



FCTUC FACULDADE DE CIÊNCIAS  
E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

DEPARTAMENTO DE  
ENGENHARIA MECÂNICA

# **Estudo das características aerodinâmicas de perfis alares**

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica na Especialidade de Energia e Ambiente

## **Study of the aerodynamic characteristics of wing airfoils**

**Autor**

**André Rodrigues Bernardo**

**Orientadores**

**Professor Doutor Domingos Xavier Filomeno Carlos Viegas**

**Doutor Jorge Rafael Nogueira Raposo**

**Júri**

<b>Presidente</b>	<b>Professor Doutor Jorge Campos da Silva André</b> <b>Professor Auxiliar da Universidade de Coimbra</b>
<b>Orientador</b>	<b>Professor Doutor Domingos Xavier Filomeno Viegas</b> <b>Professor Doutor da Universidade de Coimbra</b>
<b>Vogais</b>	<b>Professor Doutor António Manuel Gameiro Lopes</b> <b>Professor Auxiliar da Universidade de Coimbra</b>

---

**Coimbra, setembro, 2017**



*O sucesso é a soma de pequenos esforços repetidos dia após dia.*

Robert Collier



## Agradecimentos

A realização deste trabalho, como também de todo o meu percurso académico, não seria possível sem a contribuição de certas pessoas.

Em primeiro lugar quero agradecer aos meus pais, por tudo o que fizeram por mim ao longo da minha vida. Obrigado por todos os sacrifícios realizados em prol do meu sucesso académico. A vossa educação fez de mim a pessoa que sou hoje, e estou-vos muito grato por isso. Sem a vossa contribuição, como também a da minha irmã, não teria chegado aonde cheguei.

Quero agradecer aos meus tios e primos, por me terem acolhido muito bem, nestes últimos 5 anos, em vossa casa.

À minha restante família, um obrigado por me terem sempre apoiado.

Dedico este trabalho à minha falecida avó materna, com a qual aprendi muito e vivi bons momentos, e que foi sem dúvida uma das pessoas que me levou a chegar até aqui.

Agradeço também:

Aos meus amigos, àqueles que já conhecia e aos que surgiram ao longo do meu percurso em Coimbra, por todos os momentos vividos, e pela paciência que tiveram comigo. Certamente que vos levarei comigo para o resto da minha vida.

Aos meus orientadores, Prof. Dr. Xavier Viegas e Dr. Jorge Raposo, por todo o apoio proporcionado ao longo do desenvolvimento deste trabalho, pelo tempo despendido e pelo conhecimento que me transmitiram. Queria agradecer especialmente ao Prof. Dr. Xavier Viegas, por me ter proporcionado a possibilidade de desenvolver um trabalho na área da Aerodinâmica, pela qual tenha um gosto especial, e por me ter sempre incentivado a fazer melhor. Para mim, foi um gosto trabalhar com profissionais tão competentes como eles.

Ao Prof. João Carrilho, pela simpatia que me transmitiu, pela sua disponibilidade, e pelo apoio prestado na fase final dos ensaios experimentais, mesmo não tendo essa obrigação.

Por último, mas não menos importante, queria agradecer aos restantes Professores do DEM que contribuíram valiosamente para a minha evolução enquanto aluno e como pessoa.



## Resumo

Esta dissertação de mestrado tem como objectivo estudar as forças que actuam sobre asas com diferentes alongamentos, quando sujeitas a um escoamento subsónico. As asas estudadas têm um perfil simétrico NACA 0012. Este estudo foi realizado no Laboratório de Mecânica dos Fluidos do Departamento de Engenharia Mecânica.

Foi estudada a variação da intensidade e direcção das forças e momentos aplicados na asa, e dos respectivos coeficientes aerodinâmicos, com a variação do ângulo de ataque, do alongamento e do número de Reynolds.

Estes coeficientes aerodinâmicos foram determinados por via computacional e experimental. Os coeficientes obtidos computacionalmente surgiram da implementação de métodos teóricos num programa destinado a programação, designado por *MatLab*.

Efectou-se uma comparação entre os resultados experimentais e os obtidos através de modelos teóricos. Com isto, é possível efectuar a sua validação, ou seja, estudar a aproximação que estes resultados possuem em relação aos obtidos experimentalmente. Verificou-se que apesar de os modelos teóricos considerarem o fluido como invíscido, estes permitem, ainda assim, obter resultados próximos das medições.

Relativamente aos métodos tridimensionais, verificou-se que os resultados obtidos pela Teoria da Superfície Sustentadora possuem um maior grau de fiabilidade, pelo facto destes serem representados sob a forma de um conjunto de coeficientes distribuídos na superfície da asa. Enquanto que a Teoria Clássica da Linha Sustentadora, apenas permite obter, para uma dada asa e ângulo de ataque, um só coeficiente.

Ao longo da realização dos trabalhos experimentais, verificou-se que a medição da força de arrasto não apresentava valores consistentes. Tal facto, levou ao estudo de possíveis interferências entre as componentes de arrasto e de sustentação, como também entre o arrasto e o momento.

**Palavras-chave:** Perfil alar NACA 0012, Coeficientes aerodinâmicos, Sustentação, Arrasto, Métodos teóricos, *MatLab*.





## Abstract

This dissertation aims to study the forces that act on wings with different aspect ratios, when subjected to a subsonic flow. The studied wings have a symmetric airfoil NACA 0012. This study was carried out in the Laboratory of Fluid Mechanics of the Department of Mechanical Engineering.

It was studied the variation of the intensity and direction of the forces and moments applied in the wing, and of the respective aerodynamic coefficients, with the variation of the angle of attack, the aspect ratio and the Reynolds number.

These aerodynamic coefficients were determined computationally and experimentally. The coefficients, that were obtained computationally, emerged from the implementation of theoretical methods in MatLab.

The various results, obtained computationally and experimentally, were subsequently compared. With this, it is possible to carry out its validation. In other words, it is possible to study the approximation that these results have in relation to those obtained experimentally. It was verified that the theoretical methods, which consider the fluid as being inviscid, obtain good results in relation to those obtained by the measurements.

With respect to the three-dimensional methods, it was verified that the results obtained by the Lifting Surface Theory have a higher degree of reliability, due to the fact that they are represented by a set of coefficients distributed along the lifting surface. While the Prandtl Lifting Line Theory, only allows to obtain, for a given wing and angle of attack, a single coefficient.

During the experimental work, it was verified that the measurement of the drag force didn't present consistent values. So, this led to the study of possible interferences between the drag and lift components, as also between the drag and momentum components.

**Keywords:** Airfoil NACA 0012, Aerodynamic coefficients, Lift, Drag, Theoretical methods, MatLab.



## Índice

Índice de Figuras .....	xi
Índice de Tabelas .....	xv
Simbologia e Siglas .....	xvii
Simbologia.....	xvii
Siglas .....	xxi
1. Introdução.....	1
1.1. Enquadramento .....	1
1.2. Motivação .....	3
1.3. Coeficientes aerodinâmicos .....	3
1.4. Caracterização geométrica das asas .....	4
1.5. Estrutura do trabalho.....	6
2. Revisão Bibliográfica .....	9
2.1. Escoamento Tridimensional.....	9
2.2. Métodos teóricos tridimensionais .....	11
2.2.1. Teoria Clássica da Linha Sustentadora.....	12
2.2.1.1. Determinação da distribuição da sustentação para uma asa finita .....	15
2.2.2. Teoria da Superfície Sustentadora.....	18
2.2.2.1. Método da Malha de Vórtices .....	20
3. Desenvolvimento experimental .....	23
3.1. Túnel aerodinâmico .....	23
3.1.1. Calibração do túnel aerodinâmico .....	24
3.1.1.1. Anemómetro de fio quente.....	24
3.1.1.2. Determinação da velocidade do escoamento .....	25
3.1.1.3. Caracterização do perfil de velocidades.....	26
3.2. Balança aerodinâmica .....	28
3.2.1. Programa de aquisição de dados.....	29
3.2.2. Calibração da balança aerodinâmica .....	30
3.2.2.1. Calibração da componente horizontal da balança .....	31
3.2.2.2. Calibração da componente vertical da balança .....	32
3.3. Cálculo dos coeficientes aerodinâmicos .....	33
3.3.1. Determinação das forças aplicadas na asa .....	33
3.3.1.1. Cálculo da força de sustentação .....	33
3.3.1.2. Cálculo da força de arrasto.....	34
3.3.1.3. Cálculo do momento .....	34
3.3.2. Determinação da densidade e viscosidade cinemática .....	34
3.4. Procedimento experimental .....	35
4. Resultados e Discussão.....	37
4.1. Ensaio experimentais.....	37
4.1.1. Estudo 1 .....	37

4.1.1.1.	Coeficiente de sustentação .....	37
4.1.1.2.	Coeficiente de arrasto.....	40
4.1.1.3.	Coeficiente de arrasto induzido.....	42
4.1.1.4.	Coeficiente de momento .....	42
4.1.1.5.	Eficiência aerodinâmica.....	44
4.1.2.	Estudo 2.....	45
4.2.	Comparação entre os resultados analíticos e experimentais.....	47
4.2.1.	Métodos bidimensionais.....	47
4.2.2.	Métodos tridimensionais .....	48
4.2.2.1.	Teoria Clássica da Linha Sustentadora .....	49
4.2.2.2.	Método da Malha de Vórtices.....	51
4.3.	Inconsistência da força de arrasto.....	53
4.3.1.	Teste de repetibilidade.....	54
4.3.2.	Interferência entre a sustentação e o arrasto.....	54
4.3.3.	Interferência entre o momento e o arrasto.....	57
5.	Conclusões .....	61
5.1.	Sugestões para trabalhos futuros .....	63
	Referências Bibliográficas .....	65
	Anexo A – Métodos teóricos bidimensionais .....	67
A.1.	Teoria dos perfis delgados.....	67
A.2.	Método de Hess & Smith .....	71
	Apêndice A – Análise dos métodos teóricos.....	75
A.1.	Método de Hess & Smith .....	75
A.2.	Teoria Clássica da Linha Sustentadora .....	76
A.3.	Método da Malha de Vórtices .....	77
A.4.	Determinação do declive da curva de sustentação do perfil alar.....	81
	Apêndice B – Análise da frequência de libertação de vórtices .....	83
	Apêndice C – Análise da inconsistência da força de arrasto.....	89

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1. Forças que atuam sobre uma aeronave, adaptado de [1, Cap. 1].	2
Figura 1.2. Representação das forças aplicadas sobre um perfil alar, e do momento aplicado em torno do centro aerodinâmico, adaptado de [1, Cap. 4].	4
Figura 1.3. (a) Ilustração das 3 asas utilizadas para o estudo experimental. (b) Representação da evolução da espessura do perfil alar ao longo da corda.	5
Figura 1.4. Disposição da Asa 1 na secção de ensaios.	5
Figura 1.5. Caracterização de uma asa finita.	6
Figura 1.6. Disposição das Asas 2 (a) e 3 (b), na secção de ensaios.	6
Figura 2.1. Ilustração das linhas de corrente relativas a um escoamento tridimensional [2, p. 51].	9
Figura 2.2. Libertação de vórtices nas duas extremidades da asa [1, Cap. 5].	10
Figura 2.3. Curvatura das linhas de corrente sobre uma asa finita, adaptado de [1, Cap. 5].	10
Figura 2.4. Efeito da componente descendente ( $w$ ) sobre o escoamento não perturbado, adaptado de [1, Cap. 5].	11
Figura 2.5. Asa Recta [3, Cap. 19].	12
Figura 2.6. (a) Representação de uma asa utilizando um filamento de vórtice em forma de ferradura. (b) Velocidade induzida pelo filamento de vórtice ao longo do eixo $y$ . Adaptados de [1, Cap. 5].	13
Figura 2.7. Sobreposição de um número, finito (a) e infinito (b), de filamentos de vórtices ao longo da linha sustentadora, adaptados de [1, Cap. 5].	13
Figura 2.8. Curvas de sustentação para uma asa com envergadura infinita (a) e finita (b), adaptados de [1, Cap. 5].	17
Figura 2.9. (a) Asa em flecha. (b) Asa com forma delta [1, Cap. 5].	18
Figura 2.10. Superfície Sustentadora, adaptado de [1, Cap. 5].	18
Figura 2.11. Velocidade induzida por um filamento de vórtice infinitesimal, num dado ponto P, adaptado de [1, Cap. 5].	19
Figura 2.12. (a) Superfície sustentadora discretizada por um conjunto de $N$ painéis. (b) Representação de um filamento de vórtice, em forma de ferradura, sobre um painel. Adaptados de [1, Cap. 5].	20
Figura 3.1. Túnel aerodinâmico.	24
Figura 3.2. Instalação do anemómetro de fio quente na secção de ensaios.	25

Figura 3.3 (a) Representação da velocidade do escoamento em função da frequência de rotação do motor. (b) Variação da temperatura do fluido ao longo do processo de calibração. ....	26
Figura 3.4. Posições ocupadas pela sonda, ao longo da caracterização do perfil de velocidades. Nesta figura está-se a olhar para a direcção de onde vem o escoamento. ....	27
Figura 3.5. (a) Velocidade do escoamento para diferentes pontos da secção de ensaios. (b) Variação da velocidade do escoamento relativamente à velocidade média da secção de ensaios. ....	27
Figura 3.6 Balança aerodinâmica de três componentes. ....	28
Figura 3.7. Interface do programa, disponibilizado em <i>LabVIEW</i> , destinado à aquisição de dados. ....	29
Figura 3.8. Interface apresentada pelo programa durante o processo de calibração. ....	31
Figura 3.9. Disposição das massas para a calibração da componente horizontal da balança. ....	32
Figura 3.10. Disposição das massas para a calibração da componente vertical da balança. ....	32
Figura 4.1. Coeficientes de sustentação obtidos com base nos dados experimentais. ....	37
Figura 4.2. Coeficientes de sustentação, por unidade de comprimento, obtidos com base nos dados experimentais. ....	40
Figura 4.3. Coeficientes de arrasto obtidos com base nos dados experimentais. ....	40
Figura 4.4. Coeficiente de arrasto relativo a diferentes tipos de perfis, adaptado de [13]. .	41
Figura 4.5. Coeficientes de arrasto induzido, obtidos com base nos dados experimentais. ....	42
Figura 4.6. Coeficientes de momento obtidos com base nos dados experimentais. ....	42
Figura 4.7. (a) Contribuição dos vórtices para a intensificação do momento negativo. (b) Inversão do sentido do momento devido à ocorrência de separação do escoamento. Adaptados de [14]. ....	44
Figura 4.8. Eficiência aerodinâmica obtida com base nos dados experimentais. ....	44
Figura 4.9. Coeficientes, de sustentação e de arrasto, obtidos com base nos dados experimentais do Estudo 2. ....	46
Figura 4.10. Coeficientes de sustentação obtidos experimentalmente, para a Asa 1, e analiticamente (Método de Hess & Smith e Teoria Clássica dos Perfis Delgados). ....	48
Figura 4.11. Coeficientes de sustentação obtidos experimentalmente e analiticamente (Teoria Clássica da Linha Sustentadora), para as Asas 2 (a) e 3(b). ....	49
Figura 4.12 Coeficientes de arrasto induzido, obtidos experimentalmente e analiticamente (Teoria Clássica da Linha Sustentadora), para as Asas 2 (a) e 3(b). ....	50
Figura 4.13. Ângulos induzidos, obtidos pela Teoria Clássica da Linha Sustentadora .....	50
Figura 4.14. Coeficientes de sustentação obtidos experimentalmente e analiticamente (Método da Malha de Vórtices), para as Asas 2 (a) e 3(b). ....	51

Figura 4.15. Coeficientes de arrasto induzido, obtidos experimentalmente e analiticamente (Método da Malha de Vórtices), para as Asas 2 (a) e 3(b). .....	52
Figura 4.16. Coeficientes de arrasto obtidos com base nos dados experimentais do Estudo 1.....	53
Figura 4.17. Forças de arrasto obtidas ao longo do teste de repetibilidade.....	54
Figura 4.18. Disposição das massas para os dois casos: (a) +45° e (b) -45°.....	55
Figura 4.19. Forças reais obtidas pelo extensómetro 3 (forças horizontais). .....	55
Figura 4.20. Variação da direcção da força resultante em função do ângulo de ataque da asa, adaptado de [1, Cap. 4].....	56
Figura 4.21. Ângulos de inclinação da força resultante, obtidos com base nos dados experimentais do Estudo 1. ....	56
Figura 4.22. Barra acoplada transversalmente ao eixo da balança.....	57
Figura 4.23. (a) Forças registadas pelo extensómetro 3.(b) Valores das forças reais. ....	58
Figura 4.24. Coeficientes de momento obtidos com base nos dados experimentais do Estudo 1.....	58
Figura An.1. Representação de um perfil delgado através de uma folha de vórtices, adaptado de [1, Cap. 4].....	67
Figura An.2. Representação de uma folha de vórtices sobre a linha de curvatura média, adaptado de [1, Cap. 4].....	68
Figura An.3. Representação de uma folha de vórtices sobre a linha de corda, adaptado de [1, Cap. 4].....	68
Figura An.4. Determinação da componente normal, à linha de curvatura média, do escoamento não perturbado, adaptado de [1, Cap. 4].....	69
Figura An.5. Discretização da folha de vórtices, adaptado de [1, Cap. 4]. ....	69
Figura An.6. Discretização de um perfil alar em $N$ painéis, adaptado de [7, Cap. 4]. ....	71
Figura An.7. Coordenadas de um ponto P, relativamente a um dado painel $i$ , adaptado de [7, Cap. 4].....	72
Figura An.8. Caracterização de um painel [7, Cap. 4]. ....	72
Figura An.9. Representação dos painéis próximos ao bordo de fuga do perfil [7, Cap. 4].	74
Figura Ap.1. Variação dos coeficientes, de sustentação (a) e de arrasto (b), em função do número de painéis.....	75
Figura Ap.2. Discretização da linha sustentadora utilizando 58 elementos, adaptado de [1, Cap. 5]. .....	76
Figura Ap.3. Variação dos coeficientes, de sustentação (a) e de arrasto induzido (b), relativamente aos resultados obtidos com uma discretização de 58 elementos. ...	77
Figura Ap.4. Discretização da superfície sustentadora.....	78
Figura Ap.5. Coeficientes, de sustentação (a) e de arrasto induzido (b), obtidos pelo MMV ( $AR = 2$ ). .....	78

Figura Ap.6. Variação dos coeficientes, de sustentação ( <i>a</i> ) e de arrasto induzido ( <i>b</i> ), relativamente à discretização de referência ( $AR = 2$ ).....	79
Figura Ap.7. Coeficientes, de sustentação ( <i>a</i> ) e de arrasto induzido ( <i>b</i> ), obtidos pelo MMV ( $AR = 2$ ).....	79
Figura Ap.8. Variação dos coeficientes, de sustentação ( <i>a</i> ) e de arrasto induzido ( <i>b</i> ), relativamente à discretização de referência ( $AR = 2$ ).....	80
Figura Ap.9. Coeficientes, de sustentação e de arrasto induzido, obtidos pelo MMV ( $AR = 2$ ). .....	80
Figura Ap.10. Declive dos segmentos de recta, formados com base na regressão linear entre 3 pontos. ....	82
Figura Bp.1. Oscilação da força, obtida pelo extensómetro 2, em torno da sua média. ....	83
Figura Bp.2. Libertação de vórtices, no bordo de ataque e no bordo de fuga.....	84
Figura Bp.3. ( <i>a</i> ) Sinal relativo à solicitação instantânea. ( <i>b</i> ) Frequência de oscilação do sinal. ....	84
Figura Bp.4. ( <i>a</i> ) Representação da direcção das forças aplicadas, e dos respectivos pontos de aplicação. ( <i>b</i> ) Frequências próprias obtidas ao longo do ensaio. ....	85
Figura Bp.5. Amplitude dos coeficientes, $a_n$ e $b_n$ , para diferentes velocidades de rotação do motor: ( <i>a</i> ) 30 Hz, ( <i>b</i> ) 40 Hz e ( <i>c</i> ) 50 Hz.....	86
Figura.Bp.6. Frequência de libertação de vórtices, para a superfície superior ( <i>a</i> ) e inferior ( <i>b</i> ), adaptado de [20]. ....	87
Figura Cp.1. Fixação do tirante lateral à balança aerodinâmica. ....	89
Figura.Cp.2. Exemplificação de dois planos de calibração, obtidos por um processo de calibração cruzada.....	90



## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 3.1. Esquematização dos diversos ensaios a realizar .....	36
Tabela 3.2. Caracterização dos 3 ensaios realizados ao longo do Estudo 1 .....	36
Tabela 4.1. Ângulos de ataque críticos e os correspondentes coeficientes de sustentação ..	38
Tabela 4.2. Ângulos de ataque para o qual a eficiência aerodinâmica é máxima, e os correspondentes valores de eficiência .....	45



## SIMBOLOGIA E SIGLAS

### Simbologia

- Símbolos gregos

$\Gamma$  – Intensidade da circulação [ $\text{m}^2/\text{s}$ ]

$\Gamma_j$  – Intensidade da circulação, relativamente a um filamento de vórtice de intensidade unitária, em torno do filamento de vórtice pertencente ao painel  $j$

$\Delta D_j$  – Força de arrasto induzido aplicada no painel  $j$  [N]

$\Delta L_j$  – Força de sustentação aplicada no painel  $j$  [N]

$\Delta y_j$  – Comprimento do vórtice de fronteira associado ao painel  $j$  [m]

$\alpha$  – Ângulo de ataque [°]

$\alpha_{eff}$  – Ângulo de ataque efectivo [°]

$\alpha_i$  – Ângulo induzido [°]

$\alpha_{L=0}$  – Ângulo de ataque para o qual a sustentação é nula [°]

$\gamma$  – Intensidade, por unidade de comprimento, da folha de vórtices paralelos ao eixo  $y$  [m/s]

$\delta$  – Intensidade, por unidade de comprimento, da folha de vórtices paralelos ao eixo  $x$  [m/s]

$\delta_w$  – Intensidade, por unidade de comprimento, da folha de vórtices presente na esteira da superfície sustentadora [m/s]

$\eta$  – Coordenada de um ponto pertencente a um filamento de vórtices (direcção  $y$ ) [m]

$\theta_0$  – Coordenada de um ponto pertencente à linha sustentadora [°]

$\theta_i$  – Ângulo do painel  $i$  em relação ao eixo horizontal [°]

$\mu$  – Viscosidade dinâmica do fluido [ $\text{Pa} \cdot \text{s}$ ]

$\nu$  – Viscosidade cinemática do fluido [ $\text{m}^2/\text{s}$ ]

$\xi$  – Coordenada de um ponto pertencente a um filamento de vórtices (direcção  $x$ ) [m]

$\rho$  – Densidade do fluido [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ]

$\rho_\infty$  – Densidade do escoamento não perturbado [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ]

$\phi$  – Potencial de velocidade [ $\text{m}^2/\text{s}$ ]

- Símbolos

$\alpha$  – Declive da curva de sustentação da asa [ $\text{rad}^{-1}$ ]

$\alpha_0$  – Declive da curva de sustentação do perfil [ $\text{rad}^{-1}$ ]

$a_{ij}$  – Coeficiente de influência associado ao cálculo das intensidades de circulação [ $\text{m}/\text{s}$ ]

$A_n$  – Coeficiente de influência obtido através da TCLS

$AR$  – Alongamento da asa

$b$  – Comprimento da envergadura da asa [ $\text{m}$ ]

$b_{cal}$  – Ordenada na origem [ $\text{mV}$ ]

$b_{ij}$  – Coeficiente de influência associado ao cálculo das velocidades descendentes em cada um dos pontos de controlo [ $\text{m}/\text{s}$ ]

$c$  – Comprimento da corda do perfil [ $\text{m}$ ]

$C_{Drag}$  – Coeficiente de arrasto associado a um corpo tridimensional

$C_{D,i}$  – Coeficiente de arrasto induzido associado a um corpo tridimensional

$c_{Drag}$  – Coeficiente de arrasto associado a um corpo bidimensional

$C_{Drag,min}$  – Coeficiente de arrasto mínimo associado a um corpo tridimensional

$C_i$  – Coeficiente obtido a partir de uma discretização com  $i$  elementos

$C_{i,j}$  – Coeficiente obtido a partir de uma discretização com  $i$  painéis ao longo do eixo  $x$  e  $j$  painéis ao longo do eixo  $y$ .

$C_{Lift}$  – Coeficiente de sustentação associado a um corpo tridimensional

$c_{Lift}$  – Coeficiente de sustentação associado a um corpo bidimensional

$C_{Lift,máx}$  – Coeficiente de sustentação máximo associado a um corpo tridimensional

$C_{Momento}$  – Coeficiente de momento associado a um corpo tridimensional

$c_{Momento,c/4}$  – Coeficiente de momento relativo ao ponto situado em  $x = c/4$

$c_{Momento}$  – Coeficiente de momento associado a um corpo bidimensional

$d$  – Distância entre o eixo da balança e os pontos de fixação dos extensômetros nas lâminas de deformação [m]

$D_f$  – Arrasto proveniente da fricção existente ao longo da superfície da asa [N]

$D_i$  – Arrasto induzido pela libertação de vórtices em ambas as extremidades da asa [N]

$D_p$  – Arrasto de pressão, induzido pelos gradientes de pressão [N]

$Drag$  – Força de arrasto total aplicada num corpo tridimensional [N]

$Drag'$  – Força de arrasto total por unidade de comprimento [N/m]

$F$  – Força resultante [N]

$f$  – Frequência de rotação do motor [Hz]

$F_d$  – Força aplicada horizontalmente, da esquerda para a direita [N]

$F_e$  – Força aplicada horizontalmente, da direita para a esquerda [N]

$F_v$  – Força aplicada verticalmente (sentido descendente) [N]

$f_0$  – Frequência de libertação de vórtices junto à superfície superior da asa [Hz]

$f_n$  – Frequência própria [Hz]

$f_s$  – Frequência de libertação de vórtices junto à superfície inferior da asa [Hz]

$f_{vortex}$  – Frequência de libertação de vórtices [Hz]

$F_x$  – Força registada pelo extensómetro 3 [N]

$F_{x,0}$  – Zero da força registada pelo extensómetro 3 [N]

$F_{y1}$  – Força registada pelo extensómetro 1 [N]

$F_{y1,0}$  – Zero da força registada pelo extensómetro 1 [N]

$F_{y2}$  – Força registada pelo extensómetro 2 [N]

$F_{y2,0}$  – Zero da força registada pelo extensómetro 2 [N]

$l_i$  – Comprimento do painel  $i$  [m]

$Lift$  – Força de sustentação aplicada num corpo tridimensional [N]

$Lift'$  – Força de sustentação por unidade de comprimento [N/m]

$m$  – Sensibilidade [mV/N]

$Momento$  – Momento aplicado em torno de um eixo [N · m]

$Momento'$  – Momento aplicado por unidade de comprimento [N]

$N$  – Número total de painéis/elementos

$\mathbf{n}_i$  – Vector (unitário) normal à superfície do painel  $i$

- $P$  – Pressão total exercida no fluido [Pa]
- $q_i$  – Intensidade da fonte/poço no painel  $i$  [ $m^2/s$ ]
- $R$  – Constante universal dos gases perfeitos [ $\frac{J}{kg.K}$ ]
- $Re$  – número de Reynolds do escoamento
- $S$  – Área da asa (em planta) [ $m^2$ ]
- $St$  – Número de Strouhal
- $T$  – Temperatura do fluido [K]
- $\mathbf{t}_i$  – Vector (unitário) tangencial à superfície do painel  $i$
- $T_{m\acute{a}x}$  – Força de propulsão máxima fornecida pelas turbinas/hélices existentes na aeronave [N]
- $u, v, w$  – Componentes da velocidade nas direcções  $x, y$  e  $z$  [m/s]
- $u^*, v^*, w^*$  – Componentes da velocidade induzida pelos vórtices livres nas direcções  $x, y$  e  $z$  [m/s]
- $V$  – Velocidade do fluido [m/s]
- $\mathbf{V}_i$  – Vector da velocidade do escoamento junto ao ponto de controlo do painel  $i$  [m/s]
- $\mathbf{V}_{ij}$  – Vector relativo à velocidade induzida, no ponto de controlo do painel  $i$ , pelo filamento de vórtice associado ao painel  $j$  [m/s]
- $V_{m\acute{a}x}$  – Velocidade máxima que a aeronave consegue atingir [m/s]
- $V_{m\acute{i}n}$  – Velocidade mínima para o qual a força de sustentação equivale à força gravítica da aeronave [m/s]
- $V_\infty$  – Velocidade do escoamento não perturbado [m/s]
- $V_{\infty,n}$  – Componente normal, da velocidade do escoamento não perturbado, à linha de curvatura média [m/s]
- $w$  – Velocidade induzida perpendicularmente à superfície sustentadora, linha sustentadora e linha da corda [m/s]
- $w'$  – Velocidade induzida perpendicularmente à linha de curvatura média [m/s]
- $w_0$  – Frequência fundamental [rad/s]
- Weight* – Força gravítica da aeronave [N]
- $w_{ind_i}, w_{ind_j}$  – Velocidade descendente no ponto de controlo do painel  $i$  e do painel  $j$  [m/s]

$x_{cal}$  – Força de solicitação [N]

$x_i, x_{i+1}$  – Coordenada  $x$  do ponto de fronteira  $i$  e  $i+1$  [m]

$y_0$  – Coordenada de um ponto pertencente à linha sustentadora [m]

$y_{cal}$  – Diferença de potencial entre os terminais do extensómetro [mV]

$y_i, y_{i+1}$  – Coordenada  $y$  do ponto de fronteira  $i$  e  $i+1$  [m]

$z_{t,máx}$  – Espessura máxima de um perfil de 4 dígitos [m]

## **Siglas**

DEM – Departamento de Engenharia Mecânica

MHS – Método de Hess & Smith

MMV – Método da Malha de Vórtices

NACA – National Advisory Committee for Aeronautics

TCLS – Teoria Clássica da Linha Sustentadora

TCPD – Teoria Clássica dos Perfis Delgados





# 1. INTRODUÇÃO

No presente capítulo será feito o enquadramento do tema, seguido da motivação, e da descrição dos coeficientes aerodinâmicos e da caracterização da asa. Por último, é realizada uma breve descrição da estrutura do trabalho.

## 1.1. Enquadramento

Os estudos das características aerodinâmicas de perfis alares, como também de asas com envergadura finita, desempenham um papel fundamental na área da aerodinâmica em geral e da aeronáutica em particular. Através deste tipo de estudos é possível estimar qual o desempenho da asa da aeronave ao longo das várias etapas do voo. Existem pelo menos dois parâmetros muito importantes na definição do desempenho de uma dada asa numa aeronave:

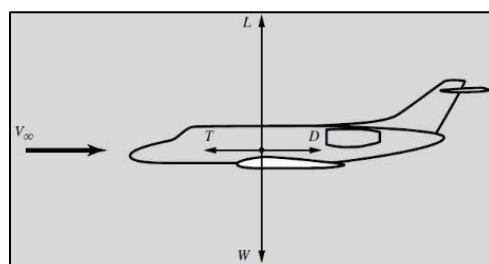
1. A velocidade mínima,  $V_{\min}$ , para o qual a força de sustentação equivale à força gravítica da aeronave,

$$V_{\min}(Lift = Weight) = \sqrt{\frac{2 \times Weight}{\rho_{\infty} \times S \times C_{Lift,m\acute{a}x}}} \quad (1.1)$$

2. A velocidade máxima,  $V_{m\acute{a}x}$ , que a aeronave consegue atingir,

$$V_{m\acute{a}x} = \sqrt{\frac{2 \times T_{m\acute{a}x}}{\rho_{\infty} \times S \times C_{Drag,m\acute{i}n}}} \quad (1.2)$$

Em que, *Lift* e *Weight* correspondem, respectivamente, à força de sustentação e à força gravítica da aeronave,  $\rho_{\infty}$  é a densidade do escoamento não perturbado,  $S$  é a área de ambas as asas,  $T_{m\acute{a}x}$  é a força de propulsão máxima disponibilizada pelas turbinas/hélices existentes na aeronave (Figura 1.1).



**Figura 1.1.** Forças que atuam sobre uma aeronave, adaptado de [1, Cap. 1].

Deste modo, este tipo de estudos requer a determinação do coeficiente de arrasto mínimo ( $C_{Drag,mín}$ ) e do coeficiente de sustentação máximo ( $C_{Lift,máx}$ ), relativos a uma dada asa. Consequentemente, através da determinação destes dois coeficientes é possível a estimação de ambos os parâmetros referidos anteriormente.

Como se sabe, os aviões voam devido à força de sustentação aplicada nas asas, sendo que a intensidade desta sustentação depende de certas variáveis, tais como, a velocidade relativa entre o ar e a aeronave, a envergadura, o número de Reynolds associado ao escoamento, o ângulo de ataque que a asa apresenta relativamente ao escoamento não perturbado, a forma do perfil alar, entre outros.

Posto isto, percebe-se a importância de se realizar este tipo de estudos experimentais, uma vez que a partir da sua realização é possível avaliar o impacto de certas variáveis sobre os coeficientes aerodinâmicos das asas.

Contudo, a realização de ensaios experimentais numa fase inicial de projecto de novas asas foi perdendo peso, dado que careciam de elevados custos económicos, particularmente quando se pretende estudar valores muito elevados do número de Reynolds. Por seu turno, ao longo do tempo foram sendo desenvolvidos diversos modelos, numéricos e analíticos, destinados ao cálculo dos diversos coeficientes aerodinâmicos. A utilização destes modelos, por parte das empresas, permitiu que estas reduzissem os custos associados às fases iniciais de projecto de novas asas.

Concluindo, nesta dissertação de mestrado pretende-se efectuar um estudo bidimensional, isto é, estudar as forças que actuam segundo um plano vertical (transversal ao eixo da envergadura da asa). Ou seja, através de uma balança aerodinâmica de 3 componentes, apenas será estudada a força de sustentação, a força de arrasto e o momento. Note-se que o estudo realizado seria mais detalhado, através da utilização de uma balança aerodinâmica de 6 componentes, visto que seria possível determinar as 3 forças e os 3 momentos atuantes num corpo tridimensional.

## 1.2. Motivação

Esta tese teve como principal motivação a compreensão de toda a componente experimental envolvida no estudo de uma dada asa. Apesar de o perfil em estudo (NACA 0012) já ter sido estudado previamente, o trabalho realizado e descrito, ao longo desta dissertação, poderia ser igualmente aplicado a outro tipo de perfis alares.

Deste modo, tomou-se conhecimento de diversos equipamentos utilizados ao longo de um estudo aerodinâmico, tais como, a balança aerodinâmica de 3 componentes, o túnel aerodinâmico subsónico e o anemómetro de fio quente.

Por outro lado, teve também como motivação realçar as vantagens que os modelos teóricos proporcionam durante uma fase inicial de projecto. Isto é, pretende-se mostrar que estes métodos não devem ser esquecidos perante o surgimento de novos métodos mais desenvolvidos. Apesar destes métodos serem elementares, não implica, necessariamente, que os resultados obtidos por estes não sejam próximos dos obtidos na realidade

Por fim, o trabalho realizado permitiu desenvolver algumas competências experimentais e computacionais, que conduziram a um desenvolvimento da capacidade de análise crítica. Sendo esta análise crítica, evidenciada ao longo da dissertação.

## 1.3. Coeficientes aerodinâmicos

Neste trabalho foram calculados determinados coeficientes aerodinâmicos, tais como, o coeficiente de sustentação, o coeficiente de arrasto e o coeficiente de momento. Estes coeficientes, também conhecidas como características aerodinâmicas, permitem estudar aerodinamicamente as forças/momentos que actuam sobre um dado objecto.

Os coeficientes de sustentação, de arrasto e de momento, relativos a corpos tridimensionais, são dados respectivamente por:

$$C_{Lift} = \frac{Lift}{\frac{1}{2} \times \rho_{\infty} \times V_{\infty}^2 \times S} \quad (1.3)$$

$$C_{Drag} = \frac{Drag}{\frac{1}{2} \times \rho_{\infty} \times V_{\infty}^2 \times S} \quad (1.4)$$

$$C_{Momento} = \frac{Momento}{\frac{1}{2} \times \rho_{\infty} \times V_{\infty}^2 \times S \times c} \quad (1.5)$$

Em que,  $V_\infty$  é a velocidade do escoamento não perturbado,  $Drag$  é a força de arrasto,  $Momento$  é o momento aplicado em torno de determinado ponto da asa, e  $c$  corresponde ao comprimento da corda do perfil alar.

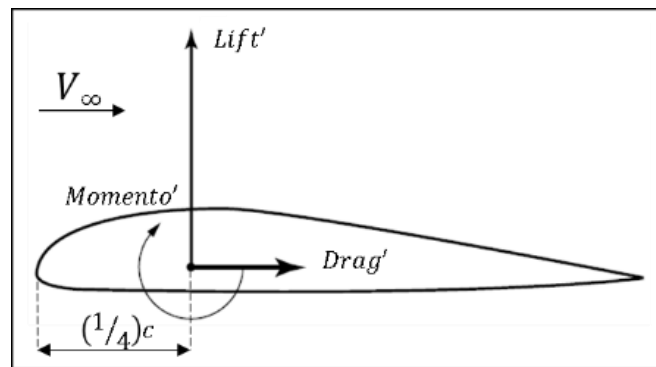
Relativamente a corpos bidimensionais, tais como perfis alares, os coeficientes aerodinâmicos, mencionados anteriormente, tomam a seguinte forma:

$$c_{Lift} = \frac{Lift'}{\frac{1}{2} \times \rho_\infty \times V_\infty^2 \times c} \quad (1.6)$$

$$c_{Drag} = \frac{Drag'}{\frac{1}{2} \times \rho_\infty \times V_\infty^2 \times c} \quad (1.7)$$

$$c_{Momento} = \frac{Momento'}{\frac{1}{2} \times \rho_\infty \times V_\infty^2 \times c^2} \quad (1.8)$$

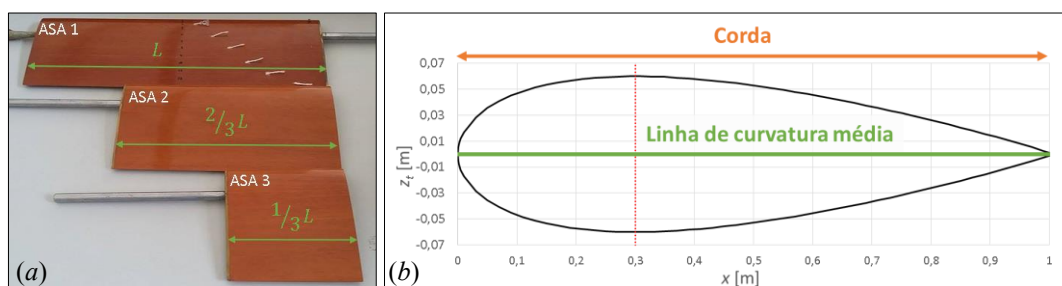
Em que,  $Lift'$  e  $Drag'$  correspondem, respectivamente, a forças de arrasto e de sustentação por unidade de comprimento, e  $Momento'$  é o momento aplicado por unidade de comprimento (Figura 1.2).



**Figura 1.2.** Representação das forças aplicadas sobre um perfil alar, e do momento aplicado em torno do centro aerodinâmico, adaptado de [1, Cap. 4].

## 1.4. Caracterização geométrica das asas

Tal como já foi dito anteriormente, um dos objectivos desta dissertação de mestrado era a determinação das características aerodinâmicas de asas com diferentes envergadura. Este estudo foi realizado para três asas com diferentes envergaduras, mas com o mesmo Perfil Alar, NACA 0012.



**Figura 1.3.** (a) Ilustração das 3 asas utilizadas para o estudo experimental. (b) Representação da evolução da espessura do perfil alar ao longo da corda.

As asas estudadas apresentam uma corda constante (15,24 cm), sendo que a envergadura varia entre 15,24 cm (Asa 1), 30,48 cm (Asa 2) e 45,72 cm (Asa 3). Note-se que a linha de curvatura média corresponde a uma recta horizontal pelo facto de a asa ser simétrica, isto é, a expressão que define a superfície superior é simétrica àquela que define a superfície inferior do perfil. A espessura máxima do perfil,  $z_{t,máx}$ , e o ponto,  $x(z_{t,máx})$ , para o qual esta se verifica, são dados respectivamente por:

$$z_{t,máx} = 0,12 \times corda \quad (1.9)$$

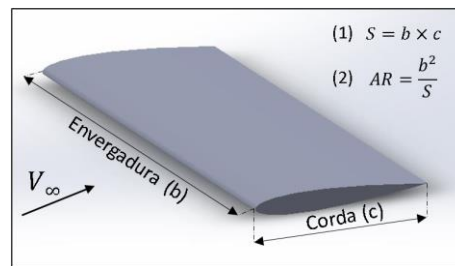
$$x(z_{t,máx}) = 0,30 \times corda \quad (1.10)$$

Por sua vez, a Asa 1 será considerada como uma asa de envergadura infinita pelo facto de apresentar a mesma dimensão, em termos de comprimento, que a secção de ensaios (Figura 1.4). Deste modo, a Asa 1 encaixa-se na perfeição dentro da secção de ensaios, inibindo, assim, que o escoamento em torno dela seja tridimensional. Posto isto, os coeficientes obtidos para esta asa são coeficientes aerodinâmicos relativos a corpos bidimensionais (p. ex.,  $C_{Drag}$  e  $C_{Lift}$ ), pelo facto de não se ter em conta o efeito introduzido pela envergadura finita.



**Figura 1.4.** Disposição da Asa 1 na secção de ensaios.

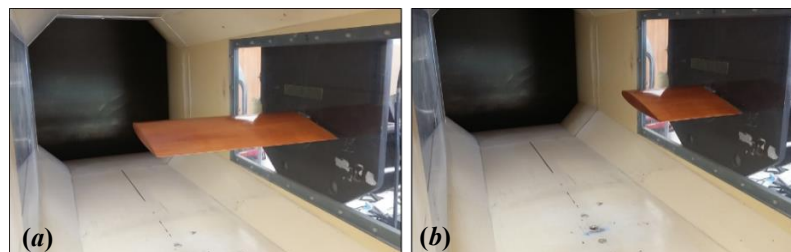
Relativamente às Asas 2 e 3, os coeficientes obtidos são considerados por coeficientes aerodinâmicos relativos a corpos tridimensionais (p. ex.,  $C_{Drag}$  e  $C_{Lift}$ ), uma vez que neste caso já se regista o efeito da envergadura finita.



**Figura 1.5.** Caracterização de uma asa finita.

Relembrando que a envergadura da Asa 1 é considerada como sendo infinita, isso implica que o seu alongamento ( $AR$ ) seja, também, considerado de infinito.

Em relação às Asas 2 e 3, estas possuem um alongamento igual a 4 e 2, respectivamente. Note-se que ao utilizar a expressão (2), ilustrada na Figura 1.5, os valores de alongamento obtidos para Asas 2 e 3 seriam iguais a 2 e 1, respectivamente. Contudo, é importante referir que o facto de os ensaios serem realizados com uma extremidade da asa próxima da parede da secção de ensaios, tal como é visualizado na Figura 1.6, implica que o alongamento real seja o dobro. Por outras palavras, significa que a asa inserida na secção de ensaios corresponde a metade de uma asa imaginária, daí os alongamentos considerados serem iguais a 4 (Asa 2) e 2 (Asa1).



**Figura 1.6.** Disposição das Asas 2 (a) e 3 (b), na secção de ensaios.

## 1.5. Estrutura do trabalho

Esta dissertação está repartida em cinco capítulos, sendo este a introdução, onde se demonstra a importância do estudo das características aerodinâmicas de perfis alares, sendo também efectuada uma breve descrição dos coeficientes aerodinâmicos, e por fim, uma breve apresentação das asas estudadas. De seguida, efectua-se uma revisão bibliográfica, capítulo 2, em que se procede a uma breve descrição dos modelos analíticos utilizados para o estudo das características aerodinâmicas de asas com envergadura finita. O terceiro capítulo é dedicado ao desenvolvimento experimental, apresentando as diversas calibrações efectuadas, como também a metodologia implementada para a obtenção das forças aplicadas

sobre as diferentes asas. No capítulo quatro, é efetuada a análise e discussão dos resultados obtidos experimentalmente e analiticamente. Por fim, no capítulo 5, são apresentadas as conclusões e considerações finais desta dissertação, e ainda, são feitas algumas sugestões para trabalhos futuros.





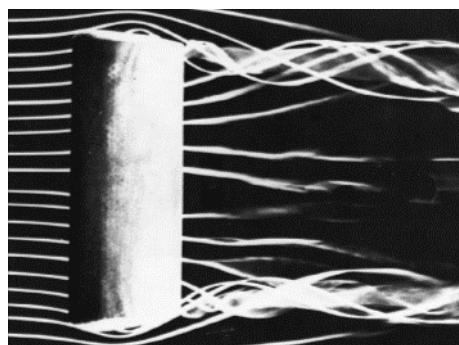
## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo consiste na introdução de conceitos fundamentais para o entendimento do conteúdo a analisar nos capítulos seguintes. Para que isso ocorra, ao longo deste capítulo será aprofundado o conceito de escoamento tridimensional em torno de uma asa finita, como também serão descritos dois métodos teóricos, destinados ao cálculo dos coeficientes adimensionais para asas finitas.

O presente capítulo está dividido em duas secções. A secção 2.1 descreve o modo como se processa o escoamento em torno de asas finitas. Na secção 2.2 serão descritos os dois métodos teóricos, considerados de tridimensionais pelo facto de serem relativos a asas finitas. Note-se, ainda, que no anexo A encontram-se descritos dois métodos teóricos bidimensionais, a Teoria Clássica dos Perfis Delgados e o Método de Hess & Smith.

### 2.1. Escoamento Tridimensional

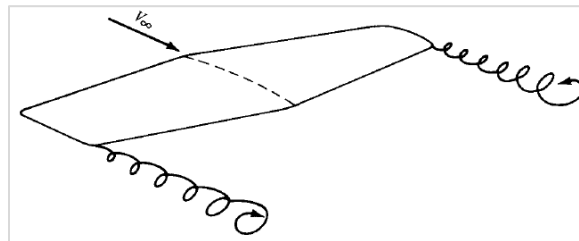
Os métodos descritos, no anexo A, revelaram-se ser importantes numa fase de previsão dos coeficientes aerodinâmicos de perfis alares. Contudo, estes métodos não se adequam ao estudo de asas com envergadura finita, uma vez que o escoamento em estudo deixa de apresentar uma configuração bidimensional, tal como é visível na Figura 2.1. Deste modo, foi então necessário tomar um melhor conhecimento acerca deste tipo de escoamentos, de modo a tornar possível o desenvolvimento de novos modelos teóricos, destinados ao estudo de asas com envergadura finita.



**Figura 2.1.** Ilustração das linhas de corrente relativas a um escoamento tridimensional [2, p. 51].

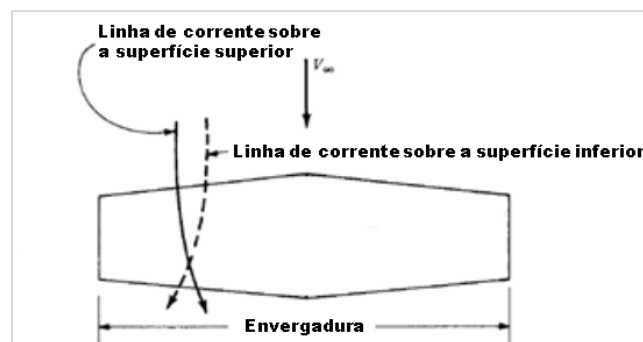
Segundo Anderson [1, Cap. 5], verifica-se que os escoamentos em torno de asas finitas apresentam uma configuração tridimensional, sendo então possível registar uma componente do escoamento paralela à direcção da envergadura. Consequentemente, esta nova configuração do escoamento, leva a que as propriedades aerodinâmicas de uma asa finita sejam diferentes do que para uma asa infinita [1, Cap. 5].

Posto isto, verificou-se que a diferença de pressão existente, entre a superfície superior e inferior da asa, promove a formação de vórtices nas extremidades desta mesma (Figura 2.2). Esta ideia foi enunciada pelo aerodinamicista Frederick Lanchester, no seu primeiro livro publicado, intitulado de *Aerodynamics* [1, Cap. 5].



**Figura 2.2.** Libertação de vórtices nas duas extremidades da asa [1, Cap. 5].

Ou seja, o escoamento proveniente da superfície inferior, zona de alta pressão, tende a fluir para a superfície superior, zona de baixa pressão, induzindo uma alteração na direcção das linhas de corrente do escoamento, segundo a direcção da envergadura (Figura 2.3).

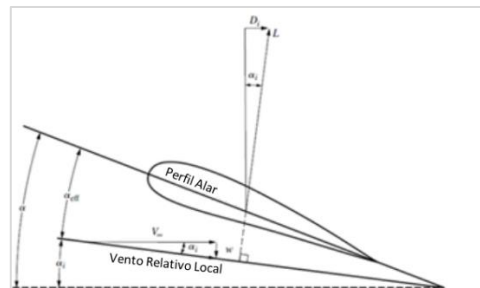


**Figura 2.3.** Curvatura das linhas de corrente sobre uma asa finita, adaptado de [1, Cap. 5].

Por outro lado, os vórtices libertados nas extremidades da asa induzem uma velocidade descendente em direcção à asa, designada por downwash  $w$ . Deste modo, a velocidade descendente,  $w$ , altera o ângulo de ataque efectivo,  $\alpha_{eff}$ . Sendo que este ângulo,  $\alpha_{eff}$ , equivale ao ângulo de ataque efectivamente “visto” por uma dada secção da asa. Tal facto, resulta da combinação entre o escoamento não perturbado,  $V_\infty$ , e a componente

descendente,  $w$ , tendo como consequência a inclinação do escoamento resultante, também designado por vento relativo local.

Analisando a Figura 2.4, verifica-se que a sustentação  $L$  apresenta uma dada inclinação  $\alpha_i$  - ângulo de ataque induzido - relativamente ao escoamento não perturbado. Note-se que esta inclinação é originada pela componente descendente  $w$ . Deste modo, a sustentação produzida, em asas finitas, pode ser decomposta segundo uma componente horizontal e vertical, sendo a componente horizontal designada por arrasto induzido  $D_i$ .



**Figura 2.4.** Efeito da componente descendente ( $w$ ) sobre o escoamento não perturbado, adaptado de [1, Cap. 5].

Assim, o arrasto total para uma dada asa finita é dado por:

$$Drag = D_i + D_p + D_f \quad (2.1)$$

Sendo,  $D_f$  o arrasto proveniente da fricção existente ao longo da superfície da asa, e  $D_p$  o arrasto devido à pressão. Por seu turno, o coeficiente de arrasto total da asa ( $C_D$ ) pode ser definido pela soma entre o coeficiente de arrasto induzido ( $C_{D,i}$ ) e o coeficiente de arrasto do perfil ( $c_d$ ).

$$C_{Drag} = C_{D,i} + c_d = \frac{D_i}{\frac{1}{2} \times \rho_\infty \times V_\infty^2 \times S} + \frac{D_f + D_p}{\frac{1}{2} \times \rho_\infty \times V_\infty^2 \times S} \quad (2.2)$$

## 2.2. Métodos teóricos tridimensionais

Deste modo, depois de conhecidos os efeitos provocados pelo escoamento em torno de asas finitas, um dos objectivos fundamentais foi o estudo do arrasto induzido e o seu efeito na variação dos coeficientes aerodinâmicos.

Nesta secção são apresentados dois métodos teóricos, a Teoria Clássica da Linha Sustentadora e o Método da Malha de Vórtices. Por seu turno, são também demonstradas as diversas etapas matemáticas que serão posteriormente resolvidas via *MatLab*.

### 2.2.1. Teoria Clássica da Linha Sustentadora

Durante o período de 1911-1918, Ludwig Prandtl e os seus colaboradores concretizaram o objectivo de desenvolver um método teórico capaz de prever as características aerodinâmicas de uma asa finita, a teoria da asa finita [1, Cap. 5].

Actualmente, esta teoria ainda é muito utilizada na indústria, representando por sua vez, um papel fundamental na fase de previsão das características aerodinâmicas de asas. Contudo, representa apenas um papel de “previsão”, visto que não contabiliza certos factores, tais como, a viscosidade do fluido. Por outro lado, apenas é aplicável em asas rectas, isto é, em asas cuja linha média da corda é recta (Figura 2.5), e que por sua vez possuam um elevado alongamento. Sendo que esta linha, é formada pela junção dos diversos segmentos de recta que unem os pontos centrais da cordas de cada secção da asa [3, Cap. 19]. Segundo Phillips *et al* [4], verificou-se que, para asas rectas com alongamentos maiores do que 4, os resultados obtidos por esta teoria apresentam uma boa concordância com os resultados experimentais.

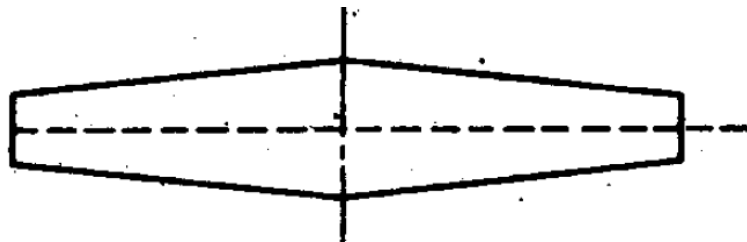
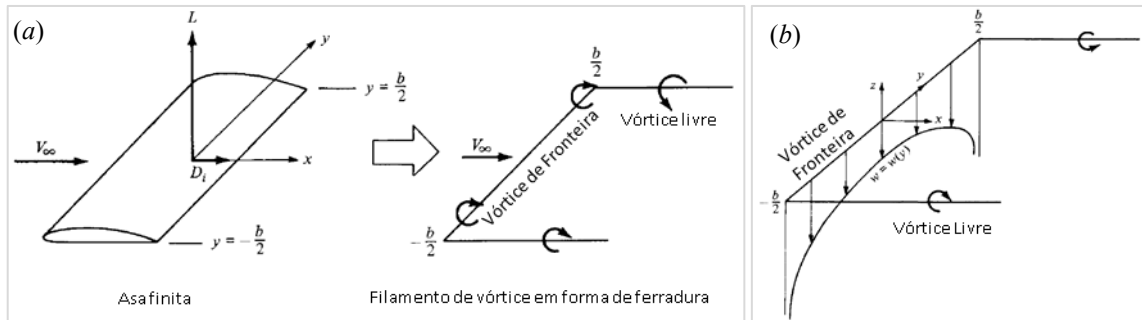


Figura 2.5. Asa Recta [3, Cap. 19].

Prandtl desenvolveu a sua teoria, entre 1911-1918, recorrendo ao conhecimento existente relativamente aos filamentos de vórtices, que por sua vez representam um papel importante na síntese de escoamentos complexos. Deste modo, Prandtl assumiu que uma dada asa finita podia ser representada através de um filamento de vórtice em forma de ferradura (*horseshoe vortex*), tal como representado na para asas rectas com alongamentos maiores do que 4. Por sua vez, a teoria de Helmholtz encontra-se, também, evidenciada nesta teoria dado que se está perante um filamento de vórtice. Helmholtz afirmou que a intensidade de um dado filamento de vórtice deve permanecer constante ao longo do seu comprimento, e que as suas extremidades devem se estender até ao infinito ou então formar um caminho fechado. Nesta teoria, Prandtl considerou que os vórtices livres se estendem até ao infinito, e que por sua vez são responsáveis pela indução da velocidade  $w$  ao longo do eixo da asa,

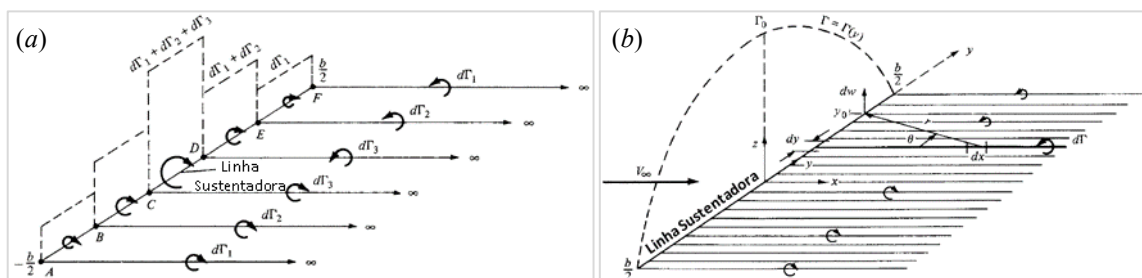
que neste caso é representada pelo vórtice de fronteira [1, Cap. 5]. A velocidade,  $w$ , induzida ao longo do eixo da asa, é dada por:

$$w(y) = -\frac{\Gamma}{4\pi} \frac{b}{(b/2)^2 - y^2} \tag{2.3}$$



**Figura 2.6.** (a) Representação de uma asa utilizando um filamento de vórtice em forma de ferradura. (b) Velocidade induzida pelo filamento de vórtice ao longo do eixo  $y$ . Adaptados de [1, Cap. 5].

Analisando a Figura 2.6(b), verifica-se que a componente  $w$  tende para infinito junto às extremidades da asa. Por outro lado, verificou-se que a distribuição da componente  $w$ , ao longo do eixo do vórtice de fronteira, não representava de forma realista o caso de uma casa finita. Devido a estes dois pormenores, Prandtl sugeriu alterar a representação da asa, sobrepondo um dado número de filamentos de vórtices em forma de ferradura, com intensidades de circulação  $\Gamma$  diferentes, ao longo do eixo da asa [Figura 2.7(a)]. Deste modo, a linha coincidente e paralela a todos os vórtices de fronteira, é designada por linha sustentadora.



**Figura 2.7.** Sobreposição de um número, finito (a) e infinito (b), de filamentos de vórtices ao longo da linha sustentadora, adaptados de [1, Cap. 5].

Com isto, a circulação ao longo da linha sustentadora varia com a coordenada  $y$ , não sendo constante como no caso anterior. Isto verifica-se, devido à soma das intensidades de circulação dos diversos vórtices de fronteira, situados ao longo da linha sustentadora. Por outro lado, através desta representação, é possível verificar que a intensidade de circulação é nula nas extremidades da asa, pelo que simula com eficiência o caso real.

Prandtl optou por sobrepor um número infinito de filamentos de vórtices ao longo da linha sustentadora, de modo a que a distribuição da intensidade de circulação  $\Gamma(y)$  fosse contínua, conduzindo deste modo a uma aproximação mais realística [Figura 2.7(b)]. Em consequência disso, passa a existir uma infinidade de vórtices livres, formando uma folha de vórtices na zona da esteira da asa. A velocidade  $w$  induzida num dado ponto  $y_0$ , é obtida através da contribuição de todos os vórtices livres, pelo que pode ser obtida pela seguinte equação:

$$w(y_0) = -\frac{1}{4\pi} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{(d\Gamma/dy)dy}{y_0 - y} \quad (2.4)$$

Uma vez que a velocidade do escoamento não perturbado,  $V_\infty$ , é por norma muito superior à componente descendente,  $w$ , isso implica que o ângulo induzido,  $\alpha_i$ , tome um valor relativamente pequeno. Deste modo, o cálculo do ângulo induzido pode ser simplificado pela seguinte forma:

$$\tan[\alpha_i(y_0)] = \frac{-w(y_0)}{V_\infty} \quad (2.5)$$

$$\Rightarrow \alpha_i(y_0) = \frac{-w(y_0)}{V_\infty} \quad (2.6)$$

Substituindo a Equação (2.6) na Equação (2.4), obtém-se:

$$\alpha_i(y_0) = \frac{1}{4\pi V_\infty} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{(d\Gamma/dy)dy}{y_0 - y} \quad (2.7)$$

Relembrando o conceito de coeficiente de sustentação para um perfil alar ( $c_{Lift}$ ), tem-se que:

$$c_{Lift} = a_0 [a_{eff} - a_{L=0}] \quad (2.8)$$

Em que,  $a_{L=0}$  corresponde ao ângulo de ataque da asa para o qual a sustentação é nula, e  $a_0$  corresponde ao declive da curva de sustentação do perfil alar da asa. Em relação à sustentação associada a um dado ponto,  $y_0$ , pertencente à linha sustentadora, o teorema de Kutta-Joukowski indica que:

$$L' = \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 c(y_0) c_{Lift} = \rho_\infty V_\infty \Gamma(y_0) \quad (2.9)$$

$$\Rightarrow c_{Lift} = \frac{2\Gamma(y_0)}{V_\infty c(y_0)} \quad (2.10)$$

Substituindo a Equação (2.10) na Equação (2.8), tem-se que:

$$\alpha_{eff} = \frac{2\Gamma(y_0)}{a_0 V_\infty c(y_0)} + \alpha_{L=0} \quad (2.11)$$

Uma vez que o ângulo de ataque efectivo equivale à diferença entre o ângulo de ataque geométrico e o ângulo de ataque induzido, isto é,

$$\alpha_{eff} = \alpha - \alpha_i \quad (2.12)$$

Ao substituir as Equações (2.7) e (2.11) na Equação (2.12), tem-se que:

$$\alpha(y_0) = \frac{2\Gamma(y_0)}{a_0 V_\infty c(y_0)} + \alpha_{L=0} + \frac{1}{4\pi V_\infty} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{(d\Gamma/dy)dy}{y_0 - y} \quad (2.13)$$

A Equação (2.13) representa a Equação Fundamental da Teoria da Linha Sustentadora de Prandtl, sendo a intensidade de circulação,  $\Gamma(y)$ , a única incógnita.

#### 2.2.1.1. Determinação da distribuição da sustentação para uma asa finita

Através da Teoria da Linha Sustentadora de Prandtl é possível determinar a intensidade de circulação,  $\Gamma(y)$ , ao longo de uma asa. Contudo, foi necessário simplificar a Equação (2.13) ao ponto de ser possível resolvê-la algebricamente. Posto isto, de acordo com a bibliografia [1, Cap. 5], tomaram-se algumas simplificações com o intuito de simplificar essa mesma equação.

Deste modo, as coordenadas dos pontos pertencentes à linha sustentadora, são determinadas pela seguinte transformação:

$$y = -\frac{b}{2} \cos \theta \quad (2.14)$$

Sendo que,  $\theta$  varia entre 0 ( $y = -b/2$ ) e  $\pi$  ( $y = b/2$ ). Com esta mudança de variável, a intensidade de circulação passou a ser descrita por  $\Gamma(\theta)$ .

Posteriormente, Prandtl sugeriu descrever a intensidade de circulação,  $\Gamma(\theta)$ , através de uma série de Fourier com seno, admitindo que esta seria uma boa aproximação para uma asa com uma forma arbitrária. Prandtl optou por este método uma vez que para uma distribuição de sustentação elíptica, a intensidade de circulação toma igualmente uma forma sinusoidal [5].

Assim, a função que descreve a intensidade de circulação é descrita por:

$$\Gamma(\theta) = 2bV_\infty \sum_1^N A_n \sin n\theta \quad (2.15)$$

Seguindo a referência [2], verifica-se que a Equação (2.13) toma a seguinte forma:

$$\alpha(\theta_0) = \frac{4b}{a_0 c(\theta_0)} \sum_1^N A_n \sin n\theta_0 + \alpha_{L=0}(\theta_0) + \sum_1^N n A_n \frac{\sin n\theta_0}{\sin \theta_0} \quad (2.16)$$

Deste modo, a determinação da função  $\Gamma(\theta)$  consiste na obtenção dos coeficientes  $A_n$ , que por sua vez são determinados a partir da resolução de um sistema composto por  $N$  equações fundamentais [Equação (2.16)], aplicada em cada um dos  $N$  pontos da linha sustentadora. Note-se que o número de equações ( $N$ ) pode tomar um valor qualquer, pelo que quanto maior for o seu valor, maior será a precisão dos resultados obtidos [5].

Posteriormente, depois de obtida a função  $\Gamma(\theta)$ , os coeficientes, de sustentação e de arrasto induzido, são determinados respectivamente pelas seguintes equações:

$$C_{Lift} = A_1 \pi \frac{b^2}{S} = A_1 \cdot \pi \cdot AR \quad (2.17)$$

$$C_{D,i} = \frac{C_{Lift}^2}{\pi \cdot AR} (1 + \delta) \quad (2.18)$$

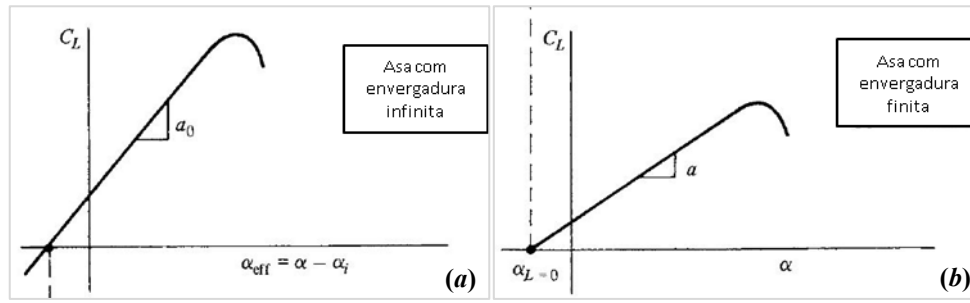
Sendo que, o coeficiente  $\delta$  é definido por:

$$\delta = \sum_2^N n \left( \frac{A_n}{A_1} \right)^2 \quad (2.19)$$

Para uma asa cuja resistência induzida é mínima, o coeficiente  $\delta$  é nulo. Tal facto acontece, quando se está perante uma asa com forma elíptica [1, Cap. 5].

O facto de a envergadura ser finita tem como consequência a redução do declive da curva de sustentação da asa infinita [Figura 2.8(a)]. Tal facto deve-se a que o ângulo efectivo,  $\alpha_{eff}$ , é menor do que o ângulo geométrico,  $\alpha$ , daí se obter para um dado ângulo de ataque, um coeficiente de sustentação menor [Figura 2.8(b)] [1, Cap. 5].





**Figura 2.8.** Curvas de sustentação para uma asa com envergadura infinita (a) e finita (b), adaptados de [1, Cap. 5].

Com isto, o declive de curva de sustentação  $a$ , pode ser obtido pela seguinte forma:

$$\frac{dC_{Lift}}{d\alpha_{eff}} = \frac{dC_{Lift}}{d(\alpha - \alpha_i)} = a_0 \quad (2.20)$$

$$\Rightarrow C_{Lift} = a_0(\alpha - \alpha_i) + const \quad (2.21)$$

Sendo que para uma asa elíptica tem-se que:

$$\alpha_i = \frac{C_{Lift}}{\pi AR} \quad (2.22)$$

Logo,

$$C_{Lift} = a_0 \left( \alpha - \frac{C_{Lift}}{\pi \cdot AR} \right) + const \quad (2.23)$$

$$\Rightarrow \frac{dC_{Lift}}{d\alpha} = a = \frac{a_0}{1 + \frac{a_0}{\pi \cdot AR}} \quad (2.24)$$

Por seu turno, a equação (2.24) é reajustada ao ponto de ser aplicada para uma asa com uma forma qualquer, tomando a seguinte forma:

$$a = \frac{a_0}{1 + \left( \frac{a_0}{\pi \cdot AR} \right) \cdot (1 + \tau)} \quad (2.25)$$

Note-se que o coeficiente  $\tau$  depende dos coeficientes  $A_n$ , obtidos durante o cálculo da função  $\Gamma(\theta)$ . Contudo, o coeficiente  $\tau$  também pode ser obtido através da consulta de uma tabela desenvolvida, durante os anos 20, por Glauert. Esta tabela foi publicada, em 1926, no seu livro designado por - *The Elements of Aerofoil and Airscrew Theory* [1, Cap. 5].

### 2.2.2. Teoria da Superfície Sustentadora

Este método surgiu da incapacidade que o método da linha sustentadora de Prandtl possuía, relativamente à previsão das características aerodinâmicas de asas com baixo alongamento, asas em flecha e asas com forma delta (Figura 2.9) [1, Cap. 5].

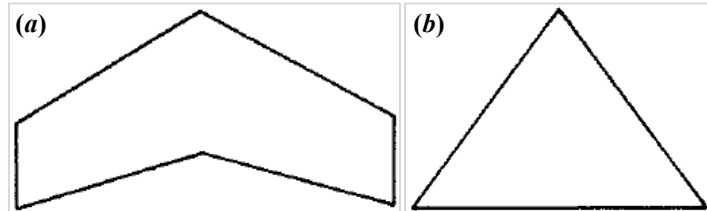


Figura 2.9. (a) Asa em flecha. (b) Asa com forma delta [1, Cap. 5].

Posto isto, considerou-se a representação de uma asa finita segundo uma disposição de diversas linhas sustentadoras, paralelas ao eixo  $y$ , em diferentes posições da corda. Deste modo, a superfície sustentadora da asa é formada por duas folhas de vórtices com intensidades por unidade de comprimento distintas,  $\gamma(x, y)$  e  $\delta(x, y)$ . As intensidades  $\gamma(x, y)$  e  $\delta(x, y)$  estão associadas, respectivamente, aos filamentos de vórtices paralelos aos eixos  $y$  e  $x$  (Figura 2.10). Os filamentos de vórtices paralelos ao eixo  $x$  estendem-se até ao infinito, enquanto que os restantes filamentos de vórtices, abrangem apenas a envergadura da asa. O facto de haver uma constante sobreposição de filamentos de vórtices, com intensidades distintas, leva a que ambas as intensidades,  $\gamma(x, y)$  e  $\delta(x, y)$ , variem consoante as coordenadas  $x$  e  $y$ . Contudo, na zona da esteira, a intensidade da folha de vórtices,  $\delta_w(y)$ , depende apenas de uma direcção pelo facto de os filamentos de vórtices, paralelos ao eixo  $x$ , não serem cruzados por outros filamentos. Assim, a intensidade  $\delta_w(y)$  é igual à intensidade  $\delta(x, y)$ , registada para os pontos pertencentes ao bordo de fuga, ou seja, em que a coordenada  $x$  corresponda a um ponto pertencente a este mesmo bordo [1, Cap. 5].

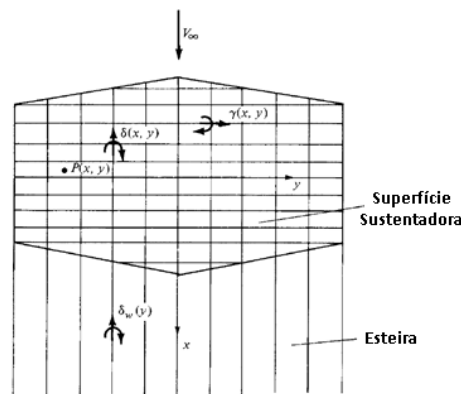


Figura 2.10. Superfície Sustentadora, adaptado de [1, Cap. 5].

Assim, este método tem como objetivo garantir que a superfície sustentadora é uma superfície de corrente do escoamento. Ou seja, é necessário assegurar que a componente normal, da velocidade do escoamento, à superfície sustentadora é nula. Por sua vez, esta velocidade é dada pela soma entre a velocidade do escoamento não perturbado ( $V_\infty$ ) e a velocidade ( $w$ ) induzida, num dado ponto  $P(x, y)$ , pelos filamentos de vórtices existentes ao longo da superfície sustentadora e da esteira. Deste modo, a condição de fronteira imposta por este método é descrita por:

$$\nabla(\phi + \phi_\infty) \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (2.26)$$

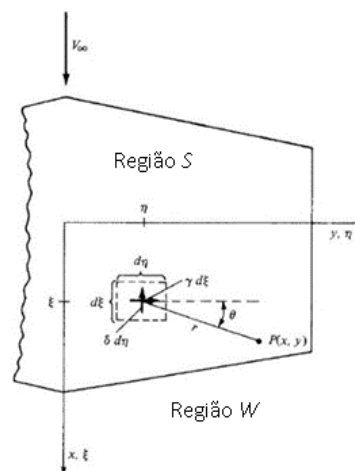
$$w(x, y) + V_\infty \sin \alpha = 0 \quad (2.27)$$

Em que, o vetor  $\mathbf{n}$  é o vetor normal (unitário) à superfície da asa finita. Deste modo, a velocidade induzida,  $w$ , num dado ponto  $P(x, y)$ , é dada por:

$$w(x, y) = -\frac{1}{4\pi} \iint_S \frac{(x - \xi)\gamma(\xi, \eta) + (y - \eta)\delta(\xi, \eta)}{[(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2]^{\frac{3}{2}}} d\xi d\eta \quad (2.28)$$

$$-\frac{1}{4\pi} \iint_W \frac{(y - \eta)\delta_w(\xi, \eta)}{[(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2]^{\frac{3}{2}}} d\xi d\eta$$

Sendo que as coordenadas  $\xi$  e  $\eta$ , são relativas a um ponto de um dado filamento de vórtice presente na superfície sustentadora, tal como visualizado na Figura 2.11. Na Equação (2.28), o primeiro e segundo termo representam, respectivamente, a velocidade induzida pela superfície sustentadora (Região  $S$ ) e pela esteira (Região  $W$ ).



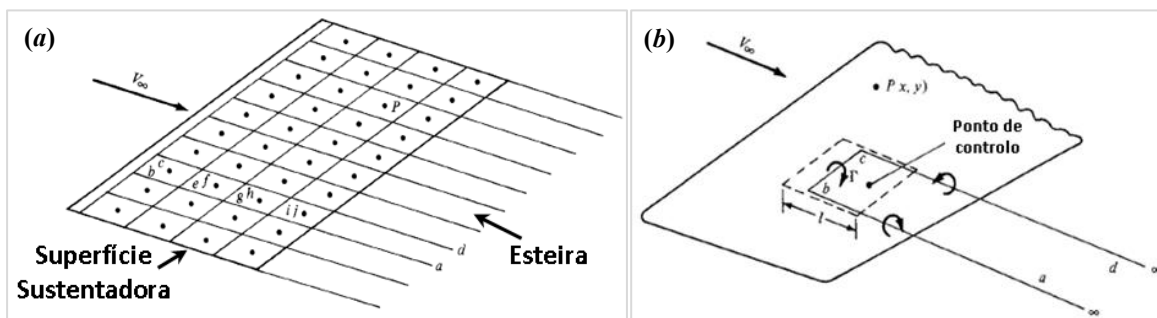
**Figura 2.11.** Velocidade induzida por um filamento de vórtice infinitesimal, num dado ponto  $P$ , adaptado de [1, Cap. 5].

Todavia, o processo de resolução deste método, que consistia em resolver a Equação (2.28) respeitando a Equação (2.27), era algo complicado de se efectuar. Devido a este problema, diversos investigadores dedicaram parte da sua actividade a desenvolver processos numéricos que conseguissem desmistificar a teoria da superfície sustentadora, tal como é o caso do Método da Malha de Vórtices [6].

### 2.2.2.1. Método da Malha de Vórtices

Este método foi inicialmente formulado durante o anos 30 pelo investigador V. M. Faulkner. No entanto, a falta de poder computacional, existente no anos 30, adiou a adopção deste mesmo método, tendo sido apenas adoptado no início dos anos 60. Posteriormente, diversos investigadores focaram-se em melhorar o método existente, tendo sido criadas diversas versões [7, Cap. 6]. O método descrito, em seguida, foi desenvolvido por Katz e Plotkin [8, Cap. 12].

Este método consiste em dividir uma dada asa num conjunto de  $N$  painéis quadriláteros de espessura fina, sendo que sobre cada um deles se encontra um filamento de vórtice em forma de ferradura, tal como é verificado na Figura 2.12(a). O vórtice de fronteira, de cada um dos vórtices em forma de ferradura, situa-se sobre uma linha de corda posicionada a um-terço (relativamente à corda do painel) do bordo de ataque do painel em questão [Figura 2.12(b)]. Por sua vez, o ponto de controlo de cada painel ( $c_p$ ), para o qual se verifica a condição de fronteira, situa-se a meio da envergadura e a dois-terços do bordo de ataque do dado painel. Relativamente aos vórtices representados na zona da esteira, estes prolongam-se até ao infinito tal como já tinha sido referido na secção anterior [6, Cap. 6].



**Figura 2.12.** (a) Superfície sustentadora discretizada por um conjunto de  $N$  painéis. (b) Representação de um filamento de vórtice, em forma de ferradura, sobre um painel. Adaptados de [1, Cap. 5].

Note-se que a forma como são colocados os filamentos de vórtices nos painéis, está intrinsecamente associada ao facto de se garantir a verificação da condição de Kutta no bordo de fuga da asa. Contudo, isto é apenas uma aproximação, uma vez que este tipo de disposição, *Lumped-Vortex Element*, foi deduzido para um caso bidimensional, logo pode não ser totalmente adequado para um caso tridimensional [8, Cap. 9].

Dado que a única condição de fronteira existente é a mesma que a enunciada anteriormente [Equação (2.26)], esta pode ser descrita por:

$$\sum_{j=1}^N \mathbf{V}_{ij} \cdot \mathbf{n}_i = -\mathbf{V}_\infty \cdot \mathbf{n}_i, \quad \text{em que } i = 1, \dots, N. \quad (2.29)$$

Sendo que,  $\mathbf{V}_{ij}$  representa a velocidade, induzida no ponto de controlo do painel  $i$ , pelo filamento de vórtice associado ao painel  $j$ , e  $\mathbf{n}_i$  representa o vector normal (unitário) à superfície do painel  $i$ . Por sua vez, as equações que constituem o sistema de equações associado à obtenção das intensidade de circulação  $\Gamma_j$ , tomam a seguinte forma:

$$\sum_{j=1}^N [(u, v, w)_{ij} \cdot \mathbf{n}_i] \Gamma_j = -(V_\infty \cos \alpha, 0, V_\infty \sin \alpha) \cdot \mathbf{n}_i \quad (2.30)$$

$$\Rightarrow \sum_{j=1}^N a_{ij} \Gamma_j = -(V_\infty \cos \alpha, 0, V_\infty \sin \alpha) \cdot \mathbf{n}_i, \quad \text{em que } i = 1, \dots, N. \quad (2.31)$$

Em que,  $(u, v, w)$  representam as diversas componentes da velocidade induzida  $\mathbf{V}_{ij}$ . Por seu turno, esta velocidade é obtida através da Lei de Biot-Savart para um elemento finito, considerando uma intensidade de circulação  $\Gamma$  igual a 1. Note-se que em teoria, os segmentos de vórtice  $ab$  e  $cd$ , visualizados na Figura 2.12 (b), estendem-se para o infinito, embora na prática se considerar que estes tomam um comprimento relativamente grande (p.ex., cerca de 20 vezes superior à envergadura) [7, Cap. 12].

Posteriormente, depois de obtidas as incógnitas  $\Gamma_j$ , a sustentação aplicada a uma dada superfície sustentadora pode ser definida pela soma das sustentações de cada um dos vórtices de fronteira, isto é:

$$L = \sum_{j=1}^N \Delta L_j = \sum_{j=1}^N \rho_\infty V_\infty \Gamma_j \Delta y_j \quad (2.32)$$

Em que,  $\Delta y_j$  corresponde ao comprimento do vórtice de fronteira, associado ao painel  $j$ , quando projetado a um plano normal ao escoamento não perturbado. Por outro lado, o arrasto induzido total, é dado pela soma do arrasto induzido em todos os painéis, pelo que:

$$D = \sum_{j=1}^N \Delta D_j = \sum_{j=1}^N -\rho_{\infty} w_{ind_j} \Gamma_j \Delta y_j \quad (2.33)$$

Em que,  $w_{ind_j}$  corresponde à componente descendente,  $w$ , induzida em cada um dos pontos de controlo. Note-se que o índice ( $i$  ou  $j$ ) apenas tem como função indicar o painel em questão, pelo que a sua escolha é irrelevante, isto é:

$$w_{ind_i} = w_{ind_j}, \quad \text{quando } i = j. \quad (2.34)$$

Logo, de modo a respeitar a notação indicial, optou-se por considerar o cálculo da componente  $w_{ind_i}$ , que por sua vez é dada por:

$$w_{ind_i} = \sum_{j=1}^N b_{ij} \Gamma_j, \quad \text{em que } i = 1, \dots, N. \quad (2.35)$$

Dado que o arrasto induzido é proveniente dos vórtices livres, isso implica que os termos  $b_{ij}$  sejam obtidos a partir da velocidade induzida por estes mesmo elementos [7, Cap. 12]. Admitindo que as componentes  $(u, v, w)_{ij}^*$  são relativas à velocidade induzida pelos vórtices livres, tem-se que:

$$b_{ij} = (u, v, w)_{ij}^* \cdot \mathbf{n}_i \quad (2.36)$$

Assim sendo, consegue-se obter os coeficientes, de sustentação e de arrasto, relativos a uma asa finita com uma geometria qualquer.

### **3. DESENVOLVIMENTO EXPERIMENTAL**

Neste capítulo serão descritos os equipamentos utilizados, assim como o procedimento experimental usado no presente estudo. Na secção 3.1 faz-se uma breve descrição do túnel aerodinâmico, como também de todo o processo de calibração deste mesmo equipamento. De seguida, na secção 3.2, é apresentada uma breve descrição da balança aerodinâmica e do modo como foi processada a calibração desta mesma. Por fim, nas secções 3.3 e 3.4, são descritos, respectivamente, o processo de determinação das forças e o procedimento experimental.

#### **3.1. Túnel aerodinâmico**

O túnel aerodinâmico, presente no Laboratório de Mecânica dos Fluidos do DEM, permite estudar o efeito do escoamento de ar em torno de modelos propriamente dimensionados para a devida secção de ensaios.

O túnel aerodinâmico, visualizado na Figura 3.1, é do modelo MMM, produzido pela Plint & Partners e encontra-se equipado com um ventilador centrifugo que por sua vez é accionado por um motor de corrente alternada de 14.7 kW. A frequência de rotação do motor, que por sua vez controla a velocidade do escoamento, é regulada através de um variador de frequência (0 – 50 Hz). Este túnel é caracterizado como sendo um circuito aberto uma vez que o ar é descarregado directamente para a atmosfera, o que permite afirmar que a pressão estática exercida na secção de ensaios é praticamente igual à atmosférica. A secção de ensaios tem uma forma quadrada (45,7 cm x 45,7 cm) [9].

O ar atmosférico antes de ser aspirado pelo ventilador centrifugo é sujeito a uma filtragem de modo a não serem introduzidas quaisquer partículas nocivas à integridade estrutural do ventilador e dos modelos ensaiados. Note-se que este filtro, apresenta uma malha grosseira de modo a que esta não restrinja em demasia a entrada do ar para dentro da caixa do ventilador. Por sua vez, antes do escoamento ser enviado para a secção de ensaios, este é sujeito a uma passagem num difusor com três redes [10]. Este difusor tem como principal função eliminar os efeitos de turbulência promovidos pela ação do ventilador,

promovendo assim a uniformidade do escoamento ao longo da secção de ensaios. A uniformidade do escoamento ao longo da secção de ensaios será alvo de estudo na secção 3.1.1.3.

O túnel contém uma tubeira de contração, antes da secção de ensaios, que tem a capacidade de promover um bom direccionamento do escoamento, permitindo que este entre na secção de ensaios de forma estável e com um perfil praticamente uniforme. Esta estabilidade deve-se sobretudo ao facto do gradiente de pressões no cone de contração ser negativo, de modo a inibir a separação do escoamento junto às paredes do túnel.

Existe uma balança aerodinâmica de três componentes acoplada ao túnel de aerodinâmico, que permite determinar as forças exercidas pelo escoamento sobre as devidas asas, como também o momento. A balança aerodinâmica será descrita pormenorizadamente na secção 3.2.



**Figura 3.1.** Túnel aerodinâmico.

### **3.1.1. Calibração do túnel aerodinâmico**

A calibração do túnel teve como principal objectivo a determinação de uma relação, que permita obter directamente a velocidade do escoamento do fluido através da manipulação de uma outra variável, neste caso a frequência de rotação do motor.

#### **3.1.1.1. Anemómetro de fio quente**

Esta calibração foi realizada com o auxílio de um anemómetro de fio quente, desenvolvido pela *Kimo*. O anemómetro utilizado não foi propriamente o mais adequado ao estudo desenvolvido, uma vez que a sua gama de operação não abrangia toda a gama de serviço do túnel. Isto é, o anemómetro apenas captava valores de velocidade entre 0 e 30



m/s, e a pressão dinâmica máxima registada não ascendia os 500 Pa. Inicialmente, pensou-se que este anemómetro fosse adequado à calibração realizada, uma vez que no guia de trabalho prático é indicado que a gama de velocidades varia, precisamente, entre 0 m/s e 30 m/s [10]. Tal como se verá mais adiante, a gama de velocidades na secção de ensaios excede, em pouca escala, os valores referidos anteriormente. Apesar desta desvantagem, o anemómetro de fio quente permitiu, dentro da gama de trabalho desta mesma, obter valores de temperatura e de velocidade com grande precisão. Deste modo, a sua elevada capacidade de resolução (0,1°C e 0,01 m/s, respectivamente), conduziu por sua vez a uma calibração menos afectada de erros [11].

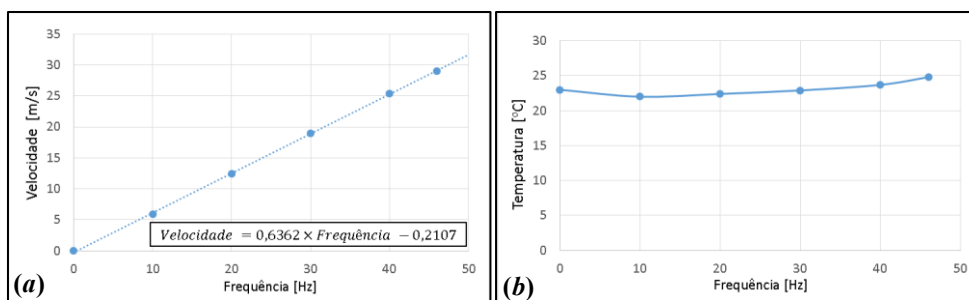
### 3.1.1.2. Determinação da velocidade do escoamento

A calibração do túnel foi realizada com o anemómetro de fio quente no centro da secção de ensaios, de modo a estar igualmente distanciada de todas as paredes do túnel aerodinâmico (Figura 3.2). Optou-se por efectuar a calibração nessa zona, uma vez que corresponde, teoricamente, ao ponto em que o efeito de atrito provocada por cada parede se faz sentir de igual forma. Antes de se ter prosseguido com a calibração, foi necessário garantir que tanto o filamento do anemómetro, como também o orifício deste mesmo, que por sua vez encaminha o escoamento até ao filamento, se encontravam perpendiculares ao sentido do escoamento. Esta medida foi tomada de modo a minimizar o erro induzido na calibração. Note-se que o facto do anemómetro ser um método intrusivo, significa que tem a capacidade de causar perturbações no escoamento, afectando de certo modo os resultados obtidos durante a calibração.



Figura 3.2. Instalação do anemómetro de fio quente na secção de ensaios.

De seguida, registou-se os valores da temperatura e da velocidade do escoamento na secção de ensaios, para diferentes frequências de rotação do motor. Ao longo deste processo, a frequência foi incrementada de 10 Hz em 10 Hz, sendo que a última frequência utilizada foi igual a 46 Hz de modo a não se ter ultrapassado o limite máximo da gama de serviço do anemómetro. Os resultados obtidos encontram-se ilustrados na Figura 3.3(a), juntamente com a relação obtida através de uma regressão linear. Relativamente à temperatura do escoamento, verificou-se um constante aumento desta mesma à medida que a calibração era efectuada. [Figura 3.3(b)].



**Figura 3.3** (a) Representação da velocidade do escoamento em função da frequência de rotação do motor. (b) Variação da temperatura do fluido ao longo do processo de calibração.

Deste modo, a velocidade do escoamento é obtida pela seguinte expressão:

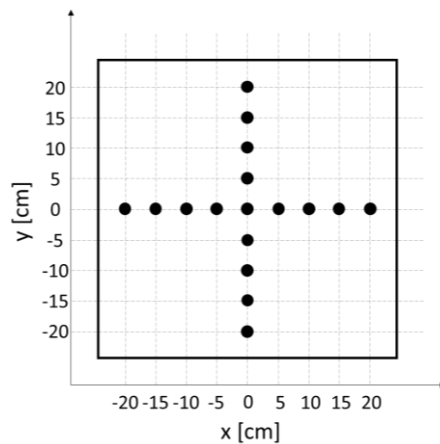
$$Velocidade = 0,6362 \times Freqüência - 0,2107 \quad (3.1)$$

Em teoria, a Equação (3.1) não deveria de conter o 0,2107, visto que não há a produção de escoamento quando o motor se encontra desligado. Com isto, pode se concluir que este fenómeno pode estar relacionado com a existência de possíveis erros de medição, sendo um deles proveniente do calor gerado pelo próprio fio quente.

### 3.1.1.3. Caracterização do perfil de velocidades

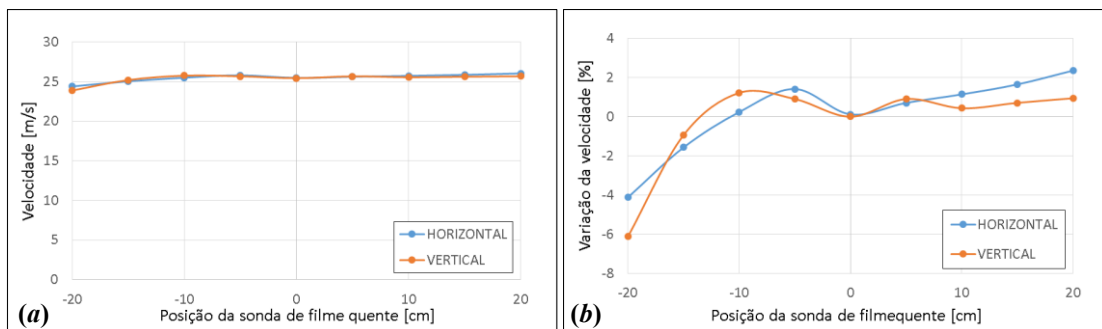
Uma vez que a velocidade do escoamento pode variar ao longo da secção de ensaios, decidiu-se efectuar um estudo do perfil de velocidades de velocidades nesta mesma secção. A variação da velocidade, ao longo da secção de ensaios, pode ser devida a alguns factores, tais como, a não uniformidade das condições do escoamento na saída da caixa espiral, e a existência de atrito ou imperfeições junto às paredes do túnel aerodinâmico.

A caracterização do perfil de velocidades foi realizada segundo os dois planos que dividem a secção a meio, ou seja, os planos médios horizontal e vertical. Na Figura 3.4 estão representadas as diversas posições que o anemómetro tomou, na secção de ensaios, ao longo do processo de caracterização do perfil de velocidades.



**Figura 3.4.** Posições ocupadas pela sonda, ao longo da caracterização do perfil de velocidades. Nesta figura está-se a olhar para a direcção de onde vem o escoamento.

A frequência de rotação do motor, utilizada ao longo deste processo, foi de 40 Hz, no entanto, também se poderia ter optado por outra frequência. Depois de se ter ligado o ventilador com a frequência desejada, registaram-se os valores da velocidade do escoamento para os diversos pontos da secção de ensaios [Figura 3.5 (a)].



**Figura 3.5.** (a) Velocidade do escoamento para diferentes pontos da secção de ensaios. (b) Variação da velocidade do escoamento relativamente à velocidade média da secção de ensaios.

Analisando a Figura 3.5(a), verifica-se que a velocidade do escoamento não é uniforme na secção de ensaios. Em ambas as direcções, vertical e horizontal, existe uma variação máxima, em valor absoluto, igual a 6,12 % e a 4,12 %, respectivamente. Em termos de desvio padrão dos resultados obtidos, verifica-se que estes tomam um valor relativamente pequeno, 0,50 segundo a direcção horizontal e 0,58 segundo a direcção vertical. Deste modo, é possível afirmar que apesar de existir uma variação da velocidade do escoamento, ao longo da secção de ensaios, o facto desta ser relativamente pequena, significa que não afecta a validade dos resultados obtidos experimentalmente, relativamente à condição desejada de escoamento incidente uniforme.

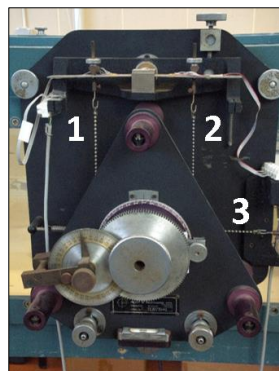
Por outro lado, verifica-se que não existe simetria na variação da velocidade relativamente ao ponto central da secção de ensaios, o que significa que o escoamento toma diferentes comportamentos ao longo da secção de ensaios. Apesar de haver esta variação, é importante notar que esta toma valores relativamente baixos, daí não haver uma grande influência sobre os resultados obtidos.

Posto isto, é difícil de retirar conclusões concretas em relação à causa que terá levado a esta assimetria no perfil de velocidades, contudo é possível afirmar que o défice de condições de insuflação, do ar na caixa espiral, possa ser uma possível causa. Note-se que o facto de o espaço existente, entre a caixa espiral e a parede, ser relativamente pequeno, pode ter alguma influência sobre o modo como se processa a entrada do ar na caixa espiral. Por fim, esta pode ser uma possível causa para a existência desta assimetria.

### 3.2. Balança aerodinâmica

Tal como foi dito anteriormente, a balança aerodinâmica tem a capacidade de determinar as duas componentes (vertical e horizontal) da força aplicada na asa, e o momento em torno do eixo da balança. Por este motivo, a sua calibração deve ser realizada tanto segundo a componente horizontal, como segundo a componente vertical.

A balança aerodinâmica está equipada com três extensómetros, sendo que os extensómetros 1 e 2 estão associados à determinação da componente vertical, e o extensómetro 3 está associado à determinação da componente horizontal da força resultante. Note-se ainda que o momento é determinado através das forças obtidas pelos extensómetros 1 e 2. Por seu turno, estes extensómetros estão associados, respectivamente, aos tirantes 1, 2 e 3, ilustrados na Figura 3.6. Os sinais registados pelos extensómetros são tratados através de um programa de aquisição de dados, descrito na seguinte subsecção.



**Figura 3.6** Balança aerodinâmica de três componentes.

### 3.2.1. Programa de aquisição de dados

O programa disponibilizado, em *LabView*, desempenhou um papel fundamental ao longo da realização dos diversos ensaios experimentais, uma vez permitiu a realização de um estudo mais profundo, o que será demonstrado ao longo desta dissertação.

Este programa dispõe a função de se poder seleccionar a taxa de aquisição de dados, como também o número de pontos medidos que o utilizador pretende obter em cada ensaio. Relativamente aos ensaios experimentais realizados ao longo deste estudo, utilizou-se uma taxa de aquisição de dados igual a 2000 Hz, para a medição de 10000 pontos. Ou seja, neste estudo, o processo de obtenção dos vários pontos demorava cerca 5 segundos. É importante referir que para um fenómeno muito inconstante é preferível utilizar uma elevada taxa de aquisição de dados, de modo a conseguir-se detectar com maior pormenor as oscilações dos vários sinais e a frequência com que ocorrem.

Tanto os dados retirados pelo software, ou seja, as deformações das laminas registadas pelos extensómetros, como também os instantes de tempo relativos a cada medição, foram gravados em ficheiros do tipo bloco de notas. Por sua vez, estes dados são gravados sob a forma de colunas e podem ser, posteriormente, tratados e analisados estatisticamente.

Apesar de este programa ter a funcionalidade de gravar os dados obtidos, tal como já foi mencionado anteriormente, também dispõe da possibilidade de obter directamente a média das forças registadas por cada um dos extensómetros, sem ser necessário proceder a qualquer tipo de tratamento de dados, tal como é visualizado na Figura 3.7.

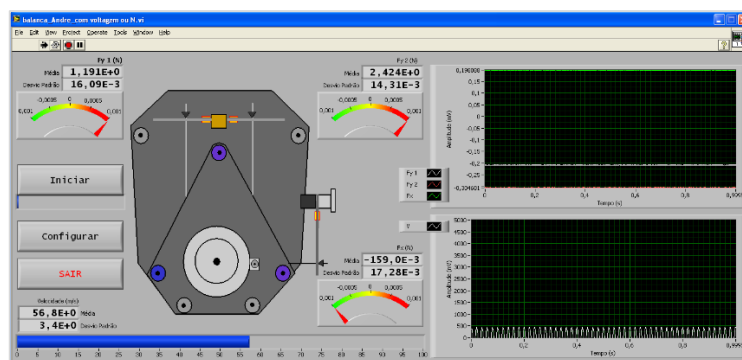


Figura 3.7. Interface do programa, disponibilizado em *LabVIEW*, destinado à aquisição de dados.

### 3.2.2. Calibração da balança aerodinâmica

Através da calibração da balança aerodinâmica é possível estabelecer uma relação entre a força aplicada na asa, com a diferença de potencial existente entre os terminais do extensómetro. Assumindo que a relação é linear, a recta de calibração toma a seguinte forma:

$$y_{cal} = mx_{cal} + b_{cal} \quad (3.2)$$

Em que:

- $y_{cal}$ , diferença de potencial entre os terminais do extensómetro [mV];
- $m$ , sensibilidade [mV/N];
- $x_{cal}$ , Força de solicitação [N];
- $b_{cal}$ , ordenada na origem [mV];

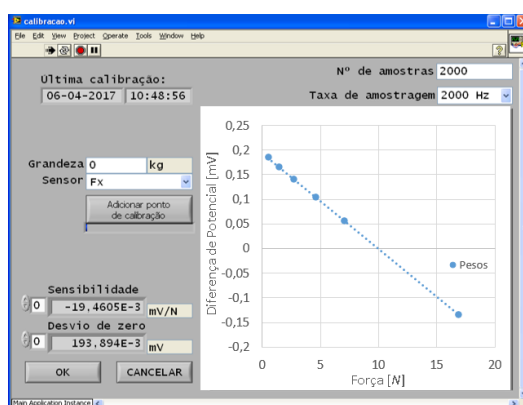
Antes de se ter procedido ao processo calibração, foi necessário efectuar a preparação desta mesma, através da realização das seguintes tarefas:

- Medição das massas utilizadas para a calibração da balança;
- Fixação da haste de calibração no eixo da balança;
- Instalação do fixador no bocal de saída do túnel;
- Fixação de um fio à extremidade da haste de calibração;

Nesta fase de preparação, foi importante garantir que os tirantes que efectuem a ligação entre o eixo da balança e os extensómetros estivessem tensos, uma vez que o sistema de medida só responde a esforços de tração. A posição do veio da balança, em relação ao orifício do túnel aerodinâmico, teve que ser ajustada com o intuito de garantir que esta não tocasse em nenhum ponto deste orifício, tanto numa situação em que o ventilador esteja desligado ou ligado.

Através de placas de aquisição de dados, desenvolvidas pela *National Instruments*, foi possível registar a diferença de potencial existente entre os terminais dos extensómetros, depois de estabelecida a ligação entre estes e o computador.

Por sua vez, esta calibração foi realizada, igualmente, através do programa de aquisição de dados (Figura 3.8). Este programa permitiu obter, automaticamente, o declive da recta de calibração à medida que se iam adicionando pontos de calibração.



**Figura 3.8.** Interface apresentada pelo programa durante o processo de calibração.

O conjunto de massas utilizadas para a calibração é constituído por seis massas: 0,05 kg, 0,1 kg, 0,13 kg, 0,19 kg, 0,25 kg e 1 kg. Logo, a gama de forças, a que a balança é sujeita durante a calibração, está compreendida entre 0 kg (0 N) e 1,72 kg (16,9 N).

### 3.2.2.1. Calibração da componente horizontal da balança

Em primeiro lugar procedeu-se à calibração da balança segundo a horizontal.

Nesta calibração foi importante garantir que a inclinação da haste fosse igual a  $0^\circ$ , de modo que a força aplicada, na haste, fosse somente horizontal. Através desta medida, foi então possível minimizar o grau de incerteza associado aos resultados obtidos experimentalmente. Por sua vez, o fio, que conectava a extremidade da haste à massa de calibração, também tinha que ter uma inclinação nula. Para corrigir este pormenor foi necessário inserir uma peça de esferovite na base do fixador, de modo a obter a inclinação pretendida, tal como é visualizado na Figura 3.9.

É importante notar que em todos os passos em que se desejou medir a inclinação de algum objeto, essa mesma inclinação foi obtida através de uma aplicação desenvolvida para telemóveis.

Inicialmente, ou seja, antes de se ter começado a solicitar a balança com as devidas massas, foi necessário registar o zero como o primeiro ponto de calibração. Este ponto corresponde à situação em que a balança não se encontra sujeita com nenhuma força, ou seja, em que nenhuma massa se encontra suspensa no fio. De seguida, solicitou-se a balança com as devidas massas, sendo que esta solicitação foi feita de modo gradual, isto é, a força a que a balança estava sujeita, aumentava à medida que se ia adicionando um novo ponto na recta de calibração. Posto isto, obteve-se a recta de calibração do extensómetro 3, que por sua vez é responsável pelo cálculo da componente horizontal da força resultante.





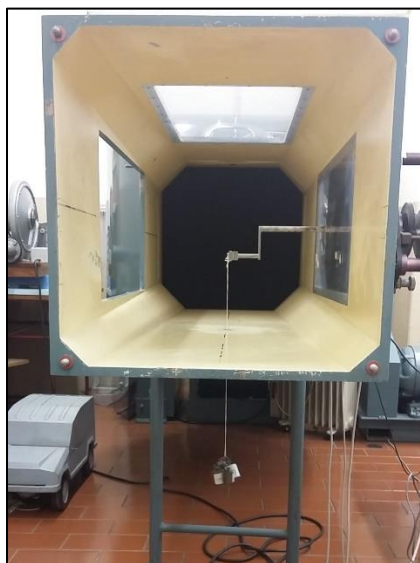
**Figura 3.9.** Disposição das massas para a calibração da componente horizontal da balança.

### **3.2.2.2. Calibração da componente vertical da balança**

Depois de realizada a calibração da componente horizontal da balança, procedeu-se à realização da calibração segundo a componente vertical.

Para este processo não se utilizou o fixador uma vez que a solicitação, registada na balança, foi provocada pela própria suspensão das diversas massas de calibração (Figura 3.10). Com isto, foi então necessário garantir que a haste estivesse na vertical, ou seja, com uma inclinação igual a  $90^\circ$ .

Tal como já tinha sido realizado na etapa anterior, depois de terminada toda a fase de preparação, solicitou-se a balança de forma gradual utilizando as diversas massas. Nesta etapa, considerou-se igualmente o zero como o primeiro ponto de calibração, que por sua vez corresponde à situação em que a balança não se encontra solicitada.



**Figura 3.10.** Disposição das massas para a calibração da componente vertical da balança.



### 3.3. Cálculo dos coeficientes aerodinâmicos

Tal como foi verificado na secção 1.3, os coeficientes aerodinâmicos, tanto dependem das características geométricas das asas, como também das características do escoamento. Esta secção pretende demonstrar como são obtidos as forças e o momento, como também a densidade e a viscosidade cinemática do escoamento. Esta última grandeza, a viscosidade cinemática, é importante para o cálculo do número de Reynolds.

#### 3.3.1. Determinação das forças aplicadas na asa

Apesar do software permitir a determinação automática das médias das forças, registadas pelos extensómetros, estas não podem ser logo utilizadas para o cálculo dos coeficientes aerodinâmicos. Ou seja, os valores obtidos necessitam de um tratamento prévio de modo a eliminar o efeito residual.

Por seu turno, este efeito residual corresponde às forças introduzidas pelo próprio peso da asa. Assim, antes da realização de cada ensaio, foi necessário obter os chamados “zeros”. Contudo, estes “zeros” não só permitem eliminar o efeito introduzido pelo peso da asa, como também eliminar o efeito da variação da resistência, dos filamentos dos extensómetros, tal como é referido de seguida.

Verificou-se, ao longo da realização dos ensaios experimentais, um constante aumento da temperatura do ar do laboratório devido à libertação de calor por parte do motor e do escoamento. Dado que os extensómetros são constituídos por fios de cobre, estes podem contrair ou dilatar devido à variação de temperatura do material, como também do ar circundante. Por conseguinte, esta variação de temperatura pode conduzir a uma alteração na resistência do material, o que afecta directamente a diferença de potencial determinada pelo sistema. Para minimizar o erro induzido pela variação de temperatura, decidiu-se efectuar a mediação dos “zeros” dos sinais, tanto no início como no fim de cada ensaio experimental. Por fim, o zero utilizado em cada ensaio correspondeu à média dos valores referidos anteriormente.

##### 3.3.1.1. Cálculo da força de sustentação

Uma vez que a balança dispõe de dois extensómetros para o cálculo da força de sustentação (*Lift*), isso significa que a força de sustentação é obtida através da contribuição de ambos os extensómetros. Assim, a força de sustentação é dada por:

$$Lift = (Fy_1 - Fy_{1,0}) + (Fy_2 - Fy_{2,0}) \quad (3.3)$$

Em que,  $Fy_1$  e  $Fy_2$  são, respectivamente, as forças registadas pelos extensómetros 1 e 2, e  $Fy_{1,0}$  e  $Fy_{2,0}$  são os zeros das forças verticais, associados respectivamente aos mesmos extensómetros.

### 3.3.1.2. Cálculo da força de arrasto

A força de arrasto (*Drag*) é simplesmente calculada através da força registada pelo extensómetro nº 3. Com isto, a força de arrasto é dada por:

$$Drag = Fx - Fx_0 \quad (3.4)$$

Em que,  $Fx$  é a força registada pelo extensómetro 3, e  $Fx_0$  é o zero da força horizontal, correspondente a esse mesmo extensómetro.

### 3.3.1.3. Cálculo do momento

Tal como acontece no cálculo da força de sustentação, o momento também é obtido através da contribuição de ambas as forças verticais.

Relembrando que o cálculo do momento é dado pela multiplicação de uma força por um comprimento, foi então necessário determinar essa mesma dimensão. Neste estudo, essa dimensão corresponde à distância existente entre o eixo da balança, e os pontos de fixação dos tirantes nas lâminas de deformação. Por fim, o momento é dado por:

$$Momento = [(Fy_1 - Fy_{1,0}) - (Fy_2 - Fy_{2,0})] \times d \quad (3.5)$$

Em que,  $d$  é a distância entre o eixo da balança e os pontos de fixação dos extensómetros nas lâminas de deformação, e as restantes variáveis tomam os mesmos significados, já referidos anteriormente.

### 3.3.2. Determinação da densidade e viscosidade cinemática

Ambas as grandezas, a densidade e a viscosidade cinemática, dependem da temperatura do fluido presente no escoamento. Deste modo, foi necessário monitorizar, através do anemómetro de fio quente, a temperatura do fluido ao longo da realização dos diversos ensaios. Por conseguinte, verificou-se que a temperatura variava em média cerca de 1°C ao longo da realização de cada ensaio, pelo que se considerou a média destes valores como sendo o valor de referência.

Assumindo que o fluido do escoamento é um gás ideal, pode-se então obter a densidade ( $\rho$ ) deste mesmo, através da seguinte relação:

$$\rho = \frac{P}{RT} \quad (3.6)$$

Em que,  $R$  é a constante dos gases perfeitos, e  $P$  é a pressão estática do escoamento no interior da secção de ensaios (medida em escala absoluta). Por seu turno, considerou-se que a pressão estática do escoamento é igual à pressão ambiente (1 atm), visto que a câmara de ensaios se encontra em contacto com a atmosfera envolvente.

Relativamente ao número de Reynolds, este é calculado com base na dimensão da corda, ou seja:

$$Re = \frac{\rho Vc}{\mu} = \frac{Vc}{\nu} \quad (3.7)$$

Em que,  $V$  é a velocidade do escoamento,  $c$  é a corda da asa,  $\mu$  é a viscosidade dinâmica do fluido, e  $\nu$  é a viscosidade cinemática do fluido.

Os valores da viscosidade cinemática foram obtidos por interpolação. Ou seja, consultando uma tabela de valores [12], registou-se os valores de viscosidade cinemática para 20°C e 30°C. Note-se que a consideração deste intervalo de temperaturas, deve-se ao facto de os valores reais verificados pertencerem a este mesmo intervalo. Assim, para uma dada temperatura  $T$ , a viscosidade cinemática ( $\nu$ ) correspondente é igual a:

$$\nu(T) = \frac{(16,04 - 15,11) \times 10^{-6}}{(30 - 20)} \times (T - 20) + 15,11 \times 10^{-6} \quad (3.8)$$

### 3.4. Procedimento experimental

Por fim, depois de realizadas todas as calibrações, procedeu-se à realização dos ensaios experimentais. Foram realizados dois estudos, um que se pretendia estudar a variação dos coeficientes aerodinâmicos em função do ângulo de ataque da asa, e outro em que se pretendia estudar variação dos coeficientes aerodinâmicos em função do número de Reynolds. O plano de ensaios realizados encontra-se esquematizado na Tabela 3.1.

**Tabela 3.1.** Esquematização dos diversos ensaios a realizar.

		f [Hz]	$\alpha$ [°]
Estudo 1	Asa1	30	-5,-4,...,19,20 $\Delta\alpha=1$
	Asa 2	40	
	Asa 3	50	
Estudo 2	Asa1	11,...,50 $\Delta f=3$	5
			7,5
			10
	Asa 2 Asa 3		15
			5
			10
		15	
		20	

Analisando a Tabela 3.1, verifica-se que o estudo 1 foi realizado para três condições de escoamento. Por conseguinte, através do registo dos valores de temperatura e de velocidade, foi possível obter os diferentes números de Reynolds que se encontram ilustrados na Tabela 3.2. É importante notar que os números de Reynolds, representados na Tabela 3.2, correspondem a um valor médio visto que estes oscilam ligeiramente devido à variação da temperatura do escoamento ao longo dos ensaios.

**Tabela 3.2.** Caracterização dos 3 ensaios realizados ao longo do Estudo 1.

f [Hz]	V [m/s]	Re
30	18,87	185 000
40	25,24	247 000
50	31,6	310 000

Inicialmente, relativamente ao segundo estudo, iria ser efectuado um estudo para toda a gama de velocidades fornecida pelo motor (0 Hz – 50 Hz). Contudo, tal não foi efectuado, pelo facto de não se ter interesse em estudar escoamentos com baixos números de Reynolds, visto que em aeronáutica não se verificam tais situações. Posto isto, decidiu-se efectuar um estudo para números de Reynolds pertencentes ao domínio  $70 \times 10^3$  (11 Hz) -  $310 \times 10^3$  (50 Hz).

Note-se, ainda que no estudo 2, os ângulos de ataque estudados para a Asa 1 são diferentes dos ângulos utilizados para as Asas 2 e 3. Esta escolha deve-se ao facto de a separação do escoamento ocorrer mais cedo para a Asa 1, logo não haveria interesse em estudar os coeficientes aerodinâmicos para um ângulo de ataque tão elevado (20°).

## 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

O conteúdo deste capítulo tem como base a apresentação e discussão dos resultados obtidos experimentalmente, através do procedimento descrito na secção 3.4, como também a sua comparação com os resultados obtidos analiticamente.

Assim, este capítulo está dividido em três secções. A secção 4.1 destina-se à discussão dos resultados experimentais. De seguida, a secção 4.2 consiste em efectuar uma comparação entre os resultados analíticos e experimentais. E por fim, a secção 4.3, destina-se ao estudo da força de arrasto, obtida ao longo dos diversos ensaios.

### 4.1. Ensaio experimentais

Nesta secção é efectuada uma discussão acerca dos resultados obtidos experimentalmente. Na primeira subsecção será efectuada uma discussão acerca dos resultados obtidos para o Estudo 1. Sendo que na segunda secção é efectuada esta mesma discussão, mas para os resultados obtidos para o Estudo 2.

#### 4.1.1. Estudo 1

Os resultados obtidos para o Estudo 1 serão analisados com base em cinco temas: coeficiente de sustentação, coeficiente de arrasto, coeficiente de arrasto induzido, coeficiente de momento e eficiência aerodinâmica.

##### 4.1.1.1. Coeficiente de sustentação

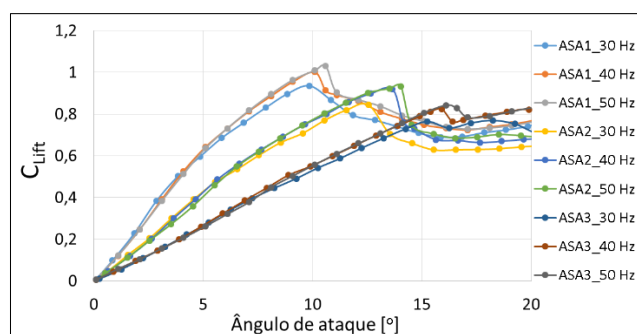


Figura 4.1. Coeficientes de sustentação obtidos com base nos dados experimentais.

Analisando a Figura 4.1, verificam-se alguns factos importantes que devem ser analisados com detalhe.

Observando a Figura 4.1, verifica-se que o número de Reynolds tem um efeito significativo, em todas as asas, no que toca ao retardamento do início da separação do escoamento (em inglês, *stall*) junto à superfície da asa. Este processo, deve-se ao facto de as forças de inércia serem superiores às forças viscosas à medida que o número de Reynolds aumenta, contribuindo assim para que a separação do escoamento ocorra para ângulos de ataque mais elevados (Tabela 4.1). Consecutivamente, se o ângulo de ataque associado à perda de sustentação, designado por ângulo crítico, tomar um valor superior, isso implica que o coeficiente de sustentação seja também maior. Observa-se ainda que, antes da ocorrência de separação, ocorre um aumento gradual do coeficiente de sustentação à medida que o ângulo de ataque aumenta.

**Tabela 4.1.** Ângulos de ataque críticos e os correspondentes coeficientes de sustentação.

	30 Hz	40 Hz	50 Hz
ASA 1	9,85° (0,935)	10,1° (1,001)	10,6° (1,030)
ASA 2	12,55° (0,844)	13,65° (0,920)	14,03° (0,933)
ASA 3	15,25° (0,764)	15,9° (0,824)	16,6° (0,835)

É ainda importante notar, que a separação do escoamento para este perfil, cuja espessura situa-se entre os 10% e 16% do valor da corda, ocorre junto ao bordo de ataque [1, Cap. 4]. Devido a este facto, verifica-se então que a perda de sustentação é um processo brusco, não sendo um processo gradual tal como acontece para perfis com maiores espessuras.

Focando a análise nas curvas de sustentação de uma dada asa (1,2 ou 3), mas para diferentes números de Reynolds (Figura 4.1), verifica-se que para baixos ângulos de ataque, estas apresentam uma grande proximidade entre si. Contudo, esta proximidade começa a desvanecer a partir de um determinado ângulo de ataque, tal como se verifica na Asa 1 para um ângulo de ataque igual a 5°. Este facto pode estar associado aos efeitos viscosos que se fazem sentir, com maior ênfase, em escoamentos com menor número de Reynolds, promovendo assim a formação de bolhas de separação. Tal facto pode ser visualizado, com maior detalhe, nos ensaios realizados a 30 Hz (Figura 4.1).

Por outro lado, verifica-se que quanto menor for o alongamento de uma dada asa, menor será o coeficiente de sustentação máximo, daí a Asa 3 apresentar o menor coeficiente de sustentação máximo. Por seu turno, isto acontece devido ao facto de os

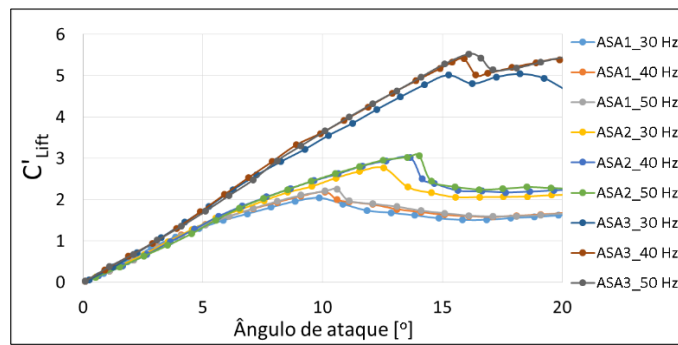
vórtices afectarem uma parte do campo de pressões junto à asa, sendo que para uma asa de menor envergadura, a área afectada é maior em termos relativos. Consequentemente, se a área afectada é maior, a perda de sustentação relativamente ao caso de uma asa com alongamento infinito, será também maior. De outro modo, ao analisar a Figura 4.1, verifica-se que o alongamento também tem o efeito de aumentar o valor do ângulo de ataque crítico. Esta verificação está relacionada com o facto do ângulo efectivo,  $\alpha_{eff}$ , ser reduzido com a redução do alongamento da asa, devido ao aumento do ângulo induzido,  $\alpha_i$ . Por sua vez, esta redução, relativamente ao ângulo efectivo, leva a que a separação do escoamento ocorra para valores superiores.

Por outro lado, verifica-se que a perda de sustentação é menos acentuada quanto menor for o alongamento da asa. Este fenómeno deve-se ao facto de existir um gradiente de pressões menos acentuado para um asa com menor alongamento, visto que o parte do campo de pressões é afectado pela libertação de vórtices na extremidade da asa. Posto isto, apenas uma pequena porção da asa é que é realmente afectada pela separação do escoamento, daí a perda de sustentação tomar menores proporções.

Analisando a região para o qual o escoamento já se encontra totalmente separado, ou seja, para um ângulo de ataque superior a  $15^\circ$ , constata-se que o coeficiente de sustentação é pouco dependente do alongamento da asa pelo facto de tomar valores relativamente próximos, e que por sua vez são pertencentes a uma restrita gama de valores (0,62 – 0,82).

Apesar de o coeficiente de sustentação para um dado ângulo de ataque ser menor à medida que o alongamento da asa diminui, verifica-se que acontece o contrário para o coeficiente de sustentação por unidade de comprimento ( $C'_{Lift}$ ) (Figura 4.2). Isto é, constata-se que para a Asa 3, cujo alongamento é menor, o coeficiente de sustentação por unidade de comprimento toma valores mais elevados.

No entanto, é importante notar que os valores indicados na Figura 4.2 não são considerados universais. Isto é, apesar dos valores obtidos serem relativos a um perfil alar NACA 0012, estes apenas são correspondentes para um comprimento de corda específico (15,24 cm). Posto isto, os valores ilustrados na Figura 4.2, apenas devem ser comparados com os resultados obtidos por outros perfis alares cujo comprimento de corda seja igual.

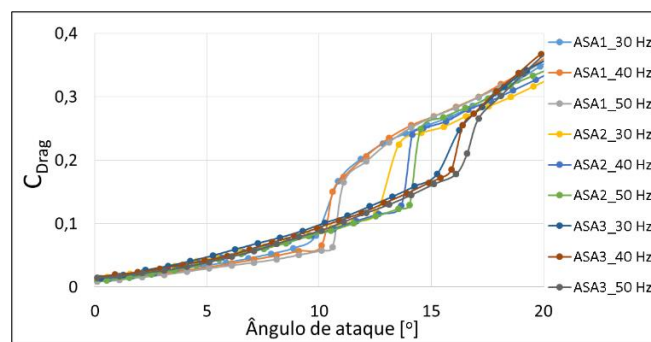


**Figura 4.2.** Coeficientes de sustentação, por unidade de comprimento, obtidos com base nos dados experimentais.

Relativamente ao declive da curva de sustentação, este é reduzido à medida que se reduz o alongamento de uma dada asa, tal como já tinha sido referido anteriormente. Posto isto, as curvas de sustentação das Asas 2 e 3, apresentam um declive inferior relativamente ao da Asa 1. Por fim, a Asa 3 corresponde ao caso para o qual o declive da curva de sustentação é máximo, dado que representa o caso ideal no sentido de não ser sujeita a uma resistência induzida pela libertação de vórtices.

#### 4.1.1.2. Coeficiente de arrasto

Relativamente ao coeficiente de arrasto ( $C_{Drag}$ ), apresentado na Figura 4.3, verifica-se que este varia, tanto com o número de Reynolds do escoamento, como também com o alongamento da asa. Contudo, verifica-se também que quanto maior for o ângulo de ataque da asa, maior será o coeficiente de arrasto.

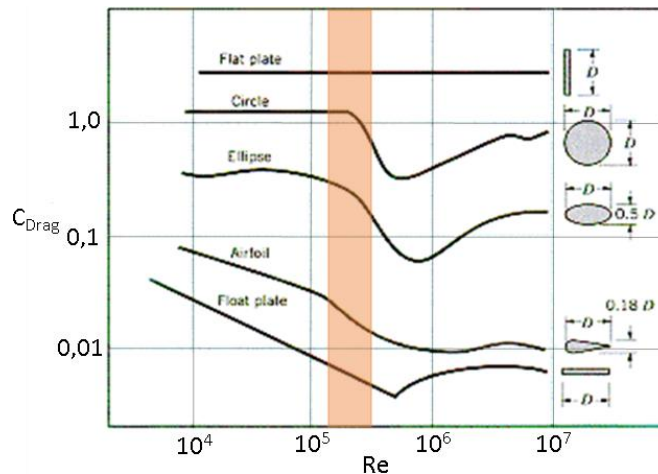


**Figura 4.3.** Coeficientes de arrasto obtidos com base nos dados experimentais.

Em relação ao número de Reynolds do escoamento, verifica-se que quanto maior for o seu valor, menor será a intensidade do coeficiente de arrasto. Estes resultados são coerentes quando comprados com os resultados demonstrados na Figura 4.4, que por sua vez representa o coeficiente de arrasto para diversos corpos, sendo que um deles é um perfil de um corpo aerodinâmico. Ou seja, através da Figura 4.4, verifica-se que na região sombreada



( $1,85 \times 10^5 Re - 3,1 \times 10^5 Re$ ), o coeficiente de arrasto diminui à medida que o número de Reynolds aumenta. Apesar da intensidade do coeficiente de arrasto não ser necessariamente igual, visto que os perfis em comparação têm características diferentes, é ainda possível demonstrar alguma veracidade por parte dos resultados obtidos experimentalmente.



**Figura 4.4.** Coeficiente de arrasto relativo a diferentes tipos de perfis, adaptado de [13].

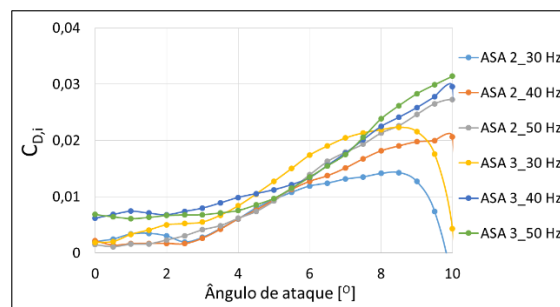
Relativamente ao alongamento da asa, visualiza-se que este tem o efeito de diminuir o coeficiente de arrasto. Ou seja, o coeficiente de arrasto é menor para asas com alongamentos maiores. Este fenómeno era expectável pelo facto do arrasto induzido, pela libertação de vórtices, contribuir para o aumento do arrasto total. Assim, o facto do arrasto induzido tomar maiores proporções para asas com baixo alongamento, tem como consequência o aumento do coeficiente de arrasto, tal como é verificado para o caso da Asa 3.

Em todos os ensaios realizados, verifica-se que o coeficiente de arrasto sofre um aumento significativo no momento em que ocorre a separação do escoamento. Por sua vez, este aumento deve-se ao arrasto de pressão, proveniente do gradiente de pressões entre o bordo de ataque e o bordo de fuga da asa. Assim, este gradiente de pressões aumenta pelo facto da libertação de vórtices, na zona de separação do escoamento, contribuir para uma diminuição da pressão junto à superfície do bordo de fuga.

Tal como acontecia na sustentação, depois de se registar a separação do escoamento junto à superfície da asa, verifica-se que o coeficiente de arrasto não é influenciado pelo alongamento da asa.

#### 4.1.1.3. Coeficiente de arrasto induzido

O cálculo do coeficiente de arrasto induzido baseia-se na Equação (2.2), que por sua vez depende do coeficiente de arrasto do perfil ( $c_d$ ) e do coeficiente de arrasto de uma dada asa com envergadura finita ( $C_D$ ). Por conseguinte, considerou-se que o coeficiente de arrasto do perfil fosse dado pelo coeficiente de arrasto da Asa 1, uma vez que esta não contém o efeito da resistência induzida. Este cálculo foi efectuado para as Asas 2 e 3, e para as diferentes condições de escoamento (30 Hz, 40 Hz e 50 Hz). Os resultados obtidos para o coeficiente de arrasto encontram-se representados na Figura 4.5.

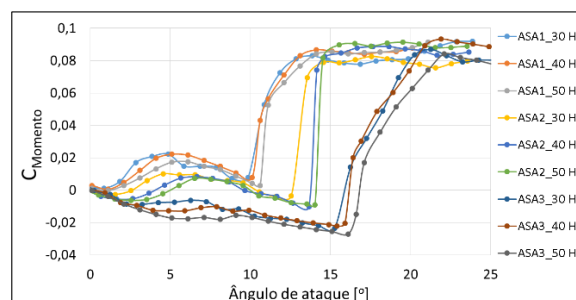


**Figura 4.5.** Coeficientes de arrasto induzido, obtidos com base nos dados experimentais.

Em teoria, dado que se está perante uma asa simétrica, deveria de se registar para um ângulo de ataque nulo, um coeficiente de arrasto induzido igual a zero. Com isto, pode-se afirmar a existência de uma possível perturbação no cálculo da força de arrasto. Este tema será alvo de estudo na secção 4.3. Contudo, verifica-se ainda que o coeficiente de arrasto induzido da Asa 3 é superior ao da Asa 2, o que corresponde ao verificado na realidade.

#### 4.1.1.4. Coeficiente de momento

Analisando o coeficiente de momento ( $C_{Momento}$ ), em função do ângulo de ataque mostrado na Figura 4.6, verifica-se que este varia consoante dois factores, o número de Reynolds do escoamento e o alongamento da asa.



**Figura 4.6.** Coeficientes de momento obtidos com base nos dados experimentais.

Em relação ao número de Reynolds, verifica-se que quanto maior for o seu valor, menor será o coeficiente de momento para uma dada asa.

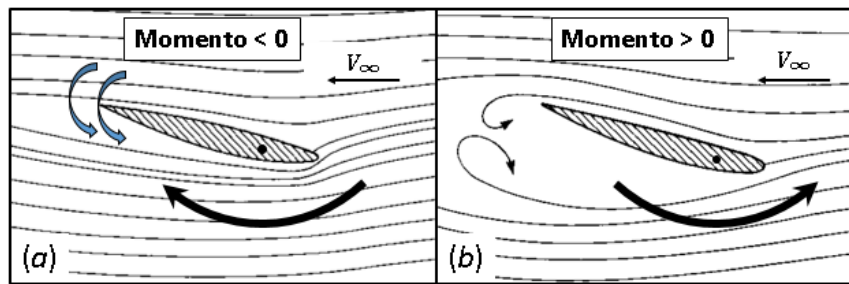
Obteve-se, em todos os ensaios realizados, um coeficiente de momento nulo para um ângulo de ataque igual a 0. Este facto era expectável dada a simetria das asas, levando a que o campo de pressões, em torno da asa, seja simétrico para este mesmo ângulo de ataque. No entanto, verifica-se que para os diversos ângulos críticos da Asa 1, o coeficiente de momento toma igualmente valores próximos de 0. Sendo que este facto é mais visível para o caso cujo Reynolds é maior (50 Hz). Posto isto, é possível afirmar que para o ângulo crítico de uma asa, cujo alongamento é considerado infinito, o centro de pressões situa-se precisamente a um quarto da corda ( $x = \frac{c}{4}$ ).

Focando a análise no coeficiente de momento da Asa 1, verifica-se que este aumenta aproximadamente até aos 5°, diminuindo posteriormente até ao ângulo crítico. Por sua vez, esta variação pode estar relacionada com a possível formação de bolhas de separação junto à superfície, a partir dos 5° de ângulo de ataque, afectando deste modo a posição do centro de pressões da asa.

Analisando o comportamento das curvas relativas às Asas 1, 2 e 3, verifica-se que o alongamento da asa tem como efeito a diminuição do coeficiente de momento. No entanto, verifica-se que também tem a capacidade de linearizar a curva do coeficiente de momento, pelo facto de se verificar uma constante linearização da curva, desde a Asa 1 até à Asa 3. Assim, é possível afirmar que a partir de um dado valor de alongamento, a asa será sempre sujeita, até ao início da separação do escoamento, a um momento com apenas um sentido de rotação, tal como é verificado para a Asa 3 (Figura 4.6).

Dado que no caso em estudo, os vórtices tendem a movimentar o ar desde a superfície superior até à superfície inferior, isto leva a que contribuam para a intensificação de um momento negativo [Figura 4.7 (b)]. Contudo, esta hipótese apenas será realista, caso os vórtices apresentem uma maior influência sobre a superfície traseira da asa. Com isto, é então possível explicar o porquê da Asa 3 apenas apresentar um único sentido de rotação, até um ângulo de ataque igual a 15°.

Por fim, verifica-se que a perda de sustentação da asa causa uma inversão no sentido de rotação desta mesma, originando uma situação de instabilidade [Figura 4.7 (a)]. Tal acontece, devido ao decaimento de pressão registado, junto à superfície inferior do bordo de ataque, originando um aumento brusco da força aplicada nesta mesma zona.



**Figura 4.7.** (a) Contribuição dos vórtices para a intensificação do momento negativo. (b) Inversão do sentido do momento devido à ocorrência de separação do escoamento. Adaptados de [14].

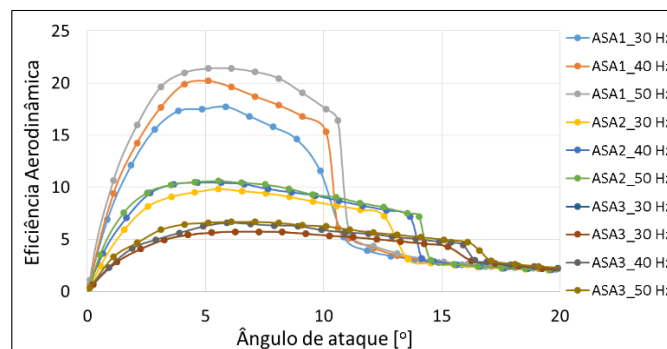
Relativamente à região do escoamento totalmente separado, verifica-se que o coeficiente de momento é praticamente constante, independentemente do alongamento da asa e do número de Reynolds do escoamento.

#### 4.1.1.5. Eficiência aerodinâmica

A eficiência aerodinâmica permite determinar a situação mais favorável em termos de rendimento, isto é, aquela em que é possível retirar o melhor partido da acção conjugada entre a sustentação e o arrasto. Deste modo, a eficiência aerodinâmica é dada por:

$$Eficiência\ aerodinâmica = \frac{C_{Lift}}{C_{Drag}} \quad (4.1)$$

Os valores de eficiência aerodinâmica, relativos aos diversos ensaios realizados, encontram-se ilustrados na Figura 4.8. Dado que a eficiência aerodinâmica é obtida através dos coeficientes, de sustentação e de arrasto, logo seria de esperar que esta também fosse dependente do número de Reynolds e do alongamento da asa.



**Figura 4.8.** Eficiência aerodinâmica obtida com base nos dados experimentais.

Analisando as curvas ilustradas na Figura 4.8, verifica-se que o alongamento da asa influencia, consideravelmente, a eficiência aerodinâmica da asa em questão. Ou seja, constata-se que quanto menor for o alongamento da asa, menor será a eficiência

aerodinâmica da asa. Por sua vez, esta diminuição deve-se ao facto dos coeficientes, de sustentação e de arrasto, serem respectivamente, menores e maiores, à medida que o alongamento de uma dada asa diminui. Deste modo, conclui-se que Asa 1 apresenta uma melhor eficiência aerodinâmica, quando comparada com as Asas 2 e 3 (Tabela 4.2).

Por outro lado, verifica-se que quanto maior for o número de Reynolds do escoamento, maior será a eficiência aerodinâmica da asa. Dado que o coeficiente de arrasto aumenta com o número de Reynolds, pode-se então considerar que este seja o factor responsável pela diminuição da eficiência aerodinâmica.

Por fim, observa-se que a eficiência máxima ocorre para um ângulo de ataque próximo dos  $5^\circ$  e  $6^\circ$ , para qualquer uma das asas (Tabela 4.2). Apesar da eficiência aerodinâmica depender dos factores referidos anteriormente, o mesmo não acontece com o ângulo relativo à eficiência aerodinâmica máxima. Contudo, é ainda importante realçar que para asas com baixo alongamento, a eficiência aerodinâmica mantém-se constante para uma gama de ângulos de ataque mais ampla.

Verifica-se, ainda, que para ângulos de ataque elevados, a eficiência aerodinâmica é extramente reduzida devido ao facto de o escoamento se encontrar separado.

**Tabela 4.2.** Ângulos de ataque para o qual a eficiência aerodinâmica é máxima, e os correspondentes valores de eficiência.

	30 Hz	40 Hz	50 Hz
ASA 1	$5,85^\circ$ (17,73)	$5,1^\circ$ (20,2)	$5,1^\circ$ (21,4)
ASA 2	$5,55^\circ$ (9,83)	$4,65^\circ$ (10,465)	$5,53^\circ$ (10,6)
ASA 3	$6,25^\circ$ (5,73)	$5,9^\circ$ (6,60)	$6,1^\circ$ (6,67)

#### 4.1.2. Estudo 2

Nesta secção serão ilustrados os coeficientes, de sustentação e de arrasto, obtidos ao longo da realização do Estudo 2.

Este tipo de estudo é importante na área da aeronáutica, uma vez que permite determinar a evolução dos coeficientes para um dado intervalo de números de Reynolds. Deste modo, é possível ter conhecimento de alguma instabilidade que possa ocorrer para um dado ângulo de ataque da asa.

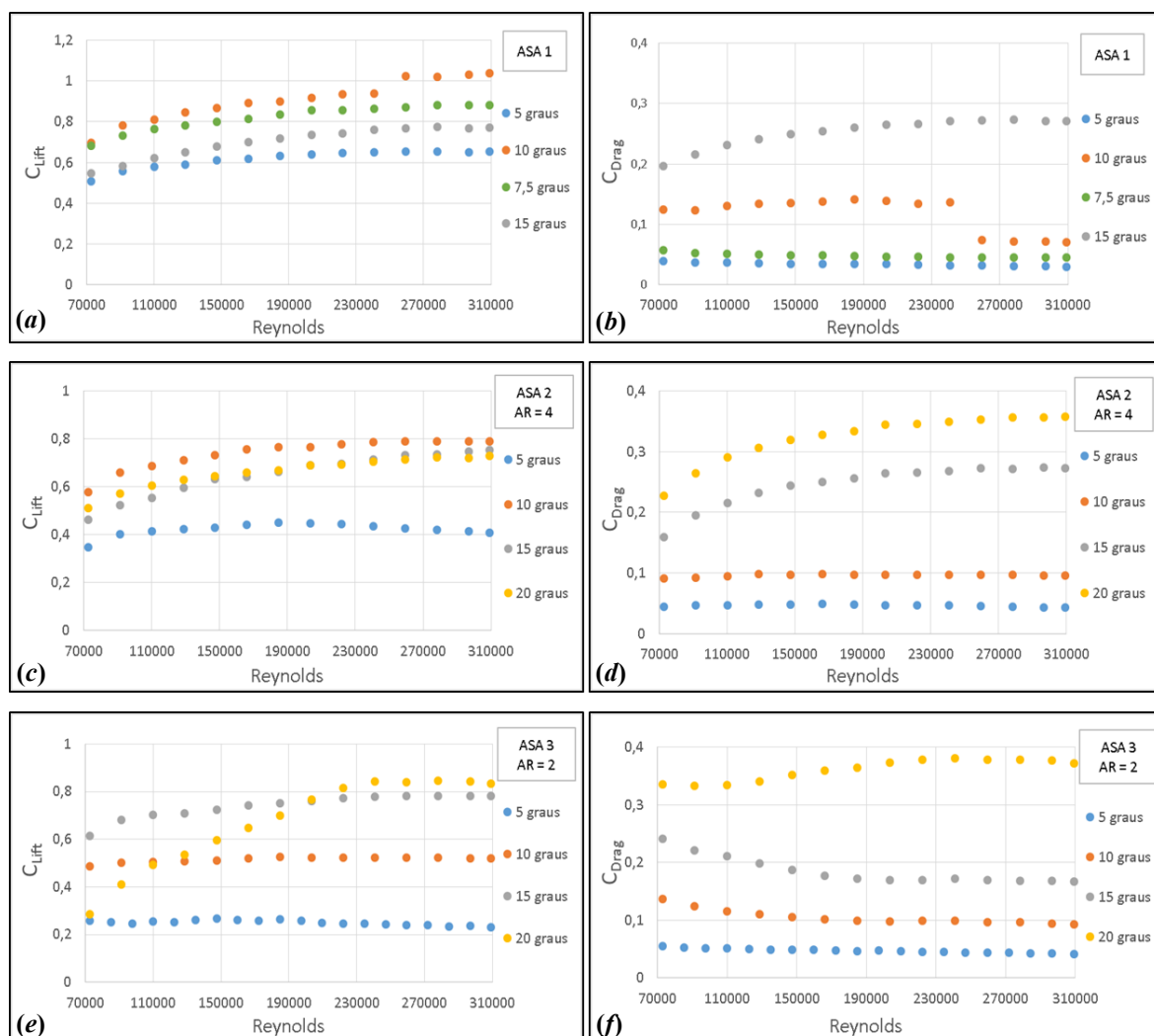


Figura 4.9. Coeficientes, de sustentação e de arrasto, obtidos com base nos dados experimentais do Estudo 2.

Tal como já foi verificado anteriormente, a Figura 4.9 mostra igualmente, que o coeficiente de arrasto, para um dado ângulo de ataque, aumenta com a diminuição do alongamento da asa. Relativamente ao coeficiente de sustentação, nota-se que este aumenta com o aumento do alongamento de uma dada asa, para ângulos de ataque inferiores aos ângulos críticos.

Analisando a Figura 4.9, verifica-se que o coeficiente de arrasto é superior para os casos em que se regista a existência de escoamento separado, sendo que este aumenta, ainda mais, à medida que o número de Reynolds aumenta. Este fenómeno é igualmente verificado nos ensaios experimentais realizados (Figura 4.1). Por outro lado, também se verifica que existe um aumento gradual do coeficiente de arrasto, para ângulos de ataque cada vez maiores.

Em situações em que o escoamento não se encontra separado, verifica-se que o coeficiente de arrasto se mantém praticamente constante ao longo de toda a gama de valores de Reynolds. Contudo, analisando com pormenor esta variação, verifica-se que o coeficiente de arrasto diminui ligeiramente com o aumento do número de Reynolds, tal como é representado na Figura 4.4.

Os resultados da Asa 3 apresentam uma particularidade pelo facto de se registar um aumento gradual do coeficiente de arrasto para baixos números de Reynolds. Esta observação deve-se ao facto de se registar a ocorrência da separação do escoamento para um ângulo próximo de  $15^\circ$ , daí que para baixas velocidades, o escoamento seja separado (coeficiente de arrasto elevado). A Asa 1 também ilustra tal facto, registando uma diminuição brusca do coeficiente de arrasto para um ângulo de ataque igual a  $10^\circ$ .

Em relação ao coeficiente de sustentação, observa-se que este se mantém constante quando o escoamento não se encontra separado, tal como acontece para baixos ângulos de ataque. Por outro lado, verifica-se que para ângulos de ataque próximos do ângulo crítico, o coeficiente de sustentação é menor para baixas velocidades, tal como acontece para a Asa 3 ( $15^\circ$ ). A Asa 1 também permite demonstrar tal facto, dado que se regista um aumento súbito do coeficiente de sustentação para um ângulo de ataque igual a  $10^\circ$ .

Por fim, constata-se que o coeficiente de sustentação tende a aumentar com o número de Reynolds, mesmo para os casos em que o escoamento se encontra totalmente separado, tal como acontece para ângulos de ataque elevados.

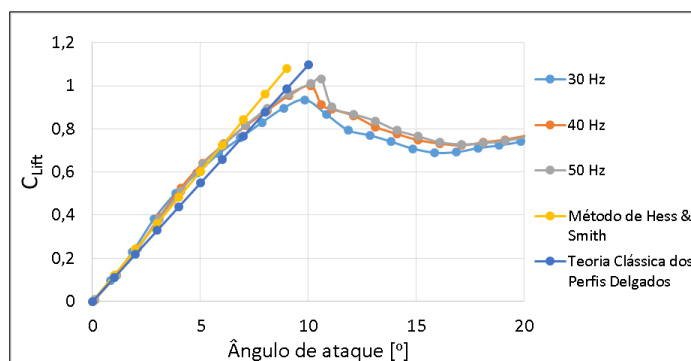
## **4.2. Comparação entre os resultados analíticos e experimentais**

Nesta secção será efectuada uma comparação entre os resultados obtidos experimentalmente e analiticamente. Dado que foram implementados métodos teóricos, bidimensionais e tridimensionais, tal facto levou a que esta secção fosse dividida em duas subsecções. Sendo que a primeira e a segunda subsecção, são destinadas respectivamente, aos métodos bidimensionais e tridimensionais.

### **4.2.1. Métodos bidimensionais**

Nesta subsecção pretende-se comparar os resultados experimentais obtidos para a Asa 1, com os resultados obtidos analiticamente. Dado que a Asa 1 corresponde a uma asa

de envergadura infinita, isso implica que os seus resultados sejam comparados com modelos bidimensionais, a Teoria Clássica dos Perfis Delgados (TCPD) e o Método de Hess & Smith (MHS). Os resultados, analíticos e experimentais, encontram-se representados na Figura 4.10.



**Figura 4.10.** Coeficientes de sustentação obtidos experimentalmente, para a Asa 1, e analiticamente (Método de Hess & Smith e Teoria Clássica dos Perfis Delgados).

Analisando a Figura 4.10, verifica-se que o método de Hess & Smith favorece uma melhor aproximação aos resultados experimentais, do que a Teoria Clássica dos Perfis Delgados. A discrepância apresentada, pelos resultados da TCPD, pode ser devido ao facto de esta assumir que a espessura do perfil é extremamente fina, enquanto que na realidade não o é.

Contudo, verifica-se que os resultados obtidos pelo MHS apenas apresentam uma boa aproximação para baixos ângulos de ataque ( $0^\circ$  a  $5^\circ$ ). A partir dos  $5^\circ$ , começa-se a registar o aparecimento de possíveis fenómenos viscosos (p. ex., bolhas de separação), o que justifica a discrepância apresentada por este método, dado que não contabiliza o efeito da viscosidade. Note-se que para o processamento deste método, foram utilizados 4000 painéis de modo a garantir que a solução se encontrasse dentro do regime de convergência (ver apêndice A.1).

#### 4.2.2. Métodos tridimensionais

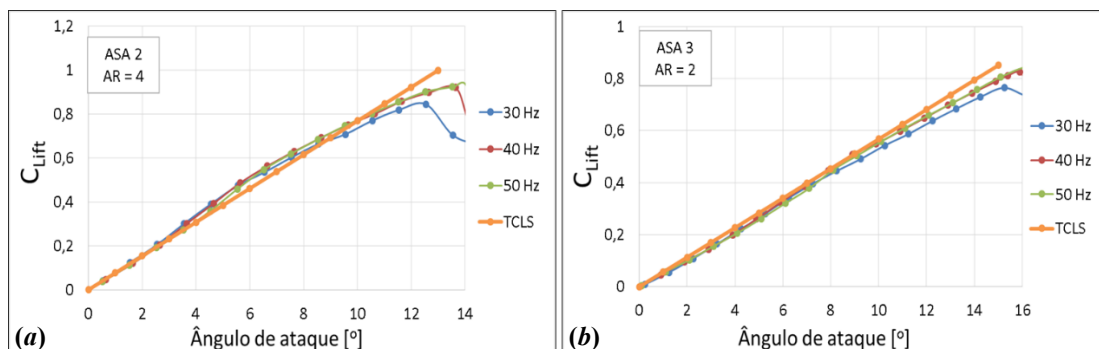
Nesta subsecção será efectuada uma comparação entre os resultados obtidos experimentalmente, para as Asas 2 e 3, e os resultados obtidos analiticamente. Para este caso utilizaram-se os métodos tridimensionais, a Teoria Clássica da Linha Sustentadora e o Método da Malha de vórtices, pelo facto do escoamento, em torno das Asas 2 e 3, já ser tridimensional.



Enquanto que na secção dos métodos bidimensionais, apenas se compararam os dados relativos ao coeficiente de sustentação, nesta também se analisará o coeficiente de arrasto induzido. Note-se que o coeficiente de arrasto induzido já foi alvo de estudo na subsecção 4.1.1.3.

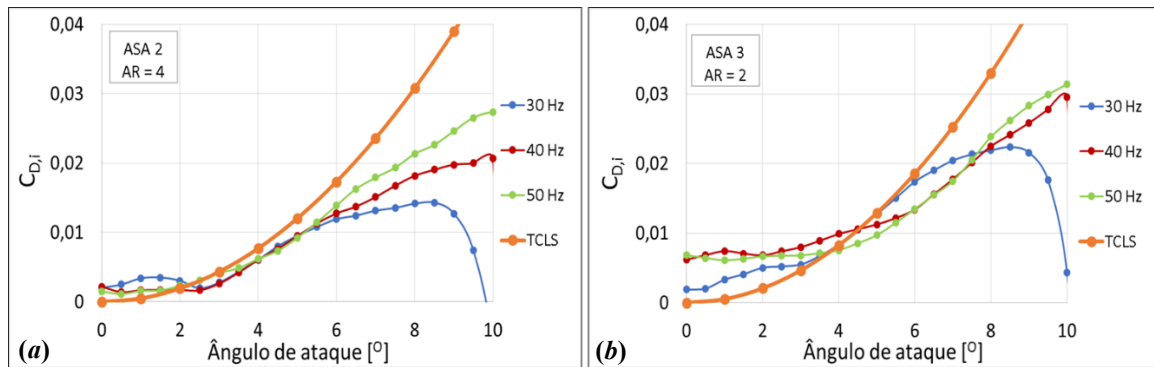
#### 4.2.2.1. Teoria Clássica da Linha Sustentadora

Tal como já foi referido anteriormente, o processamento da Teoria Clássica da Linha Sustentadora (TCLS) consiste em resolver a Equação (2.16), para diversos pontos da linha sustentadora. Deste modo, verifica-se que para se proceder à resolução destas equações, é necessário conhecer o valor de certas grandezas, tais como: a envergadura ( $b$ ), a corda ( $c$ ), a velocidade do escoamento não perturbado ( $V_\infty$ ), o ângulo de ataque ( $\alpha$ ), o ângulo de ataque para o qual a sustentação é nula ( $\alpha_{L=0}$ ) e o declive da curva de sustentação do perfil ( $a_0$ ). Sendo que todas as variáveis são conhecidas, excepto o declive da curva de sustentação ( $a_0$ ). O processo de cálculo do declive,  $a_0$ , encontra-se descrito no apêndice A.4. Por fim, os coeficientes foram obtidos com base na resolução de um sistema de equações constituído por 58 equações. O motivo pela qual se optou pela escolha de 58 equações, encontra-se descrito no apêndice A.2.



**Figura 4.11.** Coeficientes de sustentação obtidos experimentalmente e analiticamente (Teoria Clássica da Linha Sustentadora), para as Asas 2 (a) e 3(b).

Analisando a Figura 4.11, verifica-se os coeficientes de sustentação obtidos pela TCLS não permitem obter uma aproximação, de excelência, aos resultados experimentais. Esta discrepância deve-se ao facto da TCLS apenas ser adequada para alongamentos superiores a 4, tal como já tinha sido referido anteriormente. Apesar de existir esta discrepância para ambas as asas, verifica-se que para ângulos baixos, entre  $0^\circ$  e  $4^\circ$ , a TCLS encaixa-se relativamente bem na Asa 2 ( $AR = 4$ ).

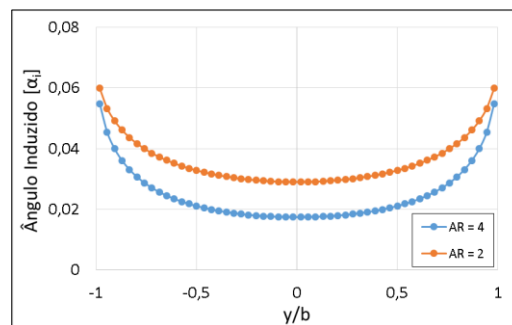


**Figura 4.12** Coeficientes de arrasto induzido, obtidos experimentalmente e analiticamente (Teoria Clássica da Linha Sustentadora), para as Asas 2 (a) e 3(b).

Relativamente ao coeficiente de arrasto induzido, ilustrado na Figura 4.12, verifica-se que os resultados analíticos não se ajustam igualmente aos resultados experimentais. Contudo, nota-se que a tendência apresentada pelos dados analíticos equipara-se à dos dados experimentais. Ou seja, a partir da TCLS, é possível ter uma noção da evolução do coeficiente de arrasto induzido com o aumento do ângulo de ataque, sendo que esta evolução assemelha-se a um comportamento parabólico. Por outro lado, observa-se que os resultados, analíticos e experimentais, obtidos para a asa 2, apresentam um comportamento bastante semelhante entre  $0^\circ$  e  $6^\circ$ , o que pode estar relacionado com o facto do alongamento da asa se encontrar próximo da gama de eficiência da TCLS.

Por fim, conclui-se que a TCLS não permite efetuar uma boa previsão dos coeficientes aerodinâmicos para asas com alongamentos baixos.

Analisando a Figura 4.13, verifica-se que o escoamento em torno da Asa 3 encontra-se sujeito a uma maior perturbação, tendo como origem a velocidade  $w$ . Este fenómeno deve-se ao facto do ângulo induzido no escoamento, tomar maiores proporções para esta mesma asa. Por fim, este fenómeno conduz, conseqüentemente, a uma redução do declive da curva de sustentação, tal como já tinha sido verificado na secção 4.1.1.1.

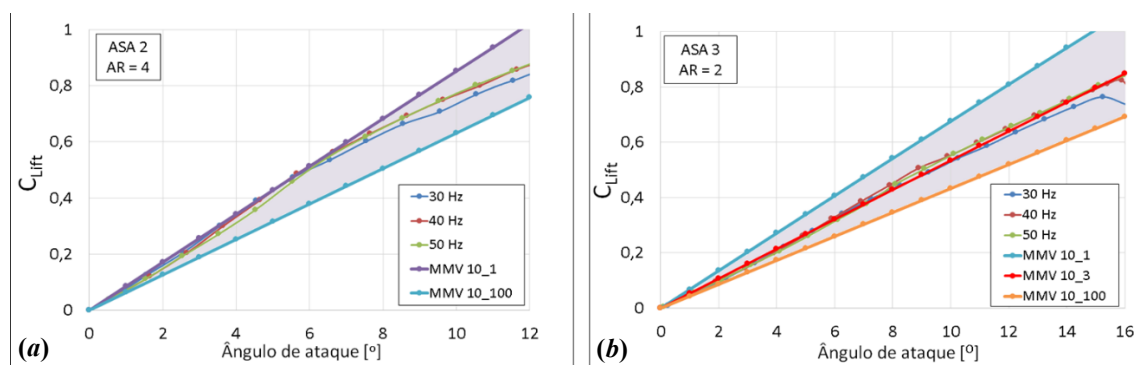


**Figura 4.13.** Ângulos induzidos, obtidos pela Teoria Clássica da Linha Sustentadora

#### 4.2.2.2. Método da Malha de Vórtices

O processamento deste método (MMV) consiste em resolver uma matriz quadrada, cuja dimensão aumenta com o aumento do número de painéis utilizados para a definição da asa. Uma vez que os resultados obtidos variam consoante a discretização utilizada (apêndice A.3), tal implica conhecer qual a discretização que mais se aproxima da realidade.

Relembrando que o coeficiente de sustentação é muito influenciado pelo número de elementos existentes ao longo do eixo  $y$  (apêndice A.3), procedeu-se então à determinação deste mesmo coeficiente, para diversas discretizações segundo o eixo  $y$ . Contudo, utilizou-se um número constante de painéis segundo o eixo  $x$  (10 painéis), cuja justificação, relativa a esta escolha, encontra-se no apêndice A.3. Por conseguinte, determinou-se o coeficiente de sustentação para duas situações, 10 e 100 painéis, que por sua vez são ilustrados na Figura 4.14.



**Figura 4.14.** Coeficientes de sustentação obtidos experimentalmente e analiticamente (Método da Malha de Vórtices), para as Asas 2 (a) e 3(b).

Analisando a Figura 4.14, verifica-se que existe uma grande variação do coeficiente de sustentação com o aumento do número de painéis, tal como já era previsto. Note-se que os coeficientes de sustentação obtidos para qualquer discretização pertencente ao domínio referido anteriormente, situam-se dentro das zonas sombreadas. Por outras palavras, verifica-se que o declive, definido pelo MMV, diminui à medida que se aumenta o número de elementos ao longo do eixo  $y$ .

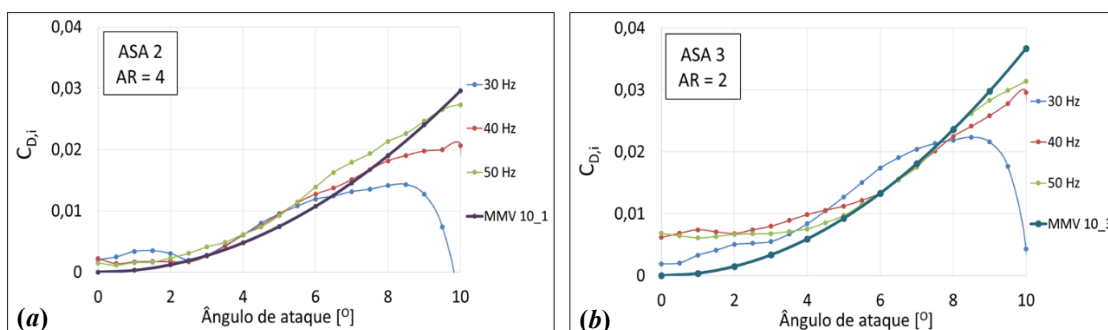
Relativamente à Asa 2, observa-se que os resultados obtidos a partir da discretização 10\_1 - 10 painéis ao longo do eixo  $x$ , e 1 painel ao longo do eixo  $y$  - assemelham-se aos resultados experimentais, em termos de coeficiente de sustentação.

Em relação à Asa 3, verifica-se que os resultados obtidos pela discretização 10\_3, ajustam-se, com grande detalhe, aos resultados experimentais relativos ao coeficiente de sustentação.

Posto isto, é possível verificar a possível existência de uma relação entre o alongamento, e o número de elementos existentes ao longo do eixo y. Isto é, pode se verificar que a utilização de um maior número de elementos pode ser útil para o estudo de asas com menor alongamento, pelo facto de se obter, nestas condições, uma melhor relação entre os resultados analíticos e experimentais. Contudo, os ensaios realizados não são suficientes para se confirmar a existência desta relação, pelo que seria interessante efectuar o mesmo tipo de estudo para asas com diferentes alongamentos.

Relembrando que o escoamento, em torno de uma asa com menor alongamento, é sujeito a uma maior perturbação segundo a direcção da envergadura. Tal facto, leva a que seja necessário haver uma maior quantidade de vórtices livres, de modo a modelar, com maior eficiência, a perturbação existente ao longo da direcção da envergadura.

É ainda possível verificar que os resultados analíticos, ajustam-se melhor aos resultados experimentais quando se utiliza uma discretização mais grosseira. Segundo Mason *et al.*[7, Cap. 6], estes indicam que para se obter resultados consistentes e fiáveis, a superfície sustentadora deve ser dividida de tal como que: o número de segmentos de linha presentes na discretização seja reduzido, e a envergadura de cada painel não tome um valor reduzido. Posto isto, pode-se afirmar que estes dois factores definem uma discretização considerada de grosseira, daí se verificar a existência de conformidade entre os resultados analíticos e experimentais.



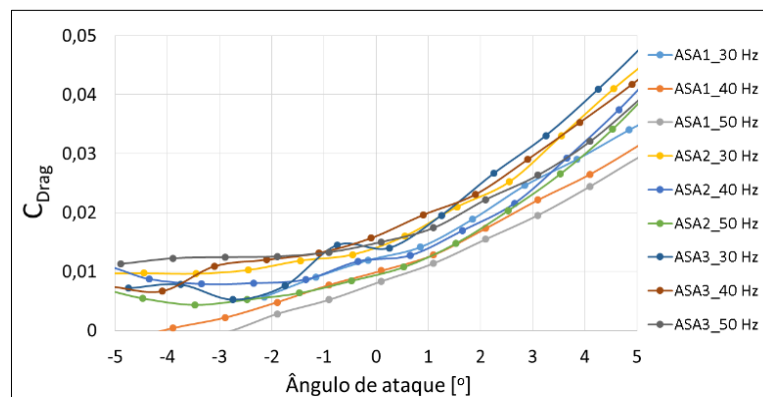
**Figura 4.15.** Coeficientes de arrasto induzido, obtidos experimentalmente e analiticamente (Método da Malha de Vórtices), para as Asas 2 (a) e 3(b).

Analisando a Figura 4.15, verifica-se que os coeficientes de arrasto induzido, obtidos para ambas as asas, não se ajustam na perfeição aos resultados experimentais. Todavia, observa-se que as curvas, analíticas e experimentais, apresentam o mesmo tipo de tendência, isto é, a evolução do coeficiente de arrasto induzido com o aumento do ângulo de ataque, toma a mesma forma em ambos os casos.

Apesar de se verificar que para a Asa 1, os resultados analíticos e experimentais apresentam uma melhor proximidade, isso não significa que seja plausível afirmar que este método, seja mais eficaz para a previsão do coeficiente de arrasto induzido desta mesma asa. Esta afirmação baseia-se no facto do coeficiente de arrasto induzido estar influenciado por possíveis problemas, tal como será estudado na secção 4.3, pelo que não se está em condições de se concluir tal facto.

### 4.3. Inconsistência da força de arrasto

Na secção 4.1.1.2, analisou-se com detalhe os resultados obtidos para o coeficiente de arrasto das 3 asas. Apesar destes resultados terem apresentado valores coerentes, verificou-se que para ângulos de ataque próximos de zero, a balança aerodinâmica não apresentava consistência (Figura 4.16).



**Figura 4.16.** Coeficientes de arrasto obtidos com base nos dados experimentais do Estudo 1.

Analisando a Figura 4.16, verifica-se que o coeficiente de arrasto não apresenta simetria, para qualquer uma das asas. Em teoria, isto não deveria de acontecer dado que as asas são simétricas, pelo que o coeficiente de arrasto deveria de ser mínimo para um ângulo de ataque igual a zero.

Na tentativa de resolver este problema, ajustou-se diversas vezes a tensão do tirante ligado ao extensómetro 3, visto que o problema poderia estar associado a um défice

de tensão, na detecção de forças com baixa intensidade. Contudo, os ensaios realizados após as diversas calibrações continuaram a apresentar a mesma tendência, ou seja, continuou-se a verificar um aumento do arrasto desde  $-5^\circ$  a  $5^\circ$ .

#### 4.3.1. Teste de repetibilidade

Com o objectivo de mostrar a repetibilidade deste problema, procedeu-se a um ensaio experimental, cujo objectivo era efectuar a medição do arrasto para  $-5^\circ$ ,  $0$  e  $5^\circ$ . Este ensaio foi executado para a Asa 1, utilizando uma velocidade de rotação igual a 50 Hz. Ao longo do ensaio foram efectuadas na totalidade, 10 medições para cada ponto, sendo que foram efectuadas 5 medições de cada vez, segundo a sequência:  $-5^\circ$ ,  $0$ ,  $5^\circ$ ,  $-5^\circ$ ,  $0$  e  $5^\circ$ . Os resultados obtidos encontram-se representados na Figura 4.17, sendo então possível verificar que este problema não é aleatório.

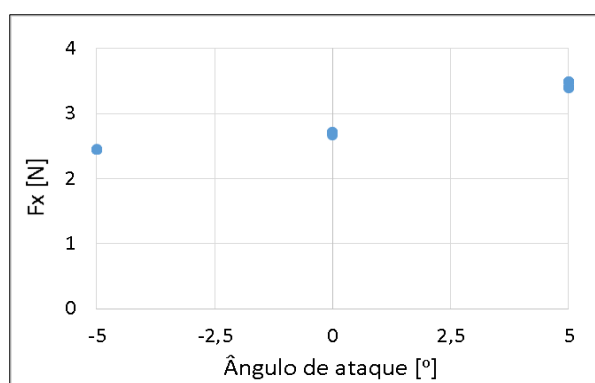


Figura 4.17. Forças de arrasto obtidas ao longo do teste de repetibilidade.

Analisando a Figura 4.17, verifica-se uma clara diferença entre as forças obtidas para ângulos simétricos. Devido há existência desta diferença, pensou-se que a sua origem poderia estar relacionada com uma possível interferência entre a sustentação e o arrasto, ou entre o momento e o arrasto.

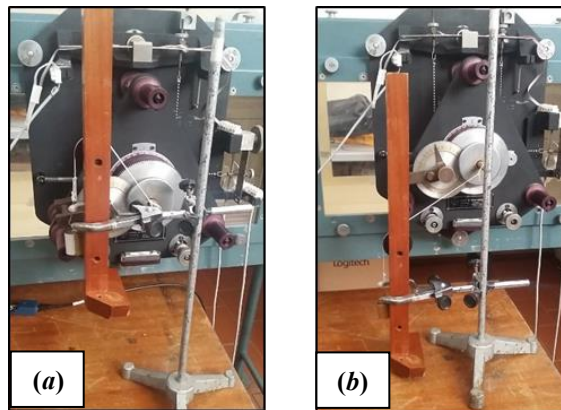
Por fim, foram realizados dois ensaios, destinados há verificação da existência destas possíveis interferências: sustentação e arrasto, ou momento e arrasto.

#### 4.3.2. Interferência entre a sustentação e o arrasto

Este ensaio teve como principal objectivo verificar se a força horizontal, determinada pela balança, se mantinha constante quando sujeita a uma força inclinada, para

cima e para baixo, relativamente ao eixo horizontal. É importante notar que a realização deste ensaio surgiu de uma conversa com o Professor António Manuel Gameiro Lopes.

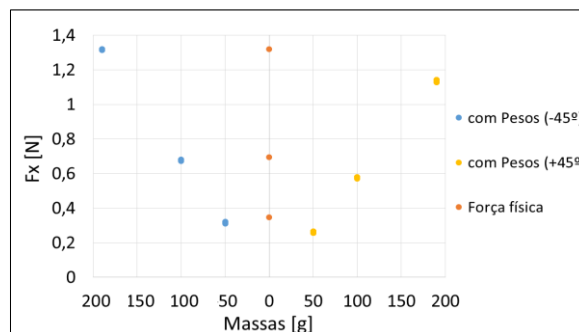
Neste ensaio, determinaram-se as forças registadas pela balança, quando sujeita a uma força inclinada cerca de  $45^\circ$  com o eixo horizontal, e para ambas as direções (Figura 4.18). De modo a ter uma melhor percepção da possível existência de uma interferência, decidiu-se solicitar a balança com diversas massas (50 g, 100 g e 150 g).



**Figura 4.18.** Disposição das massas para os dois casos: (a)  $+45^\circ$  e (b)  $-45^\circ$ .

De modo a garantir uma melhor credibilidade em relação aos dados obtidos, resolveu-se efectuar 10 medições para cada massa. Antes de se ter acoplado cada uma das massas à balança, procedeu-se à determinação dos zeros desta mesma, tendo sido obtidos 10 vezes para cada situação. Consequentemente, obteve-se o valor real da força horizontal, através da diferença entre o valor medido e a média dos zeros. Na Figura 4.19 encontram-se representados os valores reais das forças horizontais, como também o valor físico, dado por:

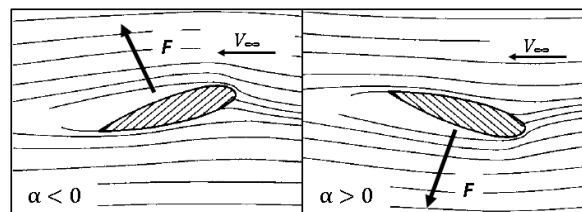
$$\text{Força física} = m \cdot g \cdot \cos 45^\circ \quad (4.2)$$



**Figura 4.19.** Forças reais obtidas pelo extensómetro 3 (forças horizontais).

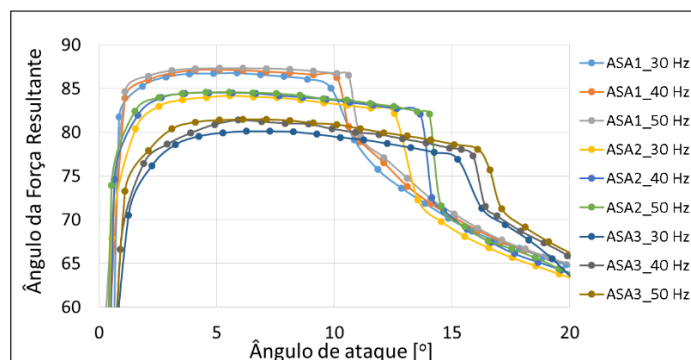
Analisando a Figura 4.19, verifica-se que existe uma clara diferença entre as forças horizontais obtidas nos dois casos. Ou seja, as forças inclinadas com um ângulo positivo, apresentam um desfasamento em relação às forças inclinadas com um ângulo negativo. Logo, estamos em condições de afirmar que existe uma interferência entre a componente vertical (sustentação) e a componente horizontal (arrasto).

É importante notar que quando a asa se encontra com um ângulo de ataque negativo ( $\alpha < 0$ ), a força resultante encontra-se inclinada para cima, sendo que o contrário acontece para um ângulo de ataque positivo (Figura 4.20). Note-se que esta força resultante, é composta pela componente da sustentação (componente vertical) e pela componente do arrasto (componente horizontal).



**Figura 4.20.** Variação da direcção da força resultante em função do ângulo de ataque da asa, adaptado de [1, Cap. 4].

Analisando a Figura 4.16 e a Figura 4.19, verifica-se que os resultados são concordantes entre si, pelo facto de apresentarem o mesmo fundamento. Ou seja, observa-se que o coeficiente de arrasto é menor para um ângulo de ataque negativo, que por sua vez corresponde ao caso em que a força resultante, aplicada na asa, é inclinada com o ângulo positivo. Por outro lado, através da Figura 4.19, verifica-se ainda que a força obtida é menor quando o ângulo de inclinação é positivo. Assim, verifica-se a existência de uma ligeira interferência entre a sustentação e o arrasto.



**Figura 4.21.** Ângulos de inclinação da força resultante, obtidos com base nos dados experimentais do Estudo 1.

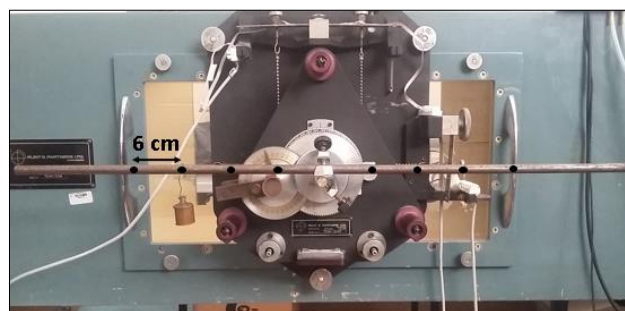


Contudo, é importante notar que este ensaio não é conclusivo, pelo facto de não se ter estudado o efeito de uma força inclinada com um ângulo mais elevado, próximo dos valores obtidos na realidade. Analisando a Figura 4.21, verifica-se que o ângulo de inclinação, da força resultante, varia consoante o alongamento da asa, sendo que diminui à medida que o alongamento da asa é menor. Contudo, apesar de se verificar uma ligeira variação da inclinação da força resultante, seria interessante efectuar este ensaio para um ângulo de inclinação próximo de  $85^\circ$ .

### 4.3.3. Interferência entre o momento e o arrasto

Este ensaio teve como principal objectivo verificar se a força horizontal, obtida pelo extensómetro 3, era afectada pela existência de momento em torno do eixo da balança.

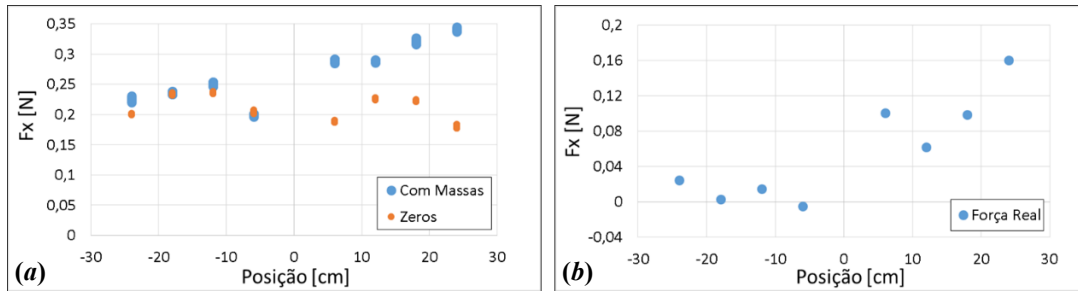
Neste ensaio solicitou-se um veio com vários momentos, originados pela presença de uma massa (190 g) ao longo de vários pontos de uma barra, que por sua vez se encontrava perpendicularmente ao eixo da balança (Figura 4.22). Os pontos representados na Figura 4.22, demonstram as posições para as quais se inseriu a massa. Por sua vez, a distância entre os pontos permanece igual ao longo da barra, sendo esta igual a 6 cm. Note-se que quando a massa é aplicada sobre 1 dos 4 pontos representados à direita do centro da barra, o momento produzido toma um sinal negativo, sendo que o contrário acontece quando a massa se encontra sobre um dos restantes pontos.



**Figura 4.22.** Barra acoplada transversalmente ao eixo da balança.

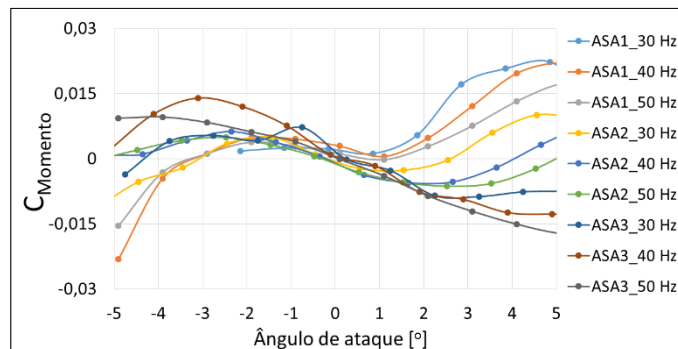
Ao longo do ensaio foram efectuadas 10 medições para cada ponto, tal como tinha sido realizado no ensaio anterior. Através deste método experimental, foi então possível controlar qualquer desvio que houvesse, ao longo da realização do ensaio. Relativamente aos zeros da balança, estes foram igualmente obtidos 10 vezes para cada situação. Ou seja, procedeu-se à medição dos zeros, sempre que se finalizava as 10 medições com a massa, num dado ponto.

Os valores registados pela balança, relativamente à força horizontal e aos zeros, encontram-se representados na Figura 4.23(a). A Figura 4.23(b) demonstra os valores da força real, que é dada pela diferença entre os valores registados para a força horizontal, e os correspondentes zeros.



**Figura 4.23.** (a) Forças registadas pelo extensómetro 3. (b) Valores das forças reais.

Em teoria, não se deveria registar quaisquer forças horizontais, dado que apenas existe a atuação de uma força vertical imposta pelo peso da massa. Contudo, ao analisar a Figura 4.23(b), verifica-se que a introdução de momento no eixo da balança, influencia consideravelmente a componente horizontal registada pela balança. Apesar de se registar o aparecimento de uma componente horizontal em ambos os casos, momento negativo e positivo, verifica-se que esta é substancialmente maior para o caso em que o momento é negativo.



**Figura 4.24.** Coeficientes de momento obtidos com base nos dados experimentais do Estudo 1.

Analisando o coeficiente de momento das Asas 2 e 3, ilustrado na Figura 4.24, verifica-se que para ângulos de ataque próximos de zero, o coeficiente é positivo para ângulos negativos, e vice-versa. Relativamente ao coeficiente de arrasto, verifica-se que este aumenta substancialmente quando o ângulo de ataque é superior a zero, que por sua vez promove a existência de um momento negativo. Assim, é possível afirmar que uma possível causa associada ao aumento do arrasto, pode ser a interferência existente entre o momento e

o arrasto. Estas ilações apenas podem ser referidas às Asas 2 e 3, pelo facto de apresentarem um comportamento distinto da Asa 1.

Relativamente ao coeficiente de momento da Asa 1, este deveria de ser positivo para ângulos de ataque superiores a zero, e negativo para ângulos de ataque inferiores a zero. No entanto, verifica-se na Figura 4.24, que este apenas é negativo para ângulos de ataque inferiores a  $-3^\circ$ . Logo, apesar destes valores não coincidirem com a teoria, é ainda possível verificar a existência de alguma interferência, proveniente do momento, para um intervalo de ângulos de ataque entre  $-3^\circ$  e  $0^\circ$ . Tal pode ser proferido, pelo facto de se verificar um coeficiente de arrasto baixo para um regime de momento positivo, daí haver concordância com os resultados obtidos neste ensaio. Por fim, não se pode concluir que a causa do aumento súbito do arrasto, para a Asa 1, seja a interferência proveniente do momento, visto que os resultados obtidos não permitem ilustrar, com evidência, a existência desta mesma interferência.



## 5. CONCLUSÕES

Esta dissertação de mestrado teve como principais objectivos, estudar as características aerodinâmicas de perfis alares, e também estudar a eficácia dos métodos analíticos, em prever os coeficientes aerodinâmicos de determinadas asas quando sujeitas a escoamentos subsónicos. Os métodos analíticos implementados destinaram-se ao estudo de asas com envergadura infinita (métodos bidimensionais) e envergadura finita (métodos tridimensionais). Resumindo, a realização desta dissertação pode ser dividida em três etapas: implementação dos métodos analíticos em *MatLab*, realização dos ensaios experimentais, e comparação entre os resultados obtidos experimentalmente e analiticamente.

Inicialmente, procedeu-se a uma revisão bibliográfica acerca dos diversos métodos existentes, tanto para o estudo de asas com envergadura infinita, como também de envergadura finita. Este passo foi fundamental, uma vez que permitiu tomar conhecimento acerca das diversas considerações, tomadas por cada um dos autores dos devidos métodos. Por sua vez, verificou-se que estas considerações têm um grande impacto sobre os resultados obtidos. Depois de compreendidos os diversos modelos matemáticos, procedeu-se então à sua implementação em *MatLab*.

Ao longo da realização da parte experimental, verificou-se a existência de uma certa perturbação associada ao cálculo da força de arrasto. Por seu turno, verificou-se que esta perturbação pode ser devida à existência de duas interferências, provocadas pelo arrasto e pela sustentação.

Relativamente à Teoria Clássica dos Perfis Delgados, verificou-se que os resultados obtidos por esta mesma, não se enquadram aos resultados experimentais obtidos a partir de um perfil NACA 0012.

Os resultados obtidos demonstram que o método de Hess & Smith, permite obter uma boa previsão do coeficiente de sustentação para uma asa com envergadura infinita. A obtenção desta boa previsão deve-se ao facto de se considerar a espessura do perfil, enquanto que na Teoria Clássica dos Perfis Delgados tal não era verificado.

Os resultados experimentais obtidos para as asas de envergadura finita, demonstram que a Teoria Clássica da Linha Sustentadora não permite obter, para asas com

baixos alongamentos, uma previsão dos coeficientes aerodinâmicos 100% fiável. Todavia, verificou-se que esta teoria permite determinar boas estimativas dos coeficientes, pelo facto do desvio, existente entre a curva experimental e analítica, ser pequeno para ângulos de ataque relativamente pequenos.

Relativamente aos resultados obtidos pelo Método da Malha de Vórtices, verificou-se que estes apresentam uma certa variação consoante a discretização utilizada. Por seu turno, observou-se que esta gama de variação abrange com sucesso os resultados experimentais, tal como é ilustrado na zona acinzentada da Figura 4.14. Conclui-se então, que este método permite obter uma zona de previsão associada aos coeficientes aerodinâmicos de determinada asa. Daí este método representar um papel fundamental na fase de desenvolvimento de uma nova asa, uma vez que permite ter uma noção dos coeficientes aerodinâmicos reais. Apesar deste método ser mais vantajoso em relação à Teoria Clássica da Linha Sustentadora, é importante notar que o esforço computacional exigido para a sua implementação, é drasticamente maior quando comparado com este último.

Por outro lado, verificou-se que não possível foi analisar, com sucesso, a frequência de libertação de vórtices ao longo da envergadura. Este facto encontra-se explicado, pormenorizadamente, no apêndice B.

Por fim, pode-se então concluir que a utilização destes métodos, numa fase inicial de desenvolvimento de determinada asa, é muito vantajosa pelo facto de ser possível verificar se os coeficientes obtidos, analiticamente, estão de acordo com o objectivo pretendido. Porém, a utilização destes métodos não chegam para se prever com sucesso o comportamento do escoamento sobre determinada asa, visto que estes métodos não contabilizam o efeito da viscosidade. Por seu turno, a não contabilização da viscosidade do fluido, implica que seja impossível a realização da previsão do ângulo crítico, que por sua vez corresponde a uma variável de elevada importância na área da aeronáutica.

## 5.1. Sugestões para trabalhos futuros

O estudo realizado contribuiu significativamente para uma melhor compreensão dos diversos métodos utilizados. Contudo, relativamente à parte experimental, ainda podem ser realizados novos estudos associados a estas mesmas asas. Em termos de trabalhos futuros podem ser propostos os seguintes:

1. Implementação de medidas com o intuito de resolver a perturbação existente no cálculo da força de arrasto. No apêndice C encontram-se descritas duas possíveis medidas.
2. Determinação dos coeficientes de pressão em torno da superfície da Asa 1. Por seu turno, os coeficientes, de sustentação e de arrasto, podem ser obtidos através da integração destes mesmo coeficientes de pressão. Com isto, obtém-se o coeficiente de arrasto real, que por sua vez deve ser diferente do coeficiente de arrasto obtido pela balança, dado que esta encontra-se perturbada por certas interferências.
3. Análise da frequência de libertação de vórtices, recorrendo a um processo de anemometria por fio quente. Dado que é impossível efetuar esta análise através da balança, tal como demonstrado no apêndice B, achou-se então interessante efectuar esta mesma através de outro processo. Por sua vez, o processo de anemometria por fio quente permite obter resultados mais fiáveis, uma vez que não está sujeito a quaisquer efeitos de perturbação.





---

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] J. Anderson Jr, *Fundamentals of Aerodynamics*, vol. Third Edit. 1985.
- [2] M. Van Dyke, *An album of fluid motion*. Parabolic Press, 1982.
- [3] K. Karamcheti, *Principles of ideal-fluid aerodynamics*. R.E. Krieger Pub. Co, 1980.
- [4] W. F. Phillips and D. O. Snyder, “Modern Adaptation of Prandtl’s Classic Lifting-Line Theory,” *J. Aircr.*, vol. 37, no. 4, pp. 662–670, 2000.
- [5] “ESCOAMENTO INCOMPRESSÍVEL EM ASAS FINITAS.” [Online]. Available: <http://webx.ubi.pt/~pgamboa/pessoal/2016/Apontamentos/Capitulo05.pdf>.
- [6] H. Multhopp, “Methods for Calculating the Lift Distribution of Wings (Subsonic Lifting-Surface Theory).,” *Aeronaut. Res. Counc.*, vol. 2884, no. 2884, 1950.
- [7] R. M. Cummings, W. H. Mason, S. A. Morton, and D. R. McDaniel, *Applied Computational Aerodynamics- A Modern Engineering Approach*. 2015.
- [8] J. Katz and A. Plotkin, *Low-speed aerodynamics : from wing theory to panel methods*. McGraw-Hill, 1991.
- [9] Plint & Partners Ltd, Fishponds Road, Wokingham, Berkshire, “18 in Blower Tunnel with Three Component Balance Instruments and Models - Description, Test Results and Operating Instructions.”
- [10] A. M. Gameiro Lopes, J. Pedro Lapa, M. C. Gameiro Silva, and L. Adriano Oliveira, “Ensaios em Túnel de Aerodinâmico - Guia de Trabalho Prático,” Coimbra, 2002.
- [11] “Anemómetro de Fio Quente.” [Online]. Available: <http://www.dicofiltro.com/pt/catalogo/go/equipamentos-pessao-acessorios-sondas-portateis-classe-210-310>.
- [12] “Propriedades do ar seco sob pressão normal.” [Online]. Available: <http://www.ebah.pt/content/ABAAAAGKgAE/propriedades-ar-seco-sob-pessao-normal>.
- [13] “Overview of common fluid flow phenomena.” [Online]. Available: <http://www.flowillustrator.com/fluid-dynamics/overview-of-common-fluid-flow-phenomena.php>.
- [14] Y. (Yasuki) Nakayama and Nihon Kikai Gakkai., *Visualized flow : fluid motion in*

- basic and engineering situations revealed by flow visualization*. Pergamon, 1988.
- [15] M. M. Munk, “General Theory of Thin Wing Sections,” 1923.
- [16] J. L. Hess and A. M. O. Smith, “Calculation of potential flow about arbitrary bodies,” *Prog. Aerosp. Sci.*, vol. 8, pp. 1–138, 1967.
- [17] J. L. Hess, “Panel Methods in Computational Fluid Dynamics,” *Annu. Rev. Fluid Mech.*, vol. 22, no. 1, pp. 255–274, Jan. 1990.
- [18] D. Cunha Matos, “Método de Painel para o Cálculo do Escoamento Potencial em Torno de Vários Perfis Sustentadores,” Instituto Superior Técnico, 2012.
- [19] J. Moran, *An introduction to theoretical and computational aerodynamics*. Dover Publications, 2003.
- [20] S. Yarusevych, P. E. Sullivan, and J. G. Kawall, “On vortex shedding from an airfoil in low-Reynolds-number flows,” *J. Fluid Mech.*, vol. 632, p. 245, Aug. 2009.

## ANEXO A – MÉTODOS TEÓRICOS BIDIMENSIONAIS

### A.1. Teoria dos perfis delgados

Esta teoria foi desenvolvida por Max Munk, em 1922, e corresponde a uma das primeiras teorias a ser desenvolvida, com o intuito de prever as características aerodinâmicas de perfis alares [1, Cap. 4]. Contudo, este método é simples, pelo facto de ser aplicável apenas para ângulos de ataque reduzidos, e cuja curvatura do perfil delgado não seja pronunciada [15]. Outra limitação rege-se no facto de não permitir o cálculo da força de arrasto uma vez que esta depende da viscosidade do fluido, possibilitando, deste modo, apenas o cálculo da força de sustentação e do momento.

Verificou-se que as porções das folhas de vórtices, dispostas na superfície superior e inferior de um perfil alar delgado, coincidiam quando se olhava para este mesmo perfil a partir de uma certa distância [1, Cap. 4]. Dessa forma, surgiu a ideia de representar o escoamento em torno de um perfil alar delgado, através da utilização de um folha de vórtices ao longo da linha de curvatura média do perfil alar (Figura An.1) [1, Cap. 4]. Assim, a intensidade da folha de vórtices  $\gamma(s)$  é determinada, de tal forma, que em conjunto com um escoamento uniforme, a linha de curvatura média represente uma linha de corrente. Esta consideração tem como desvantagem, o facto de não permitir a análise do efeito da espessura do perfil sobre o coeficiente de sustentação, daí a teoria ser aceitável apenas para perfis com reduzida espessura.

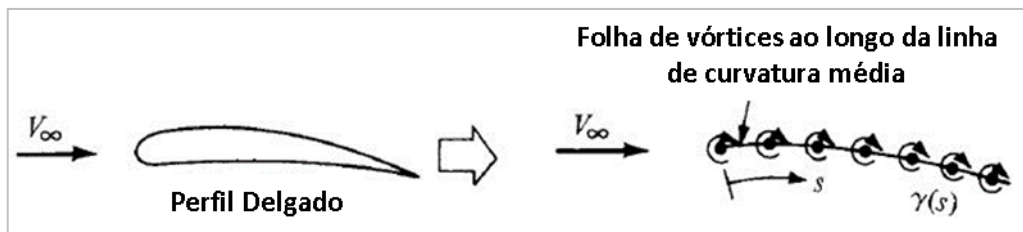
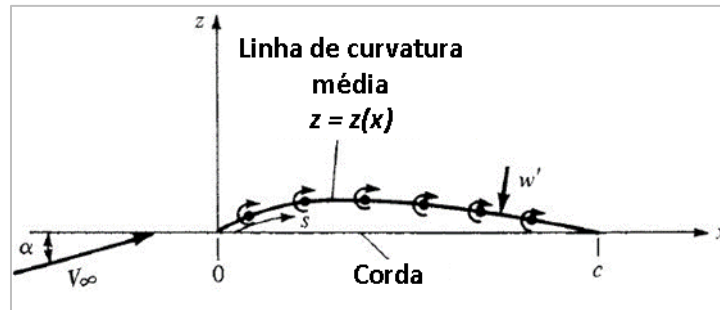


Figura An.1. Representação de um perfil delgado através de uma folha de vórtices, adaptado de [1, Cap. 4].

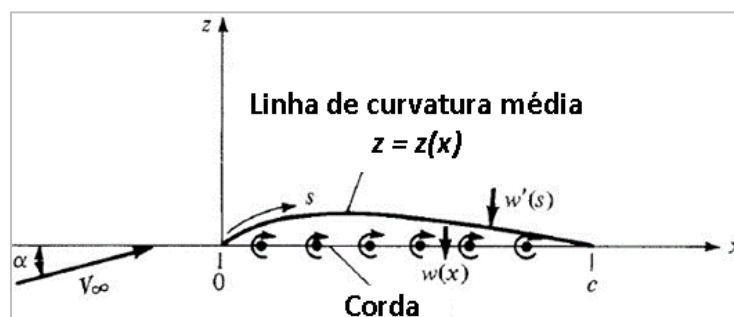
A Figura An.2 ilustra um escoamento de velocidade uniforme  $V_\infty$ , a incidir sobre um perfil alar com um dado ângulo de ataque  $\alpha$  (em radianos), sendo este perfil representado pela sua linha de curvatura média. Inicialmente, considerou-se a representação de uma folha

de vórtices, de intensidade  $\gamma(s)$ , ao longo da linha de curvatura média. Por sua vez, a linha de curvatura média é definida pela função  $z = z(x)$ .



**Figura An.2.** Representação de uma folha de vórtices sobre a linha de curvatura média, adaptado de [1, Cap. 4].

Contudo, esta análise foi simplificada no sentido de se alterar a posição da folha de vórtices para a linha da corda (Figura An.3). Esta simplificação é aceitável dado que se está perante um perfil alar delgado e de reduzida curvatura, levando há existência de grande proximidade entre a linha da corda e a linha de curvatura média, daí a alteração da posição da folha de vórtices não ser significativa. Com esta simplificação, a intensidade da folha de vórtices passou a ser definida por  $\gamma(x)$ . A componente normal das velocidades induzidas pela distribuição de vórtices na corda e na linha de curvatura média, correspondem respectivamente, a  $w(x)$  e a  $w'(s)$ .



**Figura An.3.** Representação de uma folha de vórtices sobre a linha de corda, adaptado de [1, Cap. 4].

Para que a linha de curvatura média corresponda a uma linha de corrente, é necessário garantir que a velocidade normal, em todos os pontos pertencentes a esta linha, seja nula. Admitindo que,  $V_{\infty,n}$  traduz a componente normal, da velocidade do escoamento não perturbado  $V_{\infty}$ , à linha de curvatura média, tem-se que:

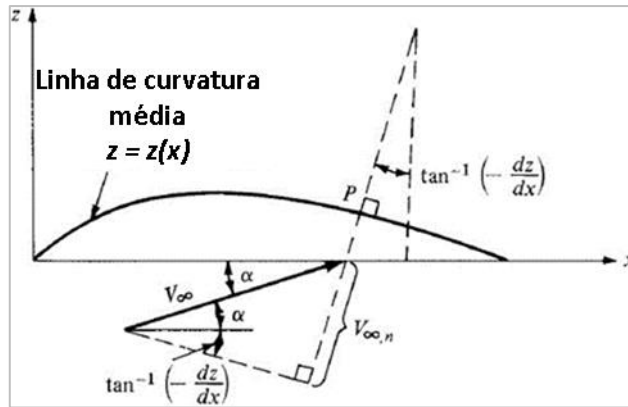
$$V_{\infty,n} + w'(s) = 0 \quad (\text{An.1})$$

Analisando a Figura An.4, deduz que a velocidade normal, da velocidade do escoamento não perturbado  $V_\infty$ , à linha de curvatura média, é dada por:

$$V_{\infty,n} = V_\infty \sin \left[ \alpha + \tan^{-1} \left( -\frac{dz}{dx} \right) \right] \tag{An.2}$$

$$V_{\infty,n} = V_\infty \left( \alpha - \frac{dz}{dx} \right) \tag{An.3}$$

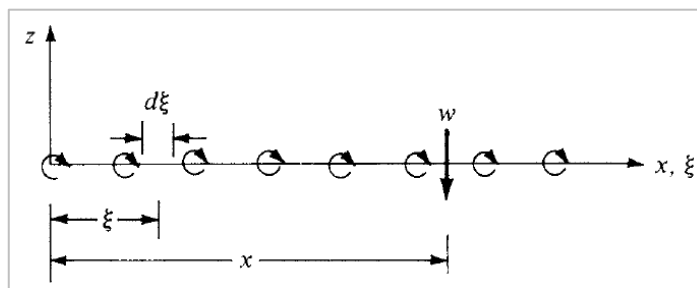
A transformação da Equação (An.2) para a Equação (An.3), deve-se ao facto do termo  $\tan^{-1}(-dz/dx)$  tomar um valor relativamente pequeno, daí ser aproximadamente igual a  $(-dz/dx)$ .



**Figura An.4.** Determinação da componente normal, à linha de curvatura média, do escoamento não perturbado, adaptado de [1, Cap. 4].

Dado a elevada proximidade entre a corda e a linha de curvatura média, considerou-se então que a componente normal da velocidade induzida, pela folha de vórtices, nestas duas linhas, fossem aproximadamente iguais, ou seja:

$$w'(s) \approx w(x) \tag{An.4}$$



**Figura An.5.** Discretização da folha de vórtices, adaptado de [1, Cap. 4].

Considerando a folha de vórtices, ilustrada na Figura An.5, verifica-se que cada elemento,  $\gamma d\xi$ , contribui para a indução de uma velocidade  $dw$  num dado ponto  $x$ , situado no eixo da corda. Por sua vez, a velocidade  $dw$ , é dada por:

$$dw = \frac{\gamma(\xi) d\xi}{2\pi(x - \xi)} \quad (\text{An.5})$$

O cálculo do termo,  $w(x)$ , é obtido integrando a Equação (An.5), desde o bordo de ataque ( $\xi = 0$ ) até ao bordo de fuga ( $\xi = c$ ). Logo,

$$w(x) = \int_0^c \frac{\gamma(\xi) d\xi}{2\pi(x - \xi)} \quad (\text{An.6})$$

Utilizando as Equações (An.3) e (An.6), obtém-se a Equação fundamental da Teoria Clássica dos Perfis Delgados, dada por:

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^c \frac{\gamma(\xi) d\xi}{(x - \xi)} = V_\infty \left( \alpha - \frac{dz}{dx} \right) \quad (\text{An.7})$$

### ➤ Asa simétrica

Uma vez que no caso, em estudo, o perfil é simétrico, a Equação (An.7) pode ser simplificada pelo facto da linha de curvatura média coincidir com a corda. Logo,

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^c \frac{\gamma(\xi) d\xi}{(x - \xi)} = V_\infty \alpha \quad (\text{An.8})$$

Consultando a restante bibliografia [1, Cap. 4], verifica-se que através de um tratamento algébrico da Equação (An.8), obtém-se:

$$c_{Lift} = 2\pi\alpha \quad (\text{An.9})$$

$$a = \frac{dc_{Lift}}{d\alpha} = 2\pi \quad (\text{An.10})$$

Deste modo, concluiu-se que para um perfil simétrico, o coeficiente de sustentação  $c_l$  varia linearmente com o ângulo de ataque  $\alpha$ , cujo declive  $a$  é igual a  $2\pi \text{ rad}^{-1}$  [1, Cap. 4].

Por outro lado, esta teoria indica que para um perfil simétrico, o coeficiente de momento ( $c_{Momento,c/4}$ ) é nulo. Note-se que este coeficiente se refere ao momento existente

em torno do ponto A (Figura 1.2), que neste caso em concreto, corresponde também ao centro de pressões [1, Cap. 4].

## A.2. Método de Hess & Smith

Os investigadores, A.M.O. Smith e J. L. Hess, e os seus colegas, dedicaram parte da sua vida ao desenvolvimento de um método que permitisse obter o escoamento potencial em torno de um objecto de dimensão arbitrária. Deste modo, os investigadores A.M.O. Smith e J. L. Hess, publicaram em 1967 a sua teoria, denominada por Método de Hess & Smith [16].

Este método enuncia que o escoamento potencial é obtido através da distribuição de singularidades, fontes e vórtices, ao longo de uma dada superfície sustentadora [11]. Inicialmente, a superfície é decomposta em  $N$  painéis – segmentos de linha recta – cujo comprimento pode ser variar, ou não, ao longo da discretização. Com isto, obtém-se  $N + 1$  pontos de fronteira que definem os  $N$  painéis (Figura An.6). Segundo A.M.O. Smith [17], verificou-se que perante a utilização de uma discretização mais refinada, os resultados obtidos serão por sua vez mais próximos dos resultados obtidos experimentalmente. Este facto era expectável uma vez que através da utilização de um maior número de painéis, a definição do corpo é mais próxima do modelo real, daí se verificar uma boa proximidade em termos de resultados obtidos.

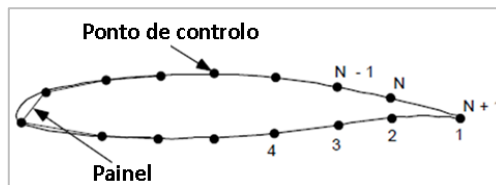


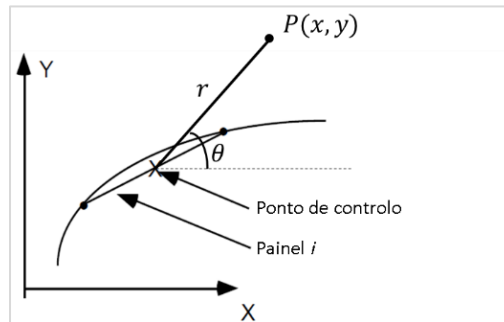
Figura An.6. Discretização de um perfil alar em  $N$  painéis, adaptado de [7, Cap. 4].

Deste modo, o escoamento induzido pela distribuição das singularidades, poços e vórtices, ao longo de  $N$  painéis, é definido por:

$$\phi = \underbrace{V_\infty(x \cdot \cos \alpha + y \cdot \sin \alpha)}_{\text{termo 1}} + \sum_{j=1}^N \int_{\text{panel } i} \underbrace{\left[ \frac{q(s)}{2\pi} \ln r \right]}_{\text{termo 2}} - \underbrace{\frac{\gamma}{2\pi} \theta}_{\text{termo 3}} ds \quad (\text{An.11})$$

Em que,  $V_\infty$  é a velocidade do escoamento não perturbado, e  $x, y, r$  e  $\theta$  são as coordenadas referentes a um dado ponto  $P(x, y)$  do escoamento. As variáveis  $r$  e  $\theta$  correspondem, respectivamente, à distância existente entre o ponto  $P(x, y)$  e o ponto de

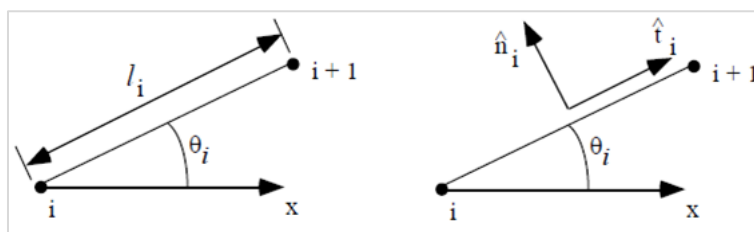
controlo do painel  $i$ , e ao ângulo formado entre o segmento de recta, que une o ponto de controlo do painel  $i$  com o ponto  $P(x, y)$ , e o eixo horizontal (Figura An.7). Note-se que o ponto de controlo de um dado painel  $i$ , situa-se sempre a meio desse mesmo painel. Por fim, os termos 1, 2 e 3, ilustrados na Equação (An.11), representam respectivamente, o potencial de velocidade associado a um escoamento uniforme, a um poço/fonte e a um vórtice.



**Figura An.7.** Coordenadas de um ponto  $P$ , relativamente a um dado painel  $i$ , adaptado de [7, Cap. 4].

A distribuição de fontes  $q(s)$  tem como objectivo garantir que o escoamento seja tangencial à superfície sustentadora, sendo responsável pela execução da condição de fronteira. Por outro lado, a distribuição de vórtices  $\gamma$  tem como função, a inserção de circulação no escoamento de modo a promover a sustentação de uma dada superfície, sendo também necessário a verificação da condição de Kutta [18]. Assim sendo, este método sugere que ambas as condições sejam verificadas em todos os pontos de controlo, distribuídos ao longo do perfil alar.

Este método considera que, em cada painel, a intensidade de fonte mantém-se constante, variando apenas de painel para painel. Por outro lado, uma vez que a condição de Kutta envolve apenas o bordo de fuga, tal implica que haja apenas a existência de um valor de circulação. Posto isto, a intensidade da distribuição de vórtices é igual em todos os painéis, sendo então designada pela constante  $\gamma$  [19, Cap. 4].



**Figura An.8.** Caracterização de um painel [7, Cap. 4].



Na Figura An.8, é possível visualizar as variáveis que definem um painel, depois de efectuada a discretização. Sendo,  $x_{i+1}$ ,  $x_i$ ,  $y_{i+1}$  e  $y_i$  as coordenadas dos pontos de fronteira de um dado painel  $i$ , e  $l_i$  o comprimento desse mesmo painel, tem-se que:

$$\sin \theta_i = \frac{y_{i+1} - y_i}{l_i} \quad (\text{An.12})$$

$$\cos \theta_i = \frac{x_{i+1} - x_i}{l_i} \quad (\text{An.13})$$

Deste modo, os vectores unitários, tangencial ( $\mathbf{t}_i$ ) e normal ( $\mathbf{n}_i$ ), são dados por:

$$\mathbf{n}_i = -\sin \theta_i \mathbf{i} + \cos \theta_i \mathbf{j} \quad (\text{An.14})$$

$$\mathbf{t}_i = \cos \theta_i \mathbf{i} + \sin \theta_i \mathbf{j} \quad (\text{An.15})$$

Para que se verifique a condição de escoamento tangencial à superfície sustentadora, isto é, para que a componente da velocidade perpendicular a esta mesma superfície seja nula, é necessário garantir que:

$$\mathbf{V}_i \cdot \mathbf{n}_i = 0 \quad (\text{An.16})$$

Sendo  $\mathbf{V}_i$ , o vetor da velocidade do escoamento junto a um dado ponto de controlo  $pc_i$ , de um dado painel  $i$ , que por sua vez é definido por:

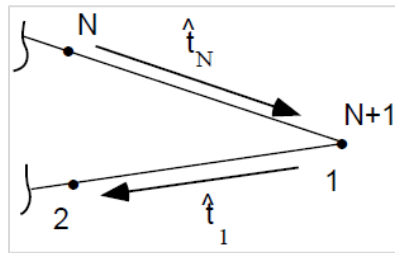
$$\mathbf{V}_i = u_i \mathbf{i} + v_i \mathbf{j} \quad (\text{An.17})$$

Desenvolvendo a Equação (An.16), obtém-se:

$$(u_i \mathbf{i} + v_i \mathbf{j}) \cdot (-\sin \theta_i \mathbf{i} + \cos \theta_i \mathbf{j}) = 0 \quad (\text{An.18})$$

$$\Rightarrow -u_i \sin \theta_i + v_i \cos \theta_i = 0, \quad \text{em que } i = 1, \dots, N. \quad (\text{An.19})$$

Por fim, a condição de escoamento tangencial à superfície sustentadora é imposta pela Equação (An.19), e deve ser verificada para todos os pontos de controlo. Por outro lado, a Equação (An.19) permite a construção de um sistema de equações lineares, composto por  $N$  equações e  $N+1$  incógnitas, sendo por isso de carácter indeterminado. Relembrando que, as  $N+1$  incógnitas correspondem às intensidades  $q_1, q_2, q_3, \dots, q_N$  e  $\gamma$ .



**Figura An.9.** Representação dos painéis próximos ao bordo de fuga do perfil [7, Cap. 4].

Neste método, a condição de Kutta é igualmente verificada, impondo que a componente da velocidade tangente aos painéis adjacentes ao bordo de fuga (Figura An.9), tanto na superfície superior como na inferior, tomem o mesmo valor. Para que o processo de cálculo seja convergente, é necessário garantir que os painéis 1 e N sejam relativamente pequenos, cujos comprimentos deverão também de ser iguais [7, Cap. 4]. Ou seja, a condição de Kutta é descrita pela seguinte condição:

$$u_{t1} = u_{tN} \quad (\text{An.29})$$

Desenvolvendo a Equação (An.29), obtém-se:

$$\mathbf{V}_i \cdot \mathbf{t}_1 = -\mathbf{V}_N \cdot \mathbf{t}_1 \quad (\text{An.30})$$

$$\Rightarrow (u_i \mathbf{i} + v_i \mathbf{j}) \cdot (\cos \theta_1 \mathbf{i} + \sin \theta_1 \mathbf{j}) = -(u_N \mathbf{i} + v_N \mathbf{j}) \cdot (\cos \theta_N \mathbf{i} + \sin \theta_N \mathbf{j}) \quad (\text{An.31})$$

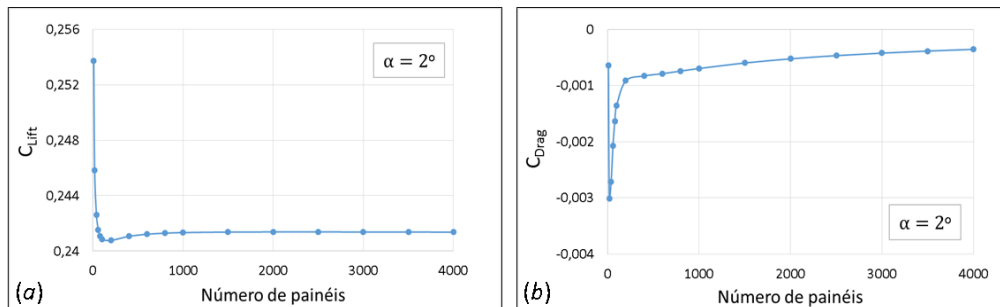
$$\Rightarrow -u_1 \cos \theta_1 + v_1 \sin \theta_1 = -u_N \cos \theta_N + v_N \sin \theta_N \quad (\text{An.32})$$

Adicionando a Equação (An.32) ao sistema de equações lineares, descrito anteriormente, este deixa de ser indeterminado, possibilitando deste modo a determinação das intensidades das singularidades,  $q_i$  e  $\gamma$ . Todo o restante processo matemático envolvido na determinação das incógnitas ( $q_i$  e  $\gamma$ ), encontra-se devidamente explicado na bibliografia seguida [6, Cap. 4]. Relembrando que este Apêndice, apenas teve como principal objectivo demonstrar as bases fundamentadas por Hess *et al.*[16].

## APÊNDICE A – ANÁLISE DOS MÉTODOS TEÓRICOS

### A.1. Método de Hess & Smith

Dado que os resultados obtidos, pelo MHS, são dependentes do número de painéis utilizados para definir a geometria do perfil, foi então necessário estudar essa mesma influência sobre o coeficiente de sustentação. Por conseguinte, estudou-se para o perfil NACA 0012, a variação dos coeficientes, de sustentação e de arrasto, com o aumento do número painéis utilizados na discretização.



**Figura Ap.1.** Variação dos coeficientes, de sustentação (a) e de arrasto (b), em função do número de painéis.

Analisando a Figura Ap.1(a), verifica-se que o coeficiente de sustentação se mantém estável a partir da utilização de 2000 painéis, sendo que o mesmo não acontece para o coeficiente de arrasto.

Relembrando que este método não considera a viscosidade nos seus cálculos, seria então de esperar que o coeficiente de arrasto fosse igual a zero [7, Cap. 4]. Apesar de na Figura Ap.1(b), não se registrar nenhum coeficiente de arrasto nulo, é importante registrar que existe uma tendência evidente. Ou seja, verifica-se que a partir dos 200 painéis, existe uma constante aproximação do coeficiente de arrasto ao valor zero, pelo que se pode considerar que se está perante uma situação de convergência.

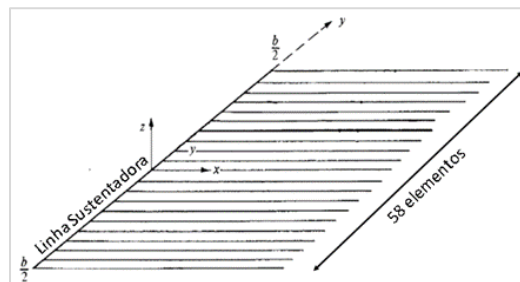
Com isto, apesar da situação ideal corresponder ao caso em que o coeficiente de arrasto é nulo, pode-se considerar que o resultado obtido, pela utilização de um número de painéis superior a 2000, já é satisfatório.

## A.2. Teoria Clássica da Linha Sustentadora

Tal como verificado no capítulo da Introdução, o processamento deste método consiste em resolver um sistema de  $N$  equações lineares [Equação (2.16)]. Relembrando que cada uma das equações se encontra associada a um dado ponto da linha sustentadora, tal como se procedesse a uma discretização desta mesma.

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b} \Rightarrow A^{-1}A\mathbf{x} = A^{-1}\mathbf{b} \Rightarrow \mathbf{x} = A^{-1}\mathbf{b} \quad (\text{Ap.1})$$

Inicialmente, pensou-se que o sistema de equações poderia ser constituído por uma infinidade de equações, de modo a obter uma discretização mais refinada. Contudo, verificou-se através do *MatLab*, que a resolução do sistema de equações apenas era bem-sucedido quando o número de equações era menor do que 58, inclusive (Figura Ap.2).



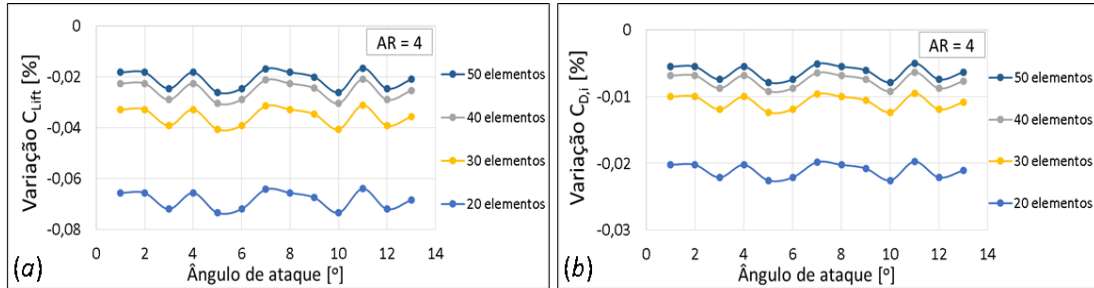
**Figura Ap.2.** Discretização da linha sustentadora utilizando 58 elementos, adaptado de [1, Cap. 5].

Verifica-se que ao resolver um sistema matricial com mais de 58 equações, a matriz  $A$  torna-se próxima de ser singular [Equação (Ap.1)]. Isto é, o determinante da matriz  $A$  aproxima-se de zero, o que por sua vez significa que a matriz  $A$  não possui inversa. Deste modo, é importante garantir que o determinante da matriz  $A$  não tome um valor próximo de zero, de modo a não afectar os resultados obtidos.

Por fim, estudou-se a variação dos coeficientes, de sustentação e de arrasto induzido, com o aumento do número de elementos utilizados ao longo da linha sustentadora. Neste estudo, foram determinados os coeficientes para uma dada gama de ângulos de ataque ( $1^\circ$  a  $10^\circ$ ), relativos a várias discretizações (20, 30, 40, 50 e 58 elementos). Na Figura Ap.3, são representadas as variações dos valores obtidos para as diversas discretizações, relativamente aos valores obtidos a partir da discretização com 58 elementos. Isto é, representaram-se os valores, percentualmente, de acordo com a seguinte equação:

$$\text{Variação [\%]} = \frac{C_i - C_{58}}{C_{58}} \times 100 \quad (\text{Ap.2})$$

Em que,  $C_{58}$  e  $C_i$  correspondem, respectivamente, aos valores obtidos pela discretização com 58 elementos e  $i$  elementos.



**Figura Ap.3.** Variação dos coeficientes, de sustentação (a) e de arrasto induzido (b), relativamente aos resultados obtidos com uma discretização de 58 elementos.

Analisando a Figura Ap.3, verifica-se que os resultados obtidos por este método não apresentam divergência. Os resultados variam pouco, cerca de menos 0,5%, para uma vasta gama de discretizações. Deste modo, garante-se uma boa convergência dos resultados através da utilização de uma discretização com 58 elementos. Note-se que apesar destes resultados terem sido obtidos para uma asa com uma alongamento igual a 4, verificou-se, posteriormente, que estes não variavam ao alterar a alongamento utilizada.

### A.3. Método da Malha de Vórtices

Tal como a TCLS, este método também consiste na resolução de um sistema de equações que por sua vez é transformado num sistema matricial, sendo que cada uma das equações representa a condição de fronteira num dado ponto de controlo. Deste modo, este método também recorre a um processo de discretização com o objectivo de definir o número de painéis que definem a superfície sustentadora.

Ao contrário do que acontecia para TCLS, este método não apresenta uma limitação quanto ao número de painéis que se pode utilizar. Por sua vez, isto dificulta a análise do método visto que não se tem definida uma discretização considerada de referência, tal como os 58 elementos utilizados na TCLS. É ainda importante relembrar, que este método procede a uma discretização da asa segundo duas direções, isto é, ao longo do eixo da envergadura (eixo  $y$ ) e ao longo do eixo da corda (eixo  $x$ ), tal como é visualizado na Figura Ap.4.

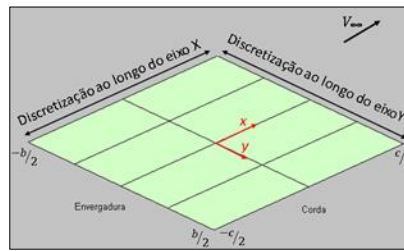


Figura Ap.4. Discretização da superfície sustentadora.

De seguida, será efectuado um estudo relativamente à variação dos coeficientes, de sustentação e de arrasto induzido, em função da discretização utilizada. Este estudo foi realizado para os dois tipos de discretização, isto é, variando o número de elementos apenas numa direcção (envergadura ou corda). Deste modo, considerou-se para os dois estudos, uma discretização de referência com 100 painéis. Assim, a variação dos coeficientes relativamente à situação de referência, é dada por:

$$Variação_{envergadura} [\%] = \frac{C_{i,j} - C_{i,100}}{C_{i,100}} \times 100 \quad (Ap.3)$$

$$Variação_{corda} [\%] = \frac{C_{i,j} - C_{100,j}}{C_{100,j}} \times 100 \quad (Ap.4)$$

Em que, os índices  $i$  e  $j$  representam, respectivamente, o número de painéis segundo o eixo da corda e o eixo da envergadura. Note-se que esta análise foi efectuada para um alongamento igual a 2, e um ângulo de ataque igual a  $14^\circ$ , no entanto poderiam ser utilizados outros valores.

➤ **Discretização ao longo do eixo da envergadura**

Os coeficientes obtidos para uma variação da discretização segundo o eixo da envergadura, isto é, mantendo o número de painéis segundo o eixo  $x$ , e variando o número de painéis ao longo do eixo  $y$ , encontram-se ilustrados na Figura Ap.5. Na Figura Ap.6 estão representadas as variações determinadas com base na Equação (Ap.3).

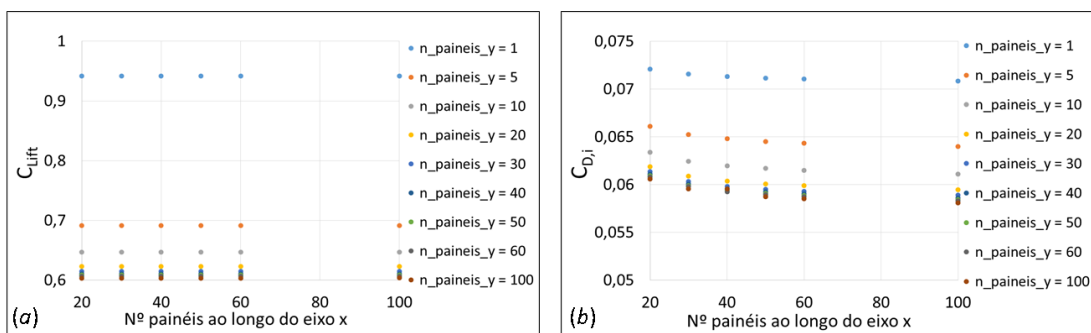
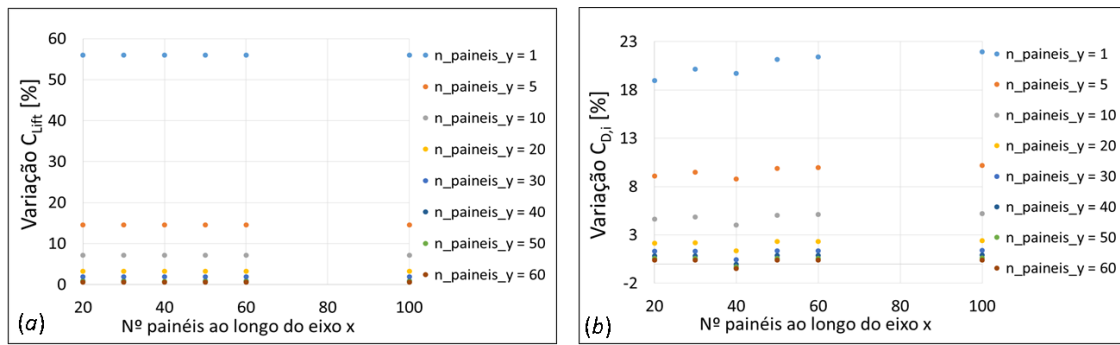


Figura Ap.5. Coeficientes, de sustentação (a) e de arrasto induzido (b), obtidos pelo MMV ( $AR = 2$ ).



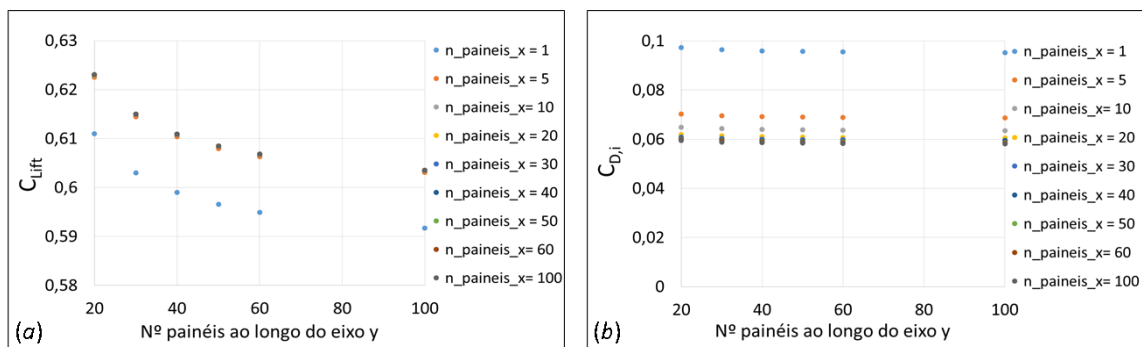
**Figura Ap.6.** Variação dos coeficientes, de sustentação (a) e de arrasto induzido (b), relativamente à discretização de referência ( $AR = 2$ ).

A partir da Figura Ap.5, verifica-se que existe uma convergência dos coeficientes, dado que se regista uma aproximação contínua dos diversos coeficientes com o aumento do número de painéis segundo o eixo  $y$ . Este facto pode ser observado através da Figura Ap.6, visto que a partir da utilização de 20 painéis para o eixo  $y$ , os coeficientes começam a apresentar uma variação inferior a 3% relativamente à discretização de referência.

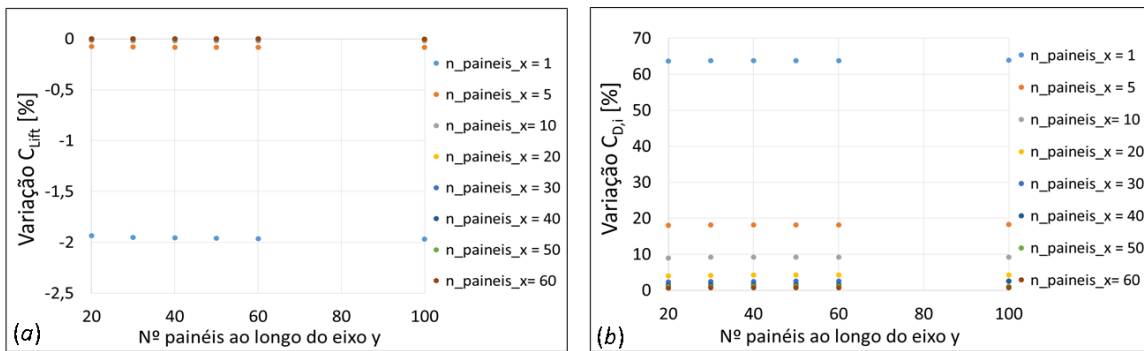
Contudo, verifica-se que existe uma ampla variação dos coeficientes, relativamente à discretização de referência, quando se utiliza um baixo número de painéis ao longo do eixo  $y$ . Sendo que se obtém uma variação máxima de 56% para o coeficiente de sustentação, enquanto que para o coeficiente de arrasto esta é igual a 22%.

➤ **Discretização ao longo do eixo da corda**

Os coeficientes obtidos para uma variação da discretização segundo a envergadura, encontram-se ilustrados na Figura Ap.7. Na Figura Ap.8 estão representadas as variações determinadas com base na Equação (Ap.4).



**Figura Ap.7.** Coeficientes, de sustentação (a) e de arrasto induzido (b), obtidos pelo MMV ( $AR = 2$ ).



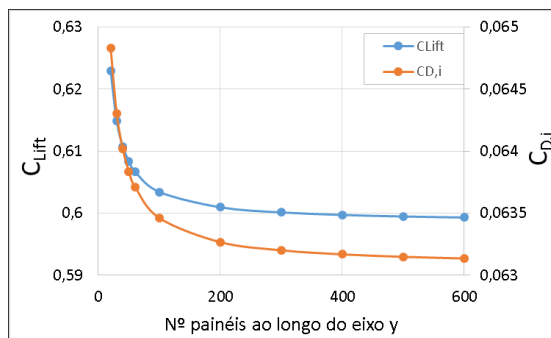
**Figura Ap.8.** Variação dos coeficientes, de sustentação (a) e de arrasto induzido (b), relativamente à discretização de referência ( $AR = 2$ ).

Analisando a Figura Ap.7, verifica-se que os resultados convergem com um aumento do número de painéis ao longo do eixo  $x$ . A Figura Ap.8 ilustra a existência de convergência, uma vez que os resultados apresentam uma variação muito baixa a partir da utilização de 20 painéis para a discretização segundo o eixo  $x$ .

Por outro lado, verifica-se que a utilização de pouco painéis, ao longo do eixo  $x$ , pode conduzir a resultados errados em termos de coeficiente de arrasto, pelo facto de se registar uma grande variação, cerca de 64%, relativamente à discretização de referência.

➤ **Verificação da aceitabilidade da discretização de referência (100 painéis)**

De seguida, procedeu-se à verificação da aceitabilidade da discretização de 100 painéis como discretização de referência. Assim, determinaram-se os coeficientes para diferentes discretizações segundo o eixo  $y$ , utilizando 10 painéis ao longo do eixo  $x$ . Optou-se por esta escolha pelo facto dos resultados obtidos, por esta mesma discretização, já se encontrarem dentro de um regime de convergência, tal como é visualizado na Figura Ap.8(a).



**Figura Ap.9.** Coeficientes, de sustentação e de arrasto induzido, obtidos pelo MMV ( $AR = 2$ ).



Analisando a Figura Ap.9, verifica-se que os resultados obtidos através da utilização de 100 painéis, encontram-se muito próximos dos obtidos para 600 painéis. O desvio obtido, relativamente aos 600 painéis, é igual a 0,68% para o coeficiente de sustentação, e a 0,51% para o coeficiente de arrasto induzido.

Por fim, é possível afirmar que a discretização de referência utilizada é aceitável.

#### ➤ Conclusões

Concluindo, verifica-se que existe uma convergência dos coeficientes, através de um aumento do número de painéis segundo ambas as direções, envergadura e corda.

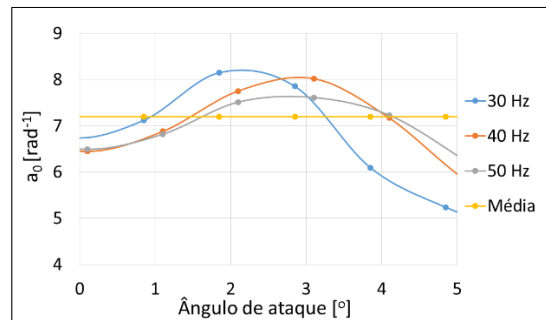
Por outro lado, verifica-se que existe uma maior variação dos coeficientes, de sustentação e de arrasto, para um aumento do número de painéis segundo o eixo da envergadura e da corda, respectivamente. Estas observações podem estar associadas ao facto da sustentação e do arrasto, dependerem respectivamente dos vórtices de fronteira e dos vórtices livres. Sendo que um aumento do número de painéis segundo  $y$ , conduz consequentemente a um refinamento dos vórtices de fronteira. Relativamente aos vórtices livres, ocorre também um refinamento destes mesmos através de um aumento do número de painéis segundo  $x$ .

### **A.4. Determinação do declive da curva de sustentação do perfil alar**

O cálculo do declive da curva de sustentação do perfil,  $a_0$ , foi realizado com base nos resultados obtidos para a Asa 1, ao longo do Estudo 1. Dado que as curvas dos coeficientes de sustentação da asa 1 permanecem praticamente lineares entre  $0^\circ$  e  $5^\circ$ , considerou-se então que o declive  $a_0$  fosse determinado com base nessa mesma zona.

Deste modo, determinou-se o declive dos diversos segmentos de recta, formados pelos pontos entre  $-1^\circ$  e  $5^\circ$ . Este declive foi obtido com base em 3 pontos de modo a evitar qualquer variação brusca do declive. Na Figura Ap.10 estão representados os diversos declives, para as 3 velocidades, e a correspondente média. Por sua vez, o processo utilizado para o cálculo do declive, com base nos 3 pontos, implicou que a média fosse obtida entre  $0^\circ$  e  $4^\circ$ . Note-se que se estaria automaticamente a contabilizar o efeito do coeficiente de sustentação associado aos  $6^\circ$ , caso se considerasse, no cálculo da média, o valor relativo a

5°. Concluindo, o declive obtido, para a curva de sustentação do perfil alar NACA 0012, é igual a  $7,2 \text{ rad}^{-1}$ .



**Figura Ap.10.** Declive dos segmentos de recta, formados com base na regressão linear entre 3 pontos.

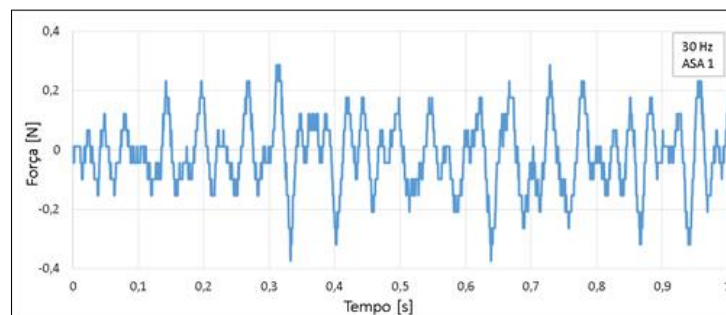
## APÊNDICE B – ANÁLISE DA FREQUÊNCIA DE LIBERTAÇÃO DE VÓRTICES

Ao longo do decorrer dos ensaios experimentais, pensou-se ser possível obter a frequência de libertação de vórtices ao longo da envergadura, através da análise dos sinais obtidos pelos extensómetros. Esta ideia foi considerada pelo facto da libertação de vórtices afectar o campo de pressões em torno da asa, ou seja, a frequência de oscilação dos sinais obtidos pelos extensómetros, deveria, em termos teóricos, ser igual à frequência de libertação de vórtices.

Este estudo tinha como objectivo determinar o número de Strouhal do escoamento, para diversos números de Reynolds. Por seu turno, este tipo de estudos permite saber se a frequência de libertação de vórtices é semelhante à frequência própria da estrutura. Caso isto se verifique, a estrutura seria sujeita a um fenómeno de ressonância, que por sua vez é uma situação indesejável visto que corresponde a uma situação de instabilidade estrutural. Por seu turno, o número de Strouhal,  $St$ , é dado por:

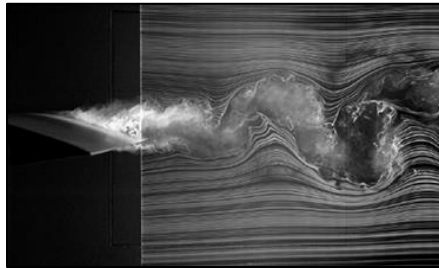
$$St = \frac{f_{vortex} C}{V_{\infty}} \quad (\text{Bp.1})$$

Em que,  $f_{vortex}$  é a frequência de libertação de vórtices. Na Figura Bp.1 está representada uma amostra de um sinal, obtido a partir do extensómetro 2, durante o estudo da Asa 1 e para uma frequência de rotação do motor igual a 30 Hz. É ainda importante notar, que a oscilação do sinal, verificada na Figura Bp.1, é dada em torno da sua média.



**Figura Bp.1.** Oscilação da força, obtida pelo extensómetro 2, em torno da sua média.

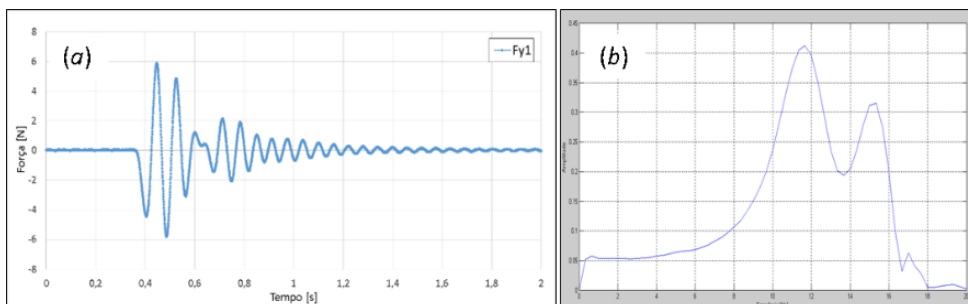
Relembrando que existe uma libertação de vórtices tanto na superfície superior como na superfície inferior da asa (Figura Bp.2), pensou-se então ser possível distinguir as frequências associadas a cada um destes casos. Dado que a libertação de vórtices, associada à superfície superior, se inicia junto ao bordo de ataque, considerou-se então que esta poderia ser analisada pelo extensómetro 2, visto que este é mais sensível a forças aplicadas junto ao bordo de ataque. Sendo que a libertação de vórtices, associada à superfície inferior, seria determinada com base no sinal obtido pelo extensómetro 1.



**Figura Bp.2.** Libertação de vórtices, no bordo de ataque e no bordo de fuga.

Relembrando que a balança não é um sistema rígido, isso significa que esta vibra ao longo da realização dos ensaios experimentais. Apesar da amplitude do seu movimento ser relativamente pequena, basta que haja uma pequena vibração da balança para que o processo, de determinação da frequência de libertação de vórtices, seja dificultado.

Por conseguinte, procedeu-se à determinação da frequência própria da balança, de modo a que seja possível diferenciar a frequência de oscilação das forças, da frequência associada à vibração da balança. Note-se, por sua vez, que a balança vibra de acordo com uma frequência específica, denominada de frequência própria  $f_n$ . Para se determinar a frequência  $f_n$ , solicitou-se a balança com uma perturbação repentina numa dada direcção, e num dado ponto desta mesma [Figura Bp.3(a)]. A frequência relativa ao sinal, causado por esta perturbação repentina, encontra-se ilustrada na [Figura Bp.3(b)].



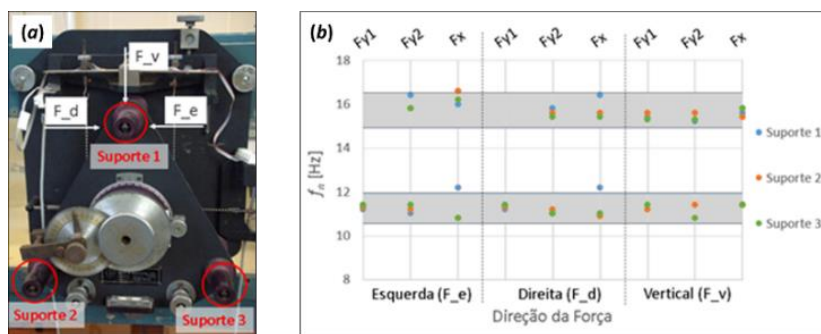
**Figura Bp.3.** (a) Sinal relativo à solicitação instantânea. (b) Frequência de oscilação do sinal.

A frequência de oscilação do sinal foi obtida através da função *fft* (Fast Fourier Transform), disponibilizada pelo *MatLab*. Esta função permite obter a amplitude dos coeficientes,  $a_n$  e  $b_n$ , que por sua vez são multiplicados por funções sinusoidais de modo a obter a melhor aproximação possível, isto é:

$$f(x) \sim \frac{c_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega_o x) + b_n \sin(n\omega_o x) \quad (\text{Bp.1})$$

Em que,  $f(x)$  corresponde ao sinal obtido na realidade, e  $\omega_o$  é a frequência fundamental. Neste estudo, considerou-se que a frequência própria,  $f_n$ , corresponde à frequência para o qual um dos coeficientes,  $a_n$  ou  $b_n$ , toma um valor elevado. No caso de se registar dois “picos”, tais como os visualizados na Figura Bp.3(b), considera-se então que ambos correspondem a frequências próprias.

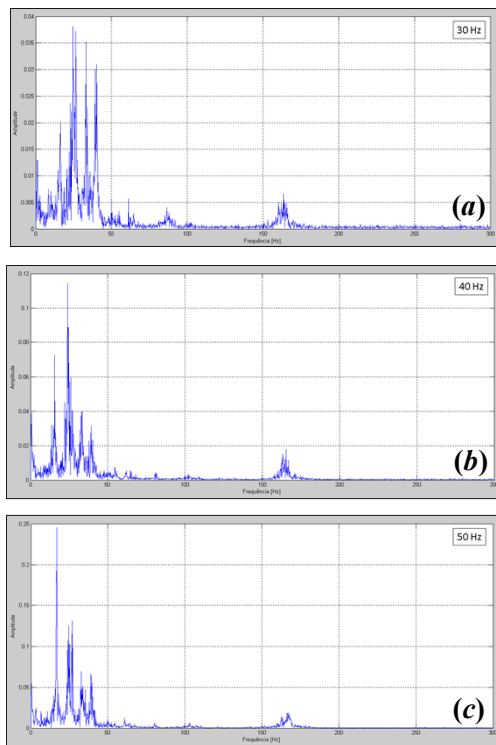
De modo a garantir uma melhor credibilidade ao ensaio realizado, repetiu-se este mesmo passo para forças com diferentes direções e pontos de aplicação. Resumindo, aplicou-se sobre três pontos de aplicação (suporte 1, 2 e 3), um conjunto de forças segundo 3 direções (para a direita, para a esquerda e para baixo), tal como é visualizado na Figura Bp.4(a).



**Figura Bp.4.** (a) Representação da direção das forças aplicadas, e dos respectivos pontos de aplicação. (b) Frequências próprias obtidas ao longo do ensaio.

Analisando a Figura Bp.4(b), verifica-se que existem duas frequências próprias bem distintas, 11,25 Hz e 15,72 Hz. Estas frequências próprias foram obtidas através da média dos dados obtidos. Por outro lado, o desvio padrão, associado a estas distribuições, é respectivamente igual a 0,35 Hz, e a 0,39 Hz. Na Figura Bp.4(b) estão ainda representadas duas zonas sombreadas, que por sua vez correspondem a um intervalo de confiança de 95,45%. Posto isto, é possível afirmar que a consideração da média dos valores obtidos, como valores de frequência própria, é aceitável pelo facto de não se registar uma grande variação entre os resultados obtidos.

Por conseguinte, procedeu-se à transformada de Fourier relativa ao sinal  $Fy_1$ , obtido pelo extensómetro 1, para as três diferentes condições de escoamento (30 Hz, 40 Hz e 50 Hz).



**Figura Bp.5.** Amplitude dos coeficientes,  $a_n$  e  $b_n$ , para diferentes velocidades de rotação do motor: (a) 30 Hz, (b) 40 Hz e (c) 50 Hz.

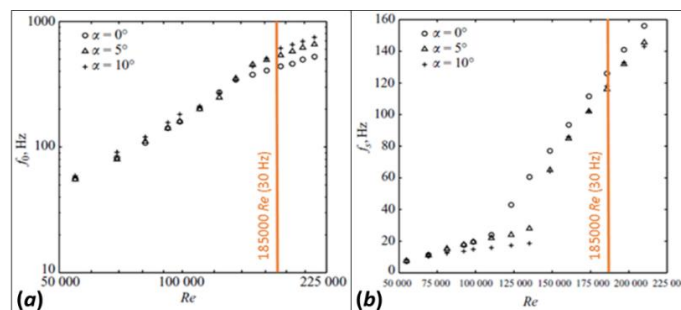
Analisando a Figura Bp.5, verifica-se que os “picos” de amplitude se encontram sempre nas mesmas frequências, variando apenas a amplitude dos seus coeficientes. Comparando os 3 casos, verifica-se que ocorre um aumento da amplitude dos coeficientes à medida que o número de Reynolds aumenta, o que seria de esperar pelo facto das forças registadas também aumentarem.

O sinal registado demonstra que existe uma diversidade de “picos” entre o intervalo 0 Hz e 50 Hz. Estes “picos” correspondem às harmónicas, que por sua vez são definidas pelos múltiplos das frequências naturais (11,25 Hz e 15,72 Hz). Note-se que, caso a frequência de libertação de vórtices se situasse próximo das frequências naturais, os coeficientes relativos às harmónicas tomariam valores ainda mais elevados, o que consequentemente provocaria uma situação de ressonância.

Através da Figura Bp.5, é ainda possível verificar que a balança não permite a detecção de frequências superiores a 180 Hz, pelo facto de não se registar qualquer “pico” de amplitude nesse mesmo domínio. O facto de não se verificar qualquer variação na

frequência máxima (170 Hz), mesmo aumentando a velocidade do escoamento, realça ainda mais a incapacidade de deteção de frequências altas. Posto isto, pode se considerar que esta incapacidade deve-se ao facto da balança apresentar um certa inércia, desempenhando deste modo a função de um “filtro passa-baixo”. Sendo que estes filtros, são conhecidos pelo facto de favorecerem a atenuação de movimentos com frequências elevadas.

De acordo com Serhiy Yarusevich *et al.* [20], verifica-se que, para uma asa constituída por um perfil NACA 0025, a frequência de libertação de vórtices varia consoante o número de Reynolds. Registou-se, a partir dos ensaios realizados, que a frequência de libertação de vórtices, tanto associada à superfície superior ( $f_0$ ) como também à superfície inferior da asa ( $f_s$ ), diferenciavam entre si (Figura.Bp.6).



**Figura.Bp.6.** Frequência de libertação de vórtices, para a superfície superior (a) e inferior (b), adaptado de [20].

Apesar das asas não serem constituídas pelo mesmo perfil, o facto de serem simétricas torna plausível a realização de uma comparação entre os resultados demonstrados na Figura.Bp.6, com os resultados experimentais ilustrados na Figura Bp.5.

Analisando a Figura.Bp.6(a), observa-se que a frequência de libertação de vórtices, relativos à superfície superior, toma valores relativamente elevados. Posto isto, verifica-se que o facto da balança não detectar frequências elevadas (superiores a 300 Hz), torna impossível a determinação da frequência de libertação de vórtices relativos à superfície superior da asa.

Relativamente à libertação de vórtices na superfície inferior, verifica-se que, para um número de Reynolds igual a  $185 \times 10^3$ , esta deveria de ocorrer para uma frequência na ordem dos 120 Hz. No entanto, ao analisar a Figura Bp.5, verifica-se que não existe nenhum “pico” de amplitude para frequências próximas de 120 Hz.

Por fim, conclui-se que a inércia da balança invalida o sucesso da análise da frequência de libertação de vórtices, visto que esta influencia negativamente os sinais obtidos pelos extensómetros.





## APÊNDICE C – ANÁLISE DA INCONSISTÊNCIA DA FORÇA DE ARRASTO

Por fim, poderiam ter sido adotados determinados métodos com o intuito de eliminar os dois tipos de interferência existente. Após um processo de reflexão, pensou-se que estes dois tipos de interferência poderiam ser eliminados através de dois métodos: proceder à montagem de um rolamento de esferas em torno do eixo da balança, ou então efectuar a calibração dos extensómetros através de um processo de calibração cruzada. Sendo que o último método surgiu de uma conversa com o Professor Manuel Carlos Gameiro da Silva do DEM.

Relativamente à montagem de um rolamento de esferas, este teria como objectivo eliminar o efeito do momento sobre a força horizontal registada pela balança. Actualmente, verifica-se que o tirante lateral se encontra acoplado a uma peça fixa ao prato da balança (Figura Cp.1). Ou seja, quando existe a ocorrência de um momento em torno do eixo, o prato da balança tende a rodar, influenciando deste modo a determinação da força de arrasto visto que a peça de fixação também roda. Por outras palavras, este movimento de rotação tende a aumentar a tensão do tirante, afectando deste modo o valor real. Logo, seria possível eliminar esta interferência, através da fixação de uma extremidade do tirante ao rolamento de esferas.

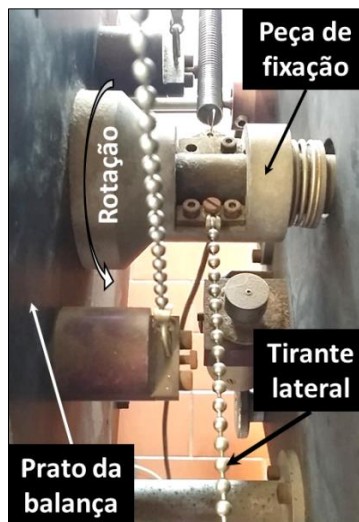
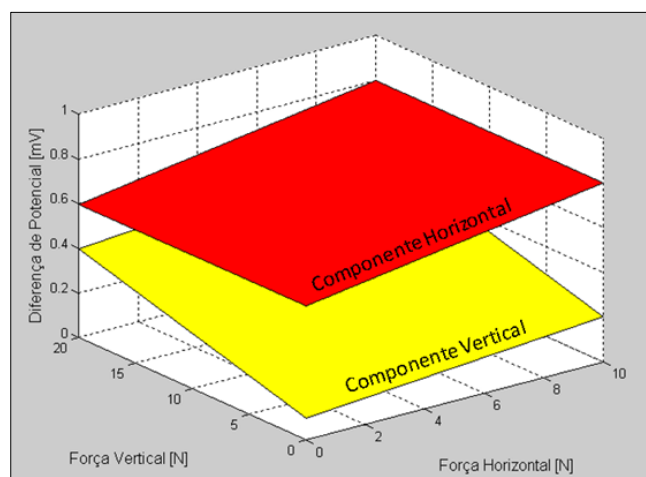


Figura Cp.1. Fixação do tirante lateral à balança aerodinâmica.

Em relação ao processo de calibração cruzada, este teria como objectivo eliminar qualquer tipo de interferência sobre a força horizontal registada pela balança. Este processo consiste em efectuar uma calibração simultânea para as duas componentes, vertical e horizontal, não sendo preciso efectuar duas calibrações distintas, tal como tinha sido efectuado neste estudo. Resumidamente, o processo de calibração cruzada consiste em solicitar a balança simultaneamente segundo as duas direções, horizontal e vertical, através da utilização de um conjunto de massas. Deste modo, obter-se-ia um plano de calibração para cada uma das componentes (horizontal e vertical), tal como é representado na Figura.Cp.2. Por conseguinte, este tipo de calibração permite contabilizar quaisquer tipos de interferências existentes, não afectando a determinação de uma dada força no decorrer de um ensaio experimental.



**Figura.Cp.2.** Exemplificação de dois planos de calibração, obtidos por um processo de calibração cruzada.