



Manuel António Lima Amorim

# ANÁLISE DA ESTABILIDADE DE UM PÓRTICO METÁLICO COM ELEMENTOS DE SECÇÃO VARIÁVEL ATRAVÉS DE MÉTODOS AVANÇADOS POR ELEMENTOS FINITOS

ANALYSIS OF THE STABILITY OF A METALLIC FRAME WITH TAPERED MEMBERS THROUGH  
ADVANCED FINITE ELEMENT METHODS

Dissertação de Mestrado Integrado em Engenharia Civil, na área de Especialização Mecânica Estrutural,  
orientada pelo Doutor João Pedro Simões Cândido Martins

Coimbra, 7 de Setembro de 2017



UNIVERSIDADE DE COIMBRA



**FCTUC** DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL  
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Manuel António Lima Amorim

# Análise da estabilidade de um pórtico metálico com elementos de secção variável através de métodos avançados por elementos finitos

**Analysis of the stability of a metallic frame with tapered members through advanced finite element methods**

Dissertação de Mestrado Integrado em Engenharia Civil, na área de Especialização Mecânica Estrutural,  
orientada pelo Doutor João Pedro Simões Cândido Martins

Esta Dissertação é da exclusiva responsabilidade do seu autor.  
O Departamento de Engenharia Civil da FCTUC declina qualquer  
responsabilidade, legal ou outra, em relação a erros ou omissões  
que possa conter.

Coimbra, 7 de Setembro de 2017

## AGRADECIMENTOS

Ao fim de vários meses de trabalho árduo e dedicação, eis que finalmente vejo a minha dissertação finalizada. Admito, não foi uma viagem fácil, principalmente quando a meio do percurso iniciei a minha carreira profissional, onde o tempo e a distância foram os meus maiores obstáculos. Não obstante, chego ao fim com o sentimento de satisfação e orgulho, acreditando ter feito o melhor possível. Desta forma e embora a presente dissertação seja apresentada como o resultado de um trabalho individual, é na verdade, o resultado de um conjunto de ensinamentos que fui colecionando no decorrer do seu processo de aprendizagem. Nesta perspetiva, todo o trabalho de ensino e implantação de competências, assim como a obtenção dos objetivos propostos, não seriam possíveis sem o apoio e incentivo de várias pessoas. Deste modo pretendo agradecer a todos os que contribuíram para a conclusão desta dissertação e do meu percurso académico.

Ao Professor João Pedro Martins os meus sinceros agradecimentos, pela orientação, pelos conhecimentos e conselhos transmitidos, pela muita paciência, disponibilidade e acima de tudo pelo apoio oferecido nas etapas fundamentais à entrega desta dissertação.

Ao meu amigo Rui Leite por toda a ajuda prestada, disponibilidade e pela transmissão de conhecimento no uso do software Abaqus que em muito ajudou à execução desta dissertação.

Aos amigos que levo, sobretudo aqueles com quem tive, tenho e sei que terei o privilégio de vivenciar as histórias desta vida.

À minha irmã Madalena, por ter sido como uma segunda mãe, por ser a minha melhor amiga e por ter a habilidade de me fazer ver as coisas simples quando eu não sou capaz.

Finalmente, o meu profundo agradecimento aos meus pais, Maria e Manuel, por todos os sacrifícios, por todo o apoio, entusiasmo, amor, amizade e paciência com que me acompanharam ao longo deste percurso e pela excelente educação e valores que me transmitiram. Vocês serão sempre os meus heróis.

Deixo a todos o meu muito obrigado.

*“Apenas flutua. Mas o rio não planeia o seu curso. Ele segue-o. Ele alcança-o”.*

## RESUMO

Em Portugal, ao longo dos últimos anos, tem-se presenciado um desenvolvimento sucessivo da construção metálica, direcionada quase exclusivamente para a construção de edifícios com fins de natureza industrial ou comercial. Este mercado oferece competitividade nos vários setores da indústria da construção devido às naturais capacidades mecânicas e tecnológicas do aço, mas também à simplicidade e celeridade dos processos de produção, pelo que, recentemente tem-se observado a utilização de estruturas metálicas em obras de grande, médio e baixo porte.

Tendo em conta o nicho de mercado acima mencionado, surgem os elementos de secção variável em aço que apresentam uma maior eficiência estrutural relativamente a elementos prismáticos, uma vez que a utilização de cada secção é otimizada.

O EC3-1-1 (CEN,2010) faculta diversas metodologias para a verificação da estabilidade de elementos e pórticos. No entanto no que diz respeito, a elementos não uniformes, isto é, com secção variável, aparecem diversas contrariedades, não existindo indicações para as contornar. Tal que, a verificação acaba por não tirar partido das vantagens associadas a estes elementos, tornando-se conservativa. Neste documento de investigação estudam-se as metodologias de verificação para elementos de secção variável.

Até à data, têm sido efetuadas várias investigações que visam desenvolver metodologias de cálculo para complementar as deficiências presentes no EC3-1-1, relativamente à análise da estabilidade de elementos não uniformes. Nos últimos anos, o Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra, juntamente com outras universidades, tem tentado desenvolver as metodologias referidas, tendo integrado um projeto de investigação nacional designado por *Taper Steel-Stability design of non-uniform steel members*. Posto isto, a presente dissertação visa analisar metodologias que conduzam à verificação da estabilidade de um pórtico metálico de inércia variável.

**Palavras-Chave:** | Aço | EC3-1-1 | Secção variável | Verificação da estabilidade

## ABSTRACT

In Portugal, over the last few years there has been a successive development of metal construction, directed almost exclusively at the construction of buildings for industrial or commercial purposes. This market offers competitiveness in the various sectors of the construction industry due to the natural mechanical and technological capabilities of the steel, but also the simplicity and speed of the production process, so it has recently been observed the use of metallic structures either in works of great , medium and low size.

Taking into account the market niche mentioned above, tapered members arise due to their structural efficiency with respect to prismatic elements, since the use of each section is optimized.

The EC3-part-1-1 (CEN, 2010) provides several methodologies for checking elements and frames. However, in respect of tapered members, there are several setbacks, and there are no indications to work around the problems. So, the verification ends up not taking advantage of the advantages associated with these elements, becoming conservative. This research paper examines verification methodologies for variable section elements.

Until the date, several investigations have been carried out to develop computational methodologies to complement the deficiencies present in EC3-1-1 regarding the analysis of the stability of tapered members. In recent years, the Civil Engineering Department of the Coimbra University, along with other colleges, have tried to develop the mentioned methodologies, having integrated a national research project called Taper Steel-Stability design of non-uniform steel members. Therefore, the present dissertation aims to improve to analyze methodologies that lead to the stability verification of a metallic frame with tapered members.

**Keywords:** | Steel | EC3-1-1 | Tapered members | Stability verification |

## ÍNDICE

<b>AGRADECIMENTOS</b> .....	<b>ii</b>
<b>RESUMO</b> .....	<b>iii</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>iv</b>
<b>ÍNDICE</b> .....	<b>v</b>
<b>SIMBOLOGIA</b> .....	<b>vii</b>
<b>ABREVIATURAS</b> .....	<b>x</b>
<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
1.1 Âmbito e Objetivos.....	1
1.2 Estruturas Porticadas com Elementos Variáveis .....	4
1.3 Estrutura da Dissertação .....	5
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>6</b>
2.1 Estudos Desenvolvidos Relativamente a Elementos de Secção Variável. ....	6
2.2 Métodos para Verificação da Estabilidade no EC3 1-1.....	9
2.3. Análise Global de Estruturas Metálicas.....	10
2.3.1 Introdução.....	10
2.3.2 Suscetibilidade das Estruturas aos Efeitos de 2ª Ordem.....	12
2.3.3 Imperfeições .....	12
2.4 Estabilidade Estrutural de Pórticos.....	15
2.4.1 Análise Global de Esforços Incluindo Explicitamente Todas as Imperfeições e Efeitos de 2ª Ordem.....	15
2.4.2 Análise Global de Esforços Considerando Apenas os Efeitos de 2ª Ordem Globais e Imperfeições Geométricas Globais .....	17
2.4.3 Análise de Primeira Ordem da Estrutura.....	18
<b>3. ANÁLISE ESTRUTURAL DE ELEMENTOS METÁLICOS DE ACORDO COM O EUROCÓDIGO 3</b> .....	<b>19</b>
3.1 Verificação da Segurança com Base nas Curvas de Encurvadura.....	19
3.1.1 Introdução.....	19
3.1.2 Classificação da Secção.....	20
3.1.3 Elementos Uniformes Comprimidos, Cláusula 6.3.1 do EC3-1-1 .....	21
3.1.4 Elementos Uniformes em Flexão, Cláusula 6.3.2 do EC3-1-1.....	25
3.1.5 Elementos Uniformes em Flexão Composta com Compressão, Cláusula 6.3.3 do EC3-1-1. ....	27
3.2 Verificação Através de Análise Numérica Não Linear por Elementos Finitos.....	28
3.2.1 Introdução.....	28
3.2.2 Modelação - Aspetos Gerais.....	29
3.2.3 Tratamento das Imperfeições.....	30

---

3.2.4 Tipo de Análise.....	31
<b>4 MODELO NUMÉRICO .....</b>	<b>34</b>
4.1 Introdução.....	34
4.2 Esquema Estrutural.....	34
4.3 Propriedades dos Materiais.....	36
4.4 Tipo de Elemento de Malha.....	36
4.4 Condições de Suporte .....	38
4.5 Carregamento.....	38
4.6 Imperfeições .....	40
4.6.1 Imperfeições Globais.....	41
4.6.2 Imperfeições Locais.....	42
<b>5 RESULTADOS .....</b>	<b>45</b>
5.1 Resultados Obtidos Através da Aplicação do EC3-1-1 (Curvas de Encurvadura para Elementos Uniformes).....	45
5.1.1 Esforços de Dimensionamento. ....	45
5.1.2 Propriedades da Secção .....	46
5.1.3 Resistência das Secções Transversais.....	52
5.1.4 Resistência dos Elementos à Encurvadura .....	56
5.2 Resultados Obtidos Através de Uma Análise Numérica Não Linear por Elementos Finitos. ....	62
5.2.1 Introdução.....	62
5.2.2 Static-General .....	62
5.2.3 Static-Ricks.....	67
<b>6. Conclusão .....</b>	<b>73</b>
<b>7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>75</b>

---

## SIMBOLOGIA

### Letras minúsculas latinas

$b$	largura de uma secção transversal
$c$	altura útil
$d   h_w$	altura da alma
$e_0$	amplitude de uma imperfeição local
$f_y$	tensão de cedência
$h$	altura do andar/piso da estrutura   altura da secção transversal
$k_{yy}$	fator de iteração
$k_{yz}$	fator de iteração
$k_{zy}$	fator de iteração
$k_{zz}$	fator de iteração
$m$	número de pilares num alinhamento
$r$	raio de concordância
$t_f$	espessura da alma
$t_w$	espessura do banzo
$y - y$	eixo de uma secção transversal
$z - z$	eixo de uma secção transversal

### Letras maiúsculas latinas

$A$	área de secção transversal
$A_v$	área resistente ao esforço transversal
$E$	módulo de elasticidade de flexão (ou módulo de Young)
$EI$	rigidez de flexão
$F_{cr}$	valor crítico da carga associado à instabilidade elástica num modo global
$F_{Ed}$	valor de cálculo da carga que atua na estrutura
$G$	módulo de elasticidade de torção
$I_T$	constante de torção uniforme
$I_w$	constante de empenamento
$I_y$	momento de inércia em relação ao eixo de maior inércia y-y

---

$I_z$	momento de inércia em relação ao eixo de menor inércia z-z
$K$	matriz de rigidez
$L$	comprimento real do elemento
$L_E$	comprimento de encurvadura
$M_{b,Rd}$	valor de cálculo do momento fletor resistente à encurvadura lateral
$M_{cr}$	momento crítico elástico de encurvadura lateral
$M_{cr}^E$	momento crítico constante equivalente
$M_{c,Rd}$	valor de cálculo do momento fletor resistente em relação a um eixo principal
$M_{Ed}$	valor de cálculo do momento fletor atuante
$M_{el}$	momento elástico
$M_{pl}$	momento plástico
$M_{y,Ed}$	momento fletor atuante, em relação ao eixo y-y
$M_{z,Ed}$	momento fletor atuante, em relação ao eixo z-z
$M_{y,Rk}$	valor característico da resistência à flexão em torno do eixo y-y
$M_{z,Rk}$	valor característico da resistência à flexão em torno do eixo z-z
$N_{b,Rd}$	valor de cálculo do esforço normal resistente à encurvadura
$N_{cr}$	valor crítico do esforço normal associado ao modo de encurvadura elástica relevante
$N_{c,Rd}$	valor de cálculo do esforço normal resistente em relação a um eixo principal
$N_{Ed}$	valor de cálculo do esforço normal atuante
$N_{Rk}$	valor característico do esforço normal resistente da secção transversal
$U_F$	fator de utilização
$V_{Ed}$	valor de cálculo do esforço transversal atuante
$V_{c,Rd}$	valor de cálculo do esforço transversal resistente
$V_{pl,Rd}$	valor de cálculo do esforço transversal resistente plástico
$W_{pl,y}$	módulo plástico de flexão na direção y
$W_{pl,z}$	módulo plástico de flexão na direção z

### Letras minúsculas gregas

$\alpha$   $\alpha_{LT}$	fator de imperfeição
--------------------------	----------------------

---

$\alpha_{cr}$	valor mínimo do fator de amplificação dos esforços para se atingir a carga crítica de encurvadura elástica
$\alpha_h$   $\alpha_m$	coeficiente de redução
$\alpha_m$	fator de multiplicação para obtenção do $M_{cr}$ através de $M_{cr}^E$
$\beta$	parâmetro
$\gamma_{Mi}$	coeficiente parcial de segurança, índice $i$
$\varepsilon$	fator que depende de $f_y$   extensão
$\phi$	imperfeições globais
$\phi_0$	valor de base da imperfeição geométrica equivalente de uma estrutura
$\eta$	coeficiente para calcular a área de corte
$\bar{\lambda}$	esbelteza normalizada
$\bar{\lambda}_{LT}$	esbelteza normalizada para a encurvadura lateral
$v$	deslocamentos nodais
$\nu$	coeficiente de Poisson em regime elástico
$\varphi$	deslocamento horizontal
$\chi$	coeficiente de redução para encurvadura por compressão
$\chi_{LT}$	coeficiente de redução para a encurvadura lateral

### Letras maiúsculas gregas

$\Delta K$	matriz das tensões iniciais devido aos incrementos de carga
$\Delta M_{y,Ed}$	momento devido ao afastamento do eixo baricêntrico y-y
$\Delta M_{z,Ed}$	momento devido ao afastamento do eixo baricêntrico z-z
$\Phi$	valor para determinar o coeficiente de redução $\chi$
$\Phi_{LT}$	valor para determinar o coeficiente de redução $\chi_{LT}$

### Letras latinas e gregas

(P- $\Delta$ )	Efeitos de 2ª ordem globais (para a estrutura)
(P- $\delta$ )	Efeitos de 2ª ordem locais (para elementos)

## ABREVIATURAS

UC	Universidade de Coimbra
FCTUC	Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra
EC3-1-1	Eurocódigo 3 parte 1-1
MEF	Método dos Elementos Finitos
LBA	Linear Buckling Analysis
GMNIA	Geometrical and Material Non-linear Analysis with Imperfections
LPF	Load Proportionality Factor

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Âmbito e Objetivos

Atualmente, os elementos de secção variável são preferidos quando comparados com membros prismáticos devido à sua eficiência estrutural, visto que otimizam a utilização da secção transversal, economizando material. No entanto, não existe ainda orientação suficiente para executar a verificação da estabilidade destes elementos, pelo que, a verificação da estabilidade global dos mesmos é geralmente realizada através de fórmulas existentes nos regulamentos para elementos prismático, dado que, o EC3-1-1 contém um conjunto de cláusulas para verificação da estabilidade de colunas, vigas e vigas-coluna de membros uniformes, respetivamente cláusulas 6.3.1 - estabilidade das colunas; cláusula 6.3.2 - estabilidade de vigas e cláusula 6.3.3 - fórmulas de interação para vigas-coluna.

Este tipo de abordagem é permitido, uma vez que o EC3-1-1 prevê dois tipos de análise para a obtenção dos esforços internos e deslocamentos: a análise global elástica e a análise global plástica. A análise global elástica assume que em todos os pontos da estrutura a tensão não excede o valor da tensão de cedência (assumindo uma relação linear tensão-extensão para o material), ou seja, mesmo que se recorra a uma análise global elástica (para a obtenção de esforços), o dimensionamento dos elementos pode ser efetuado tendo em conta a resistência plástica das secções transversais. Por outro lado, na análise global plástica assume-se a possibilidade de ocorrência de rótulas plásticas com redistribuição sucessiva dos esforços. Para tal as secções transversais têm de apresentar capacidade de rotação suficiente. Nesta análise é normalmente assumido um comportamento elasto-plástico para o aço.

Posto isto, os modelos de cálculo utilizados para a análise global de estruturas metálicas devem traduzir corretamente o comportamento estrutural real, nomeadamente todas as não-linearidades (quer materiais, quer geométricas) que se mostrem relevantes. Assim sendo e atendendo aos assuntos acima mencionados, pretende verificar-se a estabilidade de um pórtico metálico com elementos de secção variável mediante:

- A aplicação do EC3 diretamente (fórmula de interação para elementos uniformes) - Análise global tendo em conta as imperfeições globais e efeitos de segunda ordem globais, enquanto as imperfeições locais e efeitos de segunda ordem são considerados através da verificação individual dos elementos.
- Uma análise numérica direta - Modelar o comportamento do material, imperfeições locais e globais baseadas nos modos de encurvadura e obter o fator de carga no colapso.

Porém, para qualquer um destes procedimentos, são evidenciadas várias dificuldades para a verificação de um membro não-uniforme, podendo conduzir a verificações que apostam excessivamente na segurança, sendo pouco económicas, nalguns casos ou a verificações inseguras noutros casos.

Para dissecar algumas dessas contrariedades, toma-se como exemplo o caso de uma viga-coluna (uniforme ou não), onde por toda a sua extensão, a classificação da secção transversal muda ao longo da mesma, tal como exemplificado na Figura 1.1.

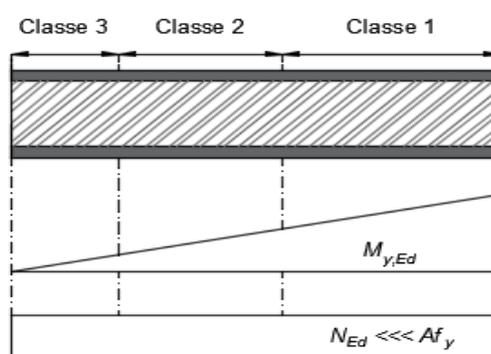


Figura 1.1 - Viga-coluna uniforme, com carga não uniforme (adaptado Marques L. (2012).)

Neste caso, uma exaustiva (e iterativa) avaliação das tensões ao longo do elemento é necessária para identificar a classe da secção transversal. Como tal procedimento não se revela prático, a classe mais elevada é adotada o que leva a uma análise conservadora. Porém, uma análise qualitativa do exemplo exposto, mostra que as tensões no segmento correspondente à secção transversal da classe 3 não são críticas relativamente às tensões no restante do elemento.

Outro obstáculo passa por determinar a curva de encurvadura, dado que, o projetista pode sentir-se encruzilhado na altura de categorizar o membro em função da sua curva de encurvadura, uma vez que o principal parâmetro  $h/b$  (*Altura/largura*) muda continuamente, ver a Figura 1.2. Tal questão, submete o próprio para que a mais restritiva curva de encurvadura seja escolhida, levando a resultados muito conservadores.

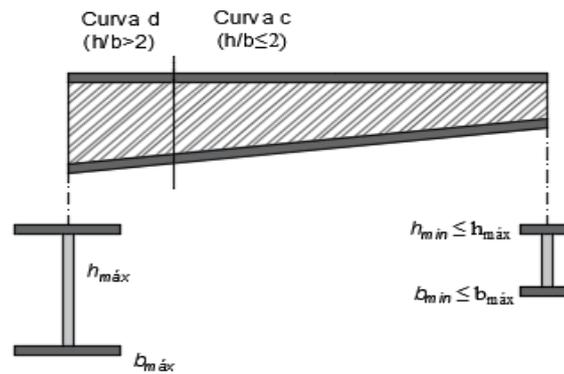


Figura 1.2 - Alteração da curva de encurvadura num membro de secção variável. (adaptado Marques L. (2012).)

Felizmente, nos dias de hoje, o projetista desfruta de ferramentas numéricas sofisticadas que lhe possibilitam analisar a estrutura como um todo, de um modo seguro e fiável, o que conduz a que a verificação da estabilidade estrutural possa ser realizada a partir de métodos avançados de análise por elementos finitos.

## 1.2 Estruturas Porticadas com Elementos Variáveis

Elementos de secção variável são frequentemente utilizados em estruturas de aço, nomeadamente pavilhões industriais, armazéns, centros de exposições, etc. São então necessários procedimentos de verificação adequados para estes tipos de estruturas. A configuração estrutural a estudar encontra-se ilustrada na Figura 1.3

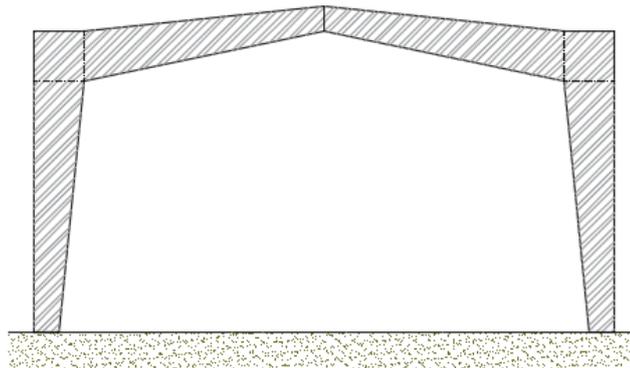


Figura 1.3 - Configuração da estrutura porticada a analisar.

O objetivo passa por estudar métodos para a verificação da segurança deste esquema estrutural, no entanto, como mencionado anteriormente, os fatores de imperfeição a aplicar na verificação de encurvadura por flexão e da encurvadura lateral dos componentes, têm fundamento flexível, tornando-se pouco claro como proceder na escolha dos mesmos, o que pode levar, por um lado, a níveis de segurança demasiados conservadores ou mesmo, por outro lado, inseguros. Além disso, se os efeitos globais ( $P-\Delta$ ), os efeitos locais ( $P-\delta$ ), as imperfeições globais ( $\phi$ ) e as imperfeições locais ( $e_0$ ) forem considerados para uma análise de segunda ordem da estrutura, o número de combinações e definições de imperfeições relevantes no plano (global e local) e fora do plano pode não ser de simples definição.

### 1.3 Estrutura da Dissertação

A presente dissertação encontra-se dividida em 6 capítulos:

- No **Capítulo 1** os problemas existentes na verificação da estabilidade de elementos de inércia variável são apresentados, bem como a configuração do pórtico a estudar e faz-se uma breve explicação dos diversos métodos através dos quais se pretende verificar a estabilidade do mesmo.
- No **Capítulo 2** em primeiro lugar, é feita uma revisão geral da literatura existente sobre os elementos de secção variável, seguindo-se uma abordagem aos procedimentos de verificação de estabilidade existentes no EC3-1-1 e a discussão das várias abordagens para estudar a estabilidade estrutural de pórticos.
- No **Capítulo 3** é aprofundada, teoricamente, cada uma das abordagens que será utilizada para a verificação da estabilidade do pórtico em estudo. Nomeadamente: verificação com base nas curvas de encurvadura e verificação através de uma análise numérica não linear por elementos finitos.
- No **Capítulo 4** apresenta-se a construção do modelo numérico por MEF utilizado para a verificação da estabilidade, descrevendo-se também os tipos de análises numéricas efetuados no pórtico em estudo, o comportamento do material, a consideração de imperfeições globais e locais, o tipo de malha utilizado, as condições de fronteira escolhidas e a aplicação do carregamento.
- No **Capítulo 5** apresentam-se os resultados obtidos para cada método estudado.
- Finalmente, no **Capítulo 6** apontam-se as principais conclusões desta pesquisa.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 Estudos Desenvolvidos Relativamente a Elementos de Secção Variável.

Neste subcapítulo pretende-se expor de uma forma geral os diversos estudos sobre análise e verificação de elementos de secção variável. De referir que em Galambos (Galambos,1988) um capítulo é destinado a este género de elementos, além de que, uma leitura muito bem documentada pode ser encontrada na tese de doutoramento de Boissonnade (Boissonnade, 2002).

A variação da profundidade da secção transversal num membro de segmento variável relativamente a um membro prismático, conduz a diferenças na determinação das tensões caso a Teoria Euler - Bernoulli para barras prismáticas seja utilizada, dado que, as tensões normais e/ou tensões tangenciais que ocorrem, são influenciadas pelo ângulo de afunilamento,  $\alpha$ , associando-se assim um determinado erro a estas componentes. Soluções analíticas para a determinação destas tensões podem ser encontradas na literatura (Timoshenko e Goodier, 1970). A superfície em que as tensões normais se desenvolvem, manifesta-se por uma região circular que se expande perpendicularmente relativamente à inclinação do banzo e não verticalmente, (ver a linha a vermelho na Figura 2.1 (a)), pelo que, a fim de atingir o equilíbrio vertical, as tensões tangenciais são desenvolvidas na alma. Consequentemente, Bleich (1931) por razões práticas ilustra que a superfície circular pode ser substituída com muita precisão por uma superfície "bilinear" (ver linha verde da Figura 2.1 (b)), para avaliar a capacidade tangencial elástica. Por sua vez, tem sido evidenciado que para ângulos inferiores a  $15^\circ$  esta diferença é insignificante, de tal modo que, no que diz respeito a dimensionamento de secções, as fórmulas para uma secção prismática podem ser alastradas para casos onde a secção seja variável (Galambos, 1998).

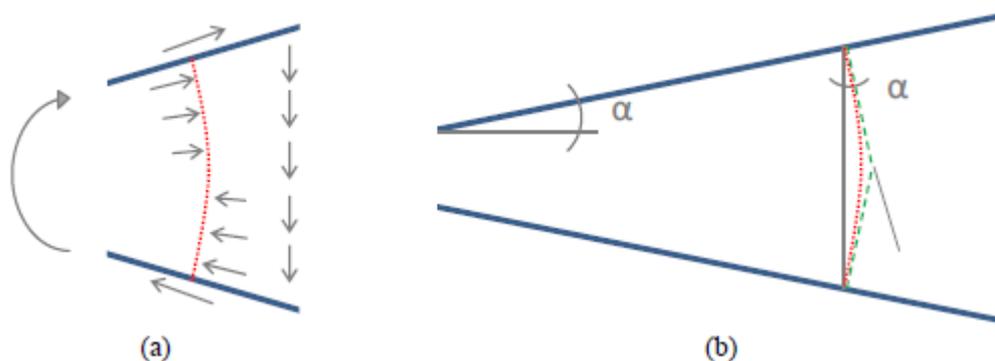


Figura 2.1 - Direção e equilíbrio de forças num segmento afunilado (Marques,2012).

---

No que respeita a procedimentos relativos à estabilidade das colunas com secção variável, o que se encontra com maior regularidade na bibliografia, são principalmente fórmulas para o cálculo das forças críticas elásticas. Lee (1972) (ver também Galambos, 1998) expõe uma expressão que contém um fator de modificação  $g$  do comprimento do elemento não uniforme, sendo a carga crítica calculada segundo a secção mais pequena. Em Petersen (1980), encontram-se tabelas de projeto disponíveis para colunas com diferentes comprimentos, condições de apoio e padrões transversais, para a extração de um fator  $\beta$  que deve ser aplicado à carga crítica de uma coluna com o mesmo comprimento e na secção transversal mais pequena. Já em 2005, Nikitas Bazeos e Dimitris L. Karabalis, conceberam um método aproximado para o cálculo da carga crítica de colunas de inércia variável. O procedimento baseia-se em gráficos provenientes de vastos estudos paramétricos dentro dos limites da Teoria de Euler, usando uma grande diversidade de características geométricas de interesse prático. Como é testemunhado na secção de exemplos numéricos deste artigo, os cálculos obtidos, podem originar de forma eficiente, resultados precisos para colunas de inércia variável (Bazeos and Karabalis, 2005).

Descortinando agora o elemento viga com secção variável, diretrizes para o momento crítico elástico são dados, por exemplo, por Galéa (1986) em que a carga crítica elástica de uma viga de secção variável sujeita a uma distribuição uniforme de momentos flectores é obtida por determinação de uma altura equivalente e dos momentos de inércia. Outra ferramenta é apresentada por Ibañez e Serna (2010) para o cálculo do momento crítico elástico, baseada nos coeficientes ( $C_1, C_2$  e  $C_3$ ) dependentes da forma do diagrama de momentos e condições de apoio, onde se diz que as vigas de secção variável podem ser substituídas por vigas uniformes equivalentes pela remodelação do diagrama de momentos flectores. Para aplicação deste método ("método do momento equivalente"), numa primeira etapa, a viga variável sujeita a  $M(x)$  é substituída por uma viga prismática com as propriedades da menor secção transversal. O novo momento  $M^*(x)$  que atua em cada secção transversal da viga equivalente é obtido considerando o momento crítico que se atingiria em cada secção transversal da viga de secção variável,  $M_{cr}(x)$ , de tal modo que  $M^*(x) = M(x) \cdot [M_{cr,0} / M_{cr}(x)]$  em que  $M_{cr,0}$  é o momento crítico obtido pela secção com menor corte transversal. Assim, uma viga prismática equivalente com uma distribuição de momentos dada por  $M^*(x)$  é obtido. Em suma, considerando o coeficiente ( $C_1, C_2$  e  $C_3$ ) adequado para a distribuição de momento fletor e a fórmula para vigas prismáticas, o momento crítico da viga variável pode ser determinado.

---

No que ao elemento viga-coluna diz respeito (Kaehler et al, 2010, Kim, 2010), a verificação da estabilidade para elementos afunilados pode ser realizada com base em fórmulas de interação para membros prismáticos desde que as devidas exigências impostas pelas vigas e colunas de secção variável sejam empregadas. Por outro lado, o EC3-1-1, alude que o conceito de esbelteza normalizada é considerado na verificação da estabilidade à encurvadura fora do plano de qualquer estrutura porticada composta por elementos de secção variável através do método geral, cláusula 6.3.4, onde a esbelteza normalizada é aplicada na equação Ayrton-Perry, da qual considera-se a curva de encurvadura mais restritiva no cálculo da encurvadura por flexão e encurvadura lateral, 6.3.1 ou 6.3.2, respetivamente, podendo também ser utilizado uma interpolação entre as duas grandezas.

Por último, estudos onde análises geometricamente e materialmente não lineares são consideradas, têm tornado o método de elementos finitos a ferramenta mais popular para o tratamento de problemas de estabilidade estrutural, tendo a vantagem de, a verificação do elemento poder ser evitada se a análise estrutural é responsável por toda a não linearidade material e geométrica relevante.

A título de exemplo, Anísio Andrade, et al., em 2006, utilizaram esta ferramenta para obter o desempenho global de um modelo unidimensional, desenvolvido para avaliar o comportamento à encurvadura lateral de elementos de inércia variável. Neste estudo é realizada uma análise em paralelo, envolvendo diferentes valores de carga crítica e modos de encurvadura, com a finalidade de verificar concordância com os resultados obtidos através de um programa de elementos finitos em que se utilizou elementos em casca (Andrade, Camotim et al., 2006).

No entanto, a maioria destas abordagens trata o membro de secção variável apenas considerando o valor correto da carga crítica (ou por fórmulas analíticas ou numericamente), pelo que a última palavra é então transportada para a verificação da resistência do membro uniforme. Posto isto, uma análise de segunda ordem em que todos os efeitos e imperfeições quer globais quer locais possam ser considerados de modo a que apenas verificações transversais (num número suficiente de secções) possa ser executado, torna-se necessária, dado que, atualmente não existem procedimentos satisfatórios de verificação da estabilidade dos membros não uniformes, pois, nas maiorias das vezes, facultam resultados conservadores.

Em suma, apesar das fórmulas para as cargas críticas elásticas ou mesmo das análises através de métodos de elementos finitos poderem ser consideradas para a resistência de encurvadura elástica, várias dificuldades ainda estão presentes quando se tem em conta os estudos aqui apresentados (mesmo para membros prismáticos) para os procedimentos de verificação de

estabilidade. A Secção 2.2 da presente dissertação pretende rever as metodologias existentes no EC3-1-1 para a verificação da estabilidade. Será dada especial atenção a estas normas devido à familiarização que existe das mesmas, pretendendo obter-se soluções que conduzam a uma verificação estrutural simples e, simultaneamente, eficiente.

## 2.2 Métodos para Verificação da Estabilidade no EC3 1-1

Existem múltiplas opções para estudar o prisma da estabilidade dentro do qual o projetista irá selecionar qual o método a adotar de acordo com a complexidade do problema, nomeadamente, o nível de segurança que pretende alcançar, a precisão dos resultados, ou mesmo a simplicidade de aplicação do método para o problema em si. A Figura 2.2 descreve os cenários disponíveis para a análise de uma estrutura de acordo com o EC3 parte 1-1.

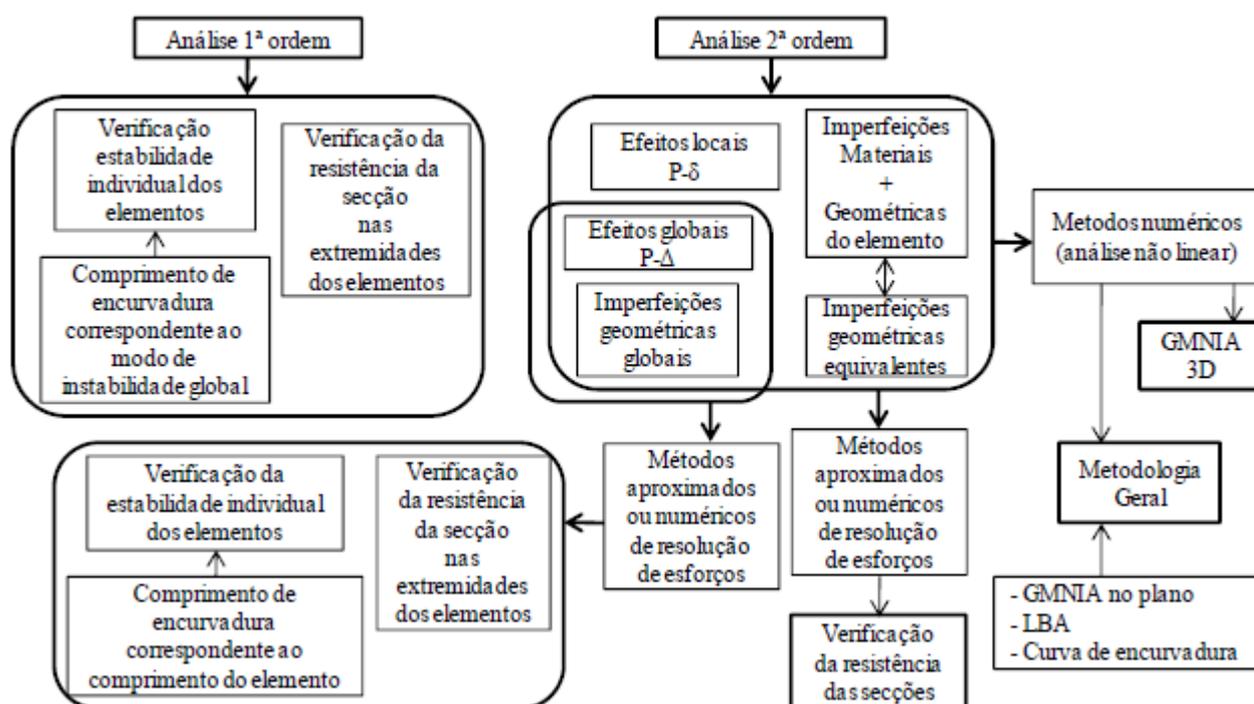


Figura 2.2 - Esquematização dos métodos disponíveis para verificação da estabilidade de elementos (adaptado de Marques, *et al.*, 2010).

A construção de estruturas utilizando elementos de secção variável leva a soluções competitivas, pelo que tem sido dada uma grande atenção a este assunto. Têm sido realizados muitos estudos sobre o comportamento elástico e sobre questões de estabilidade elástica ou rígida, através de abordagens analíticas, numéricas ou experimentais. No entanto, o presente

---

trabalho de investigação é motivado pelo facto de, por enquanto, o EC3-1-1 não apresentar soluções satisfatórias para a verificação da estabilidade deste tipo de membros. Este documento, abordará alguns dos procedimentos de análise estrutural resumidos na Figura 2.2, e da verificação da estabilidade de estruturas no contexto da análise numérica por métodos de elementos finitos.

## 2.3. Análise Global de Estruturas Metálicas

### 2.3.1 Introdução

A verificação da estabilidade da estrutura no seu todo, assim como dos seus diversos elementos, carece do conhecimento da distribuição dos esforços na estrutura. Pelo que, o efeito das ações sobre as estruturas deve ser estimado através de métodos de análise global adequados aos estados limites considerados, utilizando modelos estruturais de cálculo suficientemente precisos, que reproduzam corretamente o comportamento real da estrutura (Simões, 2014).

Posto isto, como se sabe, os materiais normalmente só suportam uma relação linear entre tensões e deformações, satisfazendo a Lei de Hooke, até um certo valor da tensão instalada (limite de elasticidade), valor a partir do qual essa relação deixa de ser linear, embora o material continue a aceitar acréscimos da sua tensão, mas com um aumento desproporcional da sua deformação. Assim sendo, na análise plástica de estruturas metálicas, se pretendermos aproveitar essa reserva não elástica de resistência, temos que efetuar uma análise que tenha em consideração a não linearidade do material, introduzindo um comportamento elasto-plástico.

Relativamente à análise de esforços e deslocamentos, estes podem ainda ser de primeira ordem ou de segunda ordem. Na análise de primeira ordem os esforços internos e os deslocamentos são obtidos a partir da geometria inicial indeformada da estrutura. Pelo contrário, na análise de segunda ordem, os esforços internos são influenciados pela configuração deformada da estrutura (cláusula 5.2.1 (1) do EC3-1-1). De um modo simplificado, se as variações de geometria não forem significativas, o facto de as cargas provocarem deslocamentos na estrutura pode não justificar ter em conta a posição final da estrutura deformada no cálculo final dos esforços. Porém, no cenário de surgirem excentricidades não desprezáveis nas peças estruturais, os seus esforços devem ser agravados, perante o facto de os esforços axiais produzirem momentos.

Normalmente, é habitual subdividir os efeitos de 2ª ordem em efeitos  $P-\delta$  locais (para elementos) e  $P-\Delta$  globais (para a estrutura). Os efeitos ao nível do elemento ( $P-\delta$ ) correspondem aos efeitos dos deslocamentos ao longo do comprimento de um elemento, tal

como se ilustra na Figura 2.3. Os efeitos ao nível da estrutura ( $P-\Delta$ ) correspondem aos efeitos dos deslocamentos nas extremidades dos elementos, também ilustrados na Figura 2.3 (Simões, Gervasio,2007).

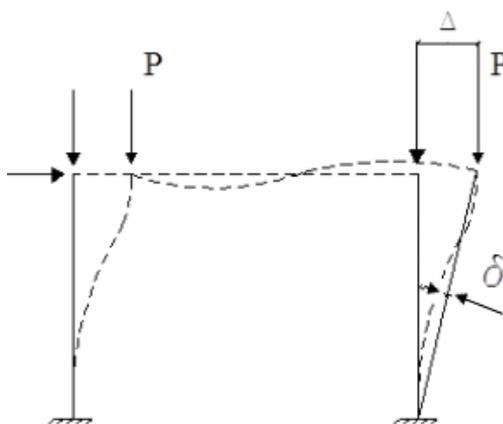


Figura 2.3 - Efeito de 2ª ordem (efeito  $P-\Delta$  e  $P-\delta$ ) em estruturas porticadas (Simões,2014).

Consequentemente, constata-se que os projetos de estruturas podem ramificar-se em vários níveis de análise distintos (Figura 2.4).

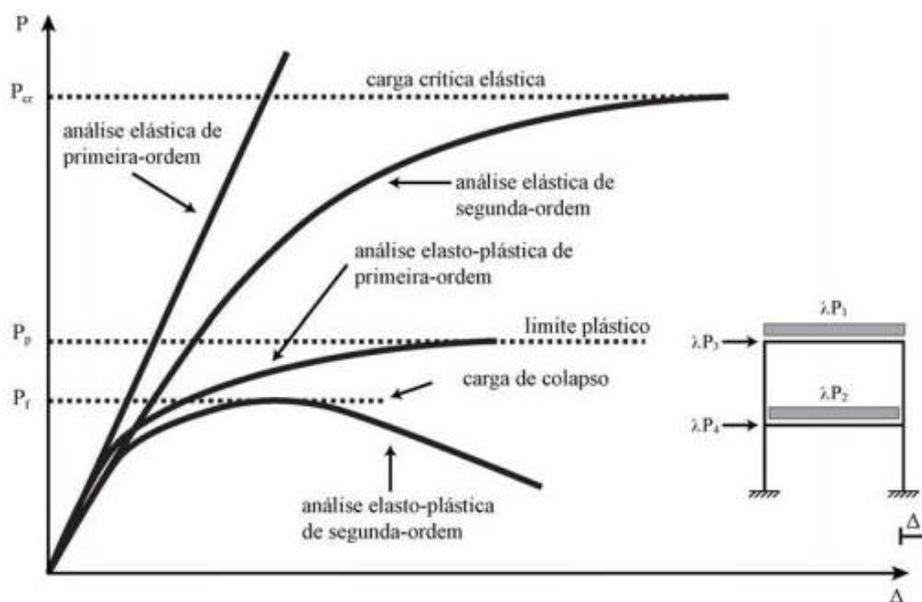


Figura 2.4 - Comportamento estrutural de acordo com os diferentes níveis de análise (Couto,2011).

---

### 2.3.2 Suscetibilidade das Estruturas aos Efeitos de 2ª Ordem

Os efeitos da configuração deformada devem ter-se em conta através de uma análise de segunda ordem se aumentarem significativamente os esforços ao longo da estrutura ou modificarem o seu comportamento, podendo ser desprezados na análise global da estrutura de acordo com a cláusula 5.2.2 do EC3-1-1, ao ser satisfeita a condição (1), quando a análise é elástica ou a condição (2) quando a análise é plástica.

$$\alpha_{cr} = F_{cr} / F_{Ed} \geq 10 \text{ (em análise elástica),} \quad (1)$$

$$\alpha_{cr} = F_{cr} / F_{Ed} \geq 15 \text{ (em análise plástica),} \quad (2)$$

Onde  $\alpha_{cr}$  é um fator de carga pelo qual deve ser multiplicado o carregamento de cálculo para se obter a carga crítica de instabilidade global da estrutura,  $F_{Ed}$  é o carregamento de cálculo correspondente a uma dada combinação de ações e  $F_{cr}$  é a carga crítica de instabilidade global da estrutura, avaliada com base na rigidez elástica inicial (Simões, 2014).

Deste modo, as estruturas que verificam estas condições (1) e (2), cujo deslocamento lateral é inexistente ou insuficiente para agravar a segurança da estrutura, ficam reduzidas a um problema de análise de 1ª ordem. Já o contrário exige ter em conta os efeitos da configuração deformada da estrutura, onde a verificação da estabilidade de uma estrutura ou de uma das suas partes deverá ser efetuada considerando as imperfeições e os efeitos de segunda ordem (CEN, 2010).

### 2.3.3 Imperfeições

Na construção metálica é inexequível realizar um dimensionamento sem considerar as imperfeições geométricas. Existem sempre imperfeições do material ou geométricas, tais como, as tensões residuais, a falta de verticalidade e de retilinearidade dos seus elementos e ainda excentricidades nas ligações da estrutura. Este tipo de imperfeição existe sempre, mesmo que o projeto e a sua execução tenham cumprido todas as regras. As imperfeições no dimensionamento de estruturas metálicas podem ser consideradas da seguinte maneira: imperfeições globais em pórticos e sistemas de contraventamento e imperfeições locais em elementos considerados individualmente (CEN, 2010). Estas imperfeições originam esforços secundários que devem ter-se em conta na análise global da estrutura e no dimensionamento da mesma, dada a sua importância na redução das capacidades resistentes dos elementos e das estruturas metálicas.

Relativamente à verificação da estabilidade de uma estrutura porticada (incluindo a estabilidade dos seus elementos), uma nota importante a reter é que nas estruturas suscetíveis a destabilizar segundo os modos com deslocamentos laterais (pórticos não contraventados ou pórtico de nós móveis), a configuração das imperfeições quer globais quer locais deriva de uma análise de encurvadura elástica do pórtico, realizada através do estudo dos modos de instabilidade elástica do pórtico no plano considerado. Neste estudo as imperfeições globais assentam no conceito de “imperfeição geométrica equivalente” (ver Figura 2.5) traduzida por uma falta de verticalidade que se define pelo ângulo  $\phi$  calculado pela seguinte expressão:

$$\phi = \phi_0 \alpha_h \alpha_m \quad (3)$$

$$\text{Onde: } \phi_0 = L/200 \quad (4)$$

$L$  corresponde ao comprimento do elemento e nas equações (5) e (6) são apresentadas as fórmulas essenciais para a quantificação dos restantes fatores necessários para determinar o ângulo  $\phi$  (CEN, 2010).

$$\alpha_h = 2/\sqrt{h} \quad \text{mas} \quad \frac{2}{3} \leq \alpha_h \leq 1.0 \quad (5)$$

$$\alpha_m = \sqrt{0.5 \left( \frac{1}{m} \right)} \quad (6)$$

$h$  corresponde ao valor da altura total da estrutura em metros e  $m$  é o número de pilares num alinhamento, com  $N_{ed} \geq 50\%$  do valor médio por coluna no plano vertical considerado.

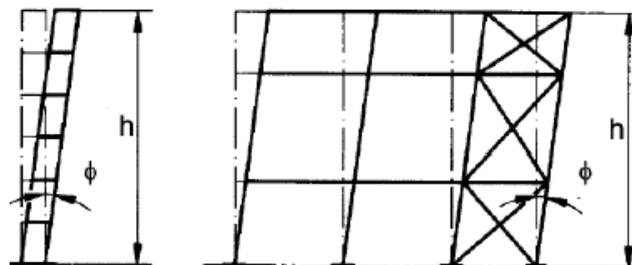


Figura 2.5 - “Imperfeição geométrica equivalente” em estruturas porticadas (CEN,2010).

Em relação às imperfeições locais dos elementos, na análise global de estruturas porticadas deve ainda incluir-se uma imperfeição local com determinada amplitude conforme a curva de encurvadura associada, expressa na Tabela 2.1. Sabendo o valor da amplitude  $e_0/L$  e do comprimento  $L$  do elemento é possível calcular a excentricidade  $e_0$  associada à amplitude máxima do deslocamento inicial.

Tabela 2.1 - Valores de cálculo das amplitudes das imperfeições locais  $e_0/L$  para elementos (CEN, 2010).

<i>Curva de encurvadura de acordo com o Quadro 6.2</i>	<i>Análise elástica</i>	<i>Análise plástica</i>
	$e_0/L$	$e_0/L$
a <sub>0</sub>	1/350	1/300
a	1/300	1/250
b	1/250	1/200
c	1/200	1/150
d	1/150	1/100

Em determinadas condições, estas imperfeições podem não ser consideradas na análise global da estrutura, se os elementos forem posteriormente dimensionados à encurvadura com base nas curvas de encurvadura definidas na cláusula 6.3 do EC3-1-1 (Simões, 2014). Caso seja mais conveniente, os efeitos das imperfeições globais e locais poderão ser substituídas por sistemas de forças equivalentes aplicados perpendicularmente ao elemento, como ilustrado na Figura 2.6.

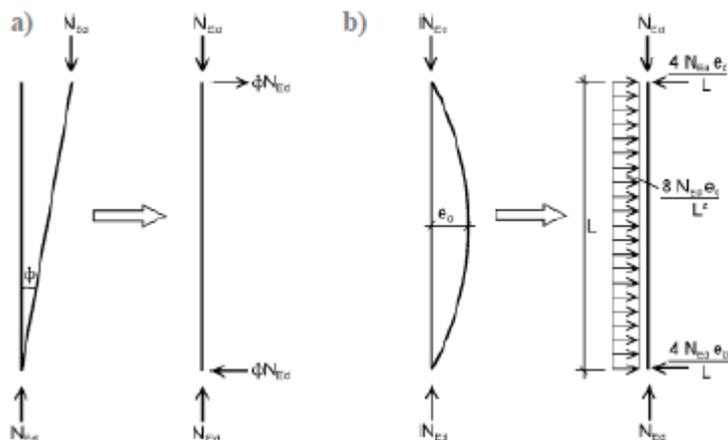


Figura 2.6 - a) Substituição das imperfeições globais por forças equivalentes; b) Substituição das imperfeições locais por forças equivalentes (CEN, 2010).

## 2.4 Estabilidade Estrutural de Pórticos

Caso seja necessário, a verificação da estabilidade dos pórticos ou de uma das suas partes deverá ser efetuada considerando as imperfeições e os efeitos de segunda ordem (CEN,2010). Dependendo do tipo de estrutura e do tipo de análise (elástica ou plástica), os efeitos de 2ª ordem e as imperfeições podem ser tidos em conta na verificação da estabilidade da estrutura por um dos procedimentos descritos nos parágrafos seguintes.

### 2.4.1 Análise Global de Esforços Incluindo Explicitamente Todas as Imperfeições e Efeitos de 2ª Ordem

Este caso corresponde a uma análise que inclui a totalidade das imperfeições (globais e locais) e os efeitos de segunda ordem (“ $P-\Delta$ ” e “ $P-\delta$ ”). Como todos os efeitos de segunda ordem e todas as imperfeições são incluídos na análise global de esforços da estrutura, na verificação desses elementos não é necessário ter em conta os fenómenos de encurvadura, ou seja, é suficiente verificar a capacidade resistente da secção. No entanto, a consideração dos efeitos e das imperfeições locais na análise da estrutura pode não ser simples caso esta seja elaborada analiticamente, pelo que, se este for o procedimento adotado, é recomendável o recurso a métodos de análise numérica sofisticados, nomeadamente análise material e geometricamente não linear com imperfeições mais conhecida por análise GMNIA.

Para a ilustração do problema (a verificação é focada no nível estrutural e não a nível dos membros) considera-se que a estrutura é composta por membros prismáticos, para que a fórmula de verificação da estabilidade dos membros seja aplicável. Considera-se também que a estrutura não é restringida

no que diz respeito aos deslocamentos fora do plano na parte superior da coluna esquerda, mas apoiada no cume e no topo da coluna da direita. Os efeitos de segunda ordem locais e globais, bem como as imperfeições devem ser considerados em ambas as direções (y-y e z-z são respetivamente o eixo do plano e fora do plano). O pórtico assume sensibilidade para encurvadura relativamente para modos de nós móveis. Na Figura 2.7, 2.8 e em toda a seção 2.4, o vermelho ilustra as imperfeições globais no plano, assim como o verde ilustra as imperfeições globais fora do plano; por sua vez, o amarelo ilustra imperfeições locais do elemento (no plano, fora do plano ou ambos, dependendo do tipo de análise), (Marques,2012).

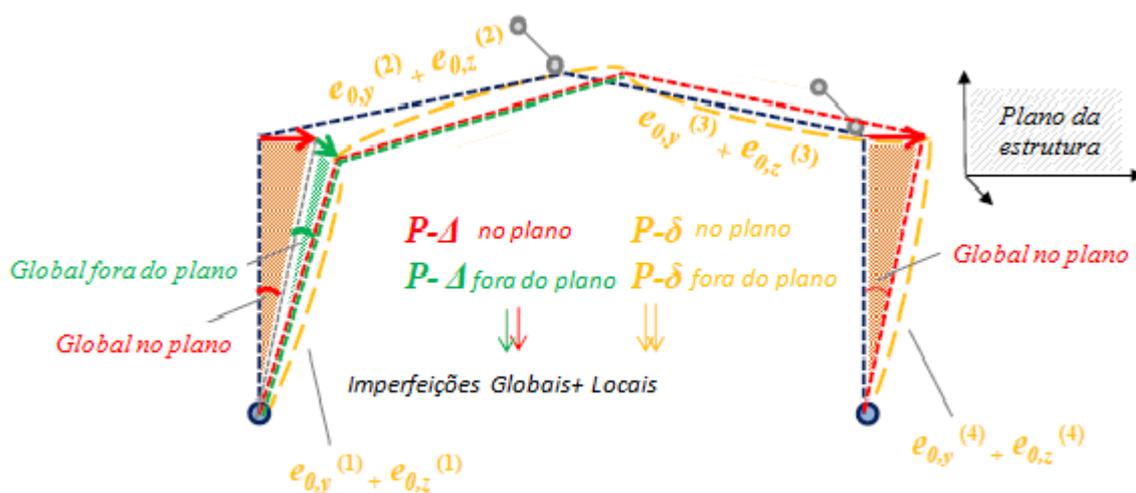


Figura 2.7 - Pórtico sujeito a efeitos de segunda ordem no plano e fora do plano (adaptado, Marques,2012).

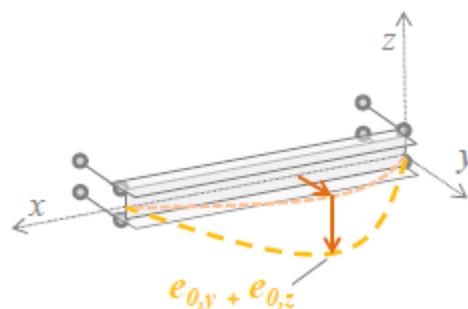


Figura 2.8 - Imperfeições locais no plano e fora do plano (adaptado, Marques,2012).

### 2.4.2 Análise Global de Esforços Considerando Apenas os Efeitos de 2ª Ordem Globais e Imperfeições Geométricas Globais

Este procedimento pode ser definido como uma análise de segunda ordem considerando apenas os efeitos e imperfeições geométricas globais, dado que as imperfeições dos elementos e os efeitos de segunda ordem locais se encontram incluídos nas fórmulas de dimensionamento à encurvadura. Este processo, geralmente o mais utilizado, diz que a verificação da estabilidade dos membros de acordo com o prescrito na cláusula 6.3 do EC3-1-1 pode ser realizada de forma conservativa, considerando os fenómenos de encurvadura com comprimentos de encurvadura iguais aos comprimentos reais; em alternativa podem ainda usar-se comprimentos de encurvadura obtidos admitindo estruturas sem deslocamentos laterais (estruturas de “nós fixos”), (Simões,2014). Por exemplo, assumindo que a coluna é fixada na base, o comprimento de encurvadura  $L_E$  da coluna deve ser considerado igual ao comprimento real do elemento,  $L$ . Na verdade, note que o comprimento de encurvadura nunca é exatamente o mesmo que o comprimento do membro porque a restrição proporcionada pelas partes adjacentes da estrutura não coincide exatamente com as condições de apoio (Marques,2012), como ilustrado na Figura 2.9.

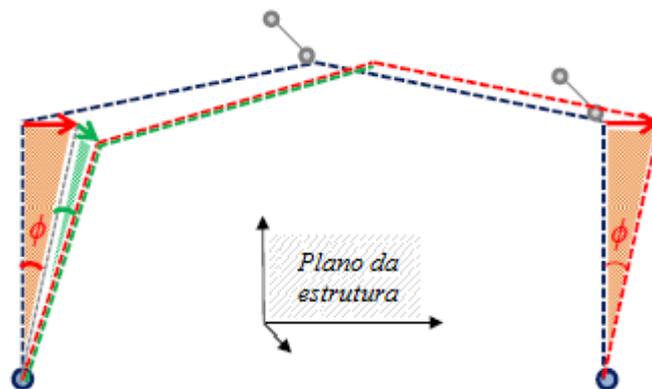


Figura 2.9 - Verificação de acordo com uma análise de segunda ordem com efeitos globais (adaptado, Marques,2012).

### **2.4.3 Análise de Primeira Ordem da Estrutura**

Neste método, os esforços são obtidos através de uma análise de primeira ordem, em que não são incluídas na análise da estrutura nem imperfeições, nem efeitos de segunda ordem. Como resultado, verificações de segurança individuais de elementos equivalentes, devem ser realizadas (de acordo com a cláusula 6.3 do EC3-1-1) considerando o comprimento de encurvadura do membro definido de acordo com os modos globais de encurvadura da estrutura. Contudo, é importante referir que a aplicação deste procedimento não é permitida no Anexo Nacional Português do EC3-1-1. Este método é conhecido na literatura como método da coluna equivalente (Simões, 2014).

---

## 3. ANÁLISE ESTRUTURAL DE ELEMENTOS METÁLICOS DE ACORDO COM O EUROCÓDIGO 3

### 3.1 Verificação da Segurança com Base nas Curvas de Encurvadura

#### 3.1.1 Introdução

Nas estruturas reais, as inevitáveis imperfeições fazem com que o comportamento real de um elemento se afaste do comportamento teórico. Para mostrar a influência das imperfeições, Maquoi e Rondal desenvolveram as curvas europeias de dimensionamento à encurvadura com base na fórmula de Ayrton-Perry e fundamentadas num extenso programa de ensaios experimentais e estudos numéricos, onde todas as imperfeições são reproduzidas por uma “configuração deformada inicial equivalente”, cuja amplitude é calibrada de modo a retratar todas as imperfeições. Estas curvas permitem relacionar o coeficiente  $\chi = \sigma / f_y$  com o coeficiente de esbelteza normalizada  $\bar{\lambda}$ , tendo em conta as imperfeições reais das peças, traduzidas por um coeficiente  $\alpha$ . (Maquoi e Rondal, 1978; Simões, 2010).

Esta abordagem é a solução de engenharia convencional para problemas de encurvadura, no entanto, está limitada apenas a membros uniformes com suporte e condições de carregamento simples. O método baseia-se em duas simplificações:

- Isolamento do membro estrutural: o membro relevante é isolado do modelo estrutural global através da aplicação de condições de fronteira especiais (apoios, restrições ou cargas) nos pontos de ligação que são considerados no cálculo da resistência à encurvadura.
- Separação dos modos de encurvadura: a encurvadura do membro é calculada separadamente para os modos puros, isto é, tem-se um modo para a encurvadura por flexão devido à compressão pura, outro para a encurvadura lateral devido à flexão pura e, finalmente, um onde os dois efeitos se interligam pela aplicação de fatores de interação especiais.

Desta forma, a verificação de estabilidade neste processo é baseada em fatores de redução que têm em conta os efeitos do modo de encurvadura relevante, ao passo que, a verificação da segurança é feita através de fórmulas de interação. Assim, neste tipo de método pode ser efetuada uma análise de esforços de primeira ou segunda ordem. Nos seguintes subcapítulos desta secção serão abordados os métodos existentes no EC3-1-1, baseados neste conceito, para determinar a resistência dos elementos quando solicitados por ações exteriores, procedendo então à verificação da sua resistência a fenómenos de instabilidade estrutural.

---

### 3.1.2 Classificação da Secção

Alem dos fenómenos de encurvadura global, os elementos de uma estrutura com secções total ou parcialmente em compressão podem também sofrer encurvadura local, dependendo da classe das secções dos elementos. Para cada secção, a classe é dada pela maior classe dos componentes comprimidos que a constituem (a mais desfavorável). A instabilização local de um elemento é tanto mais suscetível quanto mais alta for a sua classe (das secções), estando dependente dos seguintes fatores (Rodrigues, 2016):

- esbelteza dos componentes da secção ( relação  $c/t$ , sendo  $c$  o comprimento do elemento comprimido e  $t$  a espessura);
- esforços atuantes (esforço axial e momento fletor);
- classe do aço ( parâmetro  $\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$ , sendo  $f_y$  a tensão de cedência), conforme a cláusula 5.5 e o quadro 5.2 do EC3-1-1;

A classificação das secções transversais tem como finalidade identificar em que medida a sua resistência e a sua capacidade de rotação são limitadas pela ocorrência de encurvadura local (cláusula 5.5.1 do EC3-1-1). A classe das secções informa acerca da capacidade de rotação e de formação de rótulas plásticas das secções em estudo. A definição da classe de uma secção é muito importante pois indica se o elemento deve ser dimensionado usando as suas capacidades plásticas (classe 1 e 2), capacidades elásticas (classe 3) ou se impõe a utilização das secções efetivas num dimensionamento elástico (classe 4). De acordo com Simões (2014), as diferentes secções classificam-se em:

- Classe 1- são aquelas em que se pode formar rótula plástica, com uma capacidade de rotação superior à mínima exigida para a utilização de métodos plásticos de análise;
- Classes 2- são aquelas em que é possível atingir o momento plástico, mas que possuem uma capacidade de rotação limitada;
- Classe 3- são aquelas em que a tensão na fibra extrema mais comprimida do elemento de aço, assumindo uma distribuição elástica, pode atingir o valor da tensão de cedência, mas em que o momento plástico poderá não ser atingido, devido à encurvadura local;
- Classe 4- são aquelas em que a encurvadura local impede que seja atingida a tensão de cedência nas zonas mais comprimidas da secção.

Uma maneira mais simples de compreender as diferentes classes passa por ver o comportamento à flexão das mesmas, ilustrado na Figura 3.1, em que  $M_{el}$  e  $M_{pl}$  significam o momento elástico e o momento plástico da secção, respetivamente.

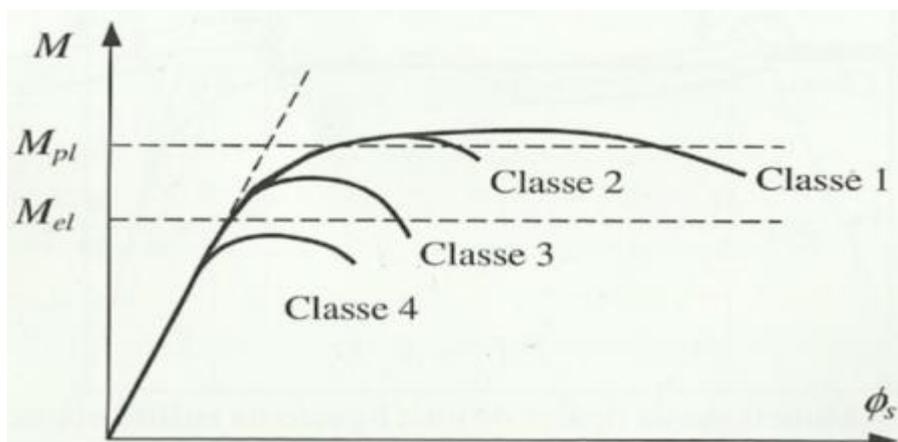


Figura 3.1 - Comportamento das secções à flexão (Simões, 2014).

Para o caso das secções de classe 4, o EC3-1-1 refere que se pode adotar uma secção transversal efetiva retirando as zonas suscetíveis de instabilizar localmente de forma a poder utilizar-se a sua capacidade elástica (Simões, 2014). Na parte 1-5 do EC3 é definida a regulamentação para se determinar as propriedades das secções efetivas.

### 3.1.3 Elementos Uniformes Comprimidos, Cláusula 6.3.1 do EC3-1-1

A encurvadura é um fenómeno de instabilidade que se manifesta em elementos sujeitos a esforços de compressão devido à ocorrência de grandes deformações transversais. Além da encurvadura por flexão, podem ainda ocorrer como fenómenos de instabilidade a encurvadura por torção ou a encurvadura por flexão-torção. No entanto, em elementos comprimidos constituídos por secções em I ou H, apesar de se tratar de secções abertas de paredes finas, o modo de instabilidade mais crítico é, geralmente, a encurvadura por flexão, daí apenas se estudar este fenómeno (Simões, 2010). De acordo com o EC3-1-1 a resistência à encurvadura por flexão de um elemento axialmente comprimidos é verificada através da seguinte condição:

$$N_{Ed} / N_{b,Rd} \leq 1 \quad (7)$$

em que  $N_{b,Rd}$  é a resistência à encurvadura do elemento comprimido, calculada por:

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} \text{ para secções de classe 1,2 ou 3} \quad (8)$$

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A_{eff} f_y}{\gamma_{M1}} \text{ para secções de classe 4} \quad (9)$$

Nestas equações,  $\chi$  corresponde ao coeficiente de redução para o modo de encurvadura relevante (determinado pela equação de Ayrton-Perry) e cuja solução pode ser escrita na forma:

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \text{ mas } \chi \leq 1 \quad (10)$$

em que:

$$\Phi = 0.5 \left[ 1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2 \right]; \quad (11)$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr}}} \text{ para as secções transversais das classes 1,2 e 3;} \quad (12)$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A_{eff} f_y}{N_{cr}}} \text{ para as secções transversais da classes 4;} \quad (13)$$

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_E^2}; \quad (14)$$

$\alpha$  corresponde ao fator de imperfeição generalizado,  $L_E$  é o comprimento de encurvadura (que no caso a estudar será o comprimento real) e  $N_{cr}$  corresponde à carga crítica elástica para o plano mais condicionante de um elemento estrutural comprimido (CEN, 2010).

As imperfeições reais das peças são incluídas no processo de dimensionamento à compressão através do fator de imperfeição  $\alpha$ . A Tabela 3.1 apresenta os valores que o mesmo pode tomar, consoante a curva de encurvadura adotada.

Tabela 3.1 - Fatores de imperfeição para as curvas de encurvadura (CEN, 2010).

Curva de encurvadura	$a_0$	a	b	c	d
Factor de Imperfeição $\alpha$	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

Estas curvas são ilustradas graficamente na Figura 3.3

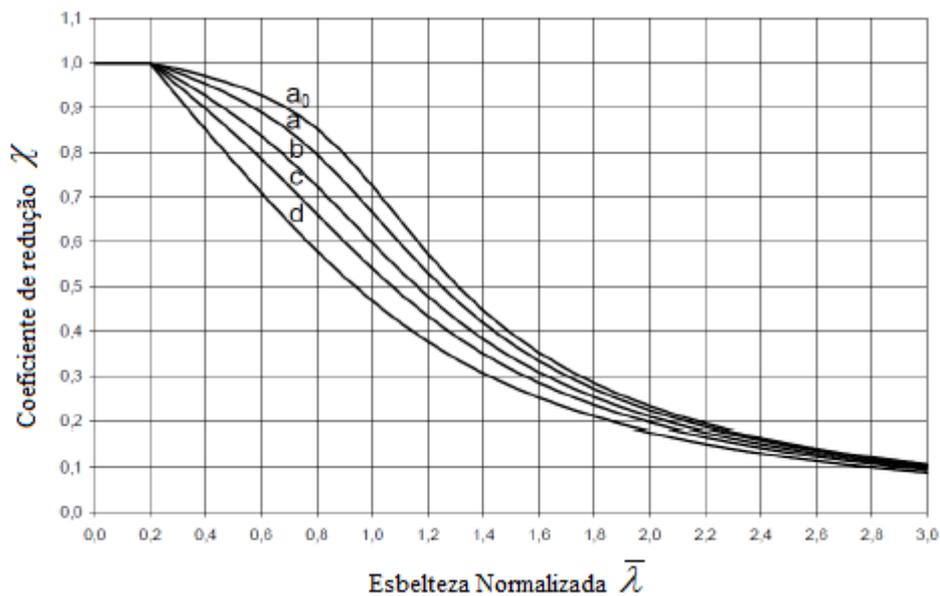


Figura 3.2 - Curvas de encurvadura europeias (CEN, 2010).

O fator de imperfeição associado à curva de encurvadura a adotar no dimensionamento de um dado elemento metálico depende da geometria das secções transversais, do processo de fabrico e do plano de encurvadura condicionante, conforme se descreve na Figura 3.3

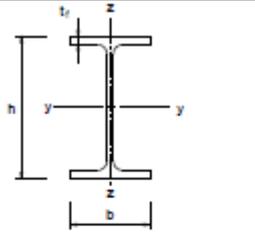
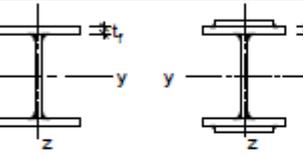
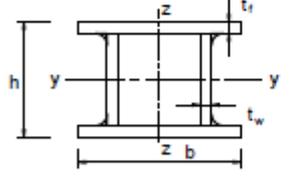
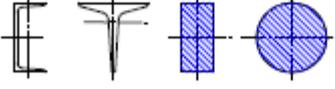
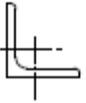
Secção transversal		Limites	Encurvadura em relação ao eixo	Curva de encurvadura	
				S 235 S 275 S 355 S 420	S 460
Perfis laminados		$h/b > 1,2$	$t_f \leq 40 \text{ mm}$	y-y z-z	a a <sub>0</sub>
			$40 \text{ mm} < t_f \leq 100 \text{ mm}$	y-y z-z	b a
		$h/b \leq 1,2$	$t_f \leq 100 \text{ mm}$	y-y z-z	b a
			$t_f > 100 \text{ mm}$	y-y z-z	d c
Perfis soldados		$t_f \leq 40 \text{ mm}$	y-y z-z	b c	
		$t_f > 40 \text{ mm}$	y-y z-z	c d	
Secções tubulares		acabadas a quente	qualquer	a	a <sub>0</sub>
		enformadas a frio	qualquer	c	c
Secções em caixa soldadas		em geral (excepto como abaixo indicado)	qualquer	b	b
		soldaduras espessas: $a > 0,5t_f$ $b/t_f < 30$ $h/t_w < 30$	qualquer	c	c
Perfis U, T e secções cheias			qualquer	c	c
Cantoneiras			qualquer	b	b

Figura 3.3 - Escolha da curva de encurvadura em função da secção transversal (CEN,2010)

Para valores de esbelteza normalizada  $\bar{\lambda} \leq 0.2$  ou se  $N_{Ed} / N_{cr} \leq 0.04$ , segundo o EC3-1-1, o efeito da encurvadura pode ser desprezado, sendo os elementos dimensionados apenas com base na resistência das secções transversais (CEN, 2010).

### 3.1.4 Elementos Uniformes em Flexão, Cláusula 6.3.2 do EC3-1-1.

Em elementos não restringidos lateralmente pode ocorrer um fenómeno de instabilidade denominado por encurvadura lateral que consiste na deformação lateral da parte da secção que está comprimida (no caso de secções em I ou H é o banzo a parte comprimida) de um elemento sujeito à flexão em torno do eixo y-y (eixo de maior inércia da secção transversal).

Nestas condições, a parte comprimida comporta-se como um elemento linear comprimido, continuamente restringido pela parte tracionada, que não tem qualquer tendência para se deslocar lateralmente. Como se pode verificar na Figura 3.4, onde se ilustra este fenómeno, a deformação é devida à flexão lateral e à torção (daí o fenómeno também ser denominado por encurvadura lateral-torsional) (Simões, 2010).

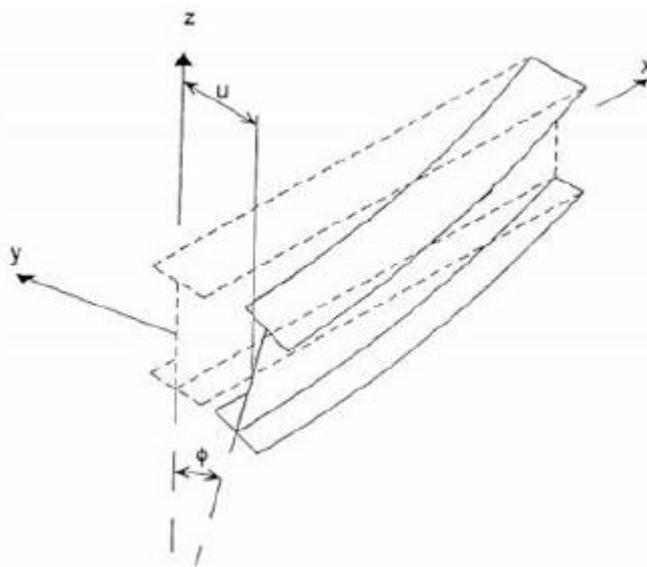


Figura 3.4 - Encurvadura lateral numa viga não restringida lateralmente (Reis, 2010).

A resistência de uma viga à encurvadura lateral depende essencialmente do valor do momento crítico, que é o momento máximo que uma viga, em condições ideais, pode suportar sem encurvar lateralmente. Para obtenção do momento crítico Trahair (Trahair,1993) alega que este pode ser calculado entre secções contraventadas lateralmente de vigas com secção transversal duplamente simétrica, como a secção em I ou H, fletidas em torno do eixo de maior inércia (eixo y) por:

$$M_{cr} = \alpha_m M_{cr}^E \quad (15)$$

Esta equação é válida para diversos tipos de carregamento aplicados no centro de corte das secções, onde  $\alpha_m$  é um fator que depende da forma do diagrama de momentos e  $M_{cr}^E$  é o momento crítico no caso padrão que é dado por:

$$M_{cr}^E = \frac{\pi}{L} \sqrt{GI_T EI_Z \left( 1 + \frac{\pi^2 EI_W}{L^2 GI_T} \right)} \quad (16)$$

Assim sendo, um elemento sem travamento lateral e requisitado à flexão em relação ao eixo principal de maior inércia terá de ser verificado relativamente à encurvadura lateral através de:

$$M_{Ed} / M_{b,Rd} \leq 1 \quad (17)$$

O momento resistente à encurvadura lateral é dado por:

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} W_y \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad (18)$$

em que  $W_y$  é o módulo de flexão considerado do seguinte modo:

$$W_y = W_{pl,y} \text{ para as secções transversais das classes 1 ou 2;} \quad (19)$$

$$W_y = W_{el,y} \text{ para as secções transversais da classes 3;} \quad (20)$$

$$W_y = W_{eff,y} \text{ para as secções transversais da classes 4;} \quad (21)$$

Por sua vez,  $\chi_{LT}$  é o fator de redução devido à encurvadura lateral. Segundo o método definido na cláusula 6.3.2.2 do EC3-1-1, para casos gerais, o coeficiente é determinado pela seguinte equação:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \text{ mas } \chi_{LT} \leq 1 \quad (22)$$

onde:

$$\Phi_{LT} = 0.5 \left[ 1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0.2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right]; \quad (23)$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}}; \quad (24)$$

Analogamente ao processo para elementos uniformes comprimidos, o fator de imperfeição  $\alpha_{LT}$  correspondente à curva de encurvadura adequada, disposta no quadro 6.4 do EC3-1-1, deverá ser obtido do quadro 6.3 do EC3-1-1.

### 3.1.5 Elementos Uniformes em Flexão Composta com Compressão, Cláusula 6.3.3 do EC3-1-1.

A instabilidade de elementos submetidos à flexão composta com compressão pode dever-se à encurvadura por flexão e à encurvadura lateral. O EC3-1-1 distingue elementos suscetíveis e não suscetíveis às deformações por torção. Nos primeiros enquadram-se as secções abertas (secções em I ou H) e não restringidas lateralmente, onde a encurvadura lateral tende a ser o modo de instabilidade condicionante, ao passo que, nos segundos se incluem as secções tubulares ocas ou as secções abertas, se estiverem restringidas lateralmente, onde a encurvadura por flexão é o modo de instabilidade relevante.

De acordo com o EC3-1-1, cláusula 6.3.3, a verificação da segurança que relaciona os dois tipos de instabilidade num elemento com secção transversal duplamente simétrica sujeita à flexão composta com compressão é efetuada através das condições seguintes, nas quais a primeira equação representa a encurvadura por flexão no plano da estrutura enquanto a segunda equação representa a encurvadura fora do plano:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{y,Rk} / \gamma_{M1}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{M_{z,Rk} / \gamma_{M1}} \leq 1.0 \quad (25)$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{y,Rk} / \gamma_{M1}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{M_{z,Rk} / \gamma_{M1}} \leq 1.0 \quad (26)$$

Onde:

$N_{Ed}$ ,  $M_{y,Ed}$  e  $M_{z,Ed}$  são os valores de cálculo do esforço axial e momentos fletores máximos atuantes em torno de y e z, respetivamente;

$\Delta M_{y,Ed}$  e  $\Delta M_{z,Ed}$  são os acréscimos de momentos fletores devidos à variação do centro de gravidade em secções de classe 4;

$\chi_y$  e  $\chi_z$  são fatores de redução devidos à encurvadura por flexão em torno dos eixos y e z, respetivamente, estimados segundo o subcapítulo 3.1.2, de acordo com a cláusula 6.3.1 do EC3-1-1;

$\chi_{LT}$  é o fator de redução devido à encurvadura lateral, estudado no subcapítulo 3.1.3, de acordo com a cláusula 6.3.2 do EC3-1-1;

$k_{yy}$ ,  $k_{zy}$ ,  $k_{yz}$  e  $k_{zz}$  são fatores de interação dependente dos fenómenos de instabilidade e de plasticidade envolvidos, podendo ser obtidos através do Anexo B (Método 2) do EC3-1-1. De mencionar que uma importante decisão a tomar quando se estão a determinar os fatores de interação passa por escolher o correto diagrama de distribuição de momentos a seguir. No entanto, como se pretende trabalhar com elementos com modos de encurvadura associados a deslocamentos laterais, o Anexo B do EC3-1-1 indica já o valor que o coeficiente de momento uniforme equivalente deverá assumir para estes casos, valor este necessário para o cálculo dos fatores de interação;

$N_{Rk}$ ,  $M_{y,Rk}$  e  $M_{z,Rk}$  são os valores característicos da resistência à compressão e à flexão em torno de y e z, respetivamente, na secção transversal condicionante. Estes valores são avaliados de acordo com o quadro 6.7 do EC3-1-1.

## 3.2 Verificação Através de Análise Numérica Não Linear por Elementos Finitos

### 3.2.1 Introdução

Um projeto de estruturas de aço por métodos de elementos finitos (MEF) permite uma representação mais precisa dos fenómenos físicos que ditam os estados limite últimos dessas

---

estruturas. No entanto, a precisão acrescida na estimação do comportamento de uma estrutura de aço ou dos seus elementos leva a uma maior complexidade (Simões da Silva et al., 2011).

Para verificar a capacidade de resistência pela chamada análise GMNIA, estruturas complexas são verificadas de uma forma mais direta, fazendo com que não seja necessário definir a suposição de coeficientes relacionados com a distribuição de momentos, as condições de apoio ou as propriedades da secção transversal. Porém, a preparação dos arquivos de dados é difícil e demorada, os dados exigidos podem estar ausentes ou ser incertos e, por último, a interpretação física e validação dos resultados não é de fácil análise (Simões da Silva e Gervásio, 2007; Rebelo et al., 2009).

Muitos aspetos têm de ser cuidadosamente tidos em conta, tais como:

- A modelação da estrutura ou componente estrutural e as respetivas condições de fronteira;
- A escolha do software e sua respetiva documentação;
- A modelação das propriedades dos materiais;
- O uso de imperfeições;
- A modelação de cargas;
- A especificação dos critérios para estados limite;
- A seleção dos coeficientes parciais a adotar.

Além disso, uma modelação adequada é essencial para a representação do comportamento correto da estrutura.

### **3.2.2 Modelação - Aspetos Gerais**

A modelação da estrutura é de grande importância para caracterizar o seu comportamento real. Características como o comportamento material, imperfeições, condições de fronteira ou carregamento devem ser corretamente incluídas no modelo. Uma das vantagens que a análise por MEF fornece é a possibilidade de modelar apenas uma componente da estrutura, desde que as condições fronteira sejam escolhidas de modo a conduzir a resultados do lado da segurança (CEN, 2006). Isto reduz o tempo de cálculo e o esforço do computador. Contudo, exige uma maior atenção relativamente à rigidez e carregamento que as partes adjacentes da estrutura oferecem sobre a parte a modelar.

Quanto ao tipo de elemento finito, este deve ser selecionado de acordo com o tipo de problema. Os elementos “Shell” (casca) são capazes de superar certas insuficiências de elementos lineares, tais como: a modelação da secção efetiva de estruturas, que se torna desnecessária, isto é, numa secção transversal de classe 4 o cálculo da secção efetiva passa a dispensável desde que as imperfeições locais apropriadas sejam consideradas; ou a análise do efeito de “shear lag” (cisalhamento), efeito este não captado por elementos de barra. Além disso, deve ser dada atenção à formulação dos elementos lineares existentes, pois alguns elementos podem não considerar, por exemplo, a deformação da secção transversal. No extremo oposto, a utilização dos elementos sólidos é mais vocacionada para a análise de situações complexas como é o caso de ligações, uma vez que requer um volume de cálculo bastante maior (Marques, 2012).

### 3.2.3 Tratamento das Imperfeições

A consideração das imperfeições constitui um obstáculo na utilização das ferramentas correntes de dimensionamento do método dos elementos finitos. De facto, as imperfeições, por definição, devem ser consideradas em todas as formas possíveis de modo a conduzir à envolvente dos efeitos mais desfavoráveis (Simões da Silva e Gervásio, 2007).

Em primeiro lugar, devem ser determinados os modos de encurvadura relevantes. Nem sempre o modo mais desfavorável é o primeiro modo, podendo até muitas vezes ser a interação entre vários modos aquele a ter de ser tido em conta. Por exemplo, a Figura 3.5 ilustra membros uniformes de secção I sujeitos tanto a encurvadura local como a global.

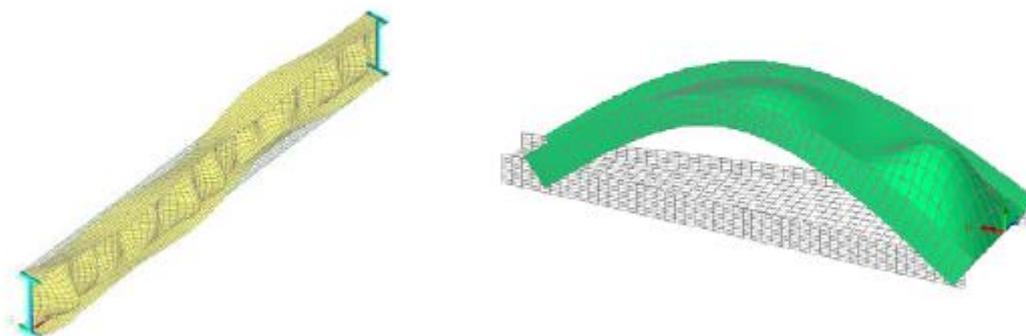


Figura 3.5 - Interação dos modos de encurvadura local e global (Marques,2012).

Também a modelação tridimensional de um elemento metálico conduz, em contraponto com a sua modelação como uma peça linear, ao aumento exponencial do número de potenciais imperfeições a considerar (Simões da Silva e Gervásio, 2007). Além das imperfeições geométricas globais, devem ainda ser tidas em conta as imperfeições geométricas ao nível do elemento, como a falta de verticalidade e linearidade. Mais, devem ainda considerar-se as imperfeições ao nível do material como as tensões residuais. Finalmente, caso coexistam várias imperfeições deve definir-se uma imperfeição de base, podendo reduzir-se as restantes imperfeições a 70% do seu valor. (Simões da Silva e Gervásio, 2007)

### 3.2.4 Tipo de Análise

O tipo de análise é de extrema importância, devendo ser escolhido de acordo com o tipo de problema que se pretende analisar e com o comportamento da estrutura. Existem diferentes tipos de análise aplicáveis a estruturas metálicas e que possuem níveis distintos de complexidade, sendo que estas metodologias podem ser utilizadas isoladamente ou em conjunto no dimensionamento de estruturas metálicas. De destacar as duas análises que aqui serão utilizadas: a análise elástica bifurcacional (LBA), necessária para identificar as imperfeições relevantes a serem consideradas numa estrutura, e a análise geometricamente e materialmente não linear com imperfeições (GMINIA), fundamental para a verificação da resistência elástica-plástica em estados limites últimos (Simões da Silva e Gervásio, 2007). A primeira com baixo nível de complexidade, enquanto a segunda representa a análise mais sofisticada passível de ser utilizada.

#### 3.2.4.1 Análise LBA

O objetivo de uma análise linear de estabilidade, incapaz de fornecer dados sobre o comportamento pós-encurvadura, passa por obter os valores das cargas de bifurcação e os modos de instabilidade, pois estes são a solução do problema não linear de valores e vetores próprios, que pode ser formulada com base na matriz de rigidez global do pórtico (Silvestre, 1996). A análise elástica bifurcacional (LBA) diz então respeito à resolução de um problema que envolve valores e vetores próprios, ou seja, em que o objetivo passa por determinar as cargas em que a matriz de rigidez se torna singular. Em termos mais simples, a análise referida procura resolver a seguinte inequação:

$$(K + \lambda \Delta K)v = 0 \quad (29)$$

Em que:

- $K$  - matriz de rigidez;
- $\Delta K$  - matriz das tensões iniciais devido aos incrementos de carga;
- $\lambda$  - fatores de carga (valores próprios);
- $v$  - deslocamentos nodais (vetores próprios);

Para a resolução deste problema utilizar-se-á o algoritmo “Subspace”, disponível no programa Abaqus, num *step* do tipo “Linear Perturbation-Buckle”, recorrendo então a uma análise LBA para determinar a carga crítica elástica ( $F_{cr}$ ) e os modos de encurvadura do pórtico. O programa computacional não fornece diretamente o valor da carga crítica elástica do pórtico ( $F_{cr}$ ) em estudo, facultando sim o valor de um fator crítico ( $\alpha_{cr}$ ) que, multiplicado pelo carregamento ( $F_{Ed}$ ) aplicado, dá o valor pretendido, ou seja:

$$\alpha_{cr} = F_{cr} / F_{Ed} \quad (30)$$

De mencionar que o Abaqus fornece também o valor dos modos de encurvadura do pórtico que serviram para ser inseridos como padrão no cálculo das imperfeições iniciais equivalentes.

#### 3.2.4.2 Análise GMINIA

A avaliação da precisão e da segurança de um modelo de projeto requer estimativas confiáveis do comportamento real de alguns casos de referência. Para tal, serão adotadas simulações numéricas avançadas que contemplam as não-linearidades geométricas e materiais com imperfeições (GMNIA), amplamente aceites hoje em dia (Rebelo et al, 2009).

Uma análise geometricamente e materialmente não linear com imperfeições permite estudar, em simultâneo, os fenómenos de encurvadura e plastificação, algo que seria impossível sem os programas de cálculo numérico atualmente disponíveis, pois são dois fenómenos complexos e cuja interação é difícil de definir. Contudo, para analisar estes dois fenómenos através de uma análise GMNIA é necessário distinguir problemas não lineares com trajetórias

---

de equilíbrio (carga-deslocamento) monotónicos de problemas geometricamente não lineares com rigidez negativa, ou seja, problemas que envolvam perda de energia do sistema, característica de problemas de encurvadura, onde a trajetória de equilíbrio já não é monotónica. Para isso, no primeiro caso, o método de referência a utilizar baseia-se no algoritmo de resolução de Newton-Raphson (caso particular do método de iteração linear) considerado no Abaqus através de uma análise Static-General. Por outro lado, no segundo caso, já não é eficiente usar o algoritmo de Newton-Raphson, dado que este algoritmo revela dificuldades na convergência quando o declive da trajetória de equilíbrio se anula. Torna-se, assim, necessário aplicar um algoritmo de resolução que consiga traduzir, o mais real possível, o comportamento de um problema geometricamente não-linear. A solução mais credível passa pela utilização do método de Riks, habitualmente usado em problemas de pós-encurvadura. Este método é reproduzido no software a partir de uma análise Static-Riks, recorrendo ao chamado comprimento de arco (“arc-length”) para resolver os problemas da sincronização das incógnitas carga e deslocamento, que o método propõe em cada interação em que se modifica o fator de carga.

Posto isto, na presente dissertação, pretende realizar-se uma análise Static-General para avaliar o comportamento da estrutura no ponto correspondente à total aplicação das cargas. Avaliar-se-á também a estrutura para o ponto correspondente à carga máxima suportada pela estrutura, ou seja, até ao ponto em que se atinge a carga crítica e, conseqüentemente, na fase de pós-encurvadura. Nessa segunda etapa aplicar-se-á uma análise Static-Riks, esperando-se que os resultados obtidos pelas duas análises sejam semelhantes no ponto comum, ou seja, no ponto correspondente à total aplicação das cargas.

## 4 MODELO NUMÉRICO

### 4.1 Introdução

Um modelo de elementos finitos será implementado usando o programa computacional de elementos finitos comerciais Abaqus (2014), versão 6.14. Elementos de casca linear de quatro nós (S4) com seis graus de liberdade por nó e formulação de tensão finita serão utilizados. Para a não-linearidade material, adotar-se-á uma lei constitutiva elástico-plástica baseada no critério de cedência de Von Mises e será usada uma rotina de escalonamento de carga, na qual o tamanho de incremento segue os critérios de precisão e convergência.

### 4.2 Esquema Estrutural

A estrutura em análise é composta por um pórtico, com um vão de aproximadamente 24 metros onde os pilares possuem uma altura de 8.5 metros e cada travessa uma inclinação de  $8^\circ$ , pelo que a altura máxima do pórtico no cume será de aproximadamente 9.30 metros. A secção transversal varia ao longo de cada elemento da estrutura, sendo que a geometria inicial e final de cada elemento é apresentada na Figura 4.1. Considera-se que a geometria da secção transversal é rigorosamente a apresentada na figura, desprezando-se a existência de cordões de soldadura no caso dos perfis soldados.

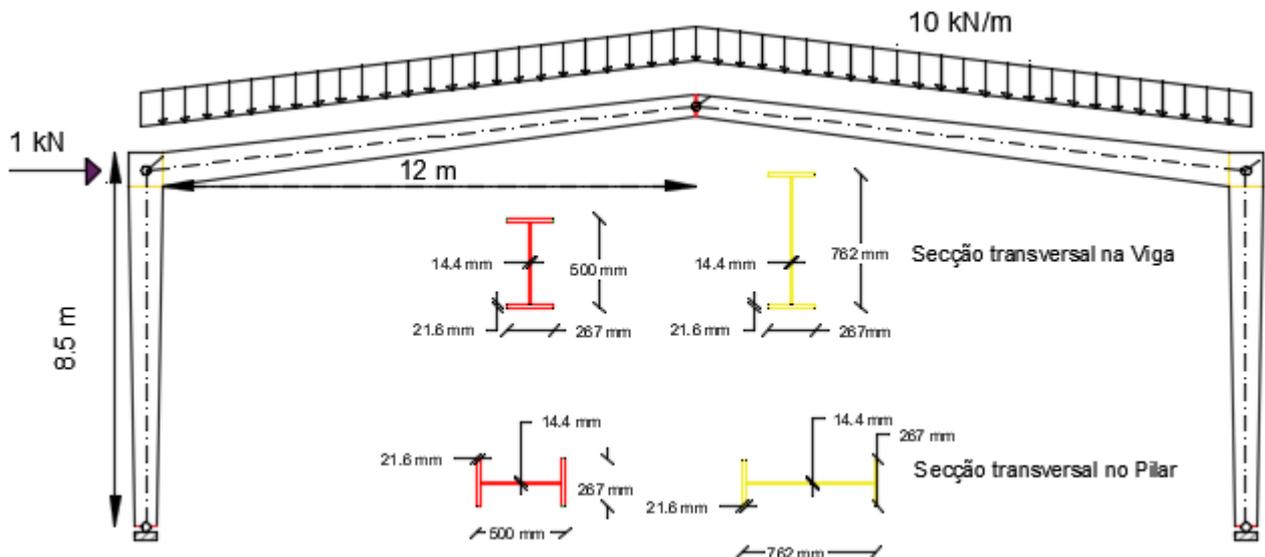


Figura 4.1 – Esquema estrutural com as respetivas cargas e geometrias iniciais e finais da secção transversal de cada elemento.

As ligações entre os pilares e a viga foram encaradas como soldadas (desprezando novamente os cordões de soldadura) daí resultando a geometria representada na Figura 4.2.

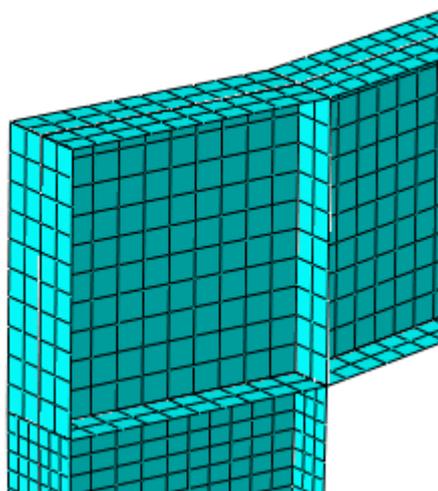


Figura 4.2 - Pormenor da ligação entre pilar e a viga.

De evidenciar o facto de, na modelação da estrutura, se ter tido a consciência de evitar a sobreposição dos elementos, por forma a distanciar-se de problemas de convergência no programa. Isto leva a que todas as peças sejam autónomas, tendo-se explorado, por isso, constrangimentos do tipo “ties” para fazer uma ligação rígida entre elas. Assim, foi necessário unir (aplicar “ties”) todas as arestas dos elementos, quer entre almas e banzos, quer entre banzos e banzos, quer entre almas e almas, como se exemplifica na Figura 4.3

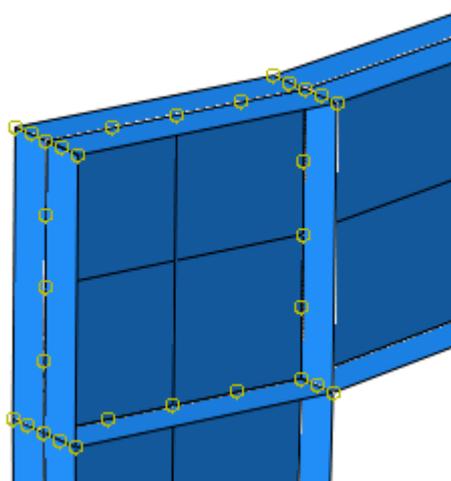


Figura 4.3 – Aplicação de “ties” entre as arestas de elementos finitos.

Por último, consideraram-se também contraventamentos no pórtico para impossibilitar os deslocamentos perpendiculares ao plano da estrutura, colocando-se, assim, contraventamentos nos cantos do pórtico e na cumeeira do mesmo, como é visível na Figura 4.4. Em teor real esses contraventamentos estão a representar as vigas secundárias de um pavilhão industrial, cujo papel é fundamental no dimensionamento e funcionamento da estrutura.

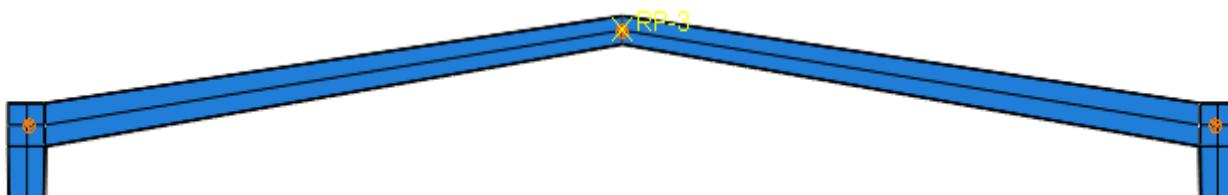


Figura 4.4 - Localização dos contraventamentos (vigas secundárias).

### 4.3 Propriedades dos Materiais

O material empregue no estudo da estrutura foi o aço S355. Para a simulação deste material recorreu-se a um comportamento elástico-linear e elástico-perfeitamente plástico, respetivamente na análise LBA e GMNIA, considerando-se um módulo de elasticidade ( $E$ ) de 210 GPa e um coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) de 0,3. De acordo com o EC3-1-1, a tensão de cedência ( $f_y$ ) em aços com espessura nominal  $\leq 40$  mm não sofre atenuação da sua grandeza, pelo que a tensão máxima considerada para esta propriedade foi de 355 MPa.

### 4.4 Tipo de Elemento de Malha

De acordo com Frey e Jirousek (2001), a modelação consiste em relacionar a estrutura real com um modelo conhecido da mecânica dos meios contínuos, capaz de descrever o seu comportamento com precisão adequada. Obviamente, a precisão de resultados depende de aspetos que devem ser cuidadosamente ponderados de forma a conduzir a um resultado que reproduza habilmente o comportamento real. Esses aspetos estão relacionados com o tipo de análises a efetuar, com o tipo de elemento sólido e com o tipo de elemento de malha a seleccionar, de forma a tomar as melhores opções de modelação.

Deste modo, depois de definir o tipo de análise a executar e de escolher o elemento sólido tridimensional, escolha justificável devido à esbelteza da secção transversal, é necessário

definir qual o elemento finito a escolher e elaborar a malha de elementos finitos, fazendo o refinamento da mesma caso haja necessidade.

A triagem do elemento finito deve ter em conta a formulação do elemento, a convergência do mesmo, os graus de liberdade dos nós, bem como a compatibilidade dos elementos e das limitações. Desta forma, optou-se por elementos finitos quadrilaterais (ou hexaédricos) que fornecem resultados mais precisos que os elementos triangulares (ou tetraédricos) em igualdade de circunstâncias (Simões da Silva e Gervásio, 2007). Os elementos finitos quadrilaterais apresentam 4 nós com 6 graus de liberdade por nó em que 3 desses são referentes a translações e outros 3 a rotações. Por sua vez, uma malha de elementos finitos deve apresentar uma malha regular sem desproporções geométricas, não devendo existir sobreposições nem cruzamentos da malha e sendo essencial garantir transições suaves entre zonas da malha mais largas e zonas mais apertadas e vice-versa.

No Abaqus o elemento adotado que representa o elemento finito escolhido (quadrilateral) é o elemento S4R (Shell, 4-node, Reduced integration elements), isto significa que o elemento é tipo casca, composto por 4 nós e que os elementos são de integração reduzida. O elemento escolhido é um quadrilateral robusto com aplicação geral, que pode ser adotado para várias aplicações.

Para estabelecer a dimensão de discretização da malha foi feito um estudo de convergência, tendo-se chegado à conclusão que a dimensão de  $5 \times 5 \text{ cm}^2$  era a que correspondia à melhor relação entre a precisão dos resultados e o esforço computacional exigido. Isto porque a redução da dimensão do elemento não correspondia a um melhoramento apreciável nos resultados obtidos. Na Figura 4.5 é apresentado um pormenor da discretização da malha, onde é possível verificar um bom ajuste da mesma.

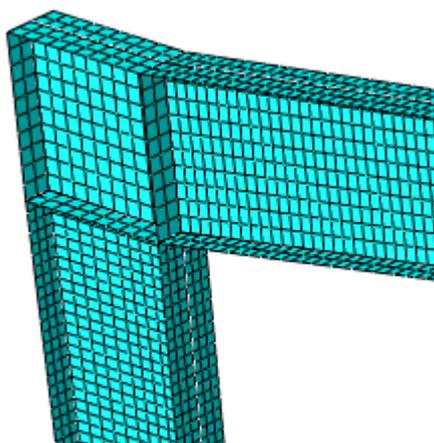


Figura 4.5 – Pormenor da discretização da malha.

#### 4.4 Condições de Suporte

Em conformidade com o esqueleto estrutural fornecido, os apoios foram considerados bloqueando as translações nas três direções, bem como todas as rotações, à exceção das do plano da estrutura. Ou seja, a única liberdade introduzida corresponde à das rotações no plano do pórtico (Figura 4.6 – a)). Para projetar tais condições de apoio, foi necessário criar um *Rigidly Body* em que se definiu que os nós das secções da base (definidos pela discretização da malha, ver figura 4.6-b)) estão rigidamente ligados ao ponto de referência criado a meio do banzo da extremidade da coluna, como se pode ver na figura 4.6-b). Assim, garante-se que a secção se conserva plana, mesmo quando ela roda sobre o apoio, rodando como um todo, tendo qualquer ponto da extremidade a mesma rotação.

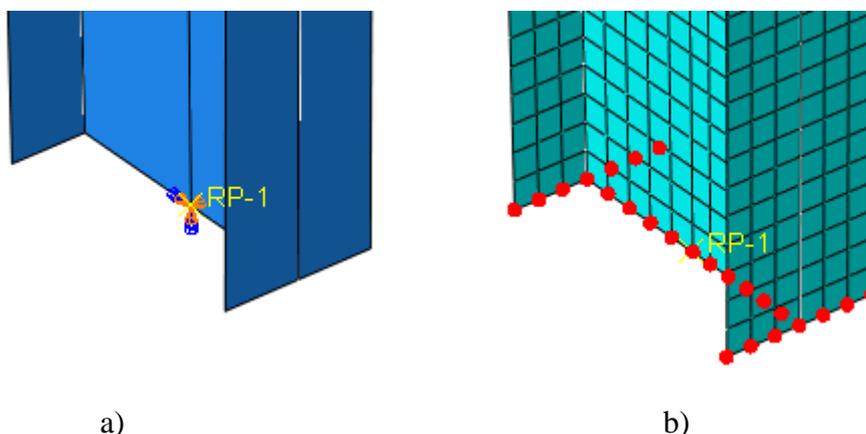


Figura 4.6 - Modelação das condições de apoio: a) Apoio da secção no ponto de referência; b) Pontos da secção do apoio ligados rigidamente ao ponto de referência;

#### 4.5 Carregamento

Como é explicitado previamente na Figura 4.1, o carregamento existente (além do peso próprio) é composto por uma carga vertical descendente, uniformemente distribuída ao longo do comprimento da viga (a meia alma) com o valor de 10 kN/m. Ambas as cargas foram aplicadas através de forças concentradas nos nós definidos pela discretização.

- **Peso Próprio**

O peso próprio do pórtico foi considerado diretamente através do software recorrendo a uma carga do tipo gravidade associada à definição da densidade do material  $76982.2 \text{ N/m}^3$ , aproximadamente  $7850 \text{ Kg/m}^3$ , ao campo gravítico de  $9.81 \text{ m/s}^2$  na direção vertical.

- **Carga Vertical Uniformemente Distribuída**

Este carregamento deve ser aplicado nos nós definidos pela discretização da malha ao longo das vigas como se pode verificar na Figura 4.7-a). De notar que os nós definidos na discretização da malha ao longo da viga aglomeram também metade do canto da ligação viga-coluna (Figura 4.7-b)).

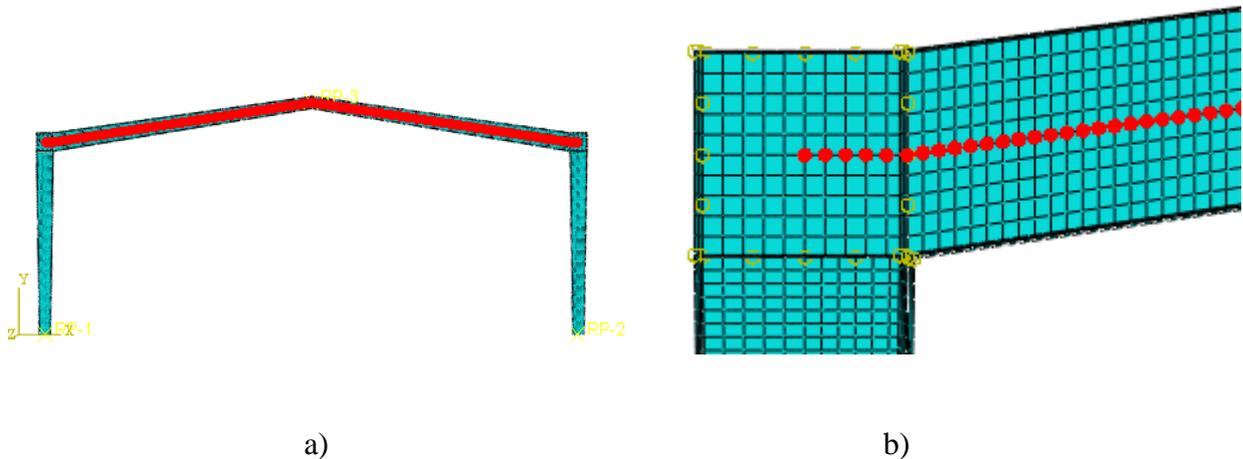


Figura 4.7 - Pontos para a aplicação da carga vertical uniformemente distribuída: a) Vista geral dos pontos do pórtico; b) Pormenor dos pontos da ligação viga-coluna.

Para aplicar as cargas referidas no software, como forças concentradas nos nós, a força a aplicar em cada nó tem de ser determinada, como se apresenta de seguida:

- Força Vertical Total:  $10 \text{ kN/m} * 24.76 \text{ m} = 247.6 \text{ kN}$
- Número de nós existentes ao longo da viga: 416 nós
- Carga por nó:  $247.6 \text{ kN} / 416 \text{ nós} = 0.5952 \text{ kN/nó} = 595.2 \text{ N/nó}$

Conclui-se assim que cada nó presente na Figura 4.7-a) vai ter uma carga vertical descendente concentrada de 595.2 N.

- **Carga Horizontal Concentrada.**

A aplicação da carga horizontal concentrada foi aplicada diretamente no nó da malha correspondente à intersecção do eixo do pilar esquerdo com o eixo da viga, como se encontra representado na Figura 4.8.

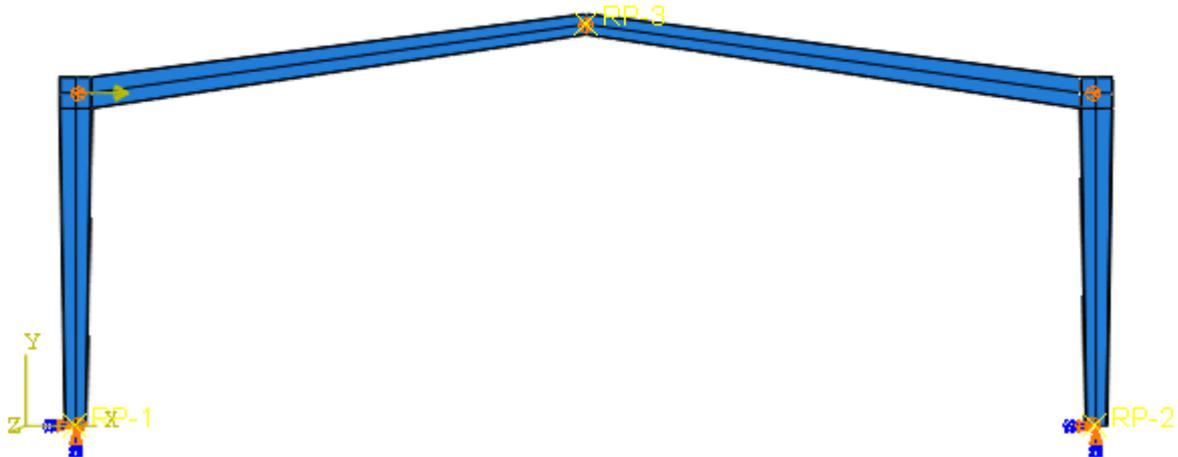


Figura 4.8 – Aplicação da carga horizontal.

## 4.6 Imperfeições

O EC3-1-1 estipula que uma análise estrutural deverá incorporar o efeito das imperfeições, quer geométricas, quer materiais. Estas imperfeições podem ser consideradas através das imperfeições geométricas equivalentes, que expressam o efeito de todas as imperfeições. Assim, nos pórticos e em sistemas de contraventamento devem considerar-se imperfeições globais, ao passo que, em elementos considerados individualmente, devem ter-se em conta as imperfeições locais.

Existem vários procedimentos de cálculo das imperfeições, um dos quais passa por ter em conta as imperfeições geométricas e as imperfeições materiais separadamente. Outra metodologia que pode ser usada é a indicada pelo EC3-1-1, que tem como base a consideração das imperfeições globais e locais obtidas a partir dos modos de encurvadura elástico dos pórticos da estrutura em estudo, no plano da encurvadura considerado. Isto, de forma mais perceptível, corresponde a utilizar os modos de encurvadura adequados, obtidos a partir da análise linear de estabilidade LBA.

### 4.6.1 Imperfeições Globais

De acordo com o EC3-1-1, em pórticos sujeitos à ocorrência de modos de encurvadura com deslocamentos laterais (como o pórtico do caso em estudo), o efeito das imperfeições terá que ser incluído na análise global da estrutura através de uma imperfeição equivalente com a configuração da inclinação inicial das colunas do pórtico (alusiva à imperfeição global) e de deformadas iniciais dos seus elementos (relativa às imperfeições locais). Relativamente à imperfeição global, foi verificar-se qual o primeiro modo de encurvadura com deslocamentos laterais resultantes da análise LBA, o que, no caso em estudo, corresponde ao 66º modo de encurvadura apresentado, na Figura 4.9.

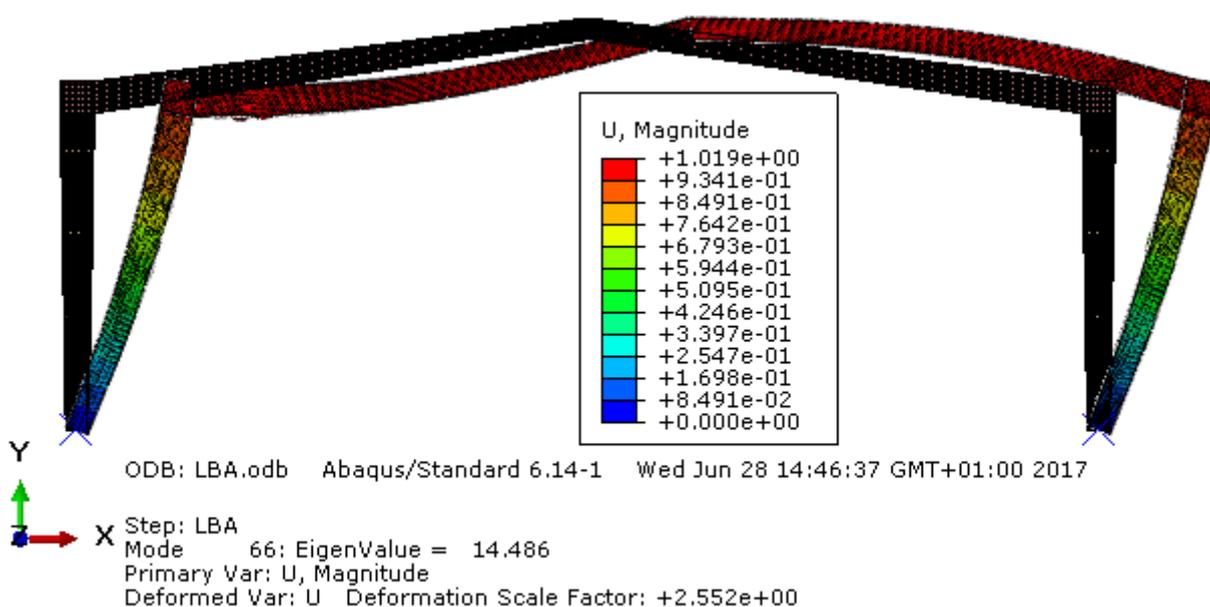


Fig. 4.9- Modo de encurvadura global (com deslocamentos laterais) através da análise LBA

Tabela 4.1 – Cálculo das imperfeições globais do pórtico

$\phi$	0,00297 rad
$\phi_0$	0,005
$\alpha_h$	0,686
$\alpha_m$	0,866
Deslocamento no topo	
$\varphi = \phi * h$	0,0252 m

O cálculo da imperfeição geométrica equivalente é abordado anteriormente no capítulo 2.3.3. Já o deslocamento no topo será a resultante da multiplicação do ângulo  $\phi$  pela altura do pórtico em estudo. Para inserir no software esta imperfeição é preciso extrair os deslocamentos (U) de todos os nós de cada um dos modos de encurvadura da análise LBA, através do seguinte código:

```
*NODE FILE
U
```

Posteriormente deve inserir-se a devida imperfeição na análise GMNIA (*keyword* \*IMPERFECTION), através do deslocamento do modo de encurvadura com o correspondente valor desejado para a amplitude, por intermédio do seguinte código:

```
*IMPERFECTION,FILE=LBA, STEP=1
66, 0.0252
```

A sintaxe da *keyword* contém o ficheiro (FILE) cuja naturalidade provém da análise LBA e o respetivo STEP em que os deslocamentos são lidos. Na linha seguinte é introduzido o modo de encurvadura a ser lido (66º modo) e a escala desse deslocamento, sendo importante salientar que o deslocamento máximo nos modos de encurvadura apresenta um valor unitário, pelo que a escala corresponde assim ao valor em metros para a amplitude desejada.

#### 4.6.2 Imperfeições Locais

As imperfeições locais dos elementos associadas à encurvadura por flexão devem ser traduzidas por uma imperfeição do tipo curvatura inicial, definida por  $e_0/L$ , em que  $e_0$  é a amplitude máxima do deslocamento inicial e  $L$  representa o comprimento do elemento. O quadro 5.1 do EC3-1-1 fornece os valores de cálculo das amplitudes das imperfeições locais para os elementos, quer seja uma análise plástica ou elástica como se pode verificar na Tabela 2.1 do capítulo 2.3.3, tema anteriormente abordado.

Assim sendo, a amplitude da imperfeição local é dada em função do tipo de análise e da curva de encurvadura da secção transversal. Posto isto, como se pode verificar na geometria dos elementos, estes são soldados e a espessura dos mesmos é sempre inferior a 40mm, sendo que

o material é S355. Então, a partir da Figura 4.10 pode verificar-se que as curvas de encurvadura são “b” e “c” para o eixo de maior inércia e menor inércia, respetivamente.

Perfis I soldados		$t_f \leq 40 \text{ mm}$	y-y z-z	b c	b c
		$t_f > 40 \text{ mm}$	y-y z-z	c d	c d

Figura 4.10- Curvas de encurvadura em função da secção transversal (Quadro 6.2 da NP EN 1993-1-1).

Assim, para uma análise elástica, tem-se uma amplitude para a imperfeição local de  $L/250$  e  $L/200$  no eixo de maior inércia e menor inércia, respetivamente. Na análise plástica, o eixo de maior inércia vai ter uma amplitude para a imperfeição de  $L/200$ , ao passo que, no eixo de menor inércia, esta será de  $L/150$ .

De forma conservativa, teve-se em conta uma análise plástica considerando o valor relativamente ao eixo de menor inércia, ou seja, usou-se uma amplitude para a imperfeição de  $L/150$ . Assim, para as colunas obteve-se um valor de  $8.5/150=0.057$  metros, enquanto para as vigas o valor foi de  $12/150=0.08$  metros. Posto isto, deve proceder-se a uma análise, de modo a verificar quais os modos de encurvadura mais desfavoráveis a utilizar no padrão das imperfeições nos pilares e nas vigas. Na Figura 4.11 e 4.12 esses modos são apresentados.

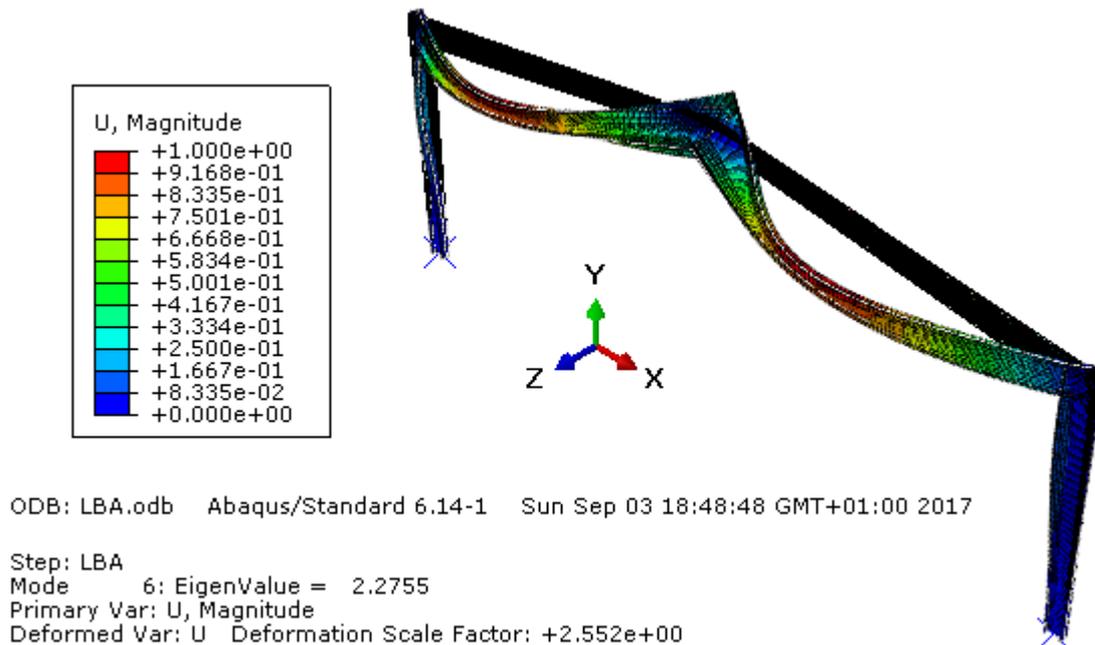


Figura 4.11- Modo de encurvadura local (elemento viga)

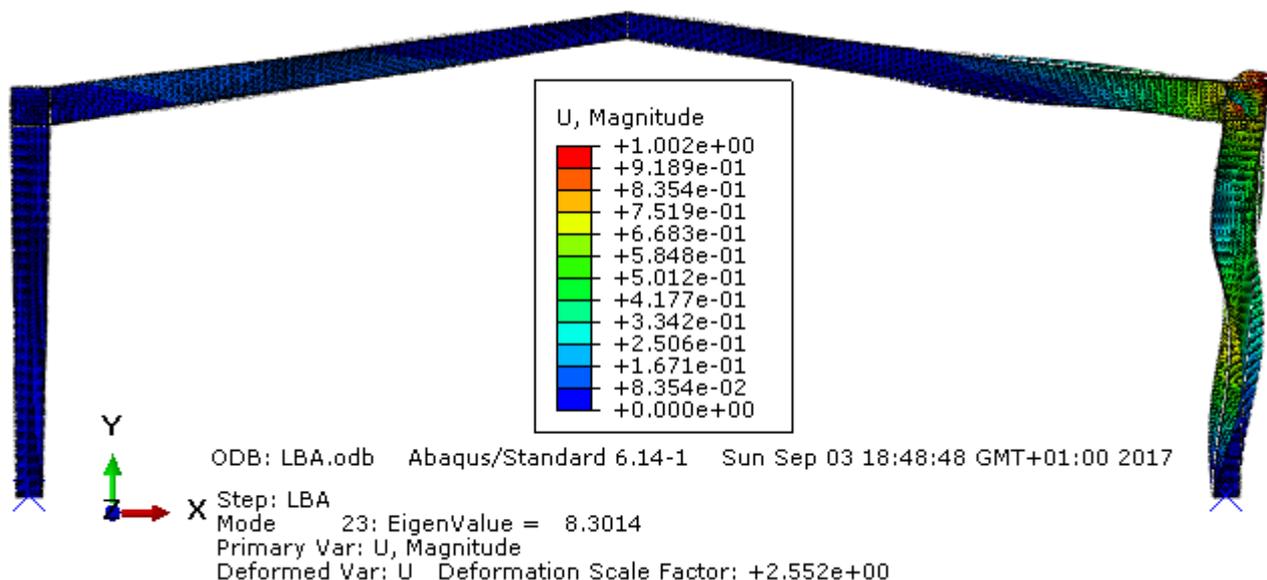


Figura 4.12 Modo de encurvadura local (elemento pilar)

Com as imperfeições definidas (globais e locais), pode realizar-se a combinação linear dos modos de encurvadura locais, dos pilares e das vigas, com as respetivas amplitudes. A estas imperfeições junta-se a imperfeição global, fazendo com que o resultado final corresponda a uma combinação linear dos modos 66°,6°,23° com as respetivas amplitudes, como se apresenta de seguida:

```
*IMPERFECTION,FILE=LBA, STEP=1
66, 0.0252
6,0.08
23, 0.057
```

## 5 RESULTADOS

### 5.1 Resultados Obtidos Através da Aplicação do EC3-1-1 (Curvas de Encurvadura para Elementos Uniformes)

Neste tópico pretende-se avaliar a estabilidade da estrutura segundo uma prática mais quotidiana no processo de dimensionamento de um projeto, para, de seguida, comparar com os resultados obtidos através dos métodos dos elementos finitos.

Neste processo utilizar-se-ão os esforços nos elementos obtidos por elementos lineares, recorrendo-se ao software Robot Structural Analysis (recurso frequentemente utilizado em dimensionamento), os quais serão usados para a verificação da segurança pelas fórmulas regulamentares do EC3-1-1.

#### 5.1.1 Esforços de Dimensionamento.

Aplicando as cargas definidas anteriormente (peso próprio, carga vertical distribuída e carga horizontal) a um modelo de peças lineares obtém-se a estrutura representada na Figura 5.1.

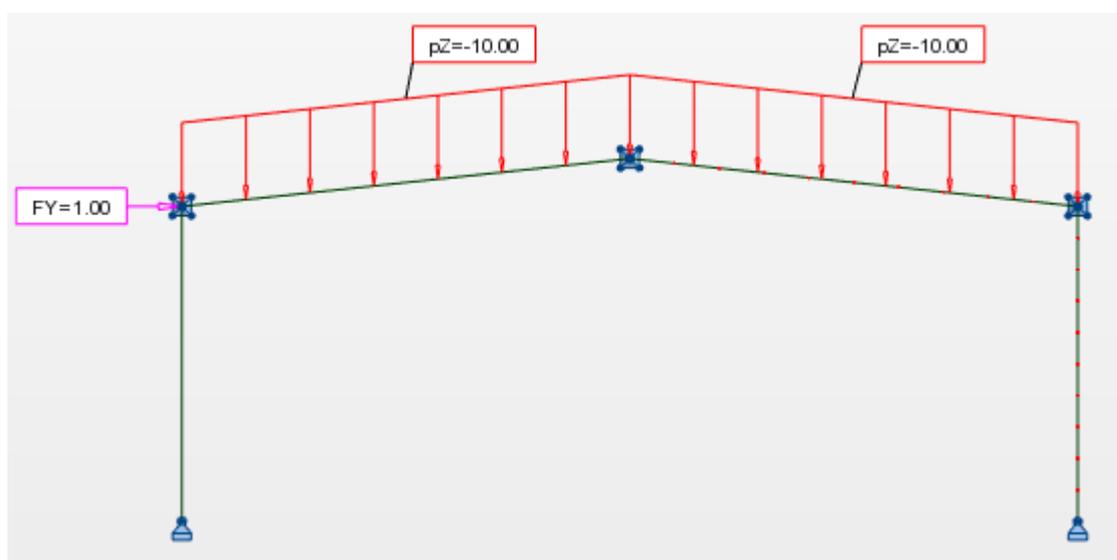


Figura 5.1 - Cargas aplicadas na estrutura

As imperfeições globais podem estabelecer-se por forças horizontais equivalentes tendo em conta a inclinação das colunas anteriormente determinadas. Tendo-se obtido um ângulo de

inclinação de  $\phi = 0.00297 \text{ rad}$ , este equivale a uma carga horizontal a posicionar no topo do pórtico de  $pZ = 0.00297 * 10 * 24 = 0.7128 \text{ kN}$ , ou seja, aproximadamente  $0.030 \text{ kN/m}$  a fixar ao longo das vigas. Com isto obtêm-se os efeitos de 2ª ordem, apresentados na Figura 5. 2.

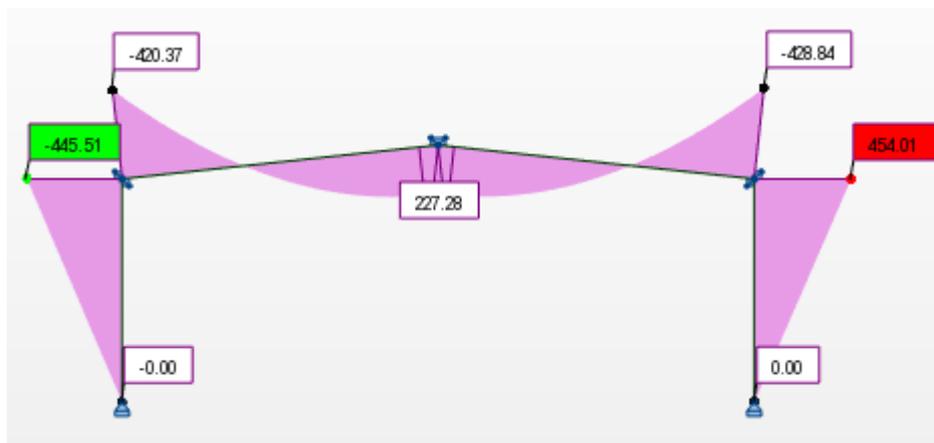


Figura 5.2 - Esforços de 2ª ordem com imperfeições globais equivalentes

Os esforços de 2ª ordem apresentados na Tabela 5.1 serão os utilizados para a verificação segundo EC3-1-1, como se irá demonstrar seguidamente.

Tabela 5.1 - Esforços do elemento

Elemento Pilar		Elemento Viga	
$M_{y,Ed}$	454,01 kNm	$M_{y,Ed}$	-428,84 kNm
$M_{z,Ed}$	0 kNm	$M_{z,Ed}$	0 kNm
$N_{Ed}$	121,31 kN	$N_{Ed}$	67,5 kN
$V_{y,Ed}$	0 kN	$V_{y,Ed}$	0 kN
$V_{z,Ed}$	53,6 kN	$V_{z,Ed}$	-114,16 kN
$M_{T,Ed}$	0 kNm	$M_{T,Ed}$	0 kNm

### 5.1.2 Propriedades da Secção

Tendo em conta a geometria anteriormente definida, foi estabelecido que a análise de cada elemento estrutural será correspondida com uma abordagem diferente relativamente à propriedade geométrica, a fim de se obter valores mais concretos e com um erro pouco significativo, dado que cada elemento terá um tipo diferente de situação mais desfavorável.

Isto é, para o elemento pilar, a situação mais desfavorável será ao nível da base, devido aos esforços de compressão, pelo que serão essas as propriedades geométricas utilizadas na examinação da segurança. Já no que diz respeito à componente viga, a situação mais desfavorável encontra-se na ligação Viga-Pilar, onde os esforços de dimensionamento nessa secção serão os mais críticos para a verificação da estabilidade. As referidas propriedades geométricas encontram-se descritas na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 - Propriedades geométricas das secções a utilizar.

Pilar		Viga	
h (mm)	500	h (mm)	762
b (mm)	267	b (mm)	267
tw (mm)	14,4	tw (mm)	14,4
tf (mm)	21,6	tf (mm)	21,6
r (mm)	17	r (mm)	17
A (cm <sup>2</sup> )	181,12	A (cm <sup>2</sup> )	218,85
d (mm)	422,80	d (mm)	684,80
W <sub>ply</sub> (cm <sup>3</sup> )	3510,23	W <sub>ply</sub> (cm <sup>3</sup> )	6130,06
W <sub>plz</sub> (cm <sup>3</sup> )	793,602	W <sub>plz</sub> (cm <sup>3</sup> )	807,18
I <sub>y</sub> (cm <sup>4</sup> )	77479,06	I <sub>y</sub> (cm <sup>4</sup> )	202687,72
I <sub>z</sub> (cm <sup>4</sup> )	6863,67	I <sub>z</sub> (cm <sup>4</sup> )	6870,18
I <sub>w</sub> *10 <sup>-3</sup> (cm <sup>6</sup> )	3920,66	I <sub>w</sub> *10 <sup>-3</sup> (cm <sup>6</sup> )	9390,94
G (Kg/m)	142,18	G (Kg/m)	171,80
ra (kg/m <sup>3</sup> )	7850	ra (kg/m <sup>3</sup> )	7850
I <sub>t</sub> (cm <sup>4</sup> )	754,68	I <sub>t</sub> (cm <sup>4</sup> )	911,88

### 5.1.3.1 Elemento Pilar

A classificação da secção no dimensionamento do pilar é realizada com as propriedades geométricas que se encontram na secção da base, situação mais desfavorável quer para os componentes internos (Alma), quer para os componentes externos (Banzo), onde, em ambos, a situação é mais desfavorável quando solicitados à compressão, dado que o eixo neutro não se altera. Os resultados desta classificação encontram-se compilados na Tabela 5.3

Tabela 5.3 – Resultados da classificação dos componentes do elemento pilar

Classificação do Banzo		
Largura do Banzo	c	109,3 mm
Espessura do Banzo	tf	21,6 mm
Classe do Banzo	c/tf	5,060
$\sqrt{(235/355)}$	$\epsilon$	0,814
Submetido à compressão	$c/tf \leq 9\epsilon$	$5,0602 \leq 7,3225$
Classe 1		

Classificação da Alma		
Altura da Alma	c	422,8 mm
Espessura da Alma	tw	14,4 mm
Classe da Alma	c/tw	29,361
$\sqrt{(235/355)}$	$\epsilon$	0,814
Submetido à compressão	$c/tw \leq 38\epsilon$	$29,3611 \leq 30,9174$
Classe 2		

Como a classe de uma secção é dada pela maior classe dos componentes comprimidos que a constituem, podemos afirmar que a secção é de classe 2, logo o dimensionamento pode ser efetuado com base na resistência plástica.

### 5.1.3.2 Elemento Viga.

Enquanto no elemento pilar, quer na alma, quer no banzo, a situação mais desfavorável é quando este está sujeito à compressão pura, a componente interna do elemento viga carece de maior vulnerabilidade quando submetido à flexão e à compressão. Além disso, num elemento em flexão composta (plana ou desviada) é natural verificar-se uma variação da classe da secção ao longo do elemento. Em termos de verificação da resistência das secções transversais, este facto não introduz qualquer dificuldade adicional, uma vez que a resistência de cada secção é verificada em função da respetiva classe. No entanto, no caso, da verificação da estabilidade do elemento, tratando-se de uma verificação global do elemento, surge a necessidade de saber qual a classe a considerar. A consideração da classe mais alta conduz naturalmente a dimensionamentos seguros, mas demasiado conservativos na maioria dos casos (Simões, 2014).

Com isto, pode verificar-se uma infinidade de combinações de esforços que podem levar a obter secções totalmente elásticas ou totalmente plásticas. Segundo Simões (2014), no âmbito

do projeto *Semi-Comp(Rb)*, foi proposto que a estabilidade dos elementos deveria ser verificada considerando a classe da secção ao longo do elemento com o maior fator de utilização  $U_F$ . O fator de utilização corresponde à relação entre os esforços atuantes e resistentes, como mostra a seguinte equação:

$$U_F = \frac{R_{Ed}}{R_{Rd}} = \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,l}} = \frac{N_{Ed}}{N_1} \quad (31)$$

Contudo o *Semi-Comp* não possibilita o estudo de secções com a inércia variável, pelo que foi necessário desenvolver manualmente um ficheiro *excel* como ferramenta de apoio para a classificação das secções quando estamos perante flexão composta, de forma a fornecer uma análise discretizada em pequenos troços da classificação dos elementos, observando assim a variação que existe.

Para o desenvolvimento de tal ferramenta, com a finalidade de obter valores mais corretos, decidi considerar-se que as propriedades do elemento vão percorrer 3 fases, variando linearmente entre a secção inicial e a final. O elemento será discretizado em 10 secções de acordo com as propriedades geométricas apresentadas na Tabela 5.4, ou seja, nas vigas com 12 metros cada elemento terá um comprimento de 1.2 metros.

Tabela 5.4 – Propriedades geométricas utilizadas na viga discretizada

IPE 500		IPE 550		IPE 600		IPE 750*173	
h (mm)	500	h (mm)	550	h (mm)	600	h (mm)	762
b (mm)	267	b (mm)	267	b (mm)	267	b (mm)	267
tw (mm)	14,4	tw (mm)	14,4	tw (mm)	14,4	tw (mm)	14,4
tf (mm)	21,6	tf (mm)	21,6	tf (mm)	21,6	tf (mm)	21,6
r (mm)	17	r (mm)	17	r (mm)	17	r (mm)	17
A (cm <sup>2</sup> )	181,12	A (cm <sup>2</sup> )	188,32	A (cm <sup>2</sup> )	195,52	A (cm <sup>2</sup> )	218,85
d (mm)	422,8	d (mm)	472,8	d (mm)	522,8	d (mm)	684,8
Wpl,y (cm <sup>3</sup> )	3510,23	Wpl,y (cm <sup>3</sup> )	3972,03	Wpl,y (cm <sup>3</sup> )	4451,84	Wpl,y (cm <sup>3</sup> )	6130,06
Wpl,z (cm <sup>3</sup> )	793,60	Wpl,z (cm <sup>3</sup> )	796,19	Wpl,z (cm <sup>3</sup> )	798,79	Wpl,z (cm <sup>3</sup> )	807,18
Iy (cm <sup>4</sup> )	77479,06	Iy (cm <sup>4</sup> )	96177,21	Iy (cm <sup>4</sup> )	117229,41	Iy (cm <sup>4</sup> )	202687,72
Iz (cm <sup>4</sup> )	6863,67	Iz (cm <sup>4</sup> )	6864,91	Iz (cm <sup>4</sup> )	6866,15	Iz (cm <sup>4</sup> )	6870,18
Iw *10 <sup>-3</sup> (cm <sup>6</sup> )	3920,66	Iw *10 <sup>-3</sup> (cm <sup>6</sup> )	4783,02	Iw *10 <sup>-3</sup> (cm <sup>6</sup> )	5731,03	Iw *10 <sup>-3</sup> (cm <sup>6</sup> )	9390,94
G (Kg/m)	142,18	G (Kg/m)	147,83	G (Kg/m)	153,49	G (Kg/m)	171,80
ρa (kg/m <sup>3</sup> )	7850	ρa (kg/m <sup>3</sup> )	7850	ρa (kg/m <sup>3</sup> )	7850	ρa (kg/m <sup>3</sup> )	7850
It (cm <sup>4</sup> )	754,68	It (cm <sup>4</sup> )	784,68	It (cm <sup>4</sup> )	814,68	It (cm <sup>4</sup> )	911,88

1ª Fase

2ª Fase

3ª Fase

Na classificação de uma secção I em compressão pura ou em flexão simples, para quaisquer valores dos esforços atuantes, o eixo neutro não se altera. No entanto, o mesmo já não ocorre numa secção I sujeita a flexão composta, pelo que foi então necessário, através da curva de interação plástica exata, calcular a percentagem da alma em compressão  $\alpha$ , de forma a poder fazer a correta classificação de cada troço discretizado. A percentagem da alma em compressão pode ser obtida através da seguinte equação:

$$\alpha = \frac{1}{2} + \frac{|M_{y,Ed}|}{N_{Ed}} \left( \frac{1}{c} - \frac{1}{2c} \sqrt{\left( c \frac{N_{Ed}}{M_{y,Ed}} \right)^2 + \frac{N_{Ed}^2 (4W_{pl,y} - c^2 t_w)}{M_{y,Ed}^2 t_w}} + 4 \right) \quad (32)$$

Em que:

- $c$  – altura útil;
- $t_w$  – espessura da alma;
- $W_{pl,y}$  – módulo plástico de flexão da secção me torno do eixo y;
- $N_{Ed}$  – esforço axial;
- $M_{y,Ed}$  – momento fletor;

Posteriormente na Tabela 5.5 apresentam-se as classificações das secções e os valores do respetivo fator de utilização. O cálculo do fator de utilização foi efetuado através da equação 31.

Tabela 5.5 – Classificação das secções da viga em análise.

Classificação das Secções							
Elementos		Alma	Banzo	Classificação	$R_{Ed}$ (kNm)	$R_{Rd}$ (kNm)	$U_F$
n=1	x=0 m	Classe 1	Classe 1	Classe 1	227,28	1246,13	0,18
	x=1.2 m	Classe 1	Classe 1		223,87	1287,12	0,17
n=2	x=1.2 m	Classe 1	Classe 1	Classe 1	223,87	1287,12	0,17
	x=2.4 m	Classe 1	Classe 1		209,01	1356,79	0,15
n=3	x=2.4 m	Classe 1	Classe 1	Classe 1	209,01	1356,79	0,15
	x=3.6 m	Classe 1	Classe 1		179,73	1427,11	0,13
n=4	x=3.6 m	Classe 1	Classe 1	Classe 1	179,73	1427,11	0,13
	x=4.8 m	Classe 1	Classe 1		135,98	1499,50	0,09
n=5	x=4.8 m	Classe 1	Classe 1	Classe 3	135,98	1499,50	0,09
	x=6 m	Classe 3	Classe 1		77,76	1441,46	0,05
n=6	x=6 m	Classe 3	Classe 1	Classe 4	77,76	1441,46	0,05
	x=7.2 m	Classe 4	Classe 1		5,07	1667,53	0,00
n=7	x=7.2 m	Classe 4	Classe 1	Classe 4	5,07	1667,53	0,00
	x=8.4 m	Classe 1	Classe 1		-82,08	2120,83	0,04
n=8	x=8.4 m	Classe 1	Classe 1	Classe 1	-82,08	2120,83	0,04
	x=9.6m	Classe 1	Classe 1		-183,69	2176,17	0,08
n=9	x=9.6m	Classe 1	Classe 1	Classe 1	-183,69	2176,17	0,08
	x=10.8 m	Classe 1	Classe 1		-299,78	2176,17	0,14
n=10	x=10.8 m	Classe 1	Classe 1	Classe 1	-299,78	2176,17	0,14
	x=12 m	Classe 1	Classe 1		-428,84	2176,17	0,20

Os esforços  $R_{Rd}$  poderão ser os esforços elásticos (obtidos a partir da curva de interação elástica) ou os esforços plásticos (obtidos a partir da curva de interação plástica), consoante a classe da secção. Consequentemente, a classe a usar na verificação da estabilidade do elemento é a secção com maior  $U_F$ , Simões (2014). Assim sendo, observando a Tabela 5.5, a classe a considerar para a verificação da estabilidade do elemento é a classe 1. De mencionar que o estudo para definição da classe do componente externo (banzo) é igual para ambos os elementos, devido ao facto de as propriedades geométricas no banzo não se alterarem, além de que, para ambos os elementos, a situação mais desfavorável ocorre quando sujeitos à compressão pura.

### 5.1.3 Resistência das Secções Transversais

#### 5.1.3.1 Verificação à Compressão

O valor de cálculo do esforço de compressão atuante  $N_{Ed}$  em cada secção transversal deve satisfazer a premissa:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{c,Rd}} \leq 1 \quad (33)$$

Por sua vez, o valor de cálculo do esforço normal resistente à compressão uniforme  $N_{c,Rd}$  deverá ser determinado do seguinte modo:

$$N_{c,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \text{ para as secções transversais da classe 1, 2 ou 3} \quad (34)$$

Na Tabela 5.6 apresentam-se os resultados obtidos na verificação acima mencionada para ambos os elementos em estudo.

Tabela 5.6 – Resultados da verificação da resistência da secção transversal à compressão.

Elemento Pilar		Elemento Viga	
$N_{Ed}$	121,31 kN	$N_{Ed}$	67,5 kN
$N_{c,Rd}$	6429,87 kN	$N_{c,Rd}$	7769,23 kN
	A= 181,12 cm <sup>2</sup>		A= 218,85 cm <sup>2</sup>
	f <sub>y</sub> = 355 Mpa		f <sub>y</sub> = 355 Mpa
$N_{Ed}/N_{c,Rd}$	0,0189 ≤ 1	$N_{Ed}/N_{c,Rd}$	0,0087 ≤ 1

### 5.1.3.2 Verificação à Flexão

Segundo o ponto 6.2.5 do EC3-1-1, a segurança de uma secção transversal à flexão é verificada segundo as duas direções de flexão, y e z, quando o valor de cálculo do momento fletor atuante,  $M_{Ed}$ , em cada secção transversal satisfaz a seguinte premissa:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} \leq 1 \quad (35)$$

Onde o valor de cálculo do momento fletor resistente,  $M_{c,Rd}$ , de uma secção transversal em relação a um dos seus eixos principais é determinado do seguinte modo:

$$M_{c,Rd} = M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \text{ para as secções transversais da Classe 1 ou 2} \quad (36)$$

Na Tabela 5.7 descrevem-se os resultados obtidos na verificação à flexão para ambos os elementos em análise.

Tabela 5.7 - Resultados da verificação da secção transversal ao momento fletor

Elemento Pilar			Elemento Viga		
Eixo y-y	$M_{Ed}$	454,01 kNm	Eixo y-y	$M_{Ed}$	-428,84 kNm
	$M_{c,y,Rd}$	1246,130 kNm		$M_{c,y,Rd}$	2176,171 kNm
	$M_{Ed}/M_{c,y,Rd}$	0,364 ≤ 1		$M_{Ed}/M_{c,y,Rd}$	0,198 ≤ 1
Eixo z-z	$M_{Ed}$	0 kNm	Eixo z-z	$M_{Ed}$	0 kNm
	$M_{c,z,Rd}$	281,729 kNm		$M_{c,z,Rd}$	286,550 kNm
	$M_{Ed}/M_{c,z,Rd}$	0 ≤ 1		$M_{Ed}/M_{c,z,Rd}$	0 ≤ 1

Foi também verificada a necessidade de redução do momento plástico resistente para ambos os elementos devido ao efeito provocado pelo esforço normal. Tal como especificado na cláusula 6.2.9 do EC3-1-1, não é necessário ter em conta este efeito no caso de secções duplamente simétricas com banzos em I, quando for possível satisfizer os seguintes critérios para o eixo y-y:

$$N_{Ed} \leq 0.25N_{pl,Rd} \quad (37)$$

$$N_{Ed} \leq \frac{0.5h_w t_w f_y}{\gamma_{M0}} \quad (38)$$

Onde  $N_{pl,Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}}$  é o esforço axial resistente de compressão,  $h_w$  altura da alma e  $t_w$  espessura da alma. Em relação ao eixo z-z, a condição a respeitar é a seguinte:

$$N_{pl,Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}} \quad (39)$$

Posto isto e aplicando tais condições, chega-se à conclusão que não é necessário reduzir o momento plástico em torno de ambos os eixos. Por último, importa referir que o momento fletor existe exclusivamente no eixo de maior inércia (análise no plano), o que significa que o dimensionamento do elemento à flexão desviada pode ser desprezado. De salientar, que tais condições se verificam para ambos os elementos estruturais em estudo.

### 5.1.3.3 Verificação ao Esforço Transverso.

Para verificar a resistência de uma secção transversal ao esforço transverso deve verificar-se a seguinte condição:

$$\frac{V_{Ed}}{V_{c,Rd}} \leq 1 \quad (40)$$

Em que,  $V_{Ed}$  é o esforço transverso atuante,  $V_{c,Rd}$ , no caso de um cálculo plástico, representa o valor de cálculo do esforço transverso resistente de plástico,  $V_{pl,Rd}$ , calculado por:

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_v (f_y / \sqrt{3})}{\gamma_{M0}} \quad (41)$$

Onde  $A_v$  representa a área resistente ao esforço transverso. Para além da verificação acima, também se constatou a necessidade de efetuar a verificação da resistência à encurvadura da alma devida ao esforço transverso, pelo facto de as almas dos perfis dos elementos a dimensionar não se encontrarem reforçadas. Assim, deve proceder-se a essa verificação se:

$$\frac{h_w}{t_w} > 72 \frac{\varepsilon}{\eta} \quad (42)$$

Onde,  $\eta = 1$  (valor conservativo). De seguida, foi verificada a necessidade de afetar o momento fletor devido à existência de esforço transversal. Contudo, como especificado no ponto 6.2.10 do EC3-1-1, não é necessário considerar o esforço transversal atuante se este for inferior a metade do esforço transversal resistente plástico, exceto se a resistência da secção for reduzida pela encurvadura por esforço transversal. Na Tabela 5.8 são expostos os resultados para as diferentes situações acima mencionadas.

Tabela 5.8 - Resultados da verificação ao esforço transversal, à necessidade da verificação da encurvadura por esforço transversal e à interação esforço transversal- momento fletor.

Elemento Pilar		Elemento Viga	
$V_{Ed}$	53,6 kN	$V_{Ed}$	114,16 kN
$V_{pl,Rd}$	1562,49 kN	$V_{pl,Rd}$	2335,75 kN
$A_v$	76,23 cm <sup>2</sup>	$A_v$	13,96 cm <sup>2</sup>
$f_y$	355 Mpa	$f_y$	355 Mpa
$\gamma_{M0}$	1	$\gamma_{M0}$	1
$h_w$	0,4568 m	$h_w$	0,7188 m
$t_w$	0,0144 m	$t_w$	0,0144 m
$\eta$	1	$\eta$	1
$\varepsilon$	0,81	$\varepsilon$	0,81
$V_{Ed} / V_{pl,Rd} \leq 1$	0,034 $\leq$ 1	$V_{Ed} / V_{pl,Rd} \leq 1$	0,049 $\leq$ 1
$h_w / t_w > 72\varepsilon / \eta$	31,72 < 58,32	$h_w / t_w > 72\varepsilon / \eta$	49,92 < 58,32
$V_{Ed} \leq 0.5V_{pl,Rd}$	53,6 $\leq$ 781,24	$V_{Ed} \leq 0.5V_{pl,Rd}$	114,16 $\leq$ 1167,88

### 5.1.4 Resistência dos Elementos à Encurvadura

Neste subcapítulo serão mostrados os resultados obtidos para cada elemento, onde a verificação da estabilidade foi realizada consoante as curvas de encurvadura. Os conceitos teóricos desta metodologia já anteriormente foram expostos no ponto 3.1.

#### 5.1.4.1 Verificação de Elementos Comprimidos.

##### 5.1.4.1.1 Elemento Pilar

Tabela 5.9 - Escolha da curva de encurvadura e respetivo fator de imperfeição

Ver Figura 3.2 e Tabela 3.1							
$t_f=21,6 \text{ mm} < 40 \text{ mm}$	h/b	1,873 > 1,2	Curva de Encurvadura	y-y	a	$\alpha$	0,21
z-z				b	0,34		

Tabela 5.10 - Resistência do elemento pilar à encurvadura

Plano ZoY-Em torno de X (y-y)					
$\varphi$	0,66	E	210 GPa	$N_{Ed}$	121,31 kN
		Iy	77479,06 cm <sup>4</sup>		
$\lambda$	0,54	Le	8,5 m	$N_{b,Rd}$	6234,14 kN
		A	181,12 cm <sup>2</sup>		
$\chi$	0,97	fy	355 MPa	$N_{Ed} / N_{b,Rd} \leq 1$	0,0195
		Ncr	22226,22 kN		
Plano ZoX-Em torno de Y (z-z)					
$\varphi$	2,19	E	210 GPa	$N_{Ed}$	121,31 kN
		Iz	6863,67 cm <sup>4</sup>		
$\lambda$	1,8	Le	8,5 m	$N_{b,Rd}$	1869,76 kN
		A	181,12 cm <sup>2</sup>		
$\chi$	0,29	fy	355 MPa	$N_{Ed} / N_{b,Rd} \leq 1$	0,0649
		Ncr	1968,96 kN		

5.1.4.1.2 Elemento Viga

Tabela 5.11 - Escolha da curva de encurvadura e respetivo fator de imperfeição

Ver Figura 3.2 e Tabela 3.1					
$t_f=21,6 \text{ mm} < 40 \text{ mm}$	Curva de	y-y	a	$\alpha$	0,21
$h/b$	Encurvadura	z-z	b		0,34

Tabela 5.12- Resistência do elemento viga à encurvadura

Plano ZoY-Em torno de X (y-y)					
$\varphi$	0,65	E	210 GPa	$N_{Ed}$	67,5 kN
		$I_y$	202687,72 cm <sup>4</sup>		
$\lambda$	0,52	Le	12 m	$N_{b,Rd}$	7548,5 kN
		A	218,85 cm <sup>2</sup>		
$\chi$	0,97	$f_y$	355 MPa	$N_{Ed} / N_{b,Rd} \leq 1$	0,0089
		Ncr	29173,19 kN		
Plano ZoX-Em torno de Y (z-z)					
$\varphi$	4,49	E	210 GPa	$N_{Ed}$	67,5 kN
		$I_z$	6,870,18 cm <sup>4</sup>		
$\lambda$	2,8	Le	8,5 m	$N_{b,Rd}$	972,19 kN
		A	218,85 cm <sup>2</sup>		
$\chi$	0,13	$f_y$	355 MPa	$N_{Ed} / N_{b,Rd} \leq 1$	0,0694
		Ncr	988,84 kN		

### 5.1.4.2 Verificação de Elementos em Flexão.

#### 5.1.4.2.1 Elemento Pilar

Tabela 5.13 - Escolha da curva de encurvadura e respetivo fator de imperfeição

Ver Quadro 6.4 e 6.3 do EC3-1-1					
tf=21,6 mm < 40 mm		Curva de Encurvadura (Secção I soldada)	c	$\alpha$	0,49
h/b	1,87 > 1,2				

Tabela 5.14- Cálculo do momento crítico elástico de encurvadura lateral

Mcr			
L	8,5 m	Mcr,E	1193,76 kN.m
G	81 GPa	Mmenor	0 kN.m
It	754,68 cm <sup>4</sup>	Mmaior	454,01 kN.m
E	210 GPa	$\beta$	0
Iz	6863,67 cm <sup>4</sup>	$\alpha_m$	1,75
Iw	3920,66 cm <sup>6</sup> x10 <sup>-3</sup>	Mcr	2089,08 kN.m

Tabela 5.15 - Resistência do elemento pilar à encurvadura lateral

$\Phi_{LT}$	0,94	Wy (=Wply) 3510,23 cm <sup>3</sup>	$M_{Ed}$	454,01
$\lambda_{LT}$	0,77	fy 355 Mpa	$M_{b,Rd}$	846,79
$\chi_{LT}$	0,68	Mcr 2089,08 kN.m	$M_{Ed}/M_{b,Rd} \leq 1$	0,54

### 5.1.4.2.2 Elemento Viga

Tabela 5.16- Escolha da curva de encurvadura e respetivo fator de imperfeição

Ver Quadro 6.4 e 6.3 do EC3-1-1				
tf=21,6 mm < 40 mm	Curva de Encurvadura (Secção I soldada)	d	$\alpha$	0,76
h/b 2,85 > 1,2				

Tabela 5.17- Cálculo do momento crítico elástico de encurvadura lateral

Mcr			
L	12 m	Mcr,E	929,53 kN.m
G	81 GPa	Mmenor	227,28 kN.m
It	911,88 cm <sup>4</sup>	Mmaior	428,84 kN.m
E	210 GPa	$\beta$	0,53
Iz	6870,18 cm <sup>4</sup>	$\omega_m$	1,18
Iw	9390,94 cm <sup>6</sup> x10 <sup>-3</sup>	Mcr	1096,85 kN.m

Tabela 5.18- Resistência do elemento viga à encurvadura lateral

$\Phi_{LT}$	1,95	Wy (=Wply)	$M_{Ed}$	428,84
		6130,06 cm <sup>3</sup>		
$\lambda_{LT}$	1,41	fy	$M_{b,Rd}$	660,32
		355 Mpa		
$\chi_{LT}$	0,30	Mcr 1096,85 kN.m	$M_{Ed}/M_{b,Rd} \leq 1$	0,65

### 5.1.4.3 Verificação de elementos em flexão composta com compressão.

#### 5.1.4.3.1 Elemento Pilar

Tabela 5.19 – Resultado da estabilidade de elemento pilar submetido à flexão composta com compressão

Dados					
$N_{Ed}$	121,31 kN	$\chi_y$	0,97		
$M_{y,Ed}$	454,01 kNm	$\chi_z$	0,29		
$M_{z,Ed}$	0 kNm	$\chi_{LT}$	0,68		
$\bar{\lambda}_y$	0,54	$\bar{\lambda}_z$	1,8	Ver Anexo B* ( Quadro B.3) do EC3-1-1	
Ver Quadro 6.7 do EC3-1-1				$C_{my} C_{mz} C_{mLT}$	0,9
$N_{Rk}$	6429,87 kNm	$A$	181,12 cm <sup>2</sup>	Ver Anexo B* ( Quadro B.2) do EC3-1-1	
$M_{y,Rk}$	1246,13 kNm	$W_{pl,y}$	3510,23 cm <sup>3</sup>	$k_{yy}$	0,9059
$M_{z,Rk}$	281,73 kNm	$W_{pl,z}$	793,60 cm <sup>3</sup>	$k_{yz}$	0,5890
$\Delta M_{y,Ed}$	0 kNm	$f_y$	355 Mpa	$k_{zy}$	0,9900
$\Delta M_{z,Ed}$	0 kNm	$\gamma_{M1}$	1	$k_{zz}$	0,9817
$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{y,Rk} / \gamma_{M1}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{M_{z,Rk} / \gamma_{M1}} \leq 1.0$					0,51
$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{y,Rk} / \gamma_{M1}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{M_{z,Rk} / \gamma_{M1}} \leq 1.0$					0,60

### 5.1.4.3.2 Elemento Viga

Tabela 5.20- Resultado da estabilidade de elemento viga submetido à flexão composta com compressão

Dados					
$N_{Ed}$	67,5 kN	$\chi_y$	0,97		
$M_{y,Ed}$	428,84 kNm	$\chi_z$	0,13		
$M_{z,Ed}$	0 kNm	$\chi_{LT}$	0,30		
$\bar{\lambda}_y$	0,52	$\bar{\lambda}_z$	2,80	Ver Anexo B* (Quadro B.3) do EC3-1-1	
Ver Quadro 6.7 do EC3-1-1				$C_{my} C_{mz} C_{mLT}$	0,9
$N_{Rk}$	7769,22 kNm	$A$	218,85 cm <sup>2</sup>	Ver Anexo B* (Quadro B.2) do EC3-1-1	
$M_{y,Rk}$	2176,17 kNm	$W_{pl,y}$	6130,06 cm <sup>3</sup>	$k_{yy}$	0,9059
$M_{z,Rk}$	286,55 kNm	$W_{pl,z}$	807,18 cm <sup>3</sup>	$k_{yz}$	0,5890
$\Delta M_{y,Ed}$	0 kNm	$f_y$	355 Mpa	$k_{zy}$	0,9900
$\Delta M_{z,Ed}$	0 kNm	$\gamma_{M1}$	1	$k_{zz}$	0,9817
$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{y,Rk} / \gamma_{M1}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{M_{z,Rk} / \gamma_{M1}} \leq 1.0$					0,60
$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{y,Rk} / \gamma_{M1}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{M_{z,Rk} / \gamma_{M1}} \leq 1.0$					0,71

## 5.2 Resultados Obtidos Através de Uma Análise Numérica Não Linear por Elementos Finitos.

### 5.2.1 Introdução

Nas análises GMNIA é utilizado o conceito de “*Load Proportionality Factor*” (LPF) que corresponde ao escalar através do qual o carregamento aplicado está multiplicado num determinado incremento. Este tipo de análise pode ter aplicação para dois tipos de cenários, sendo eles abordados por dois tipos de análise:

- Análise Static-General, onde a carga aplicada vai sendo aumentada em cada incremento até à carga estar aplicada na plenitude, isto é, até se atingir um LPF com o valor unitário. Esta análise é concluída quando se atinge esse patamar de carga. No caso de se pretender analisar o desempenho da estrutura seguidamente a este ponto pode recorrer-se a uma análise GMNIA de Riks.
- Análise Static-Riks, na qual é possível determinar a carga máxima que a estrutura pode suportar (carga crítica) e compará-la com o valor da carga aplicada para verificar a segurança da estrutura. Isto pode ser feito extraindo o valor máximo do LPF e verificando se é superior à unidade, isto é, se a carga última é maior que a carga aplicada.

### 5.2.2 Static-General

#### 5.2.2.1 Tensões

Para uma melhor e mais fácil interpretação dos resultados, de seguida são apresentadas as tensões divididas na componente horizontal e vertical. Adicionalmente, dentro de cada uma delas apresentam-se separadamente as tensões de compressão, tração e tangenciais da análise em estudo. O software simplifica também na reprodução dos resultados, pois separa as tensões verticais (S22) das tensões horizontais (S11) (ver Figuras 5.4 - 5.7), o que também ajuda na compreensão dos resultados.

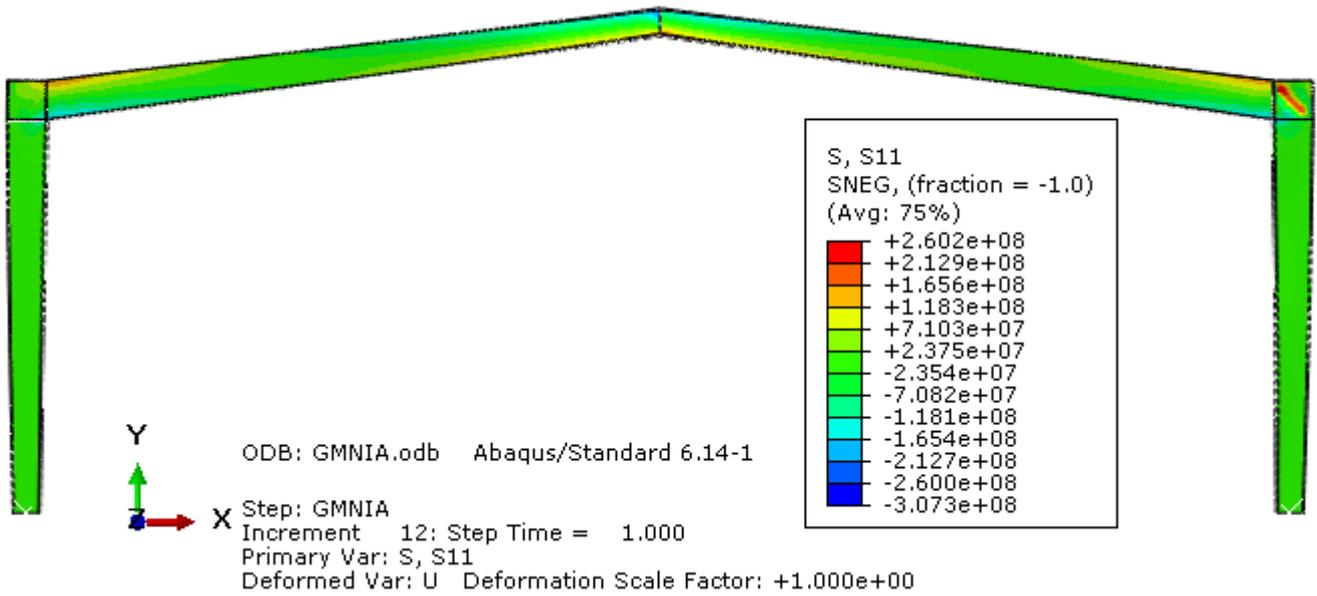


Figura 5.4 – Tensões de compressão e trações horizontais no plano da estrutura para um LPF=1.0 [Pa]

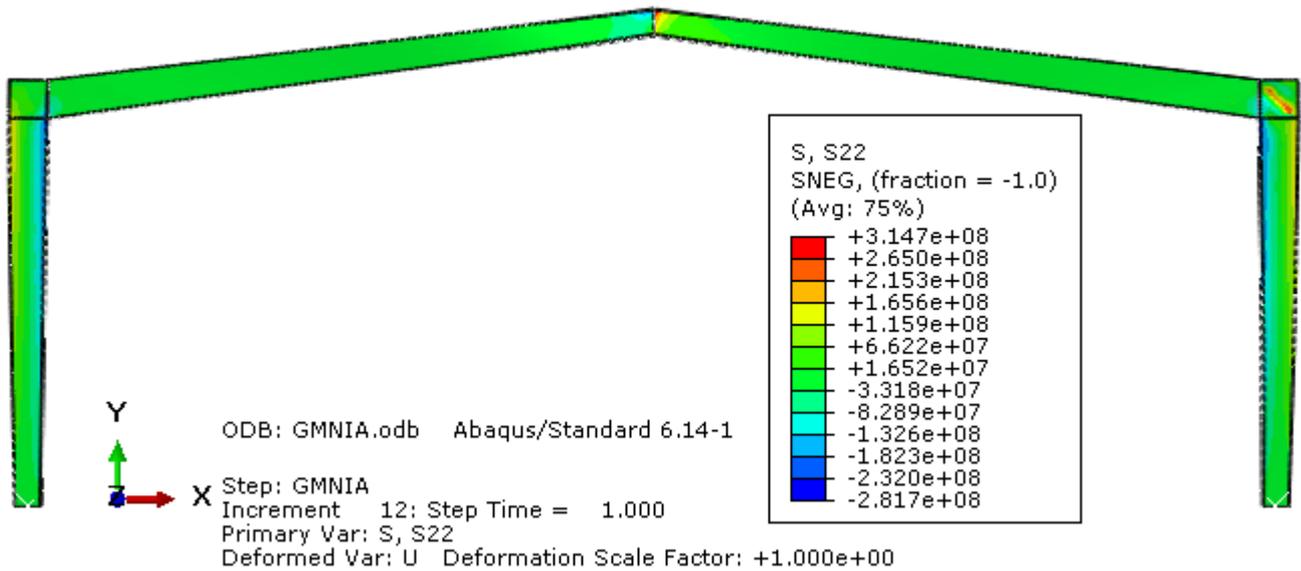


Figura 5.5- Tensões de compressão e trações verticais para um LPF=1.0 [Pa]

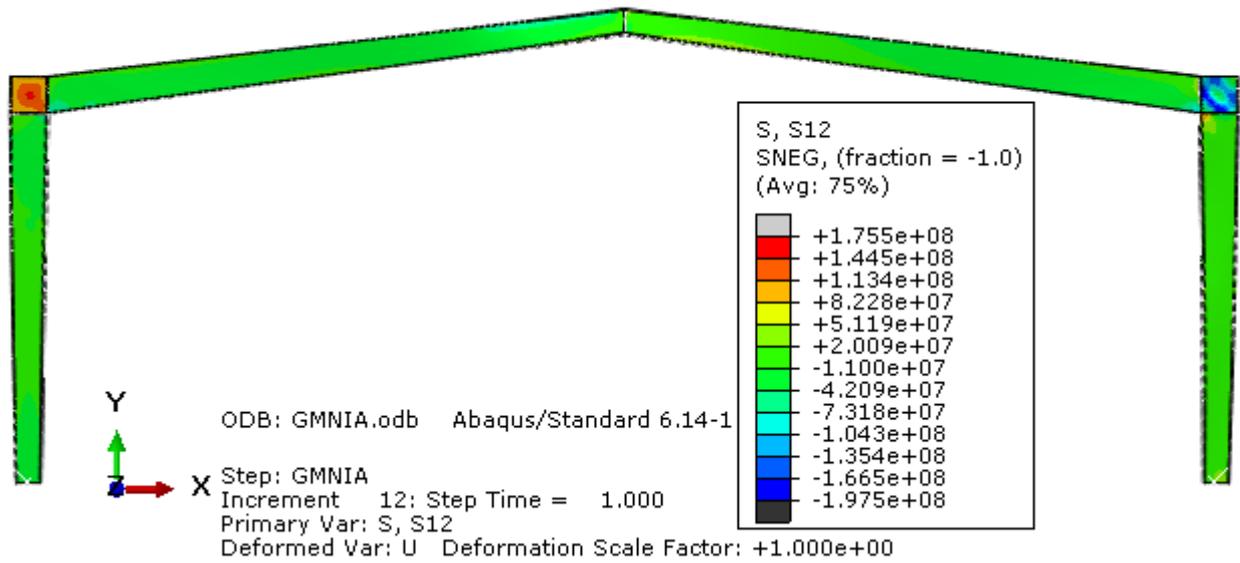


Figura 5.6 - Tensões de tangenciais para um LPF=1.0 [Pa]

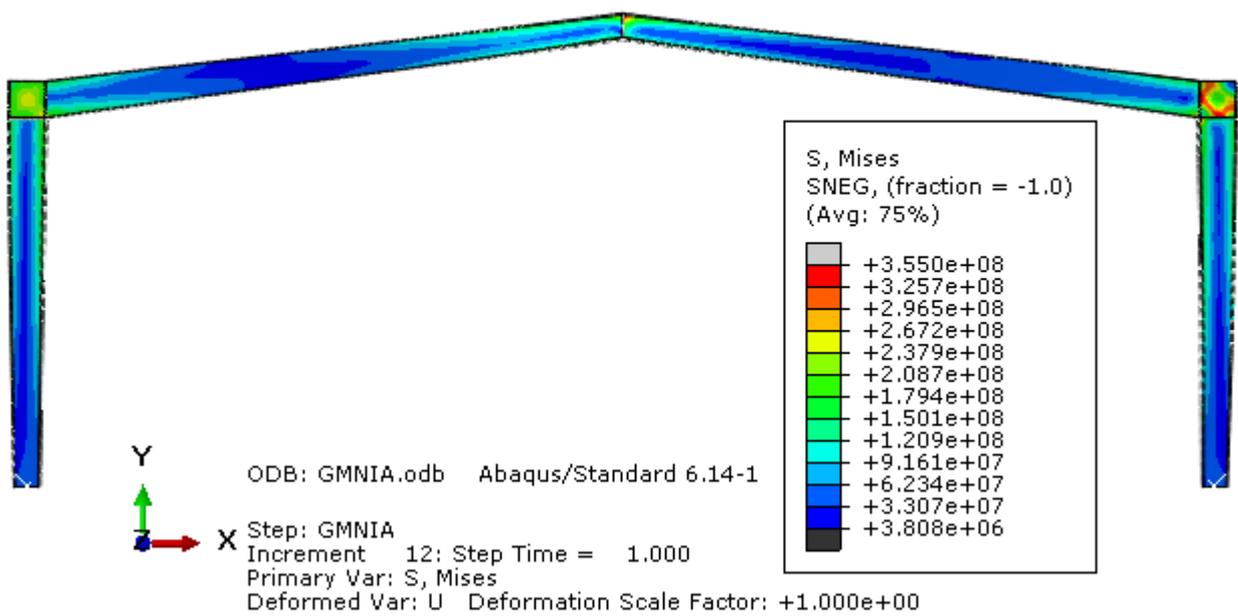


Figura 5.7 - Tensões de von Mises obtidas na análise de Static-General para um LPF=1 [Pa]

### 5.2.2.2 Deslocamentos

Os deslocamentos no pórtico são apresentados separadamente para cada uma das direções X, Y e Z na Figura 5.8, Figura 5.9 e Figura 5.10, respetivamente.

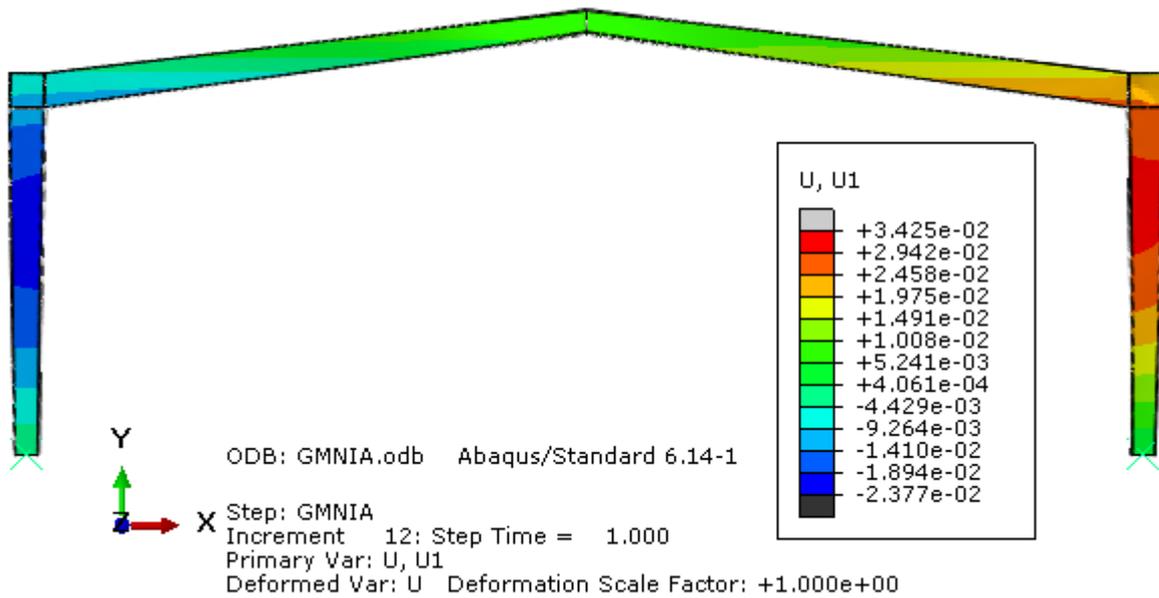


Figura 5.8 - Deslocamentos horizontais no plano do pórtico (direção X) para um LPF=1,0 [m]

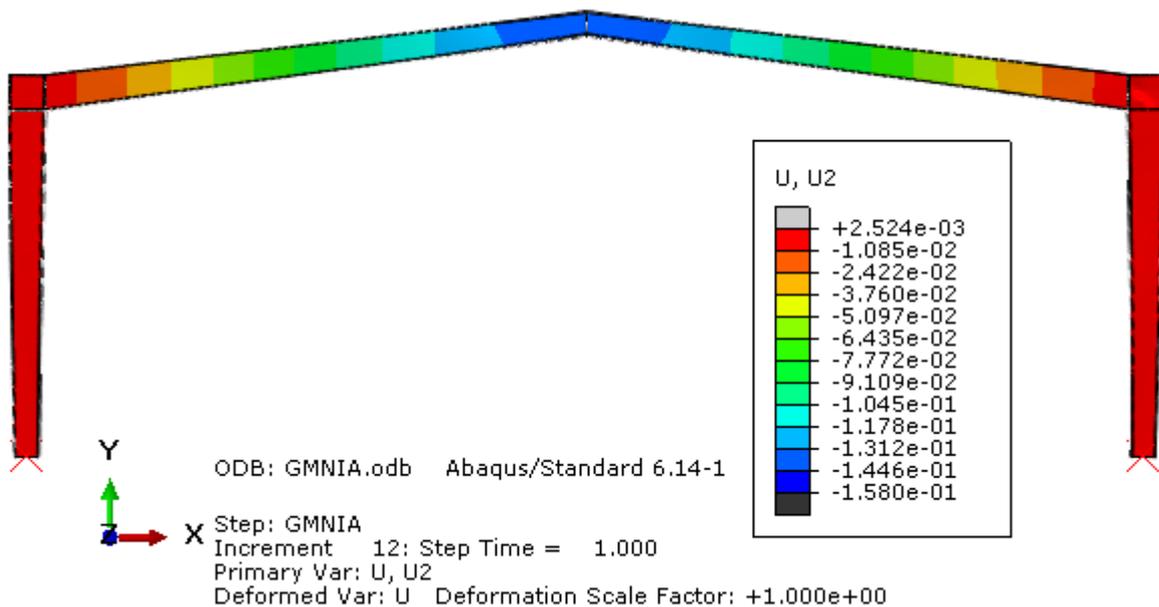


Figura 5.9 - Deslocamentos verticais (direção Y) para um LPF=1,0 [m]

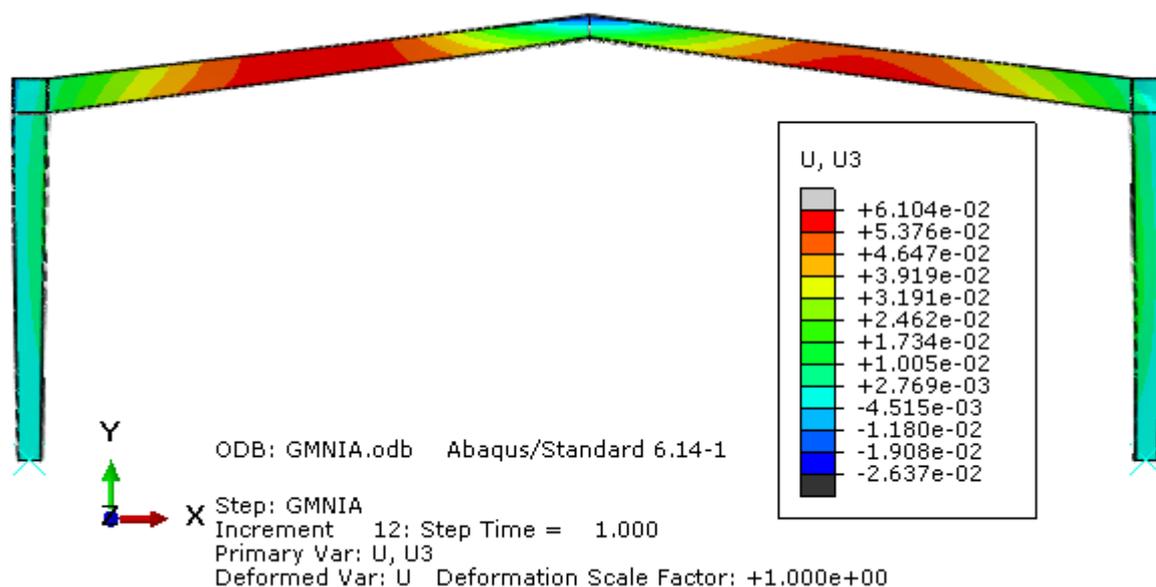


Figura 5.10 - Deslocamentos horizontais no plano perpendicular ao pórtico (direção Z) para um LPF=1,0 [m]

Os deslocamentos devem estar de acordo com a informação presente no EC3-1-1. A norma referida expressa que os deslocamentos correspondentes à flecha máxima de uma viga devem ser inferiores a  $L/200$ , considerando que as vigas pertencem a uma cobertura em geral. Já no caso dos deslocamentos laterais do pórtico, a norma estipula que estes não devem ser superiores a  $h/150$ , considerando o pórtico sem aparelhos de elevação. De referir que  $L$  representa o comprimento da viga em análise e  $h$  representa a altura do pórtico em análise.

No entanto, equiparando com as premissas regulamentares do EC3-1-1, verifica-se que os deslocamentos verticais no elemento viga correspondem a uma flecha máxima na viga de  $L/83$  superior a  $L/200$ , sendo expectável que tal acontecesse, pois optou-se por não colocar contraventamentos para simular as madres, dado que estas intervêm no contraventamento da estrutura. Relativamente ao elemento pilar obteve-se uma flecha de  $L/289$  inferior a  $h/150$ , conforme a norma.

### 5.2.3 Static-Ricks

Da análise Static - Riks é possível obter um gráfico que relaciona o comprimento de arco “arc-length” (procedimento utilizado no algoritmo) com o LPF, ou seja, estuda-se o comportamento da estrutura perante a carga que lhe é aplicada. Para perceber melhor este tipo de análise expõe-se na Figura 5.11 um gráfico da análise durante 100 incrementos.

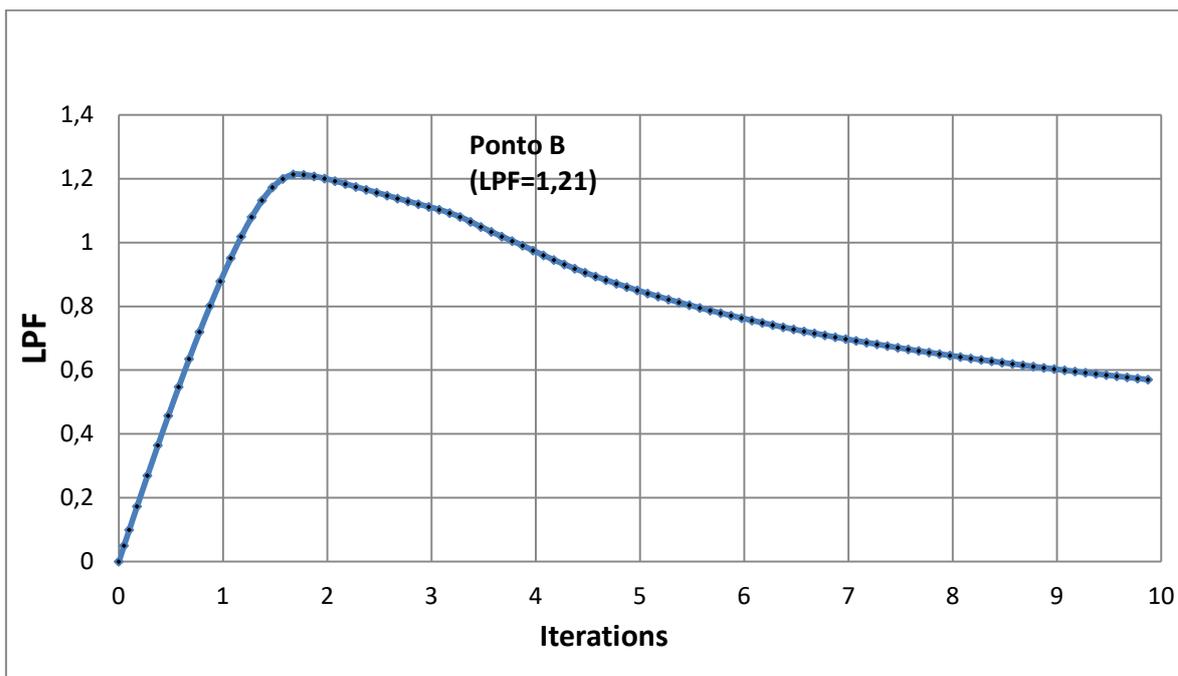


Figura 5.11 - Gráfico LPF vs Iteração da análise Riks.

Neste gráfico é possível identificar 3 pontos-chave, são eles:

- Ponto A: Ponto correspondente à aplicação da totalidade da carga definida inicialmente. Ponto correspondente aos resultados obtidos na análise Static – General.
- Ponto B: Ponto correspondente à carga máxima suportada pela estrutura (1,21 vezes a carga definida inicialmente).
- Ponto C: Ponto de interrupção da análise (após 100 incrementos). Carga suportada nesse ponto correspondente a 57% da carga inicial.

Do gráfico anterior é possível verificar que a carga máxima corresponde a 1,21 vezes a definida inicialmente, ou seja, verifica-se que a carga aplicada é inferior à carga máxima suportada pela estrutura e, por isso, comprova-se a segurança da estrutura. Como seria de esperar, a partir desse ponto, a carga suportada começa a ser progressivamente menor, resultado da fase de pós-encurvadura.

Para comprovar que os resultados obtidos por ambas as análises são idênticos quando o LPF=1,0, momento em que ainda não se desenvolveram os fenómenos de encurvadura, na figura seguinte apresentam-se as tensões de von Mises. Comparando esta figura (Figura 5.12) com a Figura 5.7 constata-se que os resultados são muito semelhantes.

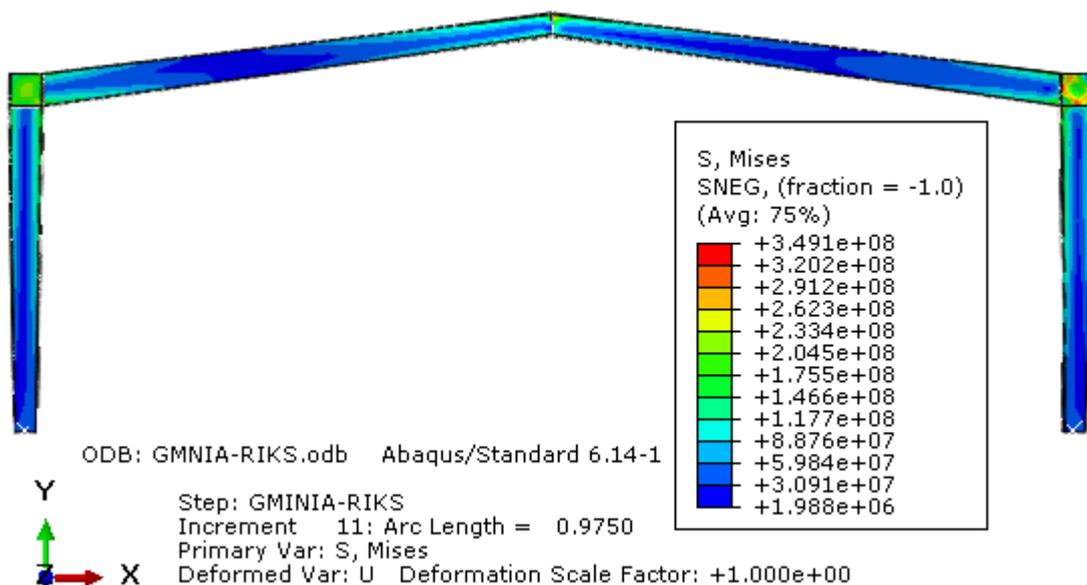


Figura 5.12 - Tensões de von Mises obtidas na análise de Static-Riks para um LPF=1,0 [Pa]

Na Figura 5.13 apresentam-se as tensões de von Mises correspondentes ao Ponto B.

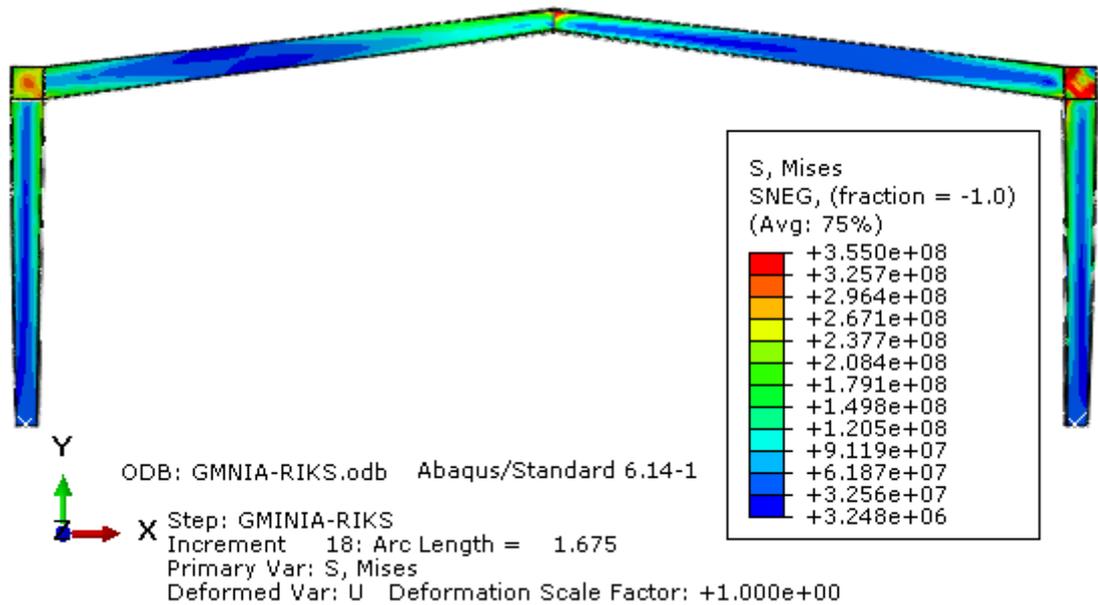


Figura 5.13 - Tensões de von Mises obtidas na análise de Static-Riks para um LPF=1,21 [Pa]

Analogamente para o Ponto C, obtém-se:

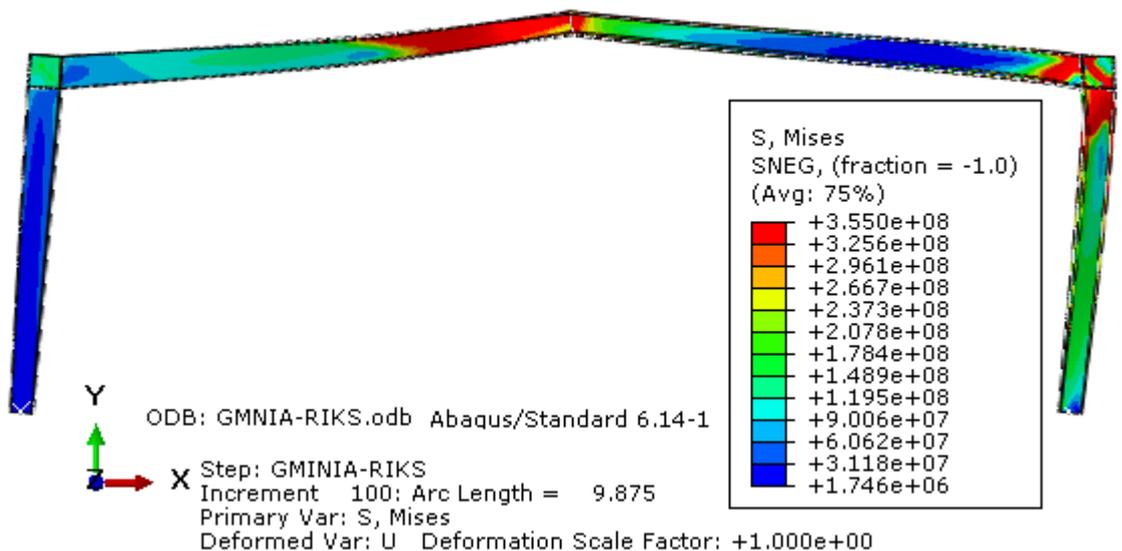


Figura 5.14 - Tensões de Von Mises obtidas na análise de Static-Riks para um LPF=0,57 Pa]

Na Figura 5.15 é apresentada, de diferentes ângulos, a deformada da estrutura no Ponto C. Nela verifica-se que os fenómenos de encurvadura são já bem visíveis, tendo ocorrido encurvadura na viga, no pilar direito e deslocamento lateral do pórtico.

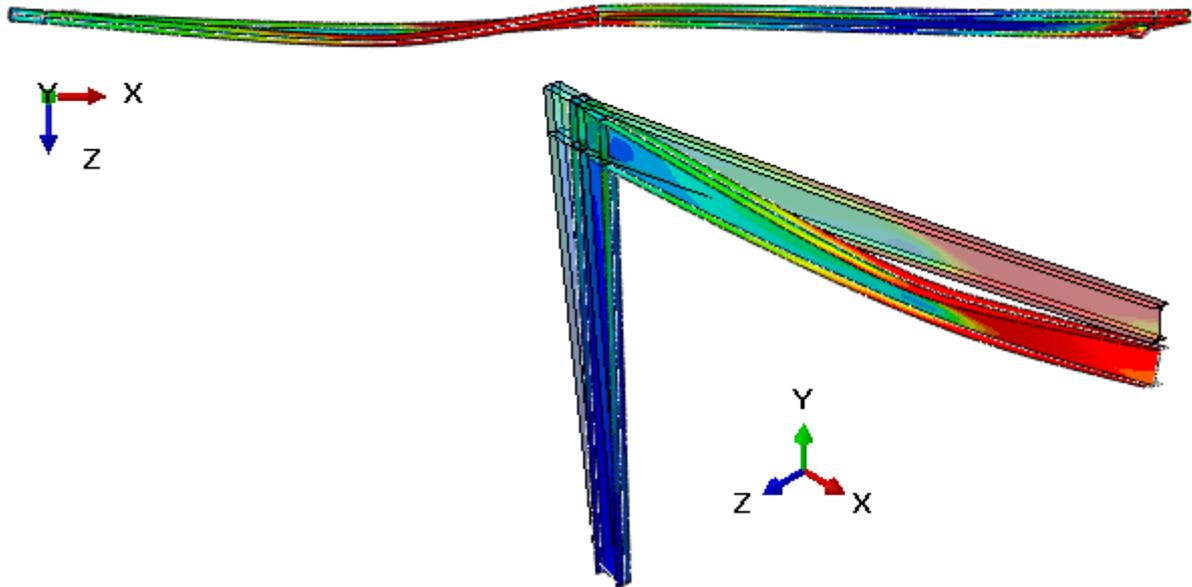


Figura 5.15 - Deformada da estrutura com um fator de escala igual a 1 de diferentes perspetivas no ponto C da curva da análise de Riks

De seguida são apresentados gráficos Força-Deslocamento em diferentes pontos da estrutura para melhor se perceber o seu comportamento ao longo da análise. Na Figura 5.16 apresenta-se o deslocamento horizontal em X verificado a meio da alma do canto esquerdo (local de aplicação da carga horizontal), na Figura 5.17 o deslocamento vertical a meio vão da viga (ponto considerado a meia altura da alma), na Figura 5.18 o deslocamento horizontal fora do plano no banzo superior da viga (no ponto onde este deslocamento é máximo) e, por fim, na Figura 5.19, o deslocamento horizontal fora do plano no banzo esquerdo do pilar esquerdo (no ponto onde este deslocamento é máximo).

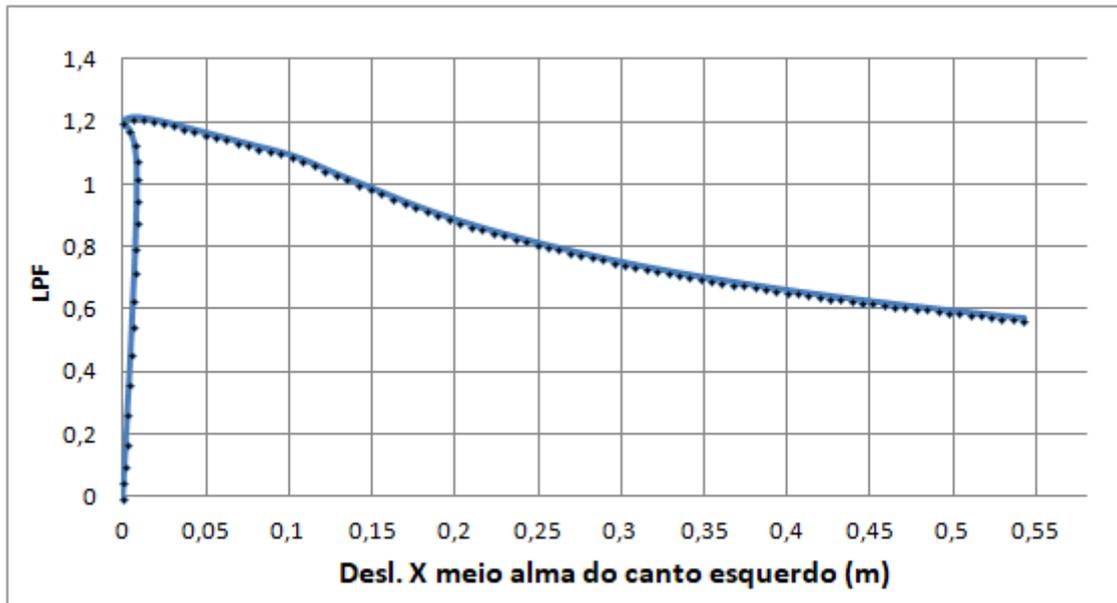


Figura 5.16 - Gráfico deslocamento horizontal no plano do pórtico (X) na alma do canto esquerdo (m) vs LPF da análise de Riks

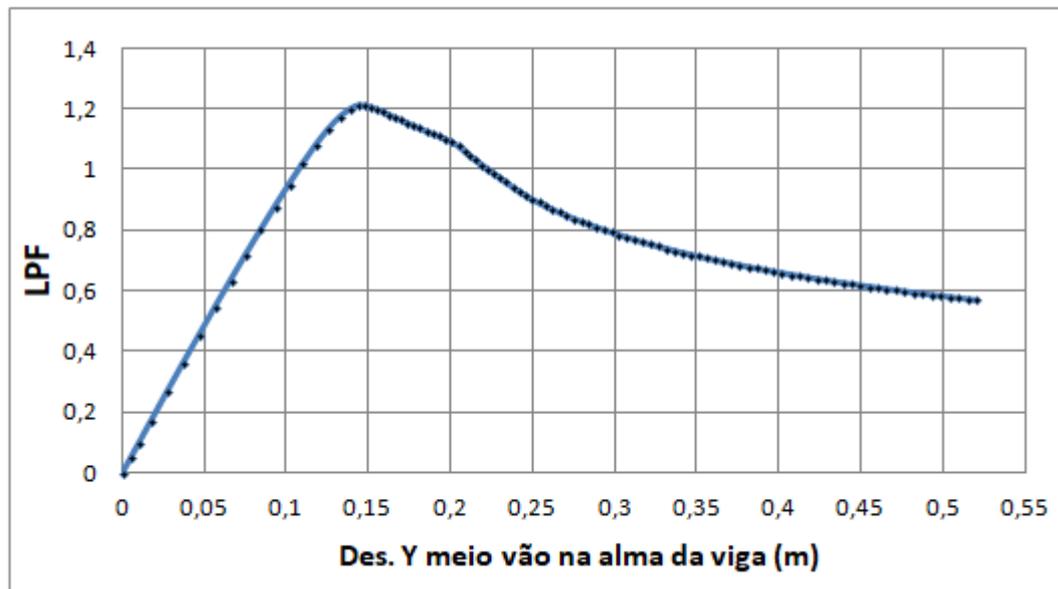


Figura 5.17 - Gráfico deslocamento vertical (Y) a meio vão na alma da viga vs LPF da análise de Riks

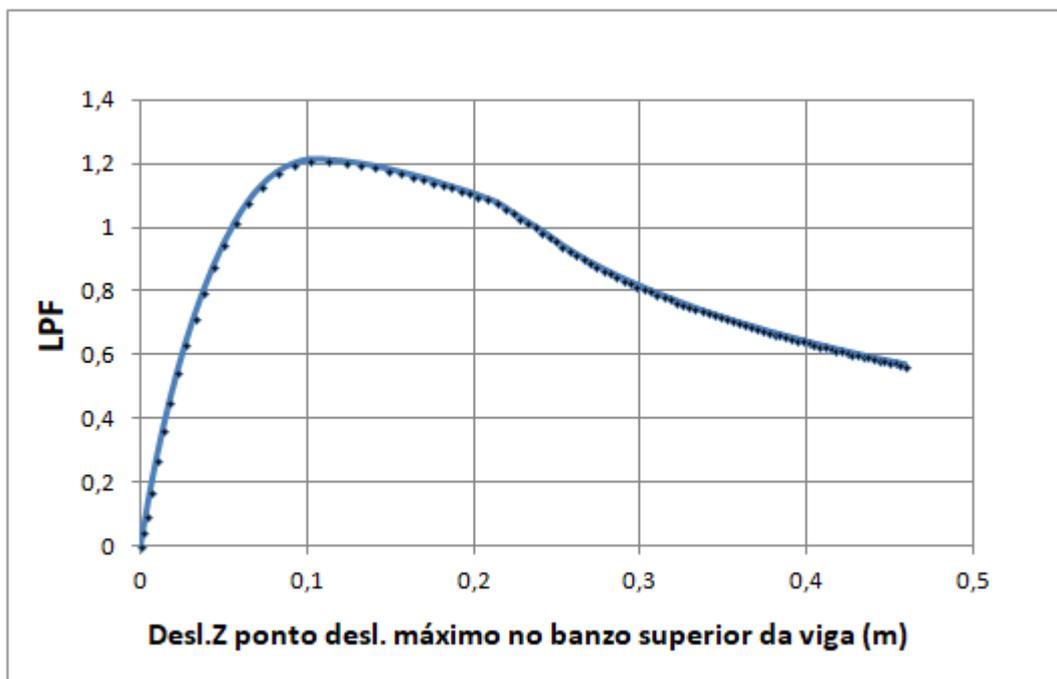


Figura 5.18 - Gráfico deslocamento horizontal perpendicular ao plano do pórtico (Z) no banzo superior da viga no ponto de deslocamento máximo vs LPF da análise de Riks

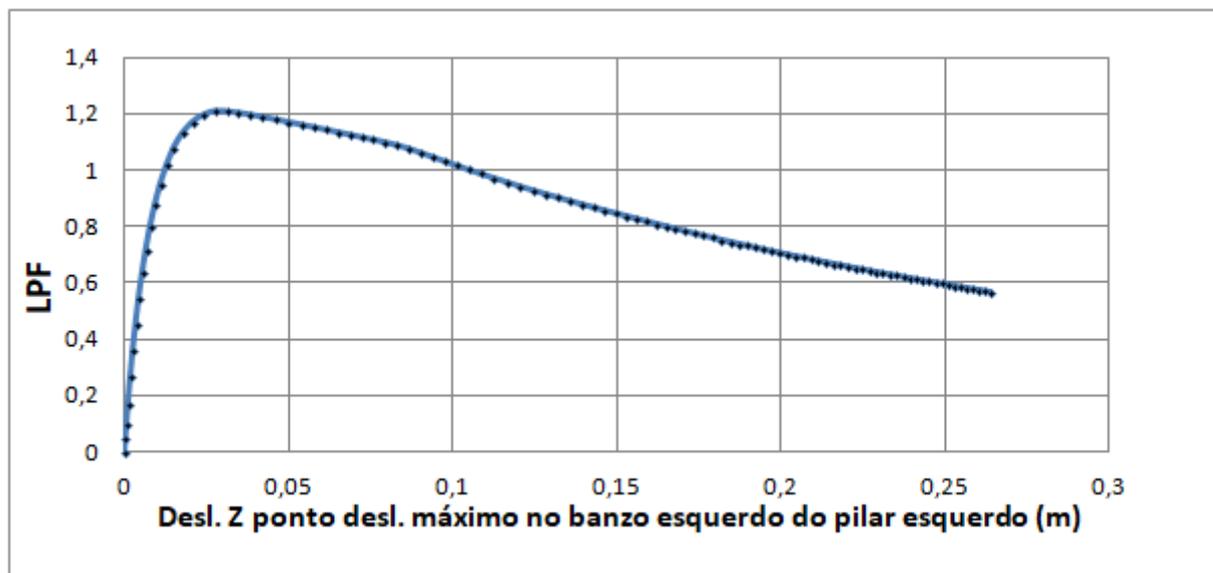


Figura 5.19 - Gráfico deslocamento horizontal perpendicular ao plano do pórtico (Z) no banzo esquerdo do pilar esquerdo no ponto de deslocamento máximo vs LPF da análise de Riks.

## 6. Conclusão

Através da análise dos deslocamentos fora do plano nos pontos em que estes são máximos, tanto no pilar como na viga, pode concluir-se que a viga começa a instabilizar muito anteriormente ao pilar. Na Figura 6.1 (sobreposição dos gráficos da Figura 5.18 e Figura 5.19) pode ver-se que a viga começa a perder rigidez progressivamente desde o início até ao ponto de carga máxima, sendo por isso o elemento que mais condiciona o valor da carga máxima suportada pela estrutura.

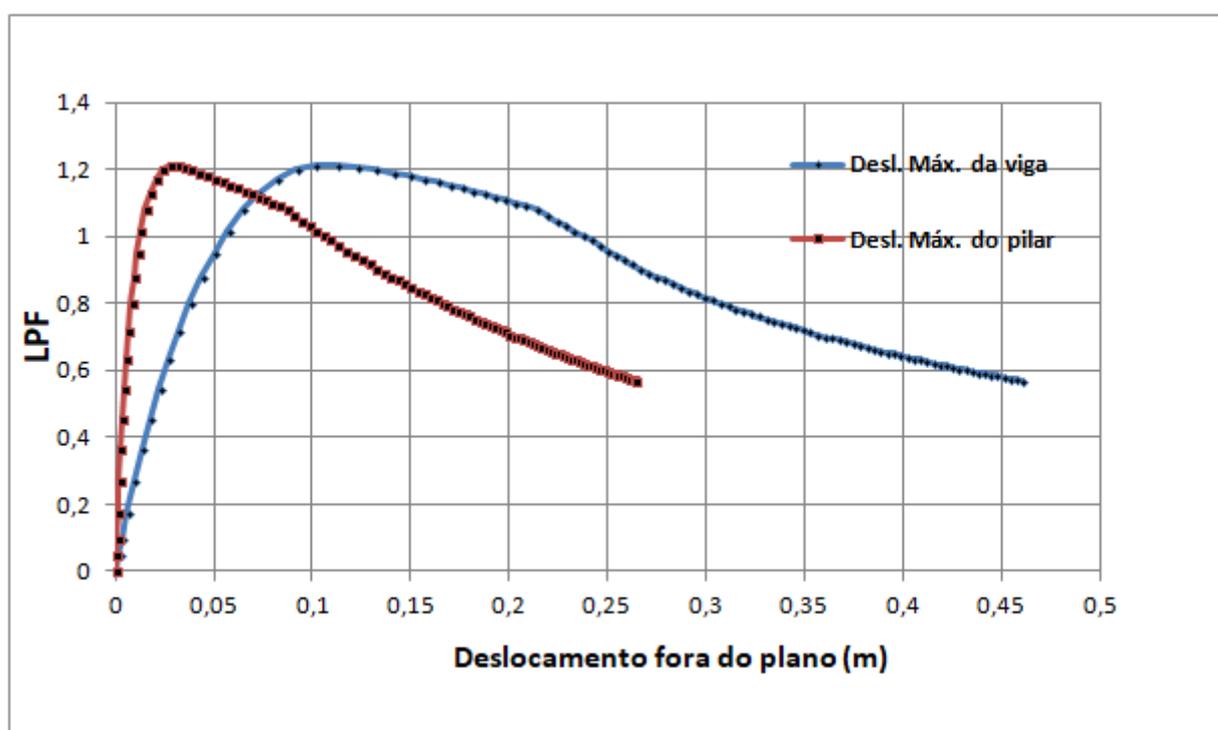


Figura 6.1 - Deslocamento fora do plano da viga e do pilar nos pontos de deslocamento máximo

Além disso, da verificação do pilar e da viga realizada anteriormente pelas fórmulas regulamentares do EC3-1-1, pode verificar-se que o rácio de utilização das fórmulas da flexão composta é maior no viga do que no pilar (0,71 vs 0,60), o que desde logo indicia que a viga é o elemento mais condicionante. De facto, como seria de esperar, devido a falta de contraventamentos na viga para um vão elevado, o que leva a um efeito desfavorável na resistência deste elemento (relativamente à encurvadura lateral).

A resistência máxima da viga foi determinada no Abaqus e comparada com o valor máximo permitido pelo EC3-1-1. No Abaqus, o procedimento consistiu em obter a reação vertical na viga crítica juntamente com o valor do deslocamento vertical e horizontal no plano (no meio da alma). Com estes dados foi possível traçar as curvas força-deslocamento apresentadas no gráfico da Figura 6.2, através do qual se conclui que a força máxima de compressão suportada pela viga corresponde a 8 kN/nó. No que respeita ao cálculo pelo EC3-1-1, o cálculo do esforço axial máximo foi determinado definindo como incógnita o esforço axial nas fórmulas da flexão composta (apresentadas anteriormente), onde o valor máximo permitido para o esforço axial foi de 0.85 kN /nó, o que leva a concluir que a verificação do Eurocódigo se encontra 10 vezes mais pelo lado da segurança.

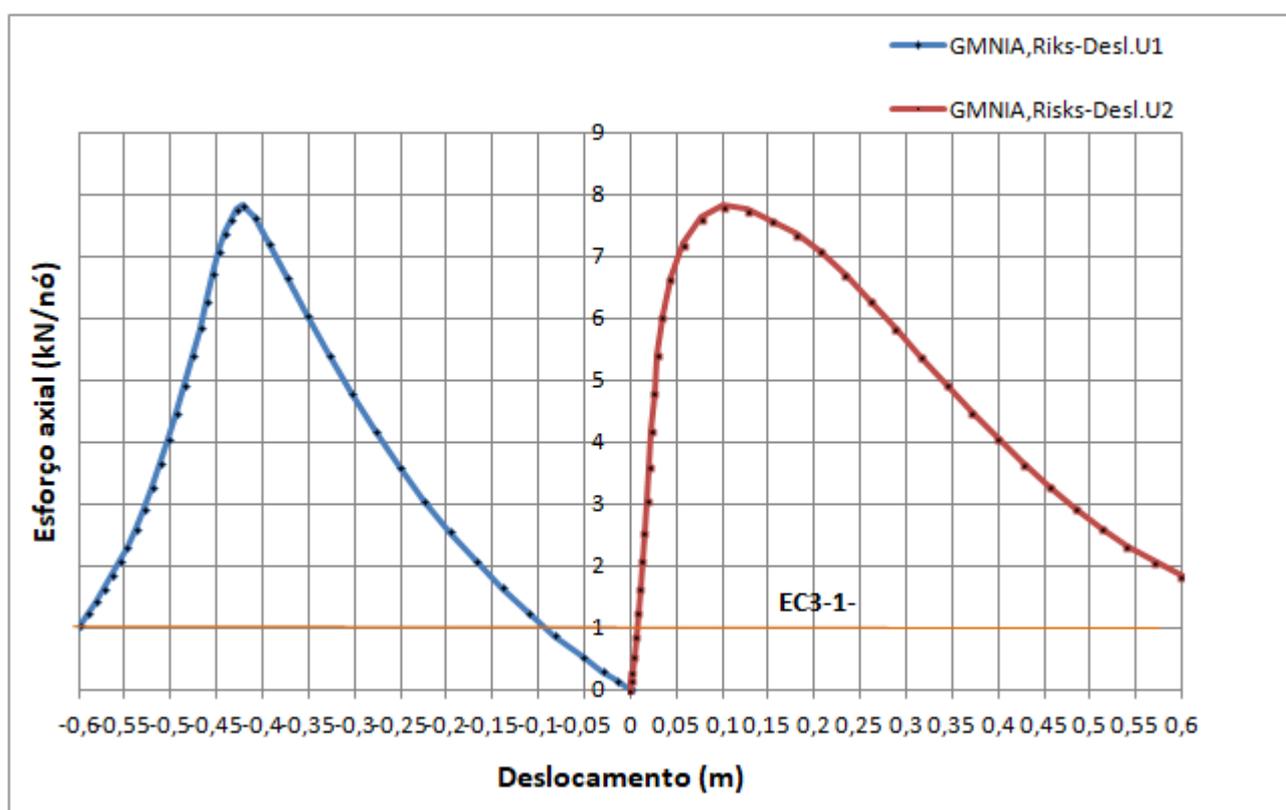


Figura 6.2 - Comparação das resistências da análise GMNIA e EC3-1-1 com o esforço instalado na viga.

## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABAQUS User's manual - Version 6.11 (2011). Dassault Systèmes Simulia Corp., USA

Andrade, A., D. Camotim, et al. (2006). "Lateral-torsional buckling of singly symmetric web-tapered thin-walled I-beams: 1D model vs. shell FEA." *Computers and Structures*.

Bleich F. (1932). *Stahlhochbauten ihre theory, berechnung und bauliche gestaltung*", Berlin, Verlag von Julius Springer.

Boissonnade N. (2002). "Mise au point d'un élément fini de type poutre à section variable et autres applications à la construction métallique", PhD Thesis, Blaise Pascal University, Clermont-Ferrand, France.

Couto, C. (2011). "Estabilidade de pórticos metálicos em situação de incêndio". Coimbra, Faculdade de Ciências e Tecnologias.

CEN (2006). "Eurocode 3, EN-1993-1-5:2006, Eurocode 3: Plated structural elements", European Committee for Standardization, Brussels, Belgium.

CEN. (2010). Eurocódigo, NP EN-1993-1-1:2010. "Eurocódigo 3: Projecto de estruturas de aço-Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios". Comité Eurpeu da Normalização, de Bruxelas, Bélgica.

Frey F, Jirousek J (2001). "Analyse des Structures et milieux continus – Methode des elements finis", *Traité de Génie Civil, Volume 6*, Presses Polytechnique set Universitaires Roumandes, Lausanne.

Galambos T.V. (1998) (editor). "Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, Fifth Edition", John Wiley & Sons Inc.

Galéa Y. (1986). "Deversement des barres à section en I bissymétriques et hauteur d'âme bilinéairement variable", *Construction Métallique* 23(2), pp. 50-54.

Hirt M.A. and Crisinel. M (2001). "Charpentes Métalliques – Conception et Dimensionnement des Halles et Bâtiments", *Traité de Génie Civil, vol. 11*, Press Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne.

Ibañez J.R. and Serna M.A. (2010) "Equivalent moment approach for elastic lateral-torsional buckling of tapered beams", *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, Vol.10, No. 3, 387-409.

- Kaehler R.C., White D.W. and Kim Y.D. (2010) "Frame Design Using Web-Tapered Members", Design Guide 25, Metal Building Manufacturers Association and AISC, Chicago, IL.
- Kim Y.D. (2010), "Behavior and Design of Metal Building Frames with General Prismatic and Web-Tapered Steel I-Section Members," PhD Thesis, School of Civil and Environmental Engineering, Georgia Institute of Technology, Atlanta, USA.
- Lee G. C., Morrell M. L., and Ketter R. L. (1972). "Design of Tapered Members", Weld Res. Counc. Bull. No. 173, June, pp. 1-32.
- Maquoi, R., e Rondal, J. (1978). "*Mise En Équation Des Nouvelles Courbes Européennes de Flambement.*" Construction Métallique, nº1, p.1–30.
- Marques L. (2012). "Tapered Steel Members: Flexural and Lateral-Torsional Buckling". Tese de Doutoramento, Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Marques, L., L. Simões da Silva, et al. (2010). "Métodos avançados de análise por elementos finitos para verificação da estabilidade de estruturas metálicas". VII Congresso de Construção Metálica e Mista.
- Müller, C., "Zum Nachweis ebener Tragwerke aus Stahl gegen seitliches Ausweichen", PhD Thesis, RWTH Aachen, 2003.
- Rebello C., Lopes N., Simões da Silva L., Nethercot D. and Vila Real P. (2009). "Statistical evaluation of the lateral-torsional buckling resistance of steel I-beams - Part 1: Variability of the Eurocode 3 design model", Journal of Constructional Steel Research 65 (4), pp. 818-831.
- Reis, A. J. (2010). "*Projecto de Estruturas Metálicas Eurocódigo 3.*" Em Seminário "Eurocódigos Estruturais: O Início Da Sua Aplicação Em Portugal". Lisboa.
- Rodrigues, J. (2016). "Caracterização Experimental de Elementos em Aço com Secção Variável". Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Silvestre, N. (1996). Estabilidade e efeitos de 2º ordem em pórticos metálicos de travessas inclinadas, (Tese de Mestrado).
- Simões da Silva, L. e Gervásio, H. (2007). "*Manual de Dimensionamento de Estruturas Metálicas: Métodos Avançados; Eurocódigo 3: Projecto de Estruturas de Aço; Parte 1 -*

*1: Regras gerais e regras para edifícios; Parte 1 - 5: Estruturas constituídas por placas"*: CMM - Associação Portuguesa da Construção Metálica e Mista.

Simões da Silva L., Gervásio H. and Simões R. (2010b). "Design of Steel Structures – , Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings", ECCS.

Simões da Silva L., Marques L. and Martins, J.P., (2011). "Stability and Design of Thin-Walled Steel Shells". International Conference on Thin-Walled Structures, Timisoara, Romania, 5 – 7 September, pp. 87-98.

Simões, R. A. (2014). "Manual de Dimensionamento de Estruturas Metálicas: Eurocódigo 3: Projecto de estruturas metálicas: Parte 1-1: Regras Gerais e Regras para Edifícios". CMM, Coimbra, Portugal.

Timoshenko S.P. and Gere J.M. (1951). "Theory of Elastic Stability", McGraw-Hill Book Company Inc., New York/Toronto/London.

Trahair N.S. (1993) "Flexural-Torsional Buckling of Structures", E & FN