

Carla Filipa Pires Oliveira

Olimpíadas de Física, o gosto pelo desafio.
Um contributo para o ensino experimental da Física

Volume II

Tese de Doutoramento em Ensino das Ciências, ramo de Ensino da Física, orientada
por Professor Doutor José António Paixão e apresentada ao
Departamento de Física da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra.

agosto 2017



UNIVERSIDADE DE COIMBRA

• U



C •

FCTUC FACULDADE DE CIÊNCIAS
E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Carla Filipa Pires Oliveira

Olimpíadas de Física, o gosto pelo desafio.

Um contributo para o ensino experimental da Física

VOLUME II

Tese de Doutoramento em Ensino das Ciências, ramo de Ensino da Física, orientada por Professor Doutor José António Paixão e apresentada ao Departamento de Física da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra.

agosto, 2017

• U



C •

Conteúdo

Introdução	1
1 Estimativa da espessura de um traço de lápis	3
2 Caixa negra	9
3 Baloço	17
4 Disco de Maxwell	23
5 Oscilações de um tubo	29
6 Porquinhos Oscilantes	37
7 Lupa	43
8 Lampadinha	51
9 Pêndulo gravítico	63
10 Pêndulo bifilar	69
11 Termómetros	79

12 Uma questão de lentes..., Telescópio de Galileu	89
13 Calor latente de evaporação da água	107
14 Coeficiente de viscosidade de um líquido	117
15 Características de um recetor e de um gerador	127
16 Construção de um relógio logarítmico	141
17 Provas de Criatividade	155
17.1 Estudo Empírico I <i>QChallenge!</i>	155
17.1.1 Determinar a aceleração, g , da gravidade usando um plano inclinado	155
17.1.2 Velocidade do som no ar	156
17.1.3 Bolinhas mágicas	156
17.1.4 Determinação do Número de Avogadro	157
17.1.5 Coeficiente de Restituição	157
17.1.6 Determinação do Zero Absoluto na cozinha	157
17.1.7 Medir a capacidade térmica mássica do ar	157
17.1.8 Torricelli, Hagen e Poiseuille	158
17.1.9 Balança de Jolly	158
17.1.10 Medição do raio da Terra	159
17.2 Estudo Empírico II Prova de Criatividade	159
17.2.1 Filme com viscosidade!	159
17.2.2 Brinquedo com motor!	159
17.2.3 Limpa para-brisas com LM555...	160
Bibliografia	161

Introdução

Neste Volume II da tese “*Olimpíadas de Física, o gosto pelo desafio. Um contributo para o ensino experimental da Física*” apresenta-se o conjunto das atividades experimentais que foram usadas, entre 2012 e 2015, para o treino dos alunos da pré-seleção olímpica, na Escola *Quark!* (Estudo I). Um subconjunto destas atividades experimentais (n^os: 1, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 e 13) também foram usadas para a formação contínua dos professores acompanhantes dos alunos olímpicos, numa ação promovida pela Sociedade Portuguesa da Física e que decorreu no Departamento de Física da Universidade de Coimbra, entre 2012 e 2015. Os guiões foram desenvolvidos com uma estrutura inspirada no modelo das provas experimentais das Olimpíadas Internacionais de Física (IPhO), Olimpíadas Ibero-Americanas de Física (OIbF) e Olimpíadas Asiáticas de Física (APhO) e contemplam assuntos que fazem parte do *Syllabus* da IPhO, que é mais extenso do que a dos programas de Física do Ensino Secundário português.

A partir de 2013, foram adicionadas às atividades experimentais pequenos desafios, na forma de questões abertas para estimular a criatividade dos alunos. Estes desafios funcionavam como uma competição entre os alunos a que demos o nome de *QChallenge!*. Foram atribuídos prémios de valor simbólico às ideias mais criativas para a resolução dos problemas apresentados.

No ano letivo 2014/2015 o estudo foi alargado às Escolas Secundárias e foram preparadas as atividades experimentais n^os: 14, 15 e 16 (Estudo II). Estas atividades experimentais são as preconizadas no programa da disciplina de Física do 12^o Ano homologado em 2004, mas as atividades foram reformatadas para um “estilo olímpico”, havendo algumas diferenças nas abordagens às questões a serem investigadas, nalguns procedimentos

e nos materiais e equipamentos utilizados. A estrutura dos guiões destas atividades experimentais foi a mesma usada no Estudo I.

Em todas as atividades experimentais procurámos promover o uso de materiais e equipamentos simples, de fácil acesso e de baixo custo.

Agradecemos aos Professores Doutores João Gil e Fernando Nogueira a inestimável ajuda na produção destes materiais.

Capítulo 1

Estimativa da espessura de um traço de lápis

Duração estimada da atividade: 90 min.

Objetivo

Estimar a espessura de um traço de lápis, para mostrar que o traço consiste numa camada extremamente fina de grafite (da ordem de grandeza do nanómetro) [1].

Material

- 1 Folha de papel A4
- 1 Lápis de Grafite 2HB (ou minas de grafite equivalentes)
- 1 Multímetro
- 1 Régua de 20 cm
- 1 Folha de papel milimétrico

Descrição

A grafite é boa condutora da eletricidade. É possível medir, com a ajuda de um multímetro, a resistência de um traço de lápis de grafite. A grafite é um condutor óhmico, pelo que a resistência R do traço de lápis é dada pela expressão

$$R = \rho \frac{\ell}{S}, \quad (1.1)$$

onde ρ é a resistividade da grafite, ℓ o comprimento do traço e S a secção transversal do traço, como mostra a Fig. 1.1.

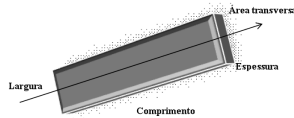


Figura 1.1: Geometria idealizada de um traço de lápis. Fonte: [1].

A secção do traço é o produto da largura L do traço e da sua espessura e , $S = eL$, pelo que podemos reescrever a Eq. acima na forma,

$$R = \frac{\rho}{eL} \ell. \quad (1.2)$$

Assim sendo, a medição da resistência de um traço de lápis em função do seu comprimento deverá seguir uma relação linear; a representação gráfica de R em função de ℓ deverá ser uma recta de declive $m = \rho/(eL)$. Conhecendo o valor da resistividade da grafite à temperatura ambiente ($\rho = 3,50 \times 10^{-5} \Omega \text{ m}$), e estimando o valor da largura do traço, podemos calcular uma estimativa para a espessura da camada de grafite que forma o traço.

A montagem experimental está descrita na Fig. 1.2.



Figura 1.2: Montagem experimental. Fonte: Imagem da autoria de Paula Leitão, fevereiro de 2012.

Execução

1. Na folha de papel traçar com o lápis um risco de 20 cm de comprimento, tendo o cuidado de executar o traço com pressão uniforme sobre o papel, procurando obter um traço homogêneo.
2. Com o multímetro, medir o valor da resistência R para pontos do traço equidistantes de $\ell = 1$ cm, 2 cm, 3 cm...até 20 cm. Para cada distância, efetuar pelo menos 5 medições.
3. Registrar numa tabela os valores da resistência R medida para cada distância ℓ . Numa segunda tabela, registrar o valor médio de R em função de ℓ .

Análise dos dados

1. Construir o gráfico de R em função de ℓ em papel milimétrico.
2. A partir da análise do gráfico obter o valor de $m = \rho/(eL)$ e, a partir deste valor, estimar a ordem de grandeza da espessura e do traço. Procurar estimar, também, a incerteza associada a este valor. Comentar o resultado obtido.

Indicações metodológicas para o professor

1. Deve evitar usar-se um lápis afiado, um traço muito fino é menos homogêneo e mais difícil de medir a sua largura.
2. O uso de uma mina de grafite de dimensão normalizada facilita a experiência, uma vez que a espessura do traço é dada pelo diâmetro da mina (não a afiar).
3. Os alunos deverão ser instruídos sobre o modo de funcionamento do multímetro, caso não estejam familiarizados com este instrumento. Aproveitar a oportunidade para explicar os diferentes modos de leitura (amperímetro, voltímetro, ohmímetro, etc.). Deverá o aluno procurar, no manual do aparelho, a precisão do instrumento de medida.
4. Insistir na recolha de um conjunto de valores para cada par (R, ℓ) . Há, tipicamente, uma dispersão visível dos valores de R . Instruir os alunos sobre a forma de transformar este conjunto de dados numa boa estimativa, descartando os valores muito díspares, e tomando como melhor resultado de um conjunto de medidas a sua média, após eliminar valores aberrantes resultantes de erros grosseiros de medição.
5. Insistir na importância da análise gráfica. Os alunos ficarão, talvez, surpreendidos pelo comportamento inicial do gráfico (R, ℓ) . Procurar uma explicação para o fenómeno. Obter o declive da reta, medindo-o diretamente do gráfico, na região linear.
6. Um procedimento (muito) incorreto, para a análise dos dados, será o cálculo individual da espessura para cada medida usando a expressão,

$$e = \frac{\rho}{RL} \ell \tag{1.3}$$

e efetuar a média dos valores de e assim obtidos. Mostrar que, ao proceder desta forma, estamos a assumir que o comportamento da resistência do traço é uma reta que passa pela origem. Os gráficos dos dados experimentais mostram que não é assim.

7. O valor obtido para e é da ordem de 10^{-9} m, o que mostra que a camada de grafite tem a espessura de uma ou poucas camadas de átomos de carbono. Aproveitar para mostrar aos alunos a estrutura da grafite, explicando a facilidade da grafite “largar” camadas monoatômicas, que se denominam de *grafeno*.
8. Sugerir aos alunos a seguinte experiência complementar: investigar o que ocorre quando se sobrepõem várias passagens (3 ou 4) do lápis pelo mesmo traço.

Capítulo 2

Caixa negra

Duração estimada da atividade: 90 min.

Objetivo

Medir a aceleração da gravidade usando um pêndulo físico que é uma “caixa negra mecânica” constituída por um cilindro com uma esfera no seu interior. A partir de medidas não destrutivas, determinar alguns parâmetros do sistema, nomeadamente a posição da esfera e a razão entre as massas do cilindro e da esfera [2].

Material

- 1 Cilindro perfurado com uma esfera no seu interior
- 1 Placa com um pequeno prego
- 1 Tampa para o prego
- 1 Régua de 30 cm
- 1 Cordel

- 1 Rolo de fita adesiva
- 1 Lápis
- 1 Cronómetro
- 2 Folhas de papel milimétrico

Descrição

Um pêndulo físico é um objecto extenso, de forma arbitrária, que pode rodar em torno de um eixo fixo. Uma pequena partícula (uma esfera) de massa m está colada no interior de um cilindro oco de massa M , a uma distância z do topo do cilindro. O cilindro tem vários furos perpendiculares ao seu eixo que serão utilizados para pendurar o cilindro e colocá-lo a oscilar num plano vertical (Fig. 2.1), atuando como pêndulo físico.

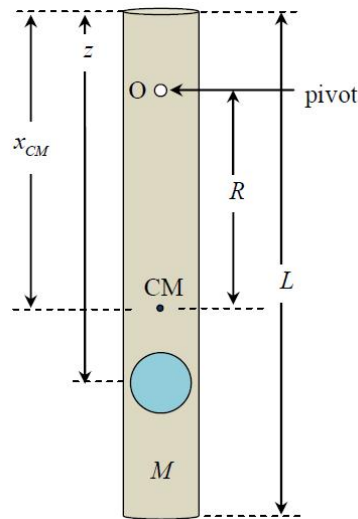


Figura 2.1: Esquema da experiência. x_{CM} é a distância do topo do cilindro ao centro de massa. R é a distância do pivot ao centro de massa. Fonte: [3].

Para este pêndulo físico,

$$\{(M + m)R^2 + I_{CM}\} \frac{d^2\theta}{dt^2} \sim -g(M + m)R\theta, \quad (2.1)$$

onde I_{CM} é o momento de inércia, relativamente a um eixo que passa pelo seu centro de massa, do sistema formado pelo cilindro e pela esfera e θ é o ângulo com a vertical. Para um cilindro oco e longo, de comprimento L e massa M , o momento de inércia em relação a um eixo perpendicular ao cilindro que passa pelo seu centro de massa pode ser aproximado por $I_{CM} = \frac{1}{3}M \left(\frac{L}{2}\right)^2$. O momento de inércia de um objeto com massa total \mathcal{M} em relação a um eixo genérico pode ser calculado aplicando o teorema dos eixos paralelos: $I = I_{CM} + \mathcal{M}x^2$, onde x é a distância do eixo de rotação a um eixo paralelo a este e que passa pelo seu centro de massa. A esfera pode ser tratada como uma massa pontual colocada sobre o eixo cilíndrico. Assumir que o cilindro é uniforme e que a massa das tampas dos seus topos é desprezável.

A montagem experimental está descrita na Fig. 2.2.

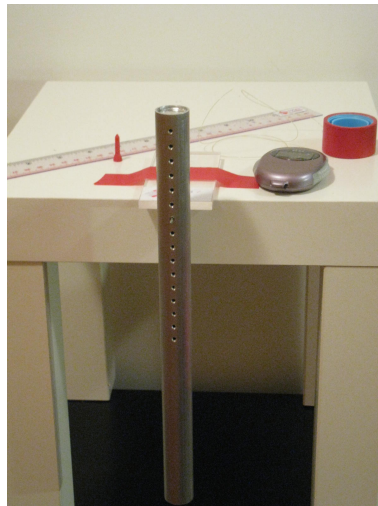


Figura 2.2: Montagem experimental.

Execução

1. Determinar a posição do centro de massa do cilindro perfurado com uma esfera no seu interior. Para o efeito, não deve desmontar o cilindro!
2. Fixar com uma fita adesiva a placa com o pequeno prego na mesa de trabalho.

3. Pôr a oscilar o cilindro em torno do prego que atravessa um dos furos do cilindro, ou seja de um *pivot*, e medir o período das oscilações (deverá ter o cuidado de usar oscilações de pequena amplitude). Para cada *pivot* realizar, pelo menos, três medições do período.
4. Registrar numa tabela os valores que obteve.

Análise dos dados

1. Mostrar, a partir da Eq. 2.1, que o período das oscilações de pequena amplitude do cilindro com a esfera no seu interior é dada pela expressão

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_{CM} + (M + m)R^2}{g(M + m)R}}. \quad (2.2)$$

2. Construir o gráfico de T em função de R em papel milimétrico.
3. A partir da análise dos dados obter os seguintes valores: I_{CM} , g , z e a razão M/m . Procurar estimar, também, a incerteza associada a cada valor. Comentar os resultados obtidos.

Indicações metodológicas para o professor

1. O prego é afiado. Quando não estiver a ser utilizado, deve ser protegido com a tampa.
2. O período deverá ser determinado medindo o tempo de, pelo menos, 20 ciclos.
3. Para calcular o valor da aceleração da gravidade g , a posição da esfera z e a razão entre as massas do cilindro e da esfera é preciso saber a posição do centro de massa do cilindro com a esfera no seu interior, que depende de z , m , M e do momento de inércia [3]. Os alunos deverão encontrar a posição do centro de massa encontrando o ponto de equilíbrio do cilindro. O I_{CM} pode ser calculado a partir do período de oscilação do cilindro com a esfera no seu interior. A Eq. do x_{CM} é dada por

$$x_{\text{CM}} = \frac{mz + M\frac{L}{2}}{m + M}. \quad (2.3)$$

4. Para pequenas amplitudes de oscilação sobre qualquer pivot O e período T podemos considerar a Eq. 2.1 e a Eq. 2.2. O I_{CM} é

$$I_{\text{CM}} = \frac{1}{3}M\left(\frac{L}{2}\right)^2 + M\left(x_{\text{CM}} - \frac{L}{2}\right)^2 + m(z - x_{\text{CM}})^2 \quad (2.4)$$

$$= \frac{1}{3}ML^2 + Mx_{\text{CM}}^2 - MLx_{\text{CM}} + m(z - x_{\text{CM}})^2. \quad (2.5)$$

Note-se que

$$T^2 \frac{g(M + m)}{4\pi^2} = \frac{I_{\text{CM}}}{R} + (M + m)R. \quad (2.6)$$

5. Os alunos deverão organizar uma tabela com os valores $x_{\text{CM}} - R$, o tempo medido para 20 ciclos, T , R , R^2 e T^2R .
6. É possível realizar os cálculos usando dois métodos. O primeiro método é realizado com base no gráfico de T^2R em função de R^2 e o segundo método é realizado com base no gráfico de T em função de R . Os gráficos esperados são os seguintes:

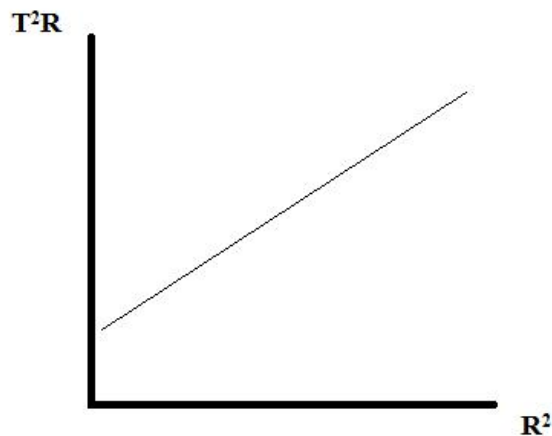


Figura 2.3: Gráfico do primeiro método. Fonte: [3].

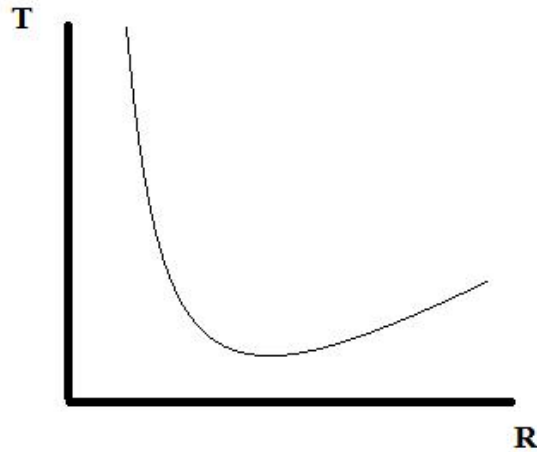


Figura 2.4: Gráfico do segundo método. Fonte: [3].

7. Com base no gráfico linear do primeiro método e escrevendo a Eq. 2.6 do período T na forma

$$T^2 R = \left(\frac{4\pi^2}{g} \right) R^2 + \frac{4\pi^2 I_{CM}}{(M+m)g}. \quad (2.7)$$

O declive da reta é,

$$\alpha = \frac{4\pi^2}{g}, \quad (2.8)$$

e a ordenada na origem é,

$$\beta = \frac{4\pi^2 I_{CM}}{(M+m)g}. \quad (2.9)$$

Assim,

$$I_{CM} = (M+m) \frac{\beta}{\alpha}, \quad (2.10)$$

e valor de g vem

$$g = \frac{4\pi^2}{\alpha}. \quad (2.11)$$

Retomando a Eq. 2.5 e fazendo as respectivas substituições do x_{CM} e do I_{CM} obtemos os valores de z e $\frac{M}{m}$.

8. Consideremos agora o segundo método. A Eq. 2.6 implica que T tem um valor mínimo em R dado por

$$R = R_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\text{CM}}}{M + m}}. \quad (2.12)$$

O valor de R_{\min} pode ser obtido do gráfico de T em função de R , o que permite obter

$$I_{\text{CM}} = (M + m)R_{\min}^2. \quad (2.13)$$

A Eq. 2.13 juntamente com a Eq. 2.3 permite-nos calcular os valores de z e $\frac{M}{m}$.

Substituindo o valor $R = R_{\min}$ e usando a Eq. 2.13, obtemos

$$T_{\min}^2 \frac{g(M + m)}{4\pi^2} = (M + m)R_{\min} + (M + m)R_{\min}. \quad (2.14)$$

É então possível calcular g da seguinte forma:

$$g = \frac{2R_{\min}}{T_{\min}^2} \times 4\pi^2 = \frac{8\pi^2 R_{\min}}{T_{\min}^2}, \quad (2.15)$$

onde T_{\min} é obtido também do gráfico. Recorrendo às expressões obtidas no primeiro método é possível calcular os valores de z e $\frac{M}{m}$.

Capítulo 3

Baloço

Duração estimada da atividade: 90 min.

Objetivo

Medir a aceleração da gravidade usando um baloço [4].

Material

- 1 Tábua de madeira (cerca de 50 a 80 cm)
- Latas com diferentes diâmetros (7 a 10 latas)
- 1 Régua
- 1 Bloco de plasticina
- 1 Craveira
- 1 Cronómetro
- 1 Folha de papel milimétrico

Descrição

Um tábua de comprimento l e espessura $2d$ ($l \gg d$) está assente, em equilíbrio, sobre um corpo cilíndrico de raio $r > d$ (Fig. 3.1). Desequilibrando ligeiramente a tábua, e havendo

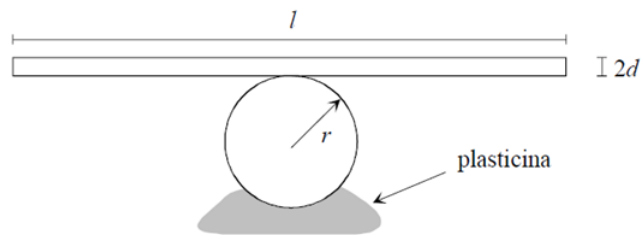


Figura 3.1: Esquema da experiência. Fonte: [4].

atrito entre as superfícies em contato, a tábua efetua um movimento oscilatório cujo período T é dado por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l^2}{12g(r-d)}}. \quad (3.1)$$

Esta expressão é válida para pequenas oscilações desde que não ocorra escorregamento da tábua.

Execução

1. Medir a espessura $2d$ e o comprimento l da tábua e o raio r da lata.
2. Fixar a lata com plasticina em cima da mesa de trabalho.
3. Pôr a tábua a oscilar e medir o período das oscilações (**deverá ter o cuidado de usar oscilações de pequena amplitude**). Para cada lata realizar, pelo menos,

10 medições do período (Fig. 3.2).



Figura 3.2: Montagem experimental.

4. Registrar os valores numa tabela.

Análise dos dados

1. Mostrar que o período de oscilação de pequena amplitude da tábua é dado pela Eq. 3.1.
2. Construir o gráfico de T^2 em função de $1/(r - d)$ em papel milimétrico.
3. A partir da análise dos dados obter o valor da aceleração da gravidade, g . Estimar a incerteza no valor obtido e comentar o resultado.

Indicações metodológicas para o professor

1. Não utilizar uma tábua empenada.
2. Para calcular o período deverá medir, pelo menos, 15 ciclos de oscilação, para diminuir a incerteza experimental e o efeito do tempo de reação na manipulação do cronómetro.

3. O valor da aceleração da gravidade, g , é obtido através do declive da reta no gráfico T^2 em função de $1/(r - d)$. A recta deverá passar, aproximadamente, na origem. Caso isso não aconteça, investigar a natureza da discrepância.
4. Nas Tabelas 3.1 e 3.2, são apresentados valores típicos de uma experiência em que foi usada uma tábua com as seguintes características: comprimento da tábua: $l = 708$ mm; espessura da tábua: $2d = 6,90$ mm.

A representação gráfica de T^2 em função de $1/(r - d)$, representada na Fig. 3.3, mostra uma reta que passa, aproximadamente pela origem.

5. O declive da reta que melhor se ajusta aos dados experimentais, obtido por ajuste por mínimos desvios quadrados, é $m = 183 \pm 20$.

Através da Eq. 3.1 obtemos o valor da aceleração da gravidade g , a partir do valor de m :

$$g = \frac{4\pi^2 \ell^2}{12m} = 9,0 \pm 1.0 \text{ m/s}^2. \quad (3.2)$$

6. O cálculo do erro de $\langle T \rangle^2$ é obtido através das equações do desvio padrão médio e da propagação do erro. Tipicamente, numa medida cuidadosa, é de esperar uma incerteza de cerca de 5 centésimas de segundo na medição do período de oscilação.
7. Os seguintes aspetos condicionam a precisão final do resultado:
 - rugosidade da lata de metal (algumas latas apresentam ondulações na superfície);
 - deslize da tábua durante as oscilações (retirar o papel que envolve as latas ajuda a minimizar este problema);
 - oscilações de grande amplitude conduzem a maus resultados, mas oscilações de muito pequena amplitude amortecem demasiado rápido; há que procurar ajustar a amplitude das oscilações para que a medição do período seja menos afetada por estes problemas.

Diâmetro das latas $D_N = 2r$ (mm)	Raio das latas r_N (mm)	$r - d$
$D_1 = 63,55$	$r_1 = 31,77$	28,32
$D_2 = 64,50$	$r_2 = 32,25$	28,80
$D_3 = 73,50$	$r_3 = 36,75$	33,30
$D_4 = 75,15$	$r_4 = 37,57$	34,12
$D_5 = 80,20$	$r_5 = 40,01$	36,56
$D_6 = 84,00$	$r_6 = 42,00$	38,55
$D_7 = 99,20$	$r_7 = 49,60$	46,15
$D_8 = 107,50$	$r_8 = 53,75$	50,30
$D_9 = 169,10$	$r_9 = 84,55$	81,10
$D_{10} = 200,00$	$r_{10} = 100,00$	96,55

Tabela 3.1: Dados das latas.

N (15 ciclos)	T_1 (s)	T_2 (s)	T_3 (s)	T_4 (s)	T_5 (s)	T_6 (s)	T_7 (s)	T_8 (s)	T_9 (s)	T_{10} (s)
1	39,31	37,03	36,72	35,62	35,28	30,35	26,31	30,40	24,65	21,44
2	37,47	37,15	36,66	34,09	35,28	30,06	27,00	30,15	24,41	21,87
3	39,00	38,59	37,25	35,1	35,34	30,41	26,81	30,41	24,38	21,72
4	38,59	37,97	37,19	36,4	35,25	29,41	26,69	30,40	24,66	21,62
5	39,72	37,18	36,19	34,72	35,06	30,38	25,91	30,38	24,41	21,32
6	39,46	38,00	36,96	36,03	35,28	30,75	26,37	30,03	24,44	21,34
7	39,43	38,94	37,03	35,63	35,63	30,68	26,75	30,32	24,75	21,50
8	39,44	38,28	35,50	36,07	35,26	30,31	27,00	30,10	24,78	21,75
9	39,79	37,20	36,25	35,84	35,56	30,25	26,37	30,48	24,81	21,59
10	39,16	37,80	36,47	35,66	35,78	30,41	26,56	30,15	24,59	21,53
Médias	39,36	37,81	36,62	35,51	35,37	30,30	26,57	30,28	24,58	21,56
$\langle T \rangle^2$	6,81	6,35	5,96	5,60	5,56	4,08	3,13	4,07	2,68	2,06

Tabela 3.2: Dados dos períodos.

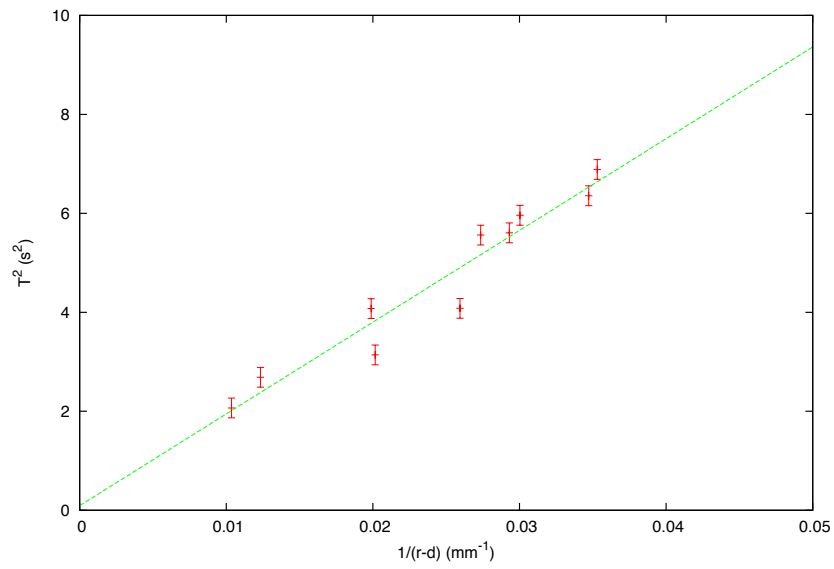


Figura 3.3: Análise dos resultados experimentais.

Capítulo 4

Disco de Maxwell

Duração estimada da atividade: 90 min.

Objetivo

Determinar a aceleração da gravidade g , medindo o tempo de “queda” de um iô-iô (disco de Maxwell) [5, 6].

Material

- Fio fino resistente (cerca de 2 metros)
- 1 Suporte universal com garra
- 1 Tubo fino metálico (com cerca de 20 cm de comprimento e 1 cm de diâmetro)
- 1 Fita métrica
- 1 Tesoura
- 1 Disco de Maxwell

- 1 Cronómetro

Descrição

Pretende-se estudar o movimento de um disco homogéneo de massa M e raio R , suspenso de dois fios de igual comprimento, os quais estão enrolados num tubo fino, eixo do disco, de raio r , que passa pelo centro do disco. A massa dos fios e a massa do eixo podem ser desprezadas para a análise do problema. Este sistema foi divulgado como brinquedo científico pelo físico britânico J.C. Maxwell sendo por esta razão conhecido por “disco de Maxwell”, vulgarmente conhecido pelo nome de “iô-iô”.



Figura 4.1: Montagem Experimental.

Execução

1. Suspender o disco no suporte universal tal como mostra a Fig. 4.1, tendo o cuidado de colocar os dois fios paralelos, tal como mostra a Fig. 4.2.

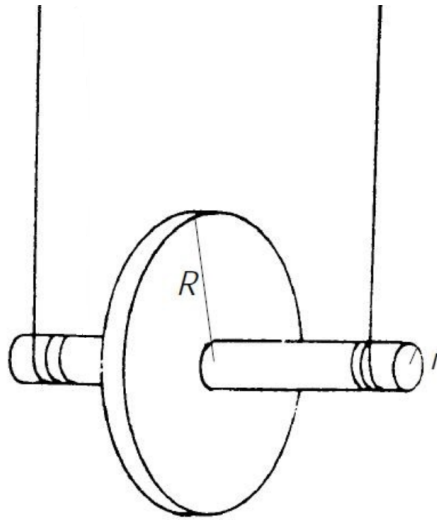


Figura 4.2: Disco de Maxwell. Fonte: [5].

2. Enrolar 0,5 m de fio e deixar cair o disco desta altura, $h = 0,5$ m, medindo o seu tempo de queda, t , com o cronómetro.
3. Repetir esta medida três vezes e anotar os valores de t .
4. Repetir as medidas para as alturas dadas pelo comprimento do fio enrolado, 0,75 m; 1,00 m; 1,25 m; 1,50 m.

Análise dos dados

1. Utilizando os dados experimentais, mostrar que o centro de massa do disco tem um movimento uniformemente acelerado e determinar o valor da aceleração, a .
2. Resolvendo as equações do movimento, mostrar que, durante a queda, a aceleração do centro de massa do disco e a tensão em cada um dos fios são dadas por

$$a = g \frac{2(r/R)^2}{1 + 2(r/R)^2}, \quad (4.1)$$

$$T = \frac{1}{2} \frac{Mg}{1 + 2(r/R)^2}, \quad (4.2)$$

onde M é a massa do disco, g a aceleração da gravidade e r e R estão definidos na Fig. 4.2.

3. A partir do valor experimental de a , determinar a aceleração g e estimar a incerteza que afeta o seu valor.

Indicações metodológicas para o professor

1. Fixar bem o suporte universal para evitar oscilações do sistema durante a queda do disco.
2. Poderão surgir dificuldades no nivelamento do disco. Para melhorar a precisão da experiência, enrolar os dois fios com o mesmo número de voltas.
3. O professor poderá sugerir dois novos problemas para os alunos resolverem, explorando os dados desta atividade experimental:
 - Calcular o valor da velocidade angular de rotação ω do disco no ponto mais baixo da trajetória, antes da inversão do sentido do movimento, quando ele é largado de uma dada altura h , partindo do repouso.
 - Supor que o valor da tensão de ruptura do fio é de 10 N. Calcular o valor da altura máxima de que pode ser largado o disco sem que o fio parta quando o disco inverte o sentido do movimento. Nota: Durante o curto intervalo de tempo em que se dá a inversão do movimento o fio fica sujeito a uma tensão maior do que a que actua durante a queda (ou ascensão) do disco.

A velocidade angular de rotação ω pode ser obtida a partir da conservação da energia mecânica,

$$Mgh = \frac{1}{2}I_A\omega^2, \quad (4.3)$$

obtendo-se

$$\omega = \sqrt{\frac{2Mgh}{I_A}}, \quad (4.4)$$

onde $I_A = \frac{1}{2}MR^2 + Mr^2$ é o momento de inércia do disco de Maxwell em torno do ponto A (Fig. 4.3).

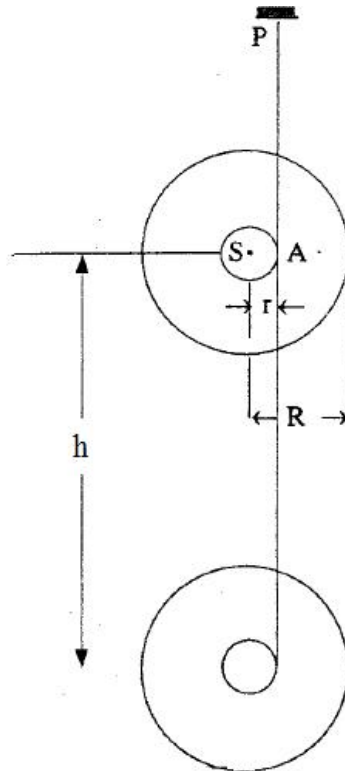


Figura 4.3: Disco de Maxwell. Fonte: [5].

Em alternativa, a mesma lei de conservação pode ser escrita na forma

$$Mgh = \frac{1}{2}I_S\omega^2 + \frac{1}{2}Mv^2, \quad (4.5)$$

estando os dois momentos de inércia em torno dos pontos A e S relacionados pelo teorema dos eixos paralelos:

$$I_A = I_S + Mr^2. \quad (4.6)$$

Capítulo 5

Oscilações de um tubo

Duração estimada da atividade: 180 min.

Objetivo

Determinar a espessura de um tubo de alumínio cheio de água, sem abrir o tubo, recorrendo às oscilações de um pêndulo bifilar [7].

Material

- 1 tubo de alumínio cheio de água
- fio de nylon
- 1 tubo de cola
- 1 tesoura
- 1 haste metálica
- 2 grampos de fixação

- 1 régua
- 1 cronómetro

Descrição

O tubo de alumínio tem a forma de um cilindro oco tapado com duas tampas do mesmo material (ver Fig. 5.1). O comprimento do cilindro é L e o seu raio externo é R . O comprimento do tubo incluindo a espessura das duas tampas (0,60 cm cada uma) é h . A incerteza na espessura das tampas pode ser desprezada.

Neste projeto sugerimos que use como unidades de massa e comprimento o grama (g) e o centímetro (cm), respetivamente.

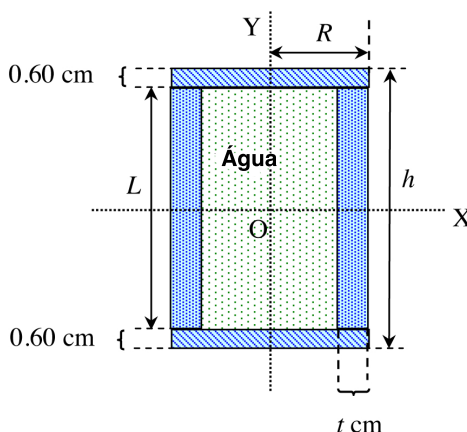


Figura 5.1: Dimensões do tubo. Fonte: [7].

A Fig. 5.2 mostra um pêndulo bifilar de massa M . Os dois fios têm igual comprimento, ℓ . O período T de oscilações de pequena amplitude deste pêndulo é

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g} \frac{I}{Ma^2}}, \quad (5.1)$$

onde I é o momento de inércia em torno do eixo vertical que passa pelo centro de massa do corpo de massa M e $g = 981\text{ cm s}^{-2}$ é a aceleração da gravidade em Coimbra e a é

a distância entre o eixo que passa pelo centro de massa e um dos fios, e $2a$ é a distância entre os fios.

Depois de executar a experiência e antes de analisar os dados, deverá responder a um conjunto de questões que se destinam a obter algumas expressões que irão ser necessárias para a análise dos dados.

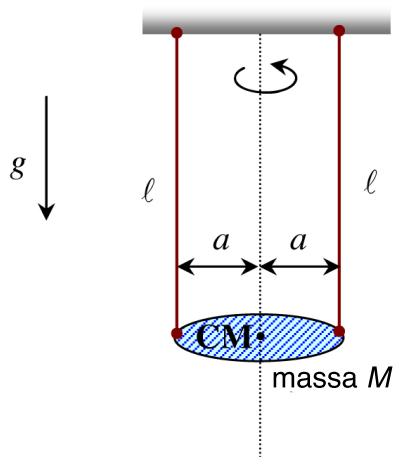


Figura 5.2: Pêndulo bifilar. Fonte: [7].

Execução

- a) **Oscilações em torno do eixo de simetria do tubo.** Para um dado valor de ℓ (convém utilizar um fio o mais comprido possível), meça o período de pequenas oscilações do tubo com água em torno do eixo de simetria do tubo (Fig. 5.3).

Para segurar o fio no tubo, usar um pouco de cola. Deixar secar a cola 5 min antes de pendurar o tubo no suporte. Reduza o comprimento do fio (corte-o com a tesoura) e repita as medidas, por forma a ter um conjunto de medidas (T, ℓ) .

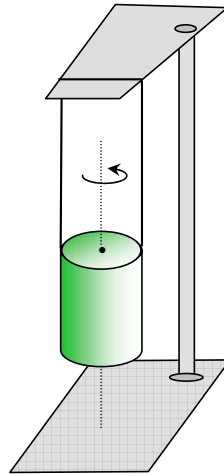


Figura 5.3: Montagem experimental para oscilações em torno do eixo de simetria do tubo.

Fonte: [7].

- b) **Oscilações em torno de um eixo perpendicular ao eixo de simetria do tubo.** Use um procedimento experimental semelhante ao anterior mas agora para oscilações em torno do novo eixo de rotação (Fig. 5.4).

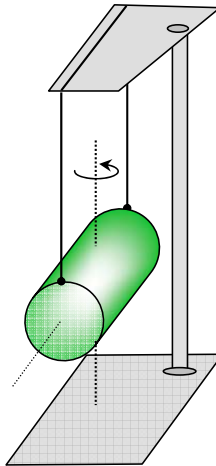


Figura 5.4: Montagem experimental para oscilações em torno de um eixo perpendicular ao eixo de simetria do tubo. Fonte: [7].

Deverá descolar o fio e voltar a colar para obter a nova configuração experimental.

Questões prévias à análise dos dados

Obtenha expressões algébricas em função de R , L , t , e da massa volúmica ρ do alumínio para as seguintes quantidades:

1. massa m_1 do tubo cilíndrico
2. massa m_2 de cada uma das tampas
3. massa m_3 da água no interior do tubo
4. momento de inércia I_y do cilindro cheio de água, em torno do eixo de simetria y do cilindro, supondo que a água é um fluido ideal, sem viscosidade, e que, por esta razão, não participa da rotação do cilindro. A Fig. 5.5 contém informação útil para este cálculo.

Meça os valores de R , h e L . Substitua esses valores e derive expressões em termos de t para as quantidades acima indicadas. A massa específica do alumínio é $\rho = 2,70 \text{ g cm}^{-3}$ e a da água é $1,00 \text{ g cm}^{-3}$.

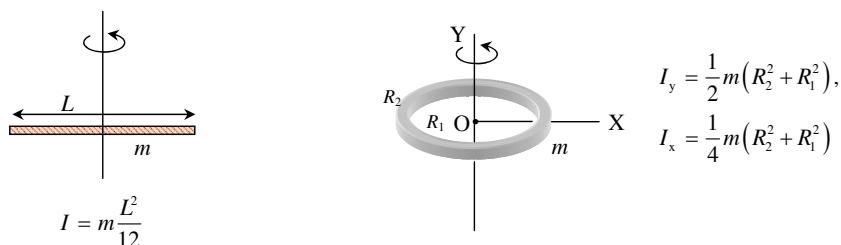


Figura 5.5: Momentos de inércia de uma barra fina de comprimento L e de um aro de raio interno R_1 e raio externo R_2 para os eixos de rotação assinalados. Fonte: [7].

Análise dos dados

1. A partir da análise dos dados obtidos em 5-a) determine o valor de I_y/M . Usando este valor, encontre a espessura t do tubo de alumínio e calcule m_1 , m_2 , m_3 e M .

2. Determine o momento de inércia I_x a partir dos dados obtidos em 5-b), usando o valor de M calculado na alínea anterior. Compare o valor obtido com o valor teórico, I_x^t assumindo que a água, nesta situação, participa na sua totalidade do movimento de rotação do cilindro:

$$I_x^t = m_1 \left[\frac{L^2}{12} + \frac{R^2 + (R-t)^2}{4} \right] + m_3 \left[\frac{L^2}{12} + \frac{(R-t)^2}{4} \right] + 2m_2 \left[\frac{(0.6 \text{ cm})^2}{12} + \frac{R^2}{4} + \left(\frac{L}{2} + \frac{0.6 \text{ cm}}{2} \right)^2 \right]. \quad (5.2)$$

Indicações metodológicas para o professor

- 1) A massa m_1 do tubo cilíndrico é dada pela seguinte expressão

$$m_1 = \rho\pi [R^2 - (R-t)^2]L = \rho\pi (2Rt - t^2)L. \quad (5.3)$$

- 2) A massa m_2 de cada uma das tampas é dada pela seguinte expressão

$$m_2 = \rho\pi (0,6)R^2. \quad (5.4)$$

- 3) A massa m_3 da água no interior do tubo é dada pela seguinte expressão

$$m_3 = \pi (R-t)^2L. \quad (5.5)$$

- 4) A massa M do pêndulo bifilar é dada pela seguinte expressão

$$M = m_1 + 2m_2 + m_3. \quad (5.6)$$

- 5) Considerando a água como um **fluido ideal**, não vai contribuir para o movimento oscilatório do tubo cheio de água. Portanto, não se inclui na expressão do momento de inércia I_y

$$I_y = \frac{1}{2}m_1 [R^2 - (R-t)^2] + 2 \left[\frac{1}{2}m_2R^2 \right]. \quad (5.7)$$

- 6) No cálculo dos valores de m_1, m_3 e M obtém-se uma expressão quadrática em t . O valor de m_2 é independente de t e o do momento de inércia I_y é uma expressão polinomial em t^4 .
- 7) O valor de $\frac{I_y}{M}$, é obtido através do declive da reta no gráfico T^2 em função de l . A reta deverá passar na origem.
- 8) O declive da reta, b , é dado pela seguinte expressão

$$\frac{I_y}{M} \cdot \frac{4\pi^2}{ga^2} = b, \quad (5.8)$$

de onde podemos obter a equação,

$$I_y - \frac{bga^2}{4\pi^2}M = 0. \quad (5.9)$$

- 9) O valor da espessura do tubo de alumínio, t , vai ser obtido através da Eq. 5.9 que poderá ser resolvida por aproximações sucessivas (usar o método da bisseção) ou pelo método gráfico.
- 10) Depois de ser conhecido o valor de t é só substituí-lo nas expressões de m_1, m_3 e M .
- 11) Comparando o valor teórico I_x^t com o valor experimental I_x^e poderá existir uma pequena diferença, provavelmente devido à baixa viscosidade da água. A massa da água na secção do meio do tubo não participará, assim, no movimento oscilatório do tubo. É possível estimar a variação ΔI_x considerando uma porção estacionária cilíndrica de água no centro do tubo, de comprimento L_{H_2O} e usar a equação

$$\Delta I_x = L_{H_2O}\pi(R-t)^2 \left(\frac{L_{H_2O}^2}{12} + \frac{(R-t)^2}{4} \right), \quad (5.10)$$

para estimar o valor de L_{H_2O} que poderá ser usado para calcular a percentagem da massa da água que não participa no movimento de rotação (obtém-se valores típicos da ordem de 25%).

Capítulo 6

Porquinhos Oscilantes

Duração estimada da atividade: 90 min.

Objetivo

Estudo de uma mola elástica [8, 9, 10].

Material

- uma mola com cerca de 90 espiras (a massa da mola está indicada na etiqueta)
- um suporte
- uma régua
- um cronómetro
- um conjunto de grampos pequenos cuja massa total é 11,6 g
- um grampo grande
- papel milimétrico

Descrição

O Lobo Mau, sendo um físico de grande qualidade, resolveu comprovar a sua teoria sobre a influência da massa de uma corda elástica no seu período de oscilação quando nela está suspensa um corpo (o Lobo Mau pensa, evidentemente, num porquinho...) (Fig. 6.1). Para o fazer, o Lobo Mau recorreu a uma mola cujo período de oscilação foi medido utilizando diferentes números de espiras para cada medida.



Figura 6.1: Montagem experimental. Fonte: [9].

A constante elástica de uma mola, k , depende do número de espiras da mola, n . Um modelo simples para esta dependência é:

$$k = k_1 n^p \quad (6.1)$$

onde p é uma constante e k_1 é a constante elástica de uma espira da mola. Quando se suspende na mola uma massa M e se coloca a massa a oscilar verticalmente, o período de oscilação é dado por,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M + \alpha m}{k}} \quad (6.2)$$

onde m é a massa da mola e α é uma constante positiva e menor que 1.

O objectivo deste trabalho é determinar as constantes k_1 , p e α e a massa M de um grampo grande.

Execução

1. Selecione um certo número n de espiras da mola (conte-as a partir de um dos extremos, ignorando as que se encontram perpendiculares ao “eixo” da mola).
2. Monte a mola no suporte como é indicado na Fig. 6.1, com as espiras que contou colocadas abaixo do encaixe no suporte.
3. Suspenda o grampo grande e deixe a mola esticar e atingir o repouso e registre a posição de repouso (ℓ_0).
4. Determine o período de oscilação do sistema mola+grampo (T).
5. Adicione os grampos pequenos ao grampo grande e registre a nova posição de repouso (ℓ).
6. Construa uma tabela em que indique n , ℓ_0 , ℓ e T e repita todo o procedimento para vários valores de n (certifique-se que a mola fica sempre bem esticada, sem que as espiras toquem umas nas outras ou no suporte).

Análise dos dados

1. Complete a tabela com os resultados experimentais adicionando uma coluna para indicar $\Delta\ell = \ell - \ell_0$ e outra para indicar a massa da “mola com n espiras”.
2. Usando os dados que obteve, determine a constante elástica da mola para cada n .
3. Obtenha o valor de k_1 e de p . Determine as incertezas nos valores que obteve.
4. Determine α e M e indique as incertezas nos valores obtidos.

Nota: considere $g = 9,81 \pm 0,01 \text{ m/s}^2$.

Indicações metodológicas para o professor

1. Os alunos devem ter cuidado para não imprimir uma grande amplitude nas oscilações, para evitar sair do regime elástico e não deformar as molas.
2. As espiras tendem a bater umas nas outras, durante a oscilação, quando se fazem medidas com um número de espiras reduzido ($n < 30$). É natural que os alunos realizem medidas com $n < 30$, mas deverão ter capacidade crítica para rejeitar estas medições, caso as realizem.
3. O período de oscilação deve ser determinado medindo o tempo de, pelo menos, 20 ciclos de oscilação. Discutir com os alunos a razão deste procedimento.
4. Deverão ser obtidos dados para, pelo menos, 5 valores de n de espiras da mola (de 30 a 90, de 10 em 10 espiras, por exemplo). Quanto maior for o número de medidas realizadas, maior precisão terão os resultados da análise dos dados da experiência.
5. A massa de uma espira é calculada dividindo a massa total da mola pelo número de espiras.
6. A determinação das constantes k_1 , p , α e M deverá ser feita a partir dos gráficos relevantes para as relações linearizadas entre as grandezas medidas:

$$\log k = \log k_1 + p \log n \quad (6.3)$$

$$Y = M + \alpha m, \quad Y = \frac{\kappa}{4\pi^2} T^2. \quad (6.4)$$

7. As equações que melhor se ajustam aos dados experimentais poderão ser obtidas por regressão linear ou traçando à mão, em papel milimétrico, as “melhores retas” por ajuste visual. Em qualquer dos casos, os alunos deverão ser capazes de estimar uma incerteza para os declives e ordenadas na origem das retas de ajuste, e transferir essas incertezas para os resultados das grandezas finais que se pretende determinar.

8. Os resultados, com a respetiva análise, encontram-se nas Figuras 6.2 e 6.3.

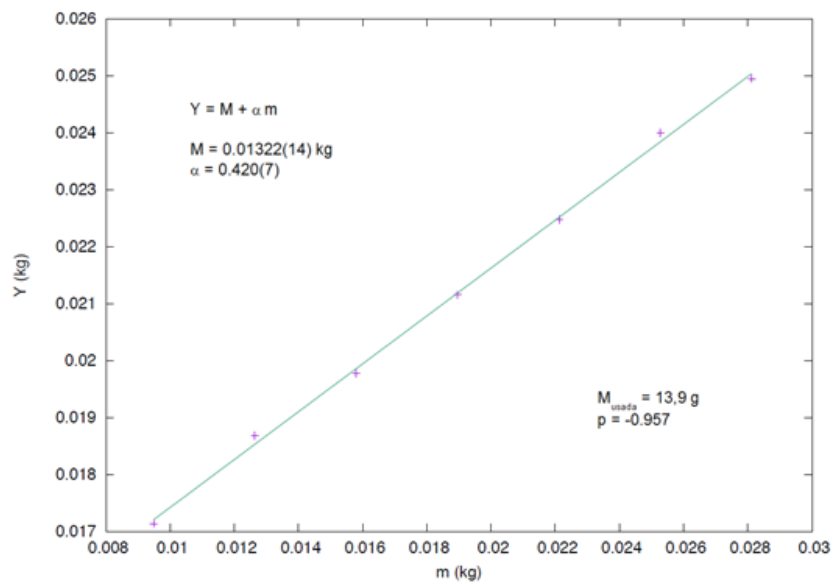


Figura 6.2: Determinação das constantes α e M .

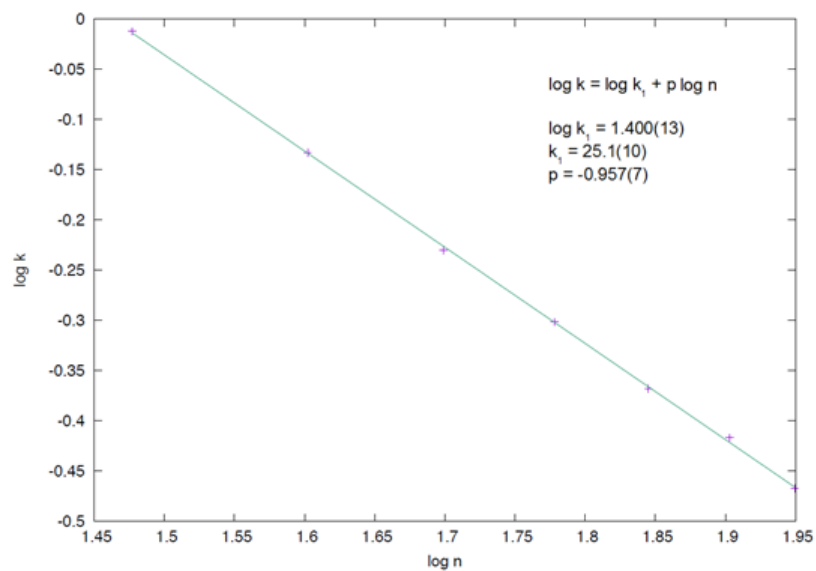


Figura 6.3: Determinação das constantes k_1 e p .

Capítulo 7

Lupa

Duração estimada da atividade: 90 min.

Objetivo

Estudo das características óticas de uma lupa [11].

Material

- 1 Lupa
- 1 Alvo branco
- 1 Fita métrica
- 1 Fonte de luz forte
- 1 Objeto
- 1 Folha de papel milimétrico
- Plasticina

Descrição

Uma lupa é uma lente convergente de uso comum. Uma lente convergente é mais espessa no centro que nos bordos e faz convergir um feixe de raios paralelos que sobre ela incide. O foco principal de uma lente limitada por superfícies esféricas é o ponto F em que os raios que incidem paralelos ao eixo ótico e muito perto dele, vão convergir. Este foco numa lente convergente é real. A distância focal de uma lente é a distância do foco principal à lente. A Equação que relaciona a posição de um objeto e da respetiva imagem, para lentes convergentes ou divergentes, é a seguinte:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s_0} + \frac{1}{s_i}, \quad (7.1)$$

em que s_0 é a distância do objeto à lente, s_i é a distância da imagem à lente e f é a distância focal da lente.

Execução

1. Montar um sistema ótico semelhante ao da Fig. 7.1. O objeto a utilizar na experiência poderá ser qualquer um, desde que a sua imagem no alvo seja perceptível.

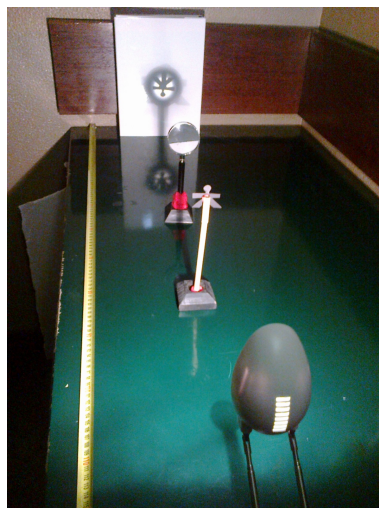


Figura 7.1: Montagem do sistema ótico.

2. Medir a altura do objeto, h_0 .
3. Colocar a lupa entre o objeto e o alvo e encontrar a respectiva imagem focada.
4. A seguir medir a distância entre o objeto e a lupa, s_0 , e a distância entre a lupa e o alvo, s_i (Fig. 7.2).

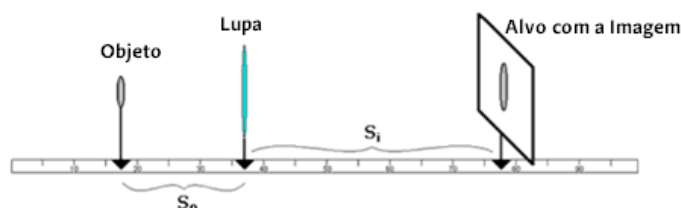


Figura 7.2: Esquema da experiência. Fonte: [11].

5. Para vários valores de s_0 registrar o correspondente valor s_i da imagem focada no alvo e a altura da imagem, h_i , registrando os valores numa tabela.
6. Desenhar os diagramas de raios para as seguintes situações: I) o objeto encontra-se atrás do foco principal e II) o objeto encontra-se entre o foco principal e a lupa.
7. Cobrir metade da lente com um cartão e observar o que acontece à imagem.

Análise dos dados

1. Construir o gráfico de $1/s_i$ em função de $1/s_0$ em papel milimétrico e, a partir deste gráfico, obter o valor da distância focal f da lupa e a respectiva incerteza.
2. Caracterizar as imagens obtidas nas situações I) e II).
3. Relacionar a ampliação de um objeto pela lupa, $M = \frac{h_i}{h_0}$ com a razão $\frac{s_i}{s_0}$. Calcular a ampliação instrumental da lupa, definida como a ampliação *angular* para uma distância de 25 cm entre a lupa e o olho humano quando o objeto a observar se encontra no foco da lupa.

4. Medir com ajuda de uma fita métrica, o valor da distância focal f da lupa, colocando o alvo branco numa parede e focando uma imagem de um objeto longínquo. Comparar este valor com o valor da distância focal f obtido no ponto 1.

Indicações metodológicas para o professor

1. Para focar bem as imagens h_i , o sistema ótico deverá ser montado num espaço quase escuro e sem a interferência de outras fontes de luz.
2. A lâmpada a ser utilizada nesta experiência deverá ser intensa, por exemplo, nesta experiência foi utilizada uma lâmpada de halogéneo de potência 25 W.
3. O valor da distância focal, f , é obtido através do declive da reta no gráfico $1/s_i$ em função de $1/s_0$. O declive da reta será, aproximadamente, $m = -1$. Caso isso não aconteça, investigar a natureza da discrepância.
4. Na Tabela 7.1, são apresentados valores típicos de uma experiência, obtidos no sistema ótico com as características apresentadas na Fig. 7.1. O objeto utilizado é um boneco feito de cartolina que depois foi colado numa caneta com plasticina. A lupa e o objeto têm como suporte um pedaço de plasticina que permite uma boa mobilidade ao longo das medições.

A representação gráfica de $1/s_i$ em função de $1/s_0$ representada na Fig. 7.5 mostra uma reta com um declive $m \sim -1$.

5. A reta $y(x) = m \times x + b$ que melhor se ajusta aos dados experimentais, obtido por ajuste por mínimos desvios quadrados, é $m = -1,04(2)$ e $b = 0,0565(5)$. Através da Eq. 7.1 obtemos a distância focal f , a partir do valor de b ,

$$\frac{1}{f} = 0,0565(5) \iff f = 17,7(2) \text{ cm.} \quad (7.2)$$

A incerteza no valor de f foi obtido a partir da expressão

$$\Delta f = \frac{\Delta b}{b^2}. \quad (7.3)$$

6. Após o desenho dos diagramas de raios, temos:

I) Quando o objeto se encontra atrás do foco principal a uma distância da lente menor do que $2f$, a imagem é real, invertida, maior que o objeto e está a uma maior distância da lente que o objeto.

II) Quando o objeto se encontra entre o foco principal e a lupa, a imagem é virtual, direita e maior que o objeto.

7. A ampliação de uma imagem é dada pela seguinte equação,

$$M = \frac{\text{altura da imagem}}{\text{altura do objeto}} = \frac{\text{distância da imagem à lente}}{\text{distância do objeto à lente}} = \frac{s_i}{s_o} \quad (7.4)$$

como os triângulos retângulos da Fig. 7.3 são semelhantes:

$$\frac{h_o}{s_o} = \frac{h_i}{s_i}, \quad (7.5)$$

ou, reorganizando a Eq. 7.5,

$$\frac{h_i}{h_o} = \frac{s_i}{s_o}. \quad (7.6)$$

Portanto, há duas formas alternativas para determinar a ampliação da imagem,

$$M = \frac{s_i}{s_o} \quad \text{ou} \quad M = \frac{h_i}{h_o}. \quad (7.7)$$

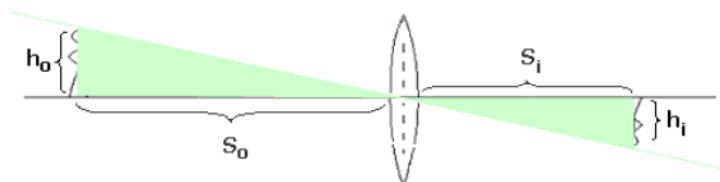


Figura 7.3: Esquema com os triângulos retângulos semelhantes. Fonte: [11].

8. A ampliação angular intrínseca de uma lupa, A_L , é a ampliação angular para uma distância de observação convencional correspondente à distância padrão de visão mínima distinta do olho humano, $d_m = 25$ cm, e quando o objeto é colocado no foco da lente. Da Fig. 7.4,

$$A_L = \frac{\tan \theta_i}{\tan \theta_o} = \frac{\frac{h_i}{s_i}}{\frac{h_o}{d_m}}. \quad (7.8)$$

Como $\frac{h_i}{s_i} = \frac{h_o}{s_o}$, vem

$$A_L = \frac{\frac{h_i}{s_i}}{\frac{h_o}{d_m}} = \frac{d_m}{s_o}, \quad (7.9)$$

ou ainda, quando o objeto é colocado no foco da lente,

$$A_L = \frac{0,25}{f}. \quad (7.10)$$

Assim, a ampliação angular intrínseca da lupa é $A_L = 0,25/0,177 = 1,41 \times$.

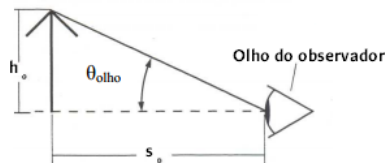


Figura 7.4: Geometria utilizada para calcular a ampliação angular.

9. Quando a lente é coberta parcialmente com um cartão, a imagem não desaparece, apenas escurece (passa menos luz pela lente), ao contrário de uma ideia pré-concebida comum a muitos alunos que pensam que a imagem dada pela lente é “cortada”.

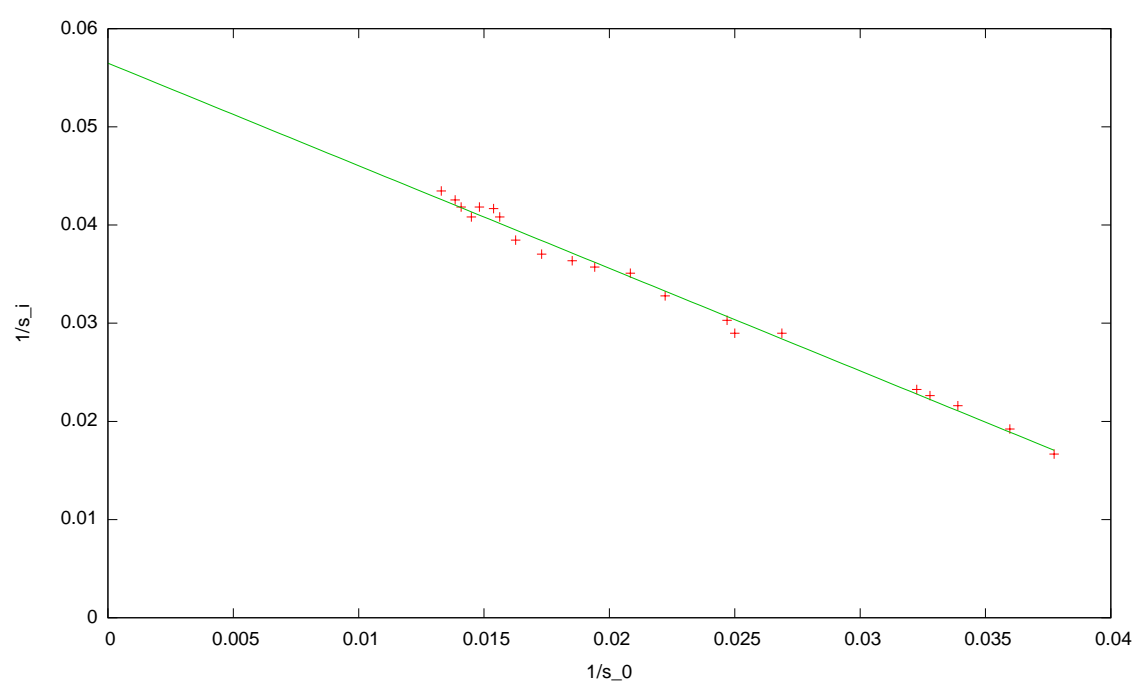


Figura 7.5: Análise dos resultados experimentais.

Nº da Medida	$s_0(\text{cm})$	$s_i(\text{cm})$	$h_0(\text{cm})$	$h_i(\text{cm})$
1	23,0	75,2	3,5	10,5
2	23,5	72,2	3,5	10,1
3	23,9	71,0	3,5	9,8
4	24,5	69,0	3,5	9,5
5	23,9	67,5	3,5	9,3
6	24,0	65,0	3,5	8,9
7	24,5	64,0	3,5	8,5
8	26,0	61,5	3,5	8,2
9	27,0	57,8	3,5	7,3
10	27,5	54,0	3,5	6,9
11	28,0	51,5	3,5	6,3
12	28,5	48,0	3,5	5,5
13	30,5	45,0	3,5	5,0
14	33,0	40,5	3,5	4,3
15	34,5	40,0	3,5	3,7
16	34,5	37,2	3,5	3,5
17	43,0	31,0	3,5	2,3
18	44,2	30,5	3,5	2,2
19	46,3	29,5	3,5	2,1
20	52,0	27,8	3,5	1,8
21	60,0	26,5	3,5	1,5

Tabela 7.1: Dados: Distância entre o objeto e a lupa, s_0 , distância entre a lupa e o alvo, s_i , altura do objeto h_0 e altura da imagem h_i .

Capítulo 8

Lampadinha

Duração estimada da atividade: 90 min.

Objetivo

Estudar a relação entre a potência emitida por radiação pelo filamento de uma lâmpada de incandescência e a sua temperatura [12, 13, 14, 15].

Material

- 1 Ponte de *Wheatstone* que inclui um esquema e também um suporte para uma lâmpada de incandescência
- 1 Fonte de tensão, constituída por duas pilhas de 4,5 V e um potenciômetro
- 1 Lâmpada de incandescência de 6V
- 2 Multímetros
- Fios de ligação
- 1 Termómetro digital

- 1 Suporte adicional para lâmpada de 6V
- 2 Folhas de papel milimétrico

Descrição

Nesta atividade será utilizada uma ponte de *Wheatstone* que é um circuito elétrico muito útil para a medida de resistências elétricas. Charles *Wheatstone* foi um cientista e inventor inglês do século XIX, que melhorou e popularizou em 1843 um circuito inventado por Samuel Christie uns anos antes. Este circuito revolucionou a precisão das medidas de resistências elétricas, num tempo em que estava muito longe de haver multímetros (eletrônica moderna). A ponte de *Wheatstone* tem muitas aplicações práticas em vários tipos de instrumentação baseados precisamente na alteração da resistência elétrica de materiais condutores com a variação de algum parâmetro físico de interesse, como a temperatura, a força (efeito piezoresistivo), entre outros.

Execução

1. A ponte de *Wheatstone* é uma ponte de resistências, constituída por quatro resistências dispostas num “quadrado” como sugere o esquema da Fig. 8.1.

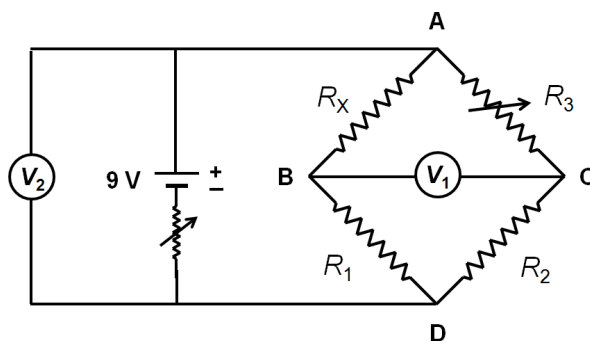


Figura 8.1: Esquema da Ponte de *Wheatstone*. Fonte: [12].

Os valores de R_1 e R_2 são fixos e estão anotados no circuito montado da Fig. 8.2. R_3

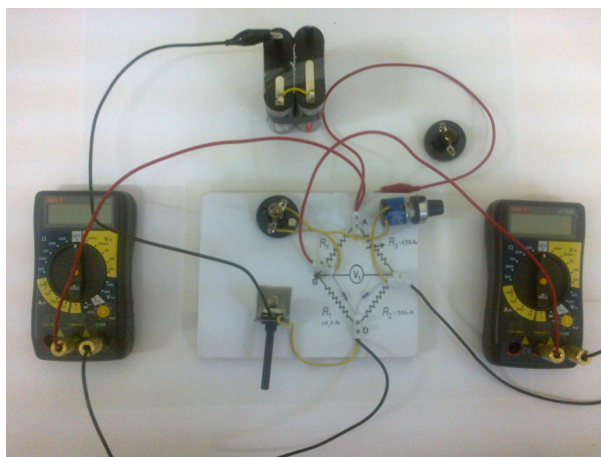


Figura 8.2: Montagem do circuito

é uma resistência variável (potenciômetro), com uma escala calibrada previamente (calibração anotada na montagem, $R_{3\text{pos}}$). A resistência R_x é uma resistência que se pretende medir (neste caso é a resistência do filamento de tungsténio). É aplicada uma diferença de potencial entre os pontos A e D do circuito, que interessa medir com um voltímetro V_2 . O voltímetro V_1 é utilizado para equilibrar a ponte, operação que consiste em variar a resistência R_3 até anular a diferença de potencial entre B e C, medida por V_1 . Nesta situação, obtém-se a relação entre os valores das quatro resistências da ponte:

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} R_3. \quad (8.1)$$

A diferença de potencial aplicada entre os pontos A e D é controlada pelo potenciômetro associado em série com as pilhas. O voltímetro V_2 mede esta diferença de potencial V_{AD} . A partir deste valor e do conhecimento dos valores das resistências da ponte, pode-se calcular a potência dissipada na lâmpada R_x quando a ponte está equilibrada, ou seja, não há diferença de potencial nem corrente a passar no ramo entre B e C.

2. Registrar a temperatura ambiente.
3. Medir com um dos multímetros a resistência da lâmpada à temperatura ambiente,

enroscando-a temporariamente no suporte não incluído no circuito da ponte de *Wheatstone*.

4. Com a lâmpada novamente montada na ponte, medir a sua resistência para vários valores da tensão V_{AD} aplicada (uns 15 pares de valores), com o cuidado de não ultrapassar 7,5 V. É importante deixar estabilizar a temperatura do filamento, esperando uns segundos, antes de anotar os valores definitivos de cada medida.
5. Registrar os valores numa tabela.

Análise dos dados

1. Considerar que, a temperaturas altas, a potência fornecida pelo circuito elétrico se transforma praticamente toda em radiação térmica e que a área da secção do filamento, o comprimento e a emissividade do filamento se mantêm constantes.
2. Mostrar a relação entre as quatro resistências da ponte de *Wheatstone* na situação de equilíbrio expressa na Eq. 8.1.
3. Consultar a Tabela 8.1 que mostra como varia a resistividade do tungstênio com a temperatura.
4. A partir dos dados originais, determinar para cada par de valores a potência dissipada por efeito de Joule no filamento de tungstênio, a resistência R_x e a temperatura do filamento.
5. Construir um gráfico em papel milimétrico com os valores da potência P em função da temperatura T .
6. Construir outro gráfico com os mesmos resultados, mas dum modo em que se possa observar a relação conhecida para a radiação do corpo negro entre a potência P e a temperatura T como uma reta (linearização dos dados).
7. Verificar se, neste segundo gráfico, há uma relação linear em toda a gama de temperaturas do filamento e justificar.

8. Considerar um valor médio de 0,4 para a emissividade do tungstênio e a constante de Stefan-Boltzmann ($\sigma = 5,6704 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$). Estimar a área do filamento da lâmpada.

Temperatura (K)	Resistividade ($\times 10^{-8} \Omega \text{ m}$)
300	5,65
400	8,06
500	10,56
600	13,23
700	16,09
800	19,00
900	21,94
1000	24,93
1100	27,94
1200	30,98
1300	34,08
1400	37,19
1500	40,36
1600	43,55
1700	46,78
1800	50,05
1900	53,35
2000	56,67
2100	60,06
2200	63,48
2300	66,91
2400	70,39
2500	73,91

Tabela 8.1: Resistividade do tungstênio em função da temperatura

Indicações metodológicas para o professor

1. Antes de iniciar a atividade experimental relembrar aos alunos o funcionamento de um multímetro e o modo como o voltímetro e o amperímetro devem ser ligados num circuito elétrico.
2. Na medição do valor inicial da resistência da lâmpada à temperatura ambiente é importante ter cuidado com o tipo de multímetro e com os fios elétricos usados porque o valor medido para a resistência não poderá ser superior a $\sim 5 \Omega$. Se o valor medido for superior, verificar a calibração do multímetro e do reóstato de 10 volts, e verificar a resistência dos contactos elétricos.
3. Para o cálculo das temperaturas é necessário calcular os valores da resistividade ρ_0 para cada valor da resistência do filamento de tungstênio R_x . O cálculo de ρ_0 é obtido a partir da equação,

$$R_x = \rho_0 \left(\frac{L}{A} \right) \quad (8.2)$$

onde L é o comprimento do fio e A é a área da secção do filamento. Nesta atividade o valor de L e A mantêm-se, aproximadamente, constantes.

4. O valor de $\frac{L}{A}$ é calculado com o valor da resistência da lâmpada à temperatura ambiente, $R_i = 3,2 \Omega$, e com o valor da resistividade ρ a essa temperatura. Consultando a Tabela 8.1 é possível retirar o valor da resistividade ρ para a temperatura de $\sim 300 \text{ K}$ e obtemos,

$$R_i = \rho \frac{L}{A}, \quad (8.3)$$

substituindo os valores,

$$3,2 = 5,65 \times 10^{-8} \frac{L}{A}, \quad (8.4)$$

temos,

$$\frac{L}{A} = 5,663 \times 10^7 \text{ m}^{-1}. \quad (8.5)$$

5. Na Tabela 8.2, são representados valores típicos da experiência montada na Fig. 8.2.

O valor da potência dissipada P é calculado usando a Lei de Joule,

$$P = \frac{V_{AB}^2}{R_x}, \quad (8.6)$$

$$V_{AB} = IR_x, \quad (8.7)$$

$$V_{AD} = (R_x + R_1)I, \quad (8.8)$$

e, portanto,

$$P = \frac{V_{AD}^2}{(R_x R_1)^2} R_x. \quad (8.9)$$

6. Os valores da temperatura do filamento da lâmpada foram cálculos por interpolação linear. A expressão genérica usada foi:

$$T = T_1 + \frac{\rho_0 - \rho_1}{\rho_2 - \rho_1} (T_2 - T_1), \quad (8.10)$$

onde $\rho_1(T_1) < \rho_0(T) < \rho_2(T_2)$. Deve-se consultar a Tabela 8.1 e selecionar o intervalo da temperatura e da respectiva resistividade que contem cada valor de ρ_0 . Os resultados obtidos podem ser consultados na Tabela 8.3.

7. Os alunos podem tentar calcular os valores da temperatura para cada valor da resistividade ρ_0 usando o declive do gráfico da Fig. 8.3, mas o gráfico não é linear, e por isso, este método de cálculo não seria muito preciso.

8. No gráfico da Fig. 8.4, que mostra a potência em função da temperatura, verifica-se que à medida que a temperatura aumenta a potência irradiada também aumenta de forma muito rápida.

9. O gráfico da Fig. 8.5 mostra a potência em função de T^4 para pôr em evidência que a lâmpada segue, de forma muito aproximada, a lei de Stefan-Boltzman para

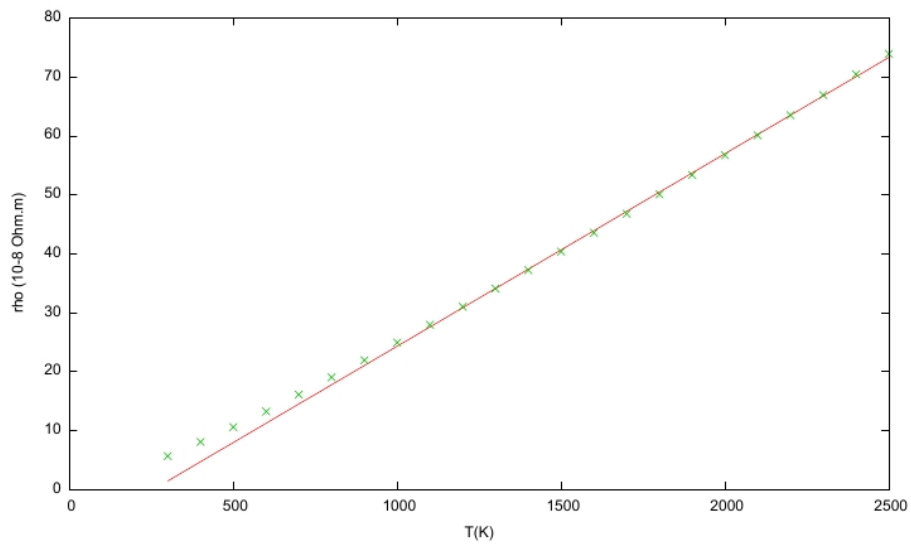


Figura 8.3: Resistividade em função da Temperatura

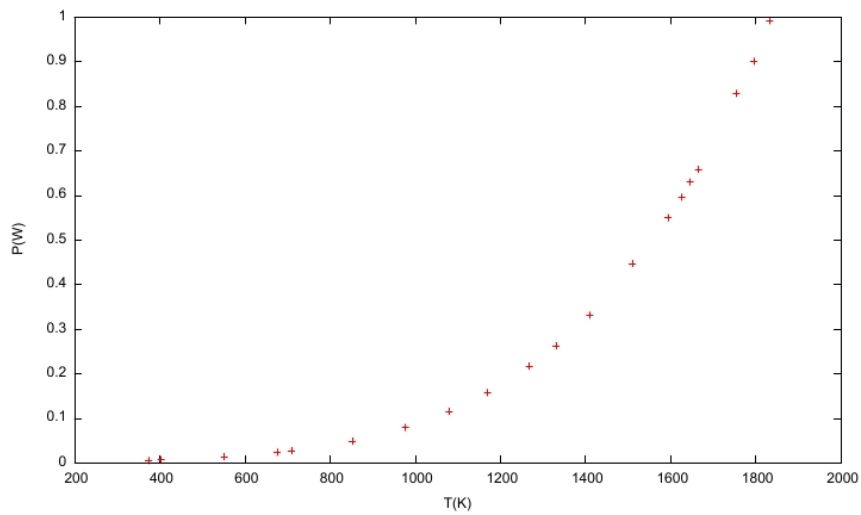


Figura 8.4: Potência em função da Temperatura.

a radiação do corpo negro. A reta $y(x) = mx + b$ que melhor se ajusta aos dados experimentais, obtida por linearização dos dados, é $m = 8,78(7) \times 10^{-14}$ e $b = -0,011(5)$.

A lei ajustada aos dados é, pois,

$$P = 8,78(7) \times 10^{-14}T^4 - 0,011(5)(W). \quad (8.11)$$

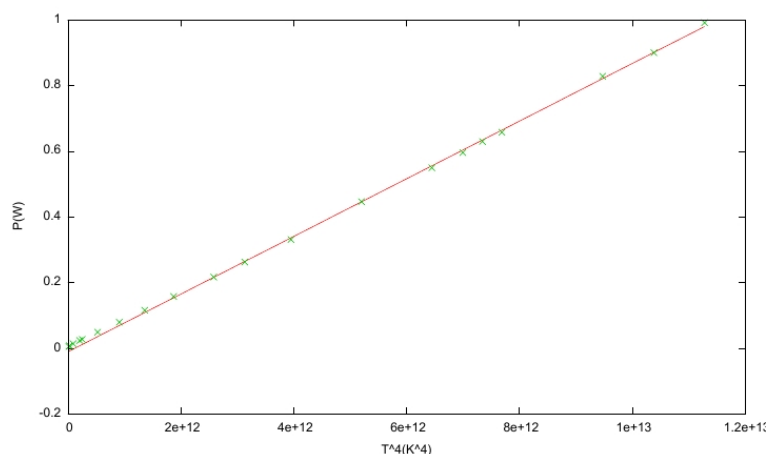


Figura 8.5: Potência P em função da Temperatura T^4

10. Analisando o gráfico da Fig. 8.5 verifica-se que não há uma relação linear em toda a gama de temperaturas porque para baixas temperaturas há uma perda de energia significativa do filamento sob a forma de calor (condução).
11. O cálculo da área do filamento da lâmpada é realizado com base na Lei de Stefan-Boltzman:

$$P = \epsilon A \sigma T^4. \quad (8.12)$$

No gráfico da Fig. 8.5 obtemos o valor do declive $m = 8,78(7) \times 10^{-14}$ e no enunciado da atividade experimental são dados os valores da emissividade ϵ e da constante σ de Stefan-Boltzman. Assim,

$$m = \epsilon A \sigma \quad (8.13)$$

e

$$A = \frac{m}{\sigma\epsilon} = 3,87 \times 10^{-6} m^2. \quad (8.14)$$

Nº Medidas	$V_{AD}(V)$	$R_{3pos} (\Omega)$	$R_3 (\Omega)$	$R_x(\Omega)$
1	0,50	0,84	418,3	4,208
2	0,58	0,92	458,2	4,609
3	0,76	1,35	672,3	6,764
4	0,97	1,74	866,5	8,718
5	1,04	1,85	921,3	9,269
6	1,40	2,32	1155,4	11,623
7	1,80	2,74	1364,5	13,72
8	2,20	3,09	1538,8	15,48
9	2,60	3,40	1693,2	17,03
10	3,09	3,74	1862,5	18,74
11	3,43	3,96	1972,1	19,84
12	3,90	4,24	2111,5	21,24
13	4,60	4,60	2290,8	23,04
14	5,17	4,90	2440,2	24,55
15	5,41	5,02	2499,9	25,15
16	5,58	5,09	2534,8	25,50
17	5,72	5,16	2569,7	25,85
18	6,51	5,49	2734,0	27,50
19	6,83	5,64	2808,7	28,25
20	7,21	5,78	2878,4	28,95

Tabela 8.2: Valores obtidos com o circuito elétrico montado na Fig. 8.2.

ρ_0 ($\times 10^{-8}$ $\Omega.m$)	T (K)	T^4 (K)	P (W)
7,431	374	1,954E+10	0,005
8,138	403	2,641E+10	0,007
11,94	552	9,268E+10	0,014
15,39	676	2,083E+11	0,023
16,36	709	2,533E+11	0,027
20,52	852	5,264E+11	0,049
24,24	977	9,106E+11	0,079
27,33	1080	1,360E+12	0,115
30,01	1170	1,876E+12	0,158
33,08	1268	2,584E+12	0,217
35,03	1331	3,134E+12	0,262
37,51	1410	3,952E+12	0,331
40,69	1510	5,204E+12	0,447
43,34	1594	6,449E+12	0,550
44,41	1627	6,999E+12	0,596
45,03	1646	7,347E+12	0,630
45,64	1665	7,690E+12	0,658
48,56	1755	9,477E+12	0,829
49,89	1795	1,039E+13	0,901
51,13	1833	1,128E+13	0,992

Tabela 8.3: Valores usados para obter os gráficos das Figuras 8.3 e 8.4

Capítulo 9

Pêndulo gravítico

Duração estimada da atividade: 2h.

Objetivo

Medir a aceleração da gravidade usando um pêndulo simples [16, 17, 18].

Material

- Fio de nylon
- 1 Suporte estável
- 1 Fita métrica
- 1 Esfera de chumbo (“*chumbada*” de pescador)
- 1 Craveira
- 1 Cronómetro
- 1 Tesoura

- 1 Folha de papel milimétrico

Descrição

Um pêndulo simples é um sistema constituído por um corpo pequeno de massa m suspenso de um ponto fixo por um fio de comprimento L , que se supõe inextensível e de massa desprezável.

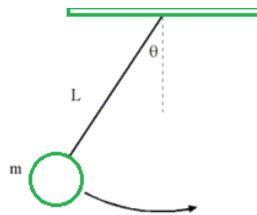


Figura 9.1: Pêndulo simples.

Quando o corpo é afastado da posição de equilíbrio e largado, o pêndulo fica a oscilar no plano vertical, em torno do ponto fixo, por ação da gravidade. Aplicando as leis da Mecânica, é possível mostrar que para pequenas oscilações o movimento do pêndulo é harmónico simples, com um período T dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}. \quad (9.1)$$

Execução

1. Medir o diâmetro d da esfera. Registrar o valor e uma estimativa da sua incerteza.
2. Suspender a esfera numa das extremidades do fio e depois colocar a outra extremidade do fio no suporte de forma a que comprimento do fio L seja ajustável.
3. Colocar a esfera a oscilar e medir o período das oscilações (**deverá ter o cuidado de usar oscilações de pequena amplitude que não deverão ultrapassar 20°**).

Para o mesmo comprimento do fio fazer 10 medições do período T . Ter cuidado para evitar movimentos de torção do pêndulo.

4. Repetir o procedimento para vários comprimentos do fio. Registrar os valores numa tabela.

Análise dos dados

1. Mostrar que o período do pêndulo simples, para oscilações de pequena amplitude, é dado pela Eq. 9.1.
2. Construir, em papel milimétrico, o gráfico de T^2 em função de L .
3. Usando o gráfico anterior, obter o valor da aceleração da gravidade, g . Estimar a incerteza no valor obtido e comentar o resultado quanto à precisão e à exatidão.

Indicações metodológicas para o professor

1. Arranjar um sistema que permita estabilidade ao pêndulo durante as oscilações e que ao mesmo tempo permita ajustar vários valores de L .
2. Para calcular o período deverá medir, pelo menos, 15 ciclos de oscilação, para diminuir a incerteza experimental associada ao tempo de reação na manipulação do cronómetro.
3. O valor da aceleração da gravidade, g , é obtido através do declive da reta no gráfico T^2 em função de L . A reta deverá passar na origem. Caso isso não aconteça, investigar a natureza da discrepância.
4. A representação gráfica de T^2 em função de L (Fig. 9.2) mostra uma reta que passa, aproximadamente, pela origem. Os valores foram obtidos com uma esfera de massa $m = 100$ g e diâmetro $d = 25$ mm.

5. As incertezas de T^2 são obtidas através do desvio padrão da média de \bar{T} , aplicando propagação de erros: $\sigma(\bar{T}^2) \sim 2\bar{T}\sigma_{\bar{T}}$.
6. O declive da reta $y = mx + b$ que melhor se ajusta aos dados experimentais, obtido a partir de um ajuste por mínimos desvios quadráticos, é $m = 0,0399 \pm 0,004$ e $b = -0,02 \pm 0,02$ (b deveria ser zero). A obtenção do declive da melhor reta traçada “a olho” também permite obter bons resultados e corresponde ao que se espera que os alunos façam.

Através da Eq. 9.1 obtemos o valor da aceleração da gravidade g , a partir do valor de m :

$$g = \frac{4\pi^2}{m} = 9,89 \pm 0,02 \text{ m/s}^2. \quad (9.2)$$

7. Os seguintes aspetos condicionam a precisão final do resultado:
- minimização dos movimentos de torção do pêndulo;
 - medição do comprimento do fio com fita métrica; o uso de uma régua com graduação milimétrica é preferível;
 - conseguir manter o fio bem preso num ponto fixo, o eixo, para não haver deslizamentos;
 - usar amplitudes pequenas de oscilação.
8. Comparando o resultado obtido com a aceleração da gravidade no local, aferir a exatidão da medição de g e comparar com a precisão. Discutir eventuais erros sistemáticos que possam ter influenciado o resultado.
9. Algumas informações que poderão ser transmitidas aos alunos:
- A dependência do período do pêndulo com a amplitude de oscilação θ_0 é, em primeira aproximação,

$$T \sim T_0 \left(1 + \frac{1}{4} \sin^2 \left(\frac{\theta_0}{2} \right) \right), \quad T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}. \quad (9.3)$$

O aluno poderá comprovar que para amplitudes inferiores a 20° , o termo de correção é muito pequeno.

- O valor da aceleração da gravidade obtido no laboratório pode ser comparado com o valor de referência ao nível do mar, para a latitude ϕ , dado por

$$g = 9,78032 (1 + 0,0053025 \sin^2 \phi - 0,0000058 \sin^2 2 \phi) \text{ m/s}^2. \quad (9.4)$$

Pode ser feita uma correção devida à altitude h a que se encontra o laboratório

$$\Delta g = -0,1967 h \times 10^{-5} \text{ m/s}^2. \quad (9.5)$$

- A força da impulsão devida ao ar e à massa do fio de suspensão também alteram o período das oscilações, da seguinte forma:

$$T = T_0 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\rho_{\text{ar}}}{\rho_{\text{esf}}} \right),$$

onde ρ_{ar} e ρ_{esf} são as densidades do ar e do material de que é feita a esfera. Também aqui, o aluno poderá comprovar que o termo de correção é muito pequeno.

- A massa finita do fio e o amortecimento do movimento devido à resistência do ar e ao atrito no ponto fixo também afetam o período. O aluno interessado poderá pesquisar sobre estes assuntos e investigar de que forma estes efeitos contribuem com um erro sistemático na medição de g , usando este método.

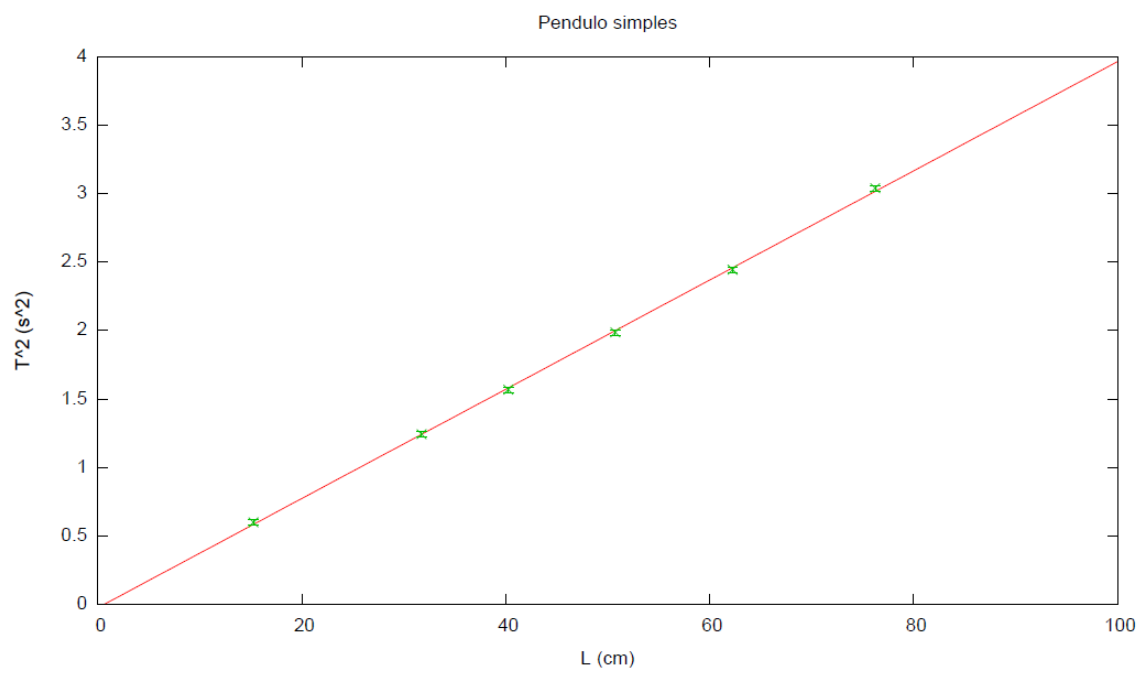


Figura 9.2: Análise dos resultados experimentais.

Capítulo 10

Pêndulo bifilar

Duração estimada da atividade: 2h.

Objetivo

Medir o momento de inércia de uma barra usando um pêndulo bifilar [19, 20, 21, 22, 23].

Material

- Fio de algodão
- 1 Varão com ventosas
- 1 Fita métrica
- 1 Barra de aço
- 1 Craveira
- 1 Cronômetro
- 1 Tesoura

- 1 Folha de papel milimétrico
- 1 Nível de bolha de ar
- 1 Balança

Descrição

Um pêndulo bifilar é um sistema constituído por uma barra de comprimento d que se encontra suspensa, na horizontal, por dois fios verticais de comprimento l presos num suporte rígido e atados à barra a igual distância, b , do seu centro de massa (Fig. 10.1).

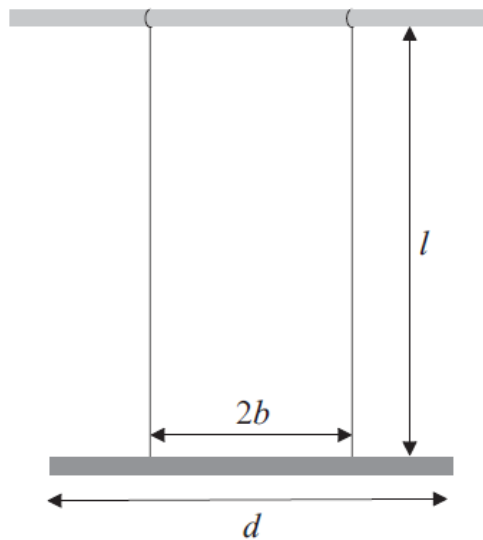


Figura 10.1: Pêndulo bifilar. Fonte: [19].

Execução

1. Medir o diâmetro, D , a massa, M , e o comprimento, d , da barra de aço. Registrar os valores e uma estimativa da sua incerteza.
2. Colocar cada um dos fios em posições equidistantes da extremidade da barra, deslocando os pontos de apoio no suporte por forma a que os fios se mantenham sempre verticais (e a barra na posição horizontal).
3. Colocar a barra a oscilar no plano horizontal em torno do seu centro de massa. **Para cada posição dos fios, deverá ter o cuidado de rodar a barra cerca de 10° em torno do eixo vertical que passa pelo centro de massa, largando-a de seguida.** Para diferentes valores de b fazer um conjunto de medições do período T mantendo fixo o mesmo comprimento l dos fios. Registrar os valores numa tabela.
4. Repetir o procedimento das medições do período T fazendo variar o comprimento l dos fios e mantendo fixo o mesmo valor do espaçamento entre os fios. Registrar os valores numa tabela.

Análise dos dados

1. Esboçar o diagrama de forças que atuam na barra quando ela está rodada, em torno do eixo vertical que passa pelo centro de massa, de um ângulo θ relativamente à sua posição de equilíbrio.
2. Mostrar que, para pequenos ângulos de oscilação da barra em torno do seu centro de massa, o movimento obedece à seguinte equação:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \left(\frac{Mgb^2}{Il}\right)\theta = 0, \quad (10.1)$$

onde M é a massa da barra e I é o momento de inércia para o movimento de rotação em torno do eixo vertical perpendicular à barra, que passa pelo seu centro de massa.

3. Para analisar como varia o período, T , das oscilações, em função da distância b e do comprimento l , comece por construir os gráficos de T em função de i) b (com l fixo) e ii) l (com b fixo) em papel milimétrico.
4. A partir da Eq. 10.1 determinar a expressão teórica para o período de oscilação da barra, T , e mostrar que ela obedece à equação

$$T \times b = \text{Constante}, \quad (10.2)$$

para um comprimento fixo l dos fios. Verifique se os seus dados experimentais seguem esta lei.

5. Considerando que a dependência em b e l do período do pêndulo bifilar é dado pela expressão genérica

$$T = k l^\alpha b^\beta, \quad (10.3)$$

determinar, experimentalmente, os expoentes α e β . Como é que eles comparam com os valores teóricos?

6. A partir dos dados experimentais, determinar o valor I do momento de inércia da barra (considerar $g = 9,8 \text{ m/s}^2$). Comparar o resultado com o obtido a partir da expressão do momento de inércia de uma barra cilíndrica de comprimento d e raio r em relação ao eixo perpendicular à barra e que passa pelo seu centro de massa,

$$I = M \left(\frac{r^2}{4} + \frac{d^2}{12} \right). \quad (10.4)$$

Indicações metodológicas para o professor

1. Escolher um local sem correntes de ar para montar a experiência.
2. Nas medições do período de oscilação mantendo fixo o comprimento, l , dos fios e fazendo variar o valor de b , deverá escolher-se um valor de l relativamente elevado, cerca de 1 m.

3. Para determinar o período deverá medir, pelo menos, 20 ciclos de oscilação, para diminuir a incerteza experimental e o efeito do tempo de reação na manipulação do cronômetro.
4. Em todas as medidas, verificar o perfeito alinhamento horizontal da barra e a equidistância dos fios ao centro de massa da barra.
5. O pêndulo deverá ser largado com uma pequena torção simétrica em relação à vertical, evitando o acoplamento das oscilações de torção, no plano horizontal, com oscilações no plano vertical.
6. A frequência de oscilação do pêndulo bifilar é dada pela seguinte expressão (ver dedução em anexo):

$$\omega^2 = \frac{Mgb^2}{Il}, \quad (10.5)$$

pelo que o período de oscilação

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{Il}{Mgb^2}} = A\frac{\sqrt{l}}{b}, \quad (10.6)$$

onde

$$A = 2\pi\sqrt{\frac{I}{Mg}}, \quad (10.7)$$

é uma constante característica do pêndulo, à superfície da Terra, que não depende do comprimento ou da separação dos fios.

7. É possível verificar a dependência funcional sugerida da forma $T = Al^\alpha b^\beta$, e obter o valor dos expoentes α e β , realizando medidas do período em função de um dos parâmetros, l ou b , mantendo o outro fixo. Logaritmizando a dependência funcional proposta temos que

$$\ln T = \ln(Ab^\beta) + \alpha \ln l, \quad (10.8)$$

pelo que quando se varia l e se mantém b fixo a representação de $\ln T$ em função de $\ln l$ deverá ser uma reta de declive $m = \alpha$ e ordenada na origem $b = \ln Ab^\beta$.

Por outro lado, a mesma dependência funcional pode ser escrita também na forma

$$\ln T = \ln(Al^\alpha) + \beta \ln b, \quad (10.9)$$

pelo que quando se varia b , mantendo l fixo, a representação de $\ln T$ em função de $\ln b$ deverá ser uma reta de declive $m = \beta$ e ordenada na origem $b = \ln Al^\alpha$.

Os ajustes lineares obtidos aos gráficos logarítmicos verificam a dependência funcional postulada com $\alpha \sim 0,5$ e $\beta \sim -1$, como esperado pelo modelo teórico (Figuras. 10.2 e 10.3).

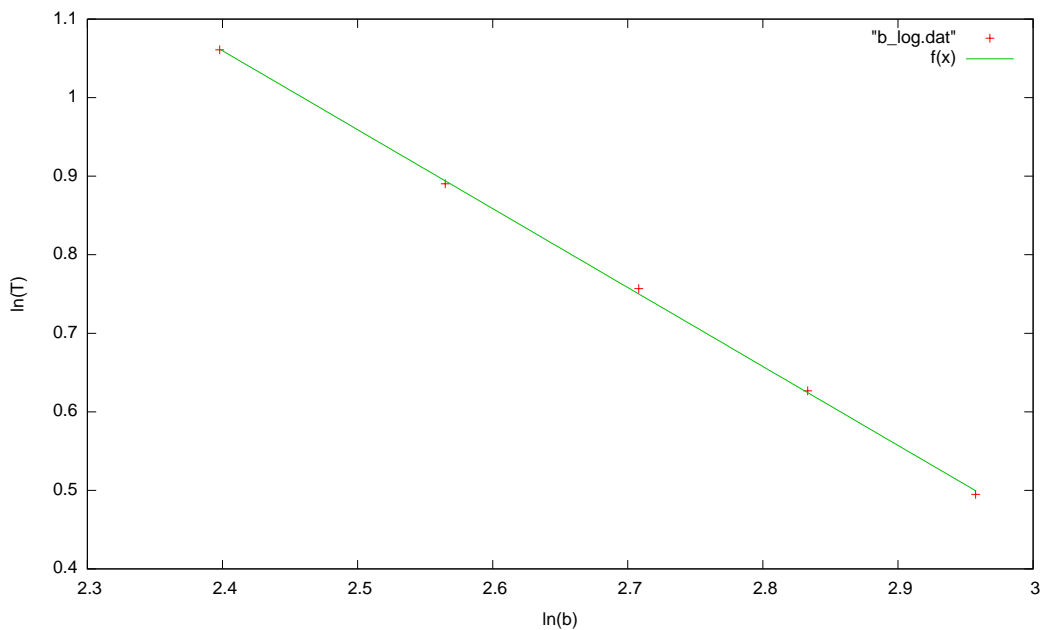


Figura 10.2: Gráfico logarítmico da variação do período com o parâmetro b ($l = 119,6$ cm). A reta de ajuste aos dados experimentais é $y = -1,00(1)x + 3,47(3)$.

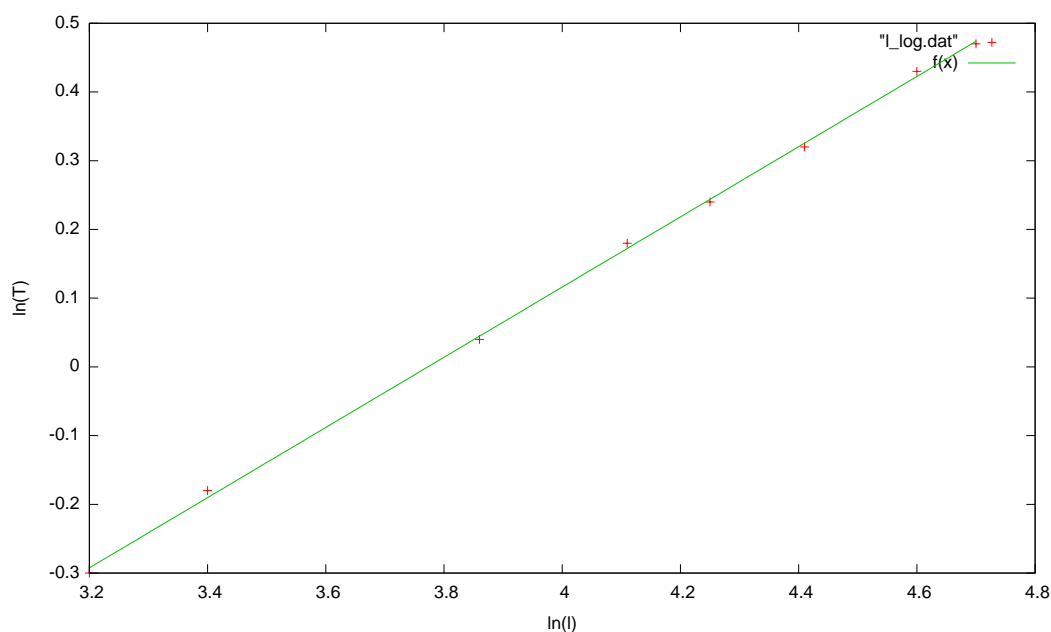


Figura 10.3: Gráfico logarítmico da variação do período com o parâmetro l ($b = 19,0$ cm). A reta de ajuste aos dados experimentais é $y = 0,515(6)x - 1,94(3)$.

8. O valor do momento de inércia da barra pode ser obtido a partir do coeficiente A que é extraído da ordenada na origem dos gráficos logarítmicos e que é igual a $\ln(A\sqrt{l})$ e $\ln(A/b)$ quando se varia b com l fixo, e se varia l com b fixo, respectivamente.

Os valores obtidos para a constante A , pelos dois métodos, são $2,94(9)$ (l fixo) e $2,73(8)$ (b fixo), de onde se obtém o valor $9,5(6) \times 10^4$ g cm² e $8,2(5) \times 10^4$ g cm² para o momento de inércia, por cada um dos métodos.

O valor teórico, calculado com a massa ($M = 446(1)$ g) e as dimensões da barra ($d = 50,5(1)$ cm) e ($r = 0,58(1)$ cm), é $I = 9,48(6) \times 10^4$ g cm².

9. Verifica-se que o primeiro método (variação de b com l fixo) dá um resultado concordante com o teórico, dentro da incerteza, mas o segundo método dá um valor que se desvia, significativamente do teórico. Num caso destes, discutir com os alunos eventuais fontes de erro que justifiquem tal resultado.

Anexo

Seja θ o ângulo de torção em torno do eixo vertical que passa pelo centro de massa e Φ o ângulo que cada um dos fios faz com a vertical (Fig. 10.4). Estes ângulos estão ligados pela relação geométrica

$$\theta b = \Phi l. \quad (10.10)$$

A componente horizontal da tensão dos fios actua como força restauradora (Fig. 10.5); a componente vertical da tensão de cada um dos fios equilibra metade do peso da barra:

$$T \sin \Phi = \frac{Mg}{2 \cos \Phi} \sin \Phi = \frac{Mg}{2} \tan \frac{\theta b}{l}. \quad (10.11)$$

O momento das forças em torno do CM é

$$\tau = -2T \sin \Phi b = -Mg \tan \left(\frac{\theta b}{l} \right) b \sim -Mg \frac{\theta b^2}{l}, \quad (10.12)$$

para pequenas amplitudes de oscilação ($\tan x \sim x$), e onde o sinal negativo indica que se trata de um momento restaurador do equilíbrio. A Equação do movimento $\tau = I \frac{d^2\theta}{dt^2}$, vem, assim,

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = - \left(\frac{Mgb^2}{Il} \right) \theta. \quad (10.13)$$

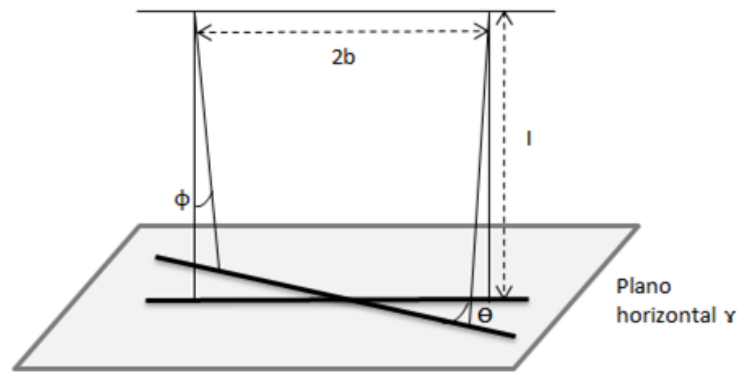


Figura 10.4: Pêndulo bifilar.

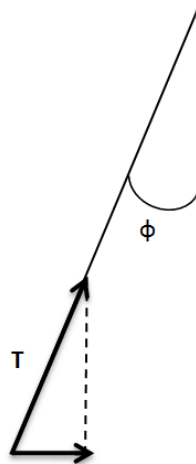


Figura 10.5: Força restauradora.

Capítulo 11

Termômetros

Duração estimada da atividade: 5h.

Objetivo

Calibração de dois termômetros (um díodo de Si polarizado diretamente com corrente constante e um termistor). Determinação do ponto de fusão de uma substância pura e de uma mistura de duas substâncias puras, com um dos termômetros [24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32].

Material

- 1 Tubo de ensaio com ácido palmítico
- 1 Tubo de ensaio vazio
- 1 Termômetro digital
- 2 Paus de madeira
- 1 Multímetro
- 1 Termistor com os respectivos fios elétricos

- 1 Díodo de Si com os respectivos fios elétricos
- 1 Frasco com ácido láurico
- 3 Fios elétricos
- 1 Suporte universal com 2 garras ou equivalente
- 1 Resistência de 82 k Ω
- 1 Pilha de 9 V
- 1 Cronômetro
- 1 Copo de vidro resistente a altas temperaturas
- 4 Fios pequenos
- Água em ebulição
- Pedras de gelo
- Óleo alimentar
- 1 Par de luvas para manusear os ácidos
- Folhas de papel milimétrico

Descrição

Um díodo de silício é um dispositivo eletrônico semicondutor, que conduz bem a corrente quando polarizado numa direção (dita de polarização positiva). Quando polarizado inversamente, o díodo praticamente não conduz. Para entrar em condução, é necessária uma polarização direta de cerca de 0,5 V. Para uma corrente constante, a diferença de potencial aos terminais do díodo em polarização direta é constante para uma dada temperatura, mas diminui à medida que aumenta a temperatura, a uma taxa constante. Assim, um díodo polarizado diretamente por uma pequena corrente elétrica, da ordem de 100 μA ,

pode ser usado como termómetro, medindo a diferença de potencial aos seus terminais. Termómetros deste tipo são muito usados para medir a temperatura em dispositivos correntes e nos laboratórios de investigação, funcionando bastante bem até temperaturas criogénicas.

Um termístor é um componente eletrónico utilizado para medir temperaturas. Consiste numa resistência feita de um material cuja condutividade elétrica é muito sensível a variações de temperatura, tipicamente um semiconductor ou um óxido. Existem dois tipos de termístor: o NTC (Negative Temperature Coefficient), em que a resistência diminui com a temperatura, e o PTC (Positive Temperature Coefficient), em que a resistência aumenta com a temperatura. Os mais comuns são os NTC, com os quais é possível medir temperaturas tipicamente compreendidas entre -90° e 130°C . Uma das vantagens dos termístores é que são bastante baratos e muito sensíveis a pequenas variações de temperatura; uma desvantagem é que a variação da resistência com a temperatura não é linear.

Execução

1. Monte o circuito descrito na Fig. 11.1. Tenha em atenção a polaridade do diódo, uma vez que ele conduz apenas quando polarizado diretamente. Verifique que, à temperatura ambiente, a diferença de potencial aos terminais do diódo é de aproximadamente 0,5-0,6 V. Caso contrário, verifique o circuito e experimente trocar a polaridade ao diódo.
2. Coloque o diódo juntamente com o termómetro digital num tubo de ensaio com óleo alimentar. Use o pau de madeira e os fios fornecidos para montar o sistema por forma a que o diódo fique central no tubo, completamente imerso em óleo e sem tocar nas paredes.
3. Aqueça o tubo de ensaio em banho-maria, usando para o efeito um copo de vidro resistente ao calor para onde irá transferir água em ebulição. **Antes de realizar a experiência teste a robustez do copo à água em ebulição!**

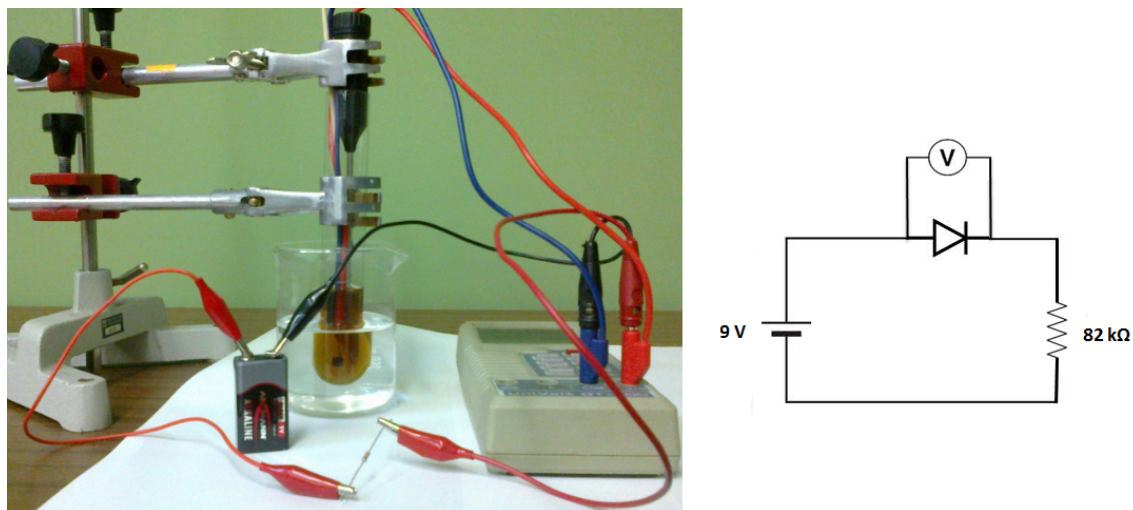


Figura 11.1: Calibração do díodo de silício: montagem e circuito elétrico.

4. À medida que a água arrefece, retire pares de valores (T_C, V) onde T_C é a temperatura registada pelo termómetro digital e V a diferença de potencial aos terminais do díodo.
5. Quando a água se aproximar da temperatura ambiente, misture a água com gelo e recolha dados à medida que a temperatura sobe, depois de o gelo fundir.
6. Para a calibração do termístor, monte o circuito elétrico descrito na Fig. 11.2, e repita o procedimento, mas usando o multímetro em modo de resistência para medir diretamente a resistência do termístor. Registe numa tabela os pares de valores (T_C, R) variando a temperatura do gelo fundente e da água em ebulição.
7. Use o termístor para determinar o ponto de fusão do ácido palmítico. Para o efeito, use o novo tubo de ensaio que já contém o ácido (sólido à temperatura ambiente) e exclusivamente o termístor como termómetro. Funda o ácido em banho-maria. **Nota:** Não ultrapasse a temperatura de $80\text{ }^\circ\text{C}$, para não deteriorar o ácido. Coloque o termístor no seu interior, tendo o cuidado de ele não tocar no fundo do tubo nem nas paredes, e registe pares de valores (t, R) com o auxílio do cronómetro e do multímetro, à medida que o ácido arrefece.
8. Repita o procedimento anterior com a mistura de ácido palmítico com ácido láurico.

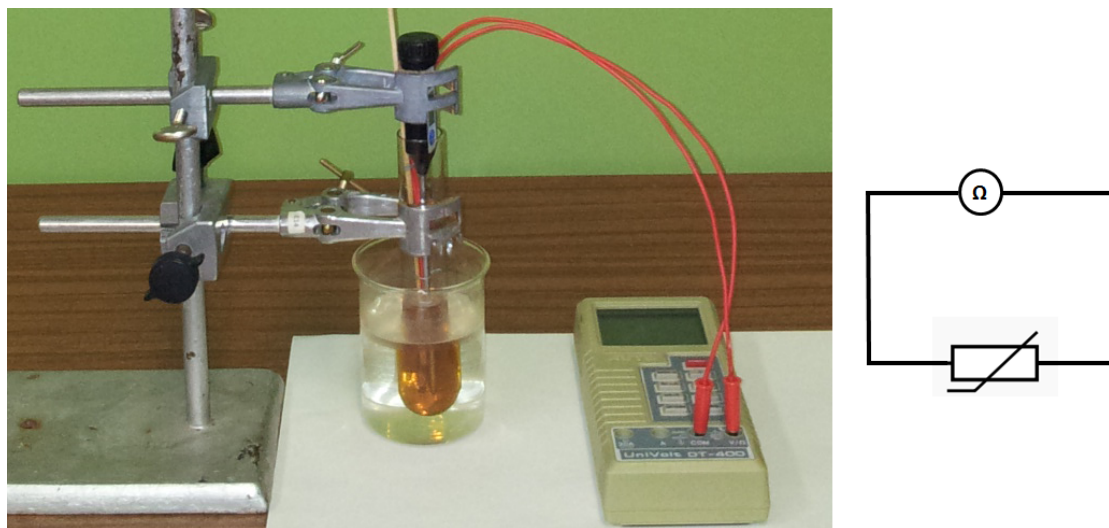


Figura 11.2: Calibração do termistor: montagem e circuito elétrico.

Análise dos dados

1. Para o diodo, represente num gráfico a queda de tensão aos terminais do diodo em função da temperatura absoluta. Faça um ajuste linear aos dados e obtenha o declive da reta e a sua ordenada na origem, com as respetivas incertezas. Compare os valores obtidos com os esperados, $m = -2,1 \text{ mV K}^{-1}$ e $b = 1,2 \text{ V}$.
2. Para o termistor, represente num gráfico a resistência em função da temperatura absoluta. A dependência da resistência com a temperatura absoluta de um termistor NTC segue, aproximadamente, a lei

$$R = A \exp\left(\frac{B}{T}\right). \quad (11.1)$$

Verifique se o termistor que usou segue esta lei e determine os melhores valores dos coeficientes A e B que o caracterizam.

3. Use os coeficientes A e B que determinou e a Eq. 11.1 para converter os dados de resistência em temperatura para as medidas que efectuou com o ácido palmítico e com a mistura de ácido palmítico e ácido láurico. Determine, a partir da análise dos

gráficos, os pontos de fusão do ácido palmítico e da mistura. Comente os resultados obtidos.

Indicações metodológicas para o professor

1. Procurar recolher os dados das experiências no mesmo dia e num local que não esteja exposto a grandes variações da temperatura ambiente.
2. Antes do início da atividade experimental lembrar ao aluno o funcionamento de um multímetro e as escalas mais precisas do instrumento para a recolha de dados nesta experiência.
3. A água quente que será usada nos procedimentos com os ácidos não deve ser aquecida acima dos 80 °C, para evitar a sua decomposição.
4. Os díodos de silício são bons sensores de temperatura porque quando passa uma corrente constante através de um díodo a queda de tensão diminui quase linearmente com o aumento da temperatura. Para evitar o auto-aquecimento do díodo, a corrente constante que será usada tem que ter um valor pequeno dentro do intervalo (1 – 100 μA). Uma resistência de 82 k Ω em série com a pilha e o díodo permite trabalhar com uma corrente aproximadamente constante nesta gama.
5. Na calibração do díodo de silício deverá obter um gráfico com as características apresentadas na Fig. 11.3. O declive da reta $y = mx + b$ que melhor se ajusta aos dados experimentais, obtido a partir de um ajuste por mínimos desvios quadráticos, é $m = -1,883(2) \text{ mV K}^{-1}$ e $b = 1198,6(6) \text{ mV}$, nesta experiência.

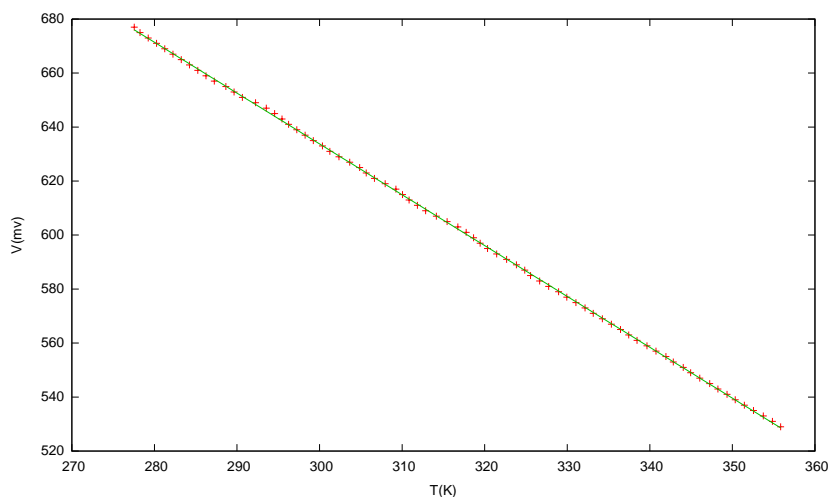


Figura 11.3: Calibração do díodo de silício

6. Na calibração do termístor, verificará que é um componente não linear e que segue uma lei de variação do tipo exponencial,

$$R = Ae^{\frac{B}{T}}. \quad (11.2)$$

Para a análise dos dados, a melhor forma de obter os coeficientes A e B é representar graficamente $\ln R$ em função de $\frac{1}{T}$, pois

$$\ln R = \ln A + \frac{B}{T}. \quad (11.3)$$

Assim, o valor do declive da reta que melhor se ajusta aos dados experimentais é a constante B e a ordenada na origem é $\ln A$. Na Fig. 11.4 poderá ver um gráfico exponencial típico da calibração de um termístor NTC e na Fig. 11.5 poderá ver o respectivo gráfico logarítmico. Os valores obtidos neste gráfico são: $m = 3812(7)$ e $b = -3,50(2)$, sendo $A = 0,030(1) \Omega$ e $B = 3812(7) \text{ K}$, respectivamente.

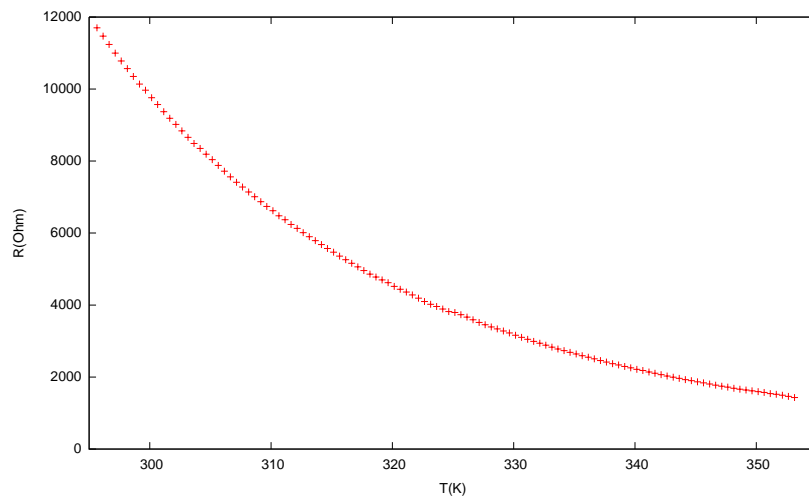


Figura 11.4: Gráfico exponencial da calibração de um termistor NTC.

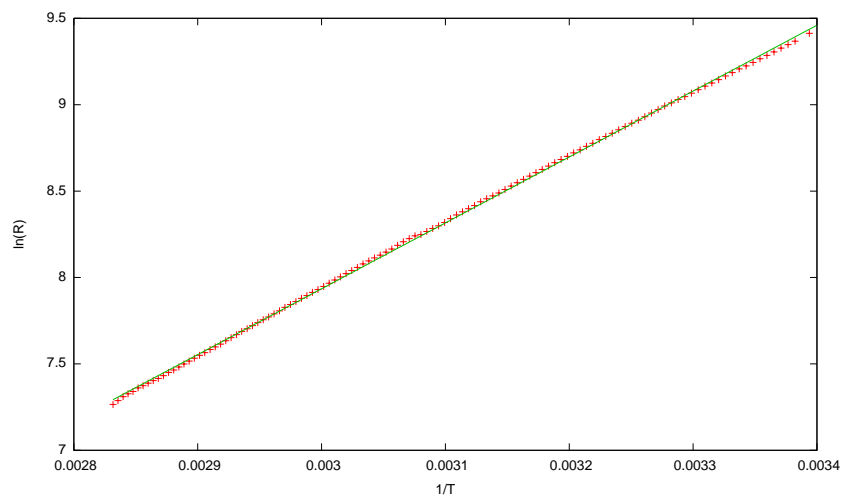


Figura 11.5: Gráfico logarítmico da calibração de um termistor NTC.

7. Após o cálculo das constantes A e B e usando a equação,

$$R = Ae^{\frac{B}{T}}, \quad (11.4)$$

é necessário converter os dados da resistência em temperaturas para as medidas com o ácido palmítico e com a mistura de ácido palmítico e ácido láurico, e portanto fica,

$$T = \frac{B}{\ln\left(\frac{R}{A}\right)}. \quad (11.5)$$

8. Na recolha dos dados (t, R) há que ter o cuidado de tirar pontos suficientes durante a fusão.
9. No gráfico da temperatura em função do tempo (Fig. 11.6) verificará nos dados correspondentes ao ácido palmítico puro um abaixamento por volta dos $64,5\text{ }^{\circ}\text{C}$, depois uma nova pequena subida. Este fenómeno de sobrearrefecimento é típico de uma substância pura. Não se observa um patamar constante durante a fusão porque o termistor tem uma massa e inércia térmica apreciável. Observando-se apenas uma zona de taxa de arrefecimento mais lenta.

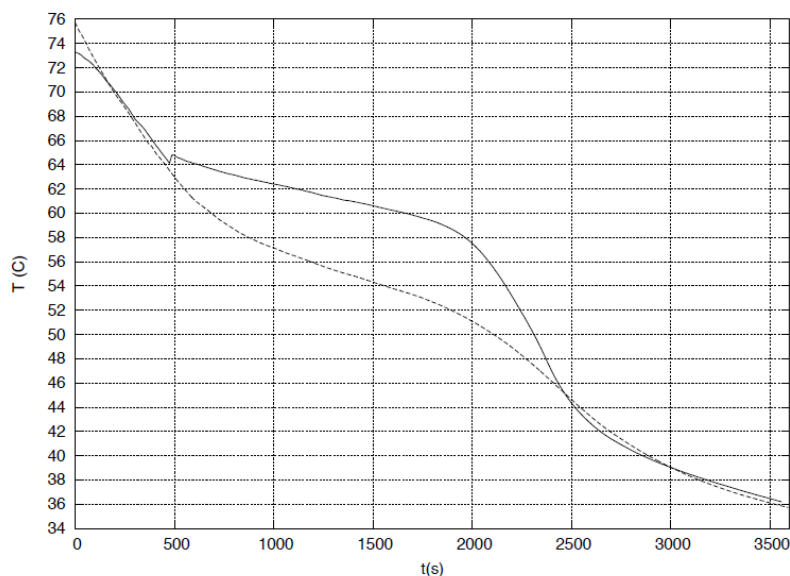


Figura 11.6: Determinação dos pontos de fusão. A linha a cheio corresponde ao ácido palmítico e a linha a tracejado corresponde à mistura de ácido palmítico e ácido láurico.

10. Na Fig. 11.7 mostra-se uma estratégia possível de determinação do ponto de fusão. Os valores tabelados do ponto de fusão do ácido palmítico e do ácido láurico, são respetivamente, $59^{\circ} - 62\text{ }^{\circ}\text{C}$ e $43^{\circ} - 46\text{ }^{\circ}\text{C}$. Verifica-se um efeito de abaixamento da temperatura de fusão na mistura (efeito crioscópico). Os pontos de fusão são superiores aos tabelados possivelmente como resultado da grande inércia térmica do termistor.

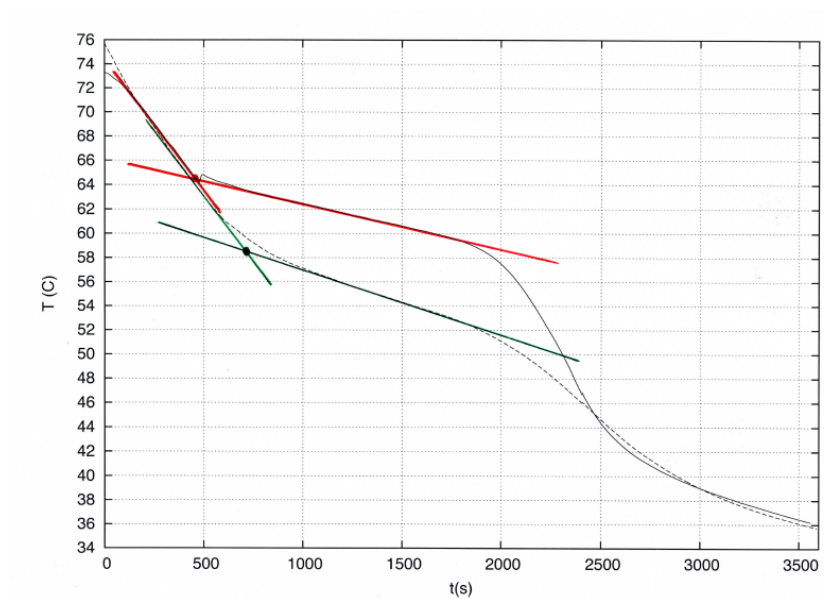


Figura 11.7: Estratégia possível para determinar os pontos de fusão. A linha a cheio corresponde ao ácido palmítico e a linha a tracejado corresponde à mistura de ácido palmítico e ácido láurico.

Capítulo 12

Uma questão de lentes..., Telescópio de Galileu

Duração estimada da atividade: 90 min.

Objetivo

Determinar a distância focal de uma lente usando 4 métodos distintos [33, 34, 35, 36].

Medir o índice de refração do vidro de uma lente. Construir um telescópio caseiro.

Material

- 2 Lupas
- 1 Alvo branco
- 1 Fita métrica
- 1 Vela
- Fósforos

- 1 Espelho plano
- Plasticina
- 1 Craveira
- 1 Mola
- 1 Tesoura
- Fita-cola
- Garrafas de água ou tubos de cartão
- 1 Saco preto ou cartolina preta
- Folhas de papel milimétrico

Descrição

Desde a invenção das lentes há muitos séculos atrás que elas têm sido utilizadas tanto para observar objetos muito distantes (telescópios) como para observar objetos muito pequenos (microscópios). Nesta atividade experimental serão usados 4 métodos distintos para determinar a distância focal de duas lentes convergentes (lupas): 1) equação dos focos conjugados, 2) método de Bessel, 3) método da Paralaxe e 4) focagem, num alvo, da imagem de um objeto muito distante. Além disso, será calculado o índice de refração, n , do vidro das lentes com a Eq. dos fabricantes de lentes.

Uma lupa é uma lente convergente de uso comum. Uma lente convergente é mais espessa no centro que nos bordos e faz convergir um feixe de raios paralelos que sobre ela incide. O foco principal de uma lente limitada por superfícies esféricas é o ponto onde os raios que incidem paralelos ao eixo ótico e muito perto dele vão convergir. A distância focal de uma lente é a distância do foco principal à lente.

As posições de um objeto e da respetiva imagem, dadas por uma lente, estão relacionadas pela **equação dos focos conjugados**

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s_0} + \frac{1}{s}, \quad (12.1)$$

em que s_0 é a distância do objeto à lente, s é a distância da imagem à lente e f é a distância focal da lente, (Fig. 12.1). A medida destas distâncias constitui o primeiro método de medida da distância focal.

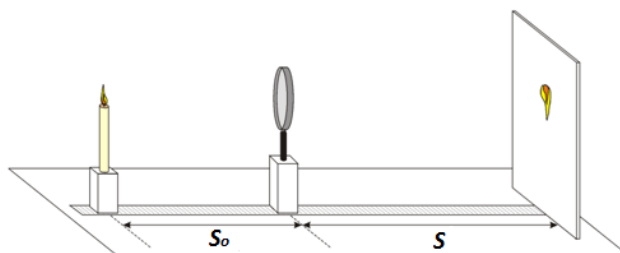


Figura 12.1: Esquema da experiência. Fonte: [33].

O físico e matemático alemão **Bessel** desenvolveu um método para determinar a distância focal de uma lente que consiste no seguinte: conhecido um valor aproximado da distância focal (determinado, por exemplo, pelo método anterior), coloca-se um objeto (por exemplo, uma vela) e um alvo, a uma distância L pelo menos quatro vezes maior que a distância focal da lente (Fig. 12.2). Nestas condições, há duas posições da lente que produzem no alvo imagens focadas: uma maior e outra menor do que o objeto. Se chamarmos D à distância entre estas duas posições da lente, a distância focal f é determinada pela seguinte equação:

$$f = \frac{L^2 - D^2}{4L}. \quad (12.2)$$

O **Método da Paralaxe** consiste em encontrar a posição onde a imagem de um objeto, vista através de uma lente e refletida num espelho plano, coincide com o objeto (Fig. 12.3). Nesta situação a distância entre o objeto e a lente é a distância focal f .

A distância focal f também pode ser calculada através da **focagem num alvo** de uma imagem de um objeto longínquo. Aplicando a Eq. 12.1, quando s_0 tende para infinito, s tende para f .

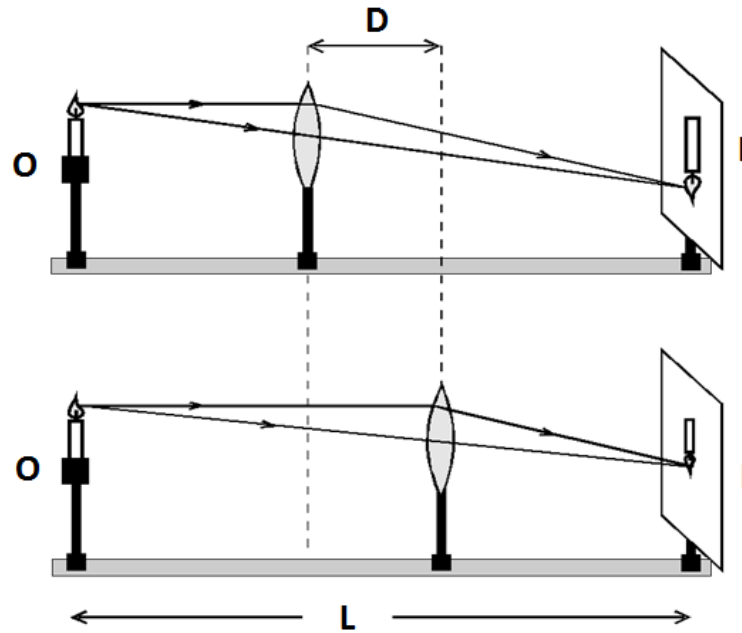


Figura 12.2: Método de Bessel. Fonte: [36].

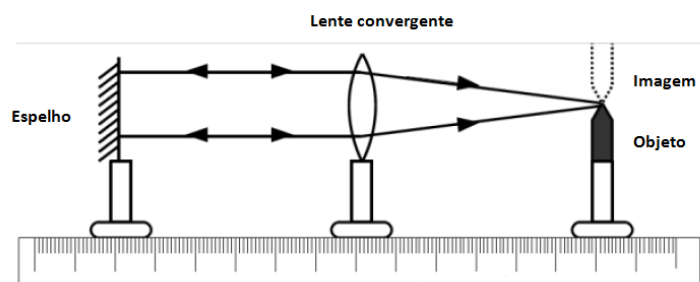


Figura 12.3: Método da Paralaxe. Fonte: [34].

Os fabricantes de lentes podem construir lentes com uma distância focal bem definida para uma aplicação em particular. Para isso, fazem uso de uma equação, deduzida a partir da lei de refração da luz, que tem em conta o raio de curvatura das superfícies da lente, e o índice de refração n do material transparente de que são feitas. A “equação do fabricante de lentes”, para uma lente onde as duas superfícies esféricas têm o mesmo raio de curvatura, R é:

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \frac{2}{R}. \quad (12.3)$$

Se for conhecida a distância focal f e o raio de curvatura R , podemos determinar o **índice de refração** n do vidro de que é feita a lente.

Usando duas lentes convergentes é fácil construir um instrumento ótico simples, a **luneta** ou **telescópio de Galileu**. O telescópio de Galileu é então composto por duas lentes convergentes, (Fig. 12.4). A posição dos focos das duas lentes coincidem e, assim, a imagem formada pela primeira lente serve como objeto para a segunda que por sua vez a projeta para um alvo ou olho do observador.

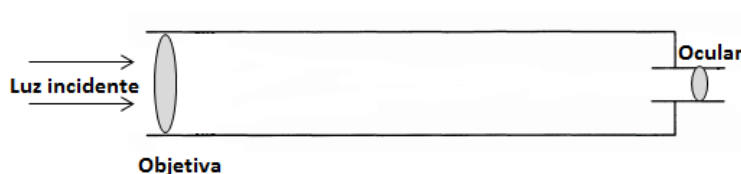


Figura 12.4: Telescópio de Galileu

Em 1609, Galileu construiu a sua luneta e foi o primeiro cientista a usar o telescópio para fazer observações astronómicas. Com estas observações conseguiu fazer grandes descobertas científicas para a época. Observou pela primeira vez os satélites de Júpiter, as crateras da Lua, o planeta Vénus, entre outras observações.

Execução

Método 1 | Equação dos focos conjugados

1. Montar um sistema ótico semelhante ao da Fig. 12.5. O objeto e fonte de luz a utilizar na experiência é a chama da vela.



Figura 12.5: Montagem do sistema ótico

2. Colocar a lupa entre a vela e o alvo e encontrar a respectiva imagem focada.
3. A seguir medir a distância entre a vela e a lupa, s_0 , e a distância entre a lupa e o alvo, s .
4. Para vários valores de s_0 registrar o correspondente valor s da imagem focada no alvo, (Fig. 12.1). Organizar os dados numa tabela.

Método 2 | Método de Bessel

1. Escolher a distância L entre a vela e o alvo, (Fig. 12.2). Determine a distância D entre as duas posições da lente com o máximo cuidado.

Método 3 | Método da Paralaxe

1. Montar um sistema óptico com o espelho plano, a lupa e um objeto (por exemplo, um fósforo) semelhante ao da Fig. 12.6. É importante que todos os componentes do sistema estejam alinhados ao longo do eixo ótico da lupa.

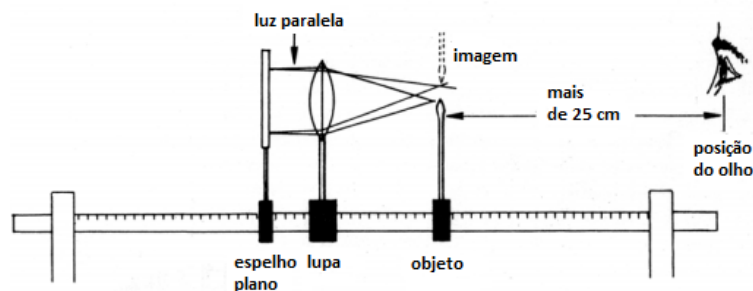


Figura 12.6: Pormenores da execução experimental.

2. Fechar um dos olhos e posicionar o olho como mostra a Fig. 12.6. Movimentar o olho para a direita e para a esquerda mantendo sempre o plano de visão alinhado com o sistema ótico.
3. Ao fazer este movimento com o olho, ver as posições do objeto e da sua imagem invertida no espelho a moverem-se uma em relação à outra. A este movimento relativo chama-se paralaxe.
4. Mudar a posição do objeto para a frente e para trás ao longo do eixo ótico ao mesmo tempo que movimenta o olho para a direita e para a esquerda, mantendo sempre o plano de visão alinhado com o sistema ótico. Identificar uma posição em que o objeto e a sua respetiva imagem já não mudam de posição uma em relação à outra quando movimenta o olho. Nesta situação a paralaxe é eliminada e pode registar o valor da distância focal, f , que corresponde à distância entre o objeto e a lupa.
5. Repetir a experiência fazendo variar a distância entre o espelho e a lupa e comprovar que a distância focal, f , tem sempre o mesmo valor.

Método 4 | Focagem num alvo de uma imagem de um objeto distante

1. Medir, com ajuda de uma fita métrica, o valor da distância focal f da lupa, colocando o alvo branco numa parede e focando uma imagem de um objeto luminoso muito longínquo.

Determinação do índice de refração do vidro

1. Remover a lente convergente do suporte da lupa e medir com ajuda de uma craveira os valores de h , e_0 e e , (Fig. 12.7). Registrar as respectivas incertezas.

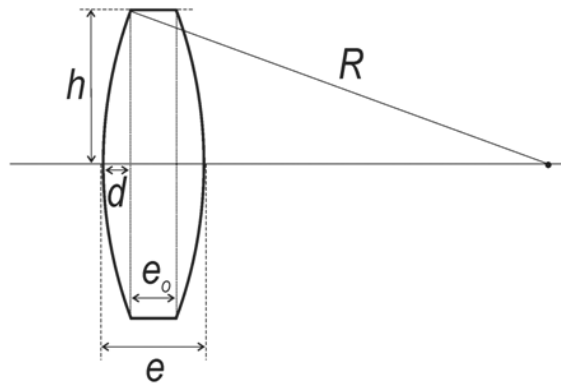


Figura 12.7: Esquema geométrico para o cálculo de R . Fonte: [33].

Construção do Telescópio caseiro

1. Num telescópio de Galileu o comprimento do tubo do telescópio é a soma das distâncias focais da objetiva e da ocular. A ampliação angular do telescópio é dada por:

$$A = \frac{f_{\text{obj}}}{f_{\text{ocular}}}. \quad (12.4)$$

2. Com o material disponível ou outro que tenha à sua disposição, construa uma “luneta”. Tenha em atenção o comprimento do tubo para uma imagem corretamente focada de um objeto longínquo.

Análise dos dados

1. Construir o gráfico de $1/s$ em função de $1/s_0$ em papel milimétrico e, a partir deste gráfico, obter o valor da distância focal f da lupa e a respectiva incerteza.
2. Calcular o valor da distância focal e a respectiva incerteza pelo método de Bessel linearizando a Eq. 12.2.
3. Calcular o valor da distância focal pelo método da Paralaxe e a respectiva incerteza.
4. Comparar os 4 métodos: São consistentes dentro da incerteza experimental? Qual é o método mais preciso?
5. Com base na Fig. 12.7 e no teorema de Pitágoras determinar a expressão de R em função das variáveis, h , e_0 e e e a respectiva incerteza.
6. Aplicando a “equação do fabricante de lentes”, Eq. 12.3, determinar o índice de refração n do vidro da lente e a respectiva incerteza. Use o melhor valor da distância focal f calculado nas alíneas anteriores.
7. Calcule a ampliação angular do seu telescópio. Se possível, capture uma imagem digital da Lua obtida com o seu telescópio caseiro e habilite-se a um prêmio para a melhor fotografia!

Indicações metodológicas para o professor

1. O sistema ótico deverá ser montado num espaço quase escuro e sem a interferência de outras fontes de luz.
2. Sugere-se que a lupa e a vela sejam suportadas por um pedaço de plasticina.
3. No primeiro método faz-se uso da equação dos focos conjugados que pode ser deduzida da seguinte forma:

A relação entre a distância focal f de uma lente, a posição do objeto s_0 e a posição da imagem s pode ser facilmente obtida a partir das leis da ótica geométrica. Descrevendo o percurso ótico de três raios: focal, paralelo e central é possível construir a imagem da Fig. 12.8.

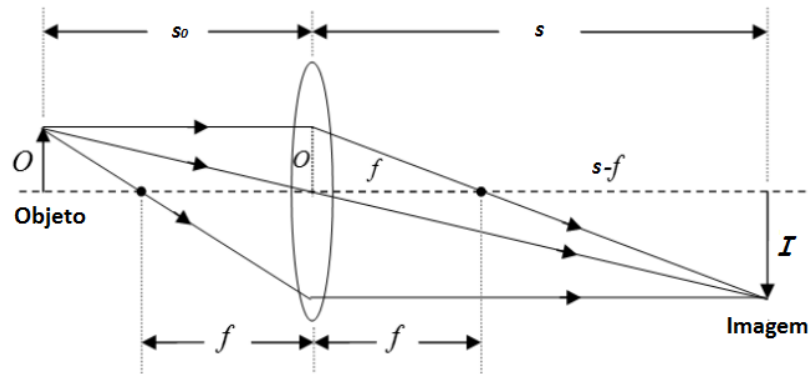


Figura 12.8: Imagem construída com os três principais raios. Fonte: [35].

A partir da lei dos triângulos semelhantes temos,

$$\frac{I}{O} = \frac{s}{s_0} \quad (12.5)$$

e

$$\frac{O}{I} = \frac{f}{s - f} \quad (12.6)$$

onde I representa o altura da imagem e O a altura do objeto. Pela Eq. 12.5 e pela Eq. 12.6 podemos escrever,

$$\frac{s_0}{s} = \frac{f}{s - f} \quad (12.7)$$

ou seja,

$$s_0 s - s_0 f = s f \quad (12.8)$$

e ainda,

$$s_0 s = (s_0 + s) f \quad (12.9)$$

equação que também pode ser expressa na forma,

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s_0} + \frac{1}{s} \quad (12.10)$$

que é a equação dos focos conjugados.

4. Pelo primeiro método, o valor da distância focal, f , é obtido através da ordenada na origem da reta que melhor se ajusta ao gráfico de $1/s$ em função de $1/s_0$. O declive da reta será, aproximadamente, $m = -1$. Caso isso não aconteça, investigar a natureza da discrepância.
5. Na Tabela 12.2 são apresentados valores típicos de uma experiência obtidos no sistema ótico com as características apresentadas nas Figuras 12.1 e 12.5.
6. A reta $y(x) = m \times x + b$ que melhor se ajusta aos dados experimentais (Fig. 12.9), obtido por ajuste por mínimos desvios quadrados, é $m = -1,04(2)$ e $b = 0,0565(5)$. Através da Eq. 12.10 obtemos a distância focal f , a partir do valor de b ,

$$\frac{1}{f} = 0,0565(5) \iff f = 17,7(2) \text{ cm.} \quad (12.11)$$

A incerteza no valor de f foi obtida a partir da expressão

$$\sigma_f = \frac{\sigma_b}{b^2}. \quad (12.12)$$

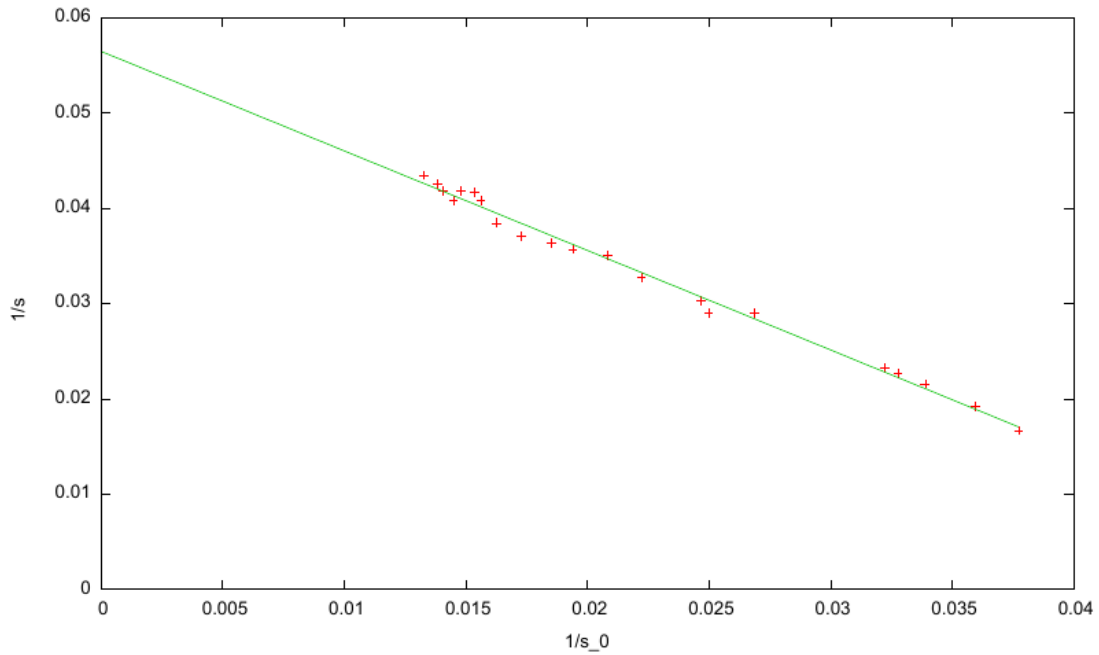


Figura 12.9: Análise dos resultados experimentais usando o método 1.

7. Bessel desenvolveu um outro método para medir a distância focal de uma lente. Considere a Fig. 12.10, onde a distância L entre o objeto e a imagem no alvo é, pelo menos, quatro vezes superior à distância focal da lente. Se a lente for movida para trás e para a frente ao longo do eixo óptico, é possível obter uma imagem focada do objeto para duas posições diferentes da lente. Uma imagem é maior do que o objeto e outra imagem é menor. A distância focal f é obtida através da equação,

$$f = \frac{L^2 - D^2}{4L}, \quad (12.13)$$

em que D é a distância entre as duas posições da lente que produzem uma imagem focada no alvo. Para deduzir esta equação considere a Fig. 12.10.

A distância L entre o objeto e a imagem é dada por:

$$L = s'_0 + s'. \quad (12.14)$$

O deslocamento D entre a primeira e a segunda posição da lente é dado por:

$$D = s' - s''. \quad (12.15)$$

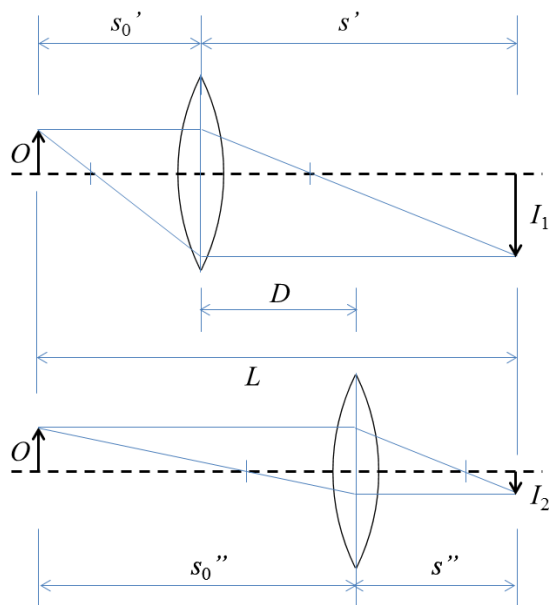


Figura 12.10: Determinação da distância focal usando o método de Bessel.

Sendo $s_0' = s''$ (a distância do objeto no caso 1 é igual à distância da imagem no caso 2), temos

$$D = s' - s_0'. \quad (12.16)$$

Se resolvermos a Eq. 12.14 e a Eq. 12.16 para s_0' e s' obtemos,

$$s' = \frac{1}{2}(L + D), \quad (12.17)$$

e

$$s_0' = \frac{1}{2}(L - D). \quad (12.18)$$

Substituindo na equação dos focos conjugados, temos

$$f = \frac{L^2 - D^2}{4L}. \quad (12.19)$$

A distância focal da lente convergente é então determinada a partir dos valores medidos para L e D .

8. Na Tabela 12.1 são apresentados valores típicos de uma experiência obtidos no sistema ótico com as características apresentadas na Fig. 12.10. Os valores de D só devem ser registados depois de conseguir obter as imagens muito bem focadas.

Nº da Medida	$L(\text{cm})$	$s'_0(\text{cm})$	$s''_0(\text{cm})$	$D = s''_0 - s'_0(\text{cm})$
1	75,0	31,0	45,7	14,7
2	80,0	27,5	52,3	24,8
3	83,0	32,5	62,0	29,5
4	85,0	26,0	58,5	32,8
5	90,0	25,5	65,5	40,0
6	95,0	24,5	70,6	46,1

Tabela 12.1: **Dados do 2º Método:** L é a distância da vela ao alvo, s'_0 é obtido com a maior imagem focada no alvo e o s''_0 é obtido com a menor imagem focada no alvo.

9. Os alunos devem linearizar a Eq. 12.19 e fazer a representação gráfica de D^2/L em função de L . A Fig. 12.11 mostra uma reta com um declive $m \sim 1$.

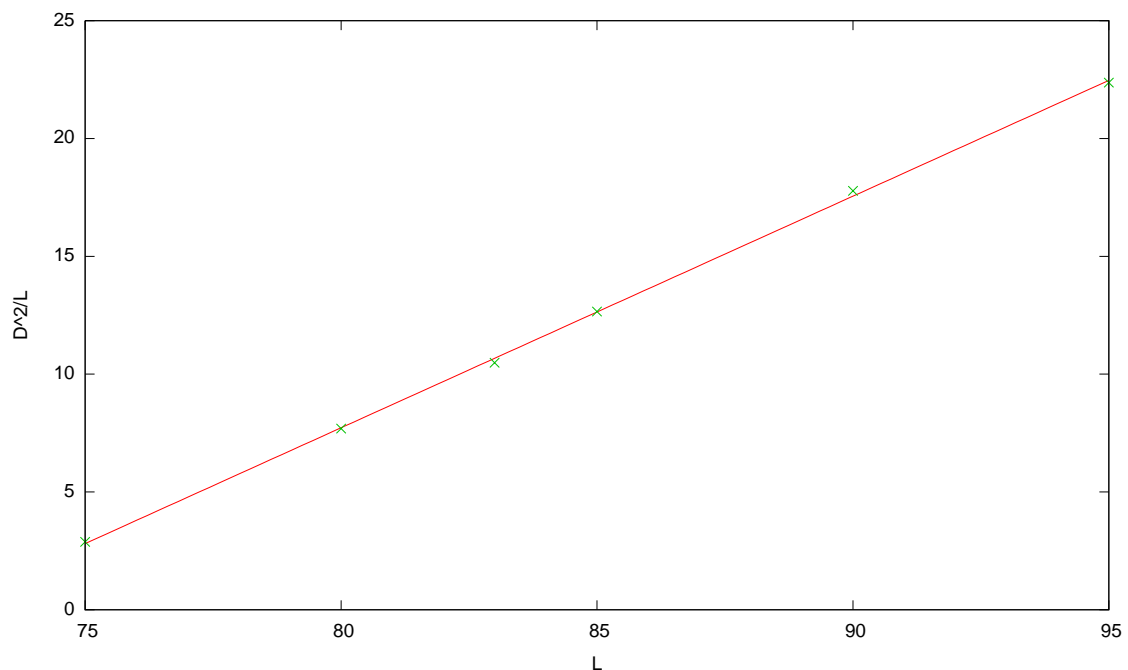


Figura 12.11: Análise dos resultados experimentais usando o método 2.

10. A reta $y(x) = m \times x + b$ que melhor se ajusta aos dados experimentais, obtido por ajuste por mínimos desvios quadrados, é $m = 0,98(1)$ e $b = -70,9(9)$. Através da Eq. 12.19 obtemos a distância focal f , a partir do valor de $b = -4f$,

$$f = \frac{70,9}{4} \iff f = 17,7(2) \text{ cm.} \quad (12.20)$$

11. O método da paralaxe e o método da focagem num alvo são expeditos, mas não são os mais precisos.
12. O método de Bessel é, em princípio, o melhor dos quatro métodos sugeridos, uma vez que permite o cancelamento de certos erros sistemáticos que podem afetar os outros métodos. Este aspeto merece ser discutido com os alunos.
13. Para determinar o índice de refração, n , do vidro da lupa usa-se a equação,

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \frac{2}{R}, \quad (12.21)$$

ou seja:

$$n = 1 + \frac{R}{2f}. \quad (12.22)$$

14. A partir da Fig. 12.7 e aplicando o teorema de Pitágoras, pode-se determinar o valor de R ,

$$R^2 = h^2 + (R - d)^2 = h^2 + R^2 + d^2 - 2Rd. \quad (12.23)$$

Temos, então,

$$R = \frac{h^2 + d^2}{2d}, \quad \text{com} \quad d = \frac{e - e_0}{2}. \quad (12.24)$$

15. O valor da incerteza de n pode ser calculado propagando as incertezas em R e em f :

$$\sigma_n = \sqrt{\left(\frac{1}{4f^2} \sigma_R^2\right) + \left(\frac{R^2}{4f^4} \sigma_f^2\right)}. \quad (12.25)$$

16. O erro em R pode ser calculado com a expressão:

$$\sigma_R = \sqrt{\left(\frac{h}{d}\sigma_h\right)^2 + \left(\frac{d^2 - h^2}{2d^2}\sigma_d\right)^2}, \quad (12.26)$$

onde

$$\sigma_d = \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_e^2 + \sigma_{e_0}^2)}. \quad (12.27)$$

17. Para uma lente com as seguintes características: $e = 7,40$ mm, $e_0 = 3,40$ mm e $h = 59,60$ mm e aplicando as equações 12.24, obtemos $R = 223,01$ mm e $d = 2,00$ mm. O índice de refração do vidro da lente com a distância focal $f=17,70$ cm é de $n=1,63$.

Os erros associados às medidas diretas são: $\sigma_e = 0,05$ mm; $\sigma_{e_0} = 0,05$ mm e $\sigma_h = 0,05$ mm. Aplicando as equações anteriores para a propagação dos erros, temos: $\sigma_d = 0,03$ mm; $\sigma_R = 3,39$ mm e $\sigma_n = 0,01$.

18. As lentes disponibilizadas aos alunos não têm todas a mesma distância focal, f , e o mesmo índice de refração, n . O índice de refração do vidro pode variar entre 1,5 e 1,9, consoante o tipo de vidro.

N° da Medida	s_0 (cm)	s (cm)
1	23,0	75,2
2	23,5	72,2
3	23,9	71,0
4	24,5	69,0
5	23,9	67,5
6	24,0	65,0
7	24,5	64,0
8	26,0	61,5
9	27,0	57,8
10	27,5	54,0
11	28,0	51,5
12	28,5	48,0
13	30,5	45,0
14	33,0	40,5
15	34,5	40,0
16	34,5	37,2
17	43,0	31,0
18	44,2	30,5
19	46,3	29,5
20	52,0	27,8
21	60,0	26,5

Tabela 12.2: **Dados do 1º Método:** Distância entre a vela e a lupa, s_0 ; distância entre a lupa e o alvo, s .

Capítulo 13

Calor latente de evaporação da água

Duração estimada da atividade: 2 h.

Objetivo

Determinar o calor latente de evaporação da água tendo em conta as perdas de energia no processo de aquecimento [37].

Material

- 1 Balança
- Água
- 1 Cronómetro
- 1 Termómetro
- 1 Pau de madeira
- 1 Suporte para o copo quente (por exemplo, tábua de madeira ou cortiça)

- 1 Luva ou pano para manusear o copo quente
- 2 Fios Pequenos
- 1 Copo de alumínio (com cerca de 500 ml de capacidade)
- 1 Suporte universal
- 1 Placa de aquecimento eléctrica ou bico de gás
- Papel absorvente
- Folhas de papel milimétrico

Descrição

No século XVIII o professor escocês Joseph Black foi o primeiro a interessar-se por estudos de calorimetria e a fazer experiências sobre o calor específico, calor latente de fusão e calor latente de evaporação da água¹. Foi também o primeiro a distinguir os conceitos de temperatura e de calor.

O calor latente é a energia que uma determinada substância recebe ou perde numa transição de fase, por unidade de massa. Nesta experiência vamos determinar o calor latente de evaporação da água, que corresponde à mudança de fase da água do estado líquido para o estado gasoso. O calor latente de evaporação da água é, pois, a energia que é necessária para evaporar 1 kg de água, estando esta já em ebulição.

Para o efeito, vamos colocar água num recipiente metálico com um fundo plano e aquecê-la com uma fonte de calor que fornece ao copo uma potência aproximadamente constante. À pressão atmosférica, a água entrará em ebulição aos 100 °C. Se mantivermos a fonte de calor ligada, a água evaporará continuamente até que, passado algum tempo, toda a água líquida passará a vapor.

¹A designação moderna de “calor latente de uma transição” de fase é a de “entalpia da transição”.

Seja P a potência constante fornecida durante o processo de aquecimento, t_1 o tempo que a água leva a atingir o ponto de ebulição a partir da temperatura ambiente T_a , e t_2 o tempo que a água leva a evaporar completamente. Nem toda a energia fornecida é usada no aquecimento e evaporação da água; na realidade, há perdas importantes de energia durante o processo, quer por convecção, quer por radiação, através das superfícies metálicas do copo. Considerando estas perdas, podemos escrever

$$Pt_1 = mc(100 - T_a) + Q_a, \quad (13.1)$$

$$Pt_2 = m\lambda_e + Q_e \quad (13.2)$$

onde m é a massa de água, $c = 4,18 \text{ Jg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ é a capacidade térmica mássica da água líquida e λ_e é o calor latente de evaporação. Q_a e Q_e são trocas de energia com o meio ambiente (as perdas de calor) nos processos de aquecimento e de ebulição, respectivamente.

Se não considerarmos as perdas de calor ($Q_a = 0$ e $Q_e = 0$) podemos calcular o calor latente de evaporação, λ_e , eliminando P das equações anteriores, obtendo a seguinte expressão:

$$\lambda_e = \frac{t_2}{t_1}c(100 - T_a). \quad (13.3)$$

Este método para determinar λ_e , que foi o utilizado por Black, resulta num valor por excesso do valor exacto, uma vez que são desprezadas as perdas de energia por convecção e radiação. É fácil melhorar o método tendo em conta as perdas energéticas, se estas puderem ser modeladas pela lei do arrefecimento de Newton, que tem em conta as perdas por convecção.

A energia perdida para o meio ambiente pode ser determinada desligando a fonte de calor e deixando arrefecer a água. Neste processo, a perda de energia para o ambiente é

$$\frac{\delta Q}{dt} = mc \frac{dT}{dt}, \quad (13.4)$$

onde t é o tempo medido durante o arrefecimento.

A lei do arrefecimento de Newton na forma diferencial é

$$\frac{dT}{dt} = -k_m(T - T_a), \quad (13.5)$$

onde k_m é o parâmetro de arrefecimento (o índice m salienta que k depende da massa da água). A Eq. 13.4 pode assim escrever-se

$$\frac{\delta Q}{dt} = -k_m mc(T - T_a). \quad (13.6)$$

Por sua vez, no processo de aquecimento observa-se que a temperatura aumenta linearmente com o tempo,

$$T = T_a + \frac{100 - T_a}{t_1}t. \quad (13.7)$$

A perda de energia durante o processo de aquecimento é então

$$\frac{\delta Q_a}{dt} = -k_m mc \frac{100 - T_a}{t_1}t. \quad (13.8)$$

Durante a ebulição, a temperatura do recipiente permanece a 100 °C. Assim, a perda de energia quando a água está a ferver é

$$\frac{\delta Q_e}{dt} = -k_m mc(100 - T_a). \quad (13.9)$$

Integrando as equações 13.8 e 13.9, obtemos

$$Q_a = -k_m mc(100 - T_a)\frac{t_1}{2}, \quad (13.10)$$

$$Q_e = -k_m mc(100 - T_a)t_2. \quad (13.11)$$

No modelo Newtoniano, as perdas Q_a e Q_e estão, assim, relacionadas por

$$\frac{Q_e}{Q_a} = 2\frac{t_2}{t_1}. \quad (13.12)$$

Tendo em conta estas perdas de calor nas equações 13.1 e 13.2, o balanço energético vem,

$$Pt_1 = mc(100 - T_a) + Q_a \quad (13.13)$$

$$Pt_2 = m\lambda_e + 2\frac{t_2}{t_1}Q_a. \quad (13.14)$$

De novo, eliminado P nas equações anteriores, obtemos

$$\lambda_e = \frac{t_2}{t_1} \left[c(100 - T_a) - \frac{Q_a}{m} \right]. \quad (13.15)$$

Execução

1. Num copo de alumínio pesar numa balança 100 g de água e medir com um termómetro a temperatura ambiente T_a (Fig. 13.1). Registrar as respetivas incertezas.



Figura 13.1: Material para a realização da experiência.

2. Colocar o copo de alumínio com 100 g de água na placa de aquecimento e medir com um cronómetro o tempo t_1 que a água demora a entrar em ebulição.
3. Quando a água entrar em ebulição medir com o cronómetro o tempo t_2 que a água leva a evaporar totalmente.

4. Repetir o procedimento para diferentes massas de água: 150 g, 200 g, 250 g e 300 g.
5. Para determinar a constante de arrefecimento de Newton, medir novamente com um termómetro a temperatura ambiente T_a e pesar numa balança 100 g de água. Registrar as respetivas incertezas.
6. Colocar o termómetro no pau de madeira com ajuda dos dois fios pequenos e fixá-lo no suporte universal (Fig. 13.2). Garantir que o termómetro não fica em contacto com as paredes do copo com a água.



Figura 13.2: Esquema da experiência de arrefecimento para obter a constante de arrefecimento de Newton.

7. Colocar o copo com 100 g de água na placa de aquecimento e aguardar que a água entre em ebulição aos 100 °C. Desligar a fonte de aquecimento mal a água entre em ebulição e coloque o copo sobre uma placa isoladora (por exemplo de madeira ou cortiça). Iniciar a contagem de tempo no cronómetro. Registrar numa tabela a temperatura T da água em função do tempo t à medida que ela arrefece. Nos primeiros 3 minutos, registar a temperatura de 10 em 10 s. A partir de 3 minutos, registar a temperatura de minuto a minuto durante 1 hora.
8. Repetir o procedimento com 300 g de água.

Análise dos dados

1. A partir dos dados obtidos, calcule os valores do calor latente de evaporação da água, começando por desprezar as perdas de energia por convecção e radiação, tal como fez Black. Compare o valor que obteve com o valor conhecido $\lambda_e = 2261,1 \text{ Jg}^{-1}$.
2. Faça os gráficos da temperatura T em função do tempo t no arrefecimento. Os gráficos comprovam a lei do arrefecimento de Newton? A partir deles, obtenha as constantes de arrefecimento k_{100} e k_{300} .
3. Calcule, a partir dos seus dados, uma melhor estimativa para λ_e usando o modelo do arrefecimento de Newton. Compare com o valor anterior e o valor conhecido e comente o resultado.

Indicações metodológicas para o professor

1. Escolher um local sem grandes variações de temperatura para realizar a experiência.
2. Alertar os alunos para os cuidados a ter no manuseamento da água quente.
3. Antes de se realizar a medição do tempo t_1 os alunos deverão encontrar o melhor método para que a energia necessária para aquecer o copo de alumínio possa ser desprezada, já que o modelo não contabiliza este efeito. Copos de menor massa permitem minimizar este efeito. Uma outra estratégia é a de pré-aquecer o copo, antes de se lhe juntar água, a uma temperatura intermédia entre a temperatura ambiente e a temperatura de ebulição da água. Recorrendo ao valor tabelado da capacidade térmica mássica do alumínio é possível calcular a energia que é necessário fornecer ao alumínio para o aquecer da temperatura ambiente até à temperatura de ebulição da água e comparar esse valor com a energia necessária para aquecer a água. Para um copo de alumínio de 60 g e 300 g de água, a energia transferida para o metal é cerca de 5% da transferida para a água.

4. Para obter melhores resultados usar um bico de gás que garanta um fornecimento constante de energia ao copo de alumínio.
5. Quando utilizar o método de Black que despreza as perdas de energia por convecção e radiação obterá valores de λ_e para as diferentes massas de água superiores ao valor real que é $\lambda_e = 2261,1 \text{ Jg}^{-1}$. Os valores da Tabela 13.1 foram obtidos com um copo de alumínio de 67,8 g e à temperatura ambiente de $24,3 \text{ }^\circ\text{C}$.

Nº da Medida	$m(\text{g})$	$t_1(\text{s})$	$t_2(\text{s})$	$\lambda_e(\text{Jg}^{-1})$
1	100	109	803	2233,10
2	150	150	1340	2826,74
3	200	157	1373	2767,22
4	250	173	1399	2558,84
5	300	179	1532	2708,18

Tabela 13.1: Dados obtidos pelo método de Black.

6. No método em que são consideradas as perdas por convecção (lei de arrefecimento de Newton) os alunos devem representar um gráfico logarítmico de $T - T_a$ em função do tempo t de arrefecimento para obter o valor de k_m^2 , que é o parâmetro de arrefecimento que depende da massa da água. Através do declive do gráfico logarítmico obtém-se o valor de k_m . A experiência foi realizada com 300 g de água e o valor obtido foi $k_{300} = 0,001064(8) \text{ s}^{-1}$. Substituindo o valor de k_m na equação

$$Q_a = -k_m m c (100 - T_a) \frac{t_1}{2} \quad (13.16)$$

temos $Q_a = 9039,78 \text{ J}$.

Este valor de Q_a será usado para calcular o calor latente de evaporação λ_e , e portanto, temos

$$\lambda_e = \frac{t_2}{t_1} \left[c(100 - T_a) - \frac{Q_a}{m} \right] \quad (13.17)$$

²Decorre da lei do arrefecimento de Newton na forma diferencial que, no arrefecimento, e neste modelo, a temperatura varia com o tempo da forma $T(t) = T_a + (T(0) - T_a) \exp(-k_m t)$.

com $\lambda_e = 2450,29 \text{ Jg}^{-1}$.

Este resultado para 300 g de água é inferior ao obtido pelo método de Black ($\lambda_e = 2708,18 \text{ Jg}^{-1}$), aproximando-se mais do valor real. No entanto, o valor de λ_e ainda é sobrestimado porque a lei do arrefecimento de Newton descreve mal as perdas de energia por radiação, embora descreva razoavelmente as perdas por convecção.

7. Os alunos nesta experiência estão a usar um modelo muito simples que é apenas uma aproximação à situação real. O gráfico da temperatura em função do tempo de arrefecimento deveria mostrar um decaimento exponencial, ou seja, uma recta no gráfico logarítmico. Desvios a esta situação ideal são bem notórios nos dados, o que mostra que o modelo de Newton não descreve bem todas as perdas energéticas. Calcular o calor latente de evaporação contabilizando todas as perdas é uma tarefa complexa, porque exige a integração de um modelo realista para as perdas por radiação e convecção. O gráfico da Fig. 13.3 mostra os dados experimentais da curva de arrefecimento, obtidos usando uma interface de aquisição de dados por computador. A experiência foi realizada à temperatura ambiente de $24,3 \text{ }^\circ\text{C}$, com 300 g de água e com um copo de alumínio de 67,8 g de massa. A curva a verde mostra o ajuste de uma lei de arrefecimento de Newton usando os dados dos primeiros 3 minutos. Um ajuste usando todos os dados mostra que a curva de arrefecimento não é bem descrita por uma exponencial. A curva a vermelho é o resultado do ajuste de um modelo mais sofisticado que tem em conta as perdas por radiação e convecção. Este modelo não é descrito por uma função elementar, pelo que não se espera que os alunos façam esta análise.

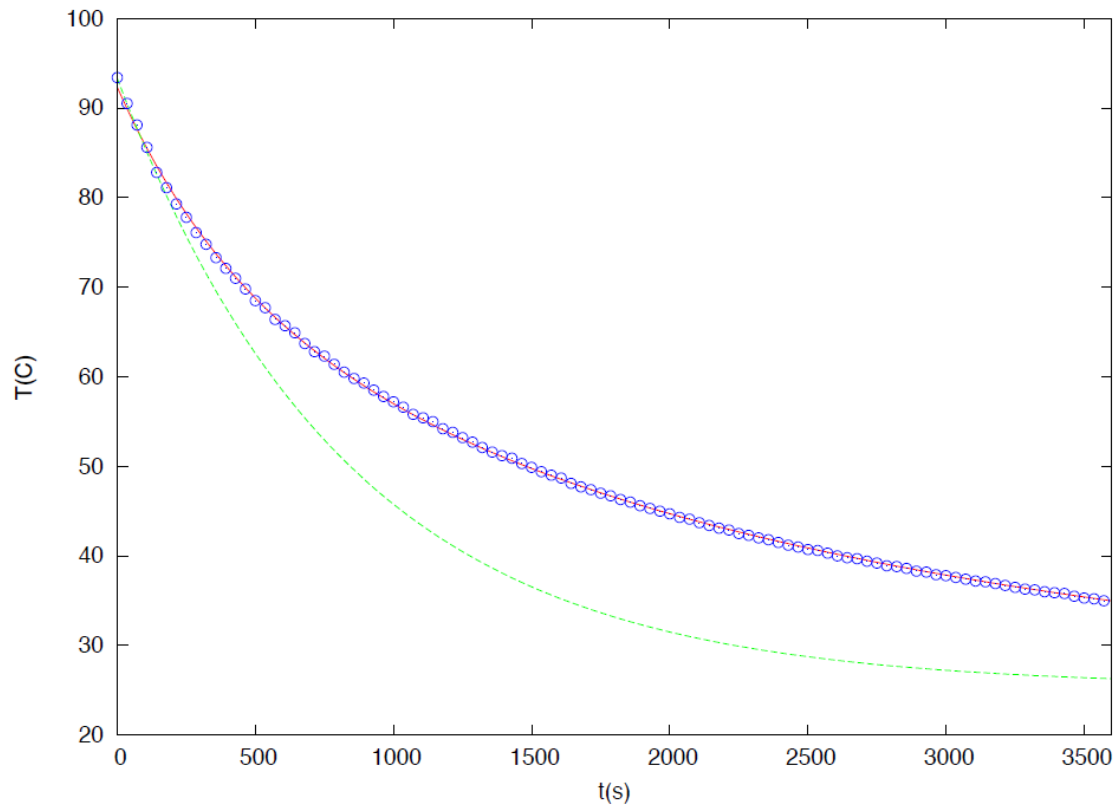


Figura 13.3: Curva de arrefecimento. A curva a verde é um ajuste a um arrefecimento exponencial (lei de Newton) usando os dados dos primeiros 3 minutos; a curva a vermelho é um ajuste a uma lei mais sofisticada de arrefecimento que tem em conta as perdas por convecção e radiação.

Capítulo 14

Coeficiente de viscosidade de um líquido

Duração da atividade: 90 min.

Objetivo

Determinar o coeficiente de viscosidade de um fluido pelo método de *Stokes* e estudar a sua variação com a temperatura [38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47].

Material

- 1 Balança com precisão de 0,01 g
- Esferas de aço (20 esferas de 5 diâmetros diferentes, 4 de cada, mais uma esfera maior, de 12 mm de diâmetro)
- 1 Cronômetro
- 1 Craveira

- 1 Termómetro
- 1 Íman
- 1 Tubo cilíndrico comprido, transparente
- 1 Tubo cilíndrico largo, transparente
- 1 Fita métrica
- 1 Rolo de fita-cola
- 1 Tesoura
- Fluido viscoso (detergente da louça)
- 1 Pinça
- 1 Proveta de 200 cm^3
- 1 Caneta de feltro
- Papel absorvente
- Papel milimétrico
- 1 Câmara de filmar ou telemóvel com capacidade de gravar vídeo

Descrição

Quando uma esfera se desloca num fluido fica sujeito a uma força de atrito ou resistência que aumenta com a velocidade da esfera em relação ao fluido. Isto verifica-se porque a esfera, quando se move no fluido, interage inelasticamente com as moléculas do fluido, transferindo-lhes momento e energia. Por outro lado, o movimento do corpo no fluido provoca um deslocamento relativo de diferentes camadas do fluido que se movem umas sobre as outras com velocidades diferentes, originando, também, dissipação de energia. As forças de atrito em fluidos são também conhecidas como forças de atrito viscoso e dependem de características do corpo e do fluido, sendo que estas últimas podem ser descritas por um número escalar, a *viscosidade*

do fluido. A uma velocidade baixa, a força de resistência, \vec{F}_{res} que atua no corpo devido à viscosidade do fluido, é aproximadamente proporcional à velocidade do corpo e de sentido oposto,

$$\vec{F}_{res} = -K\eta\vec{v} \quad (14.1)$$

onde, η , é o *coeficiente de viscosidade do fluido*, que depende das suas propriedades moleculares, e K um parâmetro que depende da forma e tamanho do corpo.

O físico Irlandês George Gabriel Stokes (em 1850) mostrou que para o movimento de esferas de pequeno raio, r , que se movem num fluido infinito de viscosidade, η , e com velocidades baixas v , a constante K tem o valor,

$$K = 6\pi r \quad (14.2)$$

sendo a força de resistência dada por,

$$\vec{F}_{res} = -6\pi r\eta\vec{v}. \quad (14.3)$$

Uma esfera de raio r em queda vertical num fluido viscoso ao longo do eixo de um tubo cilíndrico fica sujeita a três forças: impulsão, peso e força de resistência. A força de resistência aumenta com a velocidade, tal como mostra a Eq. 14.3. A partir da lei de Newton é fácil concluir que a esfera acaba por alcançar uma velocidade terminal, v_t , dada pela expressão

$$v_t = \frac{2g(\rho_e - \rho_f)}{9\eta} r^2, \quad (14.4)$$

onde ρ_e e ρ_f são as massas volúmicas da esfera e do fluido e g a aceleração da gravidade.

Se a esfera se encontra próximo das paredes do cilindro (ou seja, se a hipótese de fluido infinito não for satisfeita) devem ser feitas correções à lei de Stokes (Eq. 14.3).

No caso de uma esfera que cai verticalmente ao longo do eixo de um tubo cilíndrico

de fluido, de comprimento H e raio interno $R > r$, Ladenburg, Emersleben e Faxén¹ determinaram que a força de resistência calculada por Stokes deve ser corrigida da seguinte forma:

$$\vec{F}_{res} = -6\pi r\eta\lambda\vec{v}, \quad (14.5)$$

sendo que, na aproximação $R \gg r$ e $H \gg r$, e para baixas velocidades, o parâmetro λ é dado por,

$$\lambda = \left(\frac{1 + 3,3\left(\frac{r}{H}\right)}{1 - 2,104\left(\frac{r}{R}\right) + 2,09\left(\frac{r}{R}\right)^3} \right). \quad (14.6)$$

A Eq. 14.4 ainda é válida, desde que a velocidade terminal, medida experimentalmente, seja corrigida pelo fator λ :

$$v_{corr} = \lambda v_t. \quad (14.7)$$

Se a coluna de fluido for muito comprida ($r/H \ll 1$), pode usar-se também a seguinte expressão, mais simples, para o cálculo da velocidade terminal corrigida, v_{corr} :

$$v_{corr} = \frac{v_t}{\left(1 - \frac{r}{R}\right)^{2,3}} \sim v_{corr} = v_t \left(1 + 2,4\frac{r}{R}\right). \quad (14.8)$$

A viscosidade de um fluido varia com a temperatura. Quando se aumenta a temperatura do fluido a energia cinética das moléculas é maior e as forças intermoleculares tornam-se mais fracas e, por isso, a viscosidade diminui com o aumento da temperatura. Por exemplo, os carros dos climas frios usam como lubrificantes óleos menos viscosos no Inverno porque a diminuição da temperatura aumentará a viscosidade do óleo.

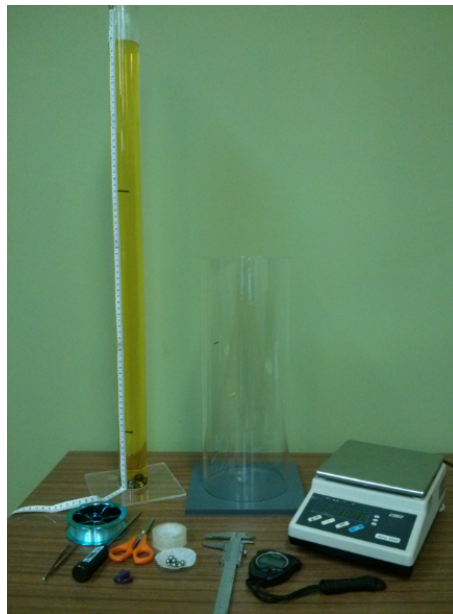


Figura 14.1: Material da experiência

Execução

1. Registe a temperatura do fluido no interior do tubo cilíndrico, tendo o cuidado de não criar bolhas de ar no fluido quando introduzir ou retirar o termómetro.
2. Meça a massa, m , e o diâmetro, D , das esferas. Registe os valores numa tabela e estime a incerteza nas medições.
3. Meça a massa volúmica do fluido a partir de uma pesagem de cerca de 200 ml de fluido numa proveta (não se esqueça de pesar a proveta vazia, antes de colocar o fluido!).
4. Meça o diâmetro, D , do tubo cilíndrico e a altura, H , do fluido no tubo.
5. Cole com fita-cola a fita métrica no tubo cilíndrico (Fig. 14.1).
6. Utilize uma pinça para deixar cair a esfera maior no fluido (sem que ela toque nas paredes e o mais próximo possível da superfície do fluido!). Quando lhe parecer que

¹Ver a discussão sobre este assunto no seguinte artigo: *La engañosa simplicidad del “método de Stokes” para medir viscosidades* [48]

o movimento é uniforme, assinale com a caneta de feltro essa posição no tubo. Faça outra marca quase no final do movimento da esfera. Meça com a fita métrica a distância, d , entre as duas marcas do tubo.

7. Começando pelas esferas de menor raio, meça a velocidade terminal das esferas no fluido. Para o efeito, deve medir o tempo, t , que a esfera demora a percorrer a distância, d , entre as duas marcas no tubo. Registe os valores numa tabela e anote a incerteza nas medições do tempo.
8. Repita o procedimento para todas as esferas.
9. Se tiver tempo, registe em vídeo o movimento de, pelo menos, uma esfera de cada diâmetro.

NOTA: Não retirar as esferas do líquido para evitar a produção de bolhas de ar que afetarão a experiência! As esferas deverão ser retiradas apenas no final da experiência, com a ajuda de um íman.

Análise dos dados

1. Determine a massa volúmica do material de que são feitas as esferas (aço) e uma estimativa da incerteza do valor que obteve. Use todos os dados que recolheu. Compare o valor obtido com o tabelado para o aço.
2. Determine a massa volúmica do fluido, ρ_f , e uma estimativa da incerteza do valor que obteve.
3. Calcule o valor médio das velocidades terminais de cada conjunto de esferas de igual diâmetro.
4. Aplicando a Eq. 14.4, construa o gráfico de v em função de r^2 em papel milimétrico e, a partir deste gráfico, obtenha o valor do coeficiente de viscosidade, η , do fluido e a respetiva incerteza.

5. Usando as equações 14.6 e 14.7 calcule a velocidade terminal corrigida do efeito das paredes do tubo cilíndrico sobre o movimento da esfera ao longo do fluido, v_{corr} ².
6. Construa no papel milimétrico anterior um novo gráfico de v_{corr} em função de r^2 com os valores da velocidade terminal corrigidos e compare os dois gráficos. Comente os resultados.
7. Compare e discuta os resultados obtidos entre todos os grupos. A temperatura do fluido e o diâmetro do tubo influenciam o valor do coeficiente de viscosidade, η ? Justifique as respostas.

Indicações metodológicas para o professor

As indicações do programa de Física do 12º ano e as do caderno de apoio ao professor do manual adotado são um bom ponto de partida para ajudar a explorar a atividade experimental. Apresentam-se, de seguida, algumas questões de detalhe, mais pertinentes.

1. Após o tratamento de dados e aplicando a Eq. 14.4 os alunos esperam obter uma reta que passa na origem, mas isso não acontece como mostra o gráfico da Fig. 14.2. Os dados sem correção do efeito das paredes seguem aproximadamente uma reta mas que **não** passa pela origem³. É necessário contabilizar o efeito das paredes do tubo cilíndrico porque afeta o valor da velocidade terminal. Os alunos devem usar as equações 14.6 e 14.7 para corrigir os valores da velocidade terminal.
2. Construindo um novo gráfico com os valores da velocidade terminal corrigidos em função do quadrado do raio das esferas obtém-se uma reta a passar, muito aproximadamente, na origem. No entanto, se isto não se verificar, os alunos deverão rever os cálculos e analisar os possíveis erros experimentais que terão afetado os resultados.

²Em alternativa, usar a aproximação dada pela Eq. 14.8.

³Usando esferas de maior diâmetro é possível verificar que os dados não corrigidos não seguem sequer um comportamento linear. Este desvio à não linearidade é ainda pouco aparente na Fig. 14.2, pois as esferas têm diâmetros relativamente pequenos, comparados com o raio dos tubos.

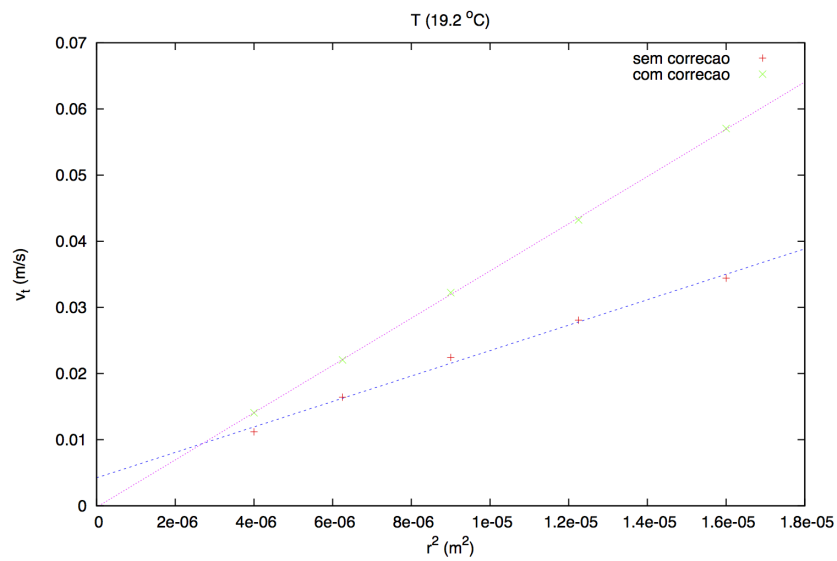


Figura 14.2: Gráfico da velocidade terminal em função do quadrado do raio da esfera. A vermelho são representados os dados em bruto, sem correção do efeito das paredes; a verde são representados os dados corrigidos do efeito das paredes. Os dados foram obtidos à temperatura de $19,2 \text{ }^\circ\text{C}$, com um tubo de raio $R = 2,14 \text{ cm}$, e uma altura de líquido $H = 76,6 \text{ cm}$.

3. Quando se faz a experiência com o tubo cilíndrico transparente de maior diâmetro, é possível verificar que o efeito das paredes do tubo é menor para o tubo de maior diâmetro.
4. O valor médio obtido para a massa volúmica das esferas foi $7,77(3) \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, que é próximo do valor tabelado para o aço. A massa volúmica do fluido (detergente líquido) depende do tipo de detergente usado, sendo tipicamente da ordem de $1,04 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$.
5. Com os dados desta experiência, sem e com correção do efeito das paredes, obtiveram-se os seguintes valores para os ajustes lineares dos dados do gráfico (Fig. 14.2):
 - (a) sem correção: declive $m = 1,92(8) \times 10^3 \text{ m}^{-1}\text{s}^{-1}$; $b = 0,0042(8)\text{m s}^{-1}$ e quadrado do coeficiente de correlação $c_r = 0,9973$;
 - (b) com correção: declive $m = 3,57(3) \times 10^3 \text{ m}^{-1}\text{s}^{-1}$; $b = -0,0002(2)\text{m s}^{-1}$ e quadrado do coeficiente de correlação $c_r = 0,9999$.

Quando for discutida a análise dos dados, deverá chamar-se a atenção para o fato de a não utilização da correção do efeito das paredes introduzir um erro sistemático muito importante, pois o valor do declive (que será usado para o cálculo da viscosidade) praticamente duplica após a correção! Chamar ainda a atenção para o valor substancialmente melhor do quadrado do coeficiente de correlação para os dados corrigidos.

6. Analisando o gráfico da Fig. 14.2 é possível verificar que a reta dos valores da velocidade terminal não corrigidos dão um valor para a viscosidade do fluido, η , por excesso. Na experiência realizada o valor $\eta_{sem \text{ corr.}} = 7,6 \pm 2 \text{ Pa.s}$ e o valor de $\eta_{com \text{ corr.}} = 4,1 \pm 1 \text{ Pa.s}$. Embora a precisão do valor obtido seja da ordem de $3\%^4$, a exatidão é inferior pois, como se vê, depende de um bom modelo de correção do

⁴A precisão depende de vários fatores, mas efetuando medidas cuidadosas e usando uma balança e craveiras de precisão, cada um dos parâmetros da Eq. 14.4 pode ser medido com precisão de 3% ou melhor.

efeito das paredes do tubo, sendo o erro introduzido por esta correção mais difícil de estimar, e mais importante do que as incertezas resultantes das medições.

7. Foram realizadas experiências a temperaturas diferentes. Os resultados obtidos (Fig. 14.3) mostram que a viscosidade diminui com a temperatura.

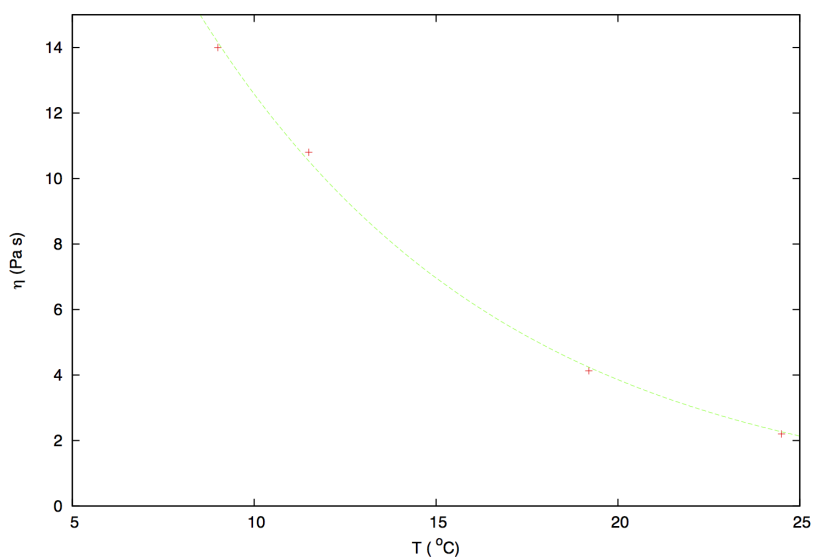


Figura 14.3: Gráfico do coeficiente de viscosidade em função da temperatura. A linha que passa pelos pontos mostra uma variação aproximadamente exponencial com a temperatura.

8. O aumento da temperatura do fluido faz aumentar a energia cinética interna das moléculas e por isso as forças intermoleculares tornam-se mais fracas. Os líquidos que têm maiores forças intermoleculares têm também viscosidades mais elevadas do que os que têm forças intermoleculares mais fracas.

Capítulo 15

Características de um recetor e de um gerador

Duração da atividade: 90 min.

Objetivos

Determinar as características de um gerador (pilha voltaica) e de um recetor (voltâmetro) [40, 41, 42, 43, 44, 45, 46].

Material

- 1 pilha nova de 4,5 V
- 1 pilha usada de 4,5 V
- 8 fios elétricos com crocodilos
- 20 resistências de diferentes valores

- 1 interruptor
- 1 voltímetro (com sensibilidade de 1 mV) ou multímetro
- 1 amperímetro (com sensibilidade de $10\ \mu\text{A}$) ou multímetro
- 1 potenciômetro de $10\ \text{k}\Omega$
- 1 voltâmetro
- Água
- 10 ml de sumo de limão
- Papel absorvente
- Papel milimétrico

Descrição

Um circuito elétrico é constituído por uma ou mais fontes de energias (geradores) e por um ou mais recetores. No circuito elétrico circula uma corrente elétrica que é um movimento orientado de portadores de cargas (eletrões ou iões). Um **gerador** tem como função fornecer energia aos portadores de carga. Ele gera uma tensão (diferença de potencial) que obriga as cargas de um circuito a moverem-se de um modo orientado. A energia de um gerador tem origem, tipicamente, numa reação química (pilha ou bateria) ou num trabalho realizado por uma força mecânica (dínamo de bicicleta).

Um gerador é caracterizado por duas grandezas físicas: a sua força eletromotriz, ε , e a sua resistência interna, r_i .

A força eletromotriz de um gerador é a energia que ele transfere para o circuito por unidade de carga que atravessa o gerador. É dada pela seguinte expressão:

$$\varepsilon = \frac{\Delta E}{\Delta Q}. \quad (15.1)$$

Assim, quando se usa uma pilha de 4,5 V num circuito elétrico, a pilha transfere para o circuito 4,5 J de energia por cada coulomb de carga ($1\text{J/C} = 1\text{ V}$).

A potência útil de um gerador, $P_u = UI$, onde U e I são, respetivamente, a tensão aos seus terminais e a intensidade da corrente que o atravessa, é dada pela expressão:

$$P_u = \varepsilon I - r_i I^2, \quad (15.2)$$

onde εI é a potência disponibilizada pelo gerador e $r_i I^2$ a potência dissipada no próprio gerador, por efeito de Joule, devido à sua resistência interna. A potência fornecida por um gerador é máxima quando a resistência externa do circuito que está a alimentar é igual à resistência interna do gerador.

Com base na Eq. 15.2 é possível escrever a lei de Ohm generalizada num circuito com gerador:

$$U = \varepsilon - r_i I. \quad (15.3)$$

A diferença de potencial aos terminais de um gerador é sempre inferior à sua força eletromotriz e diminui linearmente com a intensidade da corrente.

Um **recetor** puramente resistivo converte toda a energia recebida do gerador em energia interna, isto é, usa a energia para o seu aquecimento. Se parte da energia fornecida ao recetor é transformada noutras formas de energia (química, mecânica, etc.) o recetor já não é puramente resistivo. Neste caso, define-se a força contraeletromotriz, ε' , como a energia, $\Delta E'$ que o recetor recebe e transforma noutras formas por unidade de carga, ΔQ , que atravessa o recetor. É dada pela seguinte equação:

$$\varepsilon' = \frac{\Delta E'}{\Delta Q}. \quad (15.4)$$

A lei de Ohm generalizada para um circuito com um recetor não puramente resistivo é:

$$U = \varepsilon' + r'_i I. \quad (15.5)$$

A diferença de potencial aos terminais de um recetor não puramente resistivo é sempre superior à sua força contraeletromotriz. Um motor e um voltâmetro são exemplos de recetores não puramente resistivos, porque parte da energia que lhes é fornecida é transformada noutras formas de energia, para além da dissipada sob a forma de calor. O voltâmetro permite fazer a eletrólise da água, separar a água nas suas substâncias elementares, oxigénio e hidrogénio, onde a energia fica armazenada na forma de energia potencial química. Nesta experiência será usado um voltâmetro improvisado com dois paus de grafite para elétrodos e como eletrólito uma solução aquosa acidificada com sumo de limão (ácido cítrico).

Execução

Estudo 1 | Características de um gerador

1. Monta o circuito elétrico com a pilha nova de 4,5 V de acordo com a Fig. 15.1, usando como resistência variável uma das resistências fornecidas (começa pela resistência de maior valor).
2. Fecha o interruptor e regista o valor da diferença de potencial, U , aos terminais da resistência elétrica.
3. Repete o procedimento anterior para as restantes 19 resistências elétricas de valores diferentes.

NOTA: Nas medições com as resistências de diferentes valores tens que ser rápido para não "gastares" muito as pilhas e as resistências não aquecerem!

4. Substitui no circuito elétrico a pilha nova de 4,5 V pela pilha usada de 4,5 V e repete todos os procedimentos anteriores.

Estudo 2 | Características de um recetor não puramente resistivo (voltâmetro)

1. Prepara o voltâmetro colocando cerca de 10 ml de sumo de limão no interior do

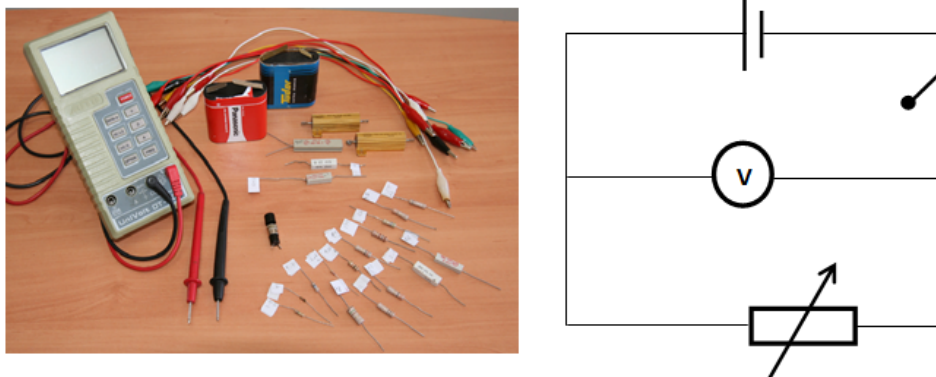


Figura 15.1: Circuito elétrico para o estudo das características de um gerador.

copo de plástico e acrescenta água até à marca azul. A seguir coloca a tampa de esferovite que contém as duas minas de grafite.

2. Monta o circuito elétrico com a pilha nova de 4,5 V de acordo com a Fig. 15.2.

NOTA: Quando colocares os fios elétricos no voltâmetro tem atenção para não entornares a água com o sumo de limão e para não partires as duas minas de grafite.

3. Roda devagar o potenciômetro e regista em simultâneo um conjunto de valores da intensidade de corrente, I , e da diferença de potencial, U . Tem o cuidado de selecionar as escalas mais apropriadas de medida (as correntes são de baixa intensidade, no máximo alguns mA).

Análise dos dados

Estudo 1 | Características de um gerador

1. Com os valores obtidos da diferença de potencial, U , calcula a intensidade de corrente, I , para cada valor das resistências usadas, quando usaste a pilha nova de 4,5 V.

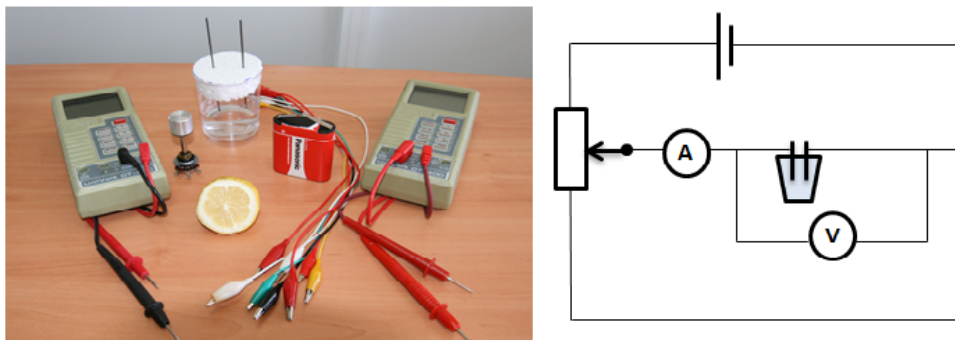


Figura 15.2: Circuito elétrico para o estudo das características do voltômetro (recetor).

2. Constrói o gráfico de U em função de I em papel milimétrico. A partir deste gráfico, e aplicando a Eq. 15.3, obtém os valores da força eletromotriz, ε , e da resistência interna, r_i , da pilha nova. Estima a incerteza nos valores obtidos.
3. Repete os procedimentos anteriores para a pilha usada de 4,5 V.
4. Constrói o gráfico da potência útil, P_u , que é a potência dissipada na resistência *externa* R ligada à pilha nova, em função do valor R . Faz o mesmo para a pilha usada de 4,5 V. Compara os gráficos e comenta os resultados. Como se relaciona o valor da resistência externa para a qual a potência útil é máxima, com a resistência interna da pilha?

Estudo 2 | Características de um recetor não puramente resistivo (voltômetro)

1. Constrói o gráfico de U em função de I em papel milimétrico. A partir deste gráfico, e aplicando a Eq. 15.5, obtém os valores da força contraeletromotriz, ε' , e da resistência interna, r'_i , do recetor. Estima a incerteza nos valores obtidos.

Indicações metodológicas para o professor

As indicações do programa de Física do 12º Ano e as do caderno de apoio ao professor do manual adotado são um bom ponto de partida para ajudar a explorar a atividade experimental. Apresentam-se, de seguida, algumas questões de detalhe, mais pertinentes.

1. Rever com os alunos a forma correta de ligar um amperímetro e um voltímetro num circuito elétrico. Nesta experiência podemos considerar que os instrumentos de medida são ideais (voltímetro com resistência infinita e amperímetro com resistência nula). Se forem utilizados instrumentos sem escala automática, indicar aos alunos o modo de seleção da escala mais apropriada. Os alunos deverão ser informados de que os instrumentos de medida no modo de amperímetro estão protegidos por um fusível que irá queimar numa situação de curto-circuito (por exemplo, ligando diretamente um amperímetro a um gerador). Discutir brevemente com os alunos a incerteza típica das medidas nos instrumentos usados.
2. Alertar os alunos para evitarem a danificação das pilhas. Se ligarem os terminais da pilha a um fio de resistência desprezável estabelece-se um curto-circuito; a intensidade de corrente é elevada ($I = \epsilon/r_i$) e, conseqüentemente, a potência dissipada ($P = r_i I^2 = \epsilon^2/r_i$) no interior da pilha também é elevada e poderemos danificá-la irreversivelmente.
3. No início das medições para o estudo das características de um gerador questionar os alunos acerca do motivo de se iniciar a recolha de dados com as resistências de maior valor.
4. Para montar o circuito da Fig. 15.1 é necessário efetuar quatro contactos (ligações) à resistência elétrica, usando os fios com "garras crocodilo", dois contactos para o gerador e dois contactos para o voltímetro. Para obter os melhores resultados, os contactos de ligação ao voltímetro devem ser internos aos contactos de ligação ao gerador.
5. Quando os alunos utilizarem as resistências de $0,5 \Omega$ e de 1Ω , que são enrolamentos desprotegidos de fio de *Kanthal* (liga da família - FeCrAl) [49], alertar os alunos para não tocarem nos enrolamentos durante as medidas, pois eles vão aquecer e podem queimar-se. As medições deverão ser breves, pois quando a resistência aquece altera o seu valor e, por outro lado, o elevado valor da corrente "gasta" a pilha se o procedimento for demorado.

6. Após a recolha dos dados das diferenças de potencial, U , para a pilha nova e para a pilha usada quando ligadas às resistências fornecidas, os alunos deverão construir uma tabela de valores (U, I) , sendo a intensidade da corrente em cada medida calculada a partir dos valores das diferenças de potencial e das resistências (usar os valores indicados) aplicando a lei de Ohm.
7. A Eq. 15.3 é uma função linear $U = f(I)$, o que permite calcular os valores das características dos geradores (ε, r_i) da pilha nova e da pilha usada através de um ajuste linear $y = mx + b$ aos dados. O módulo do declive, m , desta reta corresponde ao valor da resistência interna e a ordenada na origem, b , ao valor da força eletromotriz. Se os gráficos forem feitos em papel milimétrico, estes valores podem ser obtidos diretamente dos gráficos.
8. A partir do declive e ordenada na origem dos gráficos das Figuras 15.3 e 15.4 foram obtidos os seguintes valores:
Pilha nova: $r_i = 1,61 \pm 0,02 \Omega$; $\varepsilon = 4,77 \pm 0,01 \text{ V}$,
Pilha usada: $r_i = 824 \pm 0,06 \Omega$; $\varepsilon = 4,46 \pm 0,03 \text{ V}$.
Os alunos deverão concluir que o valor da resistência interna, r_i , na pilha usada é muito elevado e o valor da sua força eletromotriz, ε , é inferior ao da pilha nova.
9. Quando os alunos fizerem os gráficos da Fig. 15.5 e da Fig. 15.6 podem verificar que a potência fornecida por um gerador é máxima quando a resistência externa do circuito que está a alimentar é igual à resistência interna do gerador [50]. Para uma pilha nova a resistência externa que maximiza a potência é muito mais baixa do que para uma pilha usada, uma vez que a resistência interna da pilha aumenta com o seu uso.
10. No estudo das características de um recetor não puramente resistivo (voltâmetro) os alunos devem seguir o mesmo raciocínio do ponto 7. Com base na Eq. 15.5 que também é uma função linear $U = f(I)$, será possível calcular os valores das características do recetor (ε', r'_i) . O módulo do declive, m , da reta corresponde ao valor da resistência interna e a ordenada na origem, b , ao valor da força contraeletromotriz.

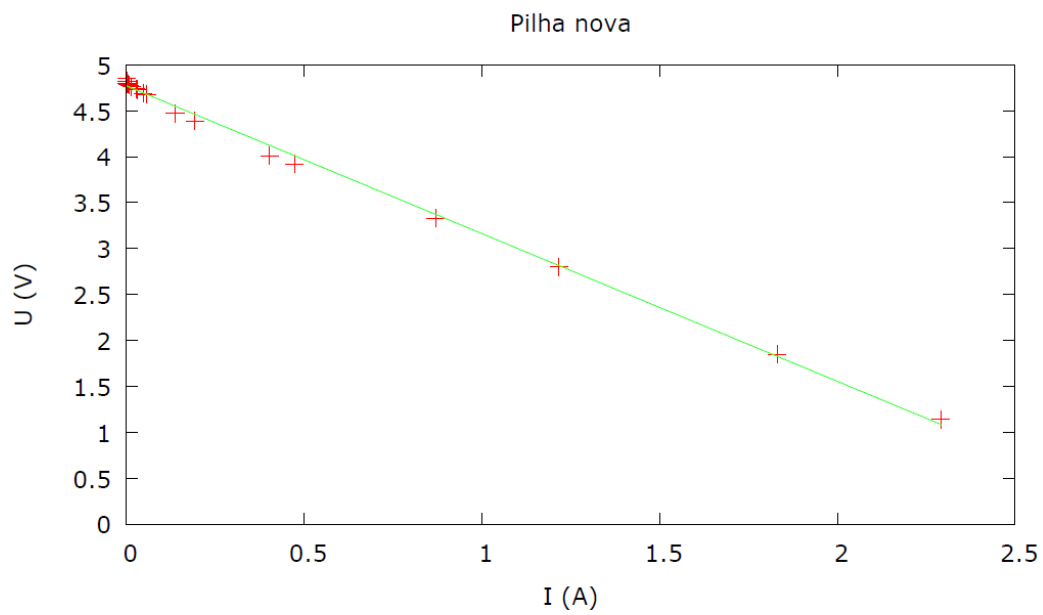


Figura 15.3: Gráfico da diferença de potencial, U , em função da intensidade de corrente, I , para o estudo das características de um gerador (pilha voltaica | nova).

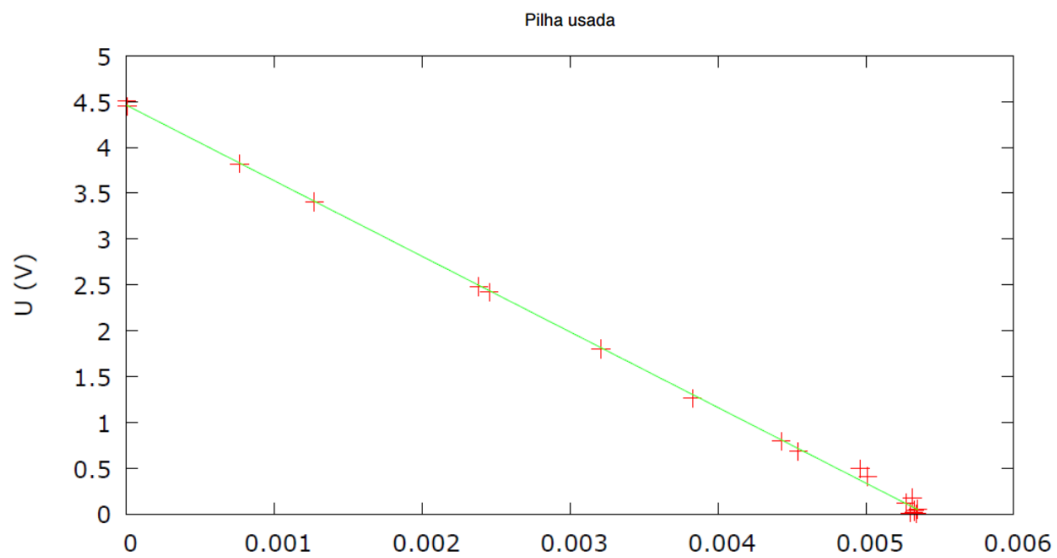


Figura 15.4: Gráfico da diferença de potencial, U , em função da intensidade de corrente, I , para o estudo das características de um gerador (pilha voltaica | usada).

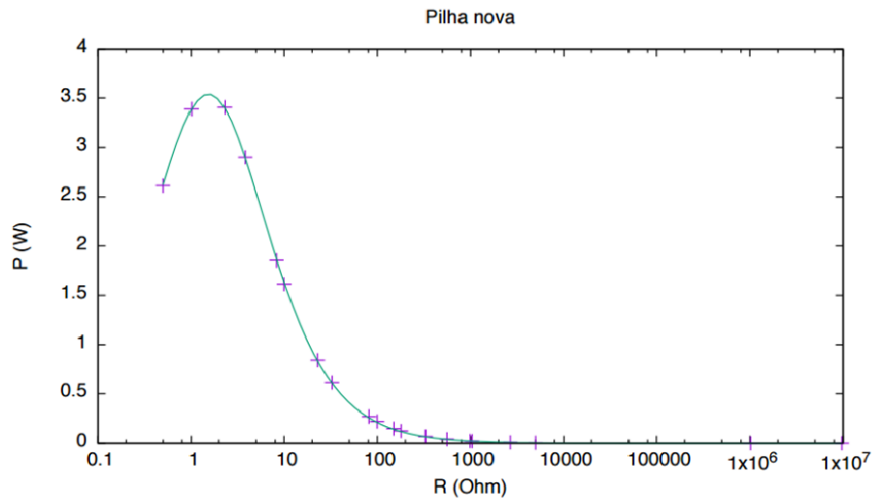


Figura 15.5: Gráfico da potência útil, P_u , que é a potência dissipada na resistência *externa* R ligada à pilha nova, em função do valor R . A curva a cheio representa o ajuste à expressão teórica, $P(R) = \frac{\varepsilon^2}{(R+r_i)^2}$.

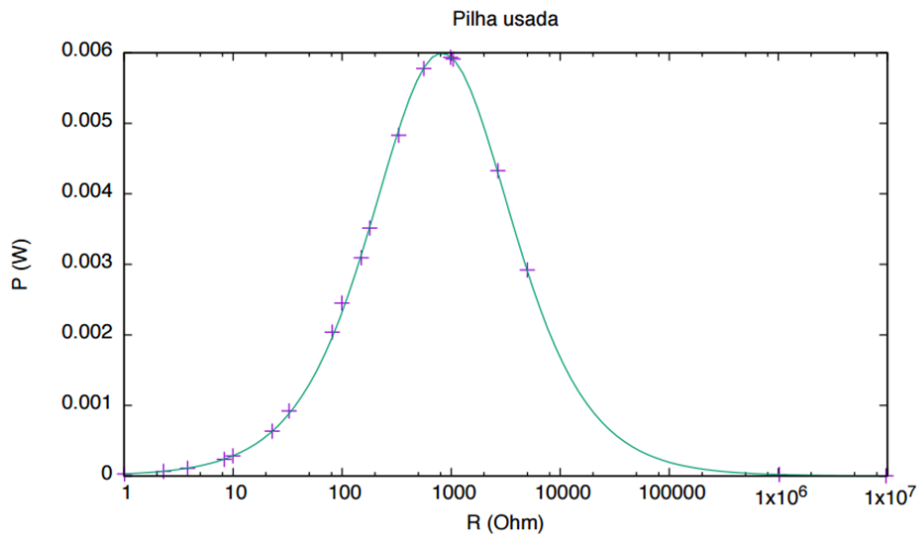


Figura 15.6: Gráfico da potência útil, P_u , que é a potência dissipada na resistência *externa* R ligada à pilha usada, em função do valor R . A curva a cheio representa o ajuste à expressão teórica, $P(R) = \frac{\varepsilon^2}{(R+r_i)^2}$.

A partir do gráfico da Fig. 15.7 obtemos os seguintes valores para o voltmetro:

$$r'_i = 416,6 \pm 0,5 \Omega ; \varepsilon' = 2,96 \pm 0,01 \text{ V}.$$

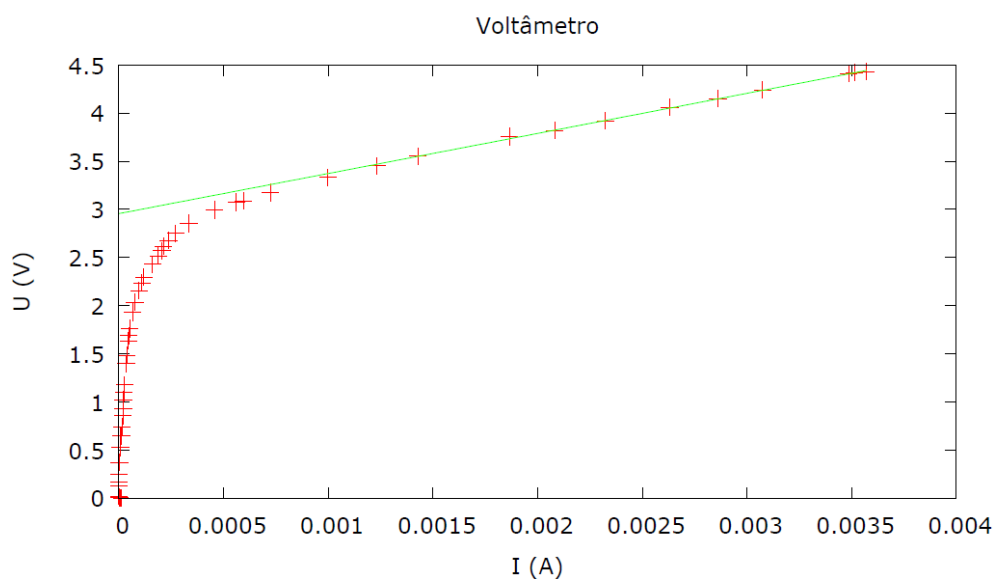


Figura 15.7: Gráfico da diferença de potencial, U , em função da intensidade de corrente, I , para o estudo das características de um recetor não puramente resistivo (voltômetro).

11. O voltômetro apresenta para intensidades de correntes baixas um comportamento não linear, sendo o comportamento linear observado, apenas aproximadamente, e numa região limitada de valores, para correntes mais elevadas. O modelo linear para a curva característica de um voltômetro é um modelo aproximado. No caso de o amperímetro não ter capacidade de medição de intensidades muito baixas (μA) a região de comportamento não linear não será facilmente observada.
12. Quando os alunos estiverem a registar os valores para o voltômetro chamar a atenção para as bolhas que se formam nas paredes dos eléctrodos de grafite. Estas bolhas correspondem ao hidrogénio e ao oxigénio que se formam como resultado da dissociação da água. Os alunos vão verificar que as bolhas não se formam nos instantes iniciais após o circuito elétrico ser fechado mas apenas a partir de, aproximadamente, um valor de $E_0 = 1,7$ V (potencial de dissociação da água). No gráfico da Fig. 15.8¹ é possível verificar melhor esta situação.²

¹Este gráfico é o mesmo da Fig. 15.7 mas com os eixos das ordenadas e abcissas trocados.

²Ver a discussão sobre este assunto no seguinte artigo: “*A concise model for evaluating water electrolysis*” [51].

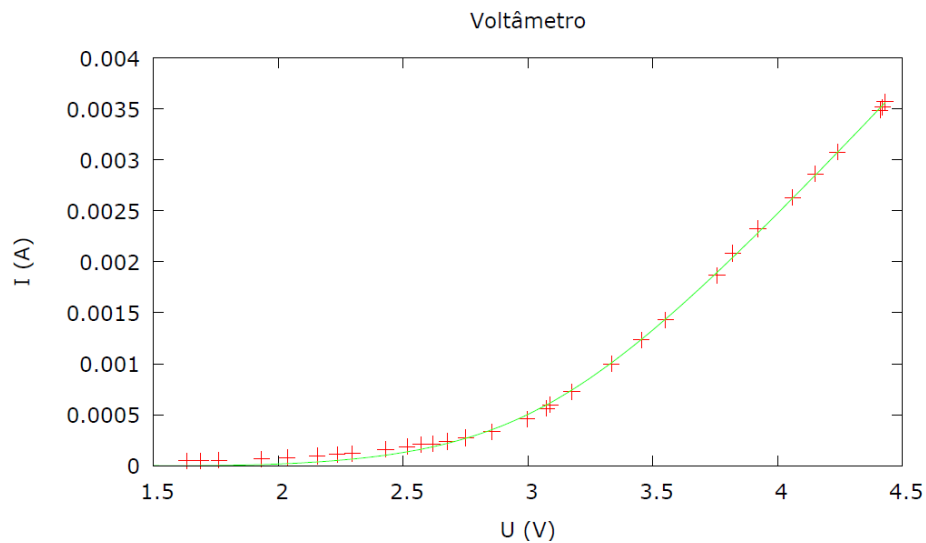


Figura 15.8: Gráfico da intensidade de corrente, I , em função da diferença de potencial, U , para o estudo das características de um recetor não puramente resistivo (voltômetro). A linha a verde corresponde a um modelo mais sofisticado, não linear, do comportamento elétrico de uma célula eletrolítica.

13. Havendo tempo, a exploração com os alunos dos aspetos termodinâmicos e eletroquímicos do voltômetro permitirá uma melhor compreensão das características deste recetor não puramente resistivo.
14. O gráfico da Fig. 15.9 foi obtido com um motor retirado de um carro de brincar. Se os alunos realizarem a prova de criatividade “*Brinquedo com motor!*” (na secção 17.2.2 deste volume II) poderão explorar as principais diferenças e semelhanças entre o voltômetro e o motor.

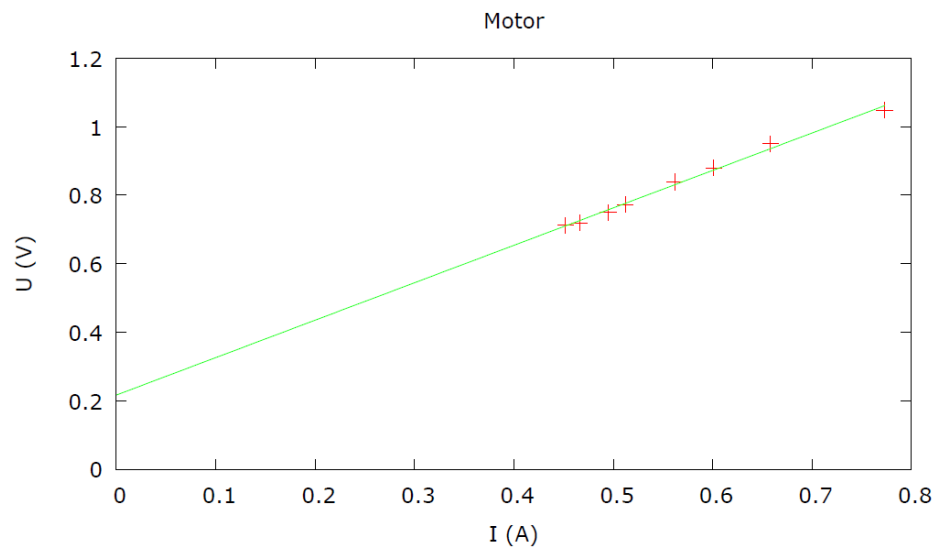


Figura 15.9: Gráfico da diferença de potencial, U , em função da intensidade de corrente, I , para o estudo das características de um recetor (motor de um carro de brincar).

Capítulo 16

Construção de um relógio logarítmico

Duração da atividade: 90 min.

Objetivo

Determinar a capacidade de um condensador e construir com o condensador um relógio logarítmico [40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 52]

Material

- 1 pilha de 9 V
- 1 condensador de poliéster de $10\ \mu\text{F}$
- 5 fios elétricos com crocodilos
- 1 resistência de $10\ \text{M}\Omega$
- 1 interruptor
- 1 voltímetro (com sensibilidade de 1 mV) ou multímetro

- 1 cronómetro
- Circuito pré-montado com LM555
- Papel milimétrico

Descrição

O condensador é um dispositivo que armazena energia potencial elétrica, inventado no século XVIII. É constituído por dois condutores separados por uma substância não condutora (isolante ou dielétrico). A capacidade elétrica de um condensador é

$$C = \frac{Q}{U}, \quad (16.1)$$

onde Q é a carga do condensador e U a diferença de potencial aplicada nos seus terminais. A unidade SI de capacidade é o Farad: $1 \text{ F} = 1 \text{ C/V}$. A capacidade C é uma característica do condensador e depende da geometria, forma e distância entre os condutores, e do dielétrico utilizado. Há vários tipos de condensadores, eletrolíticos, de poliéster, cerâmicos, etc.

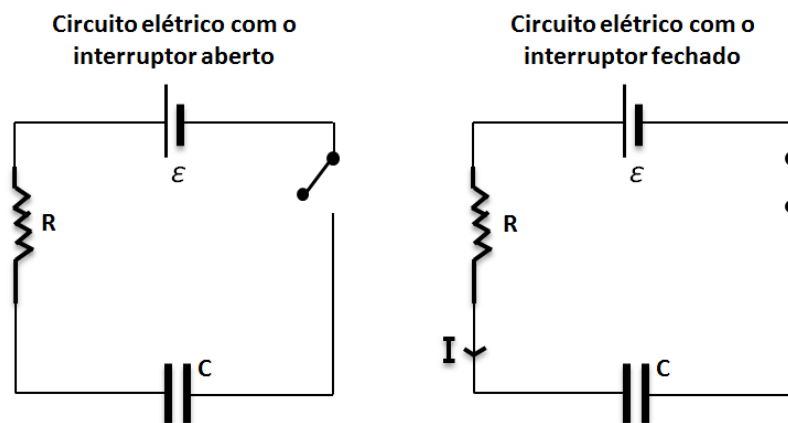


Figura 16.1: Circuito elétrico para carregar um condensador.

Para carregar um condensador pode ser montado o circuito da Fig. 16.1. Neste circuito vamos considerar que a resistência interna da pilha é desprezável. É a pilha voltaica

que fornece energia ao condensador, carregando-o. A diferença de potencial aos terminais da pilha, que é a sua força eletromotriz, é igual à soma das quedas de tensão no condensador e na resistência,

$$\varepsilon = \frac{Q}{C} + RI, \quad (16.2)$$

sendo RI a queda de tensão na resistência e $\frac{Q}{C}$ a queda de tensão no condensador.

Imediatamente após se fechar o interruptor, a tensão nos terminais do condensador é $\frac{Q}{C} = 0$ e a intensidade de corrente é máxima $I_{\max} = \frac{\varepsilon}{R}$. À medida que o condensador carrega, a sua carga Q vai aumentando e a intensidade de corrente diminuindo, até que $I = 0$ e $Q_{\max} = C\varepsilon$. Isto significa que quando o condensador fica completamente carregado, a diferença de potencial aos terminais do condensador é igual à força eletromotriz da pilha.

Para descarregar um condensador basta desligar a pilha e fechar o circuito ligando diretamente a resistência ao condensador. Nesta situação a carga, Q , do condensador e a intensidade de corrente, I , decrescem exponencialmente ao longo do tempo,

$$Q = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}} \quad \text{e} \quad I = I_0 e^{-\frac{t}{RC}}. \quad (16.3)$$

Durante a descarga, a tensão aos terminais do condensador também diminui exponencialmente com o tempo:

$$U = U_0 e^{-\frac{t}{RC}}. \quad (16.4)$$

Num circuito RC , a carga e a descarga de um condensador depende do produto RC . A constante $\tau = RC$ chama-se constante de tempo do circuito e indica o tempo necessário para que a carga e a intensidade de corrente diminuam para $\frac{1}{e} = 0,37$. Esta constante depende de R , quanto maior for R mais tempo demora um dado condensador a descarregar ou a carregar. Quanto menor for a constante de tempo do circuito RC mais rápido será o carregamento e mais depressa descarrega o condensador.

Medindo a descarga de um condensador através de uma resistência R é possível determinar a capacidade, C , desde que se conheça R com precisão. Convém, neste tipo de experiência usar uma resistência muito elevada, para a descarga ser lenta. Podemos usar um multímetro em modo de voltímetro para ler a tensão aos terminais do condensador, sendo que a resistência interna do multímetro (cerca de 10 M Ω) serve de resistência de descarga (Fig. 16.6).

A descarga de um condensador pode servir de relógio logarítmico, porque há uma variação linear entre o logaritmo da tensão U aos terminais do condensador e o tempo de descarga, t .

Os circuitos RC formam a base de muitos temporizadores que utilizamos quotidianamente. Um circuito integrado muito comum, o LM555, permite acionar dispositivos a uma frequência determinada por condensadores e resistências que se ligam ao circuito integrado. O modo de funcionamento do LM555 é o seguinte¹ (Fig. 16.2).

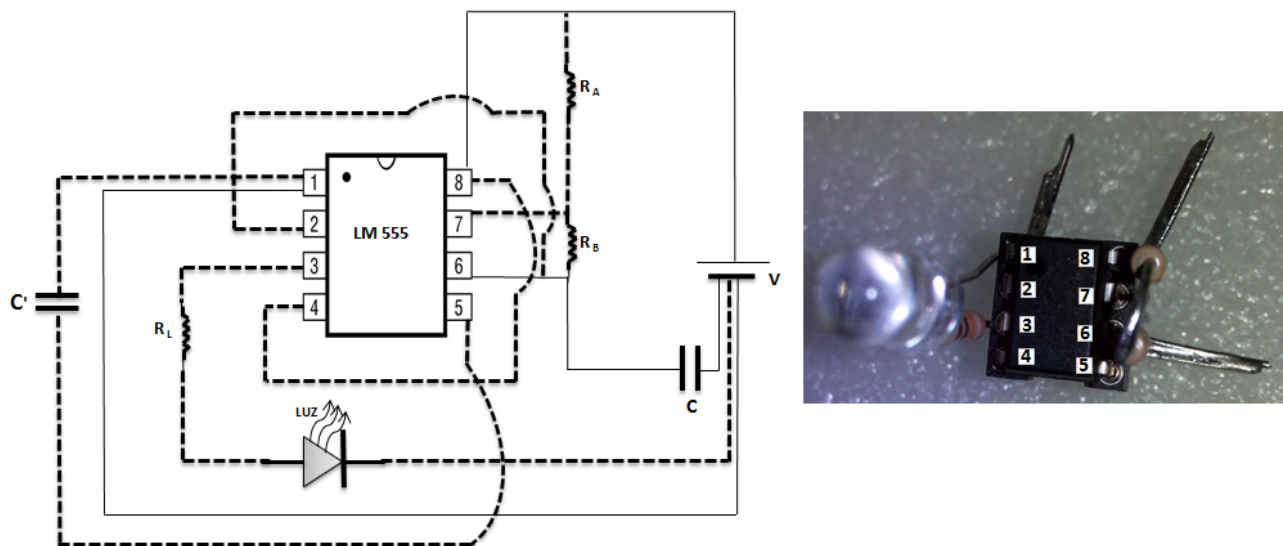


Figura 16.2: Esquema de um circuito elétrico com o LM555.

A diferença de potencial aos terminais 31 do circuito é uma onda retangular, de

¹Para mais informações sobre este assunto consultar o documento: *LM555 Timer* [53]

amplitude igual à tensão de alimentação e com características temporais determinadas pelas resistências, R_A e R_B e pela capacidade C . O condensador carrega através das resistências até atingir $\frac{2}{3}$ da carga máxima e descarrega através da resistência R_B até atingir $\frac{1}{3}$ da carga máxima. Estas situações são traduzidas por o acender e apagar do LED. O período da onda retangular é $T = \tau_1 + \tau_2$, onde τ_1 é o tempo de carga e τ_2 é o tempo de descarga (Fig. 16.3).

É possível mostrar que $\tau_1 = 0,693 (R_A + R_B) C$ e $\tau_2 = \ln(2) R_B C$ pelo que se medirmos T podemos determinar C a partir da Eq. 16.5,

$$T = \tau_1 + \tau_2 = \ln(2) (R_A + 2R_B) C. \quad (16.5)$$

Na Fig. 16.2 estão representados dois condensadores C e C' . O condensador C' está pré-montado no circuito e é importante para estabilizar a tensão. O valor de C' não é utilizado para os cálculos na Eq. 16.5.

Este tipo de circuito tem muitas aplicações no dia-a-dia, por exemplo, nos *pacemakers*, nos limpa para-brisas dos automóveis, etc.

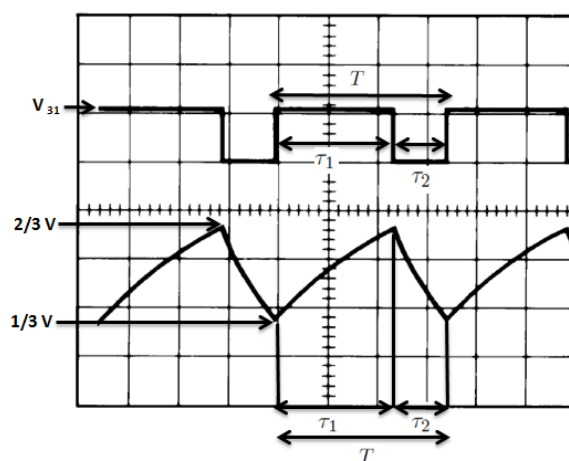


Figura 16.3: Circuito integrado LM 555: carga e descarga. Fonte: [53].

Execução

Estudo 1 | Determinação da resistência interna do voltímetro

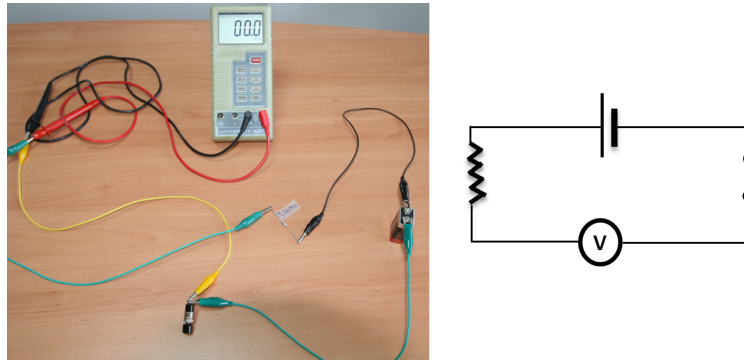


Figura 16.4: Circuito elétrico para determinar a resistência interna do voltímetro.

1. Mede com o voltímetro a força eletromotriz, ε , da pilha de 9 V e regista o seu valor.
2. Monta o circuito elétrico da Fig. 16.4 e regista o valor da diferença de potencial, U , indicado no voltímetro.

Estudo 2 | Carga e descarga do condensador de capacidade C

1. Monta o circuito elétrico da Fig. 16.5 para carregares o condensador. Quando o valor no voltímetro estabilizar, ou seja, a tensão nos terminais do condensador for igual à força eletromotriz da pilha, o condensador está carregado.

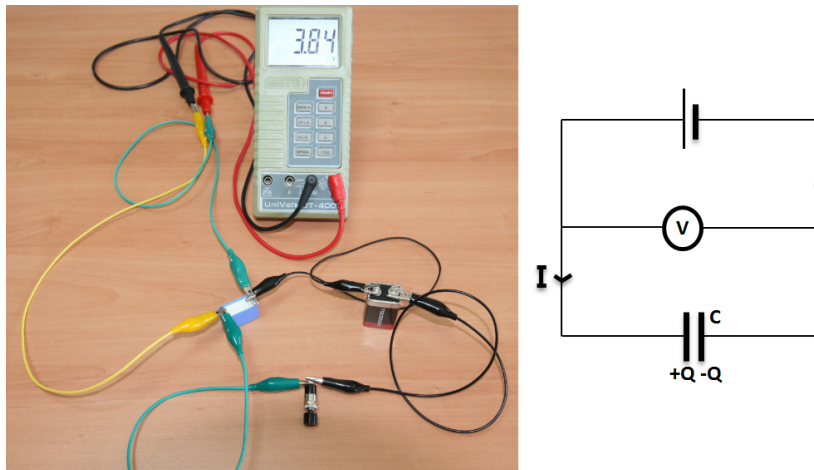


Figura 16.5: Circuito elétrico para o estudo da carga do condensador. Para carregar o condensador o botão do interruptor deverá ser mantido pressionado.

2. Antes de abrires o circuito (deixar de pressionar o botão do interruptor, Fig. 16.6), prepara o cronómetro para iniciares as medições do tempo, t .

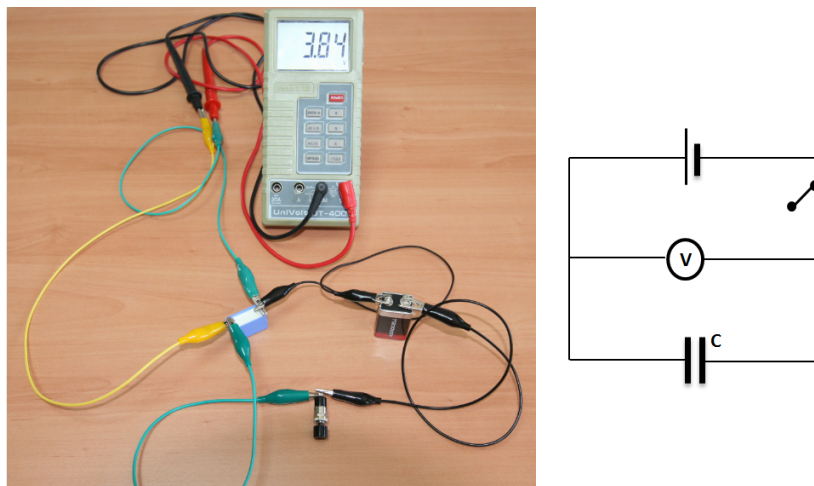


Figura 16.6: Circuito elétrico para o estudo da descarga do condensador. O condensador descarrega quando se abre o interruptor.

3. Mede com o cronómetro, de 15 em 15 segundos, os valores da diferença de potencial indicados no voltímetro, após abrires o circuito (basta largar o botão do interruptor para o condensador descarregar através da resistência interna do voltímetro).

Estudo 3 | “Pisca-pisca” LED com circuito LM555

1. Monta o circuito elétrico de acordo com as Figuras 16.2 e 16.7 e verifica se o LED acende e apaga. **NOTA: As ligações a tracejado na Fig. 16.2 já estão feitas!**
2. Com um cronómetro, mede a frequência do “Pisca-pisca”, $f = \frac{1}{T}$, e procura medir também o tempo que o LED fica aceso (τ_1).

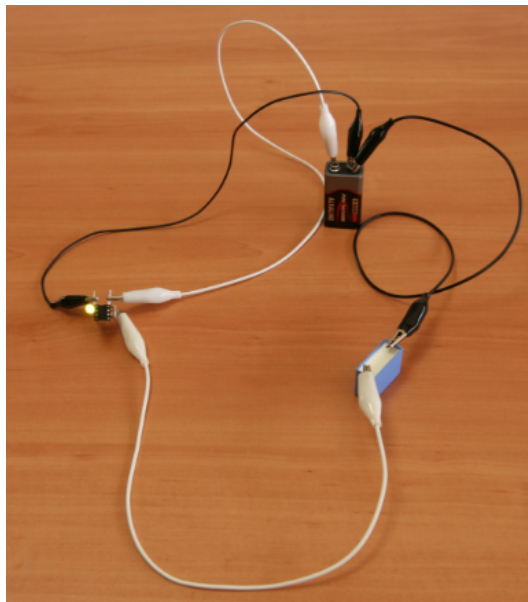


Figura 16.7: Circuito elétrico com o LM555.

Análise dos dados

Estudo 1 | Determinação da resistência interna do voltímetro

1. A partir da força eletromotriz, ε , da pilha, da diferença de potencial, U , e do valor da resistência calibrada, calcula o valor da resistência interna do voltímetro. Estima a incerteza no valor obtido.

Estudo 2 | Carga e descarga do condensador de capacidade C

1. Constrói o gráfico de $\ln U$ em função de t , em papel milimétrico, durante a descarga do condensador. A partir deste gráfico, e aplicando a Eq. 16.4 na forma logarítmica, calcula o valor da constante tempo, RC , do circuito e o valor da capacidade do condensador, C . Estima a incerteza no valor obtido de C e compara o valor experimental de C , com o valor teórico, $C = 10 \mu\text{F}$.

Estudo 3 | “Pisca-pisca” LED com circuito LM555

1. Calcula o período T e τ_1 sabendo que $R_A = 100 \Omega$; $R_B = 150 \text{ k}\Omega$. A partir dos valores de T e τ_1 determina a capacidade, C , do condensador. Compara com o valor teórico e com o valor obtido pelo método anterior (estudo 2).

Indicações metodológicas para o professor

As indicações do programa de Física do 12º Ano e as do caderno de apoio ao professor do manual adotado são um bom ponto de partida para ajudar a explorar a atividade experimental. Apresentam-se, de seguida, algumas questões de detalhe, mais pertinentes.

1. Rever com os alunos a forma correta de ligar um voltímetro num circuito elétrico. Discutir o porquê de o voltímetro estar ligado em série no circuito utilizado para a medição da sua resistência interna, Fig. 16.4, mas no circuito elétrico para carregar o condensador já estar ligado em paralelo, Fig. 16.5.
2. Explorar brevemente com os alunos a incerteza típica das medições feitas com um cronómetro e um voltímetro.
3. O gráfico da Fig. 16.8 representa a descarga de um condensador. É possível visualizar que a carga do condensador decresce exponencialmente com o tempo, de acordo com a Eq. 16.4.

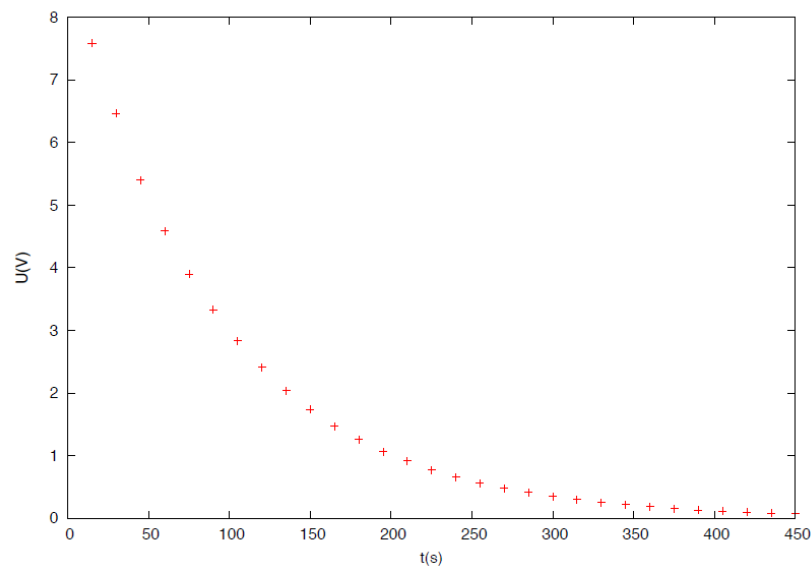


Figura 16.8: Gráfico da tensão, U , aos terminais do condensador em função do tempo, t , durante a descarga do condensador.

4. A Eq. 16.4 pode ser escrita na forma logarítmica:

$$\ln U = \ln U_0 - \frac{t}{RC}, \quad (16.6)$$

e portanto, a Eq. 16.6 é uma função linear $\ln U = f(t)$, que permite calcular o valor da constante tempo RC , através de um ajuste linear $y = mx + b$ aos dados. O declive, m , desta reta corresponde ao valor de $-\frac{1}{RC}$, da Fig. 16.9.

Se o gráfico for feito em papel milimétrico, este valor pode ser obtido diretamente do gráfico.

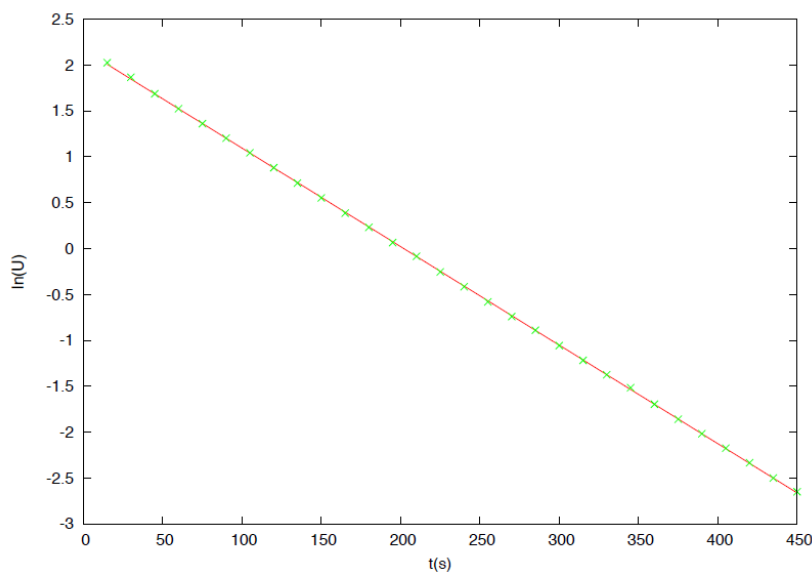


Figura 16.9: Gráfico do logaritmo da tensão, $\ln U$, aos terminais do condensador em função do tempo, t , durante a descarga do condensador.

5. A partir do gráfico da Fig. 16.9 foi obtido o seguinte valor para o declive: $m = -\frac{1}{RC} = -0,0107(1)$.
6. Para o cálculo da capacidade, C , do condensador é necessário calcular o valor da resistência interna, R , do voltímetro a partir do qual o condensador descarregou. Uma das formas de calcular este valor é a seguinte:

$$U_{pilha} = U_{resistencia} + U_{voltmetro}, \quad (16.7)$$

desprezando a resistência interna da pilha porque é muito menor do que a resistência do voltímetro, temos

$$\varepsilon = U_{resistencia} + U_{voltmetro}. \quad (16.8)$$

Na experiência realizada, os valores medidos no voltímetro para a força eletromotriz da pilha e para a diferença de potencial aos terminais do voltímetro, foram respectivamente: $\varepsilon = 9,55 \text{ V}$ e $U_{voltmetro} = 4,62 \text{ V}$. Substituindo os valores na Eq. 16.8 temos $U_{resistencia} = 4,93 \text{ V}$.

Aplicando a lei de Ohm, $U = RI$, conseguimos calcular o valor da intensidade de corrente, I , e a resistência interna do voltímetro, R :

$$I = \frac{U_{resistencia}}{R_{ext}} = \frac{4,93}{9,56 \times 10^6} = 5,15 \times 10^{-7} \text{A}, \quad (16.9)$$

onde $R_{ext} = 9,56 \times 10^6 \Omega$ é o valor da resistência externa calibrada, usada no circuito da Fig. 16.4.

Substituindo o valor de I na seguinte Eq., temos:

$$R = \frac{U_{voltmetro}}{I} = \frac{4,62}{5,15 \times 10^{-7}} = 8,96(2) \times 10^6 \Omega. \quad (16.10)$$

Este valor da resistência interna do voltímetro será substituído em $m = -\frac{1}{RC} = -0,0107(1)$ para obter o valor experimental da capacidade do condensador que é $C = 10,4(2) \times 10^{-6} \text{F}$, próximo do valor teórico, $C = 10 \times 10^{-6} \text{F}$. Atendendo à elevada precisão com que é possível determinar a constante de tempo do circuito, a incerteza de C está determinada pela incerteza no valor da resistência interna do voltímetro que depende, por sua vez, da incerteza do aparelho de medida e da resistência calibrada.

Como a resistência calibrada é especificada com 3 algarismos significativos, que é também a precisão típica das medidas do voltímetro, é aceitável apresentar o valor de C também com 3 algarismos significativos.

7. No circuito integrado LM555 os alunos devem medir o período T determinando o tempo que decorre para um dado número (que convém que seja elevado) de piscadelas do LED. A determinação de τ_1 exige mais perícia, devendo deixar-se ao critério dos alunos o encontrar de uma estratégia que permita medir τ_1 com boa precisão.
8. Sabendo o valor das resistências, $R_A = 100 \Omega$ e $R_B = 150 \text{k}\Omega$ é possível calcular o valor teórico de T aplicando a Eq. 16.5:

$$T = 0,693 \times [100 + (2 \times 150 \times 10^3)] \times 10 \times 10^{-6} = 2,08 \text{s}. \quad (16.11)$$

O valor teórico de τ_1 também pode ser calculado pela equação,

$$\tau_1 = 0,693 (R_A + R_B) = 0,693 \times (100 + 150 \times 10^3) \times 10 \times 10^{-6} = 1,04 \text{s}. \quad (16.12)$$

9. Para calcular o período T foram medidos 50 “Pisca-pisca” em 121 segundos. O valor experimental de T é 2,42 s que se distancia um pouco do valor teórico $T = 2,08$ s. Aplicando a Eq. 16.5 e substituindo os respectivos valores temos $C = 11,6 \times 10^{-6}$.
10. Na experiência realizada para calcular o τ_1 (tempo do LED aceso), fez-se a medição de 30 tempos. O valor médio destes 30 valores foi 1,09 s, portanto, o valor experimental de τ_1 está próximo do valor teórico, 1,04 s. Aplicando a equação $\tau_1 = 0,693 (R_A + R_B) C$ e substituindo os valores já conhecidos, temos $C = 10,0 \times 10^{-6}$.
11. Enquanto que o valor de C obtido através de τ_1 está dentro da incerteza do valor de C determinado pelo método da descarga do condensador, já o valor obtido a partir de T se afasta um pouco do intervalo da incerteza, o que indica que haverá algum pequeno erro sistemático na medida. Discutir com os alunos possíveis fontes de erro.

Capítulo 17

Provas de Criatividade

17.1 Estudo Empírico I | *QChallenge!*

17.1.1 Determinar a aceleração, g , da gravidade usando um plano inclinado

Para medir a aceleração da gravidade, g , pode-se usar um plano inclinado [54, 55, 56, 57]. É fornecido o seguinte material: uma esfera e uma calha de plástico, que deverão ser complementados com um cronómetro, uma fita métrica, e outro material que julgar necessário.

Improvizando um plano inclinado com a calha, idealizar e executar uma experiência que permita determinar a aceleração da gravidade. Faça uma breve descrição da montagem, apresente os dados recolhidos, analise-os e discuta o resultado.

O valor da aceleração da gravidade obtido na experiência pode ser comparado com o valor de referência ao nível do mar [18], para a **latitude** ϕ , dado pela expressão,

$$g = 9,78032 (1 + 0,0053025 \sin^2 \phi - 0,0000058 \sin^2 2 \phi) \text{ m/s}^2. \quad (17.1)$$

Poderá também ser feita uma correção devida à **altitude** h a que se encontra o

laboratório, dada por,

$$\Delta g = -0,1967 h \times 10^{-5} \text{ m/s}^2. \quad (17.2)$$

17.1.2 Velocidade do som no ar

Medir a velocidade do som no ar com materiais simples e de fácil acesso [58, 59, 60].

17.1.3 Bolinhas mágicas

Determinar a distância focal de uma lente esférica no ar e quando submergida em óleo alimentar. Com as bolinhas mágicas [61]¹ que te damos, e que podem funcionar como lentes esféricas, propomos os seguintes desafios:

- Explicar a razão porque as bolas se tornam invisíveis em água.
- Idealizar uma experiência para determinar a distância focal da lente esférica no ar.
- Caracterizar as imagens formadas pela lente esférica à medida que se altera a distância do objeto à lente.
- Procurar determinar a distância focal da lente esférica quando submergida em óleo alimentar.
- Usando a seguinte equação que relaciona a distância focal de uma lente com as características da lente e do meio onde ela está inserida, conhecida por “equação dos fabricantes das lentes”,

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_l}{n_m} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{(n_l - 1)d}{n_l R_1 R_2} \right) \quad (17.3)$$

calcular o raio da esfera a partir do valor medido da distância focal. Compara o valor assim obtido com o raio medido da esfera. Nota: na equação acima, para uma lente esférica, $R_1 = -R_2 = R$ e a espessura da lente é $d = 2R$. Mais informação

¹Nota: colocar as bolinhas mágicas num copo com água durante 24 horas!

sobre a equação acima e a convenção de sinais para o seu uso pode ser consultada em http://en.wikipedia.org/wiki/Lens_optics.

17.1.4 Determinação do Número de Avogadro

Idealiza e executa uma experiência que permita determinar o número de Avogadro [62, 63, 64] com o seguinte material²: duas pilhas de 4,5 V, água, sumo de limão, copos de vidro, plasticina, fios de ligação, fio de cobre, multímetro, relógio, tubos de vidro, esferovite, régua graduada, papel milimétrico.

17.1.5 Coeficiente de Restituição

Medir o coeficiente de restituição [65, 66, 67, 68] do choque de uma bola de ping-pong com uma superfície de pedra polida.

17.1.6 Determinação do Zero Absoluto na cozinha

Idealiza e executa uma experiência que permita estimar o Zero Absoluto (Lei de Charles's) [69] com uma palhinha transparente, água, gelo, lata de coca-cola, tinta ou corante alimentar, plasticina e termómetro. Descrever e documentar a experiência (relatório, registo vídeo, etc.), bem como a análise e tratamento dos dados.

17.1.7 Medir a capacidade térmica mássica do ar

Com ajuda de um secador de cabelo, uma balança de precisão de 0,01 g, um tubo de cartão (rolo de papel higiénico) e um termómetro, idealizar uma experiência que permita medir a capacidade térmica mássica do ar [70]. Faça uma breve descrição da montagem, apresente os dados recolhidos, analise-os e discuta o resultado.

²Sugestão, não é obrigatório usar todo este material, e pode ser utilizado material alternativo!

17.1.8 Torricelli, Hagen e Poiseuille

Idealizar uma experiência que permita medir como varia a altura h de um líquido num frasco, em função do tempo, quando o líquido escoar através de um pequeno buraco lateral, próximo do fundo do frasco [71, 72]. Use água na sua experiência e, se possível, repita-a com um líquido viscoso, como óleo ou detergente da louça. Faça uma breve descrição da montagem, apresente os dados recolhidos, analise-os e discuta o resultado.

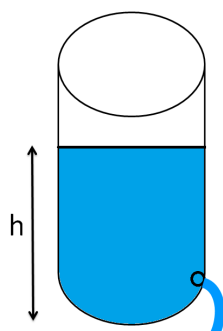


Figura 17.1: Frasco com água, com pequeno orifício de escoamento.

17.1.9 Balança de Jolly

Com o material fornecido (mola *slinky*) e outro material caseiro, improvise uma balança de *Jolly* [73] para medir a densidade de um ovo. Faça uma breve descrição da montagem, apresente os dados recolhidos, analise-os e discuta o resultado. Mais informação sobre a balança de *Jolly* pode ser consultada em: http://en.wikipedia.org/wiki/Jolly_balance.



17.1.10 Medição do raio da Terra

Uma ida à praia, com um grupo de amigos, pode ser uma oportunidade para medir o raio da Terra (e tomar uma bela banhoca se o mar estiver apetecível e seguro!). O método sugerido é o da medição da diferença temporal dos instantes do pôr do Sol medidos por dois observadores à beira-mar, a alturas diferentes: um ao nível do mar e outro sobre uma pequena elevação. O método está amplamente documentado na Web [74, 75]. Premeiam-se os melhores resultados e os mais criativos!

17.2 Estudo Empírico II | Prova de Criatividade

17.2.1 Filme com viscosidade!

Com a ajuda do programa *Tracker* analise os filmes que realizou na aula da atividade experimental “*Coefficiente de Viscosidade de um líquido*” [48]. Este programa pode ser instalado gratuitamente, a partir do seguinte endereço eletrónico: <https://www.cabrillo.edu/~dbrown/tracker/>.

Use o *Tracker* para determinar a velocidade terminal das esferas. Como se comparam estes valores com os obtidos manualmente? Use estes resultados para determinar de novo, usando este método, o coeficiente de viscosidade do fluido. Qual dos métodos (manual, com cronómetro, ou usando o *Tracker*) tem melhor precisão? Comente!

17.2.2 Brinquedo com motor!

Nos teus brinquedos de criança procura um que tenha no seu interior um motor elétrico. Retira o motor do brinquedo e substitui o voltâmetro do circuito elétrico da Fig. 15.2 pelo motor elétrico. Estuda as características elétricas deste recetor (motor) [40, 41, 42, 43, 44, 45, 46]. Compara os valores obtidos para o motor com os do voltâmetro. Comenta os teus resultados!

17.2.3 Limpa para-brisas com LM555...

Com base no circuito elétrico da Fig. 16.2 como poderias construir um temporizador [76, 77] para um limpa para-brisas com três velocidades?

Nota: Em todas as atividades do Estudo Empírico II era dito:

Se enviases o teu trabalho para `quark@teor.fis.uc.pt` poderás candidatar-te a um prémio patrocinado pela Escola *Quark!* - Escola de Física para Jovens da Universidade de Coimbra³.

³Ver <http://quark.fis.uc.pt> e também <http://algot.fis.uc.pt/quark>.

Bibliografia

- [1] O. Pérez e B. Fernández, *Iniciación a las Actividades Experimentales en Física*. FEDORA 12, 2010.
- [2] “IPhO 2011. Caixa negra mecânica: um cilindro com uma bola no seu interior.” https://olimpiadas.spf.pt/docs/2011/pratica_ipho.pdf.
- [3] “IPhO 2011. Solution: 2 - Mechanical Blackbox: a cylinder with a ball inside.” http://mpec.sc.mahidol.ac.th/ipho2011/sites/default/files/Q2_Experiment_Solution.pdf.
- [4] “Seleção para as provas internacionais - 2002. Baloço.” https://olimpiadas.spf.pt/docs/2002/ap_exp.pdf.
- [5] “IPhO 1988. Maxwell’s Wheel.” http://ipho.org/problems-and-solutions/1988/19th_IPhO_1988%20Problems%20and%20Solutions.pdf.
- [6] “Seleção para as provas internacionais - 2000. Disco de Maxwell.” https://olimpiadas.spf.pt/docs/2000/ap_exp.pdf.
- [7] “Asian Physics Olympiad - 2009. Problem 2: Oscillation of Water-Filled Vessel .” http://apho2016.ust.hk/files/APhO_2009.zip.
- [8] A. P. French, “The Suspended Slinky - A problem in Static Equilibrium,” *The Physics Teacher*, vol. 32, no. 4, pp. 244–245, 1994.
- [9] “Seleção para as provas internacionais - 2012. Porcos oscilantes: análise experimental.” https://olimpiadas.spf.pt/docs/2012/sel_expB_2012.pdf.

- [10] “V Olimpíada Iberoamericana de Física 2000 - Prueba experimental 2.” <http://186.28.225.60/oibf/ibero00/oibfvex.htm>.
- [11] “Physics LAB - Determining the Focal Length of a Converging Lens.” http://www.physicslab.org/Document.aspx?doctype=2&filename=GeometricOptics_FocalLengthConvergingLens.xml.
- [12] “Olimpíadas Nacionais de Física - 2010. Lâmpada de Incandescência.” https://olimpiadas.spf.pt/docs/2010/pratica_B_nac.pdf.
- [13] S. A. Waltner e T. A. Lehman, “When is Ohm’s Law Valid?,” *The Physics Teacher*, vol. 31, no. 2, pp. 102–103, 1993.
- [14] D. Henry, “Resistance of a Wire as a Function of temperature,” *The Physics Teacher*, vol. 33, no. 2, pp. 96–97, 1995.
- [15] W. S. Wagner, “Temperature and Color of Incandescent Lamps,” *The Physics Teacher*, vol. 29, no. 3, pp. 176–177, 1991.
- [16] “Determining the Acceleration Due to Gravity with a Simple Pendulum.” http://www.physics.utah.edu/~ewalton/lab_report.pdf.
- [17] R. A. Nelson e M. G. Olsson, “The pendulum—Rich physics from a simple system,” *American Journal of Physics*, vol. 54, no. 2, pp. 112–121, 1986.
- [18] M.C.Abreu, L. Matias, e L. Peralta, *Física Experimental: Uma introdução*. Editorial Presença, 1994.
- [19] “Prova de Seleção - 1999. Pêndulo bifilar.” https://olimpiadas.spf.pt/docs/1999/ap_exp.pdf.
- [20] “XVII Olimpíada Boliviana de Física - 2012.” <http://www.scielo.org.bo/pdf/rbf/v24n24/v24n24a06.pdf>.
- [21] J. W. Then e K. rong Chiang, “Experimental Determination of Moments of Inertia by the Bifilar Pendulum Method,” *American Journal of Physics*, vol. 38, no. 4, pp. 537–539, 1970.

- [22] J. W. Then, “Bifilar Pendulum-An Experimental Study for the Advanced Laboratory,” *American Journal of Physics*, vol. 33, no. 7, pp. 545–547, 1965.
- [23] A. Cromer, “Many oscillations of a rigid rod,” *American Journal of Physics*, vol. 63, no. 2, pp. 112–121, 1995.
- [24] K. S. Cole, “Thermistor Thermometer Bridge: Linearity and Sensitivity for a Range of Temperature,” *Review of Scientific Instruments*, vol. 28, no. 5, pp. 326–328, 1957.
- [25] “Thermistor Calibration.” <http://web.cecs.pdx.edu/~eas199/B/howto/thermistorCalibration/thermistorResistanceCalibration.pdf>.
- [26] A. M. Stoll e J. D. Hardy, “Direct Experimental Comparison of Several Surface Temperature Measuring Devices,” *Review of Scientific Instruments*, vol. 20, no. 9, pp. 678–686, 1949.
- [27] J. A. McLean, “A method for constructing direct reading thermistor thermometers,” *Journal of Scientific Instruments*, vol. 31, no. 12, pp. 455–457, 1954.
- [28] “Calibrating a Silicon Diode for Temperature Measurement.” <https://www.physics.byu.edu/faculty/petersonb/Phys240/DiodeCalibration.pdf>.
- [29] “Bandgap in a Semiconductor Diode.” <https://physics.csuchico.edu/~eayars/publications/bandgap.pdf>.
- [30] L. Kirkup e C. Tonthat, “A direct reading thermometer based on a silicon diode,” *Physics Education*, vol. 33, no. 5, pp. 302–305, 1998.
- [31] J. W. Preckera e M. A. da Silva, “Experimental estimation of the band gap in silicon and germanium from the temperature-voltage curve of diode thermometers,” *American Journal Physics*, vol. 70, no. 11, pp. 1150–1153, 2002.
- [32] “Prova de apuramento - 2007. O hiato do termistor.” https://olimpiadas.spf.pt/docs/2007/se1_expB_2007.pdf.
- [33] “XV Olimpiada Española de Física - 2004.” http://www.uv.es/incorp/cooperacio/pruebas%20olimp%20fisica/Vigo04_Pruebaexperimental.pdf.

- [34] “Focal length of a convex lens by Plane Mirror method.” http://sandyco.weebly.com/uploads/1/5/6/8/15687572/5._focal_length_of_a_convex_lens_by_plane_mirror_method.pdf.
- [35] “Laws of Lenses.” http://site.iugaza.edu.ps/helegla/files/2010/02/Laws_of_lenses.pdf.
- [36] “Lentes Delgadas.” <http://www.if.ufrgs.br/fis183/exp10/manual10.pdf>.
- [37] J. Güémez, C. Fiolhais, e M. Fiolhais, “Revisiting Black’s Experiments on the Latent Heats of Water,” *The Physics Teacher*, vol. 40, no. 1, pp. 26–31, 2002.
- [38] “IX Olimpíada Ibero-Americana de Física - 2004. Experimento/Experiência I: Medidas de viscosidade; Lei de Stokes.” https://olimpiadas.spf.pt/docs/2004/pratica_oibf.pdf.
- [39] “XXVI IPhO 1995. Experimental Question 1 - Terminal velocity in a viscous liquid.” http://ipho.org/problems-and-solutions/1995/IPhO_1995_Experimental%20Question%201.pdf.
- [40] E. Cardoso, G. Ventura, J. A. Paixão, M. F. (Coord.), et al., *Programa de Física do 12º Ano - Curso Científico-Humanístico de Ciências e Tecnologias*. Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular, 2004.
- [41] G. Ventura, M. Fiolhais, C. Fiolhais, e J. A. Paixão, *12 F - Física 12º Ano - Caderno de apoio ao professor*. Texto Editores, 2009.
- [42] G. Ventura, M. Fiolhais, C. Fiolhais, e J. A. Paixão, *12 F - Física 12º Ano*. Texto Editores, 2005.
- [43] N. Maciel, J. E. Villate, C. Azevedo, e F. M. Barbosa, *Eu e a Física 12 - Caderno de Laboratório + Guia do Professor*. Porto Editora, 2009.
- [44] N. Maciel, J. E. Villate, C. Azevedo, e F. M. Barbosa, *Eu e a Física 12*. Porto Editora, 2009.

- [45] H. Caldeira, A. Bello, J. Gomes, e M. J. B. M. de Almeida, *Ontem e Hoje - 12º Ano - Física*. Porto Editora, 2009.
- [46] H. Caldeira, A. Bello, e J. Gomes, *Ontem e Hoje - 12º Ano - Física - Caderno de Laboratório*. Porto Editora, 2009.
- [47] “1.5 - The Coefficient of Determination, r-squared.” <https://onlinecourses.science.psu.edu/stat501/node/255>.
- [48] C. Sandoval, J. Caramy, e J. Salinas, “La engañosa simplicidad del “método de Stokes” para medir viscosidades,” *Revista Brasileira do Ensino da Física*, vol. 31, no. 4, pp. 1–13, 2009.
- [49] “Kanthal A-1.” <http://www.kanthal.com/en/products/material-datasheets/wire/resistance-heating-wire-and-resistance-wire/kanthal-a-1/>.
- [50] “LD Physics Leaflets: Determining the internal resistance of a battery - P4.1.1.1.” http://www.ld-didactic.de/literatur/hb/e/p4/p4111_e.pdf.
- [51] S. Muzhong, B. Nick, D. Yulong, e S. Keith, “A concise model for evaluating water electrolysis,” *International Journal of Hydrogen Energy*, vol. 36, no. 22, pp. 14335–14341, 2010.
- [52] M. das Graças R. Martins, C. F. S. Paulo, E. R. de Souza, F. W. Gutmann, e O. Nakamura, *Olimpíadas Ibero-Americanas de Física - Problemas e Resoluções - 1991-2005*. Sociedade Brasileira de Física, 2006.
- [53] “LM555 Timer.” <http://www.ti.com/lit/ds/symlink/lm555.pdf>.
- [54] M. E. Krieger e J. H. Stith, “Spreadsheets in the Physics Laboratory,” *The Physics Teacher*, vol. 28, no. 6, pp. 378–384, 1990.
- [55] “Seleção para as provas internacionais - 1998.” https://olimpiadas.spf.pt/docs/1998/ap_exp.pdf.
- [56] A. Niculescu, “A rolling Sphere Experiment,” *The Physics Teacher*, vol. 44, no. 3, pp. 157–159, 2006.

- [57] M. E. Bacon, “How balls roll off tables,” *American Journal of Physics*, vol. 73, no. 8, pp. 722–724, 2005.
- [58] W. P. da Silva, J. W. Precker, e D. D. P. S. e Silva, “The Speed of Sound in Air: An At-Home Experiment,” *The Physics Teacher*, vol. 43, no. 4, pp. 219–221, 2005.
- [59] “Resonance Column.” <http://amrita.olabs.edu.in/?sub=1&brch=5&sim=36&cnt=1>.
- [60] S. O. Parolin, “Smartphone-aided measurements of the speed of sound in different gaseous mixtures,” *The Physics Teacher*, vol. 51, no. 8, pp. 508–509, 2013.
- [61] M. Milner-Bolotin, “Water Pearls Optics Challenges for Everybody,” *The Physics Teacher*, vol. 50, pp. 144–145, 2012.
- [62] F. R. Stauffer, “An Estimate of Avogadro’s Number,” *Physics Teacher*, vol. 29, no. 4, pp. 252–253, 1991.
- [63] “Determinação da Constante de Avogadro.” https://olimpiadas.spf.pt/docs/1999/ap_exp.pdf.
- [64] “Constante de Avogadro - É simples determiná-la em sala de aula.” <http://qnesc.sbq.org.br/online/qnesc03/exper.pdf>.
- [65] K. C. Maynes, M. Compton, e B. Baker, “Coefficient of Restitution Measurements for Sport Balls: An Investigative Approach,” *The Physics Teacher*, vol. 43, no. 6, pp. 352–354, 2005.
- [66] “VI OIBF 2001. Prova Experimental - Coeficiente de Restituição.” https://olimpiadas.spf.pt/docs/2001/pratica_oibf.pdf.
- [67] J. Persson, “Measure the coefficient of restitution for sports balls,” *Physics Education*, vol. 47, no. 6, pp. 662–664, 2012.
- [68] M. González, M. González, e J. and César Llamas, “Measuring the coefficient of restitution and more: a simple experiment to promote students’ critical thinking and autonomous work,” *Physics Education*, vol. 52, no. 5, pp. 055002–055015, 2017.

- [69] R. Otani e P. Siegel, “Determining Absolute Zero in the Kitchen sink,” *The Physics Teacher*, vol. 29, no. 5, pp. 316–317, 1991.
- [70] K. Weltner, “Measurement os specific heat capacity of air,” *American Journal of Physics*, vol. 61, no. 7, pp. 661–662, 1993.
- [71] E. J. Ansaldo, “On Bernoulli, Torricelli, and the siphonk,” *The Physics Teacher*, vol. 20, no. 4, pp. 243–244, 1982.
- [72] M. Nauenberg, “A paradox with the Hagen-Poiseuille relation for viscous fluid flow,” *American Journal of Physics*, vol. 82, no. 1, pp. 82–85, 2014.
- [73] J. Glaser, “A Jolly project for teaching hooke’s Law,” *The Physics Teacher*, vol. 29, no. 3, pp. 164–165, 1991.
- [74] “Medição do raio da Terra.” <http://oal.ul.pt/medicao-do-raio-da-terra-21-jun-2013/>.
- [75] Z. H. Levine, “How to measure the radius of the earth on your beach vacation,” *The Physics Teacher*, vol. 31, no. 7, pp. 440–441, 1993.
- [76] “Automatic Wiper Control Circuit.” <http://www.circuitstoday.com/automatic-wiper-control-circuit>.
- [77] “Automatic Rain Sensing Wiper Circuit using 555 Timer IC.” <https://circuitdigest.com/electronic-circuits/automatic-rain-sensing-car-wiper>.