

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PALERMO  
SCUOLA POLITECNICA  
Corso di laurea Magistrale in Ingegneria Civile –Strutture e Geotecnica LM-23  
Dipartimento di Ingegneria Civile, Ambientale, Aerospaziale e dei Materiali (DICAM)  
Institute of Basic Sciences in Engineering Science – Unit of Applied Mechanics – University of Innsbruck  
(AMECH)



Sul miglioramento dell'efficacia del TMD nel transitorio:  
Indagine Teorico/Sperimentale

RELATORI  
**Ch.ma Prof. Antonina Pirrotta**  
**Ch.mo Prof. Christoph Adam**

TESI DI LAUREA DI  
**Francesco Maria Cannata**

CORRELATORI  
**Ph.D.Ing. Alberto Di Matteo**  
**Ph.D. Ing. Thomas Furtmüller.**

ANNO ACCADEMICO 2016 - 2017

MAGISTRALE



A mio padre

# Indice

<b>Introduzione</b>	<b>4</b>
<b>1 Sistemi di controllo delle vibrazioni</b>	<b>8</b>
1.1 Sistemi di controllo passivo . . . . .	9
1.1.1 Metallic yield dampers . . . . .	10
1.1.2 Friction Dampers . . . . .	11
1.1.3 Viscoelastic dampers . . . . .	12
1.1.4 Viscous fluid damper . . . . .	13
1.1.5 Base Isolation System . . . . .	14
1.1.6 Tuned mass dampers TMD . . . . .	16
1.1.7 Tuned liquid dampers TLD . . . . .	17
1.2 Active Control System . . . . .	19
1.3 Hybrid Control System . . . . .	19
1.4 Semi-active Control System . . . . .	20
1.4.1 Stiffness control devices . . . . .	22
1.4.2 Electrorheological dampers . . . . .	23
1.4.3 Magnetorheological damper . . . . .	24
<b>2 Risposta dinamica di un modello strutturale</b>	<b>26</b>
2.1 Sistema ad un grado di libertà(SDOF) . . . . .	26
2.1.1 Formulazione Generale . . . . .	26

2.1.2	Vibrazioni libere . . . . .	27
2.1.3	Vibrazioni libere smorzate . . . . .	29
2.1.4	Vibrazioni forzate . . . . .	31
2.2	Sistema a più gradi di libertà (MDOF) . . . . .	32
2.2.1	Sistema smorzato forzato . . . . .	32
<b>3</b>	<b>Tuned Mass Damper Device</b>	<b>35</b>
3.1	Stato dell'arte . . . . .	35
3.2	Applicazioni . . . . .	39
3.3	Formulazione Analitica . . . . .	42
3.3.1	Formulazione per sistemi SDOF . . . . .	42
3.3.2	Formulazione per sistemi MDOF . . . . .	45
3.4	Ottimizzazione dei parametri . . . . .	48
<b>4</b>	<b>Analisi numerica del sistema controllato con TMD</b>	<b>55</b>
4.1	Scelta dei parametri strutturali e simulazioni condotte . . . . .	55
4.2	Frequency Responce Function (FRF) . . . . .	58
4.3	Sistema principale a 3DOF . . . . .	60
4.4	Sistema controllato con TMD . . . . .	62
4.4.1	Sollecitazione considerata . . . . .	63
4.4.2	Studio configurazioni TMD . . . . .	64
<b>5</b>	<b>Analisi sperimentale del sistema controllato con TMD</b>	<b>71</b>
5.1	Setup sperimentale . . . . .	71
5.1.1	Sistema di generazione delle sollecitazioni alla base . . . . .	72
5.1.2	Sistema di acquisizione della risposta strutturale . . . . .	73
5.1.3	Procedure e software di generazione, acquisizione ed elaborazione dati . . . . .	75

5.2	Il sistema principale a 3DOF . . . . .	76
5.2.1	Caratteristiche del sistema . . . . .	76
5.2.2	Identificazione dei parametri del sistema . . . . .	78
5.2.3	Confronto numentico speriementale . . . . .	83
5.3	Sistema controllato con TMD . . . . .	91
5.3.1	Caratteristiche del sistema . . . . .	91
5.3.2	Indagine sperimentale per il sistema controllato da TMD . . . . .	104
5.3.3	Confronto numerico sperimentale . . . . .	145
<b>6</b>	<b>Nuovo dispositivo per il controllo delle vibrazioni:STMD</b>	<b>150</b>
6.1	Stato dell'arte . . . . .	150
6.2	Equazioni del moto di un MDOF controllato da STMD .	155
6.3	Ottimizzazione dei parametri . . . . .	158
6.4	Analisi numerica del sistema controllato con STMD . . .	162
6.4.1	Confronto numerico tra i sistemi controllati con TMD e STMD . . . . .	165
6.5	Analisi sperimentale del sistema controllato con STMD .	170
6.5.1	Caratteristiche del sistema . . . . .	170
6.5.2	Indagine sperimentale . . . . .	172
6.5.3	Confronto sperimentale in termini di Funzione di Trasferimento (FRF) tra i sistemi muniti di TMD e STMD . . . . .	173
	<b>Conclusion</b>	<b>176</b>

# Introduzione

Nella presente tesi si è sviluppata una indagine teorico-sperimentale per lo studio del comportamento di strutture munite di un innovativo dispositivo di controllo delle vibrazioni di tipo semi-attivo.

In letteratura sono presenti diversi casi in cui il sistemi di controllo delle vibrazioni semi attivo viene analizzato da un punto di vista teorico. D'altra parte è risultato che vi fossero pochi studi ed applicazioni sperimentali di tale dispositivo.

Nel presente lavoro si è affrontato il problema di realizzare, presso il laboratorio di dinamica sperimentale dell'Università di Innsbruck, un dispositivo che potesse cambiare la sua configurazione automatizzando questo processo.

Nel primo capitolo della tesi sono presentati i vari sistemi di controllo delle vibrazioni distinguendoli in sistemi di controllo passivi, attivi, semiattivi e ibridi, con una descrizione riguardante la loro efficienza.

Nel secondo capitolo si riportano concetti base della dinamica sperimentale, i quali sono propedeutici per meglio comprendere il funzionamento teorico dei dispositivi.

Il terzo capitolo è dedicato alle specifiche del TMD, in particolare si tratterà lo stato dell'arte e alcune delle applicazioni esistenti del sistema. Per questo dispositivo si riportano le equazioni che governano il moto

dei sistemi ad un grado di libertà (SDOF) e quelli a più gradi di libertà (MDOF). Alla fine del capitolo si riportano i criteri di ottimizzazione impiegati per massimizzare il rendimento del TMD.

Nel quarto capitolo vengono condotte delle simulazioni numeriche per un sistema a tre gradi di libertà, per il quale si indaga sul miglior posizionamento del dispositivo TMD.

Al fine di validare i risultati ottenuti attraverso prove sperimentali, nel quinto capitolo, si procede alla descrizione dell'apparato strumentale, con il quale è stata condotta la campagna sperimentale su un modello 3DOF, realizzato e testato all'interno del Laboratorio di Dinamica Sperimentale presso l'Università di Innsbruck.

L'obiettivo principale è quello di realizzare un nuovo dispositivo di controllo delle vibrazioni, che partendo dalla configurazione ottimale del TMD, possa migliorare.

Il sesto capitolo è dedicato alla descrizione di questo dispositivo, definito Semi Active Tuned Mass Damper.

Dopo una descrizione dello stato d'arte del dispositivo si procede con la formulazione delle equazioni che governano il moto riponendo una certa attenzione all'ottimizzazione dei parametri caratteristici che stanno alla base della legge di variazione del dispositivo stesso.

Inoltre sono state eseguite delle prove numeriche e delle prove sperimentali che hanno consentito di comprendere il comportamento di questo nuovo dispositivo .

Il STMD è un dispositivo che garantisce delle buone prestazioni migliorando la risposta della struttura, anche rispetto al caso di struttura con TMD a lunghezza fissa. Presenta delle complessità dal punto di vista di realizzazione del dispositivo stesso, le quali possono essere superate attra-

verso l'impiego di semplici nozioni informatiche che consentono una automazione del dispositivo.

# Capitolo 1

## Sistemi di controllo delle vibrazioni

Nella progettazione della maggior parte degli edifici, i carichi primari che devono essere considerati sono quelli dovuti all'effetto della gravità. Questi carichi sono sempre presenti e pertanto la struttura deve essere progettata in modo tale che resista ad essi per tutta la sua vita utile.

Nella progettazione di una struttura bisogna sempre ricercare progetti che abbiano un certo grado di efficienza, tali da poter garantire un certo livello di protezione dalle forze ambientali che agiscono sulla struttura, come ad esempio venti, onde marine e terremoti i quali non sono carichi né statici né unidirezionali.

Per questi tipi di carichi gli effetti inerziali diventano rilevanti, producendo un'amplificazione dinamica e una risposta ciclica. Nonostante queste differenze significative, vi è una tendenza naturale a trattare le forze "ambientali" con gli stessi metodi utilizzati per i carichi di gravità. Essendo queste forze, dipendenti da un certo numero di fattori, non sono di semplice previsione. Per questo motivo, per ottenere una buona

risposta della struttura a questi fenomeni "di natura stocastica", sono stati ideati dei dispositivi, a cui la struttura può essere equipaggiata, che consentono il controllo della risposta della struttura stessa.

Le tipologie di dispositivi di controllo delle vibrazioni sono riportati nella tabella 1.1 :

Vibration system control
Passive system control
Active system control
Hybrid system control
Semi-active system control

Tabella 1.1: Dispositivi di controllo delle vibrazioni

## 1.1 Sistemi di controllo passivo

La funzione fondamentale dei dispositivi di controllo passivi delle vibrazioni consiste nell'assorbire o consumare una parte dell'energia in ingresso nella struttura, riducendo la domanda di dissipazione energetica sui componenti strutturali primari e minimizzando eventuali danni strutturali.

Ciò può essere ottenuto o attraverso la trasformazione di energia cinetica in calore, o attraverso il trasferimento di energia fra i modi di vibrare.

Il controllo strutturale di tipo passivo abbraccia un ampio spettro di materiali e dispositivi, che hanno principalmente l'obiettivo di aumentare la capacità di dissipare energia. Tali dispositivi sono generalmente preferiti per via delle performance che garantiscono anche durante terremoti molto violenti. Qualche esempio di *Passive Energy Dissipation* PED è riportato nella tabella 1.2

---

Passive Energy Dissipation
Metallic yield dampers
friction dampers
Viscoelastic dampers
Viscous fluid damper
Seismic Isolation
Tuned mass dampers TMD
Tuned liquid dampers TLD

---

Tabella 1.2: Vibration system devices

### 1.1.1 Metallic yield dampers

Uno dei meccanismi più efficienti per dissipare l'energia trasmessa ad una struttura da un terremoto è la *deformazione inelastica* dei metalli.

Molti dei dispositivi che impiegano questo meccanismo sono costituiti da piatti di acciaio con una forma triangolare a X, così che lo stato di svervamento viene raggiunto in modo quasi uniforme nel materiale.

Per poter installare questo dispositivo all'interno di una struttura bisogna essere in grado di caratterizzare il comportamento non lineare, forza-spostamento, sotto carichi ciclici arbitrari.

Il primo ricercatore che si è occupato di questo problema è stato Ozdemir (1976). Egli ha utilizzato analogie con le teorie costitutive elastoplastica e viscoplastica in modo da sviluppare delle appropriate relazioni tra le forze e gli spostamenti.

La ricerca scientifica ha valutato possibili forme del dispositivo, in grado di massimizzare l'efficienza di questi, per i quali sono stati impiegati materiali efficienti come ad esempio le leghe del piombo a memoria di forma. Questi dispositivi sono caratterizzati da una serie di fattori positi-

vi come ad esempio un comportamento isteretico stabile, alta resistenza ai cicli di fatica, elevata affidabilità nel lungo periodo e ridotta sensibilità alle variazioni di temperatura ambientale.

Come risultati dei programmi di ricerca svolti sul Mettalic yield dampers, sono stati sviluppati diversi prodotti, che successivamente alla loro introduzione in commercio, hanno visto la loro installazione nelle strutture di nuova e vecchia costruzione. In particolare, alcune strutture esistenti in Nuova Zelanda, Messico, Giappone, Italia e Stati Uniti ora includono dissipatori metallici come mezzo per ottenere una migliore resistenza sismica.

### **1.1.2 Friction Dampers**

Questo tipo di smorzatore, si basa sul principio della generazione di una forza dissipativa di attrito tra due corpi, che scorrono l'uno rispetto all'altro per fornire la voluta dissipazione di energia.

Una criticità di questi dispositivi, in particolare di quelli scorrevoli, è dovuta al rischio di degrado per corrosione che si può instaurare durante loro vita utile. Questo comporta l'impiego di materiali che devono garantire un coefficiente d'attrito costante.

I Friction Dampers vedono un largo campo di impiego che va ad esempio dall'ingegneria civile all'ingegneria meccanica. Per quanto riguarda l'ingegneria civile, la figura 1.1 mostra come questo dispositivo può essere utilizzato per prevenire gli eventi sismici nelle strutture in acciaio.

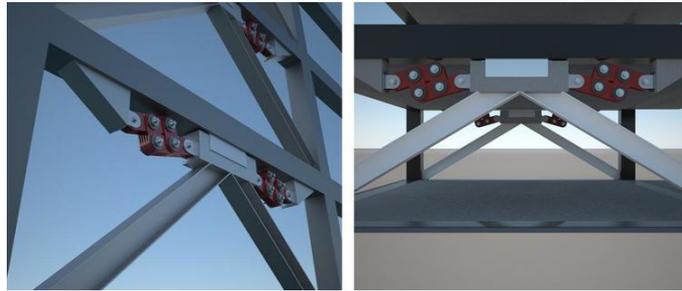


Figura 1.1: Friction Dampers

Nel campo dell'ingegneria meccanica la figura 1.2 mostra una forma di impiego del dispositivo nell'impianto frenante delle autovetture.

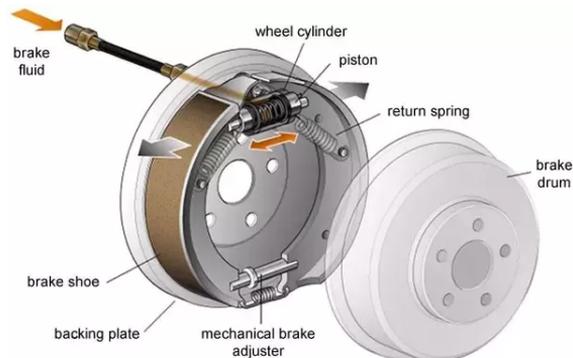


Figura 1.2: Automotive brakes

### 1.1.3 Viscoelastic dampers

I materiali viscoelastici utilizzati nelle applicazioni strutturali sono generalmente polimeri o sostanze a base vetrosa, che dissipano energia attraverso la deformazione a taglio. Una prima applicazione dei materiali viscoelastici per il controllo delle vibrazioni può essere ricondotto agli anni 50 quando questo dispositivo è stato usato per prima sugli aeromobili come mezzo per controllare l'affaticamento causato dalle vibrazioni nei telai.

Nell'ingegneria civile, il più comune tipo di dissipatore utilizzato è costituito da strati di materiale viscoelastico compresi tra piatti d'acciaio come riportato in figura 1.3.

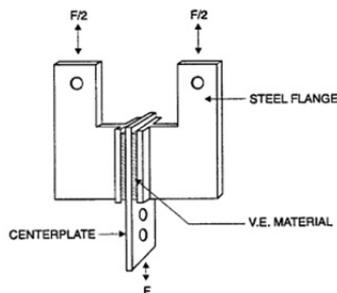


Figura 1.3: Viscoelastic dampers

Quando una estremità dello smorzatore si sposta rispetto all'altra, l'energia immagazzinata viene dissipata in calore.

Una sua applicazione può essere ricondotta al 1969, quando 10.000 ammortizzatori viscoelastici sono stati installati in ciascuna delle torri gemelle del World Trade Center di New York per migliorare la risposta della struttura ai carichi del vento.

### 1.1.4 Viscous fluid damper

Gli smorzatori viscosi, sono stati impiegati nell'industria aerospaziale e nel settore militare e solo da alcuni anni si vede il loro impiego per il controllo strutturale nel settore dell'ingegneria civile.

Un Viscous fluid damper, come riportato in figura 1.4, è in genere costituito da un pistone che scorre in un cilindro riempito da un fluido, ad esempio dell'olio. Nel pistone sono predisposti una serie di piccoli fori attraverso i quali il fluido deve transitare per passare da un lato all'altro del pistone, così da dissipare energia.



Figura 1.4: Viscous fluid damper

Questi dispositivi sono stati incorporati in un ampio numero di strutture civili e sono stati utilizzati in combinazione con sistemi di isolamento sismico. Si trova una sua applicazione, ad esempio nel San Bernardino Country Medical Center (Soog e Spencer,2020).

### **1.1.5 Base Isolation System**

Il Base Isolation System, figura 1.5, è un dispositivo che ha l'obiettivo di disaccoppiare il moto della struttura da quello del terreno. Ciò è realizzabile interponendo elementi strutturali di bassa rigidezza, come gli isolatori, tra le fondazioni e la sovrastruttura, in modo da ottenere una forte riduzione delle accelerazioni orizzontali su quest'ultima.

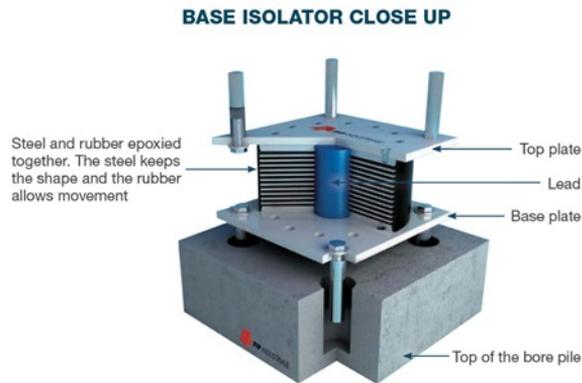


Figura 1.5: Base Isolation System

Dal punto di vista energetico la riduzione degli effetti di un sisma sulla struttura è conseguita principalmente attraverso l'assorbimento, da parte del BI, di gran parte dell'energia sismica in ingresso, sotto forma di energia di deformazione, la quale viene dissipata per isteresi dai dispositivi stessi ad ogni ciclo di oscillazione.

La dissipazione d'energia del sistema d'isolamento riduce sia gli spostamenti alla base che le forze trasmesse dalla sovrastruttura.

I benefici che fornisce il Base Isolation sono :

- abbattimento forze di inerzia;
- drastica riduzione degli spostamenti di interpiano;
- protezione efficace dei complessi abitativi;
- percezione minore del sisma da parte dell'utenza;

La conseguenza di questi benefici citati, porta a ottenere come risultato una netta diminuzione o una totale cancellazione dei costi di riparazione

degli elementi strutturali per un evento sismico di elevata intensità; finalità che, con il progredire della ricerca e dello sviluppo, è sempre più richiesta dalle normative antisismiche.

Gli isolatori sismici risultano i dispositivi maggiormente diffusi nei paesi che presentano un territorio altamente sismico, visto la loro elevata efficacia nei confronti di queste, ma di contro hanno una bassa efficienza nei confronti delle azioni dovute al vento.

### 1.1.6 Tuned mass dampers TMD

L'obiettivo nell'impiego di un ammortizzatore di massa sintonizzato in una struttura è fondamentalmente lo stesso di quello associato a smorzatori metallici e altri dispositivi di dissipazione dell'energia, ovvero la riduzione della domanda di dissipazione energetica sulle componenti strutturali primarie sotto l'azione di forze esterne. In questo caso, questa riduzione si realizza trasferendo alcune delle vibrazioni strutturali al *Tuned Mass Damper* (TMD) che, nella forma più semplice, è costituito da un sistema ausiliario a molla connesso alla struttura principale. Una schematizzazione è costituita da una piccola massa  $m$  e da una molla con rigidità  $k$  collegata alla massa principale  $M$ , figura 1.6

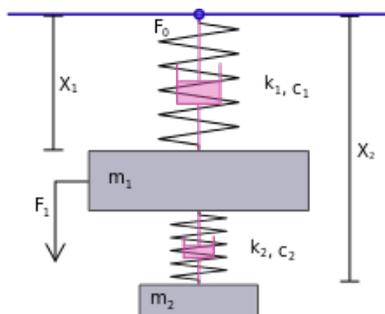


Figura 1.6: Tuned Mass Dumper

Il TMD è stato soggetto ad evoluzioni applicative, essendo stato impiegato inizialmente per lo smorzamento degli effetti dovuti al vento, e successivamente per la dissipazione delle forze sismiche.

Questo dispositivo riduce ampiamente la risposta sismica, ma questo effetto diminuisce quando la frequenza della sollecitazione si allontana dalla frequenza naturale del sistema per cui il dispositivo è stato progettato.

Gli sviluppi nella ricerca in tal senso, hanno dimostrato la possibilità di impiegare un numero ulteriore di dispositivi a massa accordata, denominati MTMD, che hanno pertanto migliorato l'efficacia di questi dispositivi.

Essendo l'efficacia del TMD strettamente dipendente dalla frequenza di risonanza della struttura, attraverso l'ideazione dei MTMD si è reso possibile controllare più modi di vibrare della struttura, sintonizzandone uno per ogni frequenza naturale del sistema.

### **1.1.7 Tuned liquid dampers TLD**

Il Tuned liquid damper è un dispositivo proposto da Modi [1] e da Fujino [2] e utilizzato negli ultimi anni per il controllo della risposta della struttura soggetta al vento.

Il TLD, figura 1.7, è un dispositivo semplice costituito da un serbatoio rettangolare o circolare in cui viene posta dell'acqua, secondo certe prescrizioni sulla quantità, non richiedente nessuna particolare attenzione sotto il punto di vista della manutenzione che ne determina la sua economicità.

La maggior parte degli studi condotti all'inizio della sua ideazione si concentrarono essenzialmente sulla risposta di questo dispositivo alle

forzanti armoniche, cosa che con il progredire della ricerca ha permesso di ottenere risultati anche sotto altre tipologie di forzanti.

La risposta del TLD sintonizzato anche a piccoli movimenti di ampiezza non è lineare a causa del fenomeno dello *sloshing*, fattore che per la sua complessità è sempre stato modellato con un certo grado di approssimazione.

Modi [1], Fujino [2], Sun [5], and Yu [6] svilupparono modelli matematici per descrivere il comportamento del TLD soggetto ad una eccitazione alla base.

Una tipologia di TLD è il TLCD, il quale è costituito da un tubo sagomato generalmente ad *U*, parzialmente ripieno di liquido e con eventuali fori. La frequenza fondamentale del sistema è dipendente soltanto dalla colonna di liquido, mentre l'effetto dello smorzamento è prodotto dal movimento dell'acqua attraverso i fori.

I vantaggi di queste tipologie di dispositivi sono essenzialmente i costi e la facilità con il quale il dispositivo può essere sintonizzato con la frequenza della struttura.

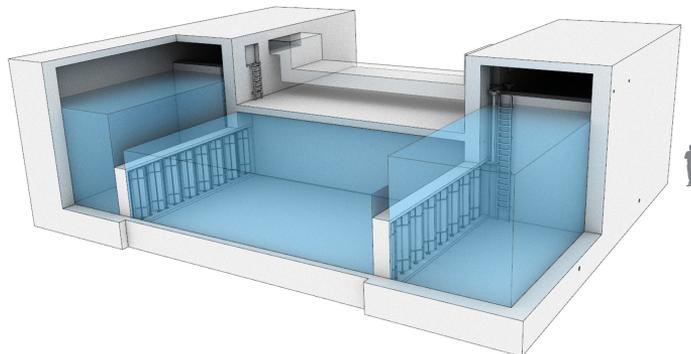


Figura 1.7: Tuned Liquid Damper

## 1.2 Active Control System

Sotto questa categoria troviamo i dispositivi che richiedono un certo quantitativo di energia esterna per poter controllare la risposta della struttura sollecitata.

Essendo dispositivi strettamente dipendenti da sorgenti energetiche esterne, sono soggetti a disattivazione nel momento in cui questa energia non può essere fornita.

I sistemi di controllo attivo sono costituiti schematicamente da :

- Sensori posti sulla struttura preposti a misurare le forze esterne agenti;
- Dispositivi atti ad elaborare i dati acquisiti;
- Attuatori interessati alla produzione delle forze di controllo necessarie.

Uno dei dispositivi attivi di controllo più conosciuto è l'*Active Mass Damper AMD* mostrato in figura 1.8. Questo corrisponde alla versione attiva del sistema di controllo Tuned Mass Damper.

L'*Active Mass Damper* è costituito da una massa oscillante ausiliaria, azionata da un attuttore che esercita una forza sulla massa, facendola vibrare. La forza di controllo della struttura è data dalla forza d'inerzia della massa. L'*Active Mass Damper* presenta il vantaggio di poter ridurre la risposta della struttura in un campo di frequenze ampio.

## 1.3 Hybrid Control System

L'*Hybrid Control System* è una via di mezzo tra i dispositivi a controllo attivo e quelli a controllo passivo. Questo compromesso può essere fatto



Figura 1.8: Active Mass Damper

per ottenere il maggiore rendimento del dispositivo tramite la componente "attiva" ma attenzionando l'aspetto non irrilevante della fornitura di energia che viene regolata dalla componente passiva del dispositivo stesso.

Il funzionamento sostanzialmente è paragonabile a quello dei dispositivi di controllo attivi ma l'unica differenza sta nel risparmio energetico che si può ottenere dagli Hybrid Control System.

## 1.4 Semi-active Control System

I sistemi di controllo semiattivi possono essere definiti come quei dispositivi che richiedono una piccola quantità di energia da una sorgente esterna ed utilizzano il movimento della struttura per sviluppare le forze di controllo, la cui intensità può essere regolata variando alcuni parametri del sistema grazie alla sorgente di energia esterna (Symans e Constantinou, 1999).

Il controllo delle forze è basato sul feedback tra i sensori che misurano l'eccitazione e quelli che misurano la risposta della struttura.

Lo schema riportato nella figura 1.9 descrive il funzionamento di questo tipo di dispositivo, dal momento in cui agisce la forza (Excitation), al momento in cui il SACS riceve l'input, attraverso i sensori e si attiva.

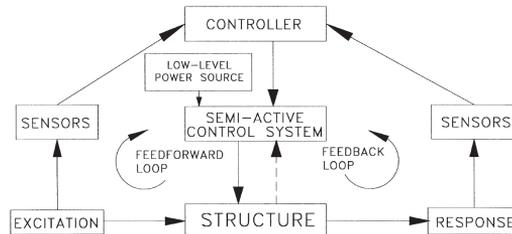


Figura 1.9: Semi-active control system

IL semi-active control system è un dispositivo più semplice dei sistemi di controllo attivi ed è nettamente più efficiente dei sistemi di controllo passivi.

Anche i sistemi semi-attivi per poter funzionare hanno bisogno di sensori che monitorino la risposta della struttura sollecitata, per poi a loro volta regolare meccanicamente il sistema di controllo attraverso algoritmi matematici determinati da ricerche.

Esempi di controllo semi attivo sono ad esempio:

- Stiffness control devices;
- Electrorheological dampers;
- Magnetorheological dampers;

Nei paragrafi successivi si farà un breve cenno alle tipologie di dispositivi di controllo semi-attivo mettendo in risalto i pro ed i contro di ognuno di essi.

### 1.4.1 Stiffness control devices

I dispositivi semiattivi a rigidità variabile sono impiegati per modificare la rigidità e quindi a loro volta le frequenze naturali di vibrazione della struttura su cui sono installati, così da allontanare la struttura dal fenomeno di risonanza durante l'evento sismico. Questi dispositivi sono stati studiati da Kobori et al [4], Nemir et al. [5], Loh e Ma [6], Yamada e Kobori [7], Yang et al e Nagarajaiah [8].

Kobori studiò il dispositivo riportato nella figura 1.10.

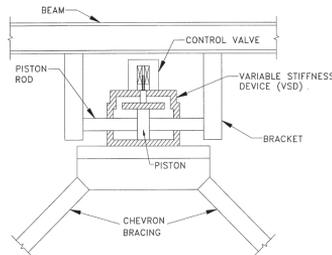


Figura 1.10: Stiffness control device - Kobori

Questo dispositivo controlla principalmente la rigidità dell'edificio per scongiurare il raggiungimento della risonanza dello stesso dopo un evento sismico. Il dispositivo, riportato in figura 1.10 è composto da un cilindro idraulico bilanciato con valvola di regolazione normalmente chiusa inserita nel tubo che collega le camere dei due cilindri.

La valvola a solenoide può essere accesa oppure spenta, consentendo o interrompendo il flusso di fluido attraverso il tubo. Quando la valvola è chiusa, il fluido non può fluire e la trave resta bloccata all'asta di collegamento sottostante, al contrario se la valvola viene aperta, il fluido fluisce liberamente in modo da disattivare il collegamento tra l'asta e la trave. Ciascun cilindro per funzionare richiede una potenza di circa 20 W.

Questo dispositivo può essere considerato come un *fail-safe*, nel senso che una eventuale interruzione di corrente produce l'automatico collegamento tra le travi e le aste, aumentando la rigidità della struttura.

Uno dei limiti del dispositivo a rigidità variabile, presentato da Kobori consiste nella discontinuità della variazione della rigidità, per questo Nagarajiah ha successivamente presentato un dispositivo semiattivo a rigidità e smorzamento variabile capace di modificare con continuità entrambe le grandezze. Il sistema è costituito da molle non lineari e da smorzatori viscosi.

### 1.4.2 Electrorheological dampers

Gli electrorheological dampers (ER), rappresentato nella figura 1.11, sono costituiti da un sistema cilindro-pistone, riempito di un fluido in cui sono sospese particelle di materiale dielettrico.

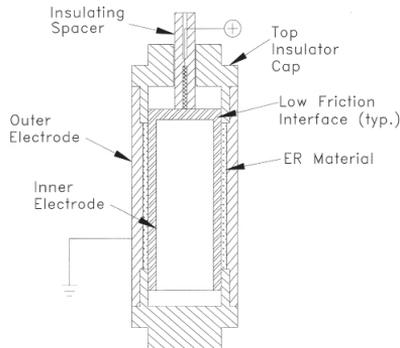


Figura 1.11: Electrorheological dampers

In presenza di un campo elettrico le particelle polarizzano allineandosi al fine di incrementare la resistenza al flusso del fluido. Cambiando l'intensità del campo elettrico viene modulato il comportamento dinamico dello smorzatore. Quando il campo elettrico aumenta, il comportamento

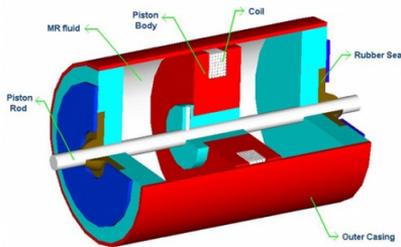


Figura 1.12: Magnetorheological damper

del fluido elettroreologico, contenuto nel cilindro, cambia e può passare da quello di un fluido viscoso a quello di un solido in pochi millisecondi. Questa tipologia di dissipatore è stata studiata da Ehrgott e Massri [11]- [12], Gavin [13]- [14], Markris [15]- [16], Burton [17]- [18], McMahon e Makris [19] e Gordaninejad [20].

### 1.4.3 Magnetorheological damper

Gli Magnetorheological damper presentano un comportmanete molto simile agli ER, eccezione fatta per il controllo degli effetti che sono governati dall'applicazione di un campo magnetico. Questo tipo di dispositivi, come mostrato in figura 1.12 è costituito da un cilindro idraulico contenente micro particelle polarizzate magneticamente sospese in un fluido (generalmente olio).

In assenza di campo magnetico il fluido MR fluisce liberamente, comportandosi come un fluido Newtoniano, mentre in presenza di un campo magnetico si presenta come un semisolido. I materiali MR presentano delle tensioni di snervamento massime di 50-100 kPa, quindi di un ordine di grandezza maggiore rispetto agli smorzatori ER.

Inoltre, rispetto a questi ultimi, i dispositivi magnetoreologici, a parità di prestazioni, presentano ingombri minori e sono anche scarsamente

sensibili alle impurità, potenzialmente presenti durante il processo di costruzione o durante l'uso.

# Capitolo 2

## Risposta dinamica di un modello strutturale

### 2.1 Sistema ad un grado di libertà(SDOF)

#### 2.1.1 Formulazione Generale

Nella dinamica delle strutture il sistema strutturale viene schematizzato attraverso il più semplice sistema elementare composto da una massa  $m$ , che si può spostare in una sola direzione e il cui spostamento è condizionato dalla presenza di una molla di richiamo elastico avente rigidezza  $k$ . Questo sistema prende il nome di *Oscillatore elementare* riportato nella figura 2.1 ed è un sistema ad un solo grado di libertà.

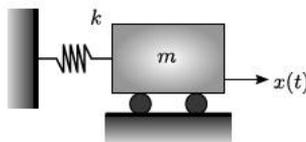


Figura 2.1: Oscillatore elementare

La sua risposta, ovvero, la sua configurazione istante per istante, è descritta da un unico parametro  $u(t)$ , il quale rappresenta lo spostamento del sistema.

Considerando il diagramma di corpo libero della massa  $m$ , e facendo l'equilibrio lungo l'asse  $x$ , si determina la relazione riportata nell'equazione 2.1:

$$F_I + F_e = F(t) \quad (2.1)$$

In cui  $F_I$  rappresentano le forze di inerzia che sono funzione della massa  $m$  e dall'accelerazione  $\ddot{x}(t)$ . La forza  $F_e$  rappresenta la *forza elastica di richiamo* ed è funzione della rigidezza  $k$  e dello spostamento  $x(t)$ . Sostituendo all'equazione 2.1 si determina l'equazione 2.2 ovvero una equazione differenziale di II ordine  $\ddot{x}(t)$  a coefficienti costanti  $k$  e  $m$ , non omogenea che rappresenta l'*equazione di equilibrio dinamico* del sistema 2.2.

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = F(t) \quad (2.2)$$

Dividendo questa per la massa  $m$  si ottiene l'equazione di equilibrio in *forma canonica*.

$$\ddot{x}(t) + \frac{k}{m}x(t) = \frac{F(t)}{m} \quad (2.3)$$

in cui il rapporto  $k/m$  rappresenta la pulsazione  $w^2$ .

### 2.1.2 Vibrazioni libere

Si definisce *oscillazione libera* o *vibrazioni libere* di un oscillatore elementare la successione delle posizioni assunte nel tempo dalla massa in

conseguenza di uno spostamento  $u_0$  e una velocità  $\dot{u}_0$  impresse all'istante iniziale del moto  $t = 0$ , nel quale la massa è allontanata dalla posizione di equilibrio statico e subito rilasciata.

In questo caso la forzante  $F(t)$  viene considerata nulla, e l'equazione assume la forma riportata di seguito:

$$\ddot{x}(t) + w(t)x(t) = 0 \quad (2.4)$$

L'equazione 2.4 è un'equazione differenziale ordinaria omogenea del secondo ordine che governa il *moto armonico semplice* dell'oscillatore elementare, attorno alla sua posizione di equilibrio statico. La soluzione di questa è nota in letteratura ed è del tipo:

$$u(t) = C_1 \cos(w_0 t) + C_2 \sin(w_0 t) \quad (2.5)$$

nella quale le costanti  $C_1$  e  $C_2$  vengono determinate in funzione delle condizioni al contorno.

In particolare, indicando con  $x_0$  e  $\dot{x}_0$  rispettivamente lo spostamento e la velocità all'istante  $t = 0$ , la 2.5 assume la seguente forma:

$$u(t) = x_0 \cos(w_0 t) + \frac{\dot{x}_0}{w_0} \sin(w_0 t) \quad (2.6)$$

L'oscillazione libera è una funzione circolare di periodo  $T_0$  avente variabile indipendente dal tempo  $t$ . Il periodo di oscillazione  $T_0$  è anche detto *periodo proprio* naturale dell'oscillatore; esso, infatti, definisce l'intervallo di tempo che occorre affinché la massa compia un ciclo completo che la riporti nella posizione iniziale. Il periodo proprio è legato alla massa e alla rigidità dalla relazione seguente:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (2.7)$$

Inoltre si definisce la *pulsazione naturale* o *frequenza propria*  $w_0$ , il parametro riportato di seguito:

$$w_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.8)$$

Infine si definisce la *frequenza propria* o *naturale*  $\nu_0$  dell'oscillatore elementare il numero di attraversamenti della posizione di equilibrio statico nell'unità di tempo con velocità positiva, da parte della massa:

$$\nu_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{w_0}{2\pi} \quad (2.9)$$

Possiamo scrivere l'equazione che descrive il moto armonico in una forma alternativa come riportato nella 2.10:

$$u(t) = \varrho_0 \cos(w_0 t - \varphi_0) \quad (2.10)$$

In cui le quantità  $\varrho_0$  e  $\varphi_0$  sono rispettivamente l'*ampiezza massima* dell'oscillazione armonica e l'*angolo di fase* che, diviso per la pulsazione naturale, fornisce l'istante in cui si ha il massimo della risposta più vicina all'asse  $t = 0$  (punto iniziale).

### 2.1.3 Vibrazioni libere smorzate

I sistemi reali presentano delle forze dissipative tali da far sì che le oscillazioni libere decadino nel tempo sino ad annullarsi, questo fenomeno prende il nome di *dissipazione*.

La forza dissipativa, associata all'energia dissipata è di difficile rappresentazione matematica, per questo motivo questa forza viene assunta proporzionale alla velocità  $\dot{x}(t)$  e alla dissipazione viscosa. Pertanto l'equazione del moto assume la forma seguente :

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (2.11)$$

in cui  $c$  è la *costante di dissipazione viscosa*.

L'oscillatore rapprensetato in figura 2.1, è ancora valido, ma in questo caso occorre apportare una aggiunzione al modello, che possa rappresentare l'effetto della dissipazione viscosa. Così facendo il modello sopra f descritto assume la forma rappresentata nella figura 2.2.

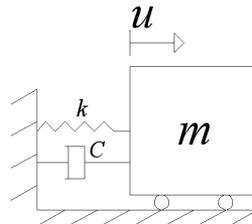


Figura 2.2: Oscillatore elementare smorzato

Dividendo la equazione 2.11 per ma la massa  $m$  si ottiene, come visto precedentemente, l'equazione del moto in forma canonica.

$$\ddot{x}(t) + 2\zeta_0 w_0 \dot{x}(t) + w_0^2 x(t) = 0 \quad (2.12)$$

in cui il coefficiente  $\zeta$  rappresenta il *fattore di smorzamento viscoso* che risulta essere pari a :

$$\zeta_0 = \frac{c}{2mw_0} \quad (2.13)$$

Nella dinamica delle strutture, i sistemi risultano *sottosmorzati* ovvero con coefficiente di smorzamento  $\zeta_0 < 1$ . Per questi sistemi la soluzione dell'equazione 2.11 risulta essere :

$$u(t) = e^{-\zeta_0 w_0 t} [\overline{C}_1 \cos(\overline{w}_0 t) + \overline{C}_2 \sin(\overline{w}_0 t)] \quad (2.14)$$

nella quale  $w_0 = w_0 \sqrt{1 - \zeta_0^2}$  rappresenta la *pulsazione ridotta* dell'oscillatore elementare, mentre  $\overline{C}_1$  e  $\overline{C}_2$  sono due costanti, che vengono determinate in funzione delle condizioni iniziali del moto  $x_0$  e  $\dot{x}_0$ , e che sono qui riportate :

$$\overline{C}_1 = x_0 \quad \overline{C}_2 = \frac{\dot{x}_0 + \zeta_0 + w_0 + x_0}{\overline{w}_0} \quad (2.15)$$

L'equazione 2.14 può essere scritta in un'altra forma come di seguito riportato :

$$x(t) = \overline{\varrho}_0 e^{-\zeta_0 w_0 t} \cos(\overline{w}_0 t - \overline{\varphi}_0) \quad (2.16)$$

In cui il coefficiente  $\overline{\varrho}_0$  definisce l'angolo di forma mentre  $\overline{\varphi}_0 e^{-\zeta_0 w_0 t}$  è una funzione interpolante dei massimi della risposta.

### 2.1.4 Vibrazioni forzate

Una volta considerato il caso di oscillatore privo di una forzante che lo sollecita, visto nel paragrafo precedente, occorre effettuare la trattazione dell'oscillatore elementare con dissipazione di tipo viscoso, ma questa volta soggetto da una forzante sinusoidale del tipo  $F(t) = F_0 \sin(w_f t)$ . Applicando il *principio di D'Alembert* o detto anche *principio dell'equilibrio dinamico*, è possibile ottenere l'equazione del moto riportata di seguito :

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F_0 \sin(w_f t) \quad (2.17)$$

da cui, dividendo per la massa, otteniamo la forma canonica :

$$\ddot{x}(t) + 2\zeta_0 w_0 \dot{x}(t) + w_0^2 x(t) = \frac{F_0}{m} \sin(w_f t) \quad (2.18)$$

Entrambe le equazioni 2.17 e 2.18 rappresentano le equazioni differenziali ordinarie lineari non omogenee del secondo ordine a coefficienti costanti.

Per risolvere il sistema così descritto si introduce la seguente forma :

$$F(t) = F_0 e^{i\omega t} \quad (2.19)$$

in cui attraverso la formula di *Eulero* la 2.19 diventa :

$$F(t) = F_0 (\cos \omega t + i \sin \omega t) \quad (2.20)$$

per la quale, come di seguito riportato, si distingue, rispettivamente, una parte reale e una parte immaginaria :

$$R_e[x(t)] = F_0 (\cos \omega t) \quad I_m[x(t)] = F_0 (\sin \omega t) \quad (2.21)$$

L'equazione 2.17 allora diventa :

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F_0 e^{i\omega t} \quad (2.22)$$

La soluzione dell'equazione 2.22, riportata di seguito, è composta da una parte omogenea e da una parte complessa :

$$x(t) = x_{om}(t) + x_p(t) \quad (2.23)$$

## 2.2 Sistema a più gradi di libertà (MDOF)

### 2.2.1 Sistema smorzato forzato

Ciò che è stato trattato nel paragrafo precedente è propedeutico per lo studio delle strutture civili, ovvero strutture che presentano più di un

grado di libertà.

In particolare in questo paragrafo non verrà trattato il caso di sistemi MDOF nel caso di vibrazioni libere e nel caso non dissipato, per rendere la trattazione più scorrevole e meno ripetitiva.

Si consideri un telaio, figura 2.3 multipiano nelle ipotesi di piani orizzontali infinitamente rigidi e aste verticali instensibili.

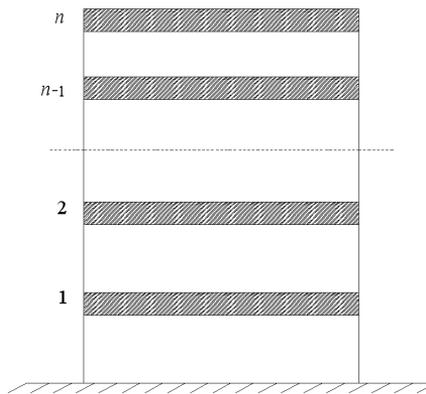


Figura 2.3: Telaio a n gradi di libertà

Considerando nel particolare un telaio a 3 piani, facendo il diagramma di corpo libero di ogni singolo trave è possibile determinare le equazioni di equilibrio dei sistema:

$$M_1\dot{x}_1 + (c_1 + c_2)\dot{x}_1 - c_2\dot{x}_2 + k_1x_1 - k_2(x_2 - x_1) = 0 \quad (2.24)$$

$$M_2\dot{x}_2 - (c_2)\dot{x}_1 - (c_2 + c_3)\dot{x}_2 + k_2(x_1 - x_1) - k_3(x_3 - x_2) = 0 \quad (2.25)$$

$$M_3\dot{x}_3 - c_3\dot{x}_2 + c_3\dot{x}_3 + k_3(x_3 - x_2) = 0 \quad (2.26)$$

Queste tre equazioni rappresentano le equazioni di equilibrio di ogni singolo piano e possono essere espresse in forma matriciale come di seguito riportato:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} M_1 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & 0 \\ 0 & 0 & M_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 + C_2 & -C_2 & 0 \\ -C_2 & C_2 + C_3 & -C_3 \\ 0 & -C_3 & C_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} \\
 + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ 0 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.27)
 \end{aligned}$$

La forma matriciale dell'equazione di equilibrio del sistema può essere scritta sinteticamente in forma compatta come riportato di seguito:  $\tau$

$$[M]\ddot{x} + [C]\dot{x} + [K]x = 0 \quad (2.28)$$

nella quale il vettore  $[3 \times 1]$   $x$  rappresenta gli spostamenti relativi di ogni piano del sistema. Le matrici  $[3 \times 3]$   $[M]$ ,  $[C]$  e  $[K]$  sono rispettivamente la matrice delle masse, delle dissipazioni e delle rigidzze del sistema principale.

# Capitolo 3

## Tuned Mass Damper Device

### 3.1 Stato dell'arte

L'obiettivo del tuned mass dumper, come già introdotto nel paragrafo 1.1.6 del capitolo 1, è quello di ridurre la risposta dinamica della struttura, sotto l'azione di forzanti esterne. Questa è ottenuta attraverso il fenomeno di trasferimento di energia dalla struttura al dispositivo che è modellato, come mostrato nella figura 1.6, attraverso un sistema massa-molla-dissipatore, collegato alla struttura.

La prima modellazione di questo sistema è avvenuta per conto di Frahm nel 1909 [2] che ideò il *Frahm's absorber*.

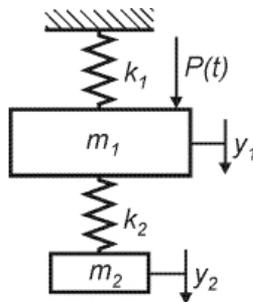


Figura 3.1: Frahm's Absorber(1909)

Come si vede dalla figura 3.1, questo modello consta di una piccola massa  $m_2$  collegata ad una molla di rigidezza  $k_2$  che a sua volta è connessa ad una massa più grande  $m_1$ , anch'essa munita di una molla di rigidezza  $k_2$ .

Nel 1928, Den Hartog fu uno dei primi a studiare la teoria che sta alla base del tuned mass dumper [3], affinata dallo stesso Den Hartog intorno al 1940. Den Hartog considerò una struttura non dissipata ( $C=0$ ) e soggetta ad una forza sinusoidale. Per questa sollecitazione furono introdotti la *static deflection*  $y_{st} = P_0/K$  e il *fattore di amplificazione strutturale*  $R$  come mostrato di seguito:

$$R = \frac{y_{max}}{y_{st}} = \sqrt{\frac{(\alpha^2 - \beta^2)^2 + (2\zeta_a\alpha\beta)^2}{[(\alpha^2 - \beta^2)(1 - \beta^2) - \alpha^2\beta^2\mu]^2 + (2\zeta_a\alpha\beta)^2(a - \beta^2 - \beta^2\mu)^2}} \quad (3.1)$$

in cui :

- $\beta = \frac{\omega}{\omega_s} =$  rapporto di frequenza
- $\beta = \frac{\omega_a}{\omega_s} =$  frequenza naturale
- $\omega_a^2 = \frac{k}{m} =$  frequenza naturale del TMD
- $\omega_s^2 = \frac{K}{M} =$  frequenza naturale del sistema strutturale
- $\zeta_a = \frac{c}{c_c} = \frac{c}{2m\omega_a}$  coefficiente di smorzamento del TMD

Il fattore di amplificazione è una funzione delle variabili  $\mu$ ,  $\zeta_a$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ . Dalla figura 3.2 sono stati rappresentati il Rapporto di frequenza  $\beta$  insieme al coefficiente  $R$  nel caso si  $\alpha = 1$  e  $\mu = 0.05$  e per diversi valori del TMD damping ratio  $\zeta_a$ .

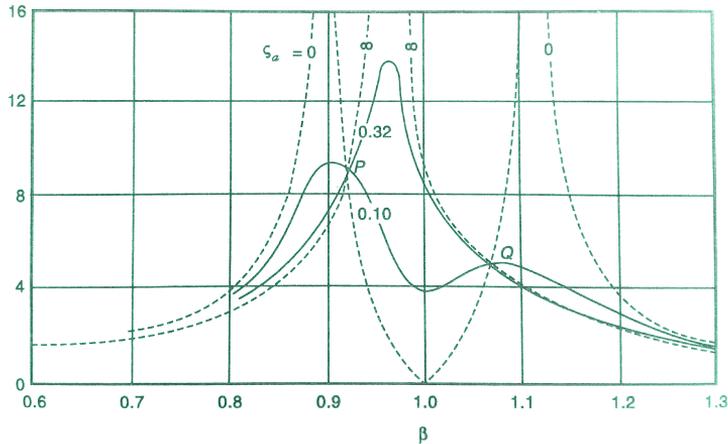


Figura 3.2: Frattore di amplificazione  $\beta$  ( $\mu = 0.05$   $\alpha = 1$ )

Dal grafico in figura si può notare il diverso comportamento che ha la struttura nelle diverse configurazioni. In particolare è da notare che ci sono precisamente due punti ( $P$  e  $Q$ ) in cui  $R$  è indipendente dal rapporto di smorzamento  $\zeta_a$  e in cui si possono ottenere valori di minima ampiezza se viene effettuata una opportuna scelta di  $\alpha$ . Il rapporto di frequenza ottimale  $\alpha_{opt}$  e il coefficiente di smorzamento ottimale  $\zeta_{opt}$  possono essere ottenuti attraverso le seguenti relazioni:

$$\alpha_{opt} = \frac{1}{1 + \mu} \quad \zeta_{opt} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)}} \quad (3.2)$$

Nel 1977 Jennige and Frohrib studiarono una valutazione numerica di un sistema di assorbimento traslatorio-rotatorio per il controllo di entrambe le modalità di flessione e torsione in una struttura.

Successivamente, nel 1978 furono condotti altri studi da Ioi and Ikeda sulla determinazione dei fattori correttivi di questi parametri di assorbimento ottimali in caso di smorzamento stretto nel sistema principale.

Warburton, ultimò lo studio fatto da Den Hartog, e lo particolarizzò nel caso di struttura soggetta ad una forzante di tipo armonico applicata al-

la base della struttura, nel caso di struttura non smorzata, determinando delle soluzioni in forma chiusa. Successivamente furono effettuate altre applicazioni da Villaverde nel 1994 che analizzò tre diverse strutture, un edificio di 10 piani nelle sole dimensioni 2D, un telaio e 3D mono-piano ed un ponte strallato, utilizzando nove differenti registrazioni di accelerazioni sismiche.

I risultati teorici e sperimentali mostrarono che l'efficienza dei TMD nel ridurre la risposta della struttura durante i differenti sismi, o delle diverse strutture durante lo stesso sisma era significativamente differente, nel senso che successivamente all'esecuzione di test specifici si riscontrarono effetti migliorativi dovuti alla presenza del dispositivo, mentre in altri casi non era possibile apprezzare alcun miglioramento. Quindi si concluse che l'effetto dello smorzamento era prestante per frequenze vicine alla risonanza mentre risultava inefficace nel momento in cui ci si allontanava dalle frequenze di sincronizzazione del dispositivo.

Da ciò quindi fu dedotto che il TMD è un dispositivo che ha un rendimento ottimale quando viene accordato alle prime frequenze fondamentali mentre ha una efficacia marginale nelle frequenze più alte.

Per poter riuscire a coprire il maggior numero di frequenze possibili è stato ideato un TMD multiplo (MTMD) composta da tanti TMD che sono accordati ognuno con una differente frequenza della struttura.

Questa tipologia di sistema fu studiato da Xu e Igusu nel 1992 e da Yamaguchi e Harnporchai nel 1993.

Successivamente nel 1999 fu proposta da palazzolo e Petti uno studio che vide come protagonisti il TMD combianto con il *Base isolation system* (BI), il quale avendo anch'esso un ottimo comportamento alle basse frequenze rese possibile, attraverso la loro combinazione, una riduzione

notevole della risposta della struttura in seguito all'evento sismico.

## 3.2 Applicazioni

Una delle prime installazioni del dispositivo TMD su un edificio risale al 1977, anno in cui vennero installati due dispositivi nella struttura già esistente, l'*Hancock Tower* di Boston, figura 3.3, al fine di ridurre le sollecitazioni dovuti ai forti venti.



Figura 3.3: Hancock Tower(Boston USA)

Gli ammortizzatori sono stati posti alle estremità opposte del cinquantottesimo piano, per contrastare gli effetti torsionali indotti all'edificio. Le caratteristiche di ogni unità consistono in una vasca di acciaio delle dimensioni di  $5,2 \text{ m}^2$ , profonda un metro e riempita di piombo, così da raggiungere un peso pari a  $300 \text{ t}$ . Le vasche sono direttamente collegate alla struttura principale attraverso pistoni cilindrici servo-idraulici, che le fanno scivolare nelle due direzioni su un cuscinetto idrostatico, costituito da un sottile strato di olio, forzato attraverso fori in una lamiera d'acciaio.

Quando in un certo momento l'accelerazione orizzontale supera una certa soglia prestabilita, il sistema si attiva automaticamente riducendo del 50 % la risposta della struttura.

Un'altra applicazione di questo dispositivo è stata effettuata nel Citicorp Center, a Manhattan, New York, figura 3.4.



Figura 3.4: Citicorp Center(New York USA)

Nel sessantatreesimo piano dell'edificio, che ha uno sviluppo in altezza pari a 279 *m*, è stato posizionato il TMD, che consta di una massa pari a 410 *t*, circa il 2 % della massa modale effettiva del primo modo, ed anche circa 250 volte più grande di qualsiasi mass damper esistente.

L'obiettivo di questo era quello di ridurre il 50 % delle oscillazioni dell'edificio. Il TMD è costituito da un blocco di cemento supportato da una serie di cuscinetti a pressione bilanciata idraulica del diametro di 60 *cm* ognuno. Durante il funzionamento ai cuscinetti viene fornito olio da una pompa idraulica separata, la quale è capace di sollevare il blocco di circa 2 *cm* dalla sua posizione iniziale, in un tempo pari a 3 minuti.

Di recente costruzione è, ad esempio il *Taipei Financial Center*, figura 3.5 (1), noto come Taipei 101 per il numero dei piano che presenta, quinto grattacielo più alto del mondo con i suoi  $553\text{ m}$ . È stato relizzato a Taipei ed è costituito da 8 colonne d'acciaio, due per ogni angolo, che dal primo al sessantaduesimo piano sono riempide ti un cemento speciale; ogni 8 piani alte travi collegano le colonne con un'anima di 16 piloni. Infine all'esterno è stata ancorata una griglia usata da base per costruire la facciata.

La flessibilità e la resistenza sono ottenuti attraverso il TMD a pendolo, rappresentato in figura 3.5 (2), costituita da una sfera di acciaio di diametro di  $5,5\text{ m}$ , formata da 41 dischi e del peso totale di  $660\text{ t}$ .



Figura 3.5: (1)Taipei Financial Center (Taipei, Taiwan), (2) TMD pendulum

La sfera, sostenuta da otto pompe idrauliche, è situata all'interno dell'edificio tra l'87 e il 92 piano e con oscillazioni che vanno da  $1\text{ cm}$  al massimo di  $1,5\text{ m}$ , contrabilanciando la risposta dell'edificio sollecitato da forti venti, che a certe quote possono raggiungere i  $200\text{ km/h}$ .

Durante la sua costruzione si è potuta testare l'efficienza della struttura, che ha resistito ad un sisma di magnitudo 6,8 della scala Richter.

L'edificio è dotato di altri due TMD, ognuno avente peso di  $4,5\text{ t}$ .

## 3.3 Formulazione Analitica

### 3.3.1 Formulazione per sistemi SDOF

Prendendo in considerazione il sistema ad un grado di libertà (SDOF) smorzato e forzato, già trattato capitolo 2, si vuole studiare la variazione della formulazione analitica nel momento in cui a questo si installa il dispositivo TMD.

È possibile rappresentare questo sistema, attraverso l'aggiunta all'oscillatore elementare riportato in figura 2.1, un altro oscillatore di caratteristiche differenti, figura 3.6.

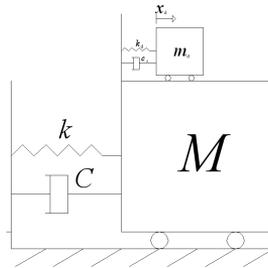


Figura 3.6: Oscillatore elementare SDOF munito di dispositivo di controllo delle vibrazioni TMD

Si introducono nelle equazioni n. 3.3, la frequenza naturale ed il fattore di smorzamento relativi al dispositivo :

$$w_d = \sqrt{\frac{k_d}{m_d}} \quad \zeta = \frac{c_d}{2m_d w_d} \quad (3.3)$$

Inoltre si definiscono, rispettivamente, il fattore di accordamento (*tuning frequency ratio*) e il rapporto fra le masse (*mass ratio*):

$$\omega = \frac{w_d}{w} \quad \mu = \frac{m_d}{M} \quad (3.4)$$

Per la modellazione si considerano due diverse forzanti, una agente sulla struttura principale ed una applicata alla base della struttura stessa.

Quindi le equazioni del moto di una struttura collegata ad un TMD soggetto ad una forzante esterna  $f(t)$ , possono essere espresse nella seguente forma 3.5 e 3.6 :

$$M\ddot{x} + (c + c_d)\dot{x} - c\dot{x}_d + (K + k_d)x - K_dx_d = F \quad (3.5)$$

$$m_d\ddot{x}_d - c\dot{x} + c_d\dot{x}_d - kx + k_dx_d = 0 \quad (3.6)$$

Sostituendo le espressioni 3.3 e 3.4 si ottiene:

$$M\ddot{x} + (2M\omega\zeta + 2m_d\omega_d\zeta_d)\dot{x} - 2m_d\omega_d\zeta_d\dot{x}_d + (M\omega^2 + m_d\omega_d^2)x - m_d\omega_d^2x_d = F \quad (3.7)$$

$$m_d\ddot{x}_d - 2m_d\omega_d\zeta_d\dot{x} + 2m_d\omega_d\zeta_d\dot{x}_d - m_d\omega_d^2x + m_d\omega_d^2x_d = 0 \quad (3.8)$$

Dividendo ambo i membri delle equazioni rispettivamente per  $M$  e per  $m_d$  e considerando il rapporto tra le due masse  $\mu$  si ottengono la 3.9 e la 3.10 :

$$\ddot{x} - (2w\zeta + 2\mu w\zeta_d)\dot{x} - 2\mu w_d\zeta_d\dot{x}_d + (w^2\mu w_d^2)x - \mu w_d^2x_d = \frac{F}{M} \quad (3.9)$$

$$\ddot{x}_d - 2\mu w\zeta_d\dot{x} - 2w_d\zeta_d\dot{x}_d + w_d^2x - w_d^2x_d = 0 \quad (3.10)$$

Come fatto per la trattazione per il sistema a MDOF nel capitolo precedente, le equazioni 3.9 e 3.10 possono essere scritte in forma matriciale come di seguito :

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & m_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{x}_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c + c_d & -c_d \\ -c_d & c_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K + k_d & -k_d \\ -k_d & k_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Nel caso in cui ci si riferisce al sistema SDOF munito il TMD, sollecitato da una accelerazione alla base  $\ddot{x}_g$ , figura 3.7 le equazioni del moto del presente sistema diventano :

$$M\ddot{x} + (C + c_d)\dot{x} - c\dot{x}_d + (k + k_d)x + -K_dx_d = -M\ddot{x}_g \quad (3.12)$$

$$m_d\ddot{x}_d - c\dot{x} + c_d\dot{x}_d - Kx + k_dx_d = -m\ddot{x}_g \quad (3.13)$$

Sostituendo opportunamente i coefficienti 3.3 e 3.4 si ottiene :

$$\ddot{x} + (2\omega\zeta + 2\mu\omega_d)\dot{x} - \mu\omega_d\zeta_d\dot{x}_d + (\omega^2 + \mu\omega_d^2)x - \mu\omega_d^2x_d = -\ddot{x}_g \quad (3.14)$$

$$\ddot{x}_d - 2\mu\omega_d\zeta_d\dot{x} + 2\mu\omega_d\zeta_d\dot{x}_d - \omega_d^2x + \omega_d^2x_d = -\ddot{x}_g \quad (3.15)$$

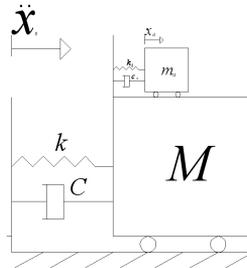


Figura 3.7: Oscillatore elementare SDOF munito di dispositivo di controllo delle vibrazioni TMD soggetto da una forzante

Si esprime l'equazione sopra determinata in forma compatta come di seguito riportato :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & m_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{x}_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c + c_d & -c_d \\ -c_d & c_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_d \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} K + k_d & -k_d \\ -k_d & k_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M \\ m \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.16)$$

### 3.3.2 Formulazione per sistemi MDOF

La formulazione numerica dell'applicazione del TMD a strutture ad un solo grado di libertà, vista nel paragrafo 3.3.1, può essere ampliata anche a strutture a più gradi di libertà, MDOF, le quali sono le strutture più comuni nell'ingegneria civile.

Il TMD viene generalmente sintonizzato alla prima frequenza del sistema principale, in quanto il primo *modo di vibrare* associato a tale frequenza presenta una maggiore percentuale di *massa partecipante*.

Si considera un sistema MDOF, a  $n$  gradi di libertà, e in particolare a 3DOF soggetto da una accelerazione alla base pari a  $\ddot{x}(t)$ . Questa struttura può essere modellata sempre considerando l'oscillatore elementare, trattato nel capitolo 2, ma in questa particolare situazione si considera un sistema, figura 3.8, che presenta 3 diversi oscillatori aventi tre diverse masse, caratterizzati da 3 diversi coefficienti di rigidezza e dissipazione. L'equazione che governa il moto è riportata di seguito :

$$[M]\dot{x} + [C]\dot{x} + [K]x = -[M]\tau\ddot{x}_g(t) \quad (3.17)$$

in cui il vettore  $x$  rappresenta gli spostamenti di ogni piano del sistema, mentre  $\tau$ , viene definito vettore delle incidenze, esso distribuisce

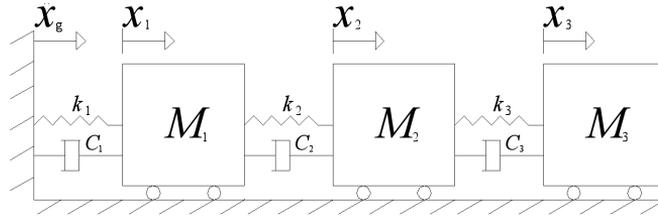


Figura 3.8: Sistema MDOF

l'accelerazione alla base ad ogni impalcato della struttura. Le matrici  $[M]$ ,  $[K]$  e  $[C]$  sono rispettivamente le matrici delle masse, rigidezze e delle dissipazioni del sistema principale.

Per modellare il sistema complessivo (3DOF+TMD) occorre collegare al sistema presente in figura 3.8, un oscillatore elementare caratterizzato da una massa  $m_d$ , rigidezza  $k_d$  e coefficiente di dissipazione  $c_d$ , come già è stato discusso nel paragrafo 3.3.1 del presente capitolo.

Una volta introdotto il dispositivo, occorre individuare quale sia la posizione in cui questo risulta di efficienza massima. In letteratura è stato dimostrato che la posizione nel quale si riscontra una maggiore efficacia del dispositivo è quella in cui questo è installato all'ultimo piano della struttura, come riportato in figura 3.9

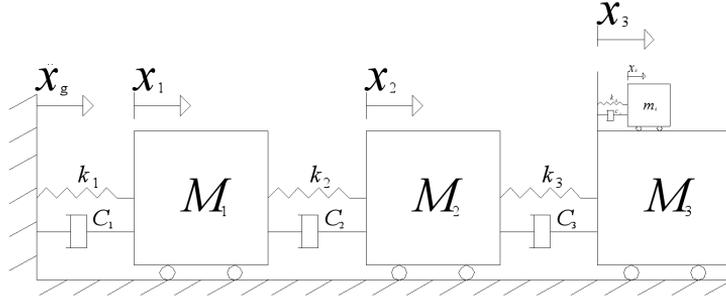


Figura 3.9: Sistema 3DOF + TMD

Relativamente a questo sistema le equazioni che descrivono il moto sono di seguito riportate :

$$M_1\ddot{x}_1 + (c_1 + c_2)\dot{x}_1 - c_2\dot{x}_2 + (k_1 + K_2)x_1 - k_2x_2 = -M_1\ddot{x}_g \quad (3.18)$$

$$M_2\ddot{x}_2 - (c_2)\dot{x}_1 + (c_2 + c_3)\dot{x}_2 - c_3\dot{x}_3 - k_2x_1 + (k_2 + k_3)x_2 - k_3x_3 = -M_2\ddot{x}_g \quad (3.19)$$

$$M_3\ddot{x}_3 - c_3\dot{x}_2 + (c_3 + c_d)\dot{x}_3 - c_d\dot{x}_d - k_3x_2 + (k_3 - k_d)x_3 - k_dx_d = -M_3\ddot{x}_g \quad (3.20)$$

$$m_d\ddot{x}_d - c_d\dot{x}_3 + c_d\dot{x}_d - k_dx_3 + k_dx_d = -m_d\ddot{x}_g \quad (3.21)$$

Queste equazioni rappresentano le equazioni di equilibrio di ogni singolo piano e possono essere esepresse in forma matriciale come di seguito riportato:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} M_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \\ \ddot{x}_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 + C_2 & -C_2 & 0 & 0 \\ 0 & C_2 + C_3 & -C_3 & 0 \\ 0 & -C_3 & C_3 + C_d & -C_d \\ 0 & & -C_d & C_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_d \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_d & -k_d \\ 0 & 0 & k_d & -k_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_d \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \\ m_d \end{bmatrix} \ddot{x}_g
 \end{aligned} \tag{3.22}$$

Da questa formulazione si può notare che il comportamento del terzo livello è legato al comportamento del TMD in termini di rigidezza e dissipazione.

### 3.4 Ottimizzazione dei parametri

Nella fase di progettazione di un dispositivo di controllo occorre porre una particolare attenzione ai parametri che caratterizzano il dispositivo in modo da migliorarne l'efficacia. Questo può essere ottenuto attraverso le procedure di ottimizzazione che consistono nello studio delle teorie e dei metodi per la ricerca dei punti di massimo e minimo di una funzione matematica.

I principali parametri di un TMD sono la frequenza  $\omega_d$ , o il rapporto di frequenza  $\omega$  e il rapporto di smorzamento  $\zeta_d$ . Altri parametri, come il rapporto in massa  $\mu$  sono generalmente ottenuti da considerazioni pratiche e vincoli geometrici.

Il primo contributo nello studio dei parametri di ottimizzazione è da ricondurre allo studio di Den Hartof nel 1956. Egli analizzò il comportamento dell'oscillatore ad un grado di libertà collegato ad un TMD e sollecitato da una forzante armonica del tipo  $f(t) = P_0 e^{i\Omega(t)}$ , ipotizzando che il sistema principale fosse privo di smorzamento ( $\zeta = 0$ ). Egli studiò l'influenza del fattore di smorzamento  $\zeta_d$  del dissipatore sul coefficiente di magnificazione dinamica (DMF), definito di seguito:

$$DMF = \frac{x_{max}}{x_{st}} \quad (3.23)$$

In cui  $x_{max}$  è la massima risposta del sistema principale in condizioni di regime, mentre  $x_{st} = P_0/K$  è lo spostamento statico prodotto dalla forza massima  $f_0 = P_0$ , nel caso in cui questa è applicata staticamente alla struttura.

Di seguito si riporta il grafico del DMF in funzione della frequenza di sollecitazione adimensionale  $\beta = \Omega/\omega$ , per  $\gamma = 1$ , nel caso in cui il TMD è perfettamente sintonizzato al sistema principale.

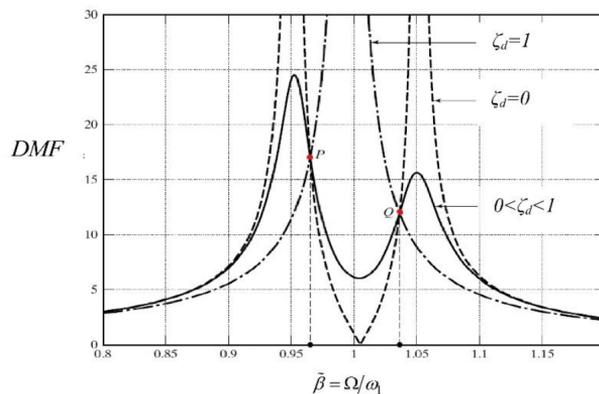


Figura 3.10: Coefficienti di Magnificazione Dinamica al variare di  $\zeta_d$  per  $\gamma = 1$  e  $\mu = 0.01$

Come può essere dedotto dall'analisi del grafico, nel caso in cui non è presente lo smorzamento del dissipatore,  $\zeta_d = 0$ , l'ampiezza della risposta del sistema combinato è infinita a due nuove frequenze, mentre quando il rapporto fra le due frequenze è pari a uno, l'ampiezza della risposta svenisce. Se lo smorzamento del TMD tende ad infinito avviene un fenomeno per cui le due masse sembrano fissate insieme, come se creassero un nuovo sistema SDOF caratterizzato da una massa maggiore, ma una frequenza di risonanza più bassa. Per tali ragione fra questi due estremi deve esistere un valore ottimale per cui la risposta raggiunga un minimo.

È possibile constatare dallo stesso grafico un importante fenomeno che si verifica per un sistema non smorzato. Per alcuni valori di  $\gamma$ , e indipendentemente dal rapporto di smorzamento, vi sono due punti identificati come P e Q, in cui tutte le curve hanno lo stesso valore di DMF. Fissato il rapporto fra le masse  $\mu$ , la collocazione dei due punti dipende solo dal rapporto in frequenza, che può essere modificato fino al raggiungimento di un valore minimo di DMF per entrambi. Per ottenere la minima risposta della struttura i due punti devono avere il medesimo valore di DMF, a ciò si può pervenire soltanto con una scelta corretta di  $\gamma$  e di smorzamento del TMD,  $\zeta_d$ , i quali possono essere impiegati per regolare la risposta, in modo che i due punti possono essere individuati da una tangente orizzontale riportata nella figura 3.11.

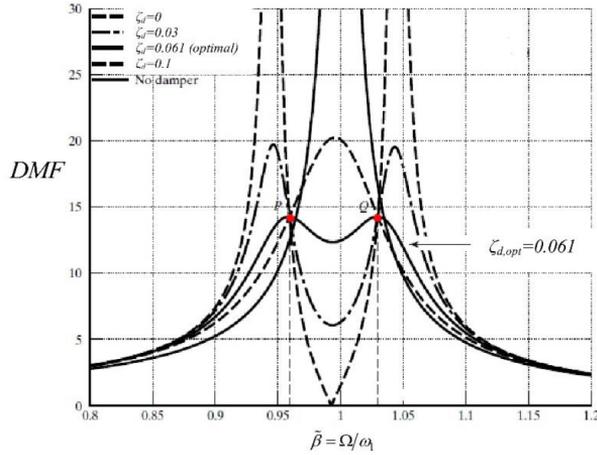


Figura 3.11: Coefficienti di Magnificazione Dinamica per  $\gamma_{opt}$  per  $\gamma_{0,987} = 1$ ,  $\mu = 0.01$ ,  $\zeta_{d,opt} = 0.061$

Den Hartog dedusse i parametri ottimali riportati nelle equazione 3.24 e 3.25 considerando il rapporto fra le masse sufficientemente piccolo nel caso di forzante di tipo armonico applicata alla massa principale.

$$\gamma_{opt} = \frac{\omega_d}{\omega} = \frac{1}{1 + \mu} \quad (3.24)$$

$$\zeta_{d,opt} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)}} \quad (3.25)$$

Per il sistema a due gradi di libertà e massa principale non smorzata, considerato da Den Hartog, sono state proposte successivamente numerose altre procedure analitiche di ottimizzazione che consentono di ricavare il corretto rapporto in frequenza, per sintonizzare il maniera ottimale il TMD alla frequenza del sistema principale e il fattore di smorzamento del sistema di controllo nel caso di forzanti differenti riportati nella tabella 3.1.

Nela caso in cui si consideri il fatto di smorzamento del sistema principale non trascurabile, i punti P e Q, ottenuti dall'analisi precedente, non

Tipo di forzante	Punto di applicazione	$\gamma_{opt}$	$\zeta_{d,opt}$
$p_0 e^{i\Omega t}$	Struttura	$\frac{1}{1+\mu}$	$\sqrt{\frac{e\mu}{8(1+\mu)}}$
$\Omega^2 x_g \sin(\Omega t)$	Base	$\frac{1}{1+\mu}$	$\sqrt{\frac{e\mu}{8(1+\mu)}}$
Rumore stazionario	Struttura	$\sqrt{\frac{(1+\mu)/2}{(1+\mu)^2}}$	$\sqrt{\frac{\mu(1+3\mu/4)}{4(1+\mu)(1+\mu/2)}}$
Rumore stazionario	Base	$\sqrt{\frac{(1+\mu)/2}{(1+\mu)^2}}$	$\sqrt{\frac{\mu(1-\mu/4)}{4(1+\mu)(1+\mu/2)}}$

Tabella 3.1: Parametri ottimali TMD collegato ad un sistema SDOF

sono più univocamente determinati. Pertanto vi è stata la necessità di sviluppare procedure numeriche per il calcolo dei parametri ottimali di un TMD in tali condizioni. Uno tra i più famosi studi a tal proposito fu quello effettuato da Warnirtpm nel 1982, in cui fu applicato un criterio di ottimizzazione basato sulla minimizzazione dell'ampiezza della funzione di trasferimento del sistema principale  $R = |H(\omega)|$ . In questo modo fu possibile ottenere i valori ottimali  $\omega \zeta_d$  risolvendo le equazioni riportate di seguito:

$$\frac{\partial R}{\partial \gamma} = 0 \quad \frac{\partial R}{\partial \zeta_d} = 0 \quad (3.26)$$

Tali equazioni sono generalmente non lineari, pertanto richiedono una soluzione numerica.

Per risolvere il problema Warburton ha costruito delle tabelle nelle quali riporta i valori ottimali, al variare del rapporto fra le masse e delle equazioni 3.26. Per fissato valore di rapporto di massa  $\mu$ , la risposta ottimizzata si riduce al crescere dello smorzamento del sistema principale. Tuttavia i parametri  $\gamma_{opt}$  e  $\zeta_{d,opt}$  sono poco sensibili alle variazioni del fattore di smorzamento della struttura, invece risentono fortemente delle variazioni del rapporto di massa. Al crescere di  $\mu$ , la risposta ottimizzata decresce, come il rapporto ottimale fra le frequenze, viceversa lo smor-

zamento ottimale del TMD,  $\zeta_{d,opt}$  cresce di molto passando dal 5% per un  $\mu = 0,01$  al 20 % per un  $\mu=0,2$ .

$\mu$	$\zeta$	$R_{opt}$	$\gamma_{opt}$	$\zeta_{d,opt}$
	0	10.13	0.9876	0.04981
	0.01	7.74	0.9850	0.04981
0.01	0.02	6.20	0.9819	0.04981
	0.05	3.79	0.9704	0.04982
	0.1	2.24	0.9436	0.04982
	0	6.05	0.9636	0.08566
	0.01	5.10	0.9562	0.08566
0.03	0.02	4.42	0.9545	0.08566
	0.05	3.10	0.9380	0.08567
	0.1	2.03	0.9032	0.08568
	0	3.60	0.8861	0.1527
	0.01	3.28	0.8789	0.1527
0.1	0.02	3.01	0.8714	0.1528
	0.05	2.3	0.8468	0.1529
	0.1	1.7	0.7991	0.1531
	0	2.86	0.7906	0.2097
	0.01	2.68	0.7815	0.2098
0.2	0.02	2.51	0.7721	0.2099
	0.05	2.11	0.7421	0.2103
	0.1	1.64	0.6862	0.2112

Tabella 3.2: Parametri ottimali TMD collegato ad un sistema SDOF smorzato (Warburton,1982)

$$(3.27) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

# Capitolo 4

## Analisi numerica del sistema controllato con TMD

### 4.1 Scelta dei parametri strutturali e simulazioni condotte

Nel presente capitolo si vuole indagare sul comportamento della struttura principale a tre gradi di libertà (3DOF) sia nel caso in cui questa sia dotata del dispositivo di controllo delle vibrazioni *Tuned Mass Damper* (TMD), sia nel caso in cui non ne sia dotata. Numerosi studi presenti in letteratura dimostrano che la posizione in cui è possibile massimizzare l'effetto del dispositivo TMD rispetto ai tre orizzontamenti è l'ultimo. Nel presente caso il dispositivo di controllo TMD è stato posizionato all'ultimo orizzontamento come mostrato in figura 4.1.

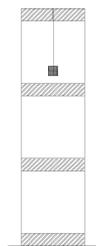


Figura 4.1: Struttura a 3DOF con TMD

Nel caso in esame, si sono individuate dieci diverse configurazioni in cui la massa del TMD è stata collocata, e sono state analizzate le risposte dalla struttura sotto l'azione di diverse sollecitazioni.

Per le simulazioni numeriche si è proceduto all'implementazione delle equazioni del moto di un sistema 3DOF, equazione 3.22, attraverso programmi opportunamente predisposti in ambiente MATLAB.

Per la struttura e per il dispositivo di controllo delle vibrazioni sono stati scelti i parametri riportati nelle tabelle 4.1.

Piano	$M_i$ [g]	$h_i$ [cm]	$f_i$ [Hz]	$\zeta_i$
1	600	20	6,5	0,0114
2	600	20	19,5	0.0015
3	600	20	35	0.0042

Tabella 4.1: Parametri del sistema principale a 3DOF

Questi valori sono stati determinati attraverso le prove sperimentali effettuate sul modello realizzato presso il *Helmut Krawinkler - Laboratorium für Modelldynamik* del dipartimento di *Arbeitsbereich für Angeante Mechanik* (Unit of Applied Mechanics) presso l'Universität von Innsbruck, e nello specifico a loro determinazione sarà trattata nel capitolo 5.

Le simulazioni numeriche condotte sono state indispensabili per analizzare il comportamento della struttura 3DOF al variare della collocazione del sistema di controllo delle vibrazioni.

Le dieci diverse configurazioni sono state ottenute attraverso un dispositivo meccanico, il quale ha consentito la traslazione verticale del pendolo accorciando lo stelo dello stesso entro limiti geometrici.

Nella figura 4.2 sono riportate le due posizioni limite, in termini di lunghezza dello stelo, entro cui il dispositivo è stato posizionato e le relative frequenze di sintonizzazione, relative all'ultimo piano.

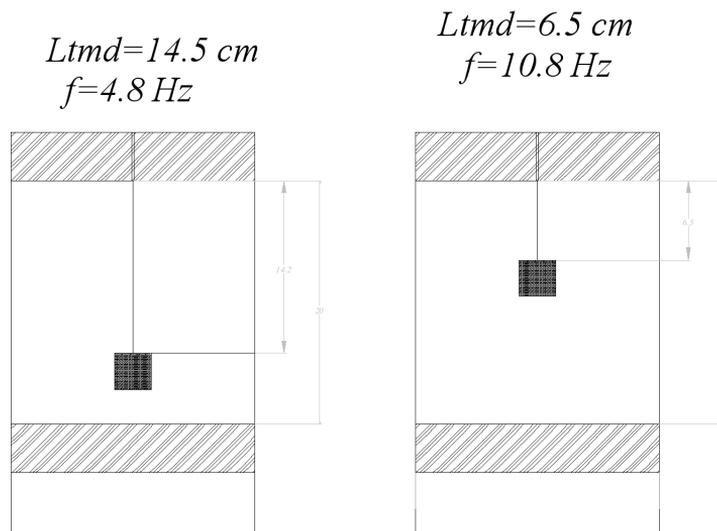


Figura 4.2: Massima e minima lunghezza del TMD

Nella tabella 4.2 sono riportate in dettaglio tutte e dieci le configurazioni con le relative masse, lunghezze e rigidzze del TMD, il quale presenta una massa  $m_d$  pari a 110 g.

Posizione	L [cm]	$\omega_d$ [Hz]	$k_d$ [N/m]
1	14.2	4.8	2.5
2	13.5	5	2.75
3	12.7	5.4	3.2
4	11.7	5.8	3.7
5	10.9	6.4	4.5
6	10	7.1	5.5
7	9.2	7.9	6.8
8	8.3	8.8	8.5
9	7.4	9.6	10.13
10	6.5	10.8	12.83

Tabella 4.2: Dieci diverse configurazioni

In un primo momento è stato considerato il sistema a 3DOF non munito di dispositivo di controllo delle vibrazioni ed è stato sollecitato da una forzante sinusoidale. Successivamente è stato considerato il sistema munito di TMD, il quel è stato sollecitato da una *chirp sine*, ovvero un segnale sinusoidale nel quale la frequenza varia linearmente nel tempo, in particolare la frequenza è stata variata da 3 a 50 Hz, range arbitrariamente scelto che permette di poter toccare tutte le frequenze di risonanza della struttura.

## 4.2 Frequency Responce Function (FRF)

Prima di effettuare la trattazione delle analisi numeriche e sperimentali del sistema, occorre specificare quali sono gli strumenti teorici che vengono considerati nel presente lavoro per la determinazione della risposta della struttura.

Nel capitolo 2 è stata valutata la risposta dell'oscillatore elementare in funzione del parametro tempo  $t$ , detta anche *risposta nel dominio del tempo*. Non sempre risulta conveniente considerare la risposta in questo dominio, dato che questo non permette l'immediata determinazione delle frequenze proprie del sistema.

Per ovviare a questa problematica si può esprimere la risposta della struttura in funzione del parametro *frequenza circolare*  $w$ . Tale risposta è quindi valutata in un dominio duale del primo, detto della frequenza.

Come già visto, l'equazione 4.1 rappresenta la legge che governa il moto di un oscillatore elementare soggetto ad una forza  $F(t)$ :

$$\ddot{x}(t) + 2\zeta_0 x_0 \dot{x} + w_0^2 x(t) = F(t) \quad (4.1)$$

Per valutare la funzione risposta nel dominio delle frequenze, alla relazione 4.1 viene applicata la *trasformata di Fourier*, uno strumento matematico che permette di scrivere una funzione dipendente dal tempo nel dominio delle frequenze.

$$I(\ddot{x}(t)) + 2\zeta_0 x_0 I(\dot{x}) + w_0^2 I(x(t)) = I(F(t)) \quad (4.2)$$

Esprimendo la trasformata di una funzione attraverso la relazione 4.3

$$I(f(t)) = (iw)^j [F(W)], \quad (4.3)$$

sostituendola nella 4.3 si ottiene :

$$-w^2 \ddot{X}(w) + 2\zeta_0 w_0 iw \dot{X}(w) + w_0^2 X(w) = F(w) \quad (4.4)$$

$$[w_0^2 - w^2 + i2\zeta_0 w_0 w] X(w) = F(w) \quad (4.5)$$

$$X(w) = H(w)F(w) \quad (4.6)$$

$$H(w) = \frac{1}{w_0^2 - w^2 + i2\zeta_0 w_0 w} \quad (4.7)$$

in cui  $H(w)$  rappresenta la *funzione di trasferimento*.

La rappresentazione nel dominio delle frequenze fornisce al contrario di quella nel dominio del tempo, una visione immediata della frequenza predominante della risposta.

### 4.3 Sistema principale a 3DOF

Una fase propedeutica alla modellazione numerica del sistema a 3DOF è stata quella della progettazione e della realizzazione del modello fisico, questo come già accennato è avvenuto presso il laboratorio di dinamica sperimentale dell'Università di Innsbruck. Le procedure di realizzazione e il set up sperimentale saranno trattati nello specifico nel capitolo successivo. Nel presente capitolo si considereranno noti tutti i parametri caratterizzanti la struttura e si procederà soltanto alla risoluzione delle equazioni che governano il moto della struttura, attraverso programmi appositamente realizzati in ambiente Matlab, e allo studio della risposta della stessa attraverso la determinazione delle accelerazioni e delle funzioni di trasferimento (FRF).

La struttura a tre gradi di libertà, modellata in ambiente Matlab, presenta le caratteristiche riportate nella tabella 4.3

Piano	$M_i$ [g]	$h_i$ [cm]	$\zeta_i$	$\omega$ [Hz]
1	600	20	0,0114	6,59
2	600	20	0,0015	19,59
3	600	20	0,0042	35,31

Tabella 4.3: Caratteristiche della struttura a 3DOF

La sollecitazione scelta per effettuare il presente studio è stata una chirp sine avente frequenza variabile da 3 a 50  $Hz$ . Risolvendo le equazioni del moto di un sistema a 3DOF, equazione 2.28, attraverso il software Matlab si sono determinate la risposta della struttura in termini di accelerazione e le funzioni di trasferimento relative ai tre piani distinte per ogni piano. I picchi della FRF sono in corrispondenza delle frequenze naturali del sistema, uno per ogni modo di vibrare.

Nelle figure 4.3, 4.4, 4.5, si riportano le funzioni di trasferimento teoriche del sistema a 3DOF, relative ad ogni piano della struttura.

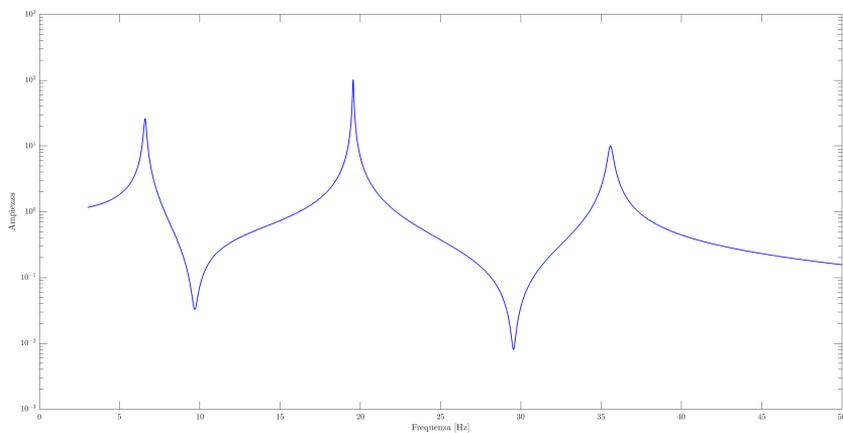


Figura 4.3: FRF relativa al primo piano, nel caso di sistema a 3DOF

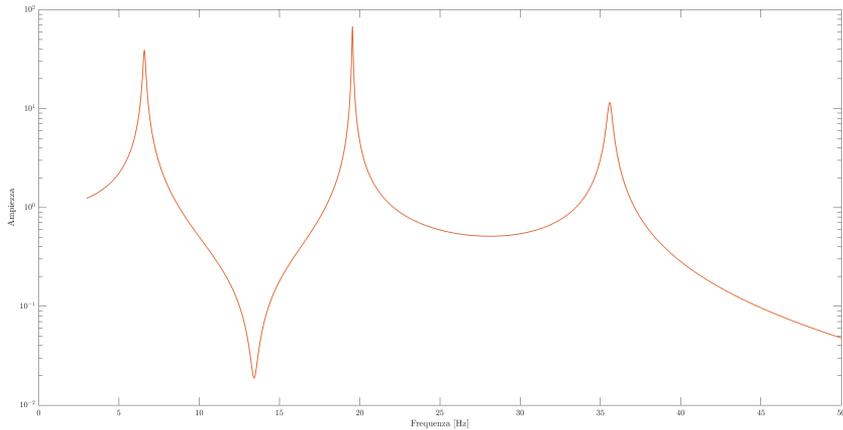


Figura 4.4: FRF relativa al secondo piano, nel caso di sistema a 3DOF

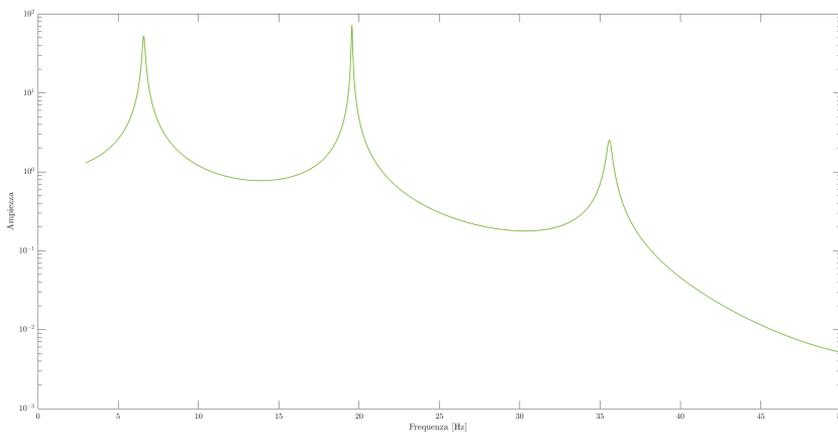


Figura 4.5: FRF relativa al terzo piano, nel caso di sistema a 3DOF

### 4.4 Sistema controllato con TMD

Si sono svolte simulazioni numeriche per comprendere la migliore collocazione del TMD, utilizzato per il controllo delle vibrazioni della struttura 3DOF.

Individuate le dieci posizioni riportate in tabella 4.2, in cui il TMD può essere posizionato, si sono eseguite dieci simulazione, una per ogni po-

sizione, risolvendo le equazioni del moto per un sistema a 3DOF attraverso il software Matlab e si sono determinate le risposte delle strutture in termini di accelerazioni e di funzione di trasferimento  $FRF$ .

#### 4.4.1 Sollecitazione considerata

Come già introdotto nel paragrafo 4.1 il sistema è stato sottoposto ad una chirp sine, figura 4.6

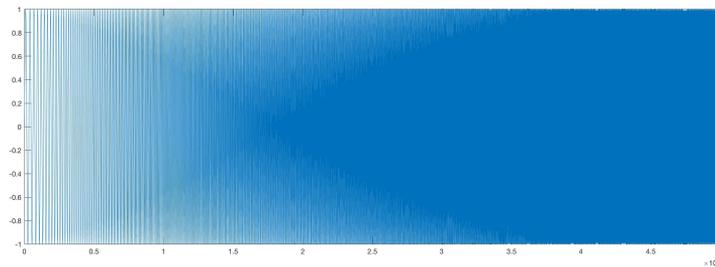


Figura 4.6: Chirp sine con  $f_i=3 Hz$  e  $f_f=50Hz$

la quale può essere espressa analiticamente attraverso la relazione 4.8

$$x = \sin\left(2\pi f_0 t + \frac{k}{2} t^2\right) \quad (4.8)$$

con  $k$  pari a :

$$k = \frac{2\pi \Delta f}{T} \quad (4.9)$$

in cui il  $\Delta f$  è la il range di frequenze entro cui la chirp sine varia, il quale, nel presente caso va da  $3 Hz$  a  $50 Hz$ .

## 4.4.2 Studio configurazioni TMD

La prima configurazione studiata è stata quella in cui il TMD presetava una lunghezza libera pari a 14.2 cm e una rigidezza pari a 2.5 N/m. Il modello considerato è raffigurato nell'immagine seguente.

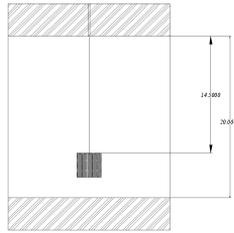


Figura 4.7: Posizione 1  $L=14.5\text{cm}$   $K=2.5\text{ N/m}$   $f=$

Una volta fissati i parametri del dispositivo si sono considerate le equazioni del moto relative ad un sistema a 3DOF con TMD posto all'ultimo orizzontamento, equazione 3.22 trattato nel capitolo 3, e attraverso il software Matlab si è proceduto alla loro risoluzione.

Nella figura riportata di seguito si possono osservare le funzioni di risposta in frequenza, FRF, distinte per ogni piano.

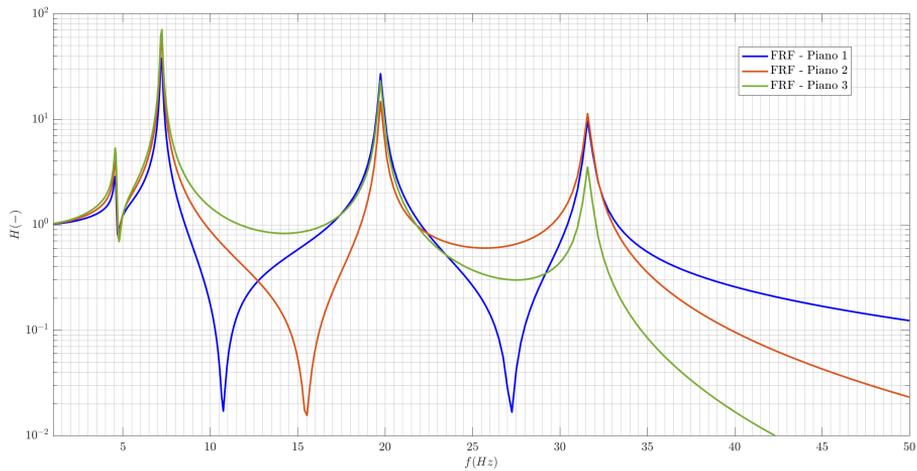


Figura 4.8: FRF numerica relativa ai tre piani per un forzante alla base chirp sine con frequenza tra 3 e 50 HZ

Considerando la risposta in termini di FRF della struttura priva di TMD si nota immediatamente una riduzione del primo picco della FRF e l'insorgenza di un secondo che è dovuto al fatto che il TMD va ad aggiungere un grado di libertà alla struttura.

Tale procedura è stata ripetuta per tutti gli altri nove sistemi determinando per ognuno di essi la loro relativa FRF, riportate nelle figure seguenti.

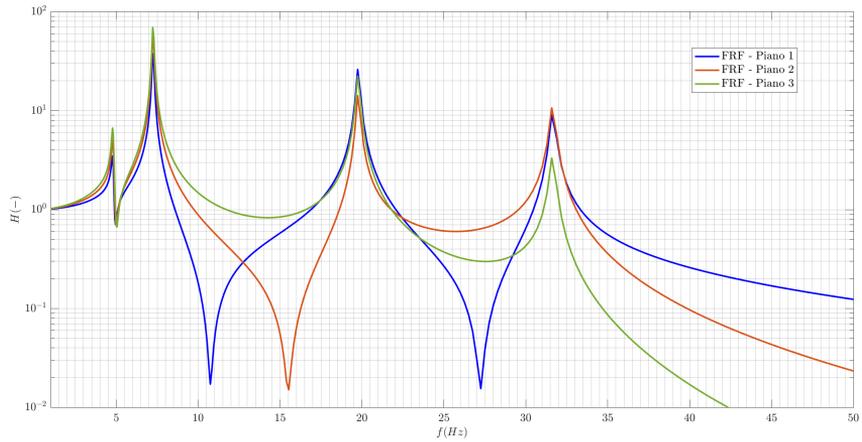


Figura 4.9: FRF numerica relativa alla Posizione 2 del TMD -L=13.5cm K=2.75  
N/m  $f=5 Hz$

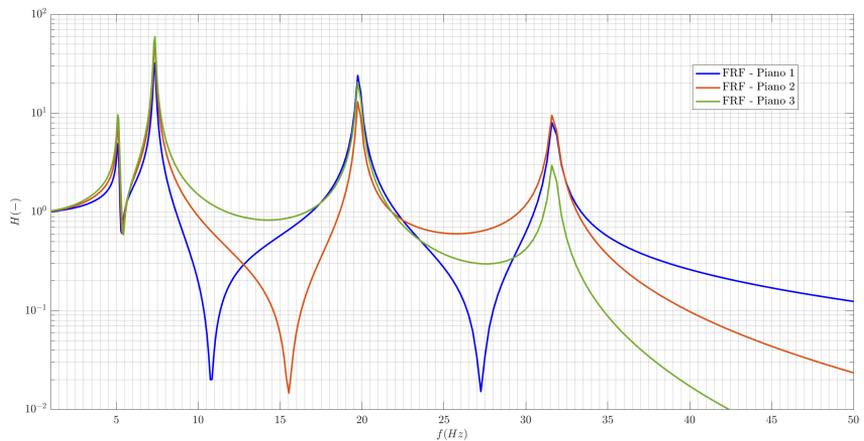


Figura 4.10: FRF numerica relativa alla Posizione 2 del TMD L=12.7cm  
K=3.20 N/m  $f=5.4 Hz$

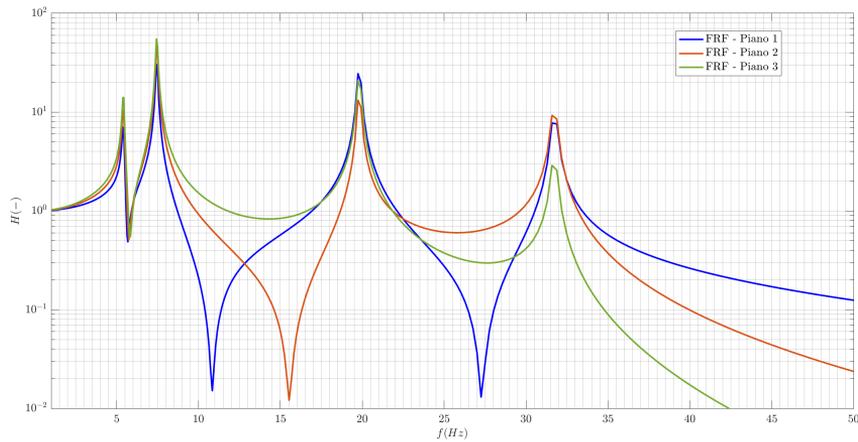


Figura 4.11: FRF numerica relativa alla Posizione 3 del TMD  $L=11.7\text{cm}$   $K=3.7$

$N/m$   $f=5.8\text{ Hz}$

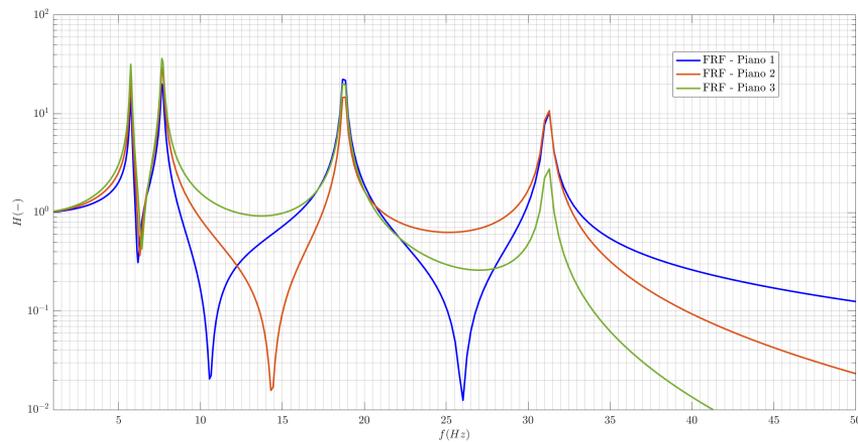


Figura 4.12: FRF numerica relativa alla Posizione 4 del TMD  $L=10.9\text{cm}$   $K=6.4$

$N/m$   $f=4.5\text{ Hz}$

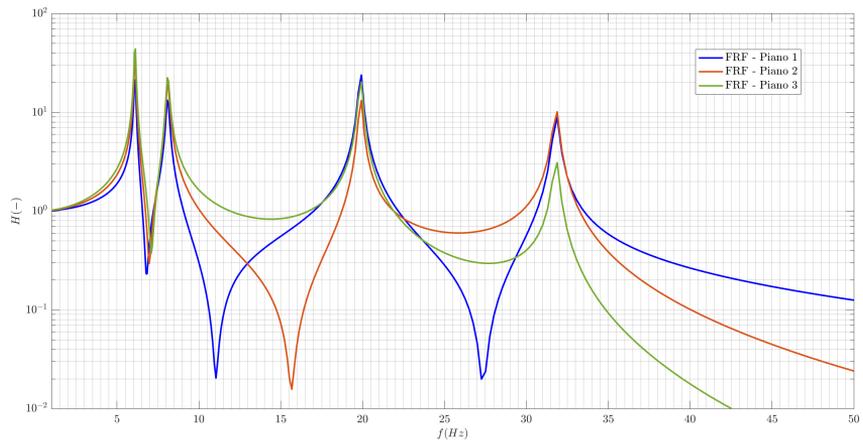


Figura 4.13: FRF numerica relativa alla Posizione 5 del TMD  $L=10$  cm  $K=5.54$  N/m  $f=7.1$  Hz

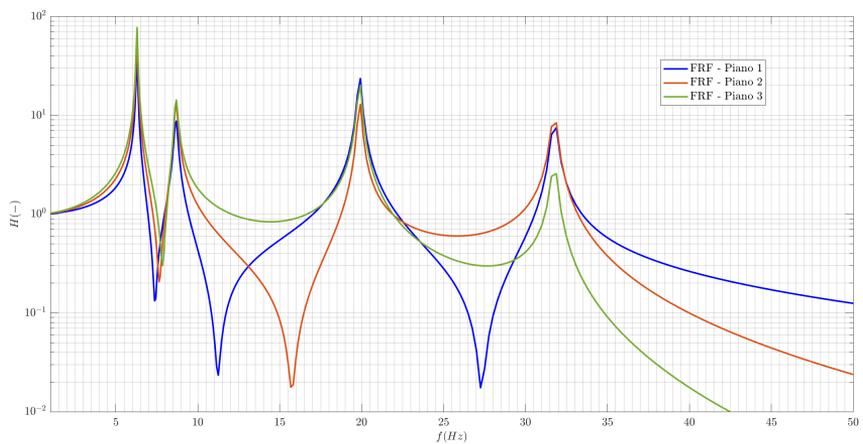


Figura 4.14: FRF numerica relativa alla Posizione 6 del TMD  $L=9.2$  cm  $K=6.8$  N/m  $f=7.9$  Hz

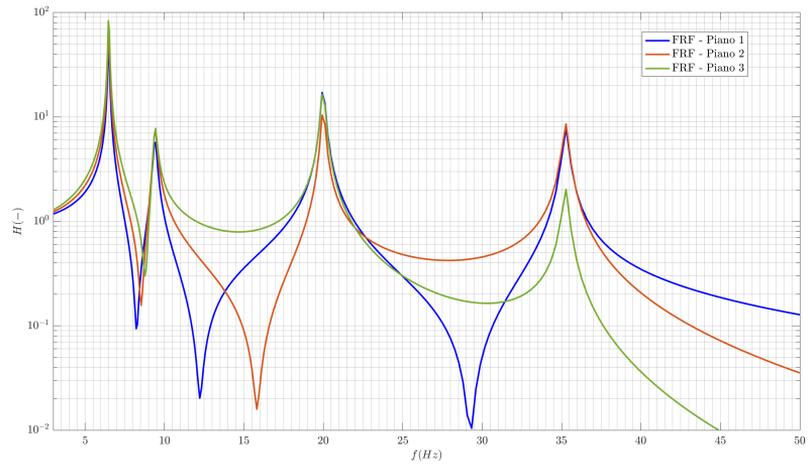


Figura 4.15: FRF numerica relativa alla Posizione 7 del TMD  $L=13.5\text{cm}$   $K=8.5$   $N/m$   $f=8.8 Hz$

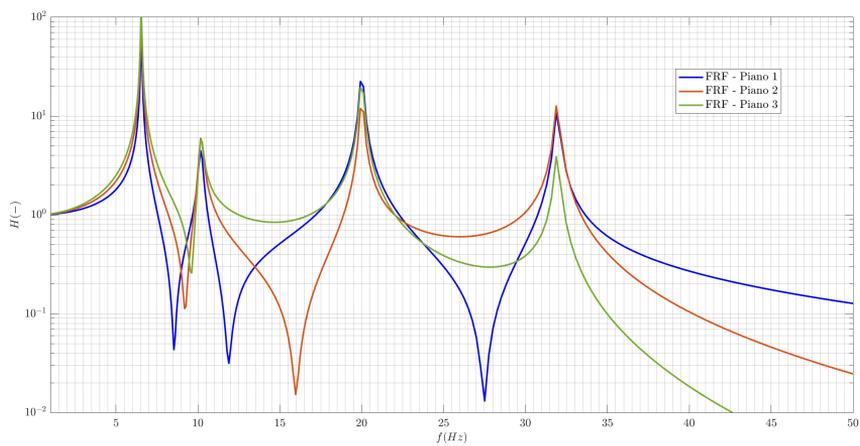


Figura 4.16: FRF numerica relativa alla Posizione 8 del TMD  $L=7.4\text{ cm}$   $K=10$   $N/m$   $f=9.6Hz$

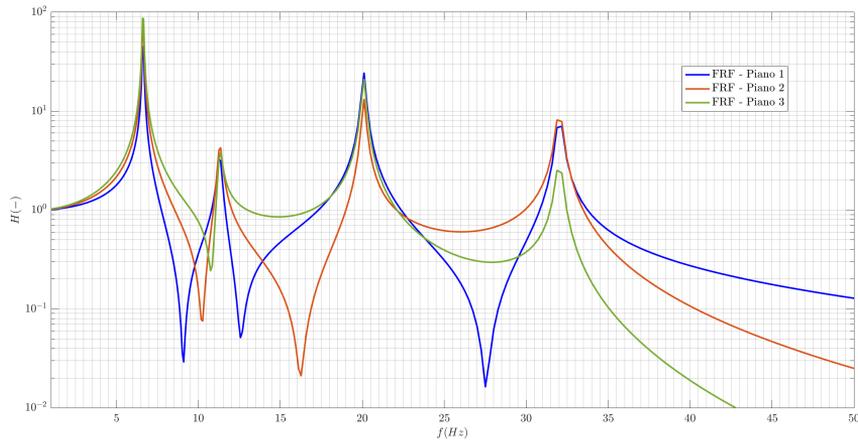


Figura 4.17: FRF numerica relativa alla Posizione 10 del TMD  $L=13.5\text{cm}$   $K=12$   
 $\text{N/m}$   $f=10.8 \text{ Hz}$

# Capitolo 5

## Analisi sperimentale del sistema controllato con TMD

### 5.1 Setup sperimentale

Una volta realizzata la struttura, questa è stata posta sul tavolo da lavoro e collegata allo shaker, dispositivo di sollecitazione, il quale ha consentito l'applicazione della forzante alla base della struttura stessa.

Per il monitoraggio della struttura e per l'acquisizione delle accelerazioni sono stati disposti un accelerometro per ogni piano, per un equivalente di quattro accelerometri.

I segnali generati sono stati registrati attraverso il dispositivo di acquisizione dati della *National Instruments NI cDAQ-9174* rappresentato nella figura 5.1



Figura 5.1: National Instrument

Successivamente i dati sono stati elaborati attraverso il software Matlab, un ambiente per il calcolo numerico e l'analisi statistica scritto in linguaggio *C*, e particolarmente adatto per lo svolgimento di analisi e simulazioni di sistemi dinamici.

### **5.1.1 Sistema di generazione delle sollecitazioni alla base**

Il segnale è stato realizzato attraverso il software Matlab ed è stato generato attraverso la scheda di acquisizione dati DAC della *National Instruments NI cDAQ-9174* riportata in figura 5.1. L'amplificazione del segnale è avvenuta attraverso l'amplificatore *LDS PA100E Power Amplifier*, figura 5.2, che ha permesso la trasformazione dell'input, generato dal software, in una quantità di energia espressa in volt.



Figura 5.2: Amplificatore LDS PA100E Power Amplifier

Successivamente il segnale amplificato è stato inviato allo *shaker* LDS V406, riportato in figura 5.3, che ha consentito la sollecitazione fisica della struttura secondo il segnale emesso.



Figura 5.3: Shaker LDS V406

### 5.1.2 Sistema di acquisizione della risposta strutturale

Per acquisire la risposta della struttura ai piani, in termini di accelerazioni, sono stati utilizzati gli accelerometri piezometrici *Miniature Delta-Tron Accelerometers Bruel & Kjaer-Type 4508 B* riportati in figura 5.4, disposti uno per ogni piano.



Figura 5.4: Accelerometro Bruel & Kjaer

Questi presentano elevata sensibilità, largo campo di frequenze e dimensioni (10x10 mm) e peso ridotto, elevata curabilità e facile montaggio.

L'elemento piezoelettrico all'interno dell'accelerometro è forgiato in modo tale che quando il sistema su cui è montato subisce un'accelerazione sull'elemento piezoelettrico si desta una carica direttamente proporzionale all'accelerazione. La sua sensibilità è espressa in termini di carica per accelerazione unitaria. L'uso di tre cristalli piezoelettrici (PZ33 al piombo-zirico-titanio) con tre masse disposte in configurazione triangolare assicura un alto grado di linearità. L'involucro estremo è costituito da titanio. Inoltre, questo tipo di sensori, contengono un amplificatore del segnale integrato in un microcircuito cosicché il segnale elettrico generato dall'accelerometro sia un segnale in tensione. Questi accelerometri vengono direttamente alimentati secondo il sistema DeltaTron compatibile con le specifiche ICP e consentono l'uso di cavi poco costosi e pratici da impiegare. Inoltre la bassa impedenza dell'output consente l'uso di cavi anche molto lunghi. Il preamplificatore integrato garantisce anche un raddrizzamento del segnale e un migliore qualità dello stesso. Di seguito viene riportata una scheda dettagliata (tabella 5.1) delle caratteristiche degli accelerometri sopra descritti.

Housing material	ASTM Grade 2 titanium
Weight	4,8 g
Sensitivity	100 $mV/m.s^{-2}$
Resonance Frequency	18 kHz
Amplitude Response	from 0.4 Hz to 8400 Hz
Tansverse Sensitivity	<5 %
Transverse Resonance Frequency	>10 kHz
Ambient Temperature Range	-54 to +100 °C
Max. Operational Acceleration UPeak)	5000 g

Tabella 5.1: Specifiche Miniature DeltaTron Accelerometers Bruel & Kjae

### 5.1.3 Procedure e software di generazione, acquisizione ed elaborazione dati

I segnali digitali definiti dall'utente sono stati generati e utilizzati come input per i test sperimentali sul modello. Questi sono stati elaborati attraverso il software Matlab e forniti alla struttura per mezzo dello Shaker.

L'acquisizione delle risposte in termini di accelerazioni ed il moto dello shaker sono stati acquisiti ed elaborati dallo stesso software.

Successivamente alla fasa di acquisizione dei dati sperimentali, attraverso programmi implementati appositamente in ambiente Matlab si è proceduto all'elaborazione simultanea dei dati acquisiti in modo da ottenere i risultati dell'analisi sperimentale.

Le procedure principali di post elaborazione hanno incluso :

- filtraggi per le alte frequenze per escludere i rumori strumentali;

- utilizzo funzione ODE45, la quale ha consentito la risoluzione delle equazioni differenziali e la determinazione dei risultati;
- Derivazioni e integrazioni di funzioni;
- Procedure di ottimizzazione dei parametri;
- Plottaggi ed elaborazioni di immagini;

## 5.2 Il sistema principale a 3DOF

### 5.2.1 Caratteristiche del sistema

Il modello che è stato impiegato per lo studio condotto è un telaio *Shear Type* (figura 5.5) su tre livelli, formato da due colonne e tre travi che formano i tre piani della struttura.

L'intera struttura è stata collegata alla base da una quarta trave, con funzione di irrigidimento del telaio, che a sua volta è stata agganciata attraverso bulloni ad una piastra di alluminio di dimensioni 32x32 cm.

Per permettere lo scorrimento della struttura sollecitata, la piastra di base è stata collegata ad un carrello posizionato sul tavolo da lavoro.

Nello specifico il telaio è costituito dai seguenti elementi:

- *Travi* in alluminio aventi massa pari a 600 g e sezione 40 x 40 mm e lunghezza di 20 cm;
- *Colonne* in alluminio ciascuna avente sezione di 40 x 11 cm e spessore di 2 mm;
- La base di appoggio della struttura ha una di sezione 32 x 32 e con uno spessore di 3 cm.

Le travi sono state ancorate alle colonne attraverso delle piastre in alluminio aventi sezione di 7x4 cm e spessore di 1 cm.

La struttura dopo l'assemblaggio è risultata avere altezza di 64 cm e una larghezza di 20 cm con interpiano pari a 20 cm .

Nella tabella 5.2 sono riportate sinteticamente le caratteristiche della struttura.



Figura 5.5: Modello realizzato in laboratorio

Il rapporto di rigidezza tra le travi e i pilastri è sufficientemente elevato

Piano	$M_i$ [g]	$h_i$ [cm]	$\zeta_i$
1	600	20	0,0114
2	600	20	0,0015
3	600	20	0,0042

Tabella 5.2: Caratteristiche della struttura a 3DOF

da far sì che possa valere l'ipotesi del comportamento shear-type, ovvero un telaio caratterizzato da travi (o traversi) supporti indeformabili (infinitamente rigidi) in cui si considera concentrata la massa  $M$  del sistema e pilastri (o piedritti) flessibili, di rigidezza  $k$ , di massa trascurabile rispetto ai traversi.

La struttura è stata accuratamente relizzata ed assemblata facendo in modo che fossero rispettate tutte le dimensioni e le proporzioni sopra indicate. Tutti gli elementi sono stati accuratamente misurati e pesati attraverso bilancia digitale, con sensibilità fino al decimo di grammo.

## 5.2.2 Identificazione dei parametri del sistema

La fase di identificazione dei parametri sperimentali è stata propedeutica sia per l'analisi numerica che per quella sperimentale per il fatto che ci ha permesso di determinare i parametri caratterizzanti la risposta dinamica del sistema a tre gradi di libertà. Per fare ciò è stato necessario sottoporre la struttura a prove dinamiche in modo da ottenere univocamente questi parametri.

Le prove sperimentali sono state eseguite presso *Helmut Krawinkler-Laboratorium für Modelldynamik* del dipartimento di *Arbeitsbereich für Angeante Mechanik* (Unit of Applied Mechanics) presso l'Universität von Innsbruck.

La struttura è stata sottoposta ad una Chirp Sina, figura 5.6 con frequenza variabile da 3 a 50 Hz per una durata di 120 s, la quale è stata registrata attraverso l'accelerometro posto al piano terra.

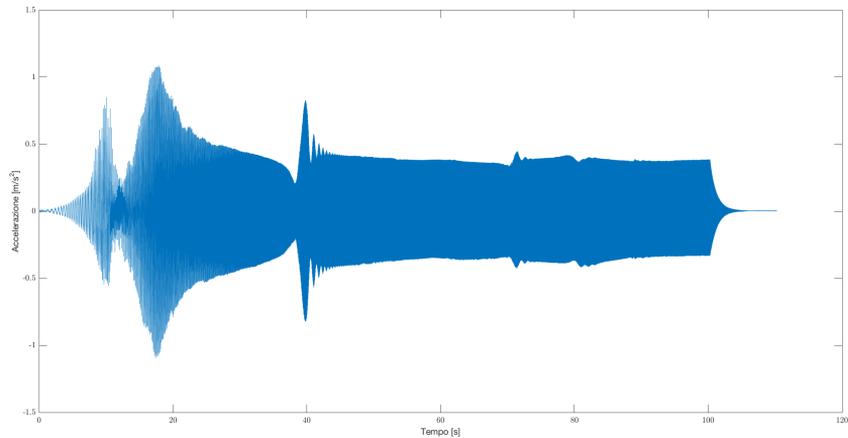


Figura 5.6: Accelerazione registrate alla base

Nelle figure 5.7, 5.8, 5.9, sono riportate le registrazioni delle accelerazioni corrispondenti ai tre piani .

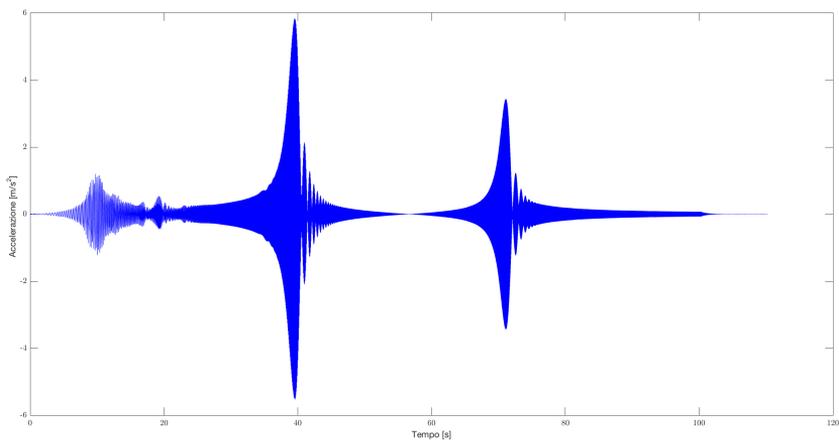


Figura 5.7: Accelerazione registrata al primo piano

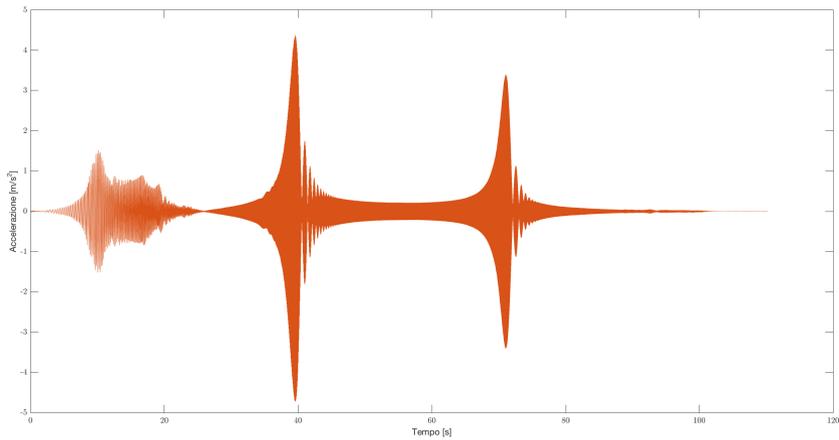


Figura 5.8: Accelerazione registrata al secondo piano

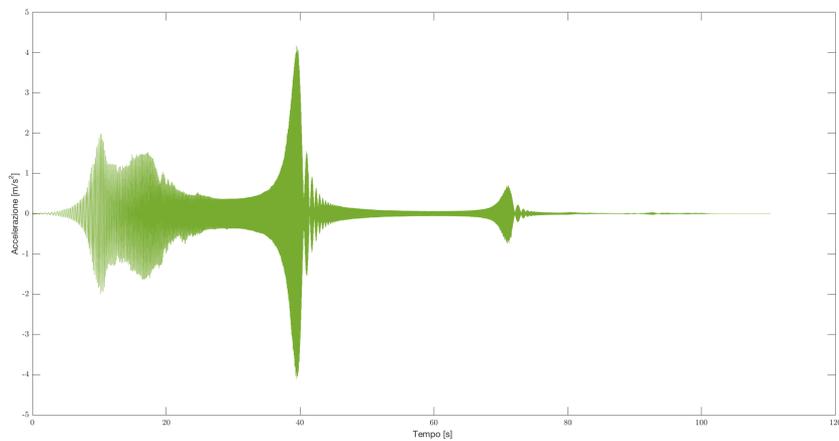


Figura 5.9: Accelerazione registrata al terzo piano

I dati registrati sono stati utilizzati per calcolare la media delle funzioni di risposta in frequenza (Frequency Response Function, FRF), per ogni piano, riportate nelle figure 5.10, 5.11, 5.12.

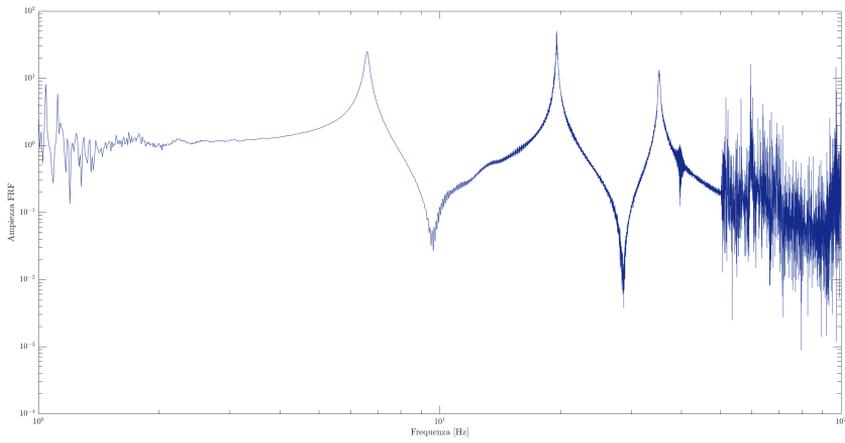


Figura 5.10: FRF sperimentale, primo piano

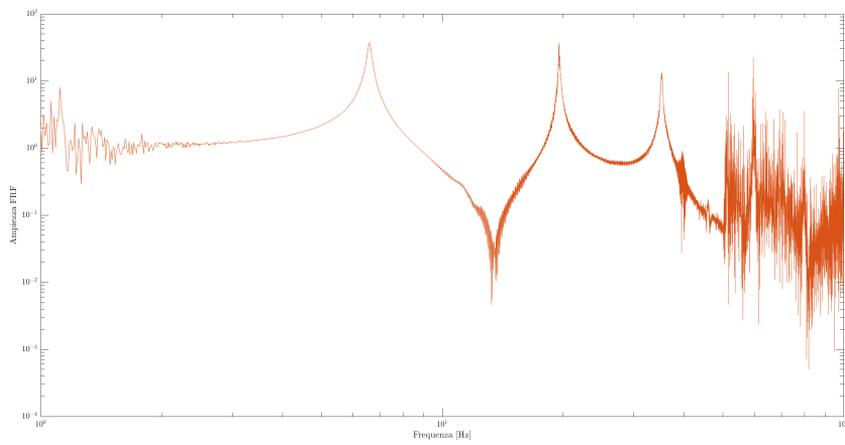


Figura 5.11: FRF sperimentale, secondo piano

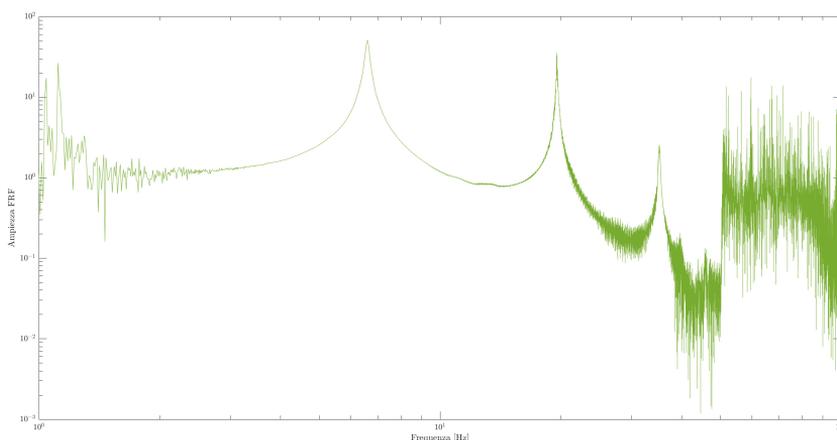


Figura 5.12: FRF sperimentale, terzo piano

Dai grafici riportati delle FRF è stato possibile individuare, in corrispondenza dei picchi, le *frequenze naturali* del sistema strutturale a tre gradi di libertà. Successivamente si è proceduto alla determinazione dei rapporti di smorzamento impiegando il *metodo della larghezza di banda di metà potenza*.

Questa procedura prevede innanzitutto l'individuazione dei valori dei picchi della funzione di trasferimento  $f_i$ , relativa ad ogni piano. Successivamente si procede al tracciamento della retta orizzontale passante per il valore  $\frac{f_i}{\sqrt{2}}$  che interseca la curva della FRF in due punti, a cui corrispondono due frequenze. Questa procedura si ripete per ogni picco e in modo da individuare le frequenze  $f_j$  e  $f_k$ , in cui  $f_j$  è al valore della frequenza corrispondente al primo punto di intersezione della retta con la curva della FRF e  $f_k$  è il valore della frequenza corrispondente al secondo punto di intersezione della retta con la curva della FRF.

Così facendo si calcola il rapporto di smorzamento viscoso relativo all' $i$ -esima frequenza :

$$\zeta = \frac{f_k - f_j}{2f_i} \quad (5.1)$$

I risultati ottenuti dal metodo sopra descritto sono riportati nella tabella 5.3:

Modo	$f_i(Hz)$	$\zeta$
1	6.59	0,0114
2	19.59	0,0015
3	35.31	0,0042

Tabella 5.3: Coefficiente di smorzamento  $\zeta_i$

### 5.2.3 Confronto numentico speriementale

Lo scopo di questo paragrafo è quello di mostrare l'accordo tra le soluzioni numeriche ottenute in funzione dei parametri identificati e quelle sperimentali.

Nota la forzante, ad esempio la lettura effettuata dall'accelerometro posto al primo piano della struttura, è possibile integrare l'equazione differenziale del moto mediante uno dei metodi numerici presenti in letteratura, e determinare le risposte in termini di accelerazione. Successivamente all'ottenimento delle risposte si procede al confronto con quelle registrate. Un buon accordo tra i segnali analitici e quelli registrati conferma la correttezza dei parametri identificati nonché la bontà delle ipotesi assunte sul comportamento strutturale.

**Equazione del moto per il sistema a 3DOF** Nei capitoli precedenti è stata studiata la struttura a uno o più gradi di libertà e sono state definite per queste le equazioni del moto.

Nel caso di una struttura a 3DOF l'equazione del moto può essere scritta nella seguente forma:

$$M\ddot{s}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = 0 \quad (5.2)$$

in presenza di eccitazione alla base della struttura si definisce l'accelerazione nella forma seguente:

$$\ddot{x}_g = \ddot{x}_g(t) = \frac{d^2 x_g(t)}{dt^2} \quad (5.3)$$

Il vettore delle accelerazioni  $\ddot{x}(t)$  è :

$$\ddot{x}(t) = \ddot{x} = [\ddot{x}_1(t) \ddot{x}_2(t) \ddot{x}_3(t)] \quad (5.4)$$

ed il vettore delle accelerazioni assolute  $\ddot{s}(t)$  :

$$\ddot{s}(t) = \ddot{s} = [\ddot{s}_1(t) \ddot{s}_2(t) \ddot{s}_3(t)]^T \quad (5.5)$$

dunque il primo termine al primo membro dell'equazione 5.2 può essere scritta come di seguito:

$$M\ddot{s} = M\ddot{x}(t) + MI\ddot{x}_g(t) \quad (5.6)$$

Sostituendo la 5.6 alla 5.3 si ottiene:

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = -MI\ddot{x}_g(t) \quad (5.7)$$

in cui il termine al secondo membro, che moltiplica l'accelerazione alla base, può essere riscritto introducendo il vettore di incidenza descritto di seguito:

$$\tau = -MI \quad (5.8)$$

A questo punto è possibile definire l'equazione del moto di un sistema forzato da una accelerazione alla base come di seguito:

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = \tau\ddot{x}_g(t) \quad (5.9)$$

Come già noto, nelle quazioni precedenti i contributi  $M$ ,  $C$  e  $K$ , rappresentano rispettivamente la matrice delle masse, di dissipazione e la matrice di rigidità del sistema.

I parametri dinamicamente significativi per l'identificazione del modello oggetto di studio sono quindi, le rigidità a taglio degli impalcati  $k_1$ ,  $k_2$  e  $k_3$ , e i coefficienti di smorzamento viscoso  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$ .

I coefficienti di rigidità sono dei parametri noti che vengono determinati in seguito alla misurazione degli elementi strutturali. Per via di imprecisioni dovuti al modello, si preferisce avvalersi di un metodo di identificazione delle matrici  $K$  e  $C$  a partire dalla conoscenza della matrice modale della struttura che si sta analizzando.

**Metodo di identificazione della matrice modale** L'analisi modale è nota anche come "problema inverso", in analogia con il cosiddetto "problema diretto", nel quale sono noti l'input alla struttura, e si vuole conoscere la risposta della stessa. Si tratta di un problema nel quale sono noti sia la risposta che l'input, ma si vuole conoscere le caratteristiche della struttura.

Il metodo di identificazione della matrice modale consente di ricavare il valore degli elementi della matrice stessa a partire dalla conoscenza delle funzioni di trasferimento del sistema. Quindi è possibile pervenire ad una stima della matrice modale a partire da una qualunque delle tipologie di prova che consentono di determinare la funzione di trasferimento. Nel caso in particolare, le funzioni di risposta in frequenza sono

state estrapolate dalle prove effettuate sulla struttura sollecitata alla base dalla forzante sinusoidale.

Il metodo in questione prevede che uno dei piani sia considerato uno pseudo-input, mentre gli altri piani della struttura vengano considerati come uno pseudo-output.

Tale considerazione è motivata dal fatto che, il rapporto tra i moduli delle ampiezze delle funzioni di risposta in frequenza dei tre piani in corrispondenza di un modo di vibrare è uguale al rapporto tra gli spostamenti modali in corrispondenza dello stato dello stesso modo, ovvero al rapporto tra le rispettive componenti dell'autovettore considerato.

Così operando, si perviene alla matrice modale riportata nella 5.10

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ q_{21} & q_{22} & q_{33} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

in cui gli elementi  $q_{2i}$  della matrice modale sono calcolati come il rapporto tra l'ampiezza della FRF del secondo piano e l'ampiezza della FRF del primo piano in corrispondenza dell' $i$ -esima frequenza:

$$q_{2i} = \frac{|H_2(w_i)|}{|H_1(w_i)|} = \frac{\Phi_{2i}}{\Phi_{1i}} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (5.11)$$

Gli elementi  $q_{3i}$  della matrice modale sono calcolati come il rapporto tra l'ampiezza della FRF del terzo piano e l'ampiezza della FRF del primo piano in corrispondenza dell' $i$ -esima frequenza:

$$q_{3i} = \frac{|H_3(w_i)|}{|H_1(w_i)|} = \frac{\Phi_{3i}}{\Phi_{1i}} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (5.12)$$

Gli elementi che costituiscono la matrice modale trovata sono al momento della determinazione tutti positivi, a questi vanno assegnati i se-

gni positivo o negativo, esaminando la funzione fase delle funzioni di trasferimento, e quindi si perviene alla conclusione che se le funzioni fase delle due componenti sono concordi il segno dell'elemento sarà positivo, in caso contrario sarà negativo.

La matrice modale  $\Phi$  così ottenuta deve essere normalizzata rispetto alla matrice delle masse.

Pertanto si perviene alla matrice modale del sistema a tre gradi libertà:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1.48 & 0.74 & -1 \\ 2 & -0.66 & 0.075 \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

Ricavata la matrice modale con il metodo descritto, risulta di semplice calcolo la matrice di rigidità  $K$  e la matrice di dissipazione  $C$ .

Per trovare le due matrici è necessario introdurre altre due matrici provenienti dallo studio dell'analisi modale dei sistemi nello spazio modale, ovvero la matrice spettrale  $\Omega_D$  e la matrice  $\Gamma_D$  le quali sono riportate rispettivamente nelle equazioni 5.14 e 5.15.  $\Omega_D$  è una matrice diagonale, che ha come elementi sulla diagonale principale le frequenze del sistema al quadrato  $f_i^2$ .

$$\Omega = \begin{bmatrix} f_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & f_1^2 & 0 \\ 0 & 0 & f_1^2 \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

$\Gamma_D$  è una matrice diagonale, che ha come elementi sulla diagonale principale il doppio prodotto dell' $i$ -esima frequenza per l' $i$ -esimo valore di smorzamento  $2f_i\zeta_i$ .

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 2f_1\zeta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 2f_2\zeta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 2f_2\zeta_2 \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

Detto ciò è possibile ricavare la matrice di rigidezza e di dissipazione, attraverso le equazioni 5.16 e 5.17, da inserire nell'equazione del moto per ricavare numericamente le accelerazioni ai piani e poterle confrontare con quelle sperimentali, al fine di verificare se i parametri identificativi del sistema estratti con le prove siano esatti.

$$K = \Phi^{-T} \Omega_D \Phi^{-1} \quad (5.16)$$

$$C = \Phi^{-T} \Gamma_D \Phi^{-1} \quad (5.17)$$

**Confronto numerico - sperimentale** Sono state elaborate le funzioni di trasferimento teoriche del sistema a 3DOF e sono state confrontate con le FRF ottenute dalle analisi sperimentali.

I grafici riportati mostrano una buona sovrapposizione fra il modello analitico e quello sperimentale come è possibile notare dalle figure 5.13, 5.14, 5.15.

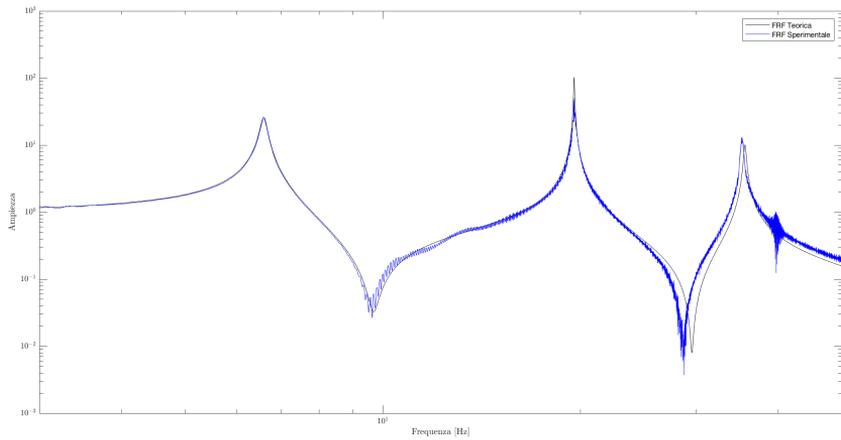


Figura 5.13: Confronto numerico sperimentale FRF primo piano: linea nera - numerica; linea blu - sperimentale

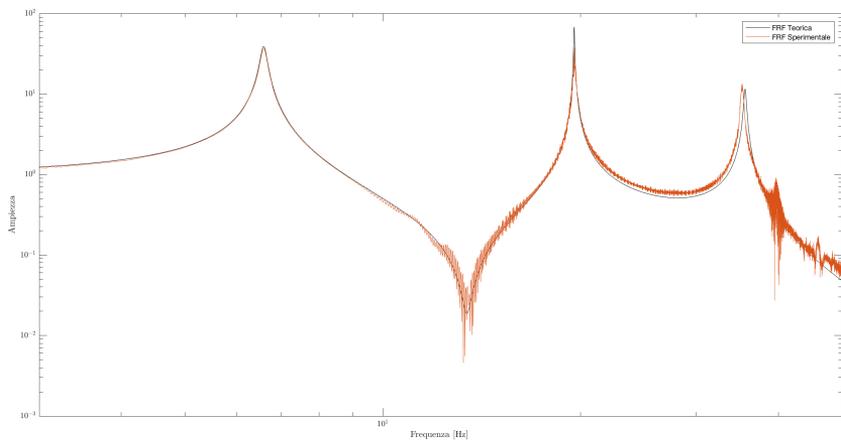


Figura 5.14: Confronto numerico sperimentale FRF primo piano linea nera - numerica; linea arancion - sperimentale

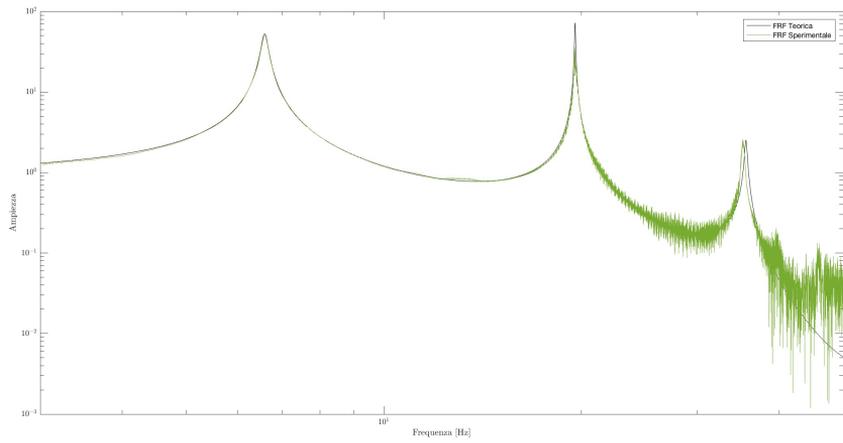


Figura 5.15: Confronto numerico sperimentale FRF primo piano linea nera - numerica; linea verde - sperimentale

## 5.3 Sistema controllato con TMD

### 5.3.1 Caratteristiche del sistema

Una volta studiata la struttura a tre gradi di libertà, e determinata la risposta della stessa all'azione di una forzante esterna, ci si è concentrati sullo studio della struttura a 3DOF munita di sistema di controllo TMD.



Figura 5.16: Modello 3DOF munito di TMD

Per questo tipo di sistema si sono considerate dieci diverse posizioni in cui la massa  $m_d$  del TMD è stata posta.

Il sistema in questa configurazione è stato modificato installando all'ultimo piano il dispositivo TMD agganciato alla trave attraverso due piastre

in alluminio e un dispositivo composto da una piastra in compensato e da un ingranaggio di materiale plastico, come mostrato nella figura 5.17, il quale ha permesso la realizzazione di una carrucola, utilizzata per consentire la traslazione verticale del TMD .



Figura 5.17: Dispositivo meccanico

Nel conteggio delle masse presenti nella struttura, la massa della trave dell'ultimo piano è stata incrementata del peso del dispositivo, con un incremento della massa pari a  $240\text{ g}$ , passando da una massa pari a  $600\text{ g}$  ad una massa pari a  $840\text{ g}$ .

Per la automazione del movimento di questo dispositivo, il quale ha consentito la modifica della lunghezza dello stelo del TMD e quindi il cambiamento della frequenza principale del dispositivo di dissipazione, è stata utilizzata la piattaforma hardware *Arduino* riportata nella figura 5.18.



Figura 5.18: Piattaforma hardware Arduino

Questa è una piattaforma hardware composta da una serie di schede elettroniche dotate di un microcontrollore. È un prodotto italiano, ideato e sviluppato da alcuni membri della *Interaction Design Institute* di Ivrea come strumento per la prototipazione rapida e per scopi hobistici, didattici e professionali.

Con la piattaforma Arduino si possono realizzare in maniera relativamente rapida e semplice piccoli dispositivi come controllori di luci, di velocità per motori, sensori di luce, temperatura e umidità e molti altri progetti che utilizzano sensori, attuatori e comunicazione con altri dispositivi. È abbinato ad un semplice ambiente di sviluppo integrato per la programmazione del microcontrollore. Tutto il software a corredo è libero, e gli schemi circuitali sono distribuiti come hardware libero.

La piattaforma fisica si basa su un circuito stampato che integra un microcontrollore con dei pin connessi alle porte I/O, un regolatore di tensione e, quando necessario, un'interfaccia USB che permette la comunicazione con il computer utilizzato per programmare. A questo hardware viene affiancato un ambiente di sviluppo integrato (IDE) multipiattaforma. Il suo utilizzo è semplificato in quanto i programmi sono scritti

in un linguaggio di programmazione semplice e intuitivo, chiamato Wiring, derivato dal C e dal C++, liberamente scaricabile e modificabile. I programmi in Arduino vengono chiamati sketch.

Una scheda Arduino tipica consiste in un microcontrollore a 8-bit AVR prodotto dalla Atmel, con l'aggiunta di componenti complementari per facilitarne l'incorporazione in altri circuiti. Nelle schede vengono usati i chip della serie megaAVR - nello specifico i modelli ATmega8, ATmega168, ATmega328, ATmega1280 e ATmega2560.

Per implementare il comportamento interattivo, Arduino è fornita di funzionalità di input/output (I/O). Tramite le funzionalità di input, la scheda riceve segnali raccolti da sensori esterni.

Il comportamento della scheda è gestito dal microcontroller in base ai valori provenienti dai sensori e alle operazioni determinate dal programma in esecuzione in quel momento sulla scheda. L'interazione con l'esterno avviene attraverso attuatori pilotati dal programma, che fornisce le istruzioni per mezzo dei canali di output in dotazione.

A tale scopo, Arduino è dotata di molti dei connettori, figura 5.19, di input/output per microcontroller in uso su altri circuiti. Tutti i pin di I/O sono collocati sulla parte superiore della scheda mediante connettori femmina da 0,1". Sono inoltre disponibili commercialmente molte schede applicative plug-in, note come "shields".



Figura 5.19: Connettori

Nel kit in dotazione con la piattaforma Arduino vengono fornite le *Breadboard*, figura 5.20, chiamata anche basetta sperimentale, il quale è uno strumento utilizzato per creare prototipi di circuiti elettrici.

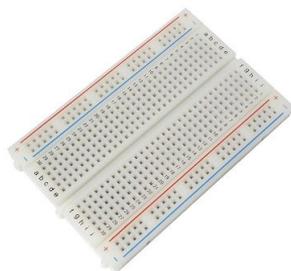


Figura 5.20: Breadboard

A differenza della basetta millefori, che è un circuito stampato su basetta ramata su cui vengono saldati i componenti e i collegamenti che formano il prototipo (e che dunque è difficilmente riusabile), la breadboard non richiede saldature ed è completamente riutilizzabile.

Realizzato il circuito con le componenti del kit sopra descritte, si è proceduto alla realizzazione del programma attraverso l'*ambiente di sviluppo integrato* (IDE) di Arduino il quale è un'applicazione multiplatforma in Java, ed è derivata dall'IDE creato per il linguaggio di programmazione Processing e per il progetto Wiring.

Nella figura 5.21 si riporta la configurazione realizzata in laboratorio del circuito che ha consentito la meccanizzazione del dispositivo di controllo TMD.

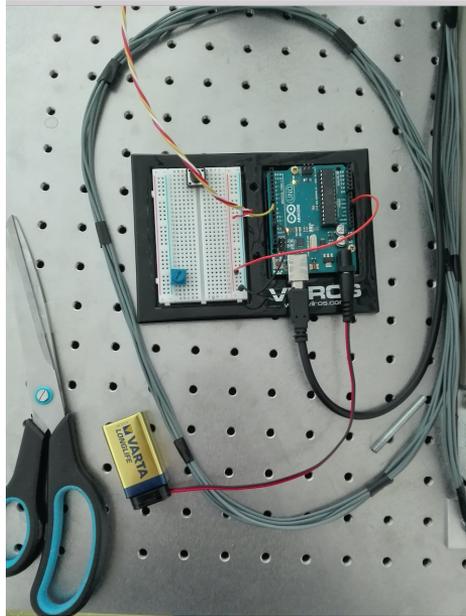


Figura 5.21: Dispositivo che ha consentito la meccanizzazione del dispositivo TMD

Per effettuare la registrazioni delle accelerazioni del TMD è stato predisposto un *Strain gauge*, figura 5.22, il quale è uno strumento di misura utilizzato per rilevare piccole deformazioni dimensionali di un corpo sottoposto a sollecitazioni meccaniche o termiche. Questo è stato posto sullo stelo del TMD che collegato al dispositivo di acquisizione dati della National Instruments ha consentito una misura precisa delle accelerazioni del dispositivo di controllo delle vibrazioni.



Figura 5.22: Strain gauge per la registrazioni delle accelerazioni del dispositivo TMD

Nelle immagini seguenti sono stati riportate le accelerazioni, relative ad ognuna delle dieci posizioni, misurate attraverso lo strain gauge.

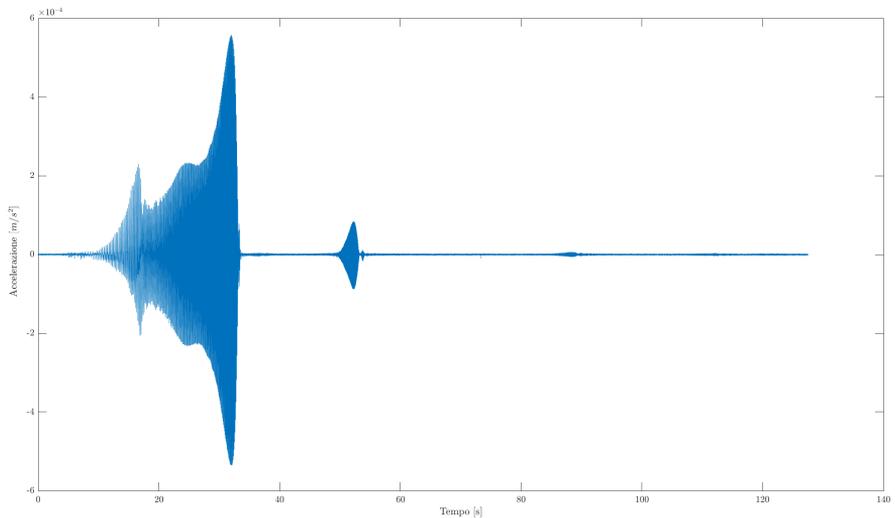


Figura 5.23: Accelerazioni del TMD nella posizione 1

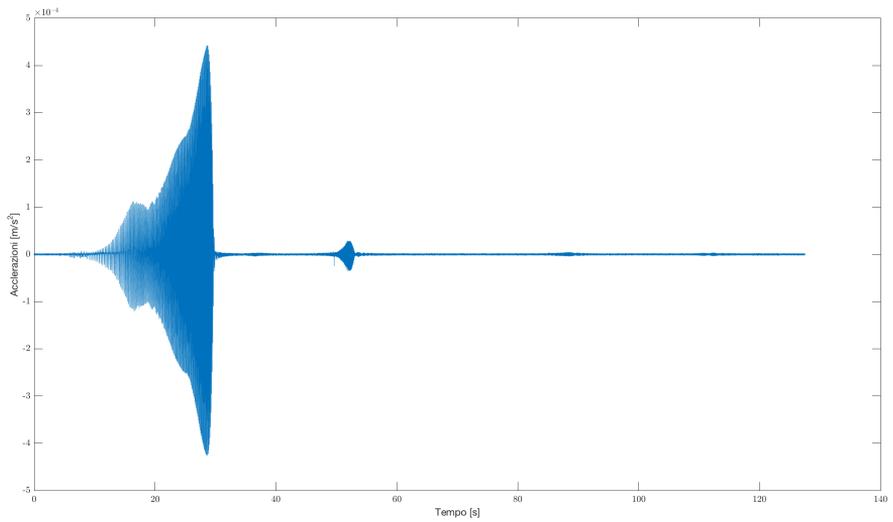


Figura 5.24: Accelerazioni del TMD nella posizione 1

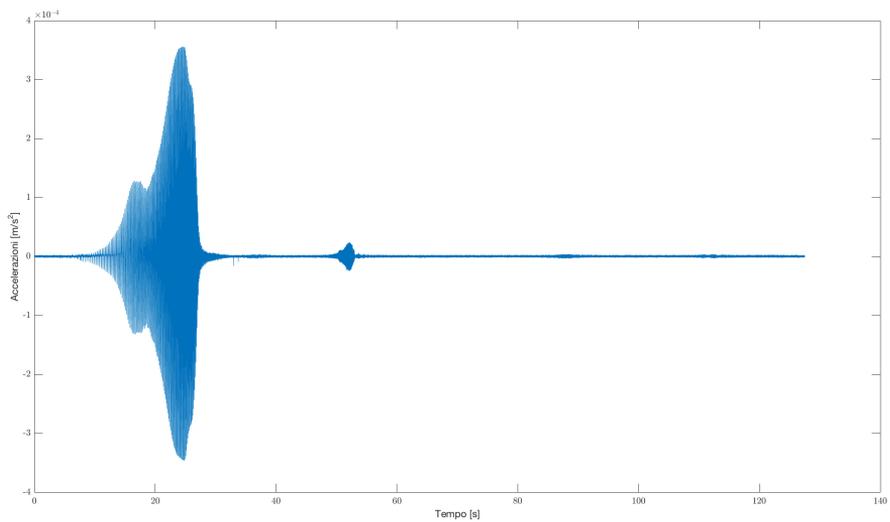


Figura 5.25: Accelerazioni del TMD nella posizione 1

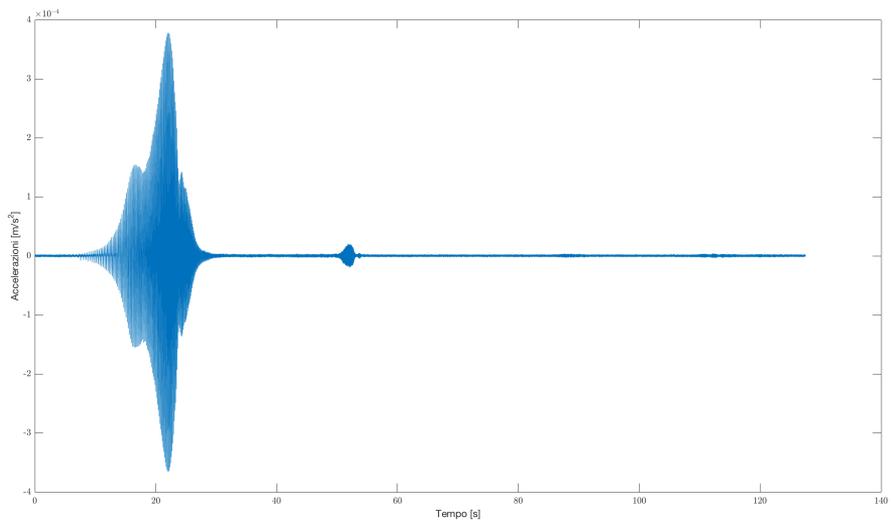


Figura 5.26: Accelerazioni del TMD nella posizione 4

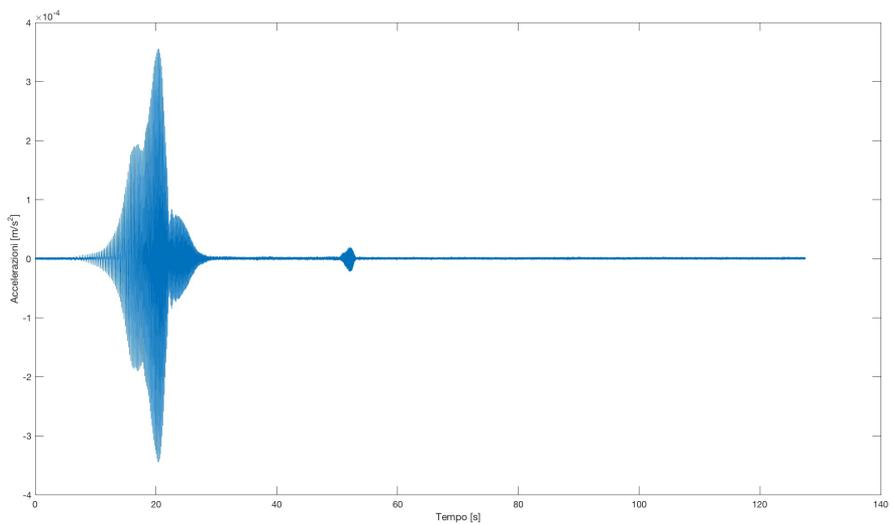


Figura 5.27: Accelerazioni del TMD nella posizione 5

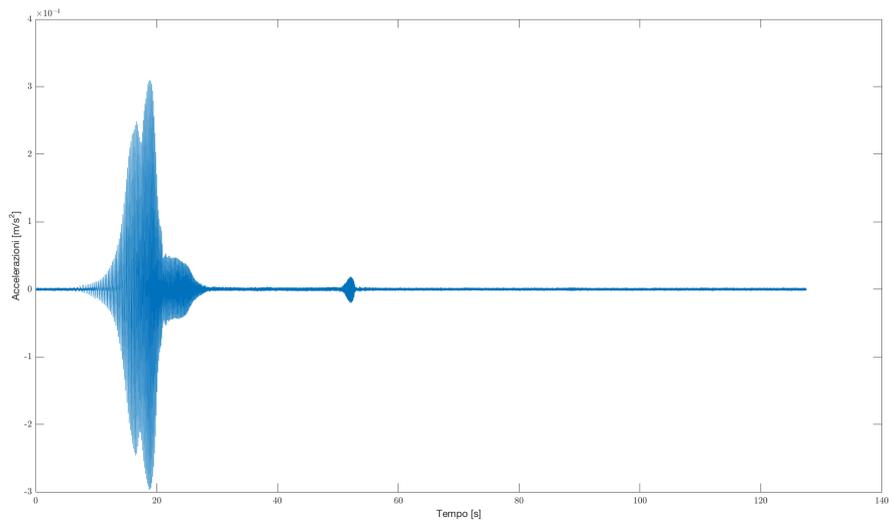


Figura 5.28: Accelerazioni del TMD nella posizione 6

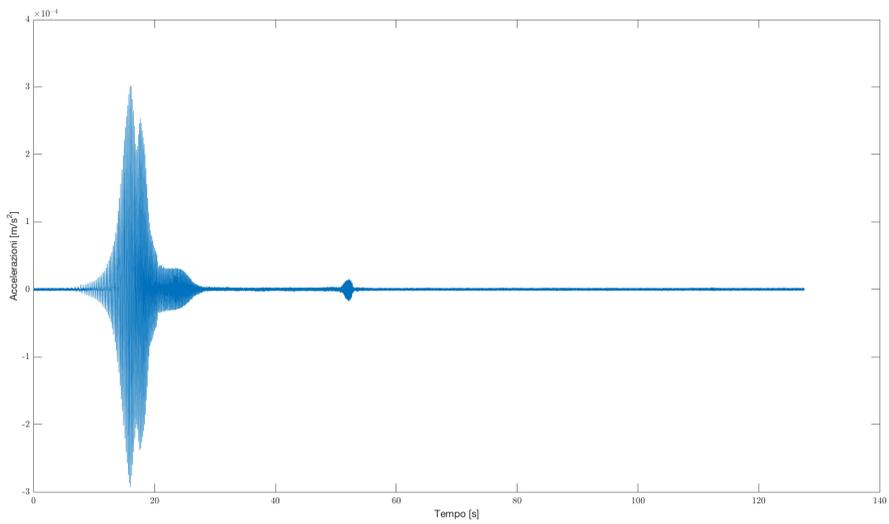


Figura 5.29: Accelerazioni del TMD nella posizione 7

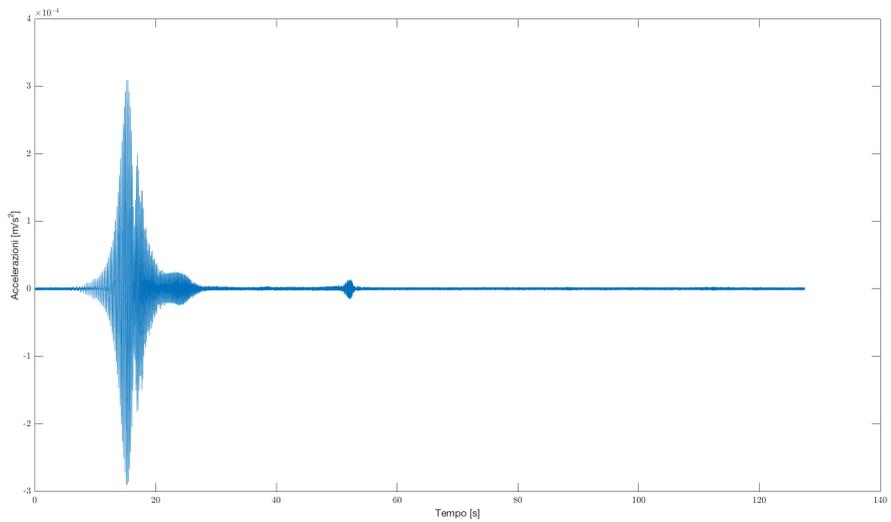


Figura 5.30: Accelerazioni del TMD nella posizione 8

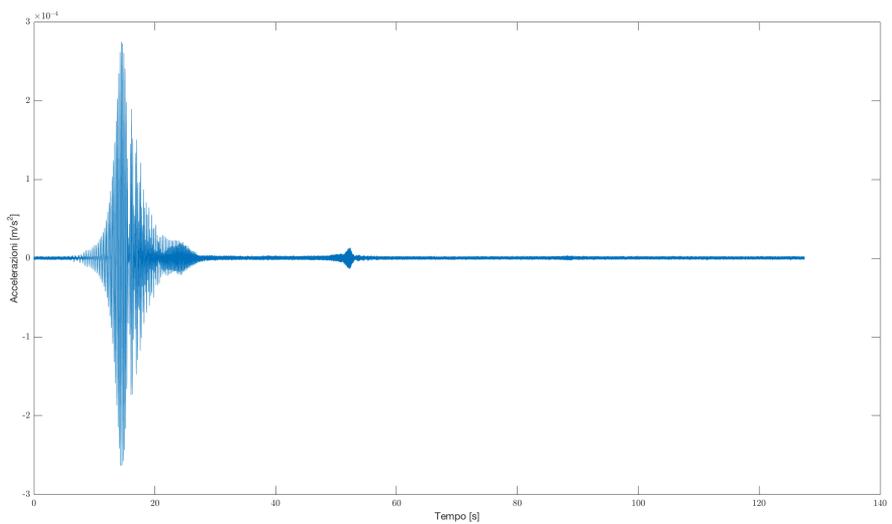


Figura 5.31: Accelerazioni del TMD nella posizione 9

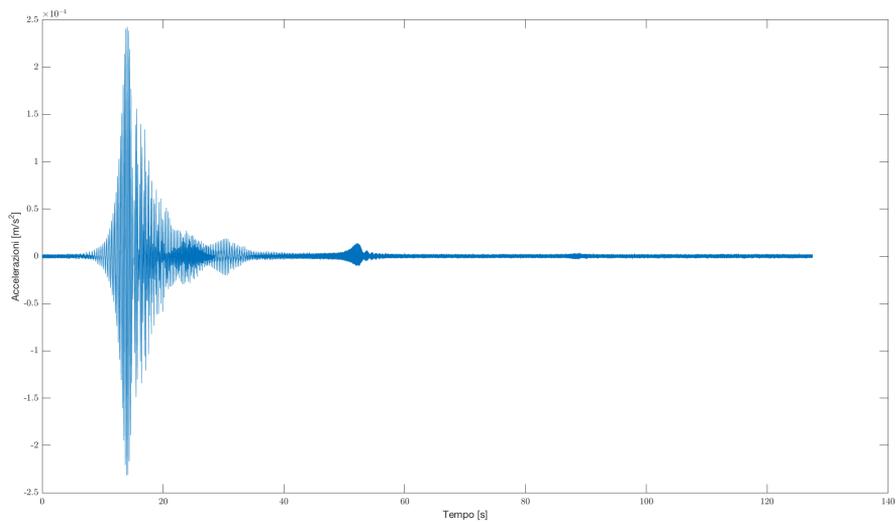


Figura 5.32: Accelerazioni del TMD nella posizione 10

Successivamente a questo set-up sperimentale la configurazione del sistema a 3DOF con TMD risulta avere le caratteristiche ripostate in tabella 5.4.

Piano	$M_i$ [g]	$h_i$ [cm]
1	600	20
2	600	20
3	840	20

Tabella 5.4: Caratteristiche della struttura a 3DOF munita di TMD

Il dispositivo di controllo passivo delle vibrazioni, rappresentato in figura 5.22, consiste nell'aggiunta di una massa collegata rigidamente alla struttura.

L'asta ha una lunghezza pari a 22 cm, larghezza di 3 cm e spessore di 0.1 cm, ad essa nella parte inferiore è collegata un cubo in alluminio avente densità pari a 2.7 g/cm<sup>3</sup>, spigolo di 3 cm e peso pari a 110 g.

Le caratteristiche meccaniche del dispositivo si sono determinate attraverso le relazioni già note riportate di seguito:

$$K_d = m_d f_d^2 \quad (5.18)$$

$$C_d = 2\zeta_d f_d m_d \quad (5.19)$$

Avendo considerato dieci diverse posizioni in cui la massa  $m_d$  è stata posta, dunque le caratteristiche meccaniche citate sono state modificate per ogni configurazione per il fatto che modificando la lunghezza libera del pendolo, cambia la rigidità del dispositivo e con questo anche la frequenza dello stesso. Nella tabella seguente sono riportate tutte

e dieci le configurazione con i relativi paramentri ottenuti attraverso le equazioni 5.18 5.19.

Posizione	$L_i[cm]$	$f_i[Hz]$	$k_d[N/m]$	$\zeta_d$	$c_d$
1	14.2	4.8	2.5	0.005	0.0052
2	13.5	5	2.75	0.005	0.005
3	12.7	5.4	3.20	0.005	0.059
4	11.7	5.8	3.70	0.005	0.0063
5	10.9	6.4	4.50	0.005	0.0070
6	10	7.1	5.54	0.005	0.0078
7	9.2	7.9	6.85	0.005	0.0089
8	8.3	8.8	8.51	0.005	0.0096
9	7.4	9.6	10.13	0.005	0.010
10	6.5	10.8	12.83	0.005	0.011

Tabella 5.5: TMD variable Characteristics

### 5.3.2 Indagine sperimentale per il sistema controllato da TMD

La capagna sperimentale è stata eseguita considerando il sistema sollecitato da una Chirp Sine, figura 5.33 avente frequenza variabile linearmente nel tempo, in particolare la frequenza è stata fata variare da 3 e 50  $Hz$ .

Sono state determinate sperimentalmente per ognuna delle dieci posizioni la risposta della struttura in termini di accelerazioni e la funzione di trasferimento per ogni piano.

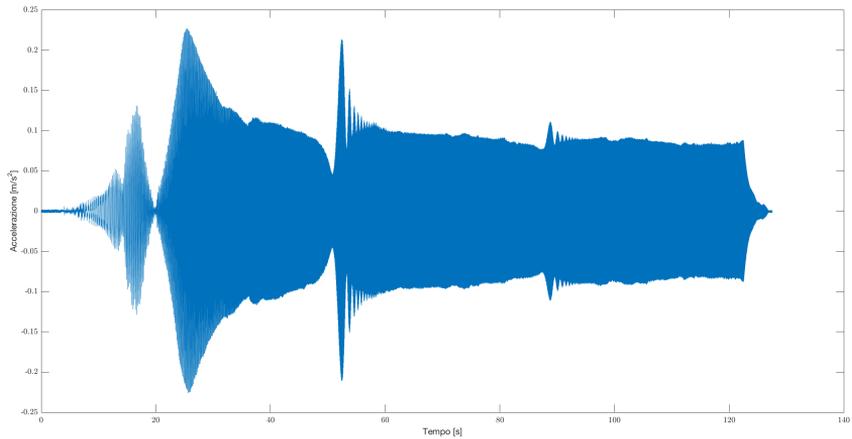


Figura 5.33: Chirp Sine con variabile da 3  $Hz$  ai 50  $Hz$

**Posizione 1 - TMD con  $L = 14.2$  cm e  $\omega_d = 4.8$  Hz**

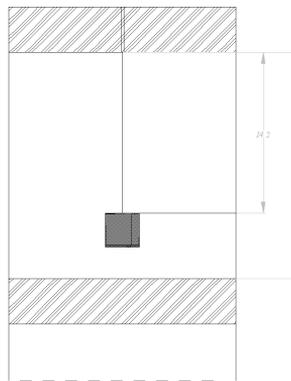


Figura 5.34: Posizione 1 - TMD con  $L = 14.2$

Relativamente a questa configurazione sono riportate le accelerazioni registrate attraverso gli accelerometri posti ad ogni piano della struttura.

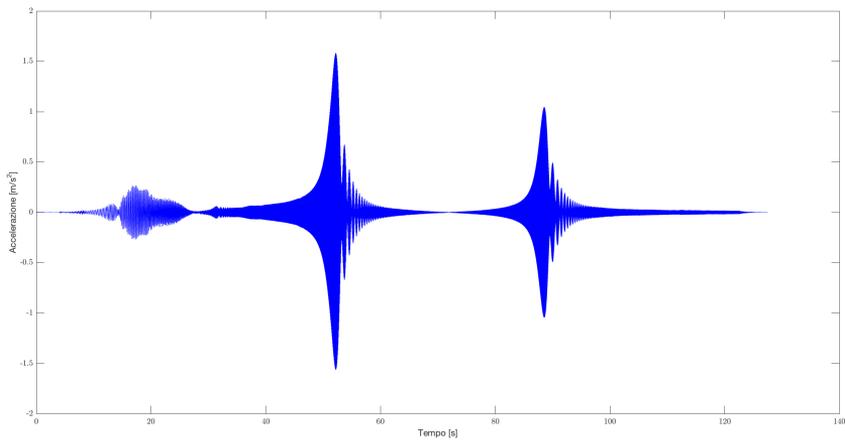


Figura 5.35: Accelerazione relativa al primo piano, alla prima posizione con TMD con  $L=14.2$

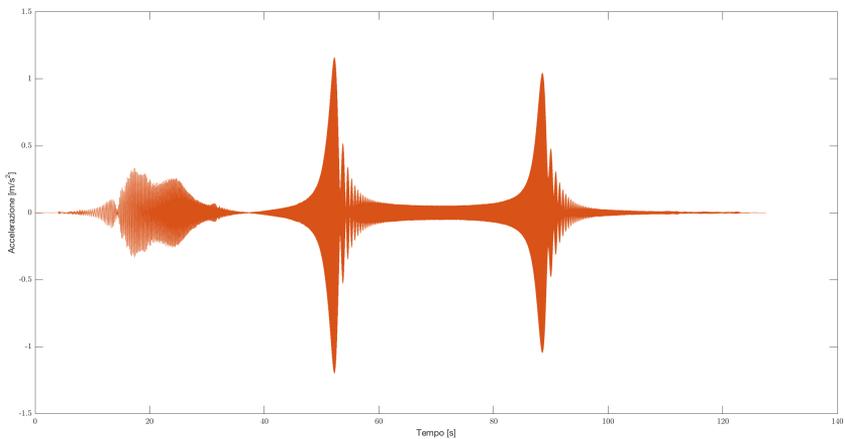


Figura 5.36: Accelerazione relativa al secondo piano, alla prima posizione con TMD con  $L=14.2$

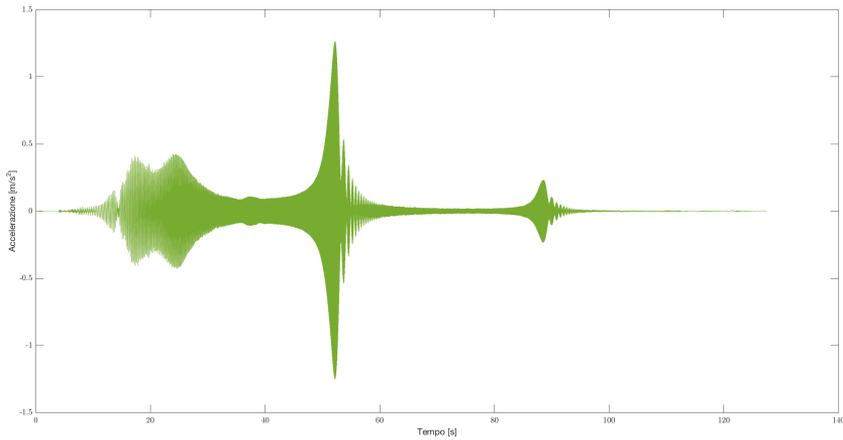


Figura 5.37: Accelerazione relativa al terzo piano, alla prima posizione con TMD con  $L=14.2$

Anche relativamente a questa campagna di prove effettuata sulla struttura sono state determinate le funzioni di trasferimento corrispondenti ai tre piani della struttura.

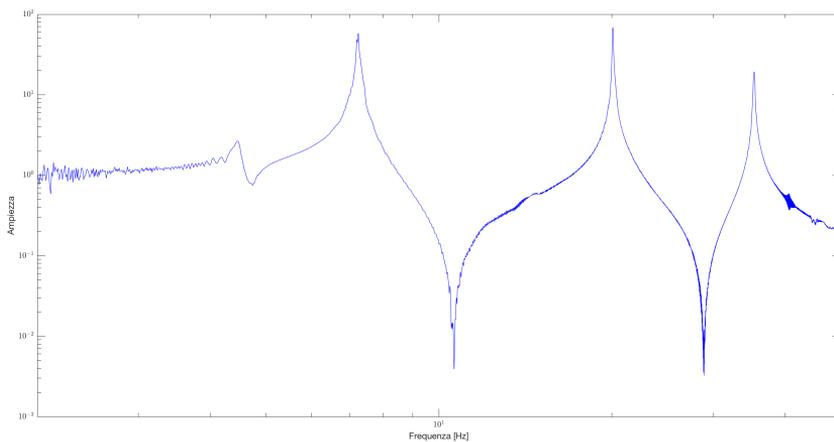


Figura 5.38: FRF relativa al primo piano, alla prima posizione con TMD con  $L=14.2$

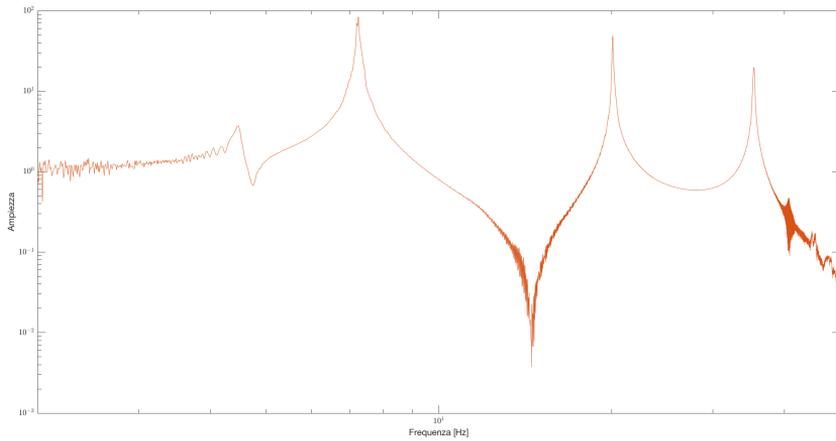


Figura 5.39: FRF relativa al secondo piano, alla prima posizione con TMD con  $L=14.2$

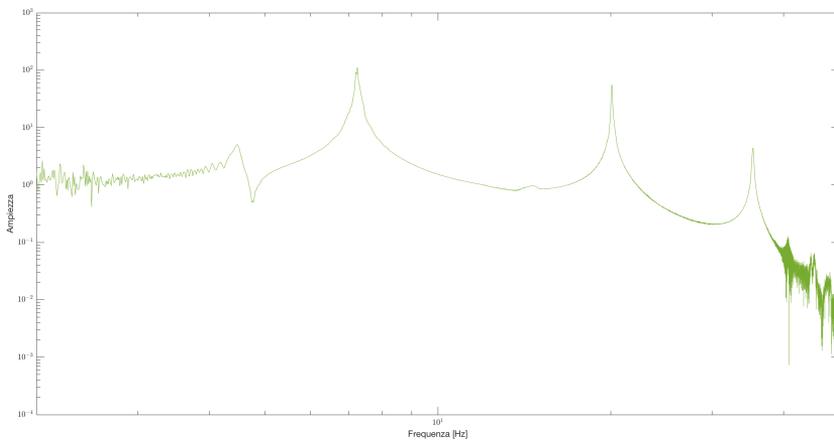


Figura 5.40: FRF relativa al terzo piano, alla prima posizione con TMD con  $L=14.2$

Nei paragrafi successivi si riportano le restanti nove posizioni con i relativi risultati in termini di accelerazioni e funzioni di trasferimento anch'esse relative ad ogni piano.

**Posizione 2 - TMD con  $L = 13.5$  cm e  $\omega_d = 5$  Hz**

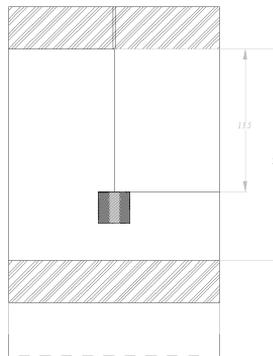


Figura 5.41: Posizione 2 - TMD con  $L = 13.5$

Le accelerazioni e le funzioni di trasferimento relative alla risposta della struttura, nella configurazione in cui il TMD ha una lunghezza di  $13.5$  cm, sono riportate di seguito :

- Accelerazioni:

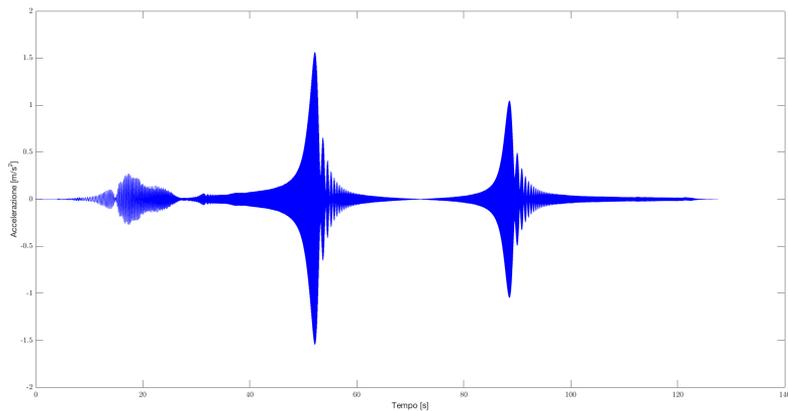


Figura 5.42: Accelerazione relativa al primo piano, alla seconda posizione con TMD con  $L=13.5$

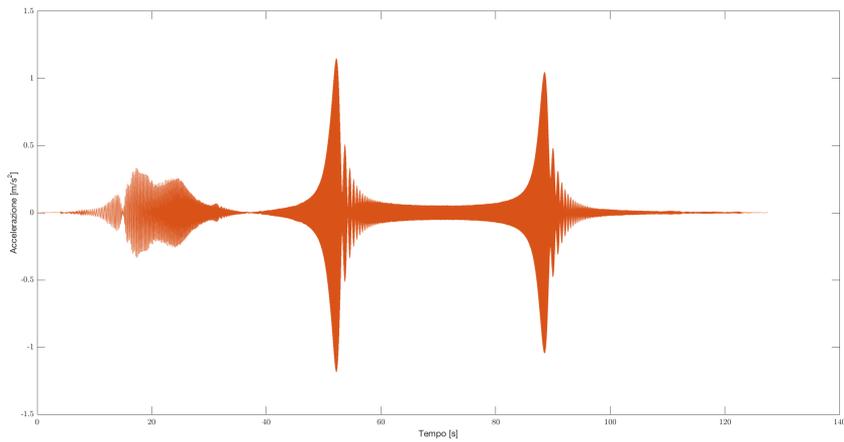


Figura 5.43: Accelerazione relativa al secondo piano, alla seconda posizione con TMD con  $L=13.5$

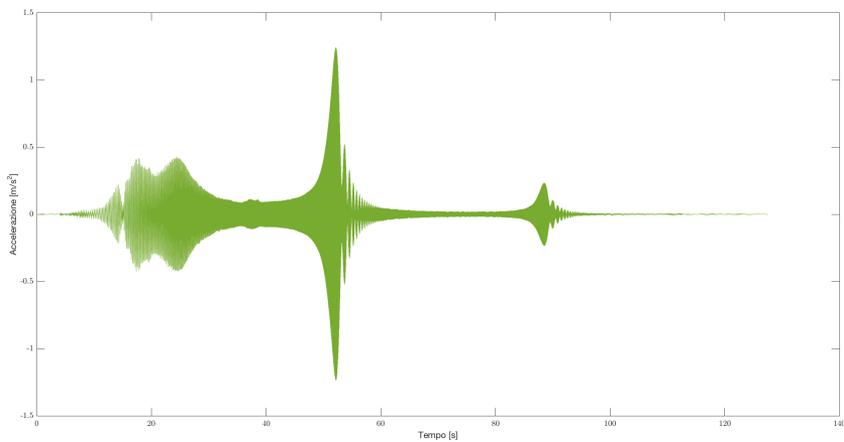


Figura 5.44: Accelerazione relativa al terzo piano, alla seconda posizione con TMD con  $L=13.5$

- Funzioni di trasferimento:

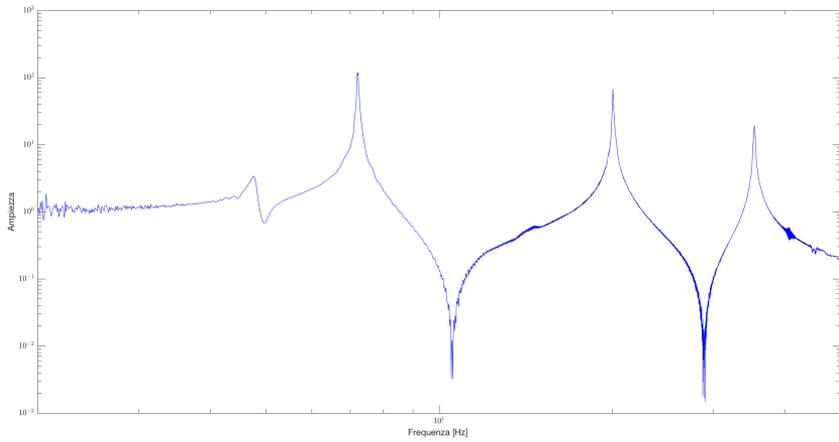


Figura 5.45: FRF relativa al primo piano, alla seconda posizione con TMD con  $L=13.5$

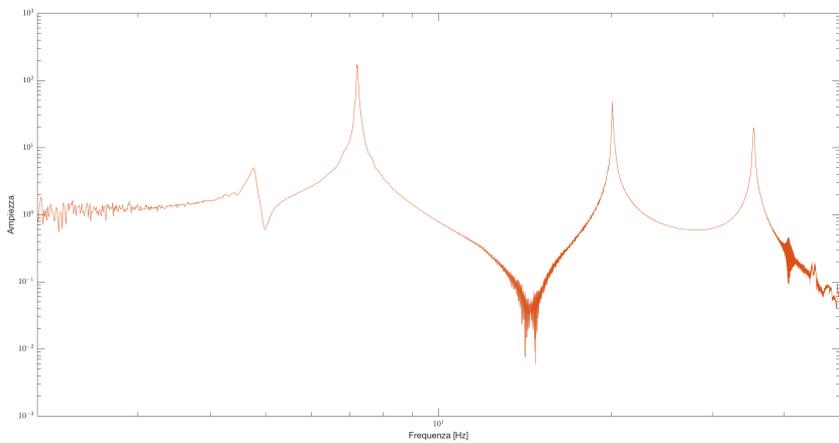


Figura 5.46: FRF relativa al secondo piano, alla seconda posizione con TMD con  $L=13.5$

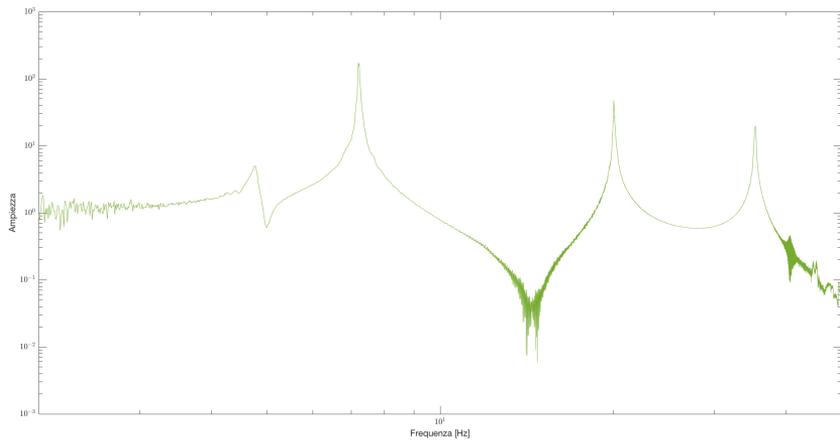


Figura 5.47: FRF relativa al terzo piano, alla seconda posizione con TMD con  $L=13.5$

**Posizione 3 - TMD con  $L = 12.7$  cm e  $\omega_d = 5.4$  Hz**

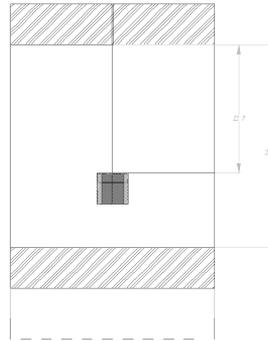


Figura 5.48: Posizione 12 - TMD con  $L = 12.7$

Le accelerazioni e le funzioni di trasferimento relative alla risposta della struttura, nella configurazione in cui il TMD ha una lunghezza di  $12.7$  cm, sono riportate di seguito :

- Accelerazioni:

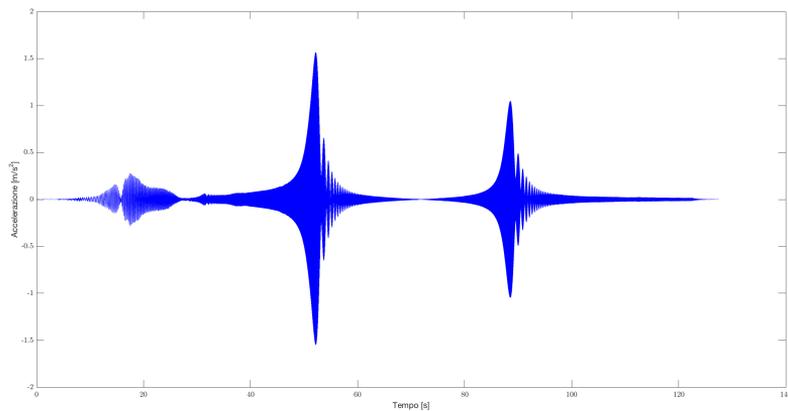


Figura 5.49: Accelerazione relativa al primo piano, alla terza posizione con TMD con  $L=12.7$

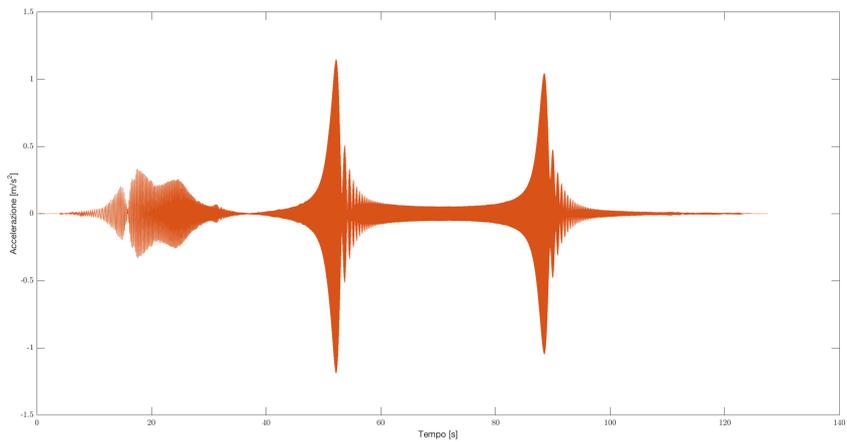


Figura 5.50: Accelerazione relativa al secondo piano, alla terza posizione con TMD con  $L=12.7$

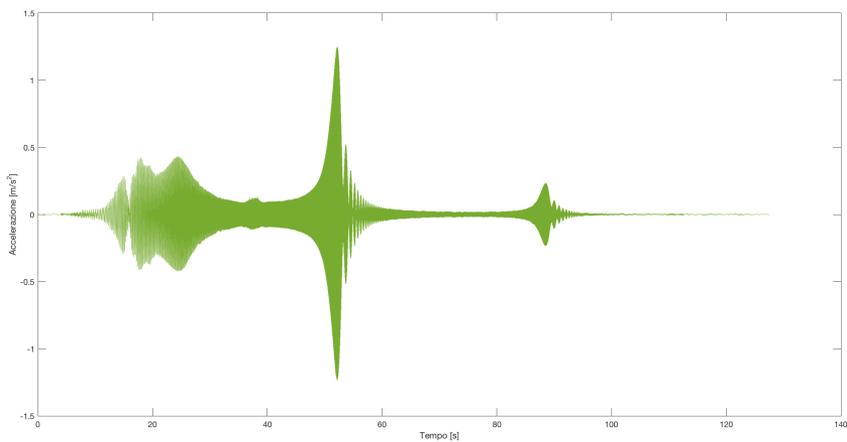


Figura 5.51: Accelerazione relativa al terzo piano, alla terza posizione con TMD con  $L=12.7$

- Funzioni di trasferimento:

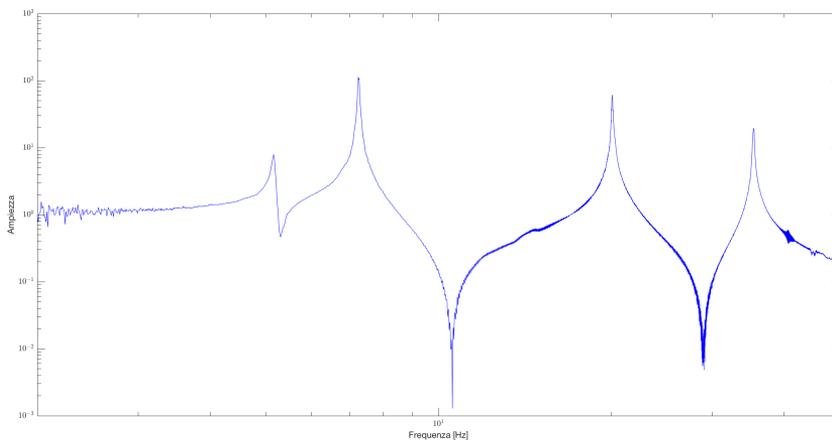


Figura 5.52: FRF relativa al primo piano, alla terza posizione con TMD con  $L=12.7$

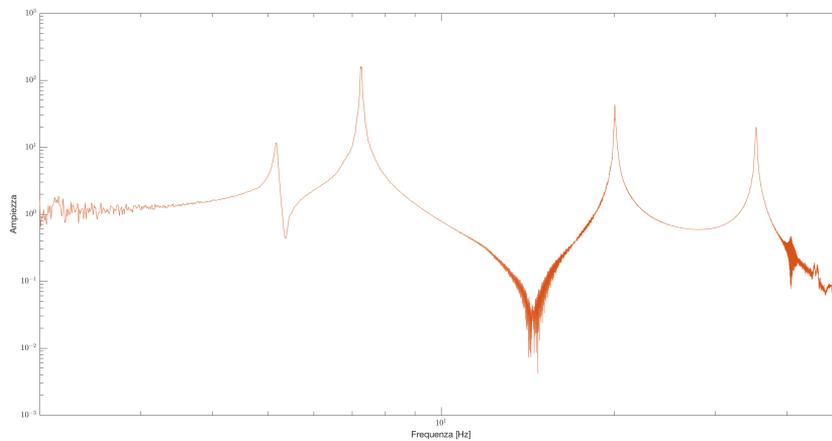


Figura 5.53: FRF relativa al secondo piano, alla terza posizione con TMD con  $L=12.7$

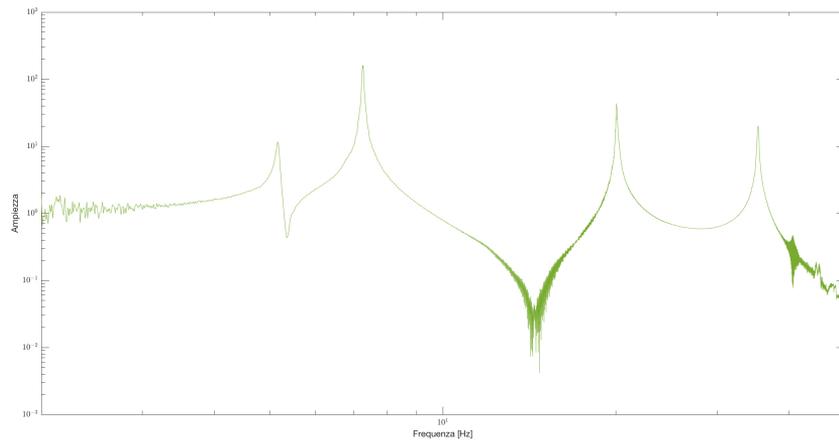


Figura 5.54: FRF relativa al terzo piano, alla terza posizione con TMD con  $L=12.7$

**Posizione 4 - TMD con  $L = 11.7$  cm e  $\omega_d = 5.4$  Hz**

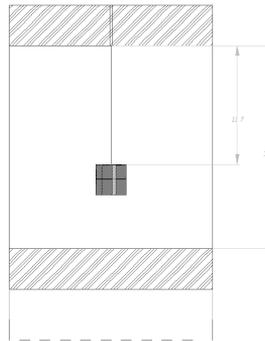


Figura 5.55: Posizione 4 - TMD con  $L = 11.7$

Le accelerazioni e le funzioni di trasferimento relative alla risposta della struttura, nella configurazione in cui il TMD ha una lunghezza di  $11.7$  cm, sono riportate di seguito :

- Accelerazioni:

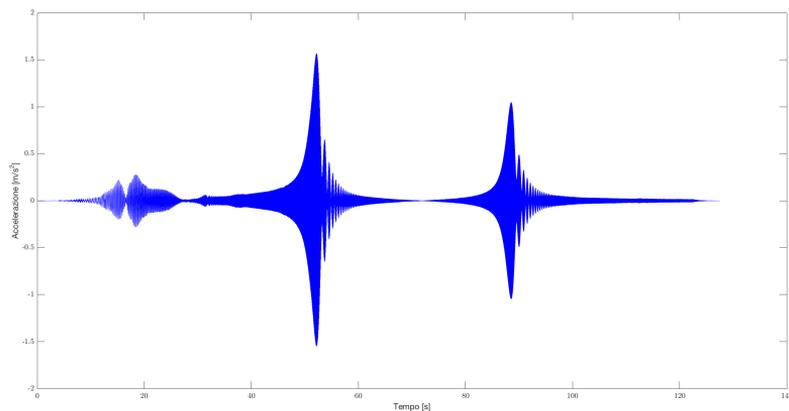


Figura 5.56: Accelerazione relativa al primo piano, alla quarta posizione con TMD con  $L=11.7$

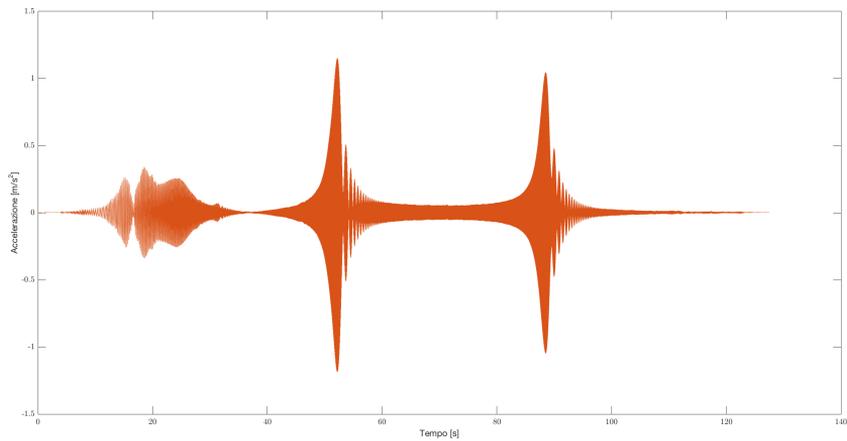


Figura 5.57: Accelerazione relativa al secondo piano, alla quarta posizione con TMD con  $L=11.7$

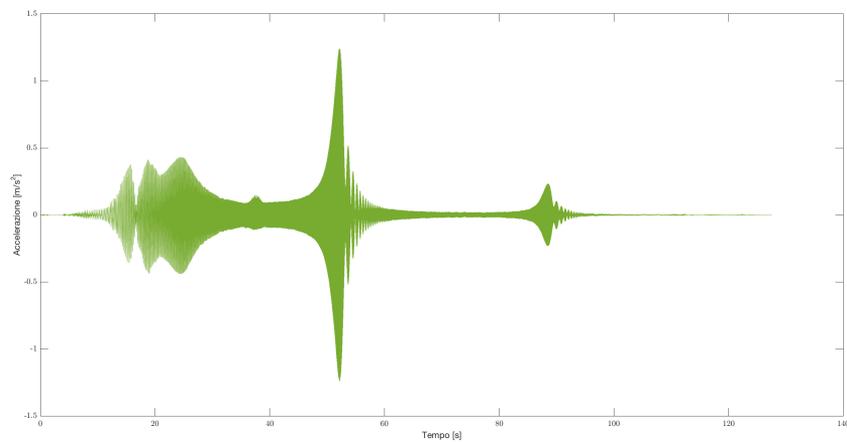


Figura 5.58: Accelerazione relativa al terzo piano, alla quarta posizione con TMD con  $L=11.7$

- Funzioni di trasferimento:

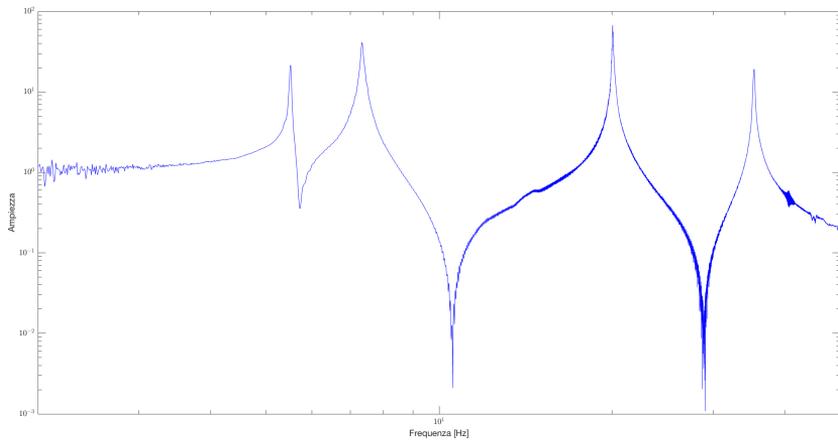


Figura 5.59: FRF relativa al primo piano, alla quarta posizione con TMD con  $L=11.7$

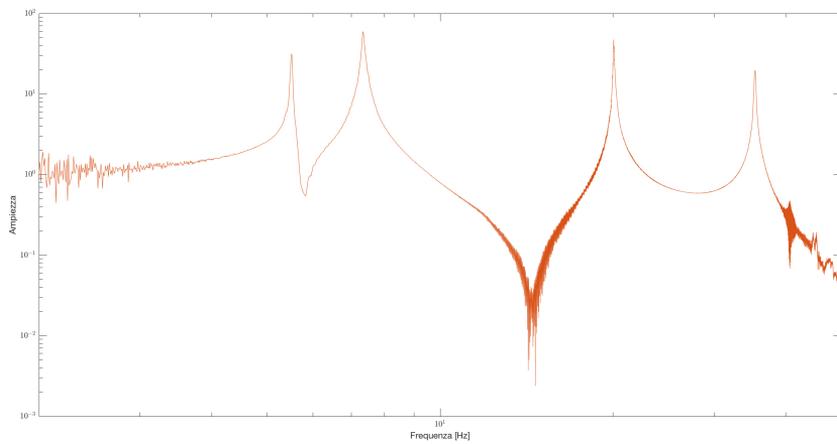


Figura 5.60: FRF relativa al secondo piano, alla quarta posizione con TMD con  $L=11.7$

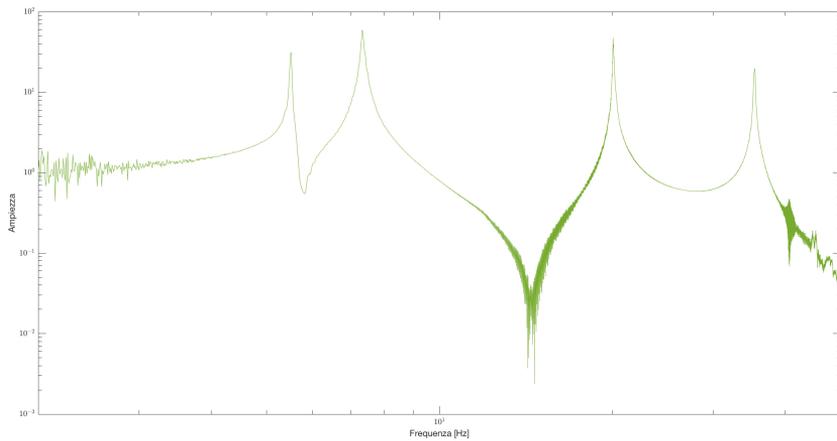


Figura 5.61: FRF relativa al terzo piano, alla quarta posizione con TMD con  $L=11.7$

**Posizione 5 - TMD con  $L = 10.9$  cm e  $\omega_d = 6.4$  Hz**

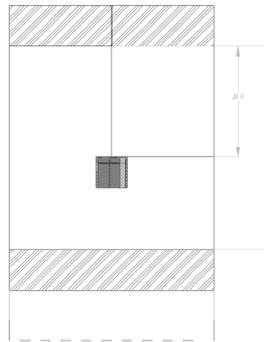


Figura 5.62: Posizione 5 - TMD con  $L = 10.9$  cm

Le accelerazioni e le funzioni di trasferimento relative alla risposta della struttura, nella configurazione in cui il TMD ha una lunghezza di  $10.9$  cm, sono riportate di seguito :

- Accelerazioni:

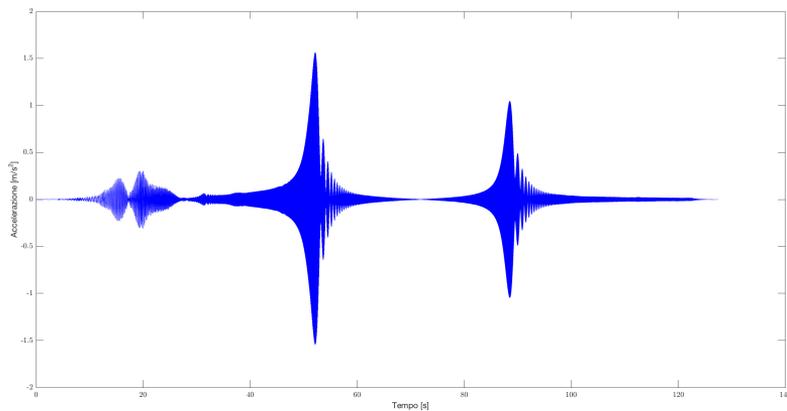


Figura 5.63: Accelerazione relativa al primo piano, alla quinta posizione con TMD con  $L=10.9$

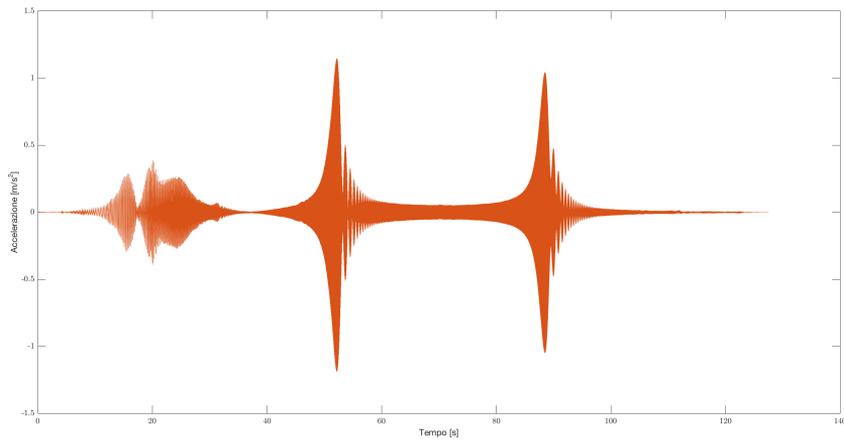


Figura 5.64: Accelerazione relativa al secondo piano, alla quinta posizione con TMD con  $L=10.9$

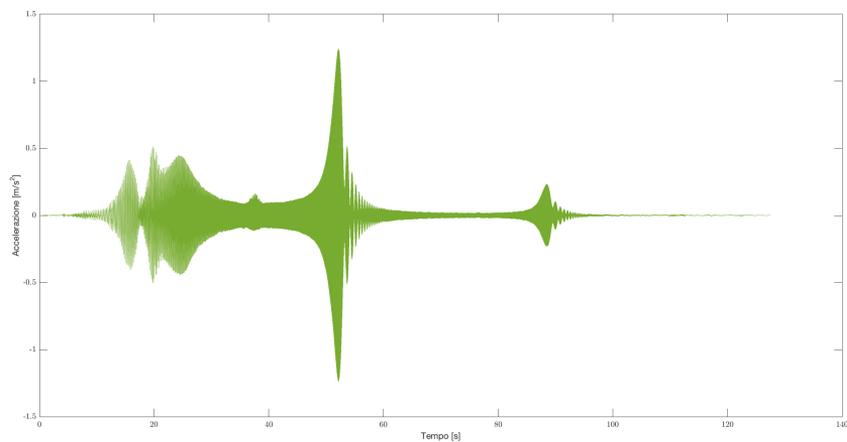


Figura 5.65: Accelerazione relativa al terzo piano, alla quinta posizione con TMD con  $L=10.9$

- Funzioni di trasferimento:

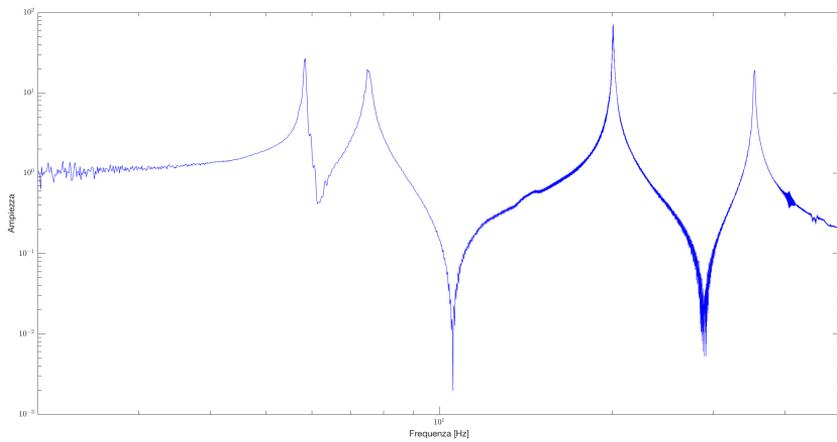


Figura 5.66: FRF relativa al primo piano, alla quinta posizione con TMD con  $L=10.9$

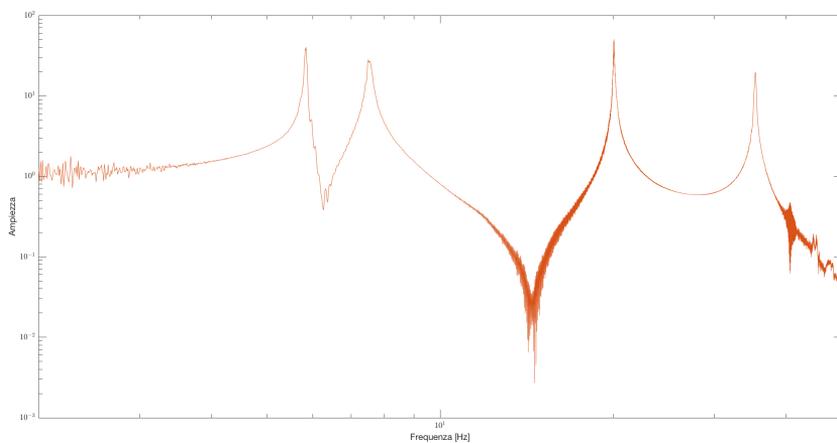


Figura 5.67: FRF relativa al secondo piano, alla quinta posizione con TMD con  $L=10.9$

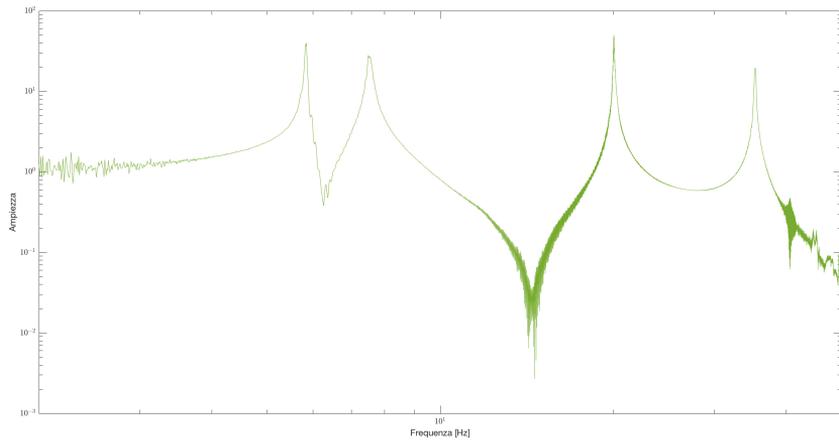


Figura 5.68: FRF relativa al terzo piano, alla quinta posizione con TMD con  $L=10.9$

**Posizione 6 - TMD con  $L = 10$  cm e  $\omega_d = 7.1$  Hz**

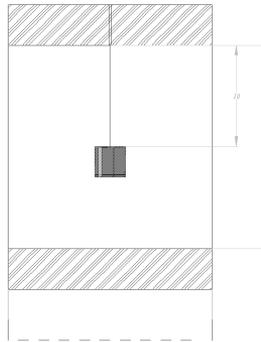


Figura 5.69: Posizione 6 - TMD con  $L = 10$

Le accelerazioni e le funzioni di trasferimento relative alla risposta della struttura, nella configurazione in cui il TMD ha una lunghezza di 10 cm, sono riportate di seguito :

- Accelerazioni:

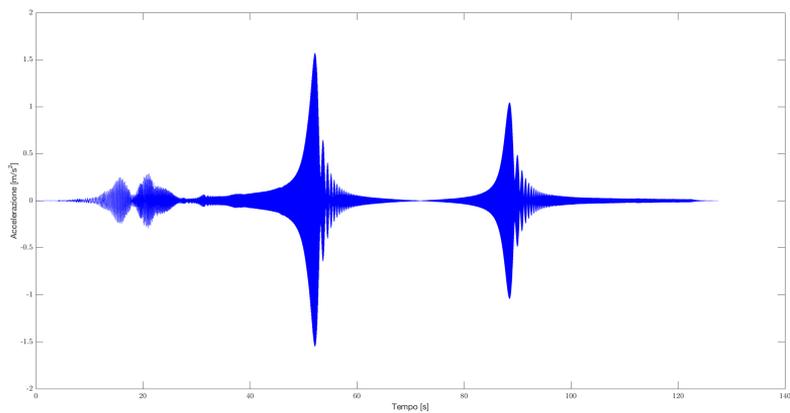


Figura 5.70: Accelerazione relativa al primo piano, alla sesta posizione con TMD con  $L=10$

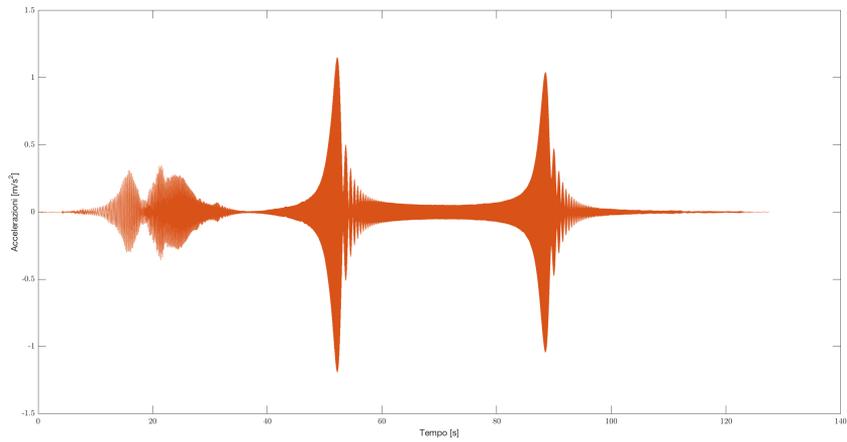


Figura 5.71: Accelerazione relativa al secondo piano, alla sesta posizione con TMD con  $L=10$

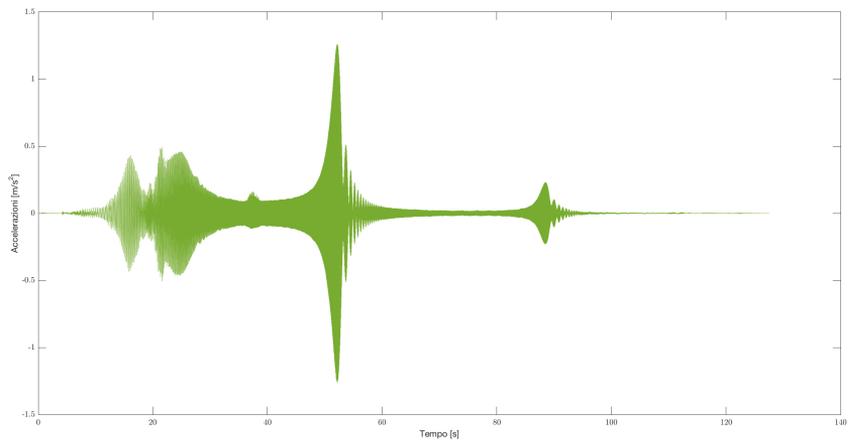


Figura 5.72: Accelerazione relativa al terzo piano, alla sesta posizione con TMD con  $L=10$

- Funzioni di trasferimento:

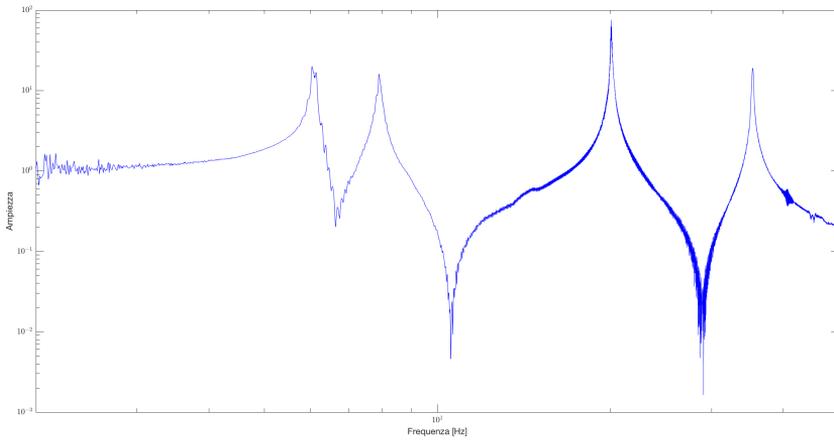


Figura 5.73: FRF relativa al primo piano, alla sesta posizione con TMD con  $L=10$

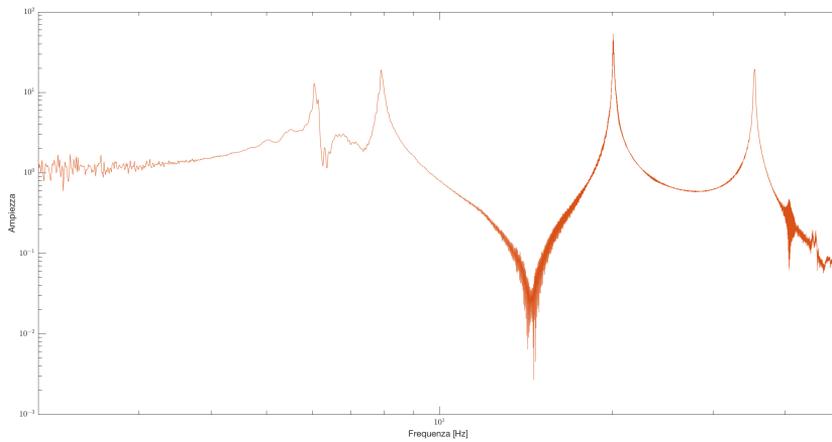


Figura 5.74: FRF relativa al secondo piano, alla sesta posizione con TMD con  $L=10$

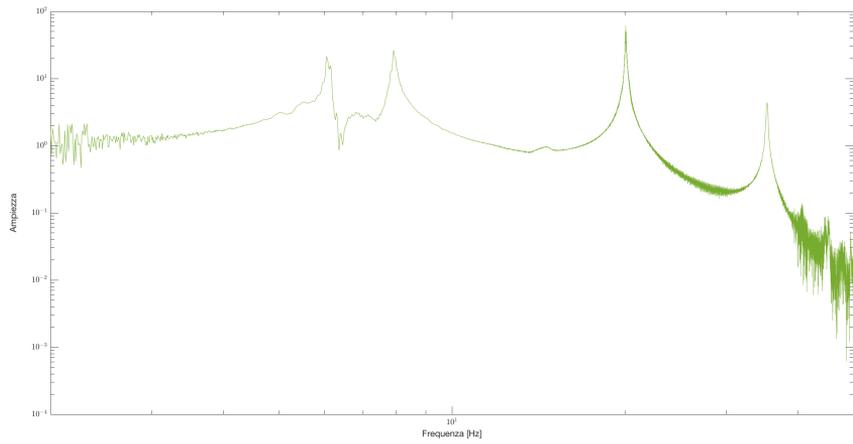


Figura 5.75: FRF relativa al terzo piano, alla sesta posizione con TMD con  $L=10$

**Posizione 7 - TMD con  $L = 9.2$  cm e  $\omega_d = 7.9$  Hz**

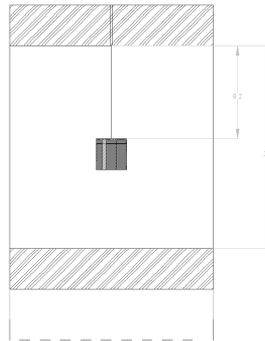


Figura 5.76: Posizione 7 - TMD con  $L = 9.2$

Le accelerazioni e le funzioni di trasferimento relative alla risposta della struttura, nella configurazione in cui il TMD ha una lunghezza di 9.2 cm, sono riportate di seguito :

- Accelerazioni:

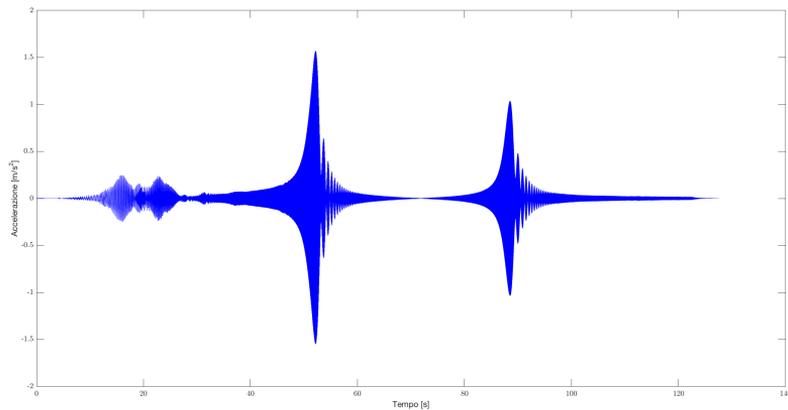


Figura 5.77: Accelerazione relativa al primo piano, alla settima posizione con TMD con  $L=9.2$

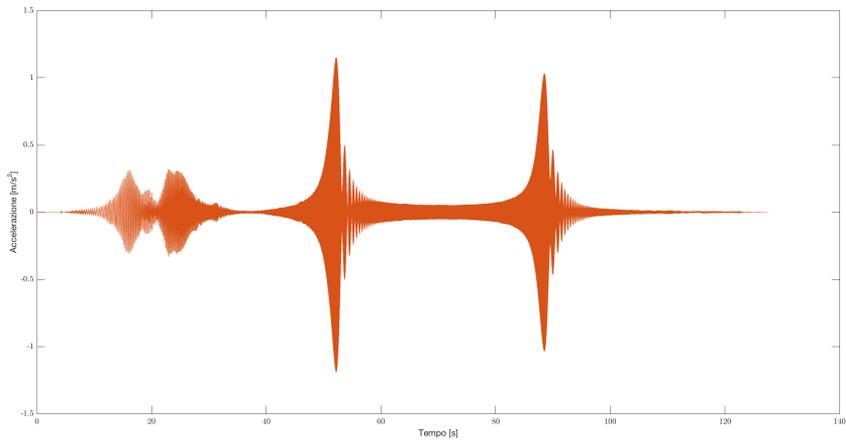


Figura 5.78: Accelerazione relativa al secondo piano, alla settima posizione con TMD con  $L=9.2$

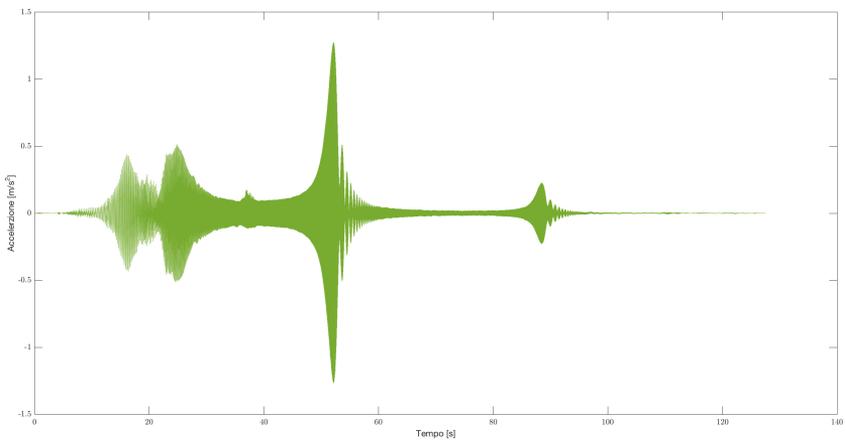


Figura 5.79: Accelerazione relativa al terzo piano, alla settima posizione con TMD con  $L=9.2$

- Funzioni di trasferimento:

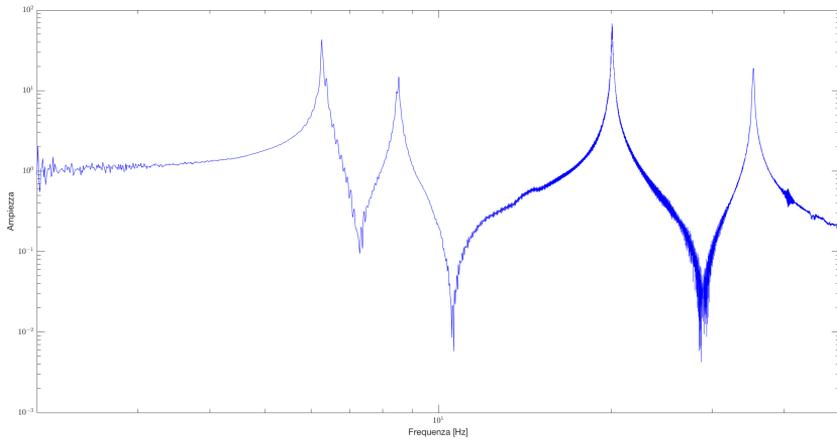


Figura 5.80: FRF relativa al primo piano, alla settima posizione con TMD con  $L=9.2$

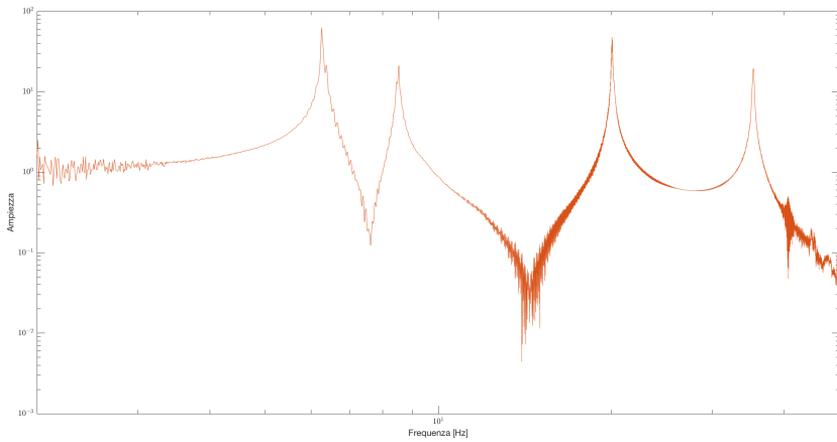


Figura 5.81: FRF relativa al secondo piano, alla settima posizione con TMD con  $L=9.2$

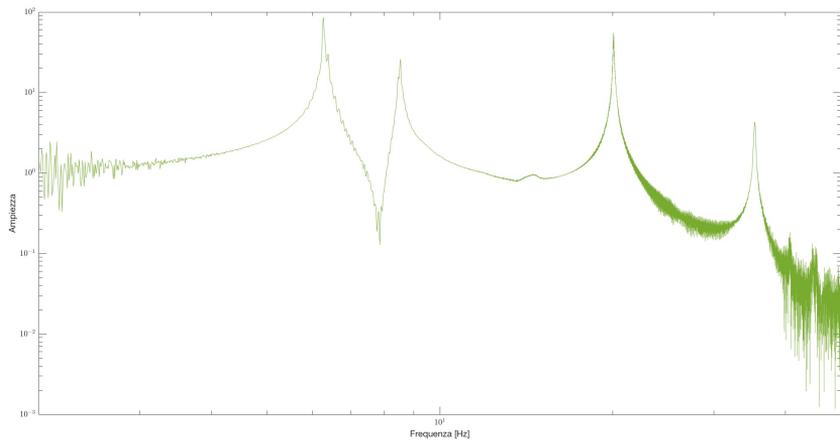


Figura 5.82: FRF relativa al terzo piano, alla settima posizione con TMD con  $L=9.2$

**Posizione 8 - TMD con  $L = 8.3$  cm e  $\omega_d = 8.8$  Hz**

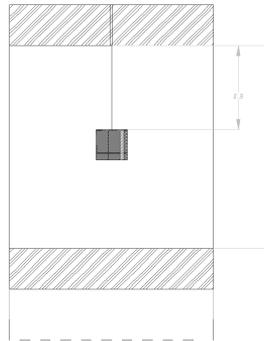


Figura 5.83: Posizione 8 - TMD con  $L = 8.3$

Le accelerazioni e le funzioni di trasferimento relative alla risposta della struttura, nella configurazione in cui il TMD ha una lunghezza di 8.3 cm, sono riportate di seguito :

- Accelerazioni:

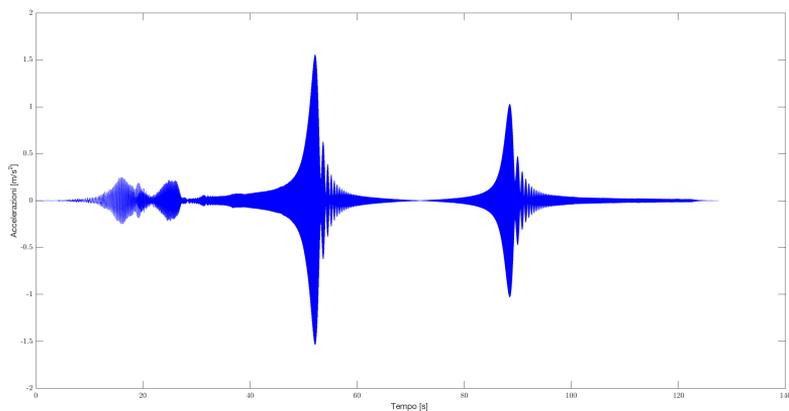


Figura 5.84: Accelerazione relativa al primo piano, alla ottava posizione con TMD con  $L=8.3$

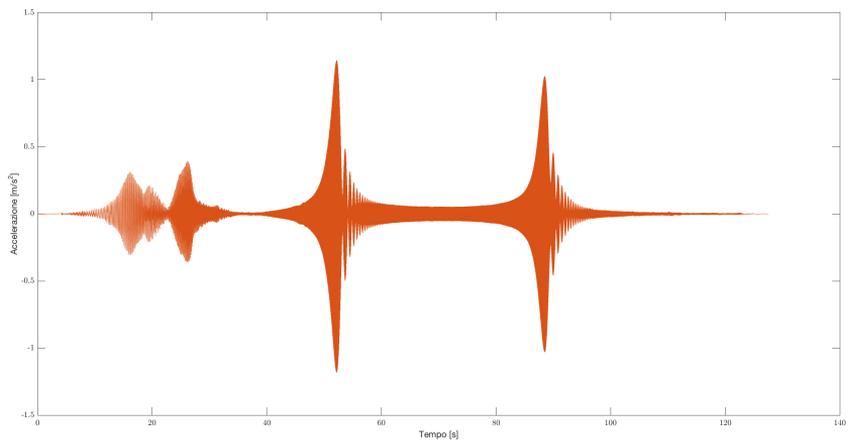


Figura 5.85: Accelerazione relativa al secondo piano, alla ottava posizione con TMD con  $L=8.3$

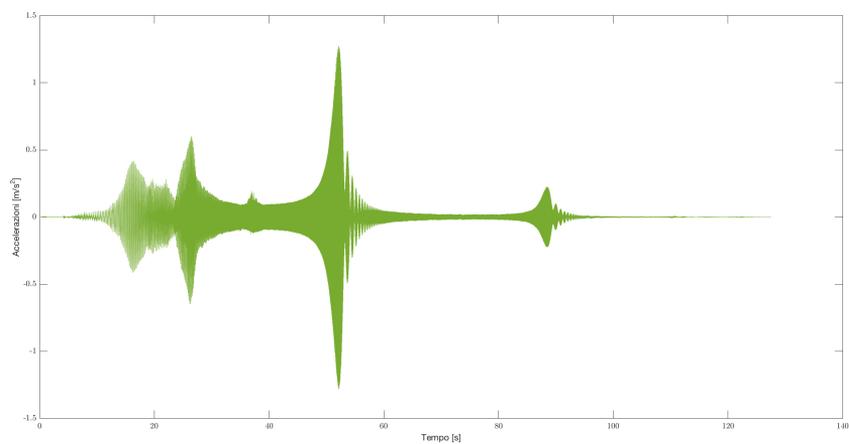


Figura 5.86: Accelerazione relativa al terzo piano, alla ottava posizione con TMD con  $L=8.3$

- Funioni di trasferimento:

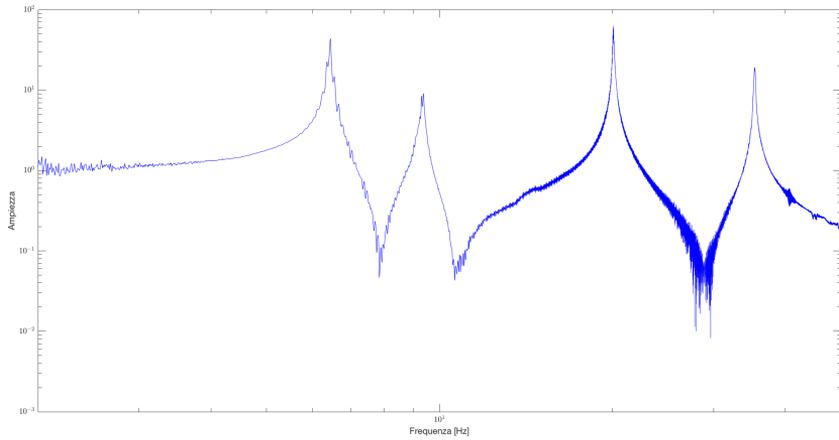


Figura 5.87: FRF relativa al primo piano, alla ottava posizione con TMD con  $L=8.3$

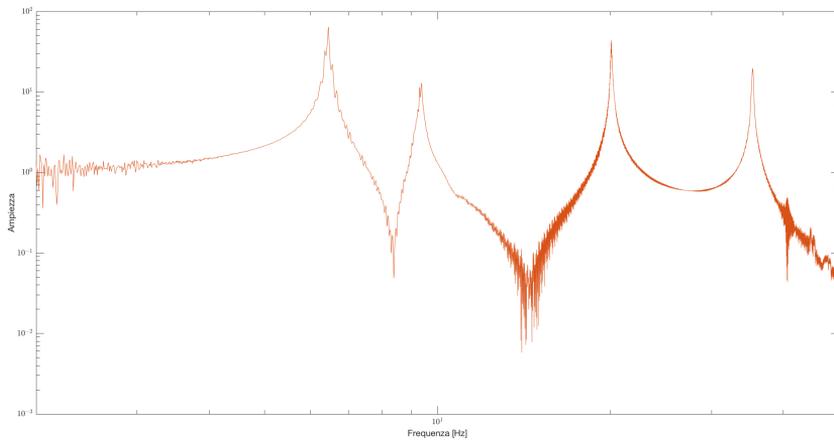


Figura 5.88: FRF relativa al secondo piano, alla ottava posizione con TMD con  $L=8.3$

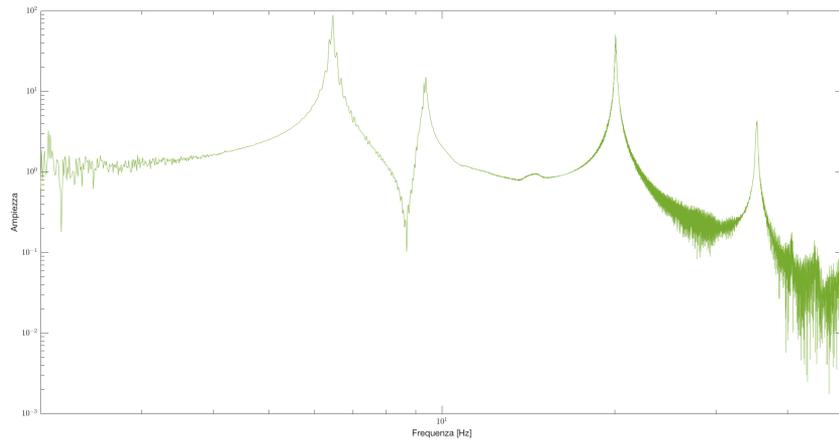


Figura 5.89: FRF relativa al terzo piano, alla ottava posizione con TMD con  $L=8.3$

**Posizione 9 - TMD con  $L = 7.4$  cm e  $\omega_d = 9.6$  Hz**

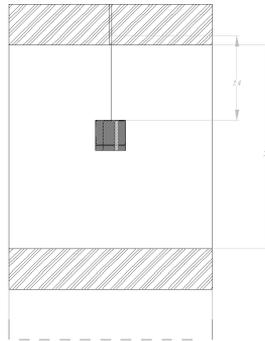


Figura 5.90: Posizione 9 - TMD con  $L = 7.4$

Le accelerazioni e le funzioni di trasferimento relative alla risposta della struttura, nella configurazione in cui il TMD ha una lunghezza di  $7.4$  cm, sono riportate di seguito :

- Accelerazioni:

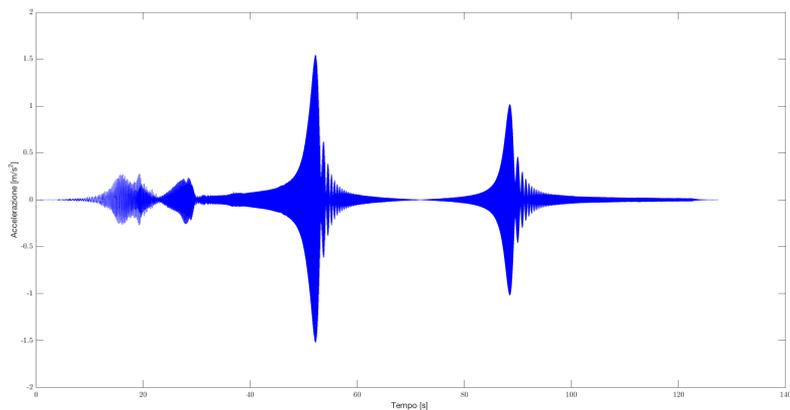


Figura 5.91: Accelerazione relativa al primo piano, alla nona posizione con TMD con  $L=7.4$

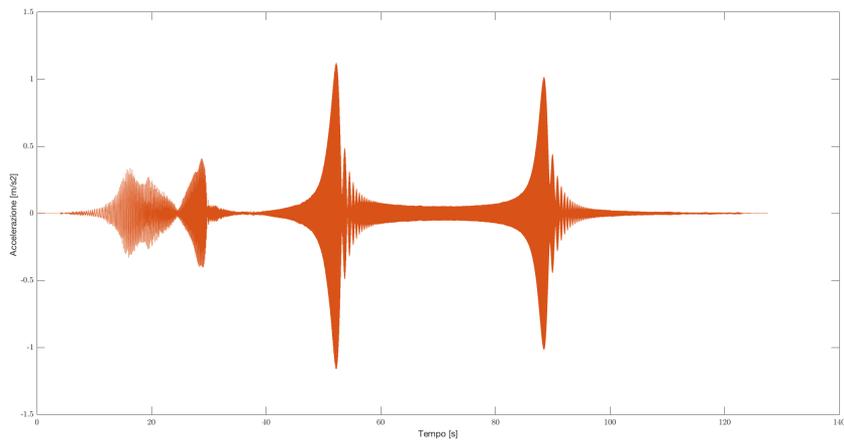


Figura 5.92: Accelerazione relativa al secondo piano, alla nona posizione con TMD con  $L=7.4$

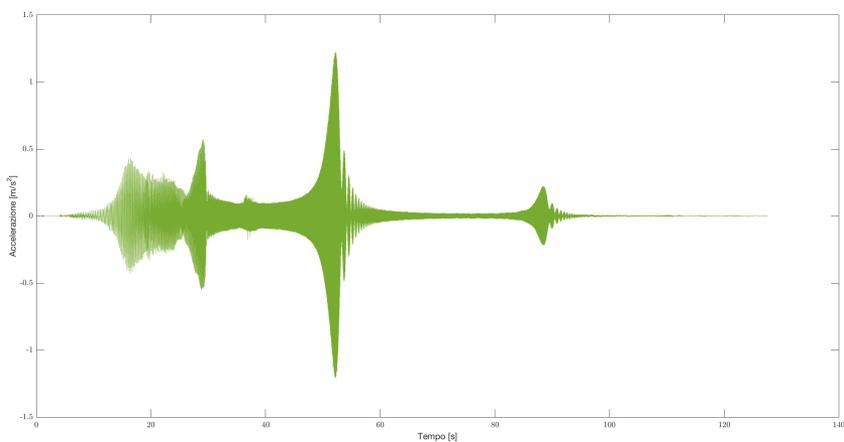


Figura 5.93: Accelerazione relativa al terzo piano, alla nona posizione con TMD con  $L=7.4$

- Funzioni di trasferimento:

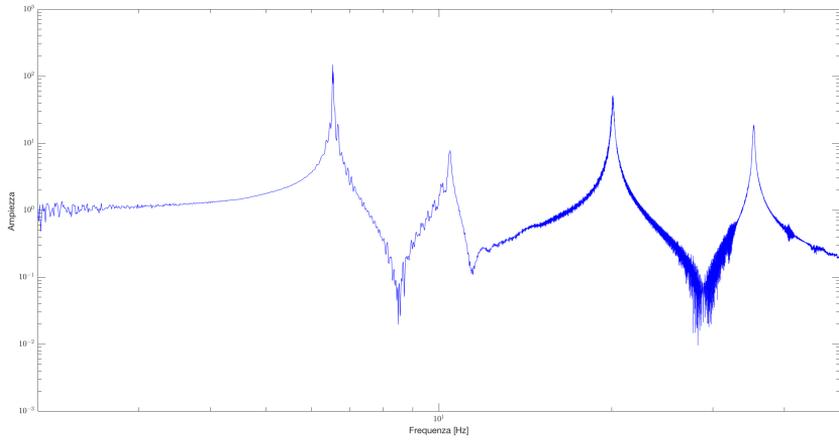


Figura 5.94: FRF relativa al primo piano, alla nona posizione con TMD con  $L=7.4$

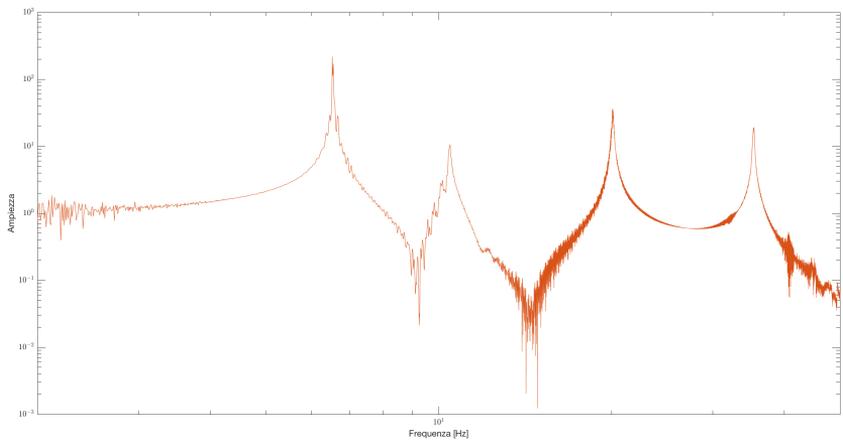


Figura 5.95: FRF relativa al secondo piano, alla nona posizione con TMD con  $L=7.4$

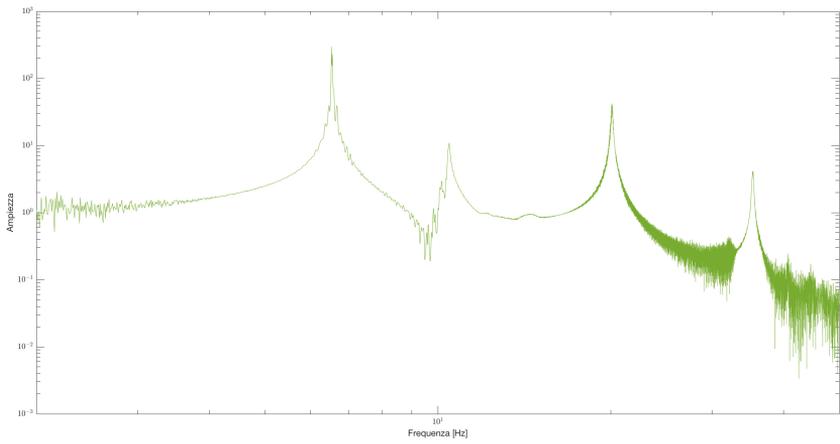


Figura 5.96: FRF relativa al terzo piano, alla nona posizione con TMD con  $L=7.4$

**Posizione 10 - TMD con  $L = 6.5$  cm e  $\omega_d = 10.8$  Hz**

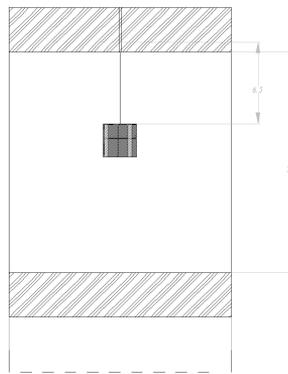


Figura 5.97: Posizione 10 - TMD con  $L = 6.5$

Le accelerazioni e le funzioni di trasferimento relative alla risposta della struttura, nella configurazione in cui il TMD ha una lunghezza di  $6.5$  cm, sono riportate di seguito :

- Accelerazioni:

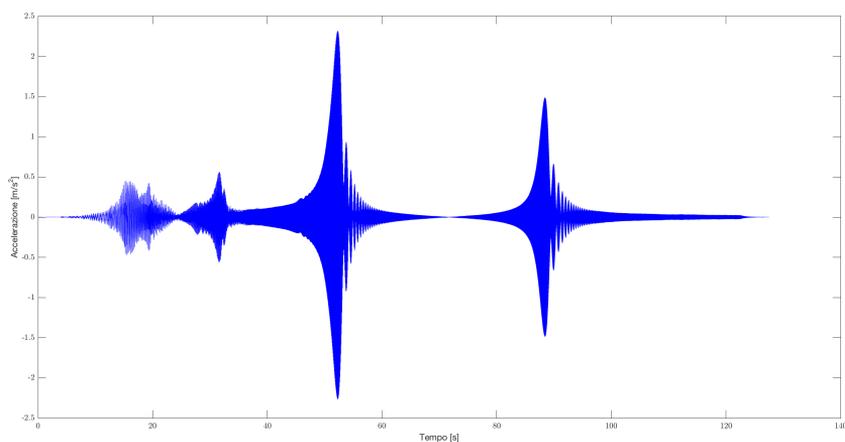


Figura 5.98: Accelerazione relativa al primo piano, alla decima posizione con TMD con  $L=6.5$

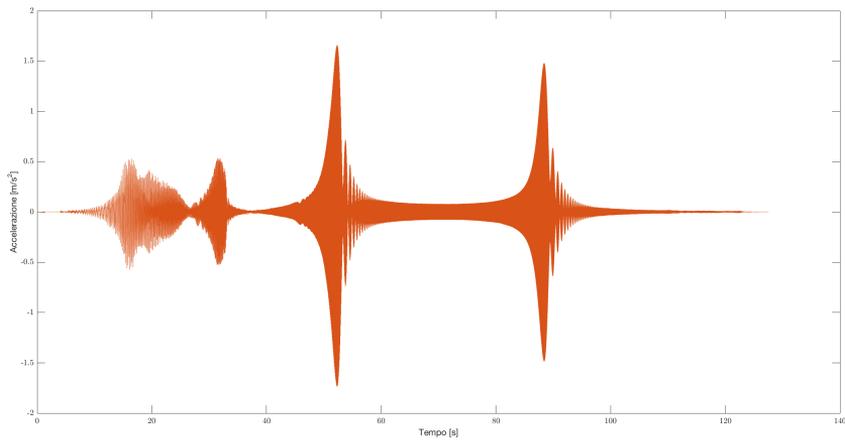


Figura 5.99: Accelerazione relativa al secondo piano, alla decima posizione con TMD con  $L=6.5$

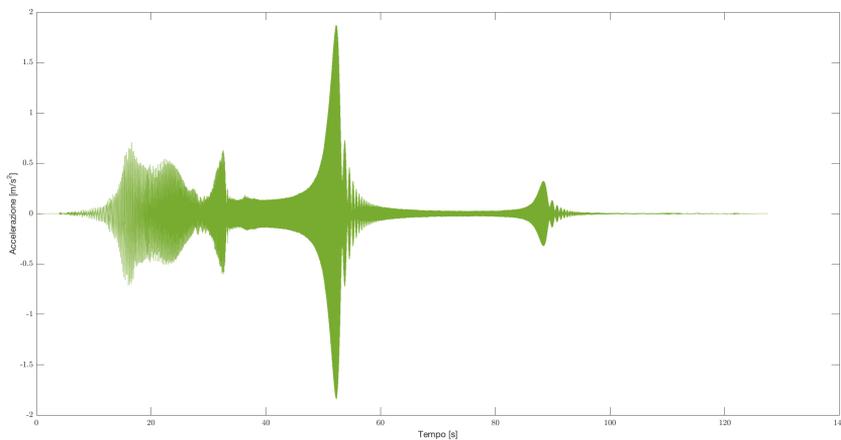


Figura 5.100: Accelerazione relativa al terzo piano, alla decima posizione con TMD con  $L=6.5$

- Funzioni di trasferimento:

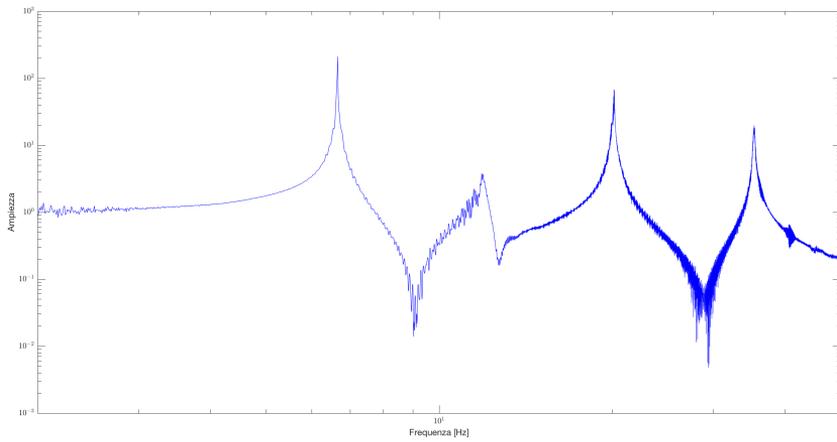


Figura 5.101: FRF relativa al primo piano, alla decima posizione con TMD con  $L=6.5$

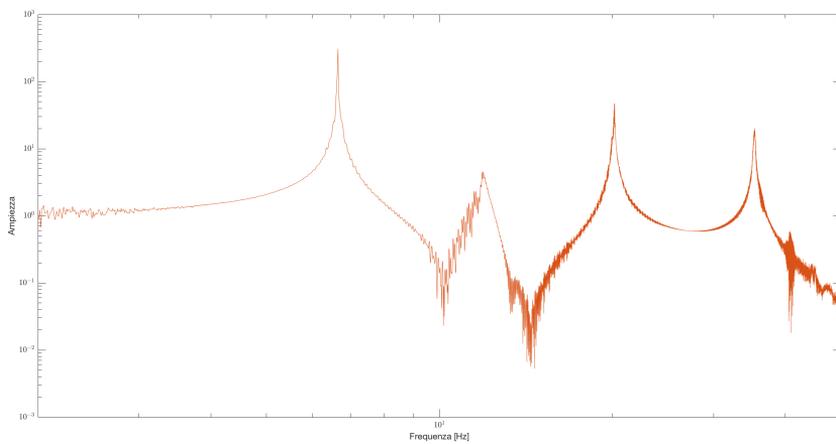


Figura 5.102: FRF relativa al secondo piano, alla decima posizione con TMD con  $L=6.5$

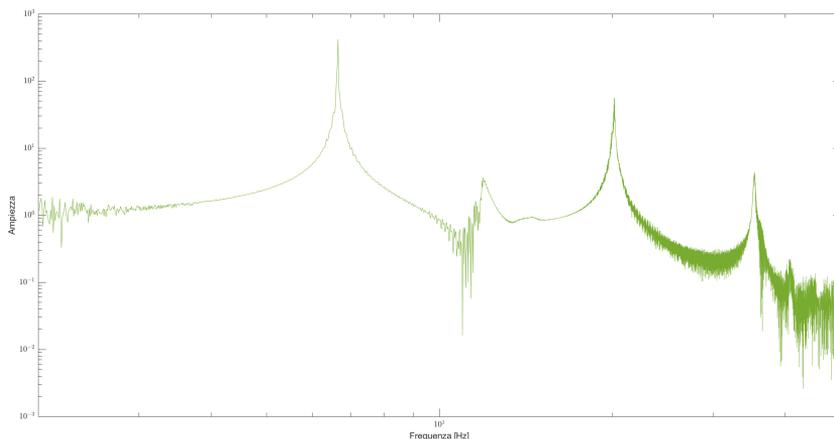


Figura 5.103: FRF relativa al terzo piano, alla decima posizione con TMD con  $L=6.5$

Dalle funzioni di trasferimento precedentemente ottenute è possibile affermare che la posizione in cui il dispositivo TMD presenta l'efficienza maggiore è quella in cui la sua frequenza  $\omega_d$  è pari a 6.4 Hz ottenuta per una lunghezza libera dello stelo dello stesso pari a 10.9 cm, figura 5.68, la quale corrisponde alla frequenza di risonanza della struttura.

Dall'analisi degli altri risultati si può affermare che per frequenze di sincronizzazione del TMD basse,  $\omega_d$  pari a 4.8 Hz (figura 5.40), si ha una bassa efficienza del dispositivo mentre per frequenze di sintonizzazione alte,  $\omega_d$  pari a 10.8 Hz (figura 5.103), l'effetto dissipativo del TMD viene meno incrementando il primo picco della funzione di trasferimento.

### 5.3.3 Confronto numerico sperimentale

Determinata la risposta della struttura per via numerica che per via sperimentale, si è effettuato il confronto delle accelerazioni e delle funzioni di trasferimento come mostrato dalle immagine seguenti.

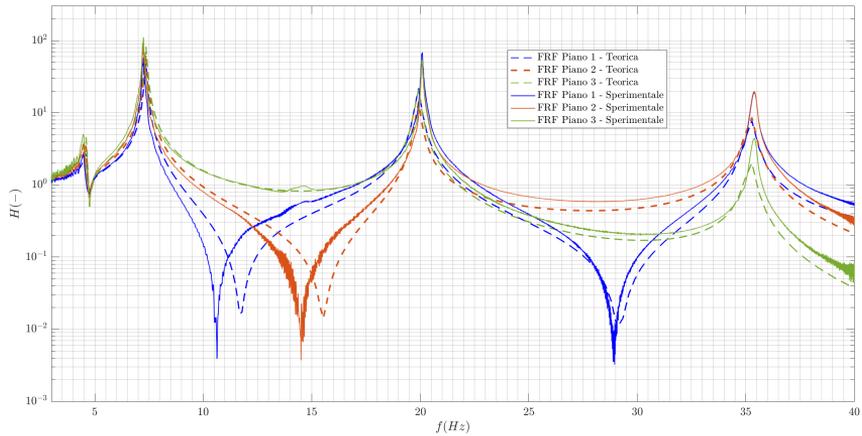


Figura 5.104: Confronto numerico sperimentale FRF relativa ai tre piani con TMD con  $L=14.2$

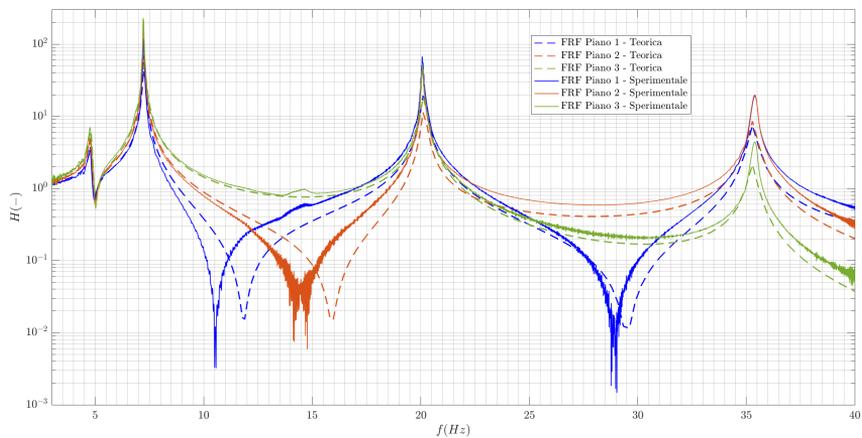


Figura 5.105: Confronto numerico sperimentale FRF relativa ai tre piani con TMD con  $L=13.5$

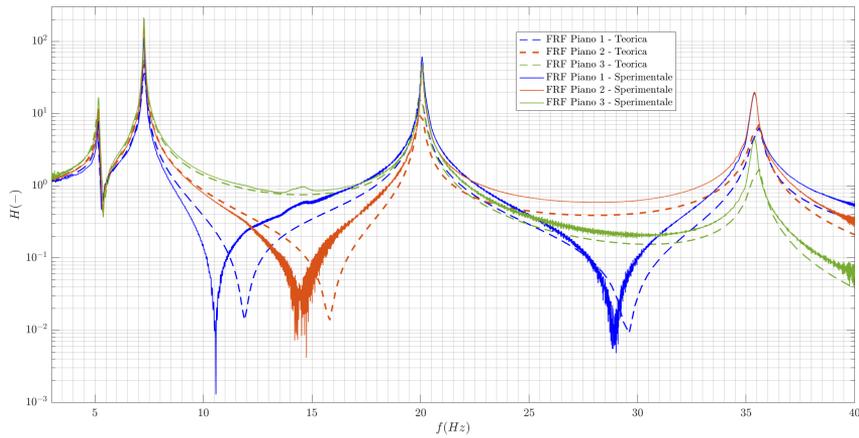


Figura 5.106: Confronto numerico sperimentale FRF relativa ai tre piani con TMD con  $L=12.7$

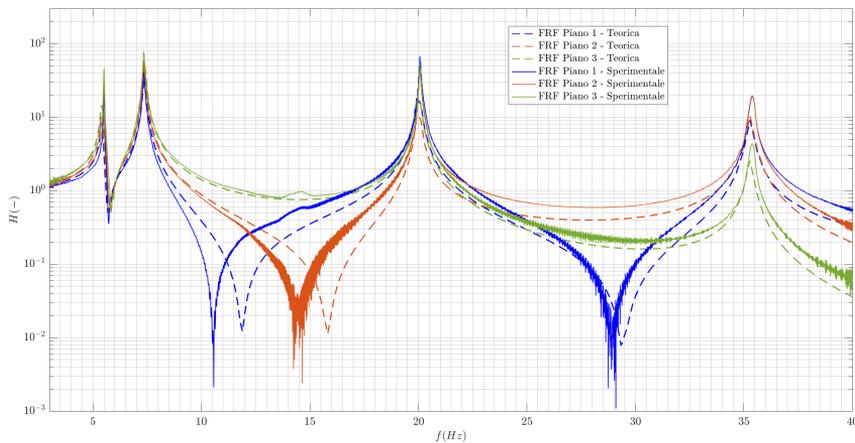


Figura 5.107: Confronto numerico sperimentale FRF relativa ai tre piani con TMD con  $L=11.7$

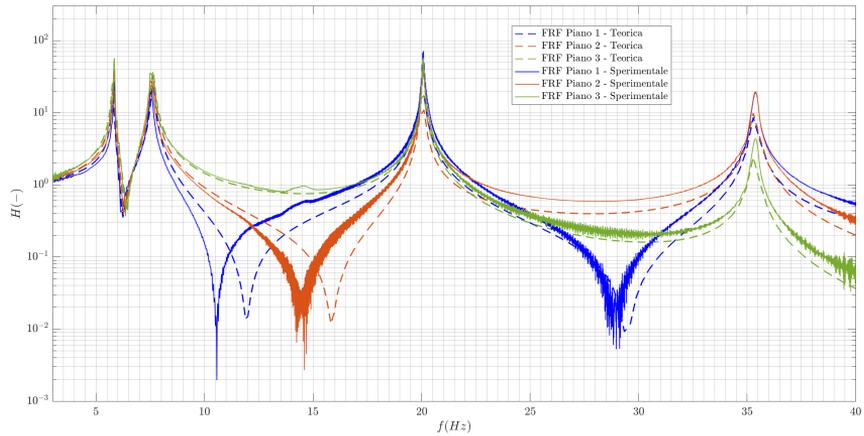


Figura 5.108: Confronto numerico sperimentale FRF relativa ai tre piani con TMD con  $L=10.9$

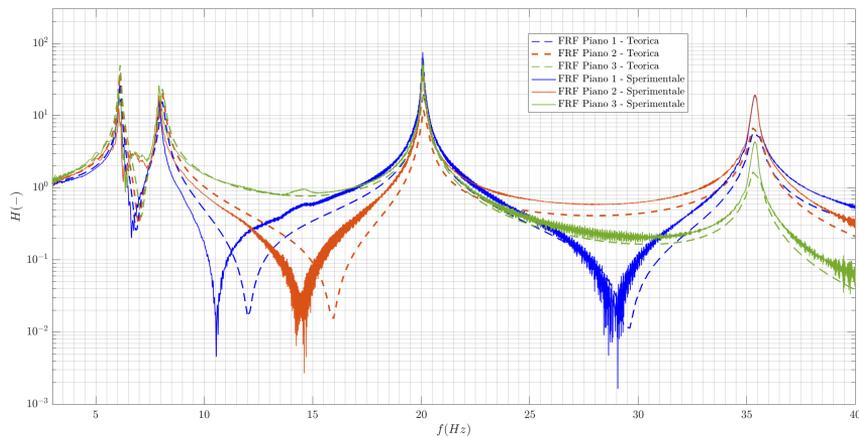


Figura 5.109: Confronto numerico sperimentale FRF relativa ai tre piani con TMD con  $L=10$

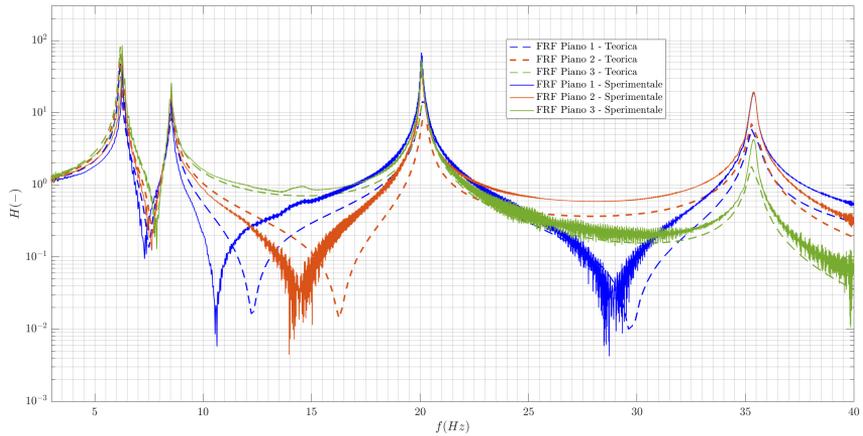


Figura 5.110: Confronto numerico sperimentale FRF relativa ai tre piani con TMD con  $L=9.2$

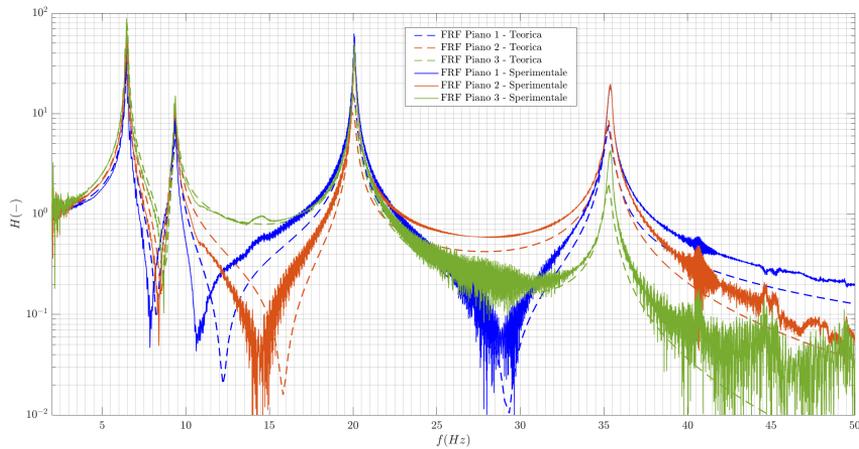


Figura 5.111: Confronto numerico sperimentale FRF relativa ai tre piani con TMD con  $L=8.3$

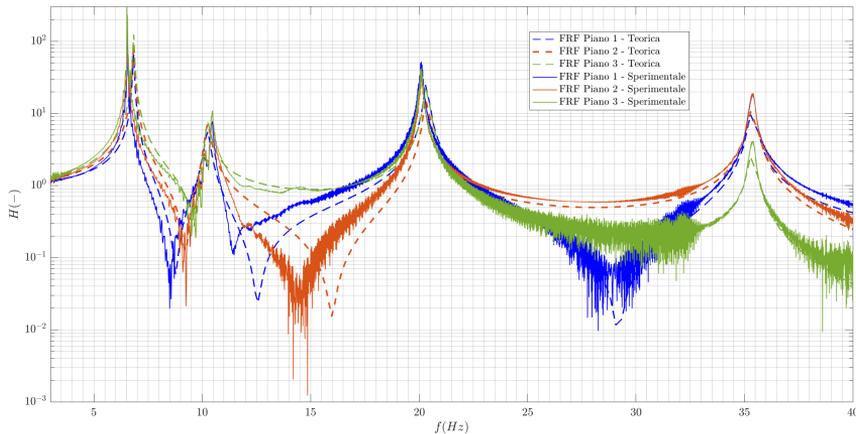


Figura 5.112: Confronto numerico sperimentale FRF relativa ai tre piani con TMD con  $L=7.4$

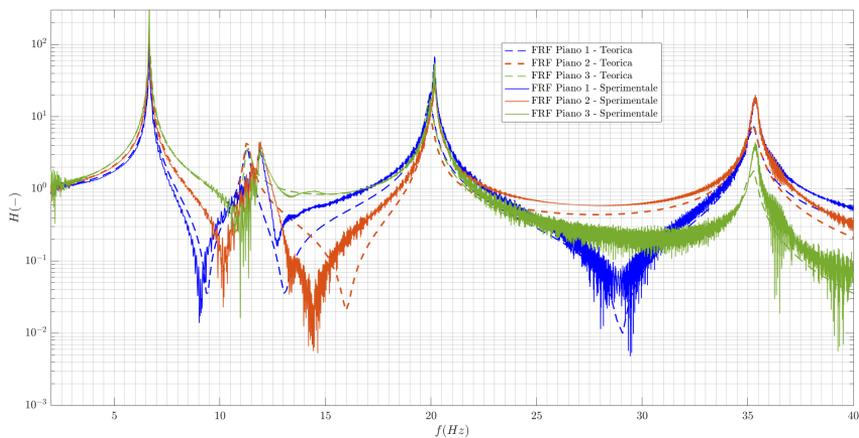


Figura 5.113: Confronto numerico sperimentale FRF relativa ai tre piani con TMD con  $L=6.5$

Tale confronto dimostra che il metodo utilizzato riesce a fornire una soluzione analitica che si sovrappone sufficientemente bene ai risultati determinati sperimentalmente.

# Capitolo 6

## Nuovo dispositivo per il controllo delle vibrazioni:STMD

### 6.1 Stato dell'arte

Nei capitoli precedenti si sono svolte simulazioni numeriche e sperimentali per meglio comprendere il comportamento della struttura equipaggiata del dispositivo di controllo TMD. In particolare si è compreso che il TMD presenta un ottimo comportamento nella riduzione della risposta della struttura investita da una sollecitazione nel caso in cui questo fosse accordato alla prima frequenza di risonanza della struttura stessa.

Allo stesso tempo però è stato possibile notare che non sempre il TMD riesce ad intervenire in maniera efficace per tutta la durata dell'evento sismico, ma considerando la risposta della struttura, può capitare che per i primi secondi dell'evento sismico (zona transiente), il dispositivo risultare poco efficace rispetto ai secondi successivi (zona a regime), in cui si vede un netto miglioramento delle prestazioni del dispositivo.

Una soluzione a questa problematica è stata proposta dai ricercatori, i

quali pensarono alla possibilità di progettare un dispositivo di controllo, che potesse migliorare la risposta della struttura attraverso l'aggiunta di una forza esterna "attiva" che potesse migliorare l'efficacia del TMD.

Un dispositivo così formato prese il nome di *Active Tuned Massa Damper* ATMD, che come dimostrato [9] migliora la risposta della struttura ma presentava degli inconvenienti sotto il punto di vista della sua complessità e della onerosità prevedendo anche una maggiore manutenzione più attenta del dispositivo stesso.

Questo ha limitato l'utilizzo dell'ATMD solo per casi particolari e rese necessario l'introduzione del concetto di controllo semi attivo della risposta della struttura.

La dissipazione semi attiva ha visto una larga applicazione inizialmente nell'ambito meccanico per la risoluzione di una vasta gamma di problemi di isolamento delle vibrazioni dei veicoli. In questo caso il dispositivo di smorzamento passivo è stato sostituito da un dispositivo di smorzamento regolabile come ad esempio un ammortizzatore idraulico 6.1 variabile o un dispositivo che utilizza fluido magnetorheologico.

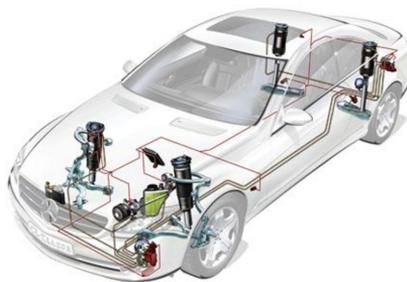


Figura 6.1: Sospensioni

Essendo necessaria soltanto una piccola quantità di energia per modulare lo smorzamento di tali dispositivi, venne meno la necessità di utilizzare

una grande quantità di energia come richiesto dall'ATMD, fornendo di conseguenza un'alternativa estremamente promettente ai dispositivi di dissipazione passivi e attivi.

Avendo analizzato i benefici del controllo delle vibrazioni attivo ed avendo evidenziato le carenze del controllo passivo, ci si è chiesti se si potesse trovare un compromesso tra queste due soluzioni. Nel campo della ricerca questo concetto è stato applicato attraverso l'ideazione, ad esempio, del *semi-active mass damper* (STMD), un dispositivo avente una configurazione simile al classico Tuned Mass Damper ma che a differenza, attraverso dei piccoli accorgimenti meccanici, riusciva a massimizzare l'effetto dissipativo del dispositivo passivo.

Questo è stato reso possibile individuando, ad esempio, un range di frequenze ristretto, intorno alla frequenza fondamentale, in torno alla quale il dispositivo potesse lavorare evitando in questo modo il dover ricorrere ad un sistema che arrivasse a toccare anche le frequenze in cui la struttura risulta meno "a rischio", come fatto dal *multy tuned mass damper* (MTMD).

Per diverse decadi, i ricercatori posero l'attenzione sulla possibilità di concepire un dispositivo che fosse caratterizzato da parametri dinamici (coefficiente di dissipazione e di smorzamento) che potessero variare con la sollecitazione.

Hrovat *et al* [21] investigarono sulle performance del STMD utilizzato per il controllo delle vibrazioni indotte dal vento su edifici alti, in cui era possibile variare il rapporto di smorzamento in funzione della risposta alla base.

Sun *et al.* [22] effettuarono una indagine intensiva sui TMD attivi e passivi.

Abe *et al.* determinarono una formulazione analitica per l'ottimizzazione dello spostamento iniziale e del rapporto di smorzamento di un STMD nel caso di attenuazione della risposta transiente [23], [24].

Chunge *ed al.* [25] proposero un *friction pendulum* TMD introducendo il coefficiente variabile di attrito. In particolare dimostrarono la sua efficienza nella riduzione delle vibrazioni dovute al vento nel Taipei 101. Negli ultimi anni Nagarajaiah *ed al.* [26], [27] idearono il dispositivo *semi-active continuously and independently variable stiffness* (SAIVS) di cui si riporta uno schema sulla sua struttura nella figura 6.2. L'innovazione che portò questo dispositivo risiedeva nella possibilità di cambiare continuamente la sua rigidità meccanicamente.

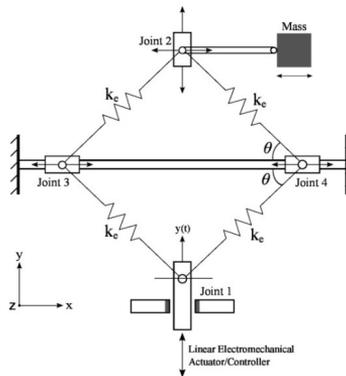


Figura 6.2: SAIVS

Hidaka *et al.* [10] condussero uno studio sperimentale di un STMD accoppiato con un .. di edificio a tre piani sotto soggetto ad un sisma. L'obiettivo che si erano prefissati, fu quello di ridurre la risposta strutturale alle diverse frequenze di vibrazione con un unica massa. Utilizzando la loro proposta tecnica di controllo della rete neurale, conclusero che fosse possibile ridurre la risposta alle vibrazioni della struttura alla prima e seconda frequenza naturale della stessa.

Uno studio sulla risposta di una struttura avente come dispositivo di controllo delle vibrazioni il STMD e soggetta ad una eccitazione armonica, fu studiato da T. Pinkaew e Y. Fujino [28]i quali modellarono la struttura come riportato nella figura 6.3.

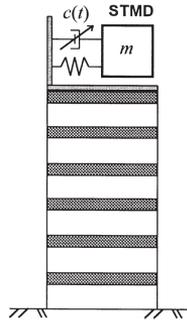


Figura 6.3: Struttura con STMD

## 6.2 Equazioni del moto di un MDOF controllato da STMD

Prendendo in considerazione, come fatto in precedenza, un sistema a MDOF, ed in particolare un sistema 3DOF come sistema principale soggetto ad una accelerazione alla base  $\ddot{x}(t)$  come riportato in figura 6.4

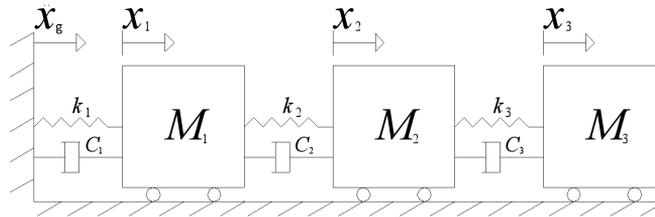


Figura 6.4: Sistema MDOF

L'equazione del moto può essere scritta nella seguente forma compatta:

$$[M]\ddot{x} + [C]\dot{x} + [K]x = -[M]\tau\ddot{x}_g(t) \quad (6.1)$$

nella quale il vettore  $3 \times 1$   $x$  è il vettore degli spostamenti relativi di ogni piano del sistema, mentre il vettore  $3 \times 1$   $\tau$ , viene definito vettore delle incidenze, il quale distribuisce l'accelerazione alla base ad ogni impalcato della struttura. Le matrici  $3 \times 3$   $[M]$   $[C]$  e  $[K]$ , sono rispettivamente la matrice delle masse, delle dissipazioni e delle rigidzze del sistema principale.

Alla configurazione sopra descritta, connettiamo all'ultimo orizzontamento della struttura il sistema STMD, come mostrato nella figura 6.5.

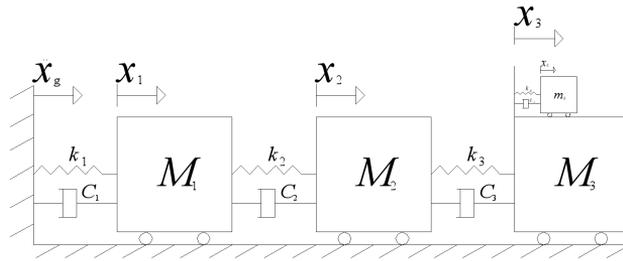


Figura 6.5: Sistema 3DOF + TMD

Le equazioni che ne governano il moto sono di seguito riportate:

$$M_1 \dot{x}_1 + (c_1 + c_2) \dot{x}_1 - c_2 \dot{x}_2 + k_1 x_1 - k_2 (x_2 - x_1) = 0 \quad (6.2)$$

$$M_2 \dot{x}_2 - (c_2) \dot{x}_1 - (c_2 + c_3) \dot{x}_2 + k_2 (x_1 - x_2) - k_3 (x_3 - x_2) = 0 \quad (6.3)$$

$$M_3 \dot{x}_3 - c_3 \dot{x}_2 + c_3 \dot{x}_3 + k_3 (x_3 - x_2) = 0 \quad (6.4)$$

queste possono essere espresse in forma matriciale come riportato di seguito :

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \\ \ddot{x}_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 \\ 0 & -c_3 & c_3 + c_d & -c_d \\ 0 & & -c_d & c_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_d \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_d & -k_d \\ 0 & 0 & k_d & -k_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_d \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \\ m_d \end{bmatrix} \ddot{x}_g
 \end{aligned} \tag{6.5}$$

in cui i contributi  $m_i$ ,  $k_i$ , e  $c_i$ , con  $i = 1 \div 3$ , rappresentano rispettivamente le masse, le rigidzze e i coefficienti di dissipazioni del piano  $i$ -esimo, mentre i contributi  $m_d$ ,  $k_d$ ,  $c_d$  rappresentano rispettivamente la massa, la rigidzza e il coefficiente di dissipazione del dispositivo TMD. Per consentire al dispositivo STMD di poter cambiare configurazione, durante l'evento sismico, ovvero di potersi spostate allungando o riducendo la lunghezza dello stelo del pendolo, si sono introdotte due frequenze  $f_{start}$  e  $f_{end}$ , che rappresentano rispettivamente la frequenza del dispositivo da cui questo inizia il suo movimento e la frequenza per il quale è previsto che il dispositivo terminerà la sua corsa, in un certo intervallo di tempo  $t$ .

Per consentire un cambio di configurazione non eccessivamente brusco, la legge di variazione della posizione del TMD è stata espressa attraverso la seguente relazione:

$$f_{tmd} = f_{tmd,i} + (f_{tmd,f} - f_{tmd,i}) \sin\left[\frac{\pi}{2} t_{change}(t_{end} - t_{start})\right]^2 \tag{6.6}$$

in cui  $f_{tmd,i}$  e  $f_{tmd,f}$  corrispondono rispettivamente alle frequenze  $f_{start}$  e  $f_{end}$  del sistema STMD ottenuti dal processo di ottimizzazione, il quale verrà trattato dettagliatamente nel paragrafo 6.3 del presente capitolo,  $t_{end}$  e  $t_{start}$  sono gli istanti di tempo entro cui varia la posizione del dispositivo.

La rigidità  $k_d$  e il coefficiente di dissipazione  $c_d$  sono espressi nella forma seguente :

$$k_d = 2m_d f_{tmd}^2 \quad c_d = 2\zeta_d f_{tmd} m_s \quad (6.7)$$

Dalla 6.7, si vede la dipendenza che c'è tra questi parametri con la frequenza del dispositivo. Essendo la frequenza  $f_{tmd}$  correlata al tempo, il quale in questo caso non è fissato, ma varia nell'intervallo in cui agisce la relazione 6.6, allora anche i parametri  $k_d$  e  $c_d$  saranno parametri non più costanti ma variabili.

Così facendo, attraverso delle semplici considerazioni, è stato possibile ottenere un sistema composto da tre masse aventi caratteristiche variabili nel tempo, a cui è stato connesso il dispositivo TMD che come visto cambia configurazione per fissato intervallo di tempo.

La nuova configurazione così descritta rappresenta un sistema a 3DOF aventi come dispositivo di controllo delle vibrazioni il *semi-active tuned mass damper* (STMD).

### 6.3 Ottimizzazione dei parametri

L'obiettivo di un sistema di controllo per la riduzione delle vibrazioni, è quello migliorare la risposta della struttura, per fare ciò occorre ottimizzare i parametri dei dissipatori per massimizzare la loro efficacia.

I parametri principali del STMD sono le frequenze  $f_{start}$  e  $f_{end}$ , il tempo  $t_{start}$  che rappresenta il momento in cui il dispositivo deve cambiare configurazione, il  $t_{change}$  che è l'intervallo in cui il dispositivo si muoverà.

Di questi i parametri che sono l'oggetto della ottimizzazione sono  $f_{start}$ ,  $f_{end}$  e il  $t_{start}$ .

La procedura di ottimizzazione consiste nello studio delle teorie e metodi per la ricerca dei punti di massimo e minimo di una funzione matematica; in questo modo si determina un modello matematico che traduce in termini matematici un dato problema.

Nel presente lavoro sono state adoperate due metodologie di ottimizzazione. La forzante a cui la struttura è stata sollecitata è stato un impulso, come mostrato in figura 6.6

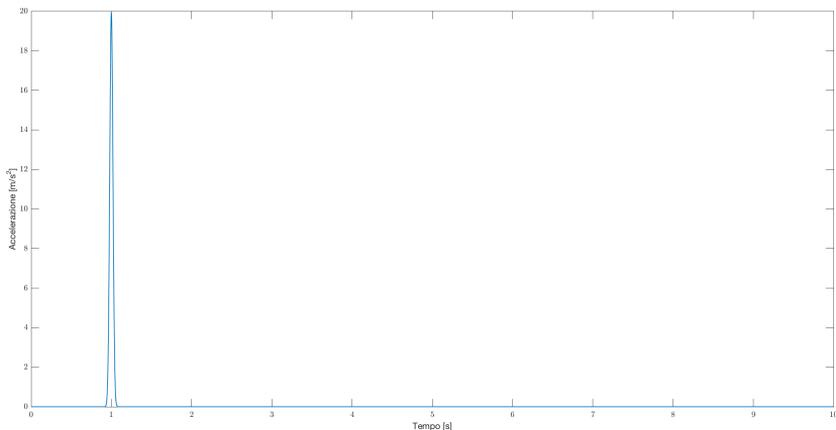


Figura 6.6: Impulso

Nella prima metodologia è stata fissata inizialmente la frequenza  $f_{end}$ , la quale è stata posta pari a 4 Hz, la quale è una frequenza un po' più bassa rispetto alla frequenza di risonanza della struttura, ed è stata fatta variare

la  $f_{start}$  da una frequenza pari a  $4\text{ Hz}$  a una frequenza pari a  $8\text{ Hz}$  con un intervallo di incrementazione pari a  $0.5\text{ Hz}$ .

Per far ciò è stata implementata la funzione di governo del moto attraverso la struttura *while-end* in ambiente Matlab.

Da questa fase si sono determinati i risultati in termini di accelerazioni e attraverso il loro confronto, per ogni frequenza del range determinato, la frequenza per il quale l'accelerazione della struttura risulta essere ridotta è quella corrispondente alle frequenze  $f_{start}$  e  $f_{end}$  rispettivamente pari a  $7.5\text{ Hz}$  e  $4\text{ Hz}$ .

Successivamente è stata fissata la frequenza  $f_{start}$  pari a  $7.5\text{ Hz}$  ed è stata fatta variare la frequenza  $f_{end}$  da  $4$  a  $8\text{ Hz}$ . Successivamente all'analisi dei risultati di questa seconda fase, la frequenza  $f_{end}$  ottimizzata è risultata essere pari a  $6.5$ , la quale corrisponde alla prima frequenza di risonanza della struttura.

Ottimizzate le frequenze infine si è proceduto alla determinazione del terzo parametro,  $t_{change}$ , facendolo variare da  $0.5\text{ s}$  a  $3\text{ s}$ . Da questa terza fase si è potuto constatare che il tempo ottimale entro cui il dispositivo deve cambiare configurazione è pari a  $1\text{ s}$ .

La seconda metodologia adoperata per ottimizzare i parametri  $f_{start}$   $f_{end}$   $t_{change}$  e che allo stesso tempo è servita come verifica della prima, si è basata sulle funzioni *Optimization toolbox* fornite dal software Matlab. Le funzioni e i solutori di Optimization Toolbox sono accessibili in modo programmatico dall'app di ottimizzazione. L'app di ottimizzazione semplifica le comuni operazioni di ottimizzazione e consente di:

- selezionare un solutore e definire un problema di ottimizzazione;

- impostare e ispezionare le opzioni di ottimizzazione con i rispettivi valori predefiniti per il solutore selezionato;
- eseguire i problemi e visualizzare i risultati intermedi e finali;
- visualizzare la documentazione specifica del solutore in una finestra opzionale di riferimento rapido;
- importare ed esportare le definizioni dei problemi, le opzioni dell'algoritmo e i risultati tra il workspace MATLAB® e l'app di ottimizzazione;
- generare automaticamente il codice MATLAB per registrare il lavoro svolto e automatizzare le operazioni;
- accedere ai solutori di Global Optimization Toolbox

Nello specifico nel presente lavoro è stata adoperata come funzione di ottimizzazione la *fminsearch* la quale trova il minimo di una funzione scalare di più variabili, a partire da una stima iniziale. Questo è generalmente definito come ottimizzazione non lineare non vincolata. Scelta la funzione di ottimizzazione, e implementata questa su matlab sono stati fissati dei valori iniziali dei tre parametri da ottimizzare. In ogni ciclo di iterazione la funzione *fminsearch* risolve le equazioni del moto in maniera iterativa fino al raggiungimento di valori minimi, in termini di accelerazioni, della risposta del sistema considerato (3DOF+STMD). Nella seconda metodologia i parametri ottimizzati sono risultati essere coincidenti ai parametri determinati secondo la prima procedura i quali vengono riportati per maggiore chiarezza nella tabella 6.1

Parametri STMD	
$f_{start}$ [Hz]	7.5
$f_{end}$ [Hz]	6.5
$t_{change}$ [s]	1

Tabella 6.1: Parametri ottimizzati del dispositivo STMD

## 6.4 Analisi numerica del sistema controllato con STMD

Definito la struttura a 3DOF dotata del dispositivo STMD e definiti i parametri caratteristici del dispositivo, si vuole indagare sull'efficienza di questo nuovo dispositivo di controllo delle vibrazioni, e di come interagisce con la struttura e se veramente esso si funzionale rispetto al sistema di controllo TMD.

Per le simulazioni numeriche si sono utilizzate le quazioni del moto di un sistema a 3DOF controllato da STMD, collocato al terzo piano della struttura, queste sono state risolte per via numerica attraverso programmi predisposti su Matlab. I parametri della struttura, riportati nella tabella 6.2 sono gli stessi che si sono utilizzati per le precedenti simulazioni, mentre i parametri scelti per il STMD sono riportati nella tabella 6.3

Piano	$M_i$ [g]	$h_i$ [cm]	$f_i$ [Hz]	$\zeta_i$
1	600	20	6.4	0.0114
2	600	20	19.5	0.0015
3	840	20	35	0.0042

Tabella 6.2: Caratteristiche della struttura a 3DOF

Semi-ActiveTuned mass damper	
$m_d$ [g]	0.11
$f_{start}$ [Hz]	7.5
$f_{end}$ [Hz]	6.5
$t_{change}$ [s]	1
$\zeta_d$	0.05
$K_d$ [N/m]	6.18

Tabella 6.3: Parametri del sistema STMD

Le simulazioni numeriche condotte sono state indispensabili per analizzare il comportamento della struttura a 3DOF controllata da STMD.

La struttura è stata sollecitata da un impulso angente alla base definito come nell'equazione 6.8 e rappresentato nella figura 6.7.

$$s = \frac{1}{\sigma} e^{\frac{1}{2} \frac{(t-t_1)^2}{\sigma^2}} \quad (6.8)$$

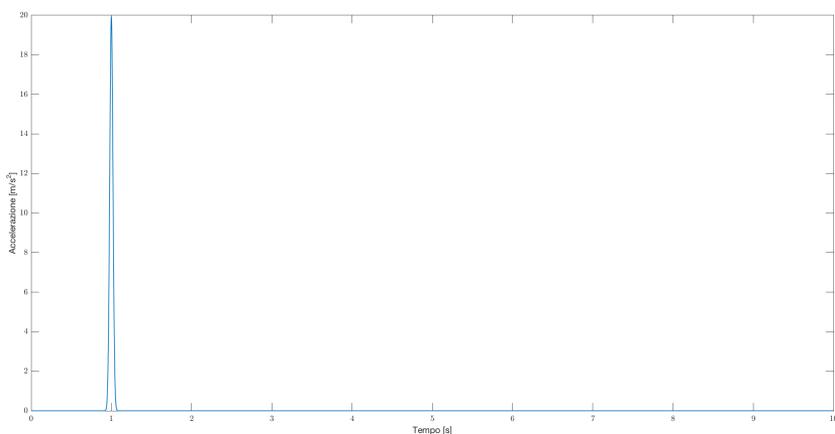


Figura 6.7: Impulso

Le simulazioni numeriche sono state effettuate attraverso il software matlab che ha permesso, attraverso la risoluzione dell'equazione nel moto

del sistema 3DOF munito di dispositivo STMD posto all'ultimo orizzontamento, la determinazione della risposta della struttura in termini di accelerazioni. Nella figura 6.8 sono riportate le due posizioni in cui il dispositivo di controllo STMD si trova dal momento in cui la struttura viene investita dalla sollecitazione al momento in cui questa cessa il suo moto.

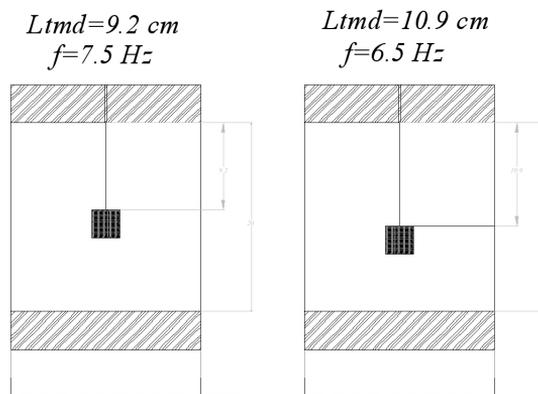


Figura 6.8: Configurazione STMD

Di seguito vengono riportati i risultati in termini di accelerazioni determinati da questo sistema.

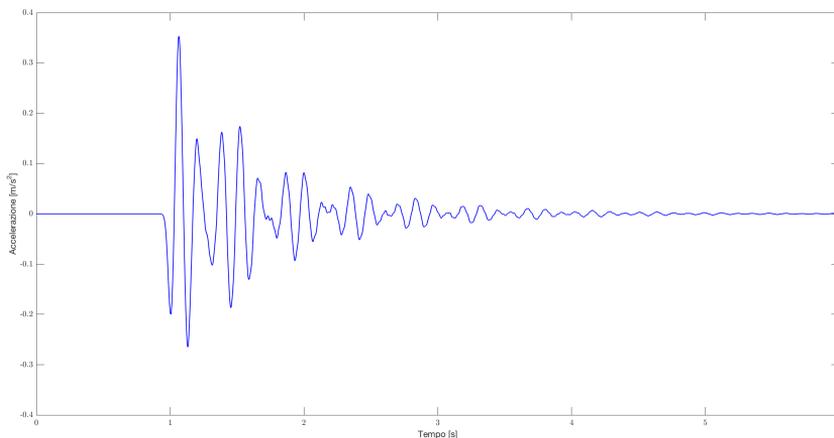


Figura 6.9: Accelerazione relativa al piano 1

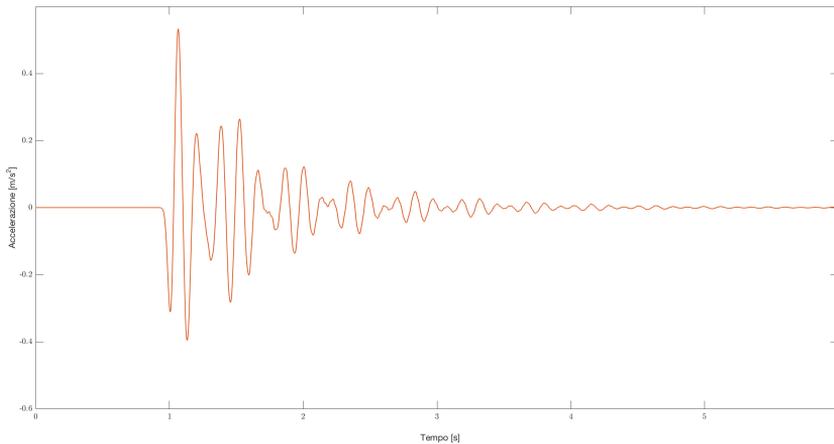


Figura 6.10: Accelerazione relativa al piano 2

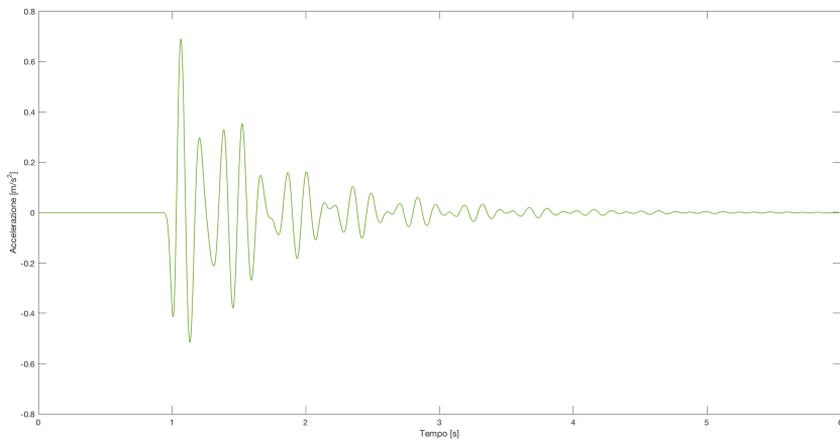


Figura 6.11: Accelerazione relativa al piano 3

### 6.4.1 Confronto numerico tra i sistemi controllati con TMD e STMD

Per constatare numericamente i vantaggi che fornisce il dispositivo STMD rispetto ai casi in cui la struttura non presenta alcun dispositivo e quello in cui presenta il dispositivo TMD, occorre confrontare le risposte in termini di accelerazioni.

Nelle figure 6.12, 6.13 e 6.14, sono riportati le risposte dell'ultimo orizzontamento rispettivamente del sistema principale a 3DOF, del sistema a 3DOF con TMD accordato alla frequenza di  $6.5 \text{ Hz}$  e il sistema 3DOF munito di STMD.

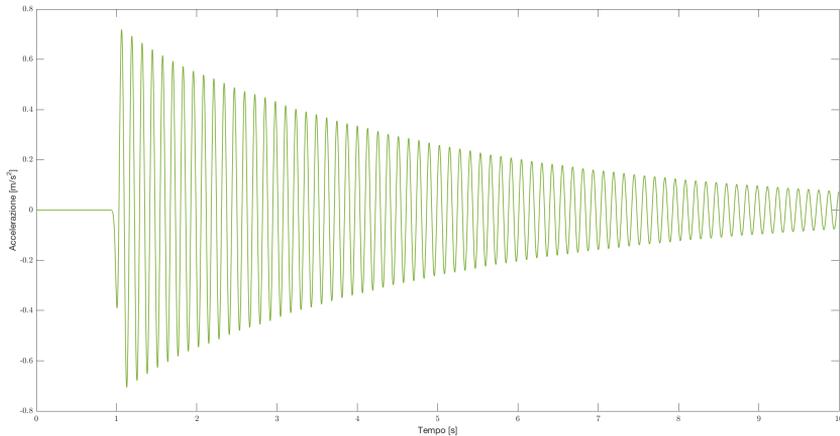


Figura 6.12: Accelerazione relativa al piano 3 della struttura principale a 3DOF

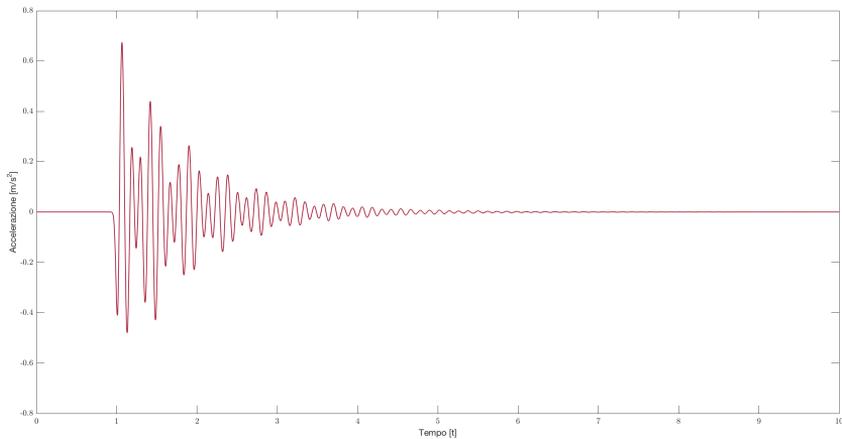


Figura 6.13: Accelerazione relativa al piano 3 della struttura principale a 3DOF munita di TMD accordato alle frequenza  $f_d$  pari a  $6.5 \text{ Hz}$

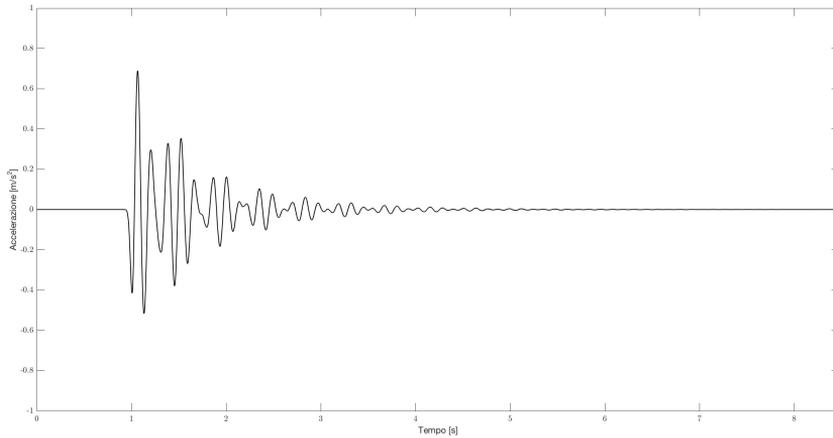


Figura 6.14: Accelerazione relativa al piano 3 della struttura principale a 3DOF munita di STMD

Nella figura 6.15, per una maggiore chiarezza si confrontano il sistema con TMD accordato a  $6.5 \text{ Hz}$  e il sistema STMD.

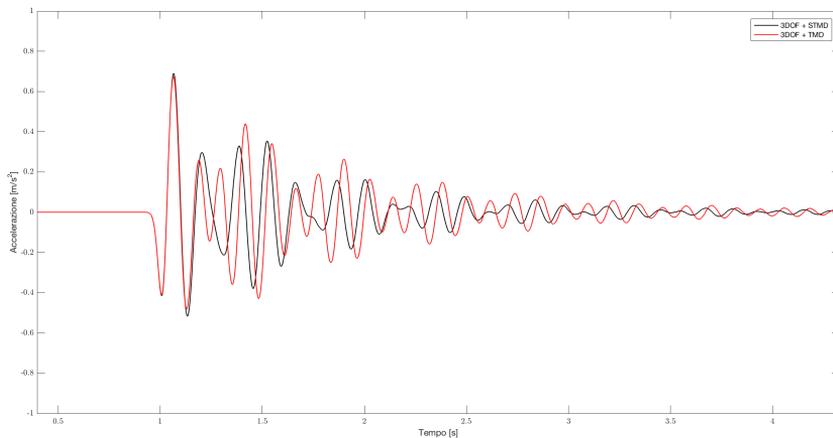


Figura 6.15: Confronto delle delle accelerazioni relative al piano 3 del sistema dotato di TMD e del sistema dotato di STMD

Infine si riportano in figura 6.16 il confronto di tutte e tre le risposte in termini di accelerazione dei sistemi fino ad ora considerati.

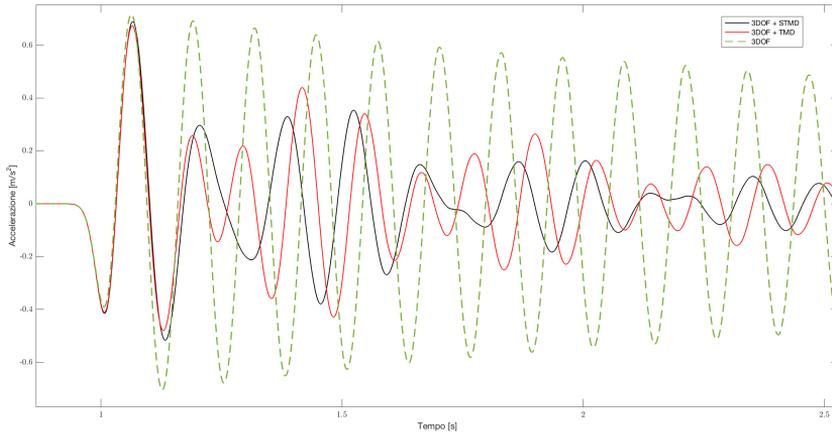


Figura 6.16: Confronto delle accelerazione relative al piano 3 dei tra sistemi fino considerati (3DOF, 3DOF+TMD, 3DOF+STMD)

Dall’analisi dei risultati riportati nelle figure 6.15 e 6.16 si evince che sia il sistema con TMD che il sistema con STMD migliorano la risposta della struttura. In particolare si nota una maggiore riduzione da parte del dispositivo STMD delle accelerazioni, le quali tenderanno a zero più velocemente, dopo 1,5 secondi. In particolare si sono determinati, relativamente ad ogni piano, attraverso il software Matlab, l’*indice di miglioramento*  $I_m$  relativo al sistema munito di dispositivo STMD rispetto al sistema munito di TMD, prendendo in considerazione le aree sottese dalle curve delle accelerazioni riportate nella figura 6.16. Le aree sono state determinate facendo l’integrale delle accelerazioni ponendo come estremi di integrazione l’intervallo di tempo che va da 1 a 8 secondi. Determinate queste si è calcolato l’indice di miglioramento attraverso la relazione seguente:

$$\int_1^8 \frac{|\ddot{x}_0 - \ddot{x}_{1,2}|}{|\ddot{x}_0|} dt \quad (6.9)$$

In cui  $\ddot{x}_0$  corrisponde alle accelerazioni relative al sistema principale non

munito di dispositivo di dissipazione, mentre  $\ddot{x}_{1,2}$  sono rispettivamente le accelerazioni corrispondenti al sistema principale munito di TMD e STMD.

Indice	Piano 1	Piano 2	Piano 3
$I_m$	2%	3 %	4%

Tabella 6.4: Indice di miglioramento in termini di accelerazione, del sistema 3DOF+STMD rispetto al sistema 3DOF+TMD

## 6.5 Analisi sperimentale del sistema controllato con STMD

### 6.5.1 Caratteristiche del sistema

Il modello sperimentale oggetto della presente indagine è il sistema a 3DOF munito del dispositivo STMD riportata in figura 6.17



Figura 6.17: Modello 3DOF munito di STMD

Il sistema strutturale considerato è esattamente lo stesso di quello trattato nel capitolo 5, ma con la sola differenza che in questo caso il dispositivo meccanico viene utilizzato non come strumento per far cambiare passi-

vamente la posizione del TMD, ma è parte integrante del dispositivo di controllo STMD.

Attraverso l'utilizzo dell'*ambiente di sviluppo integrato* (IDE) di Arduino, la quale è un'applicazione multiplatforma in Java, si è realizzato un software apposito che ha permesso di fornire l'input, in termini di lunghezza libera del pendolo, al pendolo consentendo il cambio di configurazione durante la prova secondo i parametri determinati durante la fase di ottimizzazione. L'ambiente di sviluppo integrato di Arduino è fornito di una libreria software C/C++, chiamata "Wiring" (dall'omonimo progetto Wiring) la quale presenta una ampia libreria che rende molto più semplice implementare via software le comuni operazioni di input/output.

Il dispositivo è stato settato in modo tale che dopo 1 secondo dall'inizio della prova sperimentale il dispositivo STMD potesse passare dalla configurazione iniziale ( $f_{start}$ ) alla configurazione finale ( $f_{end}$ ) in un tempo pari ad 1 secondo ( $t_{change}$ ).

Nella tabella 6.5 si riportano i parametri di input, determinati nel paragrafo 6.3, da fornire alla piattaforma Arduino.

Parametri Ottimizzati	
$f_{start}$ [Hz]	7.5
$f_{end}$ [Hz]	6.5
$t_{change}$ [s]	1

Tabella 6.5: Parametri ottimizzati del dispositivo STMD da fornire alla piattaforma Arduino

## 6.5.2 Indagine sperimentale

Le prove sperimentali sono state svolte con lo stesso equipaggiamento descritto nel capitolo 5. Il modello, figura 6.17, è stato sollecitato fornendo alla base un impulso Gaussiano rappresentato in figura 6.18.

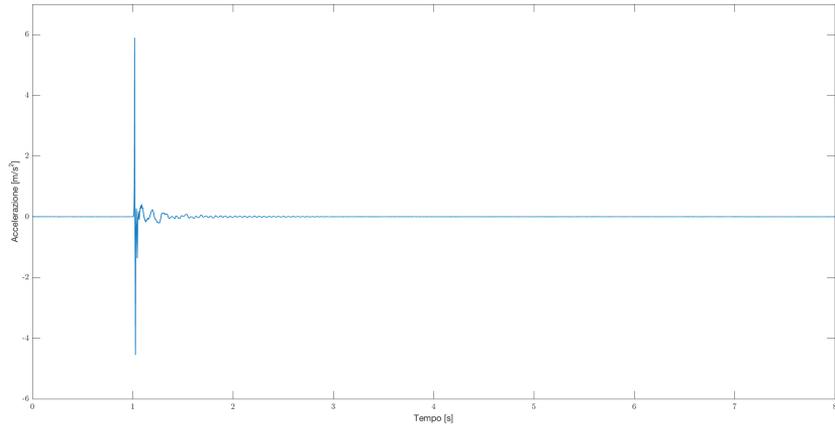


Figura 6.18: Impulso sperimentale

Noti i parametri di ottimizzazioni riportati nella tabella 6.5, sono state ottenute le accelerazioni relative ai tre orizzontamenti le quali sono riportate nella figure 6.19, 6.20 6.21.

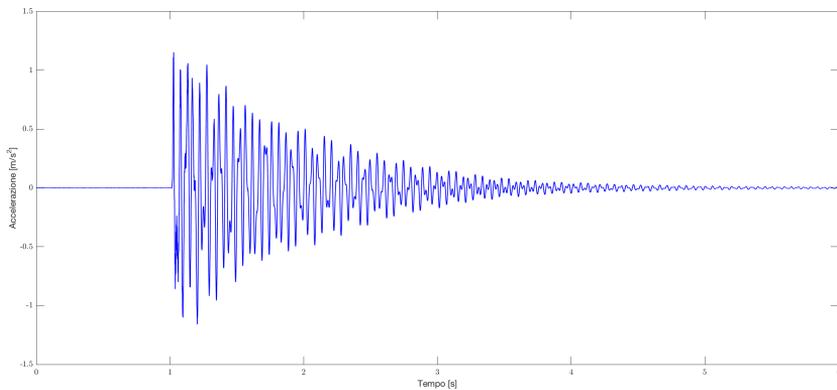


Figura 6.19: Accelerazioni sperimentali del primo piano del modello 3DOF munito di STMD

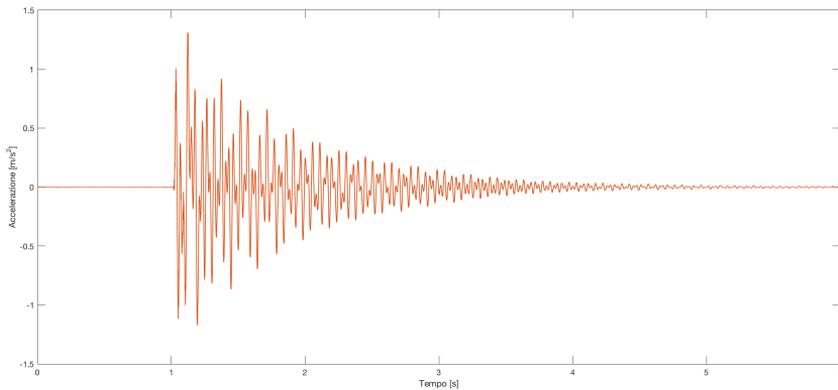


Figura 6.20: Accelerazioni sperimentali del secondo piano del modello 3DOF munito di STMD

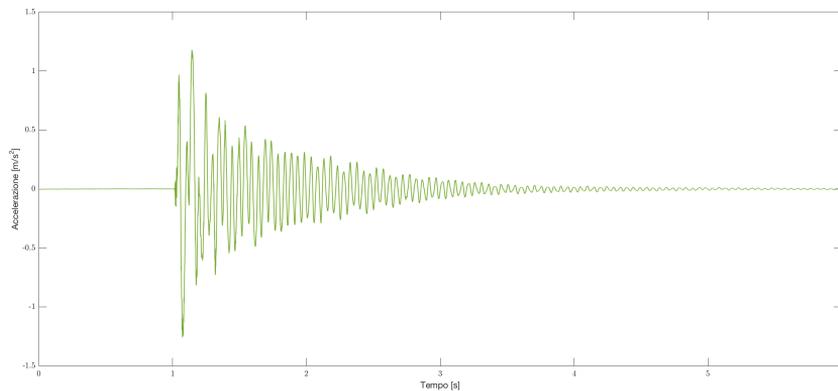


Figura 6.21: Accelerazioni sperimentali del secondo piano del modello 3DOF munito di STMD

### 6.5.3 Confronto sperimentale in termini di Funzione di Trasferimento (FRF) tra i sistemi muniti di TMD e STMD

Terminata l'indagine sperimentale relativa al sistema a 3DOF munito del dispositivo STMD si è proceduto con il confronto sperimentale delle funzionini di trasferimento (FRF) determinate relativamente al sistema

a 3DOF munito di TMD accordato alla frequenza 6.5 Hz e al sistema a 3DOF munito del dispositivo STMD.

Nelle figure 6.22, 6.23, 6.24, sono stati riportati i confronti relativamente a tre piani della struttura.

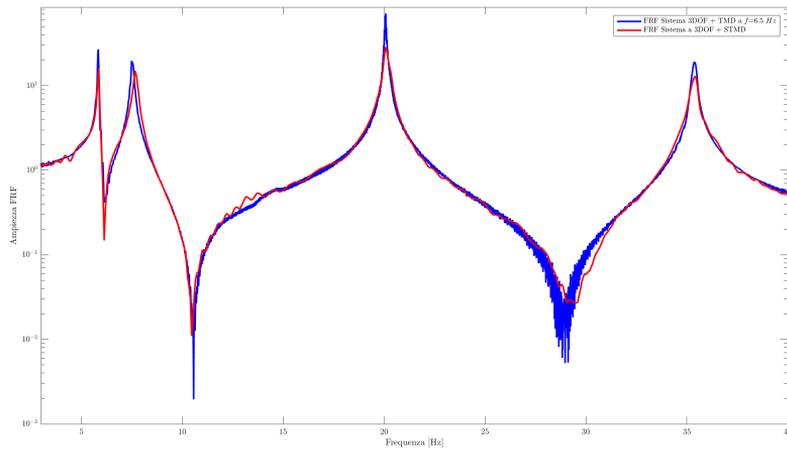


Figura 6.22: Confronto sperimentale FRF Sistema a 3DOF+TMD e Sistema a 3DOF+STMD relative a piano 1

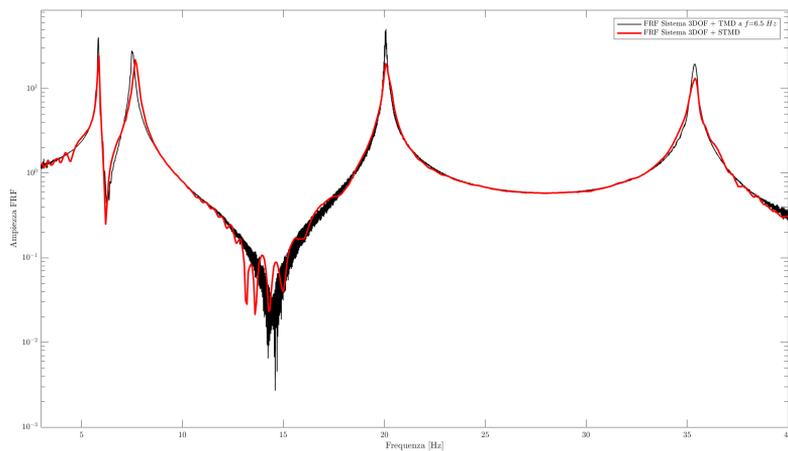


Figura 6.23: Confronto sperimentale FRF Sistema a 3DOF+TMD e Sistema a 3DOF+STMD relative a piano 2

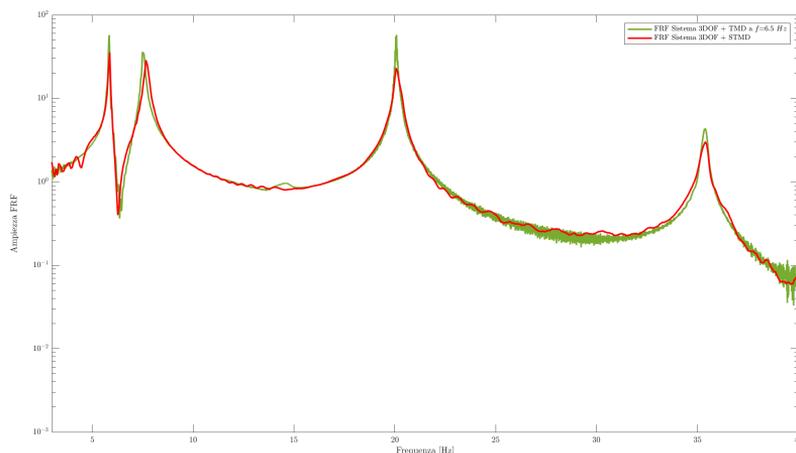


Figura 6.24: Confronto sperimentale FRF Sistema a 3DOF+TMD e Sistema a 3DOF+STMD relative a piano 3

Dall'analisi dei risultati emerge che i picchi, in corrispondenza delle 4 frequenze fondamentali delle funzioni di trasferimento relative al sistema a 3DOF munito di STMD, risultano avere un abbattimento minimo del 20%. Nelle tabelle 6.6 vengono riportati, in termini percentuali, le riduzioni relative al sistema munito di STMD per ogni piano della struttura.

Piano 1	Ampiezza ( $f_1=5.84$ )	Ampiezza ( $f_2=7.49$ )	Ampiezza ( $f_3=20.09$ )	Ampiezza ( $f_4=35$ )
3DOF + TMD	25.95	19.66	68.26	19.04
3DOF+STMD	15.86	14.93	28.19	12.87
$I_m$	40 %	24%	60%	32%

Tabella 6.6: Indice di miglioramento - Piano 1

Piano 2	Ampiezza ( $f_1=5.84$ )	Ampiezza ( $f_2=7.49$ )	Ampiezza ( $f_3=20.09$ )	Ampiezza ( $f_4=35$ )
3DOF + TMD	40.26	28.06	50.52	19.43
3DOF+STMD	24.55	21.98	19.76	13.21
$I_m$	50 %	22%	67%	32%

Tabella 6.7: Indice di miglioramento - Piano 2

# Conclusioni

In questo elaborato è stato esaminato il sistema di controllo delle vibrazioni Tuned Mass Damper (TMD) e un innovativo sistema proposto denominato Semi Active Tuned Mass Dampere (STMD).

IL TMD è stato uno dei primi e più efficaci dispositivi per il controllo passivo delle strutture, il quale garantisce delle ottime prestazioni migliorando la risposta della struttura.

Inizialmente sono state descritte le principali metodologie utilizzate per il controllo delle strutture analizzando i moltediplici dispositivi presenti in letteratura. Successivamente è stato presentato lo stato dell'arte relativo al TMD e si sono descritte alcune delle rispettive applicazioni in ambito civile. Relativamente a questo dispositivo sono state riportate le equazioni del moto per un sistema a un grado di libertà (SDOF) e per un sistema a tre gradi di libertà (3DOF). Sono state condotte delle indagini numeriche per meglio capire la migliore configurazione del dispositivo TMD, ottenendo che il massimo rendimento ottenuto dal dispositivo si ha quando questo ha la stessa frequenza di risonanza della struttura al primo modo.

Dopo le simulazioni numeriche, si è passati alle indagini sperimentali condotte nel Laboratorio di Dinamica Sperimentale dell'Università di Innsbruck, su un modello in scala di un telaio a tre gradi di libertà con-

trollato dal TMD, sollecitato alla base per mezzo di uno Shaker. Dopo aver ricavato le caratteristiche dinamiche del sistema a 3DOF, attraverso un'indagine sulle ampiezze delle funzioni di trasferimento ottenute sperimentalmente, sono stati validati i risultati ottenuti attraverso un confronto numerico-sperimentale.

Obiettivo principale della tesi è quello di progettare un dispositivo di controllo che partendo dalla configurazione ottimale del TMD, riuscisse a migliorare la risposta della struttura sia a regime che nel transiente.

Il dispositivo che ha consentito ciò è denominato Semi Active Tuned Mass Damper.

Dalle analisi numeriche e dalle corrispondenti indagini sperimentali si è potuto concludere che questo dispositivo è molto efficace per il controllo delle vibrazioni di una struttura.

A parità di massa aggiuntiva il STMD riduce maggiormente la risposta della struttura alle sollecitazioni esterne (sisma, vento) rispetto al TMD classico in modo da consentire l'abbattimento dei costi di realizzazione della struttura.

Si è osservato inoltre un ottimo comportamento nella zona del transiente nel caso di sollecitazioni che potessero simulare fenomeni impulsivi come ad esempio esplosioni.

# Bibliografia

- [1] T.T.Soong,G.F.Drgush Passive Energy Dissipation System in Structural Engineering
- [2] Frahm J. Device for dynamic vibration of bodies. US Patent (989,985),1911;50:A9-A22.
- [3] Ormondroyd J, Den Hartog JP. The theory of dynamic vibration absorber. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers 1928*
- [4] Kobori T,Takahashi M, Nasu T, Niwa N, Ogasawara K.Seismic reponse controlled structure with active variable stiffness system. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics 1993; 22:925-41*
- [5] Nemir DC, Lin Y, Osegueda RA. Semiactive motion control using variable stiffness. *Jornal of Structural Engineering 1994;22:925:-41*
- [6] Loh C, Ma M. Active-damping for active-stiffness control for seismic excited buildings. *Proceedings of First World Conference on structural Control, Los Angeles CA,1994: TA2-111TA2-20*
- [7] Yamada K, Kobori T. Control algorithm fo estimating future esponses of acative variable stiffness structure. *Earthquake Engineering and Structural Synamic 1995;24:1085-99*

- [8] Nagarajaiah S. Semo-active control of structures. Proceeding of Structures Congress XU, ASCE, Portland OR, 1997 : 1574-8
- [9] Housner GW, Bergman LA, Cauchey TK, Chassiakos AG, Claus RO, Masri SF et al. Structural control: past, present and future. ASCE J Eng Mech 1997;123-897-97
- [10] Hidaka S, Ahn YK, Morishita S. Adaptive vibration control by a variable-damping dynamic absorber using ER fluid. J vibr Acous 1999;121:373-8
- [11] Ehrgott RC, Masri SF. Use of wlectro-rheological materials in intelligent system. Pceedings of U.S.-Italy-Japan Workshop/Symposium on Structural Control and Intelligent Syste,, Italy, 1992:87-100
- [12] Ergoot RC, Masri SF. Structural control applications of an electrorheological device. Proceedings of International Workshop on Structural Control, Honolulu, HI, 1993: 115-29
- [13] Gavin HP, Ortiz DS, Hanson RD. Testing and modeling of a prototype ER damper for seismic structural response control. Proceedings of International Workshop on Structural Control, Honolulu, HI, 1993: 166-80
- [14] Gavin HP. ER material models and vibration control. Proceedings of Eleventh VPI and SU syposium on Structural Dynamics and Control, Blacksburg, VA, 1997: 121-30
- [15] Makris N, Hill D, Burton S, Jordan M. Electroheological fluid damper for seismic protection of structures. Proceedings of Smart

- Structures and Materials, SPIE vol. 2443, San Diego, CA 1995: 184-94
- [16] Makris N. Rigidity-plasticity-viscosity: can electrorheological dampers protect base-isolated structures from near-source ground motions 1997;26:571-91
- [17] Burton SA, Makris N, Konstantopoulos I, Antsaklis PKJ. Modeling the response of ER damper: phenomenology and emulation. Journal of Engineering Mechanics 1996;122(9):897-906
- [18] Burton SA, Makris N, Antsaklis PHJ, Zhang J. Nonparametric models for characterization and response control of a controllable fluid damper. Proceedings of structures Congress XV, Portland, OR, 1997: 1363-7
- [19] McMahon S, Makris N. Large-scale ER-damper for seismic protection of bridges. Proceedings of structures congress XV, Portland, OR, 1997: 1451-5
- [20] Gordaninejad F, Ray A, Bindu R. Vibration control of structures using hybrid ER/viscous fluid dampers. Proceedings of First World Conference in Structural Control, Los Angeles, CA, 1994;: TA2-41-TA2-49
- [21] Hrovat D, Barak P, Rabins M. Semi-active versus passive or active tuned mass dampers for structural control. Journal of Engineering Mechanics 1997; 109(3):897-971.
- [22] Sun JQ, Jolly MR, Norris MA. Passive, adaptive, and active tuned vibration absorber-A survey. Journal of Mechanical Design 1995; 117:234-242.

- [23] Abe M. Semi-active tuned mass dampers for seismic protection of civil structures. *Earthquake Engineering Structural Dynamics* 1996; 25(7):743–749.
- [24] Abe M, Igusa T. Semi-active dynamics vibration absorbers for controlling transient response. *Journal of Sound and Vibration* 1996; 198(5):547–569.
- [25] Chung L, Wu L, Lien K, Chen H, Huang H. Optimal design of friction pendulum tuned mass damper with varying friction coefficient. *Structural Control and Health Monitoring* 2013; 20(4):544–559.
- [26] Nagarajaiah S, Mate D. Semi-active control of continuously variable stiffness system. *Proceedings of the Second World Conference on Structural Control* 1998; 1:397–405. Kyoto, Japan.
- [27] Nagarajaiah S. Structural vibration damper with continuously variable stiffness. US Patent No.(6098969), 2000.
- [28] T.Pinkaew, Y. Fujino. Effectiveness of semi-active tuned mass damper under harmonic excitation, Japan 2000;: (2001) 850-856

# Ringraziamenti

Alla fine del mio percorso universitario la mia mente ripercorre tutte le tappe salienti che mi hanno permesso di arrivare qui oggi. Un ringraziamento lo voglio rivolgere innanzitutto alla mia famiglia, la quale mi ha appoggiato, spronato e sostenuto senza mai smettere di credere in me.

Come in un viaggio in cui non è tanto la meta che lo rende affascinante, quanto le persone che incontri lungo il cammino, voglio ringraziare chi ha reso tutto più bello e avvincente.

Un ringraziamento particolare va ai miei amici Natalia e Giuliano, con cui ho trascorso la maggior parte del mio tempo e con cui ho condiviso gioie, fatiche e preoccupazioni.

Un ulteriore grazie lo rivolgo al mio caro amico Roberto con cui ho condiviso una delle più belle e stimolanti esperienze della mia vita, in territorio portoghese, e con cui vivo la quotidianità sempre con molta gioia ed allegria. Un grazie ancora alla Prof. Pirrotta e a tutto il meraviglioso staff del DICAM (Sezione Dinamica delle Strutture) nonché al Prof. Adam dell'Università di Innsbruck, i quali mi hanno sostenuto e accompagnato nel mio lavoro di ricerca e con i quali sono maturato anche nella dimensione umana.

Un grazie anche alla mia associazione Vivere Ingegneria che dal primo anno fino ad oggi è stata fonte di stimoli e di incoraggiamento credendo

## Ringraziamenti

---

sempre nelle mie capacità e nel mio impegno, permettendomi così di fare esperienze che hanno dato un contributo notevole alla mia crescita interiore.

Infine voglio ringraziare tutti coloro con cui ho trascorso i momenti più belli e pregnanti della mia vita studentesca.