

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA**

**APLICAÇÃO DE TUBOS RESSONANTES
PARA ATENUAÇÃO SONORA
DE CAVIDADES E FILTROS ACÚSTICOS**

Dissertação submetida à

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

para a obtenção do grau de

MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA

PAULO HENRIQUE MAREZE

Florianópolis, Março de 2009.

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA**

**APLICAÇÃO DE TUBOS RESSONANTES
PARA ATENUAÇÃO SONORA
DE CAVIDADES E FILTROS ACÚSTICOS**

PAULO HENRIQUE MAREZE

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de

**MESTRE EM ENGENHARIA
ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA**

sendo aprovada em sua forma final.

Arcanjo Lenzi, Ph.D. (Orientador)

Eduardo Alberto Fancello (Coordenador)

BANCA EXAMINADORA

Fabio Fiates, Dr. Eng. (UNISUL)

Alexandre A. P. Sardá, Dr. Eng. (CEFET-SC)

Júlio A. Cordioli, Dr. Eng. (UFSC)

“Faço o melhor que sou capaz, só pra viver em paz.”

Los Hermanos

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pela oportunidade de crescer e aprender cada dia um pouco mais. Pela oportunidade de conhecer novos amigos e pessoas maravilhosas que acabam mudando nossas vidas. Agradeço aos meus pais (Paulo e Ivanilde) pela força, pelo amor, carinho e apoio de sempre, nos momentos bons e ruins. À minha irmã Vânia pelo carinho e pela preocupação em relação aos meus estudos. Quero agradecer aos meus avós, tios e tias pelos conselhos, aos meus primos, em especial ao meu primo Ernani que me acolheu na vinda para Florianópolis.

Agradeço aos meus amigos da UEM, Aluizio, Felipe F., Camin e ao Nilson, pela grande equipe que nós fomos e somos, pela amizade e companheirismo durante todos os anos da graduação. Obrigado Felipe F., por me ajudar na decisão mais difícil da minha vida até então, resultando nesta experiência aqui vivida. Agradeço aos meus amigos que fizeram parte de minha infância e também fazem parte de minha história: Marco, Emerson, Pimenta, Felipe M. e Murilo. Companheiros inseparáveis da banda De.Lorean, que a distância e o tempo não apaga, porque está no sangue, e isso ninguém nos tira. À dedicação, ao carinho, as longas conversas, a espera, as viagens, muito obrigado. Não desistam de seus sonhos, porque eu não desisti. Aos amigos de Maringá, Margonato e Carol, Tiago e Flávia, Bruna e Paula, pelo grande apoio.

Quero agradecer aos meus grandes amigos de laboratório, banda e república, Thiago e Henrique, e Leonardo, por todas as experiências vividas juntos, principalmente a FKC, pelo grande aprendizado. Aos professores do LVA que contribuíram muito para a realização deste trabalho. Ao Júlio Hilgert e ao Paru pela ajuda com alguns experimentos e protótipos. Ao professor Arcanjo Lenzi por sua grande orientação e amizade. Agradeço aos amigos de laboratório Marcos, Fabilson, André, Mikio, Renato, Olavo, Eric e Érico pelo companheirismo.

Agradeço a minha namorada Lia, pelo amor, carinho, companhia e aprendizado, pelos risos e lágrimas que passamos e pela ajuda incondicional. Você é uma das grandes responsáveis por tudo isso que consegui. Acredite em seus sonhos, porque eu sei que você consegue. Nós vamos abrir as portas desse mundo afora. Obrigado mesmo.

À Coordenação de Aperfeiçoamento Pessoal de Nível Superior (CAPES) e a empresa EMBRACO, que através do Sr. Edmar Baars, acompanharam e forneceram a infra-estrutura para a realização do trabalho desenvolvido. Muito Obrigado.

SUMÁRIO

Lista de Figuras.....	vi
Simbologia.....	xi
Resumo.....	xiii
Abstract.....	xiv
1. Introdução.....	1
2. Revisão Sobre Ressonadores Acústicos.....	5
2.1. Fontes Gerais de Ruído Em Compressores.....	5
2.2. Ressonador de Helmholtz.....	7
2.3. Absorvedor de Membrana.....	13
2.4. Ressonador de Placa Perfurada.....	14
2.5. Ressonadores Tipo Tubo.....	18
2.6. Uso de Materiais Porosos em Filtros Acústicos.....	23
2.7. Vantagens e Desvantagens dos Métodos de Controle.....	24
3. Modelo Analítico de Tubos Ressonantes.....	26
3.1. Tubo Simples.....	26
3.2. Radiação Sonora de um Tubo com Extremidade Aberta.....	27
3.3. Tubo Ressonante.....	33
3.4. Efeitos Viscotérmicos.....	36
3.5. Modelo Numérico Equivalente de um Tubo Ressonante Considerando Efeitos Viscotérmicos.....	48
4. Modelos Numéricos.....	51
4.1. Método de Elementos Finitos (FEM).....	51
4.2. Modelo em Elementos Finitos de Tubos Principais com Admitância de Ressonadores.....	52
4.3. Modelo Numérico em Elementos Finitos de Tubos Ressonantes.....	58
5. Validação Experimental.....	62
5.1. Validação Experimental da Aplicação de um Tubo Ressonante.....	62
6. Otimização.....	68
6.1. Algoritmos Genéticos - AG.....	69
6.2. Aplicação dos Algoritmos Genéticos ao Modelo Analítico de Tubos Ressonantes.....	70
6.3. Aplicação da Otimização Analítica ao Modelo Numérico de Tubos Ressonantes.....	78
6.4. Otimização e Modelo Real de Tubos Ressonantes.....	83
6.5. Validação Experimental do Modelo Otimizado.....	87
6.6. Otimização de Muffler de Geometria Simplificada com Aplicação de Ressonadores.....	91
6.7. Validação Experimental da Aplicação de Ressonadores no Muffler.....	93
7. Absorção Sonora em Cavidades.....	96
7.1. Aplicação Numérica e Experimental de Ressonadores em Cavidade Retangular.....	97
8. Conclusões.....	107
9. Referências Bibliográficas.....	110

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1- Vista em corte de compressor hermético.	1
Figura 1.2 - <i>Muffler</i> com duas câmaras de expansão.....	3
Figura 1.3 - Aplicação de tubo ressonante típico em <i>muffler</i>	4
Figura 2.1 - Ressonador de Helmholtz.....	7
Figura 2.2 - Deslocamento da porção de gás do gargalo do ressonador de Helmholtz.	8
Figura 2.3 - Esquema de um ressonador de Helmholtz de volume esférico.	10
Figura 2.4 - Coeficiente de reflexão e ângulo de fase para um ressonador de Helmholtz, ar a 20 °C.....	12
Figura 2.5 - Coeficiente de absorção para um ressonador de Helmholtz, ar a 20 °C.	12
Figura 2.6 - Esquema de um absorvedor de membrana.	13
Figura 2.7 - Esquema de um absorvedor tipo placa perfurada.	15
Figura 2.8 - Coeficiente de reflexão e ângulo de fase para um absorvedor de placa perfurada, ar a 20°C.	17
Figura 2.9 - Coeficiente de absorção para uma configuração de placa perfurada, ar a 20°C...	18
Figura 2.10 - Tubo ressonante típico.	19
Figura 2.11 - Tubo ressonante aplicado a um tubo principal.	19
Figura 2.12 - Comparação das respostas em frequência de <i>mufflers</i> com e sem aplicação de materiais porosos.....	24
Figura 3.1 - Tubo simples com uma impedância de radiação.	27
Figura 3.2 - Componentes real e imaginária da impedância de radiação flangeada em função de ka	28
Figura 3.3 - Aproximação da impedância de radiação flangeada em baixas frequências	28
Figura 3.4 - Correção da terminação do duto.....	29
Figura 3.5 - Esquema de um tubo ressonante aplicado em um tubo principal.....	34
Figura 3.6 - Efeitos viscosos e camada limite	38
Figura 3.7 - Perfil de onda acústica em função dos números de onda s	39
Figura 3.8 - Número de onda s para alguns diâmetros.....	39
Figura 3.9 - Função Γ para o ar a 20°C considerando $D=3mm$ e $D=7mm$ (<i>LRF</i>).....	41
Figura 3.10 - Comparação dos métodos <i>Low Reduced Frequency (LRF)</i> e a aproximação de Kirchhoff em função da frequência para o ar a 20°C.	41
Figura 3.11 - Comparação dos métodos <i>Low Reduced Frequency (LRF)</i> e a aproximação de Kirchhoff em função do número de onda s para o ar a 20°C.....	42

Figura 3.12 - Análise analítica dos efeitos viscotérmicos - tubo de 50mm de comprimento e 7mm de diâmetro para o ar a 20°C .	43
Figura 3.13 - Análise analítica dos efeitos viscotérmicos - ressonador no centro de comprimento 22.8mm e diâmetro de 3mm para o ar a 20°C .	44
Figura 3.14 - Minimização dos picos de ressonância de um tubo principal aplicando-se um tubo ressonante aberto / fechado.	45
Figura 3.15 - Atenuação devida à aplicação de tubos ressonantes.	46
Figura 3.16 - Coeficiente de absorção devida à aplicação de tubos ressonantes.	47
Figura 3.17 - Velocidade do som complexa em m/s para vários diâmetros.	49
Figura 3.18 - Amortecimento equivalente para vários diâmetros de tubos.	50
Figura 4.1 - Aplicação de admitâncias ao modelo numérico	52
Figura 4.2 - Tubo rígido com 21214 elementos.	53
Figura 4.3 - Função analítica da impedância de radiação em Rayls para $D=8.85\text{ mm}$, ar a 20°C .	53
Figura 4.4 - Função analítica da admitância de radiação em m^2/Kg para $D=8.85\text{mm}$, ar a 20°C .	54
Figura 4.5 - Primeiros modos analíticos do tubo principal.	55
Figura 4.6 - Tubo rígido com aplicação da admitância do tubo ressonante.	55
Figura 4.7 - Admitância analítica em m^2/Kg da entrada do tubo ressonante de diâmetro 5.3 mm , para o ar a 20°C .	56
Figura 4.8 - A velocidade do som complexa em m/s para $D = 8.85\text{mm}$, ar a 20°C .	57
Figura 4.9 - Comparações entre o modelo analítico e numérico (método da impedância) da aplicação de um tubo ressonante.	57
Figura 4.10 - Tubo ressonante com 28753 elementos tetraédricos.	59
Figura 4.11 - Velocidade do som complexa em m/s devido às perdas pelo efeito viscotérmico.	59
Figura 4.12 - Amortecimento da velocidade do som no tubo principal e ressonante.	60
Figura 4.13 - Campo de pressão do modelo numérico para o terceiro modo do tubo principal amortecido.	60
Figura 4.14 - Comparações entre o modelo analítico e numérico da aplicação de um tubo ressonante.	61
Figura 5.1 - Montagem dos equipamentos experimentais.	63
Figura 5.2 - Posicionamento das ponteiras para calibração.	63
Figura 5.3 - A curva de calibração das ponteiras e diferença de fase entre microfones	64

Figura 5.4 - Montagem do protótipo de ressonador.....	64
Figura 5.5 - Curva de resposta em frequência sem ressonadores aplicados.	65
Figura 5.6 - Comparações entre o modelo analítico e experimental da aplicação de um tubo ressonante.	66
Figura 5.7 - Coerência para tubo principal (a) e com aplicação de um ressonador (b).	66
Figura 5.8 - Comparação analítica, numérica e experimental da aplicação do tubo ressonante.	67
Figura 6.1 - Fluxograma de execução do AG no modelo analítico.	70
Figura 6.2 - Variação da função objetivo com comprimento e posição de um ressonador.	72
Figura 6.3 - Sintonia do tubo ressonante em 2350 Hz.	73
Figura 6.4 - Variação da função objetivo com comprimento e diâmetro de um ressonador. ..	74
Figura 6.5 - Diâmetro e comprimento ótimo para um tubo ressonante aplicado.	74
Figura 6.6 - Variação da função objetivo com a posição e o diâmetro de um ressonador aplicado.....	75
Figura 6.7 - Posição ótima do ressonador em 34mm e diâmetro de 1.5mm de ressonador.....	76
Figura 6.8 - Roleta ilustrativa do processo de escolha das configurações de ressonadores durante a etapa de avaliação	76
Figura 6.9 - Ilustração do processo de cruzamento entre cromossomos que representa cada configuração de ressonadores.	77
Figura 6.10 - Ilustração do processo mutação dos genes.	78
Figura 6.11 - Malha e condições de contorno do tubo principal com 19318 elementos tetraédricos.....	79
Figura 6.12 - Função analítica da impedância de radiação em Rayls simplificada para $D=6.3\text{ mm}$, ar a 20°C	79
Figura 6.13 - Função analítica da admitância de radiação em $\text{m}^2\text{s/Kg}$ para $D=6.3\text{mm}$, ar a 20°C	80
Figura 6.14 - Primeiro e segundo modo analítico do tubo principal sintonizado em 3620 Hz e 7260Hz	80
Figura 6.15 - Modelo numérico da aplicação das admitâncias dos tubos ressonantes no tubo principal.	81
Figura 6.16 - Admitâncias dos tubos ressonantes otimizados em $\text{m}^2\text{s/Kg}$	82
Figura 6.17 - Comparações entre o modelo analítico e numérico (impedância) da aplicação de tubos ressonantes otimizados.	82
Figura 6.18 - Condições de contorno do sistema de ressonadores otimizados analiticamente.	84

Figura 6.19- Velocidade do som complexa em m/s para o tubo principal e os ressonantes, ar a 20 °C.....	84
Figura 6.20 - Amortecimento da velocidade do som nos tubos ressonantes otimizados e o tubo principal, ar a 20 °C.....	85
Figura 6.21 - Campo de pressão analítica do tubo principal com aplicação de ressonadores otimizados.....	85
Figura 6.22 - Campo de pressão numérica com aplicação de ressonadores otimizados.....	86
Figura 6.23 - Comparações entre o modelo analítico e numérico da aplicação de tubos ressonantes otimizados.	87
Figura 6.24 - Conjunto ressonador otimizado (a) e (b).....	88
Figura 6.25 - Aparato experimental utilizado.....	88
Figura 6.26 - Curva de calibração das novas ponteiras.....	89
Figura 6.27 - Coerência para o tubo simples (a) e para o conjunto de ressonadores (b).	89
Figura 6.28 - Comparação experimental e analítica da resposta dos ressonadores otimizados	90
Figura 6.29 - Comparação experimental, analítica e numérica da resposta dos ressonadores otimizados.....	91
Figura 6.30 - Dimensões do <i>muffler</i> a ser otimizado.....	92
Figura 6.31 - Aplicação dos tubos ressonantes nos tubos principais do <i>muffler</i>	93
Figura 6.32 - <i>Muffler</i> simples sem ressonador (a) e <i>muffler</i> experimental otimizado (b).....	94
Figura 6.33 - Comparação da resposta em frequência experimental e analítica do <i>muffler</i> otimizado.	94
Figura 6.34 - Coerência para o <i>muffler</i> sem (a) e com ressonadores (b).	95
Figura 7.1 - Aplicação de conjunto de ressonadores de Helmholtz em cavidade.	97
Figura 7.2 - Aplicação de conjunto de tubos ressonantes em cavidade.....	97
Figura 7.3 - Condições de contorno para aplicação de um ressonador na cavidade.....	99
Figura 7.4 - O terceiro modo de ressonância da cavidade em 1125Hz, ar a 15°C.	99
Figura 7.5 - Esquema do aparato experimental.....	100
Figura 7.6 - Cavidade experimental com um ressonador.....	101
Figura 7.7 - Nível de pressão sonora da cavidade e a comparação com o modelo numérico para um ressonador.....	101
Figura 7.8 - <i>Zoom</i> do nível de pressão sonora da cavidade e a comparação com o modelo numérico para um ressonador.	102
Figura 7.9 - Condições de contorno para aplicação de array de 8 ressonadores na cavidade.	103
Figura 7.10 - Primeiro modo da cavidade retangular em 800Hz, ar a 20°C.	103

Figura 7.11 - Cavidade experimental com o microfone alojado.	104
Figura 7.12 - O conjunto de ressonadores.....	104
Figura 7.13 - Aplicação do conjunto de ressonadores na parede da cavidade.	105
Figura 7.14 - Nível de pressão sonora obtida para aplicação de conjunto de ressonadores. .	105

SIMBOLOGIA

j	Unidade complexa
f	Frequência [Hz]
λ	Comprimento de onda [m]
ω	Frequência angular [rad/s]
s	Numero de onda de cisalhamento [m ²]
S	Área de secção transversal do ressonador Helmholtz [m ²]
V	Volume [m ³]
ρ	Densidade volumétrica de um meio ou material [kg/m ³]
ρ_0	Densidade volumétrica do fluido [kg/m ³]
m	Massa [kg]
m''	Densidade superficial [kg/m ²]
k_{mola}	Constante de rigidez de mola [N/m]
p	Pressão [Pa]
p_0	Pressão de equilíbrio estática [Pa]
p'	Variação temporal da pressão [Pa]
p_A^{E0}	Amplitude da onda sonora que se propaga num tubo, sentido positivo de x [Pa]
p_B^{E0}	Amplitude da onda sonora que se propaga num tubo, sentido negativo de x [Pa]
u	Velocidade de partícula [m/s]
\tilde{z}	Impedância acústica específica [Rayls]
c_0	Velocidade do som no gás [m/s]
k	Número de onda [m ⁻¹]
R	Coefficiente de reflexão
α	Coefficiente de absorção
ϕ	Ângulo de fase [rad]
θ	Ângulo de incidência [rad]
t	Espessura de uma amostra [m]
D	Espessura total de uma cavidade de absorvedor [m]
d_{ipor}	Espessura de uma amostra de material poroso [m]

γ	Razão de calores específicos à pressão e volume constantes
N_{pr}	Número de Prandtl
L	Comprimento [m]
L_e	Comprimento efetivo [m]
a	Raio de um tubo [m]
d	Diâmetro de um tubo ou orifício [m]
b	Distância entre os centros dos furos em uma placa perfurada [m]
ψ	Razão de área perfurada [%]
Δl	Comprimento de um elemento em uma malha [m]
ΔL	Comprimento de um elemento em uma malha [m]
σ	Raiz quadrada do número de Prandtl
η	Amortecimento viscotérmico equivalente do gás
μ_0	Viscosidade do gás [Pa.s]
K_A	Matriz de rigidez acústica
M_A	Matriz de massa acústica
F_A	Matriz de forças acústica
C	Matriz de amortecimento acústico
$H(f)$	Função de transferência entre as pressões acústicas na saída e entrada
J_1	Função de Bessel de primeira ordem
H_1	Função de Struve de primeira ordem
\tilde{z}_{RAD}	Impedância de radiação de um tubo cilíndrico [Rayls]
$\tilde{z}_{a,r}^E$	Impedância de pistão rígido circular de raio a [Rayls]
Y^E	Admitância, inverso da impedância [m ² s/Kg]
L	Comprimento de um tubo cilíndrico [m]
f_c	Frequência de corte para um tubo cilíndrico [Hz]
\hat{q}	Velocidade de volume [m ³ /s]
Γ	Coefficiente de propagação viscotérmico
G	Coefficiente de correção de impedância para efeitos viscotérmicos
δ_v	Camada limite cisalhante [m]
\bar{E}_{diss}	Densidade de energia sonora [J/m ³]

RESUMO

Os tubos ressonantes são elementos acústicos reativos de absorção sonora, sintonizáveis em frequências múltiplas ou específicas. Estes podem ser aplicados para o controle de ruído em dutos, cavidades e filtros acústicos, como por exemplo, *mufflers* de compressores. A atenuação sonora proporcionada pelos absorvedores reativos geralmente é fornecida por mecanismos de reflexão atribuídos a variações bruscas na impedância acústica, associada ao acoplamento acústico das geometrias. As perdas por efeitos viscosos e térmicos no interior dos dutos são fatores importantes na absorção sonora, as quais devem ser levadas em consideração, necessitando-se assim um estudo aprofundado destes efeitos. A vantagem dos tubos ressonadores em relação ao ressonador de Helmholtz é a possibilidade de sintonização em múltiplas frequências, o fato de sua aplicação ser robusta, não havendo a perda de suas características acústicas com o tempo, como ocorre com os materiais porosos impregnados de óleo. Para se entender as características de atenuação sonora dos tubos ressonantes em dutos, filtros acústicos e cavidades, realizou-se uma pesquisa através de procedimentos experimentais, modelos analíticos e computacionais. Com o objetivo de otimizar a atenuação dos tubos ressonantes, aplicaram-se métodos de otimização aos modelos analíticos de filtros de geometria simplificada e dutos, em relação aos parâmetros de dimensionamento e aplicação. Estes modelos foram comparados numericamente e experimentalmente através de avaliações feitas a partir da função resposta em frequência, que representa a razão entre a pressão sonora medida na saída e na entrada da geometria analisada. Por fim, avaliou-se numericamente e experimentalmente a capacidade de atenuação sonora de tubos ressonantes aplicados em cavidades. Desta forma, pôde ser feita uma análise crítica dos resultados obtidos. Conclui-se que é possível obter boa atenuação do ruído aplicando-se tubos ressonantes em dutos, *mufflers* e cavidades. Apesar das limitações do modelo analítico, das incertezas experimentais e os erros numéricos, os modelos se mostram concordantes, tornando-se ferramentas eficientes de análise de materiais de absorção sonora.

Palavras chave: Tubo ressonante, filtros acústicos, otimização.

ABSTRACT

Side branch resonators are acoustic reactive elements of sound absorption, tunable to multiple or specific frequencies. These resonators can be applied to control noise in ducts, filters and acoustic cavities, for example mufflers of compressors. The sound attenuation of reactive absorbers is usually provided from reflections mechanisms attributed to abrupt changes in acoustic impedance, associated with the coupling of acoustic geometries. The losses due to viscous and thermal effects inside the ducts are an important factor in sound absorption, which must be taken into account, and requires a thorough study about these effects. The advantage of the side branch resonator over the Helmholtz resonator is the possibility of tuning to multiple frequencies, and that implementation is robust, without loss of its acoustic characteristics with time, such as that occurs with porous materials impregnated with oil. To understand the characteristics of side branches sound attenuation in ducts, filters and acoustic cavities, a research was performed using experimental procedures, analytical and computational model. Aiming to optimize the attenuation of resonant tubes, optimization methods were applied to analytical models of filters and ducts with simplified geometry in relation to the parameters of design and implementation. The frequency response function from these models, which represents the ratio between the measured sound pressures at the entrance and the exit of the geometry, were compared experimentally and numerically. Finally, it was evaluated numerically and experimentally the ability to attenuate noise applying tubes into resonant cavities. Thus, it was possible to perform a critical analysis of the results. It concludes that is possible to obtain good noise attenuation by applying resonant tubes in ducts, mufflers and cavities. Despite the limitations of the analytical model, the experimental uncertainties and numerical errors, the models were showed to be efficient tools for the analysis of sound absorption materials.

Keywords: Side branches, acoustic filters, optimization.

CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO

Ruídos tem sido preocupação constante em ambientes industriais, comerciais ou residenciais. Normas e portarias têm limitado os níveis de ruído admissíveis em diferentes situações, impondo o estudo de soluções na fonte, na trajetória ou no receptor. Em ambientes residenciais, alguns dos principais eletrodomésticos responsáveis pela emissão de ruído são refrigeradores, *freezers* e aparelhos de ar-condicionado. Por estes aparelhos estarem continuamente em operação, eles são alvo da exigência dos clientes em relação ao conforto sonoro, tornando-se este um parâmetro importante de qualidade e de vendas.

Em aparelhos de refrigeração e ar-condicionado, o compressor é considerado a principal fonte de ruído e vibração. As características acústicas de compressores herméticos têm se tornado cada vez mais críticas no projeto destes equipamentos e as predições destas características ao longo do projeto são obrigatórias para a adequação deste produto às condições de consumo. A Figura 1.1 mostra detalhes dos componentes de um compressor hermético.

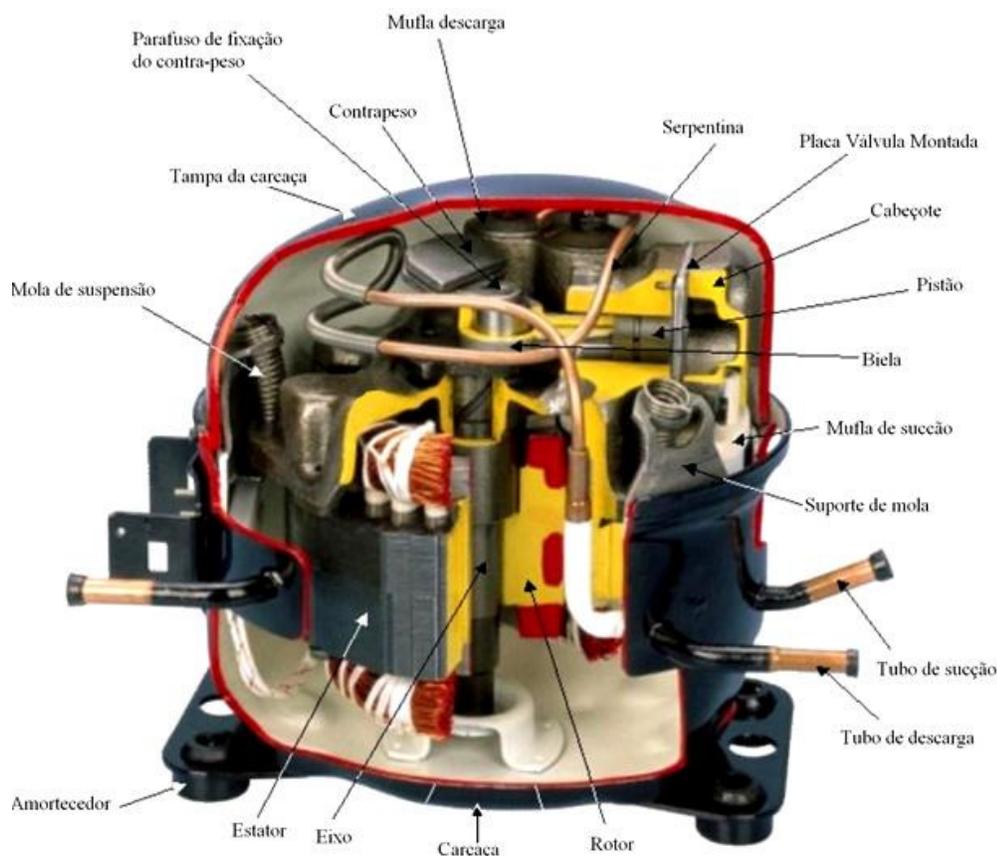


Figura 1.1 - Vista em corte de compressor hermético.

O compressor é responsável pela circulação do gás refrigerante num ciclo fechado de refrigeração, que simultaneamente alimenta através de dutos os sistemas interligados de condensação e evaporação, retornando a zona de sucção do compressor para novo ciclo de refrigeração. Os compressores fornecem a energia necessária ao transporte do refrigerante por todo o sistema.

O motor elétrico em um compressor hermético é instalado e lacrado dentro de uma carcaça e conectado ao pistão compressor. O conjunto biela-manivela e o pistão são responsáveis por transformar o movimento de rotação do motor elétrico em movimento de avanço e retrocesso, necessário para bombear o fluido refrigerante no sistema de refrigeração. Este é o chamado mecanismo recíproco.

Dentre algumas fontes vibração do compressor, tem-se o conjunto moto-compressor apoiado sobre molas, o qual vibra em frequências de ressonância próprias de acordo com o movimento de corpo rígido. Este movimento de corpo rígido excita a carcaça em baixas frequências (10 Hz), mas não causam problemas significativos de radiação de ruído através da carcaça. No entanto, em altas frequências, o bloco excita a carcaça em vários modos de deformação, podendo gerar altas intensidades de ruído radiado [34].

A propagação da energia vibratória do conjunto interno à carcaça pode ocorrer via estrutural, através das conexões do sistema de compressão. Neste caso, as vibrações dos componentes internos são transmitidas à carcaça através das molas de suspensão e do tubo de descarga. A propagação de vibração e de ruído também pode ocorrer via aérea, ou seja, através do fluido refrigerante contido na cavidade acústica do compressor [13].

Outras formas de transmissão são através do fluido contido no tubo de descarga, e através do óleo de lubrificação acumulado na região inferior da carcaça. Pode-se citar também os ruídos e vibrações gerados devido aos efeitos de folgas e forças não balanceadas do mecanismo recíproco devido à variação de pressão no cilindro de compressão. Outra fonte de ruído é devido a vibrações induzidas pelo campo eletromagnético no estator dos motores de indução dos compressores herméticos [38].

Os efeitos de pulsação do sistema de bombeamento, e conseqüentemente a pulsação no filtro acústico de sucção tende a ser a maior fonte de ruído. Por este motivo tem sido objeto de muitos estudos pelo fato de influenciar diretamente o ruído externo radiado.

O *muffler* pode ser descrito como uma secção de um duto na qual sua forma geométrica reduz a transmissão sonora, sendo assim um filtro acústico. Tal filtro funciona pelo princípio reativo e seu desempenho varia com a frequência. O *muffler* é basicamente

composto por uma ou duas câmaras de expansão. Observa-se na Figura 1.2 um *muffler* tipo câmara de expansão de geometria simplificada.

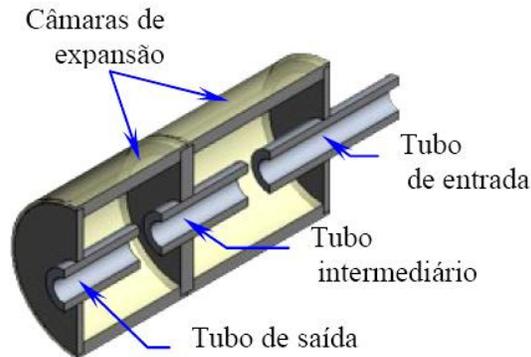


Figura 1.2 - *Muffler* com duas câmaras de expansão [31].

Como filtro acústico, o *muffler* é efetivo na atenuação de amplas faixas de frequências. Existem, no entanto, frequências de ressonância particulares dos tubos internos que conectam dinamicamente os volumes, assim como das câmaras de expansão, na qual o *muffler* não é efetivo na atenuação. A resposta em frequência típica de um *muffler* contém picos característicos destas frequências de ressonância. Desta forma, torna-se necessário controlar a radiação sonora radiada pelo bocal do *muffler* para a cavidade.

Uma forma de atenuar as frequências de ressonância do *muffler* seria a aplicação de materiais porosos, que aumentam a perda de transmissão em ampla faixa de frequência. No entanto, haveria a saturação do material poroso com o óleo de lubrificação do sistema de refrigeração, que circula juntamente com o gás refrigerante. Por este motivo, esta solução não tem utilidade prática.

Um dos procedimentos para minimizar o problema das ressonâncias do filtro acústico é a utilização de tubos ressonantes. Da mesma forma que o *muffler*, os tubos ressonantes atuam de forma reativa e podem ser sintonizados em frequências específicas, de forma que proporcione atenuações significativas em bandas estreitas de frequência, incluindo as frequências de ressonância do filtro acústico.

Os tubos ressonantes podem ser do tipo aberto/aberto (com a segunda extremidade aberta) ou aberto/fechado (com a segunda extremidade fechada), e podem atuar de forma efetiva sendo aplicados nos tubos internos e/ou na câmara de expansão do *muffler*. Um tubo ressonante típico aplicado a um tubo principal de um *muffler* é observado na Figura 1.3.

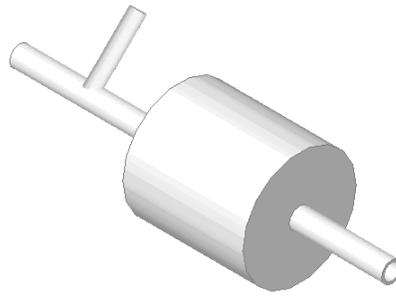


Figura 1.3 - Aplicação de tubo ressonante típico em *muffler*.

O filtro acústico necessita ser cuidadosamente projetado e fabricado para que atue de forma eficiente na atenuação do ruído gerado pelo compressor, adequando assim o produto às condições de qualidade sonora e de consumo.

Objetivo do Trabalho

Este trabalho tem por objetivos desenvolver modelos analíticos e numéricos de ressonadores aplicados a *muffler* e cavidade, validar experimentalmente estes modelos e utilizar técnicas de otimização para a atenuação dos ressonadores nas faixas de frequência de ressonância do *muffler*.

No capítulo 2, será feita uma avaliação geral do ruído em compressores e as formas de controle de campo acústico radiado, assim como as suas vantagens e desvantagens. Será revisado, no capítulo 3, o estudo do equacionamento básico sobre tubos ressonantes, em relação ao campo de pressão e velocidade, condições de contorno, levando em conta efeitos viscotérmicos. Será então desenvolvida a formulação analítica para a aplicação genérica de tubos ressonantes nos dutos principais do *muffler*.

Os modelos numéricos de aplicação de tubos ressonantes em tubos principais serão avaliados no capítulo 4, e a validação experimental dos mesmos será vista no capítulo 5. No capítulo 6, realizar-se-á a otimização da aplicação de tubos ressonantes em dutos principais e filtros acústicos, para a máxima atenuação sonora dos mesmos, através da utilização de algoritmos genéticos, assim como a sua validação experimental. Será avaliado no capítulo 7 o potencial de atenuação da aplicação dos ressonadores em cavidades retangulares, através de modelos numéricos e validações experimentais. As conclusões obtidas e as referências podem ser observadas no capítulo 8 e 9 respectivamente.

CAPÍTULO 2

REVISÃO SOBRE RESSONADORES ACÚSTICOS

2.1. Fontes gerais de ruído em compressores

As energias vibratórias geradas internamente, no bloco, são transmitidas à carcaça por excitação mecânica, através das molas e tubo de descarga, e por excitação acústica, pelo gás contido na cavidade, que é excitado pelas pulsações do sistema de câmaras de sucção. Da carcaça as vibrações são transmitidas para todo o sistema de refrigeração, além de haver irradiação direta do ruído pela carcaça.

Os mecanismos de geração de ruído e vibração localizam-se principalmente no bloco do compressor hermético. Durante cada ciclo o bloco é excitado pelas bruscas variações de pressão no cilindro e pelo fluxo de gás no sistema de câmaras de descarga, e estes ruídos e vibrações são transmitidos através de tubos de sucção e descarga, e da base de refrigeração do compressor [36, 41].

Para um compressor hermético as principais fontes internas de ruído e vibrações são [25, 34, 38]:

- As variações de pressão no cilindro que excitam o conjunto moto-compressor gerando vibrações no sistema;
- Forças eletromagnéticas no estator as quais produzem excitações magnéticas gerando vibrações no conjunto moto-compressor;
- As folgas internas entre as partes móveis do compressor, encontradas principalmente no conjunto pistão-biela-eixo, que provocam impactos e geram vibração no bloco do compressor;
- O sistema de descarga que é submetido a uma excitação do tipo pulsante devido à abertura da válvula de descarga;
- Os movimentos das espiras das molas de suspensão e o contato da fiação de cobre do estator, imersos no óleo de lubrificação, transmitem vibrações à carcaça através do óleo;
- Pulsação do gás no *muffler* (filtro acústico) de sucção: a pulsação do gás no sistema de sucção excita acusticamente a massa de gás que ocupa o espaço entre a carcaça e o conjunto moto-compressor, denominada de cavidade.

Além de se conhecer as fontes de ruído e vibrações, é também muito importante identificar os principais caminhos de transmissão de ruído no compressor. Os principais caminhos de transmissão estão listados abaixo [13, 34, 38]:

- Molas da suspensão que transmitem as vibrações do sistema moto-compressor para a carcaça;
- Cavidade, que transmite a pulsação do filtro acústico (*muffler*) de sucção e a radiação sonora do conjunto moto-compressor para a carcaça através do gás refrigerante.
- Tubo de descarga que transmite as vibrações do bloco para a carcaça.
- Irradiação dos componentes para carcaça.
- Óleo no fundo da carcaça que é utilizado para lubrificação e resfriamento;

As duas fontes dominantes de ruído em compressores herméticos são: (1) irradiação do *muffler* de sucção para a cavidade; (2) vibrações do sistema eixo/biela/pistão, excitado pela variação da pressão do gás nestes componentes. *Mufflers* são filtros acústicos usados nas linhas de sucção e de descarga do gás, com o objetivo de reduzir a amplitude das ondas sonoras que são transmitidas através destas linhas.

O *muffler* de sucção irradia energia sonora para o interior da cavidade, principalmente através do seu bocal. A pressão sonora da cavidade, por sua vez, excita a carcaça fazendo-a vibrar e, conseqüentemente, irradiar ruído. O mecanismo principal de geração de energia sonora é atribuído ao movimento da válvula de sucção. Devido à sua característica de movimento transiente, o espectro de energia gerado é amplo, distribuindo-se ao longo de largas faixas de frequência. As ressonâncias próprias do *muffler*, que costumam ser da ordem de kHz, são fortemente excitadas.

Durante a abertura, a válvula de sucção flutua com uma frequência que é função da sua rigidez e inércia, e do carregamento distribuído exercido pelo fluxo de gás. O objetivo do uso do *muffler* de sucção, portanto, consiste em atenuar principalmente as amplitudes das ondas geradas na frequência de flutuação da válvula, que costuma ter valor compreendido na faixa de 300 Hz a 400 Hz, aproximadamente, e das ondas de altas frequências, geradas pelo movimento transiente e brusco da válvula.

Na linha de descarga, o gás comprimido no cilindro força a abertura da válvula, proporcionando um fluxo altamente transiente e turbulento, principalmente no volume da tampa de válvula. Estas duas características do escoamento na descarga geram excitações de espectro amplo ao longo das superfícies internas dos volumes do bloco e do tubo de descarga. Os volumes usados na linha de descarga destinam-se a atenuar as pulsações geradas na frequência de abertura da válvula de descarga (60 Hz).

Dentre os *mufflers* usados em compressores herméticos, o de sucção requer um dimensionamento preciso e otimizado, devido à necessidade de minimizar a irradiação sonora

para a cavidade, através do bocal. Costumam ser usados *mufflers* do tipo reativo, constituídos normalmente de duas câmaras de expansão, interligadas por tubos.

Deve-se também mencionar a presença de forças de origem eletromagnética. O ruído eletromagnético é causado por forças eletromagnéticas existentes no espaço entre o rotor e o estator (*Gap*). Estas forças são proporcionais ao quadrado do fluxo magnético. Estas excitam não apenas as ressonâncias estruturais das lâminas do estator, bem como todo o conjunto moto-compressor, principalmente em altas frequências, indicando que podem contribuir tanto para a geração de vibrações no conjunto motor-compressor quanto para a irradiação de ruído para a superfície do estator, excitando o espaço interno do compressor (cavidade) [13, 38].

2.2. Ressonador de Helmholtz

A atenuação sonora proporcionada pelos silenciadores reativos é fornecida por mecanismos de reflexão atribuídos a descontinuidades na impedância acústica. O projeto de silenciadores reativos pode basear-se em dois princípios distintos: ressonador de Helmholtz ou ressonadores tipo tubo e o de câmaras de expansão.

Em relação aos ressonadores sintonizáveis, o ressonador de Helmholtz não produz efeito em amplas faixas de frequências, sendo de fundamental importância projetá-lo para frequências específicas, onde uma maior atenuação é necessária. Em alguns casos, o filtro tem vários ressonadores com diferentes dimensões, para atuar em uma determinada faixa de frequências.

Um ressonador de Helmholtz consiste em uma cavidade com volume V_0 , com um gargalo de área S e de comprimento L . Se o comprimento de onda λ é muito maior que suas dimensões L , \sqrt{S} e $\sqrt[3]{V_0}$, o ar do gargalo se move como um bloco de massa m , de acordo com as Figuras 2.1 e 2.2.

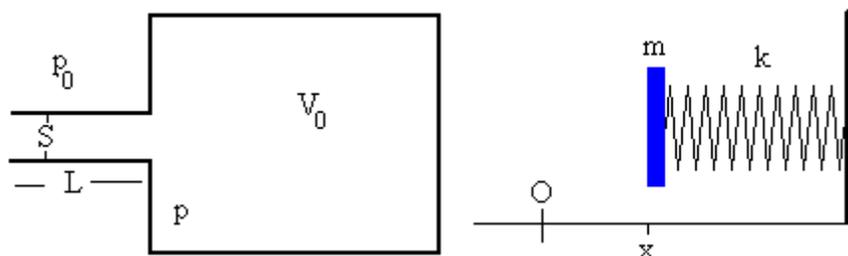


Figura 2.1 - Ressonador de Helmholtz.

O fluido contido em um volume V_0 atua como uma mola de constante elástica k que está unida a um bloco de massa m , que é o fluido do gargalo. A dedução da frequência de oscilação é similar à empregada para calcular a frequência das oscilações de uma esfera no experimento da medida do índice adiabático de um gás ideal [22].

Supondo-se que as oscilações transcorram muito rapidamente, as variações de pressão e de volume do gás do recipiente, são descritas mediante um processo adiabático. A relação entre a pressão e o volume do gás para este processo é dada pela equação.

$$pV^\gamma = cte \tag{2.1}$$

onde $V = V_0$ é o volume da câmara, p a pressão e γ o índice adiabático do gás. Quando a porção de ar no gargalo do ressonador desloca-se x da posição de equilíbrio, o volume foi reduzido em $(V_0 - Sx)$ e a pressão mudou para p de modo que:

$$p_0 V_0^\gamma = p (V_0 - Sx)^\gamma \tag{2.2}$$

explicitando a pressão:

$$p = p_0 \left(1 - \frac{Sx}{V_0} \right)^{-\gamma} \tag{2.3}$$

dado que $Sx \ll V_0$. O desenvolvimento do binômio de Newton $(a+b)^n$ até o primeiro termo resulta na pressão aproximada p .

$$p \approx p_0 \left(1 + \gamma \frac{S}{V_0} x \right) \tag{2.4}$$

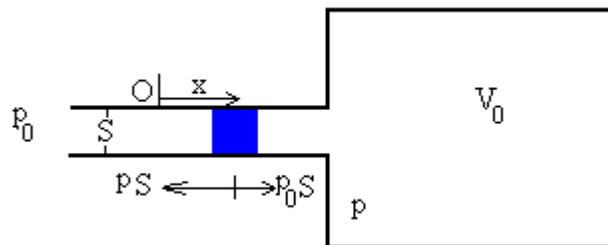


Figura 2.2 - Deslocamento da porção de gás do gargalo do ressonador de Helmholtz.

A força resultante que atua sobre esta porção do ar de massa m será:

$$F = (p_0 - p)S = -p_0\gamma \frac{S^2}{V_0} x \quad (2.5)$$

A força F é proporcional ao deslocamento x e de sentido contrário a este, um claro sinal de que a porção de ar descreve um movimento harmônico simples (M.H.S.), para uma força de característica também harmônica. Quando a massa m de ar (em cor azul) se desloca para a direita, a pressão aumenta, a força sobre a partícula está dirigida para a esquerda. Quando a massa m se desloca para a esquerda a pressão diminui, a força sobre a partícula é para a direita. Portanto, a força sobre a partícula é de sentido contrário ao deslocamento, uma das características do M.H.S.

Aplicando a segunda lei de Newton à massa de gás contida no gargalo do ressonador obtém-se [5]:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + p_0\gamma \frac{S^2}{V_0} x = 0 \quad (2.6)$$

Esta equação diferencial de movimento resulta numa frequência de ressonância dada por:

$$\omega_0^2 = \gamma \frac{S^2 p_0}{m V_0} \quad (2.7)$$

Considerando que a velocidade do som em um gás de densidade ρ_0 e submetido a uma pressão p_0 é dada por:

$$c_0 = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\rho_0}} \quad (2.8)$$

e que a partícula de massa m é o gás contido no gargalo do ressonador, na qual:

$$m = \rho_0 S L \quad (2.9)$$

Obtém-se uma expressão para a frequência angular ω_0 das oscilações desta massa de gás

$$\omega_0 = c_0 \sqrt{\frac{S}{LV_0}} \quad (2.10)$$

A fórmula aplicável experimentalmente é

$$\omega_0 = c_0 \sqrt{\frac{S}{L_e V_0}} \quad (2.11)$$

onde $L_e = L + \Delta L$ é o comprimento efetivo do tubo, sendo $\Delta L = 8a/(3\pi)$ uma correção no comprimento L para os efeitos das terminações flangeadas e $\Delta L = 0.61a$ para terminações não flangeadas [5, 20].

Na Figura 2.3, tem-se um exemplo típico construtivo de um ressonador de Helmholtz.

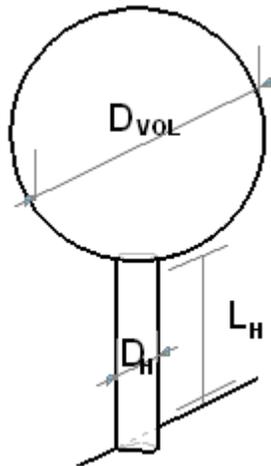


Figura 2.3 - Esquema de um ressonador de Helmholtz de volume esférico.

Dependendo da relação entre as impedâncias acústicas de dois meios, uma quantidade considerável de energia sonora pode atravessar a superfície de separação entre esses meios e ser absorvida pelo segundo meio. Para caracterizar a absorção da energia por um material ou um ressonador, define-se o coeficiente de absorção. O coeficiente de absorção não fornece informações de fase, mas sim à informação sobre a energia acústica que determinado material absorve de uma onda incidente. É um valor adimensional, entre 0 e 1, definido por [1]:

$$\alpha = 1 - |R^2| \quad (2.12)$$

onde R é a razão entre a pressão refletida e a pressão incidente na interface de separação dos meios, que na qual pode ser escrita em função da impedância do absorvedor ou ressonador, dada por:

$$R = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \quad (2.13)$$

A impedância acústica de um absorvedor descreve a reação de um fluido à ação de uma pressão harmônica (ou velocidade de partícula) imposta em uma das superfícies do fluido. Em outras palavras, a impedância acústica específica descreve como os campos acústicos de pressão e velocidade de partícula se comportam em um meio de dimensões infinitas, ou quando cercado por terminações anecóicas (que absorvem todo o som incidente).

A impedância acústica (\tilde{z}) é a razão do valor complexo da pressão (\tilde{p}) pelo valor complexo da velocidade de partícula (\tilde{u}):

$$\tilde{z} = \frac{\tilde{p}}{\tilde{u}} \quad (2.14)$$

Ao inverso da impedância é conhecido como admitância ($\tilde{Y} = \frac{\tilde{u}}{\tilde{p}}$). O ângulo de fase do coeficiente de reflexão é dado por:

$$\phi = \arctan\left(\frac{\text{Im}(R)}{\text{Re}(R)}\right) \quad (2.15)$$

De posse dos conhecimentos sobre impedância acústica, razão de reflexão e coeficiente de absorção, é possível construir modelos para diversos tipos de dispositivos de absorção acústica, tais como materiais porosos e absorvedores ressonantes.

Considerando o ar, com $\rho_0 = 1,21 \text{ kg/m}^3$ e $c_0 = 343 \text{ m/s}$, o coeficiente de reflexão e o ângulo de fase são observados na Figura 2.4, e coeficiente de absorção na Figura 2.5, para uma configuração de ressonador de Helmholtz cujas dimensões são:

$$L_H = 6 \text{ mm}$$

$$D_H = 31 \text{ mm}$$

$$D_{\text{vol}} = 129 \text{ mm}$$

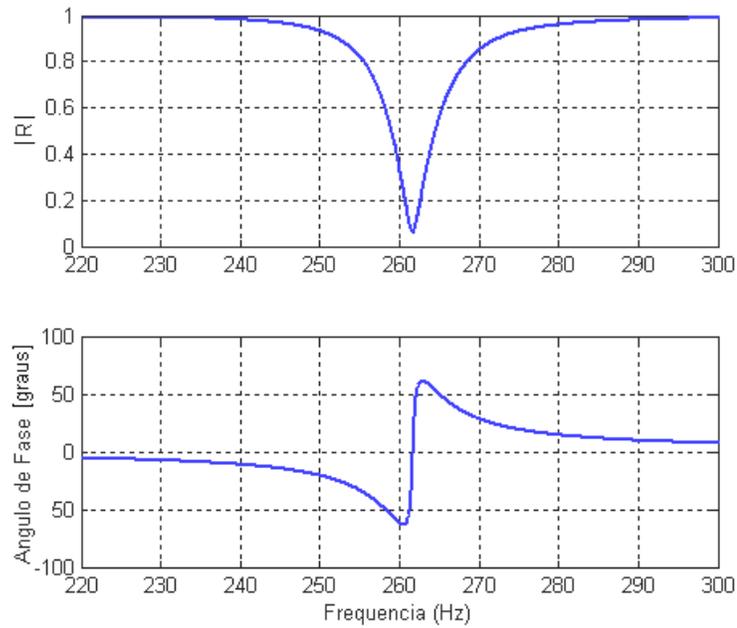


Figura 2.4 - Coeficiente de reflexão e ângulo de fase para um ressonador de Helmholtz, ar a 20 °C.

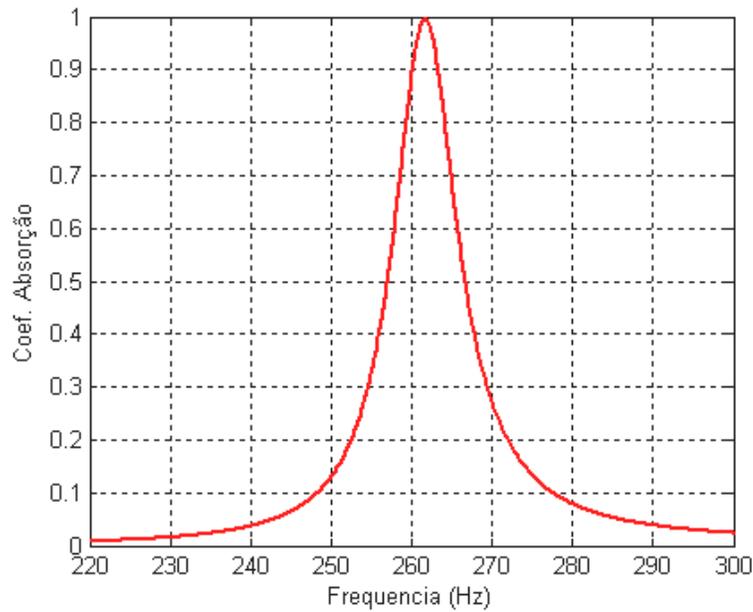


Figura 2.5 - Coeficiente de absorção para um ressonador de Helmholtz, ar a 20 °C.

Nos filtros baseados em câmaras de expansão (*mufflers*), as ondas sonoras são refletidas através da introdução de variações bruscas de impedância acústica causadas pela variação na área da seção transversal da tubulação. Nestes casos se possibilita atenuação numa larga faixa de freqüências, ao contrário do ressonador de Helmholtz.

2.3. Absorvedor de membrana

O absorvedor de membrana enquadra-se na categoria dos absorvedores ressonantes cujo mecanismo de absorção envolve uma massa vibrando sobre uma mola e amortecedor equivalentes, assim como o ressonador de Helmholtz.

O absorvedor de membrana consiste numa cavidade fechada e lacrada por uma membrana flexível que é forçada a vibrar sobre o colchão de ar sob a ação de uma onda acústica, de acordo com a Figura 2.6. A massa do absorvedor de membrana é representada pela densidade superficial da membrana (m'' , em kg/m^2) e a mola é proporcionada pela compressibilidade do volume de ar enclausurado na cavidade [8].

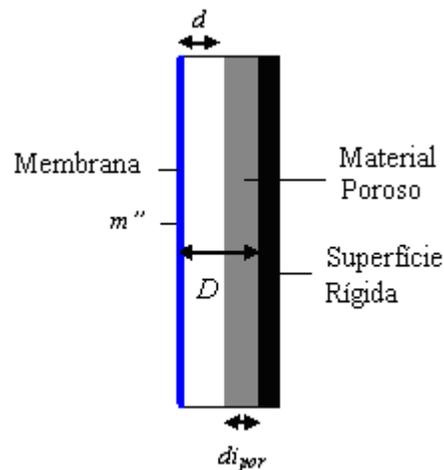


Figura 2.6 - Esquema de um absorvedor de membrana.

A pressão acústica incidente na membrana movimentada a mesma e esta comprime e rarefaz o ar enclausurado na cavidade. A absorção é resultado do movimento do ar impulsionado através do material poroso.

Pode-se notar que se a membrana é grande o suficiente, a vibração desta pode ser considerada como a de um pistão rígido. Porém, nem sempre essa situação é realística. Para o caso investigado em que a membrana é suficientemente pequena a densidade superficial da membrana é dada por [16]:

$$m'' = \rho_m t \quad (2.12)$$

onde ρ_m é a densidade volumétrica do material da membrana e t sua espessura. A rigidez (k_{mola}) do volume de ar na cavidade é obtida da derivação de $pV^\gamma = cte$ em relação a V :

$$k_{mola} = \rho_0 c_0^2 / D \quad (2.13)$$

onde D é a profundidade da cavidade. A frequência de ressonância, dessa forma, é dada pela seguinte expressão:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho_0 c_0^2}{D \rho_m t}} \quad (2.14)$$

sendo $\rho_0 = 1,21 \text{ kg/m}^3$ e $c_0 = 343 \text{ m/s}$ a Equação (2.14) pode ser reescrita na forma da Equação (2.15) (para cavidades compostas de ar):

$$f_{60} = \frac{60}{\sqrt{m'' D}} \quad (2.15)$$

Para cavidades preenchidas com material poroso a equação mais correta para a frequência de ressonância é a Equação (2.16), pois, segundo Trevor [47], as condições mudam de adiabáticas para isotérmicas e a frequência de sintonia do ressonador passa a ser dada por:

$$f_{50} = \frac{50}{\sqrt{m'' D}} \quad (2.16)$$

A impedância da membrana deve ser composta pela resistência acústica (perdas internas devido à vibração e perdas devido ao atrito nos apoios) e pela parte imaginária (massa da membrana). Normalmente a resistência acústica da membrana pode ser desprezada, pois é bem menor que as perdas oferecidas pelo material poroso. A impedância do absorvedor de membrana preenchido com material poroso é dada por:

$$\boxed{Z_{mem}} = i\omega m'' + \frac{-i \boxed{Z_{spor}} \rho_0 c_0 \cot(kd) + (\rho_0 c_0)^2}{\boxed{Z_{spor}} - i \rho_0 c_0 \cot(kd)} \quad (2.17)$$

onde $\tilde{z}_{mem} = i\omega m''$ é a impedância somente da membrana e $\boxed{Z_{spor}}$ a impedância do material poroso. O número de onda do fluido da cavidade é dado por $k = 2\pi f / c_0$, onde c_0 é a velocidade de propagação do som no fluido e f é a frequência de análise.

2.4. Ressonador de placa perfurada

Este é um filtro acústico com princípios físicos reativos, semelhantes a um sistema massa-mola equivalente (cavidade e micro furos), como no caso do ressonador de Helmholtz e dos tubos ressonantes. Os efeitos viscotérmicos devido às dimensões milimétricas dos furos

da placa tendem a aumentar a resistência acústica, elevando assim o coeficiente de absorção sonora do sistema de acordo com a incidência.

De acordo com Maa [32], este dispositivo foi inicialmente desenvolvido no final da década de 1960. É também conhecido pela sigla MPP (*Micro Perforated Panel*). Segundo Lee [24], painéis micro-perfurados requerem um espaço menor quando comparados aos tradicionais absorvedores de Helmholtz e de membrana. Um esquema de um absorvedor tipo placa perfurada é visto na Figura 2.7.

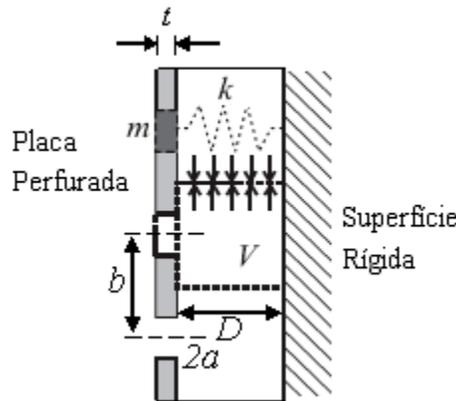


Figura 2.7 - Esquema de um absorvedor tipo placa perfurada.

A absorção não é tão controlável quanto no caso do absorvedor de Helmholtz tradicional e a faixa de frequências de ressonância é limitada pela necessidade de furos muito pequenos [47].

A parte real da impedância do absorvedor de placa perfurada, $\text{Re } z_{SMPP}$, é representada pela resistência acústica específica dada por:

$$r = \frac{32 \mu_0 t}{\psi \rho_0 c_0 d^2} K_r \quad (2.18)$$

sendo

$$K_r = \sqrt{1 + \frac{x^2}{32}} + \frac{\sqrt{2}}{32} X \frac{d}{t} \quad (2.19)$$

e

$$X = d \sqrt{\omega \rho_0 / 4 \mu_0} \quad (2.20)$$

onde d é o diâmetro dos furos, t a espessura da placa, ψ é a razão de área perfurada (em %) e $\mu_0 = 1.79 \times 10^{-5} \text{ Pa.s}$ é a viscosidade do ar.

A massa acústica do absorvedor de placa perfurada representa uma parcela da reatância acústica dada por ωm , e neste caso é:

$$m = \frac{t}{\psi c_0} K_m \quad (2.21)$$

sendo

$$K_m = 1 + \left[9 + \frac{X^2}{2} \right]^{1/2} + 0,85 \frac{d}{t} \quad (2.22)$$

De acordo com Maa [32], X é a razão entre o raio dos furos e a espessura da camada limite nas paredes dos furos. Este valor, a resistência acústica específica e a frequência de máxima absorção são os principais parâmetros que definem o comportamento acústico do painel MPP. Segundo Carneiro [8], se X aumenta excessivamente, a banda de absorção diminui rapidamente, porém valores pequenos de X levam a furos muito pequenos que podem tornar a fabricação muito complexa.

Assim, como nos casos anteriores, a impedância acústica específica da placa é:

$$z_{\frac{F0}{S}}^p = r + i \omega m = \frac{32 \mu_0 t}{\psi \rho_0 c_0 d^2} K_r + i \omega \frac{t}{p c_0} K_m \quad (2.23)$$

Considerando o espaçamento de fluido entre a placa e a parede rígida e aplicando as condições de contorno (sendo que terminação rígida implica em velocidade de partícula nula) e continuidade de pressão e velocidade de partícula na interseção da placa com a cavidade, encontra-se a impedância de normal à superfície.

$$z_{\frac{F0}{S}}^s = -i \cot(kD)$$

A impedância do absorvedor de placa perfurada, considerando a impedância normal à superfície (normalizada em relação a impedância do ar), é dada por:

$$z_{\frac{F0}{S}}^{SMP} = r + i \omega m - i \cot(kD) \quad (2.24)$$

De acordo com Kang e Fuchs [21], para o caso de incidência aleatória, a placa do MPP se comporta independente do ângulo de incidência (localmente reativa). A cavidade, porém sofre os efeitos da mudança do ângulo de incidência.

No campo difuso a faixa de absorção desloca-se para as altas frequências. A impedância (normalizada) para incidência oblíqua é dada pela Equação (2.25):

$$\frac{P_{\text{refl}}}{P_{\text{inc}}} = (r + i \omega m) \cos \theta - i \cot(kD \cos \theta) \quad (2.25)$$

Na Figura 2.8, pode-se observar coeficiente de reflexão e ângulo de fase para o absorvedor de placa perfurada com ar, cujas dimensões são dadas por:

- Espessura dos furos = 1mm
- Profundidade da placa = 5mm
- Diâmetro dos furos = 0.7mm
- Distância entre furos = 10mm
- Largura da placa = 50mm;
- Comprimento da placa = 100mm
- Área superficial = 50x100 = 5000mm²

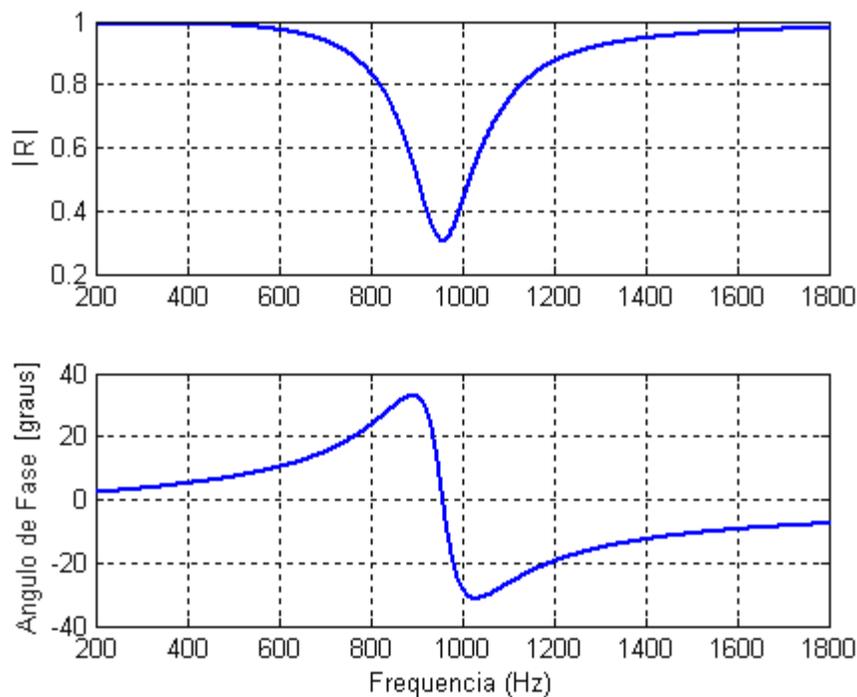


Figura 2.8 - Coeficiente de reflexão e ângulo de fase para um absorvedor de placa perfurada, ar a 20°C.

Na Figura 2.9, a seguir, tem-se o coeficiente de absorção para mesma configuração de placa perfurada.

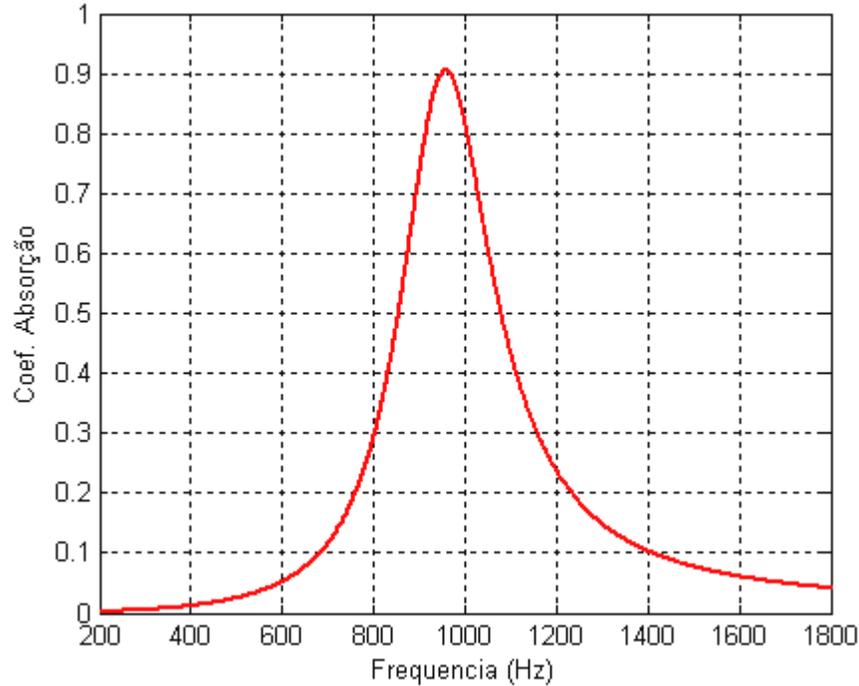


Figura 2.9 - Coeficiente de absorção para uma configuração de placa perfurada, ar a 20°C.

2.5. Ressonadores Tipo Tubo

Tubos ressonantes proporcionam atenuação em bandas estreitas de frequência e podem ser aplicados nos tubos principais ou em câmaras de expansão de *mufflers*. Os tubos ressonantes podem ser do tipo Aberto / Aberto (com a segunda extremidade aberta) ou Aberto / Fechado (com a segunda extremidade fechada). Para se obter a impedância acústica na extremidade do tubo, considera-se a equação da onda 3D abaixo [5, 40].

$$\nabla^2 P(x, y, z, t) - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 P(x, y, z, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (2.26)$$

A solução da equação da onda proposta por D'Alembert com variações no sentido de propagação x , é dada por:

$$P(x, t) = \left(P_A e^{jkx} + P_B e^{-jkx} \right) e^{-j\omega t} \quad (2.27)$$

A partir das condições de contorno, podem-se determinar as constantes complexas $P_A^{(0)}$ e $P_B^{(0)}$. As ondas acústicas são assumidas como ondas planas, sendo válida até a frequência de corte, dada por $f_c = c_0 / (1,71.d)$ onde d é o diâmetro. Considerando o ar como meio, e um diâmetro de tubo de 10mm , a frequência de corte é da ordem de 20kHz , onde começam a aparecer os primeiros modos radiais. O modelo analítico através da acústica linear somente prevê os modos longitudinais dos tubos, na qual será validado numericamente e experimentalmente, para frequências abaixo das de corte.

Em tubos de pequeno diâmetro a propagação da onda é afetada pela viscosidade e condutividade térmica do fluido. Um tubo ressonante típico pode ser visto na Figura 2.10.

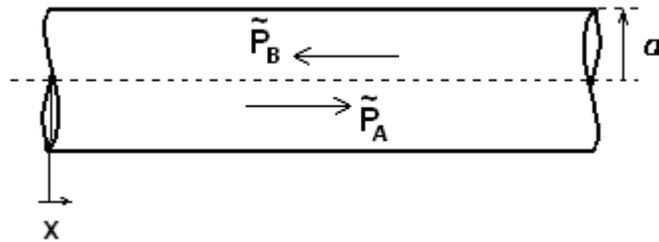


Figura 2.10 - Tubo ressonante típico.

Nota-se na Figura 2.11 a aplicação de um tubo ressonante em um tubo principal, onde L_R e D_R são o comprimento real e o diâmetro do tubo ressonador, respectivamente, e L_T é o comprimento do tubo principal e D o diâmetro. L_1 é a posição de aplicação do tubo ressonante no tubo principal.

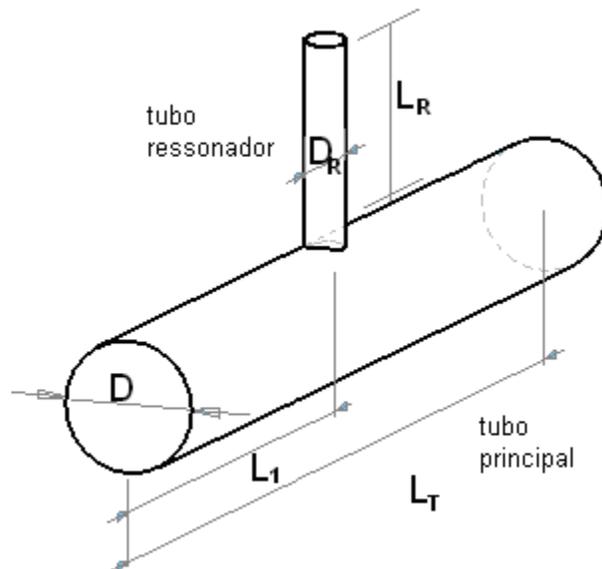


Figura 2.11 - Tubo ressonante aplicado a um tubo principal.

A solução para a propagação da onda em tubos considerando perdas viscotérmicas é obtida a partir de quatro equações básicas, que descrevem a propagação da onda em um meio estacionário. As quatro equações são: a equação linearizada de Navier-Stokes, a equação de continuidade, a equação de estado para um gás ideal, e a equação da energia, as quais são vistas abaixo. A barra sobre o termo indica a quantidade total, ou seja, a quantidade média do meio somadas às pequenas variações [4, 15].

$$\rho_0 \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = -\bar{\nabla} \bar{P} + \left(\frac{4}{3} \mu + \eta \right) \bar{\nabla} (\bar{\nabla} \cdot \bar{u}) - \mu \bar{\nabla} \times (\bar{\nabla} \times \bar{u}) \quad (2.28)$$

$$\rho_0 (\bar{\nabla} \cdot \bar{u}) + \frac{\partial \bar{p}}{\partial t} = 0 \quad (2.29)$$

$$\bar{P} = \bar{\rho}_0 R_0 \bar{T} \quad (2.30)$$

$$\rho_0 C_p \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} = \lambda \bar{\Delta} \bar{T} + \frac{\partial \bar{p}}{\partial t} \quad (2.31)$$

onde \bar{u} , \bar{P} , $\bar{\rho}$, \bar{T} , μ , η , R_0 , ρ_0 , λ , C_p e t representam respectivamente o vetor de velocidade de partícula, pressão, densidade, temperatura, viscosidade dinâmica, viscosidade volumétrica, constante do gás, densidade média do gás, condutividade térmica, calor específico a pressão constante e tempo. Os operadores $\bar{\nabla}$ e $\bar{\Delta}$ são o gradiente e o operador de Laplace respectivamente.

Devem-se assumir algumas hipóteses para este modelo. Dentre elas, considera-se o fluido estacionário, a não geração interna de calor e meio homogêneo, comportamento de acústica linear (ondas de pequena amplitude), considerando grande comprimento de onda comparado ao raio do tubo.

Pode-se então introduzir perturbações adimensionais de pequena amplitude de acordo com [4]:

$$\begin{aligned} \bar{u} &= c_o u e^{j\omega t} & \bar{P} &= P_o (1 + p e^{j\omega t}) \\ \bar{T} &= T_o (1 + T e^{j\omega t}) & \bar{\rho} &= \rho_o (1 + \rho e^{j\omega t}) \end{aligned} \quad (2.32)$$

onde c_o , T_o , p_o , ω e j são a velocidade do som no meio, temperatura média, a pressão média, frequência angular e a unidade imaginária. O gradiente e o operador de Laplace são operadores adimensionais de comprimento escalar l . No caso de um duto, este comprimento escalar representa o raio. Desta forma, pode-se escrever:

$$\nabla = l\bar{\nabla}$$

$$\Delta = l^2\bar{\Delta}$$

Após a linearização das equações básicas, tem-se a seguinte formulação adimensional [15]:

$$\begin{aligned} ju &= -\frac{1}{k\gamma}\nabla p + \frac{1}{s^2}\left(\frac{4}{3} + \xi\right)\nabla(\nabla \cdot u) - \frac{1}{s^2}\nabla \times (\nabla \times u) \\ \nabla \cdot u + jk_r p &= 0 \\ P &= \rho + T \\ jT &= \frac{1}{s^2\sigma^2}\Delta T + j\left[\frac{\gamma-1}{\gamma}\right]P \end{aligned} \quad (2.34)$$

Desta forma, são introduzidos os seguintes parâmetros adimensionais s , k_r , γ , σ e ξ que representam respectivamente o número de onda de cisalhamento, a frequência reduzida, a razão de calores específicos a pressão e volume constante, a raiz quadrada do número de Prandtl, e as razões de viscosidade absoluta e volumétrica, dados por:

$$s = l\sqrt{\frac{\rho_0\omega}{\mu}}; \quad k_r = \frac{\omega l}{c_0}; \quad \gamma = \frac{C_p}{C_v}; \quad \sigma = \sqrt{\frac{\mu C_p}{\lambda}}; \quad \xi = \frac{\eta}{\mu}. \quad (2.35)$$

O número de onda de cisalhamento representa a razão entre efeitos inerciais e efeitos viscosos que ocorrem no gás em cisalhamento próximo as paredes do duto.

Fazendo a derivação para o modelo linearizado das equações de Navier Stokes em termos de quantidades adimensionais. Para a resolução deste problema, a velocidade é escrita em termos do soma da velocidade rotacional u_v , devido aos efeitos viscosos, e a velocidade solenoidal u_l :

$$u = u_v + u_l \quad (2.36)$$

que na qual satisfaz:

$$\nabla \cdot u_v = 0; \quad \nabla \times u_l = 0 \quad (2.37)$$

A seguinte relação é usada na derivação das equações:

$$\nabla \times (\nabla \times u_v) \equiv \nabla(\nabla \cdot u_v) - (\nabla \cdot \nabla)u_v = -\nabla u_v \quad (2.38)$$

Introduzindo estas expressões nas equações básicas e obtendo o rotacional e o divergente, obtêm-se as seguintes equações adimensionais [4]:

$$\begin{aligned}
ju_l - \frac{1}{s^2} \left(\frac{4}{3} + \xi \right) \nabla \cdot u_l &= -\frac{1}{k\gamma} \nabla P \\
\nabla \cdot u_l + jk_r P &= 0 \\
ju_v - \frac{1}{s^2} \nabla \cdot u_v &= 0 \\
P &= \rho + T \\
jT &= \frac{1}{s^2 \sigma^2} \Delta T + j \left[\frac{\gamma - 1}{\gamma} \right] P
\end{aligned} \tag{2.39}$$

Após algumas manipulações algébricas, a seguinte equação pode ser obtida em termos da variação da temperatura:

$$\frac{j}{s^2 \sigma^2} \left[1 + \frac{j\gamma k_r^2}{s^2} \left(\frac{4}{3} + \xi \right) \right] \Delta \Delta T + \left[1 + \frac{jk_r^2}{s^2} \left[\left(\frac{4}{3} + \xi \right) + \frac{\gamma}{\sigma^2} \right] \right] \Delta T + k_r^2 T = 0 \tag{2.40}$$

Escrevendo na forma fatorizada, tem-se:

$$\left[\Delta + k_a^2 \right] \left[\Delta + k_h^2 \right] T = 0 \tag{2.41}$$

onde k_a e k_h são os números de onda acústico e entrópico respectivamente, dados por:

$$\begin{aligned}
k_a^2 &= \frac{k_r^2}{\left[1 + j \left(\frac{k_r}{s} \right)^2 \left[\left(\frac{4}{3} + \xi \right) + \frac{\gamma - 1}{\sigma^2} \right] \right] - \left(\frac{k_r}{s} \right)^4 \left(\frac{\gamma - 1}{\sigma^2} \right) \left[1 - \left(\frac{4}{3} + \xi \right) \right]} \\
k_h^2 &= \frac{-js^2 \sigma^2}{\left[1 - j \frac{\gamma - 1}{\sigma^2} \left(\frac{k_r}{s} \right)^2 \left[\frac{1}{\sigma^2} - \left(\frac{4}{3} + \xi \right) \right] \right]}
\end{aligned} \tag{2.42}$$

Estas expressões são válidas para $k_r / s \ll 1$: o comprimento de onda acústico é muito maior do que a espessura da camada limite. Se atribuir $k_r / s = 0$, as expressões acima são reduzidas para:

$$\begin{aligned}
k_a^2 &= k_r^2 \\
k_h^2 &= -js^2 \sigma^2
\end{aligned} \tag{2.43}$$

A partir deste resultado, observa-se que o número de onda k_a está relacionado aos efeitos acústicos e o número de onda k_h está relacionado aos efeitos entrópicos. Quando o comprimento de onda acústico tornar-se da mesma ordem de magnitude da espessura da camada limite cisalhante, esta separação não é possível. Pode-se notar que para $s \ll 1$, ou seja, grandes diâmetros, o valor do número de onda acústico k_a não é afetado, pois a variação

da temperatura devido às compressões e rarefações no interior do duto aproxima-se de zero. Como consequência, o modelo linearizado das equações de Navier Stokes reduz-se a equação da propagação da onda.

2.6. Uso de Materiais Porosos Em Filtros Acústicos

Os filtros acústicos são freqüentemente utilizados com o objetivo de dissipar a energia sonora. As ondas sonoras que se propagam ao longo de uma tubulação podem ser atenuadas através da utilização de filtros acústicos do tipo dissipativo ou reativo.

Os filtros acústicos dissipativos utilizam materiais de absorção para transformar parte da energia sonora em calor. Geralmente, consistem em tubos com seções transversais constantes revestidos com materiais de absorção. O desempenho de filtros acústicos a partir do revestimento de seus componentes internos com material poroso permite reduzir suas próprias amplitudes de ressonâncias, uma vez que em determinadas aplicações as mesmas são fortemente excitadas.

Os materiais porosos para controle de ruído são compostos por duas fases: a sólida, constituída geralmente por fibras, que forma o esqueleto, e a fase fluida contida no interior dos poros. Em tais materiais a dissipação da energia sonora é feita através da interação entre as duas fases. Estes materiais, convertem energia sonora em calor através de: meios viscosos, os quais estão associados às camadas de contorno viscosas criadas pelo cisalhamento do fluido em regiões próximas a superfície das fibras; meios térmicos, os quais se relacionam com as camadas de contorno térmicas originadas pelos fluxos de calor irreversíveis que ocorrem entre o fluido e as fibras; e por meios estruturais que se referem às perdas associadas à flexão das fibras que formam a estrutura [1].

Os canais da maioria dos materiais porosos possuem uma estrutura complexa. No entanto, para obter uma avaliação qualitativa da influência da freqüência no comportamento da propagação sonora nestes meios, é comum considerar que o canal possui uma forma simples, correspondente a de um tubo de seção transversal circular constante. Levando em conta esta hipótese, uma análise detalhada mostra que o fluxo de fluido através dos mesmos é controlado por um parâmetro relacionado à razão entre as forças de inércia e forças viscosas, uma vez que a relação entre a dimensão da seção transversal do canal e a espessura das camadas de contorno afetam o comportamento acústico do fluido.

De acordo com Lopes [31], a aplicação de materiais acústicos em filtros acústicos apresenta boa eficiência de atenuação sonora. O revestimento dos tubos proporciona grande atenuação das ressonâncias ao longo de toda a faixa de frequências, enquanto que o revestimento das câmaras de expansão permite reduzir a amplitude de ressonâncias em faixas de frequências específicas (3 e 6 kHz). Um efeito da aplicação de material poroso em um dos tubos internos de muffler de geometria simples é observado na resposta em frequência da Figura 2.12.

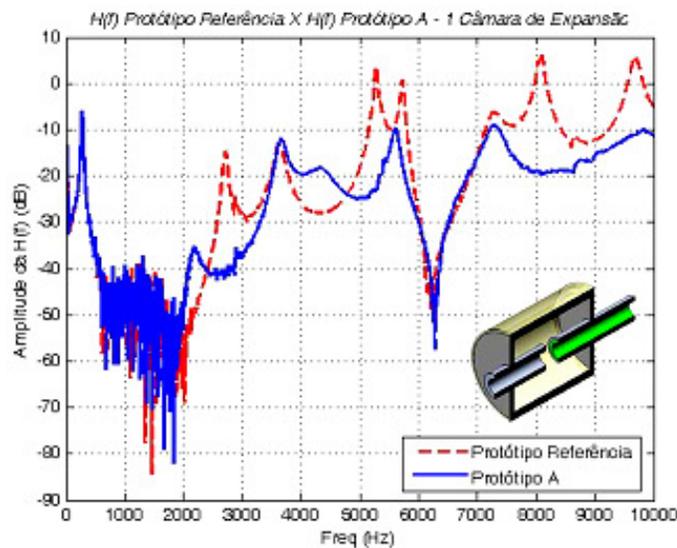


Figura 2.12 - Comparação das respostas em frequência de mufflers com e sem aplicação de materiais porosos [31].

2.7. Vantagens e Desvantagens dos Métodos de Controle

Conhecendo-se estes métodos de controle de campo acústico, observam-se vantagens e desvantagens em suas aplicações.

A aplicação de materiais acústicos em compressores e filtros apresenta o problema de impregnação com óleo de lubrificação do sistema de refrigeração, comprometendo assim o efetivo funcionamento.

Os absorvedores de membranas podem proporcionar grandes atenuações aplicadas em tubos e *mufflers*, no entanto a sua construção e aplicação de forma robusta não é tão simples. As altas temperaturas e o contato químico com o fluido refrigerante também poderiam se tornar um problema, alterando as características do absorvedor.

Os ressonadores de Helmholtz apresentam menor atenuação em relação aos tubos ressonantes, quando aplicadas em filtros e cavidades. Estes atuam apenas em uma faixa estreita de frequência, e os tubos ressonantes atuam em múltiplas bandas de frequência. Além disto, a dificuldade construtiva dos ressonadores de Helmholtz é maior, pois é necessário construir um duto e uma cavidade.

A aplicação de placas perfuradas em cavidades pode ser bastante viável em altas frequências, no entanto assim como os materiais porosos, deve-se ter precaução com a impregnação de óleo nos furos da placa. Dependendo do diâmetro e do número de furos, a construção torna-se dificultada, devido à necessidade de elevada precisão na tolerância dimensional.

Os tubos ressonantes apresentam atenuação em múltiplos modos, atuando em várias faixas de frequência. A sua construção e aplicação é simples. A impregnação com óleo dificilmente ocorre, pois os tubos apresentam maiores diâmetros em relação, por exemplo, aos diâmetros dos furos da placa perfurada.

Desta maneira, a aplicação de tubos ressonantes em cavidades e filtros de compressores torna-se mais vantajosa em relação a outros métodos de atenuação do campo acústico. Por estes motivos, esta dissertação aborda o estudo do ruído em filtros acústicos e cavidades aplicando-se tubos ressonantes sintonizados em faixas específicas de frequência.

CAPÍTULO 3

MODELO ANALÍTICO DE TUBOS RESSONANTES

Os modelos analíticos apresentam grande vantagem em relação aos modelos numéricos, devido à rapidez de obtenção dos resultados. Os modelos analíticos de tubos ressonantes baseados na acústica linear apresentam uma grande robustez e são bastante confiáveis. A resolução do modelo inclui basicamente a solução de um sistema de equações lineares a partir da equação da continuidade, a equação de estado para um gás ideal e equação da energia, sujeitas às condições de contorno pré-estabelecidas no problema.

Com o auxílio do software *Matlab 7.0*, a resolução de sistemas de equações do tipo $A[x]=B$ em função da frequência é bastante simples, podendo-se assim obter a distribuição de pressão ao longo dos tubos de acordo com a aplicação de inúmeras configurações de ressonadores. No caso de propagação de ondas em dutos, a função de resposta em frequência é obtida pelo logaritmo da razão da amplitude de pressão acústica na posição final do duto pela amplitude de pressão na entrada. A medição experimental desta função é bastante conveniente e adequada para validação e análise de atenuação de ruído. Por isto, esta função foi implementada aos modelos analíticos e numéricos.

Primeiramente, desenvolveu-se o modelo analítico para um tubo simples com uma impedância de radiação $Z_{rad}^{\frac{F_0}{P_0}}$ na extremidade oposta à aplicação da pressão $P_0 e^{-j\omega t}$, a qual será mais detalhado no item 3.1.

3.1. Tubo Simples

A solução da equação da onda para o campo de pressão de um duto simples aberto-aberto, submetido a condições de contorno de pressão $P_0 e^{-j\omega t}$ e impedância de radiação $Z_{rad}^{\frac{F_0}{P_0}}$ nas extremidades, depende de constantes complexas $b_A^{\frac{F_0}{P_0}}$ e $b_B^{\frac{F_0}{P_0}}$ determinadas a partir de um sistema de 2 equações e 2 incógnitas. Geralmente, a pressão de excitação de amplitude P_0 unitária, é aplicada em $x = 0$ e $Z_{rad}^{\frac{F_0}{P_0}}$ é aplicada em $x = L$, onde L é o comprimento do duto.

Na Figura 3.1, pode-se observar as condições de contorno de pressão e impedância aplicadas em um tubo simples aberto-aberto, assim como as constantes complexas, que representam à onda incidente e onda refletida [5, 27].

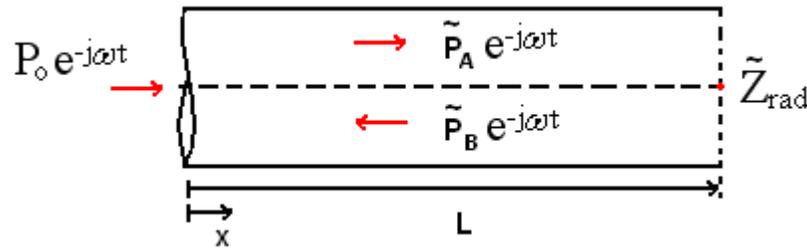


Figura 3.1 - Tubo simples com uma impedância de radiação.

Nas medições experimentais, uma das extremidades do tubo é submetida a uma pressão sonora gerada por um alto-falante e a outra à impedância acústica de radiação para o meio externo. Nos modelos numéricos estas são consideradas através de condições de contorno estabelecidas nas extremidades da geometria em análise.

Para o modelo numérico os resultados obtidos da resposta em frequência correspondem ao logaritmo da razão entre os campos de pressão na saída e na entrada da geometria.

3.2. Radiação Sonora de um Tubo com Extremidade Aberta

Um tubo com extremidade aberta apresenta efeitos de terminação, devido à impedância de radiação, a qual apresenta características conhecidas. A impedância de radiação de um tubo flangeado (tubo com extremidade aberta em uma parede rígida infinita) é idêntica à impedância de radiação de um pistão contido em um *baffle* rígido e plano [40]. Sabe-se também que a impedância de radiação de um tubo não flangeado é similar à impedância de radiação de um pequeno monopolo situado no espaço livre.

Para frequências muito baixas, estas quantidades são muito menores que a impedância característica de radiação do tubo, concluindo que há uma grande reflexão em antifase. A impedância vista na extremidade oposta da saída do duto apresenta valor mínimo quando o comprimento efetivo do tubo principal é múltiplo de meio comprimento de onda.

A impedância de radiação flangeada, de um pistão circular de raio a , aplicado em um *baffle* infinito é dado por [40]:

$$Z_{a,r}^{\text{fl}} = \frac{\rho_o c_o}{S} \left(1 - \frac{J_1(2ka)}{ka} + j \frac{H_1(2ka)}{ka} \right) \quad (3.1)$$

onde J_1 é a função de Bessel de primeira ordem, e H_1 é a função de Struve de primeira ordem, sendo que a área do pistão é $S = \pi a^2$. As componentes real e imaginária da impedância de radiação flangeada podem ser observadas na Figura 3.2.

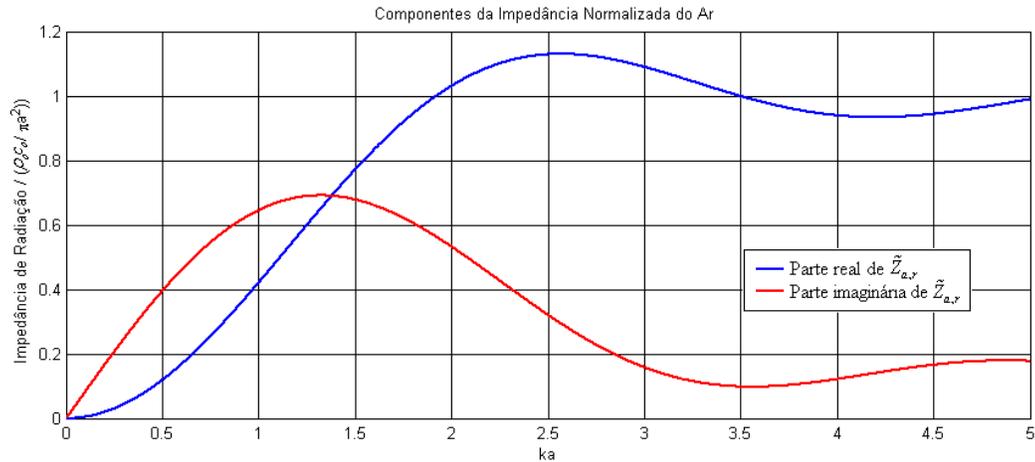


Figura 3.2 - Componentes real e imaginária da impedância de radiação flangeada em função de ka .

Esta expressão pode ser aproximada da seguinte maneira em baixas frequências [20]:

$$\tilde{Z}_{a,r} \approx \tilde{Z}_{Rad} = \frac{\rho_o c_o}{S} \left(\frac{1}{2} (ka)^2 + j \frac{8}{3\pi} ka \right) \quad (3.2)$$

Esta aproximação é válida para $ka \ll 1$, onde a parte resistiva $\frac{1}{2}(ka)^2$ representa propagação e a parte imaginária reativa $\frac{8}{3\pi}ka$ representa a dissipação da energia sonora. A aproximação da impedância de radiação flangeada em baixas frequências pode ser observada na Figura 3.3.

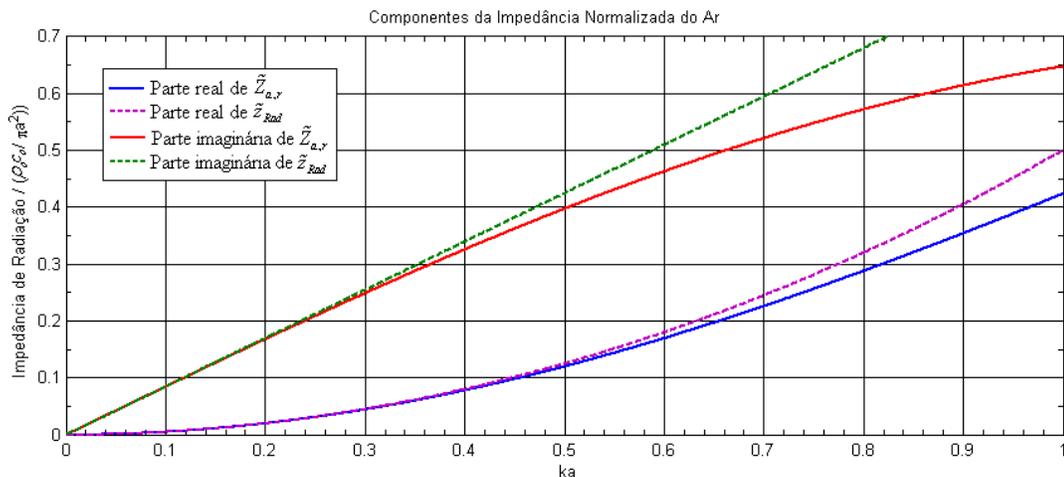


Figura 3.3 - Aproximação da impedância de radiação flangeada em baixas frequências.

Para $ka < 0.5$, nota-se boa concordância para o modelo aproximado de impedância de radiação. Considerando o ar a 20°C ($c_o=343 \text{ m/s}$) e um tubo de 7mm de diâmetro para uma frequência de análise máxima de 10kHz , o termo $ka = \omega a / c_o = 2\pi f a / c_o = 0.64$. Mesmo assim, a expressão aproximada de $\frac{Z_{a,r}}{Z_{a,r}}$ pode ser aplicada a modelos analíticos e numéricos com terminação flangeada, por questão de simplicidade.

A parte imaginária da impedância de radiação corresponde a uma impedância mecânica de uma massa de volume $S \cdot \Delta L$, onde [5]:

$$\Delta L = \frac{8a}{3\pi} \tag{3.3}$$

Isto se torna mais visível se a impedância de radiação é escrita como impedância mecânica (razão de força por velocidade) [20]:

$$Z_{m,r} = \frac{\hat{F}}{\hat{u}} = \frac{S\hat{p}}{\hat{q}/S} = S^2 Z_{a,r} \cong \rho_o c_o S \left(\frac{1}{2} (ka)^2 + jk\Delta L \right) = \frac{1}{2} \rho_o c_o S (ka)^2 + j\omega \rho_o S \Delta L$$

onde $\hat{q} = \int_S \hat{u} dS$ é a velocidade de volume dado em m^3/s . O termo de correção ΔL da terminação do duto pode ser observada na Figura 3.4.

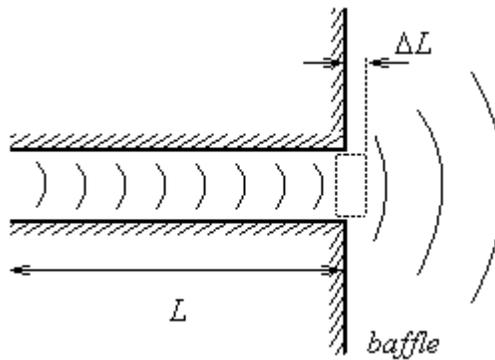


Figura 3.4 - Correção da terminação do duto.

O efeito principal da parte imaginária da impedância de radiação é o desvio na posição onde a reflexão em antifase ocorre no plano virtual fora do tubo. A quantidade ΔL é a correção da terminação do duto e o comprimento efetivo do duto é $L_{ef} = L + \Delta L$. Este fator deve ser usado no modelo analítico para corrigir o comprimento do tubo principal, para assim validar os modelos.

Os casos a serem analisados apresentam terminação aberta não-flangeada. Da mesma forma, esta impedância de radiação também pode ser aproximada por uma expressão

simplificada, para ka bem menor que 1. Neste caso a condição de contorno de saída baseia-se na impedância acústica de radiação de um tubo de seção transversal circular constante com terminação aberta não-flangeada, que segundo Pierce [40] é dada pela Equação (3.4) ($ka \ll 1$).

$$Z_{Rad} = \rho_o c_o \left[\frac{1}{4} (ka)^2 + j0.6133(ka) \right] \quad (3.4)$$

onde ρ_o é a densidade do fluido em kg/m^3 , k o número de onda em m^{-1} , e a o raio do tubo em m. Neste caso, o termo de correção ΔL da terminação do duto não-flangeado é dado por:

$$\Delta L = 0.6133a$$

Estabelecendo apenas estas duas condições de contorno, representa-se o campo acústico no interior de um tubo rígido, sem material de absorção. A partir das condições de contorno, é possível encontrar as constantes P_A e P_B no modelo analítico.

Para determinar estas constantes para um tubo de raio a e comprimento L , com pressão p_o ou velocidade de partícula u_o excitando o tubo em uma extremidade, deve-se aplicar as condições de contorno específicas para cada caso para, então, obter as expressões da pressão acústica e da velocidade de partícula. As seguintes condições de contorno podem ser utilizadas:

- Velocidade numa extremidade, tubo aberto na outra extremidade:

Condições de contorno:

$$u(0,t) = u_o e^{-j\omega t} \quad \text{e} \quad z(L,t) = \frac{P(L,t)}{u(L,t)} = \rho_o c_o \left[\frac{1}{4} (ka)^2 + j0.6133(ka) \right]$$

- Velocidade numa extremidade, tubo fechado na outra extremidade:

Condições de contorno:

$$u(0,t) = u_o e^{-j\omega t} \quad \text{e} \quad u(L,t) = 0$$

- Pressão numa extremidade, tubo aberto na outra extremidade:

Condições de contorno:

$$P(0,t) = P_o e^{-j\omega t} \quad \text{e} \quad z(L,t) = \frac{P(L,t)}{u(L,t)} = \rho_o c_o \left[\frac{1}{4} (ka)^2 + j0.6133(ka) \right]$$

- Pressão numa extremidade, tubo fechado na outra extremidade:

Condições de contorno:

$$P(0,t) = P_0 e^{-j\omega t} \text{ e } u(L,t) = 0$$

O campo de pressão no tubo é dado pela Equação (2.27):

$$P(x,t) = (P_A e^{jkx} + P_B e^{-jkx}) e^{-j\omega t}$$

Aplicam-se as seguintes condições de contorno:

1) Em $x = 0 \rightarrow P(0,t) = (P_A + P_B) e^{-j\omega t} = P_0 e^{-j\omega t}$, ou seja:

$$P_A + P_B = P_0 \tag{3.5}$$

2) Em $x = L \rightarrow Z_{rad} = \frac{P(L,t)}{u(L,t)} = \frac{\rho_0 c_0 (P_A e^{jkL} + P_B e^{-jkL}) e^{-j\omega t}}{(P_A e^{jkL} - P_B e^{-jkL}) e^{-j\omega t}}$ (3.6)

Deste modo, tem-se um sistema linear de duas equações e duas incógnitas. Substituindo a Equação (3.5) na Equação (3.6), tem-se o seguinte:

$$P_A = \frac{P_0 (1 + \frac{Z_{rad}}{\rho_0 c_0}) e^{-jkL}}{2 j \text{sen}(kL) - 2 \frac{Z_{rad}}{\rho_0 c_0} \cos(kL)} \tag{3.7}$$

$$P_B = \frac{P_0 (1 - \frac{Z_{rad}}{\rho_0 c_0}) e^{jkL}}{2 j \text{sen}(kL) - 2 \frac{Z_{rad}}{\rho_0 c_0} \cos(kL)} \tag{3.8}$$

Logo, a pressão ao longo do tubo será:

$$P(x,t) = \frac{-P_0 \left(1 + \frac{Z_{rad}}{\rho_0 c_0}\right) e^{jk(x-L)} + P_0 \left(1 - \frac{Z_{rad}}{\rho_0 c_0}\right) e^{-jk(x-L)}}{2j \text{sen}(kL) - 2 \frac{Z_{rad}}{\rho_0 c_0} \cos(kL)} e^{-j\omega t} \quad (3.9)$$

A função resposta em frequência é dada por:

$$H(f) = 20 \log \left(\left| \frac{P(L,t)}{P(0,t)} \right| \right) \quad (3.10)$$

ou seja,

$$H(f) = 20 \log \left(\left| \frac{\frac{Z_{rad}}{\rho_0 c_0}}{\frac{Z_{rad}}{\rho_0 c_0} \cos(kL) - j \text{sen}(kL)}{\rho_0 c_0}} \right| \right) \quad (3.11)$$

Considerando uma impedância infinita em uma extremidade, no caso de um tubo fechado, tem-se que a impedância na entrada do tubo observada é dada por:

$$Z(0) = \frac{\sinh jkL}{\cosh jkL - \frac{P_L}{P_0}} \quad (3.12)$$

onde $P(0) = P_0$ e $P(L) = P_L$.

A impedância acústica obtida acima pode ser utilizada em modelos analíticos ou numéricos de filtros acústicos, no entanto, também devem ser consideradas as perdas viscotérmicas nas expressões de impedância, que serão detalhadas posteriormente.

A função resposta em frequência para o caso de um duto aberto-fechado é dado por:

$$H(f) = 20 \text{Log} \left(\left| \frac{1}{\cosh(jkL)} \right| \right) \quad (3.13)$$

onde $k = \frac{2\pi f}{c_0}$.

Como observado anteriormente, a função resposta em frequência aqui desenvolvida algebricamente, é bastante adequada para validação e análise de resultados de atenuação sonora, e em capítulos posteriores será utilizada com frequência.

3.3. Tubo Ressonante

A aplicação de tubos ressonantes em tubos principais torna a solução do sistema de equações cada vez mais complexo, devido a introdução de novas constantes complexas P_N^{FO} , onde N é o número de incógnitas a serem encontradas. Assim, quanto maior o número de tubos ressonantes de dimensões, posicionamentos e características variadas, maior o número de constantes a determinar e maior a dimensão do sistema matricial de equações a ser resolvido.

Uma forma de resolução deste tipo de problema é através de linguagens de programação com ferramentas pré-programadas como o *Matlab*, que permite a resolução de muitos problemas numéricos em uma pequena fração do tempo. Deste modo, o *Matlab* foi utilizado como ferramenta base para cálculos numéricos de modelos analíticos e otimizações.

A aplicação de um tubo ressonante a um tubo principal, mostrado na Figura 3.5, apresenta as seguintes variáveis: P_A^{FO} e P_B^{FO} são as ondas incidente e refletida antes da aplicação do tubo ressonante, P_C^{FO} e P_D^{FO} são as ondas incidente e refletida depois da aplicação do tubo ressonante, e ondas incidentes e refletidas no interior do duto ressonante são P_E^{FO} e P_F^{FO} , respectivamente. O tubo principal apresenta área de secção transversal S_1 , comprimento $L_T = L_1 + L_2$ e impedância de radiação Z_1^{FO} . O tubo ressonante apresenta área de secção transversal S_2 , comprimento L_r e impedância de radiação Z_2^{FO} para tubo aberto ou $Z_2^{FO} = \infty$ (parede rígida com velocidade de partícula nula), para tubo fechado.

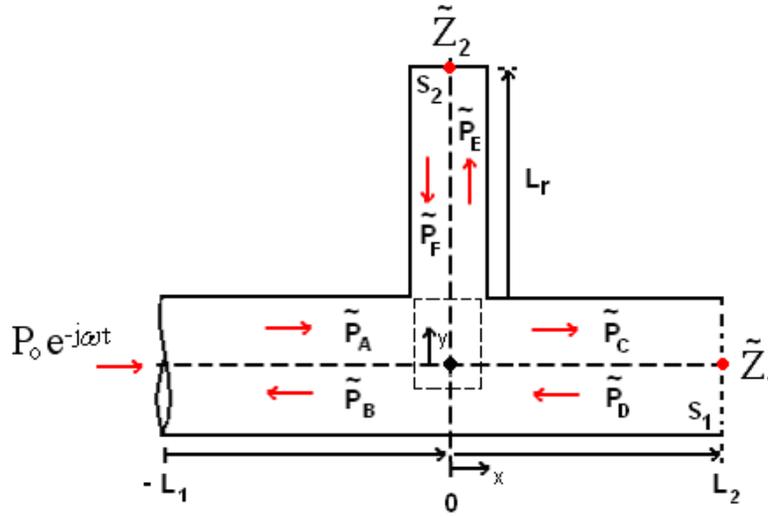


Figura 3.5 - Esquema de um tubo ressonante aplicado em um tubo principal.

O campo de pressão no tubo é resolvido em um sistema de coordenadas independente, considerando a conservação da energia e da continuidade em $x = y = 0$, ou seja, para o acoplamento. Desta forma, o campo de pressão da configuração é dado por [27, 35]:

$$\underline{P}^{\text{F0}} = \begin{cases} P_1^{\text{F0}}(x, t) = (P_A^{\text{F0}} e^{jkx} + P_B^{\text{F0}} e^{-jkx}) e^{-j\omega t} & -L_1 < x < 0 \\ P_2^{\text{F0}}(x, t) = (P_C^{\text{F0}} e^{jkx} + P_D^{\text{F0}} e^{-jkx}) e^{-j\omega t} & 0 < x < L_2 \\ P_3^{\text{F0}}(y, t) = (P_E^{\text{F0}} e^{jky} + P_F^{\text{F0}} e^{-jky}) e^{-j\omega t} & 0 < y < L_r \end{cases} \quad (3.14)$$

Observa-se que o campo de pressão apresenta seis constantes complexas a se determinar, conclui-se então que a resolução baseia-se num sistema de seis equações e seis incógnitas. As equações serão obtidas a partir da aplicação das condições de contorno juntamente com as leis que regem a acústica linear. Aplicando-se as condições de contorno, tem-se:

Em $x = -L_1$, $P(-L_1, t) = (P_A^{\text{F0}} e^{-jkL_1} + P_B^{\text{F0}} e^{jkL_1}) e^{-j\omega t} = P_0 e^{-j\omega t}$, ou então:

$$P_A^{\text{F0}} e^{-jkL_1} + P_B^{\text{F0}} e^{jkL_1} = P_0 \quad (3.15)$$

Em $x = L_2$,

$$\frac{P_2^{\text{F0}}(L_2, t)}{u_2^{\text{F0}}(L_2, t)} = \frac{\rho_0 c_0 [P_C^{\text{F0}} e^{jkL_2} + P_D^{\text{F0}} e^{-jkL_2}]}{P_C^{\text{F0}} e^{jkL_2} - P_D^{\text{F0}} e^{-jkL_2}} = Z_1^{\text{F0}} \quad (3.16)$$

Em $x=0 ; y=0$

$$\begin{cases} \frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_A + \frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_B = \frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_C + \frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_D \\ \frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_C + \frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_D = \frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_E + \frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_F \end{cases} \quad (3.17)$$

$$s_1 \left[\frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_A - \frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_B \right] = s_1 \left[\frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_C - \frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_D \right] + s_2 \left[\frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_E - \frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_F \right] \quad (3.18)$$

Em $y = L_r$,

$$\frac{\frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_3(L_r, t)}{\frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_5(L_r, t)} = \frac{\rho_0 c_0 \left[\frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_E e^{jkL_r} + \frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_F e^{-jkL_r} \right]}{\frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_E e^{jkL_r} - \frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_F e^{-jkL_r}} = Z_2 \quad (3.19)$$

Reescrevendo estas equações, tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_A e^{-jkL_1} + \frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_B e^{jkL_1} &= P_0 \\ \frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_A + \frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_B - \frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_C - \frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_D &= 0 \\ \frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_C + \frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_D - \frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_E - \frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_F &= 0 \\ s_1 \frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_A - s_1 \frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_B + s_1 \frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_C + s_1 \frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_D - s_2 \frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_E + s_2 \frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_F &= 0 \\ \frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_C \left[1 - \frac{Z_1}{\rho_0 c_0} \right] e^{jkL_2} + \frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_D \left[1 + \frac{Z_1}{\rho_0 c_0} \right] e^{-jkL_2} &= 0 \\ \frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_E \left[1 - \frac{Z_2}{\rho_0 c_0} \right] e^{jkL_r} + \frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_F \left[1 + \frac{Z_2}{\rho_0 c_0} \right] e^{-jkL_r} &= 0 \end{aligned}$$

Pode-se também escrever esse sistema de equações na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} e^{-jkL_1} & e^{jkL_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ s_1 & -s_1 & -s_1 & s_1 & -s_2 & s_2 \\ 0 & 0 & \left[1 - \frac{Z_1}{\rho_0 c_0} \right] e^{jkL_2} & \left[1 + \frac{Z_1}{\rho_0 c_0} \right] e^{-jkL_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \left[1 - \frac{Z_2}{\rho_0 c_0} \right] e^{jkL_r} & \left[1 + \frac{Z_2}{\rho_0 c_0} \right] e^{-jkL_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_A \\ \frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_B \\ \frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_C \\ \frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_D \\ \frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_E \\ \frac{F_0}{\rho_0 c_0} P_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Este sistema de equações da forma:

$$[A]\left\{\frac{P_0}{P_1}\right\} = \{B\} \quad (3.20)$$

pode ser resolvido no software *Matlab* através da inversão numérica de matrizes encontrando as incógnitas $\left\{\frac{P_0}{P_1}\right\}$, onde n é o número de bandas de frequência a ser analisado no problema, sendo que A e B também são funções de n .

Para melhor efetividade dos tubos ressonantes, os mesmos devem estar posicionados na região de máxima pressão para o respectivo modo do tubo principal na qual deseja-se sintonizar, e assim reduzindo a pressão acústica na saída e, conseqüentemente, a resposta em frequência. O ressonador também deve estar apto a atuar naquele modo, na qual as frequências de ressonância do próprio tubo ressonante coincida com as frequências do tubo principal. Isto depende das dimensões do tubo. Neste caso, o comprimento do tubo ressonante é o fator mais importante. Sem considerar os efeitos viscotérmicos, a aplicação de tubos ressonantes com maior diâmetro (próximo do diâmetro do tubo principal) apresenta uma abrangência maior, englobando melhor o pico de ressonância o qual se quer reduzir, no entanto os picos remanescentes tornam-se mais elevados.

A aplicação de um único tubo ressonante com aproximadamente metade do comprimento do tubo principal, aplicado no centro do mesmo, apresenta uma configuração de sintonia de ressonâncias de ordem ímpar do tubo principal, ou seja, há uma intercalação da sintonia com os picos de ressonância. Os modos pares não são afetados, pois o centro do tubo principal é uma região de nó para estes modos, e a pressão acústica é nula nesta posição.

Posteriormente, verificar-se-á que a aplicação dos tubos ressonantes é mais efetiva quando a sintonia dos mesmos com o tubo principal é adequada para uma faixa de frequência que se deseja atenuar, de acordo com seu comprimento. Além disso, ele deve estar aplicado numa posição de máxima pressão acústica do tubo principal para o modo que se deseja atenuar, como observado anteriormente. O diâmetro, basicamente influencia na maior ou menor capacidade de atenuação do modo, ou de forma global.

3.4. Efeitos Viscotérmicos

A propagação das ondas sonoras é afetada pela condutividade térmica e pela viscosidade do fluido quando tubos de pequenos diâmetros são considerados. Pode-se

aprimorar tanto a equação da pressão acústica como a da velocidade de partícula, substituindo o imaginário puro j pelo termo Γ , o qual considera as perdas por efeitos viscotérmicos nas paredes do tubo em análise.

A função Γ é a variável complexa de propagação, onde a parte real representa a atenuação, e a parte imaginária representa a propagação da onda. Esta função depende dos efeitos da geometria da seção transversal do tubo. Os modelos mais conhecidos que representam as perdas acústicas por efeitos viscotérmicos são: *Low Reduced Frequency (LRF)*, que é o mais preciso, e a aproximação de Kirchhoff [4, 15].

Na aproximação de Kirchhoff, tem-se que:

$$\Gamma = j + \frac{j+1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\gamma - 1 + \sigma}{s\sigma} \right) \quad (3.21)$$

onde γ é a razão entre o calor específico a pressão constante e o calor específico a volume constante do fluido em análise, σ é a raiz quadrada do número de Prandtl. Para o ar a 20 °C, $\sigma = \sqrt{0.71} = 0.842$. O termo s é o número de onda de cisalhamento, e expressa a razão entre forças viscosas e inerciais, sendo função do raio R , da frequência, da densidade e da viscosidade dinâmica μ_0 do gás. Este termo pode ser entendido como um número de Reynolds acústico, dado por [15].

$$s = R \sqrt{\frac{\rho_0 \omega}{\mu_0}} \quad (3.22)$$

Já no modelo *LRF*, tem-se que:

$$\Gamma = \sqrt{\frac{J_0(j\sqrt{js}) \gamma}{J_2(j\sqrt{js}) n}} \quad (3.23)$$

sendo os termos J_0 e J_2 são funções de Bessel de ordem 0 e 2. Para o ar a 20 °C, $\gamma = 1.4$, e pode ser obtido a partir da relação entre calores específicos a pressão e volume constantes c_p/c_v , observado anteriormente. O termo n é definido como:

$$n = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{J_2(j\sqrt{js}\sigma)}{J_0(j\sqrt{js}\sigma)} \right)^{-1} \quad (3.24)$$

Com estes valores de Γ , chega-se a novas equações da pressão acústica e da velocidade de partícula;

$$P(x,t) = \left[P_A e^{\Gamma kx} + P_B e^{-\Gamma kx} \right] e^{-\Gamma \omega t} \quad (3.25)$$

$$u(x,t) = \frac{G}{\rho_0 c_0} \left[\frac{F_0}{A} e^{\Gamma kx} - \frac{F_0}{B} e^{-\Gamma kx} \right] e^{-\Gamma \omega t} \quad (3.26)$$

equações nas quais são consideradas as perdas na parede do tubo por efeitos viscotérmicos. O termo $\rho_0 c_0 / G$ representa a impedância característica do meio considerando as perdas por efeitos viscotérmicos. O coeficiente G depende do coeficiente de propagação viscotérmico e será detalhado posteriormente.

Considerando os efeitos de viscosidade associados a camada limite δv , observados na Figura 3.6, e de condução térmica, devido ao aquecimento da parede do tubo durante os instantes de compressão do gás, observa-se que a velocidade de propagação é sensível ao pequeno diâmetro de tubos capilares em baixas frequências, pois a camada limite viscosa é dada por:

$$\delta v = \sqrt{\frac{2\mu_0}{\omega \rho_0}} \quad (3.27)$$

Para o ar a 20°C, tem-se $\mu_0 = 1.79 \times 10^{-5} \text{ Pa.s}$, $\rho_0 = 1.21 \text{ kg/m}^3$ e considerando as seguintes frequências, a camada limite será:

- 100Hz $\rightarrow \delta v = 0,22 \text{ mm}$
- 1kHz $\rightarrow \delta v = 0,07 \text{ mm}$
- 10kHz $\rightarrow \delta v = 0,022 \text{ mm}$

ou seja, quando a espessura da camada limite é muito menor do que as dimensões do raio do tubo, os efeitos devido às dissipações viscotérmicas são muito pequenos.

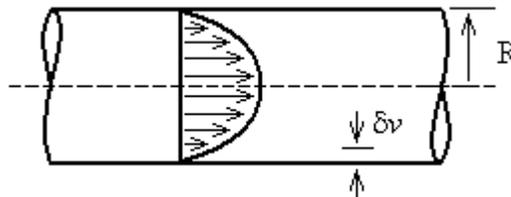


Figura 3.6 - Efeitos viscosos e camada limite.

Para pequenos valores de s o efeito da viscosidade predomina e o perfil de onda acústica se torna aproximadamente parabólico (analogia a Poiseuille) [15], obtendo assim uma velocidade do som menor que aquela num meio sem a predominância dos efeitos viscotérmicos. Para grandes valores de s ($s \gg 1$), os efeitos de inércia prevalecem e o perfil de

velocidades tende ao de uma onda plana, e tem-se $\Gamma \cong j$, na qual os efeitos viscotérmicos são mínimos e a velocidade de propagação da onda é praticamente igual à propagação no meio sem viscosidade (propagação livre).

Na Figura 3.7, tem-se o perfil de onda acústica para alguns números de onda s .

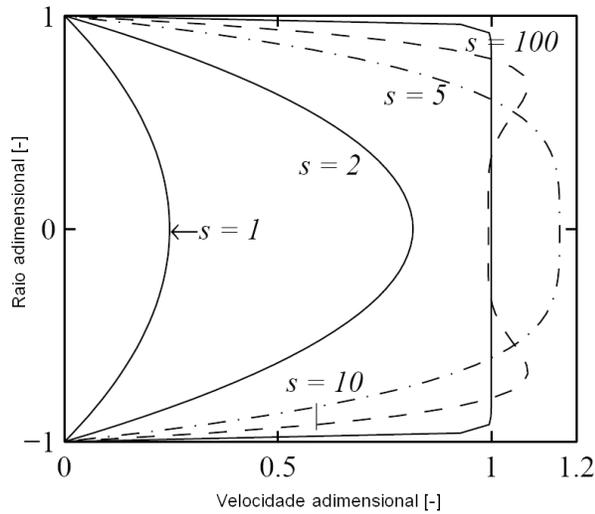


Figura 3.7 - Perfil de onda acústica em função dos números de onda s [15].

Na Figura 3.8 a seguir, tem-se a plotagem do número de onda s para alguns diâmetros.

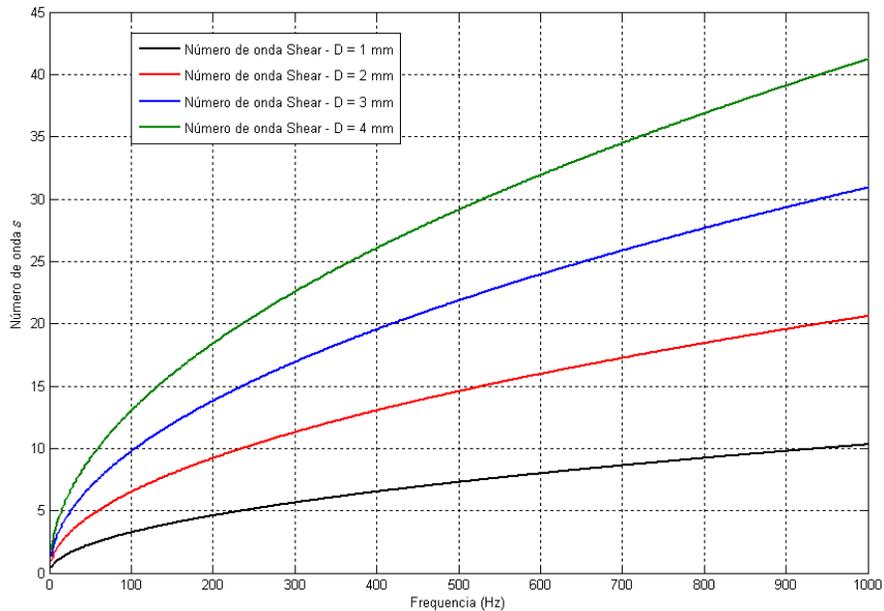


Figura 3.8 - Número de onda s para alguns diâmetros.

Pode-se observar que quanto menor o diâmetro do duto e menor a frequência, menor será o número de onda s , havendo assim maiores dissipações associadas aos efeitos viscotérmicos.

Para $s > 10$ pode-se usar a aproximação de Kirchhoff, para o cálculo de G , como segue.

$$G = -\frac{j}{\Gamma} \quad (3.28)$$

Por exemplo, para $D = 2\text{mm}$, a aproximação de Kirchhoff somente é aplicável acima da frequência de 250Hz ($s > 10$), onde observa-se um erro menor em relação ao modelo *LRF*.

Uma maneira mais simplificada de considerar os efeitos viscotérmicos em dutos, seria a aplicação de um número de onda complexo $k = k_1 + jk_2$ nas expressões do campo de pressão e velocidade de partícula, o qual seria equivalente a aplicação de Γ . A propagação é representada por $k_1 \cong \omega / c_0$ e a atenuação k_2 é dada por [27]:

$$k_{2_{\text{cam.lim}}} = \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2c_0^2 \rho_0 R} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{\sigma^2} \right)} \quad (3.29)$$

Para o modelo *LRF*, o coeficiente G é obtido da seguinte maneira:

$$G = -\frac{j}{\Gamma} \left(\frac{\gamma}{n} \right) \quad (3.30)$$

A seguir, na Figura 3.9, tem-se o gráfico de Γ em função da frequência, para os diâmetros de 7mm e 3mm.

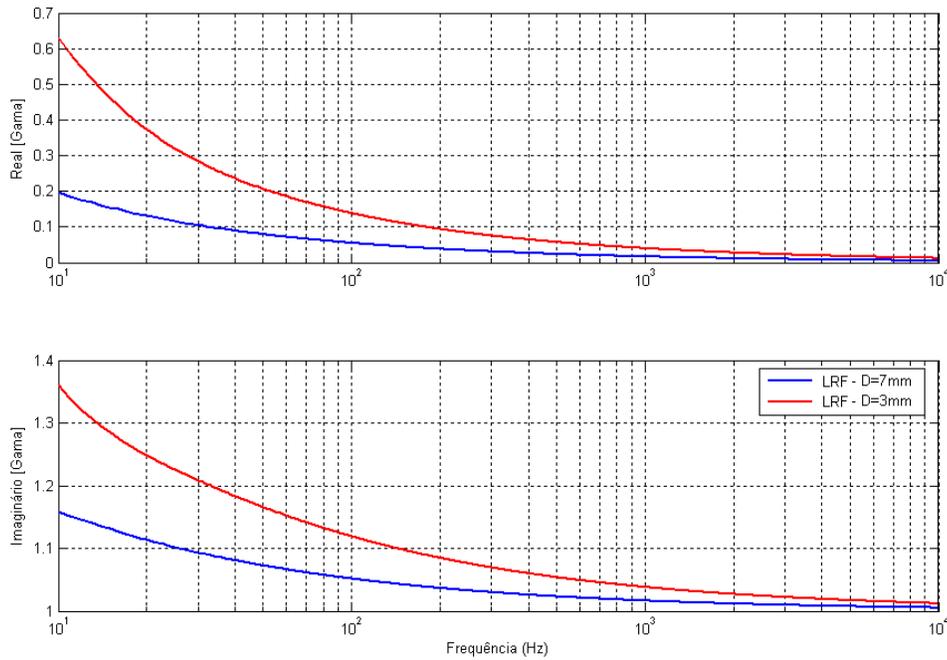


Figura 3.9 - Função Γ para o ar a 20°C considerando $D=3mm$ e $D=7mm$ (LRF).

Pode-se concluir que a parcela real de Γ é próxima de 0 e a parcela imaginária é próxima de 1. Ou seja, quanto maior o diâmetro do tubo em questão, maior o valor do número de onda s , e Γ tende a valores próximos ao imaginário puro j , como já observado anteriormente. A seguir, na Figura 3.10 e na Figura 3.11, tem-se a comparação dos métodos *Low Reduced Frequency (LRF)* e a aproximação de Kirchhoff para um tubo de diâmetro 2mm.

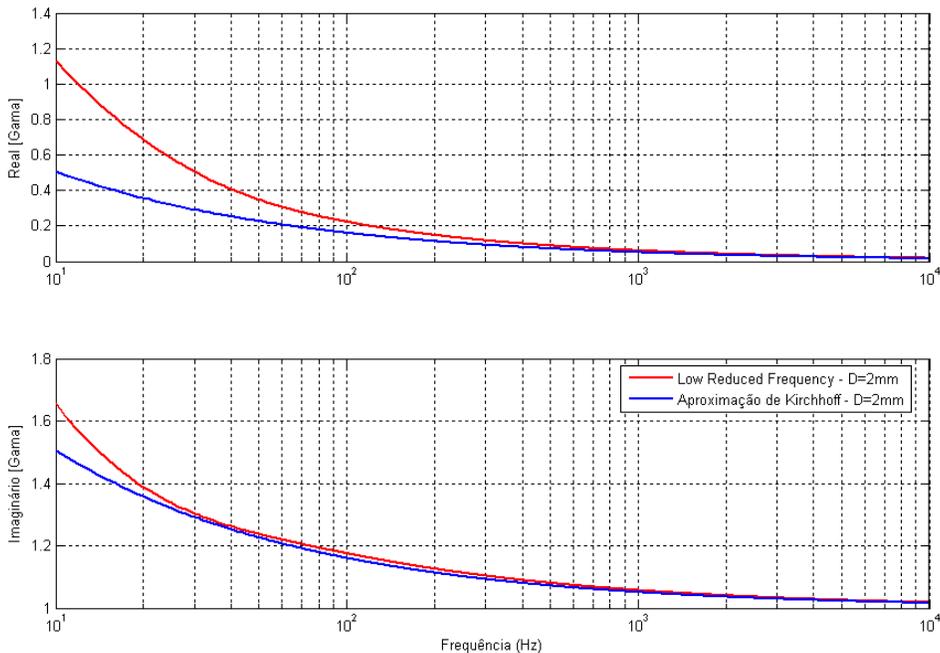


Figura 3.10 - Comparação dos métodos *Low Reduced Frequency (LRF)* e a aproximação de Kirchhoff para Γ em função da frequência para o ar a 20°C.

Observa-se que em baixas frequências ($f < 100\text{Hz}$), o método da aproximação de Kirchhoff apresenta maior divergência em relação ao *LRF*.

Na Figura 3.11, tem-se uma plotagem mais detalhada da parte real de Γ e do inverso da parte imaginária de Γ , em função do número de onda s , comparando assim os modelos.

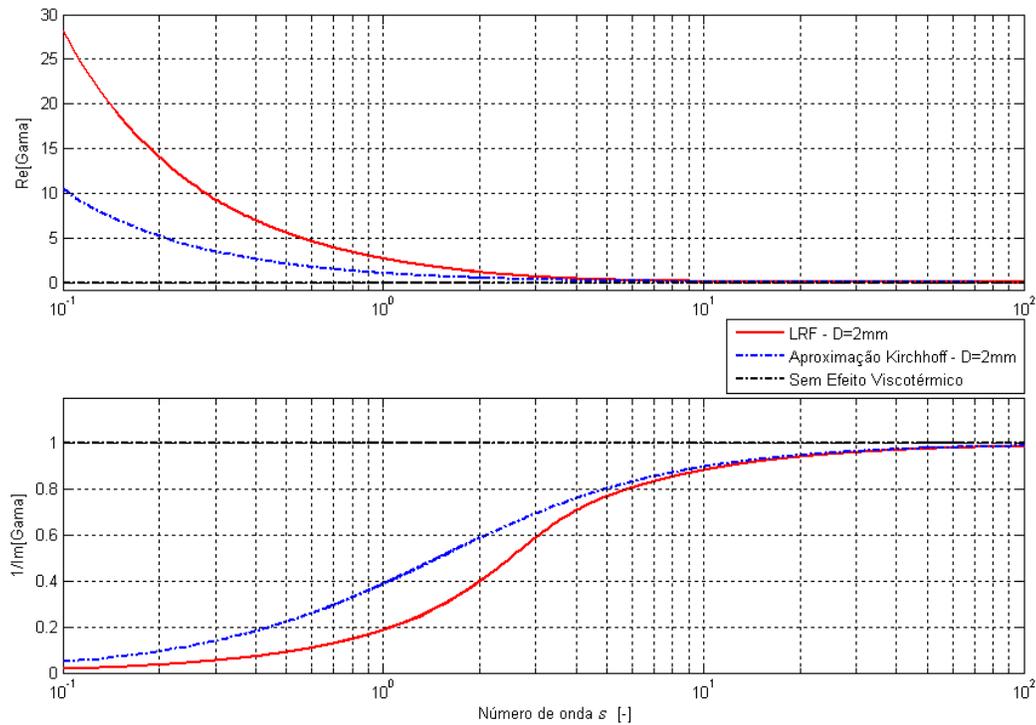


Figura 3.11 - Comparação dos métodos *Low Reduced Frequency (LRF)* e a aproximação de Kirchhoff em função do número de onda s para o ar a 20°C .

O modelo de Kirchhoff é aplicado para $s > 10$, onde se observa boa correlação com o modelo *LRF*. Nota-se que a parte imaginária de Γ torna-se unitária e a parte real tende a zero para elevados números de onda s ($s \approx 100$), ou seja, em alta frequência tem-se $\Gamma \cong j$, mesmo para um diâmetro de 2mm . Pode-se observar também que o erro entre os modelos *LRF* e aproximação de Kirchhoff é mais relevante para $s < 5$ ($f < 60\text{Hz}$).

Este desenvolvimento é de grande importância, visto que os tubos ressonantes em geral apresentam pequenos diâmetros ($1\text{mm} \sim 10\text{mm}$) e, então, maiores serão as contribuições de perdas por cisalhamento na propagação da onda sonora.

Portanto, as propostas de solução do campo acústico apresentam o coeficiente de propagação viscotérmico Γ , uma grandeza complexa. Considerando os efeitos viscotérmicos a partir deste coeficiente, tanto na análise analítica quanto na numérica, pode-se perceber que o diâmetro dos tubos ressonantes apresenta uma influência significativa quanto a este efeito.

Quando se considera diâmetro de tubos ressonantes maiores, a curva de resposta em frequência não sofre grande influência devido o efeito viscotérmico, no entanto a grande massa de ar do ressonador tem maior capacidade de atenuar destrutivamente o pico central da ressonância do tubo principal.

Mas, por outro lado, quando se utiliza tubos ressonantes com diâmetros menores, o efeito devido às perdas viscotérmicas é maior, aumentando a eficiência do ressonador, e o efeito reativo dos picos sobressalentes é menor.

Estes efeitos viscotérmicos devido ao cisalhamento nas paredes do duto podem ser mais bem visualizados nas curvas de resposta em frequência das Figura 3.12 e Figura 3.13.

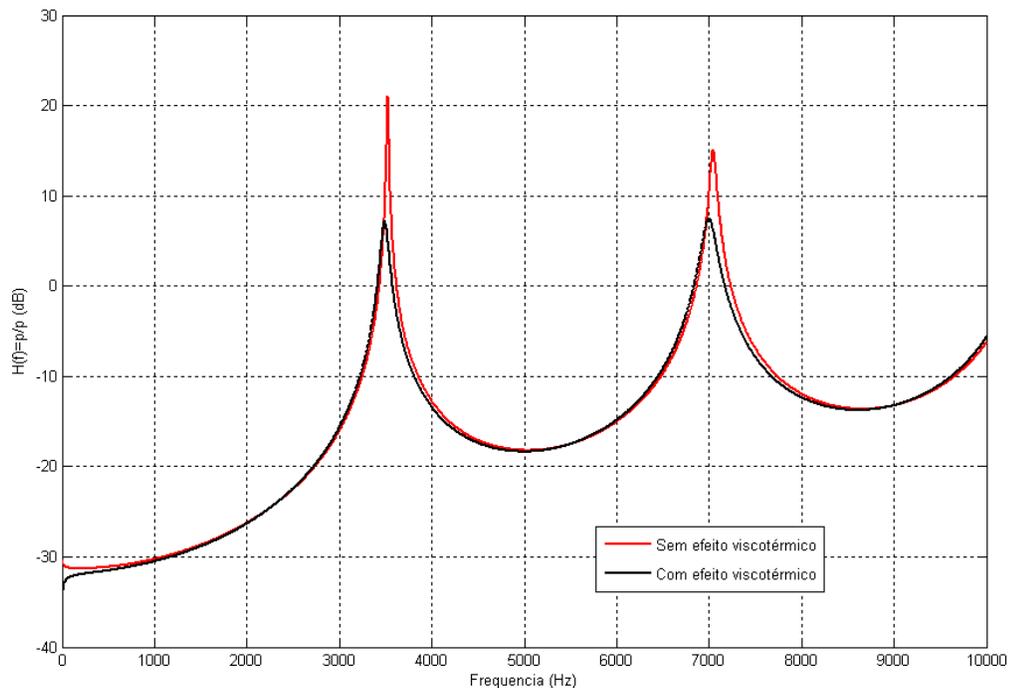


Figura 3.12 - Análise analítica dos efeitos viscotérmicos - tubo de 50mm de comprimento e 7mm de diâmetro para o ar a 20°C.

As curvas de resposta foram construídas analiticamente com uma resolução de frequência de 5Hz. Pode-se observar que o efeito viscotérmico tende a amortecer os picos de ressonância do duto, devido à dissipação de energia sonora no seu interior. Considerando o efeito viscotérmico, nota-se um pequeno deslocamento na frequência, devido a uma pequena redução na velocidade de propagação do som.

Na Figura 3.13, pode-se visualizar o efeito da aplicação do tubo ressonante na curva de resposta, e os efeitos viscotérmicos do mesmo.

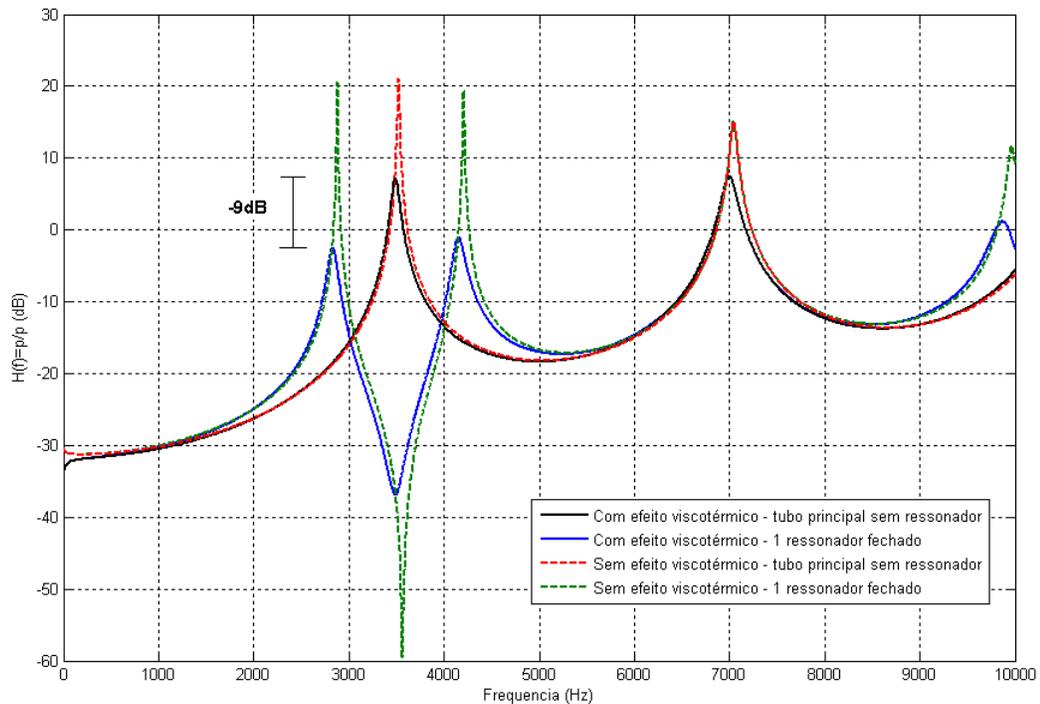


Figura 3.13 - Análise analítica dos efeitos viscotérmicos - ressonador de comprimento 22.8mm e 3mm de diâmetro aplicado no centro do duto, o ar a 20°C.

Caso não se considerasse a perdas viscotérmicas, poder-se-ia acreditar que atenuação do primeiro modo, causada pelo tubo ressonante, fosse muito menor do que acontece realmente em relação à amplitude das ressonâncias. E nota-se que a atenuação é bem maior (9dB) quando estes efeitos são considerados.

Pode-se observar na Figura 3.14 a atuação de um tubo ressonante para vários diâmetros na resposta em frequência analítica de um tubo principal, cujas características geométricas são:

Diâmetro do tubo: $D = 7mm$;

Comprimento do tubo: $L_T = 50mm$;

Posição de aplicação do ressonador no tubo principal: $L_1 = 25mm$;

Comprimento do ressonador fechado: $L_{r1} = 22.8mm$;

Diâmetro do ressonador fechado $D_r = 1mm \sim 2.5mm$;

As influências devido o efeito viscotérmico são mais visíveis nos tubos de menores diâmetros, no entanto, verifica-se que a atenuação global do primeiro modo do tubo principal é menor, devido apresentar menor massa e inércia, e maior rigidez.

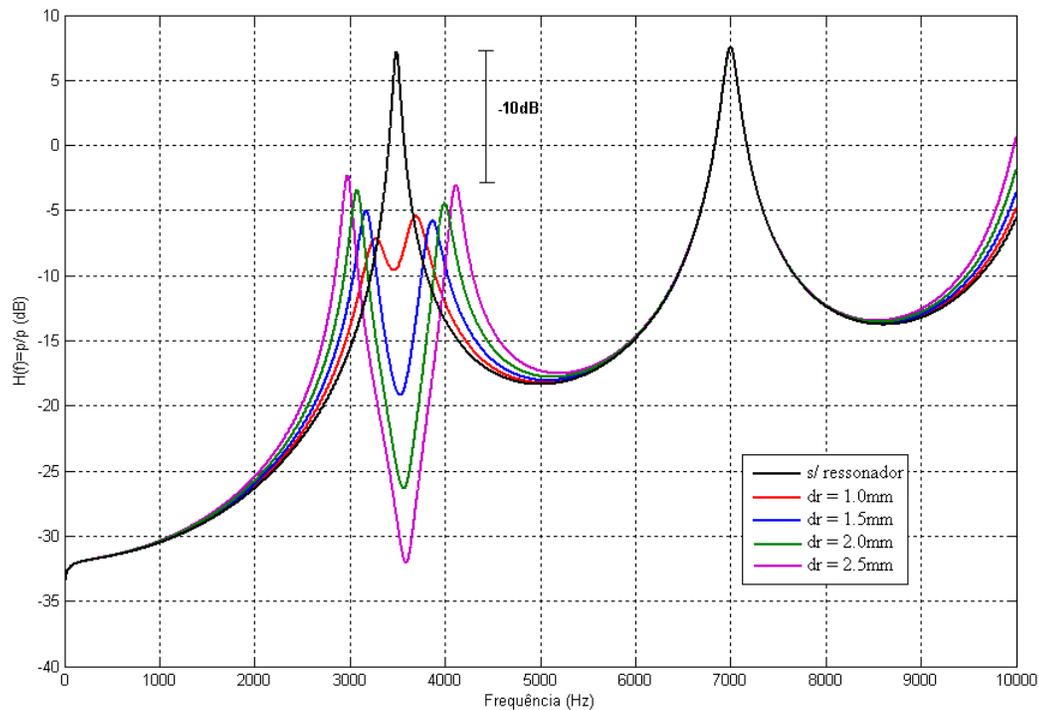


Figura 3.14 - Minimização dos picos de ressonância de um tubo principal aplicando-se um tubo ressonante aberto / fechado para o ar a 20 °C.

A partir das curvas de resposta em frequência, pôde-se plotar a curva de atenuação entre as extremidades do tubo principal. As curvas de atenuação foram obtidas através da diferença entre as respostas em frequência, com e sem aplicação de ressonador.

Na Figura 3.15, observa-se a comparação da atenuação obtida pela aplicação de um tubo ressonante, para vários diâmetros. Desta forma, pode-se notar que quando são aplicados tubos ressonantes de pequenos diâmetros, a atenuação da frequência central do modo de ressonância é menor. No entanto, ocorre uma menor amplificação dos modos adjacentes, e o pico máximo de ressonância da configuração também será menor. Quando tubos de maiores diâmetros são aplicados, a atenuação central da ressonância é maior, assim como a amplificação dos modos adjacentes também é maior.

Para o tubo ressonante de 2.5mm de diâmetro aplicado, observa-se uma atenuação máxima de 40 dB, e uma amplificação dos modos residuais de 13 dB. Para o tubo ressonante de 1.0mm de diâmetro, tem-se uma atenuação máxima de 15 dB, e uma amplificação dos modos residuais de apenas 2 dB. Isto ocorre devido ao maior efeito reativo com menores dissipações viscotérmicas do tubo ressonante de 2.5mm em relação ao tubo ressonante de 1.0mm de diâmetro.

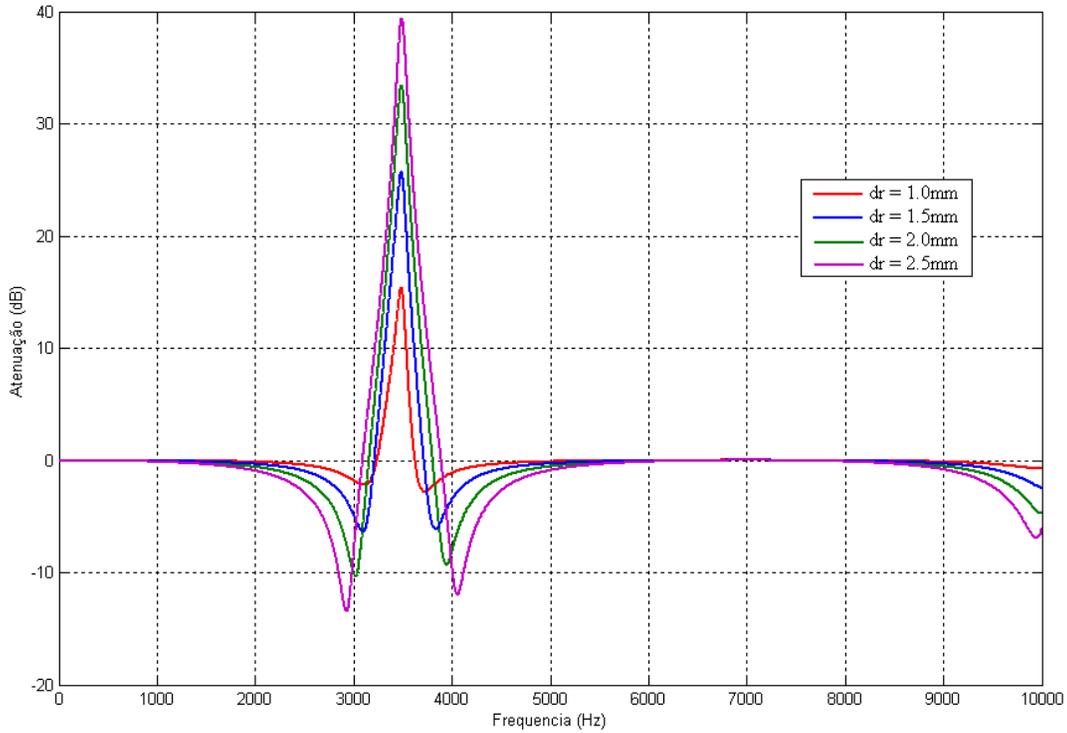


Figura 3.15 - Atenuação devida à aplicação de tubos ressonantes.

Nota-se que a atenuação é maior para diâmetros de ressonadores maiores, no entanto têm-se picos adjacentes que apresentam maior transmissão de energia sonora, devido ao maior efeito reativo do ressonador, como já observado anteriormente.

A densidade de energia sonora de uma onda plana no interior de um duto pode ser calculada através da Equação (3.31), na forma da energia potencial máxima:

$$\bar{E} = \frac{P_{rms}^2}{\rho_o c_o^2} = \frac{P^2}{2\rho_o c_o^2} \quad (3.31)$$

onde P é a amplitude da onda plana. Equacionando o balanço de energia para um volume de controle na posição de aplicação do ressonador em $x = 0$, nota-se que devido o efeito viscotérmico, uma parcela da energia incidente, $\alpha \left| P_A \right|^2$, é dissipada no ressonador [15]:

$$\bar{E}_{diss} = \bar{E}_{in} - \bar{E}_{out} \rightarrow \alpha \left| P_A \right|^2 = \left| P_A \right|^2 - \left| P_B \right|^2 - \left| P_C \right|^2 - \left| P_D \right|^2 \quad (3.32)$$

O coeficiente de absorção α fornece a informação sobre a energia acústica que determinado material absorve de uma onda incidente. É um coeficiente de valor adimensional, entre 0 e 1. No caso da aplicação do tubo ressonante sobre um tubo principal, calculou-se o coeficiente de absorção no nó de intersecção dos tubos através da seguinte equação:

$$\alpha = 1 - \frac{|P_B^{FO}|}{|P_A^{FO}|} - \frac{|P_C^{FO}| - |P_D^{FO}|}{|P_A^{FO}|} \quad (3.33)$$

onde P_A^{FO} é a onda acústica incidente no interior do tubo principal e P_B^{FO} é onda refletida antes da aplicação do ressonador; P_C^{FO} é a onda transmitida a partir do ressonador e P_D^{FO} é a onda refletida a partir da terminação não-flangeada.

O coeficiente de absorção, obtido com a aplicação de um tubo ressonante, para vários diâmetros é visualizada na Figura 3.16 a seguir.

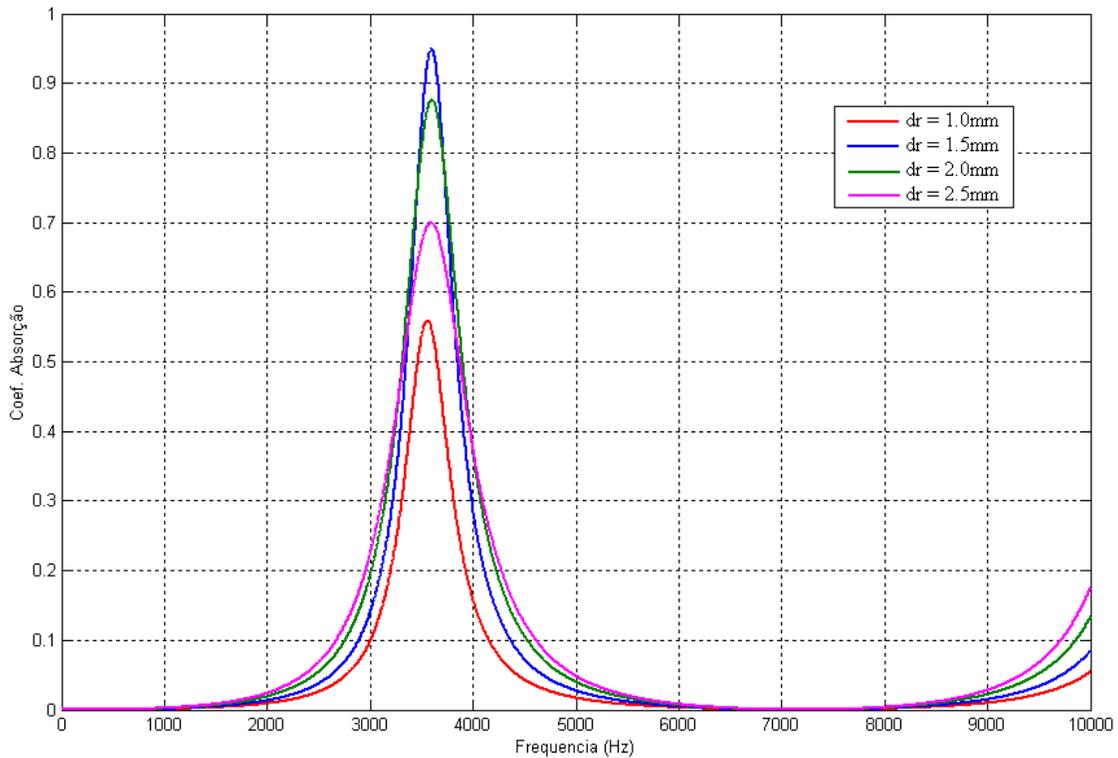


Figura 3.16 - Coeficiente de absorção devida à aplicação de tubos ressonantes.

Observa-se que para o diâmetro de 1.5mm o coeficiente de absorção apresenta maior valor, onde nota-se que o efeito viscotérmico e o efeito de inércia atuam em conjunto de forma ótima, apresentando maior capacidade de absorção da energia sonora incidente no interior do duto principal. O gráfico de atenuação mostra informações de possíveis ampliações devida aplicação de tubos ressonantes, e no caso do coeficiente de absorção, estas informações são camufladas, não sendo assim o melhor parâmetro para análise e validação.

3.5. Modelo numérico equivalente de um tubo ressonante considerando efeitos viscotérmicos.

Sabe-se que a parcela viscosa Γ é função da frequência e do raio do tubo. No software *Virtual Lab*[®], é possível modelar o fluido utilizando estes efeitos viscotérmicos na velocidade do som, que agora se torna uma velocidade complexa \tilde{c} .

Da mesma forma, esta nova velocidade do som complexa depende da frequência e do raio do tubo em questão, podendo este ser o tubo ressonante ou o tubo principal. É necessário então construir uma tabela no formato *.txt* a partir do *Matlab*, com valores de \tilde{c} complexo em função da frequência, para cada raio do ressonador utilizado e para o raio do tubo principal. Desta forma, modela-se um fluido com velocidades do som complexas diferentes, para cada tubo (ressonante ou tubo principal), e para cada frequência.

Uma forma de representar os efeitos viscotérmicos em *softwares* de simulação de elementos finitos seria através do amortecimento equivalente, acrescentando-se uma parcela imaginária na velocidade do som da seguinte forma:

$$\tilde{c} = c_0(1 + j\eta) \quad (3.34)$$

onde \tilde{c} é a nova velocidade do som, c_0 corresponde a parte real da velocidade do som e η corresponde ao amortecimento equivalente.

Para encontrar um valor de η deve-se alterar a solução da equação de onda dada na Equação 3.27 da seguinte maneira:

$$P(x,t) = \left(P_A e^{j(\tilde{k}x - \omega t)} + P_B e^{-j(\tilde{k}x - \omega t)} \right) e^{-\Gamma \omega t} \quad (3.35)$$

onde \tilde{k} é o número de onda complexo dado por:

$$\tilde{k} = \frac{\Gamma}{j c_0} \omega \quad \text{ou} \quad \frac{\omega}{\tilde{c}} = \frac{\Gamma \omega}{j c_0} \quad (3.36)$$

Logo, conclui-se que:

$$\tilde{c} = \frac{j c_0}{\Gamma} \quad (3.37)$$

Na Figura 3.17 pode-se observar a parte real e imaginária da velocidade do som complexa para o ar a 20 °C, em função da frequência, considerando tubos de vários diâmetros.

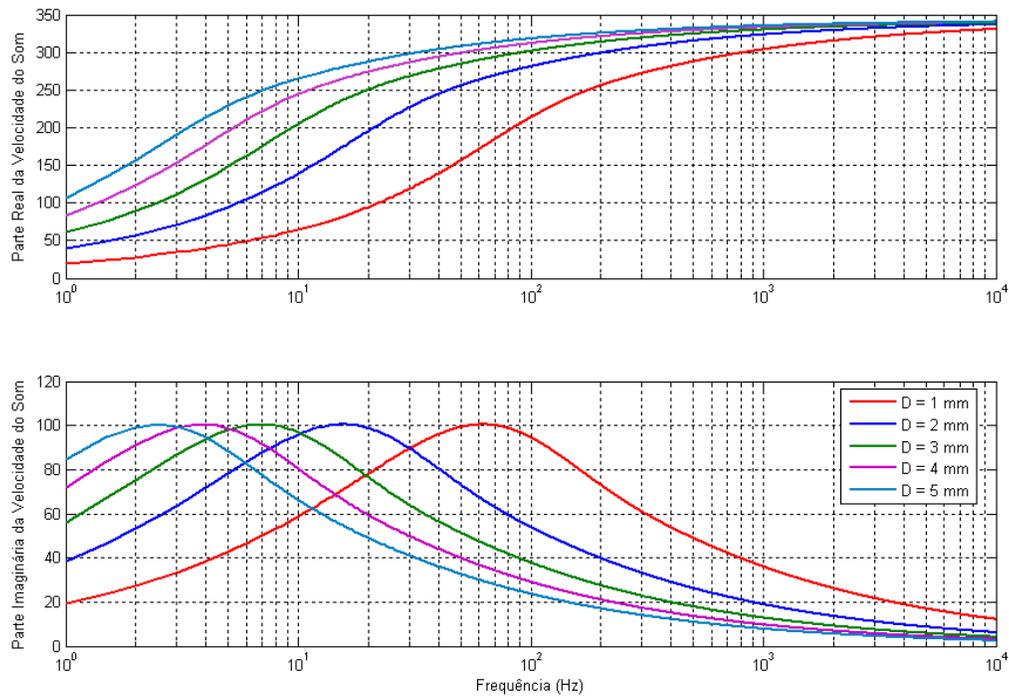


Figura 3.17 - Velocidade do som complexa em m/s para vários diâmetros.

Sabe-se que a parte real da velocidade do som complexa representa propagação, e a parte imaginária representa atenuação da onda sonora. Pode-se observar, que em altas frequências (10kHz), a parte real de \tilde{c} é aproximadamente c_0 . Nota-se também que a parte imaginária de \tilde{c} é menor nas altas frequências, devido ao amortecimento e à dissipação viscotérmica serem menores.

Desta forma, conclui-se que a nova velocidade do som complexa pode ser utilizada de forma simples em *softwares* de simulação numérica como o *Virtual Lab*, para assim representar as perdas viscotérmicas nestes modelos, e validá-los analiticamente e experimentalmente. A partir da velocidade complexa do som, pode-se obter o amortecimento equivalente η através da razão da parte imaginária pela parte real de \tilde{c} . Considerando o ar a 20 °C, observa-se na Figura 3.18 o amortecimento, considerando tubos de vários diâmetros.

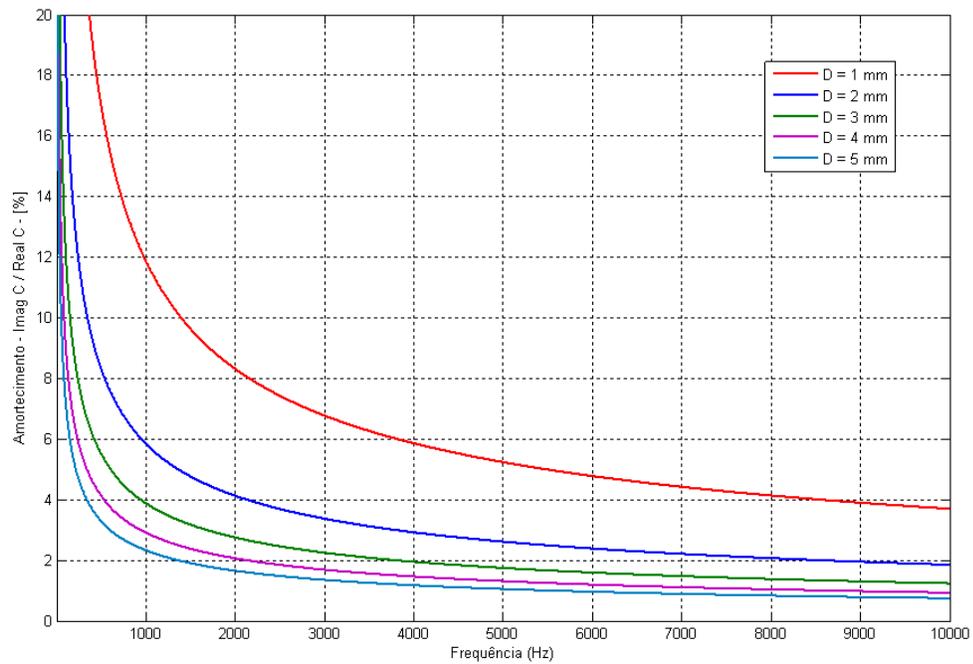


Figura 3.18 - Amortecimento equivalente para vários diâmetros de tubos.

Nota-se que tubos de maior diâmetro apresentam menor amortecimento, devido a menor dissipação por efeitos viscotérmicos. Em baixas frequências, a dissipação viscotérmica e o amortecimento são maiores, de acordo com as conclusões obtidas anteriormente. Considerando tubos de 4 a 5 mm de diâmetro, observa-se um amortecimento equivalente da ordem de 1 a 2 % na velocidade do som, para frequências maiores que 1 kHz. Nos modelos numéricos, poderia-se utilizar de forma simplificada, a velocidade complexa do som em função do amortecimento para frequências acima de 5 kHz, como sendo $c_0(1 + j\eta) = 343(1 + 0,01j)$, considerando o ar a 20°C.

CAPÍTULO 4

MODELOS NUMÉRICOS

Propõe-se modelar através do método dos elementos finitos, tubos simples e cavidades, com e sem a aplicação de ressonadores, obtendo-se o campo de pressão e a resposta em frequência dos mesmos, a partir de condições de contorno impostas. Obtendo-se estes resultados, será realizada a validação analítica e experimental dos modelos numéricos.

4.1. Método de elementos finitos (FEM)

O objetivo da simulação numérica é discretizar o domínio em elementos suficientemente pequenos e calcular as velocidades e pressões acústicas em todos os nós da malha, que representa o fluido no interior dos tubos. Para obter a resposta é preciso aplicar propriedades do fluido que compõe o domínio bem como as condições de contorno estabelecidas no problema [9]. Neste trabalho será utilizado o método FEM (*Finite Element Method*), utilizando-se o *software Virtual Lab* [33], cuja simulação numérica é realizada no domínio da frequência, para problemas em regime estacionário. O cálculo das respostas desejadas será obtido através do campo de pressão solucionado no problema.

O método dos elementos finitos tem sua origem por volta de 1940, devido às necessidades por cálculos estruturais precisos na engenharia civil e aeronáutica. Em problemas onde o domínio acústico é limitado, o problema é dito interior, como por exemplo, a predição do campo acústico dentro de uma cavidade, como é o caso de tubos e cavidades retangulares. A expressão que governa a propagação de ondas acústicas de pequena amplitude, num meio acústico homogêneo, é dada pela equação da onda linear.

Para a sua solução esta equação é complementada com condições de contorno de pressão sonora e de impedâncias. O conjunto das equações discretizadas pode ser expresso na forma matricial na Equação (4.1), para o domínio da frequência. Representa um sistema de equações diferenciais lineares de segunda ordem, cuja solução pode ser obtida por procedimentos normalizados que resolvem as equações diferenciais com coeficientes constantes para cada incremento na frequência, de modo a obter a distribuição de pressão sonora como resposta [46].

$$M_A \{ \dot{p} \} + C \{ \dot{p} \} + K_A \{ p \} = \{ F_A \} \quad (4.1)$$

no domínio da frequência, tem-se:

$$[K_A + i\omega C - \omega^2 M_A] \{p\} = \{F_A\} \quad (4.2)$$

onde,

$\{F_A\}$: Vetor de forças acústicas nodais, proporcional à aceleração normal, imposta como condição de contorno nas faces da malha de elementos finitos

$[M_A]$: Matriz de massa, independente do incremento no tempo

$[C]$: Matriz de amortecimento, independente do incremento no tempo

$[K_A]$: Matriz rigidez, independente do incremento no tempo

A solução geral dos sistemas de equações diferenciais na forma matricial pode ser obtida usando o método de solução implícito.

4.2. Modelo em Elementos Finitos de Tubos Principais com Admitância de Ressonadores.

O método numérico com admitâncias de tubos ressonantes, que é o inverso da impedância consiste em obter analiticamente as admitâncias de radiação vistas em $x = 0$ dos tubos ressonantes e assim aplicá-las na superfície externa do modelo numérico do tubo principal real, conforme a Figura 4.1. Desta forma, pode-se assim simular a presença de tubos ressonantes no modelo numérico do tubo principal. A vantagem deste método é a redução do tempo computacional, devido ao menor número de elementos que são necessários para se construir a malha da geometria, que no caso é apenas a malha do tubo principal.

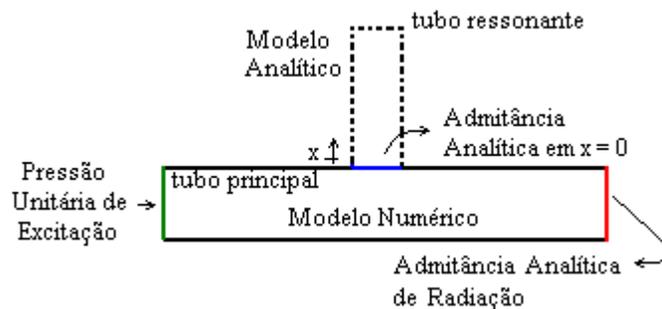


Figura 4.1 – Aplicação de admitâncias ao modelo numérico.

Primeiramente, simulou-se um tubo simples cilíndrico de paredes rígidas com comprimento $L=202.5mm$ e diâmetro interno $D=8.85mm$, para encontrar a resposta em

freqüência e as ressonâncias que se deseja atenuar. Confeccionou-se a malha no *MSC Patran*® 2004 com discretização de 10 elementos por comprimento de onda, na qual a máxima freqüência de análise é 5kHz, isto leva à necessidade de elementos com $\Delta l = 0,006m$ ($\lambda/10 = c_o/10f$), considerando o ar a 20 °C.

Utilizando o método *FEM*, cujo fluido aplicado é o ar a 20°C, as condições de contorno utilizadas foram pressão unitária em $z = 0$ (entrada do tubo) e admitância de radiação não-flangeada (inverso da impedância de radiação), em $z = L = 202.5mm$. Na Figura 4.2 a seguir, pode-se observar a admitância analítica na saída do ressonador aplicada ao modelo numérico do tubo principal, assim como a condição de pressão de excitação.

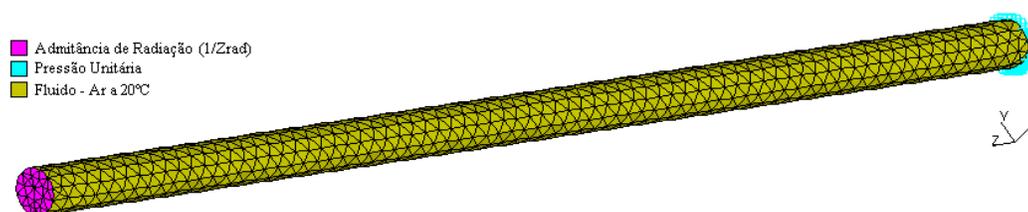


Figura 4.2 - Tubo rígido com 21214 elementos.

A função analítica da impedância de radiação para tubos abertos é observada na Figura 4.3, a seguir, a sua parte real e a parte imaginária, em função da freqüência.

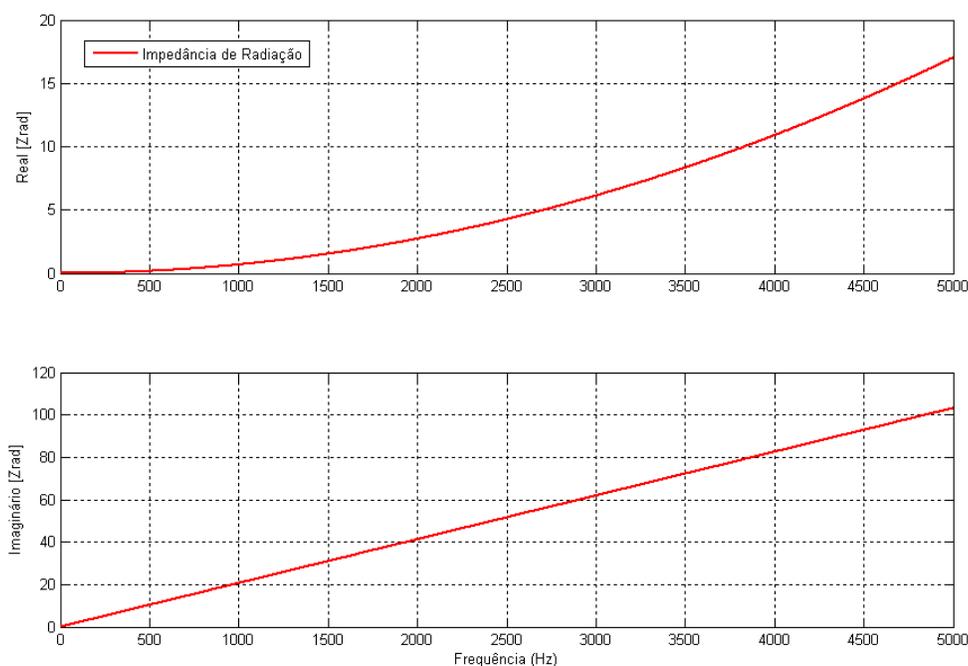


Figura 4.3 - Função analítica da impedância de radiação em Rayls para $D=8.85\text{ mm}$, ar a 20°C.

A admitância de radiação não-flangeada, esta aplicada ao modelo numérico, é o inverso da impedância de radiação já considerando os efeitos viscotérmicos, e pode ser observada na Figura 4.4 a seguir.

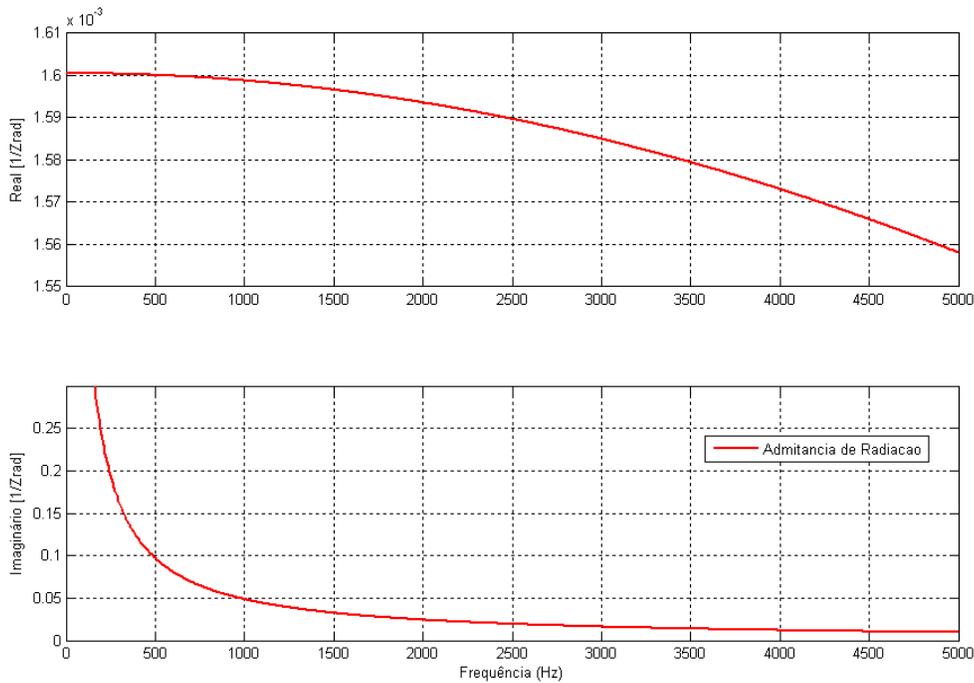


Figura 4.4 - Função analítica da admitância de radiação em $\text{m}^2/\text{s}/\text{Kg}$ para $D=8,85\text{mm}$, ar a 20°C .

A partir do modelo analítico, pode-se obter a pressão acústica ao longo do duto principal através de uma excitação de pressão unitária P_o . Desta maneira, pode-se observar onde são os máximos de pressão ao longo do duto, ou seja, onde a aplicação do tubo ressonante é mais efetiva.

Com intenção de atenuar o segundo, o terceiro e o quarto modo de ressonância do tubo principal, entre 1kHz e 4 kHz, aplicou-se apenas um ressonador aberto-fechado de comprimento 166.7mm , cujos modos fossem grosseiramente coincidentes com os do tubo principal. Os quatro primeiros modos do tubo principal são: 840, 1685, 2540 e 3360Hz. Os quatro primeiros modos do tubo ressonante fechado são: 500, 1505, 2510 e 3520Hz.

Na Figura 4.5 pode-se observar a pressão acústica analítica ao longo do tubo principal sem aplicação de tubo ressonante, para os quatro primeiros modos de ressonância.

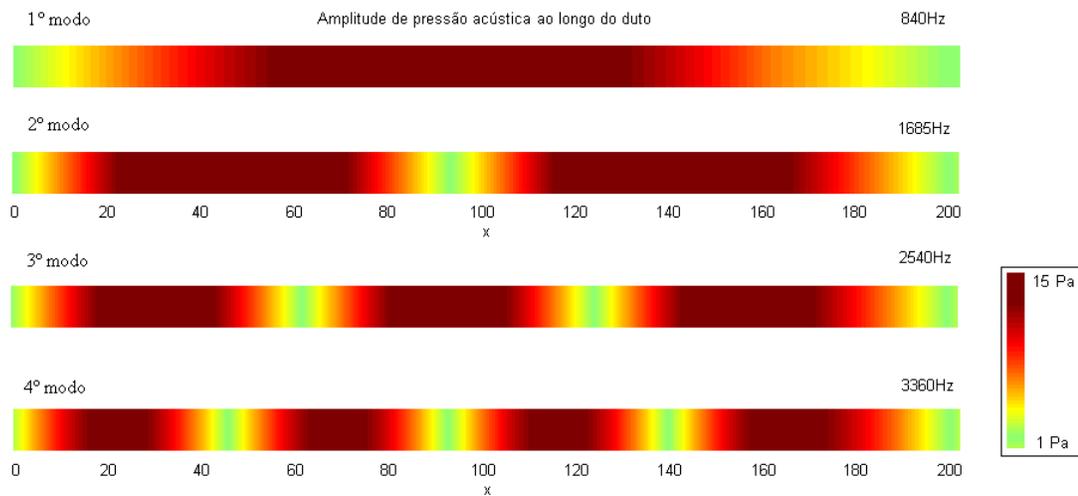


Figura 4.5 - Primeiros modos analíticos do tubo principal.

Desta forma, aplicou-se o tubo ressonante em uma posição de máxima amplitude de pressão para o segundo, terceiro e quarto modo simultaneamente, em $L1 = 174mm$.

A seguir, vê-se a Figura 4.6 do modelo numérico da aplicação da admitância do tubo ressonante.

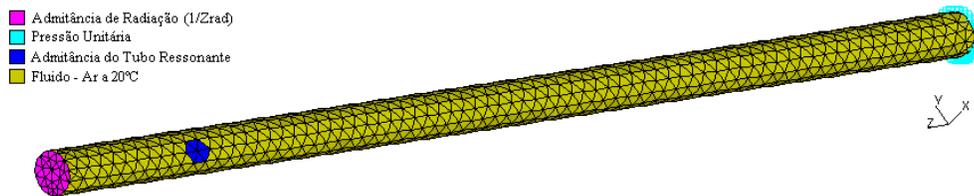


Figura 4.6 - Tubo rígido com aplicação da admitância analítica do tubo ressonante.

Como já observado, utilizou-se apenas um tubo ressonante na forma de admitância, nesta simulação. As dimensões geométricas do tubo principal e do tubo ressonante utilizados são:

Comprimento do tubo principal = $202.5mm$

Diâmetro tubo principal = $8.85mm$

Ponto de aplicação da admitância do tubo ressonante no tubo principal: $L1 = 174mm$;

Comprimento real do tubo ressonante: $Lr1 = 166.7mm$;

Diâmetro do tubo ressonante: $Dr1 = 5.3mm$;

A admitância acústica analítica do tubo ressonante aplicado ao modelo numérico, observada na Figura 4.7, geralmente é corrigida por um fator de correção de áreas. Esta correção depende da razão da área de secção transversal do tubo ressonante pela soma das áreas dos elementos numéricos onde se deseja aplicar a admitância [46]. Como, na maioria das vezes estas áreas não são exatamente iguais, aplica-se esta correção da admitância, dada por:

$$Y_{Corrigida} = \frac{1}{Z_{Corrigida}} = \frac{1}{Z_{Res} (L = 0)} \cdot \frac{A_{Res}}{A_{El. Num.}} \quad (4.3)$$

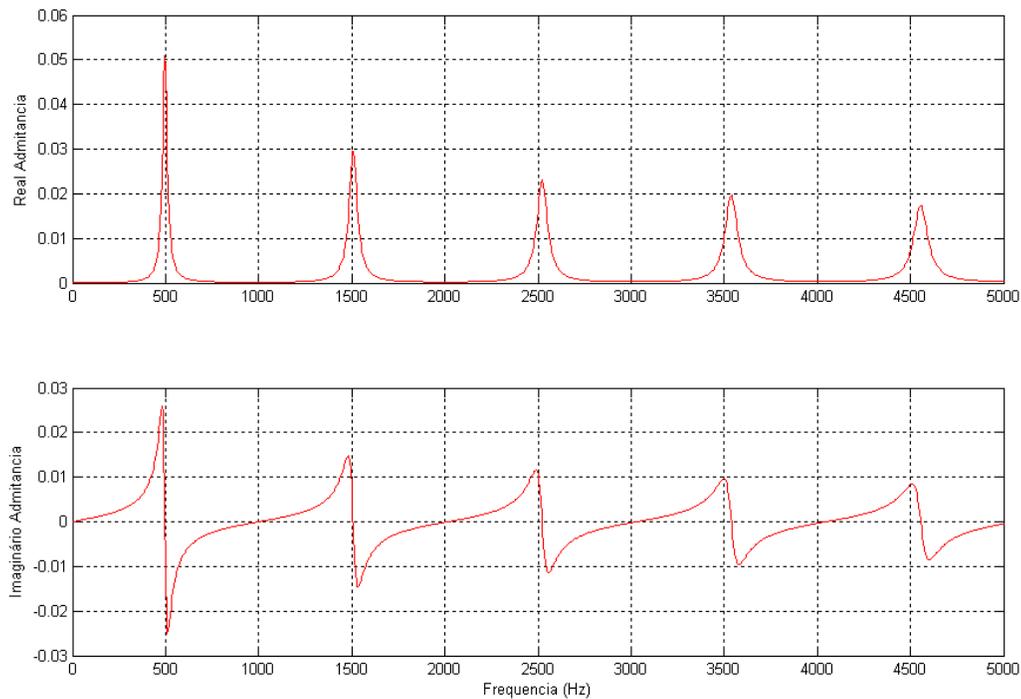


Figura 4.7 - Admitância analítica em m²s/Kg da entrada do tubo ressonante de diâmetro 5,3 mm, para o ar a 20°C.

O efeito viscotérmico no modelo numérico é obtido através da aplicação da velocidade do som complexa em todos elementos do tubo principal, calculada no modelo analítico. A velocidade do som complexa, do tubo principal para este caso, é observada na Figura 4.8 a seguir.

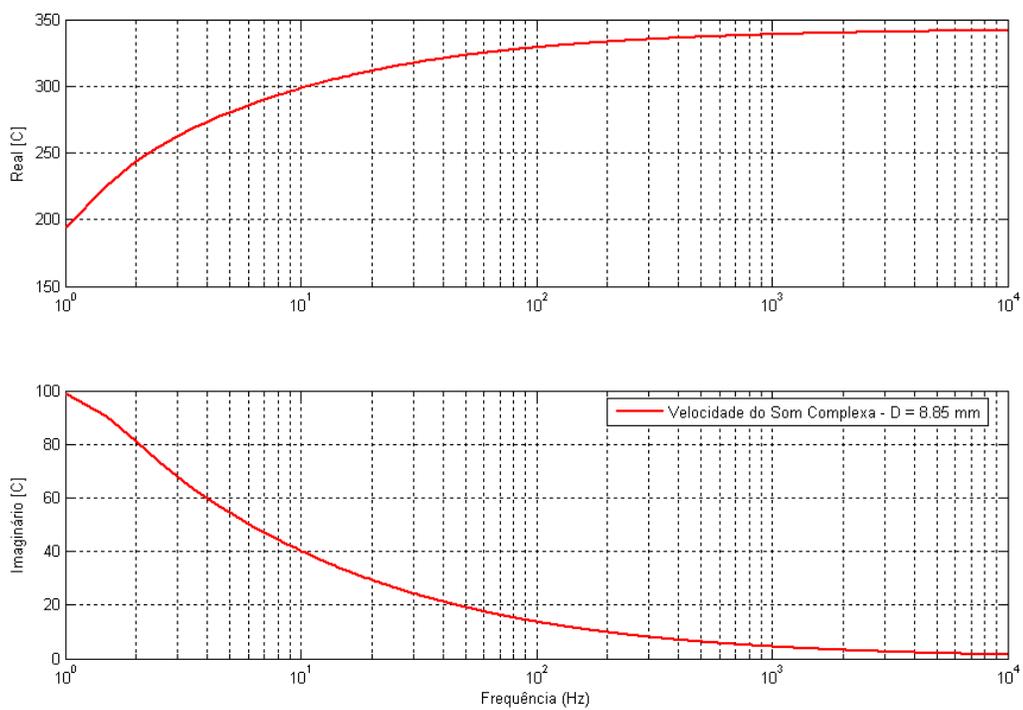


Figura 4.8 - A velocidade do som complexa em m/s para $D = 8.85\text{mm}$, ar a 20 °C .

A seguir, na Figura 4.9, têm-se as comparações das respostas em frequência entre o modelo analítico e numérico aplicando-se admitância do tubo ressonante. A resposta do modelo analítico e numérico foi obtida com um passo na frequência de 2Hz.

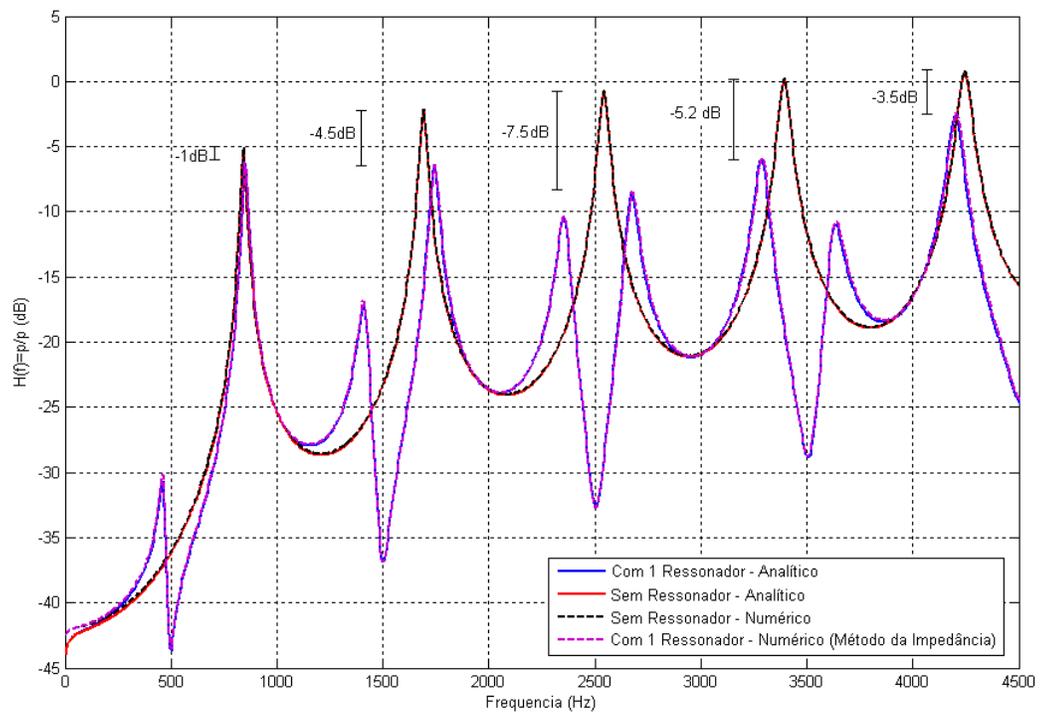


Figura 4.9 - Comparações entre o modelo analítico e numérico da aplicação de um tubo ressonante.

Pode-se observar uma excelente concordância entre o modelo analítico e numérico, tanto para um tubo simples quanto para um tubo com aplicação da admitância do ressonador. Nota-se que o segundo, o terceiro e o quarto modo foram atenuados, com mais ou menos intensidade, de acordo como era esperado.

Para o primeiro modo não houve atenuação significativa (1dB), devido a dois motivos principais: nenhum dos modos do tubo ressonante coincidiu com o primeiro modo do tubo principal, não havendo assim sintonia em relação a este modo. Em segundo plano, a aplicação do tubo ressonante esteve próxima da posição de um nó em relação ao primeiro modo do tubo principal. Desta forma, o tubo ressonante não apresentou energia acústica suficiente para atenuar este primeiro modo. No entanto, nota-se que a interferência da sintonia do primeiro modo do tubo ressonante em 500Hz, na curva de resposta em frequência.

4.3. Modelo Numérico em Elementos Finitos de Tubos Ressonantes

Simulou-se um tubo cilíndrico de paredes rígidas com comprimento $L=202.5 \text{ mm}$ e diâmetro interno $D=8.85 \text{ mm}$, com um tubo ressonante de $L_r=166.7 \text{ mm}$ de comprimento e $d_r=5.3 \text{ mm}$ de diâmetro. A malha é confeccionada com discretização de 10 elementos por comprimento de onda, que no caso da máxima frequência de análise ser 5kHz, leva à necessidade de elementos com $\Delta l \approx 0.006 \text{ m}$.

O modelo numérico em elementos finitos de tubos ressonantes consiste em criar a geometria real da configuração de ressonadores, aplicando apenas a admitância de radiação na saída do tubo principal e a velocidade do som complexa nos elementos do tubo principal e do tubo ressonante, assim como a pressão unitária para a excitação acústica.

A Figura 4.10 mostra o modelo numérico de um tubo ressonante aplicado ao tubo principal. Pode-se notar, que o modelo numérico com tubos apresenta maior número de elementos tetraédricos, no caso 28753 elementos em relação ao modelo anterior com 21214 elementos. As simulações, neste caso, foram 30% mais lentas em relação ao modelo de aplicação da admitância do ressonador.

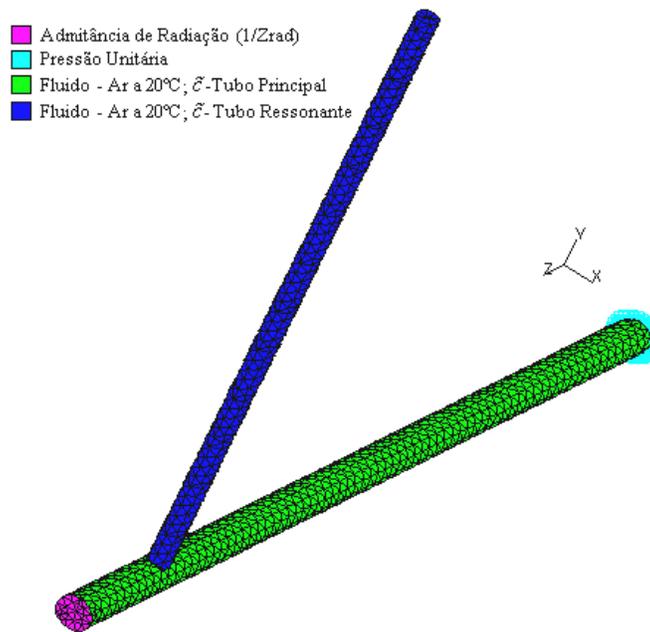


Figura 4.10 - Tubo ressonante com 28753 elementos tetraédricos.

As velocidades do som complexas aplicadas ao modelo numérico, referentes ao ar contido no tubo principal e no tubo ressonante, estão mostradas na Figura 4.11.

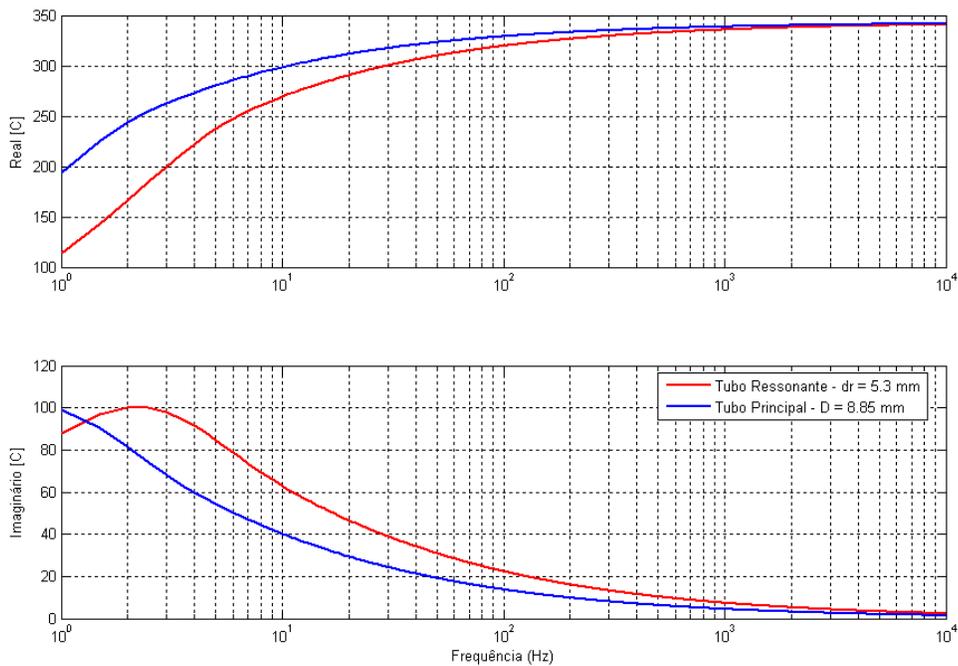


Figura 4.11 - Velocidade do som complexa em m/s para o tubo principal e ressonante para o ar a 20°C.

Devido o diâmetro do tubo principal ser maior do que o diâmetro do tubo ressonante, as perdas viscotérmicas no tubo principal são menores, e assim apresenta menor amortecimento, observado na Figura 4.12.

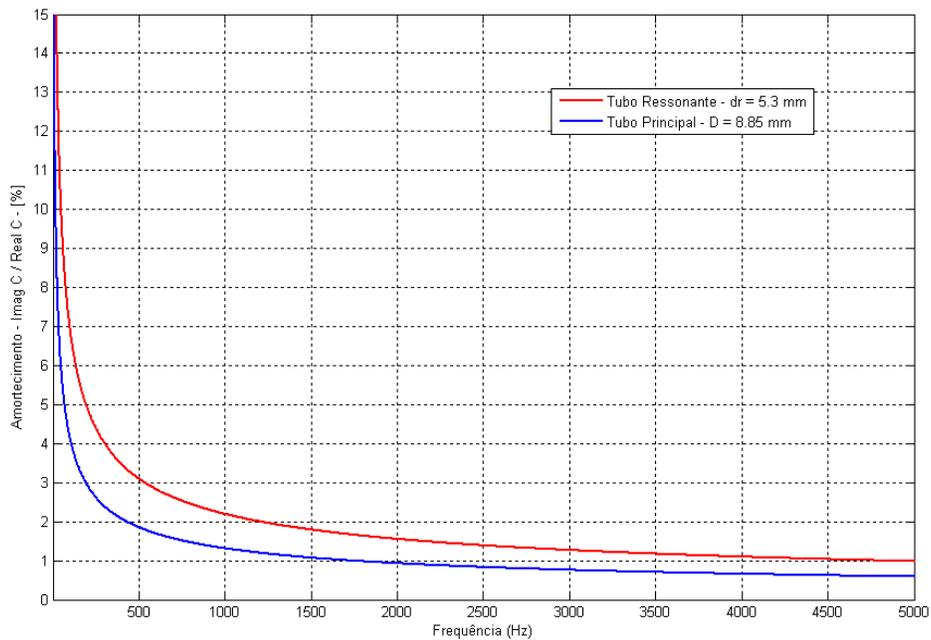


Figura 4.12 - Amortecimento da velocidade do som no tubo principal e ressonante.

A partir de 1kHz, o amortecimento para os tubos em questão é da ordem de $\eta = 1\%$ a 2% na velocidade do som, ou seja, $\underline{u} = 343(1 + 0,02j)$, e estes valores de velocidade do som poderiam ser utilizados de forma aproximada nos modelos numéricos.

Na Figura 4.13, pode-se observar a amplitude de pressão acústica do modelo numérico ao longo do tubo principal e do tubo ressonante, para o terceiro modo atenuado em 2540Hz.

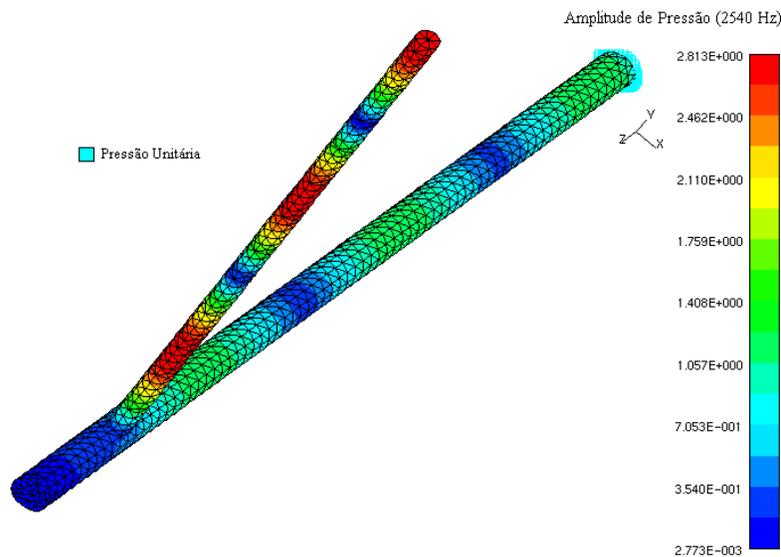


Figura 4.13 - Campo de pressão do modelo numérico para o terceiro modo do tubo principal amortecido.

Observa-se no modelo numérico que ocorre uma atenuação de amplitude de pressão na saída do tubo principal devida à aplicação do tubo ressonante. Os modos do tubo principal ficam recuados em relação à extremidade $z=L$, na saída, e observa-se um nó de mínima amplitude de pressão exatamente no ponto de acoplamento entre o tubo ressonante e o tubo principal. Isto ocorre devido à interferência na frente de onda acústica causada pela aplicação do tubo ressonante. Observa-se também que a amplitude de pressão do tubo ressonante é maior, em relação ao tubo principal, pois o mesmo está recebendo a energia do campo acústico, atenuando a transmissão de energia sonora para a saída do duto principal.

A seguir, na Figura 4.14, têm-se as comparações entre o modelo analítico e o modelo numérico de tubo ressonante, para a resposta em frequência.

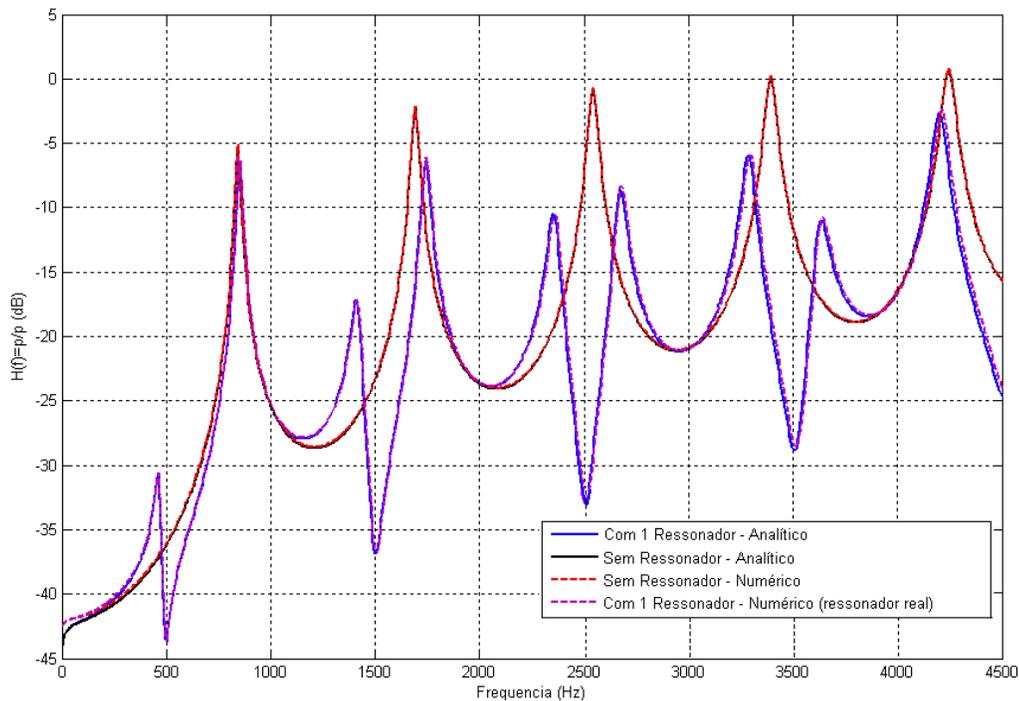


Figura 4.14 - Comparações entre o modelo analítico e numérico da aplicação de um tubo ressonante.

Nesta simulação numérica com aplicação do tubo ressonante real, observa-se também uma excelente concordância com o modelo analítico. Ambas simulações numéricas com aplicação da admitância do ressonador, quanto à aplicação do próprio ressonador em elementos finitos, mostraram-se muito similares com relação à curva de resposta em frequência, sendo assim dois modelos aplicáveis. No entanto, o modelo com ressonadores reais apresentou maior tempo de resolução numérica computacional.

CAPÍTULO 5

VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL

Neste capítulo serão apresentados métodos de medição que podem ser utilizados para a obtenção da curva de resposta em frequência de tubos simples, conjuntos de ressonadores e filtros acústicos (*mufflers*). Serão apresentados os métodos de medição adotados neste trabalho, bem como os resultados obtidos, seguindo-se de uma análise de forma crítica dos resultados.

5.1. Validação Experimental da Aplicação de Um Tubo Ressonante

Neste experimento, primeiramente mediu-se a função de transferência de um tubo principal com paredes rígidas de comprimento $L=202.5 \text{ mm}$ e diâmetro interno $D=8.85 \text{ mm}$. A seguir, aplicou-se um tubo ressonante de comprimento $L_r=166.7 \text{ mm}$ e $d_r=5.3 \text{ mm}$ de diâmetro na posição $x = L_1 = 174 \text{ mm}$ do tubo principal e mediu-se a resposta em frequência da mesma maneira.

Para a validação experimental, foram utilizados dois microfones pré-polarizados de campo livre de ½" B&K 4189, amplificador de potência B&K 2706, software Pulse Labshop v 10.1, calibrador B&K 4231. Os sinais foram processados em um *laptop* HP. Um auto-falante de 4 polegadas ligado a uma mangueira injetava o sinal harmônico de rápido decaimento (*sweep sine*) na entrada do tubo principal do ressonador. A análise foi realizada com uma discretização de 1.5625 Hz no domínio da frequência e utilizou-se a janela *Hanning*.

Durante as medições, dividiu-se a faixa de frequências de interesse (300Hz a 5kHz) em faixas de frequências menores, de forma a se obter bons resultados de coerência. A coerência é uma medida da qualidade da medição. De maneira simples, a coerência é a medida da correlação entre as fases medidas em diferentes pontos de uma onda. Entretanto, mesmo sendo esta uma propriedade de uma onda que se propaga, a coerência está diretamente relacionada às características da fonte da onda. Sabe-se que uma boa medição apresenta coerência próxima de 1.0. As curvas de coerência obtidas através do Pulse serão demonstradas adiante. Para obter-se a $H(f)$ desejada, mediu-se a pressão na entrada e na saída do tubo principal, com ou sem aplicação do tubo ressonante. A pressão sonora emitida foi captada por um par de microfones *B&K* conectados a ponteiros de 12mm de comprimento e 2mm de diâmetro interno. Realiza-se este procedimento devido às dimensões dos microfones,

que interfeririam sobre o campo acústico se estes fossem diretamente colocados na saída ou entrada do tubo principal. A partir desses sinais enviados para o Pulse, pode-se obter a resposta em frequência, a assim comparar com resultados analíticos e numéricos. A montagem dos equipamentos é observada na Figura 5.1.

Após a medição, foi necessário realizar a calibração dos *probes* dos microfones, eliminando assim qualquer eventual influência dos mesmos na medição. Esta correção é necessária para corrigir as diferenças de amplitudes e fases que os probes proporcionam. Eles são posicionados perpendicularmente um de frente para o outro na saída do tubo principal, como na Figura 5.2, e assim obtêm-se a resposta em frequência de correção. Se não houvesse influencia das ponteiros, a curva seria uma reta com amplitude unitária. Assim a resposta em frequência corrigida é dada por [31]:

$$H(f) = \frac{H(f)_{\text{medição}} [Pa / Pa]}{H(f)_{\text{correção}} [Pa / Pa]} \quad (5.1)$$



Figura 5.1 - Montagem dos equipamentos experimentais.



Figura 5.2 - Posicionamento dos ponteiros para calibração.

A curva de calibração das ponteiras assim como a curva de diferença de fase entre os microfones pode ser observada na Figura 5.3.

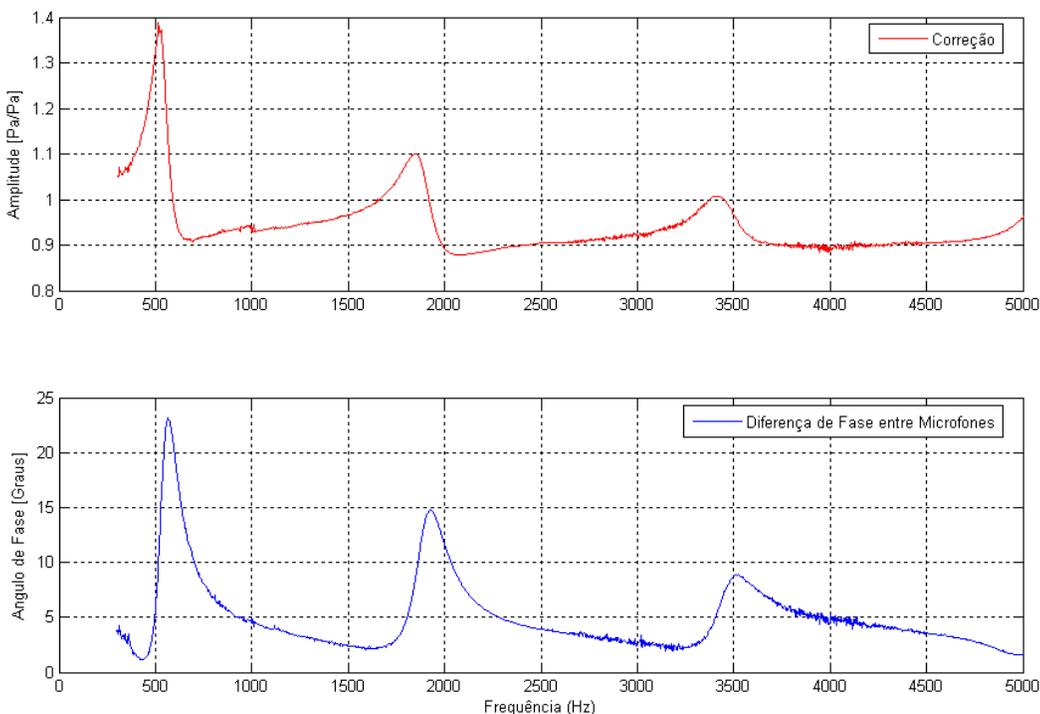


Figura 5.3 - A curva de calibração das ponteiras e diferença de fase entre microfones.

Na Figura 5.4 observa-se a montagem dos probes dos microfones de campo livre, e o tubo ressonante aplicado ao tubo principal.

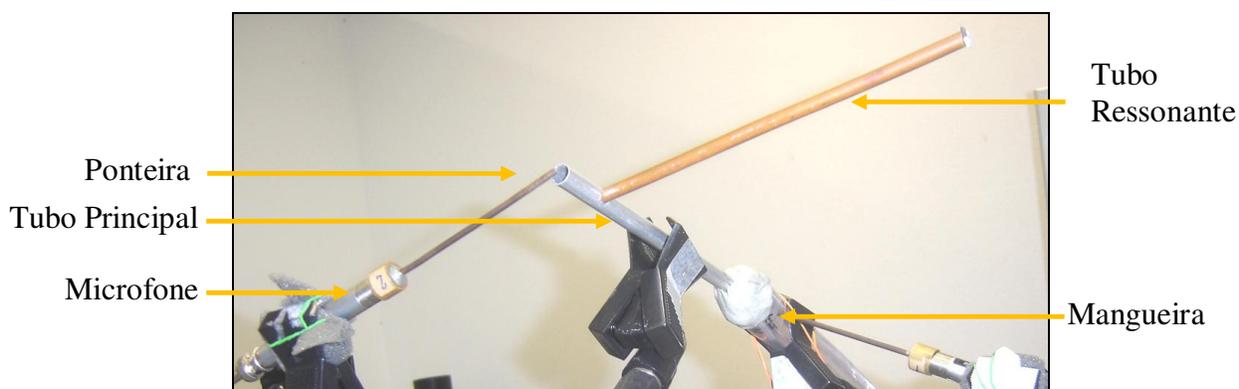


Figura 5.4 - Montagem do protótipo de ressonador.

Na Figura 5.5, observa-se a curva de resposta em freqüência para um tubo principal de 202.25mm de comprimento e 8.85mm de diâmetro, sem ressonadores aplicados, comparando-se o resultado analítico com o experimental.

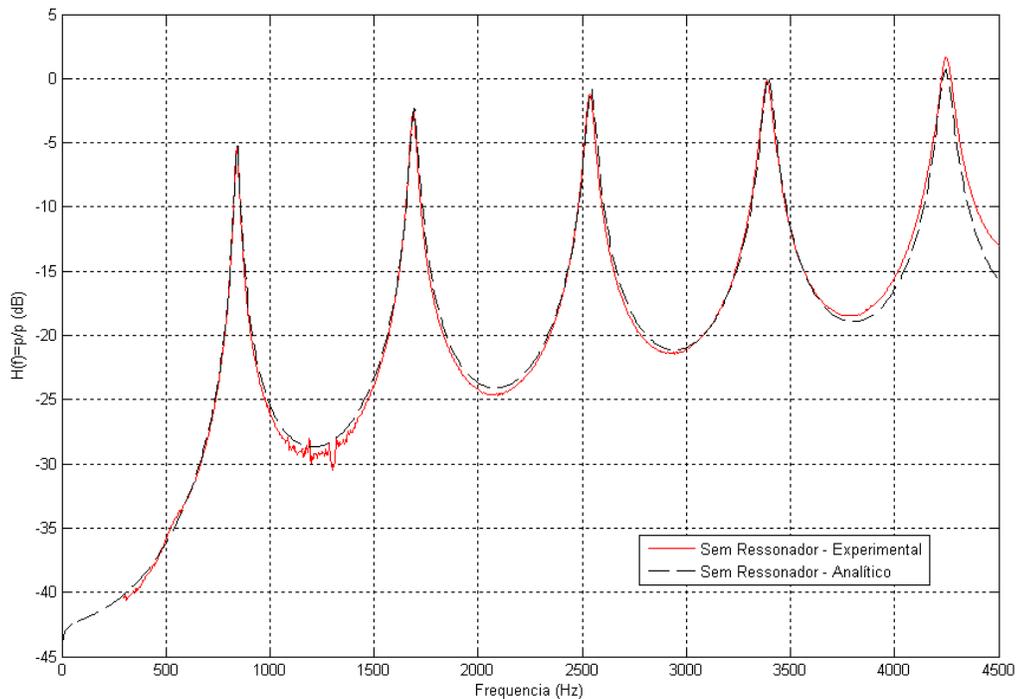


Figura 5.5 - Curva de resposta em frequência sem ressonadores aplicados.

A partir desta curva de resposta em frequência, verifica-se uma excelente concordância do modelo analítico com o modelo experimental, em relação à amplitude e frequência das ressonâncias. Desta forma, pode-se concluir que os efeitos viscotérmicos aplicados ao modelo analítico foram representados de forma satisfatória, e estes descrevem de forma realística o efeito dissipativo que ocorre no interior dos tubos.

Para a aplicação experimental do tubo ressonante sobre o tubo principal, deve-se considerar que erros construtivos de dimensões geométricas podem ter ocorrido. Por exemplo, erro na posição de acoplamento do tubo ressonante com o tubo principal, ou de dimensionamento incorreto do comprimento do tubo ressonante.

Apesar destas possibilidades de erro experimental, ainda nota-se uma boa concordância entre os modelos analíticos e experimentais, estes observados na Figura 5.6.

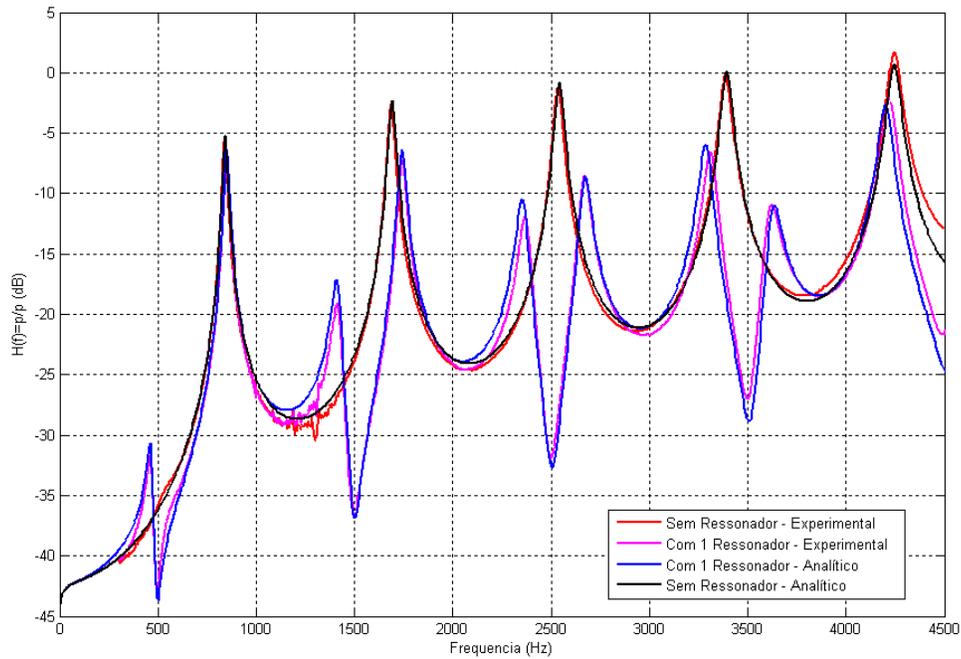
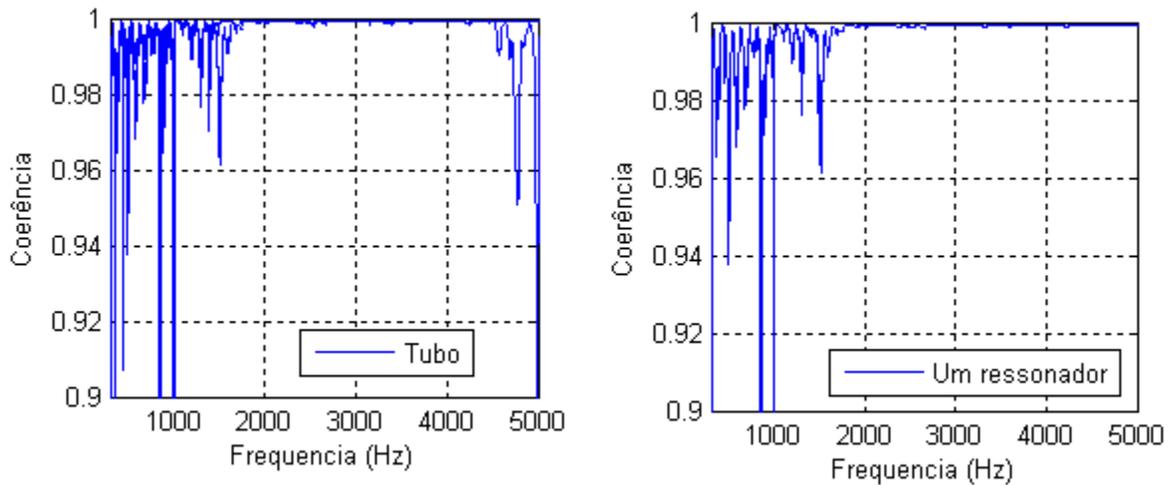


Figura 5.6 - Comparações entre o modelo analítico e experimental da aplicação de um tubo ressonante.

Pode-se notar pequenas diferenças de amplitude, cerca de apenas 2dB, entre alguns picos de ressonância com aplicação do tubo ressonante. A partir desta comparação, pode-se então validar o modelo analítico com o modelo experimental.

A seguir, na Figura 5.7, têm-se as medições da coerência experimental para o tubo simples e para a aplicação do tubo ressonante.



(a)

(b)

Figura 5.7 - Coerência para tubo principal (a) e com aplicação de um ressonador (b).

Pode observar-se que as medições de coerência estão próximas de 1,0 para todo o espectro de frequência analisado. Isto indica uma boa qualidade de medição, dando assim consistência aos resultados experimentais obtidos.

Na Figura 5.8, têm-se as comparações analíticas, numéricas e experimentais da aplicação do tubo ressonante sobre o tubo principal.

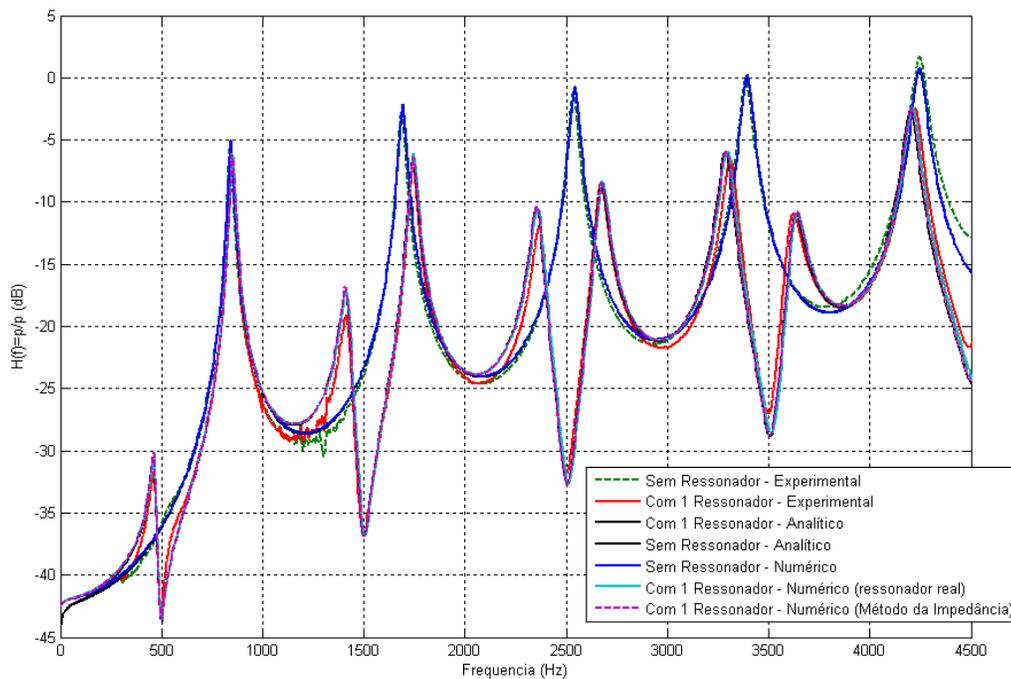


Figura 5.8 - Comparação analítica, numérica e experimental da aplicação do tubo ressonante.

Nota-se que os gráficos plotados em relação aos modelos numéricos e analíticos estão praticamente se sobrepondo. Como o modelo experimental está muito próximo dos modelos analíticos e numéricos, conclui-se que estes podem ser considerados validados para o caso de aplicação de apenas um tubo ressonante sobre o tubo principal.

O caso de aplicação de mais ressonadores, associado à necessidade de otimização e validação experimental, será detalhado no Capítulo 6.

CAPÍTULO 6

OTIMIZAÇÃO

Na aplicação de tubos ressonantes em tubos principais e *mufflers*, existem várias variáveis em relação ao dimensionamento e posicionamento desses tubos, que acabam influenciando na maximização da atenuação do ruído transmitido. A otimização será aplicada às faixas estreitas de frequências dos tubos ressonantes sintonizadas nas frequências de ressonâncias próprias do tubo principal ou do *muffler* para mínima resposta em frequência dos mesmos. Desta forma, quando se necessita maximizar ou minimizar algum parâmetro de performance de um sistema, como neste caso, utiliza-se o processo de otimização. A função objetivo é a atenuação da curva de resposta na faixa de frequência de interesse. Esta otimização é alcançada ajustando-se outros parâmetros chamados de variáveis. Este ajuste é feito sob o controle de um algoritmo de otimização.

No caso dos algoritmos evolutivos, a criação de novas configurações das variáveis de otimização é feita através da combinação de configurações pré-existentes seguindo uma determinada estratégia na qual, de forma simplificada, as configurações que apresentam os melhores valores de função objetivo têm maiores probabilidades em serem recombinadas. O espaço de otimização é o domínio na qual se encontram todas as possíveis combinações de variáveis do sistema. Os algoritmos possuem elementos randômicos responsáveis pela realização de uma procura diversificada, possibilitando que todas as regiões do espaço de otimização sejam vasculhadas de maneira progressiva [17].

Os algoritmos evolutivos têm sido aplicados em problemas de alto índice combinatório onde uma busca exaustiva é impraticável. O nome Algoritmos Evolutivos é um termo genérico empregado aos algoritmos de procura com elementos randômicos dos quais, dentre muitos, o mais popular é o Método dos Algoritmos Genéticos. A principal deficiência dos algoritmos evolutivos reside na impossibilidade de se poder afirmar que a verdadeira solução global de otimização foi encontrada. O algoritmo tende a um mínimo global, entretanto, requer muitas iterações sucessivas, o que pode inviabilizar a aplicação prática. No entanto, as soluções alcançadas na prática por estes algoritmos estão muito próximas da solução global e, na maioria dos casos, satisfazem o critério de desempenho exigido pela função objetivo. Em muitas aplicações, não há grandes diferenças entre a solução alcançada e a solução que representa o mínimo ou o máximo global do espaço de procura.

6.1. Algoritmos Genéticos - AG

Este método baseia-se no modelo darwiniano de evolução das espécies. Consiste em gerar um conjunto de soluções através da configuração aleatória das variáveis de otimização do sistema. As soluções são então avaliadas em relação à função objetivo, aqui chamada de função adaptativa. As melhores soluções terão maior probabilidade de serem escolhidas para a reprodução, trocando informações entre si e dando origem a uma nova geração de soluções. A nova geração é avaliada, como havia sido a primeira, dando início ao processo iterativo. Informações relacionadas a este tema podem ser encontradas nas referências [17, 44].

Espera-se que a cada nova geração, os indivíduos apresentem valores melhores em relação à função adaptativa (indivíduos mais adaptados) que os indivíduos das gerações anteriores. Para a realização deste processo, cada variável de otimização é codificada na forma de um *string* (representação binária de um número decimal). A combinação de todos os *strings* que representam cada variável de otimização recebe o nome de cromossomo.

Cada cromossomo corresponde a um sistema com ajuste único de variáveis. O algoritmo genético inicia com uma população de cromossomos que, gerados aleatoriamente, correspondem à primeira geração de soluções. Esta primeira geração de soluções pode ser inicializada através de valores iniciais arbitrados para as variáveis. A próxima geração é alcançada através de três operações básicas: seleção, cruzamento e mutação. Durante a etapa de seleção, um grupo de cromossomos da primeira geração é selecionado. O sorteio dos cromossomos que farão parte deste grupo considera a probabilidade de escolha de cada indivíduo. Esta probabilidade individual é obtida pela avaliação da performance de cada indivíduo da primeira geração em relação à função adaptativa, ou seja, aqueles que apresentarem melhores valores têm maior chance de serem escolhidos. Na etapa de cruzamento alguns cromossomos escolhidos são então unidos em pares de maneira aleatória.

Os pares trocam informações entre si (*bits*, aqui chamados de genes) a partir de um ponto de cruzamento escolhido também aleatoriamente. De cada par surge, portanto, uma prole de dois novos cromossomos. A nova geração é, então, estabelecida a partir dos novos cromossomos e cromossomos da antiga geração. A última operação (mutação) consiste na inversão do valor de um dos *bits* que compõe um cromossomo. Tanto o cromossomo quanto o *bit*, que terá o seu valor invertido, são escolhidos randomicamente.

Esta operação objetiva proporciona uma diversidade randômica das soluções durante a evolução e ajuda a prevenir a convergência prematura do processo. A função da mutação será melhor explicada no próximo item. O número de iterações do processo é pré-

estabelecido, ou definido, por um critério de convergência. Na maioria dos casos, o indivíduo da última geração que apresentar o melhor valor da função adaptativa é escolhido como sendo a melhor solução.

6.2 Aplicação dos Algoritmos Genéticos (AG) ao Modelo Analítico de Tubos Ressonantes

O método dos Algoritmos Genéticos, utilizado neste trabalho, foi implementado no modelo analítico de tubos ressonantes em *Matlab*, versão 7.0. A possibilidade de implementação do AG no modelo analítico, já validado, possui a vantagem de poder executar o processo de otimização e as análises em resposta em frequência, com maior rapidez, minimizando assim o tempo e esforço computacional. Além disso, o algoritmo poderá ser usado em outros processos de otimização, bastando para tanto, uma nova parametrização do problema, como por exemplo, otimização de geometrias simplificadas de *mufflers*.

Para poder ser aplicado na otimização dos tubos ressonantes, o algoritmo foi dividido em seis blocos: geração da população inicial, função objetivo, análise de aptidão, seleção, cruzamento e mutação. A execução de cada bloco segue a ordem do fluxograma, apresentado na Figura 6.1.



Figura 6.1 - Fluxograma de execução do AG no modelo analítico.

Um AG inicia-se com uma população de indivíduos (cromossomos) que representam possíveis soluções do problema a ser resolvido. A população é avaliada e cada cromossomo recebe uma denominada aptidão. Os melhores cromossomos (mais aptos) são selecionados e os piores descartados. Os selecionados podem sofrer cruzamento e mutação, gerando descendentes para a próxima geração. O processo continua até que uma solução satisfatória seja encontrada [23].

Para garantir que as boas soluções permaneçam de uma geração para outra e não sejam perdidas no processo de seleção, os melhores cromossomos serão transferidos integralmente para a nova população (Regra do Elitismo). O restante da população será submetido ao processo de seleção para em seguida sofrer cruzamento e/ou mutação.

O processo de seleção a ser adotado será o da Roleta (*Roulette Wheel*) [17], melhor detalhado posteriormente. O AG seleciona os melhores cromossomos da população inicial (cromossomos pais) para gerar os descendentes (cromossomos filhos). Os cromossomos pais são selecionados com probabilidade p_i , dada pelo quociente entre o valor da função objetivo do cromossomo “ i ” e a soma dos valores da função objetivo de todos os cromossomos da população. Valores maiores de p_i indicam cromossomos mais adaptados e com maior possibilidade de serem escolhidos para sofrerem cruzamento.

Se apenas o operador de reprodução atuar, a população tenderá a se tornar mais homogênea a cada geração. O operador de cruzamento é incluído em um AG por dois motivos: primeiro, ele introduz novas estruturas recombinaando estruturas já existentes; segundo, ele tem um efeito de eliminação dos indivíduos de baixa adaptação.

Na natureza as populações de seres vivos não se modificam apenas devido às combinações das características genéticas dos pais. Muito raramente, acontecem pequenas e, muitas vezes, inexplicáveis modificações na herança genética dos novos seres. São estas raras mutações genéticas que se podem introduzir no modelo dos AG's através da modificação aleatória de um pequeno número de *bits* (genes) dos cromossomos. Na realidade, a mutação é a forma que os AG's têm de introduzir novas características não presentes na população inicial. O critério de parada do algoritmo genético pode ser: o número de gerações; a taxa de convergência, que é o não melhoramento no melhor cromossomo por determinado número de gerações; perda da diversidade, que é a convergência do cromossomo se uma porcentagem da população têm mesmo valor da função de objetivo; ou valor estabelecido para a função objetivo.

Em relação ao problema de otimização do modelo analítico de tubos ressonantes, as variáveis de otimização são as dimensões (comprimentos e diâmetros), posicionamentos e número de tubos ressonantes aplicados ao tubo principal ou *muffler*. Para a geração da população inicial de dimensões e posicionamentos, cada variável tem o seu valor modificado pela adição de um número inteiro, aleatório, que pode variar entre $-0,1$ mm e $0,1$ mm. Neste caso, as demais variáveis do processo são mantidas fixas. Cada variável possui um espaço de otimização definido inicialmente.

Na primeira etapa do processo (geração), n indivíduos de uma população são gerados de maneira aleatória ou a partir de valores iniciais arbitrados. Durante a segunda etapa (análise) são avaliados os picos máximos de ressonância e os máximos globais das respostas em frequência dos modelos analíticos de tubos ressonantes. Os resultados dos níveis de resposta em frequência são automaticamente armazenados.

A função objetivo é minimizar os valores da resposta em faixas de frequência. Na Figura 6.2, pode-se observar a variação da função objetivo para apenas duas variáveis, comprimento e posição de um único ressonador aplicado a um tubo principal. A faixa de otimização está entre 1kHz e 4kHz, para o primeiro modo do tubo principal. O tubo principal apresenta comprimento total de 70mm e diâmetro de 6.3mm. Neste caso, o tubo ressonante apresenta diâmetro fixo de 3.2 mm.

Observa-se que a mínima resposta ocorre quando o ressonador está sintonizado na frequência de ressonância do tubo principal, ou seja, 2350 Hz. Para isto, obtém-se um comprimento efetivo de ressonador fechado de 34mm, acomodando um quarto do comprimento de onda λ no comprimento do ressonador. Considerando o mínimo valor da função objetivo da Figura 6.2, para um diâmetro de tubo ressonante de 3.2 mm, tem-se a curva de resposta observada na Figura 6.3.

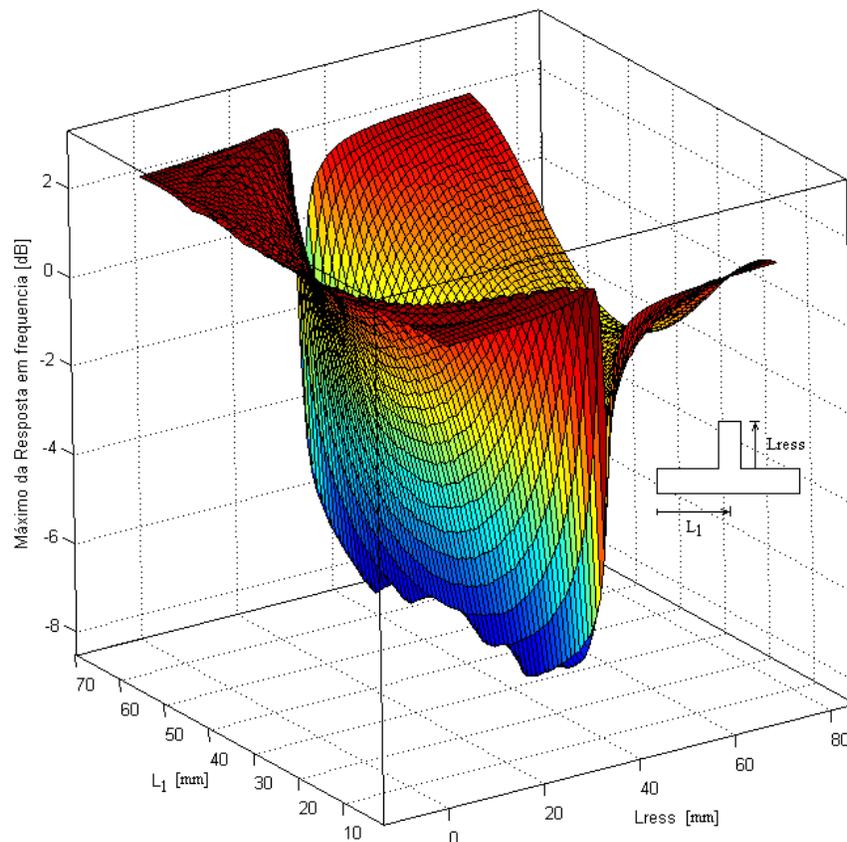


Figura 6.2 - Variação da função objetivo com comprimento e posição de um ressonador.

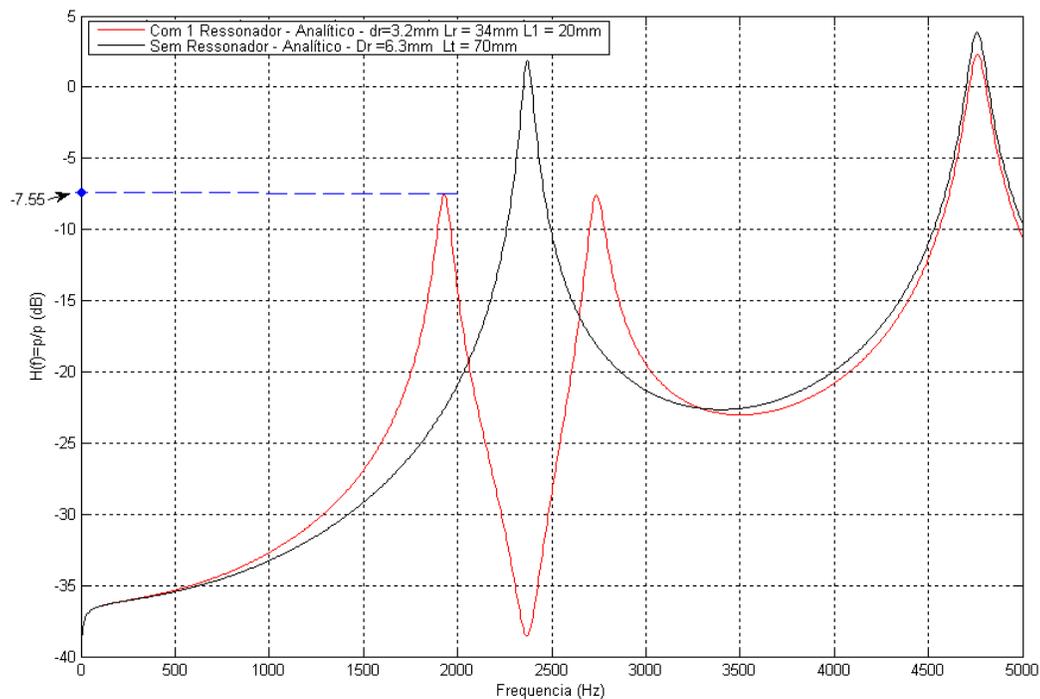


Figura 6.3 - Sintonia do tubo ressonante em 2350 Hz.

Pode-se verificar que o ponto máximo da curva de resposta atenuada é -7.55dB , reduzindo 9.5 dB em relação à resposta sem aplicação de ressonador.

Na Figura 6.4, pode-se observar a variação da função objetivo para as variáveis comprimento e diâmetro de um único ressonador fechado aplicado a um tubo principal. Neste caso, o tubo ressonante apresenta posição fixa L_1 de 20 mm .

Observa-se que para um único ressonador aplicado, o diâmetro ótimo do tubo ressonante é aproximadamente 1.5mm , e o comprimento ótimo é 33.7mm , como observado na Figura 6.5. Nota-se que a sintonização do tubo ressonante, através de seu comprimento, com o primeiro modo do tubo principal é imprescindível para a otimização, conclusão observada nas Figuras 6.4 e 6.6.

Para o primeiro modo, talvez o parâmetro de otimização menos importante, seria a posição de aplicação do tubo ressonante no tubo principal. Como os nós de mínima pressão estão nas extremidades do tubo principal, para o primeiro modo, apenas nas posições de aplicação próximas das extremidades causariam uma atenuação insignificativa na curva de resposta, considerando que o tubo ressonante esteja bem sintonizado com o primeiro modo do tubo principal, e possua um diâmetro maior que 1mm .

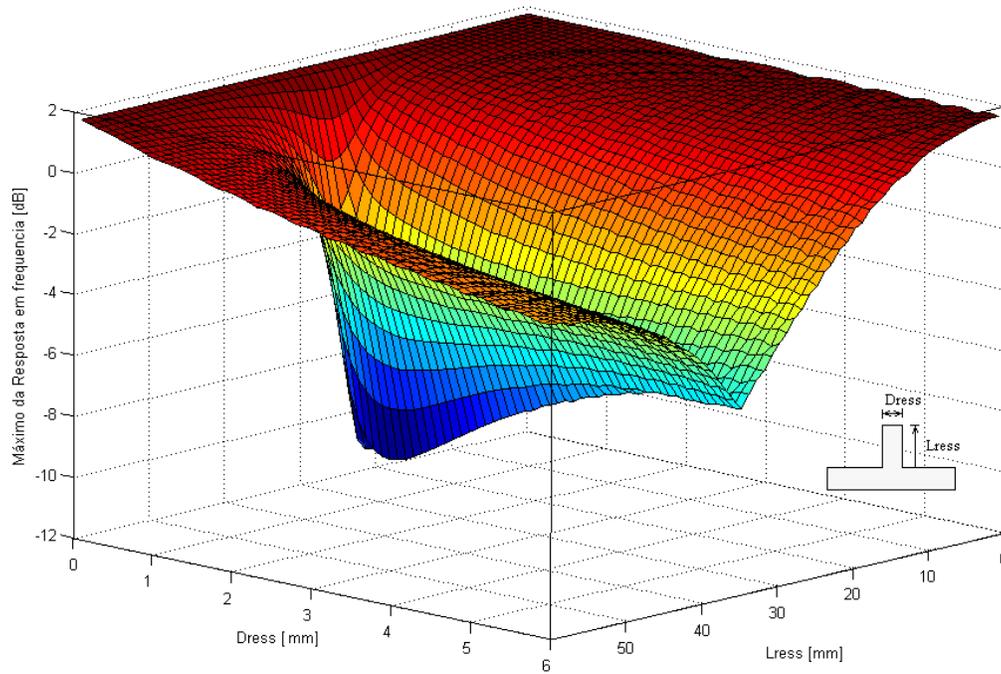


Figura 6.4 - Variação da função objetivo com comprimento e diâmetro de um ressonador..

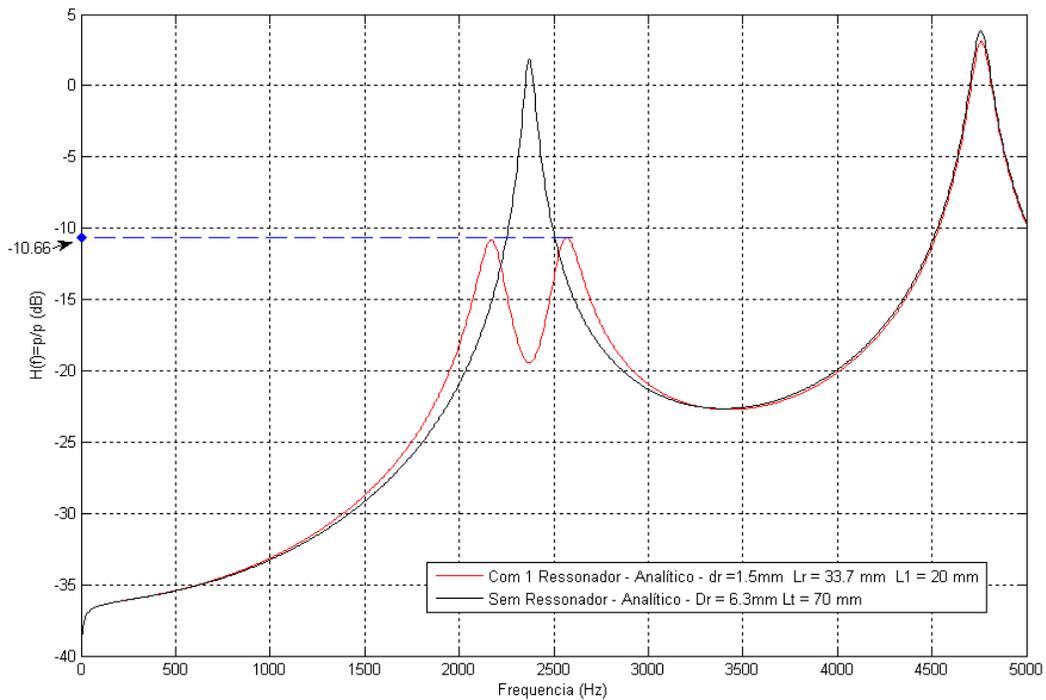


Figura 6.5 - Diâmetro e comprimento ótimo para um tubo ressonante aplicado.

Pode-se verificar na Figura 58 que o ponto máximo da curva de resposta atenuada é - 10.66dB, reduzindo 12.6 dB em relação à resposta sem aplicação de ressonador.

Na Figura 6.6, observa-se o efeito da variação do máximo da resposta em frequência, em função da posição e do diâmetro de um único ressonador aplicado a um tubo principal.

Neste caso, o tubo ressonante apresenta comprimento fixo L_r de 33.7 mm , sintonizado próximo de 2350 Hz .

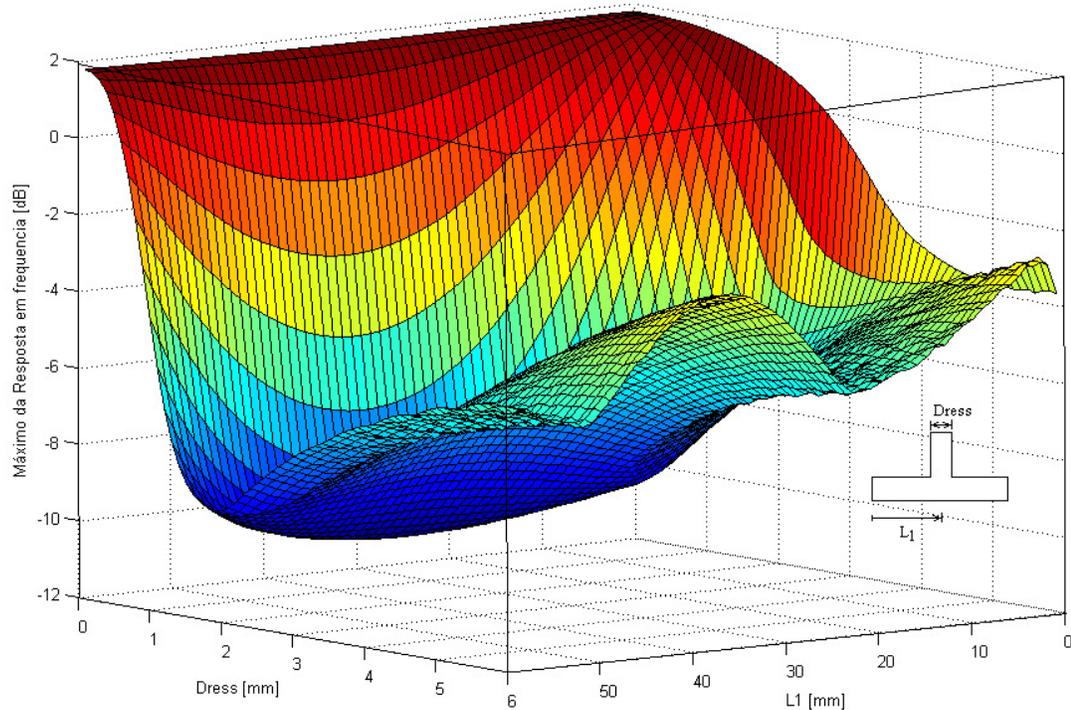


Figura 6.6 - Variação da função objetivo com a posição e o diâmetro de um ressonador aplicado.

Pode-se notar que o diâmetro ótimo também é próximo de 1.5 mm , considerando o comprimento de ressonador de 33.7 mm . No entanto, a posição ótima neste caso é aproximadamente $L_1=34\text{ mm}$, obtendo-se um pico de ressonância ainda mais atenuado.

Na Figura 6.7, pode-se visualizar a curva de resposta em frequência atenuada para o caso ótimo, observando um pico máximo de ressonância em -11.46 dB , havendo uma atenuação de 13.4 dB em relação ao primeiro modo do tubo principal.

Conclui-se que a posição ótima de aplicação de tubos ressonantes é próxima da posição de máxima amplitude de pressão para aquele modo, no caso, o centro do tubo principal, para o primeiro modo.

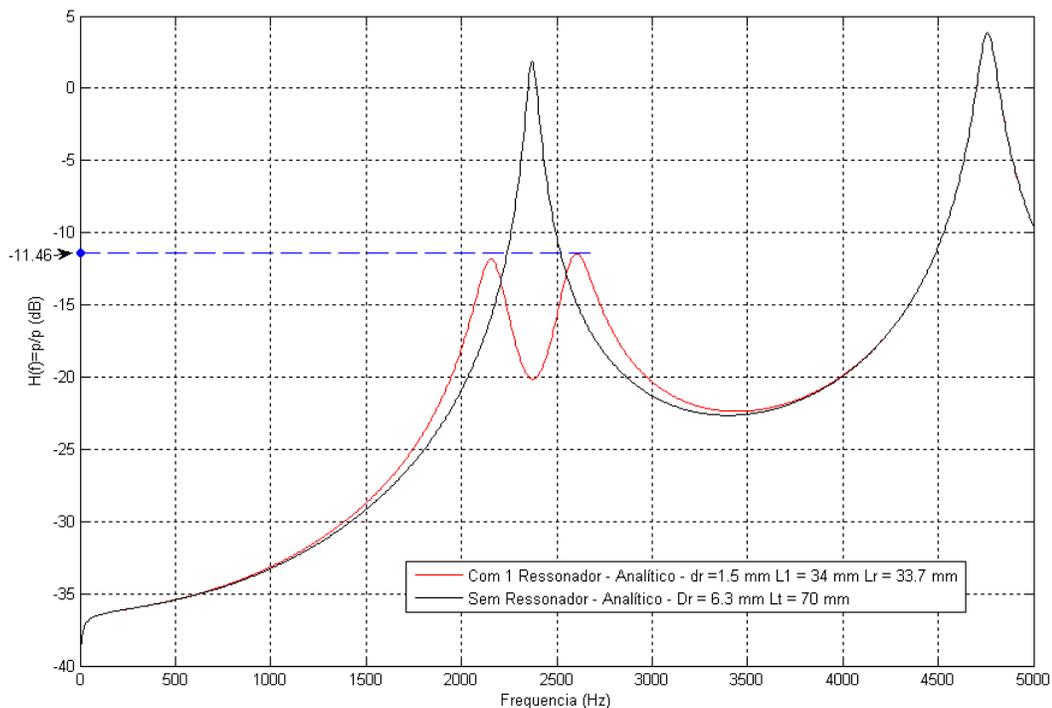


Figura 6.7 - Posição ótima do ressonador em 34mm e diâmetro de 1.5mm de ressonador.

Dando continuidade ao desenvolvimento do algoritmo genético, para a terceira etapa (adaptação), tem-se que cada configuração de ressonadores recebe uma probabilidade de ser escolhida de acordo com o resultado em relação ao valor máximo de resposta em frequência que deseja minimizar (função adaptativa). Desta forma, a soma das probabilidades de todas as configurações é igual a 1.0. As configurações de ressonadores que apresentarem os menores valores de máximos de resposta em frequência são consideradas mais adaptadas e, portanto, recebem maior probabilidade de escolha. Posteriormente, são feitas escolhas aleatórias das configurações que seguirão para a próxima etapa. A Figura 6.8 ilustra o sorteio como sendo análogo a um giro de roleta. As melhores geometrias recebem fatias maiores da roleta de acordo com as suas probabilidades.

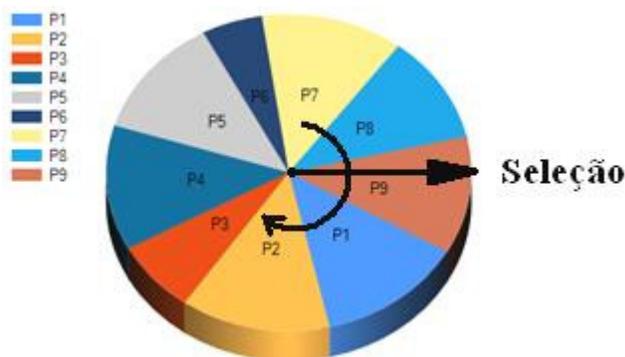


Figura 6.8 - Roleta ilustrativa do processo de escolha das configurações de ressonadores durante a etapa de avaliação.

Obviamente, há uma grande possibilidade de que as configurações mais adaptadas sejam escolhidas múltiplas vezes para o grupo que seguirá adiante. Este tipo de seleção é considerado elitista [17], pois o grupo que seguirá para a próxima etapa é composto somente por indivíduos da geração anterior.

As configurações de ressonadores escolhidas passam para a próxima etapa (cruzamento). O objetivo desta etapa é gerar uma nova população de configurações de ressonadores através do cruzamento dos *bits* das geometrias escolhidas na etapa anterior. Esta troca de características é feita pela transformação de cada variável do sistema em um *string* binário. Portanto, cada configuração passa a ser representada por n variáveis ou *strings*. Cada *bit* de um *string* (1 ou 0) é chamado de gene. Concatenando os n *strings* de uma configuração de ressonadores forma-se um cromossomo. Ao final deste processo de binarização têm-se os cromossomos representando as geometrias escolhidas.

A partir de então, os cromossomos são “casados” em pares de forma aleatória. Cada par troca genes entre si dando origem a dois novos indivíduos. A posição, ao longo de cada par, na qual é feita a troca de genes é escolhida aleatoriamente (Figura 6.9). Ao final do processo de cruzamento surge uma nova população de cromossomos, cada qual representando uma nova configuração.

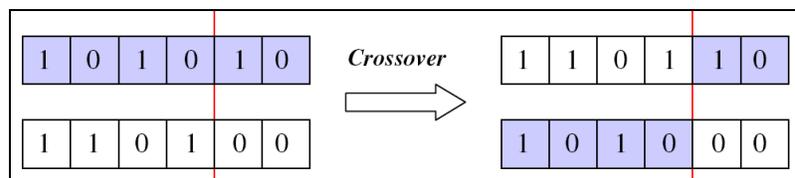


Figura 6.9 - Ilustração do processo de cruzamento entre cromossomos que representa cada configuração de ressonadores.

A última etapa do processo é a mutação, observada na Figura 6.10. Tenta-se, por este operador, evitar a convergência precoce do processo de otimização no caso em que, durante a terceira etapa (Seleção), sejam sorteadas muitas configurações idênticas. Isto implicaria na estagnação do surgimento de uma nova população durante a etapa de cruzamento, pois, neste caso, estariam sendo cruzadas apenas configurações (cromossomos) idênticas.

Para evitar a convergência, é escolhido um cromossomo da nova população do qual terá um dos seus *bits* (genes) invertidos, ou seja, transformado em um, caso o seu valor inicial seja zero e vice-versa. Escolha do cromossomo e do seu *bit* é feita, mais uma vez, de maneira aleatória.

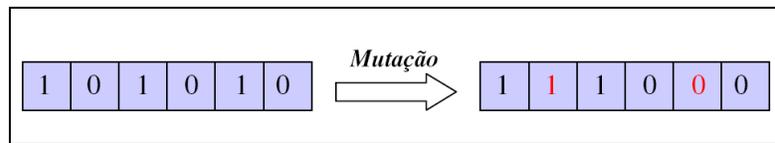


Figura 6.10 - Ilustração do processo mutação dos genes.

O último passo deste operador consiste em converter os dados dos cromossomos de valores de cada *string* em números decimais, representando cada variável do sistema. Estas configurações são novamente encaminhadas para o segundo operador (adaptação), onde o processo iterativo continua até que um critério de convergência, ou um número de iterações pré-estabelecido seja atingido. O critério de convergência pode ser a estipulação de um valor na redução da resposta em frequência, até que a configuração ótima seja encontrada para isso. Em outros casos, o indivíduo da última geração que apresenta o melhor valor da função adaptativa é escolhido como sendo a melhor solução. No final do processo, a última geração de configurações de ressonadores é arquivada.

6.3. Aplicação da Otimização Analítica ao Modelo Numérico de Tubos Ressonantes.

A partir da otimização do modelo analítico, simulou-se primeiramente no software Virtual Lab um tubo cilíndrico de paredes rígidas com comprimento $L=48.25mm$ e diâmetro interno $D=6.3mm$. Em seguida simulou-se o modelo do conjunto de ressonadores otimizados, utilizando-se as admitâncias dos tubos ressonantes para simplificar o modelo numérico. As dimensões do tubo principal são próximas das do tubo da palheta do *muffler* de sucção do compressor hermético. A malha foi construída com discretização de 10 elementos por comprimento de onda. Neste caso, a máxima frequência de análise é 10kHz, e leva à necessidade de elementos com $\Delta l=0.003m$ ($\lambda/10 = c_o/10f$).

Utilizando o método *FEM* aplicado a onda sonora, cujo fluido é o ar a 20°C, as condições de contorno utilizadas foram pressão unitária em $z = 0$ (entrada do tubo) e admitância de radiação não-flangeada em $z = L = 48.25mm$.

Na Figura 6.11, observa-se a admitância analítica na saída do ressonador aplicada ao modelo numérico do tubo principal, assim como a condição de pressão unitária na entrada.

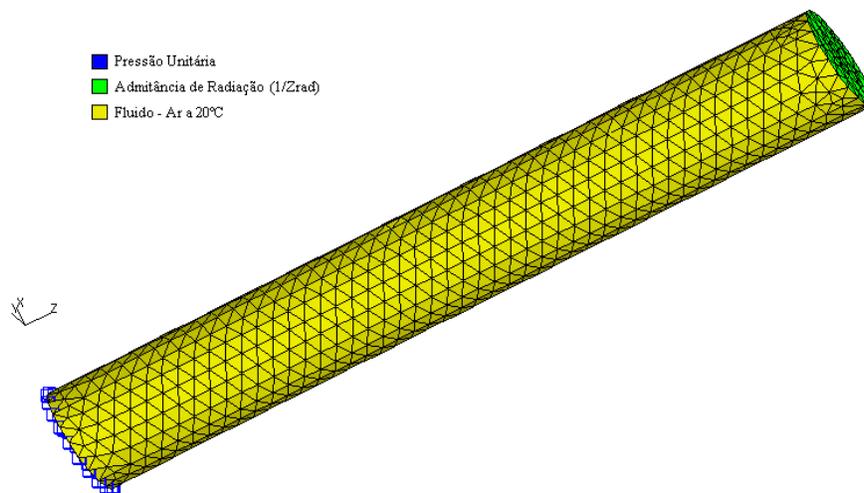


Figura 6.11 - Malha e condições de contorno do tubo principal com 19318 elementos tetraédricos.

A função analítica da impedância de radiação simplificada, dada pela equação 3.4, considerando $D=6.3\text{mm}$ e tubos abertos na extremidade, é observada na Figura 6.12, a sua parte real e a parte imaginária em função da frequência.

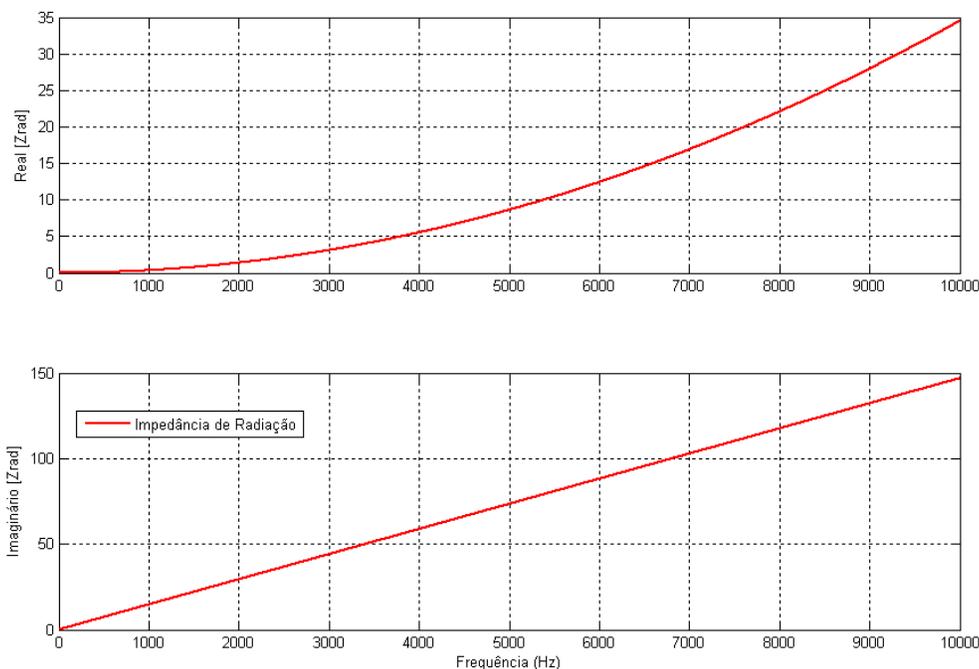


Figura 6.12 - Função analítica da impedância de radiação em Rayls simplificada para $D=6.3\text{ mm}$, ar a 20°C .

A função analítica da admitância de radiação aplicada ao modelo numérico é obtida analiticamente através do inverso da impedância de radiação, e pode ser observada na Figura 6.13 a seguir.

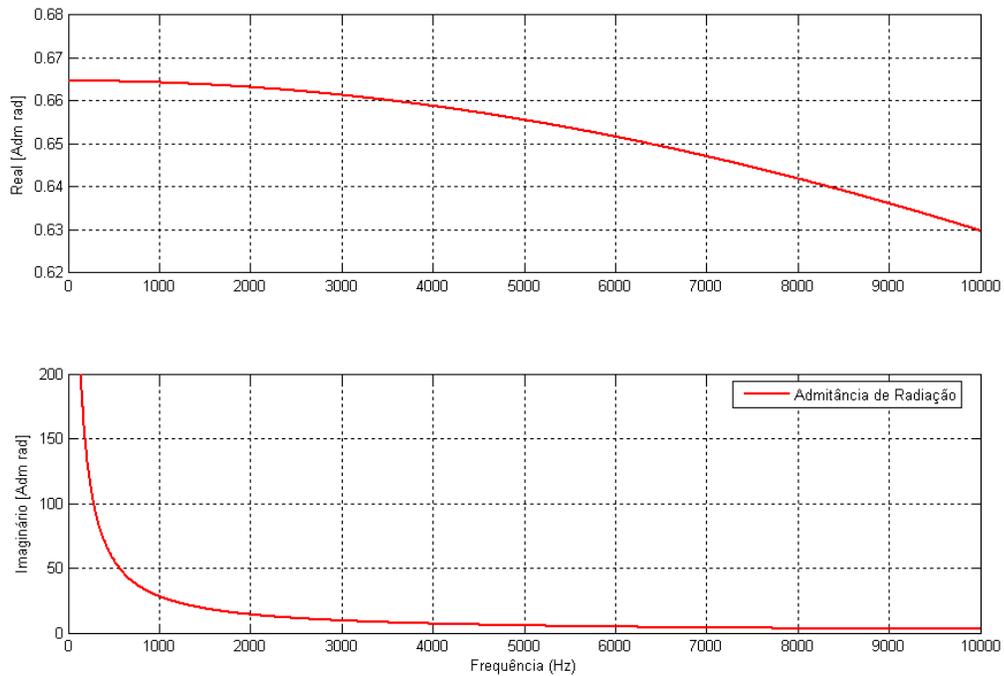


Figura 6.13 - Função analítica da admitância de radiação em m^2s/Kg para $D=6.3mm$, ar a $20^\circ C$.

A partir do modelo analítico, obteve-se então a pressão acústica ao longo do duto principal através de uma excitação de pressão unitária P_o na entrada do tubo, em $x = 0$. Assim, observam-se as posições de amplitude de pressão máxima ao longo do duto, ou seja, onde a aplicação do tubo ressonante é mais efetiva.

Na Figura 6.14, pode-se observar a pressão acústica ao longo do duto para o primeiro modo e o segundo modo do tubo principal sem ressonador.

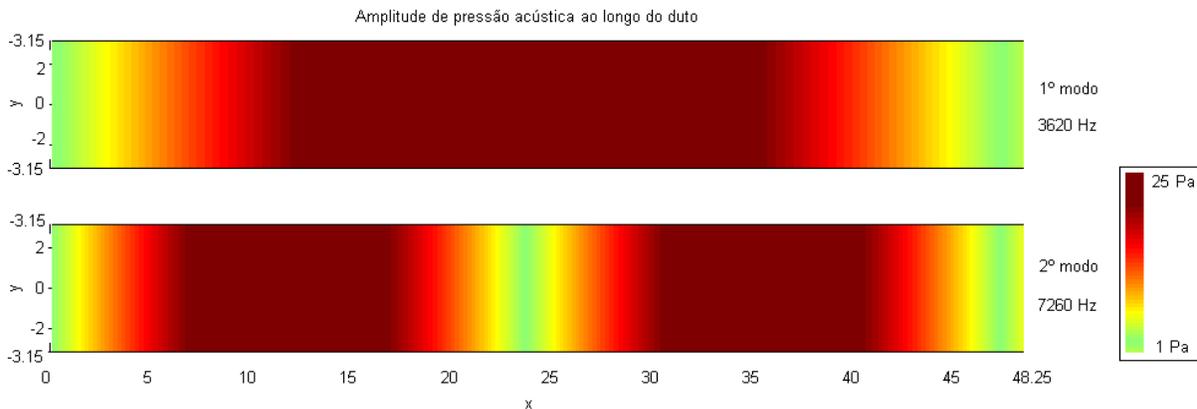


Figura 6.14 - Primeiro e segundo modo analítico do tubo principal sintonizado em 3620 Hz e 7260Hz.

A partir da otimização dos parâmetros geométricos do modelo analítico com relação à minimização da curva de resposta para os 2 primeiros modos, foram obtidos quatro ressonadores de extremidade fechada aplicados ao tubo principal, cujos diâmetros internos são $3,2\text{mm}$. O modelo numérico simplificado de aplicação de admitâncias analíticas dos tubos ressonantes pode ser visto na Figura 6.15. Esta simulação numérica foi realizada com um passo de 2Hz na frequência.

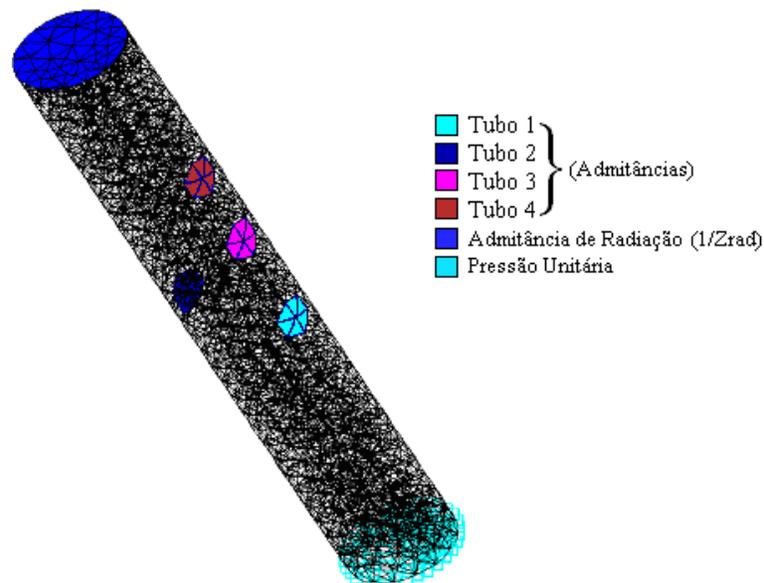


Figura 6.15 - Modelo numérico da aplicação das admitâncias dos tubos ressonantes no tubo principal.

As dimensões do tubo principal, assim com as dimensões dos tubos ressonantes e seus posicionamentos são:

Comprimento do tubo principal = $L_{ef} = 48.25\text{mm}$ ($L_{real} = 45.6\text{mm}$)

Diâmetro tubo principal = 6.3 mm

Tubos ressonantes (admitâncias):

Tubo 1: $L1 = 22.9\text{mm}$; $Lr1 = 27.5\text{ mm}$; $dr1 = 3.2\text{mm}$

Tubo 2: $L2 = 24.125\text{mm}$; $Lr2 = 21.00\text{mm}$; $dr2 = 3.2\text{mm}$

Tubo 3: $L3 = 30\text{mm}$; $Lr3 = 15.85\text{mm}$; $dr3 = 3.2\text{mm}$

Tubo 4: $L4 = 36.187\text{mm}$; $Lr4 = 10.10\text{mm}$; $dr4 = 3.2\text{mm}$

A parte real e imaginária das admitâncias dos tubos ressonantes otimizados, obtidas a partir do modelo analítico, são observadas na Figura 6.16.

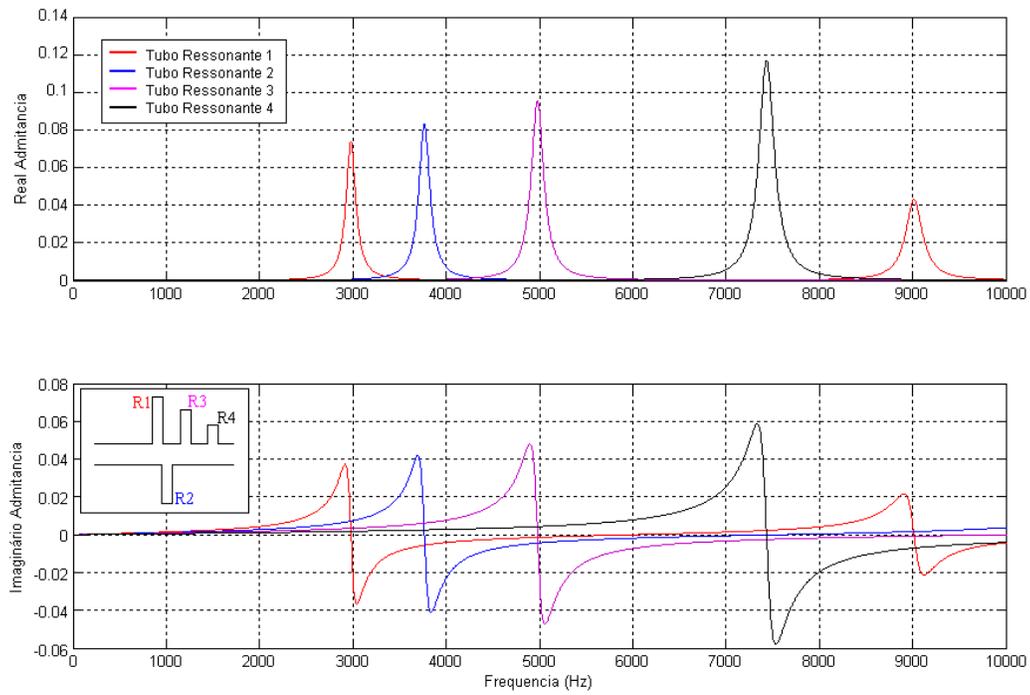


Figura 6.16 - Admitâncias dos tubos ressonantes otimizados em $m^2/s/Kg$.

A comparação entre o modelo analítico e numérico (método da impedância) da resposta em frequência, com e sem tubos ressonadores é visualizado na Figura 6.17.

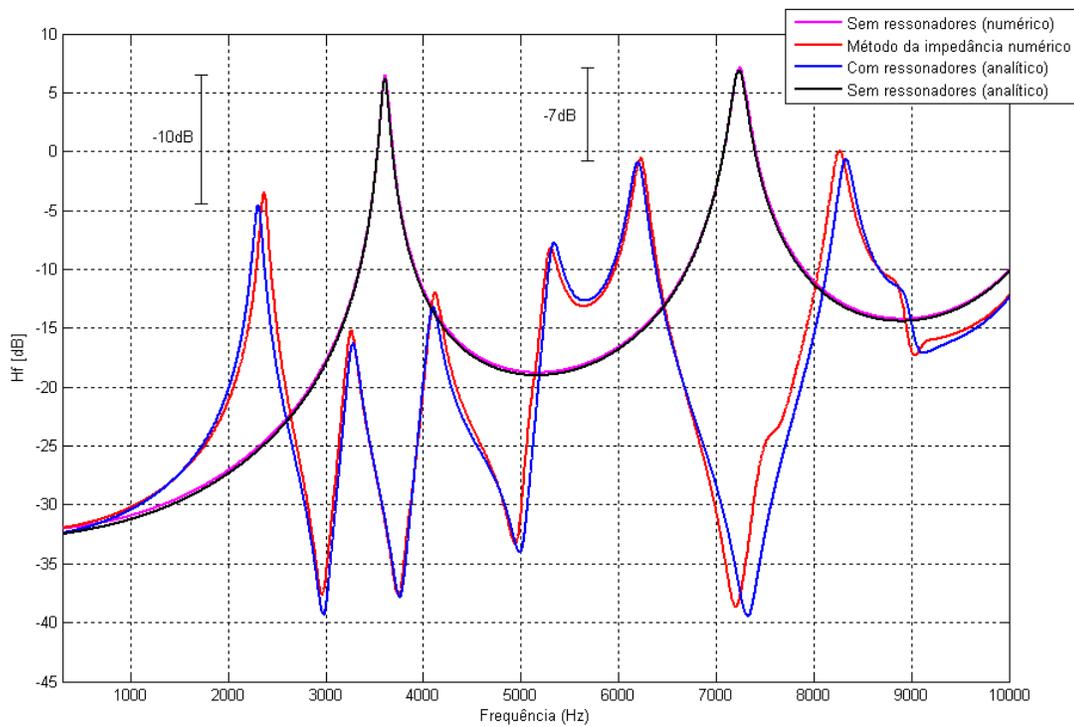


Figura 6.17 - Comparações entre o modelo analítico e numérico (impedância) da aplicação de tubos ressonantes otimizados.

Os resultados das curvas de resposta em frequência do modelo numérico se apresentam bastantes concordantes com as curvas do modelo analítico. Nota-se maiores desvios nas altas frequências, provavelmente devido a erros numéricos. A faixa de frequências de aplicação do algoritmo de otimização foi entre 2kHz e 9kHz. O critério de parada estabelecido foi uma atenuação de 7dB entre os picos máximos de ressonância, e uma atenuação global de 7dB de todo o espectro de frequência. Utilizou-se uma população de 500 indivíduos e 50 gerações, com uma probabilidade de mutação de 5% e de cruzamento de 10%. A restrição máxima de diâmetro e comprimento dos ressonadores são respectivamente 5mm e 40mm. Para que o critério de parada fosse atingido, necessitou de quatro tubos ressonantes aplicado ao tubo principal.

A partir das comparações entre as curvas obtidas, nota-se uma redução efetiva de 10.2dB para o primeiro modo do tubo principal, e uma redução de 7.6dB para o segundo modo do tubo principal. A redução global obtida foi exatamente 7dB, uma das condições do critério de parada. Desta forma, confirma-se a de forma satisfatória a aplicação dos algoritmos genéticos no modelo analítico de tubos ressonantes aplicados a tubos principais.

6.4. Otimização e Modelo Real de Tubos Ressonantes

Apesar do modelo numérico de tubos ressonantes reais apresentar um maior tempo de solução computacional, realizou-se a validação numérica para este modelo. Muitas vezes, o usuário de um *software* de simulação acústica, como o *Virtual Lab*, não tem disponível o modelo analítico que extrai as admitâncias dos tubos ressonantes que serão aplicados no modelo numérico. Uma solução para isto é a construção do modelo geométrico do sistema de ressonadores, e apenas em posse da equação analítica da impedância de radiação, é possível realizar as simulações numéricas de forma satisfatória.

Desta forma, simulou-se um sistema de quatro tubos ressonantes de extremidade fechada aplicados sobre o tubo principal de comprimento $L=48,25 \text{ mm}$ e diâmetro interno $D=6,3 \text{ mm}$ analiticamente otimizados com relação à redução do nível de resposta em frequência. As dimensões geométricas do modelo são as mesmas descritas no item 6.2. A malha é confeccionada com discretização de 10 elementos por comprimento de onda, que no caso da máxima frequência de análise ser 10kHz, leva à necessidade de elementos com $\Delta l \approx 3 \text{ mm}$. A malha da geometria otimizada apresenta 25542 elementos tetraédricos, e pode ser observada na Figura 6.18, juntamente com as condições de contorno.

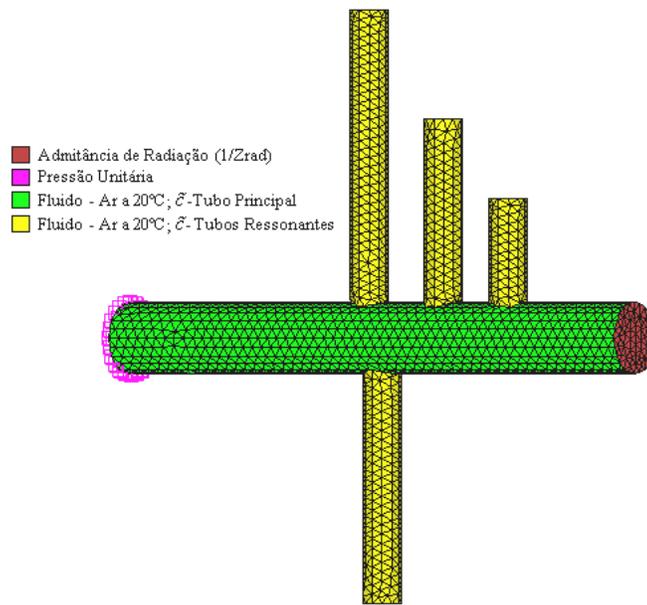


Figura 6.18 - Condições de contorno do sistema de ressonadores otimizados analiticamente.

Para esta simulação, considerou-se como fluido o ar a 20°C ($\rho_0 = 1.21 [kg / m^3]$), no entanto a velocidade do som complexa depende do diâmetro do tubo, considerando-se os efeitos viscotérmicos. Como o tubo principal apresenta diâmetro $D=6,3mm$ e os tubos ressonantes apresentam diâmetro $dr=3.2mm$, aplicou-se separadamente a velocidade do som complexa para os elementos do tubo principal e para os elementos dos tubos ressonantes, conforme a Figura 6.18. Neste caso, a velocidade do som complexa, do tubo principal e dos tubos ressonantes, pode ser vista na Figura 6.19.

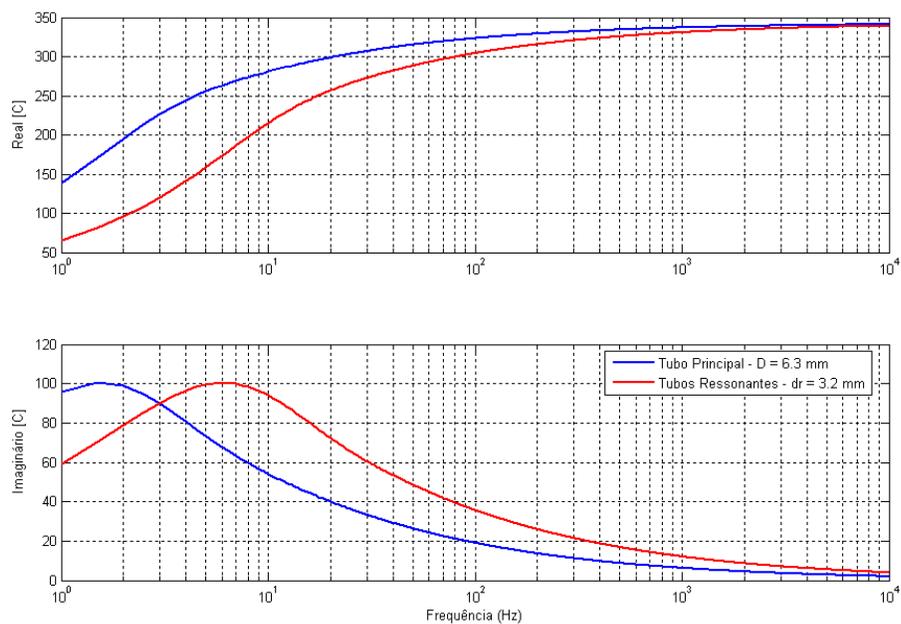


Figura 6.19 - Velocidade do som complexa em m/s para o tubo principal e os ressonantes, ar a 20 °C.

Conforme já visto anteriormente, o amortecimento da velocidade do som é maior para tubos de menor diâmetro, devido ao efeito viscotérmico. E isto pode ser evidenciado na Figura 6.20, onde se observa o amortecimento da velocidade do som para os tubos ressonantes e o tubo principal do modelo numérico.

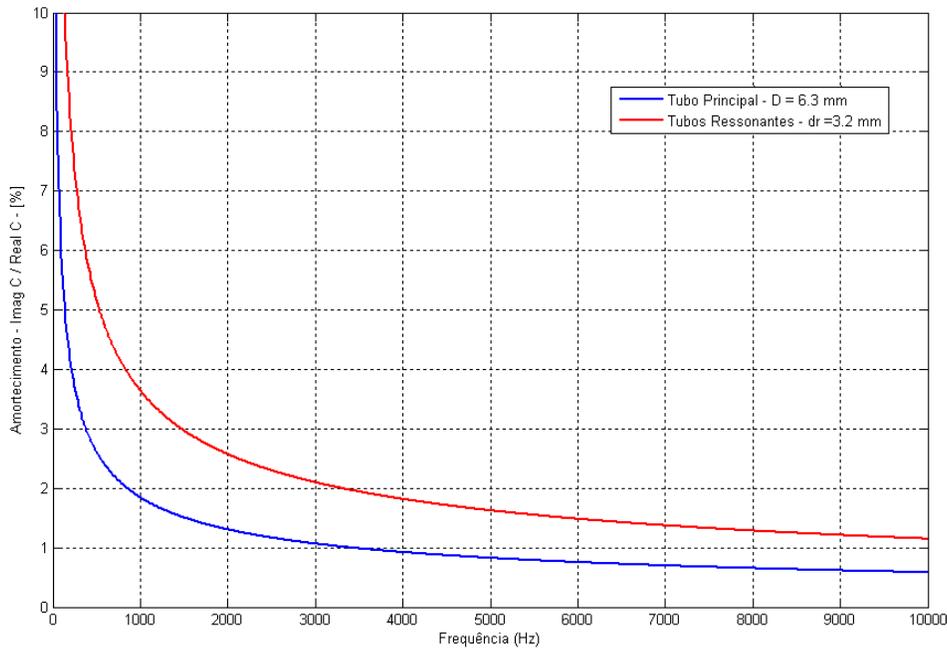


Figura 6.20 - Amortecimento da velocidade do som nos tubos ressonantes otimizados e o tubo principal, ar a 20 °C..

A partir do modelo analítico de tubos ressonantes, pode-se plotar a variação da amplitude de pressão ao longo do tubo principal, com a aplicação dos tubos ressonantes otimizados. Obviamente neste modelo analítico, vai-se observar somente o efeito da aplicação dos tubos ressonantes sobre o tubo principal, verificando a atenuação do mesmo para certa frequência. Esta amplitude de pressão é observada na Figura 6.21.

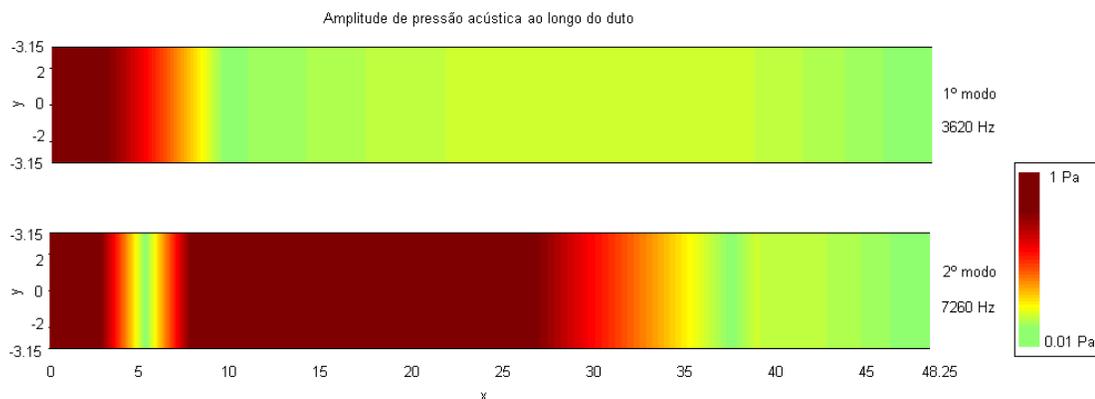


Figura 6.21 - Campo de pressão analítico do tubo principal com aplicação de ressonadores otimizados.

Observa-se que houve uma redução acentuada da amplitude de pressão para o primeiro e o segundo modo do tubo principal, comparando-se com a Figura 6.14. Nota-se que os modos atenuados ficam comprimidos e recuados antes da aplicação do ressonador, sintonizado para aquela frequência. Isto ocorre devido à interferência e reflexão que as ondas acústicas do tubo ressonante causam na frente de onda incidente do tubo principal.

Esta mesma amplitude de pressão pode ser observada no modelo numérico real da Figura 6.22, para as frequências de 3620Hz e 7260Hz.

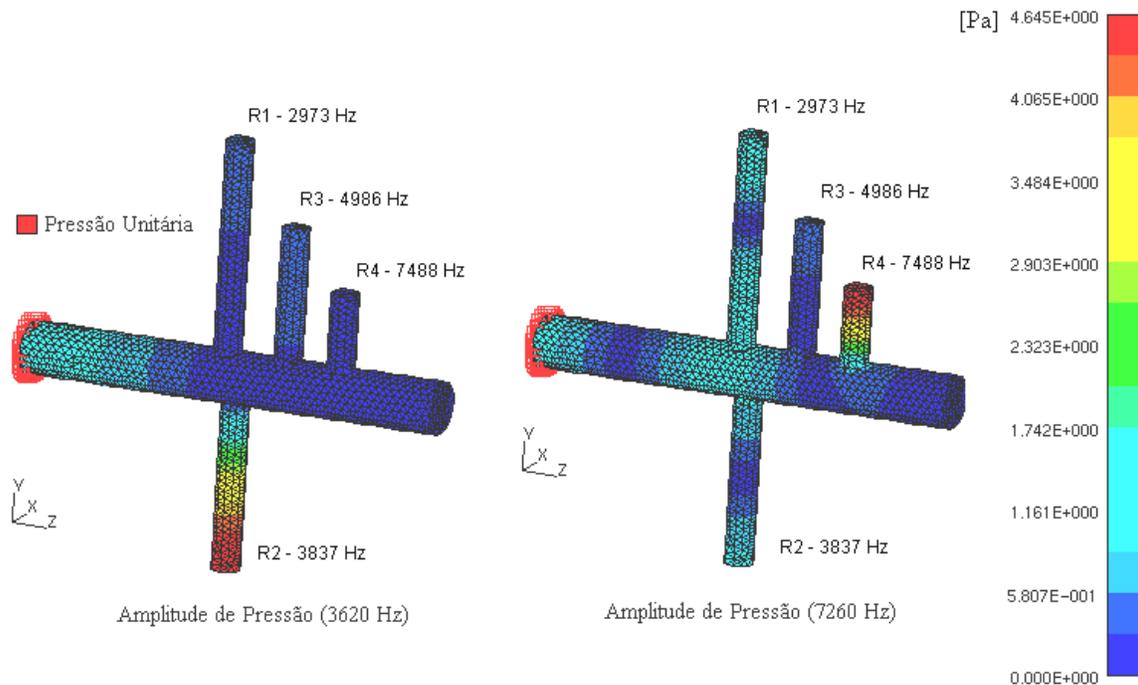


Figura 6.22 - Campo de pressão numérica com aplicação de ressonadores otimizados.

Observa-se que para as frequências próximas cujo tubo ressonante está sintonizado para atenuação, tem-se uma maior amplitude de pressão acústica ao longo do mesmo. Nota-se também que a maior amplitude de pressão esta na extremidade fechada do tubo ressonante, acomodando assim um quarto de comprimento de onda ao longo do seu comprimento.

A seguir, na Figura 6.23, têm-se as comparações entre o modelo analítico e numérico de tubos ressonantes reais, em relação à curva de resposta em frequência obtida na otimização analítica.

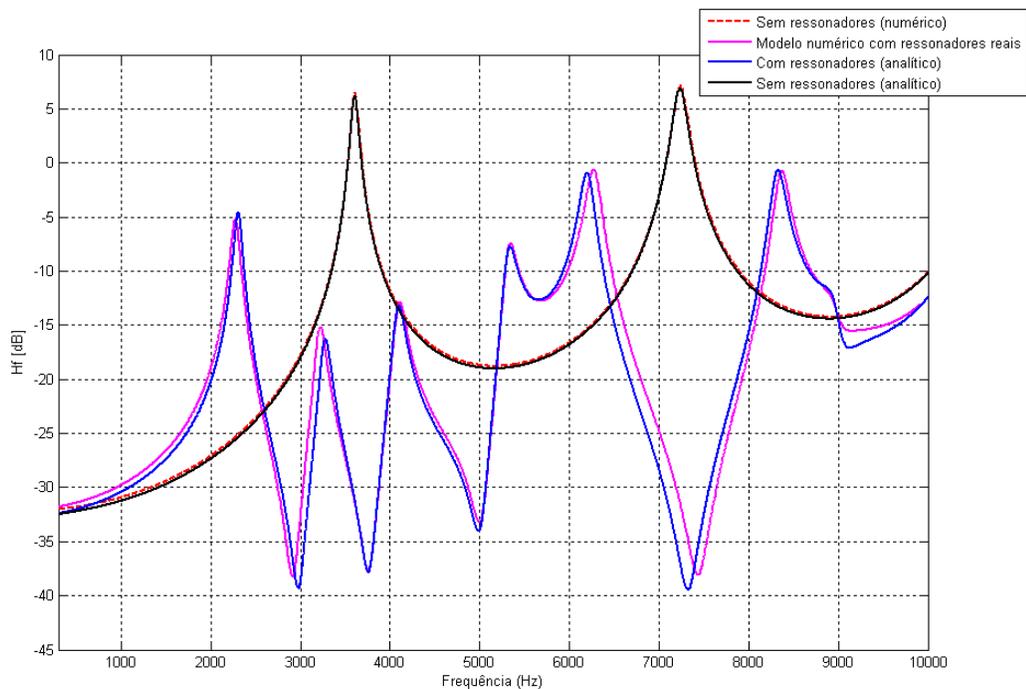


Figura 6.23 - Comparações entre o modelo analítico e numérico da aplicação de tubos ressonantes otimizados.

Novamente pode-se notar que o modelo numérico de tubos ressoantes reais apresenta boa concordância com o modelo analítico. Observa-se uma pequena defasagem da anti-ressonância entre 7kHz e 8kHz. Em altas frequências, é possível que o efeito do comprimento equivalente devido a erros numéricos seja mais sensível e evidente, dessintonizando assim as frequências de ressonâncias dos tubos ressonantes em relação ao modelo analítico, pelo fato de que o comprimento equivalente apresenta dimensões comparáveis ao comprimento do tubo ressonante. Este efeito poderá ser verificado na validação experimental.

6.5. Validação Experimental do Modelo Otimizado

Este experimento tem por objetivos avaliar se existe alguma influência entre os tubos ressonantes aplicados ao tubo principal, em relação à sintonia dos mesmos, além de validar os modelos numéricos e analíticos otimizados comparando-se as curvas de resposta.

Para obter a resposta em frequência experimental do protótipo, construído em tubos de cobre, utilizaram-se os mesmos equipamentos do primeiro experimento. No entanto, utilizou-se ponteiros em melhores condições, pois estes apresentavam menor fator de correção. Primeiramente mediu-se a resposta de um tubo simples, posicionando perpendicularmente as

ponteiras na entrada e saída do tubo, e em seguida efetuou-se o mesmo procedimento para o conjunto ressonador otimizado. A análise foi realizada com uma discretização de 1,5625 Hz no domínio da frequência e utilizou-se a janela *Hanning*.

Durante as medições, dividiu-se a faixa de frequências de interesse (300Hz a 10kHz) em faixas de frequências menores, de forma a se obter bons resultados de coerência, que serão observados posteriormente. Na Figura 6.24, observa-se a montagem das ponteiras dos microfones de campo livre, e o conjunto ressonador otimizado, que possui aproximadamente as mesmas dimensões do segundo modelo numérico.

O comprimento real do tubo principal é 45,6mm, apresentando comprimento efetivo de 48,25mm, compensando assim o efeito do comprimento equivalente ($L+\Delta L$).

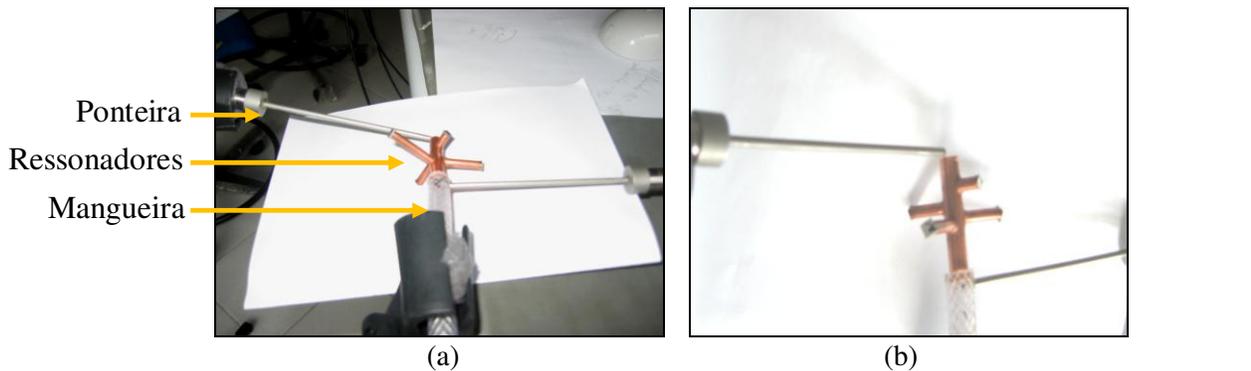


Figura 6.24 - Conjunto ressonador otimizado (a) e (b).

A seguir, tem-se a Figura 6.25, do aparato experimental utilizado.

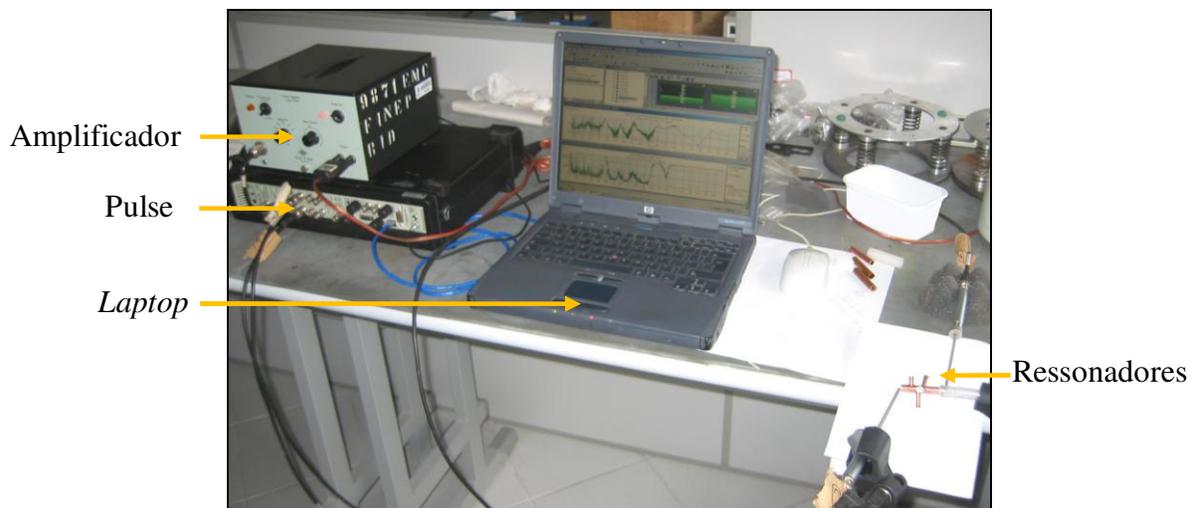


Figura 6.25 - Aparato experimental utilizado.

A curva de calibração das ponteiras utilizados neste experimento é observada na Figura 6.26. Como já mencionado no experimento anterior, esta correção é necessária para corrigir as diferenças de amplitudes e fases que as ponteiras proporcionam. Eles são posicionados perpendicularmente um de frente para o outro na saída do tubo principal, obtendo-se a amplitude de correção. Este fator foi utilizado para corrigir as respostas obtidas.

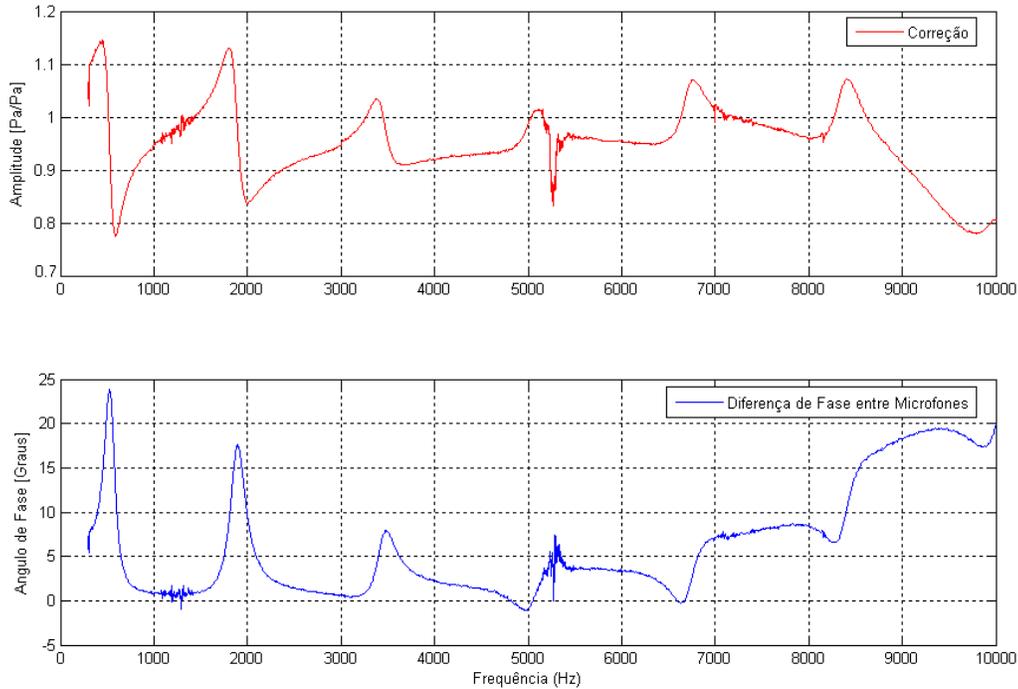


Figura 6.26 - Curva de calibração das novas ponteiras.

A seguir, na Figura 6.27, têm-se as medições da coerência para este experimento, para o tubo simples e com aplicação dos ressonadores otimizados, respectivamente.

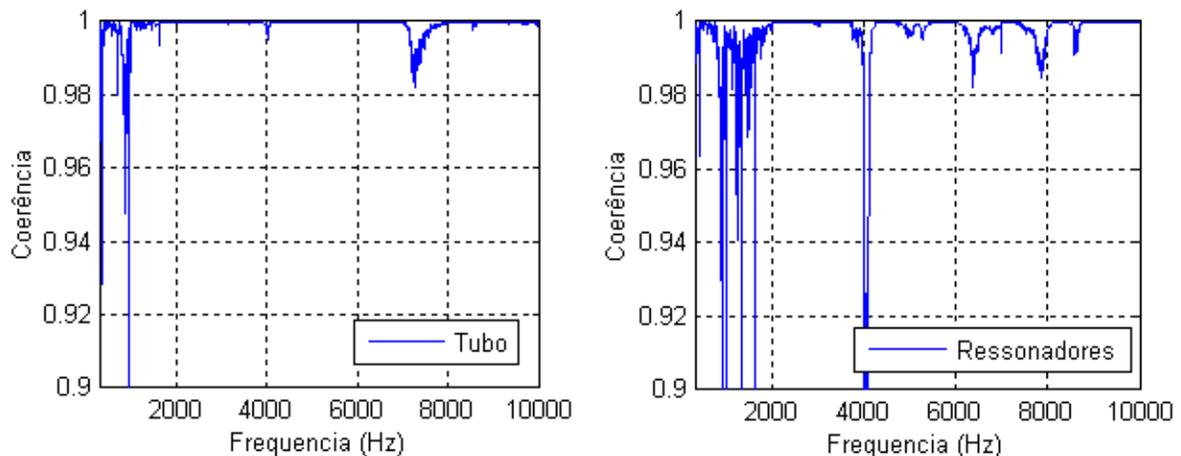


Figura 6.27 - Coerência para o tubo simples (a) e para o conjunto de ressonadores (b).

Pode-se observar que a coerência obtida é maior do que 0.9, para o experimento com tubo simples quanto para o experimento com o sistema de ressonadores. Conclui-se então que houve boa qualidade de medição, e os dados experimentais obtidos são consistentes.

A seguir, na Figura 6.28 tem-se a curva de resposta em frequência experimental comparada com o modelo analítico.

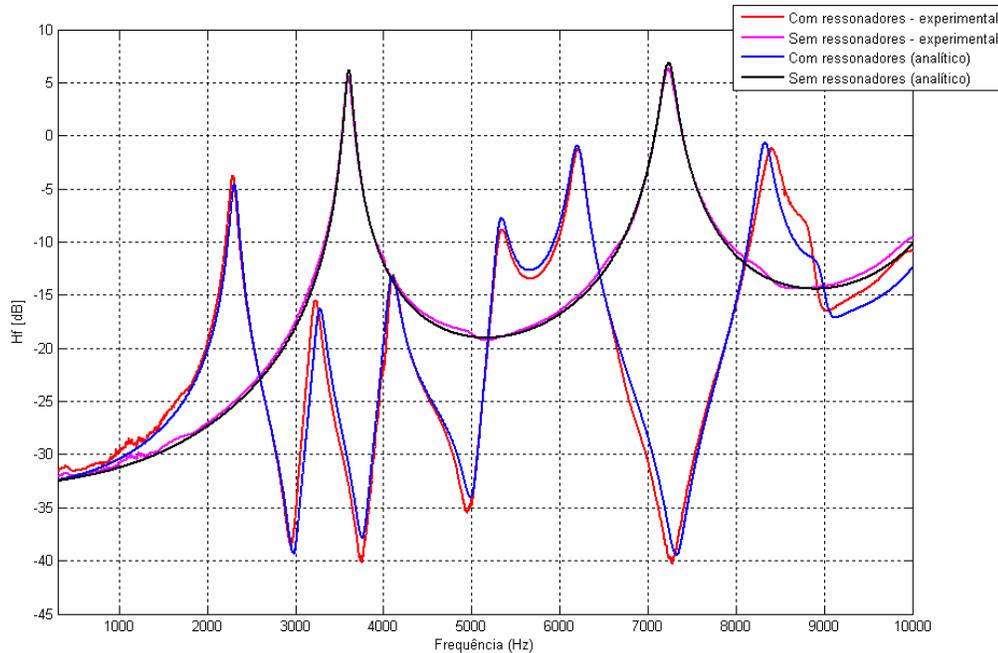


Figura 6.28 - Comparação experimental e analítica da resposta dos ressonadores otimizados.

Verifica-se uma ótima concordância entre o modelo analítico e o experimental realizado. Nota-se que a sintonia das ressonâncias assim como as amplitudes dos picos estão bastante semelhantes. Acima da frequência de 8kHz, percebe-se uma pequena discordância entre os modelos, no entanto é completamente aceitável.

Desta forma, conclui-se que a presença de mais de um ressonador sintonizado em frequências e posições próximas, não afeta a sintonia dos mesmos. Ou seja, eles atuam independentemente em suas frequências de sintonia, estas observadas pelas anti-ressonâncias, e não geram um novo sistema paralelo de sintonias, como poderia-se suspeitar.

Na Figura 6.29, tem-se a comparação de todos os modelos aplicados e estudados, para a configuração de ressonadores otimizados.

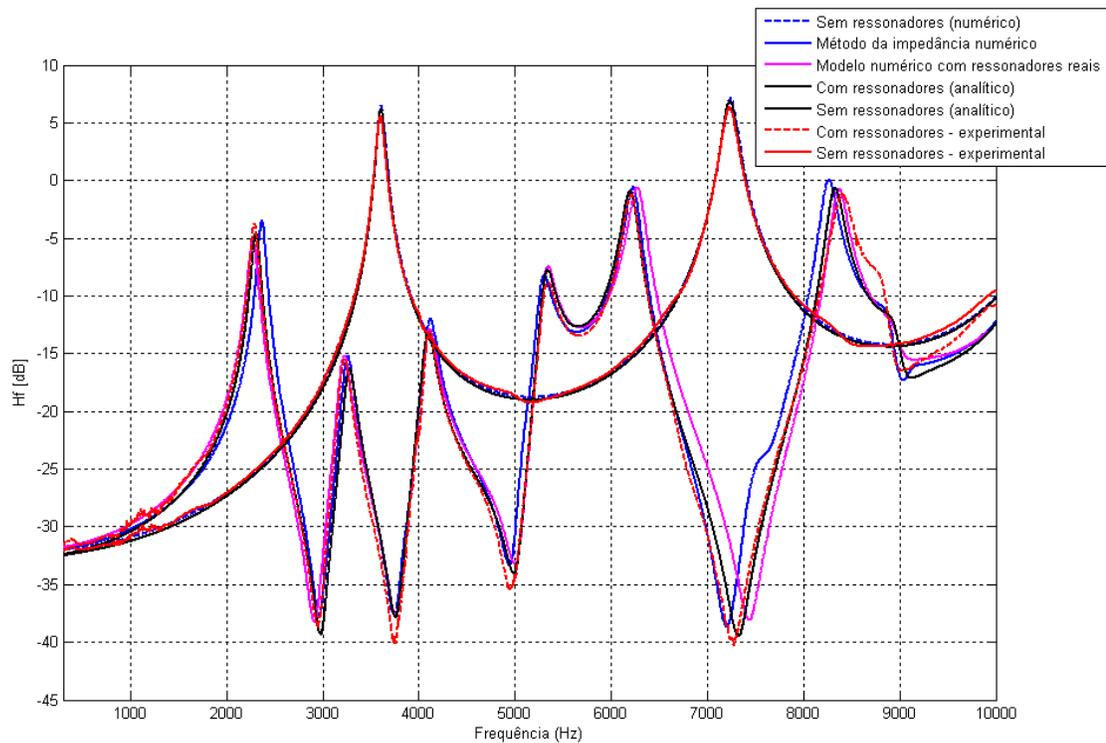


Figura 6.29 - Comparação experimental, analítica e numérica da resposta dos ressonadores otimizados.

6.6. Otimização de *Muffler* de Geometria Simplificada com Aplicação de Ressonadores

O *muffler* de geometria simplificada é o primeiro passo para construção de *mufflers* mais sofisticados e otimizados, que apresente grande capacidade de atenuação sonora. A intenção deste ítem é validar resultados da otimização (GA) analítica da aplicação de tubos ressonantes nos dutos principais do *muffler* de geometria simplificada, utilizando-se das equações básicas da acústica linear, conservação e energia.

Desta forma, desenvolveu-se um modelo analítico de *muffler* de geometria simplificada em *Matlab*, com aplicação genérica de tubos ressonantes. O equacionamento é de forma semelhante ao modelo de tubos ressonantes, no entanto, agora com uma câmara de expansão entre os tubos. A matriz de transferência do sistema de equações é bastante complexo, e por este motivo não será aqui apresentado. Relacionado a este assunto, pode-se observar Munjal [35] e a referência [27]. Em seguida, aplicou-se a este modelo, um algoritmo genético de otimização, para então realizar a otimização desejada. Sabe-se que algumas das ressonâncias internas dos *mufflers* são as ressonâncias relacionadas aos tubos principais de sucção e descarga do mesmo. No entanto, otimizar apenas a minimização das ressonâncias dos tubos do *muffler* não é suficiente para a atenuação da resposta, pois se devem atacar

também as ressonâncias internas do mesmo. Desta forma, o algoritmo genético foi aplicado ao modelo analítico de *muffler* simplificado com aplicação de tubos ressonadores.

A partir da validação experimental do modelo analítico de *muffler* sem ressonadores, que será observada posteriormente, pôde-se realizar a otimização dos parâmetros dos ressonadores (número, dimensões e posicionamento), utilizando-se algoritmos genéticos. O objetivo é atenuar de forma ótima a resposta em frequência do *muffler* em questão, sendo este o critério de parada. As dimensões do *muffler* a ser otimizado podem ser vistas na Figura 6.30.

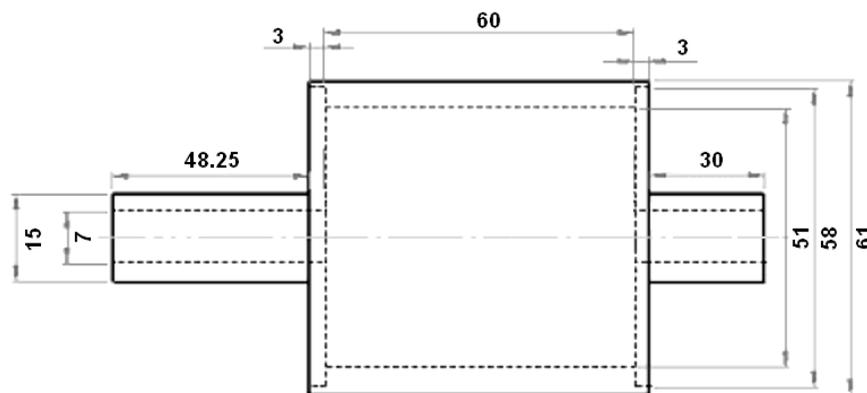


Figura 6.30 - Dimensões do *muffler* a ser otimizado.

Visando uma redução de cerca de 10 dB entre os picos máximos, na faixa de 2kHz a 8kHz, necessitou-se de seis ressonadores de extremidade fechada, com três dimensionamentos e posições diferenciadas. Utilizou-se uma população de 500 indivíduos e 50 gerações, com uma probabilidade de mutação de 5% e de cruzamento de 10%. A restrição máxima de diâmetro e comprimento dos ressonadores são respectivamente 5mm e 40mm. Para que o critério de parada fosse atingido, necessitou de quatro tubos ressonantes aplicado ao tubo principal.

Os diâmetros dos ressonadores obtidos na otimização foram da ordem de 3 mm, e por questões práticas experimentais, utilizaram-se tubos ressonantes de 3.2 mm de diâmetro. Na Figura 6.31, tem-se um esboço da aplicação dos tubos ressonantes nos tubos principais do *muffler*.

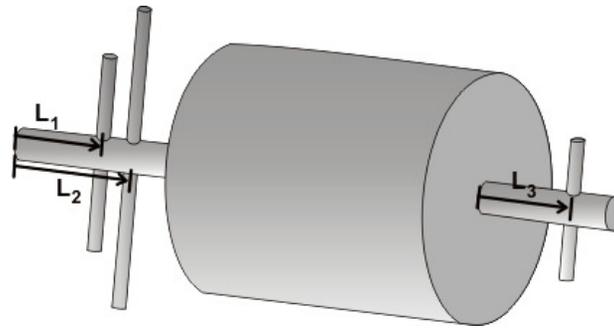


Figura 6.31 - Aplicação dos tubos ressonantes nos tubos principais do *muffler*.

Os tubos ressonantes que foram aplicados aos pares, apresentam as mesmas dimensões e foram aplicados na mesma posição. As dimensões dos ressonadores e a posição de aplicação no *muffler* são as seguintes:

Ressonador 1 e 2 – $L_1 = 20.7\text{mm}$; $L_{r1} = 15.66\text{mm}$ ($L_{ef}=17.0\text{mm}$); $D_{r1} = 3.2\text{mm}$. (5050 Hz)

Ressonador 3 e 4 – $L_2 = 27.2\text{mm}$; $L_{r2} = 25.46\text{mm}$ ($L_{ef}=26.8\text{mm}$); $D_{r2} = 3.2\text{mm}$. (3200 Hz)

Ressonador 5 e 6 – $L_3 = 21.0\text{mm}$; $L_{r3} = 10.86\text{mm}$ ($L_{ef}=12.2\text{mm}$); $D_{r3} = 3.2\text{mm}$. (7030 Hz)

Para a otimização do modelo analítico, consideraram-se as propriedades do fluido como o ar à 20°C. A validação do modelo analítico otimizado será detalhada no ítem a seguir.

6.7. Validação Experimental da Aplicação de Ressonadores no Muffler

Este experimento tem por objetivos avaliar e comparar as amplitudes e ressonâncias da curva de resposta do *muffler*, com e sem aplicação de ressonadores, validando assim o modelo analítico. Como o diâmetro da câmara de expansão é cerca de sete vezes maior do que diâmetro dos tubos, há a possibilidade de aparecimento de modos de ressonância radiais abaixo de 10kHz, os quais o modelo de ondas planas não prevê. Neste caso deve-se verificar até que faixa de frequências o modelo analítico é aplicável, pois a frequência de corte é da ordem de 4 kHz. Para obter a resposta em frequência experimental do protótipo, construído em neopreme, utilizaram-se os mesmos equipamentos experimentais já descritos. Primeiramente mediu-se a resposta do *muffler*, posicionando perpendicularmente as ponteiras na entrada e saída dos tubos do mesmo, e em seguida efetuou-se o mesmo procedimento para o *muffler* com ressonadores otimizados. A análise foi realizada com uma discretização de 1,5625 Hz no domínio da frequência e utilizou-se a janela *Hanning*.

Durante as medições, dividiu-se a faixa de frequências de interesse (300Hz a 10kHz) em várias faixas de frequências menores, de forma a se obter a melhor coerência possível. Na Figura 6.32, pode-se observar o *muffler* simples e o *muffler* experimental otimizado, assim como o aparato experimental para medição da função transferência do conjunto.

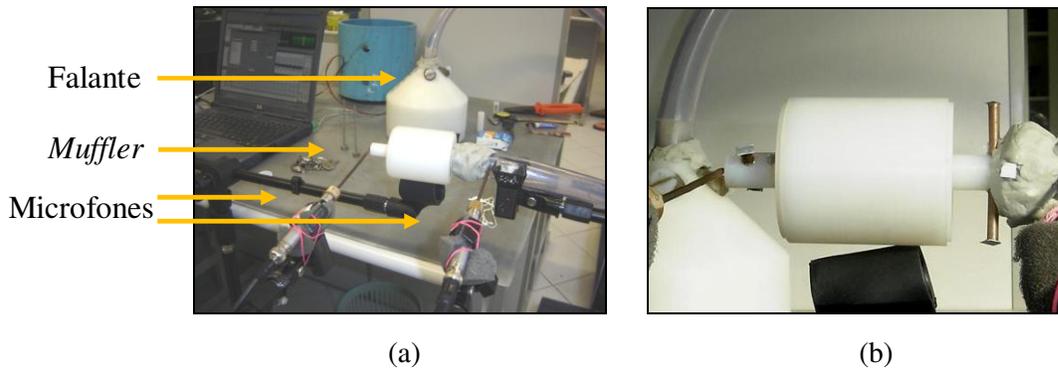


Figura 6.32 – *Muffler* simples sem ressonador (a) e *muffler* experimental otimizado (b).

A excitação foi feita na entrada do tubo de 48.25mm através da mangueira conectada ao alto-falante. O ruído de excitação utilizado foi *sweep sine*. A resposta em frequência obtida neste experimento assim como a comparação com o modelo analítico pode ser visualizada na Figura 6.33.

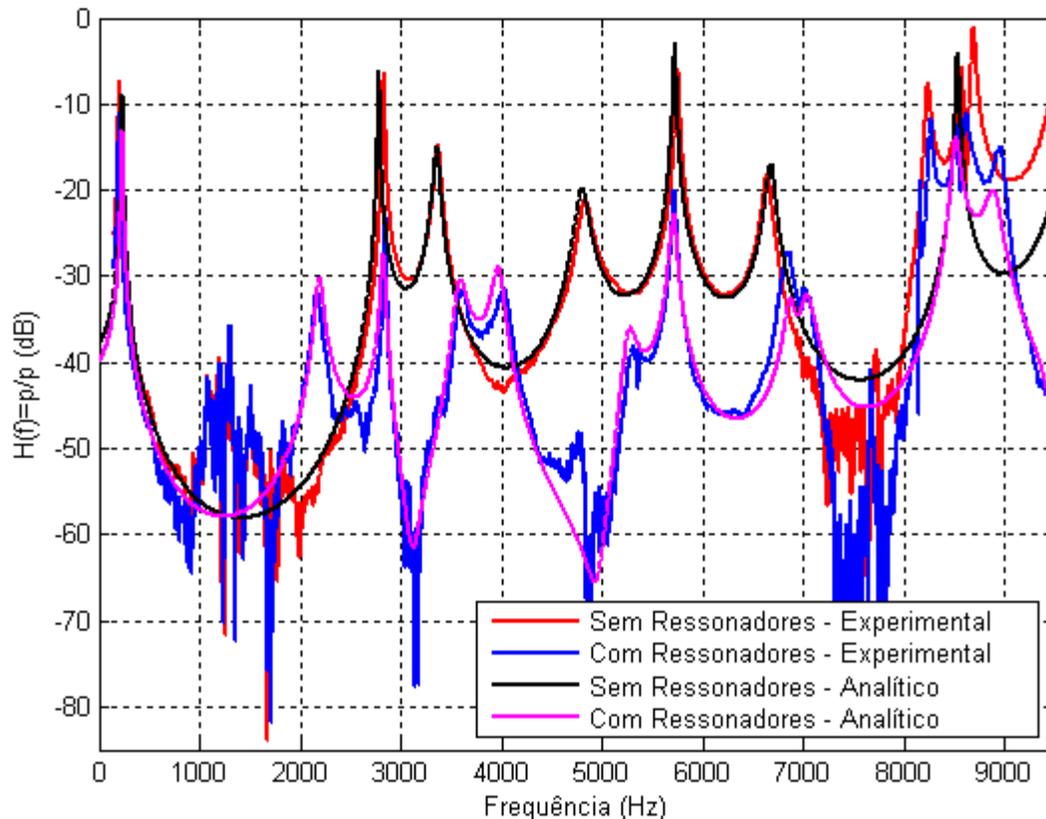


Figura 6.33 - Comparação da resposta em frequência experimental e analítica do *muffler* otimizado.

Pode-se observar uma boa concordância entre as $H(f)$'s obtidas com os modelos analíticos e as $H(f)$'s medidas experimentalmente. A redução obtida experimentalmente na faixa de 2kHz a 8kHz é de 10.4 dB, e a redução média global é da ordem de 8.8 dB. Nota-se uma discrepância entre o modelo analítico e experimental nas frequências acima de 8kHz, devido possivelmente a presença de modos radiais no interior do *muffler*. No entanto, as amplitudes e as ressonâncias mostram-se bastante concordantes até a faixa de frequência de 7kHz, para a curva de resposta do *muffler* simples como para a curva do *muffler* com ressonadores, mesmo havendo uma frequência de corte de 4kHz para o diâmetro de 51mm do volume.

Conclui-se então que a aplicação de tubos ressonantes de forma otimizada foi obtida com sucesso a partir desta validação experimental. As coerências experimentais obtidas para o *muffler* com e sem aplicação de ressonadores otimizados, podem ser observadas na Figura 6.34.

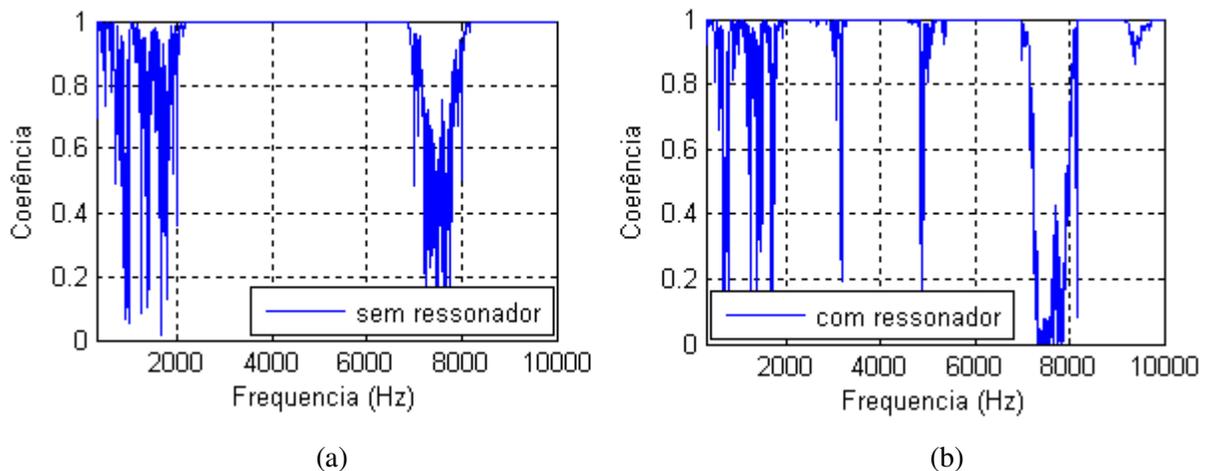


Figura 6.34 - Coerência para o *muffler* sem (a) e com ressonadores (b).

Observa-se maior perda de coerência próximo dos vales e anti-ressonâncias da curva de resposta em frequência. Isso se deve a uma brusca redução de pressão acústica na faixa de frequência com baixa coerência, devida à atenuação acústica do próprio *muffler* ou devido à atenuação global de pressão dos ressonadores no *muffler*. Desta forma, a relação sinal e ruído torna-se baixa nas frequências de anti-ressonância, havendo perda de sinal e captação de ruído dos microfones. No entanto, para as faixas de frequências onde há picos de ressonância, a coerência obtida foi próxima de 1.0, obtendo assim uma boa qualidade de medição.

CAPÍTULO 7

ABSORÇÃO SONORA EM CAVIDADES

Na década de 80 surgiram alguns trabalhos sobre campos acústicos de cavidades considerando as características de absorção como condições de contorno. Destacou-se nesta linha de pesquisa [10] e [12]. Nestes trabalhos foi analisado o campo sonoro incluindo-se modelos de absorção sonora a partir de propriedades características do material como porosidade, resistividade dinâmica e estática, densidade e fator estrutural. Todavia, a contribuição mais importante refere-se à possibilidade de se utilizar uma impedância característica do material como condição de contorno. Em 1981, Bliss [7] propôs a utilização da condição de contorno que contempla uma impedância para ondas de incidência normal e uma impedância para ondas de incidência randômica. Da década de 90 em diante, o grande enfoque dos trabalhos têm sido a análise modal vibro-acústica e comparações numérico-experimentais de resposta de pressão sonora no interior de cavidades, apresentando boa concordância.

No compressor hermético, o espaço existente entre os elementos do kit e a carcaça é considerado como a cavidade do compressor, preenchida de fluido refrigerante. As cavidades possuem modos acústicos de vibração particulares e quando as fontes de ruído internas são capazes de excitar esses modos de ressonância há um grande aumento da energia sonora transmitida para a carcaça pela cavidade. Esta energia sonora pode ser atenuada pela aplicação interna de materiais de absorção como os porosos, membranas, placas perfuradas, ressonadores de Helmholtz e tubos ressonantes.

Atualmente, existem trabalhos relacionados à aplicação de ressonadores tipo tubo e Helmholtz em cavidades para atenuação sonora. Em relação à aplicação de ressonadores de Helmholtz, Doria [14] e Deyu [28] propõem conjuntos de ressonadores e comparam modelos analíticos e experimentais desta aplicação. Na Figura 7.1 tem-se o nível de pressão sonora da aplicação de um conjunto de cinco ressonadores de Helmholtz em uma cavidade. Nota-se boa capacidade de atenuação em larga faixa de frequência até 50Hz, em até 12.7 dB. Estes trabalhos reportam a aplicação ótima do ressonadores nas posições de antinó de pressão da cavidade. Sobre a aplicação de tubos ressonantes em cavidades, observa-se em [30] a atenuação de até 10dB dos picos de ressonância de uma cavidade retangular com conjunto de três ressonadores. Um dos resultados pode ser visto na Figura 7.2. Pode-se notar em [39] a influência na atenuação sonora de uma cavidade cilíndrica em relação ao número e o diâmetro

dos tubos ressonantes aplicados. O coeficiente de absorção dos tubos também foi avaliado neste trabalho. Observa-se que quanto maior o número de ressonadores e maior diâmetro, maior a capacidade de atenuação da amplitude das ressonâncias da cavidade.

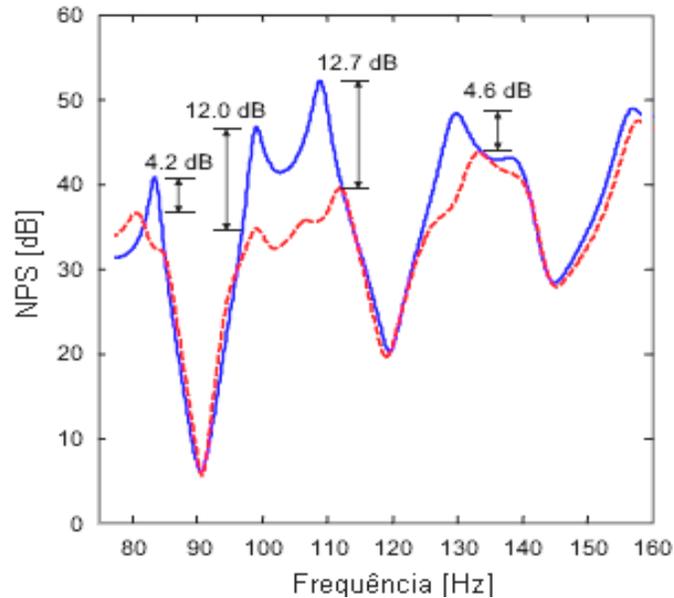


Figura 7.1 - Aplicação de conjunto de ressonadores de Helmholtz em cavidade [14].

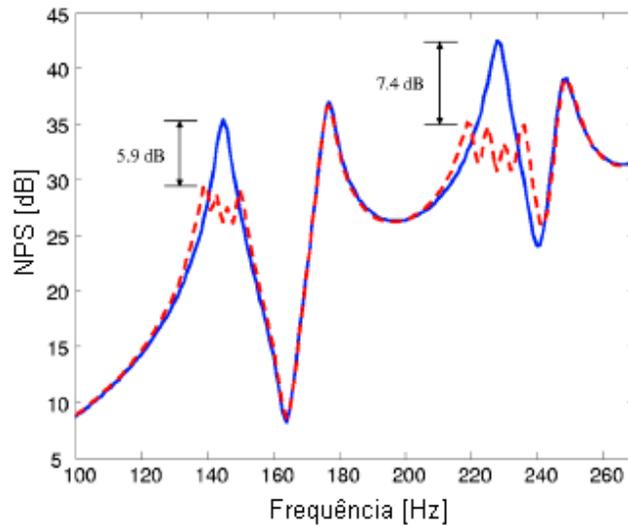


Figura 7.2 - Aplicação de conjunto de tubos ressonantes em cavidade [30].

7.1. Aplicação Numérica e Experimental de Ressonadores em Cavidade Retangular

O objetivo deste item é avaliar o potencial de atenuação da resposta de uma cavidade a uma excitação acústica a partir da aplicação de ressonadores sintonizados em uma faixa de

freqüência. A aplicação em cavidade retangular facilita a modelagem numérica e o procedimento experimental. Através da simulação numérica (*Virtual Lab*) e comparação experimental, avaliou-se o efeito da aplicação de um ressonador assim como um conjunto de oito ressonadores aplicados em uma cavidade retangular de $0.215 \times 0.179 \times 0.152 m$.

Para aplicação de um único ressonador, observando-se o efeito do ressonador no nível de pressão sonora no interior da cavidade devido a uma excitação acústica, simulou-se primeiramente a cavidade com paredes rígidas e, em seguida, adicionou-se a admitância do ressonador sintonizada no terceiro modo da cavidade. A excitação acústica foi realizada prescrevendo valores de velocidade de partícula aplicada na superfície da cavidade.

Os resultados obtidos são a curva de resposta de pressão sonora medida em um ponto na superfície da cavidade, tentando reconstituir o experimento. As malhas foram confeccionadas no *software Patran* com discretização suficiente para análises até 5kHz, limitando o número de elementos em 6 elementos por comprimento de onda. Isto levou a um $\Delta l = 0.01 m$.

A simulação foi calculada com um passo de freqüências de 2Hz, para que no pós-processamento pudesse ser observada a resposta em banda estreita de freqüência e, assim, melhor visualizado o nível de pressão sonora na cavidade. O fluido no interior da cavidade é o ar a 15 °C, considerando um amortecimento de 1.0 %. A velocidade do som aplicada ao modelo numérico foi $c = 340 + 3.4j$. Como condição de contorno, aplicou-se uma velocidade de partícula de $6 \times 10^{-5} m/s$ na superfície superior da cavidade, cuja posição é $(x,y,z) = (0.04 ; 0.07 ; 0.215) m$, em uma área de $2.10^{-3} m$.

A partir dos dados experimentais, ajustou-se a amplitude da resposta do modelo numérico através do ajuste da velocidade de partícula de excitação e do amortecimento do fluido no interior da cavidade. As condições de contorno utilizadas no modelo numérico podem ser vistas na Figura 7.3. O ponto de leitura de pressão, localiza-se na posição $(0.055 ; 0.152 ; 0.061) m$. Aplicou-se um ressonador aberto-fechado (admitância) de comprimento $L = 70.4 mm$ ($L_{ef} = 74.6 mm$) e diâmetro $d = 10 mm$ na posição $(0.097 ; 0.152 ; 0.061) m$, para atenuar o terceiro modo em 1125Hz.

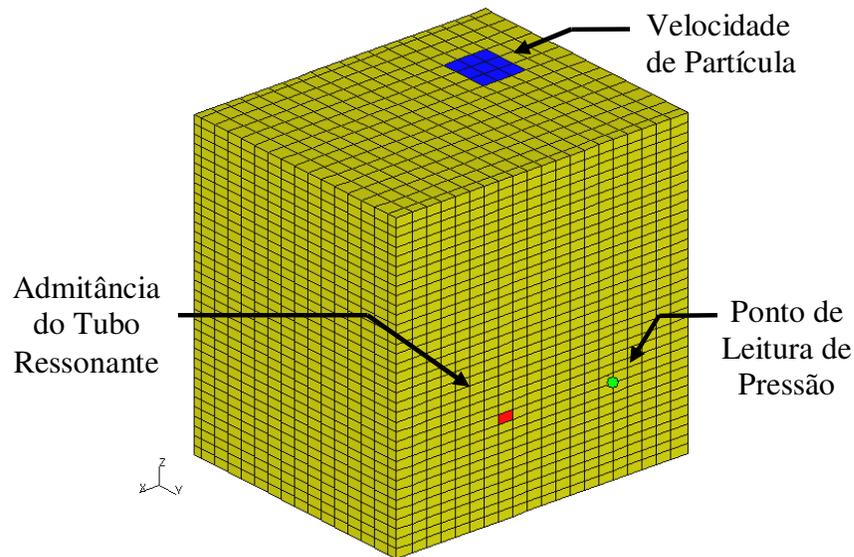


Figura 7.3 - Condições de contorno para aplicação de um ressonador na cavidade.

O terceiro modo de ressonância da cavidade, na qual é de interesse de atenuação, pode ser visualizado na Figura 7.4 a seguir do modelo numérico.

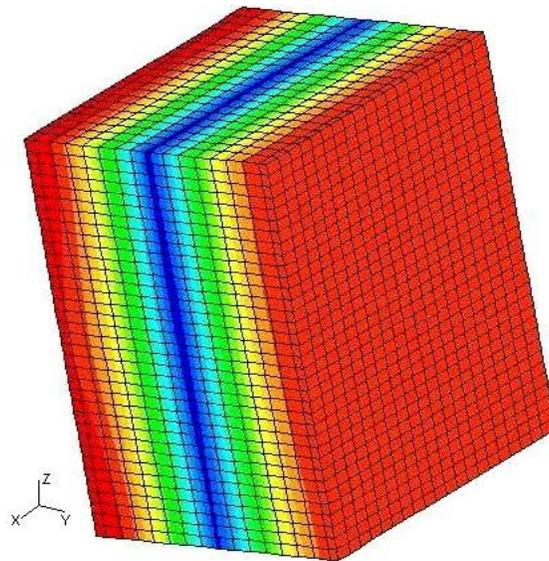


Figura 7.4 - O terceiro modo de ressonância da cavidade em 1125Hz, ar a 15°C.

É importante lembrar que a aplicação de um ressonador é mais efetiva em uma posição de máxima amplitude de pressão da cavidade, ou seja, afastado do ponto de nó. Por isto aplicou-se o ressonador nesta posição escolhida.

Para validação experimental do modelo numérico, utilizou-se uma cavidade retangular de aço carbono, um microfone pré-polarizado de campo livre 1/2" B&K 4189, amplificador de potência B&K 2706, software Pulse Labshop v 10.1, calibrador B&K 4231. Os sinais foram

processados em um *Laptop* HP. Um falante de 4 polegadas acoplado à cavidade injetava o sinal *sweep sine* na parede da cavidade, a partir da saída do Pulse, acoplado ao amplificador de potência.

A análise foi realizada com uma discretização de 1,5625 Hz no domínio da frequência e utilizou-se a janela *Hanning*. Um microfone de campo livre instalado em um alojador da cavidade, captava sinais de pressão acústica que foram enviados para o Pulse, podendo-se obter a resposta em frequência entre o microfone e o sinal de excitação do auto-falante, para comparar com valores numéricos. Um esquema do aparato pode ser visualizado na Figura 7.5.

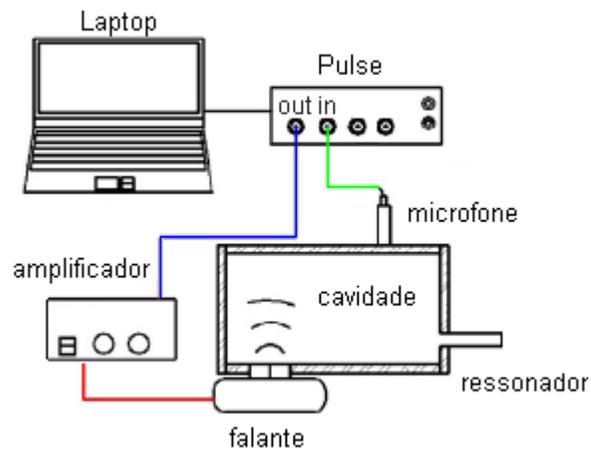


Figura 7.5 - Esquema do aparato experimental.

O nível de pressão sonora e os picos de ressonância mostraram-se bastante homogêneos para três pontos de medição até a faixa de 2kHz. Por isso, decidiu-se utilizar um único microfone de campo livre para realizar as medições de pressão, facilitando a comparação com o modelo numérico.

A cavidade experimental com um ressonador assim como a fonte sonora acoplada pode ser vista na Figura 7.6.

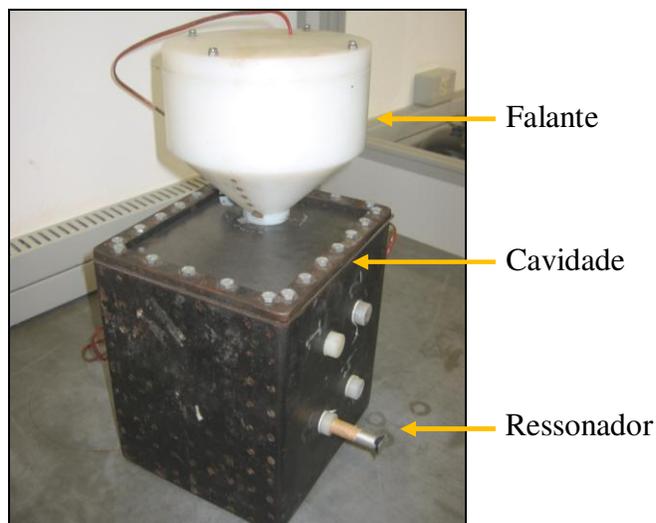


Figura 7.6 - Cavidade experimental com um ressonador.

Os resultados do nível de pressão sonora obtidos e a comparação com o modelo numérico podem ser observadas nas Figuras 7.7 e 7.8.

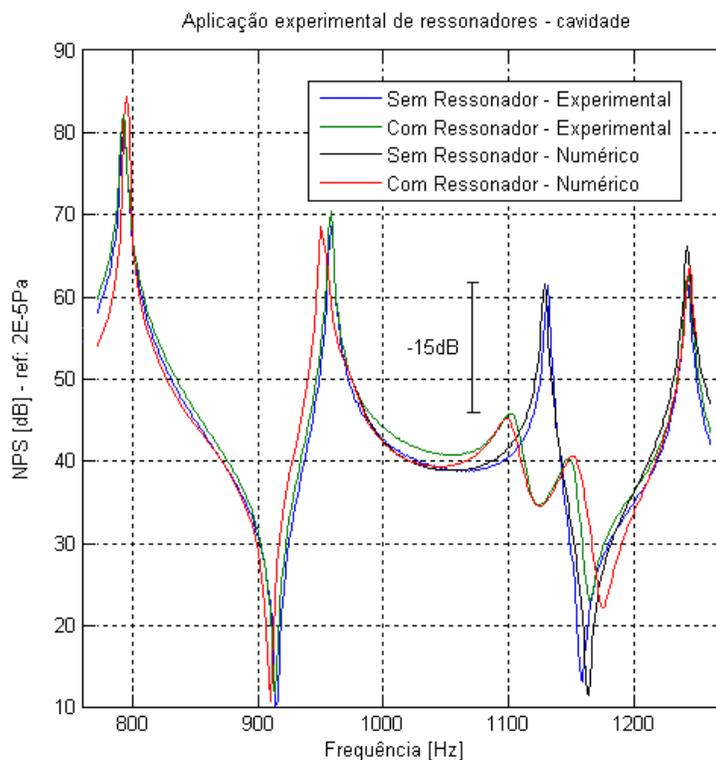


Figura 7.7 - Nível de pressão sonora da cavidade e a comparação com o modelo numérico para um ressonador.

Pode-se notar boa concordância entre os dados experimentais e o modelo numérico. Observa-se a influência do ressonador em relação ao terceiro modo com uma atenuação de 15dB.

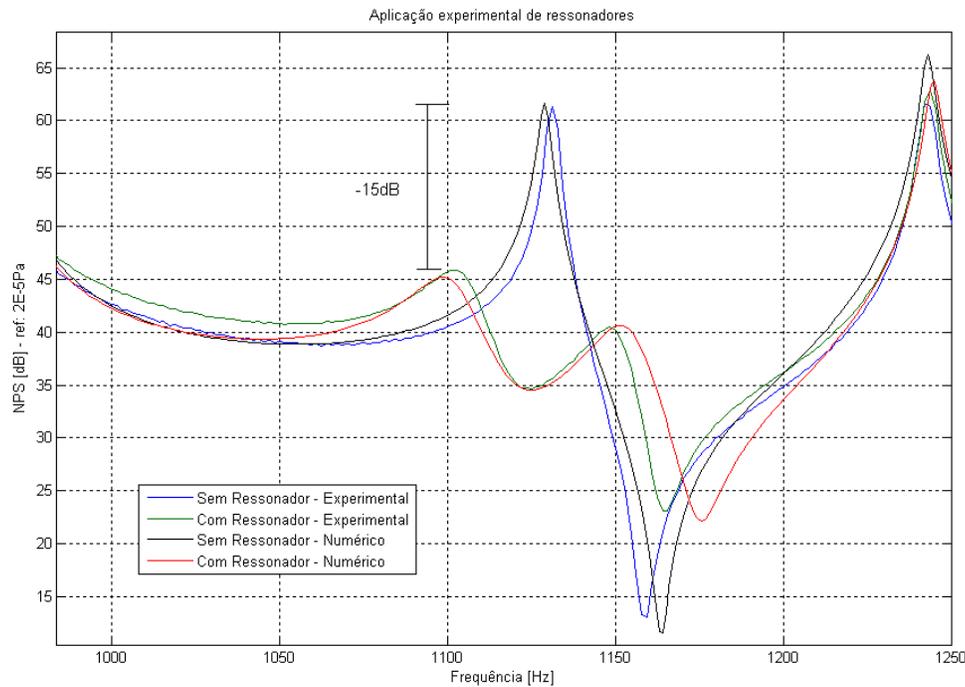


Figura 7.8 - Zoom do nível de pressão sonora da cavidade e a comparação com o modelo numérico para um ressonador.

Com o objetivo de atenuar o primeiro modo de ressonância da cavidade, foram utilizados ressonadores aberto-fechados de menor diâmetro, com o intuito de ocupar menor espaço com uma ampla faixa de atenuação, assim formando um sistema de oito ressonadores. Estes oito ressonadores foram sintonizados na frequência central de aproximadamente 810Hz, cujas dimensões são:

Comprimento = 95 a 109mm

$\Delta L = 2mm$

Diâmetros = 4.2mm

Frequência de sintonia = 757 Hz - 870 Hz

$\Delta F = 16.1$ Hz

Para o modelo numérico utilizando oito ressonadores, o fluido no interior da cavidade é o ar a 20 °C, considerando um amortecimento de 1.7 %. A velocidade do som aplicada ao modelo numérico foi $c = 343 + 5.83j$. Como condição de contorno, aplicou-se uma velocidade de partícula de 6×10^{-5} m/s na superfície superior da cavidade, cuja posição é $(x,y,z) = (0.12 ; 0.07 ; 0.215)m$. O ponto de leitura de pressão, localiza-se na posição $(0.179 ; 0.105 ; 0.061)m$. Aplicou-se o sistema de ressonadores aberto-fechado (admitâncias) na posição $(0.089; 0.152; 0.035) m$. As condições de contorno utilizadas no modelo numérico para este caso podem ser vistas na Figura 7.9.

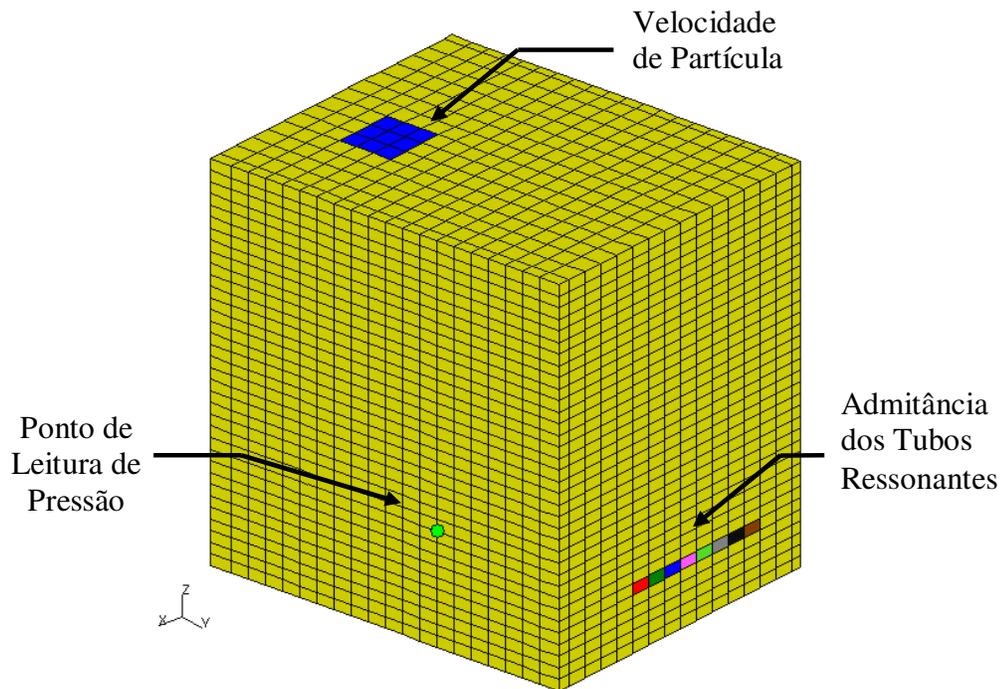


Figura 7.9 - Condições de contorno para aplicação de conjunto de 8 ressonadores na cavidade.

O primeiro modo de ressonância da cavidade, na qual deseja-se atenuar, pode ser visualizado na Figura 7.10 a seguir do modelo numérico.

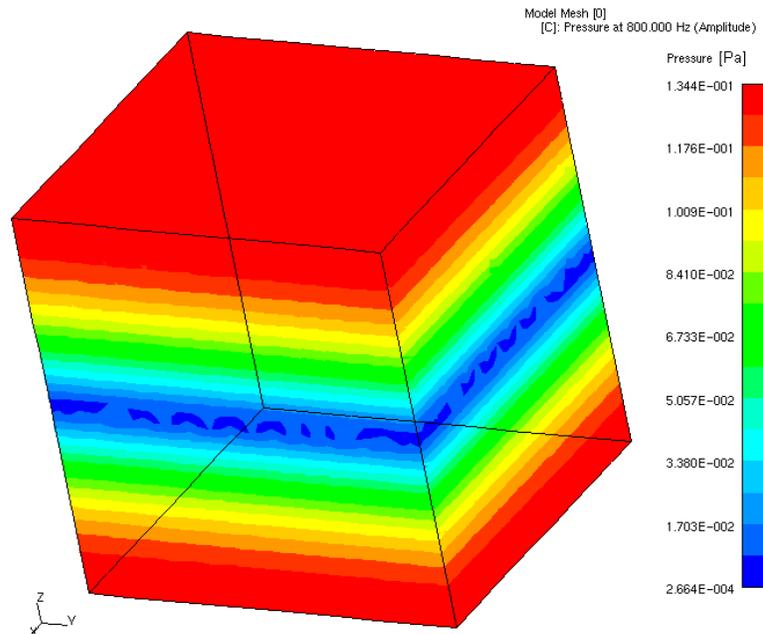


Figura 7.10 - Primeiro modo da cavidade retangular em 800Hz, ar a 20°C..

Nota-se que os máximos de amplitude de pressão localizam-se nas extremidades da cavidade. A cavidade experimental com o microfone alojado assim como a fonte sonora

acoplada pode ser vista na Figura 7.11 a seguir. O conjunto de ressonadores aplicados na cavidade, podem ser vistos na Figura 7.12.

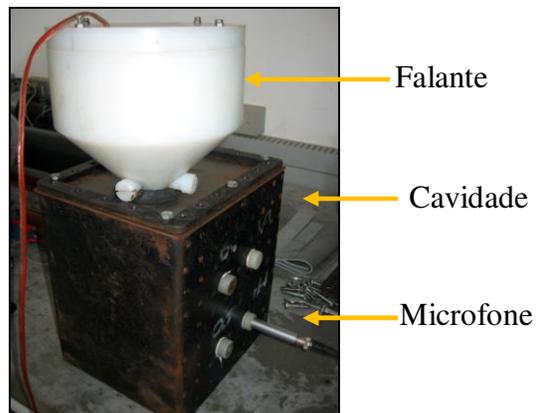


Figura 7.11 - Cavidade experimental com o microfone alojado.



Figura 7.12 - O conjunto de ressonadores.

Os ressonadores foram instalados próximos a uma posição de máxima amplitude de pressão na parede lateral da cavidade, como pode ser observado na Figura 7.13. Os resultados do nível de pressão sonora obtidos e a comparação com o modelo numérico podem ser observadas na Figura 7.14.

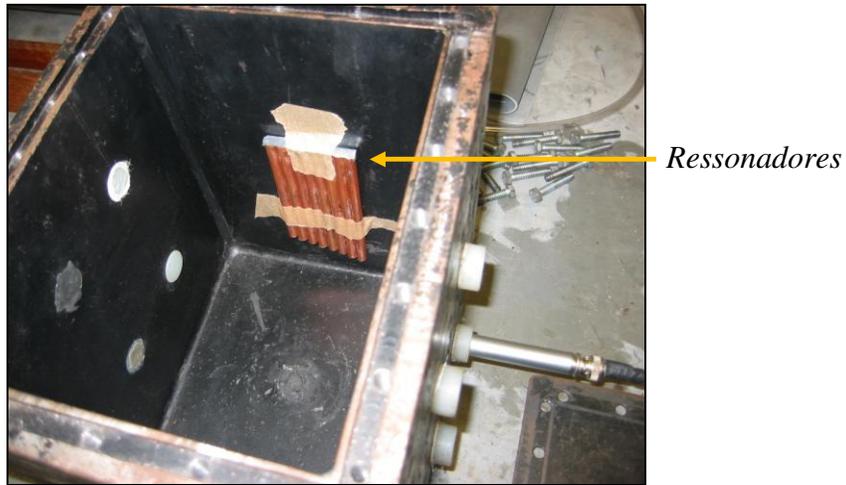


Figura 7.13 - Aplicação do conjunto de ressonadores na parede da cavidade.

O resultados obtidos para as duas simulações numéricas se mostraram bastantes concordantes com o modelo experimental, em relação às frequências de ressonância e às amplitudes. Para a aplicação do conjunto de oito ressonadores, observa-se uma atenuação de 15.5 dB do primeiro modo da cavidade. No entanto, a atenuação foi mais suave, não havendo picos de ressonância adjacentes.

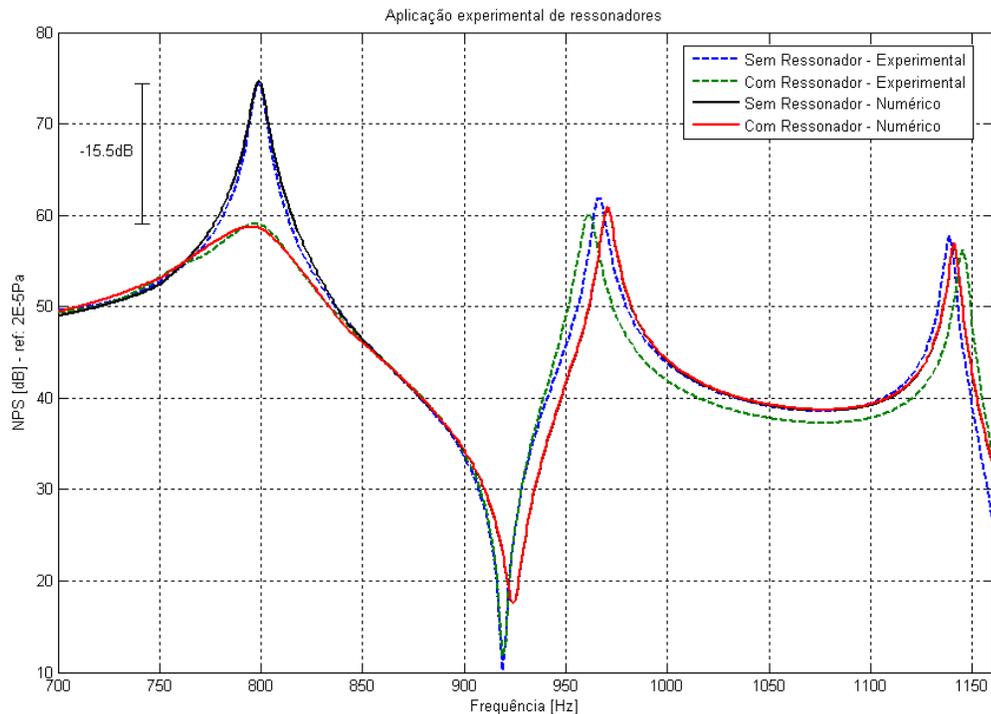


Figura 7.14 - Nível de pressão sonora obtida para aplicação de conjunto de ressonadores.

O acoplamento acústico entre a cavidade e os ressonadores causam uma atenuação dos modos da cavidade devido à energia de dissipação que ocorre no interior dos ressonadores. Além disso, as aberturas dos ressonadores atuam como uma fonte de velocidade de volume na forma de interferência destrutiva dos modos da cavidade.

Conclui-se então que os picos de ressonância da cavidade podem ser atenuados e controlados com sucesso e eficiência, a partir da aplicação de ressonadores.

8. CONCLUSÕES

O presente trabalho investigou a atenuação sonora proporcionada pela aplicação de tubos ressonantes em geometrias relativamente simples, correspondentes a tubos circulares de seção transversal constante e cavidades retangulares, e geometrias mais complexas como filtros acústicos com uma câmara de expansão. Foi realizada uma revisão bibliográfica a respeito dos métodos de controle de campo acústico, assim como uma verificação de suas vantagens e desvantagens, observando o potencial dos tubos ressonantes. Desenvolveram-se modelos analíticos de tubos ressonantes aplicados a dutos e filtros acústicos de geometria simplificada, considerando perdas acústicas por efeitos viscotérmicos. Verificou-se que o diâmetro dos dutos é um fator importante para avaliação das perdas por efeitos viscotérmicas. Observou-se que quanto menor o diâmetro do duto, maior são as perdas viscotérmicas, e estas devem ser consideradas no modelo analítico e numérico. As perdas viscotérmicas são implementadas aos modelos numéricos através da velocidade do som complexa, adquirida através do modelo analítico.

Foi observada grande concordância entre os modelos analíticos, numéricos e experimentais analisados, validando-se assim estas ferramentas de análise de absorção sonora para tubos ressonantes. Os modelos viscotérmicos foram aplicados de forma eficiente ao modelo analítico e numérico, corrigindo assim a amplitude das ressonâncias em relação ao método experimental. Observa-se um cuidado necessário com o comprimento equivalente dos tubos principais e ressonantes para os modelos experimentais, numéricos e analíticos, para que estes possuam boa concordância. A construção dos protótipos experimentais deve possuir um dimensionamento geométrico com tolerância da ordem de décimos de milímetros (um por cento do comprimento e dez por cento do diâmetro), para não haver dessintonia das frequências de atuação, cuja influência é maior em altas frequências (7 kHz). Estes modelos de tubos ressonantes aplicados a dutos e filtros acústicos foram comparados através de avaliações feitas a partir da função resposta em frequência. A utilização desta função resposta como método de comparação foi obtida de forma facilitada e satisfatória para os modelos numéricos, analíticos e experimentais, sendo assim um bom método de análise. A análise experimental em faixas de frequências menores é importante para obter-se a resposta em frequência do ressonador ou filtro acústico com boa coerência e qualidade de medição. Após a medição, é necessário realizar a calibração das ponteiras dos microfones devido às diferenças

de amplitudes e fases que eles proporcionam, pois esta influência pode descaracterizar os resultados da curva de resposta.

Os modelos numéricos em *Virtual Lab* apresentam grande facilidade de manipulação das condições de contorno e das propriedades do fluido, e também de extração de resultados, sendo assim uma ferramenta eficiente de análise. Deve-se tomar precaução na construção da malha, para que os elementos dos tubos ressonantes sejam acoplados efetivamente aos elementos dos dutos principais.

Os parâmetros de dimensionamento, posicionamento e número de ressonadores aplicados aos dutos principais e filtros acústicos sugerem a possibilidade de otimização, e esta foi realizada com sucesso aplicando-se algoritmos genéticos aos modelos analíticos, sendo estes validados de forma numérica e experimental. O processo de otimização indica alguns resultados conclusivos. Os tubos ressonantes, para maior eficiência de absorção, devem ser aplicados nas posições de máxima amplitude de pressão para o respectivo modo de interesse de atenuação. Além disso, os tubos ressonantes devem apresentar características geométricas como diâmetro e, principalmente, comprimento, de forma a sintonizar os modos do tubo com o modo de interesse do sistema principal, e conseqüentemente os seus múltiplos. Devem possuir propriedades acústicas suficientes para realizar variações bruscas de impedâncias e, conseqüentemente, reflexões no interior do duto principal, causando assim a atenuação do modo de interesse. O diâmetro influencia basicamente na maior ou menor atenuação dos modos. Um menor diâmetro de tubo ressonante otimizado causa uma maior atenuação da amplitude dos picos de ressonância, no entanto, um tubo ressonante de maior diâmetro causa uma maior atenuação global, e picos adjacentes são menos atenuados. Por isto, uma questão de compromisso é obtida aplicando-se os algoritmos genéticos. A atenuação obtida no modelo analítico otimizado foi bastante condizente com os modelos experimentais, obtendo-se reduções globais de até 10dB em filtros acústicos de geometria simplificada, isto com aplicação de pequeno número de tubos ressonantes.

A aplicação de tubos ressonantes em cavidades apresenta grande potencial, e os resultados experimentais e numéricos apresentaram-se bastante concordantes. A atenuação obtida na cavidade retangular foi da ordem de 15dB, para um *array* de 8 ressonadores sintonizados próximos do primeiro modo de ressonância. Estes ressonadores apresentam diâmetros de 4.2mm e ocupam pequeno volume (0,5% do volume da cavidade), podendo ser facilmente aplicados em cavidades de compressores para atenuação sonora.

A partir dos resultados encontrados neste trabalho pode-se dizer, que os tubos ressonantes apresentam grande potencial de aplicação no que se refere ao ruído irradiado por

máquinas, dutos e filtros acústicos. As informações e conhecimentos adquiridos nesta pesquisa formam uma base de dados para futuros trabalhos em absorção sonora onde modelos mais complexos poderão ser desenvolvidos e outras opções poderão ser avaliadas com maior profundidade. Como sugestão para trabalhos futuros, destacam-se:

- a) Otimização de modelos numéricos de filtros acústicos reais e cavidades de compressores.
- b) Aplicação experimental e medição da potência sonora irradiada com aplicação de tubos ressonantes otimizados em *mufflers* e cavidades de compressores, sob as condições de carga e funcionamento real.
- c) Avaliação do potencial de aplicação em cavidades e filtros acústicos e a otimização de modelos analíticos e numéricos de outros tipos de absorvedores, como os de membrana, placa perfurada e ressonadores de Helmholtz.

9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ALLARD, J. F. **Propagation of sound in porous media: modelling sound absorbing materials.** England, Elsevier, 1993.
- [2] BAARS, Edmar et al. **Sound quality of hermetic compressors and refrigerators.** Proceedings of International Compressor Conferences at Purdue University.
- [3] BARBIERI, R. et al. **Application of the Galerkin-FEM and the improved four-pole parameters method to predict acoustic performance of expansion chambers.** Journal of Sound and Vibration, v.276, p.1101–1107, 2004.
- [4] BELTMAN, W. M. **Viscothermal wave propagation including acousto-elastic interaction, part I: theory.** Journal of Sound and Vibration v.227, p. 555-586, 1999.
- [5] BERANEK, L. L.; VÉR, I. L. **Noise and Vibration Control Engineering.** New York, John Wiley, 1992.
- [6] BILAWCHUK, S.; FYFE, K. R. **Comparison and implementation of the various numerical methods used for calculating transmission loss in silencer systems.** Applied Acoustics v.64, p. 903–916, 2003.
- [7] BLISS, D. B. **A Study of Bulk Reacting Porous Absorbers and a new Boundary Condition for thin Porous Layers.** Akusmod User's Manual, 1981.
- [8] CARNEIRO, E. B. **Aplicação de absorvedores tipo membrana em cavidades e filtros acústicos.** Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2008.
- [9] COOK, R. D. **Concepts and Applications of Finite Element Analysis.** 4 ed, John Wiley & Sons, New York, 2001.
- [10] CRAGGS, A. **A finite Element Model for Acoustically Lined Small Rooms.** Journal of Sound and Vibration v.108(2). p. 327-337, 1986.
- [11] CRAUN, M. A.; MITCHELL, L. D. **Identification of Sound Propagation Paths within a Reciprocating Compressor via Multiple-input/Single-output Modeling.** Proceedings of the International Compressor Engineering Conference at Purdue, 1994.
- [12] DE ROSA, S. et al. **Application of the F.E.M. for passive noise control including soundproofing materials.** In: StruCoMe, Paris, Conference proceedings p. 261-269, 1989.
- [13] DIESEL, F. **Fluxo de energia sonora do conjunto moto-compressor para a carcaça de compressores herméticos através da cavidade.** Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, 2000.
- [14] DORIA A. **Control of acoustic vibrations of an enclosure by means of multiple resonators.** Università degli Studi di Padova, Dipartimento di Ingegneria Meccanica, Via Venezia 1, Padova, Italy, 35131, 1994.

-
- [15] EERDEN, F. V. *Noise Reduction with coupled prismatic tubes*, PhD thesis, University of Twente, Enschede, The Netherlands, 2000.
- [16] FROMMHOLD, W. et al. **Predicting the absorption of open weave textiles and micro-perforated membranes backed by an air space**. Journal of sound and vibration, 1998.
- [17] GOLDBERG, D. E. **Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning**. Cambridge, Addison-Wesley, 1989.
- [18] HOLLAND, J. H. **Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control and Artificial Intelligence**. Ann Arbor , The University of Michigan Press, MI, 1975.
- [19] INGARD, K. U. **On the theory and design of acoustic resonators**. Journal of the Acoustical Society of America v.25, p.1037–1061, 1953.
- [20] JACOBSEN, F. **An elementary introduction to acoustics**. Chapter 1 in Fundamentals of Acoustics and Noise Control, Acoustic Technology, Ørsted DTU, Technical University of Denmark, Note no 31200, 2007.
- [21] KANG, J.; FUCHS, H. V. **Predicting the absorption of an open weave textiles and micro-perforated membranes backed by an air space**. Journal of sound and vibration, 1998.
- [22] KINSLER, L. E. et al. **Fundamentals of Acoustics**. 4 ed. Wiley, New York, 2000.
- [23] LACERDA, E. G. M. et al. **Um tutorial sobre algoritmos genéticos**. RITA. Vol. IV, n.2, p.109-139, 1999.
- [24] LEE, Y. Y. et al. **Effects of the panel and helmholtz resonances on a micro-perforated absorber**. Journal of the Acoustical Society of America, 2005.
- [25] LENZI, A. et al. **Estudo das Fontes de Ruído e Vibrações do Conjunto Motocompressor de um Modelo de Compressor Hermético EGS 80 HLP – Projeto Lower Noise II - Relatório de acompanhamento**. Laboratório de Vibrações e Acústica, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, 2000.
- [26] _____. **Estudo das Fontes de Ruído e Vibrações do Conjunto Motocompressor de um Modelo de Compressor Hermético EGS 80 HLP – Projeto Lower Noise III - Relatório de acompanhamento**. Laboratório de Vibrações e Acústica, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2001.
- [27] LENZI, A. **Acústica Avançada. Notas de aula**. Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Laboratório de Vibrações e Acústica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2007.
- [28] LI, Deyu; CHENG, Li. **Acoustically coupled model of an enclosure and a Helmholtz resonator array**. Journal of the Acoustical Society of America v.305, Issue 1-2, p. 272-288, 2007.

- [29] LI, D.; VIPPERMAN, J. S. **On the design of long T-shaped acoustic resonators.** Journal of the Acoustic Society of America v.116, 2785–2792, 2004.
- [30] _____. **Noise control in enclosures: Modeling and experiments with T-shaped acoustic resonators.** Journal of the Acoustical Society of America v.122, issue 5, p. 2615, 2007.
- [31] LOPES, Leonardo Ferreira. **Uso de Materiais Porosos em Filtros Acústicos.** Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.
- [32] MAA, D. Y. **Potential of microperforated panel absorber.** Journal of the Acoustical Society of America v.104, Issue 5, pp.2861-2866, 1998.
- [33] **Manual LMS Virtual Lab.** Disponível em: <<http://www.lmsintl.com/support>>. Acesso em: 10 de fevereiro de 2009.
- [34] MICAEL, G. V. **Fluxo de Energia Vibratória do Conjunto Moto-Compressor para a Carcaça de um Compressor Hermético através das Molas de Suspensão.** Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2001.
- [35] MUNJAL M. L. **Acoustics of ducts and mufflers with applications to exhaust and ventilation system.** Interscience, New York, 1987.
- [36] OLIVEIRA, A. **Adição de Amortecimento Estrutural Usando Materiais Viscoelásticos.** Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.
- [37] OZTURK, C. et al. **Radiation analysis of the reciprocating refrigeration compressor casing.** Proceedings of International Compressor Conferences at Purdue University, p. 697-702, 1996.
- [38] PAIOTTI, L. R. **Vibrações Induzidas pelo Campo Eletromagnético no Estator de Motores de Indução de Compressores Herméticos.** Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2002.
- [39] PARK, Ju Hyun; SOHN, Chae Hoon. **On optimal design of half-wave resonators for acoustic damping in an enclosure.** Journal of the Acoustical Society of America v .319, Issue 3-5, p. 807-821, 2008.
- [40] PIERCE, A. D. **Mathematical theory of wave propagation.** Chapter 2 in Encyclopedia of Acoustics, ed. M.J. Crocker, John Wiley & Sons, New York, 1997.
- [41] RODRIGUES, R. S. **Análise dos esforços dinâmicos transmitidos pelo eixo e pistão ao bloco de compressores herméticos.** Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2003.

-
- [42] SELAMET, A.; RADAVIDICH, P. M. **The effect of length on the acoustic attenuation performance of concentric expansion chambers: an analytical, computational, and experimental investigation.** *Journal of Sound and Vibration* v.201, p. 407–426, 1997.
- [43] SELAMET, A.; JI, Z. L. **Acoustic attenuation performance of circular expansion chambers with extended inlet/outlet.** *Journal of Sound and Vibration* v.223, p. 197–212, 1999.
- [44] SILVA, Andrey. **Minimização do fluxo de potência através do tubo de descarga de compressores herméticos.** Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2004.
- [45] SULLIVAN, J. W.; CROCKER, M. J. **Analysis of concentric-tube resonators having unpartitioned cavities.** *Journal of the Acoustical Society of America* v.64, pp. 207–215, 1978.
- [46] **Theoretical Manual Complement**, *Synnoise Rev. 5.0*. Numerical Integration Technologies N. V., Belgium, 1993.
- [47] TREVOR, J. Cox; PETER, D'Antonio. **Acoustic absorbers and diffusors: Theory and design.** 2 ed. London, Taylor & Francis, 2009.
- [48] **Virtual Lab, User's Manual.** LMS Numerical Technologies, Bélgica.
- [49] YEH, L.J. et al. **GA Optimization on multi-segments muffler under space constraints.** *Applied Acoustics* v. 65, p. 521–543, 2003.
- [50] YIN, X., GERMAY, N. **A Fast Genetic Algorithm with Sharing Scheme Using Cluster Methods in Multimodal Function Optimization.** *Proceedings of the international Conference on Artificial Neural Nets and genetic Algorithms*, Innsbruck, Springer-Verlag, 450-457, 1993.

