



Carla Margarida Estima Martins Santos

MODELAÇÃO 3D DO COMPORTAMENTO DE LIGAÇÕES VIGA-PILAR DE ESTRUTURAS PORTICADAS DE BETÃO ARMADO

3D MODELLING OF REINFORCED CONCRETE BEAM-COLUMN JOINTS BEHAVIOR

Dissertação de Mestrado Integrado em Engenharia Civil, na área de Especialização em Estruturas,
orientada pelo Professor Doutor Ricardo Joel Teixeira Costa e pelo Professor Doutor Paulo Manuel Mendes Pinheiro da Providência e Costa.

Coimbra, 25 de Setembro de 2017



UNIVERSIDADE DE COIMBRA



FCTUC DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Carla Margarida Estima Martins Santos

Modelação 3D do Comportamento de Ligações Viga-pilar de Estruturas Porticadas de Betão Armado

3D Modelling of Reinforced Concrete Beam-column Joints Behavior

Dissertação de Mestrado Integrado em Engenharia Civil, na área de Especialização em Estruturas,
orientada pelo Professor Doutor Ricardo Joel Teixeira Costa e pelo Professor Doutor Paulo Manuel Mendes Pinheiro da Providência e Costa.

Esta Dissertação é da exclusiva responsabilidade do seu autor.
O Departamento de Engenharia Civil da FCTUC declina qualquer
responsabilidade, legal ou outra, em relação a erros ou omissões
que possa conter.

Coimbra, 25 de Setembro de 2017

AGRADECIMENTOS

Um sincero agradecimento ao meu orientador científico, Professor Doutor Ricardo Joel Teixeira Costa, pela paciência e compreensão ao longo destes meses. A disponibilidade concedida, aliada ao seu rigor e inesgotável conhecimento, foram fundamentais na superação de todos os contratemplos encontrados. Muito obrigada!

Ao coorientador Professor Doutor Paulo M. M. P. da Providência e Costa, pela referência como professor e pela constante simpatia e boa disposição ao longo deste gratificante percurso académico.

Ao Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra pela cedência da licença do programa numérico e das ferramentas computacionais que facilitaram a brevidade da obtenção dos resultados.

Às amigas académicas que ficarão para a vida, um obrigada, antes de mais, pelas palavras de incentivo, pelo carinho e pela preocupação. Os bons momentos partilhados e as tardes e noites de estudo conjunto não serão esquecidos.

À minha família, em especial aos meus pais, pela orientação e ensinamentos constantes, mas principalmente pelo amor, compreensão e apoio incondicional. Oxalá se sintam orgulhosos, não apenas das conquistas, mas por quem sou. À minha irmã, pelo afeto e companheirismo de toda uma vida!

Ao meu Miguel por todas as reprimendas sempre que foram precisas, serviram de particular incentivo! Agradeço-te pelo amor e ternura, pela força e paciência e pela fiel presença nos bons e nos maus momentos.

RESUMO

As ligações viga-pilar de estruturas porticadas quando submetidas a ações horizontais são solicitadas por elevados esforços de corte, sendo os seus efeitos particularmente relevantes em estruturas de betão armado. Como tal, em situação sísmica, estes elementos são frequentemente condicionantes para a capacidade resistente da estrutura.

A presente dissertação engloba uma revisão bibliográfica onde foram estudados trabalhos relativos ao comportamento de ligações viga-pilar de estruturas porticadas de betão armado, tendo-se constatado que os modelos existentes na literatura para modelar estes elementos se destinam exclusivamente à análise de estruturas planas.

A capacidade computacional dos equipamentos usados atualmente no cálculo de estruturas permite realizar com facilidade análises estruturais complexas. Deste modo, um dos vetores de investigação na área estrutural passa pelo desenvolvimento de modelos estruturais para campos de esforços tridimensionais. O estudo desenvolvido foca-se no comportamento das ligações viga-pilar de estruturas de betão armado, considerando o efeito combinado das forças de corte horizontais atuantes nas duas direções ortogonais.

Para o efeito, são analisadas duas subestruturas com ligações viga-pilar – interior e de extremidade – à escala real, com recurso ao programa numérico de elementos finitos ATENA 3D, submetidas a esforços induzidos por dois pórticos ortogonais.

Os resultados obtidos demonstram que a existência de esforços nas duas direções ortogonais condiciona significativamente a resistência e rigidez das ligações viga-pilar e que, portanto, deve ser tida em consideração na conceção e dimensionamento das estruturas porticadas de betão armado.

Palavras-chave: ligação viga-pilar; estruturas porticadas; betão armado; ações horizontais bidirecionais; elementos finitos; ATENA 3D.

ABSTRACT

The horizontal forces in moment resistant reinforced concrete framed structures may lead to high shear demands beam-column joints. Accordingly, in seismic conditions, these elements are often critical for the load capacity of the structure.

In this study a bibliographical review was carried out about the behavior of reinforced concrete beam-column joints in moment resistant framed structures. The review showed that the models available in the literature for these elements do not account with the biaxial behavior that these elements usually face.

The computational capacity of equipment currently used in the design of structures makes it easy to carry out complex analyzes. Thus, nowadays one of the research vectors in the structural concrete area is the development of models for elements under three-dimensional stress fields. The study reported in this thesis deals with the behavior of reinforced concrete beam-column joints considering the combined effect of the horizontal shear forces acting in the two orthogonal directions.

For this purpose, two substructures with beam-column joints, interior and exterior, subjected to stresses-fields coming from two orthogonal beams, are analyzed using the finite element analysis program ATENA 3D.

The results show that the simultaneous presence of biaxial loads significantly influences the strength and stiffness of reinforced beam-column joints. Accordingly, the biaxial interaction in these elements must be taken into account in their design.

Keywords: beam-column joint; reinforced concrete; framed structures; bidirectional horizontal actions; finite element; ATENA 3D.

ÍNDICE

AGRADECIMENTOS.....	i
RESUMO	ii
ABSTRACT	iii
ÍNDICE	iv
SIMBOLOGIA	vi
ABREVIATURAS.....	viii
1. INTRODUÇÃO	1
1.1. Enquadramento do tema	1
1.2. Objetivos.....	5
1.3. Metodologia de trabalho adotada.....	6
1.4. Estrutura do documento.....	7
2. O ESTUDO DAS LIGAÇÕES VIGA-PILAR	8
2.1. Introdução	8
2.2. Efeito do sismo sobre o núcleo da ligação viga-pilar.....	9
2.3. Estudo do comportamento do núcleo da ligação viga-pilar.....	15
2.3.1. Estudos experimentais	16
2.3.2. Estudos numéricos.....	19
3. O PROGRAMA ATENA 3D	22
3.1. Considerações gerais	22
3.2. Modelos constitutivos.....	23
3.2.1. Betão	23
3.2.2. Armaduras	26
3.2.3. Aderência aço-betão	26
3.3. Malha de elementos finitos	27
3.4. Análise incremental iterativa	29
4. MODELAÇÃO DAS LIGAÇÕES VIGA-PILAR	30
4.1. Modelos de ligação viga-pilar analisados.....	30

4.1.1. Ligação viga-pilar interior	31
4.1.2. Ligação viga-pilar de extremidade	35
4.2. Descrição das análises numéricas	39
4.2.1. Ligação viga-pilar interior	40
4.2.2. Ligação viga-pilar de extremidade	44
4.3. Caracterização do comportamento da ligação viga-pilar	47
4.3.1. Tensão tangencial horizontal a meia altura da ligação viga-pilar	47
4.3.1.1. Ligação viga-pilar interior.....	48
4.3.1.2. Ligação viga-pilar de extremidade	50
4.3.2. Distorção do núcleo da ligação viga-pilar	51
4.4. Resultados numéricos	53
4.4.1. Ligação viga-pilar interior	54
4.4.2. Ligação viga-pilar de extremidade	59
4.4.3. Notas finais.....	64
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	65
5.1. Conclusões	65
5.2. Sugestões para trabalhos futuros.....	66
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	68

SIMBOLOGIA

LETRAS LATINAS MINÚSCULAS

a	aceleração
b_c	largura da secção transversal do pilar
c_{ts}	fator de minoração da resistência à tração do betão por efeito do <i>tension stiffening</i>
d	altura útil da secção transversal
d'	distância do eixo da armadura comprimida à fibra de betão mais comprimida
e	espessura
f'_c	tensão de rotura do betão à compressão uniaxial em ensaio normalizado de cilindros com 30cm de altura e 15cm de diâmetro
$f_c'^{ef}$	resistência à compressão uniaxial do betão
f_y	tensão de cedência à tração do aço da armadura para betão armado
f_t	tensão de rotura à tração do aço da armadura para betão armado
$f_t'^{ef}$	resistência à tração uniaxial do betão
h	altura da secção transversal
h_c	altura da secção transversal do pilar
m	massa do corpo
n	esforço axial reduzido (adimensional)
r	raio
r_c	fator de minoração da resistência à compressão do betão por efeito das extensões transversais de tração
w	deslocamento; deslocamento imposto
w_d	encurtamento do provete de betão correspondente à anulação da tensão normal de compressão instalada
z_b	braço interno da secção transversal

LETRAS LATINAS MAIÚSCULAS

A_c	área da secção transversal do pilar
A_s	área da secção transversal dos varões da armadura longitudinal da viga
A_{sh}	área total da secção transversal das cintas na ligação viga-pilar
C_b	força de compressão na armadura longitudinal da viga

C_c	força de compressão na armadura longitudinal do pilar
E	módulo de elasticidade
E_s	módulo de elasticidade do aço da armadura para betão armado
F	força aplicada
$F_{m\acute{a}x}$	força máxima suportada pela estrutura
L	comprimento
M_b	momento fletor na viga
M_c	momento fletor no pilar
N	força axial aplicada no pilar
N_{col}	resistência à compressão do pilar de betão armado
T_b	força de tração na armadura longitudinal da viga
T_c	força de tração na armadura longitudinal do pilar
V_b	esforço transverso na viga
V_c	esforço transverso no pilar
V_{jh}	força de corte horizontal a meia altura da ligação viga-pilar
R_V	reação de apoio vertical
R_H	reação de apoio horizontal

LETRAS GREGAS MINÚSCULAS

α	ângulo
γ	distorção da ligação viga-pilar
ε	extensão
ε_c	extensão do betão à compressão correspondente à tensão máxima $f_c'^{ef}$
ε_d	extensão última do betão à compressão
ε^e	extensão elástica
ε^{eq}	extensão equivalente
ε^f	extensão de fratura
ε^p	extensão plástica
ε_t	extensão do betão à tração correspondente à tensão máxima $f_t'^{ef}$
ε_u	extensão última do aço da armadura para betão armado
ε_0	extensão última do betão à tração
ε_1	extensão principal máxima
ν	coeficiente de <i>Poisson</i>
σ	tensão normal
σ_c^{ef}	tensão equivalente instalada no betão

τ_{jh} tensão tangencial no plano horizontal a meia altura da ligação viga-pilar
 ϕ diâmetro do varão

LETRAS GREGAS MAIÚSCULAS

Δ deformação do modelo de ligação viga-pilar

ABREVIATURAS

ACI American Concrete Institute
ASCE American Society of Civil Engineers
ATENA Advanced Tool for Engineering Nonlinear Analysis
EN Norma Europeia
EUA Estados Unidos da América
ID ponto inferior direito
IE ponto inferior esquerdo
MEF método dos elementos finitos
MET modelo de escoras e tirantes
REBA Regulamento de Estruturas de Betão Armado
RSA Regulamento de Segurança e Ações para Estruturas de Edifícios e Pontes
RSEP Regulamento de Solicitações em Edifícios e Pontes
SD ponto superior direito
SE ponto superior esquerdo
ULS estado limite último

1. INTRODUÇÃO

1.1. Enquadramento do tema

As estruturas porticadas, constituídas por sistemas tridimensionais de vigas e pilares continuamente interligados, são uma configuração estrutural comumente adotada em edifícios de betão armado. Esta preferência deve-se à forma como este sistema estrutural permite, com um custo razoável, espaços relativamente amplos e adequados à compartimentação habitual dos edifícios quando atuam apenas cargas gravíticas. No entanto, a vulnerabilidade do desempenho destas estruturas é exposta sob a ação sísmica (Sharma, 2013).

O efeito dos sismos, devido ao seu carácter dinâmico e à direção e magnitude das forças que induzem, diferem substancialmente dos efeitos das cargas gravíticas. As particularidades da ação sísmica devem, portanto, ser contempladas de forma distinta na verificação da segurança das estruturas (Crainic & Munteanu, 2012). O desenvolvimento observado no âmbito da engenharia sísmica tem sido essencialmente promovido pela investigação científica realizada em países com elevada sismicidade, como é exemplo a costa ocidental dos EUA, a Nova Zelândia e o Japão. A compreensão do comportamento das estruturas ao sismo é condição imprescindível para uma adequada conceção e execução das mesmas. Nesse sentido, a comunidade científica tem reunido esforços para assegurar uma melhoria do desempenho das estruturas ao sismo e, assim, contribuir para a redução dos impactos humanos e materiais.

O conhecimento recolhido na análise da resposta das estruturas porticadas ao sismo tem contribuído, ao longo das últimas décadas, para a sucessiva colmatação de falhas de dimensionamento e pormenorização dos elementos estruturais. Nos pórticos edificados anteriormente a 1960, os maiores danos concentravam-se nas vigas e, principalmente, nos pilares que, através da formação de mecanismos de rotura como o *soft-storey*¹, condicionavam a capacidade resistente global da estrutura. A evolução das disposições construtivas promoveu um dimensionamento mais robusto destes elementos, o que conduziu a que as ligações viga-

¹ Mecanismo de rotura *soft-storey* – concentração de deformações nos pilares de um piso, normalmente o inferior, caracterizado por espaços amplos para garagens ou uso comercial, enquanto os restantes se comportam como um corpo rígido, em resultado da rigidez conferida pelas paredes de alvenaria (Setia & Sharma, 2012).

pilar se revelassem, por vezes, como o elemento crítico para a estabilidade dos pórticos (Paulay & Priestley, 1992). A Figura 1.1 ilustra os danos nas ligações viga-pilar em edifícios lesados pelo sismo que ocorreu a 10 Outubro de 1980, em El-Asnan (actual Chelf), na Argélia. Os mecanismos de rotura verificados nas ligações viga-pilar resultaram da inadequada ou inexistente armadura transversal, o que sugere que os esforços de corte não foram considerados no dimensionamento destes edifícios (Bertero & Shah, 1983).

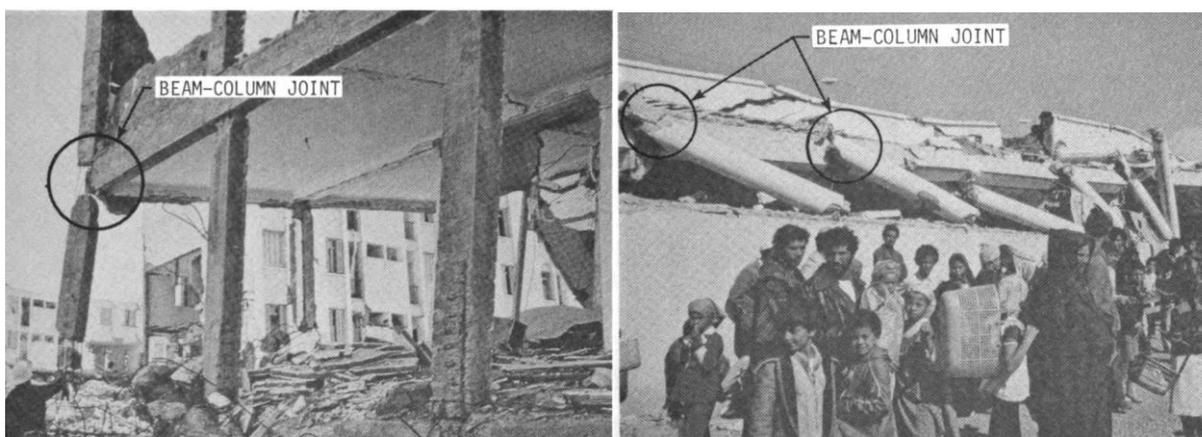


Figura 1.1 - Colapso associado ao inadequado dimensionamento das ligações viga-pilar (Bertero & Shah, 1983).

O dimensionamento convencional das estruturas porticadas de betão armado recorre a metodologias simplificadas que não consideram as ligações viga-pilar como elementos estruturais independentes. Os métodos mais usuais ignoram a deformabilidade da ligação viga-pilar, com um modelo de ligação rígido, ou consideram-na de forma aproximada, com o prolongamento fictício dos eixos das vigas e pilares adjacentes até ao ponto de intersecção no interior da ligação. Em virtude da redução da complexidade computacional do modelo, as diferenças de comportamento entre a ligação viga-pilar e os elementos lineares adjacentes são negligenciadas. No entanto, a modelação numérica com recurso a apenas elementos lineares não simula, de forma adequada, a deformabilidade das ligações viga-pilar nem o seu efeito no comportamento global da estrutura (Costa, Providência, Ferreira, & Dias, 2012).

Na verdade, as ligações viga-pilar constituem zonas de variação abrupta da geometria da estrutura, designadas por zonas de descontinuidade (regiões D), onde ocorrem concentrações de tensões. O comportamento destas regiões não é adequadamente descrito pelo princípio das secções planas de Bernoulli, uma vez que a distribuição de deformações ao longo da altura da secção transversal não é linear, o que impossibilita a aplicação dos métodos convencionais de análise e dimensionamento de elementos lineares (Schlaich, Schäfer, & Jennewein, 1987).

A utilização destes modelos simplificados em edifícios submetidos a, essencialmente, cargas gravíticas, conduz a soluções que, apesar de conservadoras, cumprem o seu propósito. Contudo, em zonas com risco sísmico, os erros associados a esta abordagem podem revelar-se fatais. As ligações viga-pilar de estruturas porticadas de betão armado, quando submetidas a ações horizontais, que caracterizam o efeito dos sismos, ficam sujeitas a esforços de corte muito elevados, em resultado dos momentos fletores de sinais opostos transmitidos pelas vigas e pilares adjacentes (Shin & LaFave, 2004), como se pode confirmar na Figura 1.2 e Figura 1.3. Em ligações inadequadamente dimensionadas para resistir ao sismo, a elevada concentração de esforços de corte na ligação pode resultar na excessiva perda de resistência e rigidez e, eventualmente, no colapso da estrutura porticada. Deste modo, a contribuição da deformação por corte no comportamento global da estrutura não pode ser omitida.

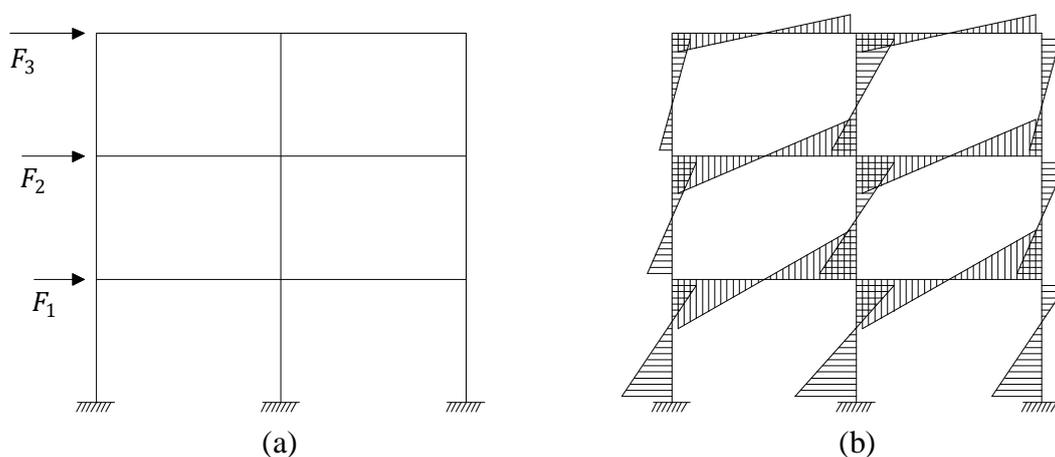


Figura 1.2 – Comportamento do pórtico a ações horizontais, características do sismo: (a) cargas atuantes equivalentes, (b) andamento qualitativo do diagrama dos momentos fletores (adaptado de Crainic & Munteanu (2012)).

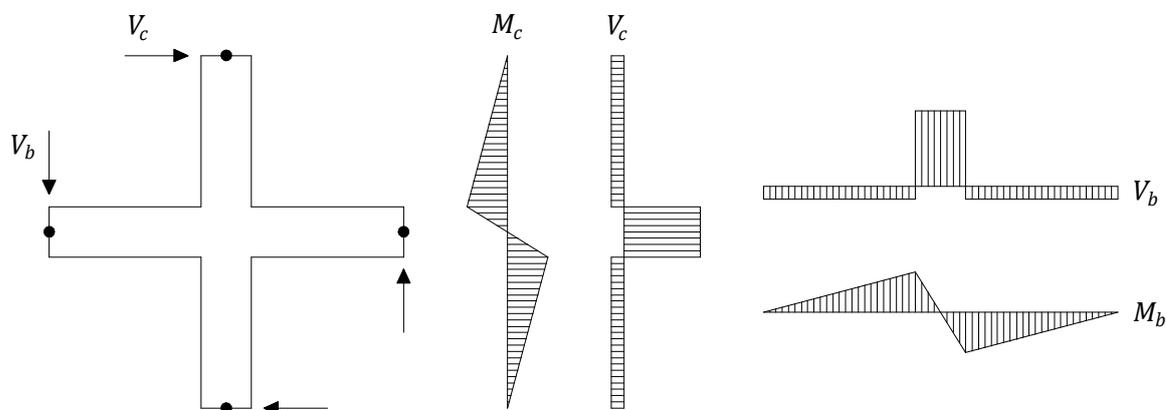


Figura 1.3 - Esforços de corte na ligação viga-pilar resultantes da ação sísmica (adaptado de Shin & LaFave (2004)).

A sismicidade do território português resulta do seu enquadramento a norte da fronteira entre as placas tectónicas Euro-Asiática e Africana (ver Figura 1.4) e é caracterizada por sismos de magnitude moderada a forte. Como resposta ao violento abalo que marcou o ano de 1755 e que destruiu cerca de dois terços dos edifícios da cidade de Lisboa, surgiu um novo sistema construtivo, conhecido por *gaiola pombalina*². A sua implementação constituiu um marco importante na promoção da segurança das estruturas ao sismo. Nos séculos que se seguiram a este período de reconstrução, verificou-se uma gradual desvalorização da importância da conceção sísmica, em resultado da ausência de sismos de grande intensidade (Appleton, 2013a).



Figura 1.4 – Contexto tectónico do território português (Costa A. P., 1993).

Apenas no ano de 1958, surge a primeira norma nacional que contempla a ação do sismo na verificação da segurança das estruturas – *Regulamento da Segurança das Construções Contra os Sismos*. Seguiu-se a publicação, em 1961, do *Regulamento de Solicitações em Edifícios e Pontes* (RSEP) complementada, em 1967, com o *Regulamento de Estruturas de Betão Armado* (REBA), como consequência do significativo aumento do porte dos edifícios de betão armado durante a década de 60. Nestes regulamentos, o cálculo sísmico é efetuado através de forças estáticas horizontais equivalentes, obtidas da multiplicação das cargas permanentes por um coeficiente sísmico. São, igualmente, estabelecidos alguns princípios construtivos ao nível do confinamento e cintagem do betão.

Em 1983, o RSEP é revogado e substituído pelo RSA (*Regulamento de Segurança e Ações para Estruturas de Edifícios e Pontes*), verificando-se um aumento do rigor do

² Sistema construtivo antissísmico, baseado nos métodos de construção naval, que foi implementado na reconstrução da baixa da cidade de Lisboa pelo então primeiro-ministro do reino Marquês de Pombal. Concebido de forma a assegurar a resistência das estruturas a forças horizontais, é constituído por um sistema tridimensional de treliças em madeira, revestido por paredes de alvenaria.

dimensionamento sísmico, com a revisão da intensidade da ação sísmica considerada. Porém, a segurança das ligações viga-pilar é considerada de forma implícita e não como elementos estruturais independentes.

O *Eurocódigo 8 – Projeto de Estruturas Sismo Resistentes* é a regulamentação europeia em vigor que, ao servir de complemento aos restantes eurocódigos, tem como objetivo a imposição de regras ao dimensionamento sísmico. O método de referência indicado na *Parte 1 – Regras gerais, ações sísmicas e regras para edifícios* deste regulamento recorre a uma análise elástica linear na determinação dos esforços e deformações, que seguidamente são reduzidos por um coeficiente de comportamento. Este coeficiente simula, de forma indireta e aproximada, o comportamento real não linear das estruturas e a sua capacidade de redistribuição de esforços. A metodologia proposta não conduz a uma determinação rigorosa dos esforços e deformações das estruturas nem, em particular, das ligações viga-pilar. Portanto, na *secção 5.5.3.3* são fornecidas expressões e indicações de disposições construtivas da armadura que visam a limitação do esforço transversal horizontal máximo atuante na ligação viga-pilar (CEN, 2004). No entanto, as expressões não têm em consideração o efeito combinado da atuação do sismo nas duas direções, uma vez que é apenas verificada a segurança da ligação na direção mais desfavorável da ação sísmica.

Parte significativa dos edifícios antigos foi concebida sem a consideração da ação sísmica, não possuindo, em muitos casos, resistência mínima. A redução da vulnerabilidade do património edificado é contemplada na *Parte 3 – Avaliação e reforço de edifícios* do *Eurocódigo 8* (CEN, 2005). A verificação da resistência das ligações proposta nesta norma remete para a *Parte 1* e, portanto, não é, novamente, avaliado o efeito combinado da ação sísmica nas duas direções sobre a ligação viga-pilar.

Apesar do desenvolvimento observado na análise sísmica, os regulamentos refletem ainda grandes lacunas. As incertezas associadas à quantificação da ação do sismo e à estimativa da resposta estrutural demonstram que é necessário estabelecer e aperfeiçoar procedimentos de verificação da segurança que acautelem o comportamento tridimensional e não linear dos elementos estruturais.

1.2. Objetivos

A perda de vidas humanas e os prejuízos materiais e económicos resultantes do sismo, associados à imprevisibilidade da sua ocorrência, impõem a necessidade de se desenvolver processos de análise e dimensionamento que confirmem um comportamento sísmico adequado às estruturas.

Nas últimas décadas, assistiu-se a um considerável esforço de investigação na análise e modelação do comportamento de estruturas porticadas de betão armado sujeitas a ações sísmicas. Contudo, a pesquisa bibliográfica efetuada revela que parte significativa dos estudos abordam apenas estruturas porticadas planas, pelo que continua a justificar-se o desenvolvimento de trabalhos científicos complementares que simulem de forma fidedigna o comportamento das ligações viga-pilar às solicitações sísmicas nas duas direções horizontais ortogonais.

O presente trabalho tem como objetivo avaliar o efeito combinado das ações horizontais nas duas direções ortogonais, com recurso a uma análise não-linear tridimensional da ligação viga-pilar. O estudo foca-se em duas tipologias de ligações viga-pilar, interior e de extremidade, solicitadas a carregamentos quase-estáticos e monotónicos, tendo sido avaliada sua capacidade resistente e de deformação.

1.3. Metodologia de trabalho adotada

A metodologia clássica de análise de estruturas de betão armado, baseada em ensaios experimentais, é dispendiosa (fabrico, instrumentação, ensaio, análise de dados) e a sua aplicação é limitada pelas dimensões da estrutura a ensaiar e pela grandeza de cargas que é necessário materializar. Além disso, os resultados obtidos por via experimental correspondem apenas a observações pontuais dos fenómenos físicos, uma vez que dependem da posição da instrumentação no elemento em estudo, como é exemplo o modo de leitura do extensómetro de resistência.

O desenvolvimento de ferramentas computacionais mais sofisticadas, tanto ao nível de *software* como de *hardware*, tem permitido a aplicação de procedimentos numéricos na perceção e avaliação do comportamento estrutural. No *Model Code 2010* é, inclusive, validada a utilização da simulação numérica, baseada em análises não-lineares e modelos materiais que refletem o desempenho real das estruturas, como alternativa ao ensaio experimental (Fib, 2010b).

A aplicação da análise numérica não linear permite, de forma rápida e económica, a análise de um grande número de modelos tridimensionais, ainda que condicionada pela capacidade computacional ao dispor do utilizador. A simplicidade de utilização que os interfaces dos programas cálculo estrutural oferecem, associada ao elevado nível de rigor dos resultados, são fatores que contribuem para uma utilização, cada vez mais intensiva, destas ferramentas.

A modelação numérica das ligações viga-pilar de betão armado foi realizada com recurso ao método dos elementos finitos (MEF) e, para tal, foi utilizado o *software* ATENA 3D, disponibilizado pelo departamento de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra. Esta ferramenta afirma-se como um dos mais conceituados *softwares* disponíveis no mercado, especificamente vocacionado para modelar tridimensionalmente elementos de betão armado. Em Costa (2013) é efetuada a validação do programa para a modelação de ligações viga-pilar de betão armado, pelo que no presente trabalho procede-se à aplicação desta ferramenta sem a sua prévia validação.

1.4. Estrutura do documento

O presente documento encontra-se organizado em cinco capítulos. No capítulo 1 procede-se ao enquadramento do tema, onde se sublinha a pertinência do tema, bem como à definição dos objetivos a serem cumpridos. É, também, apresentada a abordagem aplicada na resolução do problema em estudo.

O capítulo 2 é iniciado com uma sumária abordagem dos conceitos fundamentais de sismologia e com a caracterização dos fenómenos que ocorrem no interior da ligação viga-pilar de uma estrutura porticada de betão armado quando sujeita à ação do sismo. De seguida, é apresentada uma breve revisão bibliográfica, relativa a investigações experimentais e numéricas realizadas em ligações viga-pilar, que confirmam a necessidade da realização de estudos adicionais que considerem o efeito combinado de ações bidirecionais em ligações viga-pilar de betão armado.

O capítulo 3 centra-se na apresentação da ferramenta informática adotada, o ATENA 3D, vocacionado para modelação tridimensional de elementos de betão armado, seguida da fundamentação da adoção de alguns parâmetros relativos aos modelos materiais e aos procedimentos para a resolução do sistema de equações de equilíbrio das discretizações.

No capítulo 4 procede-se à apresentação, de forma detalhada, das características geométricas e do procedimento carga dos modelos numéricos analisados e dos parâmetros avaliados. O capítulo termina com o tratamento e discussão dos resultados numéricos obtidos com o *software* ATENA 3D.

Por fim, o capítulo 5 diz respeito às considerações finais, onde são sintetizadas as principais conclusões das análises numéricas efetuadas e são, também, sugeridas algumas propostas para estudos a desenvolver no futuro.

2. O ESTUDO DAS LIGAÇÕES VIGA-PILAR

2.1. Introdução

Este capítulo é iniciado com uma breve clarificação de conceitos, de modo a facilitar a interpretação dos assuntos abordados ao longo da dissertação. A terminologia adotada tem por base a informação apresentada em Costa (2013).

A *ligação viga-pilar* de uma estrutura porticada de betão armado corresponde à região de intersecção das vigas e pilares. Neste documento, adotou-se a definição proposta pelas recomendações da *ACI-ASCE Committee 352*, em que a ligação viga-pilar é entendida como o troço de pilar compreendido ao longo da altura da secção transversal da viga de maior altura h , que intersecta o pilar na região em causa (ACI-ASCE Committee 352, 2002) – ver Figura 2.1. As diferentes tipologias que as ligações viga-pilar apresentam numa estrutura porticada ortogonal de betão armado, estão representadas na Figura 2.2, acompanhadas da terminologia indicada na *ACI-ASCE Committee 352*.

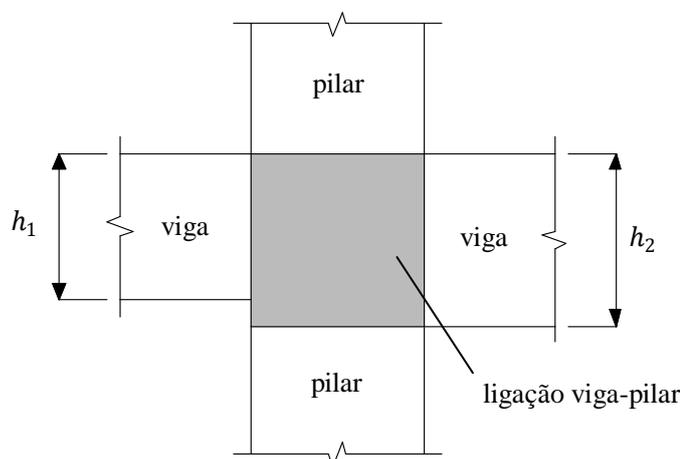


Figura 2.1 – Representação em alçado de uma ligação viga-pilar com vigas de secção transversal variável: $h_1 < h_2$ (adaptado de Costa (2013)).

O *núcleo da ligação viga-pilar* refere-se à zona interna da ligação abrangida pelos planos definidos pelas resultantes de tensões de tração e compressão transmitidas pelas armaduras longitudinais dos elementos adjacentes.

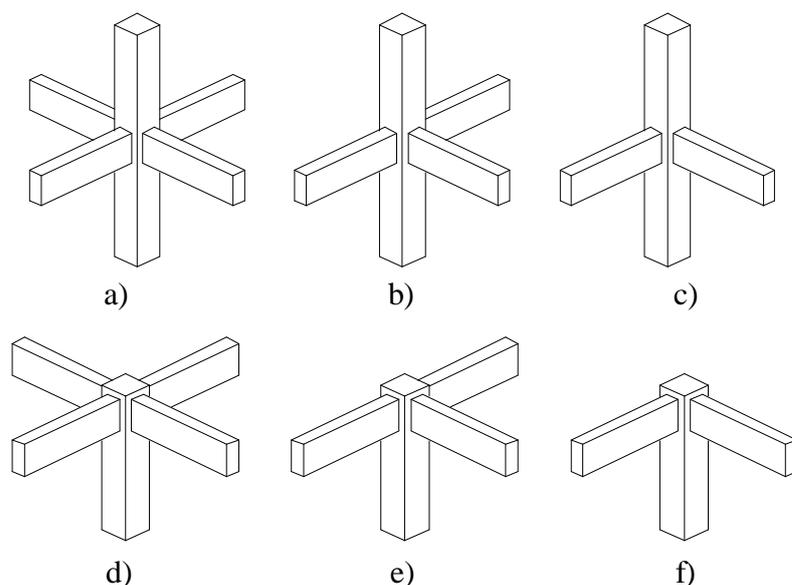


Figura 2.2 – Classificação das ligações viga-pilar: a) interior, b) de extremidade, c) de canto, d) de cobertura interior, e) de cobertura de extremidade, f) de cobertura de canto (adaptado de ACI-ASCE Committee 352 (2012)).

De acordo com o sistema de eixos considerado, o pilar desenvolve-se ao longo do eixo Z . As vigas com eixo na direção principal do pórtico (eixo X) e as vigas com direção transversal ao pórtico (eixo Y) são, respetivamente, designadas por *vigas longitudinais* e *vigas transversais*.

Na modelação das ligações viga-pilar são analisadas apenas subestruturas do pórtico de betão armado, que compreendem a zona da ligação viga-pilar juntamente com porções dos elementos lineares adjacentes. A limitação das dimensões do modelo é imposta pela necessidade de minimizar o custo (análise experimental) e o elevado volume do cálculo não linear (análise numérica). Por *elementos adjacentes* entende-se os elementos lineares que concorrem na ligação, ou seja, as vigas e os pilares; da análise da Figura 2.2 verifica-se que a ligação pode exibir até 2 elementos do tipo pilar e 4 elementos do tipo viga. O comprimento considerado nos troços dos elementos adjacentes prolonga-se até à secção das vigas e pilares onde o momento fletor é nulo, quando o pórtico é submetido a ações horizontais - ver diagrama qualitativo de momentos fletores na Figura 1.2.

2.2. Efeito do sismo sobre o núcleo da ligação viga-pilar

Embora o objetivo do presente trabalho não contemple o estudo detalhado dos fenómenos relacionados com a ocorrência do sismo, neste subcapítulo procede-se a uma breve contextualização da ação sísmica e dos seus efeitos sobre as ligações viga-pilar.

As causas dos sismos podem resultar de fenómenos naturais ou induzidos pelo homem, de forma direta ou indireta. Os sismos associados à intervenção humana são pouco significativos e de baixa intensidade; devem-se, habitualmente, à prospeção excessiva de recursos naturais, à elevada concentração de volumes de água em barragens ou à detonação de explosivos. Por sua vez, os sismos com origem na dinâmica da própria natureza podem ser de três tipos: (i) sismos tectónicos, associados à perturbação momentânea do estado de equilíbrio de falhas geológicas, (ii) sismos vulcânicos, resultantes da movimentação de massas magmáticas e das fortes pressões no interior do vulcão e (iii) sismos de colapso, provocados pelo abatimento de cavidades ou deslizamento de terras. A distribuição dos epicentros³, ao longo do mapa-mundo da Figura 2.3, torna evidente a analogia espacial entre as fronteiras das placas tectónicas e o registo da atividade sísmica, constatando-se que os sismos mais frequentes e de maior intensidade são de origem tectónica (Kramer, 1996).

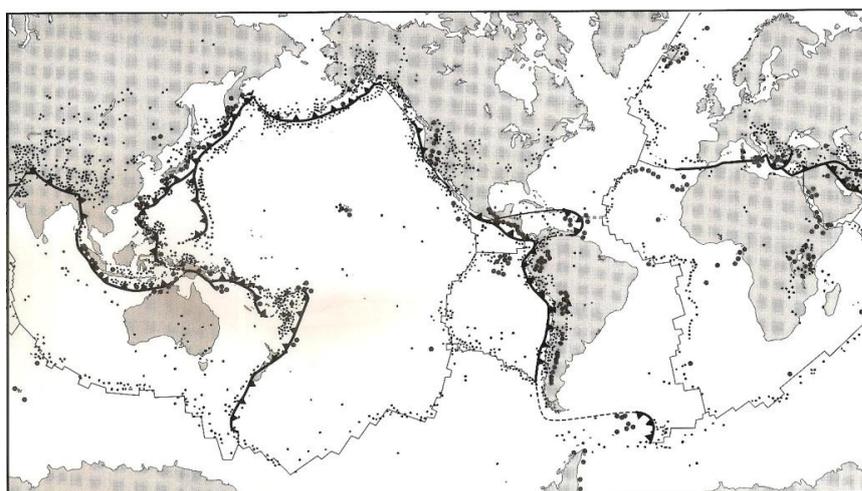


Figura 2.3 – Atividade sísmica no mundo; sobreposição dos limites entre placas e dos epicentros dos sismos de maior intensidade (Kramer, 1996).

As placas tectónicas que compõem a litosfera⁴ encontram-se, de forma lenta e contínua, submetidas às correntes de convecção⁵ do material semifluido da camada da astenosfera⁶. A interação mecânica entre limites de placas, imposta pelas tensões tangenciais das correntes de

³ Ponto à superfície terrestre onde se regista a primeira onda sísmica; localiza-se alinhado verticalmente com o hipocentro.

⁴ Camada rígida mais externa do planeta Terra, constituída por rochas e solo, que se estende desde o topo do Monte do Evereste até às profundezas da Fossa das Marianas.

⁵ Movimentos em forma de circuito fechado que se produzem no interior do manto; transportam materiais quentes para a parte superficial do manto e conduzem os materiais frios para as proximidades do núcleo.

⁶ Situada sob a litosfera, constitui a parte superior do manto; é uma camada plástica, constituída por materiais parcialmente fundidos e pouco compactos, progressivamente mais fluidos quanto mais próximos do manto.

convecção, pode ser do tipo: (i) divergente, com o afastamento das placas, (ii) convergente, caracterizado por processos de subdução e (iii) transformante, onde as placas deslizam lateralmente uma em relação à outra. Quando o limite de elasticidade da litosfera é atingido, isto é, quando as tensões desenvolvidas são superiores às tensões resistentes do meio, nas zonas de descontinuidade morfológica (falhas) há libertação de energia, que se propaga sob a forma de ondas sísmicas (Crainic & Munteanu, 2012). Ao difundirem-se a partir do hipocentro⁷ em círculos concêntricos, a sucessão de ondas sísmicas provoca a vibração de grandes volumes de solo.

A magnitude, medida através da amplitude das ondas sísmicas registadas nos sismogramas, avalia a quantidade de energia libertada. O sismógrafo deteta dois tipos de ondas sísmicas: (i) volumétricas, originadas no interior da Terra, e as (ii) de superfície, resultantes da reflexão das ondas volumétricas quando atingem a superfície do solo (Paulay & Priestley, 1992). As ondas volumétricas incluem as ondas P (primárias ou de compressão), que comprimem e distendem as partículas do solo paralelamente à direção de propagação da onda, e as ondas S (secundárias ou de corte), em que a direção de vibração das partículas é decomposta pelas componentes vertical (SV) e horizontal (SH). O movimento das partículas, resultante das ondas de superfície Rayleigh, pode ser considerado uma combinação das ondas P e SV. Por sua vez, as ondas de superfície Love, provocam um movimento horizontal das partículas, perpendicularmente à direção de propagação da onda. Na Figura 2.4, encontra-se representado o comportamento das partículas do solo à propagação das ondas sísmicas, que complementa a descrição anterior.

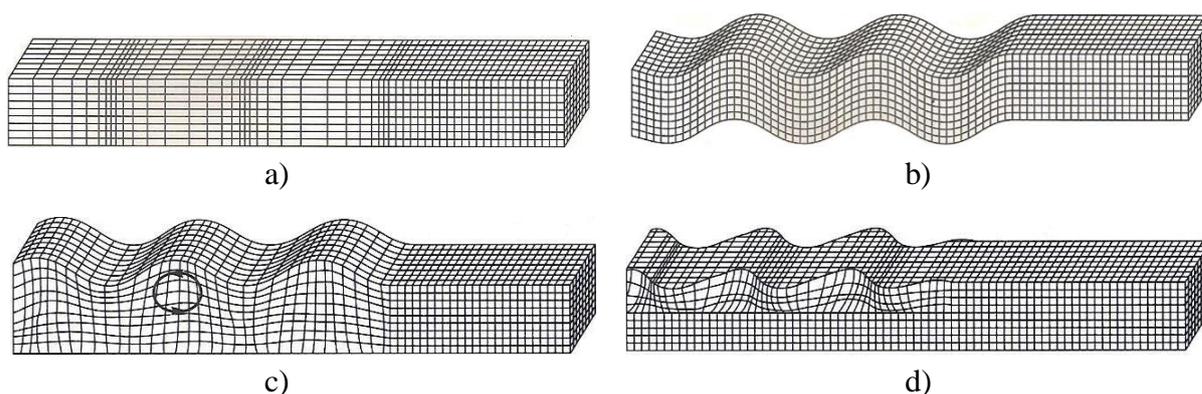


Figura 2.4 – Deformação do solo resultante da ação das: ondas volumétricas a) Primárias e b) Secundárias e ondas superficiais c) Rayleigh e d) Love (adaptado de Kramer (1996)).

⁷ Local no interior da Terra onde é originado o sismo; em sismos de grande intensidade, a fonte de rotura não é pontual, ocorre ao longo da superfície da falha tectónica (Paulay & Priestley, 1992).

Ao dispersarem-se, as ondas sísmicas originam um movimento vibratório que se transmite pelas fundações à estrutura. Em resultado da sua massa, as estruturas de betão armado são particularmente penalizadas pela ação do sismo; de acordo com a Segunda Lei de Newton (equação 2.1), quanto maior a massa de um corpo, maior a sua inércia, ou seja, maior resistência apresentará à alteração do seu estado de repouso. Em resultado da própria flexibilidade da estrutura, as acelerações e as forças de inércia geradas nos elementos constituintes são diferentes. Quando os esforços desenvolvidos nos elementos estruturais ultrapassam o seu limite de resistência (mecanismos frágeis, como por exemplo ligações viga-pilar sujeitas ao corte) ou a sua capacidade de deformação é excedida (mecanismos dúcteis, como por exemplo vigas em flexão), os elementos colapsam, podendo conduzir ao colapso total ou parcial da estrutura.

$$F = m \times a \quad (2.1)$$

O impacto humano e socioeconómico da ação do sismo, sobretudo nas zonas urbanas, impõe a necessidade de se proceder à minimização da vulnerabilidade sísmica do património edificado e, assim, promover a segurança da população.

As ligações viga-pilar são elementos de continuidade que garantem a transmissão de esforços entre os elementos adjacentes – vigas e pilares (Costa, 2013). Tal como relatado na introdução do presente trabalho, apenas nas últimas décadas foi reconhecido, pela comunidade científica, o papel crítico que as ligações viga-pilar desempenham quando as estruturas porticadas são submetidas à ação do sismo. A observação dos danos estruturais resultantes de sismos recentes, expondo erros de conceção e de dimensionamento, conduziu à elaboração de estudos detalhados, analíticos e experimentais, referentes às particularidades do comportamento das ligações viga-pilar ao sismo.

O comportamento das ligações viga-pilar de uma estrutura porticada de betão armado sujeita à ação do sismo, é caracterizado pela ocorrência de mecanismos complexos de transmissão de esforços. A componente horizontal do sismo submete a ligação viga-pilar a esforços de corte horizontais e verticais muito elevados, de magnitude superior aos atuantes nas vigas e pilares adjacentes – ver Figura 1.3. Como anteriormente referido, este fenómeno é consequência dos momentos fletores máximos de sinais opostos gerados nas extremidades dos elementos lineares adjacentes que concorrem na ligação viga-pilar, como se pode verificar no diagrama qualitativo de momentos fletores do pórtico da Figura 1.2.

A inversão do sinal dos momentos fletores máximos nas faces opostas da ligação submete ainda as armaduras longitudinais, dos elementos adjacentes que trespassam a ligação viga-

pilar, a forças de tração de um lado e de compressão do lado oposto. A resistência da ligação às elevadas trações e compressões longitudinais desenvolvidas é garantida pela aderência entre o aço e o betão envolvente (Shin & LaFave, 2004). A Figura 2.5 representa a transmissão das forças da armadura longitudinal da viga para o núcleo da ligação viga-pilar, ao longo do perímetro da superfície de contacto, sendo que um mecanismo de aderência similar ocorre na direção vertical (pilar). De notar que as forças na armadura longitudinal, a serem mobilizadas por aderência no interior da ligação, são bastante elevadas (resultante do somatório de T_{b1} e C_{b2}), uma vez que M_{b1}^- e M_{b2}^+ têm o mesmo sentido.

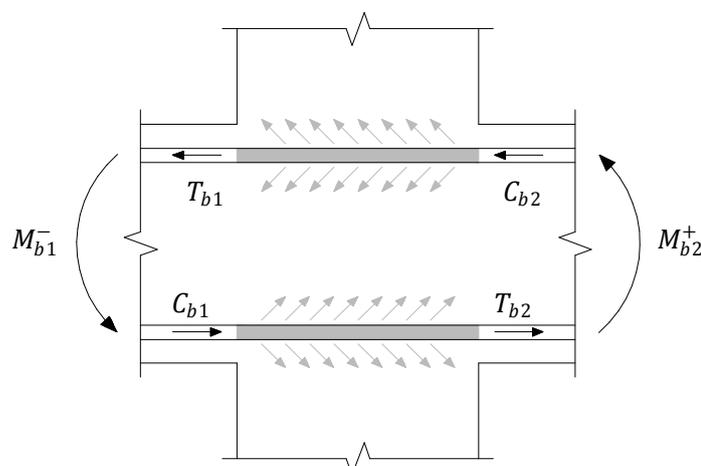


Figura 2.5 – Tensões de aderência no interior da ligação viga-pilar (adaptado de Crainic & Munteanu (2012)).

No dimensionamento de estruturas de betão armado é, usualmente, admitida a hipótese de aderência perfeita, que assume uma compatibilidade de deformações entre os dois materiais, com deslocamento relativo nulo. No entanto, este pressuposto é apenas válido nos estados iniciais de carregamento e para baixos níveis de tensão (Melo, 2009). O sucessivo incremento monotónico provoca um acréscimo de tensão tangencial no betão em redor das nervuras do varão e, conseqüente, fissuração e esmagamento do mesmo. No caso particular das ligações viga-pilar, o confinamento conferido pelas armaduras longitudinais dos elementos lineares adjacentes, e sobretudo pela armadura transversal, diminui a propagação da abertura de fendas e impede a rotura por *splitting*⁸ do betão (Task Group Bond Models, 2000). Um modo de rotura mais comum corresponde ao escorregamento dos varões (rotura por *pull-out*⁹), ou seja, à rotura da amarração, resultante da perda de aderência por fendilhação da interface aço-

⁸ Mecanismo de colapso, geralmente prematuro, caracterizado pela fendilhação longitudinal do betão ao longo do plano que contém o varão.

⁹ Rotura por deslizamento da armadura longitudinal (deslocamento relativo entre o varão e o betão envolvente), com ou sem fendas visíveis de *splitting*, dependendo do grau de confinamento do betão.

betão; a sua ocorrência é denunciada pela rotação das extremidades da ligação viga-pilar, acompanhada da acentuada redução da resistência e rigidez do pórtico. Este fenómeno é particularmente crítico em elementos de betão armado com armadura lisa. Note-se, ainda, que a progressiva degradação da aderência, resultante do carácter cíclico da ação sísmica, pode conduzir à rotura prematura da estrutura com valores de tensão nas armaduras ou no betão inferiores aos obtidos com ensaios monotónicos (Fernades, Melo, Varum, & Costa, 2010).

A rotura por falta de aderência dos varões deve ser mitigada com a utilização de varões nervurados; a rugosidade conferida pelas nervuras contribui para o aumento do coeficiente de atrito entre os dois materiais. Nas normas EN 1992-1 e EN 1998-1 é, ainda, previsto o cumprimento de um conjunto de disposições construtivas, referentes ao comprimento de amarração dos varões longitudinais e à limitação dos seus diâmetros. A utilização de varões de grande diâmetro conduz à diminuição da resistência da aderência, pelo que, sempre que possível, deve ser adotado um maior número de varões (de menor diâmetro).

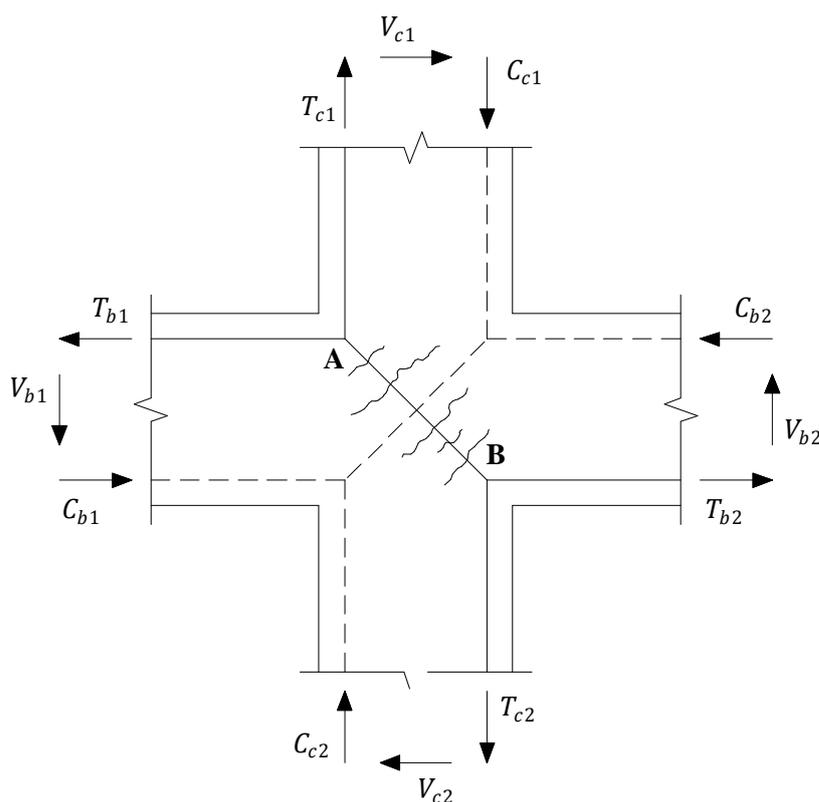


Figura 2.6 – Diagonais de tração e compressão de uma ligação viga-pilar interior em situação sísmica (adaptado de Uma & Prasad (2006)).

A conjugação dos sinais opostos dos momentos das vigas e pilares também introduz, no interior da ligação, compressões e trações diagonais muito elevadas, as quais podem ser

calculadas por equilíbrio de forças internas (Appleton, 2013b). Na Figura 2.6, as diagonais em tração e compressão são, respetivamente, representadas por linhas contínuas e tracejadas. Conforme apresentado, quando a capacidade resistente do betão à tração é atingida, desenvolvem-se fendas perpendicularmente à diagonal de tração $A-B$, que resultam no prejuízo da resistência e rigidez da ligação viga-pilar (Uma & Prasad, 2006). A reduzida resistência do betão à tração deve ser, portanto, colmatada com uma adequada quantidade de armadura transversal aplicada no núcleo da ligação viga-pilar, de modo a impedir a sua rotura.

O campo de tensões no interior da ligação descrito na Figura 2.6 corresponde ao efeito do esforço transversal, pelo que se pode usar esta grandeza (ou outra derivada desta) para caracterizar o comportamento do núcleo da ligação viga-pilar. Em termos cinemáticos, a grandeza conjugada do esforço transversal é a distorção do núcleo da ligação – ver Figura 2.7.

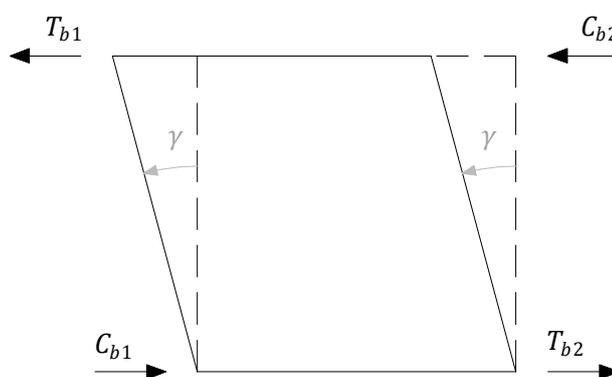


Figura 2.7 – Distorção da ligação viga-pilar interior, resultante dos momentos fletores de sinais opostos atuantes nas extremidades das vigas (adaptado de Roeser (2002)).

2.3. Estudo do comportamento do núcleo da ligação viga-pilar

O desempenho das estruturas porticadas de betão armado ao sismo depende, não apenas do adequado dimensionamento dos elementos lineares, como também da integridade das suas ligações. No seguimento da complexa interação de esforços apresentada anteriormente, ao longo das últimas décadas, inúmeras investigações experimentais e numéricas têm sido desenvolvidas pela comunidade científica.

Neste capítulo é apresentada uma breve, mas estruturada, revisão dos principais modelos de comportamento do núcleo da ligação viga-pilar ao corte disponíveis, com referência aos trabalhos de investigação que submeteram as ligações viga-pilar a ações quase-estáticas e monotónicas.

Parte significativa dos modelos encontrados na bibliografia da especialidade refere-se à avaliação da capacidade resistente das ligações viga-pilar quando submetidas a ações cíclicas de elevada amplitude. Apesar de, em última análise, o presente trabalho também se destinar à avaliação do efeito do sismo, estes estudos não são muito relevantes, na medida em que o comportamento cíclico da ligação é dependente da história de carga (número, amplitude e frequência dos ciclos), dificultando o estudo objetivo do carregamento bidirecional na ligação viga-pilar.

2.3.1. Estudos experimentais

Motivados pelo comportamento das ligações viga-pilar em situação sísmica, em 1967, Hanson & Conner levaram a cabo uma das primeiras investigações experimentais, na qual submeteram uma série de subestruturas com ligações viga-pilar de extremidade à ação sísmica, simulada com cargas cíclicas horizontais. Estes autores sugeriram a quantificação da resistência do núcleo da ligação viga-pilar através do esforço de corte horizontal a meia altura da ligação, determinado por equilíbrio de forças atuantes na direção horizontal (Kim & LaFave, 2009).

O esforço de corte atuante na direção vertical não é, normalmente, considerado para efeitos de dimensionamento e verificação de segurança das estruturas, pois tem-se averiguado experimentalmente que não é condicionante, quando garantida a resistência ao esforço de corte horizontal. Tendo por base a ligação viga-pilar interior, e respetiva simbologia, apresentada na Figura 2.6, o esforço de corte a meia altura da ligação pode ser expresso pela equação 2.2, onde as forças de tração e compressão, associadas aos momentos fletores transmitidos pelas extremidades das vigas, são reduzidas pelo esforço transversal transmitido pelo pilar.

$$V_{jh} = T_{b1} + C_{b2} - V_{c1} \quad (2.2)$$

A equação anterior, quando materializada para os esforços máximos de flexão que se podem desenvolver nas vigas, conduz à expressão apresentada na EN 1998-1 (equação 2.3).

$$V_{jh} = (A_{s1} + A_{s2})f_y - V_{c1} \quad (2.3)$$

Tendo por base as relações estabelecidas por Ritter e Morsch entre o comportamento de uma treliça e o padrão de fissuração de uma viga de betão armado submetida ao esforço transversal, Schlaich et al. (1987) formularam modelos de escoras e tirantes (MET), adequados para

representar os campos de tensões nas regiões de descontinuidade (Mitra, 2007). De forma semelhante ao comportamento de uma treliça, nestes modelos, o mecanismo interno resistente é constituído por escoras e tirantes diagonais, que representam, respetivamente, os elementos de betão comprimidos e a armadura tracionada, interligadas por nós (ou regiões nodais).

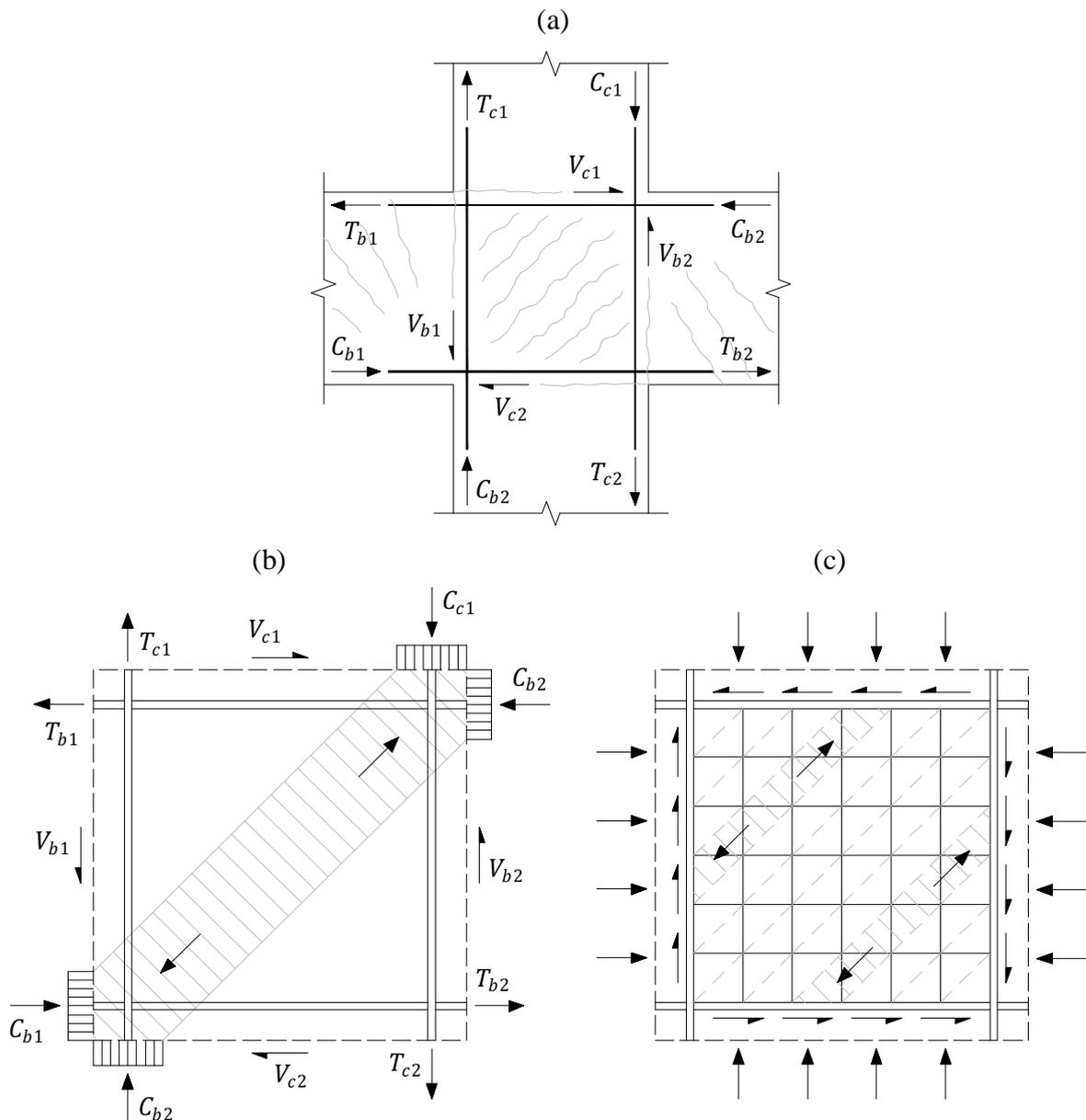


Figura 2.8 – Comportamento idealizado da ligação viga-pilar interior: (a) forças internas e padrão de fissuração, (b) equilíbrio por mecanismo de escora diagonal e (c) equilíbrio por mecanismo de treliça (adaptado de Park & Paulay (1975) e Kim & LaFave (2009)).

Por se tratar de uma ferramenta prática e eficaz, diversos investigadores, fundamentando-se na filosofia de Schlaich et al. (1987), têm aplicado o MET no dimensionamento das ligações

viga-pilar ao sismo. De acordo com Park & Paulay (1975), os esforços de corte são resistidos pelo núcleo da ligação através dos mecanismos representados na Figura 2.8: (i) mecanismo de escora diagonal e (ii) mecanismo de treliça. No primeiro, uma escora diagonal de betão comprimido é responsável pelo equilíbrio das forças de compressão suportadas pelo betão. A armadura transversal na ligação aumenta o confinamento da escora e a capacidade de deformação da ligação (Mitra, 2007; Sharma, 2013). Por sua vez, no segundo mecanismo, referido por mecanismo treliça, os esforços de corte são equilibrados por escoras comprimidas adjacentes, que se formam entre as fissuras diagonais, e pelas forças de aderência nas armaduras longitudinais das vigas e pilares (Park & Paulay, 1975). A perda da aderência, acompanhada pelo escorregamento das armaduras longitudinais, determina o fim da contribuição do mecanismo de treliça para a resistência da ligação viga-pilar aos esforços de corte (Parra-Montesinos & Wight, 2002).

Os MET constituem uma ferramenta adequada na verificação da segurança das ligações (ULS), com base no teorema estático da análise plástica limite. Contudo, não permitem a determinação da deformabilidade da ligação, nem a avaliação do seu impacto no comportamento global da estrutura; requisito fundamental no âmbito dos mais recentes regulamentos sísmicos baseados na avaliação efetiva da performance das estruturas em situação sísmica. Neste contexto, recentemente, diversos investigadores empenharam-se no desenvolvimento de MET, igualmente simples e objetivos, capazes de estimar o comportamento do núcleo da ligação viga-pilar ao longo da história de carga. Destacam-se os modelos de Parra-Montesinos & Wight (2002) e de Mitra (2007), assentes em resultados experimentais com ações cíclicas, e as alterações propostas, em 2009, por Kim & LaFave ao modelo original de Parra-Montesinos & Wight (2002).

Na bibliografia, encontram-se ainda disponíveis outros modelos, nomeadamente o de Roeser (2002), desenvolvido para solicitações quase-estáticas e monotónicas. Neste modelo, o comportamento da ligação é estabelecido por meio da relação entre a tensão tangencial horizontal a meia altura da ligação e a distorção do seu núcleo, que se traduz numa curva de comportamento $\tau_{jh}-\gamma$, em que τ_{jh} é a tensão tangencial que resulta do quociente de V_{jh} e a área da secção transversal do pilar e γ é a distorção da ligação. Note-se, no entanto, que na calibração experimental deste modelo, em grande parte dos espécimes não foi efetuado o registo da totalidade da curva de comportamento $\tau_{jh}-\gamma$, ainda que a rotura tenha ocorrido na ligação.

Importa também referir o trabalho de compilação realizado por Kim & LaFave (2009), que envolveu os resultados experimentais de 341 espécimes de ligações viga-pilar interiores, de extremidade e de canto, submetidas a cargas laterais quase-estáticas cíclicas. Com base na

extensa base de dados, e respetiva aplicação da inferência estatística Bayesiana na estimação dos parâmetros mais condicionantes, desenvolveram um modelo de comportamento igualmente formulado em termos da relação $\tau_{jh} - \gamma$. Embora idealizado para modelar o comportamento do núcleo da ligação submetido a ações cíclicas, Costa (2013) verificou que o modelo de Kim e LaFave (2009) é o que apresenta melhores estimativas quando comparadas com os resultados dos seus ensaios experimentais com cargas quase-estáticas e monotónicas.

2.3.2. Estudos numéricos

Os modelos acima mencionados conduzem a estimativas aproximadas, e por vezes excessivamente conservadoras, da capacidade de carga e deformabilidade das ligações viga-pilar, uma vez que recorrem a significativas simplificações. A procura de métodos de análise mais rigorosos, conjugada com a evolução e generalização das ferramentas computacionais, tem permitido o desenvolvimento de modelos que consideram de modo mais rigoroso o comportamento não linear das ligações e as características da ação sísmica. Ainda que não se adequem ao dimensionamento e verificação da segurança de estruturas, são extremamente úteis para efeito de investigação.

Nesse sentido, têm surgido no mercado vários programas de simulação numérica, assentes na modelação estrutural com base no método dos elementos finitos, que fazem uso de elementos bidimensionais e tridimensionais. O MEF, aplicado na análise numérica, possibilita a consideração das propriedades geométricas das ligações e as relações constitutivas não lineares dos materiais, que refletem fenómenos complexos que ocorrem ao longo da história de carga, como a fissuração e esmagamento do betão, a aderência do aço ao betão, entre outros. A aplicação do MEF ao estudo do comportamento das ligações viga-pilar envolve a sua discretização em elementos de dimensão reduzida, de forma a possibilitar uma estimação rigorosa das distribuições de tensões e deformações no elemento estrutural. Em virtude da consideração da não linearidade material, as equações que definem o comportamento estrutural são não lineares e, portanto, é necessária uma abordagem iterativa que permita determinar as várias posições de equilíbrio ao longo da história de carga. A qualidade da solução depende do nível de refinamento da discretização da malha (redução do tamanho dos elementos e aumento do número de graus de liberdade).

O *Model Code 2010* permite a utilização da simulação numérica no estudo de fenómenos complexos, mas alerta para as aproximações na definição das leis constitutivas e para a importância da verificação experimental de resultados e conclusões (Fib, 2010b). São, seguidamente, mencionados alguns trabalhos de investigação que validam a aptidão dos

programas de elementos finitos na reprodução objetiva do comportamento estrutural das ligações viga-pilar. As análises comparativas realizadas nestes estudos, entre os resultados obtidos em ensaios experimentais e com modelos numéricos equivalentes, fundamentam a seleção do *software*, e respetivos modelos materiais, em investigações futuras.

O estudo levado a cabo por Baglin & Scott (2000) envolveu a modelação numérica de 19 ligações viga-pilar de extremidade submetidas a cargas aplicadas de forma quase-estáticas e monotónicas, com recurso ao programa de elementos finitos SBETA, desenvolvido para a análise de estruturas de betão armado em estado plano de tensão ou deformação. A média do desvio registado entre os valores de carga máxima suportada pelos modelos numéricos e os ensaios experimentais foi somente de 5%, que confirma a aplicabilidade do programa informático SBETA na modelação das ligações viga-pilar de betão armado.

Com o propósito de desenvolver um modelo numérico padrão para simplificar o dimensionamento das ligações viga-pilar de extremidade, Hamil (2000) avaliou o comportamento de 49 ligações sob ações quase-estáticas e monotónicas. Para tal, serviu-se também do programa numérico bidimensional SBETA, o qual foi satisfatoriamente validado na simulação da resposta e modos de rotura da ligação.

Na avaliação das diferenças do comportamento das ligações viga-pilar interiores e de extremidade ao corte, e respetivos parâmetros mais condicionantes, Hegger, Sherif & Roeser (2004) consideraram os espécimes experimentalmente ensaiados por Roeser (2002) e desenvolveram modelos numéricos equivalentes. O programa de elementos finitos adotado foi o ATENA 2D, uma versão atualizada do SBETA, tendo sido verificada uma boa concordância entre os resultados numéricos e experimentais – o máximo desvio registado da capacidade de carga, foi de apenas 11%.

O ATENA 3D, programa de elementos finitos adotado no presente trabalho, foi igualmente alvo de validação de resultados no trabalho de investigação de Sasmal, Novák & Ramanjaneyulu (2010). No seu estudo, consideraram dois conjuntos de ligações viga-pilar de extremidade submetidas a ações quase-estáticas e cíclicas. Nas suas conclusões referem a obtenção de uma boa conformidade entre os resultados experimentais e numéricos, em termos da curva força-deslocamento e do padrão de danos manifestados.

A boa concordância entre os resultados experimentais e numéricos reportada anteriormente, deve-se ao facto de serem programas computacionais de elementos finitos que fazem uso de leis constitutivas e ferramentas especificamente desenvolvidas para a análise de elementos de betão armado (Costa, 2013).

As exigências computacionais impostas pelos modelos de elementos finitos conduziram ao desenvolvimento de modelos mecânicos (*macro-elementos*), baseados no método das componentes desenvolvido para a análise de estruturas metálicas, que procuram manter o rigor e reduzir a morosidade na obtenção de resultados (Costa, 2013). Estes modelos são compostos pela interligação de elementos flexíveis (molas) e rígidos, os quais representam os mecanismos condicionantes para o comportamento das ligações, como a distorção do núcleo e o efeito do escorregamento da armadura longitudinal das vigas e pilares. Encontram-se disponíveis na bibliografia de especialidade vários macro-elementos com diferentes abordagens na disposição das componentes e na definição das leis de comportamento não linear (Lowes & Altoontash, 2003; Mitra & Lowes, 2007; Shin & LaFave, 2004; Tajiri, Shiohara, & Kusuhara, 2006).

O futuro estará certamente ligado à utilização de elementos finitos tridimensionais na análise do comportamento das ligações viga-pilar, mas por enquanto os modelos mecânicos são a alternativa mais adequada.

3. O PROGRAMA ATENA 3D

3.1. Considerações gerais

Desenvolvido na República Checa, pela Červenka Consulting, o ATENA 3D (*Advanced Tool for Engineering Nonlinear Analysis*) é um *software* de análise tridimensional não linear, especificamente concebido para a modelação de elementos de betão armado. Tal como os seus antecessores, o SBETA e o ATENA 2D, permite uma simulação computacional do comportamento estrutural do betão armado assente no método dos elementos finitos e em modelos constitutivos materialmente não lineares.

A sua aplicação está associada a trabalhos de investigação e à modelação de estruturas complexas, onde é pretendido um elevado nível de rigor. Estudos recentemente publicados (Hegger, Sherif, & Roeser, 2004; Sasmal, 2009; Sasmal, Novák, & Ramanjaneyulu, 2010; Costa, 2013), com resultados bastante satisfatórios, confirmam a adequabilidade do ATENA 2D e 3D na modelação das regiões de descontinuidade de betão armado em estudo – as ligações viga-pilar.

O *software* ATENA 3D foi recentemente usado como ferramenta de trabalho de análise numérica na Universidade de Coimbra. A sua utilização foi validada para a análise de ligações viga-pilar com base em resultados de ensaios experimentais, o que conduziu à calibração de alguns parâmetros dos modelos materiais propostos por defeito pelo *software*.

Dispondo de um simples e intuitivo *interface*, a modelação numérica estrutural no ATENA 3D é executada em três fases: (i) *pré-processamento*, onde o utilizador define as características do modelo (geometria, condições de apoio, distribuição de cargas, malha de elementos finitos, entre outros), (ii) *cálculo numérico*, que é acompanhado pela monitorização do progresso dos resultados no final de cada iteração, na forma de gráficos e representações da propagação da fendilhação e, por fim, (iii) *pós-processamento*, onde se apresentam tabelas e gráficos que contêm os resultados da análise (Červenka & Červenka, 2017).

Neste capítulo, são apresentados, de modo sucinto, os modelos materiais adotados, bem como algumas particularidades dos elementos finitos e do método de resolução do sistema não linear usado.

3.2. Modelos constitutivos

Na análise numérica não-linear, o comportamento dos materiais é reproduzido através de modelos constitutivos materialmente não lineares. Na formulação dos modelos são, inevitavelmente, consideradas algumas simplificações e pressupostos, seguidamente enunciadas de modo abreviado, em resultado da imposição do limite de páginas da presente dissertação. Informação mais detalhada sobre os fundamentos em que assentam os modelos materiais, encontra-se disponível no manual *Theory*, elaborado pelos autores do *software* (Červenka, Jendele, & Červenka, 2016).

3.2.1. Betão

O modelo material do betão adotado nas análises foi o *CC3NonLinCementitious2*, disponível na base de dados ATENA 3D e recomendado, pela documentação do programa, na modelação bidimensional e tridimensional de estruturas de betão armado. Apenas o valor da resistência à compressão do betão é inserido pelo utilizador, sendo que os restantes parâmetros caracterizadores do modelo material são calculados pelo *software* com base na regulamentação atual e em correlações estabelecidas por intermédio de ensaios experimentais *benchmark*. Apesar disso, é permitido ao utilizador a alteração manual de todos os parâmetros caracterizadores das relações constitutivas.

Na definição dos modelos constitutivos do comportamento do betão à compressão e tração, o *CC3NonLinCementitious2* conjuga, respetivamente, um modelo de plasticidade com um modelo de fratura. O cálculo das extensões é, portanto, determinado com base no somatório das componentes de extensões elásticas (ε^e), plásticas (ε^p) e de fratura (ε^f):

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p + \varepsilon^f \quad (3.1)$$

Nas análises efetuadas foram mantidas as propriedades do modelo propostas pelo ATENA 3D, à exceção dos parâmetros:

- (i) w_d – encurtamento característico do provete, por amaciamento do betão em compressão;
- (ii) r_c^{min} – factor de redução mínimo da resistência à compressão uniaxial do betão ($f_c'^{ef}$), em resultado das tensões de tração na direção transversal;
- (iii) c_{ts} – factor de redução mínimo da resistência de tração do betão ($f_t'^{ef}$), que simula o efeito do *tension stiffening*.

No modelo material *CC3NonLinCementitious2*, o comportamento não linear do betão é descrito, de forma simplificada, através da relação tensão-extensão uniaxial equivalente, representada no diagrama da Figura 3.1.

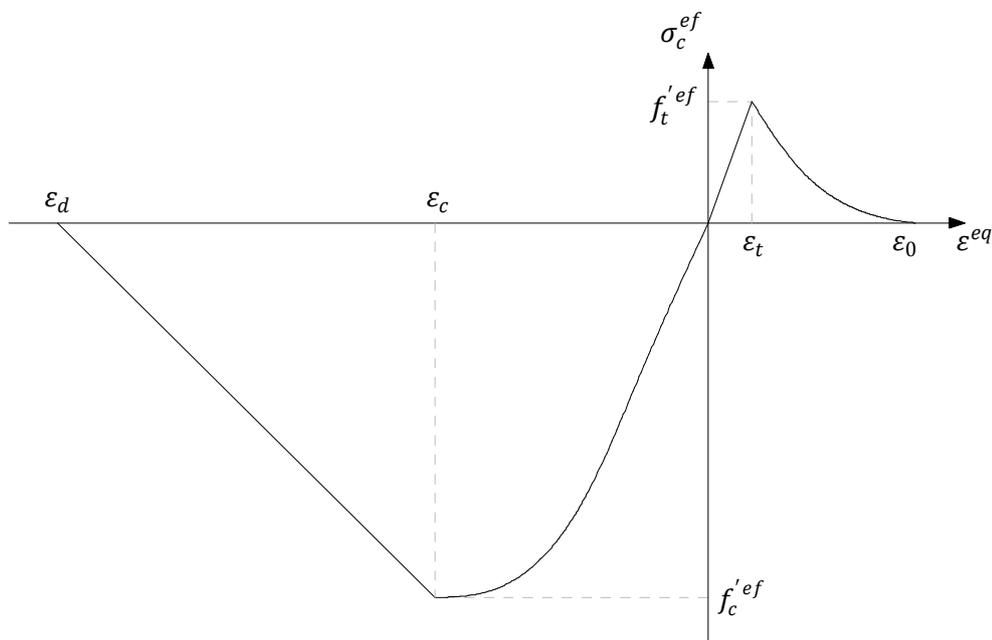


Figura 3.1 – Lei constitutiva uniaxial equivalente do betão.

O modelo de comportamento do betão em compressão uniaxial (Figura 3.1) é composto por uma fase de endurecimento, caracterizada por uma curva não linear, e uma fase de amaciamento linear, correspondente à resposta do betão depois de atingida a tensão máxima de compressão ($f_c'^{ef}$). A cedência do betão traduz-se na formação de fendas com direção diagonal à aplicação da compressão uniaxial, com conseqüente encurtamento do provete de betão, como mostra a Figura 3.2. Como tal, no *CC3NonLinCementitious2*, o ramo descendente linear (curva de amaciamento, *softening* na nomenclatura inglesa) do diagrama de tensões-extensões do betão em compressão é expresso com base no deslocamento plástico w_d – relação tensão-encurtamento da Figura 3.2.

O modelo assume, por defeito, que o encurtamento plástico característico sofrido pelo betão, correspondente ao decréscimo da tensão resistente de compressão até à sua anulação, toma um valor máximo de $w_d = 0.5mm$. O valor atribuído assenta nos ensaios experimentais uniaxiais desenvolvidos por Van Mier (1986). No entanto, Hegger, Sherif & Roeser (2004) verificaram que um w_d muito reduzido conduz a roturas prematuras frágeis e localizadas na zona da ligação viga-pilar submetida a compressão multiaxial. Desta forma, Costa (2013) procedeu à calibração do modelo da ligação viga-pilar interior, através de um estudo paramétrico, e concluiu que o valor mais adequado é $w_d = 4mm$.

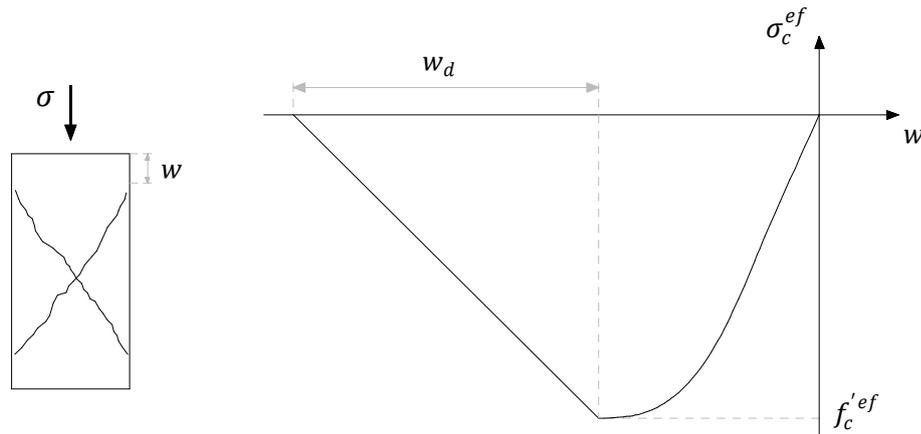


Figura 3.2 – Encurtamento por amaciamento do betão (Sasmal, 2009).

Na combinação dos modelos de plasticidade e de fratura, a redução da resistência à compressão uniaxial, por efeito da fendilhação na direção das tensões de compressão devido às tensões de tração na direção transversal, é considerada através do parâmetro r_c . Tendo por base o trabalho desenvolvido por Vecchio e Collins (1986), o fator de minoração do $f_c^{'ef}$ é determinado pelo *software* através da expressão 3.2, sendo ε_1 a extensão principal máxima:

$$r_c = \frac{1}{0.8 + 170\varepsilon_1}, r_c^{min} \leq r_c \leq 1 \quad (3.2)$$

Segundo o estudo paramétrico desenvolvido por Costa (2013), o valor $r_c^{min} = 0.2$, atribuído por defeito pelo ATENA 3D, é demasiado conservador na análise dos modelos em estudo, pelo que foi calibrado para $r_c^{min} = 0.7$.

Nos elementos de betão armado com elevadas percentagens de armadura, quando atingida a fendilhação do betão, as secções de betão entre fendas, devido à aderência, continuam a contribuir para a rigidez de tração da armadura. Este comportamento é introduzido no modelo material através do fator de *tension stiffening* (c_{ts}) que, multiplicado pela resistência de tração do betão ($f_t^{'ef}$), representa o valor mínimo da resistência à tração do diagrama de tensão-extensão uniaxial equivalente do betão – ver a Figura 3.3.

Apesar de o *Model Code 2010* recomendar um $c_{ts} = 0.4$, para elementos fortemente armados, o *CC3NonLinCementitious2* propõe, por defeito, um valor nulo. O modelo material foi definido com apenas um $c_{ts} = 0.02$, tal como propõe Costa (2013), de modo a ultrapassar as instabilidades numéricas resultantes da transferência de tensões do betão para a armadura.

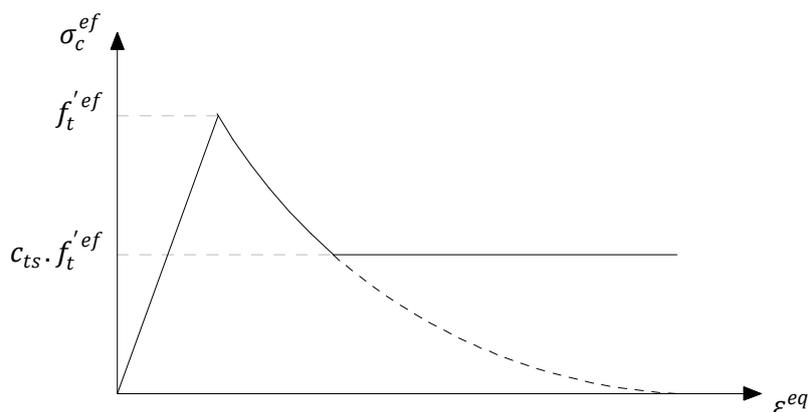


Figura 3.3 – Tension stiffening (Červenka, Jendele, & Červenka, 2016).

3.2.2. Armaduras

Na modelação das armaduras longitudinais e transversais foi adotada a abordagem discreta, disponível no ATENA 3D e adequada à análise de zonas de descontinuidade estrutural (zonas D), como é o caso das ligações viga-pilar.

A modelação discreta simula os varões com elementos independentes 1D com quatro graus de liberdade dispostos sequencialmente e embebidos nos elementos finitos 3D do betão envolvente. Na modelação da armadura é considerado o elemento finito barra articulada, sendo que os nós dos elementos que resultam da sua discretização, são definidos automaticamente nos pontos de mudança de direção e nos pontos de intersecção destes elementos com as fronteiras dos elementos 3D.

Como resultado da modelação, as armaduras assumem-se em estado de tensão uniaxial (não é considerado o efeito da sua flexão). A relação constitutiva assumida para as armaduras é bilinear com endurecimento.

3.2.3. Aderência aço-betão

Para uma descrição rigorosa do deslocamento relativo entre as armaduras e os elementos de betão envolventes (escorregamento), o ATENA 3D disponibiliza o modelo *3D Interface*, que simula a geometria da superfície de contacto entre os dois materiais de forma tridimensional, e modelos materiais de comportamento não linear. No entanto, esta metodologia solicita uma elevada exigência computacional que, de acordo com Costa (2013) é excessiva, uma vez que a aplicação de uma abordagem simplificada conduz a resultados igualmente satisfatórios.

Nas análises efetuadas recorreu-se, portanto, à modelação das armaduras de forma discreta, com a adoção da relação constitutiva da aderência aço-betão proposta pelo *Model Code 2010* (Fib, 2010) e disponível na base de dados do ATENA 3D. Na definição do modelo de aderência é solicitado ao utilizador a introdução dos parâmetros relativos ao confinamento transversal do betão e à qualidade da aderência (condições de betonagem).

Numa ligação viga-pilar, o confinamento das armaduras longitudinais das vigas, conferido pelas cintas transversais e pelas armaduras longitudinais dos pilares que as envolvem, impedem a ocorrência de *splitting* do betão, pelo que se considerou que as armaduras se encontram imersas em betão confinado.

Relativamente à qualidade da aderência, podem ser assumidas boas condições de aderência ou outras condições de aderência. Os resultados do estudo paramétrico efetuado por Costa (2013) demonstraram que o espécime RA2 de Roeser (2002) é pouco sensível às condições de aderência assumidas para as armaduras, pelo que a consideração de boas condições de aderência é adequada.

3.3. Malha de elementos finitos

A discretização da malha de elementos finitos dos elementos sólidos (betão) é efetuada na fase de *pré-processamento*, de acordo com as preferências do utilizador. Por sua vez, os elementos correspondentes à armadura são discretizados no início da fase de cálculo numérico, de forma automática e sem intervenção do utilizador, com base na malha imputada aos elementos de betão (Červenka & Červenka, 2017). A malha de elementos finitos é gerada pelo ATENA 3D recorrendo ao gerador T3D.

A qualidade dos resultados da modelação com elementos finitos é tanto maior quanto mais refinada for a malha resultante da discretização. No entanto, a redução excessiva da dimensão dos elementos finitos, aumenta o número de graus de liberdade e, conseqüentemente, o esforço computacional exigido. Desta forma, na definição da discretização foram tidos em consideração os estudos realizados por Červenka, Procházková, & Sajdlová (2016) e Baglin & Scott (2000).

De acordo com a informação apresentada nos manuais do ATENA 3D deve ser previsto um número mínimo de 4 elementos ao longo da altura da secção transversal do elemento estrutural em estudo (Červenka, Procházková, & Sajdlová, 2016). Relativamente à dimensão máxima, Baglin & Scott (2000) afirmam que a adoção de malhas de elementos finitos de

dimensão muito reduzida (inferior à dimensão dos agregados) é discutível, uma vez que reproduz uma resposta demasiado rígida. Desta forma, é proposto que se respeitem os limites anteriores, mas que, nas zonas com comportamento mais complexo (núcleo da ligação), se recorra a um maior refinamento – ver Figura 3.4.

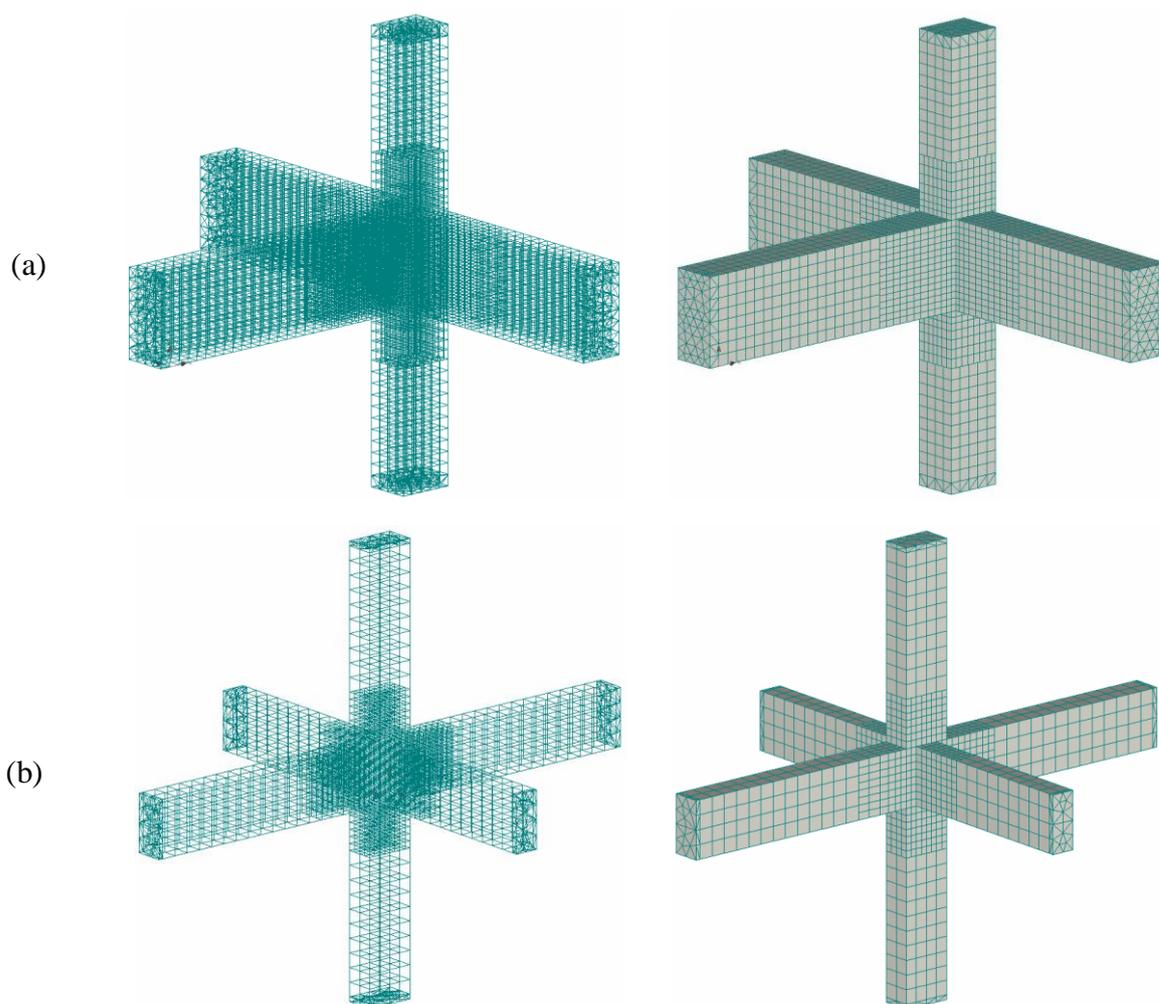


Figura 3.4 – Representação do modelo de elementos finitos: (a) ligação viga-pilar interior e (b) ligação viga-pilar de extremidade.

Para modelar os elementos de betão e os dispositivos de transmissão de carga foram usados, respetivamente, elementos hexaédricos (*brick*), recomendados pelo ATENA 3D, e elementos tetraédricos, visto que não é necessária uma distribuição rigorosa dos campos de tensões e deformações.

Numa fase inicial, no núcleo da ligação viga-pilar interior e nos restantes elementos de betão adjacentes foram adotadas malhas de elementos hexaédricos com dimensão de lado de 50 mm

e 100 mm, respetivamente. Contudo, procedeu-se à interrupção das análises, porque se constatou que o tempo de cálculo seria inabarcável. As dimensões dos lados dos elementos finitos foram, portanto, aumentadas para 75 mm e 150 mm; valores aos quais corresponde um compromisso aceitável entre os recursos computacionais disponíveis e a qualidade dos resultados. Nas chapas de aço foram utilizados elementos tetraédricos com 150 mm de lado. Como se pode constatar da análise da Figura 3.4, foi garantida concordância nas secções de contacto de zonas com diferentes discretizações, o que promove uma estimativa mais eficiente dos campos de tensões e deformações.

Por sua vez, as ligações viga-pilar de extremidade foram modeladas com malhas de elementos hexaédricos com dimensões dos lados que variam entre os 50 mm e 25 mm, sendo que as menores dimensões foram novamente consideradas na zona do núcleo.

Nos elementos tetraédricos usados para modelar os dispositivos de transmissão de carga (aço) foi adotada uma dimensão dos lados de 50 mm.

3.4. Análise incremental iterativa

Nas análises materialmente não lineares e/ou em que o sistema de equações que define o comportamento da estrutura depende da configuração da deformada, é necessário recorrer a um processo iterativo, com sucessivas aproximações das posições de equilíbrio da estrutura, até à obtenção da convergência do sistema de equações de equilíbrio.

Na abordagem iterativa, o ATENA 3D faz uso do método de Newton-Raphson, em que a convergência do processo iterativo é alcançada quando satisfeitos os parâmetros de tolerância inicialmente definidos pelo utilizador.

Nas análises efetuadas foram mantidos os parâmetros do método de Newton Raphson, atribuídos por defeito pelo ATENA 3D, à exceção:

- (i) do número máximo de iterações em cada *step* – aumentado para 100;
- (ii) dos factores de multiplicação do *Conditional break criteria*, que impõem a interrupção do processo iterativo quando os erros excedem o valor do produto entre as tolerância prescritas e os ditos fatores de multiplicação – reduzidos para apenas 3.

4. MODELAÇÃO DAS LIGAÇÕES VIGA-PILAR

Uma vez apresentados os parâmetros respeitantes ao ATENA 3D, procede-se, neste capítulo, à descrição dos espécimes que estiveram na base dos modelos desenvolvidos e do procedimento de carga adotado e à avaliação do comportamento do núcleo da ligação viga-pilar.

4.1. Modelos de ligação viga-pilar analisados

As ligações viga-pilar em estruturas porticadas de betão armado podem exibir configurações geométricas variadas, dependendo do número e distribuição dos elementos lineares adjacentes – ver Figura 2.2. A análise individual de cada tipologia de ligação é justificada pelas diferentes particularidades no detalhe da armadura. Na presente dissertação serão apenas abordadas as ligações viga-pilar interior e de extremidade, consideradas as mais condicionantes; normalmente as ligações viga-pilar de cobertura apresentam momentos fletores mais reduzidos (consultar Figura 1.2) e, conseqüentemente, esforços de corte menos expressivos.

As ligações viga-pilar adotadas como referência correspondem a subestruturas ensaiadas experimentalmente por Roeser (2002) e Ortiz (1993), as quais foram previamente matéria de estudo em outros trabalhos desenvolvidos na Universidade de Coimbra. Os modelos adotados são representativos das ligações viga-pilar vulgarmente empregues na construção, tanto ao nível das dimensões das secções transversais como da pormenorização da armadura, dimensionada com base na regulamentação em vigor para ligações submetidas a ações não cíclicas.

Na seleção dos espécimes experimentais, que serviram de base ao desenvolvimento dos modelos numéricos analisados, privilegiaram-se os estudos em que a rotura da ligação viga-pilar precedeu a rotura dos elementos lineares adjacentes. Note-se, no entanto, que a regulamentação atual para ações sísmicas recomenda que o modo de rotura de uma estrutura de betão armado seja dúctil, idealmente por cedência dos varões tracionados da armadura longitudinal das vigas (CEN, 2004). Porém, para efeitos de avaliação da totalidade da curva de comportamento do núcleo da ligação viga-pilar ao corte (objetivo do estudo), e respetiva capacidade resistente, induziu-se um modo de rotura frágil na ligação, com o aumento da resistência dos elementos adjacentes. As armaduras longitudinais das vigas e pilares foram,

portanto, dimensionadas de modo a permanecerem em regime elástico ao longo da aplicação do carregamento (Costa, 2013).

Os modelos de Roeser (2002) e Ortiz (1993) são bidimensionais, nos quais os eixos das vigas e pilares estão contidos no mesmo plano. Sendo, no presente estudo, pretendida a avaliação do comportamento das ligações viga-pilar à solicitação bidirecional da componente horizontal do sismo, foram adicionadas, aos modelos referidos, duas vigas com eixo perpendicular ao plano do pórtico.

4.1.1. Ligação viga-pilar interior

O modelo numérico da ligação viga-pilar interior teve como referência os espécimes ensaiados por Roeser (2002). Para avaliar os parâmetros que influenciam a resistência ao corte das ligações viga-pilar, Roeser (2002) ensaiou, de forma quase estática e monotónica, 7 ligações viga-pilar interiores (série RK) e 8 de extremidade (série RA), com diferentes pormenorizações de armaduras.

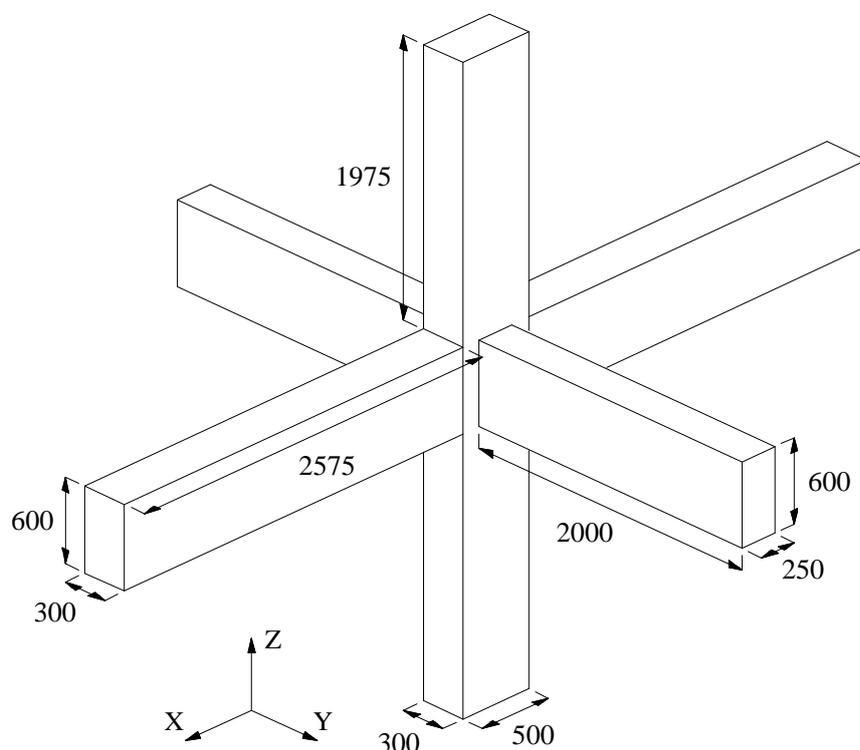


Figura 4.1 – Representação do modelo numérico da ligação viga-pilar interior analisado (dimensões em mm).

A geometria e distribuição da armadura da subestrutura tridimensional analisada foi fundamentada no espécime RA2 definido por Roeser (2002). As limitações dos custos inerentes à investigação laboratorial, que impuseram a redução à escala de 1:2 dos modelos ensaiados por Roeser (2002), deixam de fazer sentido numa análise numérica. Desta forma, as dimensões dos elementos, que constituem o modelo numérico apresentado na Figura 4.1, foram ajustadas às dimensões reais das estruturas porticadas de betão armado correntes.

Como referido, ao contrário da subestrutura representada anteriormente, o modelo de Roeser (2002) é apenas bidimensional, como tal foram adicionadas duas vigas na direção transversal (eixo Y). As dimensões e percentagens de armadura longitudinal atribuídas foram definidas com valores idênticos aos das vigas longitudinais. A pormenorização das armaduras das secções transversais dos elementos viga e pilar, encontra-se representada na Figura 4.2.

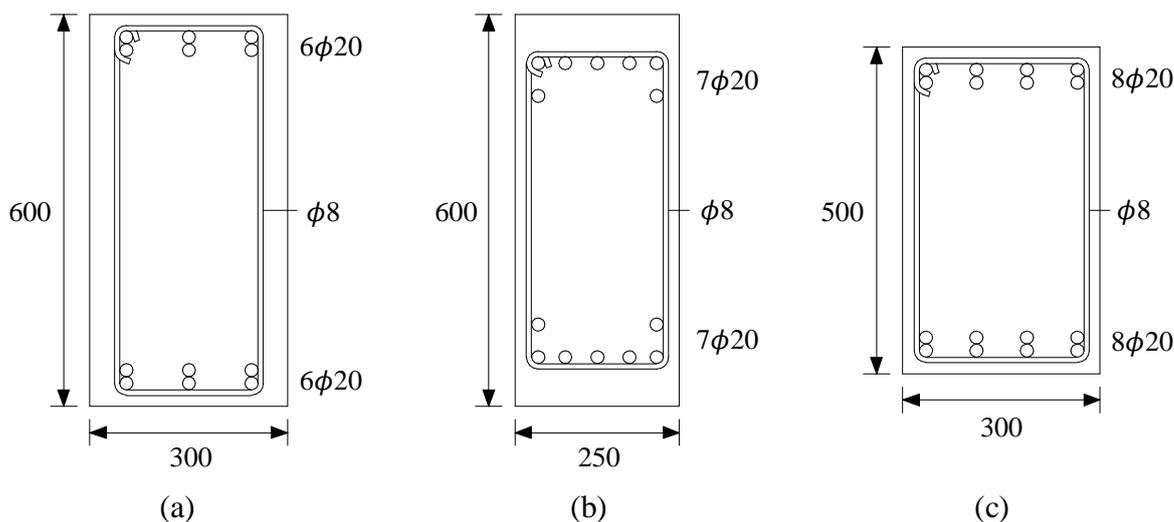


Figura 4.2 – Secções transversais do modelo de ligação viga-pilar interior: (a) viga longitudinal (eixo X), (b) viga transversal (eixo Y) e (c) pilar (dimensões em mm).

As armaduras longitudinais das vigas e pilares foram distribuídas pela secção transversal de forma simétrica em relação ao seu eixo vertical. Para o recobrimento das armaduras longitudinais das vigas e pilares, foi assumido um valor mínimo de 25 mm.

Os espécimes interiores (série RA) ensaiados por Roeser (2002) apresentam uma resistência à compressão uniaxial do betão, determinada com recurso a provetes cilíndricos com 150 mm de diâmetro e 300 mm de altura, com valores no intervalo $f'_c \in [43.6MPa; 79.7MPa]$. De acordo com Costa (2013), os modelos de ligações viga-pilar de Roeser (2002) com f'_c elevado, apresentam elevada resistência; o acréscimo da resistência à compressão do betão traduz-se no aumento da capacidade resistente do modelo. Como tal, no presente modelo foi adotado um

$f'_c = 40MPa$, valor um pouco inferior ao limite mínimo do intervalo de Roeser (2002) e que se aproxima mais dos valores observados na construção corrente atual.

Para as armaduras foi adotado um comportamento idêntico ao observado experimentalmente por Roeser (2002) – comportamento bilinear com endurecimento (já referido). Para as armaduras transversais e longitudinais foram, respetivamente, considerados varões de 8 e 20 mm de diâmetro. Assumiu-se, ainda, um módulo de elasticidade de $E_s = 200 GPa$ e uma extensão última das armaduras de $\epsilon_u = 5\%$. O diagrama bilinear, que descreve o comportamento atribuído às armaduras transversais e longitudinais, encontra-se representado na Figura 4.3, correspondendo f_y e f_t , respetivamente, à tensão de rotura e à tensão de cedência do aço à tração. Como se pode verificar, foi assumida uma relação $f_t/f_y = 1.1$.

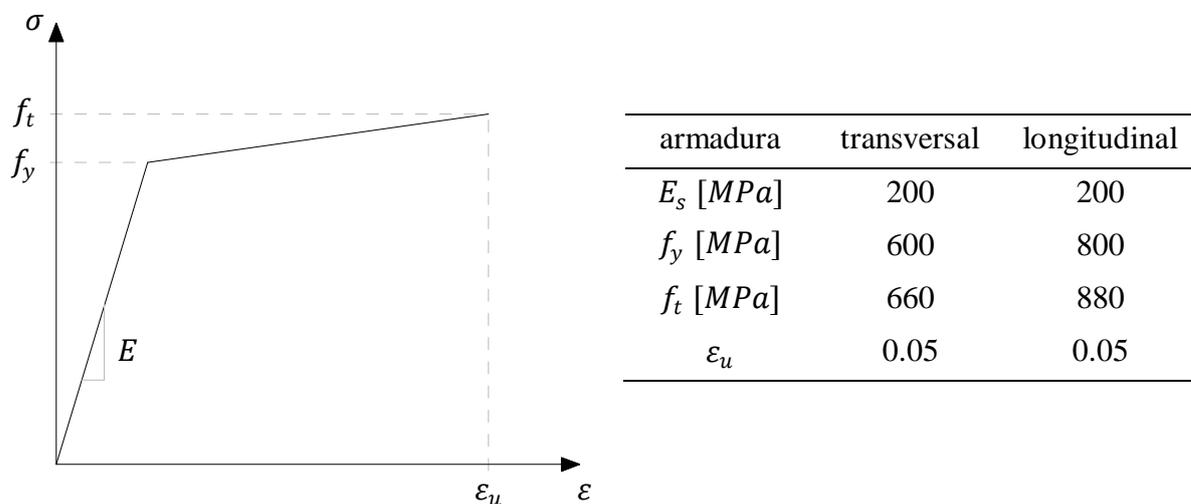


Figura 4.3 – Ligação viga-pilar interior: representação esquemática do comportamento bilinear dos aços adotados.

A distribuição das armaduras longitudinais e transversais ao longo dos elementos do modelo numérico é exibida na Figura 4.4 e na Figura 4.5, recorrendo a cortes segundo planos que passam pelos eixos dos elementos e que são paralelos aos planos ortogonais XZ e YZ, respetivamente. A armadura transversal na zona da ligação é constituída por 9 cintas de 2 ramos de 8 mm de diâmetro, o que perfaz uma área da secção transversal das cintas na ligação de $A_{sh} = 9.05 cm^2$.

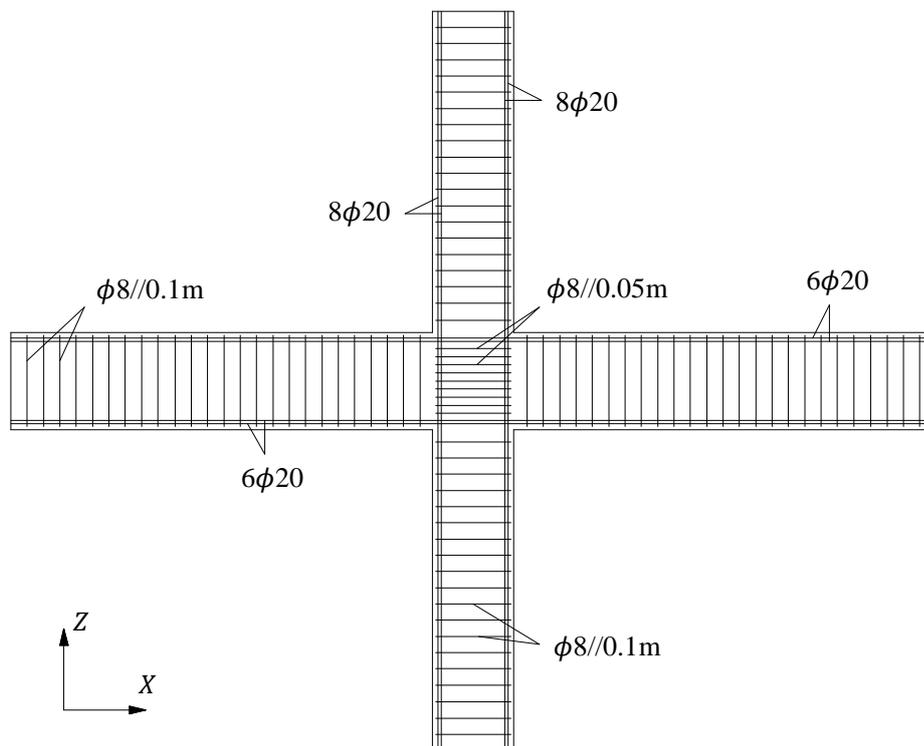


Figura 4.4 – Pormenorização da armadura da ligação viga-pilar interior – plano de corte XZ.

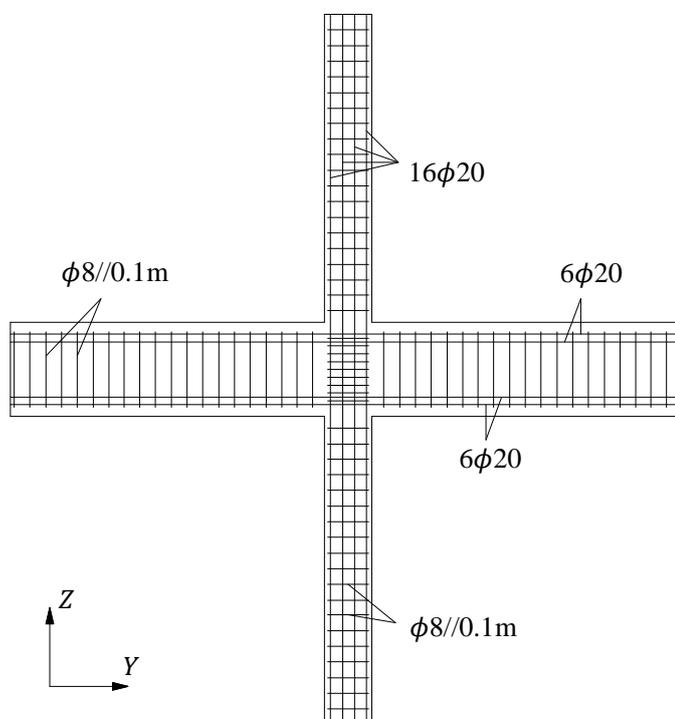


Figura 4.5 – Pormenorização da armadura da ligação viga-pilar interior – plano de corte YZ.

4.1.2. Ligação viga-pilar de extremidade

Para a análise da ligação viga-pilar de extremidade, foram considerados os espécimes ensaiados por Ortiz (1993). Nos seus ensaios submeteu 7 ligações viga-pilar de extremidade, que diferiam entre si no diâmetro de dobragem da armadura longitudinal da viga e na quantidade de armadura transversal, a ações quase-estáticas e monotónicas.

Neste estudo é tirado partido da geometria e pormenorização da armadura do modelo numérico BCJ4 definido por Ortiz (1993). Na Figura 4.6 é apresentada a configuração geral da ligação viga-pilar e na Figura 4.7 as respetivas pormenorizações das secções transversais dos elementos viga e pilar.

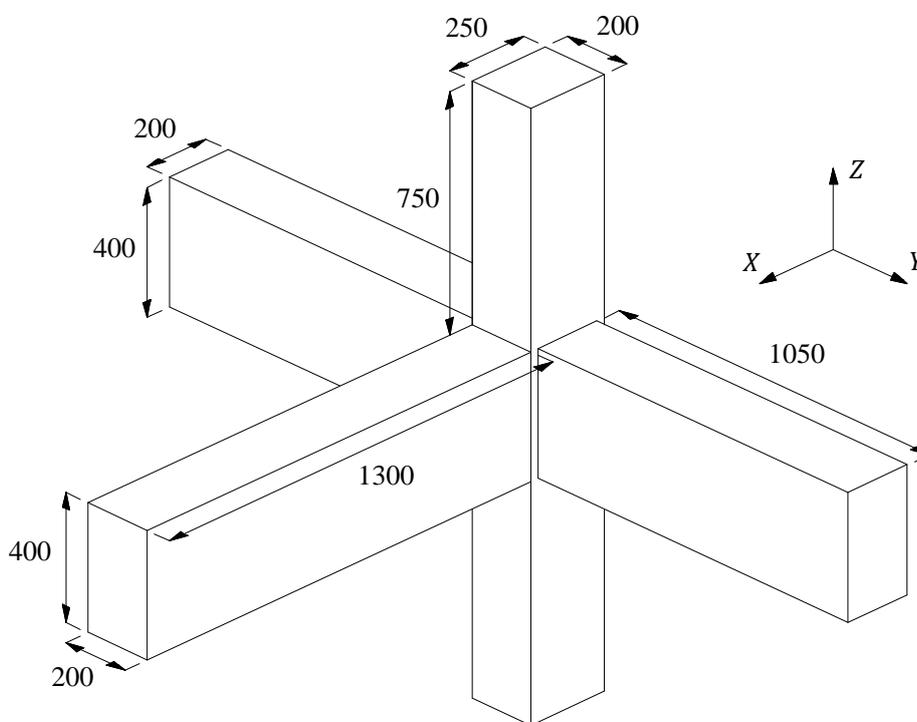


Figura 4.6 – Representação da ligação viga-pilar de extremidade (dimensões em mm).

Tal como na ligação viga-pilar interior, foram adicionadas duas vigas, na direção transversal (eixo Y), ao modelo bidimensional de Ortiz (1993). Para a secção transversal das vigas acrescentadas foram adotadas as dimensões da viga longitudinal. Relativamente à área de armadura longitudinal das vigas transversais, foi considerado um valor superior ($A_s = 16.08 \text{ cm}^2$) à da viga sobre o eixo X ($A_s = 9.05 \text{ cm}^2$); a justificação, apresentada de seguida, deve ser acompanhada da observação das Figura 4.6 e 4.7. A armadura longitudinal da viga sobre o eixo X foi estabelecida por Ortiz (1993) com base no momento negativo aplicado na

sua extremidade, resultando na atribuição de uma maior área de armadura nos varões superiores (submetidos a esforços de tração) do que nos inferiores (submetidos a esforços de compressão). Por sua vez, nas vigas transversais, os esforços de flexão são assimétricos (momento positivo numa extremidade e momento negativo na extremidade oposta), conduzindo, deste modo, a áreas de armadura dos varões longitudinais inferiores e superiores iguais.

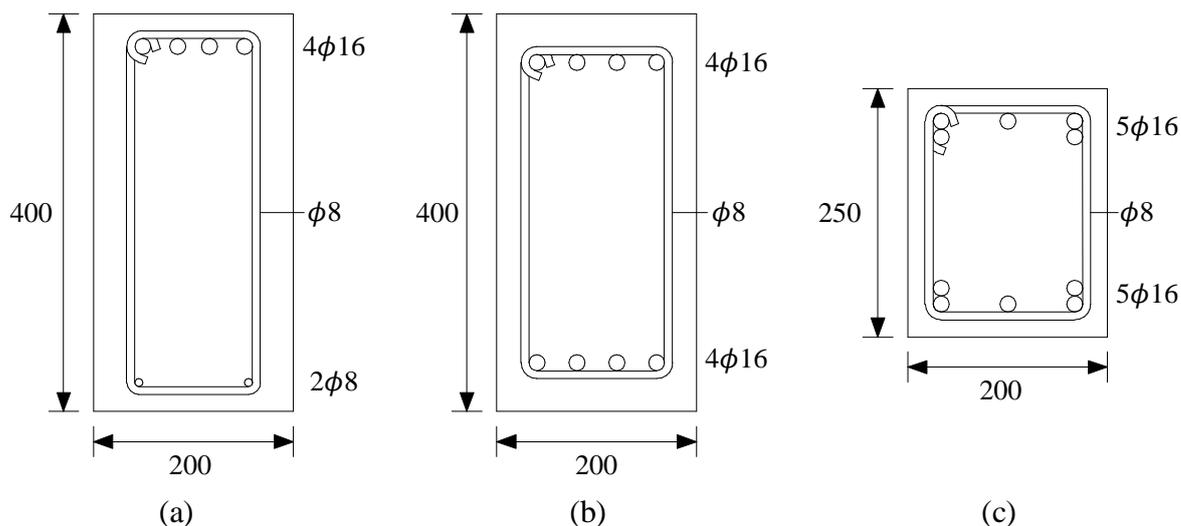


Figura 4.7 – Secções transversais da ligação viga-pilar de extremidade: (a) viga longitudinal (eixo X), (b) viga transversal (eixo Y) e (c) pilar (dimensões em mm).

A altura adotada para a secção transversal do pilar difere da definida por Ortiz (1993), uma vez que Costa (2013) constatou que valores elevados de h se traduzem num colapso misto, na ligação e no pilar, da subestrutura analisada. Como se pode verificar da equação 4.1, a altura da secção transversal do pilar está inversamente relacionada com o valor da tensão tangencial na ligação, pelo que um h elevado conduz a uma τ_{jh} reduzida. Assim, para garantir que o colapso do modelo ocorre na ligação, com as armaduras longitudinais das vigas e pilares em regime linear, procedeu-se à redução da altura da secção transversal do pilar de 300 mm para 250 mm.

$$\tau_{jh} = \frac{V_{jh}}{A_c} = \frac{V_{jh}}{b_c \times h_c} \quad (4.1)$$

Para o recobrimento das armaduras longitudinais das vigas e pilares, foi assumido um valor mínimo de 25 mm.

O espécime BCJ4 de Ortiz (1993) apresenta uma resistência à compressão do betão, determinada com recurso a provetes cilíndricos com 150 mm de diâmetro e 300 mm de altura,

de $f'_c = 34 \text{ MPa}$. Contudo, foi considerada uma resistência à compressão do betão de apenas $f'_c = 30 \text{ MPa}$.

Para a armadura assumiu-se um comportamento bilinear com endurecimento, com módulo de elasticidade de $E_s = 200 \text{ GPa}$ e uma extensão última das armaduras de $\varepsilon_u = 5\%$. Na armadura transversal e longitudinal foram considerados, respetivamente, varões de 8 e 16 mm. Na Figura 4.8 é apresentado o diagrama bilinear representativo das armaduras adotadas, com relação $f_t/f_y = 1.1$.

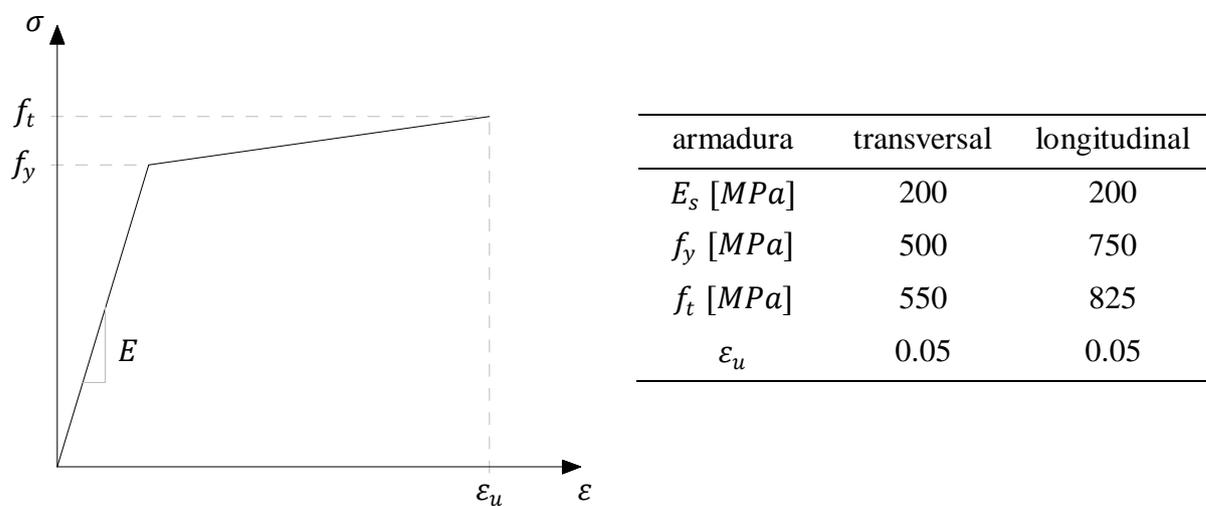


Figura 4.8 – Ligação viga-pilar de extremidade: representação esquemática do comportamento bilinear dos aços adotados.

A distribuição das armaduras longitudinais e transversais é exibida nas Figuras 4.9 e 4.10, segundo planos de corte que passam pelos eixos dos elementos e são paralelos aos planos ortogonais XZ e YZ , respetivamente. À semelhança de Costa (2013), foi considerada a mesma ordem de valores para a percentagem mecânica de armadura transversal nos modelos de ligações viga-pilar interior e de extremidade. Assim, a quantidade de armadura transversal na zona de ligação, definida por Ortiz (1993) no modelo BCJ4, foi aumentada de 3 para 4 cintas de 2 ramos de 8 mm de diâmetro, perfazendo uma área de secção transversal de armadura de $A_{sh} = 4.02 \text{ cm}^2$. Quanto ao diâmetro interno de dobragem da armadura longitudinal da viga longitudinal, foi mantido o raio $r = 65 \text{ mm}$ proposto por Ortiz (1993).

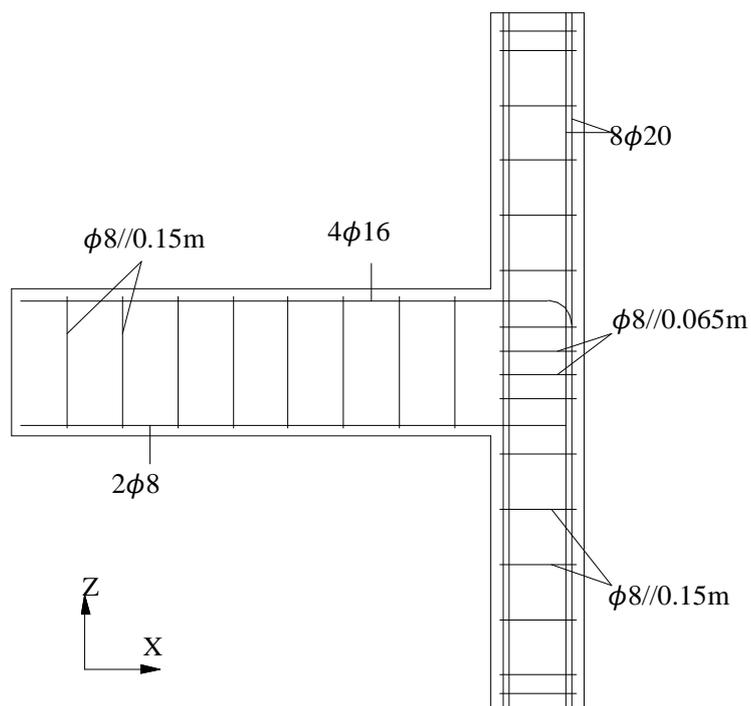


Figura 4.9 – Pormenorização da armadura da ligação viga-pilar de extremidade – plano de corte XZ.

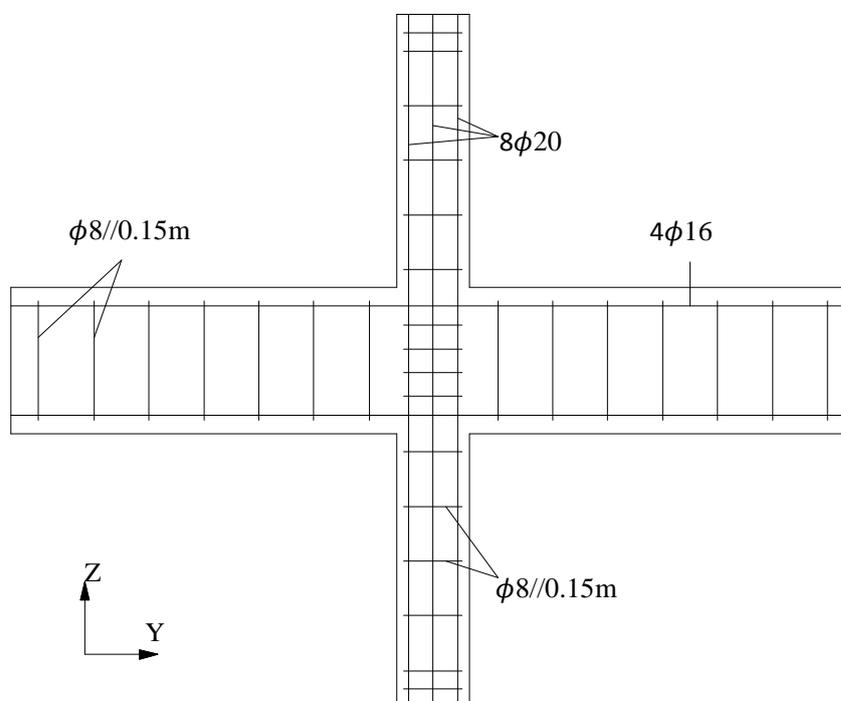


Figura 4.10 – Pormenorização da armadura da ligação viga-pilar de extremidade – plano de corte YZ.

4.2. Descrição das análises numéricas

O sismo induz, nas fundações das estruturas, movimentos que se propagam de forma irregular e com direção aleatória. Na modelação das ligações viga-pilar de estruturas porticadas de betão armado que se segue, a componente horizontal do sismo é, portanto, retratada como um fenómeno bidirecional.

A não-linearidade entre tensões e deformações, atribuída às leis constitutivas dos modelos materiais, impõe a implementação de uma solução incremental e iterativa. Nesse sentido, a história de carga é definida através de incrementos de carga/deslocamento, que sucessivamente se somam aos incrementos anteriores.

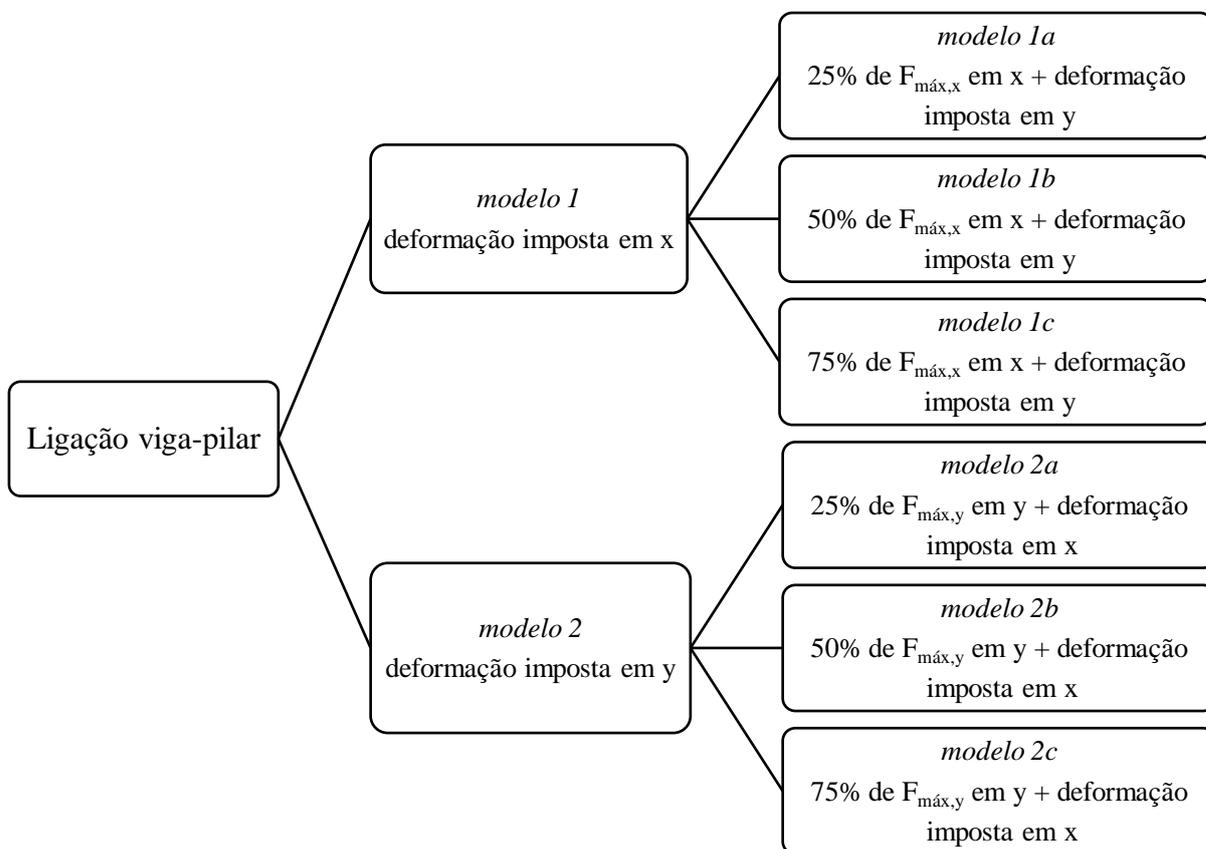


Figura 4.11 – Representação esquemática da relação entre as análises numéricas efetuadas.

A análise numérica é iniciada com a determinação da relação $F-w$, e correspondente capacidade máxima resistente horizontal ($F_{máx}$) das subestruturas, quando submetidas a incrementos horizontais de deslocamento imposto (w) na direção X ou Y , ou seja, para carregamentos unidirecionais. Para avaliar o efeito da atuação conjunta das ações horizontais

nas duas direções, são adicionalmente efetuadas seis análises, em que se aplica 25%, 50% e 75% da força horizontal máxima numa direção e se conduz o modelo à rotura na direção ortogonal. O esquema da Figura 4.11 auxilia o esclarecimento das análises numéricas realizadas e relações entre as mesmas.

Os modelos de ligações viga-pilar interior e de extremidade desenvolvidos são, de seguida, descritos de forma detalhada. As dimensões dos modelos e as quantidades e distribuição das armaduras longitudinais e transversais foram mantidas inalteradas em todas as análises numéricas efetuadas.

4.2.1. Ligação viga-pilar interior

A aplicação de forças concentradas nos nós dos elementos finitos, devido à não linearidade da relação constitutiva, conduz a divergências no processo iterativo. Desta forma, no mecanismo de transmissão de carga às vigas e pilares adotaram-se placas de metal, com uma espessura de $e = 50 \text{ mm}$, que distribuem a carga por toda a secção transversal. O material considerado tem comportamento isotrópico elástico linear, com módulo de elasticidade $E = 210 \text{ GPa}$ e um coeficiente de *Poisson* de $\nu = 0.30$.

As condições de fronteira dos modelos foram definidas de forma a que o campo de esforços que é aplicado à ligação viga-pilar efetivamente reflita o campo de esforços que esta sofreria caso estivesse incorporada numa estrutura real. Assim, as diferentes etapas da história de carga correspondem diferentes condições de fronteira. As Figuras 4.12 a 4.15 apresentam esquematicamente a sequência do carregamento, acompanhada das condições de apoio consideradas.

Todas as análises iniciaram-se com a aplicação, no topo do pilar (extremidade livre), de uma força axial (N) com controlo de força, admitindo as condições de fronteira representadas no caso (a) das figuras. A carga axial simula o efeito das ações gravíticas, tais como o peso dos elementos estruturais e sobrecargas de utilização, e o valor considerado corresponde a um esforço axial reduzido de $n = 0.1$, que representa 10% da capacidade máxima resistente à compressão do pilar de betão. Tendo a secção transversal por dimensões $b_c = 0.3 \text{ m}$ e $h_c = 0.5 \text{ m}$ e uma tensão de rotura do betão à compressão de $f'_c = 40 \text{ MPa}$, o pilar em estudo foi, portanto, submetido a uma força de $N = 600 \text{ KN}$, determinada com base na equação 4.2.

$$n = \frac{N}{N_{col}} = \frac{N}{b_c \times h_c \times f'_c} \Rightarrow N = 600 \text{ KN} \quad (4.2)$$

Posteriormente, no *modelo 1* e no *modelo 2*, a subestrutura é sujeita um carregamento materializado por incrementos de deslocamento imposto horizontal de 0.25 mm, aplicado na extremidade livre do pilar, ao longo das direções X e Y , respetivamente – foram adotadas as condições de fronteira representadas nos casos (b) das Figuras 4.12 e 4.13. Estes modelos têm por propósito a identificação do comportamento das ligações nas duas direções ortogonais, quando apenas existe carregamento numa das direções. Permite, ainda, avaliar a capacidade de carga da subestrutura em ambas as direções ($F_{máx,x}^0$ e $F_{máx,y}^0$), relacionada com a capacidade resistente das ligações viga-pilar.

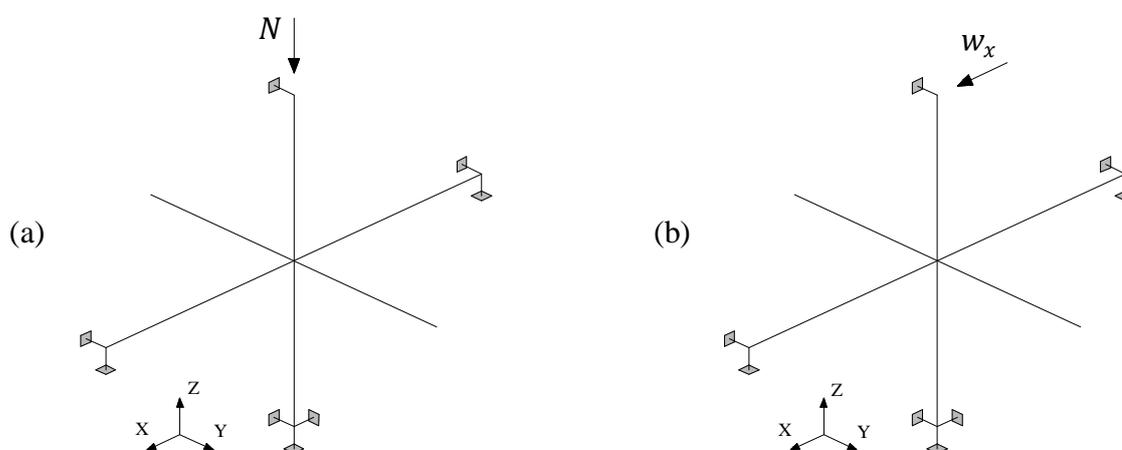


Figura 4.12 – Condições de apoio ao longo da história de carga – *modelo 1*: (a) esforço axial, (b) deformação imposta na direção X .

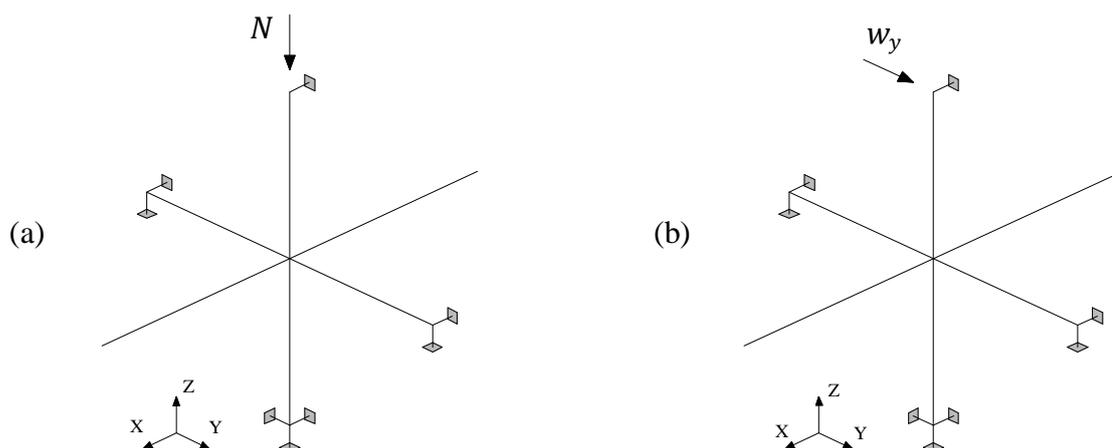
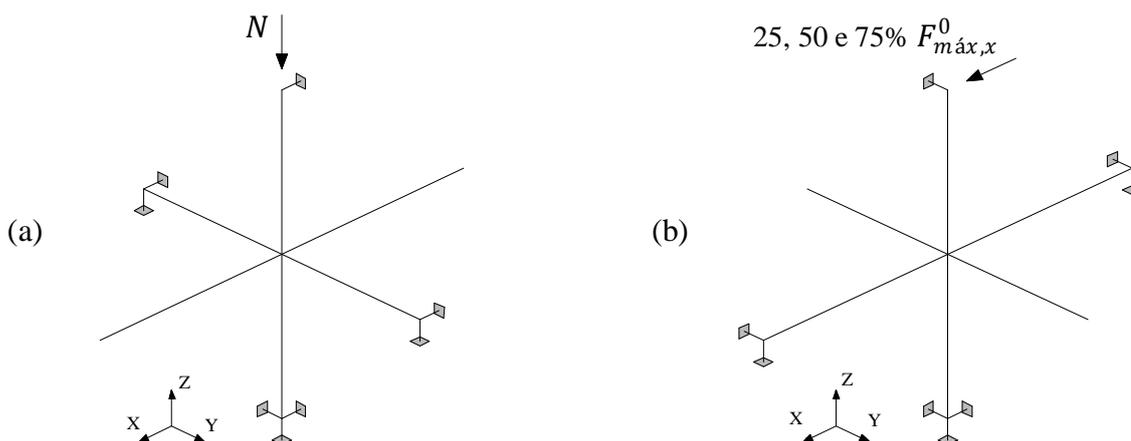


Figura 4.13 – Condições de apoio ao longo da história de carga – *modelo 2*: (a) esforço axial, (b) deformação imposta na direção Y .

A segunda fase de análises (*modelos 1a, 1b e 1c e modelos 2a, 2b e 2c*) pretende a avaliação do comportamento das ligações viga-pilar, quando sujeitas a ações horizontais nas duas direções ortogonais. Para tal, foram aplicadas, nas direções transversais às quais se pretendia avaliar o comportamento da ligação, 25%, 50% e 75% da força horizontal máxima suportada pela subestrutura (previamente determinadas nos *modelos 1 e 2*). Esta carga horizontal é materializada por uma força horizontal aplicada na extremidade livre do pilar (a seguir à aplicação da carga gravítica), recorrendo a um controlo de força e com as condições de fronteira representadas nos casos (b) das Figuras 4.14 e 4.15 – foram adotados 10 incrementos de carga.

Finalmente, os modelos foram levados à rotura, impondo um deslocamento horizontal nas extremidades livres dos pilares, na direção que se pretendia avaliar o comportamento das ligações (incrementos de 0.25 mm) – foram adotadas as condições de fronteira do caso (c) das Figuras 4.14 e 4.15.

Note-se que, numa primeira tentativa, ao invés das condições de fronteira representadas no caso (c) das Figuras 4.14 e 4.15, foram retomadas as condições de fronteira do caso (a) para os incrementos de aplicação da deformação imposta. No entanto, precocemente surgiam problemas de convergência numérica, decorrentes do alívio da restrição ao movimento vertical nas extremidades das vigas, que impediam a obtenção da totalidade da curva de comportamento $F-w$. Em alternativa, no caso (c), acrescentaram-se restrições verticais (eixo Z) nas vigas com direção transversal à qual se pretendia avaliar o comportamento da ligação viga-pilar.



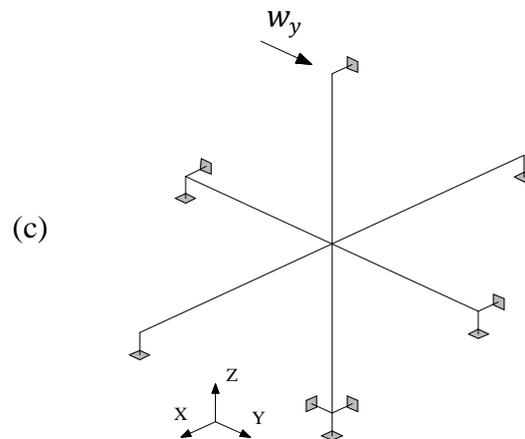


Figura 4.14 – Condições de apoio ao longo da história de carga – *modelo 1a, 1b e 1c*: (a) esforço axial, (b) 25, 50 e 75% de $F_{máx,x}^0$ na direção X e (c) deformação imposta na direção Y .

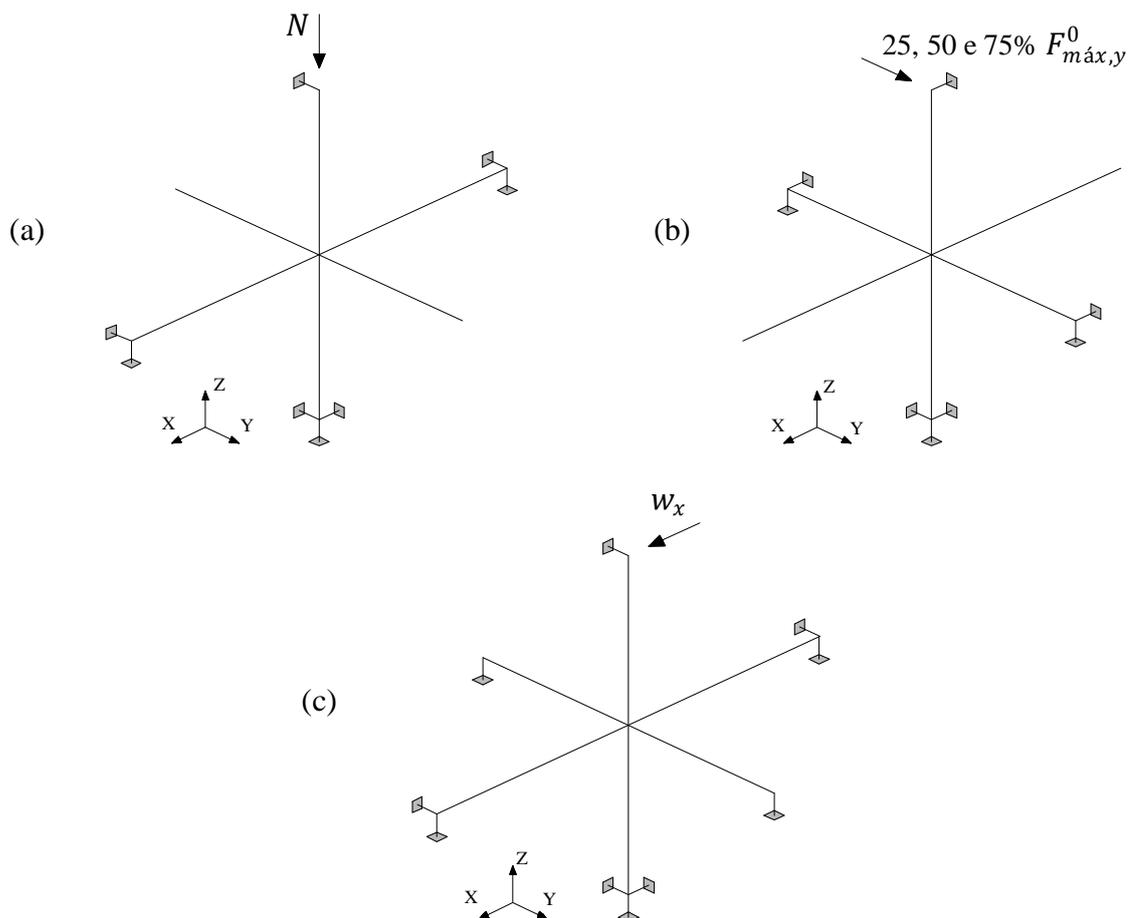


Figura 4.15 – Condições de apoio ao longo da história de carga – *modelo 2a, 2b e 2c*: (a) esforço axial, (b) 25, 50 e 75% de $F_{máx,y}^0$ na direção X e (c) deformação imposta na direção X .

4.2.2. Ligação viga-pilar de extremidade

As condições de apoio e o modo de aplicação das cargas que simulam o efeito do sismo na direção X do modelo numérico diferem do proposto por Ortiz (1993), como mostra a Figura 4.16. Como os incrementos de carga/deslocamento passaram a ser impostos na extremidade superior do pilar, foi retirado o impedimento horizontal na extremidade do pilar e procedeu-se ao impedimento do deslocamento vertical na extremidade da viga. Note-se, no entanto, que são condições estaticamente equivalentes e que conduzem ao mesmo campo de esforços na ligação viga-pilar.

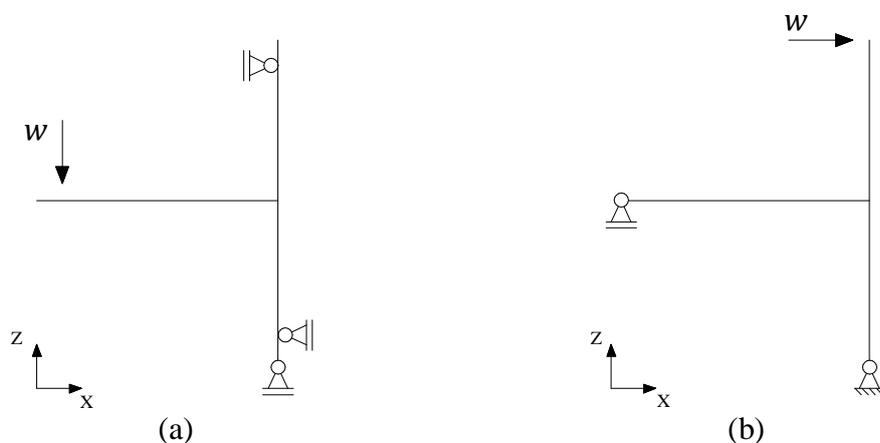


Figura 4.16 – Condições de apoio: (a) espécime BCJ4 de Ortiz (1993) e (b) modelo numérico estudado.

Tal como na ligação viga-pilar interior, as cargas foram transmitidas aos elementos de betão por intermédio de chapas de aço nas extremidades dos elementos lineares com espessura de $e = 50 \text{ mm}$. O material das chapas foi modelado assumindo um comportamento isotrópico elástico linear, com módulo de elasticidade $E = 210 \text{ GPa}$ e um coeficiente de *Poisson* de $\nu = 0.30$.

O critério usado na determinação do valor da carga axial a aplicar na extremidade superior do pilar foi idêntico ao adotado nas subestruturas com ligação viga-pilar interior. Como a secção transversal do pilar tem por dimensões $b_c = 0.2 \text{ m}$ e $h_c = 0.25 \text{ m}$ e a tensão de rotura do betão à compressão é de $f'_c = 30 \text{ MPa}$, o valor da carga axial a aplicar seria de $N = 150 \text{ kN}$. No entanto, no cálculo da carga axial, foi erradamente considerado um $f'_c = 40 \text{ MPa}$, que conduziu à introdução no ATENA 3D de $N = 200 \text{ kN}$. Em resultado da morosidade na obtenção de resultados e no facto de não ser expectável que a alteração do esforço axial no pilar conduza a uma diferença significativa nos valores finais, não se procedeu à correção das análises.

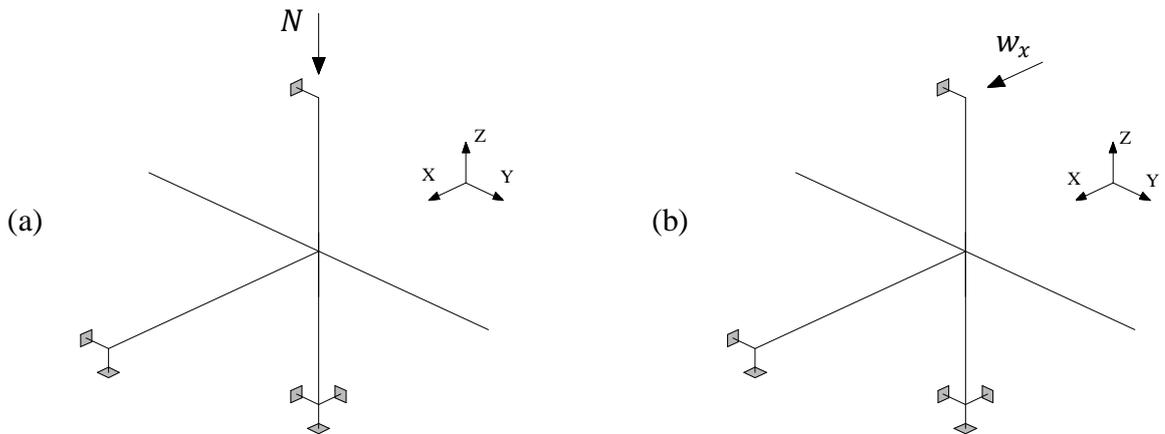


Figura 4.17 – Condições de apoio ao longo da história de carga – *modelo 1*: (a) esforço axial, (b) deformação imposta na direção X.

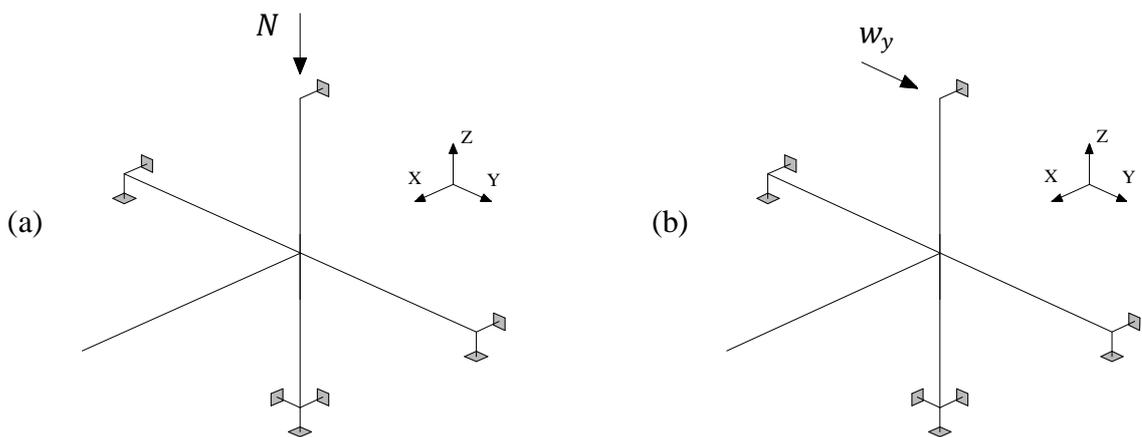
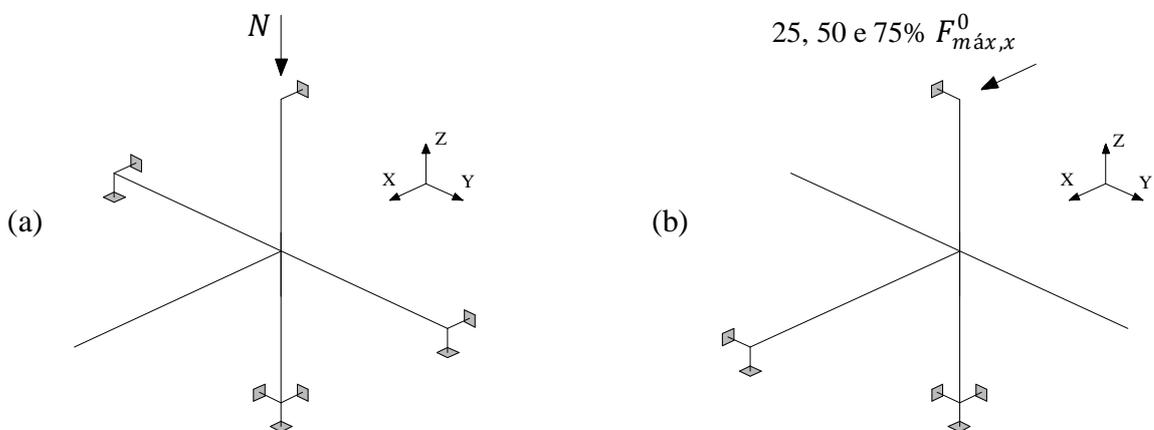


Figura 4.18 – Condições de apoio ao longo da história de carga – *modelo 2*: (a) esforço axial, (b) deformação imposta na direção Y.



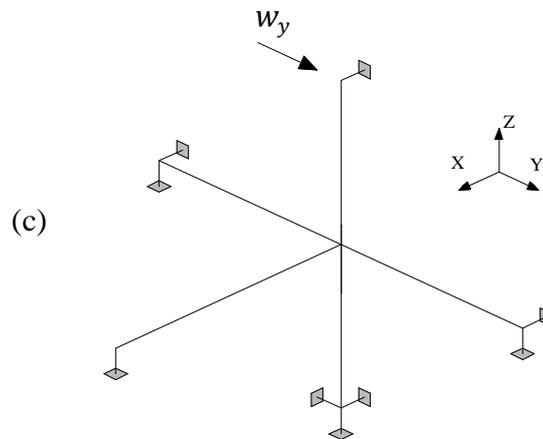


Figura 4.19 – Condições de apoio ao longo da história de carga – *modelo 1a, 1b e 1c*: (a) esforço axial, (b) 25, 50 e 75% de $F_{máx,x}^0$ na direção X e (c) deformação imposta na direção Y.

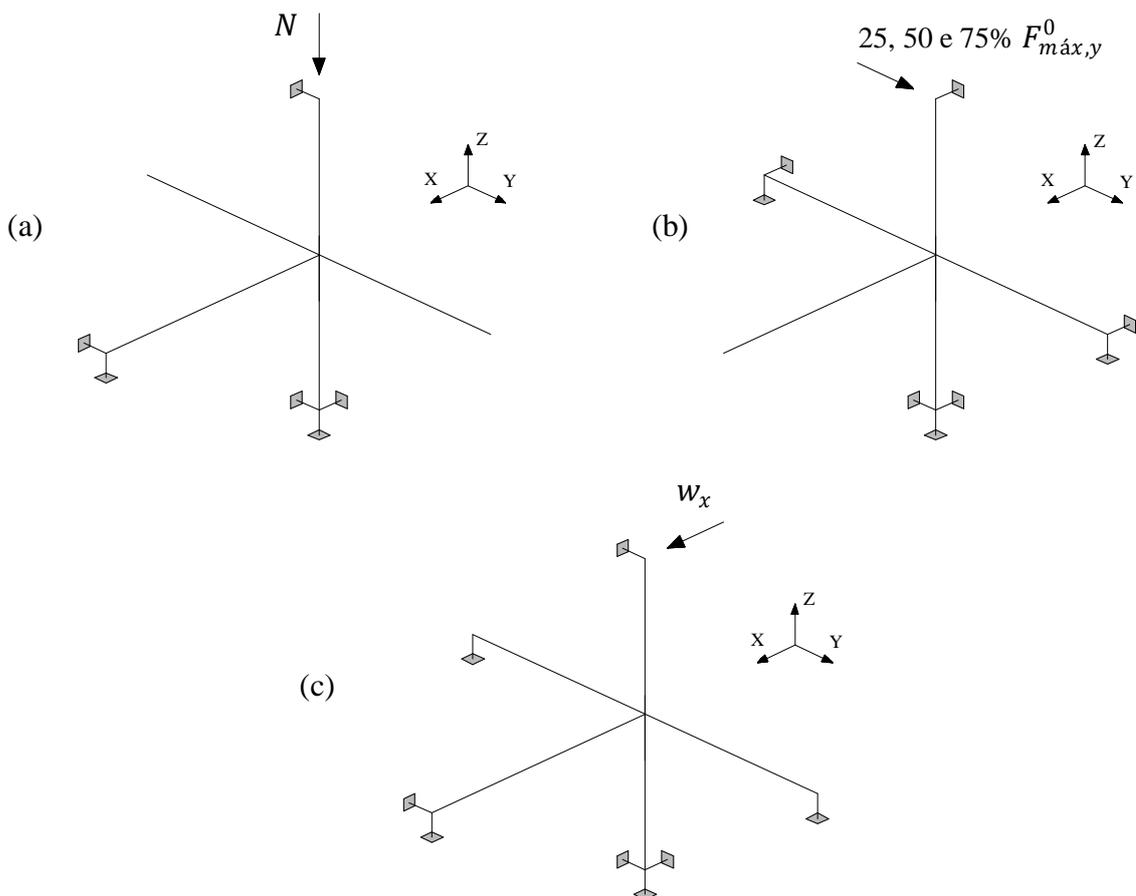


Figura 4.20 – Condições de apoio ao longo da história de carga – *modelo 2a, 2b e 2c*: (a) esforço axial, (b) 25, 50 e 75% de $F_{máx,y}^0$ na direção Y e (c) deformação imposta na direção X.

O procedimento de carga e as condições de fronteira são, em tudo, semelhantes ao adotado na subestrutura com ligação viga-pilar interior.

4.3. Caracterização do comportamento da ligação viga-pilar

A resposta do núcleo das ligações viga-pilar ao corte é definida através da curva de comportamento $\tau_{jh} - \gamma$; a relação entre a tensão tangencial horizontal a meia altura da ligação (τ_{jh}) e a distorção do seu núcleo (γ) é considerado o modo mais rigoroso de representação do comportamento deste elemento estrutural.

Para o registo e leitura dos resultados do cálculo numérico, o ATENA 3D dispõe de *monitoring points*, que permitem monitorizar o comportamento da estrutura nos pontos do modelo com interesse para o utilizador. Ao longo da história de carga, os parâmetros monitorizados foram: (i) as reações de apoio e as forças aplicadas nas extremidades dos elementos lineares e (ii) os deslocamentos, segundo os três eixos, sofridos por pontos dispostos ao longo da fronteira do núcleo da ligação.

4.3.1. Tensão tangencial horizontal a meia altura da ligação viga-pilar

De modo análogo ao comportamento do pórtico da Figura 1.2 induzido pelo sismo, o deslocamento imposto no topo do pilar dos modelos numéricos produz elevados momentos fletores nas extremidades dos elementos lineares e conseqüentes esforços de corte na ligação viga-pilar. A Figura 4.21 mostra a configuração das forças geradas no perímetro do núcleo das ligações viga-pilar em estudo.

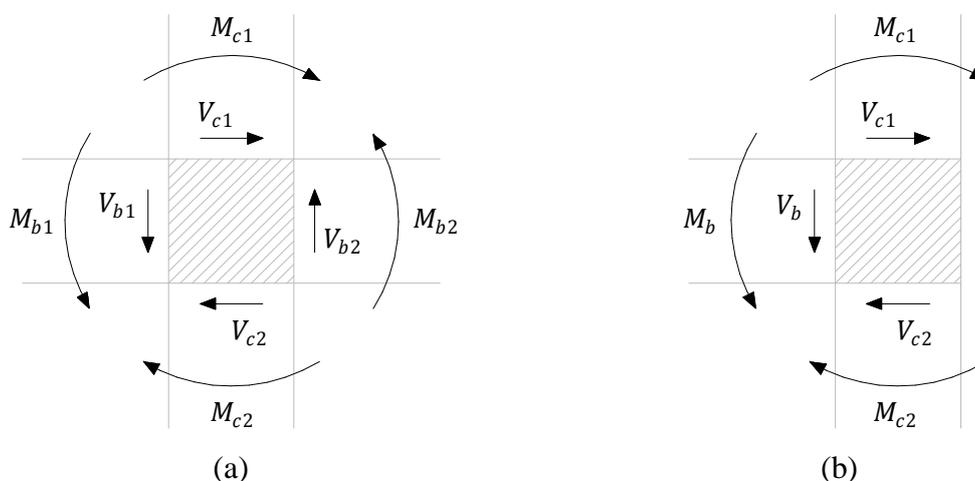


Figura 4.21 – Distribuição dos esforços internos na: (a) ligação viga-pilar interior e (b) ligação viga-pilar de extremidade (adaptado de Crainic & Munteanu (2012)).

De seguida, é apresentado o processo cálculo aplicado na determinação da tensão tangencial horizontal a meia altura das ligações viga-pilar interior e de extremidade.

4.3.1.1. Ligação viga-pilar interior

Os momentos fletores atuantes sobre o eixo horizontal da ligação viga-pilar interior foram determinados pelo produto entre as reações de apoio verticais nas extremidades das vigas (obtidas do modelo de elementos finitos) e o comprimento da viga até à face da ligação (braço) – Figura 4.22 e equações 4.3 e 4.4.

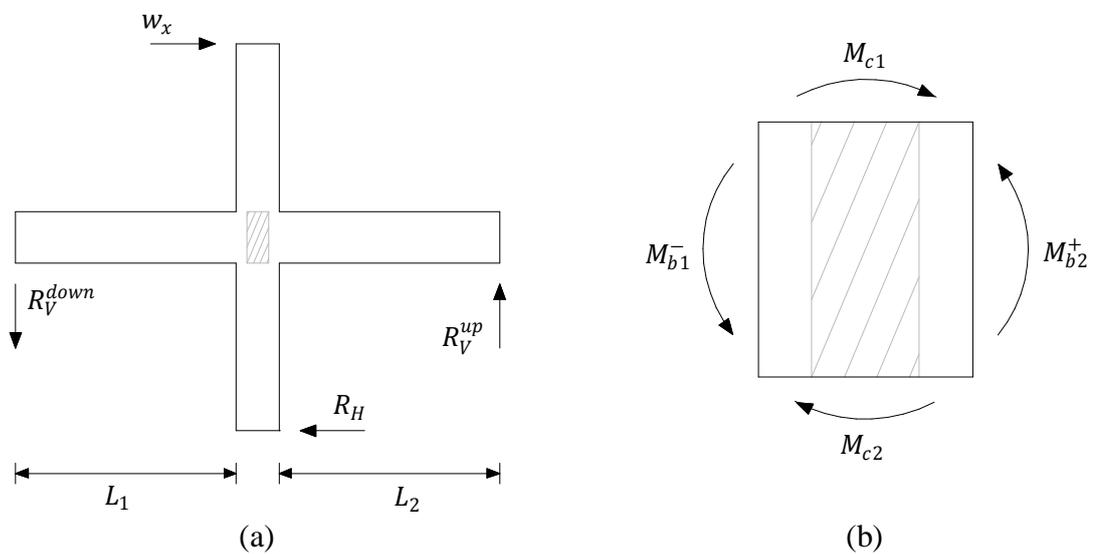


Figura 4.22 – Ligação viga-pilar interior: (a) reações de apoio do modelo numérico e (b) momentos fletores equivalentes.

$$M_{b1}^- = R_V^{down} \times L_1 \quad (4.3)$$

$$M_{b2}^+ = R_V^{up} \times L_2 \quad (4.4)$$

A inversão do sinal dos momentos fletores em faces opostas da ligação submete a armadura longitudinal dos elementos lineares a forças de compressão de um lado e de tração do lado oposto. Desprezando a possível presença de esforço axial nas vigas, a avaliação das forças de tração e compressão passou pela decomposição dos momentos fletores em binários equivalentes, assumindo-se, para tal, um braço z_b constante ao longo de toda a história de carga – Figura 4.23 e equações 4.5 e 4.6.

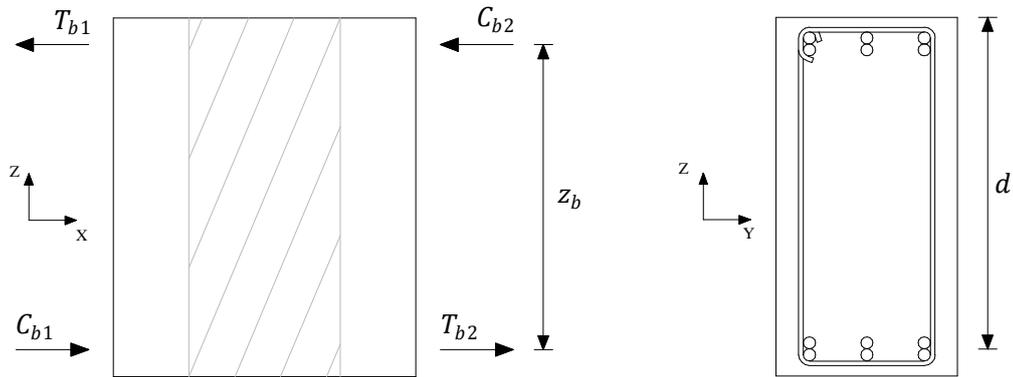


Figura 4.23 – Ligação viga-pilar interior: substituição dos momentos fletores das vigas por binários equivalentes.

$$T_{b1} = C_{b1} = \frac{M_{b1}^-}{z_b} \quad (4.5)$$

$$C_{b2} = T_{b2} = \frac{M_{b2}^+}{z_b} \quad (4.6)$$

Embora o valor de z_b seja dependente da distribuição de tensões e extensões na secção transversal das vigas em cada incremento de carga, a dificuldade da sua determinação rigorosa conduziu ao cálculo simplificado com base na equação 4.7. A constante 0.85 é, de acordo com Lowes, Mitra & Altoontash (2003), adequada à análise de vigas.

$$z_b = 0.85 \times d \quad (4.7)$$

O esforço de corte horizontal a meia altura da ligação V_{jh} é obtido por equilíbrio das forças internas representadas no diagrama de corpo livre da Figura 4.24. O valor de V_{c1} contido na equação 4.8 é diretamente retirado do programa numérico e corresponde à reação de apoio horizontal no topo do pilar.

$$V_{jh} = T_{b1} + C_{b2} - V_{c1} \quad (4.8)$$

Por fim, a tensão tangencial horizontal a meia altura da ligação viga-pilar é determinada pelo quociente entre o esforço de corte horizontal e a área da ligação solicitada ao corte (pilar) – equação 4.9.

$$\tau_{jh} = \frac{V_{jh}}{h_c \times b_c} \quad (4.9)$$

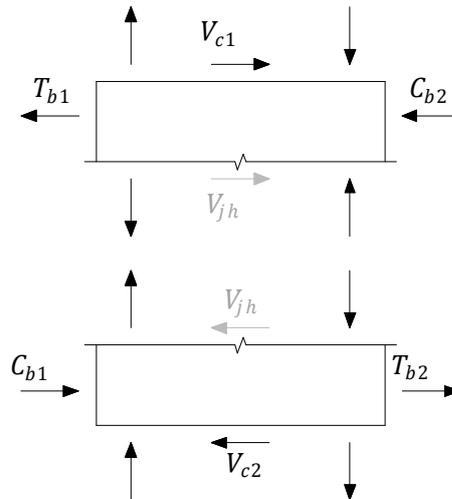


Figura 4.24 – Esforço de corte horizontal a meia altura da ligação viga-pilar interior.

4.3.1.2. Ligação viga-pilar de extremidade

A determinação da tensão tangencial horizontal a meia altura da ligação viga-pilar de extremidade segue a mesma ordem de cálculo apresentada anteriormente, diferindo apenas na distribuição das forças internas.

$$M_b^- = R_V^{down} \times L \quad (4.10)$$

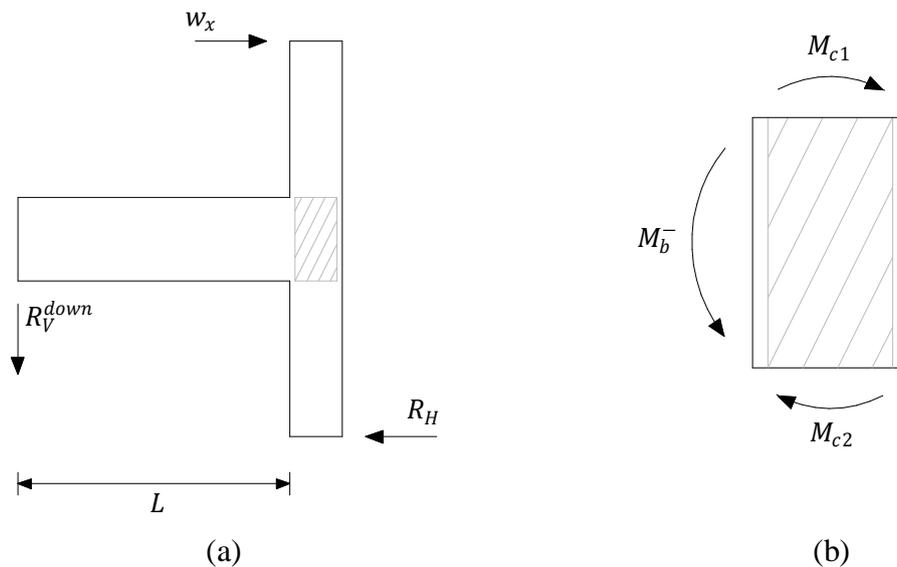


Figura 4.25 – Ligação viga-pilar de extremidade: (a) reações de apoio do modelo numérico e (b) momentos fletores equivalentes.

$$T_b = C_b = \frac{M_b^-}{z_b} \quad (4.11)$$

$$V_{jh} = T_b - V_{c1} \quad (4.12)$$

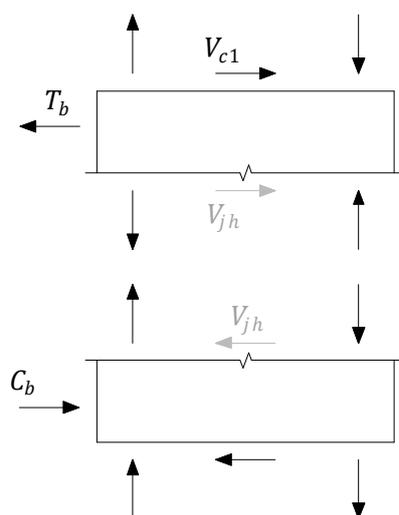


Figura 4.26 – Esforço de corte horizontal a meia altura da ligação viga-pilar de extremidade.

4.3.2. Distorção do núcleo da ligação viga-pilar

A distorção do núcleo da ligação viga-pilar (γ) representa a rotação relativa entre as secções de extremidade das vigas e pilares. Para avaliar esta rotação, os deslocamentos dos modelos foram monitorizados, ao longo da história de carga, nos pontos SE, SD, IE e ID, identificados na Figura 4.27 – para a direção ortogonal o procedimento é idêntico.

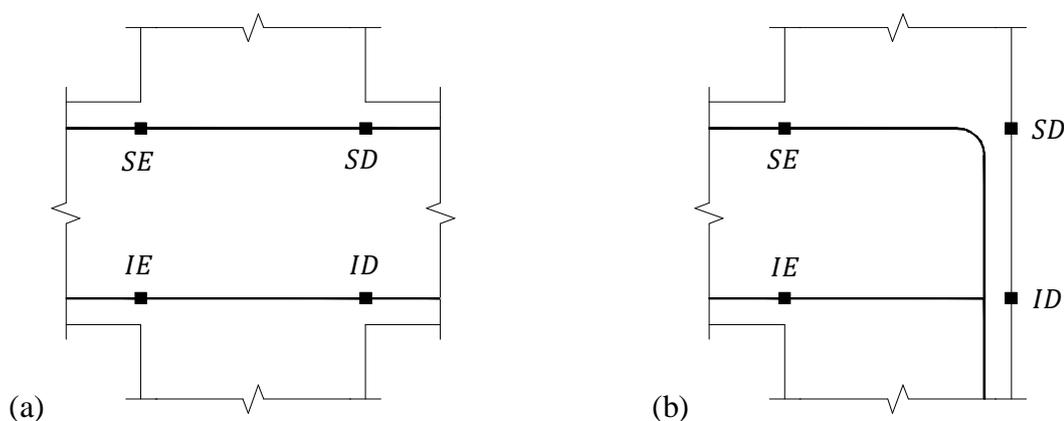


Figura 4.27 – Pontos de monitorização no plano de aplicação do deslocamento imposto: (a) ligação viga-pilar interior e (b) ligação viga-pilar de extremidade.

Como apresentado na figura anterior, a medição dos deslocamentos (segundo os três eixos) é efetuada, não ao nível dos limites superior e inferior do núcleo da ligação, mas do centro geométrico das armaduras longitudinais das vigas, coincidente com a linha de ação horizontal das resultantes de tração e compressão.

A avaliação da distorção teve por base a determinação do alongamento (Δ_1) e do encurtamento (Δ_2) das diagonais do núcleo da ligação viga-pilar – abordagem apresentada na Figura 4.28. Da análise da figura, obtém-se:

$$\cos \alpha = \frac{\Delta_1}{\gamma(d - d')} \Rightarrow \Delta_1 = \gamma(d - d') \cos \alpha \quad (4.13)$$

$$\cos \alpha = \frac{\Delta_2}{\gamma(d - d')} \Rightarrow \Delta_2 = \gamma(d - d') \cos \alpha \quad (4.14)$$

Para eliminar o efeito da dilatação, com base nas expressões anteriores, conclui-se que a distorção é dada por:

$$\Delta_1 + \Delta_2 = 2\gamma(d - d') \cos \alpha \rightarrow \gamma = \frac{\Delta_1 + \Delta_2}{2} \frac{\sqrt{h_c^2 + (d - d')^2}}{h_c(d - d')} \quad (4.15)$$

Por sua vez, os valores de Δ_1 e Δ_2 são determinados através das equações:

$$\Delta_1 = \sqrt{(h_c - d_{SE}^H + d_{ID}^H)^2 + ((d - d') + d_{SE}^V - d_{ID}^V)^2} - \sqrt{h_c^2 + (d - d')^2} \quad (4.16)$$

$$\Delta_2 = \sqrt{h_c^2 + (d - d')^2} - \sqrt{(h_c - d_{IE}^H + d_{SD}^H)^2 + ((d - d') - d_{IE}^V + d_{SD}^V)^2} \quad (4.17)$$

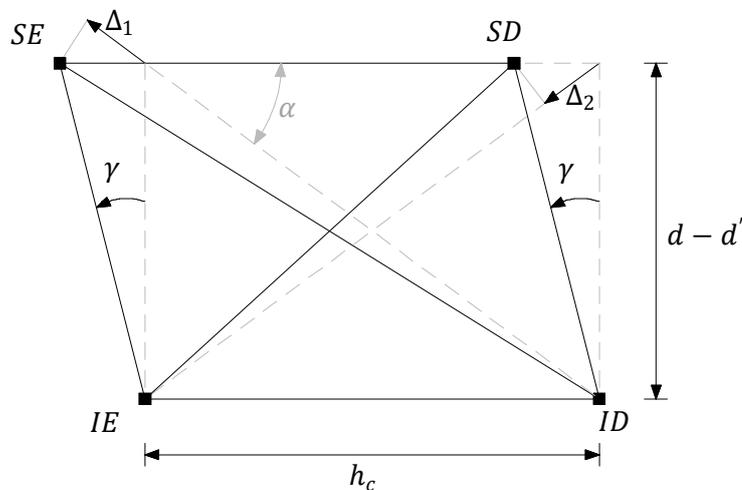


Figura 4.28 – Método de cálculo da distorção do núcleo da ligação viga-pilar (Costa, 2013).

4.4. Resultados numéricos

Este subcapítulo visa a apresentação dos resultados das análises numéricas efetuadas, recorrendo a representações gráficas e tabelas.

Os resultados da primeira fase da história de carga – aplicação da carga axial – não são apresentados, na medida em que, conforme ilustra a Figura 4.29, esta sollicitação não induz corte na ligação viga-pilar; a Figura 4.29(a) apresenta o campo de esforços, na periferia de uma ligação viga-pilar interior, induzido por cargas gravíticas e a Figura 4.29(b) o campo de esforços induzido por ações horizontais. Optou-se por aplicar as duas ações de forma sequencial, mantendo a carga gravítica constante durante a fase de aplicação de ações horizontais, por forma a não obscurecer o efeito desta última.

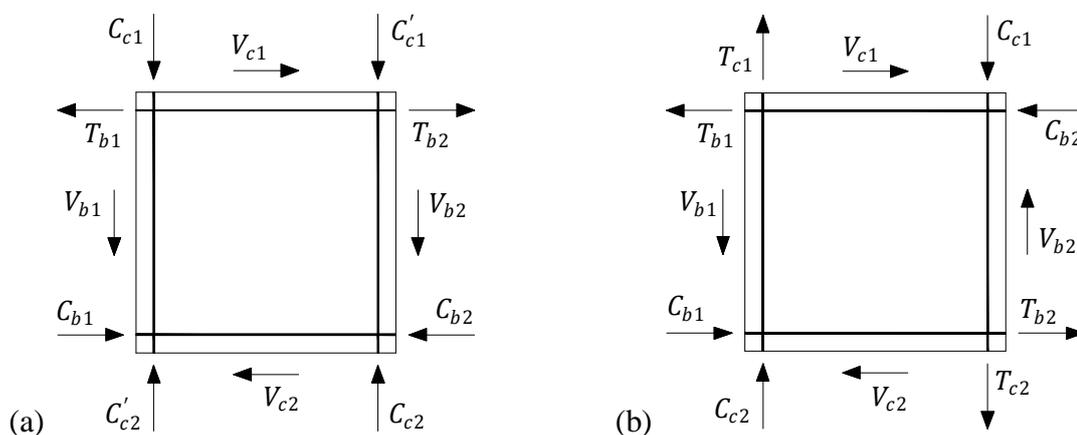


Figura 4.29 – Forças internas na periferia da ligação viga-pilar interior devido à: (a) ação gravítica e (b) ação horizontal (adaptado de ACI-ASCE Committee 352 (2002)).

Note-se que, em resultado das condições de fronteira cinemáticas definidas, a aplicação de 25, 50 e 75% de $F_{m\acute{a}x}$ na direção transversal à qual se pretende avaliar o comportamento das ligações viga-pilar (10 incrementos de carga após a aplicação de carga gravítica), não induz, igualmente, esforços de corte na direção em estudo, pelo que os resultados destes incrementos também não são apresentados. Assim, nos *modelos 1a, 1b e 1c* e nos *modelos 2a, 2b e 2c*, apenas são relevantes os resultados dos *steps* superiores a 12, referentes à aplicação da deformação imposta na direção *Y* e *X*, respetivamente.

A trajetória das curvas de comportamento não-lineares $F-w$, obtidas dos modelos de elementos finitos, toma uma forma genérica do tipo apresentada na Figura 4.30. O ponto limite da curva representa a carga de colapso da subestrutura, limitada pelo esgotamento da capacidade resistente da ligação viga-pilar; o modo de rotura da ligação por corte foi garantido no

dimensionamento e verificado numericamente por Costa (2013). O ponto limite é seguido de um troço descendente com sucessiva redução de carga e aumento da deformação imposta. Apenas os resultados dos incrementos de carga (*steps*) anteriores ao ponto limite são apresentados, na medida em que, o troço descendente é função de parâmetros que não podem ser devidamente contabilizados em modelos materiais contínuos de programas de elementos finitos (e.g. dimensão dos agregados) e a sua validade é, portanto, limitada.

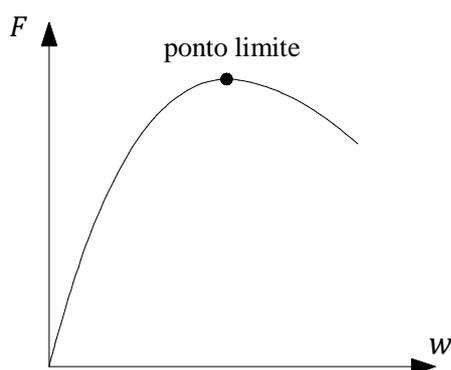


Figura 4.30 – Trajetória de equilíbrio com identificação do ponto limite.

4.4.1. Ligação viga-pilar interior

As curvas de comportamento $F-w$ da subestrutura do *modelo 1* e do *modelo 2*, apresentadas na Figura 4.31, relacionam os resultados da monitorização numérica da força horizontal (eixo das ordenadas) e do deslocamento lateral (eixo das abcissas) no ponto de aplicação do carregamento (extremidade livre do pilar).

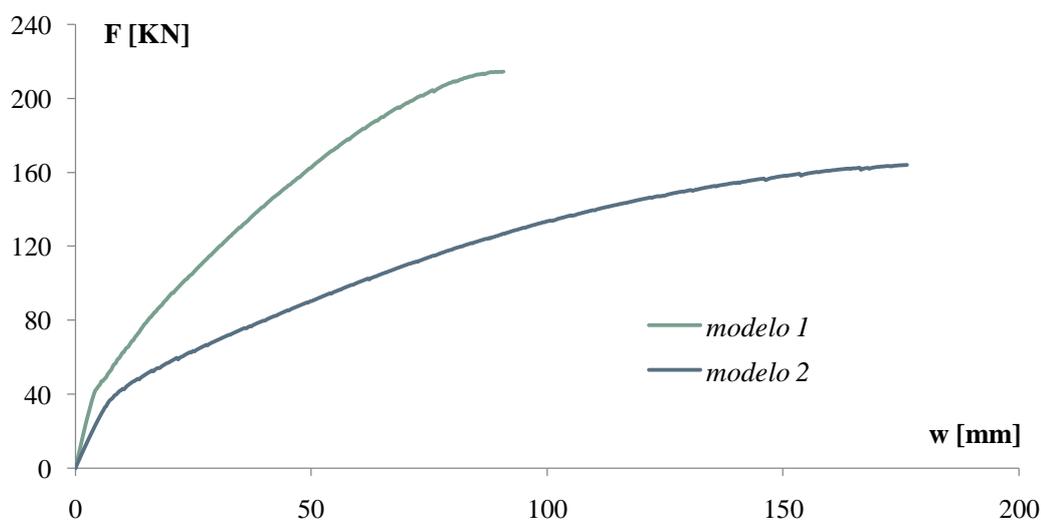


Figura 4.31 – Ligação viga-pilar interior: relação $F-w$ do *modelo 1* e do *modelo 2*.

Tabela 4.1 – Ligação viga-pilar interior: capacidade de carga e de deformação do *modelo 1* e do *modelo 2*.

modelo	plano de corte	steps	$F_{\text{máx}}^0$ [KN]	w [mm]
<i>modelo 1</i>	XZ	364	214.4	90.76
<i>modelo 2</i>	YZ	706	164.1	176.3

Da observação da Figura 4.31 e dos valores de $F_{\text{máx}}^0$ apresentados na Tabela 1, verifica-se que a capacidade de carga da subestrutura é superior no plano principal XZ, sendo que a sua rotura ocorre para um valor da carga de colapso 23.5% superior à atingida pelo *modelo 2*. Por sua vez, o deslocamento obtido no *modelo 2*, correspondente à carga máxima suportada pela subestrutura, é 48.5% superior ao do *modelo 1*.

Note-se que a significativa desigualdade entre a deformabilidade atingida pela subestrutura nos dois planos de corte não se pode atribuir exclusivamente ao comportamento da ligação viga-pilar. De facto, a diferença entre as pormenorizações das vigas dispostas ao longo dos eixos X e Y e, principalmente, a forma retangular da secção transversal do pilar ($h = 500 \text{ mm}$ e $b = 300 \text{ mm}$ – ver Figura 4.1), traduz-se em rigidezas à flexão em torno do eixo X (do pilar e da viga disposta ao longo do eixo X) significativamente inferiores às rigidezas à flexão em torno do eixo Y (do pilar e da viga disposta ao longo do eixo X), que conduzem a uma maior flexibilidade da subestrutura para ações horizontais aplicadas na direção Y. Esta maior flexibilidade aumenta os efeitos de segunda ordem, o que uma vez mais não permite tirar conclusões relativamente à capacidade resistente da ligação diretamente a partir da curva $F-w$.

A Tabela 4.2 apresenta os valores de carga horizontal a aplicar na segunda fase de análises, na direção transversal dos modelos numéricos na extremidade livre do pilar, calculados a partir da carga máxima atingida pela subestrutura em cada direção ($F_{\text{máx},x}^0$ e $F_{\text{máx},y}^0$), i.e. 25%, 50% e 75% de $F_{\text{máx},x}^0$ e de $F_{\text{máx},y}^0$.

Tabela 4.2 – Ligação viga-pilar interior: valores de carga horizontal introduzidos na segunda fase das análises numéricas.

Direção X			Direção Y		
<i>modelo 1a</i>	25% $F_{\text{máx},x}^0$ [KN]	53.60	<i>modelo 2a</i>	25% $F_{\text{máx},y}^0$ [KN]	41.03
<i>modelo 1b</i>	50% $F_{\text{máx},x}^0$ [KN]	107.2	<i>modelo 2b</i>	50% $F_{\text{máx},y}^0$ [KN]	82.05
<i>modelo 1c</i>	75% $F_{\text{máx},x}^0$ [KN]	160.8	<i>modelo 2c</i>	75% $F_{\text{máx},y}^0$ [KN]	123.1

As Figura 4.32 e Figura 4.33 (complementadas com as Tabelas 4.3 e 4.4) apresentam as curvas que caracterizam a resposta da ligação viga-pilar, através da relação entre o valor da tensão tangencial horizontal a meia altura da ligação (τ_{jh}) e a distorção sofrida pelo seu núcleo (γ) – parâmetros determinados de acordo com o procedimento de cálculo apresentado no subcapítulo 4.3.

Tabela 4.3 – Ligação viga-pilar interior: valores máximos de τ_{jh} e γ no plano de corte XZ.

modelo	step	τ_{jh} [MPa]	γ [mm/m]
<i>modelo 1</i>	364	12.10	19.021
<i>modelo 2a</i>	294	10.13	14.872
<i>modelo 2b</i>	282	7.75	16.918
<i>modelo 2c</i>	297	6.55	18.984

Tabela 4.4 – Ligação viga-pilar interior: valores máximos de τ_{jh} e γ no plano de corte YZ.

modelo	step	τ_{jh} [MPa]	γ [mm/m]
<i>modelo 2</i>	706	11.29	9.325
<i>modelo 1a</i>	664	10.43	9.696
<i>modelo 1b</i>	523	8.01	10.902
<i>modelo 1c</i>	473	6.62	11.541

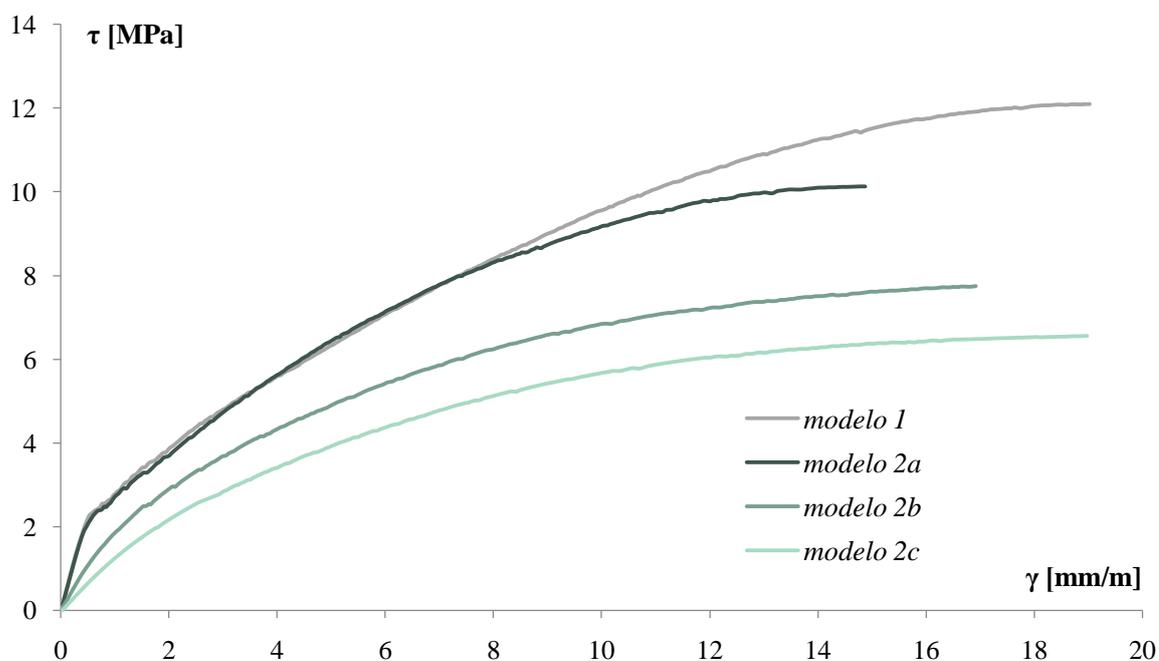


Figura 4.32 – Ligação viga-pilar interior: relação τ_{jh} - γ no plano de corte XZ.

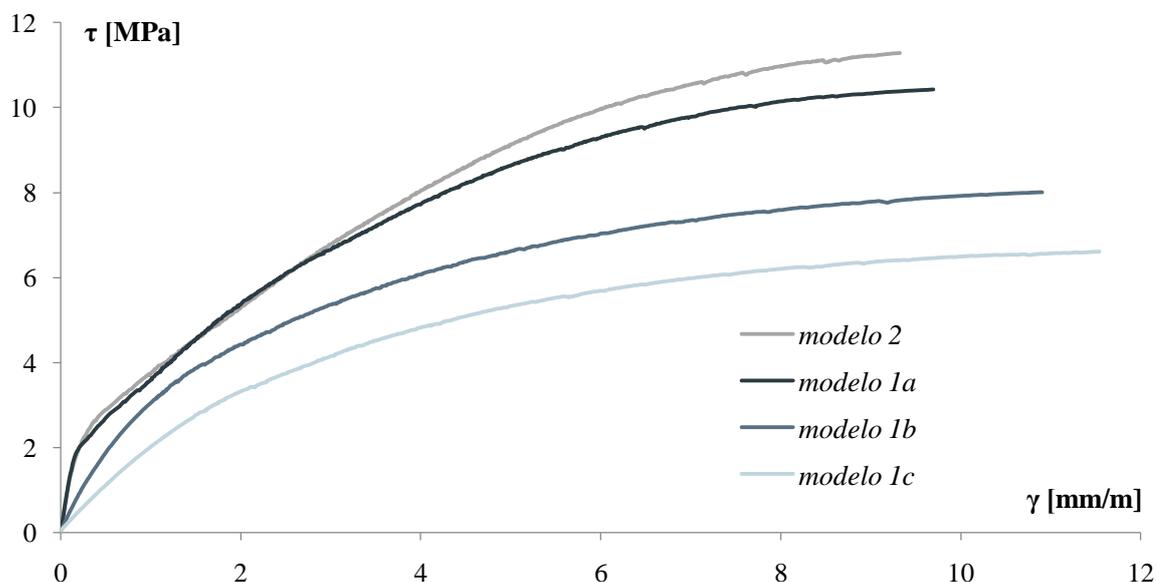


Figura 4.33 – Ligação viga-pilar interior: relação $\tau_{jh} - \gamma$ no plano de corte YZ.

A comparação das Figuras 4.32 e 4.33 com a Figura 4.31 mostra que, apesar da ligação viga-pilar efetivamente se apresentar mais resistente na direção XZ (tal como a subestrutura), também é no plano XZ que esta se mostra mais flexível (ao contrário do que ocorre na subestrutura), confirmando que efetivamente é a deformabilidade das vigas e pilares que determinam a deformabilidade da subestrutura.

As Figuras 4.32 e 4.33 e as Tabelas 4.3 e 4.4 mostram que, o aumento do valor do carregamento aplicado transversalmente à direção em estudo, conduz ao decréscimo da capacidade resistente da ligação viga-pilar. Constata-se que a capacidade de carga das ligações dos *modelos 1 e 2* são semelhantes e que a diminuição da resistência, relativamente aos modelos de carregamento unidirecional, é igualmente semelhante nos dois planos de corte ortogonais (45.9% no plano XZ e 41.4% no plano YZ).

Relativamente à capacidade de deformação da ligação viga-pilar, as Figuras 4.32 e 4.33 mostram, com o aumento do carregamento transversal, a sucessiva diminuição da inclinação inicial das curvas de comportamento e, portanto, da rigidez da ligação em serviço. Note-se que, em ambos os planos de corte, os modelos unidirecionais (*modelo 1 e modelo 2*) e os bidirecionais com 25% da carga máxima aplicada na direção transversal (*modelo 2a e modelo 1a*) apresentam uma rigidez inicial muito idêntica.

As figuras e as tabelas anteriores mostram, ainda, que a ligação viga-pilar na direção X apresenta maiores distorções, correspondentes à carga máxima suportada pela ligação, que na

direção Y . É, ainda, de realçar o agravamento da distorção, correspondente ao esgotamento da capacidade de carga da ligação viga-pilar, com o acréscimo de carregamento transversal. A degradação da resistência, acompanhada da redução da rigidez devido ao aumento da carga transversal, foi verificada nos dois planos de corte, com exceção da transição do *modelo 1* ($\gamma = 19.021$ mm/m) para o *modelo 2a* ($\gamma = 14.872$ mm/m).

A Figura 4.34 mostra o efeito do carregamento biaxial na resistência das ligações viga-pilar, através de um gráfico de iteração das tensões tangenciais horizontais a meia altura da ligação. Para tal, relaciona as percentagens de 25%, 50% e 75% das $\tau_{jh,máx}^0$ obtidas dos modelos unidireccionais (eixo X) com as tensões tangenciais máximas $\tau_{jh,máx}^{25}$, $\tau_{jh,máx}^{50}$ e $\tau_{jh,máx}^{75}$ resultantes dos modelos bidireccionais (eixo Y).

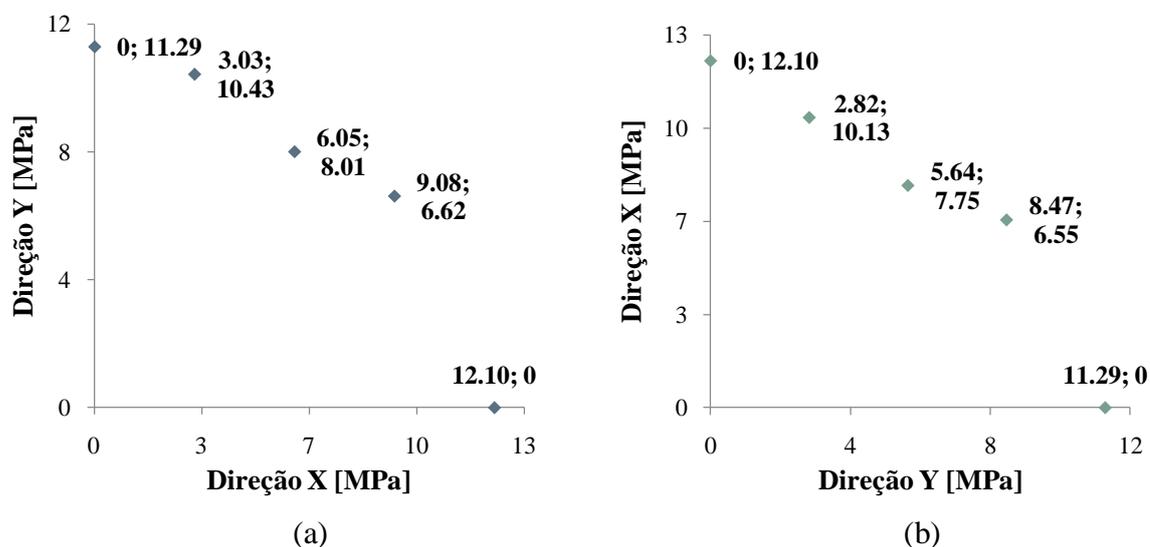


Figura 4.34 – Gráfico de iteração de resistência para a ligação viga-pilar interior: (a) *modelos 1a, 1b e 1c* e (b) *modelos 2a, 2b e 2c*.

A Figura 4.35 é análoga à anterior, mas, por forma a facilitar a avaliação das reduções da resistência ao corte das ligações com o acréscimo de carregamento transversal, os gráficos de iteração são adimensionalizados. A adimensionalização foi efetuada recorrendo à divisão dos valores apresentados na Figura 4.34 pelo $\tau_{jh,máx}^0$ dos modelos unidireccionais correspondentes.

Da apreciação comparativa entre as Figuras 4.35(a) 4.35(b), relativas à resistência da ligação viga-pilar nos planos de corte YZ e XZ , respetivamente, constata-se que apresentam um andamento idêntico e que, portanto, o efeito do carregamento transversal na resistência das ligações é semelhante – o que seria expectável dada a configuração da ligação interior. Ainda assim, os *modelos 2a, 2b e 2c* mostraram-se ligeiramente mais sensíveis às aplicações das cargas

horizontais transversais de 25, 50 e 75% da carga de colapso unidirecional da subestrutura, alcançando um valor mínimo da tensão tangencial horizontal a meia altura da ligação inferior ao do *modelo 1c*. Note-se que em ambos os planos de corte, a capacidade resistente dos *modelos 1c* e *2c* (para 75% da carga máxima na direção transversal) foi reduzida para sensivelmente metade, quando comparada com a resistência dos modelos unidirecionais, o que revela uma forte interdependência de comportamento nas duas direções.

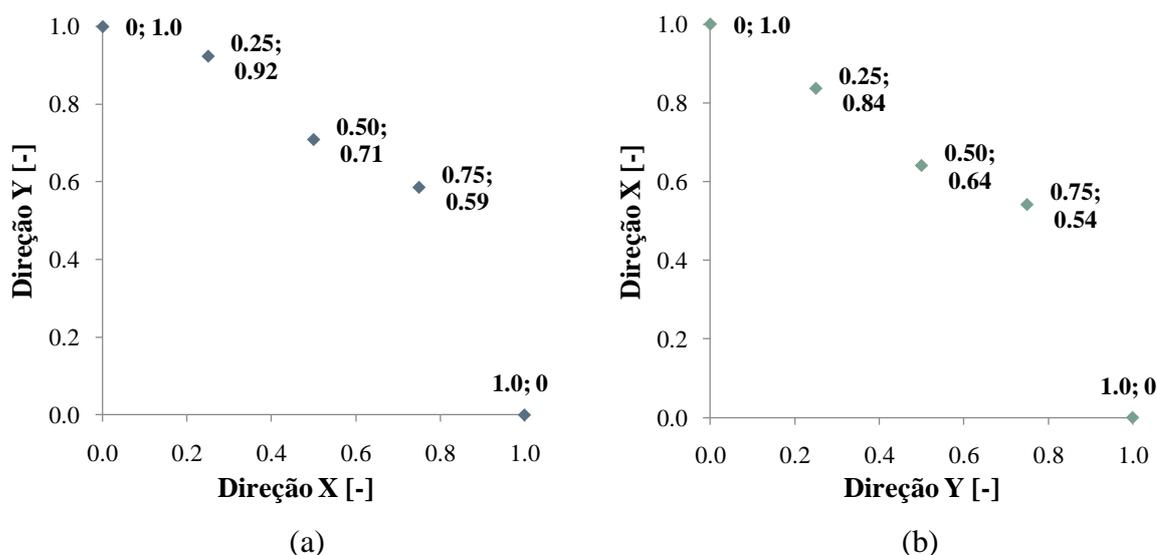


Figura 4.35 – Gráfico de iteração de resistência adimensionalizado para a ligação viga-pilar interior: (a) *modelos 1a, 1b e 1c* e (b) *modelos 2a, 2b e 2c*.

4.4.2. Ligação viga-pilar de extremidade

A Figura 4.36 e a Tabela 4.5 revelam que, tal como na subestrutura com ligação viga-pilar interior, a capacidade de carga da subestrutura com ligação viga-pilar de extremidade é superior no plano XZ. No entanto, a diferença entre os valores das capacidades de cargas nas duas direções é pouco significativa, o $F_{\text{máx},x}^0$ do *modelo 1* é apenas 12.1% superior ao $F_{\text{máx},y}^0$ do *modelo 2*.

Tabela 4.5 – Ligação viga-pilar de extremidade: capacidade de carga e de deformação do *modelo 1* e *modelo 2*.

modelo	plano de corte	steps	$F_{\text{máx}}^0$ [KN]	w [mm]
<i>modelo 1</i>	XZ	197	93.87	49.17
<i>modelo 2</i>	YZ	191	82.56	47.50

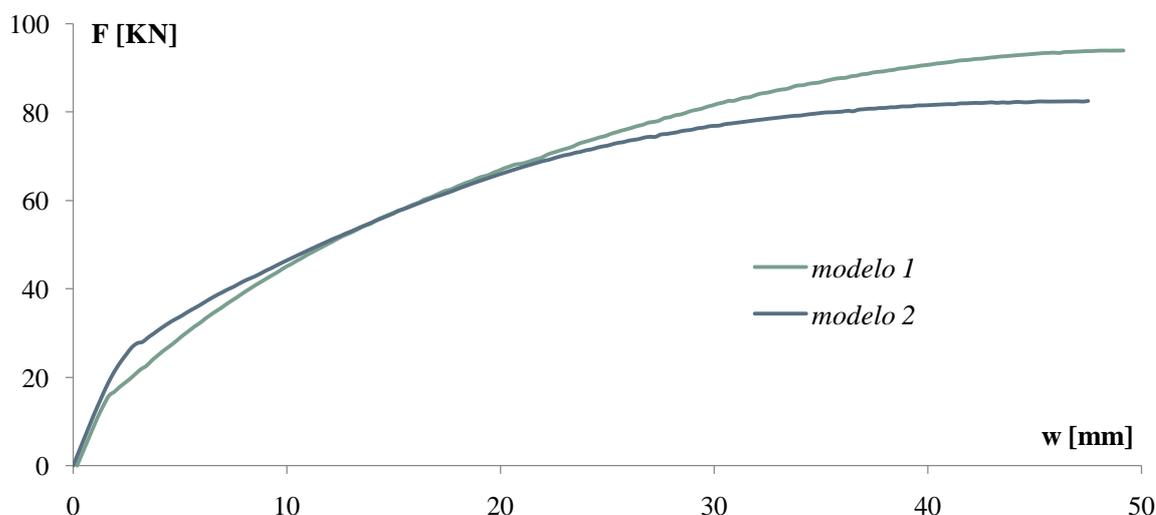


Figura 4.36 – Ligação viga-pilar de extremidade: relação F - w do *modelo 1* e *modelo 2*.

A Figura 4.36 e a Tabela 4.5 mostram, também, que os valores dos deslocamentos correspondentes à carga de colapso são, igualmente, idênticos em ambas as direções, diferindo em apenas 3.4%. Este resultado de alguma forma não seria expectável, na medida em que, apesar da secção transversal do pilar ser aproximadamente quadrada ($h = 250 \text{ mm}$ e $b = 200 \text{ mm}$), existem duas vigas dispostas ao longo da direção Y com comprimento inferior à única viga disposta ao longo da direção X .

As percentagens de 25, 50 e 75% da carga máxima suportada pela subestrutura em cada direção, aplicadas horizontalmente na direção transversal à de estudo na segunda fase de análises, são apresentadas na Tabela 4.6.

Tabela 4.6 – Ligação viga-pilar de extremidade: valores de carga horizontal introduzidos na segunda fase das análises numéricas.

	Direção X		Direção Y		
<i>modelo 1a</i>	25% $F_{\text{máx},x}^0$ [KN]	23.47	<i>modelo 2a</i>	25% $F_{\text{máx},y}^0$ [KN]	20.64
<i>modelo 1b</i>	50% $F_{\text{máx},x}^0$ [KN]	46.94	<i>modelo 2b</i>	50% $F_{\text{máx},y}^0$ [KN]	41.28
<i>modelo 1c</i>	75% $F_{\text{máx},x}^0$ [KN]	70.40	<i>modelo 2c</i>	75% $F_{\text{máx},y}^0$ [KN]	61.92

Nas Figuras 4.37 e 4.38 encontram-se representadas as curvas de comportamento τ_{jh} - γ da ligação viga-pilar de extremidade; as Tabelas 4.7 e 4.8, por sua vez, indicam os valores máximos de τ_{jh} e γ obtidos.

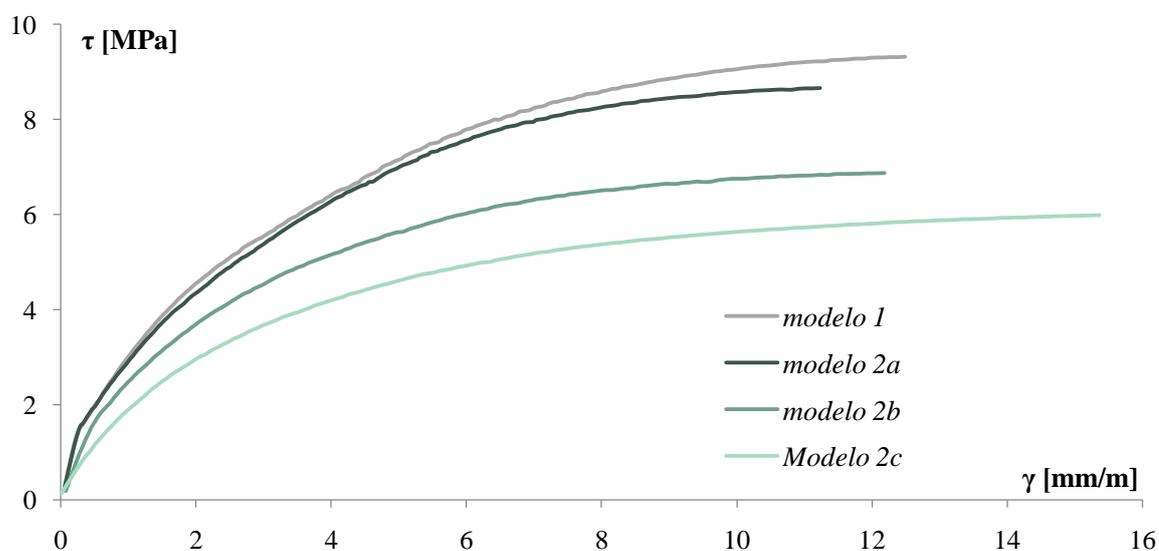


Figura 4.37 – Ligação viga-pilar de extremidade: relação τ_{jh} - γ no plano de corte XZ.

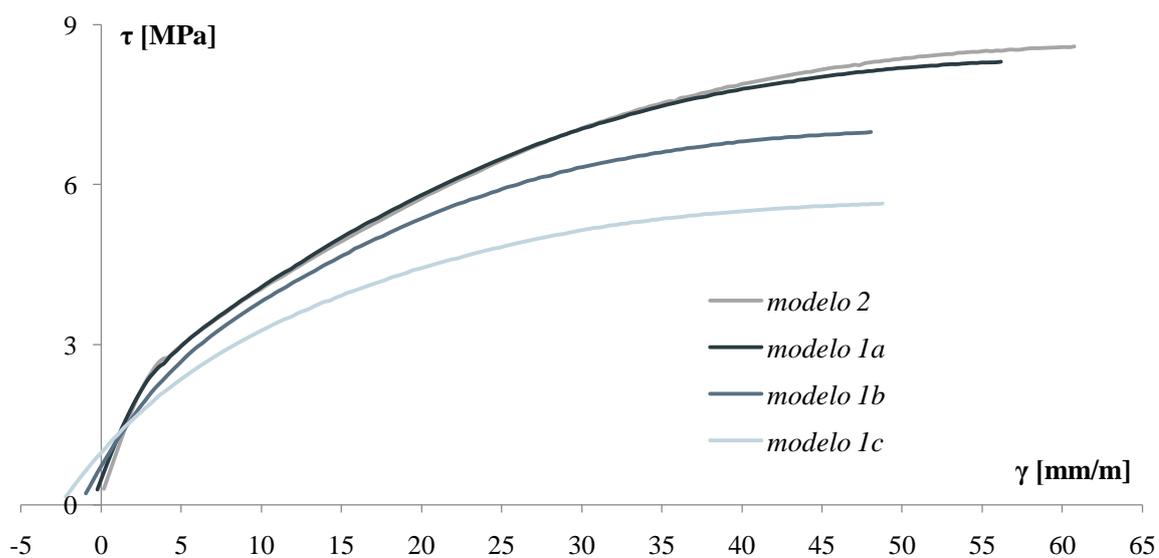


Figura 4.38 – Ligação viga-pilar de extremidade: relação τ_{jh} - γ no plano de corte YZ.

Tabela 4.7 – Ligação viga-pilar de extremidade: valores máximos de τ_{jh} e γ no plano de corte XZ.

modelo	step	τ_{jh} [MPa]	γ [mm/m]
<i>modelo 1</i>	197	9.32	12.489
<i>modelo 2a</i>	181	8.66	11.233
<i>modelo 2b</i>	161	6.87	12.182
<i>modelo 2c</i>	184	5.99	15.360

Tabela 4.8 – Ligação viga-pilar de extremidade: valores máximos de τ_{jh} e γ no plano de corte YZ.

modelo	step	τ_{jh} [MPa]	γ [mm/m]
<i>modelo 2</i>	191	8.59	60.739
<i>modelo 1a</i>	184	8.30	56.175
<i>modelo 1b</i>	157	6.99	48.043
<i>modelo 1c</i>	163	5.64	48.759

A Figura 4.38, relativa ao estudo do comportamento da ligação no plano de corte YZ, apresenta valores iniciais de distorção negativos, que se julgam resultar de distribuições residuais de tensões assimétricas nas fases de carregamento anteriores (carga axial e carregamento horizontal transversal).

Tal como na ligação viga-pilar interior, as resistências dos planos de corte ao carregamento unidirecional são semelhantes e presencia-se uma influência direta do acréscimo do carregamento transversal, no decréscimo da capacidade resistente. As percentagens das reduções, relativamente aos modelos de carregamento unidirecional, nos dois planos de corte ortogonais são similares (35.7% no plano XZ e 34.3% no plano YZ, para 75% da carga máxima na plano transversal).

As figuras e as tabelas anteriores mostram que a capacidade de deformação da ligação no plano YZ é significativamente superior à capacidade de deformação no plano XZ, mostrando que a inexistência de vigas nas duas faces opostas da ligação pode fragilizar o seu comportamento nessa direção.

Por sua vez, o efeito do carregamento transversal na capacidade de deformação correspondente ao esgotamento da capacidade de carga não é igual nas duas direções, como observado para a capacidade resistente. De facto, no plano YZ verifica-se um aumento da capacidade de deformação de 19.7% no *modelo 1c* relativamente ao *modelo 2*; já o plano YZ experimenta uma diminuição da capacidade de deformação ligeiramente superior de 23.0%.

As Figuras 4.39 e 4.40 são análogas às Figuras 4.34 e 4.35 apresentadas no subcapítulo da ligação viga-pilar interior.

Contrariamente ao que a diferença topológica e a pormenorização das armaduras poderiam fazer adivinhar, as Figuras 4.40(a) e 4.40(b) mostram que o efeito da carga transversal na

capacidade resistente da ligação viga-pilar de extremidade é idêntica em ambas as direções. Ainda que com diferenças pouco significativas, o plano de corte YZ foi o que atingiu o valor mínimo de τ_{jh} , apesar de a redução mais acentuada da resistência (em valores percentuais), relativamente aos modelos de carregamento unidirecional, se tenha verificado no plano de corte XZ.

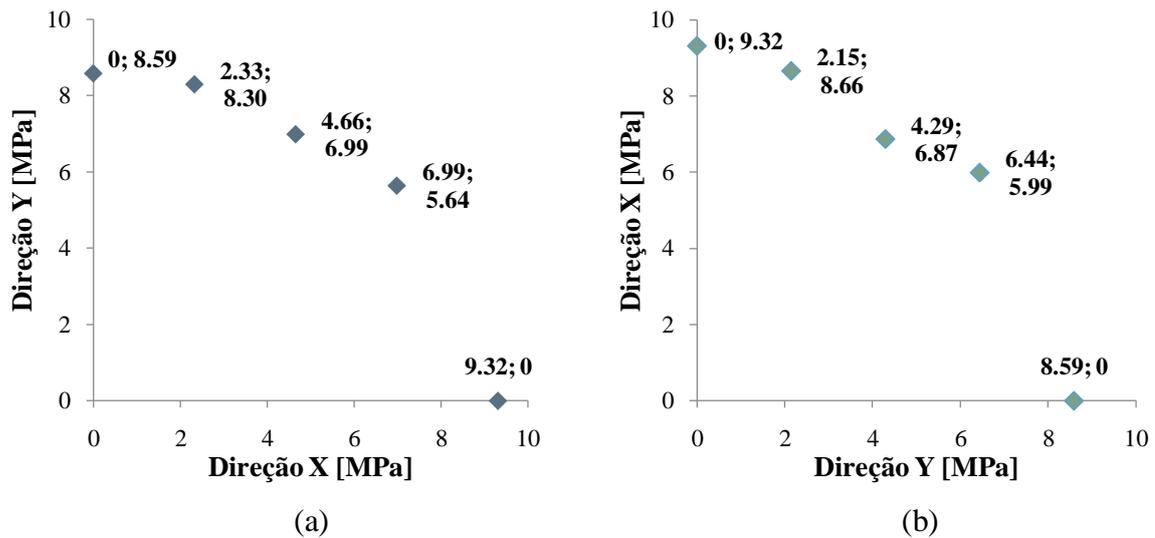


Figura 4.39 – Gráfico de iteração de resistência para a ligação viga-pilar de extremidade: (a) *modelos 1a, 1b e 1c* e (b) *modelos 2a, 2b e 2c*.

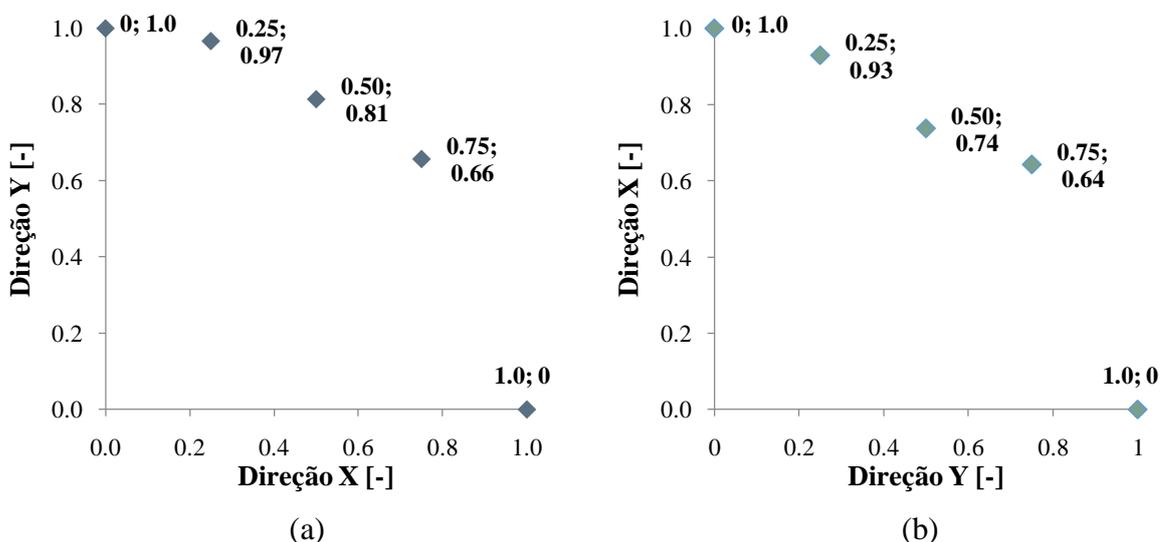


Figura 4.40 – Gráfico de iteração de resistência adimensionalizado para a ligação viga-pilar de extremidade: (a) *modelos 1a, 1b e 1c* e (b) *modelos 2a, 2b e 2c*.

4.4.3. Notas finais

Em seguida, serão evidenciadas as diferenças de comportamento entre as duas tipologias de ligação viga pilar estudadas – interior e de extremidade.

De um modo geral, verificou-se que a redução da capacidade resistente da ligação viga pilar interior é mais pronunciada, atingindo no *modelo 2c* (plano de corte *XZ*) uma diminuição de 45.9%; no que diz respeito à ligação viga-pilar de extremidade constata-se uma redução inferior, igualmente no *modelo 2c*, de 35.7%. Este facto poderia fazer entender que o dimensionamento e distribuição das armaduras são mais eficientes, para lidar com o efeito do carregamento biaxial, na ligação viga-pilar de extremidade. No entanto, tendo em atenção as diferenças geométricas e de pormenorização da armadura entre as subestruturas e que esta tendência apenas é obtida com dois espécimes, julga-se que é abusivo extrair este tipo de conclusão.

A variação da capacidade de deformação, contudo, não tem uma relação marcada com o acréscimo do carregamento na direção transversal à de estudo. Era esperado que a degradação da resistência fosse acompanhada da redução da rigidez da ligação, tal como constatado em grande parte dos modelos da ligação viga-pilar interior. No entanto, e principalmente na ligação viga-pilar de extremidade, este comportamento não foi sempre verificado; o acréscimo de carga transversal, por vezes, contribuiu para a redução dos valores da distorção correspondentes à máxima capacidade de carga.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

5.1. Conclusões

Quando submetidas a elevados esforços de corte resultantes da ação horizontal do sismo, as ligações viga-pilar afetam de forma significativa o comportamento global das estruturas e, como tal, não devem ser desprezadas no dimensionamento das estruturas porticadas. Por outro lado, com a banalização dos meios de cálculo automático e o desenvolvimento dos procedimentos regulamentares para análises 3D, são necessários modelos de comportamento para elementos submetidos a ações bidirecionais aquando da atuação de um sismo (e.g. pilares e ligações viga-pilar).

O presente trabalho teve como objetivo a avaliação numérica do impacto do carregamento simultâneo em duas direções ortogonais na capacidade resistente e de deformação de ligações viga-pilar. Para tal, foram analisadas as tipologias de ligações viga-pilar interior e de extremidade, com o programa de elementos finitos ATENA 3D.

O estudo efetuado confirma que o comportamento das ligações viga-pilar das estruturas porticadas de betão armado é bastante condicionado pela atuação conjunta do carregamento nos dois planos de corte ortogonais, verificando-se:

- (i) um significativo decréscimo da capacidade resistente da ligação viga-pilar com o acréscimo de carga na direção transversal;
- (ii) ausência de uma tendência clara do carregamento transversal sobre os valores das capacidades de deformação das ligações viga-pilar; ao contrário do expectável, o acréscimo do carregamento na direção transversal aos planos de corte em estudo, nem sempre significou um decréscimo da rigidez da ligação viga-pilar.

A gama de resultados correspondentes aos modelos com aplicação de 25 e 50% da capacidade de carga máxima unidirecional (*modelos 1a, 1b, 2a e 2b*) é a que fornece informações mais relevantes para o estudo, na medida em balizam as solicitações usualmente consideradas em situação sísmica – diversos regulamentos consideram que para a verificação de segurança numa dada direção deve ser considerada a atuação de um sismo com a direção transversal correspondente a 30% da intensidade do primeiro. Da análise desta gama de resultados, constata-se que são expectáveis reduções da capacidade de carga de 35.9% e 26.2% para

ligações viga-pilar interiores e de extremidade, respetivamente, relativamente aos modelos de carregamento unidirecional.

Deste modo conclui-se que, por motivos de garantia da segurança estrutural, o efeito do carregamento transversal deve ser tido em consideração na conceção e dimensionamento das ligações viga-pilar e que, portanto, a aplicação de métodos simplificados é desadequada e não responde às necessidades impostas pelo sismo.

5.2. Sugestões para trabalhos futuros

O conhecimento do comportamento das ligações viga-pilar é condição essencial para otimizar o dimensionamento de estruturas porticadas de betão armado. Contudo, os modelos e as disposições construtivas disponíveis na regulamentação atual não contemplam o facto dos campos de esforços a que estão sujeitos serem biaxiais. A presente dissertação pretendeu, assim, contribuir para a colmatação dessa lacuna.

No entanto, atendendo à limitação do tempo disponível e à morosidade da obtenção de resultados numéricos, a análise focou-se no comportamento monotónico e quase-estático das ligações viga-pilar interior e de extremidade e no efeito combinado das forças de corte atuantes nas duas direções ortogonais. Pelo que se sugere, em trabalhos futuros, a avaliação da influência da alteração de parâmetros mecânicos e geométricos, tais como a pormenorização e percentagem de armadura e a dimensão da secção transversal dos elementos lineares adjacentes, no comportamento da ligação, tendo por base os modelos de ligação viga-pilar analisados e o programa de elementos finitos ATENA 3D. Propõe-se, ainda, a extensão do estudo a outras configurações de ligações viga-pilar, como as de canto e de cobertura (ver Figura 2.2), e a consideração de vigas não ortogonais, presentes em estruturas complexas como os depósitos elevados com suporte hexagonal.

Seria igualmente relevante a integração da ligação viga-pilar numa estrutura porticada completa (tridimensional) e a quantificação do efeito do seu comportamento biaxial sobre o comportamento global. Esta análise impõe o recurso de ferramentas computacionais eficientes, em resultado da complexidade do modelo estrutural.

Relembra-se, ainda, que os resultados apresentados foram obtidos com recurso a modelos numéricos de elementos finitos calibrados para carregamentos uniaxiais e que decorrem de simplificações na caracterização do comportamento real das estruturas. Na impossibilidade de contemplarem todas as imperfeições das estruturas reais, conduzem a resultados não são

exatos. Assim, sugere-se uma campanha experimental que permita efetivamente confirmar o efeito do carregamento biaxial no comportamento de ligações viga-pilar e validar os modelos e a adequabilidade da ferramenta numérica ATENA 3D.

Finalmente, sugere-se a realização de estudos para avaliar o efeito de ações cíclicas sobre o comportamento biaxial das ligações viga-pilar.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ACI-ASCE Committee 352. (2002). *ACI 352R-02: Recommendations for Design of Beam-Column Connections in Monolithic Reinforced Concrete Structures*. Farmington Hills: American Concrete Institute.
- Appleton, J. (2013a). *Estruturas de Betão - Vol. 1* (Vol. 1). Amadora: Edições Orion.
- Appleton, J. (2013b). *Estruturas de Betão - Vol. 2* (Vol. 2). Amadora: Edições Orion.
- Baglin, P. S., & Scott, R. H. (2000). Finite element modeling of reinforced concrete beam-column connections. *ACI Structural Journal*, 97 (6), 886-894.
- Bertero, V., & Shah, H. (1983). *El-Asnam, Algeria Earthquake October 10, 1980: A Reconnaissance and Engineering Report*. (A. Leeds, Ed.) Earthquake Engineering Research Institute.
- CEN. (2004). *EN 1998-1: Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance - Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings*. Brussels.
- CEN. (2005). *EN 1998-3 Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance - Part 3: Assessment and retrofitting of buildings*. Brussels.
- Červenka, J., Procházková, Z., & Sajdlová, T. (2016). *ATENA program documentation, Part 4-2, Tutorial for program ATENA 3D*. Praga: Červenka Consulting s.r.o.
- Červenka, V., & Červenka, J. (2017). *ATENA program documentation, Part 2-2, User's Manual for ATENA 3D*. Praga: Červenka Consulting s.r.o.
- Červenka, V., Jendele, L., & Červenka, J. (2016). *ATENA program documentation, Part 1, Theory*. Praga: Červenka Consulting s.r.o.
- Costa, R. J. (2013). *Modelação de ligações viga-pilar na análise de estruturas porticadas planas de betão armado*. Ph.D thesis, Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Costa, A. P. (1993). *A acção dos sismos e o comportamento das estruturas*. Porto: FEUP.
- Costa, Providência, P., Ferreira, M., & Dias, A. (2012). Efeito da deformação das ligações viga-pilar na análise pushover de estruturas porticadas de betão armado. *Encontro Nacional de Betão Estrutural - BE2012*, (p. 12). Porto.

- Crainic, L., & Munteanu, M. (2012). *Seismic Performance of Concrete Buildings: Structures and Infrastructures Book Series* (Vol. 9). (D. M. Frangopol, Ed.) London, UK: CRC Press/Balkema, Taylor & Francis Group.
- Fernades, C., Melo, J., Varum, H., & Costa, A. (2010). Análise do comportamento de nós viga-pilar com armadura lisa sujeitos a cargas horizontais cíclicas. *Encontro Nacional de Betão Estrutural - BE2010*, (p. 10). Lisboa.
- Fib. (2010a). *Model Code 2010, First complete draft - Volume 1* (Vol. 1). Lausanne.
- Fib. (2010b). *Model Code 2010, First complete draft - Volume 2* (Vol. 2). Lausanne.
- Hamil, S. J. (2000). *Reinforced concrete beam-column connection behavior*. Ph.D thesis, University of Durham, Durham.
- Hanson, N. W., & Conner, H. W. (1967). Seismic resistance of reinforced concrete beam-column joints. *Journal of the Structural Division - ASCE* , 93, 533-560.
- Hegger, J., Sherif, A., & Roeser, W. (2004). Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete beam-column connections. *ACI Structural Journal* , 101 (5), 604-614.
- Kim, J., & LaFave, J. M. (2009). *Joint shear behavior of reinforced concrete beam-column connections subjected to seismic lateral loading*. University of Illinois at Urbana-Champaign.
- Kramer, S. L. (1996). *Geotechnical Earthquake Engineering*. New Jersey, USA: Prentice Hall.
- Lowes, L. N., & Altoontash, A. (2003). Modeling reinforced-concrete beam-column joints subjected to cyclic loading. *Journal of Structural Engineering* , 129 (12).
- Lowes, L. N., Mitra, N., & Altoontash, A. (2003). A beam-column joint model for simulating the earthquake response of reinforced concrete frames. *Pacific Earthquake Engineering Research Center* , 59.
- Melo, J. F. (2009). *Influência do escorregamento na resposta cíclica de elementos de BA*. Dissertação de Mestrado, Universidade de Aveiro, Departamento de Engenharia Civil, Aveiro.
- Mitra, N. (2007). *An analytical study of reinforced concrete beam-column joint behavior under seismic loading*. Ph.D thesis, University of Washington, Department of Civil & Environmental Engineering.
- Mitra, N., & Lowes, L. N. (2007). Evaluation, calibration and verification of a reinforced concrete beam-column joint model. *Journal of Structural Engineering* , 133 (1).
- Ortiz, I. R. (1993). *Strut-and-tie modelling of reinforced concrete short beams and beam-column joints*. Ph.D thesis, University of Westminster, Westminster.

- Park, R., & Paulay, T. (1975). *Reinforced concrete structures*. New York: John Wiley & Sons.
- Parra-Montesinos, G. J., & Wight, J. K. (2002). Prediction of Strength and Shear Distortion in R/C Beam-Column Joints. In S. Sheikh, & O. Bayrak, *S.M. Uzumeri Symposium - Behavior and Design of Concrete Structures for Seismic Performance* (pp. 191-214). American Concrete Institute.
- Paulay, T., & Priestley, M. (1992). *Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings*. United States of America: John Wiley & Sons, Inc.
- Roeser, W. (2002). *Zum tragverhalten von Rahmenknoten aus Stahlbeton*. Ph.D thesis, RWTH Aachen University, Lehrstuhl und Institut für MassivBau.
- Sasmal, S. (2009). *Performance evaluation and strengthening of deficient beam-column sub-assemblages under cyclic loading*. Ph.D. thesis, Universidade de Stuttgart.
- Sasmal, S., Novák, B., & Ramanjaneyulu, K. (2010). Numerical analysis of under-designed reinforced concrete beam-column joints under cyclic loading. *Computers and Concrete* , 7 (3), 203-220.
- Schlaich, J., Schäfer, K., & Jennewein, M. (1987). Toward a consistent design of structural concrete. *PCI Journal* , 74-150.
- Setia, D., & Sharma, V. (2012). Seismic Response of R.C.C Building with Soft Storey. *International Journal of Applied Engineering Research* , 7 (11).
- Sharma, A. (2013). *Seismic Behavior and Retrofitting of RC Frame Structures with Emphasis on Beam-Column Joints - Experiments and Numerical Modeling*. Ph.D thesis, Universidade de Stuttgart, Stuttgart.
- Shin, M., & LaFave, J. M. (2004). Modeling of cyclic joint shear deformation contributions in RC beam-column connections to overall frame behavior. *Structural Engineering and Mechanics* , 18 (5), 645-669.
- Tajiri, S., Shiohara, H., & Kusuhara, F. (2006). A new macro element of reinforced concrete beam-column joint for elasto-plastic plane frame analysis. *Eighth National Conference on Earthquake Engineering*. San Francisco, California.
- Task Group Bond Models. (2000). *Bulletin 10: State-of-art report - Bond of reinforcement in concrete*. Lausanne: Fédération internationale du béton (fib).
- Uma, S. R., & Prasad, A. M. (2006). Seismic behavior of beam column joints in reinforced concrete moment resisting frames - A review. *Indian Concrete Journal* .
- Van Mier, J. G. (1986). Multiaxial strain-softening of concrete, Part I: Fracture. *Materials and Structures* , 19 (110), pp. 179-190.
-

Vecchio, F. J., & Collins, M. P. (1986). The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear. *ACI Journal* , 219-231.