



**FCTUC** DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL  
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

# **Avaliação do Comportamento Rotacional de Configurações Alternativas de Ligação a Perfis Tubulares Através do Método das Componentes**

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil  
na Especialidade de Mecânica Estrutural

Autor

**Abel Humberto dos Santos Ferreira**

Orientadores

**Professor Doutor Rui António Duarte Simões**

**Professora Doutora Sandra Filomena Silva Jordão Alves**

**Coimbra, Julho, 2012**

## AGRADECIMENTOS

Quero deixar aqui o meu agradecimento às pessoas que mais contribuíram para que eu atingisse esta etapa na minha formação:

Ao meu pai, Abel Ferreira, “em memória”, à minha mãe, Zélia Ferreira e à minha irmã Sónia Ferreira, por todo o apoio, incentivo, e todos os sacrifícios que fizeram;

Aos meus filhos Abel e Tomás, por serem a minha maior fonte de motivação;

Aos meus sogros, Jorge leal e Vitória Leal, pelo apoio e incentivo, e ao meu cunhado “Toninho”;

À minha esposa, Carla Ferreira, pela “paciência”;

Aos meus amigos, porque pude sempre contar com eles, em particular ao meu grande amigo Arnaldo Carvalho, pelo forte incentivo;

Aos meus orientadores neste trabalho, Prof. Rui Simões e Prof<sup>a</sup> Sandra Jordão, pelos ensinamentos e disponibilidade;

E a todos os docentes do DEC que me deram aulas, porque com todos eles aprendi alguma coisa que contribuiu para a elaboração desta Dissertação.

## RESUMO

A crescente utilização do aço na construção civil leva a que, na procura de soluções cada vez mais otimizadas, se desenvolvam novas configurações estruturais, nomeadamente ao nível das ligações entre os perfis estruturais. Este ponto das ligações é um aspeto muito importante no projeto de estruturas metálicas, pois o comportamento global das estruturas depende muito das soluções adotadas para as ligações, uma vez que estas vão ter influência direta na transmissão de esforços entre os perfis e na deformabilidade das estruturas. Além destas consequências diretas no comportamento estrutural, também os custos da estrutura vão ser influenciados pelo tipo de solução adotado.

O EC3 (Eurocódigo 3), na sua parte 1.8, dá indicações acerca do cálculo e configuração de ligações metálicas, contudo foca-se essencialmente nas ligações entre perfis “abertos”, ou seja perfis I e H, tendo menos informação relativa a perfis “fechados”, ou seja perfis RHS, SHS e CHS, e muito menos sobre ligações entre perfis abertos e fechados. Este tipo de ligações, entre perfis fechados, e entre perfis fechados e abertos, tem vindo a ser estudado e desenvolvido pelo CIDECT (Comité International pour le Développement et l’Etude de la Construction Tubulaire), no entanto esse estudo não abrange todas as configurações de ligação, sendo a principal razão para isso também, que vão aparecendo novas configurações alternativas, pelo que os documentos elaborados pelo referido Comité são sempre passíveis de atualização.

No presente trabalho procura-se caracterizar, no âmbito do Método das Componentes, ligações entre pilares SHS e vigas IPE. Essas ligações são realizadas com chapa de topo na viga aparafusada a um perfil U formado por chapas soldadas, perfil este que por sua vez é soldado ao pilar. O objetivo é, em relação ao perfil U, encontrar valores para as componentes alma à tração e alma à compressão, fora do seu plano, bem como encontrar os valores do Momento Fletor Resistente e da Rigidez de Rotação destas ligações, uma vez que estas componentes não se encontram caracterizadas em nenhum documento normativo.

O presente trabalho terá como base duas teses para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil na Especialidade de Mecânica Estrutural elaboradas no DEC-FCTUC (Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra). Nesses trabalhos foram desenvolvidos modelos numéricos e obtidas curvas  $F-\delta$  (Força-Deslocamento), num dos trabalhos, e curvas  $M-\theta$  (Momento-Rotação), no outro trabalho. Serão aqui obtidos os valores dos Coeficientes de Rigidez e da Força Resistente a partir das curvas  $F-\delta$  para tração e compressão, e a partir destes valores calcular-se-ão o Momento Resistente e a Rigidez de Rotação para posteriormente serem comparados com os obtidos no outro trabalho. Estes valores serão também obtidos analiticamente com base em modelos desenvolvidos por J. P. Jaspert, e os resultados, por via numérica e por via analítica, comparados.

## ABSTRACT

The growing utilization of constructional steel in civil construction, takes to, on search for each time more optimized solutions, the development of new structural configurations, as at the joints level between structural steel sections. This joints issue is a very important aspect in metallic structures project, as the global behavior of structures depends on large scale on the adopted solutions for the joints, in the way that those will have direct influence on the transmission of forces between steel sections and on structures deformability. Besides the structural behavior, also costs will be directly influenced by the adopted solution.

EC3 (Eurocode 3), on its Part 1.8 gives guide orientation in the calculation and configuration of metallic joints, however it concentrates essentially in joints between “open” sections, that means I and H sections, giving less information related to “closed” sections, that means RHS, SHS and CHS sections, and even less about joints between closed and open sections. This type of joints, between closed sections and between closed and open sections, has being studied and developed by CIDECT (Comité International pour le Développement et l’Etude de la Construction Tubulaire), however that study does not gather all type of joints, mainly caused by the fact that new joints alternative configurations are being brought, therefore documents elaborated by CIDECT are always capable of suffering actualization.

In this work is pretended to be achieved the characterization, within the Component Method, of joints between SHS columns and I - beams constituted for welded top plate, bolted to U sections formed by welded plates, the U section is welded to the column. Gold achievement is, related to the U section, to find values for the components web in tension and web in compression, out of their plane, as well as to define values for Rotational Stiffness and Resistant Bending Moment, once this component is not characterized in any normative document.

Present work will have as base of development two elaborated Thesis for the obtainment of Master Degree on Civil Engineering in the Category of Structural Mechanics developed in

DEC – FCTUC (Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra). In those works, F- $\delta$  (Force-Displacement) graphics and M- $\theta$  (Moment-Rotation) graphics have been obtained, from each of them. In present work, Stiffness Coefficients and Resistant Force, in tension and compression, will be obtained from F- $\delta$  graphics, so afterwards can be compared with values obtained from the other work. These values will also be obtained analytically based in models developed by J. P. Jaspert, and analytical and numerical results, will be compared.

## ÍNDICE

1 INTRODUÇÃO.....	17
2 OBJETIVO DA TESE.....	19
2.1 Objeto de Estudo .....	19
2.2 Enquadramento .....	20
2.3 Método das Componentes .....	21
3 BASES DE ELABORAÇÃO DO ESTUDO .....	23
3.1 Modelo Base .....	23
3.2 Propriedades do material .....	24
3.3 Processo de cálculo.....	25
3.3.1 Caracterização numérica das componentes alma do U em tração e compressão .....	25
3.3.2 Curvas $M-\phi$ do Cálculo Numérico .....	27
3.4 Estudo paramétrico .....	30
3.5 Resultados para estudo .....	31
3.5.1 Curvas $F-\delta$ da componente alma em tração e alma em compressão .....	31
3.5.2 Curvas $M-\phi$ do perfil U à flexão .....	35
3.6 Cálculo dos valores das componentes .....	37
3.6.1 Descrição .....	37
3.6.2 Cálculo de $F_c$ e $k_e$ .....	37
3.6.3 Resistência ao Corte ( $V_{wp,Rd}$ ) e Coeficiente de Rigidez ( $k_1$ ).....	38
3.6.4 Resultados dos valores das componentes .....	40
3.7 Valores de $M_{j,Rd}$ e $S_{j,ini}$ obtidos pelo Método das componentes.....	41
3.8 $M_{j,Rd}$ e $S_{j,ini}$ obtidos das curvas numéricas .....	42
4 CÁLCULO ANALÍTICO .....	45
4.1 Descrição .....	45
4.2 Formulação analítica.....	46
4.2.1 Introdução .....	46
4.2.2 Componente alma do perfil U à tração .....	48
4.2.3 Componente alma do perfil U à compressão .....	54
4.2.4 Componente banzos do perfil U à tração .....	55
4.2.5 Componente banzos do perfil U à compressão.....	57

---

4.2.6 Cálculo de $M_{j,Rd}$ , $S_{j,ini}$ e $\phi$ .....	57
5 COMPARAÇÃO DE RESULTADOS.....	60
6 CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS .....	64
6.1 Conclusões.....	64
6.2 Desenvolvimentos futuros .....	64
7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	65
ANEXO A - Valores para cálculo de $F_c$ e $k_e$ do ponto 3.6.2.....	66
ANEXO B - Valores para cálculo de $V_{wp,Rd}$ e $k_v$ do ponto 3.6.3 .....	68
ANEXO C - Valores para cálculo de $M_{j,Rd}$ , $S_{j,ini}$ e $\phi$ do Subcapítulo 3.7.....	69
ANEXO D - Valores para cálculo de $M_{j,Rd}$ , $\phi$ e $S_{j,ini}$ do Subcapítulo 3.8 .....	70
ANEXO E - Valores para cálculo de $F_{Rd,t}$ do ponto 4.2.2.....	71
ANEXO F - Valores para cálculo de $F_{Rd,c}$ do ponto 4.2.3.....	73
ANEXO G - Valores para cálculo de $k_t$ e $k_c$ dos pontos 4.2.2 e 4.2.3 .....	75
ANEXO H - Valores para cálculo de $F_{t,wc,Rd}$ e $k_3$ do ponto 4.2.4.....	78
ANEXO I - Valores para cálculo de $F_{c,wc,Rd}$ e $k_2$ do ponto 4.2.5 .....	79
ANEXO J - Valores para cálculo de $M_{j,Rd}$ , $S_{j,ini}$ e $\phi$ do ponto 4.2.7.....	80

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 – Vista explodida da ligação .....	19
Figura 2.2 – Curva Momento Fletor – Rotação ( $M-\phi$ ) .....	21
Figura 2.3 – Banzos do perfil U ao corte.....	22
Figura 3.1 – Modelo em estudo.....	23
Figura 3.2 – Curva ( $\sigma-\epsilon$ ) do Aço S275.....	24
Figura 3.3 – Apoios .....	25
Figura 3.4 – Zonas de aplicação das cargas .....	26
Figura 3.5 – Modelo com chapa de topo e viga .....	28
Figura 3.6 – Deformada da malha de elementos finitos em tração .....	31
Figura 3.7 – Modelo T 85   10   10 .....	32
Figura 3.8 – Modelo T 85   10   15 .....	32
Figura 3.9 – Modelo T 85   15   15 .....	32
Figura 3.10 – Modelo T   100   10   10 .....	32
Figura 3.11 – Modelo T   100   10   15 .....	32
Figura 3.12 – Modelo T   100   15   15 .....	32
Figura 3.13 - Deformada da malha de elementos finitos em compressão.....	33
Figura 3.14 – Modelo C   85   10   10 .....	33
Figura 3.15 – Modelo C   85   10   15 .....	33
Figura 3.16 – Modelo C   85   15   15 .....	34
Figura 3.17 – Modelo C   100   10   10 .....	34
Figura 3.18 – Modelo C   100   10   15 .....	34
Figura 3.19 – Modelo C   100   15   15 .....	34
Figura 5.20 – Deformada em flexão com e sem chapa de topo .....	35
Figura 3.21 – Modelo F   85   10   10 .....	36
Figura 3.22 – Modelo F   85   10   15 .....	36
Figura 3.23 – Modelo F   85   15   15 .....	36
Figura 3.24 – Modelo F   100   10   10 .....	36
Figura 3.25 – Modelo F   100   10   15 .....	36
Figura 3.26 – Modelo F   100   15   15 .....	36
Figura 3.27 – Aproximação bilinear para cálculo de $F_c$ .....	38

---

Figura 3.28 – Braço de forças ( $z$ ) .....	39
Figura 3.29 – Parte elástica da curva ( $M-\phi$ ) do modelo 85   10   10.....	42
Figura 3.30 – Aproximação bilinear para cálculo de $M_{j,Rd}$ .....	44
Figura 4.1 – Componentes.....	45
Figura 4.2 – Comparação de modelos .....	47
Figura 4.3 – Mecanismo local de cedência .....	48
Figura 4.4 – Mecanismo global de cedência .....	48
Figura 4.5 – Área de cedência .....	49
Figura 4.6 – Geometria do perfil U .....	50
Figura 4.7 – Retângulos da zona de tração e compressão .....	51
Figura 4.8 – Dimensões da cabeça do parafuso .....	51
Figura 4.9 – Dimensões para o cálculo de $l_{eff}$ .....	56
Figura 5.1 – Comparação de deformadas (modelo com e sem chapa de topo).....	62

## ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 3.1 – Variações paramétricas.....	27
Quadro 3.2 – Parâmetros estudados .....	29
Quadro 3.3 – Parâmetros comuns para o estudo .....	30
Quadro 3.4 – Valores das componentes .....	40
Quadro 3.5 – $M_{j,Rd}$ e $S_{j,ini}$ obtidos pelo Método das componentes.....	42
Quadro 3.6 – Valores de $M_{j,Rd}$ , $S_{j,ini}$ e $\phi$ .....	43
Quadro 4.1 – Valores das componentes calculados analiticamente .....	58
Quadro 4.2 – Resultados do cálculo analítico .....	59
Quadro 5.1 – Resultados finais.....	60

## SIMBOLOGIA

$M$	– Momento fletor
$F$	– Força
$b_f$	– Largura do banzo
$t_f$	– Espessura do banzo
$t_w$	– Espessura da alma
$p_2$	– Afastamento entre parafusos
$h$	– Largura da alma
$f_y$	– Tensão de cedência do aço
$f_u$	– Tensão última do aço
$E_a$	– Módulo de elasticidade do aço
$G$	– Módulo de distorção do aço
$T$	– Temperatura
$F_c$	– Força de cedência
$k_e$	– Coeficiente de rigidez elástica
$y$	– Eixo das coordenadas
$x$	– Eixo das abcissas
$a$	– Constante de proporcionalidade da equação de uma reta
$b$	– Constante da equação de uma reta
$F_{t,c}$	– Força de cedência em tração
$F_{c,c}$	– Força de cedência em compressão
$M_{j,Rd}$	– Momento resistente
$S_{j,ini}$	– Rigidez de rotação inicial ou elástica
$F_{tr,Rd}$	– Força máxima desenvolvida ao nível da linha de parafusos
$k_t$	– Coeficiente de rigidez da componente à tração
$k_c$	– Coeficiente de rigidez da componente à compressão
$V_{wp,Rd}$	– Valor da resistência ao corte
$f_{y,bc}$	– Tensão de cedência do banzo da coluna ao corte
$A_{vc}$	– Área de corte
$A$	– Área da secção transversal

---

$h_w$	– Altura da alma
$z$	– Braço de forças
$y_1$	– Coordenada da reta 1
$y_2$	– Coordenada da reta 2
$b_c$	– Largura da secção do pilar
$h_c$	– Altura da secção do pilar
$t_c$	– Espessura da parede do pilar
$d$	– Distância livre
$F_{Rd,t}$	– Força resistente da componente alma do pilar à tração
$F_{Rd,loc}$	– Força resistente do mecanismo local
$F_{Rd,glob}$	– Força resistente do mecanismo global
$b_m$	– Parâmetro para o cálculo da força resistente do mecanismo local
$L$	– Comprimento da área de cedência
$c$	– Altura do retângulo de tração ou compressão
$r$	– Raio de concordância
$a$	– Espessura do cordão de soldadura
$d_m$	– Diâmetro médio da cabeça do parafuso
$d_1$	– Diâmetro interno da cabeça do parafuso
$d_2$	– Diâmetro externo da cabeça do parafuso
$L_{stiff}$	– Comprimento reforçado da área de cedência
$b$	– Largura do retângulo de tração ou compressão
$c_0$	– Distância entre os parafusos para cálculo de $c$
$b_0$	– Distância entre parafusos para cálculo de $b$
$m_{pl,Rd}$	– Momento plástico por unidade de comprimento
$x$	– Parâmetro usado no cálculo da força resistente do mecanismo local
$a$	– Parâmetro usado no cálculo da força resistente do mecanismo local
$x_0$	– Parâmetro utilizado para o cálculo de $x$
$h$	– Braço de forças
$t_{fb}$	– Espessura do banzo da viga
$t_p$	– Espessura da placa de topo
$h_p$	– Altura da placa de topo
$h_b$	– Altura da viga
$k_1$	– Parâmetro usado no cálculo dos coeficientes de rigidez da componente alma à tração ou compressão
$k_2$	– Parâmetro usado no cálculo dos coeficientes de rigidez da componente alma à tração ou compressão

---

---

$F_{t,wc,Rd}$	– Força resistente da componente banzo do pilar à tração
$b_{eff,t,wc}$	– Comprimento efetivo do T-stub equivalente
$t_{wc}$	– Espessura da alma do pilar
$f_{y,wc}$	– Tensão de cedência do aço da alma do pilar
$l_{eff,1}$	– Comprimento efetivo do T-stub para o Modo 1
$l_{eff,nc}$	– Comprimento efetivo do T-stub padrão não circular
$l_{eff,cp}$	– Comprimento efetivo do T-stub padrão circular
$m$	– Parâmetro utilizado para definir $l_{eff,nc}$ e $l_{eff,cp}$
$e$	– Parâmetro utilizado para definir $l_{eff,nc}$ e $l_{eff,cp}$
$a_c$	– Espessura da soldadura do pilar
$b_{eff,c,wc}$	– Comprimento efetivo do pilar em compressão
$a_p$	– Espessura da soldadura da chapa de topo
$s$	– Parâmetro usado no cálculo de $b_{eff,c,wc}$
$s_p$	– Comprimento da zona de compressão obtido a partir de dispersão a 45°
$t_{fc}$	– Espessura do banzo do pilar
$k_3$	– Coeficiente de rigidez da componente banzo do pilar à tração
$d_c$	– Distância livre do pilar
$p$	– Distância entre as linhas de parafusos interiores
$F_{c,wc,Rd}$	– Força resistente da componente banzo do pilar à compressão
$k_{wc}$	– Fator de redução
$\rho$	– Fator de redução de encurvadura da chapa
$d_{wc}$	– Distância livre da alma do pilar
$k_2$	– Coeficiente de rigidez da componente banzo do pilar à compressão
$F_{Rd}$	– Força resistente
$k_i$	– Coeficiente de rigidez genérico
$\phi$	– Rotação
$\delta$	– Deslocamento
$\nu$	– Coeficiente de Poisson em regime elástico
$\alpha$	– Coeficiente de dilatação térmica linear
$\sigma$	– Tensão
$\varepsilon$	– Extensão
$\delta_t$	– Deslocamento na componente à tração
$\delta_c$	– Deslocamento na componente à compressão
$\delta_1$	– Deslocamento na componente ao corte
$\gamma_{M0}$	– Coeficiente de segurança definido na NP EN1993-1-1

---

$\beta$	– Parâmetro de transformação
$\beta$	– Fator de redução
$\rho$	– Parâmetro usado no cálculo da força resistente do mecanismo global
$\theta$	– Ângulo usado no cálculo dos coeficientes de rigidez da componente alma á tração ou compressão
$\omega$	– Fator de redução para ter em conta a interação com o esforço de corte
$\omega_1$	– Parâmetro utilizado para definir $\omega$
$\gamma_{M1}$	– Coeficiente de segurança definido na NP EN1993-1-1
$\bar{\lambda}_p$	– Esbelteza da chapa

## ABREVIATURAS

EC3	– Eurocódigo 3
RHS	– Retangular Hollow Section
SHS	– Square Hollow Section
CHS	– Circular Hollow Section
CIDECT	– Comité International pour le Développement et l’Etude de la Construction Tubulaire
IPE	– European I Beams
DEC-FCTUC	– Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra
NP EN1993-1.1	– Norma Portuguesa Eurocódigo 3, Parte 1.1 Regras Gerais e Regras para Edifícios
NP EN1993-1-8	– Norma Portuguesa Eurocódigo 3, Parte 1.8 Projeto de Ligações

## 1 INTRODUÇÃO

É objetivo principal da Engenharia Civil projetar e construir com o máximo de segurança pelo mais baixo custo possível, assegurando determinada funcionalidade, estando no entanto sujeito a condicionantes, como sejam as estéticas normalmente impostas pela arquitetura. A utilização de estruturas metálicas surge como uma boa opção de compromisso entre estes requisitos.

O aço é um material com características bastante homogêneas (principalmente quando comparado com outros materiais utilizados na construção civil, e.g. betão armado) e acerca do qual se conhecem bem as propriedades mecânicas. Atendendo à vasta gama de perfis comerciais disponíveis no mercado, não esquecendo que estes são fabricados sob controlo rigoroso de qualidade, e não compostos em obra, é consensual que a utilização de perfis metálicos dá garantia de segurança. Quanto a custos, as estruturas metálicas, quando bem concebidas, e tendo em conta a rapidez de execução e menor quantidade de recursos humanos envolvidos, também permitem economia em comparação com outros materiais. Em termos estéticos as estruturas metálicas tornam-se muito agradáveis à vista, como se pode ver em muitos edifícios existentes onde foi adotada esta solução.

Com o crescente aumento da utilização do aço na construção civil, surgem novos desafios para o projetista deste tipo de estruturas, uma vez que este material é utilizado para conceber peças para vencer cada vez maiores vãos e suportar cada vez maiores cargas. A sua utilização em estruturas que ficam à vista após a construção exige também soluções estéticas agradáveis. Neste contexto está a optar-se cada vez mais pela utilização de perfis ocios, tais como os perfis SHS, RHS e CHS, uma vez que estes têm um aspeto estético agradável e comportamento estrutural muito equilibrado, em especial para resistir a esforços de compressão que como se sabe podem provocar instabilidade fora do seu eixo de ação. Tendo em conta estes aspetos é natural que se opte por estruturas com pilares constituídos por perfis ocios, e vigas em H ou I mais vocacionadas para resistir ao momento fletor.

A construção de estruturas metálicas tem um ponto muito sensível e ao qual deve ser sempre dada a maior importância e prestada muita atenção; este ponto é o das ligações entre os vários

perfis. Nestes pontos de ligação é muito importante ter um conhecimento claro do tipo de esforços que aí se desenvolvem, pois só conhecendo bem os esforços é possível projetar soluções para lhe resistir. E não basta conhecer o valor destes esforços, é importante saber a forma como se transmitem e a sua linha de ação, mas também que tipo de rotura estes vão provocar na ligação ou nas peças a ligar.

As ligações podem ser um dos fatores de maior encarecimento da construção metálica, principalmente devido à mão-de-obra exigida, que no caso de ligações soldadas exigem em obra trabalhadores e meios especializados para executar as soldaduras, e maior tempo de execução. Existem já algumas soluções, para ligações entre perfis de secção tubular, que permitem que em obra apenas sejam executadas tarefas de aparafusamento. Algumas destas soluções são executadas em fábrica e outras aparecem já como sistemas comerciais, porém estes sistemas são muito limitados. Dos sistemas executados em fábrica referem-se o de soldar cantoneiras ao pilar e posteriormente aparafusar a viga às cantoneiras em obra, e o de soldar pernos ao pilar que em obra serão aparafusados à viga. Estes dois sistemas criam preocupações em termos de transporte, pois devido à “fragilidade” das peças soldadas, estas podem danificar-se durante o transporte para o local da obra, além disso apresentam dificuldade na sua aplicação. De referir também o sistema em que são soldadas nas paredes do pilar porcas onde posteriormente será aparafusada a viga, sendo este sistema limitado no que se refere ao valor das cargas suportadas. Quanto aos sistemas comerciais, nomeadamente o Flowdrill, Hollobolt e Huck Ultra-Twist, apesar de já terem sido realizados alguns trabalhos acerca da aplicação destes sistemas nas ligações metálicas usadas na construção civil, o seu uso é muito restringido pelas dimensões das peças a ligar e pelo nível de cargas admissível. Este é relativamente baixo quando comparado com as que podem surgir numa ligação numa estrutura metálica.

É nesta linha de pensamento que surge a solução estudada nesta tese, em que o pilar é um SHS e a viga um IPE. Um dos aspetos deste modelo de ligação é o fato de permitir que todo o trabalho de ligação feito em obra seja de aparafusamento e não de soldadura. Como já se referiu, este fato é sempre mais desejável, uma vez que para executar trabalhos de soldadura é exigida mão-de-obra e meios mais especializados, logo mais dispendiosos, e também de execução mais morosa.

## 2 OBJETIVO DA TESE

### 2.1 Objeto de Estudo

Neste trabalho, como já foi referido atrás, vão estudar-se ligações entre pilares SHS e vigas IPE, ligados entre si por meio de um perfil U constituído por placas soldadas, aparafusado à viga e soldado ao pilar. O trabalho terá como base a configuração já usada noutros trabalhos (Simões, 2011; Teixeira, 2012), e ilustrada na Figura 2.1. Por analogia com uma ligação a um pilar de secção aberta I ou H, neste caso a alma do perfil U faz o papel do banzo do I ou H e os banzos do perfil U fazem o papel da alma do I ou H.

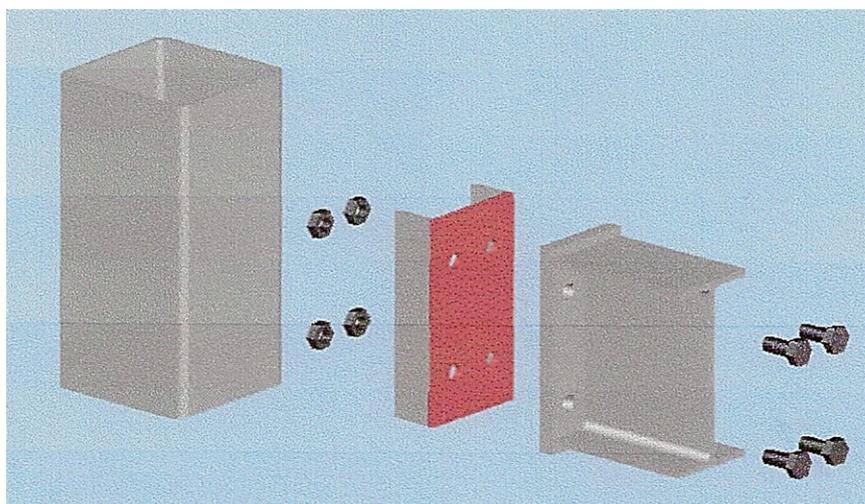


Figura 2.1 – Vista explodida da ligação

A grande vantagem da utilização desta configuração de ligação é o fato de permitir executar em obra apenas o aparafusamento das peças a ligar, sendo que as soldaduras existentes já vêm feitas de fábrica.

O presente trabalho vai focar-se em determinar os Coeficientes de Rigidez em Tração e Compressão e as Forças Resistentes elásticas da componente alma do perfil U, formado por chapas soldadas. Serão também encontrados os valores da Rigidez de Rotação elástica e do Momento Resistente elástico da ligação, com base nas curvas Momento Fletor-Rotação ( $M-\phi$ ). Vão determinar-se estas propriedades da ligação a partir dos resultados numéricos, e por via analítica. A resolução com base nos resultados numéricos será feita a partir das curvas Força-Deslocamento ( $F-\delta$ ) das componentes da alma do U em tração e em compressão obtidas separadamente por Alberto Simões (Simões, 2011). A partir das curvas  $F-\delta$ , e utilizando aproximações bilineares a essas curvas, serão calculados a Força Resistente em regime elástico e os correspondentes Coeficientes de Rigidez elástica; com estes valores serão definidas as curvas Momento Fletor-Rotação ( $M-\phi$ ) com base na formulação do Método das Componentes (NP EN1993-1-8). Estas curvas assim conseguidas serão comparadas com as obtidas por Joaquim Teixeira (Teixeira, 2012).

## 2.2 Enquadramento

A NP EN1993-1-8 dedica-se aos aspetos que tem a ver com as ligações. Fornece métodos de cálculo para ligações sujeitas predominantemente a ações estáticas, os quais permitem estimar a Resistência, a Rigidez e a Capacidade de Rotação das ligações, sendo estas três propriedades as mais importantes numa ligação metálica.

A NP EN1993-1-8 aborda um conjunto alargado de ligações, ou seja, ligações entre perfis abertos, entre perfis ocios e entre perfis abertos e ocios. Mas se é verdade que em relação às ligações entre perfis abertos (I e H) é fornecida bastante informação, e possibilita a análise de um elevado número de configurações de ligação, assim como em relação às ligações entre perfis ocios (RHS e CHS, considerando que os SHS estão englobados nos RHS), já no que se refere a ligações entre perfis abertos e perfis ocios a informação é muito escassa. Em relação a este último tipo de ligação apenas são fornecidas fórmulas de cálculo para duas situações distintas; a primeira é entre diagonais em CHS ou RHS soldadas diretamente (sem chapa de topo) ao banzo da corda em I ou H, a segunda é entre diagonais em CHS ou RHS soldadas diretamente à alma da corda em U.

O CIDECT tem vindo a desenvolver formulações para caracterização de um maior número de configurações de ligação entre perfis ocios e também entre perfis ocios e perfis abertos, porém a ligação em estudo neste trabalho não consta em nenhum documento daquela Organização, daí a necessidade e o interesse em caracterizá-la.

### 2.3 Método das Componentes

O Método das Componentes preconizado pela NP EN1993-1-8 aborda o estudo das ligações metálicas considerando que o comportamento global de uma ligação é o resultado da interação entre as diversas componentes que a constituem. Este comportamento é traduzido pela curva não-linear Momento Fletor-Rotação ( $M-\phi$ ) como a da Figura 2.2. A partir desta curva podem definir-se as três propriedades fundamentais de uma ligação: Resistência, Rigidez e Capacidade de Rotação.

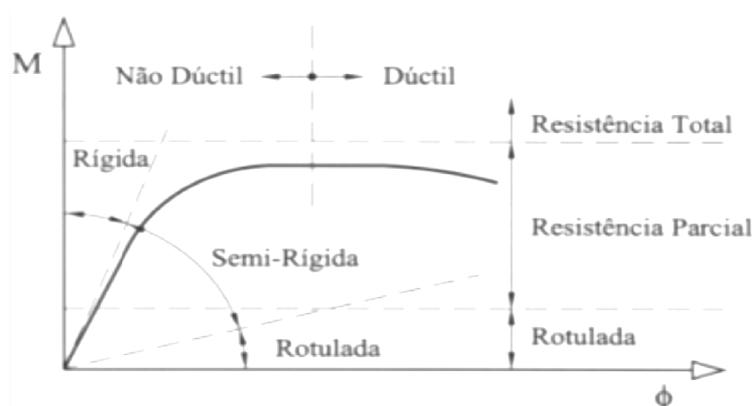


Figura 2.2 – Curva Momento Fletor – Rotação ( $M-\phi$ )

Quanto à Rigidez as ligações podem classificar-se como:

- Articuladas – permitem a rotação.
- Rígidas – a sua rotação não influencia a distribuição de esforços na estrutura nem as deformações, conseguem transmitir os esforços atuantes.
- Semi-rígidas – possuem um comportamento intermédio e a sua rotação influencia a distribuição de esforços na estrutura, conseguem transmitir os esforços atuantes.

Quanto à Resistência as ligações são classificadas como:

- Articuladas – não transmitem momentos significativos que possam afetar desfavoravelmente os elementos da estrutura. Em ligações viga-pilar, o momento resistente da ligação deve ser inferior ou igual a 25% do momento resistente dos elementos a ligar.
- Resistência Total – o momento resistente é pelo menos igual ao dos elementos a ligar.

- Resistência Parcial – possuem um comportamento intermédio, podendo o momento resistente ser inferior ao dos elementos a ligar, mas igual ou superior ao momento de cálculo atuante.

A determinação da capacidade de rotação não será objeto de estudo neste trabalho.

O Método das Componentes compreende três passos:

- Identificação das componentes relevantes na ligação.
- Caracterização das componentes identificadas.
- Associação das componentes caracterizadas através de um sistema mecânico de molas e avaliação das propriedades da ligação.

Neste trabalho a componente que importa caracterizar está identificada, é a alma do perfil U à flexão fora do seu plano. Este comportamento de uma ligação em que a alma do perfil se deforma fora do seu plano assemelha-se ao comportamento de eixo fraco. Este comportamento caracteriza-se fundamentalmente pelo aparecimento de um efeito de membrana após a cedência por flexão, efeito este que pode ser tanto maior ou menor consoante as condições de fronteira da face em flexão, e leva a um aumento apreciável da rigidez mesmo após a formação do mecanismo plástico.

Será também calculada analiticamente a componente banzos do perfil U ao corte. A avaliação por via numérica, da componente alma à tração e alma à compressão, feita separadamente para cada um destes casos, não tem em conta o efeito de corte nos banzos do U. Esta componente pode assemelhar-se, e como tal ser usada a mesma formulação, à alma de um perfil I ou H ao corte, como sugere a Figura 2.3.

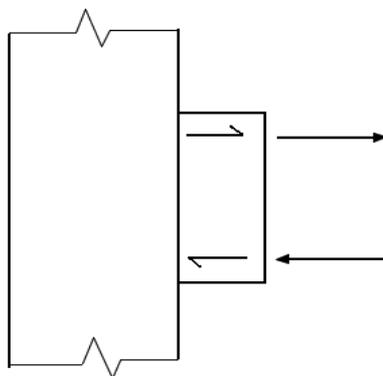


Figura 2.3 – Banzos do perfil U ao corte

### 3 BASES DE ELABORAÇÃO DO ESTUDO

#### 3.1 Modelo Base

Como já foi referido, o modelo de ligação estudado neste trabalho é uma ligação viga – pilar realizada com um perfil U formado com chapas soldadas, perfil este soldado à face do pilar SHS e aparafusado à placa de topo da viga IPE, conforme exemplificado na Figura 3.1

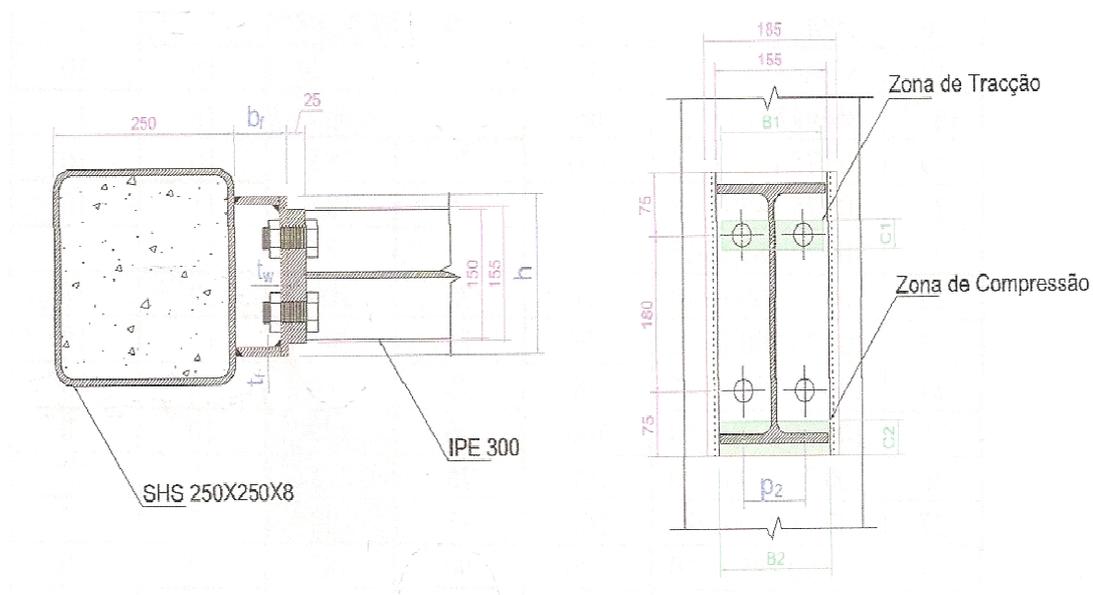


Figura 3.1 – Modelo em estudo

O modelo de ligação utilizado foi o mesmo nas duas teses que servem de base a este trabalho, sendo que, Joaquim Teixeira (Teixeira, 2012), além dos parâmetros que à frente serão referidos, efetuou uma variação paramétrica mais alargada, fazendo também variar a largura do banzo e a largura da alma do perfil U.

### 3.2 Propriedades do material

O aço utilizado nas placas que formam o perfil U é da Classe S275 que tem como curva característica a representada na Figura 3.2, e cujas propriedades nominais são as seguintes:

- Tensão de Cedência ( $f_y$ ) – 275 N/mm<sup>2</sup> (para espessuras inferiores a 40 mm, como é o caso neste trabalho)
- Tensão Última ( $f_u$ ) – 430 N/mm<sup>2</sup>
- Módulo de Elasticidade ( $E_a$ ) – 210 Gpa
- Módulo de Distorção ( $G$ ) – 81 Gpa
- Coeficiente de Poisson em Regime Elástico ( $\nu$ ) – 0,3
- Coeficiente de Dilatação Térmica linear ( $\alpha$ ) –  $12 \times 10^{-6}$  (para  $T \leq 100$  °C)

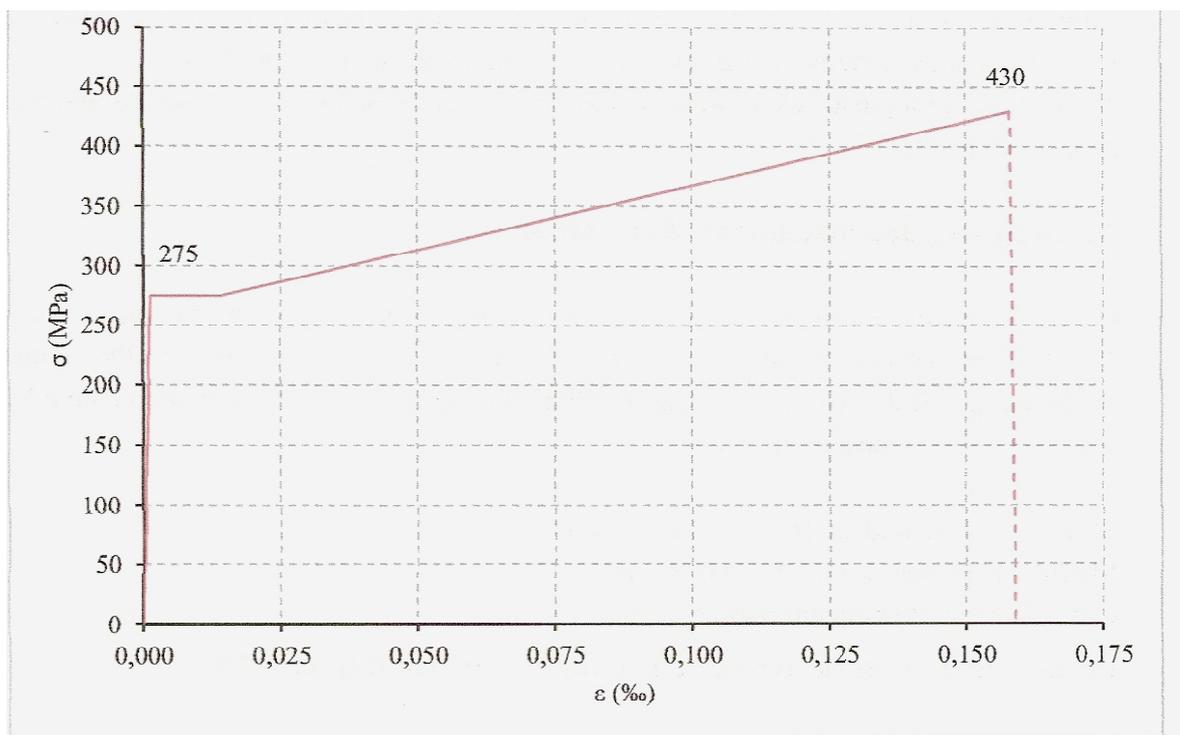


Figura 3.2 – Curva ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) do Aço S275

### 3.3 Processo de cálculo

#### 3.3.1 Caracterização numérica das componentes alma do U em tração e compressão

Os resultados obtidos por Alberto Simões (Simões, 2011), na sua Tese, resultaram da aplicação de um programa de Elementos Finitos (*Lusas*<sup>®</sup>-Versão 14) ao modelo base.

O estudo desenvolvido foi a caracterização da componente alma do perfil U por aplicação do *Lusas*<sup>®</sup>. Começou-se por efetuar uma comparação entre a utilização de elementos casca (com e sem solda) e elementos sólidos, acabando por optar-se por um modelo tipo casca com solda por se ter chegado à conclusão que este modelo apresentava resultados muito semelhantes aos do elemento sólido, e com menor esforço computacional. Foi também feito um estudo de convergência da malha, uma vez que esta também influencia o tempo de cálculo e o esforço computacional, e além disso traduz a maior ou menor aproximação dos resultados ao expetável na realidade. Pretendia-se fazer a calibração dos modelos com resultados experimentais, mas estes não ficariam disponíveis em tempo útil.

Os modelos numéricos foram considerados apoiados na zona de ligação (por soldadura) entre o perfil U e o pilar, conforme exemplificado na Figura 3.3. Considerou-se que a ligação é completamente rígida e indeformável.

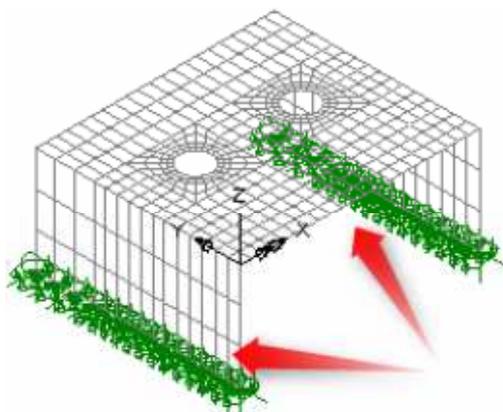


Figura 3.3 – Apoios

O estudo foi feito separadamente para o modelo em solicitação por tração e solicitação por compressão. No caso da tração, a solicitação foi aplicada no contorno dos furos na zona de contato sob a cabeça dos parafusos, no caso da compressão, a solicitação foi aplicada em toda

a largura da peça e ao longo de uma altura que pretendeu representar a transferência de carga de compressão a partir do banzo inferior do perfil IPE. Essas zonas são patentes na Figura 3.4.

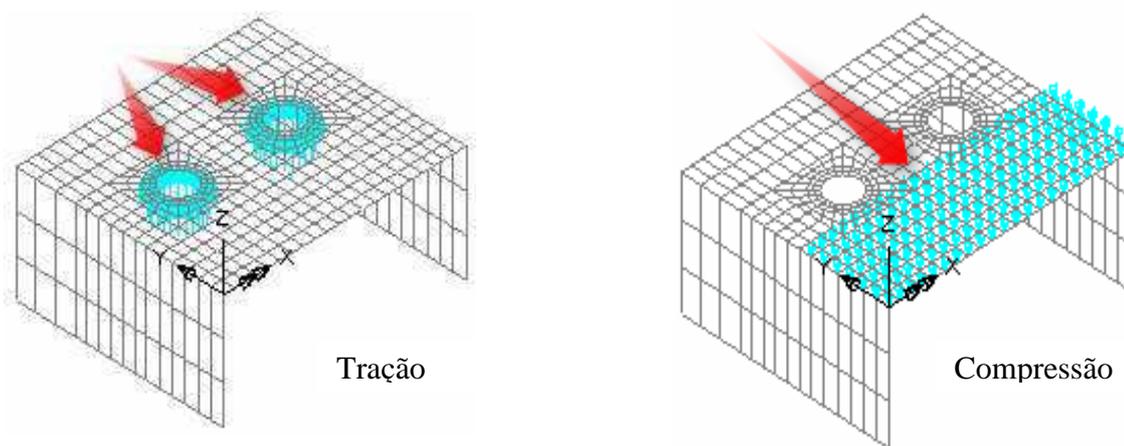


Figura 3.4 – Zonas de aplicação das cargas

A análise realizada foi material e geometricamente não linear. Através da formulação de Lagrange conseguiu-se a não linearidade geométrica, que tem em conta os grandes deslocamentos e as extensões moderadas. As propriedades não lineares do material foram consideradas através de uma lei constitutiva não linear. O critério de cedência utilizado foi o de Von Mises.

O estudo paramétrico realizado focou-se na variação dos seguintes parâmetros do perfil U:

- Afastamento entre parafusos ( $p_2$ ).
- Espessura do banzo ( $t_f$ ).
- Espessura da alma ( $t_w$ ).

A conjugação da variação destes três parâmetros foi feita igualmente para a tração e para a compressão de acordo com o Quadro 3.1.

Quadro 3.1 – Variações paramétricas

Ação	$p_2$ (mm)	$t_f$ (mm)	$t_w$ (mm)
Tração ou Compressão	85	10	7
			10
			12
			15
		15	7
			10
			12
			15
	100	10	7
			10
			12
			15
		15	7
			10
			12
			15

### 3.3.2 Curvas $M-\theta$ do Cálculo Numérico

Os resultados obtidos por Joaquim Teixeira (Teixeira, 2012), na sua Tese, resultaram da aplicação de um programa de Elementos Finitos (*Lusas*<sup>®</sup>-Versão 14) ao modelo base.

O estudo desenvolvido foi a caracterização da componente alma + banzos do perfil U por aplicação do *Lusas*<sup>®</sup>. Começou-se por fazer uma comparação entre a utilização de elementos casca (com e sem solda) e elementos sólidos concluindo-se que o modelo que melhor representa a realidade sem comprometer os resultados era o modelo com modelação da chapa de topo e da viga, o qual é exemplificado na Figura 3.5. O perfil U e a chapa de topo são elementos finitos sólidos e a viga é elemento finito casca; a razão pela qual se utilizaram elementos sólidos foi porque o programa utilizado não permite a definição do contato entre duas superfícies com elementos casca. Chegou-se à conclusão, por comparação, que os resultados obtidos com elementos finitos casca com solda e elementos finitos sólidos são suficientemente aproximados.

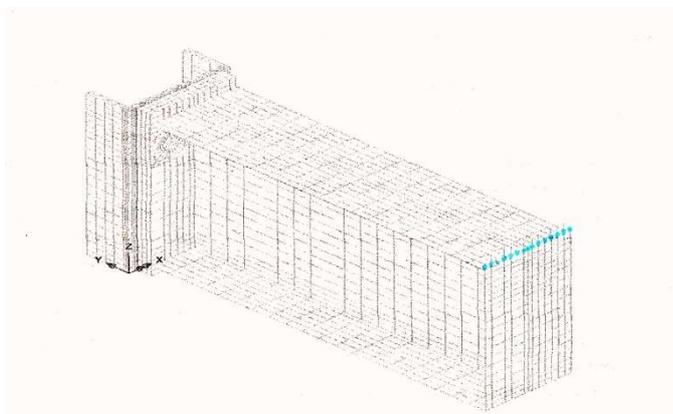


Figura 3.5 – Modelo com chapa de topo e viga

Em relação aos apoios do modelo, considerou-se que existe um apoio contínuo totalmente rígido na extremidade dos banzos, na realidade não é isto que se passa uma vez que vão haver deformações no pilar onde apoiam os banzos, mas como o objetivo é caracterizar o perfil U não interessa o que se passa com o pilar.

Neste trabalho em que o estudo foi sobre o comportamento global à flexão, as cargas de tração e compressão foram aplicadas em simultâneo. Uma vez que foram utilizados elementos finitos sólidos com elementos de contato entre a alma do perfil U e a chapa de topo a introdução da carga foi feita indiretamente através da viga. Os elementos de contato são molas sem rigidez rotacional, e foi considerado que estas molas têm rigidez infinita à tração e à compressão na zona de contato do parafuso na direção da mola e nas direções normais, e rigidez infinita apenas à compressão na restante área de contato da alma na direção da mola. A análise realizada foi material e geometricamente não linear. O critério de cedência utilizado foi o de Von Mises.

Nesta tese, além da variação do afastamento dos parafusos, da espessura do banzo do perfil U e da espessura da alma do mesmo perfil, fez-se também variar a largura dos banzos e a largura da alma do perfil U. Os parâmetros variáveis, indicados na Figura 3.1, e cujos valores são indicados no Quadro 3.2, foram:

- Afastamento entre os parafusos ( $p_2$ )
- Espessura dos banzos ( $t_f$ )
- Espessura da alma ( $t_w$ )
- Largura dos banzos ( $b_f$ )
- Largura da alma ( $h$ )

Quadro 3.2 – Parâmetros estudados

$p_2$ (mm)	$b_f$ (mm)	$h$ (mm)	$t_w$ (mm)	$t_f$ (mm)
85	75	185	10	10
			15	10
			15	15
		200	10	10
			15	10
			15	15
		220	10	10
			15	10
			15	15
	90	185	10	10
			15	10
			15	15
		200	10	10
			15	10
			15	15
220		10	10	
		15	10	
		15	15	
100	75	185	10	10
			15	10
			15	15
		200	10	10
			15	10
			15	15
		220	10	10
			15	10
			15	15
	90	185	10	10
			15	10
			15	15
		200	10	10
			15	10
			15	15
220		10	10	
		15	10	
		15	15	

### 3.4 Estudo paramétrico

O objetivo deste trabalho é fazer a comparação entre as curvas Momento-Rotação obtidas com base na caracterização numérica das componentes alma do U à tração e à compressão por Alberto Simões (Simões, 2011). Como tal apenas tem interesse estudar as variações paramétricas comuns aos dois trabalhos referidos. Uma vez que Alberto Simões (Simões, 2011) não faz variar a largura do banzo ( $b_f$ ) nem a largura da alma ( $h$ ), só interessam os casos da Tese de Joaquim Teixeira (Teixeira, 2012) em que esses parâmetros são iguais, ou seja, em que a largura dos banzos é 90 mm e a largura da alma é 200 mm. Apresentam-se no Quadro 3.3 as variações paramétricas que serão estudadas no presente trabalho.

Quadro 3.3 – Parâmetros comuns para o estudo

Autor	Solicitação	$p_2$ (mm)	$t_f$ (mm)	$t_w$ (mm)
(Simões, 2011)	Tração	85	10	10
			10	15
			15	15
		100	10	10
			10	15
			15	15
	Compressão	85	10	10
			10	15
			15	15
		100	10	10
			10	15
			15	15
(Teixeira, 2012)	Flexão	85	10	10
			10	15
			15	15
		100	10	10
			10	15
			15	15

### 3.5 Resultados para estudo

Neste subcapítulo vão apresentar-se os resultados obtidos nas duas teses (Simões, 2011; Teixeira, 2012) de base a este trabalho. Esses resultados são curvas Força – Deslocamento ( $F-\delta$ ) da componente alma em tração e em compressão, no caso da Tese de Alberto Simões (Simões, 2011), e curvas Momento – Rotação ( $M-\phi$ ) no caso da Tese de Joaquim Teixeira (Teixeira, 2012).

#### 3.5.1 Curvas $F-\delta$ da componente alma em tração e alma em compressão

De seguida exemplifica-se a nomenclatura usada para referenciar quais os parâmetros (conforme Quadro 3.3) a que corresponde cada curva:

Exemplo: Uma curva do modelo à tração em que o afastamento entre parafusos ( $p_2$ ) é 85 mm, a espessura do banzo ( $t_f$ ) é 10 mm e a espessura da alma ( $t_w$ ) é igualmente 10 mm será designada de T | 85 | 10 | 10. No caso de compressão será utilizado C no lugar do T.

Ilustra-se na Figura 3.6 a deformada da malha de elementos finitos obtida por Alberto Simões (Simões, 2011), através do Lusas<sup>®</sup>, para o modelo T 85 | 10 | 15, sujeita a uma força de tração na ordem do valor da força de cedência.

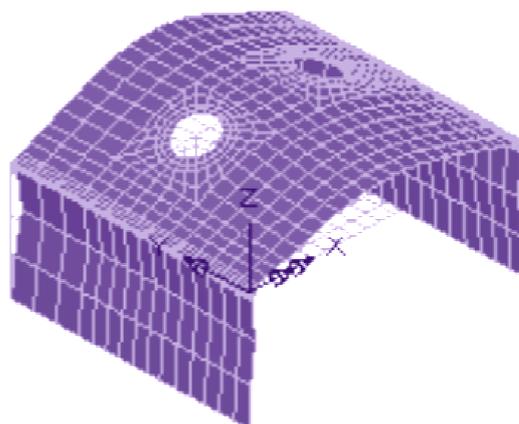


Figura 3.6 – Deformada da malha de elementos finitos em tração

Serão agora aqui exibidas nas Figuras 3.7 a 3.12 as curvas  $F-\delta$ , obtidas para caracterizar a componente alma do perfil U em tração.

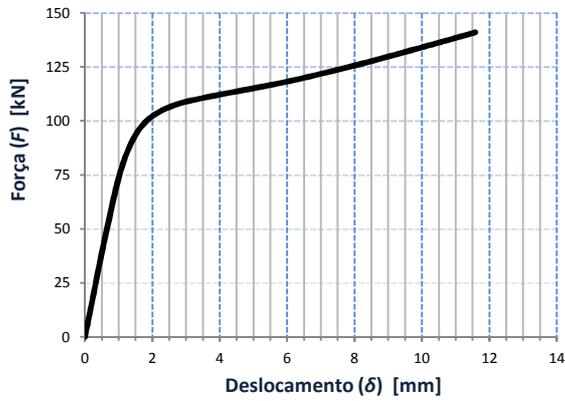


Figura 3.7 – Modelo T 85 | 10 | 10

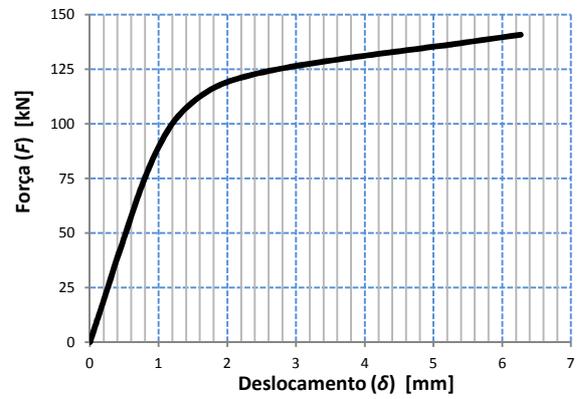


Figura 3.10 – Modelo T | 100 | 10 | 10

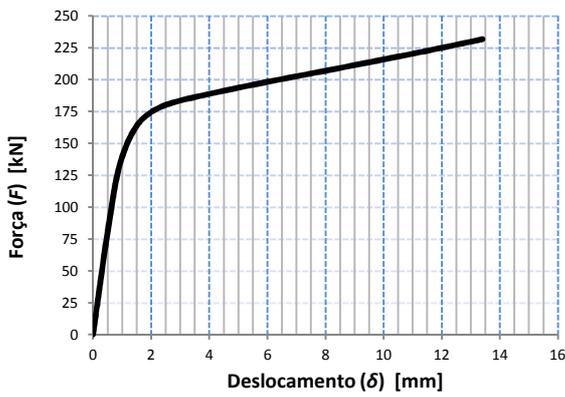


Figura 3.8 – Modelo T 85 | 10 | 15

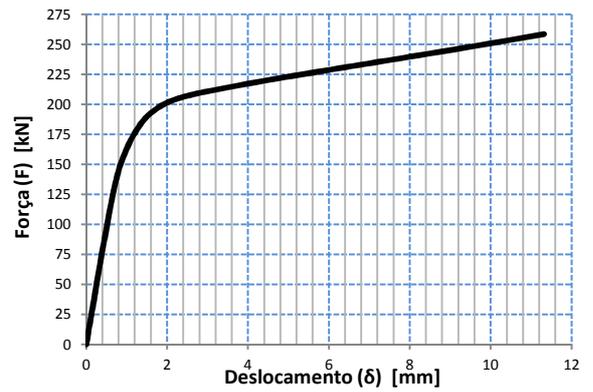


Figura 3.11 – Modelo T | 100 | 10 | 15

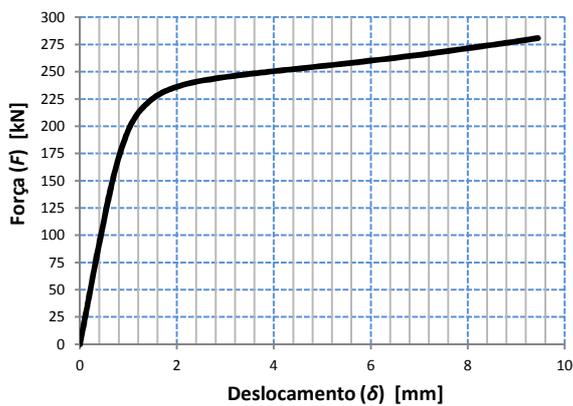


Figura 3.9 – Modelo T 85 | 15 | 15

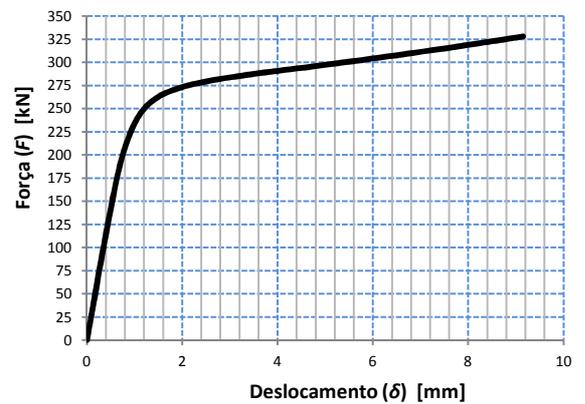


Figura 3.12 – Modelo T | 100 | 15 | 15

Ilustra-se na Figura 3.13 a deformada da malha de elementos finitos obtida por Alberto Simões (Simões, 2011), através do Lusas<sup>®</sup>, para o modelo C 85 | 10 | 15, sujeita a uma força de compressão na ordem do valor da força de cedência.

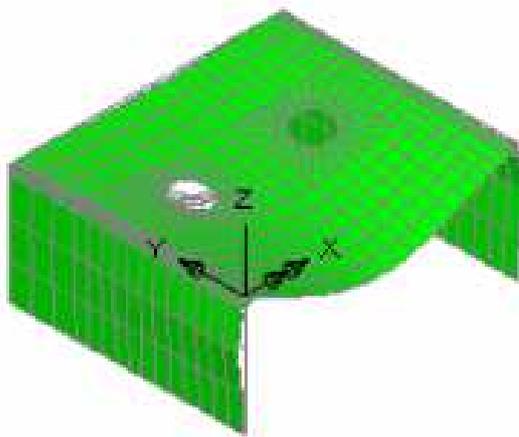


Figura 3.13 - Deformada da malha de elementos finitos em compressão

Serão agora aqui exibidas nas Figuras 3.14 a 3.19 as curvas  $F-\delta$ , obtidas para caracterizar a componente alma do perfil U em compressão.

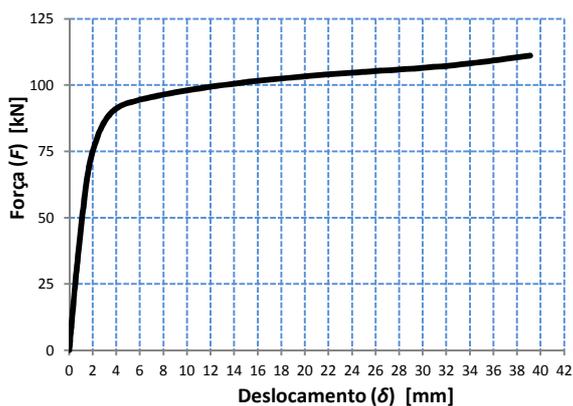


Figura 3.14 – Modelo C | 85 | 10 | 10

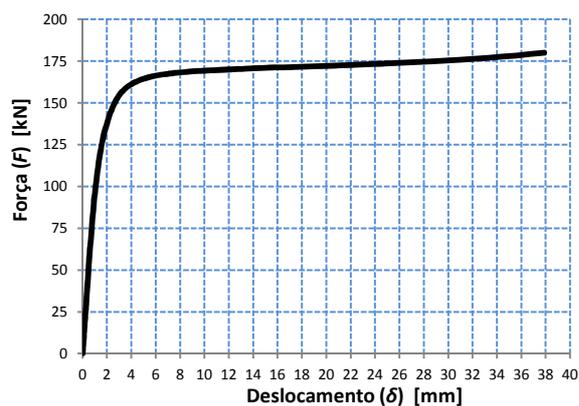


Figura 3.15 – Modelo C | 85 | 10 | 15

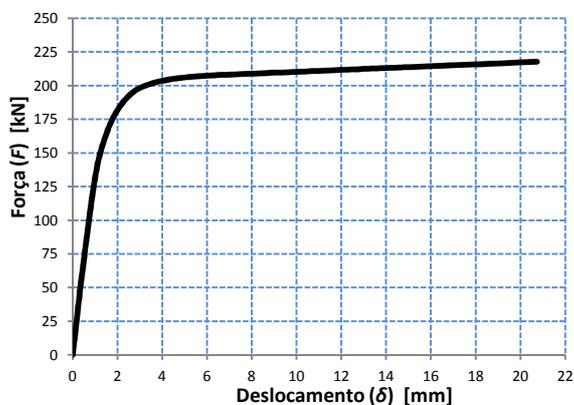


Figura 3.16 – Modelo C | 85 | 15 | 15

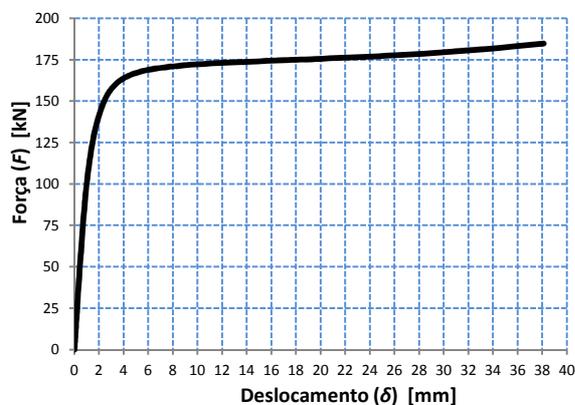


Figura 3.18 – Modelo C | 100 | 10 | 15

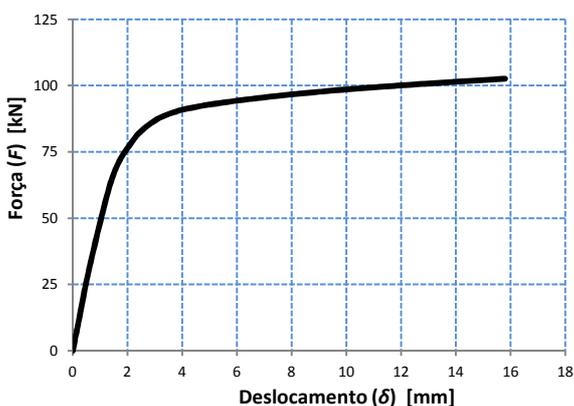


Figura 3.17 – Modelo C | 100 | 10 | 10

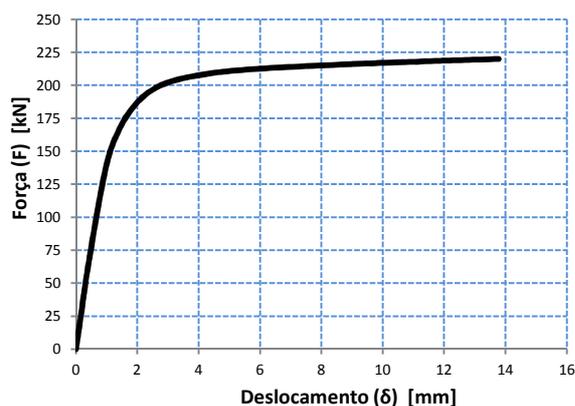


Figura 3.19 – Modelo C | 100 | 15 | 15

De referir que é apresentado no final da Tese do Alberto Simões (Simões, 2011), um quadro resumo com todos os valores obtidos em cada variação paramétrica, incluindo valores da Carga de Cedência, da Carga de Ruptura e dos valores elásticos e plásticos dos Coeficientes de Rigidez. Não serão aqui expostos esses resultados uma vez que serão recalculados no próximo subcapítulo a partir das curvas aqui apresentadas. Para o estudo desenvolvido no presente trabalho apenas tem interesse os valores em regime elástico, ou seja, a Carga de Cedência e os valores dos Coeficientes de Rigidez elástica ( $k_i$ ).

Não pode deixar de ser aqui referido que por observação das curvas  $F$ - $\delta$ , exibidas nas Figuras 3.7 a 3.12 e 3.14 a 3.19, se verificam valores de deslocamento muito elevados, principalmente

nas curvas referentes à compressão. Este fato mostra que os modelos de elementos finitos utilizados são muito flexíveis, o que seguramente vai conduzir a valores baixos para os Coeficientes de Rigidez ( $k_i$ ).

### 3.5.2 Curvas $M-\phi$ do perfil U à flexão

A seguir exemplificar-se-á a nomenclatura usada para referenciar quais os parâmetros (conforme Quadro 3.3) a que corresponde cada curva:

Exemplo: Será utilizada a letra F para referenciar que os modelos foram ensaiados à flexão. Uma curva do modelo em que o afastamento entre parafusos ( $p_2$ ) é 85 mm, a espessura do banzo ( $t_f$ ) é 10 mm e a espessura da alma ( $t_w$ ) é igualmente 10 mm será então neste caso designada de F | 85 | 10 | 10.

Na Figura 3.20 exemplifica-se uma deformada genérica da alma do U, obtida por Joaquim Teixeira (Teixeira, 2012) através do Lusas<sup>®</sup> em modelo com chapa de topo. Ilustra-se na mesma figura uma deformada sem chapa de topo para poder ver-se a diferença entre a consideração ou não consideração de chapa de topo, nos modelos de elementos finitos.

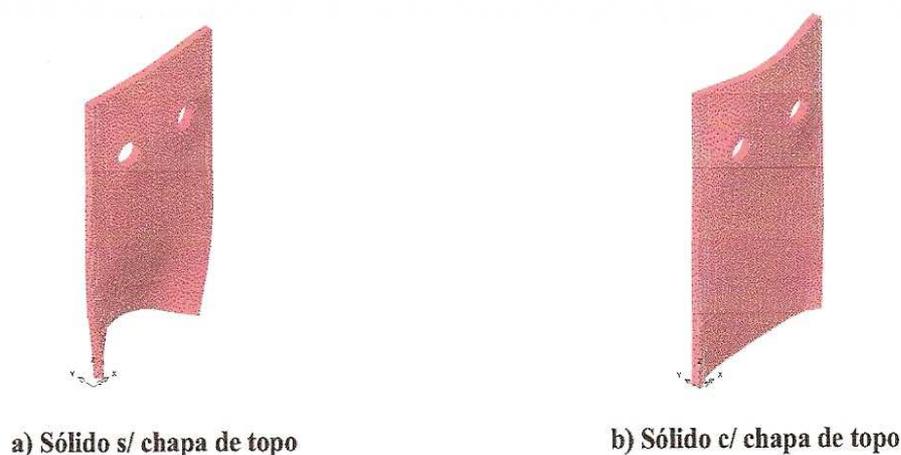


Figura 5.20 – Deformada em flexão com e sem chapa de topo

Nas Figuras 3.21 a 3.26 estão representadas as curvas  $M-\phi$  do perfil U à flexão, obtidas por Joaquim Teixeira (Teixeira, 2012) com recurso à utilização do Lusas<sup>®</sup>.

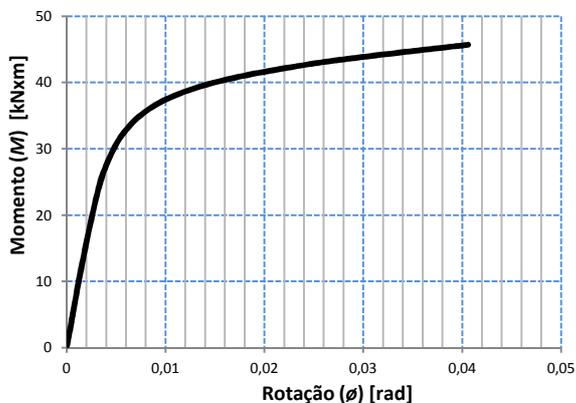


Figura 3.21 – Modelo F | 85 | 10 | 10

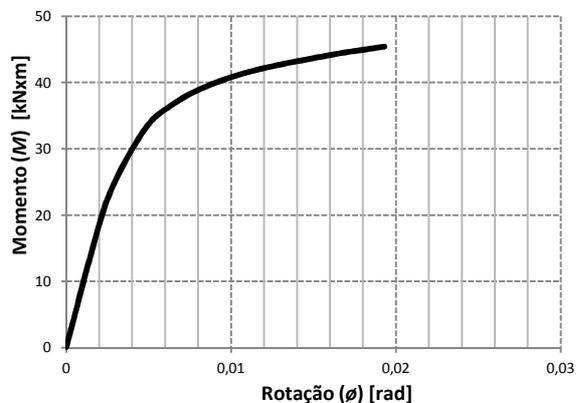


Figura 3.24 – Modelo F | 100 | 10 | 10

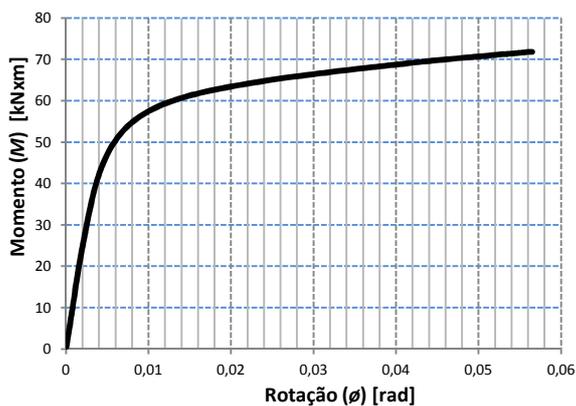


Figura 3.22 – Modelo F | 85 | 10 | 15

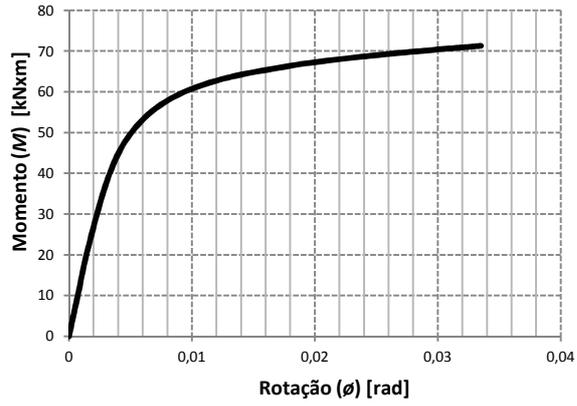


Figura 3.25 – Modelo F | 100 | 10 | 15

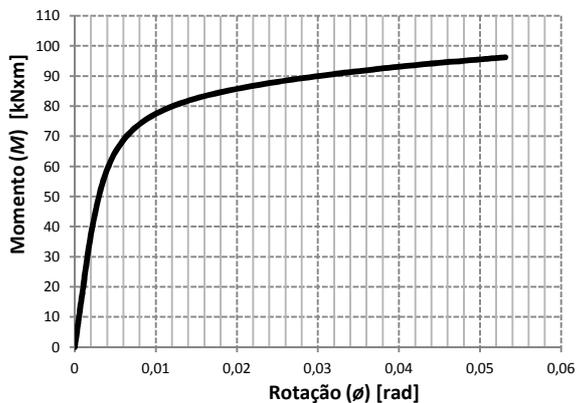


Figura 3.23 – Modelo F | 85 | 15 | 15

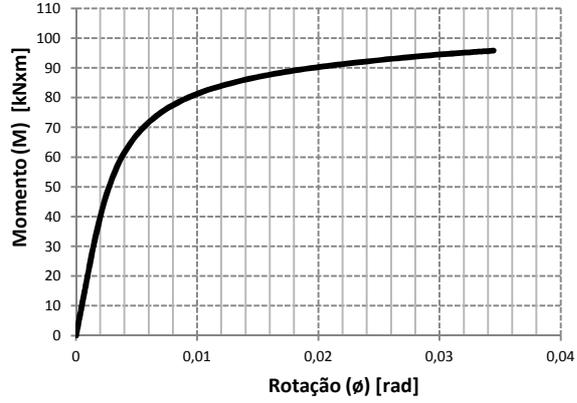


Figura 3.26 – Modelo F | 100 | 15 | 15

Joaquim Teixeira (Teixeira, 2012) apresenta no final da sua Tese um quadro resumo com os valores do Momento elástico, do Momento plástico, da Rigidez elástica e da Rigidez plástica. Esses valores não vão ser aqui apresentados, uma vez que serão recalculados no próximo subcapítulo os valores do Momento elástico e da Rigidez elástica. São estas duas propriedades as mais relevantes no âmbito do presente trabalho.

### 3.6 Cálculo dos valores das componentes

#### 3.6.1 Descrição

Neste subcapítulo efetuar-se-á o cálculo dos valores da Força de Cedência ( $F_c$ ) e dos Coeficientes de Rigidez elástica ( $k_e$ ), valores estes que serão obtidos das curvas Força – Deslocamento ( $F$ - $\delta$ ) das componentes alma à tração e à compressão, apresentadas no subcapítulo anterior. Serão também calculados os valores das Forças de Resistência ao corte e dos Coeficientes de Rigidez ao corte ( $k_1$ ), por via analítica, em analogia com a formulação utilizada para perfis I ou H. A partir desses valores serão determinados analiticamente os valores de  $M_{j,Rd}$  e  $S_{j,ini}$ , por aplicação do Método das Componentes. Serão também determinados os valores do Momento Resistente ( $M_{j,Rd}$ ), Rotação ( $\phi$ ) e Rigidez Rotacional elástica ( $S_{j,ini}$ ) para as mesmas configurações, diretamente a partir das curvas obtidas numericamente por Joaquim Teixeira (Teixeira, 2012). Posteriormente será feita uma comparação entre estes resultados.

#### 3.6.2 Cálculo de $F_c$ e $k_e$

Os valores de  $F_c$  serão obtidos por aproximação bilinear das curvas  $F$ - $\delta$ , tendo em atenção que as retas de aproximação devem estar sempre, de acordo com o EC3, abaixo dos valores do gráfico, como é exemplificado na Figura 3.27 para o modelo T 85 | 10 | 10. Os valores de  $F_c$  serão calculados no ponto de interseção das retas de aproximação, aos quais corresponderá também um valor  $\delta$  de deslocamento. A Força de Cedência ( $F_c$ ) será, no caso de tração designada de  $F_{t,c}$ , e no caso de compressão  $F_{c,c}$ .

$F_c$  é obtido através da igualdade da equação das duas retas no ponto de interseção das mesmas. Equação geral de uma reta:  $y = a \cdot x + b$  (3.1)

Pode calcular-se o Coeficiente de Rigidez  $k_e$  a partir da expressão:

$$F_i = \delta_i \cdot k_e \cdot E_a \quad (3.2)$$

de onde resulta  $k_e = \frac{F_i}{\delta_i \times E_a}$

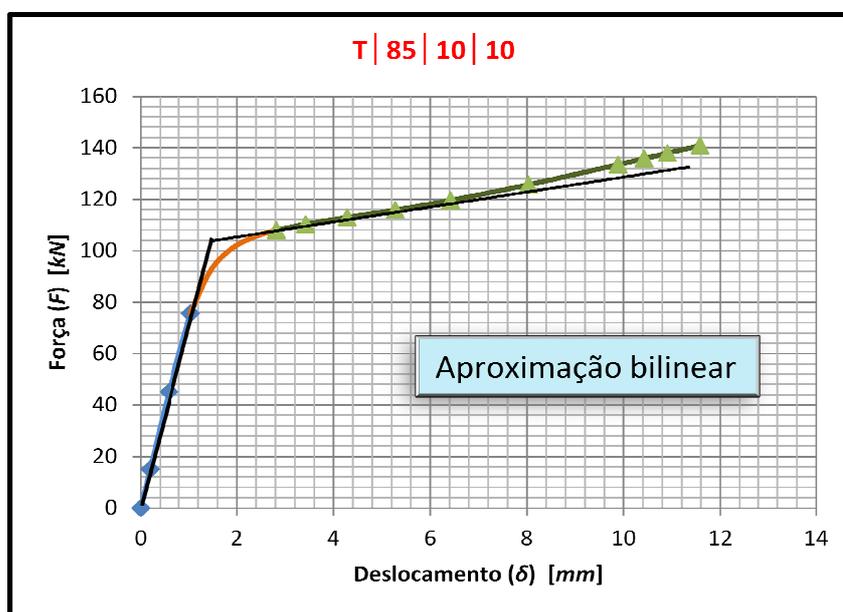


Figura 3.27 – Aproximação bilinear para cálculo de  $F_c$

A aproximação bilinear usada para as restantes curvas será semelhante a esta, será sempre feita com base nos pontos das duas semirretas, a da fase elástica e a da fase plástica. Os valores de cálculo referentes a todos os modelos são apresentados no Anexo A.

Os valores obtidos para todos os modelos estudados encontram-se no Quadro 3.1

### 3.6.3 Resistência ao Corte ( $V_{wp,Rd}$ ) e Coeficiente de Rigidez ( $k_1$ )

No presente subcapítulo vai apresentar-se a formulação para o cálculo de  $V_{wp,Rd}$  e correspondente  $k_1$ , representativos da Resistência ao Corte dos banzos do perfil U. O cálculo destes valores será feito por via analítica utilizando formulação constante da NP EN1993-1-8 para perfis I ou H.

Os valores para obtenção dos resultados são apresentados no Anexo B.

No Quadro 3.1 estão todos os resultados obtidos.

De acordo com o ponto 6.2.6.1 da NP EN1993-1-8, a expressão para o cálculo da resistência dos banzos do perfil U ao corte é dada por:

$$V_{wp,Rd} = \frac{0,9 f_{y,bc} A_{vc}}{\sqrt{3} \gamma_{M0}} \quad (3.3)$$

Em que:

$V_{wp,Rd}$  é o valor de cálculo da resistência dos banzos do perfil U ao corte.

$f_{y,bc}$  é o valor da tensão de cedência do aço dos banzos do perfil U.

$A_{v,c}$  é a área de corte.

$\gamma_{M0}$  é um coeficiente de segurança definido pela NP EN1993-1-1.

$A_{vc}$  é a área de corte, cuja expressão de cálculo é dada na NP EN1993-1-1.

$$A_{vc} = A - \sum(hw \times tw) . \quad (3.4)$$

$A$  é a área da secção transversal.

Para o valor do Coeficiente de rigidez ( $k_1$ ) a NP EN1993-1-8 propõe a seguinte expressão:

$$k_1 = \frac{0,38 \times A_{vc}}{\beta \times z} \quad (3.5)$$

onde  $A_{vc}$  tem o significado já anteriormente definido,  $\beta$  é um parâmetro de transformação tabelado na NP EN1993-1-1 e que neste caso toma o valor 1,  $z$  é o braço das forças. O braço das forças ( $z$ ) é a distância entre a linha média dos parafusos e o centro de compressões, que se assume ao nível da linha média do banzo inferior da viga, de acordo com a Figura 3.28.

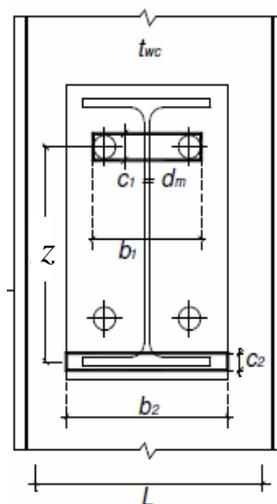


Figura 3.28 – Braço de forças ( $z$ )

### 3.6.4 Resultados dos valores das componentes

No Quadro 3.4 apresentam-se todos os valores de  $F_{t,c}$ ,  $F_{c,c}$ ,  $\delta$  e  $k_e$  obtidos para cada variação paramétrica para as componentes alma do U em tração e compressão. Apresentam-se ainda os valores de  $V_{wp,Rd}$  e  $k_1$  obtidos analiticamente por analogia com perfis I ou H.

Quadro 3.4 – Valores das componentes

Componente	$p_2(mm)$	$t_f(mm)$	$t_w(mm)$	$F_{t,c}(kN)$	$F_{c,c}(kN)$	$V_{wp,Rd}(kN)$	$\delta(mm)$	$k_i(m)$
Alma em Tração	85	10	10	103,5			1,423	$3,46 \times 10^{-4}$
		10	15	174,9			1,162	$7,17 \times 10^{-4}$
		15	15	233,8			1,052	$1,06 \times 10^{-3}$
	100	10	10	118,7			1,282	$4,41 \times 10^{-4}$
		10	15	199,1			1,072	$8,84 \times 10^{-4}$
		15	15	268,8			0,976	$1,31 \times 10^{-3}$
Banzos ao Corte	85	10	10		228,6		$2,59 \times 10^{-3}$	
		10	15		214,3		$2,43 \times 10^{-3}$	
		15	15		321,5		$3,64 \times 10^{-3}$	
	100	10	10		228,6		$2,59 \times 10^{-3}$	
		10	15		214,3		$2,43 \times 10^{-3}$	
		15	15		321,5		$3,64 \times 10^{-3}$	
Alma em Compressão	85	10	10		126,1		2,954	$2,03 \times 10^{-4}$
		10	15		164,2		1,711	$4,57 \times 10^{-4}$
		15	15		202,5		1,544	$6,24 \times 10^{-4}$
	100	10	10		88,3		1,950	$2,16 \times 10^{-4}$
		10	15		166,0		1,616	$4,90 \times 10^{-4}$
		15	15		205,8		1,763	$5,56 \times 10^{-4}$

Confirma-se, conforme já tinha sido observado no ponto 3.5.1, que os valores dos Coeficientes de Rigidez ( $k_e$ ), em tração e sobretudo em compressão, são muito baixos. Apenas para as variações paramétricas, em tração, nas quais a espessura dos banzos e da alma é de 15 mm, esses valores têm uma ordem de grandeza mais próxima do expetável.

### 3.7 Valores de $M_{j,Rd}$ e $S_{j,ini}$ obtidos pelo Método das componentes

Com base nos valores mínimos obtidos entre a Força elástica máxima em tração, compressão e corte, e nos valores dos Coeficientes de Rigidez da componente de tração, compressão e corte, pode agora calcular-se o valor do Momento Resistente ( $M_{j,Rd}$ ) e Rigidez Rotacional ( $S_{j,ini}$ ) para cada modelo.

De acordo com a NP EN1993-1-8, o valor do Momento Resistente corresponde a:

$$M_{j,Rd} = F_{t,Rd} \times z \quad (3.6)$$

$F_{tr,Rd}$  corresponde ao mínimo entre a resistência das várias componentes envolvidas, ou seja,  $F_{t,c}$ ,  $F_{c,c}$  e  $V_{wp,Rd}$ , de forma a garantir o equilíbrio do binário de forças. Na Figura 3.28 está ilustrado o significado de  $z$ , correspondente ao braço de forças do binário medido entre a linha média da linha de parafusos em tração e o centro da zona de compressões, que se assume ao nível da linha média do banzo inferior da viga.

A Rigidez Rotacional é dada por:

$$S_{j,ini} = \frac{M}{\phi} = \frac{F \times z}{\frac{\delta_t}{z} + \frac{\delta_c}{z} + \frac{\delta_1}{z}} = \frac{F \times z^2}{E_a \times \left( \frac{1}{k_t} + \frac{1}{k_c} + \frac{1}{k_1} \right)} = \frac{E_a \times z^2}{\left( \frac{1}{k_t} + \frac{1}{k_c} + \frac{1}{k_1} \right)} \quad (3.7)$$

Com os valores dos Coeficientes de Rigidez ( $k_t$ ,  $k_c$  e  $k_1$ ) pode calcular-se o valor da Rigidez de Rotação ( $S_{j,ini}$ ).

A Rotação é dada por:

$$\phi = \frac{M_{j,Rd}}{S_{j,ini}} \quad (3.8)$$

No Anexo C serão apresentados todos os valores para o cálculo de  $M_{j,Rd}$  e  $S_{j,ini}$ , para todas as variações paramétricas consideradas.

Na Figura 3.29 está ilustrada a parte elástica do diagrama Momento Fletor – Rotação ( $M-\phi$ ) para o modelo 85 | 10 | 10 onde são indicados os valores de  $M_{j,Rd}$  e  $\phi$ .

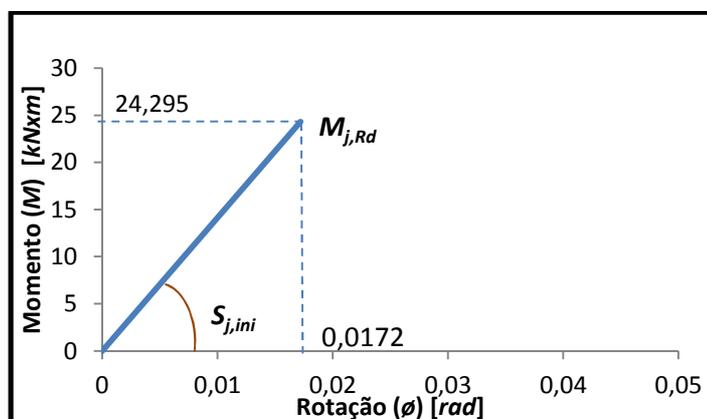


Figura 3.29 – Parte elástica da curva ( $M-\phi$ ) do modelo 85 | 10 | 10

Os valores de  $M_{j,Rd}$  e  $S_{j,ini}$  obtidos para todas as variações paramétricas aqui em estudo são apresentados no Quadro 3.5.

Quadro 3.5 –  $M_{j,Rd}$  e  $S_{j,ini}$  obtidos pelo Método das componentes

Modelo	$M_{j,Rd}$ (kN.m)	$S_{j,ini}$ (kN.m / rad)	$\phi$ (radianos)
85   10   10	24,3	1412	$17,2 \times 10^{-3}$
85   10   15	38,5	2894	$13,3 \times 10^{-3}$
85   15   15	47,5	4098	$11,6 \times 10^{-3}$
100   10   10	20,7	1585	$13,1 \times 10^{-3}$
100   10   15	39,0	3224	$12,1 \times 10^{-3}$
100   15   15	48,3	4077	$11,9 \times 10^{-3}$

### 3.8 $M_{j,Rd}$ e $S_{j,ini}$ obtidos das curvas numéricas

No ponto 3.5.2 foram apresentadas as Curvas  $M-\phi$ , obtidas numericamente por Joaquim Teixeira (Teixeira, 2012) para modelos de ligações cujas componentes eram iguais às estudadas isoladamente por Alberto Simões (Simões, 2011). Será a partir dessas curvas numéricas, que através de aproximação bilinear serão aqui determinados os valores do Momento Resistente ( $M_{j,Rd}$ ), Rotação ( $\phi$ ) e Rigidez Rotacional ( $S_{j,ini}$ ). Será feita uma aproximação bilinear às curvas e por meio de equações das retas será encontrado o ponto comum, ou seja, o valor de  $M_{j,Rd}$  e correspondente rotação. O valor da Rigidez elástica ( $S_{j,ini}$ )

para cada modelo estudado será dado pela inclinação do troço inicial, tal como preconizado pela NP EN1993-1-8.

A determinação dos valores de  $M_{j,Rd}$  e  $\phi$  será feita do mesmo modo que se efetuou no ponto 3.6.2 a determinação dos valores de  $F_c$  e  $\delta$ , ou seja, por interseção das retas de aproximação à curva. O valor de  $S_{j,ini}$  será dado pela inclinação da reta inicial (como exemplificado na Figura 3.29) através da expressão (3.8), fazendo:

$$S_{j,ini} = \frac{M_{j,Rd}}{\phi}$$

Os cálculos referentes a todos os modelos são apresentados no Anexo D. Os valores obtidos são exibidos no Quadro 3.6.

Quadro 3.6 – Valores de  $M_{j,Rd}$ ,  $S_{j,ini}$  e  $\phi$

Modelo	$M_{j,Rd}$ (kN.m)	$S_{j,ini}$ (kN.m / rad)	$\phi$ (radianos)
F 85   10   10	38,2	7562	$5,06 \times 10^{-3}$
F 85   10   15	58,9	10806	$5,46 \times 10^{-3}$
F 85   15   15	80,3	15787	$5,09 \times 10^{-3}$
F 100   10   10	37,0	8802	$4,21 \times 10^{-3}$
F 100   10   15	60,0	12095	$4,96 \times 10^{-3}$
F 100   15   15	80,8	18420	$4,39 \times 10^{-3}$

Apresenta-se na Figura 3.30, como exemplo, a aproximação bilinear ao gráfico  $M-\phi$  para o modelo F 85 | 10 | 10, nos restantes casos a aproximação foi feita de modo semelhante.

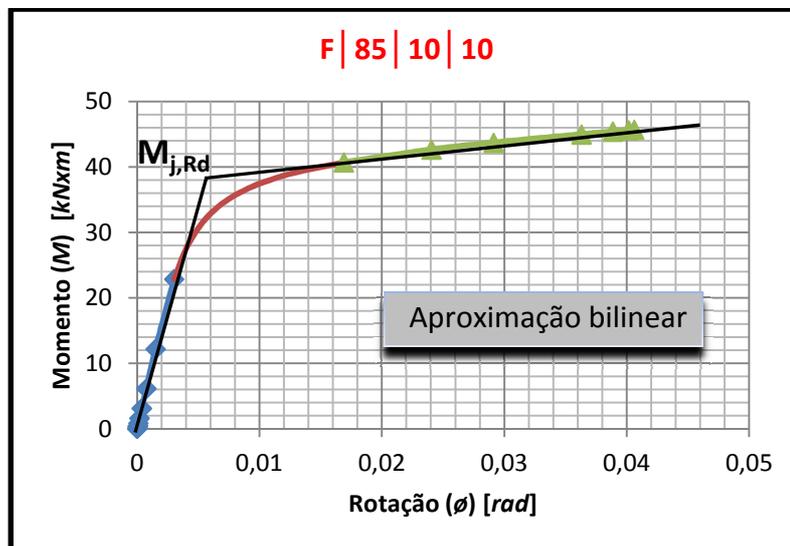


Figura 3.30 – Aproximação bilinear para cálculo de  $M_{j,Rd}$

## 4 CÁLCULO ANALÍTICO

### 4.1 Descrição

Neste Capítulo apresenta-se a formulação analítica disponível (Jaspart *et al*, 2005) para determinação dos Coeficientes de Rigidez e das Forças máximas ao nível das componentes alma do perfil U à tração e compressão fora do seu plano, banzos do perfil à tração, compressão, e corte. A partir destes valores irão ser calculados os valores de  $M_{j,Rd}$ ,  $\phi$  e  $S_{j,ini}$  das ligações em análise, sendo depois confrontados com os valores correspondentes obtidos por via numérica (Simões, 2011; Teixeira, 2012). Todas as componentes enunciadas são ilustradas na Figura 4.1, onde se pode ver a simulação das componentes por molas conforme preconizado pela NP EN1993-1-8 para o Método das Componentes. Essas são  $k_t$ ,  $k_3$ ,  $k_1$ ,  $k_c$  e  $k_2$ , correspondentes aos coeficientes de rigidez das componentes; alma à tração, banzos à tração, banzos ao corte, alma à compressão e banzos à compressão, respetivamente.

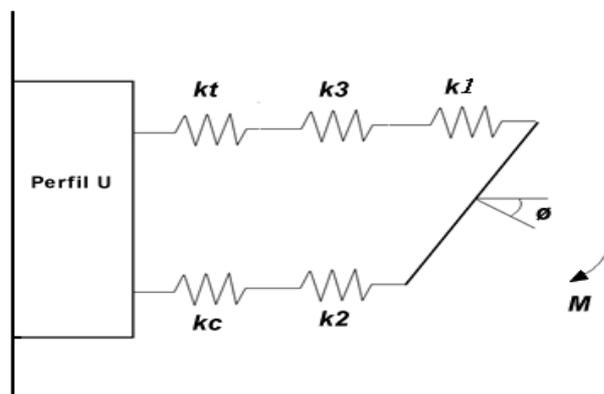


Figura 4.1 – Componentes

Como já foi referido anteriormente neste trabalho, as componentes alma do perfil U em tração e compressão por forças perpendiculares ao seu plano não se encontram caracterizadas em nenhum documento normativo, no que ao Método das Componentes diz respeito. É isso que se pretende fazer aqui, porém, e uma vez que não existem expressões para determinar esses

valores, o que se vai fazer é, de alguma forma, adaptar expressões já existentes para outros perfis (Jaspart *et al*, 2005), à realidade em estudo, ou seja ao perfil U. Também para as componentes banzos à tração, compressão e corte não existe formulação específica para o perfil U, embora aqui se possa usar a formulação prevista na NP EN1993-1-8 aplicável a ligações a pilares I ou H, com as adaptações descritas à frente no subcapítulo 4.2.

Obviamente que os valores encontrados serão estimativas aproximadas, pois para determinar as expressões e consequentes valores exatos, só com recurso a calibração através de ensaios experimentais ou simulações numéricas é possível obtê-los. Contudo fica aqui uma ordem de grandeza de valores que servirão de base para comparação com os valores já obtidos através da formulação numérica no capítulo anterior. Estes valores deverão ser analisados com sentido crítico; essa análise será feita no Capítulo 5 onde serão comparados com os obtidos através do cálculo numérico.

Apresentar-se-á aqui a formulação para o cálculo das componentes referidas. Os resultados para todos os modelos são apresentadas no Quadro 4.1. Os valores dos parâmetros para o cálculo referente a todos os modelos são apresentados nos Anexos E a I.

## 4.2 Formulação analítica

### 4.2.1 Introdução

As expressões para caracterização da componente alma do perfil U à tração e compressão foram retiradas do Anexo A.32 do Relatório do CIDECT (Jaspart *et al*, 2005).

Essas expressões foram definidas para uma ligação de uma viga I ou H com chapa de topo aparafusada ao pilar RHS. No presente trabalho pretende-se caracterizar um perfil U. O RHS é um perfil laminado com espessura constante enquanto o perfil U aqui analisado é constituído por chapas soldadas entre si. Uma vez que o perfil U está soldado ao pilar RHS, pode de certa forma considerar-se para esta análise que se trata de um perfil RHS constituído pela alma e banzos do U e fechado com a face do SHS, ou seja, pode assemelhar-se a um RHS feito com chapas soldadas, esta analogia é perceptível na Figura 4.2. Admitindo esta hipótese, as principais diferenças residem nos seguintes fatos:

- O RHS para o qual foram deduzidas as expressões consiste num perfil laminado. O suposto RHS (perfil U) considera-se formado por quatro chapas soldadas (considerando aqui a face do pilar que fecha o perfil U como um RHS).

- Segundo se pode entender pelo exposto no Anexo A.32 do documento do CIDECT (Jaspart *et al*, 2005), a ligação caracterizada é efetuada numa secção intermédia do pilar; isto sugere que nas expressões apresentadas é tida em conta, mesmo que de forma implícita, a contribuição da resistência da face do pilar, acima, e abaixo da ligação. No caso do perfil U essa contribuição não existe porque não há continuidade da alma do perfil U, para cima, ou para baixo da ligação.

A abordagem à formulação analítica preconizada pelo CIDECT (Jaspart *et al*, 2005) para esta componente relativamente à face do pilar RHS à tração e compressão transversal, ou seja, fora do seu plano, prevê dois tipos de ruína: um **mecanismo local** de cedência e um **mecanismo global** de cedência, conforme se ilustra nas Figuras 4.3 e 4.4, respetivamente. Para o mecanismo local de cedência é indicada uma fórmula, a qual dá o valor da força resistente para a tração entrando com as dimensões da zona de tração, e o valor da força resistente de compressão entrando com as dimensões da zona de compressão. O procedimento para o mecanismo global de cedência é idêntico apenas variando, como é óbvio, a fórmula. Para o cálculo dos coeficientes de rigidez existe também apenas uma expressão, que dá os valores em tração e compressão, consoante se entre com as dimensões da zona de tração ou de compressão, respetivamente.

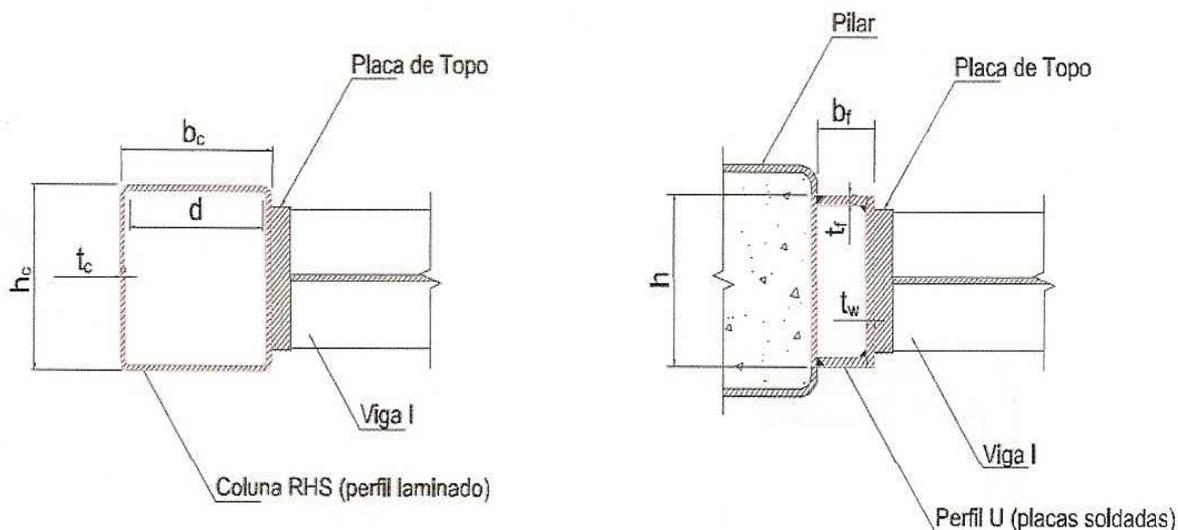


Figura 4.2 – Comparação de modelos

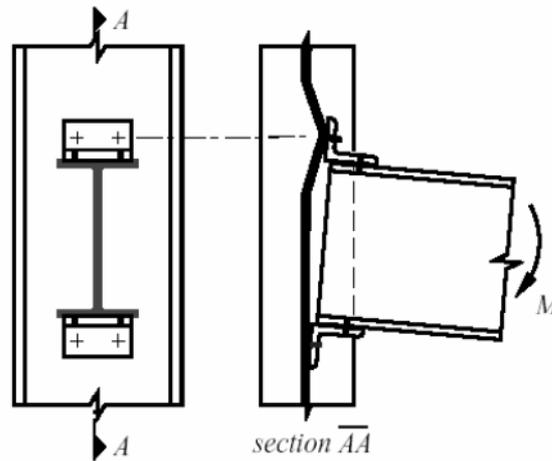


Figura 4.3 – Mecanismo local de cedência

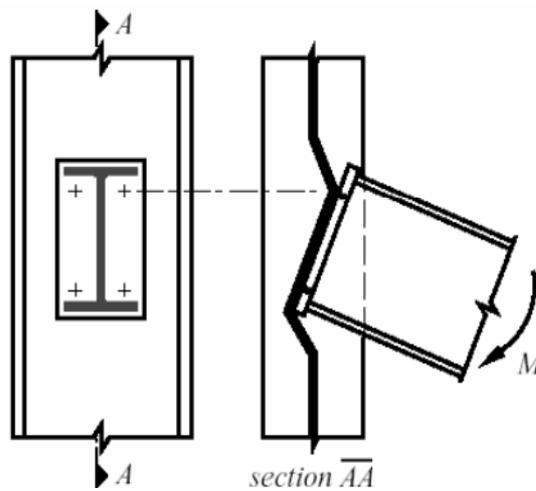


Figura 4.4 – Mecanismo global de cedência

#### 4.2.2 Componente alma do perfil U à tração

A força resistente à tração da componente alma do perfil U é dada por:

$$F_{Rd,t} = \min[ F_{Rd,loc}; F_{Rd,glob} ]$$

$$F_{Rd,loc} = \beta 4 m_{pl,Rd} \left[ \frac{\pi \sqrt{L(a+x)} + 2c}{a+x} + \frac{1,5cx + x^2}{\sqrt{3} t_w (a+x)} \right] \quad (4.1)$$

ou:

$$F_{Rd,loc} = \beta \frac{4\pi m_{pL,Rd}}{1-\frac{b}{L}} \left( \sqrt{1 - \frac{b}{L}} + \frac{2c}{\pi L} \right) \quad (4.2)$$

$$F_{Rd,glob} = \frac{F_{Rd,loc}}{2} + m_{pL,Rd} \left( \frac{2b}{h} + \pi + 2\rho \right) \quad (4.3)$$

#### ▪ Mecanismo Local

O primeiro parâmetro que tem de ser calculado é  $b_m$ , o qual é dado pela seguinte expressão:

$$b_m = L \left[ 1 - 0,82 \frac{t_w^2}{c^2} \left( 1 + \sqrt{1 + 2,8 \frac{c^2}{t_w L}} \right)^2 \right] \text{ mas } b_m \geq 0 \quad (4.4)$$

onde:

$L$  é o comprimento da área de cedência (Figura 4.5):  $L = d + 0,5 r$

$d$  é a distância livre da face do RHS

$r$  é o raio de concordância do RHS

$t_w$  é a espessura da face do RHS

$c$  é a altura do retângulo da zona de tração

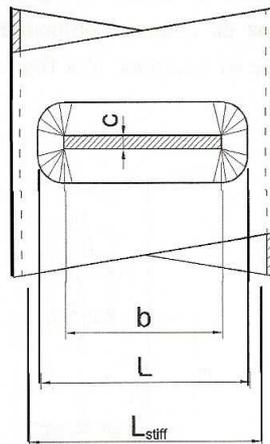


Figura 4.5 – Área de cedência

No caso presentemente em estudo não se está a analisar um perfil RHS, mas sim um perfil que se assumiu ser um “RHS” formado com chapas soldadas. Apesar de ser ilustrado no

modelo em estudo (Figura 3.1) o perfil U com soldadura de canto na ligação entre os banzos e a alma, na realidade essa soldadura deveria ser de chanfro como é ilustrado na Figura 4.6. E é efetivamente este tipo de soldadura que é executado numa aplicação real. Foi a soldadura de chanfro que foi considerada no modelo de elementos finitos tipo sólido usado por Joaquim Teixeira (Teixeira, 2012), ou seja, o perfil U foi considerado como uma peça contínua, entre a alma e os banzos. Alberto Simões (Simões, 2011) considerou elementos finitos tipo casca com solda, e modelou a soldadura pela linha média da soldadura de canto. Essa modelação teve como objetivo apenas conferir ao modelo uma maior rigidez, concedida pela existência da soldadura na ligação entre a alma e os banzos, não significa que o tipo de soldadura considerado fosse de canto. Aliás, ambos os autores (Simões, 2011; Teixeira, 2012) fizeram a comparação entre utilização de elementos finitos tipo casca com solda e elementos finitos tipo sólido, e chegaram à conclusão que os resultados eram suficientemente aproximados para que se pudesse utilizar uma ou outra modelação.

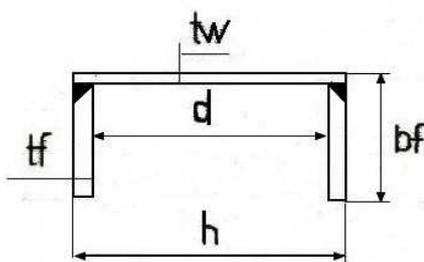


Figura 4.6 – Geometria do perfil U

Perante o que foi exposto, consideram-se para o cálculo a ser efetuado neste subcapítulo, os parâmetros geométricos relativos ao Perfil U que constam da Figura 4.5.

Resulta então:  $L = d$

$t_w$  é neste caso a espessura da alma do perfil U (Figura 4.6).

$c$  deve ser definido de acordo com a Figura 4.7.

Verifica-se por observação da figura 4.7 que  $c$  depende do diâmetro médio dos parafusos. Nos dois trabalhos de base (Simões, 2011; Teixeira, 2012) à presente tese não foram tidos em conta os parafusos, mas tiveram de ser considerados os furos para eles na alma do perfil U. Foi admitido que os parafusos utilizados seriam M24.

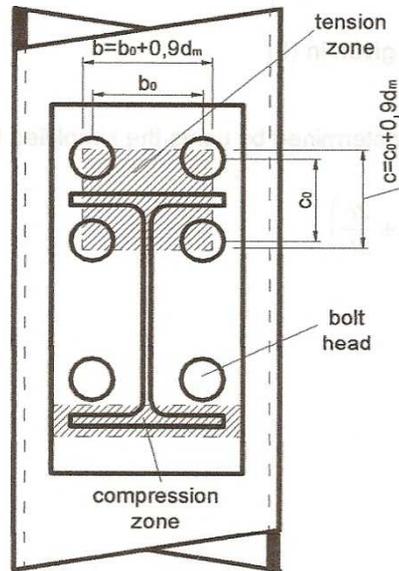


Figura 4.7 – Retângulos da zona de tração e compressão

$$d_m = \frac{d_1 + d_2}{2} \quad (4.5)$$

$d_1$ ,  $d_2$  e  $d_m$  têm o significado ilustrado na Figura 4.8.

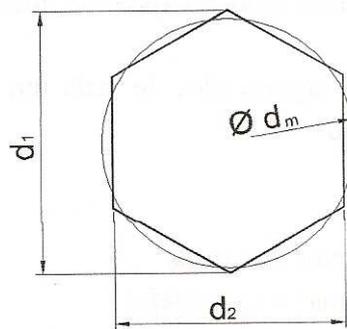


Figura 4.8 – Dimensões da cabeça do parafuso

Com os valores de  $L$ ,  $t_w$  e  $c$  pode calcular-se  $b_m$ . Este parâmetro será de seguida comparado com o valor de  $b$  (definido na Figura 4.7):

$$b = p_2 + 0,9 d_m \quad (4.6)$$

- Se  $b > b_m \Rightarrow$  a Força Resistente da alma do U em tração é dada por:

$$F_{Rd,loc} = \beta 4m_{pl,Rd} \left[ \frac{\pi\sqrt{L(a+x)}+2c}{a+x} + \frac{1,5cx+x^2}{\sqrt{3}t_w(a+x)} \right]$$

onde:

$$\beta \quad \begin{array}{l} \text{é um fator de redução dado por: } \beta = 0,7 + 0,6 \frac{b+c}{L} \quad \text{se } \frac{b+c}{L} \leq 0,5 \\ \beta = 1 \quad \text{se } \frac{b+c}{L} \geq 0,5 \end{array} \quad (4.7)$$

$m_{pl,Rd}$  é o momento plástico por unidade de comprimento:

$$m_{pl,Rd} = \frac{1}{4} t_w^2 f_y / \gamma_{M0} \quad (4.8)$$

$a$  é um parâmetro determinado por:  $a = L - b$  (4.9)

$x$  é um parâmetro dado por:

$$x = -a + \sqrt{a^2 - 1,5ac + \frac{\sqrt{3}t_w}{2} [\pi\sqrt{L(a+x_0)} + 4c]} \quad (4.10)$$

com:

$$x_0 = L \left[ \left( \frac{t_w}{L} \right)^{\frac{2}{3}} + 0,23 \frac{c}{L} \left( \frac{t_w}{L} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \left( \frac{b-b_m}{L-b_m} \right) \quad (4.11)$$

- Se  $b < b_m \Rightarrow$  a Força Resistente da alma do U em tração é dada por:

$$F_{Rd,loc} = \beta \frac{4\pi m_{pl,Rd}}{1-\frac{b}{L}} \left( \sqrt{1-\frac{b}{L}} + \frac{2c}{\pi L} \right)$$

#### ▪ Mecanismo global

$$F_{Rd,glob} = \frac{F_{Rd,loc}}{2} + m_{pl,Rd} \left( \frac{2b}{h} + \pi + 2\rho \right)$$

A expressão (4.3) para calcular a força de cedência no mecanismo global é válida se:

$$0,7 \leq \frac{h}{L-b} \leq 10 \quad (4.12)$$

onde  $h$  é o braço das forças ( $z$ )

$$\rho \text{ é um fator dado por: } \rho = 1 \quad \text{se } 0,7 \leq \frac{h}{L-b} \leq 1$$

$$\rho = \frac{h}{L-b} \quad \text{se } 1 \leq \frac{h}{L-b} \leq 10$$

▪ **Coeficiente de Rigidez da componente alma do U à tração ( $k_t$ )**

O valor do Coeficiente de Rigidez da componente alma do U à tração ( $k_t$ ), é dado pela expressão:

$$k_t = \frac{t_w^3}{14,4\beta L_{stiff}^2} \left( \frac{L_{stiff}^2}{bt_w} \right)^{1,25} \frac{\frac{c}{L_{stiff}} + \left(1 - \frac{b}{L_{stiff}}\right) \tan\theta}{\left(1 - \frac{b}{L_{stiff}}\right)^3 + \frac{10,4 \left(k_1 - k_2 \frac{b}{L_{stiff}}\right)}{\left(\frac{L_{stiff}}{t_w}\right)^2}} \quad (4.13)$$

onde:

$L_{stiff}$  é o comprimento reforçado dado por:  $L_{stiff} = d + r$

Neste caso, uma vez que  $r = 0$ :  $L_{stiff} = d = L$

$\theta$  é um parâmetro determinado por:

$$\theta = 35 - 10 \frac{b}{L_{stiff}} \quad \text{se } \frac{b}{L_{stiff}} < 0,7 \quad (4.14)$$

$$\theta = 49 - 30 \frac{b}{L_{stiff}} \quad \text{se } \frac{b}{L_{stiff}} \geq 0,7 \quad (4.15)$$

$$k_1 = 1,5$$

$$k_2 = 1,6$$

A expressão (4.13) é válida se:

$$10 \leq L_{stiff}/t_w \leq 50 \quad (4.16)$$

$$0,08 \leq b/L_{stiff} \leq 0,75 \quad (4.17)$$

$$0,05 \leq c/L_{stiff} \leq 0,20 \quad (4.18)$$

### 4.2.3 Componente alma do perfil U à compressão

A força resistente à compressão na alma do perfil U é dada por:

$$F_{Rd,c} = \min[ F_{Rd,loc}; F_{Rd,glob} ]$$

#### ▪ Mecanismo Local

Em comparação com o cálculo da força resistente da componente alma à tração, os únicos parâmetros que sofrem alteração são  $c$  e  $b$ , e obviamente os que dependem destes, os quais agora se referem ao retângulo da zona de compressão, de acordo com a Figura 4.5. As expressões (4.1) ou (4.12) indicadas para a resistência da componente alma à tração, no ponto 4.2.2 mantêm-se para o cálculo da componente alma à compressão, e o processo de cálculo é exatamente igual.

Para a componente alma do U em compressão:

$b$  é a largura da placa de topo

$c$  é no caso da compressão calculado considerando uma dispersão a  $45^\circ$  desde a altura da soldadura até à face da alma do perfil U. Abaixo do banzo da viga considera-se até ao limite da chapa de topo porque a dispersão teria um valor superior.

$$c = t_{fb} + \sqrt{2}a + t_p + (h_p - h_b)/2 \quad (4.19)$$

em que:

$t_{fb}$  é a espessura do banzo inferior da viga

$a$  é a espessura da soldadura entre o banzo inferior da viga e a chapa de topo

$h_p$  é a altura da chapa de topo

$h_b$  é a altura da viga

#### ▪ Mecanismo global

Tal como indicado para a formulação da força resistente do mecanismo local, também a expressão (4.3) e processo de cálculo para a força resistente do mecanismo global é igual à já

indicada para a componente alma do U à tração. As únicas variações são as de  $c$  e  $b$  (e consequentes), que agora são definidas da forma já indicada para o mecanismo local.

- **Coefficiente de Rigidez da componente alma do U à compressão ( $k_c$ )**

O valor do Coeficiente de Rigidez da componente alma do U à compressão ( $k_c$ ), é dado pela mesma expressão (4.13) indicada para a componente alma do U à tração. Os parâmetros que variam são  $c$  e  $b$ , os quais agora são calculados da forma já indicada para o cálculo da força resistente da componente alma à compressão. Os limites de validade de aplicação da expressão (4.13) mantêm-se.

#### 4.2.4 Componente banzos do perfil U à tração

Também para a determinação da força resistente e coeficiente de rigidez desta componente não existem fórmulas para a sua determinação direta; como tal serão usadas as fórmulas disponíveis para perfis I e H previstas na NP EN1993-1-8 com algumas adaptações que justificarei.

- **Força resistente da componente banzos do U à tração**

A NP EN1993-1-8 disponibiliza para o cálculo da força resistente desta componente a seguinte expressão:

$$F_{t,wc,Rd} = \frac{\omega b_{eff,t,wc} t_{wc} f_{y,wc}}{\gamma_{M0}} \quad (4.20)$$

onde:

$\omega$  é um fator de redução para ter em conta a interação com o esforço de corte na alma, neste caso banzos do perfil U

$b_{eff,t,wc}$  é o comprimento efetivo do T-stub equivalente

$b_{eff,t,wc} = l_{eff,I} = l_{eff,nc}$  mas  $l_{eff,I} \leq l_{eff,cp}$  de acordo com o Quadro 6.4 da NP EN1993-1-8

$$l_{eff,nc} = 4m + 1,25e \quad (4.21)$$

$$l_{eff,cp} = 2\pi m \quad (4.22)$$

Os valores de  $m$  e  $e$  são definidos de acordo com a Figura 4.8, com as devidas adaptações para o perfil U, nomeadamente o fato de não considerar a soldadura.

$t_{wc}$  é a espessura da alma, neste caso é duas vezes a espessura do banzo do perfil U

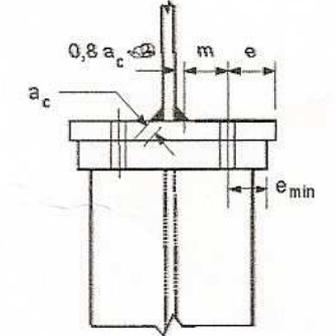


Figura 4.9 – Dimensões para o cálculo de  $l_{eff}$

$\omega$  é neste caso dado por:

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{1+1,3(b_{eff,c,wc}t_{wc}/A_{vc})}} \leq \beta = 1 \quad (4.23)$$

$$b_{eff,c,wc} = t_{fb} + 2\sqrt{2}a_p + 5(t_{fc} + s) + s_p \quad (4.24)$$

$t_{fb}$  é a espessura do banzo inferior da viga

$a_p$  é a espessura da soldadura entre a viga e a placa de topo, neste caso não vou considerar uma vez que nos modelos de elementos finitos (Teixeira, 2012) essa soldadura também não foi considerada

$s = 0$   $\Leftrightarrow$  não existe raio de concordância

$t_{fc}$  é, neste caso, a espessura da alma do U

$s_p$  é o comprimento obtido pela dispersão a 45° através da placa de topo

$A_{vc}$  é a área de corte

▪ **Coefficiente de Rigidez ( $k_3$ )**

O valor do Coeficiente de Rigidez associado a esta componente é dado por:

$$k_3 = \frac{0,7b_{eff,t,wc}t_{wc}}{d_c} \quad (4.25)$$

$b_{eff,t,wc}$  é agora dado pelo menor valor de  $l_{eff}$  considerando uma linha de parafusos isolada ou como parte de um grupo de linhas de parafusos, sendo neste caso  $l_{eff} = p$  que é a distância

entre as linhas de parafusos interiores, neste caso entre a linha de parafusos superior e a inferior.

$d_c$  é a distância livre dos banzos do U

#### 4.2.5 Componente banzos do perfil U à compressão

Também para a determinação da força resistente e coeficiente de rigidez desta componente não existem fórmulas para a sua determinação direta, como tal vou usar as fórmulas disponíveis para perfis I e H previstas na NP EN1993-1-8, da mesma forma que usei para a componente de tração.

- **Força resistente da componente banzos do U à compressão**

A NP EN1993-1-8 disponibiliza para o cálculo desta componente a seguinte expressão:

$$F_{c,wc,Rd} = \frac{\omega k_{wc} b_{eff,c,wc} t_{wc} f_{y,wc}}{\gamma_{M0}} \quad (4.26)$$

$$\text{Mas } F_{c,wc,Rd} \leq \frac{\omega k_{wc} \rho b_{eff,c,wc} t_{wc} f_{y,wc}}{\gamma_{M1}} \quad (4.27)$$

$$\begin{aligned} k_{wc} &= 1 \\ \rho &= 1 && \text{se } \bar{\lambda}_p \leq 0,72 \\ \rho &= (\bar{\lambda}_p - 0,2) / \bar{\lambda}_p^2 && \text{se } \bar{\lambda}_p > 0,72 \end{aligned} \quad (4.28)$$

$$\bar{\lambda}_p = 0,932 \sqrt{\frac{b_{eff,c,wc} d_{wc} f_{y,wc}}{E t_{wc}^2}} \quad (4.29)$$

$$d_{wc} = h_c - 2(t_{fc} + \sqrt{2} a_c) \quad (4.30)$$

- **Coeficiente de Rigidez ( $k_2$ )**

O coeficiente de Rigidez associado a esta componente é dado por:

$$k_2 = \frac{0,7 b_{eff,c,wc} t_{wc}}{d_c} \quad (4.31)$$

#### 4.2.6 Cálculo de $M_{i,Rd}$ , $S_{j,ini}$ e $\varnothing$

Apresentam-se no Quadro 4.1 os valores das forças resistentes ( $F_{Rd}$ ) e dos correspondentes coeficientes de rigidez ( $k_i$ ) calculados analiticamente para todas as componentes com base nas formulações apresentadas anteriormente nos pontos 4.2.2 a 4.2.5. Estão também os valores da resistência ao corte calculados analiticamente no ponto 3.6.3.

Quadro 4.1 – Valores das componentes calculados analiticamente

Componente	Modelo	$F_{Rd}$ (kN)	$k_i$ (m)
Alma à tração	85   10   10	171,8	$9,57 \times 10^{-4}$
	85   10   15	378,0	$1,45 \times 10^{-3}$
	85   15   15	409,2	$1,68 \times 10^{-3}$
	100   10   10	204,4	$9,23 \times 10^{-4}$
	100   10   15	434,9	$1,95 \times 10^{-3}$
	100   15   15	465,5	(**) $2,45 \times 10^{-3}$
Alma à compressão	85   10   10	299,0	(***) $4,95 \times 10^{-3}$
	85   10   15	585,3	(***) $5,77 \times 10^{-3}$
	85   15   15	(*) 636,0	(***) $1,57 \times 10^{-2}$
	100   10   10	299,0	(***) $4,95 \times 10^{-3}$
	100   10   15	585,3	(***) $5,77 \times 10^{-3}$
	100   15   15	(*) 636,0	(***) $1,57 \times 10^{-2}$
Banzos à tração	85   10   10	667,0	$3,15 \times 10^{-2}$
	85   10   15	608,9	$3,36 \times 10^{-2}$
	85   15   15	733,5	$5,04 \times 10^{-2}$
	100   10   10	599,2	$3,15 \times 10^{-2}$
	100   10   15	547,0	$3,36 \times 10^{-2}$
	100   15   15	565,2	$3,52 \times 10^{-2}$
Banzos à compressão	85   10   10	365,8	$1,95 \times 10^{-2}$
	85   10   15	408,9	$2,55 \times 10^{-2}$
	85   15   15	613,3	$3,82 \times 10^{-2}$
	100   10   10	365,8	$1,95 \times 10^{-2}$
	100   10   15	408,9	$2,55 \times 10^{-2}$
	100   15   15	613,3	$3,82 \times 10^{-2}$
Corte	85   10   10	228,6	$2,59 \times 10^{-3}$
	85   10   15	214,3	$2,43 \times 10^{-3}$
	85   15   15	321,5	$3,64 \times 10^{-3}$
	100   10   10	228,6	$2,59 \times 10^{-3}$
	100   10   15	214,3	$2,43 \times 10^{-3}$
	100   15   15	321,5	$3,64 \times 10^{-3}$

Os valores para o cálculo das componentes do Quadro 4.1 são apresentados nos Anexos E a I.

No Quadro 4.1 os valores assinalados com asterisco têm o seguinte significado:

(\*) Estes valores foram obtidos não respeitando o limite de validade (4.11)

(\*\*) Estes valores foram obtidos não respeitando o limite de validade (4.17)

(\*\*\*) Estes valores foram obtidos não respeitando os limites de validade (4.17) e (4.18)

A partir dos valores do Quadro 4.1 podem calcular-se os valores do Momento Resistente ( $M_{j,Rd}$ ), da Rigidez Rotacional ( $S_{j,ini}$ ) e da Rotação ( $\phi$ ) através das expressões (3.6), (3.7) e (3.8), respetivamente:

$$M_{j,Rd} = F_{t,Rd} \times z$$

$$S_{j,ini} = \frac{E_a z^2}{\sum \frac{1}{k_i}} = \frac{E_a \times z^2}{\left(\frac{1}{k_t} + \frac{1}{k_c} + \frac{1}{k_v} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3}\right)}$$

$$\phi = \frac{M_{j,Rd}}{S_{j,ini}}$$

Os valores para o cálculo de ( $M_{j,Rd}$ ), ( $S_{j,ini}$ ) e ( $\phi$ ) para todos os modelos encontram-se no Anexo J.

No Quadro 4.2 apresentam-se os valores obtidos para cada modelo estudado.

Quadro 4.2 – Resultados do cálculo analítico

Modelo	$M_{j,Rd} (kN.m)$	$S_{j,ini} (kN.m/rad)$	$\phi(rad)$
85   10   10	40,3	6738	$4,97 \times 10^{-3}$
85   10   15	50,3	8607	$5,84 \times 10^{-3}$
85   15   15	75,4	11803	$6,39 \times 10^{-3}$
100   10   10	48,0	6590	$7,28 \times 10^{-3}$
100   10   15	50,3	9911	$5,08 \times 10^{-3}$
100   15   15	75,4	14432	$5,22 \times 10^{-3}$

## 5 COMPARAÇÃO DE RESULTADOS

No Quadro 5.1 são exibidos os valores do Momento Resistente ( $M_{j,Rd}$ ), da Rigidez de Rotação elástica ( $S_{j,ini}$ ), e da Rotação ( $\phi$ ), obtidos a partir das curvas numéricas (Simões, 2011; Teixeira, 2012), e a partir dos resultados do cálculo analítico.

Quadro 5.1 – Resultados finais

Resultados	Modelos	$M_{j,Rd}$ (kN.m)	$S_{j,ini}$ (kN.m/rad)	$\phi$ (radianos)
(Simões, 2011)	85   10   10	24,3	1412	$17,20 \times 10^{-3}$
	85   10   15	38,5	2894	$13,30 \times 10^{-3}$
	85   15   15	47,5	4098	$11,59 \times 10^{-3}$
	100   10   10	20,7	1585	$13,06 \times 10^{-3}$
	100   10   15	39,0	3224	$12,08 \times 10^{-3}$
	100   15   15	48,3	4077	$11,85 \times 10^{-3}$
(Teixeira, 2012)	85   10   10	38,2	7562	$5,06 \times 10^{-3}$
	85   10   15	58,9	10806	$5,46 \times 10^{-3}$
	85   15   15	80,3	15787	$5,10 \times 10^{-3}$
	100   10   10	37,0	8802	$4,21 \times 10^{-3}$
	100   10   15	60,0	12095	$4,96 \times 10^{-3}$
	100   15   15	80,8	18420	$4,39 \times 10^{-3}$
Cálculo analítico	85   10   10	40,3	6738	$4,97 \times 10^{-3}$
	85   10   15	50,3	8607	$5,84 \times 10^{-3}$
	85   15   15	75,4	11803	$6,39 \times 10^{-3}$
	100   10   10	48,0	6590	$7,28 \times 10^{-3}$
	100   10   15	50,3	9911	$5,08 \times 10^{-3}$
	100   15   15	75,4	14432	$5,22 \times 10^{-3}$

Por observação do Quadro 5.1 é evidente a diferença de resultados obtidos a partir das curvas numéricas, para tração e compressão isoladamente (Simões, 2011), e para flexão (Teixeira, 2012).

Tendo em atenção que o modelo de ligação utilizado num e no outro trabalho (Simões, 2011; Teixeira, 2012) é rigorosamente igual em termos geométricos, e que os parâmetros estudados na presente Tese são comuns aos dois trabalhos, há que fazer uma tentativa de interpretação desses resultados.

Há um fator que deve ser assinalado, que é o fato de os modelos de elementos finitos escolhidos nos dois trabalhos serem diferentes. Enquanto o Alberto Simões utilizou no seu estudo elementos finitos tipo casca com modelação da solda, o Joaquim Teixeira optou por utilizar elementos finitos tipo sólido. Em ambos os trabalhos foi feita uma comparação entre a utilização de elementos finitos tipo casca com solda e elementos finitos tipo sólido, ambos os autores chegaram à conclusão que os resultados obtidos utilizando um ou outro modelo de elementos finitos era suficientemente aproximado para que se pudesse utilizar um ou outro.

No trabalho onde foi estudado o perfil U à flexão (Teixeira, 2012), foram utilizados elementos finitos tipo sólido, sendo esse fato justificado com a questão do modo de aplicação das cargas, o qual, segundo o autor (Teixeira, 2012), aproxima-se mais da realidade utilizando elementos de contato, elementos estes que o programa só permite que sejam utilizados com elementos finitos tipo sólido. Devido a esse fato optou por incluir no seu modelo a chapa de topo da viga bem como a própria viga, sendo a alma do perfil U e a chapa de topo modeladas como elementos finitos tipo sólido, é entre estes dois elementos que se dá o contato, e a viga como elemento finito tipo casca. A chapa de topo da viga tem uma rigidez considerável, superior à da alma do perfil U. Desta forma, ao considerar o contato entre a chapa de topo e a alma, e ao incluir também a viga, verifica-se uma maior aproximação do modelo à realidade, pois a rotação da alma do perfil U é condicionada pela chapa de topo da viga, e esta, por sua vez, é condicionada pela própria viga. Assim, a carga é aplicada diretamente na viga e transferida indiretamente através da chapa de topo para a alma do perfil U. Esta fica assim sujeita a um verdadeiro esforço de flexão, com tração na zona dos parafusos superiores e compressão na área de contato. Obtém-se desta forma diretamente o Momento Resistente ( $M_{j,Rd}$ ) e a Rigidez elástica ( $S_{j,ini}$ ) da componente alma do perfil U à flexão.

Na Figura 5.1 pode ver-se uma comparação entre deformadas genéricas da alma do perfil U, para modelo com chapa de topo e sem chapa de topo, obtidas por Joaquim Teixeira (Teixeira,

2012). Esta deformada foi obtida a meio da alma do perfil U, ou seja, a meia distância entre os parafusos. Nesta figura torna-se evidente, em particular na zona de compressão, a diferença entre as deformações exibidas pelos dois modelos.

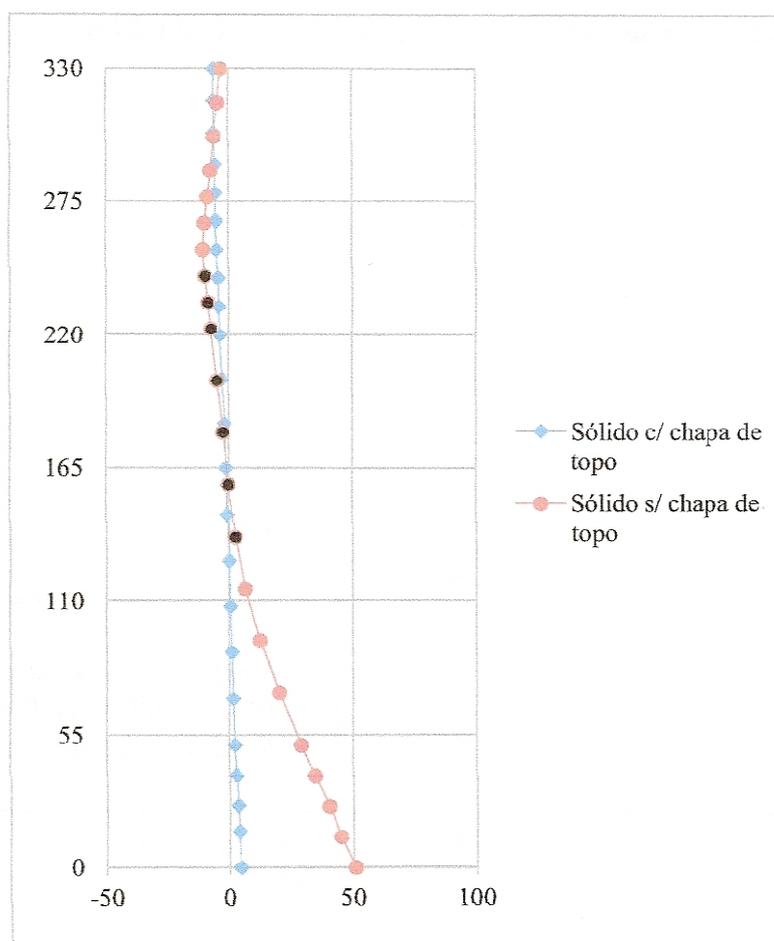


Figura 5.1 – Comparação de deformadas (modelo com e sem chapa de topo)

Com base nos dois parágrafos anteriores, pode concluir-se que os modelos de elementos finitos tipo casca com solda utilizados por Alberto Simões (Simões, 2011), levam a uma deformação exagerada, em particular na zona de compressão. Esta deformação elevada leva a que os valores obtidos para as componentes sejam mais baixos, uma vez que são subestimadas a capacidade resistente e a rigidez da ligação.

Quanto aos valores obtidos pelo cálculo analítico, e fazendo agora a comparação com os valores obtidos das curvas numéricas de Joaquim Teixeira (Teixeira, 2012), observa-se que

esses valores estão relativamente próximos. Seria de esperar, como se verificou, que os resultados do cálculo analítico fornecessem valores inferiores ao cálculo numérico, pois as fórmulas analíticas são, de uma maneira geral, conservadoras.

Fazendo uma análise dos resultados do cálculo analítico por observação do Quadro 4.1, verifica-se que a componente mais fraca, e dessa forma condicionante para a resistência do perfil U, é a componente de corte nos banzos. Esse fato apenas não se verifica nos modelos menos rígidos (85 | 10 | 10 e 100 | 10 | 10), em que a espessura da alma do perfil U é de 10 mm, sendo nesse caso condicionante a componente alma à tração. Pode concluir-se que aumentando a espessura da alma do perfil U, esta componente aumenta a sua resistência em tração, deixando de ser condicionante, passando a componente de corte a ser a condicionante.

Pode verificar-se por análise do Quadro 5.1, que é apenas nos dois modelos menos rígidos, referidos no parágrafo anterior, que os valores do cálculo analítico ultrapassam os valores obtidos das curvas numéricas (Teixeira, 2012), no que ao Momento Resistente diz respeito.

Os valores assinalados com (\*) no Quadro 4.1, apesar de terem sido obtidos por uma expressão cujo limite de validade não é verificado, não vão ter influência nos resultados finais. Estes valores referem-se à resistência da componente alma à compressão, a qual não vai ser condicionante no cálculo do valor do momento resistente.

Os valores assinalados no Quadro 4.1 com (\*\*), assim como os valores assinalados com (\*\*\*), referem-se aos valores dos coeficientes de rigidez cujo cálculo foi feito pela expressão (4.13) sem respeitar os limites de validade dessa. Esses valores vão ter influência direta no cálculo da rigidez rotacional. Por análise dos valores expostos no Quadro 4.1, verifica-se que esses valores, apesar de não ser possível apurar o seu valor exato, estão compreendidos na ordem de valores obtidos para as outras componentes. Isto permite pelo menos admitir que a variação do valor desses coeficientes de rigidez, quer seja para um valor superior ou inferior, não vai ter uma influência demasiado grande no cálculo da rigidez rotacional.

## 6 CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

### 6.1 Conclusões

O objetivo do presente trabalho era caracterizar no âmbito do Método dos Deslocamentos, as componentes alma do perfil U à tração e compressão fora do seu plano. Para isso obtiveram-se resultados para o valor dessas componentes a partir de curvas numéricas (Simões, 2011), dos quais se calcularam os valores de  $M_{j,Rd}$  e  $S_{j,ini}$ . Obtiveram-se os valores de  $M_{j,Rd}$  e  $S_{j,ini}$  diretamente a partir de curvas numéricas (Teixeira, 2012). Obtiveram-se também os valores das componentes a partir de cálculo analítico. Da análise desses resultados podem tirar-se as seguintes conclusões:

- Os valores dos coeficientes de rigidez obtidos por Alberto Simões (Simões, 2011) foram subestimados, devido à não consideração da chapa de topo.
- Os valores obtidos por Joaquim Teixeira (Teixeira, 2012), ao utilizar elementos finitos tipo sólido com chapa de topo e elementos de contato, estarão próximos da realidade.
- Os valores obtidos através do cálculo analítico, apesar de apresentarem valores relativamente próximos e com a mesma tendência dos obtidos a partir das curvas numéricas (Teixeira, 2012), são estimativas aproximadas.

### 6.2 Desenvolvimentos futuros

Seria desejável que em futuros trabalhos sobre o estudo deste tipo de configuração de ligação, se fizessem os seguintes desenvolvimentos:

- Fazer um estudo numérico das componentes alma do perfil U em tração e compressão de forma isolada, tal como foi feito por Alberto Simões (Simões, 2011), utilizando modelos de elementos finitos tipo sólido com chapa de topo e elementos de contato.
- Utilizar, em estudos numéricos, variações paramétricas que verifiquem os limites de validade da formulação analítica, para que dessa forma se possa fazer uma comparação mais concreta entre os resultados obtidos pelas duas formulações.
- Utilizar outras configurações com o perfil U, nomeadamente: duas linhas de parafusos em tração, uma interior e outra exterior; substituir a viga I por viga tubular soldada à chapa de topo.

## 7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Jaspart, J.P. et al (1998). “Application of the Component Method to Steel Joints”, Semi-Rigid Behaviour of Civil Engineering Structural Connections Conference, Liege, Belgium, pp125-143
- [2] Jaspart, J.P. et al (2005). “Development of a Full Consistent Design Approach for Bolted and Welded Joints in Building Frames and Trusses Between steel Members Made of Hollow and/or open Sections – Volume 1”. CIDECT Report: 5BP-4/05 (November 2005).
- [3] NPEN 1993-1-1, (2010). “Eurocódigo 3” – Projeto de estruturas de aço – Parte 1.1: Regras gerais e regras para edifícios, Instituto Português da Qualidade
- [4] NPEN 1993-1-8, (2010).”Eurocódigo 3” – Projeto de estruturas de aço – Parte 1.8: Projeto de ligações, Instituto Português da Qualidade
- [5] Simões, Alberto Belarmino dos Santos (2011). “Ligações Aparafusadas em Perfis Tubulares de Secção Fechada”. Tese de Mestrado Integrado, Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Coimbra.
- [6] Simões, Rui A. D. (2008). “Apontamentos das aulas teóricas”, Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Coimbra
- [7] Simões, Rui A. D. (2007). “Manual de Dimensionamento de Estruturas Metálicas”, 2ª edição, CMM – Associação Portuguesa de Construção Metálica e Mista, Coimbra, Portugal, ISBN: 978-972-98376-9-2.
- [8] Teixeira, Joaquim Agostinho Pereira (2012). “Estudo de Configurações Alternativas para Ligação a Perfis Tubulares de Secção Fechada”. Tese de Mestrado Integrado, Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Coimbra.

## ANEXO A - Valores para cálculo de $F_c$ e $k_e$ do ponto 3.6.2

### Modelo T | 85 | 10 | 10

$$\begin{aligned}y_1 &= 72,74 \cdot x \\y_2 &= 3,21 \cdot x + 98,97 \\F_{t,c} &= 103,537 \text{ kN} \\ \delta &= 1,4234 \text{ mm} \\k_e &= 3,464 \times 10^{-4} \text{ m}\end{aligned}$$

### Modelo T | 100 | 10 | 15

$$\begin{aligned}y_1 &= 185,766 \cdot x \\y_2 &= 5,804 \cdot x + 192,862 \\F_{t,c} &= 199,082 \text{ kN} \\ \delta &= 1,072 \text{ mm} \\k_e &= 8,843 \times 10^{-4} \text{ m}\end{aligned}$$

### Modelo T | 85 | 10 | 15

$$\begin{aligned}y_1 &= 150,546 \cdot x \\y_2 &= 4,632 \cdot x + 169,551 \\F_{t,c} &= 174,934 \text{ kN} \\ \delta &= 1,162 \text{ mm} \\k_e &= 7,169 \times 10^{-4} \text{ m}\end{aligned}$$

### Modelo T | 100 | 15 | 15

$$\begin{aligned}y_1 &= 275,308 \cdot x \\y_2 &= 7,268 \cdot x + 261,672 \\F_{t,c} &= 268,767 \text{ kN} \\ \delta &= 0,9762 \text{ mm} \\k_e &= 1,311 \times 10^{-3} \text{ m}\end{aligned}$$

### Modelo T | 85 | 15 | 15

$$\begin{aligned}y_1 &= 222,3086 \cdot x \\y_2 &= 5,583 \cdot x + 227,944 \\F_{t,c} &= 233,816 \text{ kN} \\ \delta &= 1,052 \text{ mm} \\k_e &= 1,058 \times 10^{-3} \text{ m}\end{aligned}$$

### Modelo C | 85 | 10 | 10

$$\begin{aligned}y_1 &= 42,7 \cdot x \\y_2 &= 4,45 \cdot x + 112,974 \\F_{c,c} &= 126,118 \text{ kN} \\ \delta &= 2,9536 \text{ mm} \\k_e &= 2,033 \times 10^{-4} \text{ m}\end{aligned}$$

### Modelo T | 100 | 10 | 10

$$\begin{aligned}y_1 &= 92,57 \cdot x \\y_2 &= 4,45 \cdot x + 112,974 \\F_{t,c} &= 118,68 \text{ kN} \\ \delta &= 1,282 \text{ mm} \\k_e &= 4,408 \times 10^{-4} \text{ m}\end{aligned}$$

### Modelo C | 85 | 10 | 15

$$\begin{aligned}y_1 &= 95,95 \cdot x \\y_2 &= 0,433 \cdot x + 163,453 \\F_{c,c} &= 164,194 \text{ kN} \\ \delta &= 1,7112 \text{ mm} \\k_e &= 4,569 \times 10^{-4} \text{ m}\end{aligned}$$

**Modelo C | 85 | 15 | 15**

$$y_1 = 131,086 \cdot x$$

$$y_2 = 0,799 \cdot x + 201,216$$

$$F_{c,c} = 202,45 \text{ kN}$$

$$\delta = 1,544 \text{ mm}$$

$$k_e = 6,244 \times 10^{-4} \text{ m}$$

**Modelo C | 100 | 10 | 15**

$$y_1 = 102,74 \cdot x$$

$$y_2 = 0,514 \cdot x + 165,189$$

$$F_{c,c} = 166,02 \text{ kN}$$

$$\delta = 1,616 \text{ mm}$$

$$k_e = 4,892 \times 10^{-4} \text{ m}$$

**Modelo C | 100 | 10 | 10**

$$y_1 = 45,255 \cdot x$$

$$y_2 = 1,037 \cdot x + 86,224$$

$$F_{c,c} = 88,247 \text{ kN}$$

$$\delta = 1,95 \text{ mm}$$

$$k_e = 2,155 \times 10^{-4} \text{ m}$$

**Modelo C | 100 | 15 | 15**

$$y_1 = 116,733 \cdot x$$

$$y_2 = 1,186 \cdot x + 203,726$$

$$F_{c,c} = 205,817 \text{ kN}$$

$$\delta = 1,763 \text{ mm}$$

$$k_e = 5,559 \times 10^{-4} \text{ m}$$

## ANEXO B - Valores para cálculo de $V_{wp,Rd}$ e $k_1$ do ponto 3.6.3

### Modelo 85 | 10 | 10

$$A = 3,6 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$h_w = 0,2 \text{ m}$$

$$t_w = 0,01 \text{ m}$$

$$A_{v,c} = 1,6 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$V_{wp,Rd} = 228,63 \text{ kN}$$

$$k_1 = 2,59 \times 10^{-3} \text{ m}$$

### Modelo 85 | 10 | 15

$$A = 4,5 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$h_w = 0,2 \text{ m}$$

$$t_w = 0,015 \text{ m}$$

$$A_{v,c} = 1,5 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$V_{wp,Rd} = 214,3 \text{ kN}$$

$$k_1 = 2,43 \times 10^{-3} \text{ m}$$

### Modelo 85 | 15 | 15

$$A = 5,25 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$h_w = 0,2 \text{ m}$$

$$t_w = 0,015 \text{ m}$$

$$A_{v,c} = 2,25 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$V_{wp,Rd} = 321,5 \text{ kN}$$

$$k_1 = 3,64 \times 10^{-3} \text{ m}$$

### Modelo 100 | 10 | 10

Os valores de  $V_{wp,Rd}$  e  $k_1$  são apenas dependentes das dimensões da alma e dos banzos do perfil U, neste caso o parâmetro que varia em relação ao modelo 85 | 10 | 10 é o afastamento entre parafusos, o qual não tem influência no cálculo da área de corte, como tal, os valores de  $V_{wp,Rd}$  e  $k_1$  para esta variação paramétrica são iguais aos já calculados para essa variação paramétrica, ou seja:

$$V_{wp,Rd} = 228,6 \text{ kN}$$

$$k_1 = 2,59 \times 10^{-3} \text{ m}$$

### Modelo 100 | 10 | 15

Pelas mesmas razões apresentadas no ponto anterior, os valores aqui obtidos são iguais aos da variação paramétrica 85 | 10 | 15, ou seja:

$$V_{wp,Rd} = 214,3 \text{ kN}$$

$$k_1 = 2,43 \times 10^{-3} \text{ m}$$

### Modelo 100 | 15 | 15

Seguindo a mesma linha de raciocínio do ponto anterior, os valores obtidos para esta variação paramétrica são iguais aos obtidos para o modelo 85 | 15 | 15, ou seja:

$$V_{wp,Rd} = 321,5 \text{ kN}$$

$$k_1 = 3,64 \times 10^{-3} \text{ m}$$

## ANEXO C - Valores para cálculo de $M_{j,Rd}$ , $S_{j,ini}$ e $\emptyset$ do Subcapítulo 3.7

### Modelo 85 | 10 | 10

$$\begin{aligned}F_{tr,Rd} &= 103,537 \text{ kN} \\M_{j,Rd} &= 24,295 \text{ kN.m} \\S_{j,ini} &= 1411,5 \text{ kN.m / rad} \\ \emptyset &= 1,72 \times 10^{-2} \text{ rad}\end{aligned}$$

### Modelo 100 | 10 | 10

$$\begin{aligned}F_{tr,Rd} &= 88,247 \text{ kN} \\M_{j,Rd} &= 20,7 \text{ kN.m} \\S_{j,ini} &= 1585 \text{ kN.m / rad} \\ \emptyset &= 1,31 \times 10^{-2} \text{ rad}\end{aligned}$$

### Modelo 85 | 10 | 15

$$\begin{aligned}F_{tr,Rd} &= 164,194 \text{ kN} \\M_{j,Rd} &= 38,528 \text{ kN.m} \\S_{j,ini} &= 2894 \text{ kN.m / rad} \\ \emptyset &= 1,33 \times 10^{-2} \text{ rad}\end{aligned}$$

### Modelo 100 | 10 | 15

$$\begin{aligned}F_{tr,Rd} &= 166,02 \text{ kN} \\M_{j,Rd} &= 38,96 \text{ kN.m} \\S_{j,ini} &= 3224 \text{ kN.m / rad} \\ \emptyset &= 1,21 \times 10^{-2} \text{ rad}\end{aligned}$$

### Modelo 85 | 15 | 15

$$\begin{aligned}F_{tr,Rd} &= 202,45 \text{ kN} \\M_{j,Rd} &= 47,5 \text{ kN.m} \\S_{j,ini} &= 4098 \text{ kN.m / rad} \\ \emptyset &= 1,16 \times 10^{-2} \text{ rad}\end{aligned}$$

### Modelo 100 | 15 | 15

$$\begin{aligned}F_{tr,Rd} &= 205,817 \text{ kN} \\M_{j,Rd} &= 48,29 \text{ kN.m} \\S_{j,ini} &= 4077 \text{ kN.m / rad} \\ \emptyset &= 1,19 \times 10^{-2} \text{ rad}\end{aligned}$$

## ANEXO D - Valores para cálculo de $M_{j,Rd}$ , $S_{j,ini}$ e $\phi$ do Subcapítulo 3.8

### Modelo 85 | 10 | 10

$$y_1 = 7561,02 \cdot x$$

$$y_2 = 210,276 \cdot x + 37,183$$

$$M_{j,Rd} = 38,247 \text{ kN.m}$$

$$\phi = 5,058 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

$$S_{j,ini} = 7561,69 \text{ kN.m / rad}$$

### Modelo 100 | 10 | 10

$$y_1 = 8801,6 \cdot x$$

$$y_2 = 555,84 \cdot x + 34,692$$

$$M_{j,Rd} = 37,03 \text{ kN.m}$$

$$\phi = 4,207 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

$$S_{j,ini} = 8802,06 \text{ kN.m / rad}$$

### Modelo 85 | 10 | 15

$$y_1 = 10806,32 \cdot x$$

$$y_2 = 251,167 \cdot x + 57,578$$

$$M_{j,Rd} = 58,948 \text{ kN.m}$$

$$\phi = 5,455 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

$$S_{j,ini} = 10806,2 \text{ kN.m / rad}$$

### Modelo 100 | 10 | 15

$$y_1 = 12095,64 \cdot x$$

$$y_2 = 395,42 \cdot x + 58,076$$

$$M_{j,Rd} = 60,04 \text{ kN.m}$$

$$\phi = 4,964 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

$$S_{j,ini} = 12094,8 \text{ kN.m / rad}$$

### Modelo 85 | 15 | 15

$$y_1 = 15786,15 \cdot x$$

$$y_2 = 329,505 \cdot x + 78,661$$

$$M_{j,Rd} = 80,338 \text{ kN.m}$$

$$\phi = 5,089 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

$$S_{j,ini} = 15786,56 \text{ kN.m / rad}$$

### Modelo 100 | 15 | 15

$$y_1 = 18418,8 \cdot x$$

$$y_2 = 499,104 \cdot x + 78,638$$

$$M_{j,Rd} = 80,83 \text{ kN.m}$$

$$\phi = 4,388 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

$$S_{j,ini} = 18420,3 \text{ kN.m / rad}$$

## ANEXO E - Valores para cálculo de $F_{Rd,t}$ do ponto 4.2.2

### Modelo 85 | 10 | 10

#### ▪ Mecanismo local

$$c = 0,03465 \text{ m}$$

$$b_m = 0,0908 \text{ m} > 0$$

$$b = 0,1197 \text{ m} \quad b > b_m$$

$$\frac{b+c}{L} = 0,858 > 0,5 \Rightarrow \beta = 1$$

$$m_{pl,Rd} = 6,875 \text{ kN.m/m}$$

$$a = 0,0603 \text{ m}$$

$$x_0 = 0,009476$$

$$x = 0,00863$$

$$F_{Rd,loc} = 179,3 \text{ kN}$$

#### ▪ Mecanismo global

$\frac{h}{L-b} = 3,891$  está compreendido no intervalo  $[0,7;10]$ ,  $\Rightarrow$  a expressão é válida

$$z = 0,23465 \text{ m}$$

$$\rho = \frac{h}{L-b} \leq 1 \leq \frac{h}{L-b} = 3,891 \leq 10$$

$$F_{Rd,glob} = 171,8 \text{ kN}$$

$$F_{Rd,t} = \min [179,3; 171,8] = 171,8 \text{ kN}$$

### Modelo 85 | 10 | 15

#### ▪ Mecanismo local

$$t_w = 15 \text{ mm} = 0,015 \text{ m}$$

$$L = 0,18 \text{ m}$$

$$c = 0,03465 \text{ m}$$

$$b = 0,1197 \text{ m}$$

$$b_m = 0,00735 \text{ m} \quad b > b_m$$

$$\frac{b+c}{L} = 0,856 > 0,5 \Rightarrow \beta = 1$$

$$m_{pl,Rd} = 15,47 \text{ kN.m/m}$$

$$a = 0,0603 \text{ m}$$

$$x_0 = 0,02461$$

$$x = 0,02542$$

$$F_{Rd,loc} = 386,4 \text{ kN}$$

#### ▪ Mecanismo global

$\frac{h}{L-b} = 3,891$  compreendido em  $[0,7;10]$   $\Rightarrow$  a expressão é válida

$$z = 0,23465 \text{ m}$$

$$\rho = \frac{h}{L-b} \leq 1 \leq \frac{h}{L-b} = 3,891 \leq 10$$

$$F_{Rd,glob} = 378,0 \text{ kN}$$

$$F_{Rd,t} = \min [386,4; 378,0] = 378,0 \text{ kN}$$

### Modelo 85 | 15 | 15

#### ▪ Mecanismo local

$$t_w = 15 \text{ mm} = 0,015 \text{ m}$$

$$L = 0,17 \text{ m}$$

$$c = 0,03465 \text{ m}$$

$$b = 0,1197 \text{ m}$$

$$b_m = 0,00376 \text{ m} \quad b > b_m$$

$$\frac{b+c}{L} = 0,908 > 0,5 \Rightarrow \beta = 1$$

$$m_{pl,Rd} = 15,47 \text{ kN.m/m}$$

$$a = 0,0503 \text{ m}$$

$$x_0 = 0,02597$$

$$x = 0,02947$$

$$F_{Rd,loc} = 409,2 \text{ kN}$$

#### ▪ Mecanismo global

$\frac{h}{L-b} = 4,67$  compreendido em  $[0,7;10]$   $\Rightarrow$  a expressão é válida

$$z = 0,23465 \text{ m}$$

$$\rho = 4,67$$

$$F_{Rd, glob} = 413,5 \text{ kN}$$

$$F_{Rd, t} = \min [409,2; 413,5] = 409,2 \text{ kN}$$

### Modelo 100 | 10 | 10

#### ▪ Mecanismo local

$$t_w = 10 \text{ mm} = 0,01 \text{ m}$$

$$L = 0,18 \text{ m}$$

$$c = 0,03465 \text{ m}$$

$$b = 0,1347 \text{ m}$$

$$b_m = 0,0908 \text{ m} \quad b > b_m$$

$$\frac{b+c}{L} = 0,94 > 0,5 \Rightarrow \beta = 1$$

$$m_{pl, Rd} = 6,875 \text{ kN.m/m}$$

$$a = 0,0453 \text{ m}$$

$$x_0 = 0,01439$$

$$x = 0,01568$$

$$F_{Rd, loc} = 207,3 \text{ kN}$$

#### ▪ Mecanismo global

$$\frac{h}{L-b} = 5,18 \text{ está compreendido em } [0,7; 10]$$

$$\Rightarrow \text{a expressão é válida}$$

$$z = 0,23465 \text{ m}$$

$$\rho = 5,18$$

$$F_{Rd, glob} = 204,4 \text{ kN}$$

$$F_{Rd, t} = \min [207,3; 204,4] = 204,4 \text{ kN}$$

### Modelo 100 | 10 | 15

#### ▪ Mecanismo local

$$t_w = 15 \text{ mm} = 0,015 \text{ m}$$

$$L = 0,18 \text{ m}$$

$$c = 0,03465 \text{ m}$$

$$b = 0,1347 \text{ m}$$

$$b_m = 0,0735 \text{ m} \quad b > b_m$$

$$\frac{b+c}{L} = 0,94 > 0,5 \Rightarrow \beta = 1$$

$$m_{pl, Rd} = 15,47 \text{ kN.m/m}$$

$$a = 0,0453 \text{ m}$$

$$x_0 = 0,0217$$

$$x = 0,032$$

$$F_{Rd, loc} = 434,9 \text{ kN}$$

#### ▪ Mecanismo global

$$\frac{h}{L-b} = 5,18 \text{ está compreendido em } [0,7; 10]$$

$$\Rightarrow \text{a expressão é válida}$$

$$z = 0,23465 \text{ m}$$

$$\rho = 5,18$$

$$F_{Rd, glob} = 444,0 \text{ kN}$$

$$F_{Rd, t} = \min [434,9; 444,0] = 434,9 \text{ kN}$$

### Modelo 100 | 15 | 15

#### ▪ Mecanismo local

$$t_w = 15 \text{ mm} = 0,015 \text{ m}$$

$$L = 0,17 \text{ m}$$

$$c = 0,03465 \text{ m}$$

$$b = 0,1347 \text{ m}$$

$$b_m = 0,00376 \text{ m} \quad b > b_m$$

$$\frac{b+c}{L} = 1,098 > 0,5 \Rightarrow \beta = 1$$

$$m_{pl, Rd} = 15,47 \text{ kN.m/m}$$

$$a = 0,0353 \text{ m}$$

$$x_0 = 0,0293$$

$$x = 0,0388$$

$$F_{Rd, loc} = 465,5 \text{ kN}$$

#### ▪ Mecanismo global

$$\frac{h}{L-b} = 6,647 \text{ está compreendido em } [0,7; 10]$$

$$\Rightarrow \text{a expressão é válida}$$

$$z = 0,23465 \text{ m}$$

$$\rho = 6,647$$

$$F_{Rd, glob} = 504,8 \text{ kN}$$

$$F_{Rd, t} = \min [465,5; 504,8] = 465,5 \text{ kN}$$

## ANEXO F - Valores para cálculo de $F_{Rd,c}$ do ponto 4.2.3

### Modelo 85 | 10 | 10

#### ▪ Mecanismo Local

$$t_w = 10 \text{ mm} = 0,01 \text{ m}$$

$$L = 0,18 \text{ m}$$

$$c = 0,0507 \text{ m}$$

$$b = 0,155 \text{ m}$$

$$b_m = 0,12 \text{ m} > 0 \quad b > b_m$$

$$\frac{b+c}{L} = 1,143 > 0,5 \Rightarrow \beta = 1$$

$$m_{pl,Rd} = 6,875 \text{ kN.m/m}$$

$$a = 0,025 \text{ m}$$

$$x_0 = 0,01788$$

$$x = 0,02858$$

$$F_{Rd,loc} = 299,0 \text{ kN}$$

#### ▪ Mecanismo global

$$0,7 \leq \frac{h}{L-b} \leq 10$$

$$\frac{h}{L-b} = 9,386 \text{ está compreendido no intervalo}$$

$$[0,7;10] \Rightarrow \text{expressão é válida}$$

$$\rho = \frac{h}{L-b} \leq 1 \leq \frac{h}{L-b} = 9,386 \leq 10$$

$$F_{Rd,glob} = 309,2 \text{ kN}$$

$$F_{Rd,c} = \min [299,0; 309,2] = 299,0 \text{ kN}$$

### Modelo 85 | 10 | 15

#### ▪ Mecanismo local

$$t_w = 15 \text{ mm} = 0,015 \text{ m}$$

$$L = 0,18 \text{ m}$$

$$c = 0,0507 \text{ m}$$

$$b = 0,155 \text{ m}$$

$$b_m = 0,0702 \text{ m} \quad b > b_m$$

$$\frac{b+c}{L} = 1,14 > 0,5 \Rightarrow \beta = 1$$

$$m_{pl,Rd} = 15,47 \text{ kN.m/m}$$

$$a = 0,025 \text{ m}$$

$$x_0 = 0,0305$$

$$x = 0,0487$$

$$F_{Rd,loc} = 585,3 \text{ kN}$$

#### ▪ Mecanismo global

$$\frac{h}{L-b} = 9,386 \text{ está compreendido em } [0,7;10]$$

$$\Rightarrow \text{a expressão é válida}$$

$$\rho = 9,386$$

$$F_{Rd,glob} = 652,1 \text{ kN}$$

$$F_{Rd,t} = \min [585,3; 652,1] = 585,3 \text{ kN}$$

### Modelo 85 | 15 | 15

#### ▪ Mecanismo local

$$t_w = 15 \text{ mm} = 0,015 \text{ m}$$

$$L = 0,17 \text{ m}$$

$$c = 0,0507 \text{ m}$$

$$b = 0,155 \text{ m}$$

$$b_m = 0,0634 \text{ m} \quad b > b_m$$

$$\frac{b+c}{L} = 1,21 > 0,5 \Rightarrow \beta = 1$$

$$m_{pl,Rd} = 15,47 \text{ kN.m/m}$$

$$a = 0,015 \text{ m}$$

$$x_0 = 0,0334$$

$$x = 0,0586$$

$$F_{Rd,loc} = 636,0 \text{ kN}$$

#### ▪ Mecanismo global

$$\frac{h}{L-b} = 15,6 \text{ **não** está compreendido em}$$

$$[0,7;10] \Rightarrow \text{a expressão **não** é válida}$$

$$\rho = 10$$

$$F_{Rd, glob} = 696,4 \text{ kN}$$

$$F_{Rd, t} = \min [636,0; 696,4] = 636,0 \text{ kN}$$

### Modelo 100 | 10 | 10

#### ▪ Mecanismo local

$$t_w = 10 \text{ mm} = 0,01 \text{ m}$$

$$L = 0,18 \text{ m}$$

$$c = 0,0507 \text{ m}$$

$$b = 0,155 \text{ m}$$

$$b_m = 0,12 \text{ m} \quad b > b_m$$

$$\frac{b+c}{L} = 1,14 > 0,5 \Rightarrow \beta = 1$$

$$m_{pl, Rd} = 6,875 \text{ kN.m/m}$$

$$a = 0,025 \text{ m}$$

$$x_0 = 0,01788$$

$$x = 0,0286$$

$$F_{Rd, loc} = 299,0 \text{ kN}$$

#### ▪ Mecanismo global

$$\frac{h}{L-b} = 9,386 \text{ está compreendido em } [0,7; 10]$$

$$\Rightarrow \text{a expressão é válida}$$

$$\rho = 9,386$$

$$F_{Rd, glob} = 309,2 \text{ kN}$$

$$F_{Rd, t} = \min [299,0; 309,2] = 299,0 \text{ kN}$$

### Modelo 100 | 10 | 15

#### ▪ Mecanismo local

$$t_w = 15 \text{ mm} = 0,015 \text{ m}$$

$$L = 0,18 \text{ m}$$

$$c = 0,0507 \text{ m}$$

$$b = 0,155 \text{ m}$$

$$b_m = 0,0702 \text{ m} \quad b > b_m$$

$$\frac{b+c}{L} = 1,358 > 0,5 \Rightarrow \beta = 1$$

$$m_{pl, Rd} = 15,47 \text{ kN.m/m}$$

$$a = 0,025 \text{ m}$$

$$x_0 = 0,0305$$

$$x = 0,0487$$

$$F_{Rd, loc} = 585,3 \text{ kN}$$

#### ▪ Mecanismo global

$$\frac{h}{L-b} = 9,386 \text{ está compreendido em } [0,7; 10]$$

$$\Rightarrow \text{a expressão é válida}$$

$$\rho = 9,386$$

$$F_{Rd, glob} = 652,0 \text{ kN}$$

$$F_{Rd, t} = \min [585,3; 652,0] = 585,3 \text{ kN}$$

### Modelo 100 | 15 | 15

#### ▪ Mecanismo local

$$t_w = 15 \text{ mm} = 0,015 \text{ m}$$

$$L = 0,17 \text{ m}$$

$$c = 0,0507 \text{ m}$$

$$b = 0,155 \text{ m}$$

$$b_m = 0,0634 \text{ m} \quad b > b_m$$

$$\frac{b+c}{L} = 1,21 > 0,5 \Rightarrow \beta = 1$$

$$m_{pl, Rd} = 15,47 \text{ kN.m/m}$$

$$a = 0,015 \text{ m}$$

$$x_0 = 0,0334$$

$$x = 0,0586$$

$$F_{Rd, loc} = 636,0 \text{ kN}$$

#### ▪ Mecanismo global

$$\frac{h}{L-b} = 15,6 \text{ **não** está compreendido em } [0,7; 10] \Rightarrow \text{a expressão **não** é válida}$$

$$\rho = 10$$

$$F_{Rd, glob} = 696,4 \text{ kN}$$

$$F_{Rd, t} = \min [636,0; 696,4] = 636,0 \text{ kN}$$

## ANEXO G - Valores para cálculo de $k_t$ e $k_c$ dos pontos 4.2.2 e 4.2.3

### Modelo 85 | 10 | 10

#### ▪ Tração

$$L_{stiff} = 0,18 \text{ m}$$

$$\frac{b}{L_{stiff}} = \frac{0,1197}{0,18} = 0,665 < 0,7 \Rightarrow \theta = 35 - 10 \frac{0,1197}{0,18} = 28,35^\circ$$

$$10 \leq 0,18/0,01 = 18 \leq 50 = 18 \text{ Verifica}$$

$$0,08 \leq 0,1197/0,18 = 0,665 \leq 0,75 \text{ Verifica}$$

$$0,05 \leq 0,03465/0,18 = 0,1925 \leq 0,20 \text{ Verifica}$$

$$k_t = 9,57 \times 10^{-4} \text{ m}$$

#### ▪ Compressão

$$\frac{b}{L_{stiff}} = \frac{0,155}{0,18} = 0,861 \geq 0,7 \Rightarrow \theta = 49 - 30 \frac{0,155}{0,18} = 23,17^\circ$$

$$10 \leq 0,18/0,01 = 18 \leq 50 \text{ Verifica}$$

$$0,08 \leq 0,155/0,18 = 0,861 \leq 0,75 \text{ Não Verifica}$$

$$0,05 \leq 0,0507/0,18 = 0,282 \leq 0,20 \text{ Não Verifica}$$

$$k_c = 4,95 \times 10^{-3} \text{ m}$$

### Modelo 85 | 10 | 15

#### ▪ Tração

$$L_{stiff} = 0,18 \text{ m}$$

$$\frac{b}{L_{stiff}} = \frac{0,1197}{0,18} = 0,665 < 0,7 \Rightarrow \theta = 35 - 10 \frac{0,1197}{0,18} = 28,35^\circ$$

$$10 \leq 0,18/0,015 = 12 \leq 50 \text{ Verifica}$$

$$0,08 \leq 0,1197/0,18 = 0,665 \leq 0,75 \text{ Verifica}$$

$$0,05 \leq 0,03465/0,18 = 0,1925 \leq 0,20 \text{ Verifica}$$

$$k_t = 1,45 \times 10^{-3} \text{ m}$$

#### ▪ Compressão

$$\frac{b}{L_{stiff}} = \frac{0,155}{0,18} = 0,861 \geq 0,7 \Rightarrow \theta = 49 - 30 \frac{0,155}{0,18} = 23,17^\circ$$

$$10 \leq 0,18/0,015 = 12 \leq 50 \text{ Verifica}$$

$$0,08 \leq 0,155/0,18 = 0,861 \leq 0,75 \text{ Não Verifica}$$

$$0,05 \leq 0,0507/0,18 = 0,282 \leq 0,20 \text{ Não Verifica}$$

$$k_c = 5,77 \times 10^{-3} \text{ m}$$

### Modelo 85 | 15 | 15

#### ▪ Tração

$$\frac{b}{L_{stiff}} = \frac{0,1197}{0,17} = 0,704 > 0,7 \Rightarrow \theta = 49 - 30 \frac{0,1197}{0,17} = 27,87^\circ$$

$$10 \leq 0,17/0,015 = 11,33 \leq 50 \quad \underline{\text{Verifica}}$$

$$0,08 \leq 0,1197/0,17 = 0,704 \leq 0,75 \quad \underline{\text{Verifica}}$$

$$0,05 \leq 0,03465/0,17 = 0,204 \leq 0,20 \quad \underline{\text{“Verifica”}}$$

$$k_t = 1,68 \times 10^{-3} \text{ m}$$

#### ▪ Compressão

$$\frac{b}{L_{stiff}} = \frac{0,155}{0,17} = 0,912 \geq 0,7 \Rightarrow \theta = 49 - 30 \frac{0,155}{0,17} = 21,65^\circ$$

$$10 \leq 0,17/0,015 = 11,33 \leq 50 \quad \underline{\text{Verifica}}$$

$$0,08 \leq 0,155/0,17 = 0,912 \leq 0,75 \quad \underline{\text{Não Verifica}}$$

$$0,05 \leq 0,0507/0,17 = 0,298 \leq 0,20 \quad \underline{\text{Não Verifica}}$$

$$k_c = 1,57 \times 10^{-2} \text{ m}$$

### Modelo 100 | 10 | 10

#### ▪ Tração

$$\frac{b}{L_{stiff}} = \frac{0,1347}{0,18} = 0,748 \geq 0,7 \Rightarrow \theta = 49 - 30 \frac{0,1347}{0,18} = 26,55^\circ$$

$$10 \leq 0,18/0,01 = 18,0 \leq 50 \quad \underline{\text{Verifica}}$$

$$0,08 \leq 0,1347/0,18 = 0,748 \leq 0,75 \quad \underline{\text{Verifica}}$$

$$0,05 \leq 0,03465/0,18 = 0,1925 \leq 0,20 \quad \underline{\text{Verifica}}$$

$$k_t = 9,23 \times 10^{-4} \text{ m}$$

#### ▪ Compressão

$$\frac{b}{L_{stiff}} = \frac{0,155}{0,18} = 0,861 \geq 0,7 \Rightarrow \theta = 49 - 30 \frac{0,155}{0,18} = 23,17^\circ$$

$$10 \leq 0,18/0,015 = 12 \leq 50 \quad \underline{\text{Verifica}}$$

$$0,08 \leq 0,155/0,18 = 0,861 \leq 0,75 \quad \underline{\text{Não Verifica}}$$

$$0,05 \leq 0,0507/0,18 = 0,282 \leq 0,20 \quad \underline{\text{Não Verifica}}$$

$$k_c = 4,95 \times 10^{-3} \text{ m}$$

### Modelo 100 | 10 | 15

#### ▪ Tração

$$L_{stiff} = 0,18 \text{ m}$$

$$\frac{b}{L_{stiff}} = \frac{0,1347}{0,18} = 0,748 > 0,7 \Rightarrow \theta = 49 - 30 \frac{0,1347}{0,18} = 26,55^\circ$$

$$10 \leq 0,18/0,015 = 12 \leq 50 \quad \underline{\text{Verifica}}$$

$$0,08 \leq 0,1347/0,18 = 0,748 \leq 0,75 \quad \underline{\text{Verifica}}$$

$$0,05 \leq 0,03465/0,18 = 0,1925 \leq 0,20 \quad \underline{\text{Verifica}}$$

$$k_t = 1,95 \times 10^{-3} \text{ m}$$

#### ▪ Compressão

$$\frac{b}{L_{stiff}} = \frac{0,155}{0,18} = 0,861 \geq 0,7 \Rightarrow \theta = 49 - 30 \frac{0,155}{0,18} = 23,17^\circ$$

$$10 \leq 0,18/0,015 = 12 \leq 50 \quad \underline{\text{Verifica}}$$

$$0,08 \leq 0,155/0,18 = 0,861 \leq 0,75 \quad \underline{\text{Não Verifica}}$$

$$0,05 \leq 0,0507/0,18 = 0,282 \leq 0,20 \quad \underline{\text{Não Verifica}}$$

$$k_c = 5,77 \times 10^{-3} \text{ m}$$

### Modelo 100 | 15 | 15

#### ▪ Tração

$$\frac{b}{L_{stiff}} = \frac{0,1347}{0,17} = 0,792 > 0,7 \Rightarrow \theta = 49 - 30 \frac{0,1347}{0,17} = 25,23^\circ$$

$$10 \leq 0,17/0,015 = 11,33 \leq 50 \quad \underline{\text{Verifica}}$$

$$0,08 \leq 0,1347/0,17 = 0,792 \leq 0,75 \quad \underline{\text{Não verifica}}$$

$$0,05 \leq 0,03465/0,17 = 0,204 \leq 0,20 \quad \underline{\text{“Verifica”}}$$

$$k_t = 2,45 \times 10^{-3} \text{ m}$$

#### ▪ Compressão

$$\frac{b}{L_{stiff}} = \frac{0,155}{0,17} = 0,912 \geq 0,7 \Rightarrow \theta = 49 - 30 \frac{0,155}{0,17} = 21,65^\circ$$

$$10 \leq 0,17/0,015 = 11,33 \leq 50 \quad \underline{\text{Verifica}}$$

$$0,08 \leq 0,155/0,17 = 0,912 \leq 0,75 \quad \underline{\text{Não Verifica}}$$

$$0,05 \leq 0,0507/0,17 = 0,298 \leq 0,20 \quad \underline{\text{Não Verifica}}$$

$$k_c = 1,57 \times 10^{-2} \text{ m}$$

## ANEXO H - Valores para cálculo de $F_{t,wc,Rd}$ e $k_3$ do ponto 4.2.4

### Modelo 85 | 10 | 10

$$\begin{aligned}l_{eff,nc} &= 203,125 \text{ mm} = 0,203125 \text{ m} \\l_{eff,cp} &= 235,62 \text{ mm} \geq l_{eff,nc} = 203,125 \text{ mm} \Rightarrow \\b_{eff,t,wc} &= l_{eff,nc} \\b_{eff,c,wc} &= 111,4 \text{ mm} = 0,1114 \text{ m} \\A_{vc} &= 1,6 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \\ \omega_1 &= 0,597 \\F_{t,wc,Rd} &= 667,0 \text{ kN} \\b_{eff,t,wc} &= p = 0,18 \text{ m} \\k_3 &= 0,0315 \text{ m}\end{aligned}$$

### Modelo 100 | 10 | 10

$$\begin{aligned}l_{eff,nc} &= 182,5 \text{ mm} = 0,1825 \text{ m} \\l_{eff,cp} &= 188,5 \text{ mm} \geq l_{eff,nc} = 182,5 \text{ mm} \Rightarrow \\b_{eff,t,wc} &= l_{eff,nc} \\b_{eff,c,wc} &= 0,1114 \text{ m} \\A_{vc} &= 1,6 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \\ \omega_1 &= 0,597 \\F_{t,wc,Rd} &= 599,2 \text{ kN} \\b_{eff,t,wc} &= p = 0,18 \text{ m} \\k_3 &= 0,0315 \text{ m}\end{aligned}$$

### Modelo 85 | 10 | 15

$$\begin{aligned}l_{eff,nc} &= 203,125 \text{ mm} = 0,203125 \text{ m} \\l_{eff,cp} &= 235,62 \text{ mm} \geq l_{eff,nc} = 203,125 \text{ mm} \Rightarrow \\b_{eff,t,wc} &= l_{eff,nc} \\b_{eff,c,wc} &= 0,1364 \text{ m} \\A_{vc} &= 1,5 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \\ \omega_1 &= 0,545 \\F_{t,wc,Rd} &= 608,9 \text{ kN} \\b_{eff,t,wc} &= p = 0,18 \text{ m} \\k_3 &= 0,0336 \text{ m}\end{aligned}$$

### Modelo 100 | 10 | 15

$$\begin{aligned}l_{eff,nc} &= 182,5 \text{ mm} = 0,1825 \text{ m} \\l_{eff,cp} &= 188,5 \text{ mm} \geq l_{eff,nc} = 182,5 \text{ mm} \Rightarrow \\b_{eff,t,wc} &= l_{eff,nc} \\b_{eff,c,wc} &= 0,1364 \text{ m} \\A_{vc} &= 1,5 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \\ \omega_1 &= 0,545 \\F_{t,wc,Rd} &= 547,0 \text{ kN} \\b_{eff,t,wc} &= p = 0,18 \text{ m} \\k_3 &= 0,0336 \text{ m}\end{aligned}$$

### Modelo 85 | 15 | 15

$$\begin{aligned}l_{eff,nc} &= 163,125 \text{ mm} = 0,163125 \text{ m} \\l_{eff,cp} &= 172,79 \text{ mm} \geq l_{eff,nc} = 163,125 \text{ mm} \Rightarrow \\b_{eff,t,wc} &= l_{eff,nc} \\b_{eff,c,wc} &= 0,1364 \text{ m} \\A_{vc} &= 2,25 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \\ \omega_1 &= 0,545 \\F_{t,wc,Rd} &= 733,5 \text{ kN} \\b_{eff,t,wc} &= p = 0,18 \text{ m} \\k_3 &= 0,0504 \text{ m}\end{aligned}$$

### Modelo 100 | 15 | 15

$$\begin{aligned}l_{eff,nc} &= 142,5 \text{ mm} = 0,1425 \text{ m} \\l_{eff,cp} &= 125,666 \text{ mm} < l_{eff,nc} = 142,5 \text{ mm} \Rightarrow \\b_{eff,t,wc} &= l_{eff,cp} \\b_{eff,c,wc} &= 0,1364 \text{ m} \\A_{vc} &= 2,25 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \\ \omega_1 &= 0,545 \\F_{t,wc,Rd} &= 565,2 \text{ kN} \\b_{eff,t,wc} &= 0,1257 \text{ m} \\k_3 &= 0,0352 \text{ m}\end{aligned}$$

## ANEXO I - Valores para cálculo de $F_{c,wc,Rd}$ e $k_2$ do ponto 4.2.5

### Modelo 85 | 10 | 10

$$\begin{aligned}b_{eff,c,wc} &= 0,1114 \text{ m} \\A_{vc} &= 1,6 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \\ \omega_1 &= 0,597 \\ \bar{\lambda}_p &= 0,16 \leq 0,72 \Rightarrow \rho = 1 \\ F_{C,wc,Rd} &= 365,8 \text{ kN} \\ k_2 &= 0,0195 \text{ m}\end{aligned}$$

### Modelo 100 | 10 | 10

$$\begin{aligned}b_{eff,c,wc} &= 0,1114 \text{ m} \\A_{vc} &= 1,6 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \\ \omega_1 &= 0,597 \\ \bar{\lambda}_p &= 0,16 \leq 0,72 \Rightarrow \rho = 1 \\ F_{C,wc,Rd} &= 365,8 \text{ kN} \\ k_2 &= 0,0195 \text{ m}\end{aligned}$$

### Modelo 85 | 10 | 15

$$\begin{aligned}b_{eff,c,wc} &= 0,1364 \text{ m} \\A_{vc} &= 1,5 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \\ \omega_1 &= 0,545 \\ \bar{\lambda}_p &= 0,17 \leq 0,72 \Rightarrow \rho = 1 \\ F_{C,wc,Rd} &= 408,9 \text{ kN} \\ k_2 &= 0,0255 \text{ m}\end{aligned}$$

### Modelo 100 | 10 | 15

$$\begin{aligned}b_{eff,c,wc} &= 0,1364 \text{ m} \\A_{vc} &= 1,5 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \\ \omega_1 &= 0,545 \\ \bar{\lambda}_p &= 0,17 \leq 0,72 \Rightarrow \rho = 1 \\ F_{C,wc,Rd} &= 408,9 \text{ kN} \\ k_2 &= 0,0255 \text{ m}\end{aligned}$$

### Modelo 85 | 15 | 15

$$\begin{aligned}b_{eff,c,wc} &= 0,1364 \text{ m} \\A_{vc} &= 2,25 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \\ \omega_1 &= 0,545 \\ \bar{\lambda}_p &= 0,114 \leq 0,72 \Rightarrow \rho = 1 \\ F_{C,wc,Rd} &= 613,3 \text{ kN} \\ k_2 &= 0,0382 \text{ m}\end{aligned}$$

### Modelo 100 | 15 | 15

$$\begin{aligned}b_{eff,c,wc} &= 0,1364 \text{ m} \\A_{vc} &= 2,25 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \\ \omega_1 &= 0,545 \\ \bar{\lambda}_p &= 0,114 \leq 0,72 \Rightarrow \rho = 1 \\ F_{C,wc,Rd} &= 613,3 \text{ kN} \\ k_2 &= 0,0382 \text{ m}\end{aligned}$$

## ANEXO J - Valores para cálculo de $M_{j,Rd}$ , $S_{j,ini}$ e $\phi$ do ponto 4.2.6

### Modelo 85 | 10 | 10

$$F_{tr,Rd} = 171,8 \text{ kN}$$

$$M_{j,Rd} = 40,3 \text{ kN.m}$$

$$S_{j,ini} = 6738 \text{ kN.m / rad}$$

$$\phi = 4,97 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

### Modelo 100 | 10 | 10

$$F_{tr,Rd} = 204,4 \text{ kN}$$

$$M_{j,Rd} = 48,0 \text{ kN.m}$$

$$S_{j,ini} = 6590 \text{ kN.m / rad}$$

$$\phi = 7,28 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

### Modelo 85 | 10 | 15

$$F_{tr,Rd} = 214,3 \text{ kN}$$

$$M_{j,Rd} = 50,3 \text{ kN.m}$$

$$S_{j,ini} = 8307 \text{ kN.m / rad}$$

$$\phi = 5,84 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

### Modelo 100 | 10 | 15

$$F_{tr,Rd} = 214,3 \text{ kN}$$

$$M_{j,Rd} = 50,3 \text{ kN.m}$$

$$S_{j,ini} = 9911 \text{ kN.m / rad}$$

$$\phi = 5,08 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

### Modelo 85 | 15 | 15

$$F_{tr,Rd} = 321,5 \text{ kN}$$

$$M_{j,Rd} = 75,4 \text{ kN.m}$$

$$S_{j,ini} = 11803 \text{ kN.m / rad}$$

$$\phi = 6,39 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

### Modelo 100 | 15 | 15

$$F_{tr,Rd} = 321,5 \text{ kN}$$

$$M_{j,Rd} = 75,4 \text{ kN.m}$$

$$S_{j,ini} = 14432 \text{ kN.m / rad}$$

$$\phi = 5,22 \times 10^{-3} \text{ rad}$$