



Daniel Vaz Ramos

# Estimação de Fricções em Robôs Manipuladores por Métodos Indiretos

Fevereiro 2017



UNIVERSIDADE DE COIMBRA





FCTUC FACULDADE DE CIÊNCIAS  
E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Mestrado Integrado Engenharia Eletrotécnica e de Computadores

# Estimação de Fricções em Robôs Manipuladores por Métodos Indiretos

Daniel Vaz Ramos

Orientador:

Prof. Doutor Rui Pedro Duarte Cortesão

Júri:

Prof. Doutor Rui Alexandre de Matos Araújo (Presidente)

Prof. Doutor Lino José Forte Marques

Prof. Doutor Rui Pedro Duarte Cortesão (Orientador)

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em  
Engenharia Eletrotécnica e de Computadores.

Coimbra, fevereiro 2017



# Agradecimentos

Ao professor doutor Rui Pedro Duarte Cortesão, o meu agradecimento, pela orientação ao longo desta dissertação, agradecer pelo apoio e pelos valiosos contributos para a realização deste trabalho.

Ao Luís Santos, pelas horas que abdicou muitas vezes do seu trabalho para me ajudar, o meu sincero agradecimento.

A minha família, mais precisamente aos meus pais e à minha irmã, um caloroso agradecimento, sem eles não seria possível percorrer este caminho.

Finalmente, mas não menos importantes, um muito obrigado, aos meus amigos. Aqueles que já o eram antes de iniciar o percurso universitário, mas também aqueles que acompanharam de perto esta etapa, que, sem dúvida, vou sempre lembrar.



# Resumo

A Robótica é um conceito muito presente na sociedade moderna, fazendo parte da cultura atual. Esta representa uma das, senão a área que mais evolução tem sofrido ao longo dos anos. Este trabalho recai sobre a área da medicina, onde já são inúmeras as funções desempenhadas por robôs, desde assistência, reabilitação, diagnóstico e em cirurgias. No entanto, existe uma grande barreira, que consiste na estimação precisa das forças exercidas, por exemplo, em procedimentos cirúrgicos ou de diagnóstico sem recorrer a um sensor de força incorporado no robô.

Assim, este trabalho pretende inserir nos métodos de estimação de forças já existentes a contribuição das fricções inerentes ao movimento, que até agora eram negligenciadas. Para tal, é apresentado um método de estimação baseado no método dos mínimos quadrados.

O método de estimação faz a análise da dinâmica do robô offline, em que para isso recorre ao software MATLAB. As estimações determinadas são introduzidas nos modelos de estimação de força em ambiente de simulação. O ambiente de simulação simula o comportamento do manipulador WAM 4DOF, onde posteriormente é feita a estimação e verificada a sua contribuição em dois métodos de estimação de força, em duas situações distintas, uma em espaço livre e outra quando o manipulador está em contacto com uma superfície.

Finalmente, para cada um dos métodos, individualmente, é avaliada a contribuição das fricções e comparada com a leitura feita por um sensor de força presente no manipulador.

**Palavras-chave:** Fricções de Coulomb, Fricções Viscosas, Robótica Médica, Manipulador Robótico, Estimação de Forças.

# Abstract

Robotics is a very actual concept in modern society, having a massive influence in the current culture. It represents one of the fields that is having more development throughout the years. This thesis is centered in the medical field, where you already have multiple jobs performed by robots, including assistance, rehabilitation, diagnoses and surgeries. However there is a big barrier that consists in the precise estimation of the forces exerted, for example, in surgical and diagnose procedures without needing a force sensor incorporated into the robot.

Therefore, this thesis intents to insert in the preexistent force estimation model the contribution of the friction associated to the movement, which was, so far, neglected. In order to achieve this, it's used an estimation method based on the Least Squares method. The estimation method, makes a dynamic assessment of the robot while it is offline, using the MATLAB software.

The determined estimations are introduced in the force estimation models on a simulated environment. The simulated environment, simulates the behavior of the WAM 4DOF manipulator where afterwards is made the estimation and the verification of the contribution of the frictions in two methods of force estimation, in two distinct situations, one in free space and the other when the manipulator is in contact with a surface.

Finally, for each one of the methods, it is evaluated the contribution of the frictions and compared to force sensor readings in the manipulator.

**Keywords:** Coulomb Friction, Viscous Friction, Medical Robotics, Robotic Manipulator, Force Estimation.





“O sucesso é a soma de pequenos esforços repetidos dia após dia.”

**Robert Collier**



# Conteúdo

Agradecimentos .....	ii
Resumo .....	iv
Abstract.....	v
Lista de Figuras.....	xi
Lista de Tabelas .....	xii
Lista de Abreviaturas .....	xiv
Simbologia.....	xv
1 Introdução.....	1
1.1 Motivação e Contexto .....	2
1.2 Objetivos .....	3
1.3 Contribuição da Tese.....	4
1.4 Estrutura da Tese.....	4
2 Estado de Arte .....	5
2.1 Estimação de Fricções .....	5
3 Modelo do Robô .....	8
3.1 Dinâmica do Robô .....	8
3.1.1 Representação no espaço das juntas .....	9
4 Controladores.....	15
4.1 Controlador de Velocidade .....	15
5 Técnicas de Estimação.....	17
5.1 Modelo Dinâmico .....	17
5.2 Método dos Resíduos.....	18
5.3 Mínimos Quadrados .....	19

6	Material e Metodologia .....	22
6.1	Materiais.....	22
6.2	Metodologia .....	24
6.2.1	Metodologia de estimação das fricções viscosas e de Coulomb .....	24
7	Análise de Resultados.....	27
7.1	Ambiente de Simulação.....	27
7.1.1	Estimação .....	27
7.1.2	Validação .....	31
7.2	Robô manipulador real.....	35
7.2.1	Estimação .....	35
7.2.2	Validação .....	38
8	Conclusão e Trabalhos Futuros .....	44
8.1	Trabalhos futuros .....	45
9	Bibliografia.....	46

# Lista de Figuras

Figura 6.1: Robô Manipulador 4-DOF WAM.....	22
Figura 6.2: Dispositivo háptico Phantom Omni .....	23
Figura 6.3: Software para o ambiente de simulação .....	24
Figura 7.1: Retas de aproximação pelos mínimos quadrados em cada junta do manipulador, em ambiente de simulação, referentes a primeira estimação. ....	28
Figura 7.2: Retas de aproximação pelos mínimos quadrados em cada junta do manipulador, em ambiente de simulação, referentes a segunda estimação.....	30
Figura 7.3: Estimação usando o método baseado no modelo dinâmico do robô, em espaço livre, com e sem compensação das fricções em $(x, y, z)$ .....	32
Figura 7.4: Estimação usando o método dos resíduos, em espaço livre, com e sem compensação das fricções em $(x, y, z)$ .....	32
Figura 7.5: Representação da estimação das forças de contacto, usando o modelo dinâmico e o método dos resíduos, em ambiente de simulação. ....	34
Figura 7.6: Retas de aproximação pelos mínimos quadrados em cada junta do manipulador real, referentes a primeira estimação no robô. ....	36
Figura 7.7: Retas de aproximação pelos mínimos quadrados em cada junta do manipulador real, referentes a segunda estimação no robô. ....	37
Figura 7.8: Estimação das forças no robô real usando o método baseado no modelo dinâmico em espaço livre, nos eixos de coordenadas $(x, y, z)$ .....	40
Figura 7.9: Estimação das forças no robô real usando o método dos resíduos em espaço livre, nos eixos de coordenadas $(x, y, z)$ .....	40
Figura 7.10: Representação da estimação das forças de contacto, usando o modelo dinâmico e o método dos resíduos, em ambiente real.....	42

# Lista de Tabelas

Tabela 1.1: Exemplos do uso de robôs nas diferentes áreas da robótica. ....	2
Tabela 7.1: Velocidade das juntas desejada em cada estimação na simulação. ....	27
Tabela 7.2: Valores das fricções de Coulomb e viscosas em cada junta introduzidas no simulador para a primeira estimação. ....	28
Tabela 7.3: Valores das fricções de Coulomb e viscosas em cada junta estimadas. ....	29
Tabela 7.4: Valores das fricções de Coulomb e viscosas em cada junta introduzidas no simulador para a segunda estimação. ....	29
Tabela 7.5: Valores das fricções de Coulomb e viscosas em cada junta estimadas. ....	30
Tabela 7.6: Análise dos erros de estimação (erro normalizado ( $En$ )), para cada junta do manipulador. ....	31
Tabela 7.7: Análise do erro de estimação (média (avg), módulo do valor máximo ( $max$ ), erro médio quadrático (EMQ) e desvio padrão (std)), para as coordenadas (x, y, z), baseado no modelo dinâmico (figura 7.3). ....	33
Tabela 7.8: Análise do erro de estimação (média (avg), módulo do valor máximo ( $max$ ), erro médio quadrático (EMQ) e desvio padrão (std)), para as coordenadas (x, y, z), baseado no método dos resíduos (figura 7.4). ....	33
Tabela 7.9: Análise do erro de estimação (média (avg), módulo do valor máximo ( $max$ ), erro médio quadrático (EMQ) e desvio padrão (std), da força de contacto, baseado nos dois métodos apresentados em ambiente de simulação. ....	34
Tabela 7.10: Velocidade das juntas desejada em cada estimação no robô. ....	35
Tabela 7.11: Estimações das fricções de Coulomb e viscosas em cada junta, para binários positivos. ....	37
Tabela 7.12: Estimações das fricções de Coulomb e viscosas em cada junta, para binários negativos. ....	38
Tabela 7.13: Valores usados na estimação de força, para as fricções de Coulomb e viscosas. ....	39

Tabela 7.14: Análise do erro de estimação em espaço livre (média (avg), módulo do valor máximo ( <i>max</i> ), erro médio quadrático (EMQ) e desvio padrão (std)), para as coordenadas (x, y, z), baseado no modelo dinâmico em ambiente real. ....	41
Tabela 7.15: Análise do erro de estimação em espaço livre (média (avg), módulo do valor máximo ( <i>max</i> ), erro médio quadrático (EMQ) e desvio padrão (std), para as coordenadas (x, y, z), baseado no método dos resíduos em ambiente real. ....	41
Tabela 7.16: Análise do erro de estimação (média (avg), módulo do valor máximo ( <i>max</i> ), erro médio quadrático (EMQ) e desvio padrão (std), da força de contacto, baseado nos dois métodos apresentados no robô real. ....	42



# Lista de Abreviaturas

CMI – Cirurgia minimamente invasiva

RIA – Instituto de robótica da América

DOF – graus de liberdade

CAN – *Controller área network*

# Simbologia

L – Lagrangiano

T – Energia Cinética

U – Energia Potencial

$\xi$  – força associada a equação de Euler-Lagrange

q – Posição da junta

$\dot{p}^*$  - Velocidade linear

$\rho$  – Densidade

V – Volume

$\omega$  – Velocidade angular

R – Matriz rotação

$g$  – Vetor de gravidade

C – Matriz Coriolis

$F_v$  – Fricção viscosa

$F_c$  – Fricção de Coulomb

$\tau$  – Binário

J – Jacobiano

$K_p$  – Matriz dos ganhos proporcionais

$K_I$  – Matriz dos ganhos integrativos

r – Resíduos

$r^*$  - Residual dos mínimos quadrados

$\dot{\quad}$  ,  $\ddot{\quad}$  - Primeira e segunda derivada

$l_i$  – Especificação do link

$T$  - Transposta

# - Matriz pseudo-inversa

$^{-1}$  – Matriz Inversa



# 1 Introdução

A Robótica é um conceito muito presente na sociedade moderna, fazendo parte da cultura atual. Foi na Indústria, nos anos 50, desenvolvido por George Devol e Joe Engelberger, o primeiro robô manipulador controlado digitalmente (Unimates) .[1]

Desde então, têm sido os inúmeros avanços nesta área, existindo já vários tipos de robôs para as diferentes tarefas, trazendo vantagens para a indústria, como, a redução de custos com os trabalhadores o que significa um aumento da produção, mas também, e que ainda representa uma forte preocupação na classe trabalhadora, o aumento de desemprego devido à substituição do trabalho humano por robôs.

Atualmente, os robôs estão presentes nas mais diversas áreas da sociedade, para além da indústria, também laboratórios científicos, situações de busca e salvamento, segurança, interação com humanos, aplicações militares, na medicina, entre outras áreas.[1]

Na área da medicina, sendo nela que este trabalho incidirá, inicialmente não foi bem aceite pela comunidade médica nem pelos próprios pacientes, havendo algum medo na sua utilização. No entanto, esta situação foi ultrapassada e, neste momento, os dispositivos robóticos já são parte integrante das diversas áreas da medicina, assistência, reabilitação, diagnóstico e em cirurgias.[2] Futuramente, não só na medicina bem como nas outras áreas o intuito é melhorar os equipamentos existentes bem como desenvolver novos para novas aplicações.

## 1.1 Motivação e Contexto

Hoje em dia, já são várias as tarefas atribuídas a robôs nos vários campos da medicina, descritos anteriormente, uma das quais auxiliar os profissionais médicos. Assumem também de forma autónoma uma tarefa específica, como o auxílio ao paciente. Mas também assumem uma presença significativa nos microdispositivos para auxílio de diagnóstico e em próteses. Para melhor compreensão, é útil a organização de acordo com a sua função: [2], [3]

<b>Áreas da Robótica Médica</b>	<b>Robótica centrada no paciente</b>	<b>Robótica de assistência:</b> Melhoram a qualidade das pessoas com deficiência, permitindo um aumento da independência pessoal. (e.g. próteses, assistentes pessoais)
		<b>Robótica de Reabilitação:</b> Terapias clínicas e reabilitação neuro-motora. (e.g. dispositivos de reabilitação ativa/passiva)
	<b>Robótica centrada no médico</b>	<b>Robótica não cirúrgica:</b> Robôs de diagnóstico. (e.g. Tele-ecografia)
		<b>Robótica cirúrgica:</b> Robôs usados em cirurgias, usados em telemanipulação[4], consiste no controlo do robô à distancia através de um interface, ou comanipulação[5], consiste no controlo a partir do local tendo o médico visão direta do procedimento cirúrgico.

Tabela 1.1: Exemplos do uso de robôs nas diferentes áreas da robótica.

Tal como noutras áreas onde os dispositivos robóticos já fazem parte, na medicina existem vantagens, como por exemplo, a repetibilidade, estabilidade, precisão, a não fadiga, mas também

algumas desvantagens, como o custo dos dispositivos, dimensões que por vezes trazem algumas complicações na sala de cirurgias, fraca capacidade de decisão, aprendizagem e adaptação. [3], [6]

De facto, a robótica traz vantagens preciosas, principalmente para cirurgias robóticas. A mais abordada nesta tese é a precisão, capacidade de executar uma trajetória ou de estimar forças de uma forma muito precisa. A precisão é indispensável, por exemplo, em cirurgias minimamente invasivas (CMI), que consistem na execução de procedimentos cirúrgicos, através de pequenos orifícios, que permitem visualizar e intervir na região do corpo humano.[7]

A precisão no *feedback* dos parâmetros do robô (e.g. força), também é de elevada importância na telemanipulação em cirurgias ou em situações em que existe contacto com o paciente, é por vezes gravemente afetada devido a fricções. Em que, as forças introduzidas por estas, principalmente em baixas velocidades podem mascarar as forças delicadas exercidas pelo operador na interação com os tecidos. [8]

Este trabalho debruça-se nos problemas de fricção nas juntas de um robô manipulador e na sua resolução, tentando contribuir com um estudo de interesse científico e que possa ser usado para processos cirúrgicos, ou adaptados para outros processos.

## 1.2 Objetivos

O objetivo deste trabalho consiste na estimação da fricção de Coulomb e da fricção viscosa, que ocorrem nas juntas do robô manipulador, através de métodos indiretos. Para a estimação, aos parâmetros conhecidos do modelo do robô é aplicado o método dos mínimos quadrados, tendo em conta o seu desempenho em diferentes situações.

Este trabalho, em ambiente de simulação, pretende verificar o método de estimação das fricções de Coulomb e das fricções viscosas e avaliar a contribuição das estimações em métodos de estimação de forças em duas situações distintas, em espaço livre e quando o manipulador entra em contacto com uma superfície. Após a validação das estimações em ambiente de simulação, o método vai ser usado para estimação das fricções no robô real.

Por fim, de forma a verificar se o método pode melhorar a estimação das forças exercidas numa parede ou em espaço livre, vai ser comparada a estimação das forças com e sem a consideração das fricções no modelo abordado.

## 1.3 Contribuição da Tese

Esta dissertação apresenta as seguintes contribuições de relevo:

- Apresentação de modelos do Robô;
- Definição do controlador usado;
- Apresentação de técnicas de estimação de forças e de fricções;
- Apresentação da plataforma robótica utilizada neste trabalho;
- Demonstração dos resultados obtidos para os modelos;

## 1.4 Estrutura da Tese

Este trabalho inicia com uma secção introdutória (Secção 1), que pretende introduzir o tema para o qual o objetivo da tese se insere diretamente, abordando uma avaliação geral da robótica na medicina bem como contextualizar o tema da tese nos problemas inerentes. Na secção 2, é feita uma revisão da literatura, dando a conhecer os modelos de fricções existentes, dos quais o modelo usado neste trabalho, e um breve relato da sua utilização por outros autores. A secção 3, apresenta o modelo dinâmico do robô manipulador, formulando a sua expressão na fórmula matricial. Na secção 4, é apresentado o controlador usado no controlo do manipulador para a estimação das fricções. Posteriormente, na secção 5, são apresentados os dois métodos de estimação de força usados para validar as estimações feitas, e também é exposto o método usado na estimação das mesmas. A secção 6, apresenta o material usado ao longo deste trabalho, bem como a metodologia de estimação das fricções usada. Seguidamente, na secção 7, são dados a conhecer os resultados obtidos para as estimações em ambiente de simulação e no robô real, bem como, a validação dos resultados na estimação de forças, em espaço livre e em contacto. Finalmente, na secção 8, são apresentadas as conclusões finais, bem como, a proposta de um trabalho futuro em que se prevê melhorar as estimações.

## 2 Estado de Arte

De forma a que este trabalho não se restrinja apenas na análise e confirmação de um método de estimação, neste capítulo, faz-se uma revisão da literatura, dando assim a conhecer diferentes métodos já abordados, fazendo pequenas comparações e tecendo considerações a ter em conta para cada modelo.

### 2.1 Estimação de Fricções

A fricção é a força de reação tangencial entre duas superfícies em contacto. Fisicamente, estas forças dependem da geometria, topologia de contacto, propriedades dos materiais, velocidades relativas, entre outros [9]. Desta forma, várias foram as propostas para a consideração destes fenómenos nos modelos dos robôs.

Propostas estas, que se dividem entre modelos estáticos de atrito, geralmente relacionam velocidades e a força de atrito [10], bem como modelos dinâmicos, estes têm em consideração características dinâmicas do robô.

Nos modelos estáticos, encontramos os modelos clássicos, como, atrito de Coulomb, cuja ideia principal é que o atrito se opõe ao movimento e é independente da velocidade e da área de contacto. O atrito de Coulomb mais atrito viscoso, que ajusta a estimação por uma dependência não linear da velocidade. Fricção estática (*Stiction = Static Friction*) em conjunto com a fricção de Coulomb e o atrito viscoso, a força de atrito é descrita no repouso, esta no repouso, também depende das forças externas, ficando assim com uma intensidade superior à fricção de Coulomb. Neutralizando as forças externas inferiores a um certo nível, permitindo manter o movimento. Finalmente, o atrito de Stribeck, este ao contrário do modelo que combina os atritos estáticos, Coulomb e viscoso, observou que a dependência da velocidade não é contínua quando as forças exercidas externamente ultrapassam as forças de atrito [9], [10].



Mais tarde, foram propostos novos modelos estáticos, com o objetivo de melhorar os modelos clássicos existentes. O modelo de Karnopp, pretende corrigir o problema da detecção de velocidade próxima de zero, considerando-a exatamente zero [11]. Também, o modelo de Armstrong's, que introduz dependências temporais para o efeito estático e Stribeck, lidando com deslocamentos de pré-deslizamento numa equação separada [9], [12].

Os modelos estáticos já foram amplamente testados, melhorados nas mais diversas situações, J. Petersen et al. [13] otimizaram a fricção de Coulomb para ser usada no robô (Kuka LWR 4+) em espaço nulo, este permitiu demonstrar a eficácia desta estratégia de otimização da massa e das fricções sobre as metodologias de controlo cirúrgico padrão, melhorando a utilização do dispositivo em cirurgias. W. Chen et al. [14], propõem um observador de fricções não linear para manipuladores robóticos em que são consideradas inicialmente as fricções de Coulomb e as fricções viscosas, mas adotando o modelo de Karnopp devido, com já foi abordado, à descontinuidade das características de fricção a uma velocidade zero. Outras propostas de estimação que usam modelos estáticos podem ser consultados em [15][16][17].

Adaptados dos modelos clássicos de fricção, foram vários os modelos dinâmicos propostos, P. Dahl [18], propôs um modelo de fricções, designado modelo de Dahl, baseado num modelo matemático de atrito sólido. Este modelo, foi extensivamente usado para simular sistemas de atrito de rolamentos de esferas, reunindo características do atrito de Coulomb, não capturando o efeito de Stribeck e o efeito estático [9]. Este modelo, foi usado em algumas aplicações para compensação de atrito, dos quais [19], para corrigir problemas de regulação de trajetória em sistemas mecânicos de fricção, bem como em [20], para compensar o atrito no controlo de velocidade de um braço robótico.

C. Canudas et al. [21], propõe um novo modelo, modelo de Lugre, a fricção é estimada com a força de deflexão média dos filamentos, isto é, “pelos” presentes na área de contacto e sedem com o aumento da força, comportamento este, comparado a molas elásticas [9]. Este modelo, quando proposto, foi usado para simular o controlo de posição de um servo com um controlador PID (Proporcional-integrativo-derivativo), e também num observador de fricção para compensar na posição e na velocidade, mostrando um bom comportamento quando são conhecidos todos os parâmetros. Este modelo foi posteriormente usado, por L. Aguilar et al. [19] para otimização do controlador para diferentes forças de fricção, também P. Pagilla e Y. Zhu em [22] implementa o modelo de Coulomb mais viscoso acoplado ao modelo de Lugre, para a compensação de fricções no controlo da trajetória do robô manipulador planar, validando assim este método com a obtenção de resultados vantajosos nestas condições.

Mais tarde, J. Swevers em [23], apresentou uma nova estrutura de modelo de fricção dinâmico que permite modelar com precisão tanto em regimes de deslizamento como em regimes

de pré-deslizamento, designado por modelo de Leuven. Este modelo, incorpora uma função histerese, para o regime pré deslizamento que constitui a grande diferença do modelo de Luge, e também tira partido dos efeitos de Stribeck, foi demonstrado pelo autor, no robô (KUKA IR 361) indicando a sua capacidade de modelar sistemas de atrito individuais através da identificação de um conjunto de parâmetros que determinam o comportamento completo do sistema. O modelo de Leuven, foi mais tarde revisto e otimizado pelo próprio autor J. Swevers em [24], corrigindo assim algumas deficiências detetadas no modelo.

## 3 Modelo do Robô

O termo robô foi introduzido pelo dramaturgo checo Karel Capek, em 1920 no jogo de ficção científica, *Rossum's Universal Robots*. Após isso, o termo tem sido usado em grande variedade de dispositivos, desde telemanipuladores, veículos subaquáticos, entre outros.

*Robot Institute of America (RIA)*, definiu um robô como um manipulador multifuncional reprogramável projetado para mover material, peças, ferramentas ou dispositivos especializados através de movimentos programados variáveis para a realização de uma variedade de tarefas.

O número de juntas do robô determina o número de graus de liberdade (DOF), normalmente um manipulador é constituído com pelo menos seis DOF independentes, três de posicionamento e três de orientação. O *end-effector* é a extremidade livre de uma cadeia de ligações que compõem o manipulador, dependendo da aplicação poderá ser uma garra, ou outro dispositivo [25]. O volume total varrido pelo *end-effector* quando o manipulador executa todos os movimentos possíveis, define espaço de trabalho (*Workspace*) do robô [26].

O controlo do robô é de extrema importância para a execução de movimentos corretos, pelo que a análise da cinemática e dinâmica do robô nos fornecem informações relevantes. A cinemática relaciona a posição das juntas para obter a posição cartesiana ou, inversamente, a posição cartesiana para obter a posição das juntas[27]. A análise dinâmica do robô é abordada neste trabalho, e vai ser introduzida na secção seguinte.

### 3.1 Dinâmica do Robô

Para este trabalho, a estimação é feita pela análise de parâmetros do modelo dinâmico do robô, assim assume uma componente crucial na sua realização. Este modelo relaciona as forças aplicadas/binários e o movimento, posição das juntas, velocidade e aceleração, realizadas pelo robô.

As equações de movimento são considerações importantes no projeto do robô bem como na simulação e na conceção de algoritmos de controlo [26].

Para obter as equações do movimento do manipulador podem ser usados dois métodos, o de Newton-Euler que define o modelo de forma recursiva, e o método de Lagrange. No presente trabalho, o método escolhido para obter o modelo dinâmico, é a formulação de Lagrange, que é conceptualmente simples e sistemático, demonstrado de seguida de forma detalhada no espaço das juntas (a tarefa é planeada pela posição das juntas).

### 3.1.1 Representação no espaço das juntas

Definindo  $q_i$  com  $i = 1, \dots, n$ , as coordenadas generalizadas da posição das juntas do manipulador n-DOF, o *Lagrangiano* do sistema mecânico pode ser definido por[28]:

$$L = T - U \quad (3.1)$$

onde T corresponde à energia cinética total e U corresponde à energia potencial do sistema. Para se obter a força generalizada associada,  $\xi$ , a equação de Euler-Lagrange é definida por,

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \xi_i \quad (3.2)$$

em que,  $\dot{q}_i$ , representa a velocidade da junta i do manipulador.

As contribuições para as forças generalizadas são dadas pelas forças não-conservativas, isto é, os binários de comando das juntas, os binários de fricções das juntas, bem como os binários das juntas induzidos por forças quando o *end-effector* interage com o ambiente.

A equação (3.2) estabelece a relação existente entre as forças generalizadas aplicadas ao manipulador e a posição, velocidade e aceleração das juntas. Permitindo, com a determinação da energia cinética e energia potencial do sistema, a definição do modelo dinâmico.

- **Cálculo da energia cinética**

A energia cinética é calculada pela soma das contribuições relativas ao movimento de cada *link*, sequência de corpos rígidos interligados por duas juntas, e a contribuição relativa do movimento do atuador de cada junta [28]. A energia cinética, é expressa por:

$$T = \sum_{i=1}^n (T_{l_i} + T_{m_i}), \quad (3.3)$$

onde  $T_{l_i}$  é a energia cinética do link  $i$  e  $T_{m_i}$  é a energia cinética do motor atuador da junta  $i$ .

As contribuições da energia cinética do link  $i$  pode ser expressa da seguinte maneira:

$$T_{l_i} = \frac{1}{2} \int_{V_{l_i}} \dot{p}_i^{*T} \dot{p}_i^* \rho dV, \quad (3.4)$$

com  $\dot{p}_i^*$  a corresponde ao vetor velocidade linear,  $\rho$  é a densidade da partícula do volume  $dV$  e  $V_{l_i}$  é o volume do link  $i$ .

Tendo em conta as contribuições translacionais e rotacionais a energia cinética no link  $i$ , fica,

$$T_{l_i} = \frac{1}{2} m_{l_i} \dot{p}_{l_i}^T \dot{p}_{l_i} + \frac{1}{2} \omega_i^T R_i I_{l_i} R_i^T \omega_i, \quad (3.5)$$

com  $\dot{p}_{l_i}$  a velocidade linear do centro de massa do link  $i$ ,  $R_i$  a matriz rotação do link  $i$  em relação ao eixo base,  $I_{l_i}$  representa o tensor de inercia [26] relativa ao centro de massa do link  $i$  quando expressa no eixo base e  $\omega_i$  a velocidade angular do link  $i$ .

Os binários dos atuadores das juntas são dados por engrenagens, incluindo a sua contribuição para a energia cinética, considerando que o movimento da junta  $i$  não implica o movimento de outras juntas, a energia cinética do rotor, vem

$$T_{m_i} = \frac{1}{2} m_{m_i} \dot{p}_{m_i}^T \dot{p}_{m_i} + \frac{1}{2} \omega_{m_i}^T I_{m_i} \omega_{m_i}, \quad (3.6)$$

onde  $m_{m_i}$  é a massa do rotor  $i$ ,  $\dot{p}_{m_i}$  corresponde à velocidade linear do centro de massa do rotor,  $I_{m_i}$  é o tensor de inércia do rotor em relação ao centro de massa e  $\omega_{m_i}$  representa a velocidade angular do rotor.

Finalmente, somando as contribuições relativas aos links (3.5) e (3.6), a expressão da energia cinética é dado por:

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n b_{ij}(q) \dot{q}_i \dot{q}_j = \frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q} \quad (3.7)$$

onde  $b_{ij}$  representa o coeficiente do momento de inércia tendo em conta o efeito da aceleração da junta  $i$  na junta  $j$ ,  $M(q)$  corresponde a matriz inércia, é uma matriz quadrada tendo em consideração o número de DOF, simétrica, definida positiva.

- **Cálculo da energia potencial**

Como foi feito para a energia cinética, a energia potencial armazenada no manipulador é dada pela soma das contribuições relativas de cada link e de cada rotor das juntas, sendo a expressão dada por:

$$U = \sum_{i=1}^n (U_{l_i} + U_{m_i}) \quad (3.8)$$

dados os links rígidos, as contribuições são constituídas apenas por forças gravitacionais, assim, a expressão toma a forma,

$$U_{l_i} = - \int_{V_{l_i}} g_o^T p_i^* \rho dV = - m_{l_i} g_o^T p_{l_i}, \quad (3.9)$$

onde  $g_o$  é o vetor de aceleração da gravidade no referencial da base, tomando a forma:

$$g_o = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix}^T \quad (3.10)$$

similar a equação (3.9), a contribuição de cada rotor, fica

$$U_{m_i} = - m_{m_i} g_o^T p_{m_i}. \quad (3.11)$$

Substituindo as expressões (3.9) e (3.11) na expressão (3.8), a energia potencial é dado por:

$$U = - \sum_{i=1}^n (m_{l_i} g_o^T p_{l_i} + m_{m_i} g_o^T p_{m_i}) \quad (3.12)$$

Pela equação final da energia potencial, é possível verificar que esta não depende da velocidade das juntas, apenas depende da sua posição,  $q$ .

- **Equações do movimento**

Sendo já conhecidas as expressões da energia cinética e da energia potencial do sistema em (3.7), (3.11), é possível reescrever-se a expressão do Lagrangiano da forma:

$$L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - U(q) \quad (3.13)$$

relacionando a equação da energia cinética e da energia potencial com a expressão de Euler-Lagrange (3.2), fica:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) &= \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) = \sum_{j=1}^n b_{ij}(q) \ddot{q}_j + \sum_{j=1}^n \frac{db_{ij}(q)}{dt} \dot{q}_j \\ &= \sum_{j=1}^n b_{ij}(q) \ddot{q}_j + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{\partial b_{ij}(q)}{\partial q_k} \dot{q}_k \dot{q}_j \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial T}{\partial q_i} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{\partial b_{jk}(q)}{\partial q_i} \dot{q}_k \dot{q}_j \quad (3.15)$$

e

$$\frac{\partial U}{\partial q_i} = - \sum_{j=1}^n \left( m_{l_j} g_o^T \frac{\partial p_{l_j}}{\partial q_i} + m_{m_j} g_o^T \frac{\partial p_{m_j}}{\partial q_i} \right) = g_i(q) \quad (3.16)$$

Finalmente, a equação do movimento toma a forma,

$$\sum_{j=1}^n b_{ij}(q) \ddot{q}_j + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n h_{ijk}(q) \dot{q}_k \dot{q}_j + g_i(q) = \xi_i \quad i = 1, \dots, n. \quad (3.17)$$

onde

$$h_{ijk} = \frac{\partial b_{ij}}{\partial q_k} - \frac{1}{2} \frac{\partial b_{jk}}{\partial q_i}. \quad (3.18)$$

O termo  $h_{ijk}$  representa o efeito de *Coriolis* induzido na junta  $i$  pelas velocidades das juntas  $j$  e  $k$ , e  $g_i$  representa o momento gerado na junta  $i$  do robô, na configuração atual, na presença de gravidade.

Tendo em conta a equação do movimento (3.17), é possível reescreve-la da forma matricial, tornando-se mais compacta representando assim o modelo dinâmico do espaço das juntas.

Neste trabalho, foi considerado o modelo clássico de fricção constituídas pela fricção de *Coulomb* ( $F_c$ ) mais a fricção viscosa ( $F_v$ ).

Assim a representação final do modelo dinâmico é:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + F_v\dot{q} + F_c \text{sgn}(\dot{q}) + g(q) = \tau \quad (3.19)$$

onde  $C(q, \dot{q})$  representa a matriz *Coriolis*,  $g(q)$  o termo da gravidade,  $\text{sgn}(\dot{q})$  é o vetor cujas componentes dependem do sinal das velocidades nas juntas.  $\text{sgn}(\dot{q})$  toma o valor -1 quando  $\dot{q} < 0$ , zero quando  $\dot{q} = 0$  e 1 quando  $\dot{q} > 0$ . Finalmente,  $\tau$  o binário aplicado nas juntas do robô [28]. O binário aplicado nas juntas do robô, pode ser decomposto em,

$$\tau = \tau_{com} + \tau_{ext} \quad (3.20)$$

com  $\tau_{com}$  o binário de comando enviado aos atuadores das juntas e  $\tau_{ext}$  o binário externo que é inserido nas juntas quando o robô entra em contacto com o meio envolvente. Sendo  $F \in \mathbb{R}^m$  a força externa aplicada a um ponto genérico do robô, e  $J(q)$  é a matriz Jacobiana associada ao ponto de contacto no robô, o binário externo ( $\tau_{ext}$ ) é representado por:

$$\tau_{ext} = J^T(q) F \quad (3.21)$$

Esta última expressão permite no final verificar qual a influência das fricções estimadas na estimativa da força do robô [29].

O Jacobiano do manipulador, é uma matriz ( $6 \times n$ ) constituída pela contribuição das velocidades lineares  $J_v$ , e as velocidades angulares  $J_w$ . Possibilita caracterizar um manipulador,



permitindo a determinação das singularidades, a análise de redundância e expressão da relação entre as forças e momentos aplicados no *end-effector* e o binário resultante das juntas [28].

A expressão que o representa pode ser escrita da forma[26]:

$$\dot{X} = J(q)\dot{q}. \quad (3.22)$$

## 4 Controladores

No decorrer deste trabalho foi usado um controlador PI (proporcional-integral) para o controlo da velocidade necessário no método de estimação das fricções. Foi também usado, um controlador PD (proporcional-derivativo), já implementado anteriormente, este usado para o controlo de trajetórias em espaço livre e em contacto, para a validação do modelo.

Nesta secção é apresentado a formulação do controlo PI, implementado para este trabalho.

### 4.1 Controlador de Velocidade

A abordagem que se segue baseia-se na ideia de encontrar um vetor  $\tau_p$ , representando o binário de controlo do manipulador, em função do estado do sistema, sendo capaz de realizar uma relação de entrada/saída do tipo linear. A possibilidade de encontrar um controlador de linearização deste tipo é garantida pela forma particular da dinâmica do sistema[28].

O modelo dinâmico de um robô manipulador pode ser reescrito por:

$$M(q)\ddot{q} + N(q, \dot{q}) = \tau_p \quad (4.1)$$

para simplificar a equação considerou-se,

$$N(q, \dot{q}) = C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) \quad (4.2)$$

Tomando o  $\tau_p$  na forma,

$$\tau_p = M(q)\alpha + N(q, \dot{q}) \quad (4.3)$$

leva ao sistema descrito por

$$\ddot{q} = \alpha \quad (4.4)$$

onde  $\alpha$  representa a nova entrada cuja expressão é determinada de seguida. O problema de controlo do manipulador é reduzido ao encontrar uma lei de controlo de estabilização  $\alpha$ , esta representada na forma,

$$\alpha = K_P(\dot{q}_d - \dot{q}) + K_I \int (\dot{q}_d - \dot{q}), \quad (4.5)$$

onde  $\dot{q}_d$ , corresponde a velocidade desejada que o manipulador se desloque, e  $\dot{q}$ , a velocidade real a que o manipulador se desloca. Com  $K_P$  e  $K_I$  o ganho proporcional e o ganho integral, respetivamente. Estes ganhos são matrizes diagonais positivas.

Na equação 4.5,  $(\dot{q}_d - \dot{q})$  representa o erro da velocidade, pelo qual o robô se está a deslocar, este erro ocorre quando o erro da velocidade no instante inicial for diferente de zero e converge para zero com uma velocidade dependendo das matrizes dos ganhos escolhidas.

# 5 Técnicas de Estimação

A estimação de fricções, como já referido, tem um papel importante em sistemas como o de um manipulador. Estas otimizam o erro que lhes é associado.

Neste trabalho, para a estimação destas fricções foi usado o método dos mínimos quadrados, de forma a ser possível estimar a fricção viscosa e a fricção de Coulomb associada a cada junta do manipulador.

As fricções estimadas, vão ser introduzidas em modelos de estimação de forças do manipulador com o ambiente, sem recorrer a sensor de forças. A estimação das forças é feita por dois métodos, um baseado no modelo dinâmico do robô e outro baseado no método dos resíduos proposto por De Luca em [29].

## 5.1 Modelo Dinâmico

Sabe-se de antemão que o modelo dinâmico toma a forma:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau \quad (5.1)$$

onde,

$$\tau = \tau_{com} + \tau_{ext} + \tau_{fric} \quad (5.2)$$

com  $\tau_{fric}$  o binário das fricções nas juntas do robô. Isolando-se o binário externo que é induzido nas juntas quando o robô interage com o ambiente, ficando assim:

$$\tau_{ext} = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) + F_v\dot{q} + F_c\text{sgn}(\dot{q}) - \tau_{com} \quad (5.3)$$

Para se obter a força que é exercida pelo objeto no manipulador, usa-se a expressão dada por:

$$F = J^{\#T} \tau_{ext} \quad (5.4)$$

onde  $J^{\#T}$  corresponde à transposta da pseudo-inversa dinamicamente consistente [30], dado por

$$J^{\#} = M^{-1} J^T (J M^{-1} J^T)^{-1}. \quad (5.5)$$

## 5.2 Método dos Resíduos

O método dos resíduos, permite estimar as forças externas que surgem numa colisão durante o movimento do robô. Este necessita do conhecimento preciso de todos os termos do modelo dinâmico do manipulador, no entanto na sua formulação não incorpora a componente da aceleração das juntas do manipulador[29]. Este método, considera manipuladores robóticos de corpo rígido, constituído com n juntas de rotação.

Baseando-se assim, no modelo dinâmico do robô (equação 3.19) e na equação Euler-Lagrange, define-se o momento generalizado do robô por:

$$p = M(q)\dot{q} \quad (5.6)$$

A partir deste, é possível comparando os binários previstos para o movimento com os binários realmente existentes[31]. Na presença de forças externas, implica um binário extra nas juntas do robô. Assim, esses binários são expressos pelo residual existente, e é possível definir o sinal residual  $r \in \mathbb{R}^n$  da forma:

$$r(t) = K_I \left[ p(t) - \int_0^t (\tau + C^T(q, \dot{q})\dot{q} - g(q) + r) ds \right] \quad (5.7)$$

No instante inicial tomam-se como zero o valor do sinal residual, assumindo que o robô está inicialmente em repouso e a matriz do ganho diagonal  $K_I > 0$ .

Na equação (5.7) são negligenciados os efeitos das fricções nas juntas, assim a equação pode ser reescrita da forma:

$$r(t) = K_I \left[ p(t) - \int_0^t (\tau + C^T(q, \dot{q})\dot{q} - g(q) - F_v\dot{q} - F_c \text{sgn}(\dot{q}) + r) ds \right] \quad (5.8)$$

Pela equação da dinâmica do manipulador (3.19), (5.6) e (5.8) é possível assumir

$$\dot{r} = K_I(\tau_{ext} - r) \quad (5.9)$$

Permitindo assim concluir, que em condições ideais, a matriz do ganho seria infinita, e obter-se-ia:

$$r \cong \tau_{ext} \quad (5.10)$$

### 5.3 Mínimos Quadrados

Nesta secção, é formulado o método dos mínimos quadrados de forma a encontrar soluções aproximadas de sistemas de equações lineares minimizando a soma dos quadrados dos erros nas equações.

Supondo a matriz A (mxn) então o sistema de equações lineares  $Ax = b$ , onde b é um vetor m, é sobredeterminado, ou seja,  $m > n$ . Não existe para o vetor b um vetor x para o qual  $Ax = b$ , assim, pretende-se encontrar um vetor x para o qual  $r^* = Ax - b$ , designado o residual, seja tão pequeno quanto possível.

O problema que encontra o vetor x que minimiza  $\|Ax - b\|^2$ , designado problema dos mínimos quadrados, é definido da forma [32]:

$$\text{minimiza} \quad \|Ax - b\|^2 \quad (5.11)$$

Se as colunas de A são n-vetores  $a_1, \dots, a_n$ , então o problema (5.11) encontra uma combinação linear das colunas que está mais próxima do m-vetor b, onde x é o coeficiente.

$$\|Ax - b\|^2 = \|(x_1 a_1 + \dots + x_n a_n) - b\|^2 \quad (5.12)$$

se  $\hat{x}$  é a solução dos mínimos quadrados, então,

$$A\hat{x} = \hat{x}_1 a_1 + \dots + \hat{x}_n a_n \quad (5.13)$$

Está mais próximo do vetor  $b$ , entre todas as combinações lineares de  $A$ . Supondo de seguida, que as linhas de  $A$  são  $m$ -vetores  $a_1, \dots, a_m$ , então os componentes residuais são dados por:

$$r^*_i = a_i x - b_i, \quad i = 1, \dots, m \quad (5.14)$$

Ficando os mínimos quadrados da forma,

$$\|Ax = b\|^2 = (a_1 x - b_1)^2 + \dots + (a_m x - b_m)^2 \quad (5.15)$$

Determinando um valor  $x$  para que todos os resíduos sejam pequenos.

Para a determinação de  $x$ , os cálculos matriciais são obtidos pelo gradiente de  $f$ , onde  $f(x) = \|Ax = b\|^2$ . Ficando o gradiente da forma:

$$\nabla f(x) = 2A^T(Ax - b) = 0 \quad (5.16)$$

Pela expressão (5.16) é possível escrever,

$$A^T A x = A^T b \quad (5.17)$$

a determinação do vetor  $x$ , assumindo que as colunas de  $A$  são linearmente independentes, é expressa,

$$x = (A^T A)^{-1} A^T b \quad (5.18)$$

Onde  $x$  é a única solução da equação (5.17), e  $(A^T A)^{-1} A^T = A^\#$  designada a pseudo-inversa da matriz, podendo-se reescrever a equação (5.18) da forma,

$$x = A^\# b \quad (5.19)$$

Neste trabalho, foi necessário aproximar a equação  $y = ax + b$ , assim a matriz  $A$  toma a forma,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a_1 \\ 1 & a_2 \\ \dots & \dots \\ 1 & a_m \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

Ficando o resultado definido na forma:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = (A^T A)^{-1} A^T b \quad (5.21)$$

Determinando assim a solução do problema, mais à frente neste trabalho, irá ser demonstrada a sua utilização.



# 6 Material e Metodologia

Neste capítulo, é especificado o material usado neste trabalho bem como algumas das suas características. São também apresentadas as metodologias usadas para a validação final do método de estimação de fricções.

## 6.1 Materiais

- **Robô manipulador 4-DOF WAM**

Usou-se neste trabalho um manipulador 4-DOF, representado na figura 6.1, da *Barrett Technology, Inc.* Este robô possui uma cinemática de tipo humano, um sistema avançado de acionamento por cabo, é um manipulador leve, sem folga com fricções extremamente baixas [33].



Figura 6.1: Robô Manipulador 4-DOF WAM

O robô é um manipulador *backdrivable* com elevada destreza. A comunicação com o manipulador é realizada por uma área de controlo (CAN bus), e a implementação do controlo para este trabalho é executado em plataforma Linux. O sistema incorpora funções de proteção de tempo real para assegurar a sua integridade, bem como velocidade máxima e limitações no espaço de trabalho.

- **Dispositivo háptico Phantom Omni**

A manipulação do manipulador, tanto no robô real, como na simulação é feita através do Phantom Omni. É o dispositivo háptico, que permite executar a trajetória necessária a serem executadas pelo manipulador.

Na figura 6.2 é mostrado o dispositivo usado neste trabalho.



Figura 6.2: Dispositivo háptico Phantom Omni

Este dispositivo, envia para o robô a posição cartesiana e permite que o utilizador receba feedback de forças quando existe interação do robô com o ambiente.

- **Simulador**

Ao longo deste trabalho foram usados vários métodos e vários controladores para o controlo do robô, todos eles inicialmente foram testados em ambiente de simulação, visível na figura 6.3.

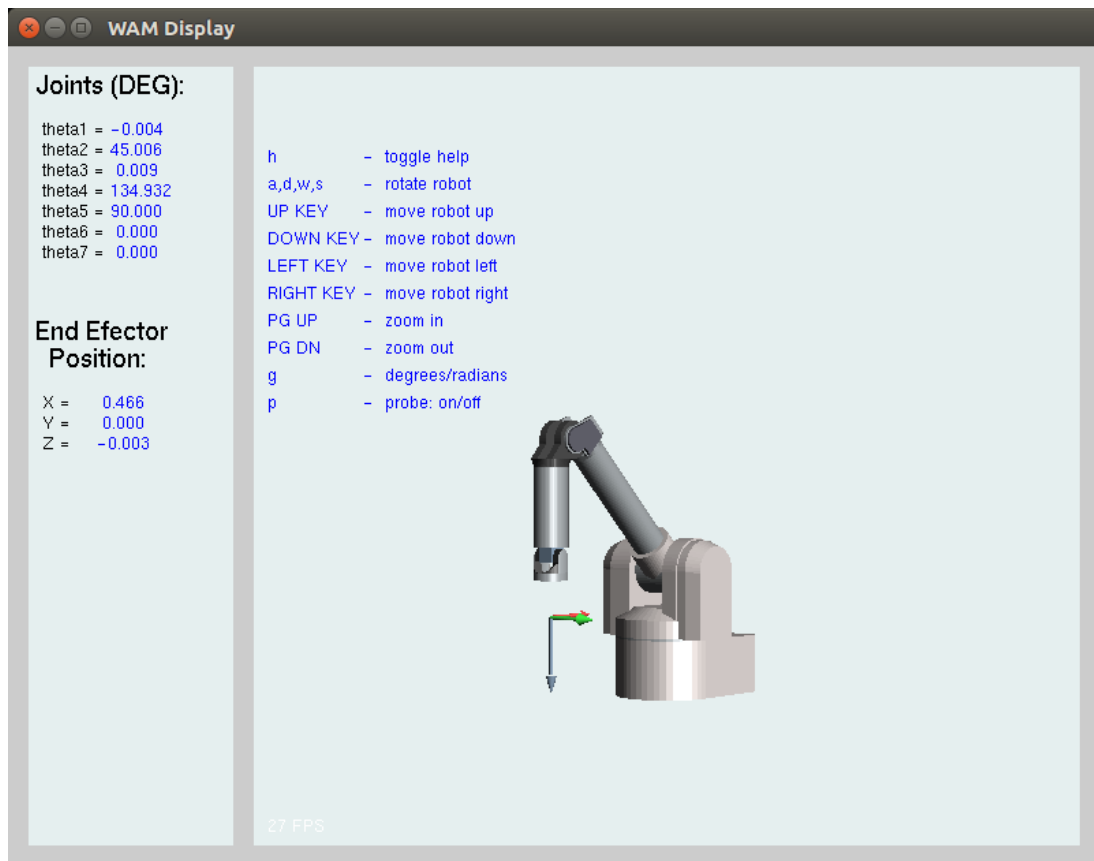


Figura 6.3: Software para o ambiente de simulação

Este ambiente de simulação permite aceder a parâmetros de cinemática e dinâmica do robô, simulados, numa trajetória definida pelo utilizador através do Phantom,

## 6.2 Metodologia

O problema inerente da precisão do robô, por parte da negligência das fricções no modelo de controlo, advém do desconhecimento das fricções nas juntas do manipulador. As fricções não são fornecidas pelo fabricante e são de difícil estimativa. A metodologia usada neste trabalho é descrita nesta secção. A implementação do método dos mínimos quadrados para a estimação e toda a análise de resultados é feita em MATLAB.

### 6.2.1 Metodologia de estimação das fricções viscosas e de Coulomb

As fricções são forças que ocorrem em oposição ao movimento. A fricção de Coulomb é uma fricção estática, que impede o movimento enquanto a força aplicada seja menor que a força

exercida por ela. A fricção viscosa verifica-se durante o movimento, sendo esta dependente da velocidade, como se pode verificar na expressão que representa o binário das fricções,

$$\tau_{fric} = -F_v \dot{q} - F_c \text{sgn}(\dot{q}), \quad (6.1)$$

Para a estimação destas fricções, formulou-se um método que permite fazer a estimação e de simples implementação no manipulador WAM. Analisou-se inicialmente em simulação, um modelo de controlo PI (proporcional-integral) que permita mover as juntas do manipulador com uma velocidade constante.

Deste modo, com velocidades constantes, a aceleração das juntas, que são causadoras de grandes perturbações no modelo, será idealmente zero.

Este método, tem por base o modelo dinâmico do robô, baseado na equação,

$$\tau_{com} = C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + \tau_{ctr}, \quad (6.2)$$

é possível reescrever da forma,

$$M(q)\ddot{q} = \tau_{ctr} + \tau_{fric}, \quad (6.3)$$

dado que este método pretende estimar as duas componentes do binário das fricções, a equação anterior pode ser reescrita, considerando a equação (6.1), da seguinte forma,

$$M(q)\ddot{q} = \tau_{ctr} - F_v \dot{q} - F_c \text{sgn}(\dot{q}). \quad (6.4)$$

Pela análise desta equação, tendo em conta que a aceleração é nula, é possível afirmar que as fricções apenas dependem da velocidade e do binário de controlo. Permitindo, estimar a fricção viscosa pela aproximação destes dois parâmetros conhecidos do modelo de controlo do manipulador. A fricção de Coulomb é independente da velocidade do movimento, assim, por meio da análise dos mesmos parâmetros é possível estima-la uma vez que esta representa o offset verificado no binário de controlo.

Pelas considerações descritas anteriormente, para as estimações foram executados vários movimentos com velocidades diferentes. Calculando a média da velocidade e do binário de controlo. Foram considerados os valores numa janela onde o movimento apresenta-se uma velocidade constante e foi desenhado o gráfico que relaciona estes dois parâmetros. Assim,

recorrendo ao método dos mínimos quadrados estimou-se a reta  $y = ax + b$  que minimiza a soma dos quadrados dos erros, em que a fricção viscosa é representada pelo parâmetro  $(a)$  da equação e a fricção de Coulomb coincide com o parâmetro  $(b)$ .

O sistema para a estimação das fricções, é representado da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} b_i \\ a_i \end{bmatrix} = (A^T A)^{-1} A^T \begin{bmatrix} \tau_{ctr1_i} \\ \tau_{ctrn_i} \\ \dots \\ \tau_{ctrn_i} \end{bmatrix}, \quad (6.5)$$

onde  $i = 1, \dots, 4$ , corresponde a cada junta do manipulador,  $n$  ao número de iterações para a aproximação e  $A$  é definida por:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \dot{q}_{1_i} \\ 1 & \dot{q}_{2_i} \\ \dots & \dots \\ 1 & \dot{q}_{n_i} \end{bmatrix}. \quad (6.6)$$

Este procedimento foi executado para cada junta do manipulador individualmente, para ser possível uma maior precisão da velocidade e conseqüentemente maior precisão na estimação das fricções.

# 7 Análise de Resultados

Neste capítulo, a metodologia descrita no capítulo anterior é analisada. São apresentados os resultados obtidos para a estimação dos valores inerentes às fricções, tanto em ambiente de simulação como no robô real.

Finalmente, as estimações são validadas com base na estimação de forças em espaço livre e em contacto, usando os dois métodos descritos nas secções (5.1) e (5.2).

## 7.1 Ambiente de Simulação

### 7.1.1 Estimação

Para verificar o método, foram feitas duas estimativas em que nas duas estimações foram modificadas as fricções no controlo.

Assim, foram anotados os valores médios, em intervalos de tempo com velocidade constante, da velocidade e do binário de controlo, para o movimento. Os valores de velocidade desejada, que foram usados para a estimação em cada junta, são os apresentados na tabela 7.1.

Velocidade desejada [m/s]				
0.07	0.1	0.2	0.3	0.4

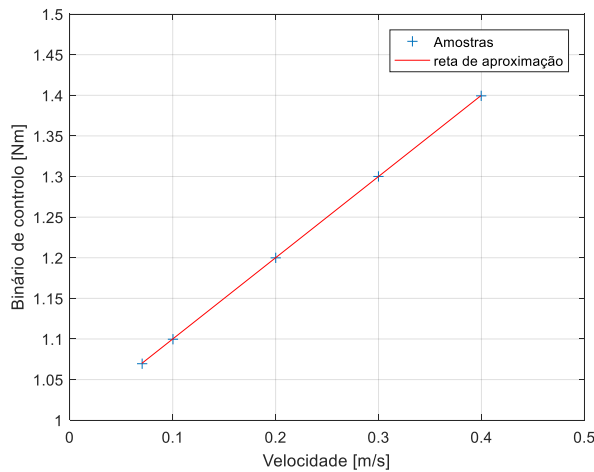
Tabela 7.1: Velocidade das juntas desejada em cada estimação na simulação.

em que o valor das fricções, conhecido em ambiente de simulação, na primeira experiência são definidos pelos valores apresentados na tabela 7.2.

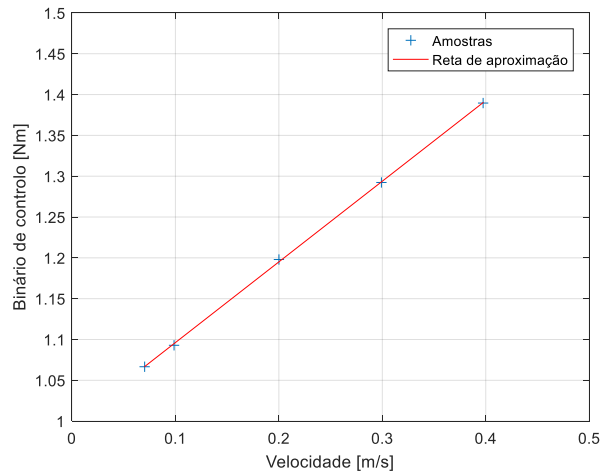
Junta	Fricção Coulomb [N]	Fricção viscosa [N]
1	1.0	1.0
2	1.0	1.0
3	0.1	1.0
4	0.1	1.0

Tabela 7.2: Valores das fricções de Coulomb e viscosas em cada junta introduzidas no simulador para a primeira estimação.

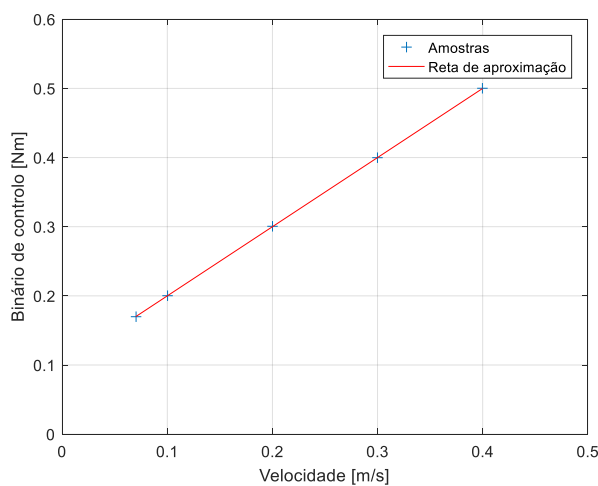
Para se obterem valores coerentes das velocidades e dos binários para posterior análise, foram filtradas as velocidades antes do controlo, e foram filtrados os dados finais para análise recorrendo a filtros passa-baixo de primeira ordem com 7 [Hz] de frequência de corte.



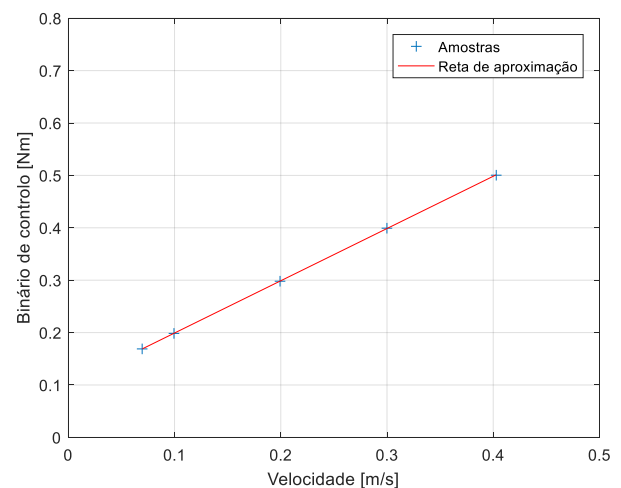
a) Junta 1



b) Junta 2



c) Junta 3



d) Junta 4

Figura 7.1: Retas de aproximação pelos mínimos quadrados em cada junta do manipulador, em ambiente de simulação, referentes a primeira estimação.

É possível verificar uma boa aproximação da reta devido a precisão da velocidade desejada verificada no movimento. Tendo em conta estes resultados, as estimações obtidas para as fricções são apresentadas na tabela 7.3.

Junta	Fricção Coulomb [N]	Fricção viscosa [N]
1	1.0	1.0002
2	0.9974	0.9882
3	0.1	1.0
4	0.0995	0.9972

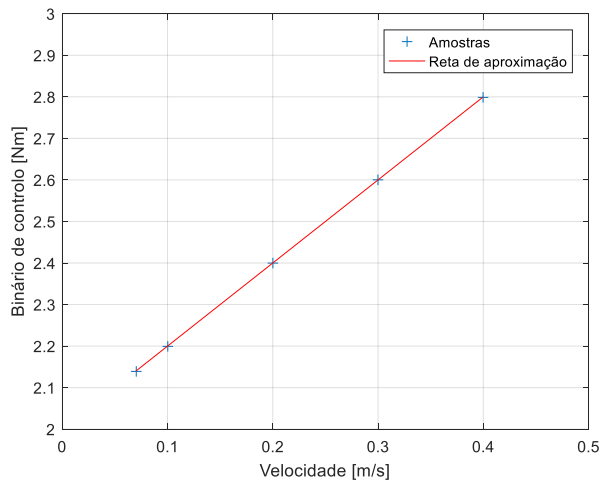
Tabela 7.3: Valores das fricções de Coulomb e viscosas em cada junta estimadas.

Para analisar o desempenho do estimador, fez-se o mesmo procedimento, usando novos valores de fricções (apresentados na tabela 7.4). Usando as velocidades já usadas na primeira estimação (tabela 7.1), determinaram-se as retas de aproximação, utilizando o método dos mínimos quadrados, como é possível ver na figura 7.2.

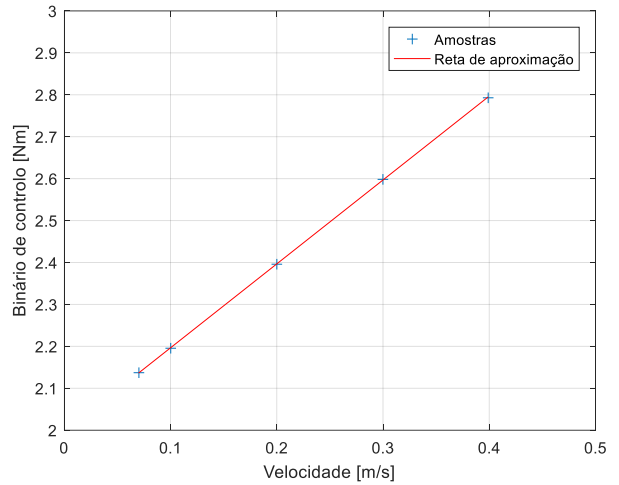
Junta	Fricção Coulomb [N]	Fricção viscosa [N]
1	2.0	2.0
2	2.0	2.0
3	0.01	2.0
4	0.5	2.0

Tabela 7.4: Valores das fricções de Coulomb e viscosas em cada junta introduzidas no simulador para a segunda estimação.

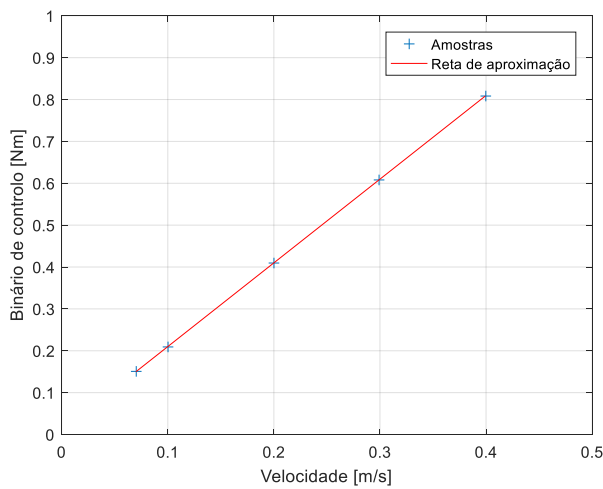




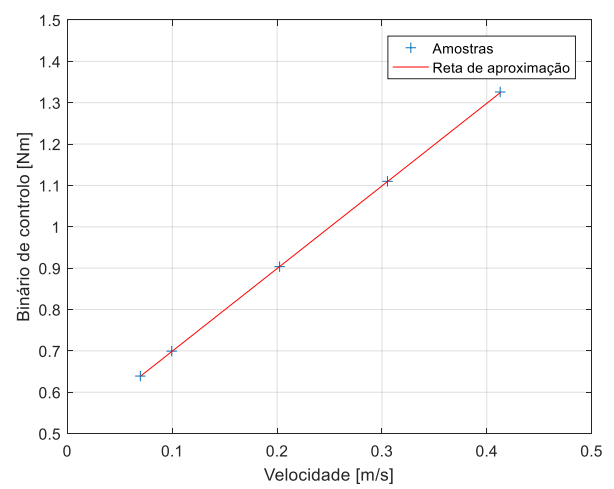
a) Junta 1



b) Junta 2



c) Junta 3



d) Junta 4

Figura 7.2: Retas de aproximação pelos mínimos quadrados em cada junta do manipulador, em ambiente de simulação, referentes a segunda estimação.

Os resultados obtidos são apresentados na tabela seguinte,

Junta	Fricção Coulomb [N]	Fricção viscosa [N]
1	2.0	2.0004
2	1.9963	2.0017
3	0.01	1.9998
4	0.4996	1.9973

Tabela 7.5: Valores das fricções de Coulomb e viscosas em cada junta estimadas.

Pela análise dos resultados obtidos nas duas estimativas feitas, é possível concluir que o método apresenta um ótimo desempenho. Permite verificar, também, que para diferentes fricções, tanto viscosas como fricções de Coulomb, a estimação é bastante precisa. A análise pode ser complementada pela tabela 7.6, que apresenta os erros normalizados de cada estimação.

			Junta 1	Junta 2	Junta 3	Junta 4
$E_n$	Primeira estimação	$F_c$	0.0	0.0026	0.0	0.053
		$F_v$	0.0002	0.0118	0.0	0.0028
	Segunda estimação	$F_c$	0.0	0.0019	0.0003	0.0015
		$F_v$	0.0001	0.0008	0.0003	0.0015

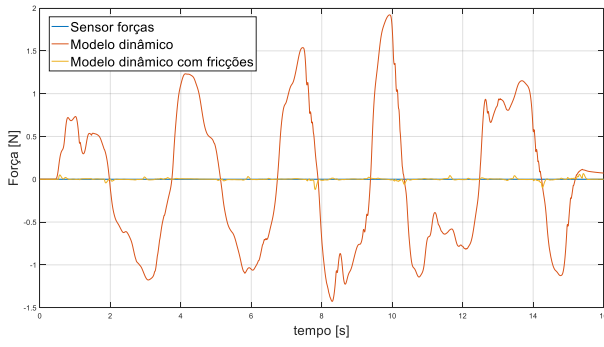
Tabela 7.6: Análise dos erros de estimação (erro normalizado ( $E_n$ )), para cada junta do manipulador.

Como é possível verificar, o erro associado a cada junta na estimação, é muito pequeno. A estimação das fricções aplicando um binário negativo (movimento da junta no sentido oposto ao realizado nas duas estimações anteriores), apresentam valores na gama de precisão verificados nestas estimações. Esta abordagem verifica-se devido as características dos motores das juntas, introduzidas no simulador usado, serem idênticas nos dois sentidos de rotação.

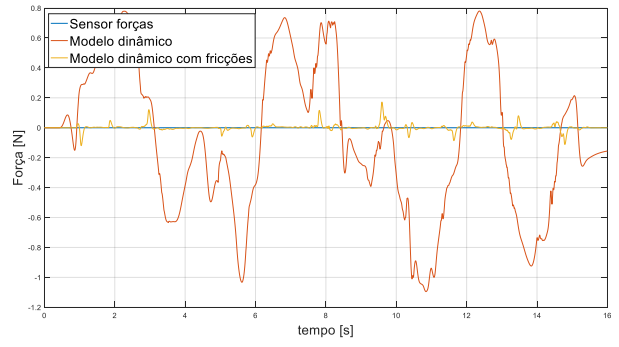
### 7.1.2 Validação

Avaliado o desempenho do estimador, é necessário verificar o desempenho da estimação de forças tendo em conta a contribuição dos binários das fricções no modelo. Para isso, são usados os métodos de estimação formulados nas secções 5.1 e 5.2, baseados no modelo dinâmico do robô e método dos resíduos, respetivamente.

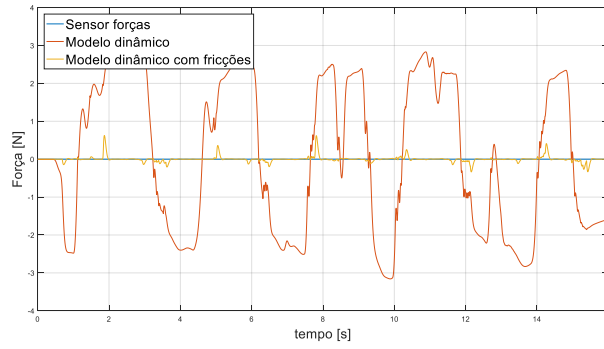
Primeiramente, fez-se um movimento em espaço livre usando o phantom, e analisou-se a estimação com e sem a contribuição das fricções, nas três dimensões cartesianas (x, y, z). Os resultados obtidos são apresentados nas figuras seguintes.



a) Estimação em x

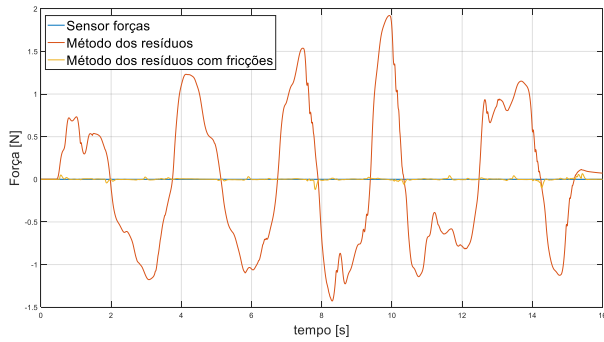


b) Estimação em y

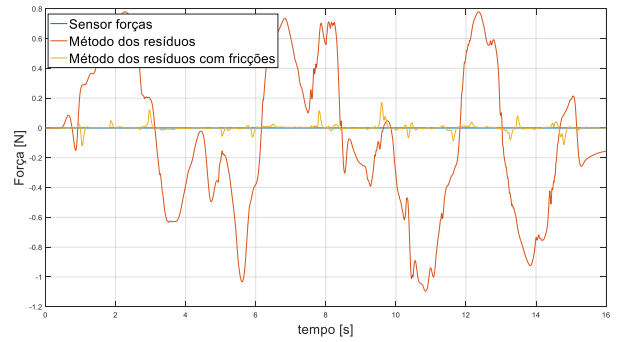


c) Estimação em z

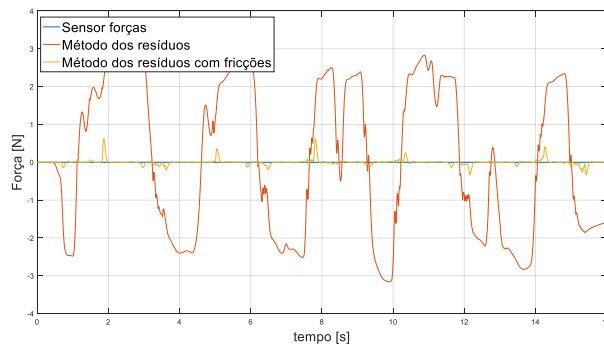
Figura 7.3: Estimação usando o método baseado no modelo dinâmico do robô, em espaço livre, com e sem compensação das fricções em (x, y, z).



a) Estimação em x



b) Estimação em y



c) Estimação em z

Figura 7.4: Estimação usando o método dos resíduos, em espaço livre, com e sem compensação das fricções em (x, y, z).

Para cada gráfico, foi calculado o erro associado a estimação e efetuado o tratamento estatístico, obtendo os resultados apresentados nas tabelas 7.7 e 7.8.

	Método baseado no modelo dinâmico			Método baseado no modelo dinâmico com contribuição das fricções		
	x	y	z	x	y	z
avg [N]	0.0239	0.0660	0.1213	0.0002	0.001	0.0021
$\ max\ $ [N]	1.9203	0.7800	3.0969	0.0658	0.1713	0.6247
EMQ [N]	0.6802	0.2573	4.0335	0.0002	0.0005	0.0062
std [N]	0.8244	0.5030	2.0047	0.0140	0.0225	0.0790

Tabela 7.7: Análise do erro de estimação (média (avg), módulo do valor máximo ( $\|max\|$ ), erro médio quadrático (EMQ) e desvio padrão (std)), para as coordenadas (x, y, z), baseado no modelo dinâmico (figura 7.3).

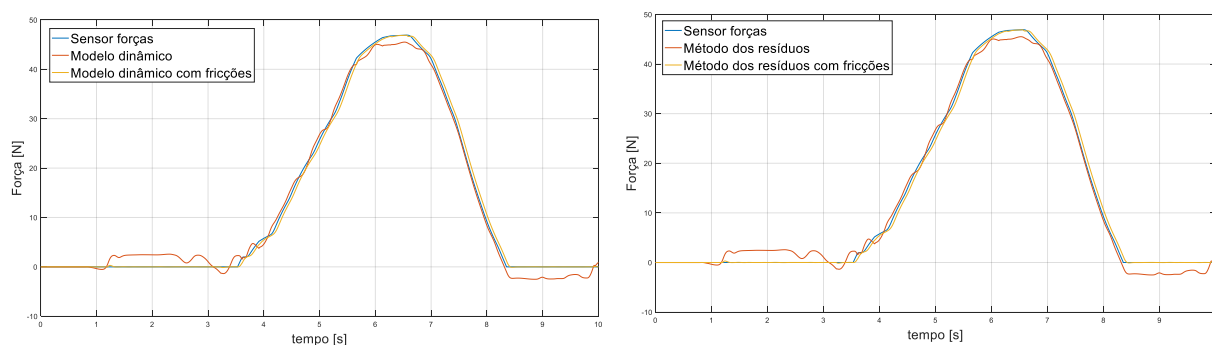
	Método dos resíduos			Método resíduos com contribuição das fricções		
	x	y	z	x	y	z
avg [N]	0.0238	0.0660	0.1215	0.0002	0.001	0.0021
$\ max\ $ [N]	1.4268	1.0952	3.1577	0.1194	0.1193	0.3349
EMQ [N]	0.6802	0.2573	4.0332	0.0002	0.0005	0.0062
std [N]	0.8244	0.5030	2.0047	0.0140	0.0225	0.0790

Tabela 7.8: Análise do erro de estimação (média (avg), módulo do valor máximo ( $\|max\|$ ), erro médio quadrático (EMQ) e desvio padrão (std)), para as coordenadas (x, y, z), baseado no método dos resíduos (figura 7.4).

Nas figuras apresentadas, e em todo o trabalho é observado a vermelho o método de estimação negligenciando as fricções e a amarelo o método com a contribuição das fricções. Assim, pela análise das figuras e das tabelas anteriormente apresentadas, é possível observar que para os dois métodos de estimação, com a compensação das fricções, a estimação das forças em espaço livre é muito mais precisa, reduzindo substancialmente o erro. No entanto, ainda é possível observar algum ruído, este devido a erros ocorridos no modelo de controle e estimação. É possível observar que os dois métodos de estimação de força apresentam um desempenho muito parecido, todavia, isto acontece devido à estimação baseada no modelo dinâmico ser altamente filtrada. Foi usado um filtro passa baixo de 7 [Hz] de frequência de corte, uma vez que, como a expressão pela

qual é estimada a força (equação 5.3) depende da aceleração, esta é responsável por uma grande quantidade de ruído. Em todo o trabalho é usado um filtro com estas características para filtrar o sinal da estimação.

Seguidamente, é definida uma parede virtual no eixo de coordenadas z e, através do phantom vai ser executada uma trajetória que entre em contacto com a parede. As forças resultantes da colisão são calculadas multiplicando a rigidez da parede pelo deslocamento de posição entre a parede virtual e o robô.



a) Estimação pelo modelo dinâmico

b) Estimação pelo método dos resíduos

Figura 7.5: Representação da estimação das forças de contacto, usando o modelo dinâmico e o método dos resíduos, em ambiente de simulação.

Na tabela 7.9, estão apresentados os dados estatísticos de análise do erro de estimação, observados na figura 7.5.

	Modelo dinâmico	Modelo dinâmico com contribuição das fricções	Método dos resíduos	Método dos resíduos com contribuição das fricções
avg [N]	0.1266	0.0030	0.1267	0.0031
$\ max\ $ [N]	2.5109	1.4666	2.5109	1.4887
EMQ [N]	2.1603	0.4855	2.1529	0.5001
std [N]	1.4644	0.6968	1.4619	0.7072

Tabela 7.9: Análise do erro de estimação (média (avg), módulo do valor máximo ( $\|max\|$ ), erro médio quadrático (EMQ) e desvio padrão (std), da força de contacto, baseado nos dois métodos apresentados em ambiente de simulação.

Pela análise da figura 7.5 e da tabela 7.9, é possível concluir que a estimação nos dois métodos é melhorada usando a contribuição das fricções no modelo. Tal como já acontecia em espaço livre, a estimação feita pelos dois métodos, apresenta um resultado muito semelhante.

## 7.2 Robô manipulador real

### 7.2.1 Estimação

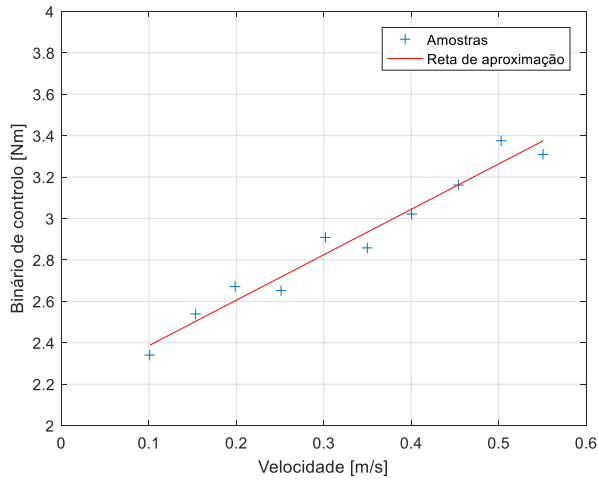
Para a estimação das fricções presentes no manipulador, é usado o controlador (PI), com as mesmas características usadas na estimação em ambiente de simulação. Tal como em ambiente de simulação as estimativas das fricções são feitas junta a junta permitindo um melhor desempenho do controlador e evitar perturbações impostas pelo movimento das juntas adjacentes. Vão ser feitas duas estimativas, a primeira aplicando binários positivos nas juntas e na segunda estimação binários negativos.

Devido a dificuldades de obter um movimento contínuo e devido as dificuldades em ter uma gama de valores suficientes, em que a velocidade já estivesse estabilizada, não foram testados valores inferiores a 0.1 [m/s] e valores superiores a 0.55 [m/s]. Assim, as velocidades usadas nas duas estimações no robô, estão apresentadas na tabela 7.6.

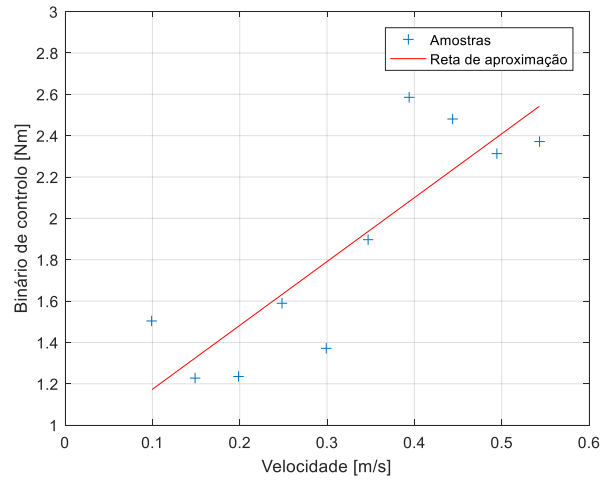
Velocidade desejada [m/s]									
0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	0.55

Tabela 7.10: Velocidade das juntas desejada em cada estimação no robô.

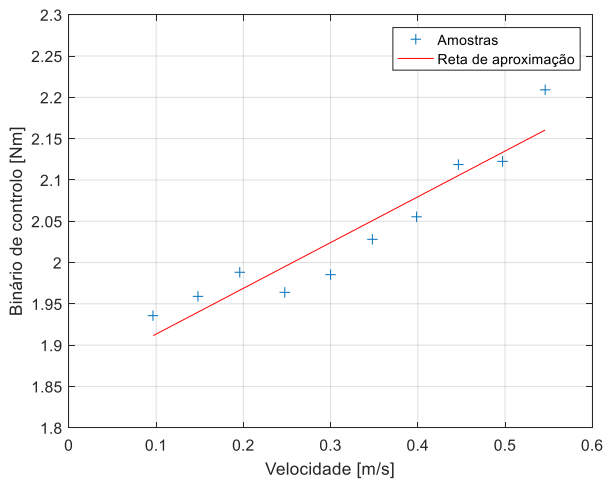
Nesta primeira estimativa aplicando forças positivas aos motores, são considerados novamente os valores médios da velocidade e do binário de controlo, sendo assim, possível representar as retas que aproximam os dois parâmetros. Estas retas, podem ser vistas na figura 7.3.



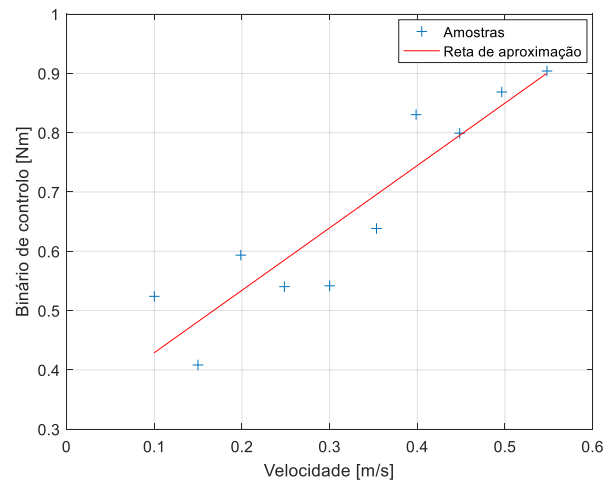
a) Junta 1



b) Junta 2



c) Junta 3



d) Junta 4

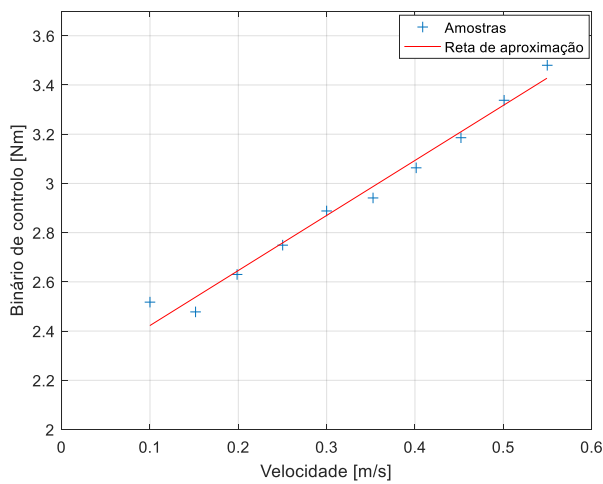
Figura 7.6: Retas de aproximação pelos mínimos quadrados em cada junta do manipulador real, referentes a primeira estimação no robô.

Como é possível observar na figura 7.3, para cada junta foram retiradas 10 amostras para velocidades diferentes, tal não acontecia em ambiente de simulação, que só eram retiradas 5 amostras. No entanto, devido a imprecisão que é possível observar, optou-se por um maior número de amostras para ser poder obter uma estimação, tão aproximada da real quanto possível. Os resultados das estimações podem ser observados na tabela 7.11.

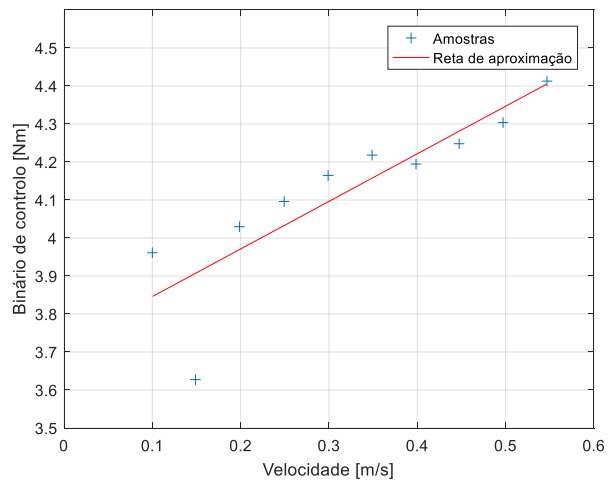
Junta	Fricção Coulomb [N]	Fricção viscosa [N]
1	2.1668	2.1936
2	0.8646	3.0891
3	1.8581	0.5536
4	0.3238	1.0521

Tabela 7.11: Estimações das fricções de Coulomb e viscosas em cada junta, para binários positivos.

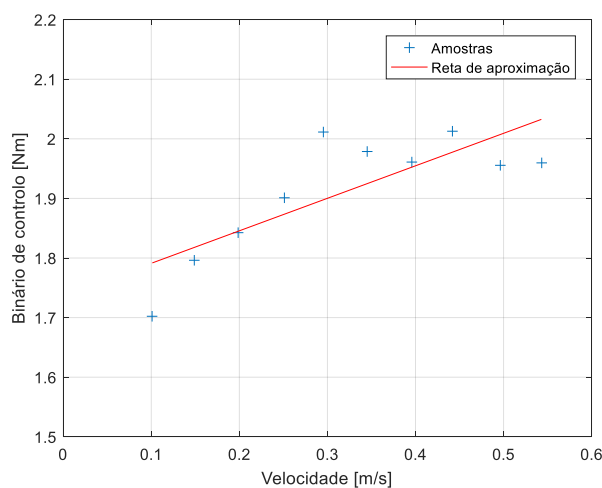
Ao contrário com o que acontecia em ambiente de simulação, as fricções nos motores podem ser diferentes dependendo do sentido de rotação que esta a funcionar. Assim, desde logo é importante estimar as fricções para os dois sentidos, que devido a características do movimento e dos motores, serão diferentes, como se pode verificar de seguida.



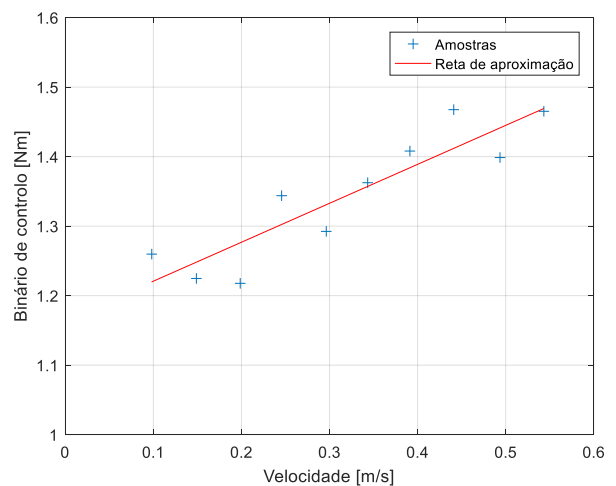
a) Junta 1



b) Junta 2



c) Junta 3



d) Junta 4

Figura 7.7: Retas de aproximação pelos mínimos quadrados em cada junta do manipulador real, referentes a segunda estimação no robô.



Os valores apresentados nos gráficos correspondem ao módulo da velocidade e dos binários. Conseguiram-se os valores apresentados na tabela 7.12, correspondente às estimações das fricções em cada junta do manipulador.

Junta	Fricção Coulomb [N]	Fricção viscosa [N]
1	2.1990	2.2360
2	3.7207	1.2516
3	1.7366	0.5453
4	1.1648	0.5603

Tabela 7.12: Estimações das fricções de Coulomb e viscosas em cada junta, para binários negativos.

Analisando as estimações obtidas nas duas situações, é possível verificar uma diferença significativa nas estimações das fricções de Coulomb e nas fricções viscosas para a junta 2 e 4. Este efeito é justificado baseado em duas razões, a primeira devido as características do movimento e a segunda devido as características do motor, como já tinha sido referido. O movimento na primeira situação é feito no sentido da gravidade, e devido a ela, a força aplicada as juntas mencionadas toma valores muito pequenos, por vezes negativos, para executar o movimento à velocidade desejada. No entanto, na segunda situação este acontecimento já não se verifica.

### 7.2.2 Validação

As estimações feitas no robô, são nesta secção introduzidas nos modelos de estimação de forças, tal como já foi feito em ambiente de simulação, e vai ser analisada a contribuição destas nos dois métodos de estimação.

Como foi possível verificar, as estimações não são idênticas nas duas situações apresentadas, assim o melhor resultado para a estimação de força é obtido quando consideradas as estimações mínimas em cada junta. Na tabela 7.9, são apresentados os valores de fricções usados nesta secção.

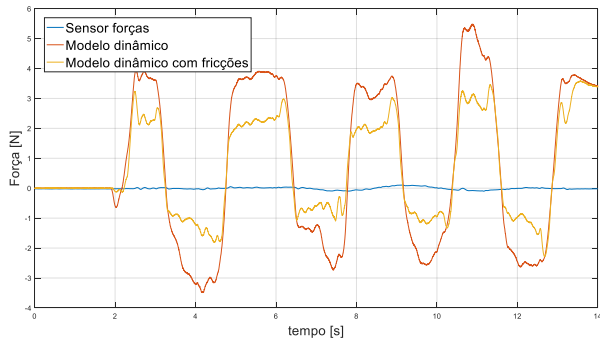
Junta	Fricção Coulomb [N]	Fricção viscosa [N]
1	2.1668	2.1936
2	0.8646	1.2516
3	1.7366	0.5453
4	0.3238	0.5603

Tabela 7.13: Valores usados na estimação de força, para as fricções de Coulomb e viscosas.

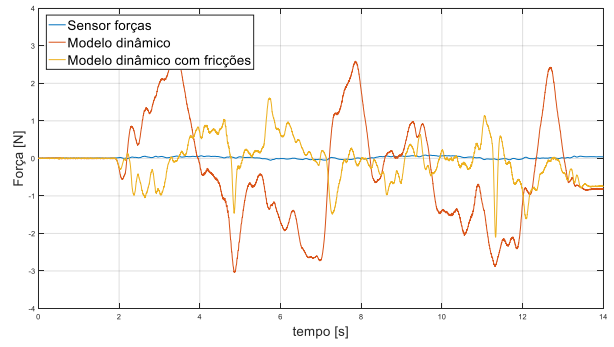
Os métodos de estimação de força já implementados, pretendem, sem recorrer a um sensor de força, estimar a força exercida pelo manipulador. Até ao momento deste trabalho, a estimação feita por estes métodos apresenta dificuldades na precisão da força realmente exercida. Relativamente ao erro associado à estimativa, pensa-se, que em parte, se deve ao facto de serem negligenciadas as fricções no modelo.

No entanto, em espaço livre, existe também uma grande dificuldade na estimação. Em espaço livre, não existe contacto, logo não existem forças exteriores em interação com o manipulador, o que idealmente, as forças estimadas pelos métodos seria zero. Tal não acontece, daí a necessidade de melhorar estas estimativas incorporando o efeito das fricções, conseguindo uma estimação mais realista.

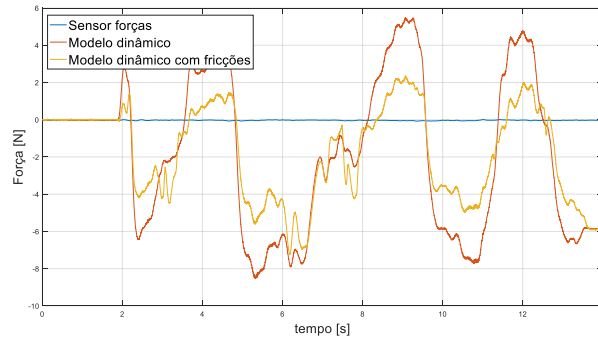
Inicialmente, recorrendo ao phantom, vai ser executado um movimento aleatório em espaço livre com o manipulador. Para cada coordenada cartesiana do movimento (x, y, z), são apresentadas as estimações feitas pelo modelo dinâmico e pelo método dos resíduos, com e sem a contribuição das fricções.



a) Eixo coordenada x

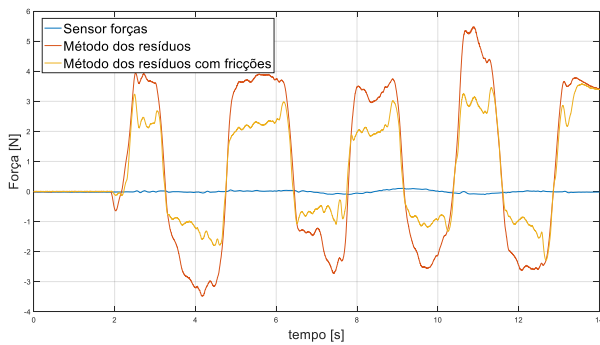


b) Eixo coordenada y

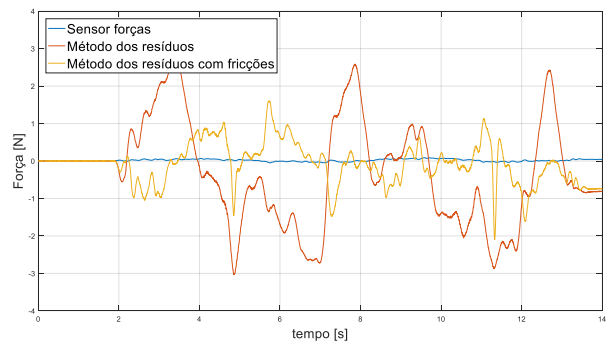


c) Eixo coordenada z

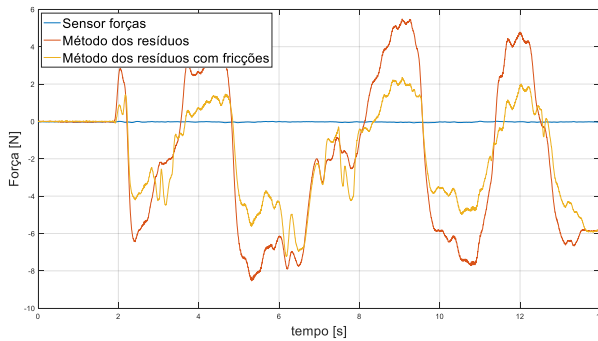
Figura 7.8: Estimação das forças no robô real usando o método baseado no modelo dinâmico em espaço livre, nos eixos de coordenadas (x, y, z).



a) Eixo coordenada x



b) Eixo coordenada y



c) Eixo coordenada z

Figura 7.9: Estimação das forças no robô real usando o método dos resíduos em espaço livre, nos eixos de coordenadas (x, y, z).

Para a análise mais detalhada das figuras, na tabela 7.14 e 7.15 são apresentadas as análises estatísticas para o erro associado à estimação para os dois métodos apresentados.

	Método baseado no modelo dinâmico			Método baseado no modelo dinâmico com contribuição das fricções		
	x	y	z	x	y	z
avg [N]	0.7311	0.3046	1.8105	0.6698	0.0828	1.7888
$\ max\ $ [N]	5.4849	3.0368	5.4977	3.5886	1.6122	2.3643
EMQ [N]	7.2954	1.9657	19.8054	3.0992	0.3004	9.5371
std [N]	2.6003	1.3686	4.0656	1.6281	0.5419	2.5175

Tabela 7.14: Análise do erro de estimação em espaço livre (média (avg), módulo do valor máximo ( $\|max\|$ ), erro médio quadrático (EMQ) e desvio padrão (std)), para as coordenadas (x, y, z), baseado no modelo dinâmico em ambiente real.

	Método dos resíduos			Método resíduos com contribuição das fricções		
	x	y	z	x	y	z
avg [N]	0.7315	0.3044	1.8115	0.6699	0.0827	1.7900
$\ max\ $ [N]	3.4852	3.0332	8.5343	2.2850	2.0970	7.2304
EMQ [N]	7.2952	1.9648	19.8087	3.0988	0.3004	9.5403
std [N]	2.6001	1.3683	4.0655	1.6279	0.5418	2.5173

Tabela 7.15: Análise do erro de estimação em espaço livre (média (avg), módulo do valor máximo ( $\|max\|$ ), erro médio quadrático (EMQ) e desvio padrão (std)), para as coordenadas (x, y, z), baseado no método dos resíduos em ambiente real.

Nas figuras anteriores, como já tinha sido referido, é possível ver a leitura do sensor de força (azul), a estimação das forças em espaço livre usando o método baseado no modelo dinâmico/resíduos (vermelho) e a estimação usando o mesmo método, mas com a contribuição das fricções no modelo (amarelo). Pela análise das figuras 7.8 e 7.9 e das tabelas 7.14 e 7.15, é possível observar uma estimação melhorada nos dois métodos, quando é acrescentada a contribuição das fricções. Permitindo reduzir o erro de estimação na ordem de 1 [N]. É possível verificar, que se continua a verificar erros na estimação, que possivelmente são provocados pelo controlo e são introduzidos no estimador.

Por ultimo, tal como validado em ambiente de simulação, será verificado o desempenho do estimador quando o manipulador real entra em contacto com um objeto. Como já foi dito para a verificação em simulação, também no robô real foi usado um objeto com uma rigidez que permitisse o robô deformar o objeto. É apresentado na figura 7.10 os gráficos referentes as estimativas.

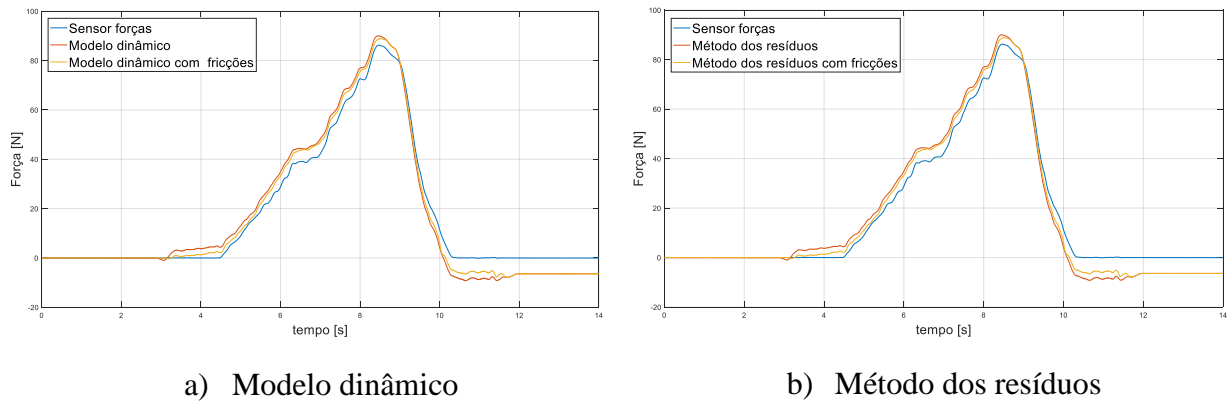


Figura 7.10: Representação da estimação das forças de contacto, usando o modelo dinâmico e o método dos resíduos, em ambiente real.

Na tabela 7.15 pode ser analisada a avaliação estatística da estimação nos dois métodos.

	Modelo dinâmico	Modelo dinâmico com contribuição das fricções	Método dos resíduos	Método dos resíduos com contribuição das fricções
avg [N]	0.6356	0.8763	0.6367	0.8773
$\ max\ $ [N]	9.2444	7.8650	9.2438	7.8578
EMQ [N]	25.8356	16.3958	25.7573	16.3463
std [N]	5.0432	3.9534	5.0352	3.9469

Tabela 7.16: Análise do erro de estimação (média (avg), módulo do valor máximo ( $\|max\|$ ), erro médio quadrático (EMQ) e desvio padrão (std), da força de contacto, baseado nos dois métodos apresentados no robô real.

Pela análise da figura 7.10 e da tabela 7.16, verifica-se que a estimação quando o manipulador entra em contacto com um obstáculo não apresenta uma melhoria tão significativa, quando ocorrida em espaço livre. É possível concluir que em contacto a estimação é melhorada mesmo que com uma contribuição muito pequena. Esta pequena contribuição, deve-se ao uso de um objeto

de baixa rigidez que permite que o manipulador se mova mesmo em contacto. Assim, havendo velocidade, por mais pequena que seja, é contribuída a força exercida pelas fricções. Relembrando, a dependência da fricção viscosa pela velocidade, e da fricção de Coulomb pelo sinal da velocidade, que no caso de a velocidade ser zero este toma o valor de zero, é facilmente, verificado esse efeito.

Analisando os resultados obtidos, verificou-se uma melhoria significativa na estimação de forças em espaço livre, que resolve parcialmente um problema de grande importância. Quando o manipulador entra em contacto com uma superfície, verificou-se uma melhoria, no entanto ainda não suficiente para situações onde é necessária a estimação precisa da força exercida na mesma.

## 8 Conclusão e Trabalhos Futuros

Relembrando que o objetivo deste trabalho consistia na estimação das fricções ocorridas nos motores das juntas, podendo assim, serem consideradas nos modelos de controlo e em modelos de estimação como foi visto na validação dos resultados obtido.

O conhecimento completo do comportamento dinâmico do robô é indispensável para controlos de grande precisão. No entanto, as fricções, são difíceis de modelar, e não são fornecidas pelos fabricantes. Assim, com este trabalho é possível retirar algumas conclusões importantes.

Em ambiente de simulação, a estimação mostrou-se bastante precisa independentemente da velocidade do movimento do robô. Permitindo com poucas amostras, delinear a reta de aproximação muito precisa, permitindo assim obter o resultado pretendido.

Verificado a precisão da estimativa, foi possível verificar o contributo fundamental da introdução destas estimações nos métodos de estimação de forças. Sendo que, verificou-se um contributo significativo em trajetórias em espaço livre, que é um resultado muito importante nestas características. Quando simulado o contacto do manipulador com uma superfície, foi possível verificar, que também nestas circunstâncias a estimação demonstra um bom desempenho.

No robô real, a estimação das fricções é feita usando um número de amostras superiores às usadas em simulação, permitindo reduzir ao máximo o erro na estimação. As amostras retiradas dizem respeito a um intervalo de valores onde se conseguiram obter valores coerentes da velocidade, pois surgiram dificuldades em conseguir um movimento contínuo para velocidades muito baixas e, para velocidades muito altas o número de valores considerados para definir a amostra era demasiado pequeno.

A validação das estimações das fricções no robô real, tal como em ambiente de simulação, foi feita através de movimentos em espaço livre e em contacto. Assim, tal como concluímos na simulação, as contribuições das fricções estimadas garantem uma maior precisão nas duas situações, sendo que maior em movimentos em espaço livre.

Finalmente, o resultado obtido permite concluir que com a contribuição das fricções é possível obter uma estimação das forças mais próxima da realidade. No entanto, ainda se verificam

alguns erros na estimação, que para algumas situações de utilização podem não ser tão relevantes, no entanto em situações que é necessário o conhecimento preciso das forças exercidas no movimento, estas ainda não o permitem.

## 8.1 Trabalhos futuros

O conhecimento exato de todas as forças inerentes ao movimento é indispensável, e o método apresentado neste trabalho contribuiu positivamente para este problema, no entanto a estimação é feita offline, o que inevitavelmente introduz alguns erros. Assim, um possível trabalho futuro, consiste na estimação em tempo real das fricções, permitindo, independentemente da trajetória realizada, a estimação das fricções reais e a introdução destas nos modelos de controlo e estimação.



## 9 Bibliografia

- [1] “Robotics History Project - IEEE Robotics and Automation Society.” [Online]. Available: <http://www.ieee-ras.org/educational-resources-outreach/robotics-history-project>. [Accessed: 06-Jan-2017].
- [2] E. Dombre, “Introduction to Surgical Robotics.” 2009.
- [3] R. Cortesão, “Medical Robotics.” 2014.
- [4] M. Ghodoussi, S. E. Butner, and Y. Yulun Wang, “Robotic surgery - the transatlantic case,” *Proc. 2002 IEEE Int. Conf. Robot. Autom. (Cat. No.02CH37292)*, vol. 2, no. May, pp. 1882–1888, 2002.
- [5] A. Gijbels, N. Wouters, P. Stalmans, H. Van Brussel, D. Reynaerts, and E. Vander Poorten, “Design and realisation of a novel robotic manipulator for retinal surgery,” *IEEE Int. Conf. Intell. Robot. Syst.*, pp. 3598–3603, 2013.
- [6] D. B. Camarillo, T. M. Krummel, and J. K. Salisbury, “Robotic technology in surgery : past , present , and future,” vol. 188, no. October, pp. 2–15, 2004.
- [7] D. Veiga, Orientador –, and D. C. Vieira Magalhães, “Cirurgia Minimamente Invasiva - Sistema Da Vinci – Cirurgia Roboticamente Assistida,” 2011.
- [8] E. Nærum, “Force Sensor Free Teleoperated Robotic Surgery,” University of Oslo, 2012.
- [9] H. Olsson, K. J. Åström, C. Canudas, W. M. Gäfvert, and P. Lischinsky, “Friction Models and Friction Compensation,” 1997.
- [10] C. C. Casanova, “Modelagem e compensação de atrito em robôs manipuladores com flexibilidades nas juntas: indentificação, análise e resultados experimentais,” 2007.
- [11] D. Karnopp, “Computer Simulation of Stick-Slip Friction in Mechanical Dynamic Systems,” vol. 107, no. March 1985, pp. 100–103, 1985.
- [12] C. Richard, “On the identification and haptic display of friction,” 2000.
- [13] J. G. Petersen, S. A. Bowyer, and F. R. Y. Baena, “Mass and Friction Optimization for Natural Motion in Hands-On Robotic Surgery,” *IEEE Trans. Robot.*, vol. 32, no. 1, pp. 201–213, 2016.

- [14] W.-H. Chen, D. J. Ballance, P. J. Gawthrop, and J. O'Reilly, "A Nonlinear Disturbance Observer for Robotic Manipulators," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 47, no. 4, 2000.
- [15] L. Le Tien, A. Albu-Schäffer, A. De Luca, and G. Hirzinger, "Friction observer and compensation for control of robots with joint torque measurement," *2008 IEEE/RSJ Int. Conf. Intell. Robot. Syst. IROS*, pp. 3789–3795, 2008.
- [16] A. Nikoobin and R. Haghghi, "Lyapunov-Based Nonlinear Disturbance Observer for Serial n-Link Robot Manipulators," pp. 135–153, 2008.
- [17] B. Friedland and Y. Park, "On adaptive friction compensation," vol. 37, no. 10, pp. 1609–1612, 1992.
- [18] P. R. Dahl, "Solid Friction Damping of Mechanical Vibrations," *AIAA J.*, vol. 14, no. 12, pp. 1675–1682, 1976.
- [19] L. T. Aguilar, Y. Orlov, and L. Acho, "Nonlinear  $H_\infty$ -control of nonsmooth time-varying systems with application to friction mechanical manipulators," *Automatica*, vol. 39, no. 9, pp. 1531–1542, 2003.
- [20] J. Moreno, R. Kelly, and R. Campa, "On Manipulator Velocity Control Using Friction Compensation\*," no. May, pp. 0–5, 2002.
- [21] C. Canudas de Wit, H. Olsson, K. J. Astrom, and P. Lischinsky, "A new model for control of systems with friction," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 40, no. 3, pp. 419–425, 1995.
- [22] P. R. Pagilla and Y. Zhu, "Static and dynamic friction compensation in trajectory tracking control of robots," *Proc. 2002 IEEE Int. Conf. Robot. Autom. (Cat. No.02CH37292)*, vol. 3, no. May, pp. 2644–2649, 2002.
- [23] J. Swevers, F. Al-Bender, C. G. Ganseman, and T. Projogo, "An Integrated Friction Model Structure with Improved Presliding Behavior for Accurate Friction Compensation," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 45, no. 4, pp. 675–686, 2000.
- [24] V. Lampaert, J. Swevers, and F. Al-Bender, "Modification of the Leuven integrated friction model structure," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 47, no. 4, pp. 683–687, 2002.
- [25] J. J. Craig, *Introduction to robotics: Mechanics and Control*, Third. 2008.
- [26] M. W. Spong, S. Hutchinson, and M. Vidyasagar, "Robot dynamics and control," *Automatica*, vol. 28, no. 3, pp. 655–656, 1992.
- [27] D. A. Bernardo, "Análise de Dados de Força para Arquiteturas de Controllo," 2016.
- [28] B. Siciliano, L. Sciavicco, L. Villani, and G. Oriolo, *Robotics: Modelling, Planning and Control*. 2009.
- [29] A. De Luca and F. Flacco, "Integrated control for pHRI: Collision avoidance, detection, reaction and collaboration," *Proc. IEEE RAS EMBS Int. Conf. Biomed. Robot. Biomechatronics*, pp. 288–295, 2012.

- [30] M. Mistry and L. Righetti, “Operational Space Control of Constrained and Underactuated Systems,” *Robot. Sci. Syst. VII*, no. June, pp. 225–232, 2011.
- [31] A. De Luca and R. Mattone, “Sensorless robot collision detection and hybrid force/motion control,” *Proc. - IEEE Int. Conf. Robot. Autom.*, vol. 2005, no. April, pp. 999–1004, 2005.
- [32] S. Boyd and L. Vandenberghe, “Vectors , Matrices , and Least Squares,” 2016.
- [33] B. T. Inc., “WAM Arm: User ’ s Guide AE.00,” 2006.