., & Kestens, L. (2008). Controlling the plastic anisotropy

- in asymmetrically rolled aluminium sheets. *Philosophical Magazine*, 88(30–32), 3779–3792. <https://doi.org/10.1080/14786430802064659>
- Son, K., & Shim, H. (2003). Optimal blank shape design using the initial velocity of boundary nodes. *Journal of Materials Processing Technology*, 134(1), 92–98. [https://doi.org/10.1016/S0924-0136\(02\)00927-5](https://doi.org/10.1016/S0924-0136(02)00927-5)
- Stoughton, T. B. (2000). General forming limit criterion for sheet metal forming. *International Journal of Mechanical Sciences*, 42(1), 1–27. [https://doi.org/10.1016/S0020-7403\(98\)00113-1](https://doi.org/10.1016/S0020-7403(98)00113-1)
- Sugiyono, P. D. (2016). Sheet Metal Forming Process. Em *Journal of Chemical Information and Modeling* (Vol. 53, Número 9). <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>
- Tekkaya, A. E., & Martins, P. A. F. (2009). Accuracy, reliability and validity of finite element analysis in metal forming: A user's perspective. *Engineering Computations* (Swansea, Wales), 26(8), 1026–1055. <https://doi.org/10.1108/02644400910996880>
- Tresca, H. (1864). Memoir on the flow of solid bodies under strong pressure. *Comptesrendus de l'académie des sciences, Paris, France* 59.
- Vafaesefat, A. (2008). Optimum blank shape design in sheet metal forming by boundary projection method. *International Journal of Material Forming*, 1, 185–188. <https://doi.org/10.1007/s12289-008-0>

Apêndice A: Algoritmos de otimização geométrica do esboço

A.1. Método Slip-line field

Este método desenvolvido por (Kuwabara & Si, 1997) baseia-se na teoria *slip-line field*, avaliada previamente em (Karima, 1989). É um método analítico aplicável a geometrias (com flange) que apresentem cantos com determinados raios de curvatura r_c . Assume um conjunto de pressupostos, para construir o campo das trajetórias de escorregamento, sendo que este é função de r_c . Quanto maior for r_c maiores são as áreas referentes a cada secção do campo. (Karima, 1989) assume a existência de cinco secções e (Kuwabara & Si, 1997) assume a existência de seis (ver Figura A.1). A velocidade de escorregamento da flange pode variar com a secção (nomeadamente, a velocidade na secção VI é calculada de forma diferente das restantes).

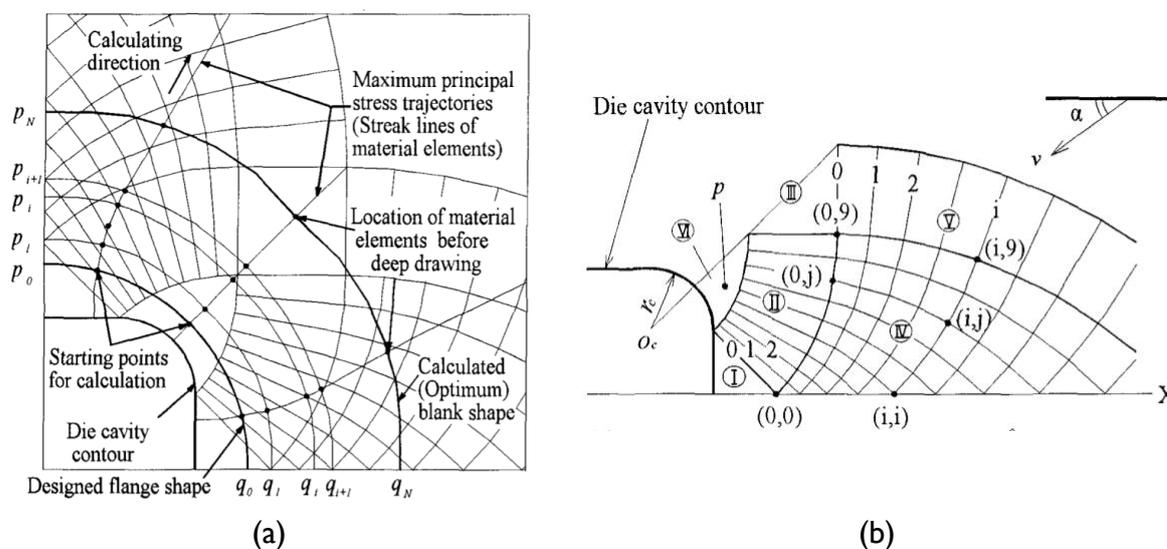


Figura A.1. (a) Aplicação do método Slip-line field na otimização do esboço de uma taça retangular com flange (p_0q_0); (b) Campo das trajetórias de escorregamento na área da flange na estampagem de uma taça retangular (Kuwabara & Si, 1997).

Este é um método analítico inverso de cálculo dimensional do esboço, i.e., parte do contorno objetivo (p_0q_0) para calcular inversamente o escorregamento da flange até ao seu momento inicial (p_Nq_N), de forma incremental. Define-se a dimensão de cada incremento (e.g., 1 mm de avanço do punção, por incremento) e, em função do deslocamento efetivo do punção s_p , o número total de incrementos N . O deslocamento de cada um dos pontos

material que se considerar ao longo do contorno é definido a partir do vetor de velocidade correspondente a cada secção, cuja direção corresponde sempre à trajetória da maior tensão principal. O procedimento de cálculo é o seguinte: (i) cálculo da magnitude v_0 e do ângulo α_0 referente ao vetor de velocidade em cada ponto (X_0, Y_0) , considerado no contorno p_0q_0 ; (ii) cálculo da primeira aproximação da coordenada (X_1', Y_1') , seguido de v_1' e α_1' ; (iii) cálculo de v_1'' e α_1'' seguido de (X_1, Y_1) ; (iv) traça-se o contorno p_1q_1 , que liga todos os pontos (X_1, Y_1) considerados; (v) repete-se o procedimento de (i) a (iv) até ao último incremento N , obtendo-se finalmente a dimensão ótima do esboço inicial.

O cálculo do vetor de velocidade (magnitude e direção) é realizado com:

$$v = v(i, j) = V e^{-\frac{\pi(i+j)}{36}}; \alpha = [5 \times (j - i)]^\circ; i, j = 0 \sim 9, \quad (\text{A.1})$$

sendo que V é a velocidade de deslocamento do punção. Esta fórmula é válida apenas para pontos que se encontrem nas secções I a V da flange (ver Figura A.1 (b)). O cálculo da velocidade para pontos pertencentes à secção VI é efetuado da seguinte maneira:

$$v = V \times \frac{r_c}{r}; r = O_c p; \alpha // O_c p. \quad (\text{A.2})$$

Relativamente às restantes expressões, tem-se:

$$X_1' = X_0 + v_0 \cdot \Delta t \cos \alpha_0, \quad (\text{A.3})$$

$$Y_1' = Y_0 + v_0 \cdot \Delta t \sin \alpha_0, \quad (\text{A.4})$$

$$v_1'' = (v_0 + v_1')/2, \quad (\text{A.5})$$

$$\alpha_1'' = (\alpha_0 + \alpha_1')/2, \quad (\text{A.6})$$

$$X_1 = X_0 + v_1'' \cdot \Delta t \cos \alpha_0'', \quad (\text{A.7})$$

$$Y_1 = Y_0 + v_1'' \cdot \Delta t \sin \alpha_0'', \quad (\text{A.8})$$

em que Δt corresponde ao intervalo de tempo referente ao incremento de avanço do punção.

Este é um método inverso que assume que o material é isotrópico e conservação da espessura, ao longo de todo o processo. Assim, o erro experimental será tanto maior quanto maiores forem as deformações plásticas inerentes ao processo e a anisotropia do material. No exemplo estudado em (Kuwabara & Si, 1997) observa-se o acréscimo de defeitos no caso da liga de alumínio para maiores deslocamentos do punção e, ou maior número de estágios de conformação. Contudo, é um método analítico que aplicado por via computacional requer um custo reduzido. Os autores sugerem ainda uma correção adicional do contorno $p_N q_N$, em função de um ensaio experimental (método iterativo empírico) e do erro que o contorno do

embutido resultante apresentar em relação ao objetivo, de modo a realizar pequenos ajustes nas várias direções consideradas.

A.2. Método Inverso

Alguns autores desenvolveram ferramentas numéricas para determinar alguns aspetos do processo, em função da geometria do componente desejado, sendo um deles a geometria inicial do esboço, de um modo simples e rápido. O método inverso baseia-se numa análise simplificada de MEF, desenvolvida por (Guo & Batoz, 1990). Para tal, assume alguns pressupostos referentes aos fenómenos físicos associados às operações de conformação, como a linearização das trajetórias de deformação, a não consideração da história do carregamento e do contacto (com atrito), etc. Deste modo, a partir da configuração geométrica final do embutido é possível estimar a configuração geométrica inicial do esboço, isto é, a posição original de cada ponto material, num único incremento.

No entanto, apresenta algumas desvantagens, principalmente em termos de precisão. A informação numérica obtida em cada ponto permite estimar os campos de tensões e deformações presentes no embutido. A distribuição das deformações é aceitável, mas o mesmo não acontece com a distribuição de tensões. Assim, a previsão de defeitos geométricos como o retorno elástico (Alves, 2003) não é correta. É, acima de tudo, uma ferramenta com alguma utilidade para gerar os parâmetros iniciais dos primeiros ensaios, experimentais e/ou virtuais, dada a sua eficácia computacional. Porém, tem como desvantagem a quantidade de simplificações e funções, cujas sensibilidades têm de ser analisadas constantemente de modo a controlar a simulação, evitando imprecisões significativas.

A.3. Método da Solução Inicial Modificada

Em (Kishor & Ravi Kumar, 2002) é desenvolvido um procedimento (denominado aqui por método da solução inicial modificada) que consiste na remoção de material no esboço, nas direções para as quais se formam orelhas de estampagem, no caso de uma taça cilíndrica sem flange. Por exemplo, no caso de um material com anisotropia planar positiva, os autores aconselham a remoção de material a 0° e 90° em relação a DL, ou adição a 45° em relação a DL (segundo os autores, a primeira opção é melhor).

A solução inicial para o diâmetro do esboço, D , é obtida com base em

$$D^2 = d_p^2 + 4dh, \quad (\text{A.9})$$

Em seguida são corrigidas as posições em ambos os eixos, X e Y, com recurso às seguintes expressões:

$$X_{\text{modificado}} = \frac{D}{2} - 3 \times (r_0 - r_{45}), \quad (\text{A.10})$$

$$Y_{\text{modificado}} = \frac{D}{2} - 3 \times (r_{90} - r_{45}). \quad (\text{A.11})$$

Estas permitem modificar a geometria inicial do esboço (do ponto 1 para 1', 3 para 3', 5 para 5' e 7 para 7', como se mostra na ver Figura A.2). Consequentemente, geram-se quatro pontos desfasados do centro do esboço circular inicial (C_1 , C_2 , C_3 e C_4), a partir dos quais se desenham quatro arcos. Constrói-se, deste modo, a geometria inicial do esboço modificado.

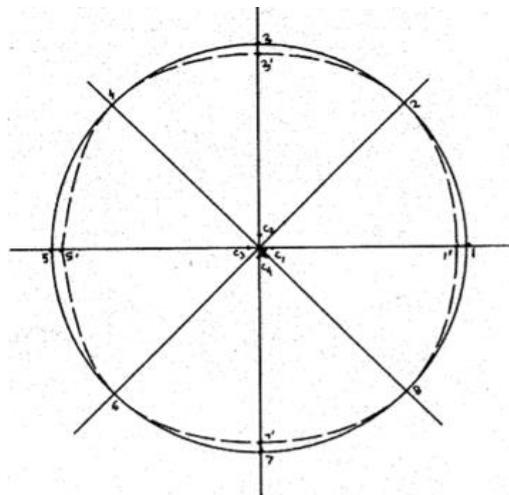


Figura A.2. Representação a tracejado da geometria do esboço modificada (Kishor & Ravi Kumar, 2002).

Os resultados obtidos após esta modificação descrevem o primeiro estágio de otimização deste procedimento, que corresponde a um método analítico. Normalmente é necessário mais do que um estágio de correção. O segundo estágio corresponde a um processo iterativo, que consiste em adicionar ou remover material ao esboço modificado, em função do erro gerado pela solução modificada, em cada direção.

O método analítico só pode ser utilizado para taças cilíndricas sem flange e é muito dependente da interpretação prévia da anisotropia da chapa e do correspondente comportamento mecânico no material, de modo a realizar as correções à solução inicial. Adicionalmente a expressão (A.9), consiste numa conservação de área de um momento inicial para um final (de conformação) e não assume sequer a existência de um raio de curvatura no punção, o que promove o aparecimento de erros ao longo do procedimento de otimização.

A.4. Método das Trajetórias de Deformação

Em (Park et al., 1999) desenvolve-se mais um método que envolve os dois estágios de otimização, analítico e iterativo. O exemplo analisado pelos autores é uma taça retangular, produzida com um aço de baixa liga.

O primeiro estágio consiste na obtenção da solução inicial do esboço a partir da teoria da conformação ideal (*ideal forming theory*). Esta requer uma deformação homogénea do material ao longo das trajetórias cuja energia potencial de deformação seja mínima (Chung & Richmond, 1992a) (Chung & Richmond, 1992b), assumindo ainda que tais trajetórias fornecem a conformabilidade ideal da chapa (F. Barlat et al., 1994). Contudo, a solução obtida não é válida para qualquer tipo de operação de estampagem, visto que as condições reais de conformação nem sempre coincidem com as condições ideais assumidas no seu cálculo, nomeadamente em relação à força do cerra-chapas e ao atrito (Park et al., 1999).

Para o segundo estágio é proposto o método iterativo das trajetórias de deformação (*deformation path iterative method*), que se baseia em resultados de simulação com o MEF. O método iterativo das trajetórias de deformação envolve adição e/ou remoção de porções de volume de material ao esboço inicial, com base nas trajetórias do escoamento (obtidas com o MEF) e posterior utilização de um método de extrapolação, como se mostra na Figura A.3. Nessa figura, os pontos a, b, c e d são conhecidos e os pontos C e D são desconhecidos. A posição de C e D é calculada com base na conservação incremental de volume, i.e., com base na igualdade entre o volume Δabc (com espessura t obtida com o MEF) e o volume ΔABC (com espessura inicial t_0 conhecida).

A precisão da solução obtida com este método depende do erro associado à variação de espessura em cada região do contorno do embutido, uma vez que a correção realizada respeita parcialmente a conservação de volume (pelo menos na respetiva região). Deste modo, considera indiretamente, o estado de deformação de pelo menos uma das regiões do embutido o que se pode tornar benéfico comparativamente a outras abordagens.

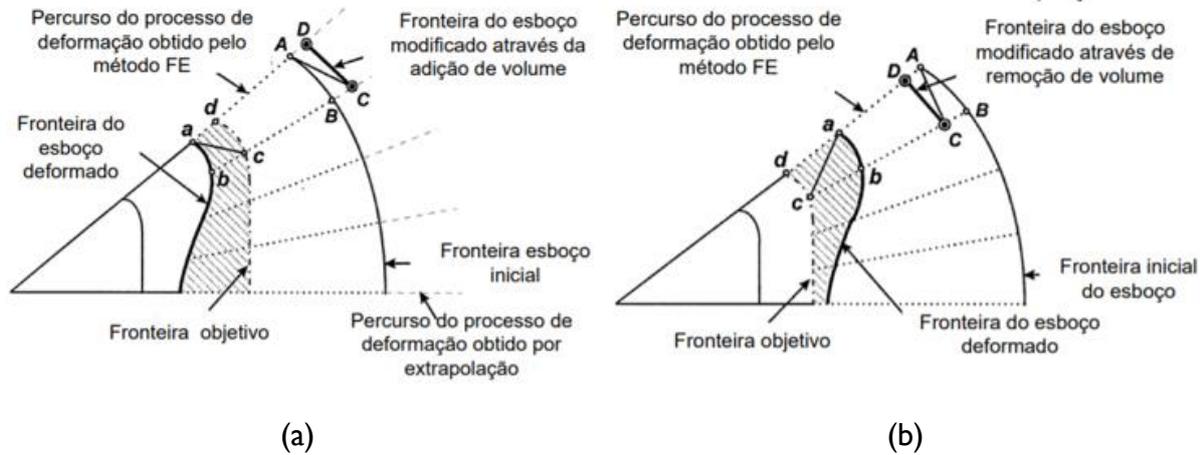


Figura A.3. Representação esquemática da aplicação do método iterativo por ajuste incremental de volume no esboço por: (a) adição; (b) remoção (Morgado, 2016).

A.5. Método da Velocidade Inicial e do Vetor Radial

Este método foi desenvolvido pelos mesmos autores que idealizaram o método da sensibilidade e é apresentado em (Son & Shim, 2003). O primeiro passo consiste em traçar a curva que interpola três pontos vizinhos do contorno do esboço (e.g., ${}^{k-1}\mathbf{x}_{\text{esb}}^i$, ${}^k\mathbf{x}_{\text{esb}}^i$, ${}^{k+1}\mathbf{x}_{\text{esb}}^i$, como se mostra na Figura A.4). A partir desta curva calcula-se o vetor radial inicial normalizado ${}^k\hat{\mathbf{R}}^i$:

$${}^k\mathbf{R}^i = \frac{|\mathbf{A}|^2\mathbf{B} \times (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) + |\mathbf{B}|^2(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \times \mathbf{A}}{2|\mathbf{A} \times \mathbf{B}|^2}, \text{ com } {}^k\hat{\mathbf{R}}^i = \frac{{}^k\mathbf{R}^i}{|{}^k\mathbf{R}^i|}, \quad (\text{A.12})$$

em que $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ representa o produto externo entre dois vetores. O erro geométrico é calculado através do vetor unitário radial no estado final do processo ${}^k\hat{\mathbf{f}}^i$ (que requer a mesma curva, para os mesmos três pontos, mas num estado final de deformação):

$${}^k\mathbf{x}_{\text{emb}}^i + \Delta {}^k\mathbf{x}_{\text{erro}}^i {}^k\hat{\mathbf{f}}^i = {}^k\mathbf{x}_{\text{obj}}^i, \quad (\text{A.13})$$

Neste caso, a resolução desta equação não linear requer a aplicação do método de Newton-Raphson.

Por último, a correção efetuada ao esboço da iteração corrente i é realizada através da seguinte expressão:

$${}^k\mathbf{x}_{\text{esb}}^{i+1} = {}^k\mathbf{x}_{\text{esb}}^i + \Delta {}^k\mathbf{x}_{\text{erro}}^i {}^k\Gamma^i {}^k\hat{\mathbf{R}}^i \quad (\text{A.14})$$

em que ${}^k\Gamma^i$ corresponde ao coeficiente de velocidade do respetivo nó:

$${}^k\Gamma^i = {}^k\Sigma^i\beta_1 + \beta_2 \quad (\text{A.15})$$

em que β_1 e β_2 são constantes determinadas após o cálculo de ${}^k\Sigma$, de modo a que ${}^k\Gamma$ varie entre 0,5 e 0,9 para todos os k pontos do contorno do esboço considerados, e,

$${}^k\Sigma = \frac{|{}^k v(0)|}{\int_0^{t_f} |{}^k v(t)| dt} = \frac{|{}^k v_1|}{\sum_{N=1}^N |{}^k v_N|}, \quad (\text{A.16})$$

sendo ${}^k v^i$ a velocidade do ponto k referente, ou a um instante t contido no intervalo de tempo de deformação $[0, t_f]$ (${}^k v(t)$), ou a um incremento de deformação N (${}^k v_N^i$).

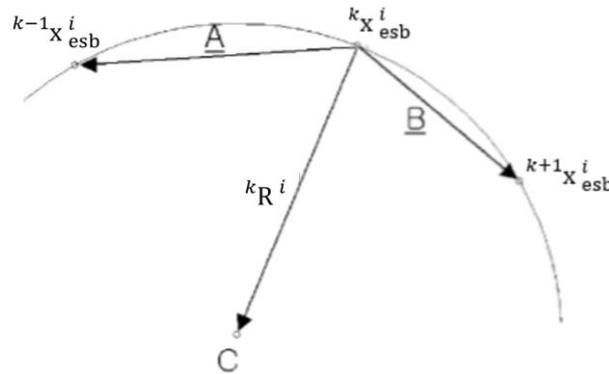


Figura A.4. Curva que interpola os três pontos vizinhos no contorno do esboço considerados na otimização geométrica (Son & Shim, 2003).

O procedimento iterativo dá-se por concluído quando o $\Delta {}^k \mathbf{x}_{\text{erro}}^i$ se torna inferior ao valor máximo permitido de erro entre ${}^k \mathbf{x}_{\text{emb}}^i$ e ${}^k \mathbf{x}_{\text{obj}}^i$. Apesar deste método necessitar de uma só simulação numérica por iteração e de considerar a trajetória real de deformação, requer dois parâmetros numéricos de amortecimento do coeficiente de velocidade, ${}^k\Gamma$. Assim, mais tarde, o autor substitui a variável ${}^k\Gamma$ por um coeficiente de desaceleração β ($0 < \beta \leq 1$), de modo a existir apenas um parâmetro numérico a ser ajustado para minimizar o número total de iterações (Shim, 2004). De qualquer modo, a utilização de parâmetros numéricos, sem significado físico, de amortecimento do erro na expressão iterativa de otimização, implica um estudo aprofundado dos mesmos. Eventualmente, é necessário executar simulações adicionais para obter o melhor valor de amortecimento, em função do tipo de problema de conformação.

A.6. Método da Projeção da Fronteira

Este algoritmo baseia-se na aplicação do MEF para efetuar a projeção do contorno objetivo sobre a solução numérica do embutido (Vafaesefat, 2008). A Figura A.5 ilustra a projeção dos pontos. A projeção do contorno é realizada a partir de um conjunto de pontos (Q), de modo a localizar os elementos finitos deformados que os contêm (no caso da projeção

cair no interior do contorno do embutido, Figura A.5 (a)) ou os que se encontram na proximidade do tal ponto projetado (no caso da projeção cair no exterior do contorno do embutido, Figura A.5 (b)).

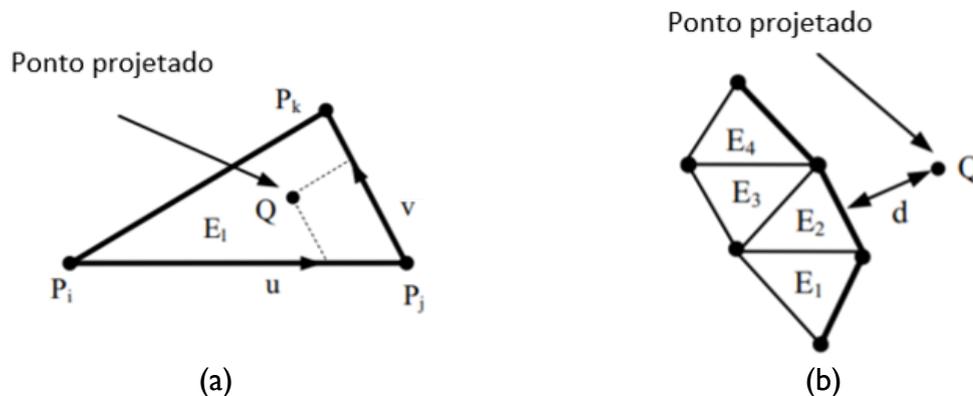


Figura A.5. Projeção do ponto, no respetivo elemento finito deformado, referente ao contorno objetivo, quando este se encontra: (a) no interior do contorno do embutido; (b) no exterior do contorno do embutido (Vafaesefat, 2008).

Uma vez realizada a localização, o novo contorno é determinado com base na informação extraída da projeção, como se mostra na Figura A.6. Para o caso (a), a correção é realizada com o auxílio de dois vetores de deslocamento (u , v). Para o caso (b), a correção recorre à menor distância d entre o ponto de projeção e o próprio elemento finito. Posteriormente, as localizações dos pontos Q na malha deformada são adaptados à malha não deformada, de modo a definir o novo contorno do esboço inicial (iteração seguinte).

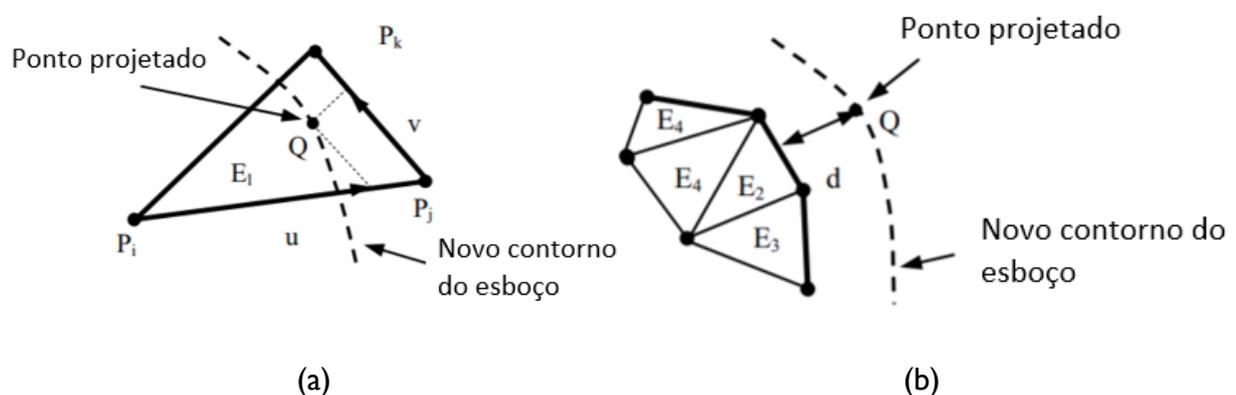


Figura A.6. Adaptação do ponto projetado na malha não deformada do esboço inicial, quando o contorno objetivo se encontra: (a) no interior do contorno do embutido; (b) no exterior do contorno do embutido (Vafaesefat, 2008).