



FCTUC DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Controlo da Pré Tensão em Cabos Usando Análise Modal

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil na Especialidade de Mecânica Estrutural

Autor

Paulo Miguel dos Santos e Silva

Orientador

Professor Doutor Carlos Alberto da Silva Rebelo

Coorientador

Professora Doutora Aldina Maria da Cruz Santiago

Esta dissertação é da exclusiva responsabilidade do seu autor, não tendo sofrido correções após a defesa em provas públicas. O Departamento de Engenharia Civil da FCTUC declina qualquer responsabilidade pelo uso da informação apresentada

Coimbra, fevereiro, 2016

AGRADECIMENTOS

Na conclusão desta última etapa académica queria começar por agradecer ao meu orientador Professor Doutor Carlos Alberto da Silva Rebelo pelo incentivo, transmissão de conhecimento e disponibilidade demonstrada ao longo da elaboração da dissertação. Gostaria também de agradecer à Professora Doutora Aldina Maria da Cruz Santiago pelo seu apoio.

Não podia deixar de agradecer aos funcionários do laboratório de Estruturas por toda a ajuda disponibilizada durante os ensaios, em especial ao Sr. Luís Gaspar e ao Eng.º Ilídio Santos

A todos os amigos que conheci ao longo deste percurso, que felizmente sempre me apoiaram, independentemente das situações. Quero que saibam que são muito importantes para mim.

À minha namorada por todo o apoio e compreensão que me deu ao longo deste tempo.

E por último, mas não menos importante, à minha mãe, ao meu pai, ao meu irmão e à minha cunhada.

A todos, um sincero muito obrigado!

RESUMO

A caracterização do comportamento dinâmico das estruturas tem-se revelado determinante para a sua avaliação face a ações que variam no tempo. Esta caracterização pode ser realizada através de ensaios *in situ*, segundo métodos determinísticos ou estocásticos, onde é medida a resposta da estrutura, como por exemplo acelerações. Nos métodos determinísticos, a resposta medida é em função de uma ação conhecida. Nos métodos estocásticos, a ação a que a estrutura está sujeita é desconhecida. Deste modo, a resposta é determinada com base em conceitos estatísticos.

Para a realização do presente documento, numa primeira fase, foram realizados ensaios experimentais num cabo tracionado sujeito a vários níveis de carga, onde se obtiveram as primeiras frequências de vibração, com o objetivo de validar a expressão teórica que relaciona a força instalada no cabo com as suas frequências de vibração.

Numa segunda fase, foi realizado um estudo paramétrico através de ensaios para a identificação modal de colunas estaiadas pré-esforçadas, onde foram obtidos os primeiros modos de vibração. O objetivo deste conjunto de ensaios foi analisar o efeito que a variação das secções, tanto das colunas como dos cabos, provocavam nos valores modais da estrutura.

Na última fase do trabalho, foi efetuado um estudo paramétrico de colunas estaiadas pré-esforçadas, mas com uma diferente configuração. Esta fase teve como intuito analisar o efeito que diferentes níveis de carga nos cabos provocam nos valores modais das colunas.

Tanto os resultados obtidos para os ensaios realizados na segunda, como na terceira fase, foram comparados com modelos numéricos calibrados.

ABSTRACT

The characterization of the dynamic behavior of structures has proven crucial to the review in the face of actions that vary over time. This characterization can be accomplished through in situ tests, according to deterministic or stochastic methods, which is measured response of the structure, such as accelerations. In deterministic methods, the measured response is a function of a known action. In stochastic methods, the action to which the structure is subjected are unknown. Thus, the answer is determined based on statistical concepts.

For the realization of this document, a first phase, experimental tests were performed in a tensioned cable subjected to different load levels, where it was obtained the first vibration frequencies, in order to validate the theoretical expression relating the installed force on the cable with their vibration frequencies.

In a second phase a parametric study was performed by testing for modal identification prestressed cable stayed columns, where the first vibration modes were obtained. Objective of set of experimental tests was to analyze the effect that the variation of the sections of both columns and cable, caused in modal values in the structure.

In the last stage of the work, was also performed for a parametric study prestressed cable stayed columns but with a different configuration. This phase was meant to examine the effect of different load levels in cables cause the modal values of the columns.

Both the results for tests performed in the second and the third stage were compared with calibrated numerical models.

ÍNDICE

AGRADECIMENTOS	i
RESUMO	ii
ABSTRACT	iii
ÍNDICE.....	iv
ÍNDICE DE FIGURAS	vi
ÍNDICE DE QUADROS	viii
SIMBOLOGIA	ix
ABREVIATURAS	xi
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Considerações Gerais.....	1
1.2 Objetivos do Trabalho	3
1.3 Organização do texto	5
2 ANÁLISE DINÂMICA DE ESTRUTURAS – MÉTODOS DETERMINÍSTICOS.....	6
2.1 Introdução	6
2.2 Sistemas de um Grau de Liberdade	6
2.2.1 Equação de equilíbrio	6
2.2.2 Análise no domínio do tempo.....	8
2.2.1 Análise no domínio da frequência.....	9
2.3 Sistemas de N Graus de Liberdade	11
2.3.1 Equação de equilíbrio	11
2.3.2 Análise no domínio do tempo.....	12
2.3.3 Análise no domínio da frequência.....	12
2.4 Vibração Transversal dos Cabos.....	15
3 ANÁLISE DINÂMICA DE ESTRUTURAS – MÉTODOS ESTOCÁSTICOS	19
3.1 Funções de densidade espectral	20
3.2 Métodos de Identificação Modal Estocástica no Domínio da Frequência.....	21
3.2.1 Método Básico no Domínio da Frequência (BFD).....	21
3.2.2 Método de Decomposição no Domínio da Frequência (FDD).....	24
4 ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL	28
4.1 Planeamento.....	29
4.2 Tipo de equipamento	31
4.3 Tratamento da informação	33
4.3.1 Pré-processamento da informação.....	33

5	CASO DE ESTUDO.....	35
5.1	Caracterização dos ensaios	35
5.1.1	Cabo.....	37
5.1.2	Colunas de 4 braços	40
5.1.3	Colunas de 8 braços	40
5.2	Modelos Numéricos	41
5.2.1	Modelação das colunas	41
5.2.2	Resultados nos Modelos Numéricos não Calibrados	43
6	ENSAIOS DINÂMICOS	46
6.1	Equipamento utilizado nos ensaios dinâmicos	46
6.2	Procedimento Experimental.....	47
6.2.1	Cabos	47
6.2.2	Colunas	48
6.3	Calibração dos modelos	52
6.4	Análise e comparação de resultados	54
6.4.1	Cabos	55
6.4.2	Colunas de 4 braços	55
6.4.3	Colunas de 8 braços	58
7	CONCLUSÕES E SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS.....	61
7.1	Conclusões e discussão de resultados	61
7.2	Desenvolvimentos Futuros	63
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	64

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 – Lista dos edifícios mais altos atualmente.....	1
Figura 1.2 – Exemplo de aplicações de PSSC – Estádio do Algarve (à esquerda) e Chiswick Park,UK (à direita) (Wadee etal, 2013).....	2
Figura 1.3 – Configuração das PSSC com quatro braços.....	4
Figura 1.4 – Configuração das PSSC com oito braços.....	4
Figura 2.1 – Sistema de Um Grau de Liberdade – idealização do modelo (à esquerda) e sistema de forças (à direita) (Chopra, 1995).....	7
Figura 2.2 – Instante da aplicação do Impulso (Clough, et al., 1995).....	9
Figura 2.3 – Função de resposta em frequência – Amplitude (à esquerda) e Fase (à direita) (Bendat et al., 2010).....	11
Figura 2.4 – Forças atuantes na viga simplesmente apoiada (Clough, et al., 1995).....	16
Figura 4.1 – Equipamentos utilizados em Ensaios Forçados (Cunha et al., 2006)	29
Figura 4.2 – Tipos de ensaios faseados (Rodrigues, 2004).	31
Figura 4.3 – Exemplos e caraterísticas de acelerómetros piezoeléctricos	32
Figura 4.4 - Exemplos e caraterísticas de sistemas de aquisição.....	32
Figura 5.1 – Vista Longitudinal do layout dos ensaios efetuados nos cabos (adaptado Alves, 2014).....	35
Figura 5.2 – Perspectiva do layout dos ensaios efetuados nas colunas de quatro braços.....	37
Figura 5.3 – Sistemas de apoios da coluna de quatro braços – Apoio central (à esquerda) e apoio nas extremidades (à direita)	38
Figura 5.4 – Sistema de aplicação de carga nos cabos	38
Figura 5.5 – Medição da carga aplicada nos cabos – <i>Data Logger</i>	39
Figura 5.6 – Vista dos ensaios das colunas de oito braços	40
Figura 5.7 – Sistema de apoio das colunas de oito braços	41
Figura 5.8 – Modelos numéricos das colunas.....	42
Figura 5.9 – Modos de vibração tipo dos modelos numéricos das colunas de quatros braços	44
Figura 5.10 – Modos de vibração tipo dos modelos numéricos das colunas de oito braços ..	45
Figura 6.1 – Acelerómetro piezoeléctrico utilizado no ensaio	46
Figura 6.2 – Aparelho de aquisição de dado utilizado no ensaio	46
Figura 6.3 – Computador portátil com o <i>software</i> “Pulse”	47
Figura 6.4 – Posicionamento do acelerómetro no ensaio dos cabos	47
Figura 6.5 – Registo das acelerações.....	48

Figura 6.6 – Espectro de resposta de um cabo em frequência	48
Figura 6.7 – Posicionamento dos acelerómetros nas colunas de quatro braços	49
Figura 6.8 – Posicionamento dos acelerómetros na posição 3 – Acelerómetro vertical e horizontal	49
Figura 6.9 – Posicionamento dos acelerómetros nos vários <i>setup's</i>	50
Figura 6.10 – Espectro dos valores singulares da matriz de funções de densidade espectral de acelerações do método FDD	51
Figura 6.11 - Modos de vibração tipo dos ensaios das colunas de oito braços	52
Figura 6.12 - Modos de vibração do modelo numéricos da coluna de 4 braços de diametro 140, cabo 10 mm e força de 7000 N	54
Figura 6.13 Espectro dos valores singulares da matriz de funções de densidade espectral de acelerações do método FDD da coluna de 4 braços de 180 mm com cabos de 13 mm	57
Figura 6.14 – Representação das condições de apoio das colunas de 4 braços e respectivas nomenclaturas	57
Figura 6.15 – Representação das colunas de 8 braços e respectivas nomenclaturas	60

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 5.1 – Características do cabo de secção 10 mm	36
Quadro 5.2 – Frequências naturais teóricas do cabo de 10 mm	37
Quadro 5.3 – Características das colunas e dos braços	39
Quadro 5.4 – Características dos Cabos	39
Quadro 5.5 – Frequências de Vibração da Coluna de 140 mm	43
Quadro 5.6 – Frequências de Vibração da Coluna de 180 mm	43
Quadro 5.7 – Frequências de Vibração da Coluna de 140 mm	44
Quadro 5.8 - Frequências de Vibração da Coluna de 180 mm	44
Quadro 6.1 – Frequências de Vibração da Coluna com 140 mm	53
Quadro 6.2 – Frequências de Vibração da Coluna de 140 mm	54
Quadro 6.3 – Comparação das Frequências de Vibração dos cabos obtidas nos ensaios com a Equação Teórica	55
Quadro 6.4 - Comparação entre as Frequências de Vibração das colunas de 4 braços obtidas nos ensaios e nos modelos numéricos	56
Quadro 6.5 – Rigidez dos apoios dos modelos numéricos das colunas de 4 braços	58
Quadro 6.6 - Comparação entre as Frequências de Vibração das colunas de 8 braços obtidas nos ensaios e nos modelos numéricos	59
Quadro 6.7 - Rigidez dos apoios dos modelos numéricos das colunas de 8 braços	60
Quadro 7.1 – Erros entre as Frequências de Vibração dos cabos obtidos nos ensaios com a equação teórica	61

SIMBOLOGIA

Latinas maiúsculas

A_1	Constante 1 da solução geral
A_2	Constante 2 da solução geral
A_{nom}	Área nominal
\underline{C}	Matriz de amortecimento
\underline{C}_n	Matriz de amortecimento modal
E	Módulo de elasticidade
\mathcal{F}	Transformada de Fourier
H	Função de resposta em frequência
Hz	Hertz
I	Momento de inércia
\underline{K}	Matriz de rigidez
\underline{K}_n	Matriz de rigidez modal
KN	Quilo Newtons
L	Comprimento
\underline{M}	Matriz de massa
\underline{M}_n	Matriz de massa modal
N	Newtons (unidade de medição da força)
P	Transformada de Fourier da excitação
R	Função de auto-correlação
S	Função de densidade espectral
T	Carga horizontal
U	Transformada de Fourier da resposta

Latinas minúsculas

c	Amortecimento do sistema
f	Frequência
f_u	Carga última
f_D	Forças de Amortecimento
f_I	Forças de Inércia
f_s	Forças elásticas
h	Função de resposta de um impulso unitário
i	Unidade imaginária

k	Rigidez do sistema
m	Massa do sistema
n	Número do grau de liberdade
p	Força exterior
\underline{p}	Vetor de forças
r_0	Valor inicial da função de auto-correlação
r_k	k-ésimo máximo da função de auto-correlação
t	Instante t
u	Resposta de um corpo
\dot{u}	Velocidade de um corpo
\ddot{u}	Aceleração de um corpo
\underline{u}	Vetor de resposta
$\underline{\dot{u}}$	Vetor de velocidades
$\underline{\ddot{u}}$	Vetor de acelerações
\underline{y}_n	Coordenadas modais
w_{mn}	Tipo de movimento do apoio m na direção n

Gregas maiúsculas

$\underline{\Phi}_n$	Matriz de massa modal
$\underline{\Phi}_n^t$	Matriz transposta da massa modal
Δt	Variação do tempo

Gregas minúsculas

α	Coefficiente de distribuição da massa
β	Coefficiente de distribuição da rigidez
δ	Decremento logarítmico
λ	Coefficiente
ξ	Coefficiente de amortecimento
ρ	Densidade
τ	Desfasamento temporal
ω	Frequência angular
ω_n	Frequência natural angular
ω_D	Frequência de amortecimento angular

ABREVIATURAS

ANPSD – Média dos auto-espectros normalizados

BFD - Método básico no domínio da frequência

DET - Determinante

EFDD – Método melhorado de decomposição no domínio da frequência

FDD – Método de decomposição no domínio da frequência

FFT – Transformadas rápidas de Fourier

FRF – Função de resposta em frequência

GDL – Graus de liberdade

IFFT – Inversa da transformada rápida de Fourier

NPSD – Normalização dos auto-espectros

PSD – Auto-espectro

PSSC – Colunas estaiadas pré esforçadas

SVD – Decomposição em Valores Singulares

1 INTRODUÇÃO

1.1 Considerações Gerais

No passado, a falta de conhecimento das características mecânicas dos materiais, associada à impossibilidade de análises dinâmicas, só permitia uma construção com base no conhecimento empírico. Estas construções eram caracterizadas por soluções demasiado robustas, em que os edifícios eram baixos e largos e as pontes tinham vãos bastante reduzidos.

Com os avanços tecnológicos foi possível conhecer e desenvolver novos materiais e análises, combatendo a carência de soluções existentes até então. Por exemplo, o aparecimento do aço surgiu como uma solução para a construção de edifícios em altura, satisfazendo as exigências arquitetónicas. Prova disto, é o sucessivo bater de recordes da construção de edifícios em altura alçada à sua beleza visual (ver Figura 1.1).

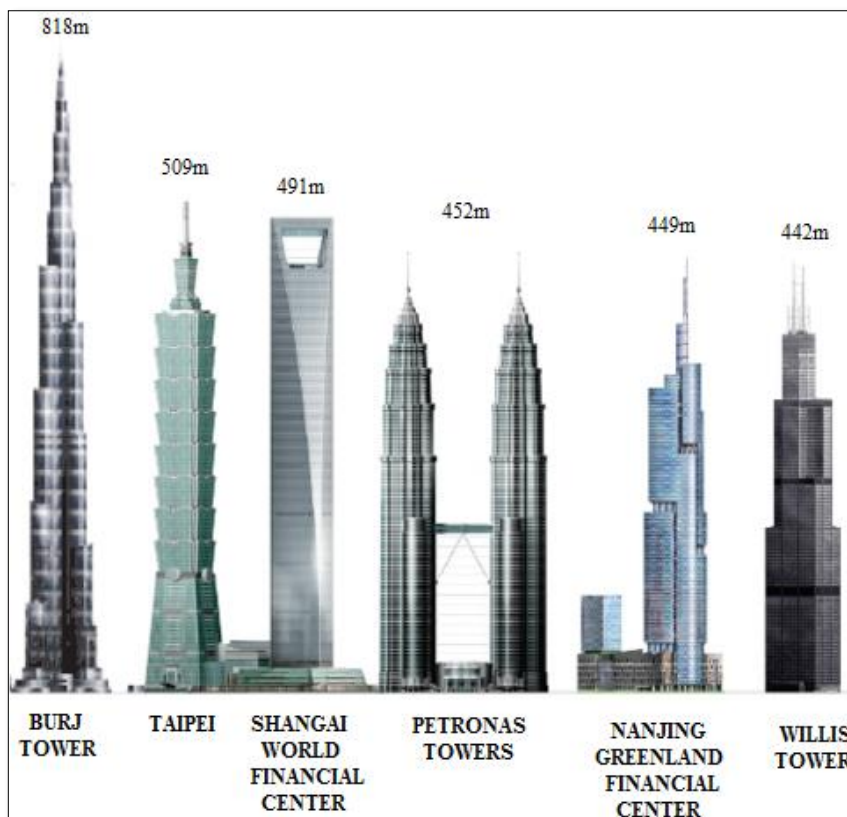


Figura 1.1 – Lista dos edifícios mais altos atualmente. (Google. Disponível em: [www.
http://medanoticia.blogspot.pt/](http://medanoticia.blogspot.pt/) [Consultado em 25/01/2016])

Outros exemplos elucidativos do desenvolvimento da engenharia são as pontes, onde a introdução de cabos no sistema de suporte dos tabuleiros possibilitou o aumento do comprimento dos vãos entre pilares. A título de curiosidade, nos anos 50 do século passado, o comprimento máximo do vão principal rondava os 180m. Atualmente, o vão principal das pontes estaiadas já ultrapassa os 1000m (Caetano, 2007).

Com a evolução dos materiais utilizados na engenharia civil, surgiram também soluções para estruturas de menor porte, mas não menos desafiantes, como é o caso das colunas estaiadas pré-esforçadas (PSSC). Na Figura 1.2 estão representadas duas aplicações deste tipo de colunas.

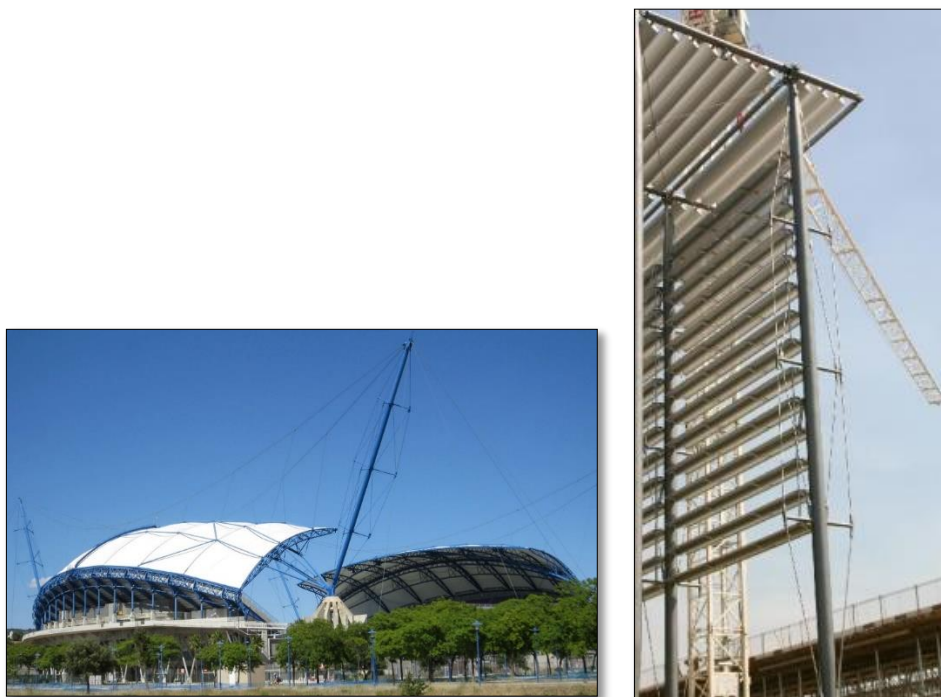


Figura 1.2 – Exemplo de aplicações de PSSC – Estádio do Algarve (à esquerda) e Chiswick Park,UK (à direita) (Wadee etal, 2013).

Esta solução é composta por colunas de aço de alta resistência, que visa a redução da sua secção transversal, diminuindo assim a quantidade de material na produção destas peças. Com a redução das secções, estes elementos tendem a ser mais esbeltos, o que aumenta o risco de instabilidade por encurvadura, pois o esforço predominante é o axial de compressão. Assim, uma forma de combater esta contrariedade é introduzir braços ao longo das colunas sendo estas ligadas por cabos pré-esforçados, aumentando a sua rigidez.

Quer para o caso das pontes atirantadas, quer para as colunas atirantadas pré-esforçadas, os cabos são os membros mais sensíveis no sistema de transmissão de forças. Por esta razão, torna-se imperativo o controlo da aplicação do pré-esforço nos cabos na fase de construção e a

determinação da carga a que os cabos estão sujeitos na fase de serviço. Para tal existem, atualmente, várias formas de o fazer. Concretamente:

- Através de macacos hidráulicos
- Células de carga
- Medidores de tensão
- Sensores em fibra ótica

Todas estas formas de medição da carga instalada nos cabos têm alguns inconvenientes. A implementação do primeiro método é bastante cara e muito suscetível a criar danos na sua aplicação, para além de a sua precisão não ser totalmente fiável. A segunda e terceira formas de medição utilizam aparelhos que tendem a deteriorar-se ao longo do tempo. Já para a última forma de medição acima mencionada são utilizados sensores que têm de ser instalados nos cabos durante a sua fase de fabricação, o que torna este método pouco aliciente, para além de serem sensíveis à deterioração ao longo do tempo (Chen et al., 2013).

Assim, tendo em conta todas as desvantagens referidas, torna-se necessário aplicar um procedimento alternativo de medição da força instalada nos cabos pouco dispendiosa e que permita determinar a carga tanto na fase de aplicação do pré-esforço como na fase de serviço. Portanto, um método alternativo para determinar a tensão aplicada nos cabos tem por base a avaliação das características dinâmicas.

Este método para além de possibilitar a medição da força, quer na fase de construção, quer na fase de serviço, permite ainda avaliar o comportamento de toda a estrutura, de forma económica e sem necessidade de interrupção da sua utilização. A determinação das características dinâmicas das estruturas, através de ensaios experimentais, é designada de identificação modal, onde se determina as frequências de vibração, modos de vibração e coeficientes de amortecimento.

Esta dissertação foi desenvolvida no âmbito do projeto europeu, RFSR-CT-2012-00028 HILONG, que envolve várias universidades, onde a Universidade de Coimbra surge como parceiro. Este projeto tem como objetivo principal avaliar o comportamento de aços de alta resistência em estruturas metálicas pré-esforçadas.

1.2 Objetivos do trabalho

Como foi mencionado anteriormente, a avaliação das características dinâmicas das estruturas pode servir para determinar a carga a que estas estão sujeitas. Com este método é possível ainda avaliar a influência que a aplicação do pré-esforço aplicado nos cabos influencia a rigidez das estruturas. Desta forma, a presente dissertação tem como base o estudo destes dois aspetos.

Numa primeira fase do trabalho, são realizados ensaios de vibração num cabo tensionado, para diferentes níveis de carga, onde são obtidas as primeiras frequências de vibração. Estas frequências obtidas serão comparadas, numa fase posterior, com as frequências obtidas através da formulação numérica.

Numa segunda fase serão realizados ensaios de vibração para identificação modal, onde são medidas as frequências de vibração de colunas estaiadas pré-esforçadas de quatro braços, com a mesma configuração que se apresenta na Figura 1.3. O objetivo, nesta fase, consiste em avaliar a rigidez das colunas estaiadas pré-esforçadas para diferentes secções de cabos, através dos parâmetros modais. Os resultados serão comparados com modelos numéricos que serão calibrados de forma a validar os resultados obtidos.

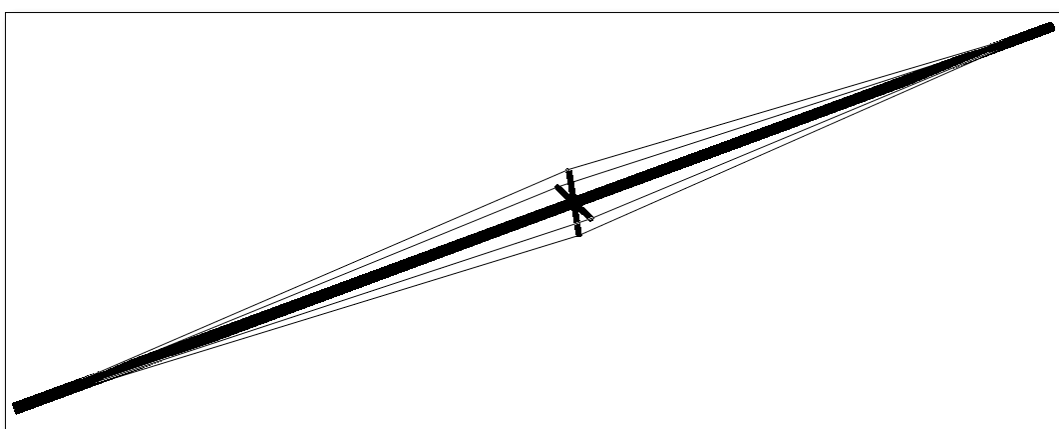


Figura 1.3 – Configuração das PSSC com quatro braços.

Na última fase do trabalho, serão realizados também ensaios de vibração em colunas estaiadas, mas, desta vez, com oito braços do mesmo tipo como a que é apresentada na Figura 1.4. A finalidade deste estudo é avaliar o efeito que a variação do pré-esforço aplicado nos cabos provoca na rigidez das colunas e conseqüentemente nos parâmetros modais, frequência e modos de vibração. Os resultados serão também comparados com modelos numéricos calibrados.

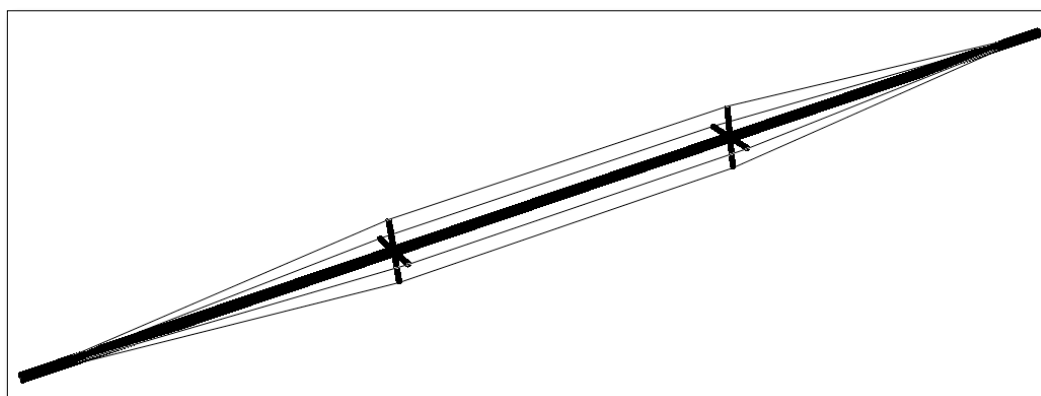


Figura 1.4 – Configuração das PSSC com oito braços.

1.3 Organização do texto

Este documento está estruturado em sete capítulos, entre eles a introdução. De seguida é apresentado um resumo dos assuntos tratados nos capítulos subsequentes a este.

No capítulo 2 – Análise Dinâmica de Estruturas - são abordados os principais fundamentos do comportamento dinâmico para sistemas discretos e contínuos. Para os sistemas discretos será determinada a equação de equilíbrio para sistemas de 1 grau de liberdade e a sua resolução tanto no domínio do tempo como no domínio da frequência. Segue-se uma generalização das equações de equilíbrio para sistemas com N graus de liberdade, e a sua resolução ora no domínio do tempo, ora no domínio da frequência através da formulação modal. Para os sistemas contínuos é determinada a equação que relaciona a força aplicada em cabos com a sua frequência de vibração transversal.

No capítulo 3 - Identificação Modal Estocástica - Serão apresentados os fundamentos da identificação modal estocástica bem como os métodos utilizados para a resolução destes problemas, no domínio da frequência.

No capítulo 4 – Análise Modal Experimental - são apresentados os dois principais tipos de ensaios para a identificação modal estocástica. São introduzidos os fundamentos necessários na fase do planeamento dos ensaios de vibração ambiental, os diferentes tipos de equipamentos e ainda a forma de tratamento da informação recolhida.

No capítulo 5 – Caso de Estudo - é apresentado o *layout* dos ensaios tanto para os cabos como para as colunas de 4 e 8 braços. Realiza-se uma descrição dos materiais que constituem os cabos e colunas bem como as suas propriedades mecânicas. Apresenta-se também a instrumentação auxiliar dos ensaios. Por fim, efetua-se uma descrição dos modelos numéricos.

No capítulo 6 – Ensaios dinâmicos e calibração dos modelos numéricos - são apresentados os equipamentos utilizados para a realização dos ensaios dinâmicos. É efetuada uma descrição do procedimento experimental dos ensaios realizados nos cabos e nas colunas. Na parte final deste capítulo são apresentados os resultados obtidos nos ensaios de vibração ambiental assim como os valores dos modelos numéricos calibrados.

No capítulo 7 – Conclusões - são apresentadas as conclusões e as considerações gerais que se podem retirar dos resultados obtidos nos ensaios de vibração, apresentando algumas propostas para desenvolvimentos futuros.

2 ANÁLISE DINÂMICA DE ESTRUTURAS – MÉTODOS DETERMINÍSTICOS

2.1 Introdução

Com este capítulo, pretende-se introduzir conceitos essenciais para a compreensão do comportamento dinâmico de estruturas quando sujeitas a excitações conhecidas, utilizando métodos determinísticos.

No primeiro e segundo subcapítulos, serão apresentados métodos de determinação da resposta da estrutura para sistemas de coordenadas discretos. Inicialmente, será apresentada a formulação que permite determinar a resposta de sistemas de um grau de liberdade, quer no domínio do tempo, quer no domínio da frequência. De seguida, será apresentada a generalização destes sistemas para N graus de liberdade, sendo determinada igualmente a resposta no domínio do tempo e da frequência.

No último subcapítulo, será apresentada a formulação que permite obter as características dinâmicas de um elemento tracionado através de sistemas contínuos.

2.2 Sistemas de um Grau de Liberdade

2.2.1 Equação de equilíbrio

Um sistema estrutural de comportamento linear elástico é caracterizado, quando sujeito a uma força exterior, pelas suas propriedades físicas essenciais: a massa do corpo; as propriedades elásticas, como a rigidez; as propriedades dissipativas de energia tais como o amortecimento [CHOPRA, 1995] e [CLOUGH, et al., 1995].

Usualmente, para descrever as propriedades do sistema de um grau de liberdade, na bibliografia referente à caracterização dinâmica de estruturas, é utilizado o esquema da Figura 2.1:

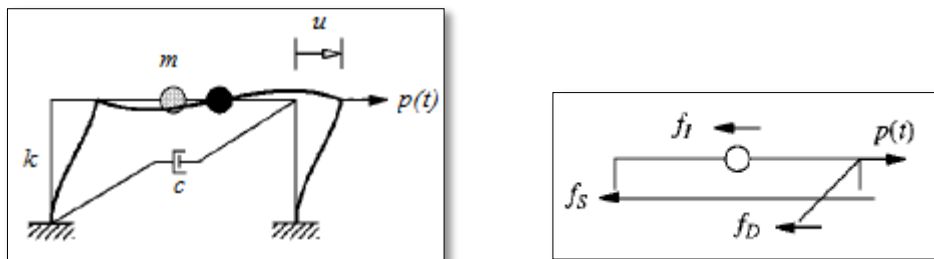


Figura 2.1 – Sistema de Um Grau de Liberdade – idealização do modelo (à esquerda) e sistema de forças (à direita) (Chopra, 1995).

O esquema acima apresentado descreve o movimento de um pórtico, quando sujeito a uma força exterior. Assume-se que as propriedades do sistema estão concentradas em pontos singulares. Assim, a massa de todo o sistema é representado por m , a rigidez por k , o amortecimento por c , o deslocamento por u e a força por $p(t)$.

O deslocamento, provocado pela força exterior, desenvolve um conjunto de forças internas que tende a contrariar esse movimento, assim, estas forças têm sentido contrário ao movimento do sistema. Forças essas as seguintes:

- Forças de inércia – As forças de inércia são representadas por f_i . Segundo o princípio d’Alembert, quando uma massa m é sujeita a uma aceleração $\ddot{u}(t)$, desenvolve uma força interna, força de inercia, com intensidade proporcional à aceleração. Atendendo ao facto de a massa se manter constante ao longo do tempo, a força de inercia é dada por:

$$f_i = m \cdot \ddot{u}(t) \quad (2.1)$$

- Forças de amortecimento – As forças de amortecimento são representadas por f_D e definem a capacidade que o sistema tem em dissipar a energia. Esta dissipação ocorre devido às deformações dos corpos, do atrito entre os materiais, entre outros fatores. Assim, esta força é dada pelo produto do coeficiente de amortecimento c pela velocidade $\dot{u}(t)$ que resulta na seguinte expressão:

$$f_D = c \cdot \dot{u}(t) \quad (2.2)$$

- Forças elásticas – As forças elásticas são representadas por f_s e definem o comportamento elástico do material que constitui o sistema. Esta força é definida pelo produto da rigidez k com o deslocamento $u(t)$.

$$f_s = k \cdot u(t) \quad (2.3)$$

Para que o sistema fique em equilíbrio, tanto as forças de inercia, como as de amortecimento e elásticas têm de ser iguais à força introduzida:

$$f_i + f_D + f_s = p(t) \quad (2.4)$$

Por fim, substituindo na equação anterior, as equações das forças internas obtém-se a seguinte expressão:

$$m \cdot \ddot{u}(t) + c \cdot \dot{u}(t) + k \cdot u(t) = p(t) \quad (2.5)$$

Desta forma, a expressão resultante é uma equação diferencial de 2ª ordem com uma incógnita, incógnita essa o deslocamento $u(t)$. Para ser válida a aplicação da equação de equilíbrio dinâmico assume-se que o sistema tem um comportamento elástico linear.

De seguida é apresentada a resolução da resposta de osciladores de um grau de liberdade, quer no domínio do tempo, quer no domínio da frequência.

2.2.2 Análise no domínio do tempo

A resposta para osciladores de um grau de liberdade (1 GDL), no domínio do tempo, pode ser obtida através de uma abordagem clássica, onde a resposta total é dada pelo somatório de duas soluções, nomeadamente a soma da solução particular com a complementar, ou através do integral de Duhamel (Chopra, 1995).

O integral de Duhamel permite obter uma aproximação da resposta de osciladores de 1 GDL quando este é sujeito a ações dinâmicas. Associado a este método está o conceito de impulso unitário e a resposta a este impulso. Considerando um impulso genérico unitário de Dirac $p(\tau)$ aplicada no instante τ , como é visível na Figura 2.2, a resposta ao impulso é obtida através da função de resposta impulsiva $h(t - \tau)$ dada por:

$$u(t) = p(\tau) \cdot h(t - \tau) \quad (2.6)$$

sendo:

$$h(t - \tau) = \frac{1}{m\omega_D} \sin \omega_D (t - \tau) e^{-\xi\omega_n(t-\tau)} \quad (2.7)$$

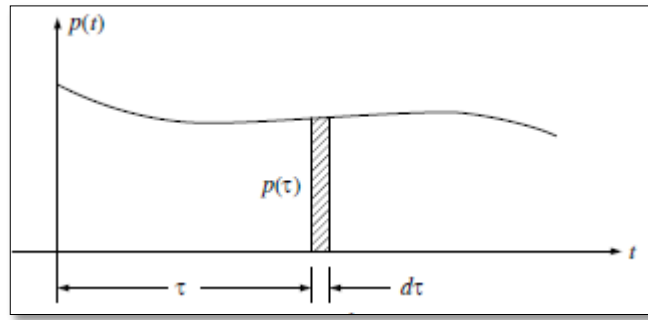


Figura 2.2 – Instante da aplicação do Impulso (Clough, et al., 1995).

Como é possível verificar, a expressão anterior depende de m , ω , ξ e ω_D que representam, respetivamente, a massa do sistema, a frequência natural angular, o coeficiente de amortecimento e da frequência angular amortecida. A frequência natural angular é determinada da seguinte forma:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad (2.8)$$

Já a expressão para determinar a frequência angular amortecida é a seguinte:

$$\omega_D = \omega_n \cdot \sqrt{1 - \xi^2} \quad (2.9)$$

Quando a carga aplicada é não periódica, considera-se que esta ação é uma sucessão de impulsos com uma força $p(\tau)$ de curta duração, $\Delta\tau$, onde a resposta do oscilador de 1GDL, para cada impulso, contribui separadamente, sendo o deslocamento total um somatório de cada resposta. Tal como foi referido, este somatório é possível, uma vez que o sistema tem um comportamento elástico linear, sendo válido assim, o princípio de sobreposição de efeitos. Quando $\Delta\tau$ tendo para 0, considera-se que a duração dos impulsos são infinitesimais, $\delta\tau$, sendo a resposta dada pelo integral de Duhamel que se apresenta da seguinte forma:

$$u(t) = \int_0^t p(\tau) \cdot \frac{1}{m\omega_D} \sin \omega_D(t - \tau) e^{-\xi\omega_n(t-\tau)} d\tau \quad (2.10)$$

2.2.3 Análise no domínio da frequência

Como foi referido anteriormente, a análise da resposta para além do domínio do tempo também pode ser determinada no domínio da frequência. A transposição para o domínio da frequência é realizada através da transformada de Fourier, considerando as condições iniciais do problema

nulas. Assim, a equação que rege a transposição para o domínio da frequência assume a seguinte forma:

$$\mathfrak{F}[f(t)] = F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt \quad (2.11)$$

Sendo $f(t)$ uma função real de variável real t , definida num intervalo de tempo finito $[0,t]$.

Desta forma, aplicado a transformada de Fourier a ambos os membros da equação (2.5) obtém-se:

$$\mathfrak{F}[m \cdot \ddot{u}(t) + c \cdot \dot{u}(t) + k \cdot u(t)] = \mathfrak{F}[p(t)] \quad (2.12)$$

Ficando definida no domínio da frequência da seguinte forma:

$$-m\omega^2 U(\omega) + ic\omega U(\omega) + kU(\omega) = P(\omega) \quad (2.13)$$

Onde:

- $U(\omega)$ representa as transformadas de Fourier da resposta
- $P(\omega)$ representa as transformadas de Fourier da excitação.

Se colocar a resposta em frequência em evidência a equação toma a seguinte forma:

$$U(\omega) = \frac{1}{k - m\omega^2 + ic\omega} P(\omega) \quad \langle \Rightarrow \rangle \quad U(\omega) = H(\omega)P(\omega) \quad (2.14)$$

A função $H(\omega)$ representada na equação acima é designada por função de resposta em frequência (FRF) de um oscilador de um grau de liberdade. Dividindo a função $H(\omega)$ pela massa m obtém-se a seguinte expressão:

$$H(\omega) = \frac{1}{k - m\omega^2 + ic\omega} = \frac{1/m}{(\omega_n^2 - \omega^2) + i(2\xi\omega_n\omega)} \quad (2.15)$$

onde c é o amortecimento do sistema e que é determinado por:

$$c = 2 \times \xi \times m \times \omega \quad (2.16)$$

A representação gráfica da expressão (2.15) é obtida através de dois espectros (forma de representação de gráficos no domínio da frequência). Assim o espectro da amplitude da função

de resposta em frequência (FRF) é dada por $\sqrt{Real^2 + Imag^2}$ e o espectro de fase por $\tan^{-1}(-Imag/Real)$, onde *Real* e *Imag* representam, respetivamente, a parte real e a parte imaginária da função complexa $H(\omega)$. Na Figura 2.3 está representado um espectro de amplitude e de fase genérico.

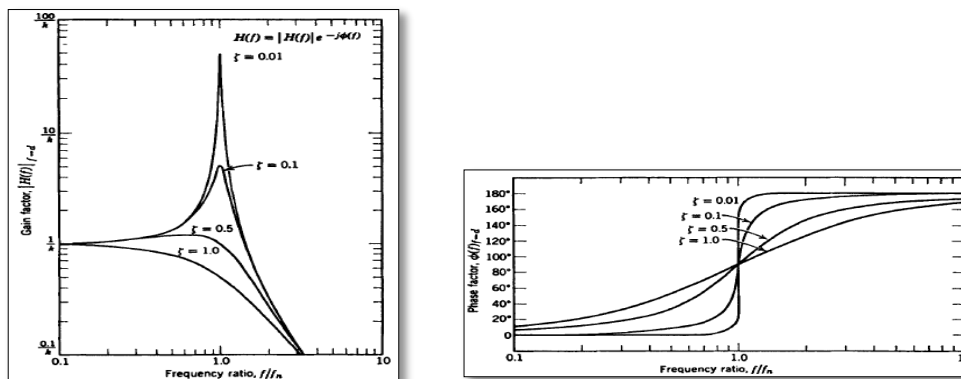


Figura 2.3 – Função de resposta em frequência – Amplitude (à esquerda) e Fase (à direita) (Bendat et al., 2010).

Ao analisar os espectros é possível verificar que as FRF possibilitam a caracterização dinâmica dos sistemas estruturais, onde o pico do espectro de amplitudes, provocado pelo efeito de ressonância, corresponde à frequência de vibração do sistema. Este pico é mais saliente quanto menor for o coeficiente de amortecimento. Tendo em conta que as estruturas, em Engenharia Civil, apresentam geralmente coeficientes de amortecimento baixos, o pico correspondente à frequência de vibração fica bem evidenciado no espectro de amplitude. É possível verificar também que, quando a frequência de vibração da ação se aproxima da frequência natural de vibração do sistema, ocorre uma mudança de fase. Esta mudança de fase ocorre mais rapidamente quanto menor for o coeficiente de amortecimento.

2.3 Sistemas de N Grau de Liberdade

Na generalidade das situações, analisar as estruturas com apenas um grau de liberdade não é possível devido à sua geometria, aplicação das cargas, entre outros fatores. Desta forma, torna-se necessário avaliar o comportamento do sistema com N graus de liberdade.

2.3.1 Equação de equilíbrio

Para caso mais genéricos, onde o sistema apresente N graus de liberdade, sujeitos a uma ação exterior $p(t)$, o seu comportamento dinâmico pode ser determinado com base no seguinte sistema matricial, onde o sistema é representado por N equações diferenciais de 2ª ordem, sendo o número de equações iguais ao número dos graus de liberdade.

$$\underline{M} \cdot \underline{\ddot{u}}(t) + \underline{C} \cdot \underline{\dot{u}}(t) + \underline{K} \cdot \underline{u}(t) = \underline{p}(t) \quad (2.17)$$

Assim,

- \underline{M} é a matriz de massa de dimensão $(n \times n)$, \underline{C} a matriz de amortecimento de dimensão $(n \times n)$ e \underline{K} a matriz de rigidez de dimensão $(n \times n)$.
- m_{ij} , c_{ij} e k_{ij} são elementos que representam as forças a que a coordenada i está sujeita quando na coordenada j é aplicada uma aceleração, uma velocidade ou um deslocamento generalizado, respetivamente
- $\underline{\ddot{u}}(t)$ é o vetor de acelerações de dimensão $(1 \times n)$, $\underline{\dot{u}}(t)$ é o vetor de velocidades de dimensão $(1 \times n)$ e $\underline{u}(t)$ é o vetor de deslocamentos de dimensão $(1 \times n)$, generalizados relativos aos graus de liberdade
- $\underline{p}(t)$ é o vetor de forças de dimensão $(1 \times n)$ aplicados em cada um dos graus de liberdade

2.3.2 Análise no domínio do tempo

Por analogia aos sistemas de um grau de liberdade, a análise da resposta dinâmica, para N graus de liberdade, pode ser obtida no domínio do tempo, a partir do integral de Duhamel. A resposta do sistema pode ser determinada através das funções $h_{ij}(t - \tau)$, da resposta medida na coordenada i e resultante de um impulso de Dirac aplicado na coordenada j no instante τ (Caetano,1992).

$$u_{ij}(t) = p(\tau) \cdot h_{ij}(t - \tau) \quad (2.18)$$

Assim a resposta total do sistema é determinada através da seguinte expressão:

$$u(t) = \sum_{j=1}^N \int_0^t p_j(\tau) \cdot \frac{1}{m_{ij}\omega_D} \sin \omega_D(t - \tau) e^{-\xi\omega_n(t-\tau)} d\tau \quad (2.19)$$

Uma vez mais, é válida a sobreposição de efeitos pois, assume-se que o material tem um comportamento elástico linear.

2.3.3 Análise no domínio da frequência

Do mesmo modo que a equação de equilíbrio dinâmico de uma estrutura, para um grau de liberdade, pode ser resolvida no domínio da frequência, a resposta do sistema matricial também pode ser relacionada diretamente com a excitação no domínio da frequência. Assim, aplicando a transformada de Fourier em ambos os membros da equação (2.17) e seguindo os passos já mencionados para os sistemas de um grau de liberdade obtém-se:

$$\underline{U}(\omega) = \underline{H}(\omega)\underline{P}(\omega) \quad (2.20)$$

sendo:

- $\underline{U}(\omega)$ e $\underline{P}(\omega)$ vetores que representam a transformada de Fourier da resposta e excitação respetivamente, de dimensão $(n \times 1)$.
- $\underline{H}(\omega)$ é uma matriz de dimensão $(n \times n)$, composta por um conjunto de elementos $H_{ij}(\omega)$.
- $H_{ij}(\omega)$, são elementos que correspondem a funções de resposta em frequência (FRF) do sistema, que relaciona a resposta na coordenada i devida a uma força aplicada na coordenada j . A matriz da função de resposta em frequência, numa forma genérica é apresentada através de:

$$H(\omega) = \frac{1}{\underline{K} - \underline{M}\omega^2 + i\underline{C}\omega} \quad (2.21)$$

Ficando assim a caracterização do sistema em função das matrizes \underline{K} , \underline{M} e \underline{C} .

A determinação da matriz de funções de resposta em frequência, tal como está representada, exige um grande esforço de cálculo, mesmo via computacional, pois é necessário determinar a inversa de uma matriz complexa para cada frequência de vibração. Assim, um procedimento numericamente mais eficiente para ultrapassar esta limitação é a determinação da matriz FRF através da formulação modal.

A formulação modal consiste em transformar um sistema de equações diferenciais dependentes, umas das outras, num sistema de equações desacopladas, transformando num sistema de N equações independentes. Assim, o vetor de deslocamentos $\underline{u}(t)$ é o produto dos N vetores que constituem a matriz modal, $\underline{\phi}_n$, com o vetor de coordenadas modais $\underline{y}_n(t)$. Em cada coluna da matriz modal estão inseridos os valores dos modos de vibração, que dependem da posição, enquanto no vetor de coordenadas modais estão os valores que dependem do tempo.

$$\underline{u}(t) = \sum_{i=1}^n \underline{\phi}_n \cdot \underline{y}_n(t) \quad (2.22)$$

Deste modo, torna-se necessário determinar primeiramente as frequências naturais de vibração do sistema, sendo estas obtidas com base na seguinte expressão:

$$\det(\underline{K} - \omega_n^2 \cdot \underline{M}) = 0 \quad (2.23)$$

Após a determinação das frequências de vibração dos sistemas, os modos de vibração associados a cada frequências são obtidos por:

$$(\underline{K} - \omega_n^2 \cdot \underline{M}) \cdot \underline{\phi}_n = \underline{0} \quad (2.24)$$

Substituindo a equação (2.22) na anterior equação (2.17) é possível determinar a equação de equilíbrio dinâmico em coordenadas modais, com base num sistema de equações independentes, que resulta na seguinte expressão:

$$\underline{M}_n \cdot \underline{\ddot{y}}_n + \underline{C}_n \cdot \underline{\dot{y}}_n + \underline{K}_n \cdot \underline{y}_n = \underline{P}_n(t) \quad (2.25)$$

onde \underline{M}_n , \underline{C}_n , \underline{K}_n e $\underline{P}_n(t)$ são as matrizes de massa modal, amortecimento modal, rigidez modal e força modal. A obtenção destas matrizes é efetuada com base nas seguintes expressões:

$$\underline{M}_n = \underline{\phi}_n^t \cdot \underline{M} \cdot \underline{\phi}_n \quad (2.26)$$

$$\underline{C}_n = \underline{\phi}_n^t \cdot \underline{C} \cdot \underline{\phi}_n \quad (2.27)$$

$$\underline{K}_n = \underline{\phi}_n^t \cdot \underline{K} \cdot \underline{\phi}_n \quad (2.28)$$

Uma grande vantagem em utilizar este método é o facto destas matrizes serem diagonais, sendo necessário verificar as condições de ortogonalidade, o que simplifica os cálculos. A matriz de amortecimento modal é diagonal se apenas forem utilizados métodos simplificados. Um desses métodos usados para o seu cálculo da matriz de amortecimento modal é o de Rayleigh. Neste método admite-se que a distribuição do amortecimento do sistema é dada por uma combinação linear das matrizes de massa e rigidez, através da seguinte expressão:

$$\underline{C} = \alpha \cdot \underline{M} + \beta \cdot \underline{K} \quad (2.29)$$

em que α e β são os coeficientes de distribuição da massa e rigidez respetivas.

Outra vantagem é a transformação dum sistema de N equações diferenciais dependentes com N incógnitas num sistema de N equações diferenciais independentes de apenas uma incógnita (\underline{y}_n) cada. Como as equações do sistema são independentes umas das outras, é possível calcular os modos apenas das frequências de vibração mais significantes, o que reduz o tempo de cálculo (Mendes, 2008).

A equação de equilíbrio dinâmico em coordenadas modais definidas anteriormente pode ser resolvida no domínio da frequência surgindo da seguinte forma:

$$\underline{U}_j(\omega) = \underline{H}_{di}(\omega) \cdot \underline{P}_i(\omega) \quad (2.30)$$

Onde $\underline{H}_{di}(\omega)$ é uma matriz que contém as funções de resposta em frequência na diagonal principal. A passagem desta matriz do espaço modal para o sistema de coordenadas generalizadas iniciais é realizada em função da seguinte expressão:

$$H(\omega) = \sum_{i=1}^N H_n \cdot \phi_i \cdot \phi_i^t \quad (2.31)$$

Com base na igualdade acima apresentada é possível determinar os vários elementos da matriz de FRF:

$$H_{(m,n)}(\omega) = \sum_{i=1}^N \frac{(\varphi_m)_i \cdot (\varphi_n)_i}{(\omega_n^2 - \omega^2) + i(2\xi\omega_n\omega)} \quad (2.32)$$

sendo $(\varphi_m)_i$ a componente m do modo de vibração i .

Assim, a determinação da matriz das FRF através da formulação modal é muito mais eficiente, pois, para além da simplicidade das operações matemáticas, é possível considerar apenas os modos de vibração que se julgue serem fundamentais para caracterizar o sistema.

Para finalizar, é possível determinar a resposta dos sistemas, no domínio da frequência, através da seguinte expressão:

$$U_n(\omega) = \sum_{i=1}^N \varphi_i \cdot H_i \cdot P_i(\omega) \quad (2.33)$$

2.4 Vibração Transversal dos Cabos

Geralmente, numa análise dinâmica, assume-se que as características dos sistemas, como a massa, rigidez e o amortecimento estão concentrados em pontos discretos das estruturas, como foi abordado nos subcapítulos anteriores. Uma outra abordagem aos problemas de análise dinâmica é considerar sistemas contínuos.

Estes sistemas são representados por um infinito número de pontos em que a sua resolução é efetuada através de equações diferenciais, onde as coordenadas no espaço são consideradas

como variáveis independentes. Nestas equações diferenciais também são consideradas como variáveis independentes o tempo. Assim, a resposta dinâmica é obtida através de sistemas de equações diferenciais parciais (Clough et al., 1995)

Os sistemas contínuos podem ser considerados em várias dimensões espaciais, como por exemplo, a análise de uma laje, que pode ser realizada através de duas dimensões. No caso em estudo, será determinada a equação de equilíbrio dinâmico para uma viga no espaço unidimensional, o que permitirá, através de várias simplificações, obter uma equação que relaciona a frequência de vibração de um cabo com a força nele instalado.

Para um caso geral, é considerada uma viga que esta está sujeita a uma carga transversal $p(x, t)$ e a uma força horizontal $T(x)$. Assume-se que as suas propriedades físicas são a rigidez à flexão $EI(x)$ e a massa por unidade de comprimento $m(x)$. O deslocamento transversal ao longo do comprimento L resultante das ações é representado por y que varia no tempo e no espaço. Relativamente às suas condições de fronteira, a viga encontra-se simplesmente apoiada, como é visível na figura seguinte.

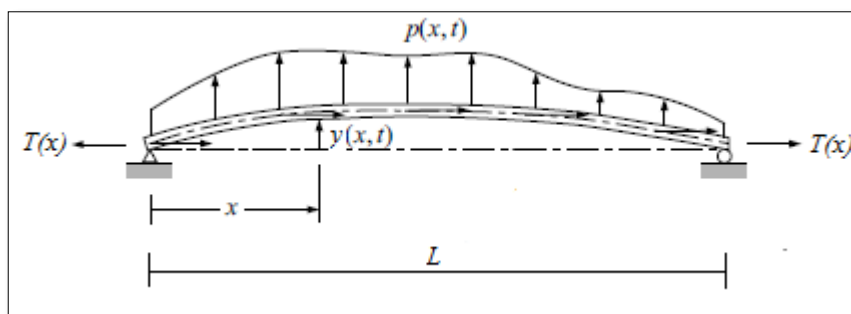


Figura 2.4 – Forças atuantes na viga simplesmente apoiada (Clough, et al., 1995).

Considerando um elemento da barra com comprimento infinitesimal, admite-se que o eixo x encontra-se no eixo da peça e que este não sofre deformações nesta direção, ou seja, não há extensões ou contrações do material. A secção transversal perpendicular ao eixo x da viga no estado indeformado mantém-se plano e perpendicular ao eixo da viga quando sofre uma deformação. O material tem um comportamento elástico linear, o plano xy é o plano principal e que o sistema está sujeito a pequenas rotações e pequenos deslocamentos. Com base nestas considerações, a equação de equilíbrio dinâmico é dada pela expressão (Craig, 1983)

$$m \cdot \frac{d^2y}{dt^2} - T \frac{d^2y}{dx^2} + EI \frac{d^4y}{dx^4} = p(x, t) \quad (2.34)$$

Transpondo a equação de equilíbrio dinâmico da viga para o caso do cabo, é válido assumir que a rigidez axial do cabo, quando tensionado, é bastante superior à sua rigidez de flexão, assim o

valor desta pode ser desprezada. Considerando ainda que a massa é constante e que este está em regime de vibração livre, a expressão anterior fica resumida a:

$$m \cdot \frac{d^2y}{dt^2} - T \frac{d^2y}{dx^2} = 0 \quad (2.35)$$

Segundo (Wilson, 2003) a expressão que relaciona a força aplicada no cabo com a frequência natural de vibração é determinada da seguinte forma:

Sendo $Y=Y(x)$ a expressão geral da configuração modal, e assumindo o movimento harmónico onde ω é o parâmetro da frequência, a separação das variáveis é efetuada através de:

$$y = Y(x) \cdot e^{i\omega t} \quad (2.36)$$

Combinando a expressão (2.35) com a (2.36) obtém-se:

$$T \cdot Y'' + \omega^2 \cdot m \cdot Y = 0 \quad (2.37)$$

onde (') significa a derivada em ordem ao espaço. Dividindo a expressão anterior por T a equação resultante é:

$$Y'' + \lambda^2 \cdot Y = 0 \quad (2.38)$$

sendo:

$$\lambda^2 = \frac{m \cdot \omega^2}{T} \quad (2.39)$$

Admitindo que a solução geral da equação diferencial (2.38) é dada por:

$$Y(x) = A_1 \sin(\lambda x) + A_2 \cos(\lambda x) \quad (2.40)$$

e tendo em conta que o cabo encontra-se simplesmente apoiado, as condições de fronteira são dadas por:

$$Y(0) = 0 \text{ e } Y(L) = 0 \quad (2.41)$$

Atendendo à expressão do lado esquerdo, a incógnita $A_2 = 0$. Assim, a solução não trivial do problema é dado por:

$$A_1 \sin(\lambda L) = 0 \quad (2.42)$$

onde se obtém:

$$\lambda L = n \pi \quad , \text{ sendo } n=1, 2, \dots \quad (2.43)$$

Ao substituir a expressão (2.39) na (2.43) e sabendo que $\omega = 2\pi f$, a expressão que relaciona a frequência de vibração do cabo com a força nele instalado é dada por:

$$f^2 = \frac{T \cdot n^2}{4 \cdot m \cdot L^2} \quad (2.44)$$

Por fim, substituindo a equação (2.40) na equação (2.43) obtêm-se os modos de vibração que são dados por:

$$y(x) = A_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad (2.45)$$

3 ANÁLISE DINÂMICA DE ESTRUTURAS - EXCITAÇÃO ESTOCASTICA

O termo excitação estocástica encontra-se associado a ações dinâmicas desconhecidas, onde a sua variação no tempo é de caráter aleatório. Assim, para determinar as características dinâmicas das estruturas é necessário recorrer a métodos estatísticos. Deste modo, os processos associados à excitação estocástica, que se baseiam na análise e interpretação da resposta da estrutura, estão direcionados para a ensaios experimentais (Rodrigues, 2004).

Considerando um conjunto de funções aleatórias que resultam da medição de uma grandeza física, são designadas de aleatórias pois não são decomponível em funções conhecidas. Como os valores das grandezas que variam no tempo não são controlados, estes designam-se por processos estocásticos.

A determinação da resposta de sistemas por processos estocásticos envolve um exigente tratamento matemático, onde é necessário adotar-se algumas simplificações. Assim, assume-se que os processos estocásticos são estacionários, pois possuem características estatísticas independentes do instante temporal, e ergódicas. Denomina-se por processo ergódico quando, para um determinado instante de tempo e tendo em conta as diferentes realizações, o valor dos parâmetros estatísticos avaliados, como a média, são iguais aos dos valores determinados para uma realização (Mendes, 2008).

Associadas ao processo ergódico estão as funções de auto-correlação. Estas funções medem o grau de correlação de uma variável, num dado instante, com uma outra variável num instante seguinte. Isto é, indicam quanto o valor de uma realização influencia os seus vizinhos.

Quando aplicada a transformada de Fourier à função de auto-correlação obtém-se a função de densidade espectral de potência, definida no domínio da frequência.

Importa referir ainda que os métodos de identificação modal estocástica são aplicados, considerando que, a resposta da estrutura resulta da excitação provocada pelo ruído branco. Entenda-se ruído branco por um sinal que contém, no limite, a mesma energia em todas as frequências (Rodrigues, 2004).

3.1 Funções de densidade espectral

Como já referido no início do capítulo, a identificação modal através da excitação estocástica tem como base métodos estatísticos, onde a excitação é provocada pelo ruído branco.

Deste modo, as funções de auto-correlação caracterizam por completo os processos estocásticos, pois admite-se que a excitação provocada pelo ruído branco tem média gaussiana nula. A expressão geral da função de auto-correlação, R_{ij} , é dada por:

$$R_{ij}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x_i(t) \cdot x_j(t + \tau) dt \quad (3.1)$$

sendo que $x_i(t)$ indica o valor da resposta na realização i no instante t e $x_j(t + \tau)$ indica o valor da realização j no instante $t + \tau$.

Ao aplicar a transformada de Fourier à função de auto-correlação obtém-se a função de densidade espectral de potência no domínio da frequência (S_{ij})

$$S_{ij}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{ij}(\tau) \cdot e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (3.2)$$

É de frisar quando o índice $i = j$ o espectro resultante denomina-se de auto-espectro, quando $i \neq j$ o espectro obtido designa-se de espectro cruzado.

Para tratar os dados obtidos a nível computacional, é usual guardar as funções de densidade espectral em matrizes. Assim, na diagonal principal encontram-se os auto-espectros, enquanto fora desta guardam-se os espectros cruzados que relacionam a aceleração medida no grau de liberdade i com a aceleração medida no grau de liberdade j .

Como será possível verificar de forma mais detalhada no próximo capítulo, os ensaios de vibração ambientais podem ser realizados de uma só vez, caso haja sensores de medição para instrumentar todos os graus de liberdade. Neste caso, a matriz das funções de densidade espectral é quadrada. Caso não seja possível instrumentar os sistemas estruturais de uma só vez, os ensaios são realizados de uma forma faseada, sendo usados sensores de referência, que medem sempre a grandeza física da mesma posição. Neste caso, a dimensão da matriz será retangular, em que um dos lados será igual ao número de sensores de referência e do outro igual ao número total de graus de liberdade.

3.2 Métodos de Identificação Modal Estocástica no Domínio da Frequência

Nos métodos de identificação modal estocástica, no domínio da frequência, as frequências de vibração das estruturas são obtidas pelos picos da amplitude das funções de densidade espectral. Assumindo a hipótese de que a excitação é provocada por um processo de ruído branco, a resposta total da estrutura, reflete tanto a resposta pertence à estrutura, bem como a resposta da ação ambiental. Esta dificuldade é ultrapassada pois, as ações ambientais, quando analisadas em banda larga, não apresentam picos relevantes.

Nestes métodos, as series temporais de resposta medidas nos ensaios são convertidas para o domínio da frequência através do algoritmo FFT (Fast Fourier Transformation) obtido por Cooley e Turkey em 1965, sendo, por isso, designados de métodos no domínio da frequência. Após a conversão, as series são analisadas e relacionadas entre si.

A identificação modal estocástica no domínio da frequência pode ser efetuada através de dois métodos:

- Método básico no domínio da frequência
- Método de decomposição no domínio da frequência

De seguida são apresentados estes dois métodos, no entanto, importa salientar que, para a elaboração deste trabalho apenas foi aplicado o método de decomposição no domínio da frequência que se encontra disponível no software *ARTEMIS*.

3.2.1 Método básico no domínio da frequência (BFD)

Este método, também conhecido por método de seleção de picos, é o método onde maior experiência existe para ensaios de vibração ambiente. A primeira vez que este método foi usado foi em 1964 quando Crawford e Ward avaliaram um edifício de 19 andares a partir das funções de densidade de potência de registos medidos em velocidade. Neste trabalho foram determinadas as primeiras frequências de vibração e estimado o primeiro modo de translação numa das direções. Só em 1993, com o trabalho desenvolvido por Felber, é que este método foi metodizado o que possibilitou a sua automatização em programas de análise e visualização gráfica das configurações modais (Cunha, 2006).

Tal como foi referido, este método tem como característica principal a excitação aplicada não ser mensurável, pois a ação aplicada é devida ao ambiente (vento, tráfego automóvel). Assim assume-se a hipótese que a excitação provocada na estrutura é um processo estocástico gaussiano de ruído branco com média nula. Assim, as funções de densidade espectral da resposta apresentam uma concentração energética sob forma de picos. Esses picos de amplitude ocorrem para as frequências que se encontram próximas das frequências naturais da estrutura.

As maiores limitações deste método residem no facto dos picos serem mais perceptíveis para estruturas com baixos coeficientes de amortecimento e quando as frequências de vibração estão bem separadas.

De seguida, indicam-se os principais procedimentos na aplicação do método básico no domínio da frequência para a avaliação das características dinâmicas de estruturas.

➤ Determinação do espectro normalizado médio (ANPSD)

As séries temporais determinadas nos ensaios experimentais são obtidas para N graus de liberdade. Quanto maior for o número de graus de liberdade, mais fiável se torna o ensaio. Portanto, para cada grau de liberdade está associado um espectro de resposta, onde para cada espectro é possível identificar os picos ressonantes. Contudo para a identificação modal global da estrutura a análise isolada de apenas um espectro de resposta não é suficiente, pois, o grau de liberdade pode estar junto a um nodo de um ou mais modos de vibração. Também não é correto fazer a análise de apenas um espectro, dado que, a excitação ambiental para o qual se obtém esse espectro pode não ter sido suficiente para excitar todos os modos. Assim, a metodologia apresentada por Felber é a seguinte:

O primeiro passo é denominado por normalização dos auto-espectros (NPSD), obtidos a partir dos registos das respostas. Este passo consiste em dividir cada auto-espectro pelo somatório das ordenadas de todos os auto-espectros, normalizando assim o conteúdo energético de cada espectro.

$$NPSD_i(\omega) = \frac{PSD_i(\omega)}{\sum_{k=1}^N PSD_i(\omega_k)} \quad (3.3)$$

O passo seguinte consiste em determinar a média dos espectros normalizados (ANPSD) correspondente a todos os pontos instrumentados.

$$ANPSD(\omega) = \frac{1}{n^\circ \text{ de setups}} \sum_{i=1}^{n^\circ \text{ de setups}} NPSD_i(\omega) \quad (3.4)$$

Como o cálculo da média dos espectros normalizados resulta de toda a informação obtida para cada grau de liberdade de todos os ensaios, este método é bastante interessante, pois, toda a informação obtida nos ensaios fica condensada num único espectro. Dado que este espectro resulta da média dos diferentes espectros, os picos de ressonância, dos quais resultam a identificação das frequências de vibração, ficam bem evidenciados. Após identificados os picos torna-se necessário verificar se efetivamente esses picos correspondem às frequências de vibração da estrutura. Essa verificação é realizada com base nas funções de coerência que

relacionam a potência do sinal dos vários espectros e nas configurações modais associadas às frequências de vibração.

➤ Funções de coerência (y)

O passo principal do método BFD é determinar os picos de ressonância. Mas não menos importante é conseguir perceber se a esses picos, correspondem verdadeiramente as frequências de vibração da estrutura ou se são devidas a ações ambientais. Para tal recorre-se a funções de coerência que estabelecem uma relação entre os vários sinais medidos. Assim, as funções de coerência que relaciona dois sinais obtidos nos graus de liberdade i e j são dados pela seguinte forma:

$$y_{i,j}^2(\omega) = \frac{S_y(\omega)_{(i,j)}^2}{S_y(\omega)_{(i,i)} \cdot S_y(\omega)_{(j,j)}} \quad (3.5)$$

Sendo S_y o valor da matriz de densidade espectral. O valor das funções de coerência é compreendido entre o valor 0 e 1, determinando assim o grau de linearidade entre o sinal medido no ponto i e j . Nos casos em que a função de coerência atinge o valor unitário, a frequência de vibração associado a essa função é uma frequência natural de vibração.

➤ Configurações modais

Na fase de análise das configurações modais, para que esta seja realizada de uma forma perceptível, é necessário ter em consideração os aspetos que se apresentam:

- As frequências de vibração dos sistemas estão bem separadas
- As estruturas apresentam baixo coeficiente de amortecimento
- Os modos de vibração teóricos afastam-se ligeiramente dos obtidos nos ensaios experimentais
- Caso existam modos onde as frequências são muito próximas, as configurações modais são uma sobreposição dessas mesmas frequências

Por norma, para determinar as configurações modais, utiliza-se um ponto instrumentado como referência, atribuindo-lhe um valor unitário, e com esse ponto, relaciona-se o quociente entre o espectro cruzado e o espectro usado como referência, como é possível verificar na seguinte expressão:

$$\frac{S_{j,ref}(\omega)}{S_{ref,ref}(\omega)} = \frac{\phi_j}{\phi_{ref}} \quad (3.6)$$

Os valores variam entre 0° e 180° . Quando o deslocamento do ponto i está no mesmo sentido que o ponto j , em fase, o valor corresponde é de 0° . Se o deslocamento está em sentido contrário, o valor obtido é de 180° .

➤ Coeficientes de amortecimento

Para que a identificação modal fique completa, é necessário determinar os coeficientes de amortecimento dos sistemas estruturais. Tais coeficientes podem ser determinados a partir do método da meia-potência. A aplicação deste método só possível se forem verificadas as condições já mencionadas acima como os valores dos coeficientes de amortecimento serem baixos, os modos de vibração terem frequências bem separadas e as forças de excitação ter uma densidade espectral aproximadamente constante. Estas condições são verificadas se (Bendat, 1993):

- Os coeficientes de amortecimento forem inferiores a 5%
- Os modos de vibração apresentam frequências bem separadas se $\omega_i - \omega_{i-1} > 2(B_i - B_{i-1})$, sendo B a largura da faixa de meia potencia do pico de ressonância
- Na vizinhança de cada modo de vibração, as forças de excitação têm uma densidade espectral considerada constante se no intervalo $[\omega_i - 3B_i \leq \omega \leq \omega_i + 3B_i]$, $S_u \approx$ constante.

Assim, se estas condições forem verificadas, é possível aplicar o método da meia potência, onde as estimativas dos coeficientes de amortecimentos (ξ_i) são obtidos a partir da seguinte expressão:

$$\xi_i = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2 \cdot \omega_i} \quad (3.7)$$

Sendo, ω_i a frequência angular correspondente ao pico de ressonância, ω_1 a frequência angular do lado esquerdo que corresponde à ordenada de metade da frequência de pico e ω_2 a frequência angular do lado direito que corresponde à ordenada de metade da frequência de pico.

3.2.2 Método de decomposição no domínio da frequência (FDD)

Da mesma forma que o método apresentado anteriormente, o método de decomposição no domínio da frequência é desenvolvido com base nas funções de densidade espectral de potência da resposta da estrutura. Para o método FDD foram desenvolvidas duas versões. A primeira, aquela que foi utilizada para desenvolver este documento, permite identificar as frequências naturais bem como os seus modos de vibração. A segunda versão, método melhorado de decomposição no domínio da frequência (EFDD) permite, para além de obter estes dois parâmetros modais, permite ainda determinar o coeficiente de amortecimento das estruturas. A primeira versão deste método remove uma das desvantagens do método BFD, pois possibilita

a determinação das frequências de vibração para modos muito próximos e a aplicação da versão melhorada, permite estimar melhor os coeficientes de amortecimento.

Os princípios deste método foram inicialmente abordados por Prevosto em 1982, mas foi apenas em 2000 com a publicação de Brinker, onde o método foi apresentado numa forma mais sistematizado, ficando com a denominação de “Frequency Domain Decomposition”.

Este método também encontra-se disponível no programa *ARTEMIS*, programa esse que foi utilizado neste trabalho de forma a determinar as frequências naturais das colunas bem como as suas configurações modais.

De seguida é apresentado numa forma geral as bases deste método e da sua versão melhorada, pois a aplicação deste método foi realizada diretamente do programa *ARTEMIS*. Este método tem como fundamentos teóricos um pouco complexos. Assim, para uma compreensão mais aprofundada do método é aconselhável a leitura do artigo “Modal Identification from ambient responses using Frequency Domain Decomposition”, (Brinker, 2000).

O método FDD tem como base o algoritmo de decomposição em valores singulares (SVD). Assim, esta operação matemática consiste em diagonalizar a matriz das densidades espectrais de potência da resposta em acelerações, com o objetivo de decompô-la em combinações modais que, em cada frequência, mais influencia a resposta da estrutura. (Mendes, 2008).

Para decompor a matriz em valores singulares a fórmula a aplicar é a seguinte:

$$S_y(\omega_i) = U_i \cdot S_i \cdot U_i^H \quad (3.8)$$

Onde:

- $S_y(\omega_i)$ é a matriz de funções de densidade espectral
- U_i é a matriz onde estão as contribuições modais
- S_i é a matriz onde se encontram armazenados os valores singulares da matriz de densidade
- U_i^H é a matriz conjugada das contribuições modais

Com este algoritmo os picos de ressonância, a que correspondem as frequências de vibração, ficam bem definidos na matriz S_i e as configurações modais na matriz U_i .

Para que seja possível a aplicação deste método, é necessário que sejam verificadas as seguintes condições:

- A excitação incidente na estrutura é do tipo ruído branco
- As estruturas têm de apresentar baixos coeficientes de amortecimento

- Os modos onde as frequências são próximas têm de ser ortogonais

Mesmo que alguma destas condições não se verifique, os resultados obtidos serão sempre mais satisfatórios que o método anterior BFD.

Neste método, a identificação das frequências naturais de vibração é efetuada analisando os valores singulares, onde a cada pico corresponde, no eixo das abcissas, a frequência de vibração.

Quando os ensaios são realizados numa forma faseada, o número de valores singulares é o mesmo dos graus de liberdade instrumentos. Assim, a informação pode ser compactada num só espectro, normalizando os valores singulares para cada fase seguindo-se a determinação da média de todos os valores singulares normalizados.

Como já foi referido, a versão melhorada do método FDD, conhecido na bibliografia por *Enhanced Frequency Domain Decomposition* (EFDD), permite determinar para além das frequências de vibração e dos seus modos associados, permite ainda determinar o coeficiente de amortecimento dos sistemas. Aplicação deste método é efetuado em duas fases (Rodrigues, 2004).

A primeira fase é idêntica ao método FDD, onde são determinadas as funções de densidade espectrais de resposta. De seguida, aplica-se o algoritmo de decomposição em valores singulares da matriz de funções de densidade. Por fim, analisam-se os espectros de valores singulares e vetores singulares onde são determinadas as frequências de vibração e os modos correspondentes.

O maior contributo do método EFDD surge na segunda fase, onde se torna possível determinar o coeficiente de amortecimento. Para tal, aplica-se a inversa da transformada rápida de Fourier (IFFT) às funções de densidade espectral no domínio da frequência, obtendo-se as funções de auto-correlação que surgem no domínio do tempo.

Seguidamente, determina-se o decremento logarítmico (δ) das funções de auto-correlação através da seguinte expressão:

$$\delta = \frac{2}{k} \cdot \ln \left(\frac{r_0}{|r_k|} \right) \quad (3.9)$$

sendo r_0 é o valor inicial da função de auto-correlação e r_k o k-ésimo máximo da função de auto-correlação.

Assim, torna-se possível determinar o coeficiente de amortecimento (ξ) com base no decremento logarítmico a partir da expressão:

$$\xi = \frac{\delta}{\sqrt{\delta^2 + 4\pi^2}} \quad (3.10)$$

4 ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL

Presentemente, a análise das características dinâmicas das estruturas de engenharia civil são bastante importantes, pois possibilitam avaliar o seu comportamento face às ações dinâmicas a que estão sujeitas. O desempenho das estruturas sujeitas a estas ações dependem essencialmente da rigidez, massa e amortecimento.

Dada a evolução tecnológica, atualmente, é possível realizar a identificação modal com base em ensaios *In Situ*. Estes ensaios de vibração podem ser classificados da seguinte forma: ensaios de vibração forçada ou ensaios de vibração ambiente.

Os ensaios de vibração forçada consistem em aplicar uma vibração controlada (excitação) num ou vários pontos da estrutura e medir a sua resposta. Este tipo de ensaios requer equipamentos que introduzam forças de excitação adequadas. Assim, os equipamentos mais utilizados são os geradores de vibração servo-hidráulicos, geradores mecânicos de massas excêntricas ou equipamento de aplicação de impulsos. Na Figura 4.1 estão ilustrados alguns dos equipamentos utilizados nos ensaios de vibração forçada. Os ensaios de vibração forçada têm caído em desuso pois apresentam algumas desvantagens. Em primeiro lugar os equipamentos de excitação são de grande dimensão, e para realizar estes ensaios em certo tipo de estruturas, como pontes, é necessário fechá-las ao trânsito. Em segundo lugar, nem sempre é possível fornecer energia de vibração ao sistema de forma a excitar certos modos de vibração (modos abaixo de 1 Hz) de uma forma controlada. Em terceiro lugar, em estrutura de menor dimensão, este tipo de equipamentos provoca um aumento substancial de massa no sistema, alterando assim, por vezes, os resultados obtidos nos ensaios (Cunha et al., 2006).

Os ensaios de vibração ambiente têm sido os mais utilizados nos últimos anos para a caracterização dinâmica das estruturas. Assim, optou-se por este tipo de ensaios para a realização deste trabalho. Estes ensaios caracterizam-se, essencialmente, pelas fontes de excitação serem as mesmas a que as estruturas estão sujeitas em condições de serviço, como por exemplo o vento, o tráfego de veículo, o efeito da ondulação nos pilares em estruturas offshore entre outras, onde os modos de vibração são excitados em simultâneo e com a mesma energia. A vibração introduzida no sistema é designada por excitação natural. Por este motivo a identificação modal é designada por estocástica (Rodrigues, 2004). Os ensaios realizados em virtude deste tipo de ações são mais simples a nível de execução que os de vibração forçada, pois como as fontes de excitação são as mesmas a que as estruturas estão sujeitas quando estas estão em funcionamento normal, não é necessário fechá-las ao trânsito, como por exemplo no caso de ensaios realizados em pontes.

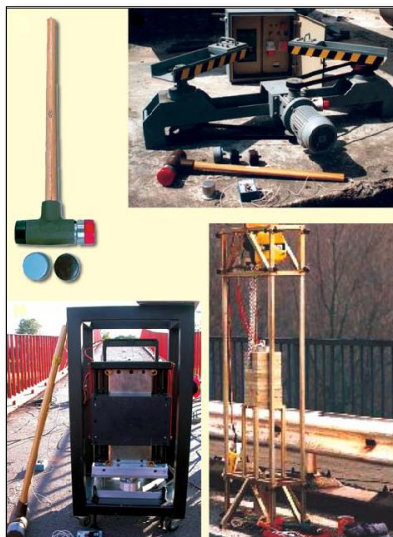


Figura 4.1 – Equipamentos utilizados em Ensaios Forçados (Cunha et al., 2006)

No desenvolvimento deste capítulo serão abordados os aspetos relacionados com o planeamento dos ensaios, com os tipos de equipamentos disponíveis e cuidados a ter no processamento da informação obtida nos ensaios.

4.1 Planeamento

A fase de planeamento e preparação dos ensaios é bastante importante, pois quando ocorrem erros na obtenção dos dados, pouco ou nada pode ser feito para os corrigir. (Rodrigues, 2004).

Assim, na fase inicial de planeamento dos ensaios de vibração é necessário realizar um modelo numérico. Este modelo inicial permite efetuar uma avaliação qualitativa das configurações modais bem como as frequências de vibração necessárias para caracterizar a estrutura. Com base na recolha desta informação, é possível definir a frequência de amostragem da obtenção dos dados, o tempo necessário para cada ensaio, selecionar o tipo de equipamentos a utilizar na medição (como por exemplo os acelerómetros) e a implementação destes na estrutura,

Designa-se por amostragem de um sinal à conversão desse mesmo sinal contínuo (sinal analógico) para a representação de um conjunto de pontos (sinal digital). A sua frequência da amostragem é o número de amostras efetuadas por unidade de tempo. Segundo (Rodrigues, 2004), para que seja possível obter uma representação correta do sinal deve-se respeitar o teorema de Shannon, também designado por frequência de Nyquist, onde a frequência de amostragem deve ser no mínimo o dobro da frequência máxima da estrutura, somando uma margem de segurança.

De modo a obter uma caracterização dinâmica mais precisa das estruturas é necessário instrumentá-las num número suficiente de pontos de modo a que estas fiquem bem discretizadas. Para esta instrumentação, o ideal seria dispor de um número de equipamentos de medição suficientes de modo a realizar o ensaio de uma só vez. Porém, tendo em conta as dimensões das estruturas em Engenharia Civil, tal não é possível. Assim os ensaios têm que ser realizados de uma forma faseada. Para tal, existem duas possibilidades de realizar os ensaios por fases (Krammer et al., 1999).

Uma das possibilidades é colocar um grupo de acelerómetros em posições fixas, designados por acelerómetros de referência, na estrutura, e usar outro grupo de acelerómetros móveis. Enquanto o grupo de acelerómetros fixos mede a resposta da estrutura sempre nos mesmos pontos, o outro conjunto de acelerómetros efetua as medições de ponto para ponto até que se efetuem as medições em toda a estrutura. Deve usar-se, sempre que possível, dois conjuntos de acelerómetros fixos de forma a diminuir a probabilidade de que estes acelerómetros coincidam com os pontos nodais (pontos onde os deslocamentos modais são nulos). Outra forma de proceder o ensaio é usar apenas conjuntos de acelerómetros móveis. Neste segundo método, os acelerómetros avançam sucessivamente na estrutura mas colocando sempre algum acelerómetro num ponto comum entre dois ensaios. Este método tem como principal vantagem em relação ao anterior o tempo de ensaio ser menor, mas por outro tem como desvantagem o risco dos pontos comuns entre ensaios serem pontos nodais, impossibilitando assim identificar com rigor os modos de vibração. Na Figura 4.2 encontram-se ilustrados os dois tipos de ensaios faseados.

Como foi referido, deve ser realizado um modelo numérico, na fase do planeamento, de forma a obter os modos de vibração expectáveis. Assim, os pontos que serão instrumentados nas estruturas devem estar localizados em zonas onde não haja pontos nodais nas frequências que se pretendem medir.

O intervalo de tempo, em que ocorre a aquisição dos dados obtidos nos ensaios de vibração ambiental, podem seguir uma regra empírica, onde, os registos devem ter uma duração mínima de 1000 ciclos do modo com período mais longo, sendo este período corresponde à primeira frequência de vibração (Rebelo et al, 2010).

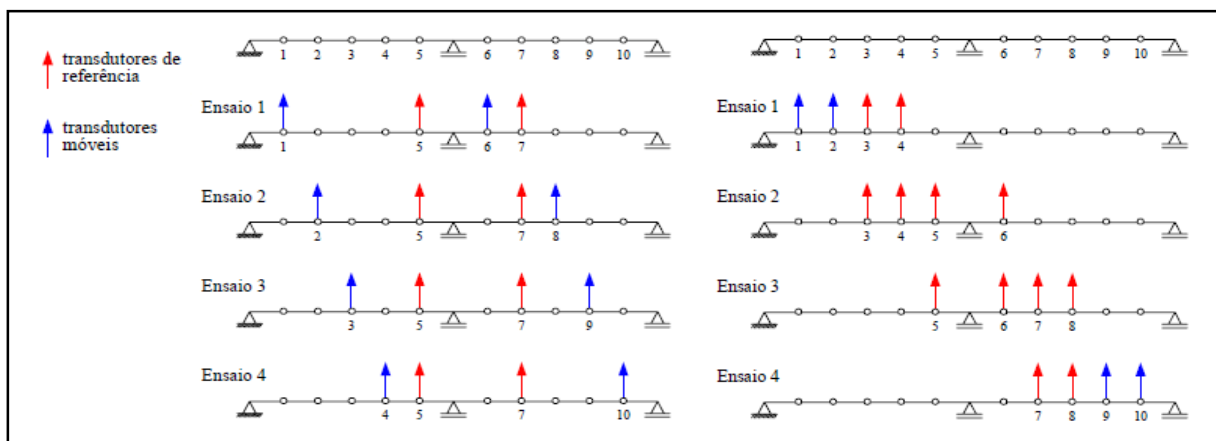


Figura 4.2 – Tipos de ensaios faseados (Rodrigues, 2004).

4.2 Tipo de equipamento

Os ensaios de vibração, com objetivo de realizar a identificação modal, têm sido utilizados tanto na engenharia civil, como mecânica entre outras, o que aumentou o nível de procura e exigência dos equipamento de medição. Com o avanço tecnológico verificado nas últimas décadas, os sensores de medição e os conversores analógico/digital acompanharam essa evolução. Esta evolução tem-se traduzido num aumento de soluções e de qualidade dos transdutores de medição de resposta dinâmica e dos sistemas de aquisição de dados analógico/digitais, permitindo efetuar leituras e registar a resposta das estruturas para níveis de excitação bastante baixos. Assim, os ensaios de vibração forçada deixaram de ser tao utilizados em comparação com os ensaios de vibração ambiente (Rodrigues, 2004).

Os transdutores de medição de resposta das estruturas são equipamentos que transformam a grandeza física que se pretende medir ao longo do tempo, como por exemplo os deslocamentos, em sinais elétricos. Quando a grandeza que se pretende medir são acelerações, os equipamentos de leitura utilizados são os acelerómetros.

Estes transdutores de medição de acelerações podem dividir-se em três tipos: acelerómetros piezoelétricos, acelerómetros piezoresistivos e force balance.

Para efetuar a medição de resposta no âmbito deste trabalho, foram utilizados acelerómetros piezoelétrico. Assim será realizada uma pequena abordagem deste tipo de equipamentos. Essencialmente, estes equipamentos são constituídos por uma massa sísmica e por cristais. Quando este está sujeito a uma aceleração, a massa sísmica provoca uma força no cristal, gerando assim um diferencial de potencial proporcional à aceleração ($F=m.a$), sendo este diferencial medido nas séries temporais. De seguida, são apresentados alguns acelerómetros piezoelétricos existentes no mercado.



	<p>Marca: PCB Piezotronics (www.pcb.com) Modelo: 393B12 Sensibilidade: 1019.4 mV/g Resposta Dinamica: 0.15Hz até 1000 Hz</p>
	<p>Marca: Brüel & kjaer (www.bksv.com) Modelo: 4378 Sensibilidade: 32 mV/g Resposta Dinamica: 0.2Hz até 2800 Hz</p>

Figura 4.3 – Exemplos e caraterísticas de acelerómetros piezoelétricos

O registo do sinal elétrico, obtido com os acelerómetros, é efetuado por um sistema de aquisição de dados. Este equipamento tem como função transformar o sinal contínuo no tempo (sinal analógico) originário dos acelerómetros em sinais discretos (sinal digital), onde são guardados posteriormente, em unidades de armazenamento, por norma, em computadores. Assim, estes sistemas de aquisição de dados são denominados de conversores analógicos/digitais (D/C). Alguns destes sistemas, para além da conversão analógica/digital, também poderão realizar uma parte do processamento de dados, como por exemplo a avaliação das estimativas das funções de densidade espectral dos sinais medidos. De seguida são apresentados sistemas de aquisição de dados compatíveis com os acelerómetros piezoelétricos.



	<p>Marca: Brüel & kjaer (www.bksv.com) Modelo: 3650/D Canais: 65</p>
	<p>Marca: LMS Modelo: Scadas Mobile 02 Canais: 48</p>

Figura 4.4 - Exemplos e caraterísticas de sistemas de aquisição

Aliada a estruturas inovadoras, surgiram elementos estruturais com seções transversais mais reduzidas, maiores vãos e com maiores esbeltezas, diminuindo assim as frequências de vibração das construções, atingindo em certo tipo de obras de arte valores da ordem dos 0.015 Hz. Assim o mais aconselhável para este tipo de medições a utilização de sismógrafos triaxiais que apresentam gamas de medição das frequências próximas dos 0Hz.

4.3 Tratamento da informação

Numa primeira fase dos ensaios experimentais, é necessário certificar que na obtenção dos dados não existem anomalias. As anomalias mais recorrentes devem-se aos seguintes fatores:

- Baixa relação sinal/ruído: resulta da baixa sensibilidade dos acelerómetros
- Ruído intermitente: corresponde a um contato deficiente das fichas de ligação
- Influência da frequência da rede de distribuição de energia elétrica: Corresponde a uma má ligação à terra dos equipamentos de medição que contaminam os sinais de oscilação periódica
- Perdas de sinal: esta anomalia pode ocorrer devido a uma saturação do acelerómetro.

Caso sejam identificados estes tipos de erros, torna-se necessário, na fase de pré-processamento da informação, um tratamento dos dados de forma a atenuar ou até mesmo eliminar essas anomalias.

4.3.1 Pré-processamento da informação

De forma a atenuar ou eliminar as anomalias detetadas nos registos obtidos nos ensaios experimentais de uma estrutura, recorre-se a diferentes operações que são descritas de seguida:

- Correção dos pontos singulares
- Junção de amostras com colocação de janelas de transição
- Remoção de média, tendências lineares e filtragem de sinal passa-alto
- Filtragem passa-baixo
- Decimação

Filtrar o sinal possibilita modificar um sinal por meio da extração de conteúdos energéticos de certos componentes sem interesse, deixando apenas a banda de frequência de interesse para a análise. De uma forma geral, os filtros podem ser classificados da seguinte forma:

- Filtro passa-baixo: é um filtro que exclui ou reduz todas as frequências acima de um determinado valor, permitindo a passagem de todas as frequências desde 0Hz até à frequência de corte.
- Filtro passa-alto: é um filtro que permite a passagem de todas as frequências a partir da frequência de corte, excluindo ou reduzindo as frequências de 0 hz até à frequência desejada
- Filtros passa-banda: são filtros que combinam os dois tipos de filtros acima descritos. Assim, este tipo de filtro atenua as frequências fora de uma determinada banda deixando passar as restantes frequências

- Filtros elimina banda: estes filtros por oposição aos filtros passa-banda, excluem uma determinada banda de frequências contidas num determinado intervalo, deixando passar as restantes frequências que se encontram fora desse mesmo intervalo.

A utilização destes tipos de filtros deve ser feita com muita precaução, pois, após a sua utilização a informação é alterada ou até perdida, podendo estar a eliminar frequências de interesse para a estrutura. Assim, é desejável ter uma noção prévia das frequências de interesse para a estrutura e por oposição aquelas que são indesejáveis.

Outro tipo de operação comum na realização de ensaios de vibração é a decimação. Este foi o único tratamento de dados efetuado na realização deste trabalho que consiste na passagem das series temporais de resposta da estrutura para uma amostra mais reduzida. O objetivo desta redução prende-se com a diminuição do tempo de cálculo e reduzir o espaço na memória ocupada por estes dados. Assim, a amostra de dados obtida nos ensaios a uma taxa no tempo Δt , é reduzida para uma nova frequência de amostragem.

5 CASO DE ESTUDO

O presente capítulo tem como propósito apresentar os objetivos para cada conjunto de ensaios, as *layout's* onde foram realizados os ensaios de caracterização dinâmica das colunas, a metodologia auxiliar aos ensaios de vibração e descrever os materiais utilizados.

Assim o primeiro caso de estudo consiste em determinar as primeiras frequências naturais de vibração de um cabo tracionado, onde os valores obtidos serão comparados com a fórmula teórica obtida no subcapítulo referente à vibração transversal dos cabos.

A segunda fase dos ensaios consiste em efetuar análises modais a duas colunas estaiadas pré-esforçadas com 4 braços, onde se fará variar a secção transversal tanto das colunas como dos cabos. Os resultados obtidos nestas análises modais experimentais serão posteriormente comparados com modelos numéricos em elementos finitos.

Por fim, o terceiro conjunto de ensaios consiste também numa caracterização dinâmica de duas colunas estaiadas pré-esforçadas, no entanto existe uma alteração física, existindo 8 braços neste caso em vez dos 4 anteriores.

Será ainda realizada uma descrição dos modelos numéricos utilizados para validar os resultados dos ensaios experimentais e ainda os seus resultados dos modelos numéricos. Os resultados que serão apresentados neste capítulo não correspondem aos valores finais, pois estes modelos não se apresentam calibrados.

5.1 Caracterização dos elementos

5.1.1 Cabo

O primeiro conjunto de ensaios efetuados teve como objetivo determinar a influência da força instalada no cabo nas suas frequências naturais. Deste modo, para aplicar a carga no cabo utilizou-se o seguinte esquema de montagem:

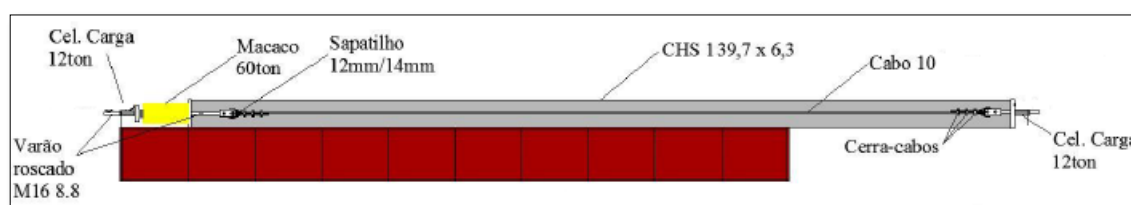


Figura 5.1 – Vista Longitudinal do layout dos ensaios efetuados nos cabos (adaptado Alves, 2014)

Como se pode verificar no esquema de montagem, para realizar o ensaio foi necessário recorrer a um elemento auxiliar de forma a ser possível aplicar a carga no cabo e ao mesmo tempo mantê-lo imóvel. Assim, o elemento auxiliar é um perfil circular oco de secção 139.7x6.3 mm². O cabo encontra-se amarrado nas suas extremidades a duas ancoragens com o auxílio de cerra-cabos e dois varões roscados. A aplicação da força no cabo é realizada devido à conexão de vários elementos. O varão roscado é apertado por um parafuso contra uma célula de carga, que por sua vez a célula de carga provoca uma pressão no macaco hidráulico. Por fim, como o macaco está conectado ao perfil, este vai provocar uma reacção no tubo servindo assim de apoio axial. A célula de carga encontra-se ligada a um *data logger* onde é efetuado o registo da força aplicada.

O cabo que foi sujeito a ensaios tem uma secção transversal de 10 mm e apresenta as seguintes características geométricas e mecânicas:

Quadro 5.1 – Características do cabo de secção 10 mm

	Cabo 1
L [mm]	8000
ϕ [mm]	10
A_{nom} [mm ²]	47
f_u [MPa]	1960
E [GPa]	100
ρ [kg/m ³]	8539.3
m [kg/m]	0.401

Como já foi mencionado anteriormente, o objetivo deste conjunto de ensaios de vibração é validar a seguinte expressão teórica:

$$f_n^2 = \frac{Tn^2}{4mL^2} \quad (5.1)$$

Da fórmula acima apresentada, o único parâmetro que se fez variar foi o da carga aplicada. Assim, os níveis de carga a que o cabo foi sujeito foram:

- 4100 N
- 7700 N
- 15750 N
- 23500 N

Da expressão (5.1) e tendo em conta as características do cabo e dos casos de carga, os valores das frequências teóricas são as seguintes:

Quadro 5.2 – Frequências naturais teóricas do cabo de 10 mm

		Modos de Vibração		
		1º	2º	3º
Força aplicada	4100 N	6,34 Hz	12,79 Hz	18,92 Hz
	7700 N	8,48 Hz	16,59 Hz	24,83 Hz
	15750 N	12,21 Hz	24,09 Hz	35,46 Hz
	23500 N	14,63 Hz	28,91 Hz	42,30 Hz

5.1.2 Colunas de 4 braços

O segundo conjunto de ensaios de vibração que foram realizados, tem como objetivo avaliar se a alteração das secções dos cabos influencia a rigidez das colunas.

O *layout* onde foram realizados os ensaios consiste numa estrutura principal, constituída por uma coluna metálica central com 18 metros de comprimento, posicionada na horizontal. Esta coluna metálica tem uma secção transversal circular oca onde a meio vão existem quatro braços colocados na perpendicular à coluna de 18 metros, e de forma ortogonal entre si, formando uma “cruz”. Nestes quatro braços foram colocados oito cabos que ligam às extremidades da coluna metálica central. Na Figura 5.2 está representado um plano do *layout*.

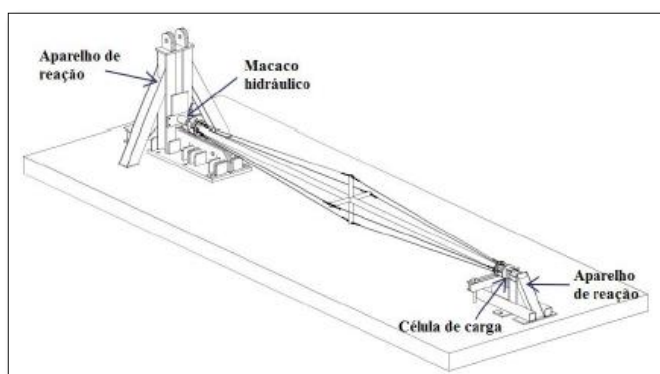


Figura 5.2 – Perspectiva do layout dos ensaios efetuados nas colunas de quatro braços (Alves, 2014)

De salientar que neste conjunto de ensaios foram estudadas duas colunas com 18 metros de comprimento e dois conjuntos de cabos de pré-esforço, fazendo variar a secção transversal tanto das colunas como dos cabos.

Outro aspeto importante para a caracterização da estrutura é a sua ligação ao exterior, ou seja as suas condições de apoio. As colunas foram apoiadas nas extremidades por intermédio de elementos verticais e de rótulas de meia-esfera maciças em aço conectadas aos aparelhos de reação. Estes sistemas de apoio nas extremidades impedem translações nas três direções e a rotação segundo o eixo da peça.

Preferencialmente, apenas seriam utilizados estes apoios nas extremidades de forma a estudar a coluna em condições reais, no entanto devido à sua deformação inicial, esta ficava apoiada na laje do laboratório. Assim, de forma a eliminar esta condicionante, foi colocado um macaco hidráulico no braço inferior da coluna, de forma a elevar o meio vão da coluna até à cota das extremidades.

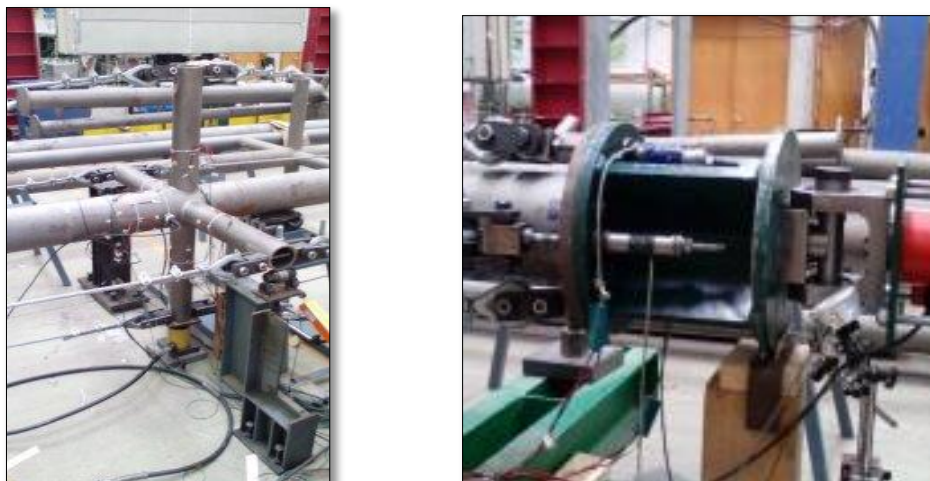


Figura 5.3 – Sistemas de apoios da coluna de quatro braços – Apoio central (à esquerda) e apoio nas extremidades (à direita)

A ligação dos cabos às extremidades da coluna é efetuada por intermédio de varões roscados. Nas extremidades da coluna, foram soldadas duas chapas de topo furadas onde passam os varões. Assim, a força é aplicada por um processo de aperto dos parafusos, fazendo com que os cabos fiquem tensionados e a medição da força aplicada é realizada por intermédio do contato das células de cargas com as chapas de topo, com é visível na Figura 5.4.



Figura 5.4 – Sistema de aplicação de carga nos cabos

A medição da carga foi realizada por meio de uma célula de carga NOVOTECH com capacidade de 400 KN e sete células de carga com capacidade de 120 KN. As cargas provenientes das células foram registadas no *Data Logger* como pode ser verificado na próxima figura.

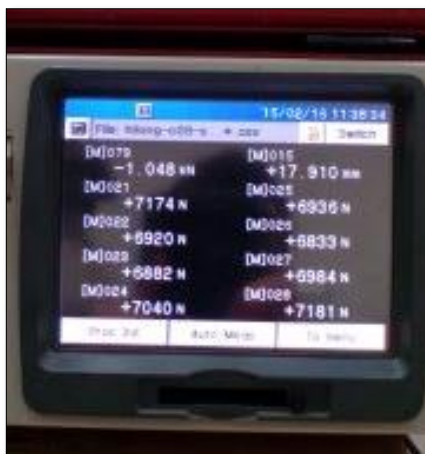


Figura 5.5 – Medição da carga aplicada nos cabos – *Data Logger*

Conforme foi mencionado anteriormente, neste conjunto de ensaios foram estudados dois tipos de colunas e dois conjuntos de cabos, com as seguintes características geométricas e mecânicas:

Quadro 5.3 – Características das colunas e dos braços

	Coluna 1	Coluna 2	Braços
L [mm]	18000	18000	505
ϕ [mm]	140	180	101
e [mm]	6.73	6.73	8
f_y [MPa]	355	355	355
E [GPa]	210	210	210
ρ [kg/m ³]	7850	7850	7850

Quadro 5.4 – Características dos Cabos

	Cabo 1	Cabo 2
L [mm]	9000	9000
ϕ [mm]	10	13
A_{nom} [mm ²]	47	89
f_u [MPa]	1960	1960
E [GPa]	100	105
ρ [kg/m ³]	8539.3	8539.3

Para o programa de ensaios de vibração, foram considerados os seguintes parâmetros:

- A carga aplicada nos cabos foi mantida em 7000 N
- O diâmetro das colunas analisadas foram 140 e 180mm
- A secção dos cabos utilizados foi de 10 e 13mm

Assim, os ensaios efetuados nas colunas de quatro braços perfaz um total de quatro ensaios.

5.1.3 Coluna de 8 braços

O objetivo dos ensaios efetuados nas colunas de oito braços é determinar o efeito que a variação das cargas instaladas nos cabos provoca nos parâmetros modais das colunas. Esta série de ensaios foi realizada num local anexo ao laboratório de estruturas do departamento de engenharia civil, pois, pretendeu-se analisar as colunas na sua configuração natural, o que não era possível efetuar dentro do laboratório devido à sua deformação inicial, sem ter que recorrer a apoios intermédios, como ilustra a Figura 5.6. É possível verificar que estas colunas foram ensaiadas ao ar livre, estando assim sujeitas a qualquer condição climática. Esta observação revelou-se importante como se verá no próximo capítulo.

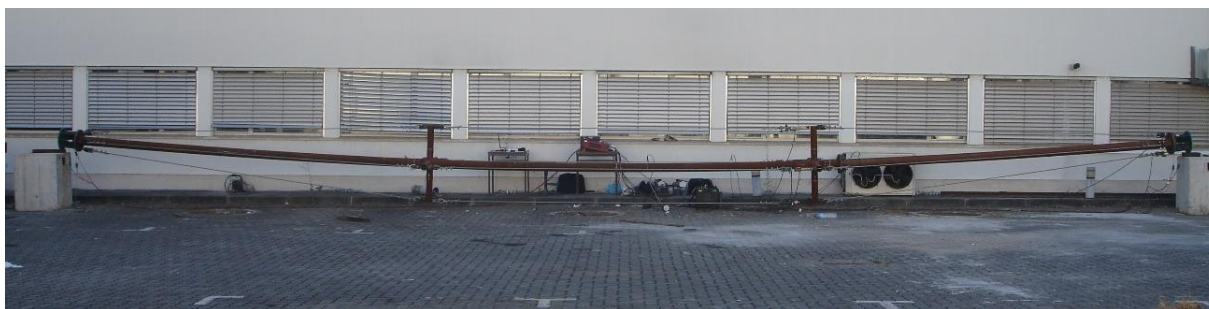


Figura 5.6 – Vista dos ensaios das colunas de oito braços

Como é possível verificar na figura anterior, as colunas de 8 braços são idênticas às colunas apresentadas no subcapítulo anterior, com uma estrutura principal constituída por uma coluna metálica central. No entanto neste novo *layout* existem dois conjuntos de 4 braços, posicionados a $1/3$ e $2/3$ do vão de 18 metros, perfazendo um total de 8 braços, e serão colocados 12 cabos a interligar os braços e as extremidades das colunas.

No que respeita ao tipo de ligação dos cabos às colunas, assim como ao processo de aplicação e registo das cargas nos cabos são semelhantes aos executados nas colunas de 4 braços.

Como já foi referido, as condições de apoio foram alteradas. Assim, apenas foram colocados apoios nas extremidades das colunas por intermédio de perfis metálicos de secção em C. Este tipo de apoio impede as translações nas três direções e restringe as rotações segundo o eixo das colunas devido ao atrito entre as peças. Na Figura 5.7 está representado o apoio de uma das extremidade utilizado para as colunas de 8 braços.

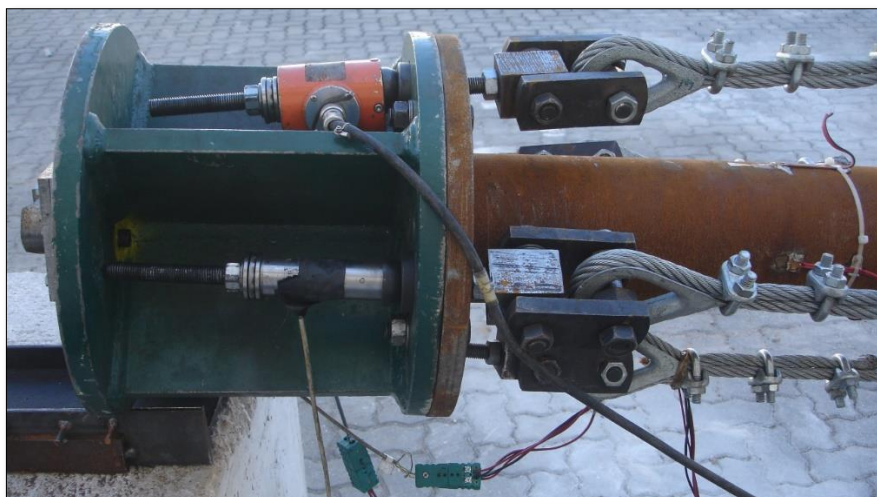


Figura 5.7 – Sistema de apoio das colunas de oito braços

O programa de ensaios das colunas de 8 braços foi alterado relativamente às colunas anteriores. Assim, os parâmetros considerados foram os seguintes:

- Os níveis de carga instalados nos cabos foram de 2000N, 9000N e 15000N
- Os diâmetros das colunas analisadas foram 140 e 180mm
- Cabos de secção de 13mm

Assim, combinando os vários níveis de carga com as diferentes colunas, foram realizados seis conjuntos de ensaios.

5.2 Modelos numéricos

Como foi referido no início do presente capítulo, os resultados obtidos nos ensaios de vibração realizados nas colunas serão comparados com modelos numéricos que visam simular o comportamento dinâmico de cada coluna. Os modelos numéricos que foram desenvolvidos serviram também para o planeamento dos ensaios dinâmicos experimentais, pois é com base na primeira frequência de vibração obtida nos modelos numéricos que se determinou o tempo de ensaio e com base na sua configuração modal que foram implementados os sensores de medição.

Neste subcapítulo serão expostos os princípios utilizados para a modelação das colunas. Serão também apresentados os resultados provenientes destes mesmos modelos.

5.2.1 Modelação das colunas

A modelação foi realizada com recurso ao programa de cálculo automático “*Abaqus*”. As colunas e os braços foram modelados como elemento do “tipo viga” de forma a ser possível

captar os modos de flexão da coluna. Os cabos foram modelados como elementos do “tipo treliça” pois estes apenas têm rigidez axial. De modo a obter resultados mais precisos na modelação, as colunas e os braços foram discretizados em 10 elementos. Os cabos foram discretizados em apenas um elemento, pois a caracterização dinâmica deste tipo de elementos para a estrutura global é pouco relevante.

A aplicação das cargas nos cabos foram modeladas segundo o comando “*Bolt Loads*”, existente no programa “*Abaqus*”. Assim, com este comando, apenas serão transmitidas cargas aos cabos.

As características mecânicas dos materiais utilizados estão presentes nos Quadro 5.3 e Quadro 5.4.

Relativamente às condições de apoio, as extremidades das colunas de 4 braços foram modeladas de forma a impedir as translações nas 3 direções e a rotação segundo o eixo da peça. O apoio central foi modelado como apoio simples, impedindo apenas o deslocamento vertical. Os apoios das colunas de 8 braços foram modelados de forma a impedir as translações nas 3 direções e a rotação segundo o eixo da coluna.

No entanto, como será verificado posteriormente, estas condições de apoio foram alteradas de forma a calibrar os modelos numéricos.

A título de exemplo, a Figura 5.8 apresenta o modelo numérico tipo das colunas de quatro braços.

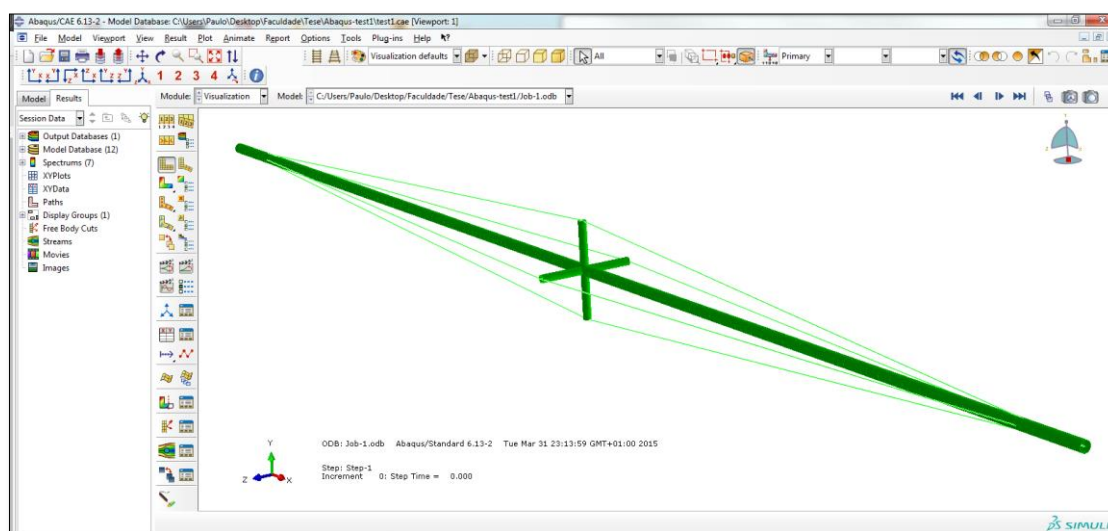


Figura 5.8 – Modelos numéricos das colunas

A determinação das frequências de vibração e dos seus respetivos modos foram realizados segundo o comando “*Frequency*”.

5.2.2 Resultados dos Modelos Numéricos não Calibrados

Com base na modelação acima descrita e nas características dos materiais, de seguida são apresentadas as frequências naturais de vibração obtidos para cada modelo. Como os modos de vibração das colunas de quatro e oito braços apresentam sempre as mesmas configurações, apenas serão apresentados os modos de vibração tipo da coluna de quatro braços e outra de oito.

- Frequências de vibração da coluna de quatro braços de diâmetro 140 mm:

Quadro 5.5 – Frequências de Vibração da Coluna de 140 mm

Coluna	Cabo	Modo	Configuração	Frequência [Hz]	Força [N]
140	10	1°	Horizontal	1,30	7000
		2°	Vertical	4,64	
		3°	Horizontal	4,64	
		4°	Vertical	7,23	
	13	1°	Horizontal	1,26	
		2°	Vertical	4,63	
		3°	Horizontal	4,63	
		4°	Vertical	7,23	

- Frequências de vibração da coluna de quatro braços de diâmetro 180 mm:

Quadro 5.6 – Frequências de Vibração da Coluna de 180 mm

Coluna	Cabo	Modo	Configuração	Frequência [Hz]	Força [N]
180	10	1°	Horizontal	1,55	7000
		2°	Vertical	6,05	
		3°	Horizontal	6,05	
		4°	Vertical	9,42	
	13	1°	Horizontal	1,52	
		2°	Vertical	6,04	
		3°	Horizontal	6,04	
		4°	Vertical	9,42	

➤ Modos de vibração das colunas de quatro braços

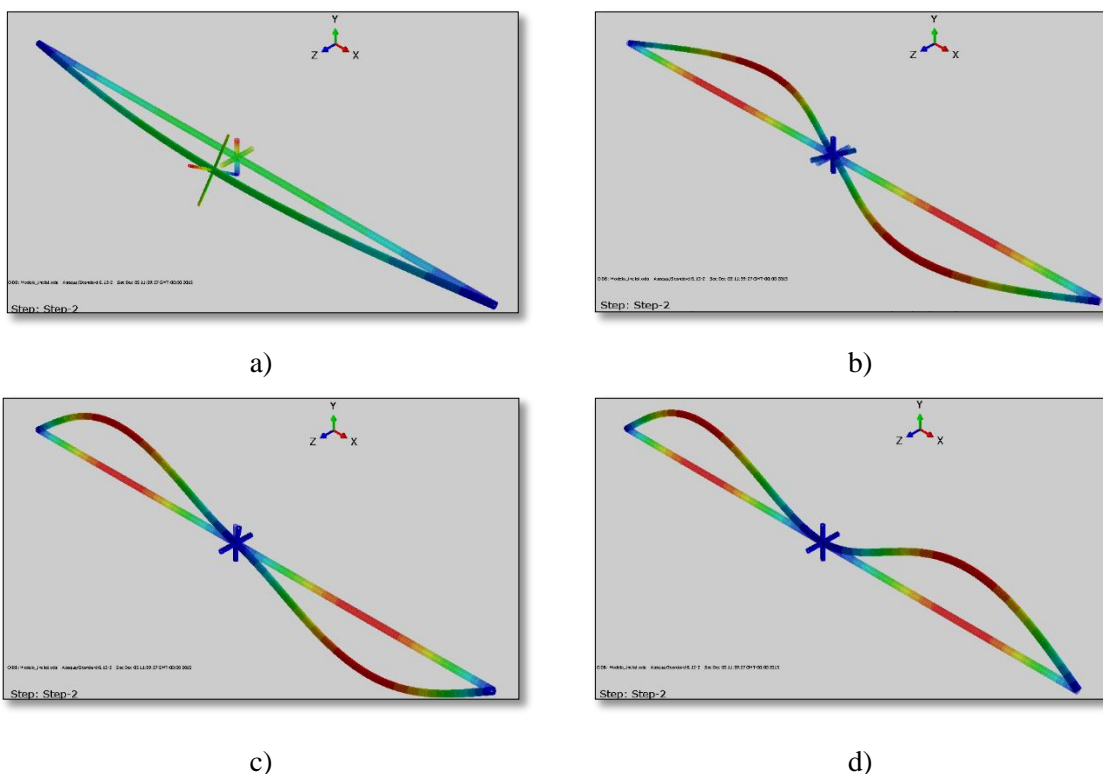


Figura 5.9 – Modos de vibração tipo dos modelos numéricos das colunas de quatros braços
 a) 1º Modo – Horizontal b) 2º Modo – Horizontal c) 3º Modo – Vertical d) 4º Modo – Vertical

➤ Frequências de vibração das colunas de oito braços de diâmetro de 140 mm

Quadro 5.7 – Frequências de Vibração da Coluna de 140 mm

Diâmetro da coluna	Modos	Configuração	Força		
			2000 N	9000 N	15000 N
140 mm	1º	Vertical	1,04 Hz	1,31 Hz	1,5 Hz
	2º	Horizontal	1,04 Hz	1,31 Hz	1,5 HZ
	3º	Vertical	3,85 Hz	4,09 Hz	4,29 Hz
	4º	Horizontal	3,85 Hz	4,09 HZ	4,29 Hz

➤ Frequências de vibração das colunas de oito braços de diâmetro de 180 mm

Quadro 5.8 - Frequências de Vibração da Coluna de 180 mm

Diâmetro da coluna	Modos	Configuração	Força		
			2000 N	9000 N	15000 N
180 mm	1º	Vertical	1,34 Hz	1,53 Hz	1,67 Hz
	2º	Horizontal	1,34 Hz	1,53 Hz	1,67 HZ
	3º	Vertical	5,17 Hz	5,32 Hz	5,45 Hz
	4º	Horizontal	5,17 Hz	5,32 HZ	5,45 Hz

➤ Modos de vibração da coluna de diâmetro 180 mm:

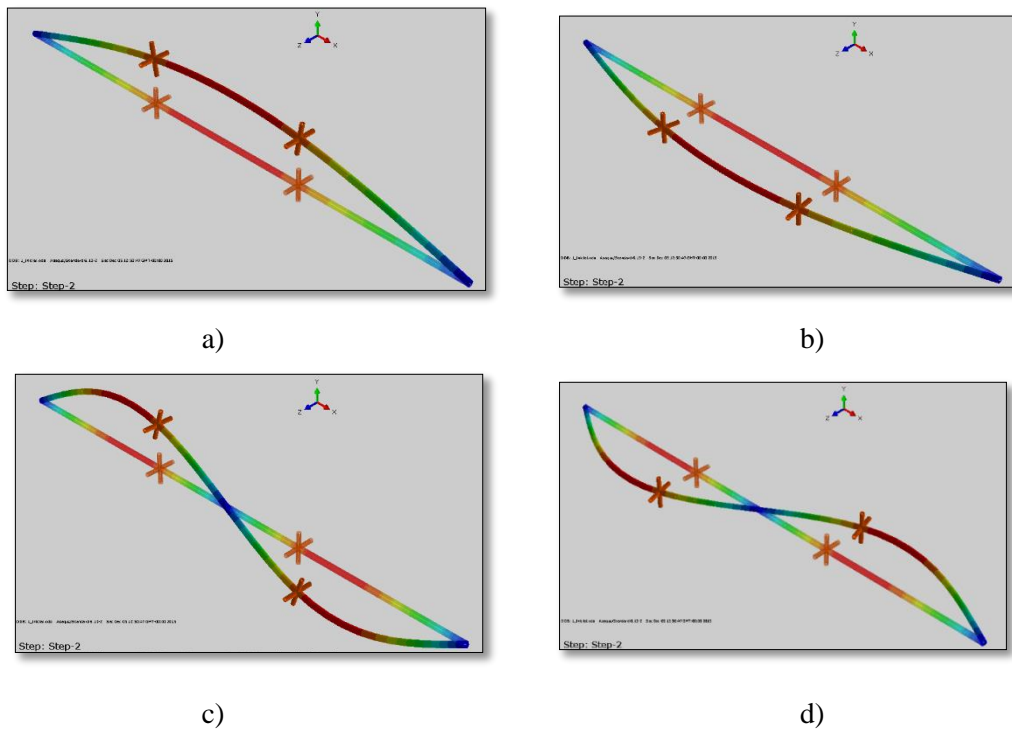


Figura 5.10 – Modos de vibração tipo dos modelos numéricos das colunas de oito braços
a) 1º Modo – Vertical; b) 2º Modo – Horizontal; c) 3º Modo – Vertical; d) 4º Modo – Horizontal

As figuras apresentadas representam o andamento das colunas do seu estado indeformado para as configurações modais associadas às primeiras quatro frequências naturais. No caso da coluna de 4 braços é possível verificar que as duas primeiras configurações modais são horizontais, já a terceira e quarta configurações modais são verticais.

Para coluna de 8 braços, a primeira frequência natural está associada a uma configuração modal vertical, assim como a terceira. A segunda e quarta configurações modais têm uma componente horizontal. Esta análise será importante para a calibração dos modelos numéricos, conforme será abordado no sexto capítulo.

A caracterização do comportamento dinâmico das colunas fica completa com apenas os primeiros quatro modos de vibração, pois os subsequentes modos são repetições destes. Os resultados obtidos nos modelos numéricos serão posteriormente comparados com os resultados dos ensaios dinâmicos experimentais com vista à calibração destes mesmos modelos.

6 ENSAIO DINÂMICO

Os ensaios que permitiram a caracterização dinâmica tanto do cabo como das colunas foram realizados sob a ação vibrações ambientais. É de referir ainda que os ensaios tanto do cabo como das colunas de 4 braços foram realizadas no Laboratório de Estruturas da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra. Já os ensaios das colunas de 8 braços foram efetuados em instalações anexas ao laboratório.

6.1 Equipamento utilizado nos ensaios dinâmicos

Para os ensaios experimentais efetuados estavam disponíveis os seguintes equipamentos:

- 5 Acelerómetros piezoelétricos da marca “PCB Piezotronics” e modelo “393B12”



Figura 6.1 – Acelerómetro piezoelétrico utilizado no ensaio

- 1 Aparelho de aquisição de dados da marca “Brüel & Kjaer”, modelo “PULSE Type 3650/D”



Figura 6.2 – Aparelho de aquisição de dado utilizado no ensaio

- 1 Computador portátil que dispõe do *software* “Pulse” compatível com o equipamento de aquisição de dados utilizado

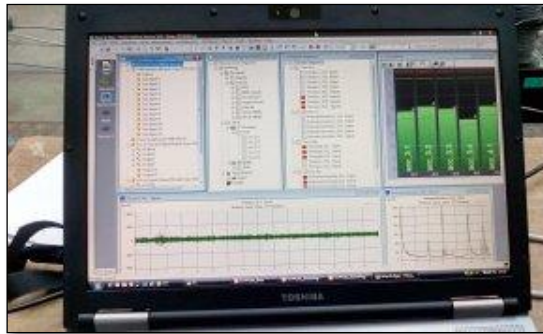


Figura 6.3 – Computador portátil com o *software* “Pulse”

Os equipamentos de medição utilizados – acelerómetros – são caracterizados por terem uma boa sensibilidade, cerca de 1.057 V/ms^{-2} e medem frequências dos 0.15 Hz aos 1000 Hz. Visto que é expectável que as primeiras frequências naturais obtidas nos ensaios se encontrem dentro do intervalo de 0.15 a 1000 Hz, os acelerómetros utilizados são uma opção válida.

6.2 Procedimento experimental

6.2.1 Cabos

Os ensaios dinâmicos efetuados no cabo tiveram como objetivo medir as suas frequências de vibração no plano, ou seja, as frequências naturais associadas às configurações modais verticais. Como não é necessário determinar as configurações modais do cabo, apenas as frequências de vibração, o cabo foi instrumentado somente num ponto, na direção vertical. A seção foi escolhida de forma a evitar os pontos nodais do cabo nos primeiros cinco modos. Assim, colocou-se o acelerómetro a 1.5 metros da extremidade, como se verifica na figura seguinte.

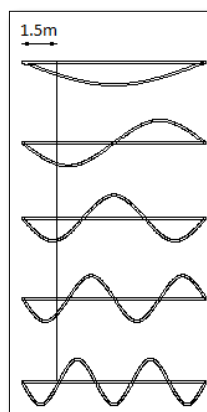


Figura 6.4 – Posicionamento do acelerómetro no ensaio dos cabos

Visto que apenas se utilizou um acelerómetro, as frequências naturais de vibração foram obtidas diretamente do *software* “Pulse”. Este *software* permite realizar a conversão direta das séries temporais em frequência através do algoritmo da Transformada Rápida de Fourier (FFT). A título de exemplo, apresenta-se a conversão das séries temporais em frequência para a força no cabo de 4400 N nas figuras seguintes.

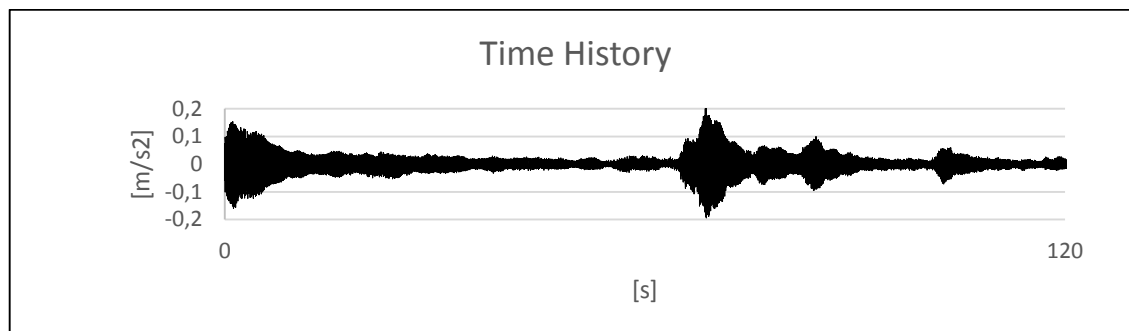


Figura 6.5 – Registo das acelerações

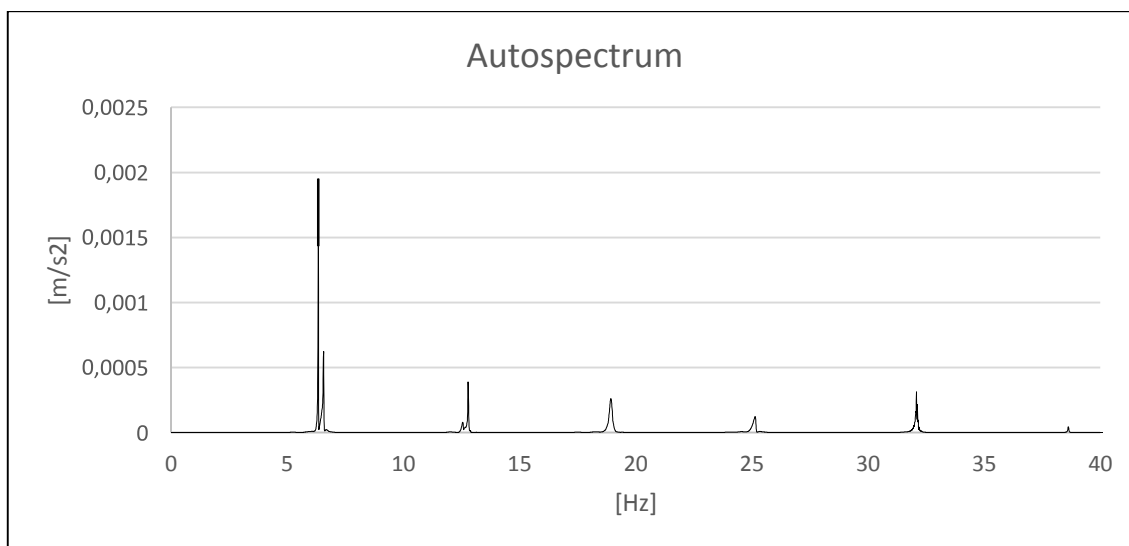


Figura 6.6 – Espectro de resposta de um cabo em frequência

A análise dos resultados e a determinação das frequências de vibração foram realizadas em simultâneo com a obtenção dos dados. Assim, o tempo de ensaio dos cabos foi o necessário para obter as primeiras três frequências de vibração de forma a reunir uma amostra razoável para comparação de valores. A sua duração nunca ultrapassou os 140 segundos.

6.2.2 Colunas

Numa primeira análise dos modelos numéricos, obtiveram-se as primeiras frequências naturais e as respetivas configurações modais. Esta análise foi importante, pois, como foi referido no capítulo referente aos modelos numéricos, com estes resultados obtidos foi possível determinar o tempo de ensaio de cada *setup* bem como a localização dos acelerómetros. Como já referido, para uma boa qualidade de resultados, a duração dos ensaios deve ser superior a mil vezes o

período natural esperado (Rebello et al., 2010). Assim, visto que a primeira frequência natural de vibração do modelo era de 1.5Hz, convertendo para período e multiplicando por mil obteve-se 11 minutos. Optou-se por uma duração de 12 minutos por cada *setup* tendo já alguma margem de segurança.

Para os ensaios de vibração ambiental foram utilizados 5 acelerómetros piezoelétricos. De forma a obter uma boa caracterização das estruturas, tendo em conta a extensão das colunas e ao número de acelerómetros disponíveis, recorreu-se à técnica de ensaios com pontos de referência fixos. Conforme já mencionado, esta técnica consiste em manter alguns acelerómetros fixos em posições estratégicas das colunas e avançar sucessivamente os restantes.

A figura seguinte representa o alçado principal das colunas de 4 braços e indica a posição onde os acelerómetros serão colocados ao longo dos *setups*. A localização dos acelerómetros para as colunas de 8 braços será a mesma.

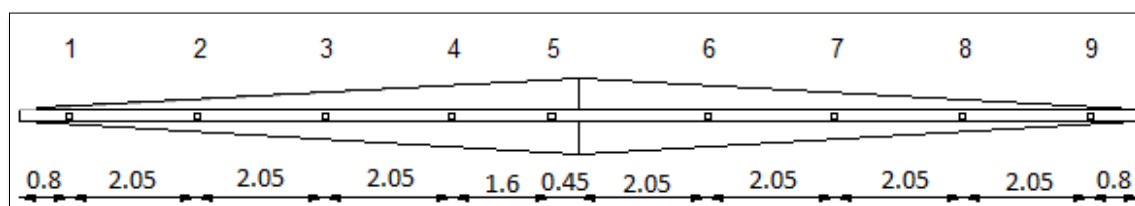


Figura 6.7 – Posicionamento dos acelerómetros nas colunas de quatro braços

Na posição 3 serão colocados dois acelerómetros, um na direção vertical e outro na direção horizontal, como é ilustrado na Figura 6.8.



Figura 6.8 – Posicionamento dos acelerómetros na posição 3 – Acelerómetro vertical e horizontal

Na posição 5 será colocado apenas um acelerómetro na direção horizontal. Optou-se por não colocar um acelerómetro na direção vertical, pois, a posição 5, para as colunas de 4 braços,

encontra-se junto ao apoio central e os dados que seriam obtidos nesta direção não teriam relevância para a caracterização dinâmica das colunas. Estes três acelerómetros serão os de referência (fixos).

Nas restantes posições serão colocados dois acelerómetros de forma idêntica à da posição 5 de forma a medir as acelerações tanto na direção vertical como na horizontal. Este conjunto de acelerómetros, acelerómetros móveis, serão dispostos na posição 1 no primeiro *setup*, de seguida na posição 2 e assim sucessivamente até serem medidos todos os pontos.

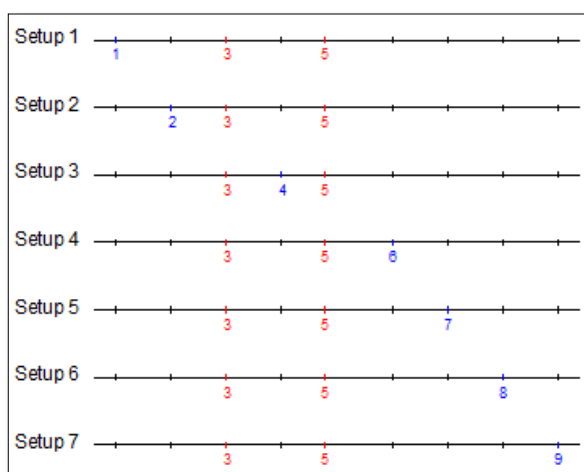


Figura 6.9 – Posicionamento dos acelerómetros nos vários *setup*'s

As posições 3 e 5 que se encontram a vermelho, são as posições dos acelerómetros fixos, a azul encontram-se os móveis. Tanto a posição dos acelerómetros fixos como os móveis foram consideradas para que não coincidisse com os pontos de inflexão das configurações modais (pontos nodais).

A identificação modal foi efetuada através do programa “*ARTEMIS Extrator Pro*” com base no método de decomposição no domínio da frequência, FDD (*Frequency Domain Decomposition*). A utilização deste método é bastante comum quando se realiza uma identificação modal estocástica.

Conforme referido no terceiro capítulo, a aplicação deste método permite obter as frequências naturais de vibração com base no algoritmo de decomposição em valores singulares da matriz das funções de densidade espectral de resposta, onde se encontram destacadas as contribuições modais mais importantes em cada frequência.

De seguida é apresentado o espectro dos valores singulares da matriz das densidades espectrais de potência da resposta em aceleração da coluna de 4 braços com diâmetro de 140 mm.

A seleção das frequências de vibração é efetuada com base nos picos dos espectros de densidade e na coerência modal. Esta coerência é visível nos espectros sob “manchas” azuis. Assim, a cada incidência dessas manchas sob os picos poderá corresponder uma frequência natural de vibração. Só depois de comparado com os resultados obtidos nos modelos numéricos é que se pode garantir com segurança que o pico corresponde efetivamente a uma frequência natural de vibração da estrutura.

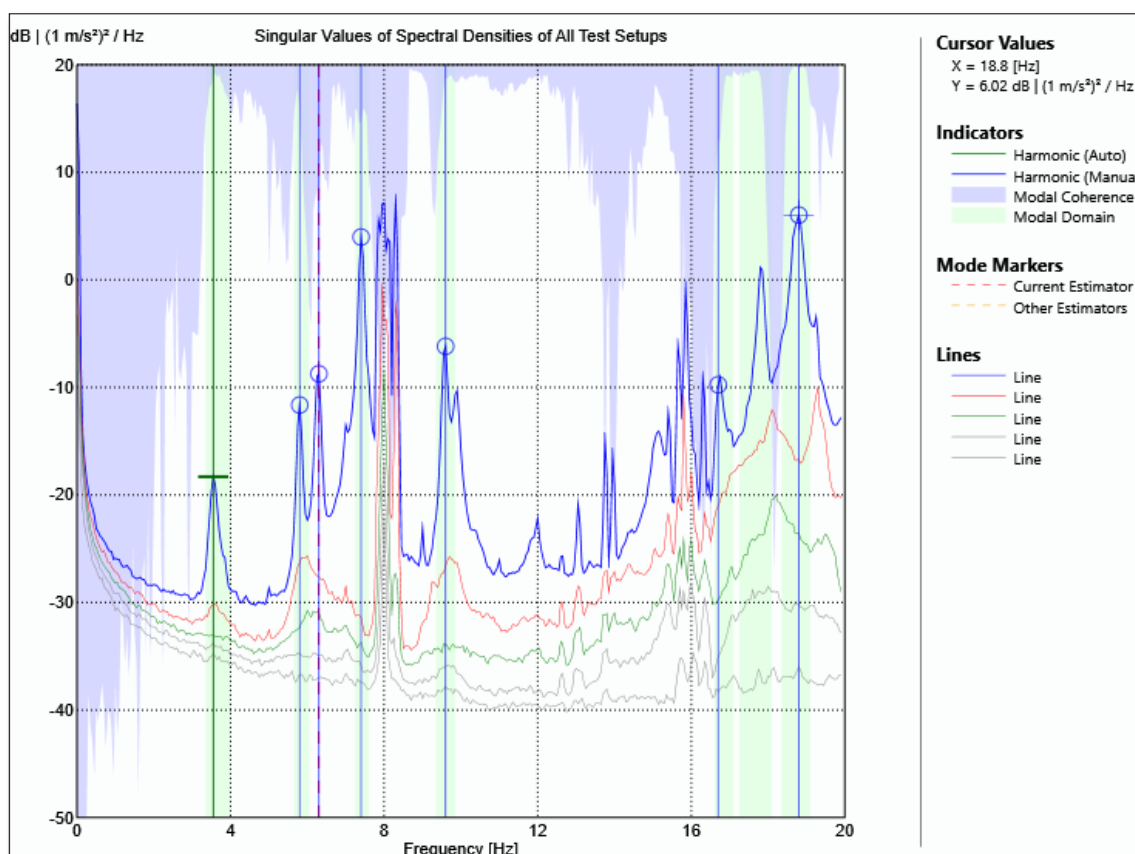


Figura 6.10 – Espectro dos valores singulares da matriz de funções de densidade espectral de acelerações do método FDD

Uma vez que as configurações modais das colunas de quatro braços são iguais em todos os ensaios, de seguida são apresentadas as suas configurações modais tipo para os primeiros quatro modos de vibração obtidas no programa “*ARTEMIS Extrator Pro*”.

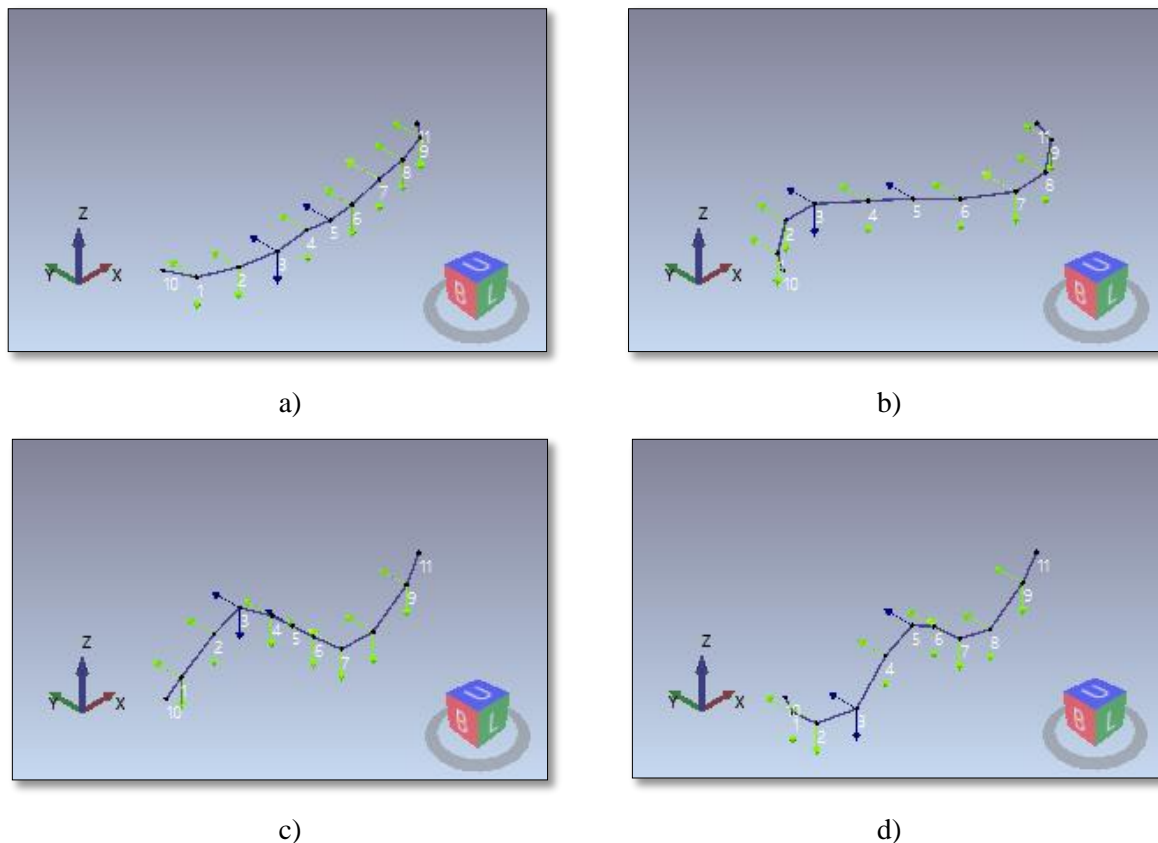


Figura 6.11 - Modos de vibração tipo dos ensaios das colunas de oito braços
a) 1º Modo – Vertical; b) 2º Modo – Horizontal; c) 3º Modo – Vertical; d) 4º Modo – Horizontal

6.3 Calibração dos modelos

Este subcapítulo pretende demonstrar a necessidade de calibrar os modelos numéricos face aos resultados obtidos nos ensaios experimentais.

Após a realização dos ensaios dinâmicos e obtenção das frequências naturais e respetivas configurações modais é possível verificar que os resultados são diferentes e até mesmo incompatíveis.

Para uma melhor perceção da diferença dos valores de frequências naturais obtidos determinou-se a percentagem de erro dos modelos numéricos face aos ensaios dinâmicos com base na seguinte expressão:

$$\text{erro} [\%] = \frac{f_{\text{ens. dinamico}} - f_{\text{modelo num.}}}{f_{\text{ens. dinamico}}} \times 100 \quad (6.1)$$

O Quadro 6.1 é referente à coluna de secção transversal de 140 mm, com cabos de 10 mm onde foi aplicada uma força de 7000 N, na qual são apresentados os valores das frequências naturais

e as configurações modais associadas a cada frequência dos ensaios dinâmicos e dos modelos numéricos não calibrados.

Quadro 6.1 – Frequências de Vibração da Coluna com 140 mm

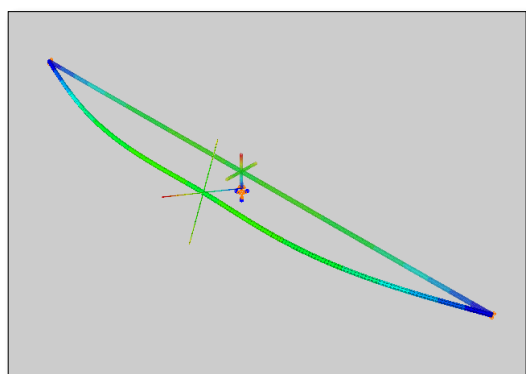
Modo de vibração	Ensaio dinâmico [Hz]	Modo	Modelo numérico (sem calibração) [Hz]	Modo	Erro [%]
1º	3.55	Horizontal	1.31	Horizontal	63.1
2º	5.8	Horizontal	4.72	Vertical	-
3º	6.3	Vertical	4.72	Horizontal	-
4º	7.4	Vertical	7.36	Vertical	0.675

No Quadro 6.1 é possível verificar que as configurações modais associadas à 2ª e 3ª frequência natural têm direções diferentes, para além de uma incoerência geral nas frequências naturais de vibração, sendo necessária a calibração dos modelos numéricos.

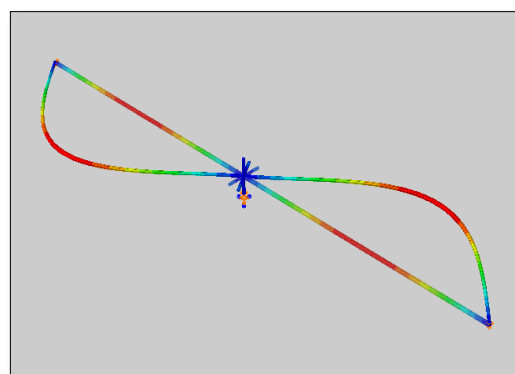
De forma a aproximar os resultados obtidos nos modelos numéricos aos resultados obtidos nos ensaios experimentais, optou-se por alterar a rigidez de cada um dos apoios.

Prosseguindo com o exemplo da coluna de 4 braços, nos apoios das extremidades manteve-se o impedimento desta se deslocar nas 3 direções (deslocamentos verticais e horizontais). Já o apoio central foi modelado como fixo nas 3 direções e colocaram-se molas rotacionais nas direções perpendiculares ao eixo do braço. Isto acontece porque o braço de secção circular assenta uniformemente sob uma placa de aço quadrada, ficando assim o apoio com alguma restrição à rotação nestas direções. Ambas as molas foram modeladas com uma rigidez inicial de 50000 N.m.

Estas modificações nos apoios resultaram nas seguintes frequências naturais e respetivas configurações modais:



a)



b)

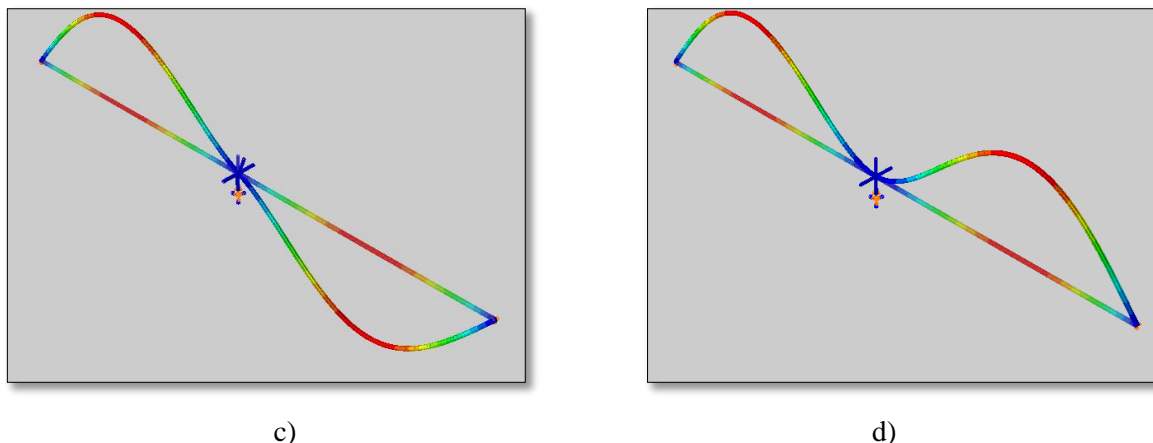


Figura 6.12 - Modos de vibração do modelo numéricos da coluna de 4 braços de diametro 140, cabo 10 mm e força de 7000 N

a)1º Modo – Horizontal; b)2º Modo – Horizontal; c)3º Modo – Vertical; d)4º Modo – Vertical

O quadro seguinte resume os resultados dos ensaios dinâmicos, os resultados dos modelos numéricos sem e com calibração da coluna de quatro braços acima referida, de modo a ser mais perceptível as diferenças resultantes da alteração das condições de apoio.

Quadro 6.2 – Frequências de Vibração da Coluna de 140 mm

Modo de vibração	Ensaio dinâmico [Hz]	Modo	Modelo numérico (sem calibração)			Modelo numérico (calibrado)			
			Modo	Frequência [Hz]	Modo	Erro [%]	Modo	Frequência [Hz]	Erro [%]
1º	3.55	Horiz.	Horiz.	1.31	Horiz.	63.1	Horiz.	3.54	0.28
2º	5.8	Horiz.	Vert.	4.72	-	5.57	Horiz.	3.97	
3º	6.3	Vert.	Horiz.	4.72	-	6.37	Vert.	1.11	
4º	7.4	Vert.	Vert.	7.36	0.675	7.37	Vert.	0.41	

Assim, é possível verificar que as frequências de vibração do modelo numérico se aproximam das frequências do ensaio dinâmico com um erro relativamente baixo. É possível verificar também que as configurações modais já são compatíveis, validando assim o modelo numérico calibrado.

6.4 Análise e comparação de resultados

Neste capítulo são apresentados os resultados finais dos ensaios de vibração dos cabos comparando-os com a fórmula teórica, e ainda os resultados finais dos ensaios de vibração das colunas, comparando-os com os modelos numéricos após a calibração. É indicado também as alterações efetuadas nas condições de apoios para os modelos numéricos das colunas.

6.4.1 Cabos

Após a realização dos ensaios dinâmicos e registadas as frequências de vibração do cabo, compararam-se esses mesmos valores com os obtidos por aplicação da fórmula teórica previamente apresentada. Assim para o cabo de 8 m e com uma massa de 0.41 kg/m, os resultados alcançados foram os seguintes.

Quadro 6.3 – Comparação das Frequências de Vibração dos cabos obtidas nos ensaios com a Equação Teórica

		Modo de vibração							
		1	2	3	4	5	6	7	
Força aplicada	4100 N	Equação [Hz]	6,34	12,79	18,92	25,16	32,09	38,63	44,98
		Ensaio [Hz]	6,25	12,50	18,75	25,00	31,25	37,50	43,75
		Erro [%]	1,38%	2,27%	0,90%	0,64%	2,62%	2,93%	2,73%
	7700 N	Equação [Hz]	8,48	16,59	24,83	33,85	42,93	-	-
		Ensaio [Hz]	8,57	17,13	25,70	34,26	42,83	-	-
		Erro [%]	0,96%	3,26%	3,49%	1,21%	0,24%	-	-
	15750 N	Equação [Hz]	12,21	24,09	35,46	48,52	-	-	-
		Ensaio [Hz]	12,25	24,50	36,75	49,00	-	-	-
		Erro [%]	0,33%	1,70%	3,64%	0,99%	-	-	-
	23500 N	Equação [Hz]	14,63	28,91	42,30	-	-	-	-
		Ensaio [Hz]	14,96	29,93	44,89	-	-	-	-
		Erro [%]	2,28%	3,52%	6,12%	-	-	-	-

Como é possível verificar, o erro associado a este tipo de ensaios é relativamente baixo. Para as cargas acima de 4100 N não foram registadas as frequências ate ao sétimo modo porque, como apenas se mediram as frequências naturais associadas aos modos verticais, não são necessários tantos modos para caracterizar o cabo. No limite apenas seria necessário o primeiro modo.

6.4.2 Colunas de 4 braços

De seguida é apresentada um quadro com os resultados dos ensaios de vibração ambiental bem como os resultados dos modelos numéricos calibrados das colunas de 4 braços. Nesse mesmo quadro é indicado também a que modos de vibração correspondem as frequências naturais. Posteriormente será indicado também as alterações efetuadas nos apoios dos modelos numéricos.

Quadro 6.4 - Comparação entre as Frequências de Vibração das colunas de 4 braços obtidas nos ensaios e nos modelos numéricos

			Frequências de vibração [Hz]					
			Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5	Tensão
			Horiz	Horiz	Vert	Vert	Horiz	[N]
Colunas	Diâmetro 140 Cabos 10	Ensaio	3.55	5.80	6.30	7.40	9.60	7000
		Modelo	3.53	5.58	6.39	7.37	9.61	
		Erro [%]	0.60	3.80	1.40	0.40	0.10	
	Diâmetro 140 Cabos 13	Ensaio	3.80	5.90	5.90	7.40	9.80	
		Modelo	3.83	5.86	5.92	7.37	9.48	
		Erro [%]	0.80	0.70	0.30	0.40	3.27	
	Diâmetro 180 Cabos 10	Ensaio	3.30	6.90	7.40	9.90	12.90	
		Modelo	3.30	6.90	7.46	9.56	13.20	
		Erro [%]	0.00	0.00	0.80	3.40	2.30	
	Diâmetro 180 Cabos 13	Ensaio	5.50	-	7.10	9.30	13.40	
		Modelo	5.51	6.14	7.11	9.56	12.85	
		Erro [%]	0.10	-	0.20	2.80	4.12	

Apos a análise do quadro apresentado, é possível afirmar que os resultados, numa forma geral, são satisfatórios, pois o erro obtido quando comparados os resultados dos ensaios experimentais com os resultados obtidos no modelo numérico, são baixos. Apenas o valor da segunda frequência de vibração do último ensaio é que não foi possível determinar nos ensaios experimentais. Este ensaio foi realizado num dia, em que no laboratório, estavam a ser realizados e preparados outros ensaios, provocando assim um enorme ruído. Como os acelerómetros são muito sensíveis, a qualidade dos dados obtidos foram afetados. O espectro de densidade relativo a este mesmo ensaio é apresentado na Figura 6.13.

Depois de analisado o espectro é possível identificar um pico perto da frequência de 6Hz, valor este idêntico ao obtido no modelo numérico de 6.14Hz. Esta frequência não foi considerada, pois, como é possível verificar, não apresenta coerência modal. Contudo é possível que esta seja uma frequência natural de vibração da coluna.

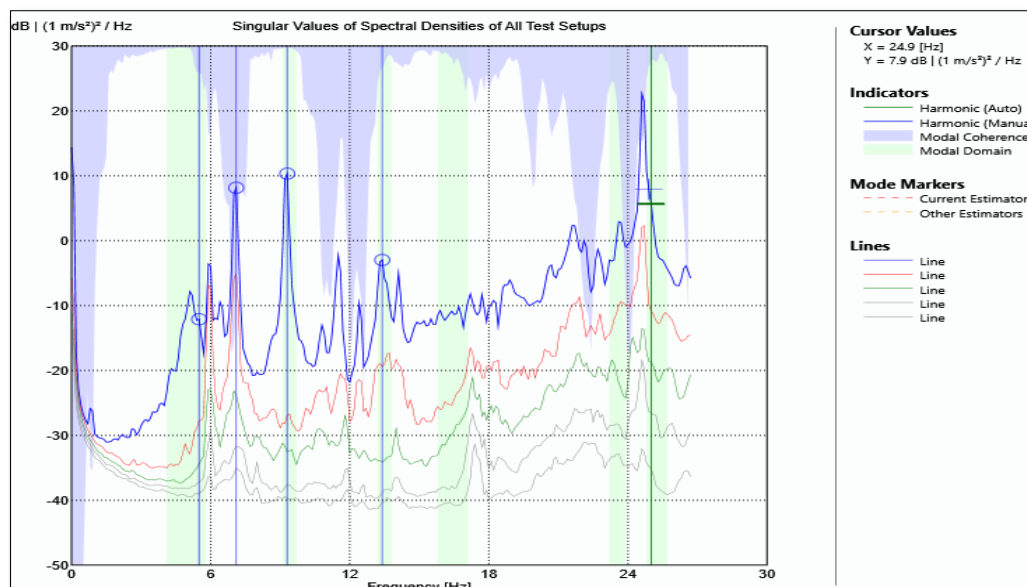


Figura 6.13 Espectro dos valores singulares da matriz de funções de densidade espectral de acelerações do método FDD da coluna de 4 braços de 180 mm com cabos de 13 mm

Como já foi referido no presente documento, a forma encontrada para conseguir aproximar os valores das frequências naturais de vibração dos modelos numéricos aos dos ensaios, foi alterar as condições de apoio. De seguida é apresentado um esquema representativo das condições de apoios das colunas de quatros braços.

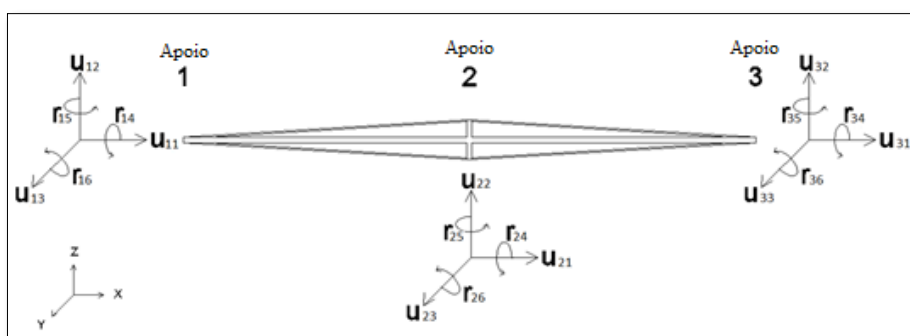


Figura 6.14 – Representação das condições de apoio das colunas de 4 braços e respectivas nomenclaturas

Os apoios são apresentados com a nomenclatura w_{mn} , onde w representa o tipo de movimento. A translação é representada por u e a rotação por r . Associados ao tipo de movimento seguem-se os índices m e n . O índice m representa o apoio e o n a direção. Os índices m 1 e 4 estão segundo o eixo x , os índices 2 e 5 encontram-se segundo z e 3 e 6 representam o eixo y . A título de exemplo, a nomenclatura u_{11} representa a translação do apoio 1 na direção do eixo da coluna, x . Explicada a terminologia utilizada para os apoios, prossegue-se com um quadro onde estão expostos os valores das rigidezes consideradas nos apoios.

Quadro 6.5 – Rigidez dos apoios dos modelos numéricos das colunas de 4 braços

Colunas de 4 braços							
Coluna de 140 mm	Apoio 1						
	n	1	2	3	4	5	6
	Cabo 10	Fixo	Fixo	Fixo	Fixo	-	-
	Cabo 13	Fixo	Fixo	Fixo	Fixo	15000	-
	Apoio 2						
	n	1	2	3	4	5	6
	Cabo 10	Fixo	Fixo	Fixo	50000	-	47500
	Cabo 13	1000000	Fixo	Fixo	50000	-	50000
	Apoio 3						
	n	1	2	3	4	5	6
	Cabo 10	Fixo	Fixo	Fixo	Fixo	-	-
	Cabo 13	Fixo	Fixo	Fixo	Fixo	15000	-
Coluna de 180 mm	Apoio 1						
	n	1	2	3	4	5	6
	Cabo 10	Fixo	Fixo	Fixo	Fixo	485000	-
	Cabo 13	Fixo	Fixo	Fixo	Fixo	-	-
	Apoio 2						
	n	1	2	3	4	5	6
	Cabo 10	Fixo	Fixo	Fixo	26700	-	-
	Cabo 13	12000000	Fixo	Fixo	150000	-	-
	Apoio 3						
	n	1	2	3	4	5	6
	Cabo 10	Fixo	Fixo	Fixo	Fixo	485000	-
	Cabo 13	Fixo	Fixo	Fixo	Fixo	-	-

6.4.3 Colunas de 8 braços

Como foi referido anteriormente, os ensaios destas colunas foram efetuados num local anexo ao laboratório de estruturas, não havendo assim controlo das ações incidentes na estrutura. Um aspeto importante, como será referido posteriormente, é o destes ensaios terem sido realizados em julho, mês este onde foi verificado a ocorrência de grandes amplitudes térmicas.

Os resultados alcançados para os diferentes níveis de força aplicados nos cabos, tanto para os ensaios experimentais como para os modelos numéricos calibrados das colunas de 8 braços são apresentados no Quadro 6.6. São indicados também os modos de vibração associados às frequências de vibração.

Quadro 6.6 - Comparação entre as Frequências de Vibração das colunas de 8 braços obtidas nos ensaios e nos modelos numéricos

		Frequências de vibração [Hz]					Tensão [N]	
		Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Tensão [N]		
		Horiz	Vert	Horiz	Vert			
Coluna	Diâmetro 140 Cabo de 13	Ensaio [Hz]	1.92	2.00	4.91	4.92	2000	
		Modelo [Hz]	1.88	1.96	5.01	5.17		
		Erro [%]	2.08	2.00	2.04	5.08		
		Diâmetro 140 Cabo de 13	Ensaio [Hz]	1.99	1.99	4.80	4.90	9000
			Modelo [Hz]	1.98	2.00	5.13	5.15	
			Erro [%]	0.16	0.38	6.83	5.07	
		Diâmetro 140 Cabo de 13	Ensaio [Hz]	1.80	1.80	4.70	4.60	15000
			Modelo [Hz]	1.79	1.79	4.71	4.71	
			Erro [%]	0.51	0.51	0.31	2.34	
Coluna	Diâmetro 180 Cabo de 13	Ensaio [Hz]	1.73	1.84	4.32	4.68	2000	
		Modelo [Hz]	1.75	1.76	5.63	5.64		
		Erro [%]	1.39	4.20	30.25	20.47		
		Diâmetro 180 Cabo de 13	Ensaio [Hz]	2.00	2.04	5.80	5.88	9000
			Modelo [Hz]	2.01	2.05	5.93	5.98	
			Erro [%]	0.73	0.43	2.30	1.74	
		Diâmetro 180 Cabo de 13	Ensaio [Hz]	2.02	2.12	5.84	5.92	15000
			Modelo [Hz]	2.02	2.11	5.91	6.03	
			Erro [%]	0.18	0.5	1.16	1.89	

Uma vez mais, avaliando as percentagens de erro, os resultados obtidos são, na generalidade satisfatórios. Apenas os resultados do ensaio da coluna de diâmetro 180mm para uma força de 2000N apresentam valores com uma percentagem de erro bastante elevada para o terceiro e quarto modo. Como foi referido, estes conjuntos de ensaios foram realizados ao ar livre, ficando assim sujeitos a todas as condições climáticas. Assim, este ensaio que apresenta uma grande percentagem de erro, foi realizado junto ao meio-dia onde a incidência do sol era maior, o que poderá ter provocado alterações do comportamento da coluna.

De forma análoga às colunas do subcapítulo anterior, é apresentado o esquema dos apoios para a coluna de 8 braços seguida de um quadro com os valores das rigidezes. A nomenclatura utilizada foi a mesma das colunas de 4 braços.

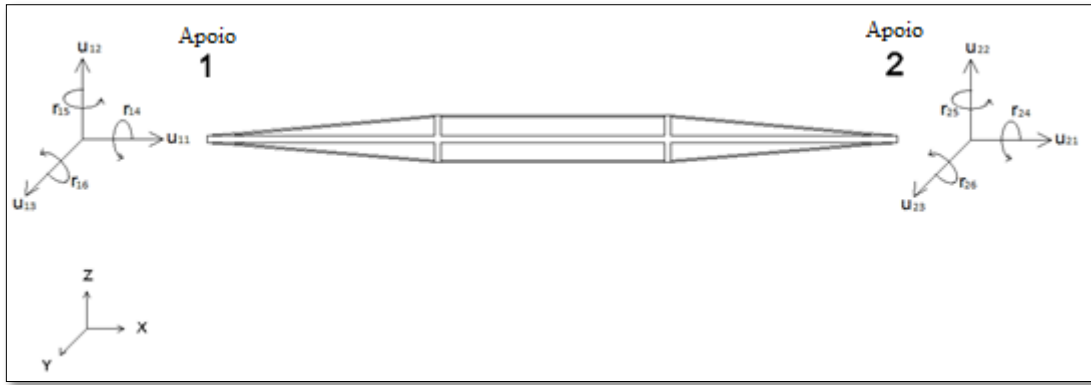


Figura 6.15 – Representação das colunas de 8 braços e respectivas nomenclaturas

Quadro 6.7 - Rigidez dos apoios dos modelos numéricos das colunas de 8 braços

Colunas de 8 braços							
Apoio 1							
n	1	2	3	4	5	6	
Coluna de 140 mm	Força 2000 N	Fixo	Fixo	Fixo	Fixo	1300000	2000000
	Força 9000 N	Fixo	Fixo	Fixo	Fixo	1000000	1050000
	Força 15000 N	Fixo	Fixo	Fixo	Fixo	225000	220000
Apoio 2							
n	1	2	3	4	5	6	
	Força 2000 N	Fixo	Fixo	Fixo	Fixo	1300000	2000000
	Força 9000 N	Fixo	Fixo	Fixo	Fixo	1000000	1050000
	Força 15000 N	Fixo	Fixo	Fixo	Fixo	225000	220000
Apoio 1							
n	1	2	3	4	5	6	
Coluna de 180 mm	Força 2000 N	Fixo	Fixo	Fixo	Fixo	350000	340000
	Força 9000 N	Fixo	Fixo	Fixo	Fixo	555000	500000
	Força 15000 N	Fixo	Fixo	Fixo	Fixo	475000	350000
Apoio 2							
n	1	2	3	4	5	6	
	Força 2000 N	Fixo	Fixo	Fixo	Fixo	350000	340000
	Força 9000 N	Fixo	Fixo	Fixo	Fixo	555000	500000
	Força 15000 N	Fixo	Fixo	Fixo	Fixo	475000	350000

7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS

7.1 Conclusões e discussão de resultados

Com base nos resultados experimentais dos ensaios dinâmicos e dos modelos numéricos, é possível extrair algumas conclusões, quer a nível do tipo de ensaios efetuados, quer a nível do comportamento dinâmico das colunas.

Relativamente ao primeiro objetivo desta dissertação, validar a expressão teórica que relaciona a força instalada nos cabos com as frequências de vibração, os resultados obtidos foram de encontro ao pretendido. Pois, como é visível no quadro seguinte, os erros entre as frequências de vibração dos ensaios com a fórmula são reduzidos.

Quadro 7.1 – Percentagem de erros entre as Frequências de Vibração dos cabos obtidos nos ensaios com a equação teórica

		Modo de vibração		
		1°	2°	3°
Força Aplicada	4100 N	1,38%	2,27%	0,90%
	7700 N	0,96%	3,26%	3,49%
	15750 N	0,33%	1,70%	3,64%
	23500 N	2,28%	3,52%	6,12%

Para além de ficar comprovada a validade da expressão teórica, é possível ainda afirmar que o método estocástico de análise modal experimental utilizado para determinar a força instalada em cabos é um método bastante interessante, tendo em conta o seu grau de precisão e o tempo de execução.

O segundo objetivo da dissertação consiste em avaliar a rigidez das colunas estaiadas pré-esforçadas, alterando a secção dos cabos e mantendo a carga neles instalada. Assim, com base nos modelos numéricos iniciais, é possível concluir que, apesar da variação das frequências de vibração serem insignificantes, o aumento da secção dos cabos reduz o valor das frequências de vibração das colunas. Esta redução deve-se ao facto do aumento da massa introduzida pelos cabos se sobrepôr ao aumento da rigidez axial dos elementos pré-esforçados. A maior variação das frequências de vibração ocorre, como já era expectável, aquando do aumento da secção da coluna, aumentando assim a sua rigidez.

Da análise dos resultados obtidos nos ensaios experimentais, verifica-se que os valores das frequências de vibração alteraram-se, em comparação com os modelos numéricos iniciais, uma vez que a idealização da estrutura não corresponde à sua implementação. Ou seja, para o caso em estudo, inicialmente, modelaram-se condições de apoio que não correspondem à realidade. Outro fator que influencia a alteração das frequências de vibração, embora em menor escala, é a aplicação da força. O processo de aperto dos parafusos utilizado para a introdução da tensão nos cabos, já mencionado no capítulo referente ao caso de estudo, origina a que a carga instalada em cada cabo seja diferente do planeado, ocorrendo diferenças na ordem dos 200 N.

Dos modelos numéricos calibrados comprova-se que os resultados obtidos nos ensaios experimentais dinâmicos são válidos, visto que as frequências de vibração e as configurações modais associada, tanto dos ensaios como dos modelos numéricos, são semelhantes.

Em relação ao terceiro conjunto de ensaios, as colunas de oito braços, o objetivo principal é avaliar o efeito que o pré-esforço, aplicado nos cabos, provoca na rigidez das colunas. Assim, analisando os resultados obtidos para os modelos numéricos iniciais, percebe-se que há um claro aumento do valor das frequências de vibração das colunas e conseqüentemente um aumento da rigidez, com o aumento da força aplicada nos cabos.

Considerando os resultados obtidos nos ensaios experimentais, observa-se uma vez mais que as frequências de vibração diferem dos modelos numéricos iniciais. De igual modo ao que se verificou nas colunas de quatro braços, estas diferenças devem-se principalmente às condições de apoio e à forma como é aplicada a força nos cabos. Verificou-se ainda uma diferença bastante acentuada nos resultados dos ensaios experimentais da coluna de 180 mm de diâmetro para cabos de 13 mm sujeitos a uma carga de 2000 N quando comparados com os modelos numéricos. Como foi referido, os ensaios das colunas de oito braços foram realizados no verão e ao ar livre. Em particular, este ensaio foi realizado numa altura do dia em que a incidência solar na coluna era mais intensa, provocado assim alterações no comportamento da coluna, que se refletiram nas frequências de vibração da coluna.

Relativamente ao método de identificação modal utilizado para a caracterização dinâmica das colunas, a qualidade dos resultados dos ensaios dinâmicos mostraram-se, na sua globalidade, muito interessantes, pois quando comparados com os modelos numéricos calibrados, os erros verificados são aceitáveis, dando assim confiança nos resultados obtidos. No entanto, aquando da realização dos ensaios, foi possível verificar que este método apresenta como principal desvantagem a incompatibilidade ser efetuado em simultâneo com outros ensaios que sejam realizados no mesmo espaço. Ou seja, durante a realização dos ensaios, em certas colunas, haviam outros ensaios a decorrer ao mesmo tempo, e o facto de nesses ensaios serem utilizados certos equipamentos que funcionam com uma frequência própria, os dados extraídos dos ensaios ficaram contaminados.

7.2 Desenvolvimentos Futuros

No seguimento do trabalho, realizado ao longo da dissertação, sugerem-se algumas propostas para desenvolvimentos futuros:

- Seria interessante avaliar com maior rigor o efeito que as variações térmicas provocam nos valores modais das colunas estaiadas pré-esforçadas
- Dado que os modelos das colunas já se encontram calibrados seria curioso avaliar o comportamento destas sob a ação sísmica

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alves, L. M. (2014). “Avaliação do comportamento de colunas atirantadas pré-esforçadas” Tese Mestrado, Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra, Coimbra

Bendat, J., Piersol, A. (1993). “Engineering applications of correlation and spectral analysis”, 2nd edition, Willey Interscience, New Jersey

Bendat, J.S., Piersol, A. G. (2010). “Random Data: Analysis and Measurement Procedures”. 4th edition, John Wiley & Sons, Hoboken, New Jersey

Brinker, R, Zhang, L. M., Andersen, P., (2000). “Modal Identification from ambient responses using Frequency Domain Decomposition”. Proceedings of the 18th International Modal Analysis Conf., San Antonio, USA

Caetano, E. S., (1992). “Identificação experimental de parâmetros dinâmicos em sistemas estruturais”. Tese de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto; Porto.

Caetano, E. (2000). “Dynamic of cable-stayed bridges: Experimental assessment of cable-structure interaction”. Tese de Doutoramento, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto; Porto.

Caetano, E. S. (2007). “Cable Vibrations in Cable-Stayed Bridges”. Structural Engineering Documents, IABSE

Caetano, E., Magalhães, F., Cunha, A. (2010) “Novas perspetivas na análise do comportamento dinâmico de estruturas”. Revista da associação portuguesa de análise experimental de tensões, Vol 18 pp. 23-34.

Chopra, A. K. (1995). “Dynamics of Structures: Theory and applications to Earthquake Engineering”. Prentice Hall, New Jersey.

Chen C.C., Wu W.H., Huang C. H. and Lai G. (2013) “Determination of stay cable force based on effective vibration length accurately estimated from multiple measurements”, Smart Structures and Systems, Vol. 11, No. 4, pp 411-433

Clough, R. W., Penzien J. (1995). "Dynamics of Structures". 3rd edition. Berkeley, California 94704 USA: Computers & Structures, Inc, University Ave.

Cunha, A. (1990). "Dinâmica estrutural estocástica. Aplicações à engenharia sísmica". Tese de Doutoramento, Faculdade de Engenharia de Engenharia da Universidade do Porto; Porto.

Cunha, A., Caetano, E. (2006). "Experimental modal analysis of civil engineering Structures", Sound and Vibration, June, pp. 12-20

Craig, R. C. (1981). "Structural Dynamics: An introduction to computer methods". John Wiley & Sons, Inc, New York

Foti, D., Diaferio, M., Giannoccaro, N. I., Mongelli, M. (2012) "Ambient vibration testinh, dynamic identification and model updating of a historic tower" NDT&E International, Vol 47, pp. 88-95

Gérardin, M., Rixen, D. J. (2015) "Mechanical Vibrations: Theory and Application to Structural Dynamics". 3rd edition, John Wiley & Sons Ltd, Chichester

Gimsing, N. J. (1983). "Cable Supported Bridges: Concept and Design". John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey

He, J., Fu, A. (2001). "Modal Analysis". Butterworth-Heinemann, Linacre House, Jordan Hill, Oxford

Irvine, H. M. (1981). "Cable Structures". MIT Press, Cambridge

Kim, B. H., Park, T. (2007). "Estimation of cable tension force using frequency-based system identification method", Journal of sound and vibration, Vol. 304, pp 660-676

Krammer, C., Smet, C., Peeters, B. (1999). "Comparison of ambient and forced vibration testing of civil engineering structures", Proceedings of IMAC 17, Kissimmee, FL, USA, pp 1030-1034

Mendes, P., Oliveira, S. (2008). "Análise dinâmica de estruturas: Utilização integrada de modelos de identificação modal e modelos de elementos finitos", LNEC, Lisboa

Mendes, P. (2012). "Análise dinâmica de uma estrutura. Estudo numérico e experimental", Tese de mestrado, Instituto Superior Técnico de Lisboa, Lisboa

Paz, M., Leigh, W. (2004). “Structural Dynamics: Theory and computation” 5th edition. Kluwer Academic Publishers

Peeters, B. (2000). “System identification and damage detection in civil engineering”. Ph. D. Thesis. Department of Civil Engineering, Leuven

Rebelo, C., Julio, E., Varum, H., Costa, A (2010). “Cable tensioning control and modal identification of a circular cable-stayed footbridge”, *Experimental Techniques*, Vol 34, No. 4, pp 64-68

Rodrigues, J. (2004), “Identificação modal estocástica: Métodos de análise e aplicações em estruturas de engenharia civil”. Tese de Doutoramento, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto; Porto.

Silva, C. W. (2005). “Vibration and Shock”. CRC Press, Taylor & Francis Group, New York

SVS, Structural Vibration Solutions Aps. (2006). ARTeMIS Testor, Release 3.0 Denmark: Aalborg East.

Wadee, M., Gardner, L., Osofero, A. (2013). “Design of prestressed stayed columns”. *Journal of Construction Steel Research*, Vol 80, pp. 287-298

Wilson, J.F. (2003). “Dynamics of offshore structures”. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey