



FCTUC FACULDADE DE CIÊNCIAS  
E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

DEPARTAMENTO DE  
ENGENHARIA MECÂNICA

# **Desenvolvimento de ferramenta numérica para propagação de fendas por fadiga usando software comercial**

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica na Especialidade de Produção e Projeto

## **Development of a numerical tool for fatigue crack growth using commercial software**

**Autor**

**Hugo Jesus Marques**

**Orientadores**

**Professor Doutor Fernando Jorge Ventura Antunes**

**Professor Doutor Ricardo Nuno Madeira Soares Branco**

**Júri**

**Presidente** Professora Doutora Ana Paula Bettencourt Martins Amaro  
Professor Auxiliar da Universidade de Coimbra

**Vogais** Professor Doutora Marta Cristina Cardoso de Oliveira  
Professora Auxiliar da Universidade de Coimbra

**Orientador** Professor Doutor Ricardo Nuno Madeira Soares Branco  
Professor Adjunto do Instituto Politécnico de Coimbra

---

**Coimbra, Julho, 2016**



“In the middle of difficulty lies opportunity.”

Albert Einstein

Aos meus pais e ao meu irmão.



## Agradecimentos

A realização desta dissertação não seria possível sem o contributo e apoio de algumas pessoas, às quais não posso deixar de prestar o meu reconhecimento e sincero agradecimento.

Ao orientador, Professor Doutor Ricardo Nuno Madeira Soares Branco, por todo o apoio prestado ao longo destes meses, pela total disponibilidade que sempre demonstrou, pela paciência nos momentos mais difíceis e por toda a motivação dada ao longo deste percurso. Sem o seu apoio incondicional este trabalho não seria possível, obrigado pelos conhecimentos transmitidos.

Ao orientador, Professor Doutor Fernando Jorge Ventura Antunes, pela disponibilidade e interesse em acompanhar o decorrer deste trabalho, apesar de termos trabalhado menos em conjunto.

Aos meus amigos bairradinos, por tudo o que se passou neste percurso académico, por serem a minha segunda família.

À minha família, especialmente às pessoas que foram, são e serão sempre a base principal da minha vida, os meus pais. Ao meu pai, por todo o esforço ao longo destes anos, um lutador. Ao meu irmão, por toda a ajuda, motivação e conselhos, por estar sempre disponível. Finalmente, à minha mãe, por ser a pessoa mais valiosa, por ser o pilar desta família e por simplesmente ser quem é. Sem estas pessoas este percurso seria impossível. Obrigado por tudo.

À Fundação para a Ciência e Tecnologia e ao Programa Operacional Temático Fatores de Competitividade (COMPETE), participado pelo fundo comunitário Europeu FEDER (Projeto PTDC/EMS-PRO/1356/2014; COMPETE: T449508144-00019113).





## Resumo

O fenómeno de fadiga é uma das principais causas de falha dos componentes mecânicos sujeitos a cargas cíclicas. Este fenómeno engloba três fases principais: nucleação e iniciação de fenda, propagação estável de fenda, e rotura final. Sendo um fenómeno bastante complexo e dependente de inúmeras variáveis, muita da investigação desenvolvida centra-se apenas numa das fases mencionadas. Este trabalho foca-se na fase de propagação estável de fenda. Por outro lado, devido ao crescente aumento das velocidades de processamento dos computadores da atualidade, a aplicação de métodos numéricos avançados, nomeadamente o Método dos Elementos Finitos, tem-se revelado muito eficaz no desenvolvimento de ferramentas fiáveis para estimar o tempo de serviço dos componentes suscetíveis de falhar por fadiga. Uma das abordagens numéricas mais eficientes é conhecida por técnica de remalhagem adaptativa. Contudo, esta técnica requer um conjunto muito específico de sub-rotinas, relativamente complexas, que não se encontram disponíveis nos principais *softwares* generalistas de elementos finitos.

Nesse sentido, o objetivo principal deste trabalho é desenvolver uma ferramenta numérica que interaja com *softwares* comerciais de elementos finitos e que permita estudar fenómenos de propagação de fendas por fadiga de forma amigável para o utilizador. A ferramenta desenvolvida implementa um procedimento de propagação automática de fenda, baseado na técnica de remalhagem adaptativa, compatível, nesta fase, com o *software* comercial de elementos finitos ABAQUS. Esta aplicação informática cria um modelo tridimensional de elementos finitos; obtém o campo de deslocamentos da peça fissurada; calcula os avanços nodais da frente de fenda aplicando curvas  $da/dN-\Delta K$ ; e, por fim, define uma nova frente de fenda usando funções *cubic spline*. Após o desenvolvimento do procedimento, procede-se à validação dos resultados numéricos, comparando-os com resultados experimentais obtidos para condições idênticas de propagação. Finalmente, o procedimento numérico é usado para estudar o efeito de diferentes variáveis (i.e. forma inicial de fenda, espessura, e expoente da lei de Paris) na evolução da forma da fenda; nos fatores de intensidade de tensão; e na vida de fadiga.

**Palavras-chave:** Fadiga, propagação de fendas por fadiga, técnica de remalhagem adaptativa, método dos elementos finitos, propagação automática de fenda, evolução da forma de fenda.



## Abstract

Fatigue phenomenon is a major cause of failure in mechanical components subject to cyclic loading. This phenomenon involves three main stages: crack nucleation and crack initiation, stable crack growth, and final fracture. It is a very complex phenomenon and depends on many variables. Due to this fact, much research is focused on only a single stage. This work is devoted to stable crack growth. Moreover, due to the high processing capacity of today's computers, the application of advanced numerical methods, in particular finite element method, has proved to be very effective in the development of reliable tools to predict the lifetime of components susceptible to fatigue failure. One of the most efficient numerical approaches is the adaptive re-meshing technique. However, this technique requires a set of specific subroutines, relatively complex, which are not available in the commercial finite element packages.

The main objective of this work is to develop a user-friendly numerical tool able to interact with commercial finite element software and able to address fatigue crack growth problems. The tool developed implements an automatic procedure based on an adaptive re-meshing technique, compatible, at this stage, with the ABAQUS finite element software. It consists of five main steps: development of a three-dimensional finite element model; calculation of the displacement field of the body; determination of the nodal advances along the crack front applying  $da/dN-\Delta K$  curves; and, finally, definition of a new crack front using cubic spline functions. After the development of the procedure, the numerical results are compared with those obtained experimentally, for validation purposes. Finally, the numerical procedure is used to study the effect of different variables (i.e. initial crack shape, thickness, and exponent of Paris law) on crack shape evolution; stress intensity factors; and fatigue life.

**Keywords** Fatigue, fatigue crack growth, adaptive re-meshing technique, finite element method, automatic crack growth, crack shape evolution.

## Índice

Índice de Figuras .....	xi
Índice de Tabelas .....	xiii
Simbologia e Siglas .....	xv
Simbologia.....	xv
Siglas .....	xvii
1. Introdução.....	1
1.1. Enquadramento .....	1
1.2. Objetivos.....	2
1.3. Estrutura da dissertação .....	3
2. Revisão Bibliográfica .....	5
2.1. Fadiga.....	5
2.2. Técnica de propagação automática de fenda .....	8
2.2.1. Modelo de dois graus de liberdade .....	9
2.2.2. Modelo de múltiplos graus de liberdade.....	10
2.3. Variáveis numéricas que afetam a exatidão da técnica de propagação automática de fenda .....	11
2.3.1. Método dos Elementos Finitos .....	12
2.3.2. Fator de intensidade de tensão.....	15
2.3.3. Modelo de propagação de fenda.....	16
2.4. Efeito das variáveis físicas na forma de fenda.....	16
2.4.1. Efeito da forma inicial de fenda .....	17
2.4.2. Efeito do expoente da Lei de Paris .....	18
2.5. <i>Software</i> .....	19
2.5.1. Abordagem numérica .....	19
2.5.2. Abordagem analítica.....	20
3. Definição do problema .....	23
3.1. Modelo físico .....	23
3.2. Modelo numérico.....	26
3.3. Modelo de propagação de fenda .....	28
4. Desenvolvimento da ferramenta numérica.....	31
4.1. Pré-Processamento.....	33
4.2. Processamento .....	34
4.3. Pós-Processamento .....	38
4.4. Validação experimental da ferramenta numérica .....	39
4.5. Resultados de propagação obtidos.....	40
5. Conclusões e trabalhos futuros .....	47
Referências Bibliográficas.....	51
Apêndice A.....	59



## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1. Principais etapas da falha por fadiga (Farahmand, 1997). .....	5
Figura 2.2. Curva típica $da/dN - \Delta K$ . .....	6
Figura 2.3. Técnica de propagação automática de fenda (Branco et al., 2015). .....	9
Figura 2.4. Estudo da forma de fenda considerando dois pontos-chave: a) definição dos incrementos locais dos nós chave da frente de fenda; b) definição da nova frente de fenda (Branco, 2006). .....	9
Figura 2.5. Estudo da forma de fenda considerando múltiplos pontos-chave: a) definição dos incrementos dos vários nós da frente de fenda; b) definição da nova frente de fenda (Branco, 2006). .....	11
Figura 2.6. Principais variáveis numéricas que afetam a exatidão da técnica de propagação automática de fenda (Branco et al., 2015). .....	12
Figura 2.7. Topologia típica de malhas de elementos finitos: a) malha em forma de teia de aranha; b) malha de transição; c) região fissurada; d) região não fissurada; e) modelo final (Branco et al., 2015). .....	13
Figura 2.8. Definição da forma da frente de fenda: a) linha poligonal; b) curva do tipo <i>cubic spline</i> (Branco et al., 2015). .....	15
Figura 2.9. Evolução de $a/b$ com $a/D$ em barras circulares sujeitas a tração (Lin e Smith, 1997). .....	17
Figura 2.10. Evolução de $a/b$ com $a/D$ para diferentes valores de $m$ (Couroneau e Royer, 1998). .....	18
Figura 3.1. Geometria MT: a) perspectiva tridimensional; b) vista de topo no plano da fenda. ....	23
Figura 3.2. a) Porção analisada do provete MT; b) condições de fronteira. ....	24
Figura 3.3. Carregamento: a) extremidades da superfície superior; b) toda a superfície superior; c) superfície da amarra; d) cíclicos de carga com amplitude constante. 25	
Figura 3.4. a) Malha de elementos finitos usada na discretização do provete M(T); b) Dimensão radial dos elementos da malha em teia de aranha e malha de transição. ....	27
Figura 3.5. Plano que contém a fenda. ....	27
Figura 3.6. a) Representação esquemática da determinação dos valores de intensidade de tensão ao longo da frente de fenda usando o método de extrapolação com dois pontos; b) identificação dos nós deslocados para um quarto da aresta (Branco, 2006). .....	29
Figura 4.1. Algoritmo genérico da ferramenta numérica. ....	32

Figura 4.2. a) Modelo 3D de elementos finitos; b) ampliação do refinamento da malha na direção da espessura; c) ampliação da região da malha em forma de teia de aranha. ....	36
Figura 4.3. Janela de verificação do decorrer da simulação.....	38
Figura 4.4. Comparação entre os resultados numéricos e experimentais da forma da frente de fenda à escala 10:1. ....	40
Figura 4.5. Evolução da forma de fenda a partir de uma frente de fenda com comprimento inicial igual a 3 mm: a) frente reta, com $t = 1.5mm$ ( $2t = 3mm$ ); b) frente reta, com $t = 3mm$ ( $2t = 6mm$ ); c) frente em <i>chevron</i> , com $t = 3mm$ ( $2t = 6mm$ ); d) frente em <i>chevron</i> invertido, com $t = 3mm$ ( $2t = 6mm$ ); e) ampliação da frente em <i>chevron</i> ; f) ampliação da frente em <i>chevron</i> invertido. ....	41
Figura 4.6. Evolução da relação $K_{mín}/K_{máx}$ com o comprimento de fenda adimensional $a/W$ . ....	42
Figura 4.7. Evolução do parâmetro de túnel $PT$ com o comprimento de fenda adimensional $a/W$ . ....	43
Figura 4.8. Variação do fator de intensidade de tensão ao longo da frente de fenda para diferentes comprimentos de fenda: a) frente reta; b) frente em <i>chevron</i> . ....	44
Figura 4.9. Evolução do número de ciclos com o comprimento de fenda adimensional $a/W$ . ....	45
Figura 4.10. Evolução do parâmetro de túnel $PT$ com o comprimento de fenda adimensional $a/W$ . ....	46
Figura 4.11. Evolução do número de ciclos com o comprimento de fenda adimensional $a/W$ . ....	46

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 3.1. Propriedades mecânicas (Borrego, 2001).....	25
Tabela 3.2. Constantes da lei de Paris ( $da/dN-\Delta K$ [m/ciclo; MPa m <sup>1/2</sup> ]) (Borrego, 2001).	26
Tabela 4.1. Etapas principais do estágio de Processamento.....	35
Tabela 4.2. Características dos ensaios de sobrecarga para $\Delta P$ constante (Borrego, 2001). .....	39





---

## SIMBOLOGIA E SIGLAS

### Simbologia

$a$  – Comprimento de fenda

$a_0$  – Comprimento inicial de fenda

$a_f$  – Limite superior de integração

$a_i$  – Limite inferior de integração

$C$  e  $m$  – Constantes da lei de Paris

$d$  – Diferença entre os nós mais avançado e mais recuado da frente de fenda

$da/dN$  – Velocidade de propagação da fenda

$E$  – Módulo de Young

$E'$  – Módulo de Young modificado

$F$  – Carga aplicada

$F_{máx}$  – Carga máxima aplicada

$F_{mín}$  – Carga mínima aplicada

$g$  – Dimensão da amarra

$h$  – Altura do provete

$i$  – Nó arbitrário  $i$

$J$  – Integral-J

$K$  – Fator de intensidade de tensão

$K_{1c}$  – Tenacidade à fratura do material

$K_c$  – Valor crítico do fator de intensidade de tensão

$K^{máx}$  – Valor máximo do fator de intensidade de tensão do ciclo de carga

$K^{mín}$  – Valor mínimo do fator de intensidade de tensão do ciclo de carga

$K_{máx}$  – Valor máximo do fator de intensidade de tensão da frente de fenda

$K_{mín}$  – Valor mínimo do fator de intensidade de tensão da frente de fenda

- $L_1$  – Dimensão radial dos elementos singulares  
 $n$  – Número de nós de canto  
 $N_f$  – Número de ciclos de fadiga  
 $PT$  – Parâmetro de túnel  
 $R$  – Razão de tensão  
 $t$  – Espessura do provete  
 $w$  – Largura do provete  
 $X$  – Coordenada no eixo Ox  
 $Y$  – Coordenada no eixo Oy  
 $Y$  – Fator geométrico  
 $Z$  – Coordenada no eixo Oz  
 $\delta_i$  – Deslocamento do nó arbitrário  $i$  da frente de fenda  
 $\Delta a$  – Incremento global de fenda  
 $\Delta a_i$  – Incremento de fenda para um nó arbitrário  $i$  da frente de fenda  
 $\Delta a_{máx}^{(j)}$  – Incremento máximo de fenda para o incremento  $j$ .  
 $\Delta K$  – Gama do fator de intensidade de tensão  
 $\Delta K_{lf}$  – Valor limiar da gama do fator de intensidade de tensão  
 $\nu$  – Coeficiente de Poisson  
 $\sigma$  – Tensão remota aplicada  
 $\sigma_{máx}$  – Tensão máxima do ciclo de carga  
 $\sigma_{mín}$  – Tensão mínima do ciclo de carga

## **Siglas**

ASCII – Código Padrão Americano para o Intercâmbio de Informação  
(*American Standard Code for Information Interchange*)

MEF – Método dos Elementos Finitos

MFLE – Mecânica da Fratura Linear Elástica

OLR – Taxa de Sobrecarga (*Overload Rate*)



# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1. Enquadramento

O estudo de fenómenos ocorridos em materiais de engenharia, quando solicitados por cargas dinâmicas, é um aspeto crucial para prevenir adversidades e falhas inesperadas que possam ocorrer nos componentes mecânicos. Um dos fenómenos mais relevantes a este respeito é o fenómeno de fadiga.

O fenómeno de fadiga tem sido identificado como uma das causas mais importantes que afetam a integridade estrutural a longo prazo de componentes mecânicos e estruturas de engenharia submetidos a cargas cíclicas (Branco et al., 2012).

Este fenómeno engloba três etapas principais: iniciação de fenda, propagação de fenda e rotura final. Assim, é uma prioridade evitar a rotura por fadiga, de modo a reduzir os danos materiais, económicos e sociais que esta possa causar.

A fadiga é um fenómeno bastante complexo e depende de múltiplas variáveis. Por essa razão, muita da investigação desenvolvida centra-se em apenas uma das fases referidas anteriormente. Em muitos componentes, particularmente em componentes com entalhes (Branco et al., 2012), a fase de propagação ocupa uma parte significativa da vida total, e, por isso, torna-se fundamental dispor de ferramentas fiáveis para estimar o tempo de serviço dos componentes e, também, para definir intervalos de inspeção adequados.

Uma das técnicas numéricas mais utilizadas para estudar a propagação de fendas por fadiga é a técnica de propagação automática de fenda baseada no Método dos Elementos Finitos (MEF). Esta técnica, assente no conceito de remalhagem (Smith e Cooper, 1989), pode ser dividida em quatro etapas principais: (i) geração do modelo de elementos finitos com definição explícita da forma de fenda inicial; (ii) cálculo da gama efetiva do fator de intensidade de tensão ao longo da frente de fenda; (iii) cálculo dos avanços dos nós da frente de fenda aplicando curvas  $da/dN-\Delta K$  experimentais; (iv) definição da nova frente de fenda. Estas etapas são repetidas até à fratura final da peça o que permite, por um lado, estudar a evolução da forma da fenda, e, por outro, estimar a vida de fadiga.

Esta técnica tem sido aplicada ao longo das últimas três décadas com grande sucesso, como comprovam os inúmeros trabalhos publicados ao longo dos tempos por diferentes autores (Branco et al., 2015). Atualmente existem vários *softwares* baseados na técnica de remalhagem para análise de fenómenos de propagação de fendas por fadiga, alguns exemplos são: ADAPCRACK (Fulland et al., 2000, 2001, 2002, 2003), CRACKTRACER (Bremberg e Dhondt, 2008, 2009), FRANC3D (Carter et al., 2000), LYNX (Branco et al., 2014), PROCRAK (Rabold et al., 2013, 2014) e ZENCRACK (Zentech Inc., 2009). Porém, à exceção do último, todos eles foram desenvolvidos por grupos de investigação e não estão disponíveis comercialmente. Em geral, são, apenas, utilizados pelos respetivos grupos de investigação que os desenvolveram. O ZENCRACK, embora se encontre acessível, apresenta algumas limitações (que serão discutidas, em pormenor, no capítulo seguinte) e a sua fiabilidade está confinada a casos de propagação mais simples.

No entanto, como o estudo de propagação de fendas por fadiga, baseado em técnicas de remalhagem, requer um conjunto muito específico de sub-rotinas, de relativa complexidade, e estas não se encontram disponíveis nas principais soluções generalistas de *software* de elementos finitos da atualidade (ABAQUS (Maligno et al., 2010), ANSYS (Chandwani et al., 2004), MARC (Timbrell et al., 2000), etc.), seria muito interessante desenvolver uma nova ferramenta numérica para estudos de propagação de fendas por fadiga que fosse compatível com os softwares referidos, pois a sua utilização é transversal à comunidade científica envolvida no estudo do fenómeno de fadiga.

## 1.2. Objetivos

Neste trabalho o objetivo principal é desenvolver uma ferramenta numérica que interaja com *softwares* comerciais de elementos finitos, nomeadamente ABAQUS, por ser um dos principais softwares utilizados pela comunidade envolvida em estudos de fenómenos de fadiga. A ferramenta numérica basear-se-á num conjunto de sub-rotinas genéricas divididas em três tipos: (i) sub-rotinas associadas à geração do modelo de elementos finitos; (ii) sub-rotinas associadas ao avanço da fenda; (iii) sub-rotinas associadas ao armazenamento e análise de resultados. O novo *software* será desenvolvido com base na técnica de remalhagem adaptativa.

É pretendido, mais especificamente, que:

- a ferramenta seja totalmente automática, cabendo ao utilizador a definição das variáveis geométricas, das propriedades do material, das propriedades de propagação, do carregamento e da densidade da malha de elementos finitos;
- o procedimento seja suficientemente flexível para permitir a definição da forma inicial da frente de fenda com um número variável de nós de canto; e que a razão de tensão do carregamento possa também ser definida pelo utilizador;
- os fatores de intensidade de tensão da frente de fenda devem poder ser calculados, quer com métodos diretos, quer com métodos energéticos;
- a ferramenta desenvolvida não deve requer grandes conhecimentos sobre a técnica de propagação automática de fenda, de modo a ser acessível para qualquer utilizador;
- os resultados de saída habitualmente obtidos com esta técnica, nomeadamente a evolução da forma da fenda, os fatores de intensidade de tensão ao longo da frente de fenda, e a vida de fadiga devem ser guardados de forma sistemática para facilitar as análises.

### **1.3. Estrutura da dissertação**

A presente dissertação está dividida em cinco capítulos:

- Capítulo 2: Este capítulo descreve conceitos e definições teóricas fundamentais para uma boa compreensão do presente trabalho. São, ainda, referidos alguns estudos realizados por outros autores que abordam vários temas em que se insere esta dissertação;
- Capítulo 3: Diz respeito à definição do problema. É realizada uma descrição específica do modelo físico, modelo numérico e modelo de propagação de fenda utilizados neste trabalho;
- Capítulo 4: Neste capítulo é descrito todo o procedimento realizado para o desenvolvimento da ferramenta numérica. São ainda analisados, comparados e discutidos os resultados obtidos;

- Capítulo 5: Capítulo onde são apresentadas as conclusões finais da dissertação e são propostos trabalhos futuros.

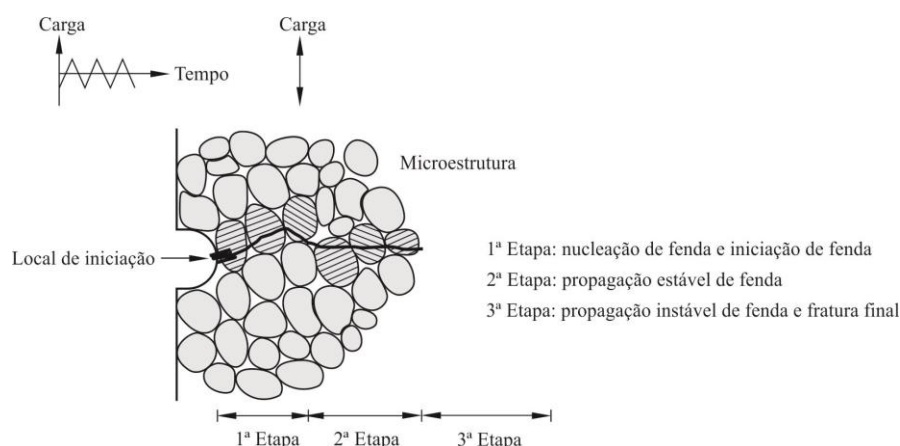


## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1. Fadiga

A fadiga é uma alteração progressiva, localizada e permanente que ocorre em componentes mecânicos sujeitos a campos de deformação repetidos ou flutuantes causados por tensões nominais consideravelmente abaixo da resistência à tração dos materiais envolvidos (Branco, 2013).

A falha por fadiga é um processo sequencial que envolve três etapas principais, retratadas na Figura 2.1. A primeira etapa é a de iniciação de fenda, que engloba a nucleação e o crescimento microscópico da fenda, sendo, geralmente, um fenómeno de superfície, por se encontrar aí uma maior concentração de tensões e uma maior suscetibilidade de ocorrência de deformações plásticas. A segunda etapa é a propagação estável da fenda, caracterizada pelo crescimento macroscópico da fenda, onde se verifica um aumento progressivo da sua velocidade de propagação e tamanho. A última etapa é a rotura final, caracterizada por um período de propagação instável da fenda culminando numa fratura da secção transversal remanescente do componente mecânico.



**Figura 2.1.** Principais etapas da falha por fadiga (Farahmand, 1997).

A metodologia da Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE) tem sido fundamental para a análise de propagação de fendas por fadiga. Irwin (1958) mostrou que

a magnitude de tensão à frente da extremidade da fenda podia ser expressa em termos do fator de intensidade de tensão,  $K$ . Este fator quantifica a intensidade de tensões provocada pela existência da fenda, sendo dado pela seguinte expressão:

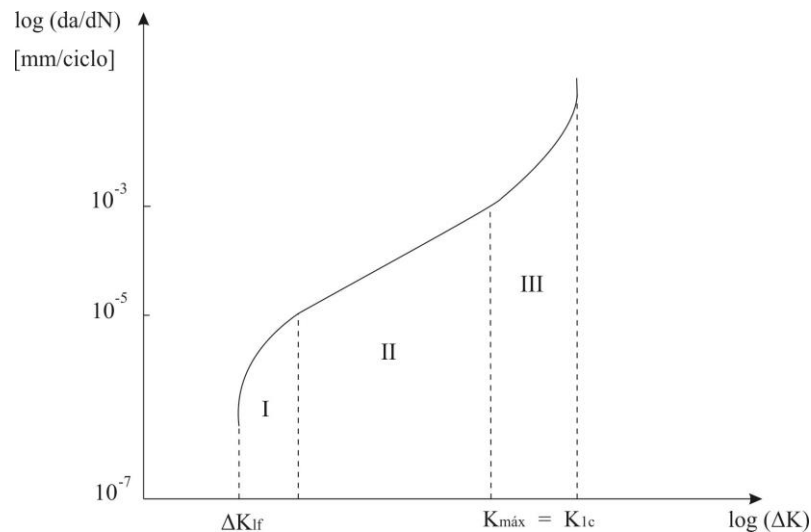
$$K = Y\sigma\sqrt{\pi a}, \quad (2.1)$$

onde  $Y$  representa o fator geométrico,  $\sigma$  a tensão remota aplicada e  $a$  o comprimento de fenda. Ocorre a fratura do material quando  $K$  atinge o seu valor crítico,  $K_{1c}$ , conhecido também por tenacidade à fratura.

A análise de curvas  $da/dN - \Delta K$ , primordial na metodologia MFLE, tem sido imprescindível para o estudo de propagação de fendas por fadiga. Estas curvas relacionam a taxa de propagação de fenda,  $da/dN$ , com a gama do fator de intensidade de tensão,  $\Delta K$ , onde:

$$\Delta K = K^{máx} - K^{mín}, \quad (2.2)$$

sendo  $K^{máx}$  e  $K^{mín}$  os valores máximo e mínimo de  $K$ , respetivamente, durante um ciclo de carga. Na Figura 2.2 está representado um exemplo de uma curva típica  $da/dN - \Delta K$ .



**Figura 2.2.** Curva típica  $da/dN - \Delta K$ .

Na Figura 2.2 é possível verificar a existência de três regimes de propagação de fenda. No regime I observa-se uma propagação lenta da fenda, a uma taxa de propagação, normalmente, inferior a  $10^{-5}$  mm/ciclo, sendo este regime influenciado pelas características microestruturais. Pelo contrário, no regime III, ocorre uma aceleração da propagação da fenda; o valor de  $K_{máx}$  aproxima-se do valor crítico e, como consequência, o material

fratura. Neste regime, para materiais metálicos, é bastante comum uma taxa de propagação de fenda superior a  $10^{-3}$  mm/ciclo, aproximando-se a curva, assintoticamente, da tenacidade à fratura ( $K_{1c}$  - Figura 2.2) do material. O regime II apresenta uma propagação de fenda estável, com uma taxa de propagação, tipicamente, entre os valores de  $10^{-5}$  e  $10^{-3}$  mm/ciclo para materiais metálicos. Neste regime é facilmente verificável que  $da/dN$  e  $\Delta K$  apresentam, em escalas bi-logarítmicas, uma relação linear entre si. Esta relação pode ser descrita com o recurso à Lei de Paris (1960):

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m, \quad (2.3)$$

onde  $C$  e  $m$  são constantes que dependem do material e das condições de propagação.

A lei de Paris aplica-se apenas ao regime II ignorando os regimes I e III das curvas  $da/dN - \Delta K$ . No entanto, sendo uma formulação simples, é largamente usada, visto o regime II representar a maior parte da vida para muitos componentes estruturais (Branco et al., 2015). Esta lei afirma que apenas a gama do fator de intensidade de tensão,  $\Delta K$ , determina o comportamento da taxa de propagação de fenda,  $da/dN$ , suscitando algumas dúvidas, visto que um parâmetro linear elástico acaba por descrever os comportamentos plásticos na extremidade da fenda. Contudo, a grande quantidade de estudos realizados neste âmbito mostrou que outros parâmetros têm, também, influência em  $da/dN$ , como o historial de carga ou a razão de tensões,  $R$ , sendo esta última variável definida pela razão entre a tensão mínima,  $\sigma_{min}$ , e a tensão máxima,  $\sigma_{máx}$  do ciclo de carga. Sendo que o aumento de  $R$  provoca um aumento da taxa de propagação de fenda.

Existem várias alternativas à Lei de Paris que ganharam uma grande popularidade, estas alternativas consideram outros fenómenos na propagação de fendas. Walker (1970) propôs uma equação para quantificar o efeito da razão de tensões,  $R$ . Apesar do facto da maioria das análises de propagação de fendas considerar um, ou no máximo dois, dos três regimes, muitos modelos foram elaborados para considerar todo o processo, incluindo a região de crescimento lento e a região de aceleração. O modelo de Forman (Forman et al., 1967) é utilizado para considerar os regimes de crescimento lento e aceleração de fenda. Erdogan e Ratwani (1970) reformularam o modelo de Forman para que fosse possível considerar os três regimes de propagação de fenda.

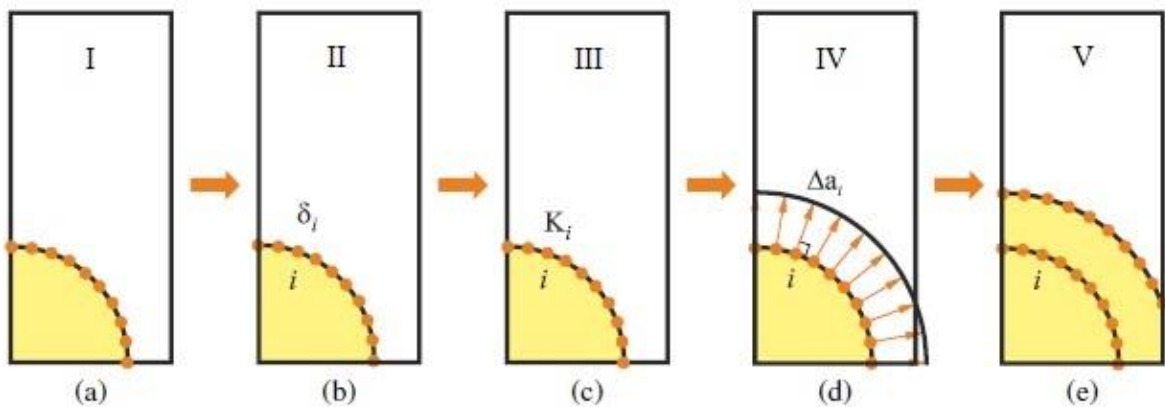
## 2.2. Técnica de propagação automática de fenda

Uma grande parte da vida de fadiga é gasta para pequenas dimensões de fenda (Branco, 2006). Nesse período a taxa de propagação de fenda ( $da/dN$ ) depende muito da forma da fenda (Nykänen, 1996). Assim, o estudo da evolução da forma da fenda em problemas de fadiga tem sido fundamental para o melhoramento do comportamento do componente, tornando assim o projeto mais adequado.

Neste sentido, nas últimas décadas, foram desenvolvidas várias técnicas numéricas de modelação da forma da fenda. As primeiras abordagens eram bastante rígidas, requerendo a predefinição de forma da fenda ao longo de toda a propagação. Apesar de serem abordagens simples, permitiam obter bons resultados em casos particulares, mas não admitiam a análise de frentes de fenda irregulares ou com grandes variações de forma. Mais tarde, foram desenvolvidas técnicas mais flexíveis com maior número de graus de liberdade possibilitando estudar todo o tipo de fendas, incluindo defeitos coalescentes e casos com variações de forma da fenda muito acentuadas.

Uma das técnicas numéricas mais utilizadas para estudar a evolução da forma da fenda e a vida de fadiga é a técnica de propagação automática de fenda, representada na Figura 2.3, baseada no Método dos Elementos Finitos (MEF). Esta técnica, assente no conceito de remalhagem (Smith e Cooper, 1989), pode ser dividida em quatro etapas principais: (i) geração do modelo de elementos finitos com definição explícita da forma de fenda inicial; (ii) obtenção do campo de deslocamentos; (iii) cálculo da gama efetiva do fator de intensidade de tensão ao longo da frente de fenda; (iv) cálculo dos avanços dos nós da frente de fenda aplicando curvas  $da/dN-\Delta K$  experimentais; (v) definição da nova frente de fenda. Estas etapas são repetidas até à fratura final da peça.

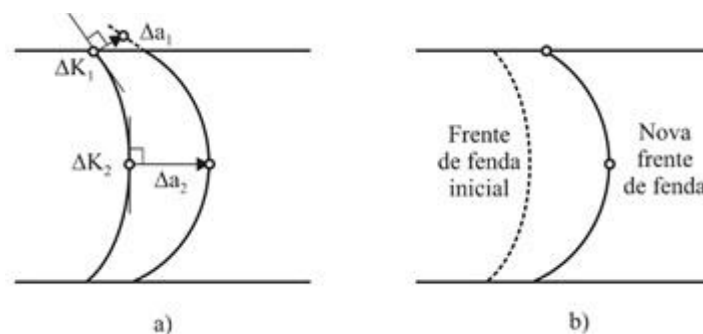
A frente de fenda é normalmente definida através de duas abordagens: a mais simplificada, conhecida por modelo de dois graus de liberdade; e a mais versátil, conhecida por modelo de múltiplos graus de liberdade.



**Figura 2.3.** Técnica de propagação automática de fenda (Branco et al., 2015).

### 2.2.1. Modelo de dois graus de liberdade

Este modelo, representado na Figura 2.4, considera apenas dois pontos-chave na frente de fenda (normalmente o nó superficial e o nó mais interior) assumindo uma forma particular para a frente de fenda que se mantém durante toda a propagação, geralmente circular ou elíptica (Couroneau e Royer, 1998).



**Figura 2.4.** Estudo da forma de fenda considerando dois pontos-chave: a) definição dos incrementos locais dos nós chave da frente de fenda; b) definição da nova frente de fenda (Branco, 2006).

Através deste modelo conseguem-se bons resultados, desde que haja uma predefinição de forma da fenda e que esta não sofra alterações significativas ao longo da propagação. Portanto, este modelo não é adequado quando as formas de fenda são irregulares; quando existem defeitos coalescentes, fecho de fenda ou tensões residuais não desprezáveis; e quando ocorrem desvios significativos na forma da fenda ao longo da propagação que não podem ser previstos com a forma da fenda pré-definida (Branco, 2006).

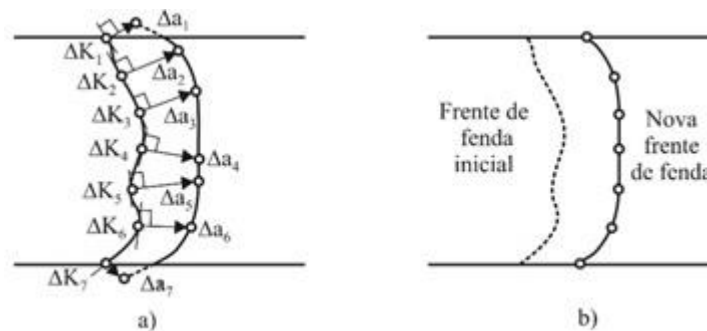
Newman e Raju (1984) foram os primeiros a aplicar o modelo de dois graus de liberdade aos problemas de propagação de fendas por fadiga. Inicialmente, o modelo foi aplicado para fendas superficiais em placas submetidas a tração e flexão; e para fendas superficiais e fendas de canto em placas com furos circulares sujeitas a flexão. A forma de fenda foi estudada através da análise do nó superficial e do nó mais interior da frente de fenda. O mesmo método foi utilizado por outros autores para prever a propagação de fendas em placas sujeitas a tração (Hosseini e Mahmoud, 1985; Shang-Xian, 1985; Mahmoud e Hosseini, 1988; Kim e Hwang, 1997), flexão (Hosseini e Mahmoud, 1985; Mahmoud e Hosseini, 1986; Mahmoud, 1988) e tração-flexão combinada (Mahmoud, 1990, 1992; Gera e Mahmoud, 1992).

Carpinteri e colegas de trabalho investigaram diferentes geometrias e tipos de carregamento. Os primeiros estudos foram conduzidos em barras de secção circular (Carpinteri, 1993; Carpinteri e Brighenti, 1996; Carpinteri e Majorana, 1995; Carpinteri et al., 1998), assumindo uma frente de fenda com forma de arco elíptico e utilizando modelos 3D de elementos finitos. Estes estudos foram estendidos para outras geometrias, tais como tubos (Carpinteri et al., 1998, 2000), cascas (Carpinteri et al., 2000, 2005), juntas soldadas (Carpinteri et al., 2005), barras de secção circular entalhadas (Carpinteri et al., 2006, 2015; Carpinteri e Vantadori, 2009), e cascas entalhadas (Carpinteri et al., 2009).

Posteriormente, esta metodologia tem vindo a ser utilizada por outros investigadores. Uma revisão da literatura sobre estes estudos foi recentemente publicada por Branco et al. (2015). Nas situações em que as estimativas das formas da fenda e da vida de fadiga possam não ter exatidões suficientes, é recomendável utilizar modelos com maior número de graus de liberdade.

### **2.2.2. Modelo de múltiplos graus de liberdade**

O modelo de múltiplos graus de liberdade, representado na Figura 2.5, considera vários nós dispostos sobre a frente de fenda, permitindo uma elevada flexibilidade pois elimina constrangimentos relacionados com a definição de uma forma de fenda. A forma de fenda só depende, portanto, da posição ocupada pelos nós que definem a frente de fenda e do tipo de ligação considerada para os nós (Branco e Antunes, 2004). Neste modelo, o maior número de graus de liberdade garante uma maior exatidão na modelação da forma de fenda e na vida de fadiga.

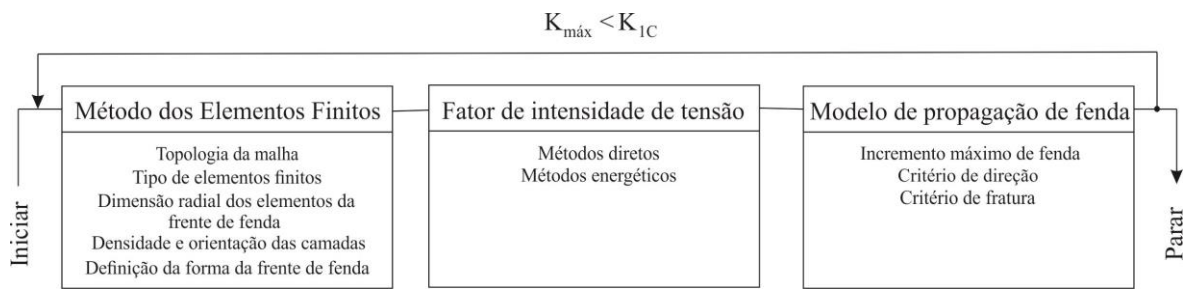


**Figura 2.5.** Estudo da forma de fenda considerando múltiplos pontos-chave: a) definição dos incrementos dos vários nós da frente de fenda; b) definição da nova frente de fenda (Branco, 2006).

Smith e Cooper (1989) introduziram este modelo na análise de problemas de propagação de fendas por fadiga. Depois deste primeiro estudo, Lin e Smith (1999a, 1999b, 1999c) desenvolveram a técnica, otimizando as variáveis numéricas e estudando o fenómeno de propagação de fendas em várias geometrias, sujeitas a diferentes tipos de carregamentos. Desde aí, o modelo de múltiplos graus de liberdade tem sido bastante usado por outros autores, sendo aplicado em diversas geometrias, tais como: secções retangulares; secções circulares; múltiplas fendas; reservatórios sob pressão; juntas soldadas e outras geometrias complexas. Na publicação Branco et al. (2015) pode encontrar-se uma listagem exhaustiva de estudos baseados no método de múltiplos graus de liberdade. Deve, também, referir-se que esta técnica tem vindo a ser utilizada, na última década, pelo Grupo de Construções Mecânicas da Universidade de Coimbra. Nessa medida, há grande experiência na sua aplicação, particularmente em casos de propagação em Modo-I (Branco, 2015).

### 2.3. Variáveis numéricas que afetam a exatidão da técnica de propagação automática de fenda

A técnica de propagação automática de fenda, como referido anteriormente, pode ser dividida em quatro etapas principais (ver Figura 2.3). As variáveis numéricas envolvidas nestas etapas podem ser agrupadas em três categorias, mencionadas na Figura 2.6: variáveis associadas à aplicação do MEF; variáveis associadas ao cálculo do fator de intensidade de tensão; variáveis associadas ao modelo de propagação de fenda.



**Figura 2.6.** Principais variáveis numéricas que afetam a exatidão da técnica de propagação automática de fenda (Branco et al., 2015).

É possível verificar, através da Figura 2.6, que a exatidão da técnica de propagação automática de fenda depende da exatidão de cada passo envolvido. Uma vez que o *output* de uma tarefa é usado diretamente como *input* da tarefa seguinte, podem ocorrer erros ao longo da simulação (Branco et al., 2015). Assim, é fundamental efetuar-se uma análise prévia de cada variável, de modo a obter resultados fiáveis.

De seguida é representada uma análise sucinta das principais variáveis.

### 2.3.1. Método dos Elementos Finitos

O Método dos Elementos Finitos é uma técnica computacional bastante versátil que permite obter soluções aproximadas para equações diferenciais parciais (Branco et al., 2015). O domínio do problema é dividido em subdomínios, conhecidos por elementos finitos. Assim, de modo a poder obter uma solução para o problema, a solução das equações diferenciais parciais em cada elemento é aproximada por uma função de forma.

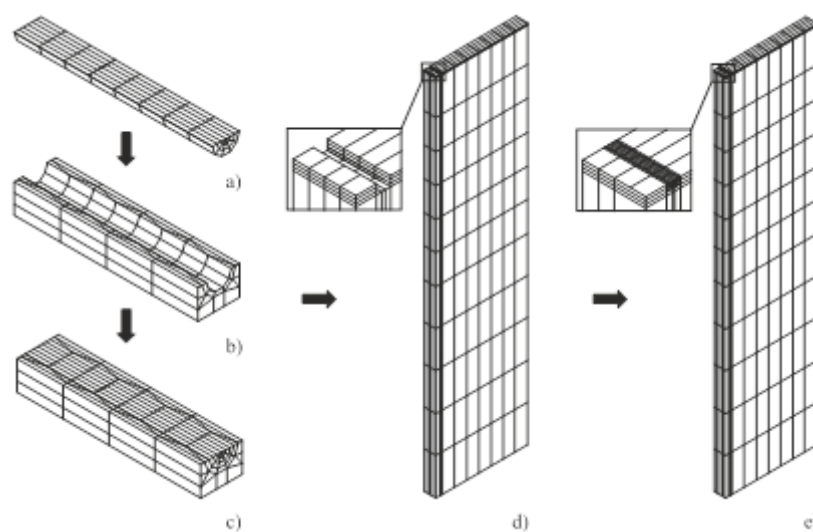
No estudo de materiais com fendas, o MEF deve ter em conta a singularidade das tensões na extremidade de fenda, pois as funções de forma não podem atingir valores infinitos num comprimento finito. Assim, de modo a melhorar a exatidão do MEF na análise de materiais com fendas, existem soluções (mencionadas de seguida) para modelar a extremidade de fenda, sem ser necessário excessivo esforço computacional.

#### 2.3.1.1. Topologia da malha

Segundo vários autores, a melhor topologia da malha deverá conter, pelo menos, duas regiões com diferentes refinamentos de malha: a região em torno da extremidade de fenda, definida por uma malha mais refinada; e a região remanescente do material, definida por uma malha mais grosseira, designada por malha regular.



A malha que define a região da fenda, geralmente em forma de teia de aranha, é constituída por vários anéis concêntricos centrados na frente de fenda. Após cada avanço de fenda, esta região é remalhada e conectada com a malha regular. A conexão entre a malha regular e a malha da região em torno da extremidade de fenda é, geralmente, efetuada através de uma malha de transição, que visa simplificar o modelo de elementos finitos e reduzir o tempo de computação. Na Figura 2.7 está representada a topologia típica de malhas de elementos finitos.



**Figura 2.7.** Topologia típica de malhas de elementos finitos: a) malha em forma de teia de aranha; b) malha de transição; c) região fissurada; d) região não fissurada; e) modelo final (Branco et al., 2015).

### 2.3.1.2. Tipo de elementos finitos

Sedmak et al. (1992) recomendam o uso de elementos isoparamétricos com funções de forma quadráticas. A grande vantagem do uso de elementos isoparamétricos quadráticos é que estes conseguem representar formas curvas ou complexas com um pequeno número de elementos, pois podem ter formas distorcidas. Os elementos isoparamétricos estão bem testados, dão bons resultados (Antunes, 1999) e têm a vantagem de estarem disponíveis em praticamente todos os programas de elementos finitos (Branco, 2006).

### **2.3.1.3. Dimensão radial dos elementos da frente de fenda**

Na frente de fenda, para reduzir os erros, devem utilizar-se elementos singulares (Branco et al., 2015). A dimensão radial ótima dos elementos singulares,  $L_1$ , da frente de fenda, é aquela que permite a modelação equilibrada dos campos singulares e não singulares, o que ocorre para valores de  $L_1$  próximos das dimensões da região singular.

O valor ótimo de  $L_1$  é função da forma da fenda, variando em torno da extremidade de fenda e ao longo da frente de fenda (Antunes, 1999; Murti e Valliappan, 1986).

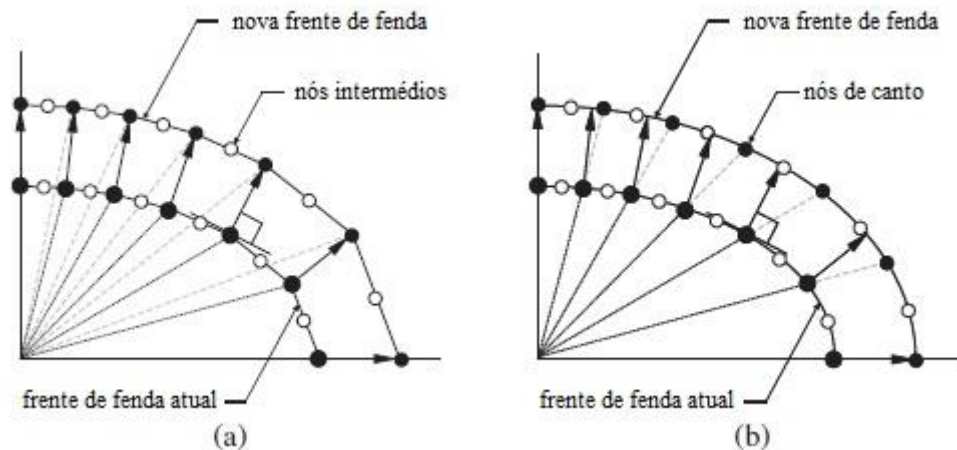
### **2.3.1.4. Ortogonalidade da malha ao longo da frente de fenda**

O grau de ortogonalidade da malha ao longo da frente de fenda é também uma variável que influencia diretamente a exatidão da técnica de propagação automática de fenda. No cálculo do fator de intensidade de tensão, particularmente quando se usam métodos diretos, é recomendável, sempre que tecnicamente possível, usar-se uma malha ortogonal, sem a qual não são obtidos tão bons resultados. No entanto é desnecessária para os métodos energéticos.

### **2.3.1.5. Definição da forma da frente de fenda**

A evolução da forma da frente de fenda é estudada com um número discreto de nós que fazem parte da malha de elementos finitos (Branco, 2006). Sendo então a forma da frente de fenda o resultado da união dos vários nós analisados.

Existem duas aproximações para estabelecer a frente de fenda: uma ligação do tipo poligonal (ver Figura 2.8a), que une os nós de canto com linhas retas; ou uma abordagem mais sofisticada que reposiciona os nós de canto e nós intermédios com o auxílio de uma curva do tipo *cubic spline*, representada na Figura 2.8b.



**Figura 2.8.** Definição da forma da frente de fenda: a) linha poligonal; b) curva do tipo *cubic spline* (Branco et al., 2015).

Na ligação do tipo poligonal são as posições dos nós de canto que definem a frente de fenda, estando os nós intermédios posicionados a metade da distância entre os dois nós de canto vizinhos. A utilização da ligação do tipo poligonal tem o inconveniente de, por vezes, não ser possível alterar a posição dos nós intermédios, causando assim maiores erros nos valores do fator de intensidade de tensão, interferindo na exatidão da forma de fenda e vida de fadiga.

A abordagem da curva do tipo *cubic spline* tem como principal diferença o posicionamento que é dado aos nós de canto e nós intermédios, onde estes são reposicionados de modo a ocuparem posições precisas sobre a *cubic spline* que define a frente de fenda. Com esta abordagem obtêm-se valores mais exatos do fator de intensidade de tensão, maior exatidão no procedimento da propagação automática de fenda e, por sua vez, uma previsão mais precisa da vida de fadiga.

### 2.3.2. Fator de intensidade de tensão

Os métodos numéricos para determinar o fator de intensidade de tensão podem ser divididos em duas categoriais principais: métodos diretos e métodos energéticos. No primeiro caso, o campo de deslocamentos obtido pelo MEF é comparado com o campo analítico de deslocamentos que contém a formulação de  $K$ . O segundo relaciona a força do campo das tensões singulares com a energia libertada (energia potencial elástica que se liberta com a propagação de fenda). Existem vários métodos energéticos, tais como: método do trabalho das forças externas; método do integral-J (Rice, 1968; Li et al., 1983); método da variação da rigidez (Parks, 1974; Hellen, 1975), entre outros.

### 2.3.3. Modelo de propagação de fenda

O modelo de propagação de fenda mais utilizado é dado pela Eq. (2.3).

A vida de fadiga pode ser calculada através da integração da expressão anterior, dando origem à expressão que se segue, onde  $a_i$  e  $a_f$  são os limites de integração e  $N_f$  representa o número de ciclos de carga necessários para que a fenda propague entre os dois comprimentos de fenda definidos no integral.

$$N_f = \int_{a_i}^{a_f} \frac{da}{C(\Delta K)^m} \quad (2.4)$$

Em situações práticas, tendo em conta que  $\Delta K$  varia com a dimensão da fenda, surgindo assim dificuldades na determinação de uma solução analítica da expressão anterior, a vida de fadiga pode ser obtida através de um algoritmo de Euler:

$$N^{(j+1)} = N^{(j)} + \Delta N^{(j)} \Leftrightarrow N^{(j+1)} = N^{(j)} + \frac{\Delta a^{(j)}}{C[\Delta K(a^{(j)})]^m}, \text{ com } j = 0, 1, \dots, n \quad (2.5)$$

onde  $n$  é o número de intervalos de propagação considerados,  $\Delta a^{(j)}$  e  $\Delta K^{(j)}$  são o incremento de fenda e a gama do fator de intensidade de tensão do passo  $j$ , respetivamente.

O incremento de fenda,  $\Delta a_i$ , para um nó arbitrário da frente de fenda,  $i$ , pode ser definido pela seguinte expressão:

$$\Delta a_i^{(j)} = \left( \frac{\Delta K_i^{(j)}}{\Delta K_{m\acute{a}x}^{(j)}} \right)^m \Delta a_{m\acute{a}x}^{(j)}, \quad (2.6)$$

sendo  $\Delta a_{m\acute{a}x}^{(j)}$  o incremento máximo de fenda do nó da frente de fenda para o qual ocorre o valor máximo da gama do fator de intensidade de tensão,  $\Delta K_{m\acute{a}x}^{(j)}$ .

Finalmente, a vida para o incremento  $j$  será dada por:

$$\Delta N^{(j)} = \frac{\Delta a_{m\acute{a}x}^{(j)}}{C(\Delta K_{m\acute{a}x}^{(j)})^m} \quad (2.7)$$

Estas equações são bastante influenciadas pelo incremento máximo de fenda, tendo assim, este parâmetro, grande influência na exatidão dos resultados finais.

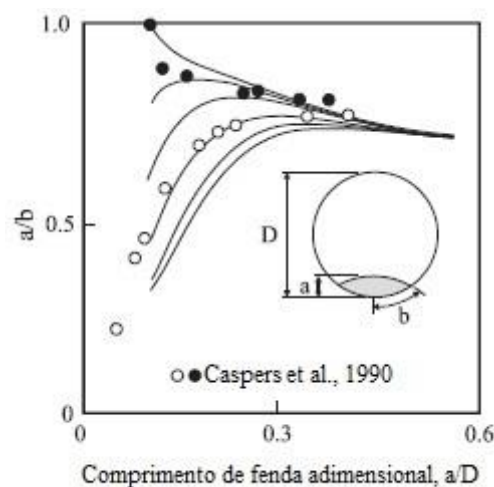
## 2.4. Efeito das variáveis físicas na forma de fenda

O desenvolvimento da forma de fenda durante a fase de propagação é normalmente analisado usando parâmetros analíticos específicos. O parâmetro de forma de

fenda e o ângulo de intersecção são os mais usados. O parâmetro de forma de fenda ( $a/b$ ), quantifica a relação entre a posição do nó superficial e do nó mais interior da frente de fenda. O ângulo de intersecção,  $\alpha$ , avalia o ângulo entre a frente de fenda e a superfície livre, também conhecido por ângulo de ataque. Outro parâmetro normalmente usado é a relação entre o valor mínimo e máximo do fator de intensidade de tensão ( $K_{mín}/K_{máx}$ ) da frente de fenda. O comprimento de fenda é normalmente avaliado pelo comprimento de fenda adimensional. De seguida, alguns dos parâmetros descritos anteriormente são usados para descrever os efeitos das variáveis físicas na forma de fenda.

#### 2.4.1. Efeito da forma inicial de fenda

O efeito da forma inicial de fenda foi descrito na literatura por diversos autores (Carpinteri, 1993; Lin e Smith, 1997; Couroneau e Royer, 1998; Branco et al., 2012; Courtin et al., 2005). Na Figura 2.9 está representada a evolução do parâmetro de forma de fenda,  $a/b$ , com o comprimento de fenda adimensional,  $a/D$ , para diferentes formas iniciais de fenda numa barra circular sujeita a tração.



**Figura 2.9.** Evolução de  $a/b$  com  $a/D$  em barras circulares sujeitas a tração (Lin e Smith, 1997).

Verifica-se na Figura 2.9 que, numa fase inicial, as trajetórias de propagação são bastante dependentes da forma inicial de fenda. Apesar das formas iniciais de fenda representadas serem substancialmente diferentes, todas elas tendem a encontrar-se após um determinado instante. Este instante delimita duas regiões de propagação diferentes: uma

fortemente dependente da forma inicial de fenda, denominada por fase transiente; e outra independente da forma inicial de fenda, denominada por fase estável.

Nalguns casos, quando se atinge a fase estável de propagação, as formas de fenda convergem para valores de  $K$  constantes. Consequentemente, a relação entre os valores mínimo e máximo do fator de intensidade de tensão ( $K_{\min}/K_{\max}$ ) tende para a unidade, e é atingido um perfil iso- $K$  (Lin e Smith, 1998; Gilchrist e Smith, 1991). No entanto, há situações em que o perfil iso- $K$  não é atingido, relacionadas, por exemplo, com fenômenos de fecho de fenda, alterações microestruturais, ou existência de tensões residuais que se manifestam de modo muito acentuado (Branco, 2006).

### 2.4.2. Efeito do expoente da Lei de Paris

Vários autores demonstraram que o expoente da Lei de Paris,  $m$ , afeta o parâmetro de forma de fenda (Carpinteri, 1993; Wu, 2006; Couroneau e Royer, 1998; Toribio et al., 2014; Branco et al., 2012). Quanto maior for o valor de  $m$ , mais intensas são as variações de forma de fenda. A Figura 2.10 mostra, para diferentes valores de  $m$ , a evolução do parâmetro de forma de fenda em função do comprimento de fenda adimensional numa barra circular com uma fenda superficial.

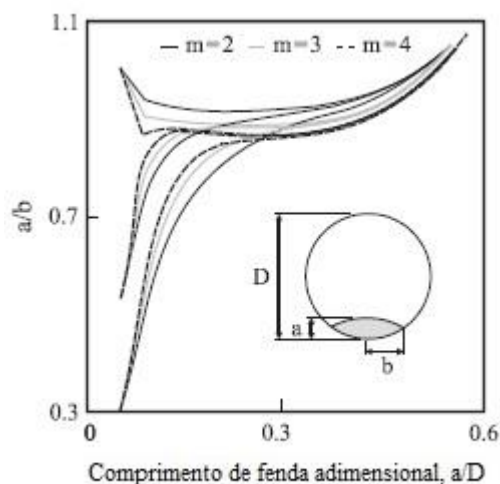


Figura 2.10. Evolução de  $a/b$  com  $a/D$  para diferentes valores de  $m$  (Couroneau e Royer, 1998).

É de salientar que o expoente  $m$  afeta o desenvolvimento da frente de fenda durante toda a propagação, dando origem a diferentes trajetórias, como se verifica na

Figura 2.10. Na fase inicial há um efeito significativo da forma inicial de fenda que vai sendo menos significativo ao longo da propagação de fenda. Verifica-se ainda que, após um determinado estágio de propagação, o expoente  $m$  deixa de ser relevante.

Existem outras variáveis físicas que afetam a forma de fenda, tais como: o efeito da carga, demonstrado por vários autores (Carpinteri,1996; Lin e Smith, 1997; Toribio et al., 2014) como sendo uma variável importante na propagação de fendas por fadiga; o efeito da geometria, tendo um impacto que pode ser explicado pela presença de gradientes de tensão intrínsecos às características de cada geometria (Branco et al., 2015); e ainda o efeito de fenômenos de superfície, tais como, fecho de fenda, tensões residuais, alterações microestruturais, etc., que têm sido usados para explicar alguns dos mecanismos mais influentes durante a vida de fadiga.

## 2.5. Software

Atualmente existem vários *softwares* para análise de problemas de propagação de fendas por fadiga. No entanto, a maioria deles foi desenvolvida por grupos de investigação e não está disponível comercialmente (Branco et al., 2015). Existem duas abordagens diferentes de *software*: abordagem numérica e abordagem analítica.

### 2.5.1. Abordagem numérica

Como o próprio nome indica, o *software* numérico prevê a propagação de fenda e a vida de fadiga em geometrias bidimensionais e tridimensionais usando métodos numéricos, tais como: MEF; Método dos Elementos Finitos Estendido; Método dos Elementos de Fronteira, entre outros. De seguida são apresentados alguns exemplos de *softwares* numéricos.

FRANC3D (Carter et al., 2000) é um *software* que permite a simulação tridimensional não planar da propagação de fenda; o software cria uma malha de elementos finitos global contendo a fenda, e uma malha, mais refinada, designada sub-modelo, perto da fenda, que é usada para estender a fenda, e que é adicionada ao modelo global à posteriori. Este procedimento pode causar deterioração da malha junto à frente de fenda o que é indesejável.

ADAPCRACK (Fulland et al., 2000, 2001, 2002, 2003) é também desenvolvido com base no conceito de sub-modelo, e permite prever a propagação de

fenda e a vida de fadiga em geometrias arbitrárias tridimensionais sujeitas a cargas complexas. É um *software* versátil que suporta diferentes geometrias e diferentes tipos de carga.

ZENCRACK (Zentech Inc., 2009), disponível comercialmente, é um *software* desenvolvido para análises de Mecânica da Fratura Linear Elástica, permitindo também a análise tridimensional de problemas de propagação de fendas por fadiga. A frente de fenda e a sua vizinhança são refinadas usando elementos especiais, conhecidos por blocos de fenda. Existem diferentes tipos de blocos de fenda, sendo que este *software* apresenta algumas limitações de remalhagem e alguns erros numéricos (Hou et al., 2001; Roy et al., 2005). Apesar de tudo, é um excelente *software* para inserir fendas em malhas já existentes, sem excessivos tempos de computação.

CRACKTRACER (Bremberg e Dhondt, 2008, 2009) é baseado num conceito diferente. A malha inicial é criada a partir da extremidade de fenda, e é criada uma malha automática para a geometria global. Numa primeira fase, é criada uma tubular ao longo da frente de fenda. Depois é criada uma malha para o corpo remanescente. Por último, as duas malhas são juntas. Esta estratégia evita erros que possam ocorrer com a inserção à posteriori da fenda no modelo.

LYNX (Branco et al., 2012) é um *software* 3D para o estudo de problemas de propagação de fendas por fadiga. Atualmente, incorpora quinze geometrias genéricas. As malhas são criadas a partir da frente de fenda, através de uma malha do tipo teia de aranha na extremidade de fenda; uma malha regular nas proximidades da frente de fenda; uma malha intermédia, entre as anteriores, que permite a transição de uma região refinada para a região mais grosseira. Está ainda disponível uma versão educacional deste *software* (Branco et al., 2014).

É importante ainda referir a existência de outros *softwares* numéricos tais como: PROCRAK (Rabold et al., 2013, 2014), CRIK (Citarella e Cricri, 2010), FRANC2D (Wawrzynek e Ingraffea, 1987), FRANC/FAM (Richard et al., 1998; Schollmann e Richard, 1999) e QUEBRA2D (Miranda et al., 2003).

### **2.5.2. Abordagem analítica**

Em *softwares* baseados na abordagem analítica, a análise de problemas de propagação de fendas e a vida de fadiga são efetuadas através de bibliotecas de soluções do



fator de intensidade de tensão para uma variedade de geometrias, configurações de fenda e condições de fronteira. É uma abordagem mais rápida que a abordagem numérica por não necessitar de métodos numéricos. No entanto, apresenta limitações, tais como não considerar variações da forma de fenda que possam surgir na propagação da mesma; não considerar redistribuições de cargas e ainda não incluir efeitos não lineares. Alguns exemplos são: NASGRO (2009), NASA/FLAGRO (Riddell et al., 1997; Forman et al., 1988, 1992), ESACRACK (2000), AFGROW (Harter, 2002) e VIDA (2002).



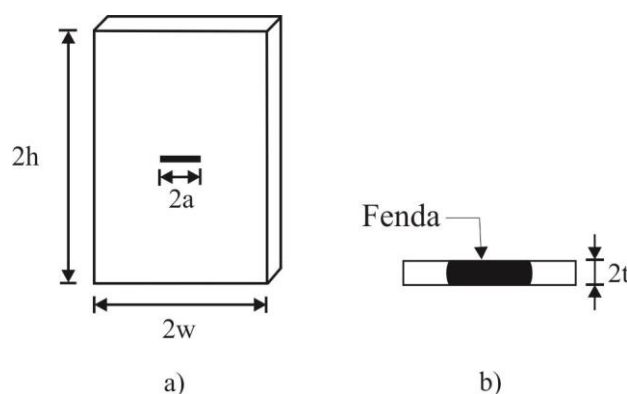
### 3. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Como foi referido no capítulo 1, o objetivo deste trabalho é o desenvolvimento de uma ferramenta numérica para o estudo de fenómenos de propagação de fendas por fadiga usando software comercial de elementos finitos.

De modo a reduzir o número de variáveis físicas e numéricas do problema, fixou-se a geometria, o material, os tipos de carga aplicáveis, a topologia da malha, os métodos de cálculo de  $K$  e os modelos de propagação adotados.

#### 3.1. Modelo físico

A geometria escolhida é um provete M(T). Esta é, provavelmente, a geometria mais utilizada em investigação de fenómenos de fadiga e fratura. Por esse facto, a ferramenta que se procura desenvolver poderá ser usada em grande escala. Trata-se, como se verifica na Figura 3.1, de uma geometria de forma paralelepipedica, com uma fenda central, plana, e sobre a secção média do provete, onde  $2a$  representa o comprimento de fenda,  $2h$  a altura do provete,  $2w$  a largura, e  $2t$  a espessura.

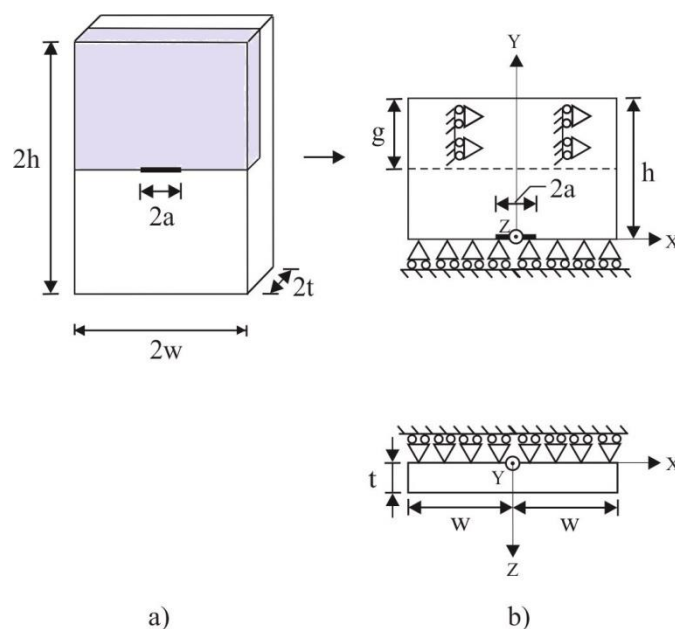


**Figura 3.1.** Geometria MT: a) perspetiva tridimensional; b) vista de topo no plano da fenda.

Nas extremidades do provete simulam-se as restrições provocadas pelas amarras da máquina de ensaios. Estando a amarra inferior fixa, considera-se encastrada a superfície frontal inferior do provete, bem como a superfície oposta. A amarra superior

admite um movimento de translação longitudinal, sendo considerada como um apoio móvel, atribuindo-se à superfície frontal superior do provete, bem como à superfície oposta, essa restrição.

A aplicação do MEF é efetuada com base num conjunto de simplificações que permitem reduzir significativamente o esforço computacional sem afetar os resultados provenientes do procedimento numérico. Assim, devido à existência de simetria em termos de geometria, condições de fronteira, carregamento e material, faz-se a análise de um quarto do provete. A Figura 3.2 mostra a porção analisada do provete (parte colorida em tons de cinza), bem como as condições de fronteira consideradas (Figura 3.2b).

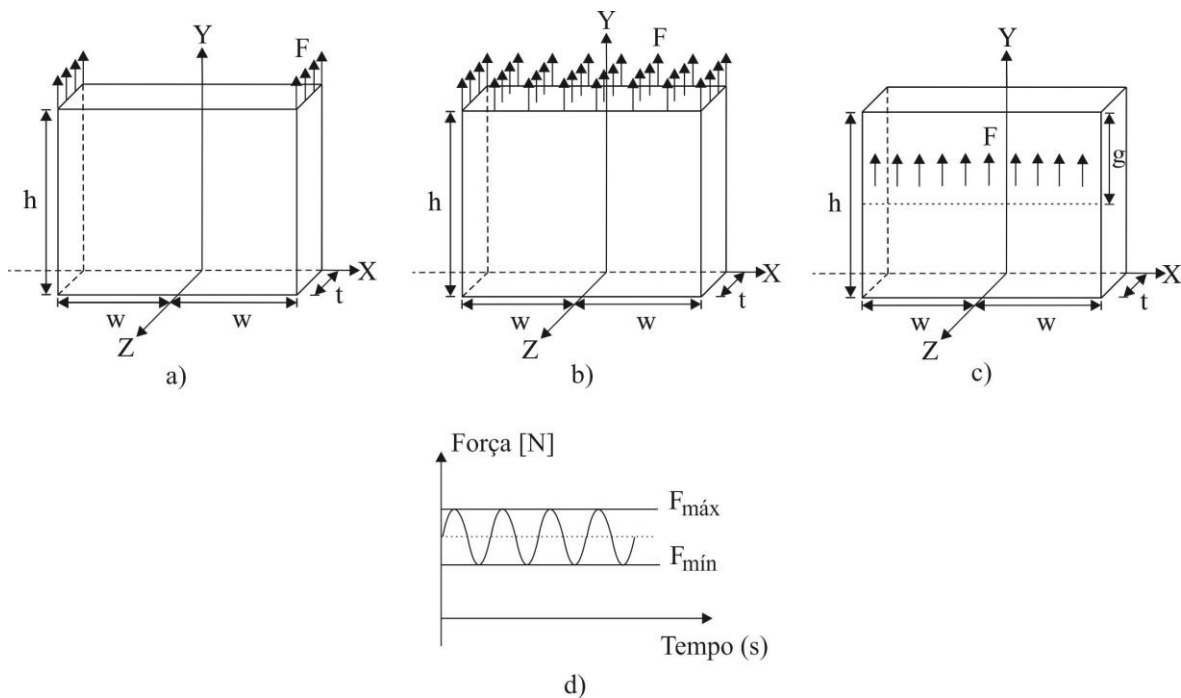


**Figura 3.2.** a) Porção analisada do provete MT; b) condições de fronteira.

É de verificar pela Figura 3.2 que devem ser impostas restrições ao movimento na direção de  $Z$  da superfície de simetria  $Z = 0$ ; restrições ao movimento na direção de  $Y$  da superfície da fenda  $Y = 0$ ; restrições aos movimentos na direção de  $X$  e  $Z$  da superfície da amarra  $Z = t$  e  $Y = h - g$ , correspondendo  $g$  à extensão utilizada para o contato do provete com a amarra.

Relativamente ao carregamento, conforme representado na Figura 3.3, são consideradas três situações que induzem tração no provete: carga,  $F$ , aplicada uniformemente nas extremidades da superfície superior do provete (Figura 3.3a); carga,  $F$ ,

aplicada uniformemente em toda a superfície superior do provete (Figura 3.3b); carga,  $F$ , aplicada uniformemente na superfície de contato entre a amarra e o provete (Figura 3.3c). Em qualquer dos casos são previstos ciclos de carga com amplitude constante (Figura 3.3d) definidos a partir dos valores máximos ( $F_{m\acute{a}x}$ ) e mínimos ( $F_{m\acute{i}n}$ ) de  $F$ .



**Figura 3.3.** Carregamento: a) extremidades da superfície superior; b) toda a superfície superior; c) superfície da amarra; d) cíclicos de carga com amplitude constante.

O material considerado é a liga de alumínio 6082-T6 cujas propriedades mecânicas e de propagação são indicadas nas Tabela 3.1 e Tabela 3.2, respetivamente.

**Tabela 3.1.** Propriedades mecânicas (Borrego, 2001).

<b>Tensão de cedência</b>	$307 \pm 2,7$ MPa
<b>Tensão de rotura</b>	$330 \pm 2,5$ MPa
<b>Módulo de Young</b>	$70 \times 10^3$ MPa
<b>Coefficiente de Poisson</b>	0,33
<b>Dureza Vickers</b>	100 kgf/mm <sup>2</sup>
<b>Tenacidade à Fractura</b>	40,5 MPa m <sup>1/2</sup>

**Tabela 3.2.** Constantes da lei de Paris ( $da/dN-\Delta K$  [m/ciclo; MPa m<sup>1/2</sup>]) (Borrego, 2001).

Razão de tensão [-]	C	m	Limites de validade [MPa m <sup>1/2</sup> ]
0,25	$8,906 \times 10^{-11}$	3,456	$2,7 \leq \Delta K \leq 14$
-0,25	$1,900 \times 10^{-11}$	3,978	$3,3 \leq \Delta K \leq 15$

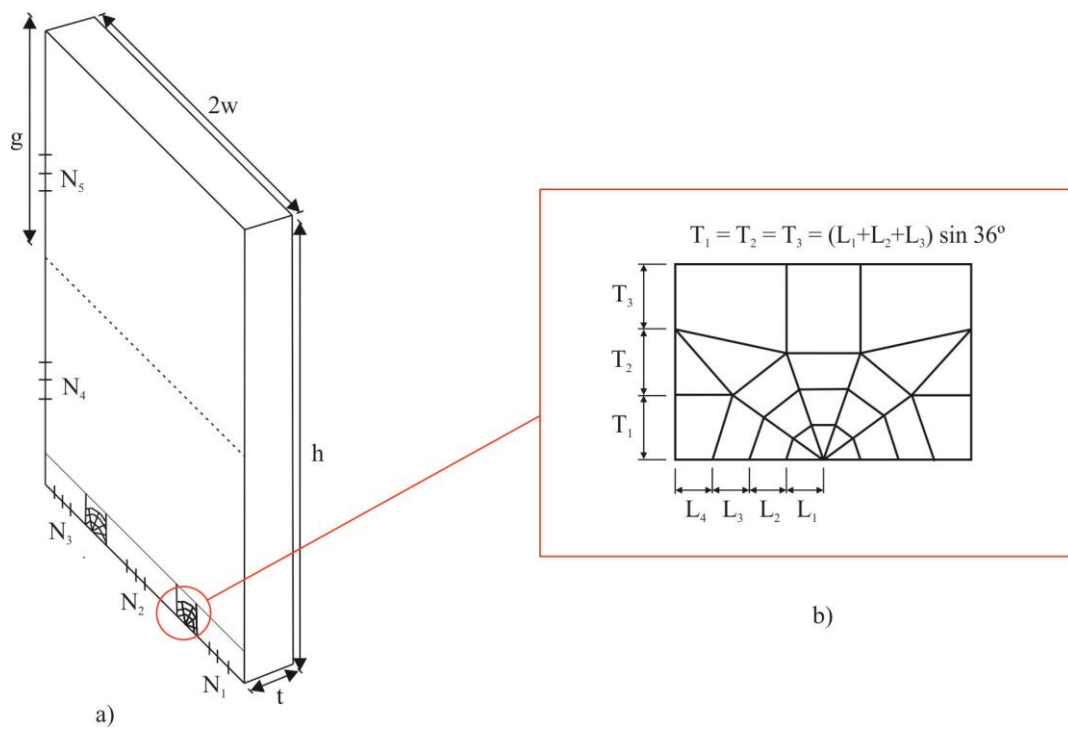
### 3.2. Modelo numérico

O modelo numérico, como referido anteriormente, é desenvolvido usando o MEF. As malhas são concebidas a partir da frente de fenda, e têm três regiões distintas: região da frente de fenda; malha de transição; e malha regular.

Para definir a frente de fenda é usada uma malha com padrão em teia de aranha, com três anéis concêntricos, constituídos por cinco elementos centrados na extremidade de fenda, dispostos radialmente segundo um ângulo de 36° (Figura 3.4b). No primeiro anel são usados elementos hexaédricos colapsados de 20 nós, com os nós intermédios deslocados para um quarto da aresta. Nos outros dois anéis são utilizados elementos hexaédricos de 20 nós.

A malha de transição entre a região da frente de fenda e a malha regular é definida através de elementos hexaédricos de 20 nós. Esta malha, que esteticamente se assemelha a uma caixa retangular, tem como objetivo promover uma transição mais suave de uma região refinada para uma região mais grosseira; o que permite, também, reduzir o tempo de computação.

A malha regular é, também ela, definida através da utilização de elementos hexaédricos de 20 nós. A densidade desta malha é variável, sendo definida a partir das variáveis identificadas na Figura 3.4a. Há, portanto, a possibilidade de refinar, de forma independente, o número de camadas de elementos colocados entre as malhas de transição e as amarras ( $N_4$ ); o número de camadas de elementos na zona das amarras ( $N_5$ ); e, ainda, o número de divisões verticais à esquerda e à direita das malhas de transição ( $N_1$ ,  $N_2$  e  $N_3$ ).

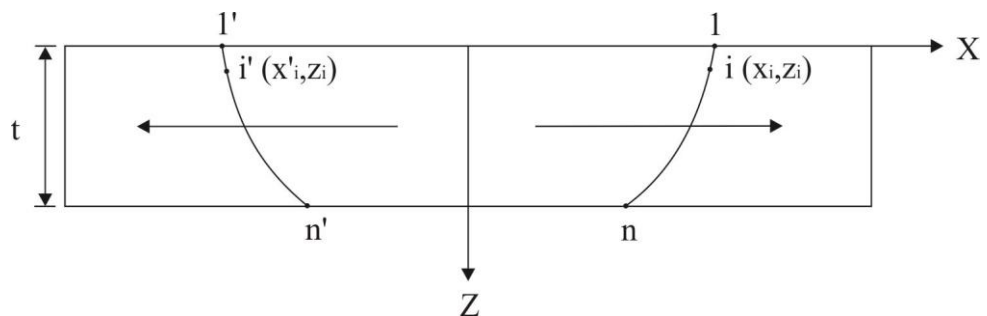


**Figura 3.4.** a) Malha de elementos finitos usada na discretização do provete M(T); b) Dimensão radial dos elementos da malha em teia de aranha e malha de transição.

Apesar da malha de elementos finitos desenvolvida para a geometria M(T) ser tridimensional, a propagação de fenda é analisada a partir de um sistema de coordenadas cartesianas bidimensional.

O número de nós dispostos na frente de fenda é variável, sendo possível, no máximo, a utilização de 49 nós. Os nós de canto da frente de fenda são ajustados a uma curva do tipo *cubic spline*, utilizada para definir as posições dos nós intermédios.

A Figura 3.5 mostra o plano que contém a fenda, estando representado as partes positiva e negativa da frente de fenda.



**Figura 3.5.** Plano que contém a fenda.

A frente de fenda é portanto definida através das posições de  $n$  nós de canto. Para os nós arbitrários  $i$  e  $i'$  as suas coordenadas são  $(X_i, Z_i)$  e  $(X'_i, Z_i)$ , respetivamente. O número de nós utilizados para definir a parte positiva e a parte negativa da frente de fenda deve ser igual. Deve, no entanto, referir-se que as formas das frentes de fenda são independentes, e por isso não há qualquer relação entre os valores de  $X'_i$  e  $X_i$ . Caso se pretenda simular uma propagação simétrica, então, nesse caso, basta impor que  $X'_i = -X_i$ .

A espessura,  $t$ , do provete  $M(T)$  analisado, é portanto definida de forma implícita através da coordenada do último nó,  $Z_n$ .

### 3.3. Modelo de propagação de fenda

O modelo de propagação de fenda utilizado é dado pela Eq.(2.3). Este modelo, como foi referido anteriormente, relaciona a taxa de propagação de fenda,  $da/dN$ , com a gama do fator de intensidade de tensão,  $\Delta K$ .

O incremento de fenda,  $\Delta a_i$ , para um nó arbitrário da frente de fenda,  $i$ , é calculado assumindo que a propagação ocorre ao longo da direção normal à frente de fenda, sendo definido pela Eq.(2.6).

O número de ciclos para a iteração  $j$ , deriva da Lei de Paris e, assumindo um incremento de fenda normal à frente de fenda, é calculado utilizando a Eq.(2.7).

Tendo em conta a variação de  $\Delta K$  com a propagação de fenda, é utilizado um algoritmo de Euler para calcular a vida de fadiga:

$$N^{(j+1)} = N^{(j)} + \Delta N^{(j)} \Leftrightarrow N^{(j+1)} = N^{(j)} + \frac{\Delta a_{máx}^{(j)}}{C(\Delta K_{máx}^{(j)})^m} \quad (3.1)$$

A frente de fenda é definida com a reposição dos nós de canto e dos nós intermédios sobre uma *cubic spline*. Esta é uma função definida a partir de um conjunto de pontos, designados genericamente por *knots*. Para cada intervalo, a *cubic spline* é estabelecida pela aplicação da seguinte expressão:

$$\begin{aligned} f_i(x) = & \frac{f''(x_{i-1})}{6(x_i - x_{i-1})} (x_i - x)^3 + \frac{f''(x_i)}{6(x_i - x_{i-1})} (x_i - x_{i-1})^3 \\ & + \left[ \frac{f(x_{i-1})}{x_i - x_{i-1}} - \frac{f''(x_{i-1})(x_i - x_{i-1})}{6} \right] (x_i - x) \\ & + \left[ \frac{f(x_i)}{x_i - x_{i-1}} - \frac{f''(x_i)(x_i - x_{i-1})}{6} \right] (x - x_{i-1}) \end{aligned} \quad (3.2)$$



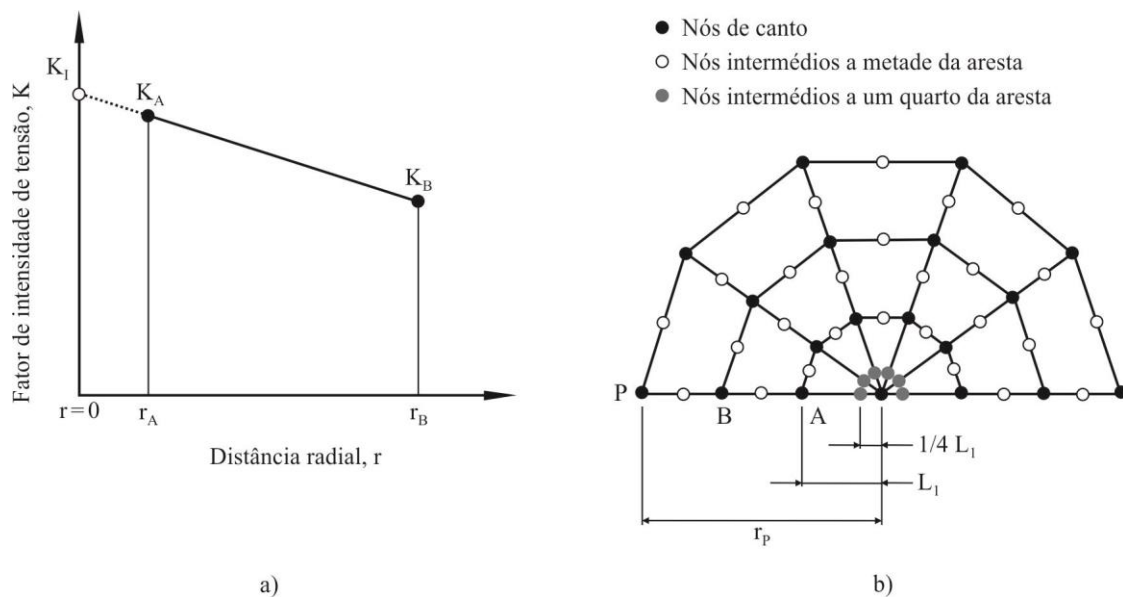
onde  $x_i$  e  $f(x_i)$  são as coordenadas dos nós da frente de fenda e  $f''(x_i)$  as derivadas de segunda ordem, sendo estas últimas calculadas pela equação que se segue:

$$(x_i - x_{i-1})f''(x_{i-1}) + 2(x_{i+1} - x_{i-1})f''(x_i) + (x_{i+1} - x_i)f''(x_{i+1}) = \frac{6}{(x_{i+1} - x_i)} [f(x_{i+1}) - f(x_i)] + \frac{6}{(x_i - x_{i-1})} [f(x_{i-1}) - f(x_i)] \quad (3.3)$$

Os valores do fator de intensidade de tensão,  $K$ , ao longo da frente de fenda são calculados através de métodos diretos e métodos energéticos. No primeiro caso, é utilizado o método de extrapolação com dois pontos (Figura 3.6a). Resumidamente, os valores de  $K$  são determinados para os pontos A e B e, posteriormente, extrapolados para a extremidade de fenda ( $r = 0$ ). Para um nó arbitrário  $P$  (Figura 3.6b), localizado na face superior da fenda ( $\theta = \pi$ ), o valor de  $K$  é definido por:

$$K = \sqrt{\frac{\pi}{8r_p}} \times E' \times V_p \quad (3.4)$$

sendo  $r_p$  a distância radial entre o nó  $P$  e a extremidade de fenda,  $V_p$  o deslocamento da extremidade de fenda e  $E'$  o módulo de Young modificado expresso por  $E' = E/(1 - \nu^2)$  em estado plano de deformação, e  $E' = E$  em estado plano de tensão.



**Figura 3.6.** a) Representação esquemática da determinação dos valores de intensidade de tensão ao longo da frente de fenda usando o método de extrapolação com dois pontos; b) identificação dos nós deslocados para um quarto da aresta (Branco, 2006).

Relativamente ao método energético, os valores de  $K$  são calculados a partir dos valores do integral-  $J$  que pode ser definido através da Eq. (3.5) para o estado plano de deformação e através da Eq. (3.6) para o estado plano de tensão:

$$J = K^2 \left( \frac{1 - \nu^2}{E} \right) \quad (3.5)$$

$$J = \frac{K^2}{E} \quad (3.6)$$

Onde  $E$  representa o módulo de Young e  $\nu$  o coeficiente de Poisson do material.

## 4. DESENVOLVIMENTO DA FERRAMENTA NUMÉRICA

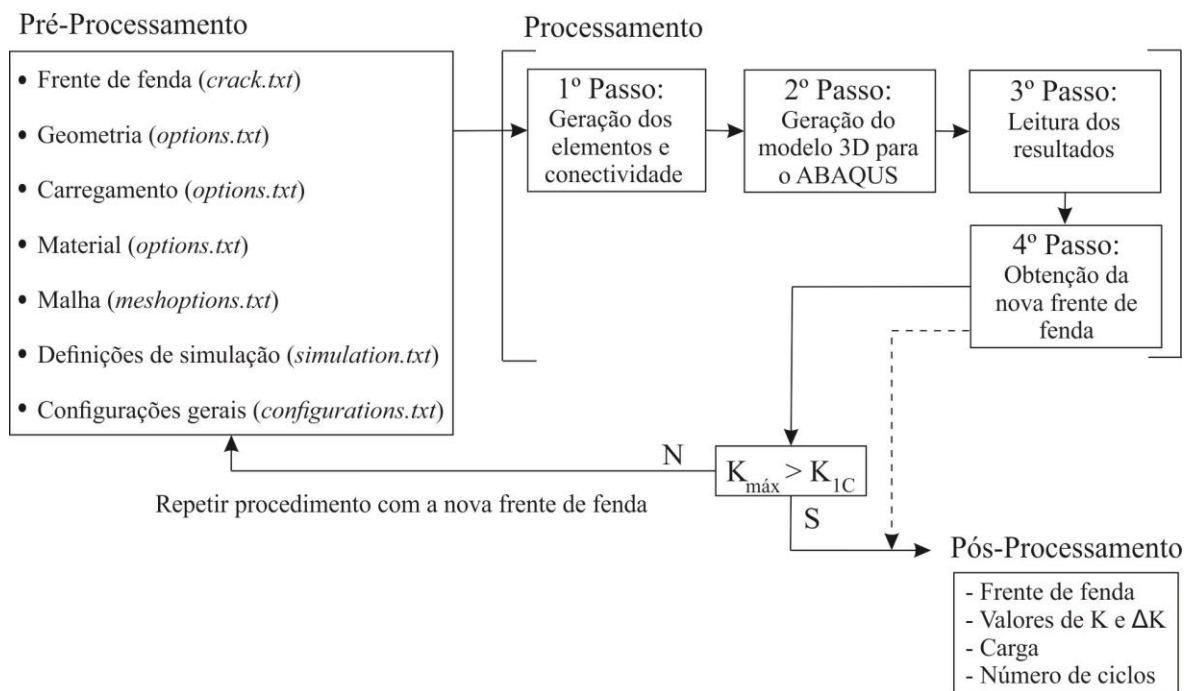
Este capítulo tem o intuito de descrever, detalhadamente, todo o trabalho realizado para o desenvolvimento da ferramenta numérica proposta neste trabalho.

A ferramenta numérica desenvolvida baseia-se num conjunto de sub-rotinas genéricas divididas em três tipos: (i) sub-rotinas associadas à geração do modelo de elementos finitos; (ii) sub-rotinas associadas ao avanço da frente de fenda; (iii) sub-rotinas associadas ao armazenamento e análise de resultados. As sub-rotinas foram desenvolvidas em *Visual Basic* usando o *software* comercial *Microsoft Visual Studio 2015*.

Atendendo à diversidade de *software* comercial de elementos finitos existente atualmente, optou-se, nesta fase, por desenvolver a ferramenta numérica para o ABAQUS (Maligno et al., 2010), e, posteriormente, estender os algoritmos ora desenvolvidos a outros *softwares* comerciais utilizados pela comunidade focada em estudos de fenómenos de fadiga, nomeadamente o ANSYS (Chandwani et al., 2004), o MARC (Timbrell et al., 2000), entre outros.

Embora as sub-rotinas desenvolvidas sejam específicas para o ABAQUS, estas são, em termos conceptuais, muito semelhantes àquelas que serão necessárias para a implementação desta ferramenta noutros *softwares* comerciais. Há, essencialmente, diferenças no que diz respeito à nomenclatura própria de cada *software*, nomeadamente em relação aos dados de entrada para geração e análise de modelo numérico tridimensional, e, também, em termos de informação de saída necessária para a definição da nova frente de fenda. Deste modo, é expectável que se possa adaptar, com relativa facilidade, esta ferramenta a outros *softwares* comerciais de elementos finitos.

O algoritmo genérico da ferramenta numérica desenvolvida está esquematizado na Figura 4.1. Como é visível na figura, pode-se identificar três estágios principais. O primeiro, designado por *Pré-Processamento*, é dedicado à leitura dos dados de entrada do problema, que incluem, entre outros, a forma de frente de fenda inicial, as dimensões da geometria, as características da malha de elementos finitos, o ciclo de carga, e as propriedades elásticas, de fratura, e de propagação do material).



**Figura 4.1.** Algoritmo genérico da ferramenta numérica.

O segundo estágio é designado por *Processamento* e representa o núcleo de todo o procedimento. Consiste num conjunto de sub-rotinas, repetidas múltiplas vezes durante a simulação, sendo assim fundamental que se utilizem variáveis numéricas ótimas, para deste modo se evitar a propagação de erros, já que os dados de saída de uma iteração correspondem aos dados de entrada da iteração seguinte. O processamento termina quando o valor máximo do fator de intensidade de tensão ( $K_{m\acute{a}x}$ ) atinge a tenacidade à fratura do material ( $K_{1C}$ ). Finalmente, o terceiro estágio diz respeito à fase de *Pós-Processamento*, onde os resultados obtidos são analisados. Geralmente, os resultados deste tipo de simulação dizem respeito à evolução da forma da frente de fenda, aos valores do fator de intensidade de tensão da frente de fenda, e, também, os números de ciclos de fadiga. Para além, é, ainda, possível obter os campos de deslocamentos, deformações e tensões para todas as iterações efetuadas no decorrer da simulação.

## 4.1. Pré-Processamento

Na fase de *Pré-Processamento* são definidas todas as variáveis geométricas, mecânicas, e numéricas do problema através de ficheiros ASCII com formato (.txt).

O ficheiro *options.txt* (Figura A1 do Apêndice A) permite ao utilizador definir a geometria do problema (Figura 3.3), os detalhes do carregamento (Figura 3.3), e as propriedades do material necessárias para a simulação (Tabela 3.1 e Tabela 3.2).

No ficheiro *meshoptions.txt* (Figura A2 do Apêndice A) são definidas as dimensões radiais dos elementos dos anéis concêntricos da malha em teia de aranha (Figura 3.4), as dimensões dos elementos da malha de transição (Figura 3.4), bem como a densidade da malha regular (Figura 3.4). As dimensões radiais dos elementos das malhas em teia de aranha e de transição podem ser definidas, quer em valores absolutos, quer em percentagem de comprimento de fenda.

As coordenadas cartesianas dos nós de canto da frente de fenda, i.e. os pares dos pontos  $(X_i, Z_i)$  e  $(X'_i, Z_i)$ , definidos de acordo com o referencial da Figura 3.5, são introduzidos através do ficheiro *crack.txt* (Figura A3 do Apêndice A). O número de nós de canto da frente de fenda é uma variável definida pelo utilizador que pode ir até um máximo de 40.

O ficheiro *simulation.txt* (Figura A4 do Apêndice A) permite definir algumas variáveis específicas da simulação, nomeadamente o nome da simulação; o *software* de elementos finitos que é usado no cálculo do campo de deslocamentos da peça (atualmente pode usar-se o ABAQUS ou o COSMOS); o avanço máximo da frente de fenda definido na Eq. (2.6); o método de cálculo do fator de intensidade de tensão (atualmente estão disponíveis o método direto de extrapolação com dois pontos, definido na Eq. (3.4), e o método energético Integral-J, definido através das Eq.s (3.5) e (3.6); o número de contornos utilizados no cálculo do Integral-J; a realização, ou não, de propagação simétrica das duas faces da fenda; e, também, a definição do local e modo de aplicação do carregamento no modelo numérico.

Finalmente, no ficheiro *configurations.txt* (Figura A5 do Apêndice A) são definidas configurações genéricas essenciais para o funcionamento da ferramenta numérica. Temos, por exemplo, os caminhos para os executáveis necessários ao funcionamento automático do *software* de elementos finitos COSMOSM; o caminho *default* para leitura dos ficheiros de entrada mencionados; e a possibilidade de apagar, caso

assim se pretenda, as pastas temporárias geradas pelos dois *softwares* de elementos finitos durante a simulação.

A leitura destes cinco ficheiros de entrada de dados é efetuada no módulo *myinput.vb*, que inclui diversas sub-rotinas destinadas à correta leitura dos dados de entrada.

## 4.2. Processamento

O estágio de *Processamento* é o núcleo da ferramenta desenvolvida e é, em essência, o responsável pela simulação da evolução da forma da fenda. Este estágio é constituído por doze etapas principais, conforme se verifica na Tabela 4.1.

Após a leitura dos ficheiros de dados de entrada, descrita no ponto anterior, a primeira tarefa da fase de processamento é a criação de um ficheiro de sessão (*.ses*), que ocorre no módulo *mesh.vb*, e que permitirá gerar a malha de elementos finitos com auxílio do *software* COSMOSM. O modelo 3D, representado na Figura 4.2, é criado a partir do executável GeoStar 1024K. A malha, tal como é recomendado em estudos numéricos de propagação de fendas por fadiga, é desenvolvida a partir da frente de fenda, seguindo a topologia referida no Ponto 2.3.1.1. As coordenadas dos nós e conectividade do modelo numérico são armazenadas em ficheiros ASCII com extensão do tipo (*.lis*), o que é conseguido através do módulo *myabaqus.vb*.

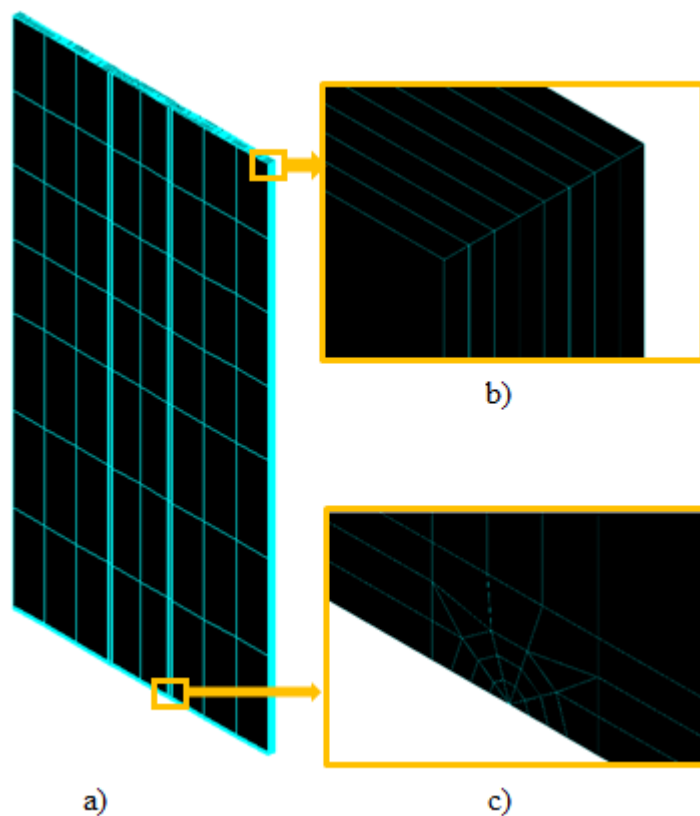
Os ficheiros (*.lis*) gerados no passo anterior são lidos, e a informação necessária para realizar os passos seguintes é armazenada. Para reduzir o número de variáveis do procedimento e reduzir a memória requerida, a informação relevante é transferida dos ficheiros originais para ficheiros ASCII do tipo (*.out*). As sub-rotinas desenvolvidas para este propósito fazem parte do módulo *abaquslis.vb*.

**Tabela 4.1.** Etapas principais do estágio de Processamento.

Estágio	Módulo VB	Ação
Pré-Processamento	<i>myinput.vb</i> [7 sub-rotinas]	Leitura dos ficheiros de dados de entrada (.txt).
1	<i>mesh.vb</i> [1 sub-rotina]	Criação do ficheiro de sessão (.ses) para o COSMOSM a partir dos ficheiros e corrida do COSMOSM.
2	<i>myabaqus.vb</i> [1 sub-rotina]	Exportar ficheiros (.lis) para geração do modelo numérico tridimensional.
3	<i>abaquslis.vb</i> [5 sub-rotinas]	Leitura dos ficheiros (.lis) e armazenamento da informação.
4	<i>abaqusinp.vb</i> [1 sub-rotina]	Criação do ficheiro de <i>input</i> para geração do modelo 3D para o ABAQUS (.inp).
5	<i>batch file</i>	Corrida do modelo de elementos finitos do ABAQUS através de um <i>batch file</i> (.bat) e exportação de resultados (campo de deslocamentos, coordenadas dos nós, e valores do integral-J).
6	<i>abaqusdat.vb</i> [6 sub-rotinas]	Leitura e armazenamento de resultados a partir do ficheiro .dat.
7	<i>mysif.vb</i> [1 sub-rotina]	Obtenção de K na frente de fenda pelo método de extrapolação com dois pontos.
8	<i>abaqusjk.vb</i> [1 sub-rotina]	Obtenção de K na frente de fenda pelo método energético do integral-J.
9	<i>mysif.vb</i> [1 sub-rotina]	Verificação da condição de fratura ( $K_{máx} > K_{1c}$ ).
10	<i>mysif.vb</i> [1 sub-rotina]	Cálculo dos valores efetivos da gama do fator de intensidade de tensão.
11	<i>mynewcrackfront.vb</i> [1 sub-rotina]	Definição da nova frente de fenda.
12	<i>mynewcrackfront.vb</i> [1 sub-rotina]	Preparação do ficheiro de entrada para a nova iteração.
Pós-Processamento	<i>myoutput.vb</i> [8 sub-rotinas]	Gravação de dados para análise da evolução da forma da fenda, fatores de intensidade de tensão, e vida de fadiga em ficheiros (.dat) e (.xlsx).

A geração do modelo numérico para análise no ABAQUS é efetuada a partir do módulo *abaqusinp.vb* e consiste, essencialmente, na criação de um ficheiro ASCII de *input* do tipo (.inp). Este ficheiro é produzido a partir dos ficheiros (.out) anteriores e de algumas variáveis armazenadas nos ficheiros (.txt) iniciais. Deve referir-se que este ficheiro tem uma elevada importância no bom funcionamento da ferramenta numérica, pois

o seu conteúdo segue uma sequência própria e é escrito utilizando uma linguagem específica do ABAQUS. Resumidamente, o ficheiro (.inp) é constituído pelas seguintes partes: (i) descrição do problema (título); (ii) definição das coordenadas dos nós do modelo; (iii) definição dos elementos e respetivo tipo; (iv) definição do material e dimensões do modelo; (v) definição das condições de fronteira; (vi) definição do carregamento; (vii) extração dos deslocamentos nos nós junto à frente de fenda necessários para o cálculo do fator de intensidade de tensão; (viii) extração dos deslocamentos nos nós com forças externas; e (ix) extração dos valores do integral-J nos nós de canto da frente de fenda.



**Figura 4.2.** a) Modelo 3D de elementos finitos; b) ampliação do refinamento da malha na direção da espessura; c) ampliação da região da malha em forma de teia de aranha.

Após a criação do ficheiro de *input* é iniciada a análise do ABAQUS. Para o efeito, é criado um ficheiro do tipo batch (.bat), o que permite que o *software* corra de forma automática e, no final, exporte num ficheiro ASCII do tipo (.dat) o campo de



deslocamentos, as coordenadas dos nós, e os valores do integral-J dos nós de canto da frente de fenda.

À semelhança do que é efetuado para os ficheiros (.lis), o ficheiro (.dat) contém informação desnecessária. Nesse sentido, foi criado um módulo, designado *abaqusdat.vb* cuja função é selecionar e armazenar a informação requerida para os passos seguintes do procedimento automático. Essa informação, por uma questão de conveniência, é guardada em ficheiros ASCII do tipo (.out).

No passo seguinte, através do módulo *mysif.vb*, são obtidos os valores do fator de intensidade de tensão na frente de fenda pelo método da extrapolação com 2 pontos, seguindo o procedimento descrito no Capítulo 3.

Posteriormente, são também obtidas as mesmas variáveis, mas aplicando o módulo *abaqusjk.vb*, que efetua o cálculo de  $K$  a partir dos valores do integral-J, aplicando as relações apresentadas no Capítulo 3.

Após os cálculos dos valores do fator de intensidade de tensão, verifica-se, noutra sub-rotina que integra o módulo *mysif.vb*, se foi atingido o valor da tenacidade à fratura do material. Em caso afirmativo, o procedimento é interrompido; caso contrário, são obtidas as gamas efetivas do fator de intensidade de tensão para as condições de carregamento especificadas inicialmente, também através de uma sub-rotina própria do módulo *mysif.vb*.

Finalmente, entra-se na última fase (Figura 2.3d) que consiste na definição da nova frente de fenda. Esta etapa é conseguida à custa de uma sub-rotina do módulo *mynewcrackfront.vb*. Por fim, os resultados obtidos são guardados em ficheiros próprios que permitem prosseguir a simulação e repetir, até à ocorrência de fratura, ou até que o utilizador interrompa o procedimento, os passos de Processamento descritos neste ponto. Esta sub-rotina está também incluída no módulo *mynewcrackfront.vb*. Na sequência desta tarefa, procede-se ao armazenamento de diversas variáveis, que serão necessárias para o estágio de Pós-Processamento e que serão abordadas em detalhe no ponto seguinte.

O decorrer da simulação pode ser verificável através da janela da ferramenta numérica (Figura 4.3).

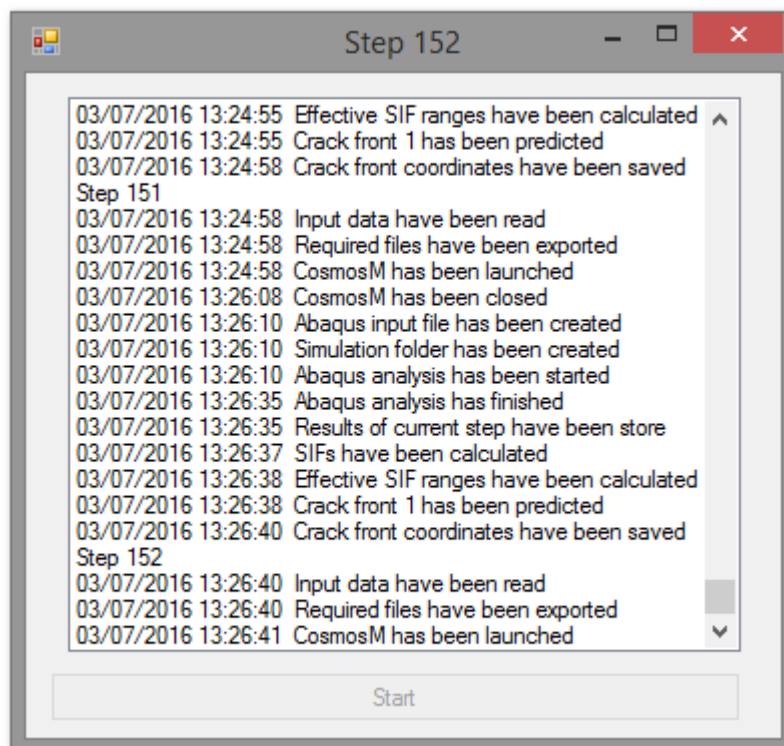


Figura 4.3. Janela de verificação do decorrer da simulação.

### 4.3. Pós-Processamento

O estágio de *Pós-Processamento* destina-se à análise dos resultados. A informação sobre a evolução da frente de fenda, o número de ciclos de fadiga, os carregamentos aplicados, os valores do fator de intensidade de tensão dos nós da frente de fenda para a carga máxima, e os valores de  $\Delta K$  para a razão de tensão aplicada é guardada, para cada incremento de fenda, em ficheiros Excel (*output-\*\*\*.xlsx*) e ASCII (*output-\*\*\*.dat*). Este último contém, ainda, grande parte dos cálculos intermédios efetuados pela ferramenta ao longo da simulação. Na Secção 4.5, a título de exemplo, são apresentados resultados de propagação obtidos a partir da informação gravada nos ficheiros referidos anteriormente.

#### 4.4. Validação experimental da ferramenta numérica

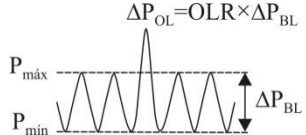
Após terem sido atingidos os objetivos propostos, para este trabalho, em termos de desenvolvimento, foi efetuada a validação experimental da ferramenta numérica. No que diz respeito aos valores numéricos ótimos, optou-se, nesta fase, por se utilizarem os que haviam sido obtidos para esta geometria  $M(T)$  por Branco (2006). De modo a rentabilizar custos e meios optou-se por efetuar a validação experimental recorrendo a ensaios mecânicos já existentes, realizados por Borrego (2001). Estes ensaios destinaram-se a estudos de propagação de fendas por fadiga a amplitude de carga variável, na liga de alumínio 6082-T6, cujas propriedades mecânicas e as propriedades de propagação estão indicadas, respetivamente, nas Tabela 3.1 e Tabela 3.2.

Nos ensaios foram utilizados provetes  $M(T)$  concebidos segundo as recomendações da norma ASTM E647 (2000), com as seguintes dimensões:  $2h = 200\text{mm}$ ;  $2w = 50\text{mm}$ ;  $2t = 3\text{mm}$  e  $2a_0 = 4\text{mm}$  (variáveis definidas na Figura 3.2).

Foi utilizada uma máquina servo-hidráulica *DARTEC* com  $100\text{ kN}$  de capacidade de carga que permitia três tipos de controlo: da força aplicada ao provete, do deslocamento da haste do cilindro ou, ainda, da extensão do provete. A medição da fenda à superfície foi efetuada com duas lunetas óticas independentes, com ampliações de 45 e 30 vezes, respetivamente.

Os ensaios de propagação de fendas por fadiga foram efetuados sob amplitude de carga constante com controlo de carga ( $\Delta P$  constante) para a sequência de carregamento e razão de tensão  $R = 0.25$  indicadas na Tabela 4.2.

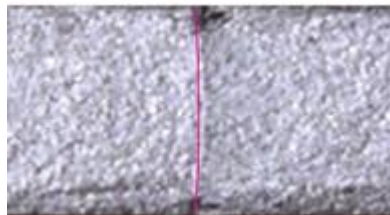
**Tabela 4.2.** Características dos ensaios de sobrecarga para  $\Delta P$  constante (Borrego, 2001).

Sequência de carregamento	R [-]	$P_{\text{máx}}, P_{\text{mín}}$ [N]	$\Delta K_{\text{BL}}$ [ $\text{MPam}^{1/2}$ ]	OLR [-]	da/dN [m/ciclo]	a [mm]
	0,25	7500 1875	5,94 8,29	1,5 2,0	$4,74 \times 10^{-8}$ $1,32 \times 10^{-7}$	7,39 11,76

Na Tabela 4.2 estão também indicados, as velocidades de propagação, as gamas do fator de intensidade de tensão, e os comprimentos médios de fenda para os quais foram aplicadas as sobrecargas com o objetivo de marcar as frentes de fenda na superfície

de fratura dos provetes. Através dos resultados das curvas  $da/dN - \Delta K$  obtiveram-se os valores das constantes da Lei de Paris (Tabela 3.2). Relativamente ao procedimento numérico utilizado, foi simulado um provete com geometria idêntica à descrita acima, um carregamento com igual razão de tensão, e foram usadas as mesmas propriedades mecânicas e de propagação. As malhas de elementos finitos usadas foram idênticas às representadas na Figura 4.2, contendo 1360 elementos e 6487 nós. O incremento máximo de fenda ( $\Delta a_{máx}$ ) adotado foi igual a 0.05 mm. Os valores dos fatores de intensidade de tensão dos nós da frente de fenda foram obtidos com o método energético Integral-J considerando três contornos. No caso específico da validação, foram efetuadas simulações com propagação simétrica, conforme descrito na Secção 3.2.

A comparação entre os resultados numéricos e os resultados experimentais da forma da frente de fenda obtida para  $R = 0.25$  e  $OLR = 2$  está representada na Figura 4.4.



**Figura 4.4.** Comparação entre os resultados numéricos e experimentais da forma da frente de fenda à escala 10:1.

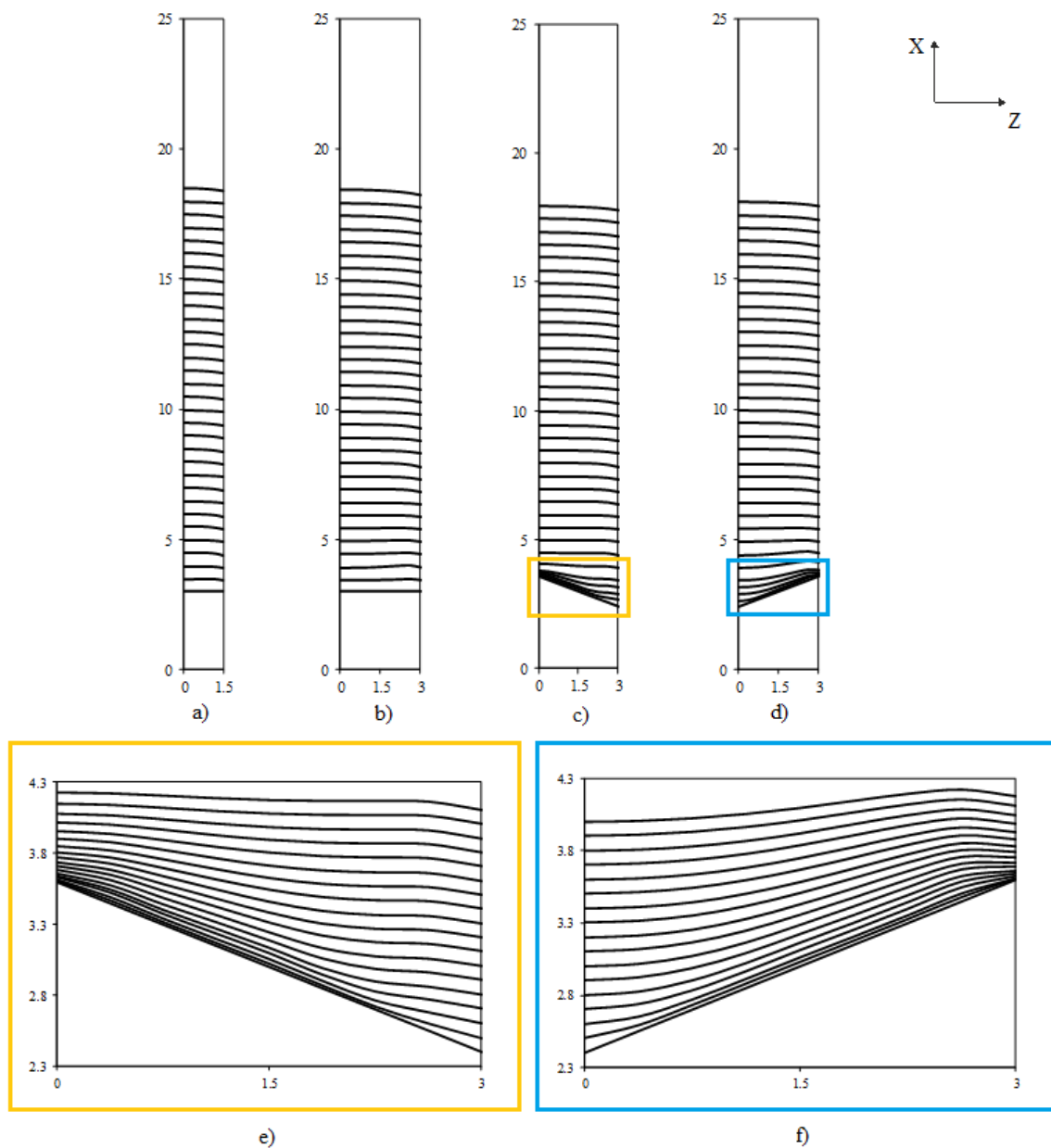
É de verificar, pela Figura 4.4, uma grande semelhança entre as formas de fenda obtidas pelas duas vias. Detetam-se algumas diferenças na zona média da secção. A frente de fenda obtida experimentalmente apresenta uma concavidade um pouco superior do que a concavidade da frente de fenda obtida numericamente. No entanto, estas diferenças são pouco significativas.

#### **4.5. Resultados de propagação obtidos**

Após a validação da ferramenta numérica desenvolvida foram realizadas algumas simulações de modo a obter alguns resultados de propagação. De seguida são apresentados e discutidos os resultados obtidos.

Na Figura 4.5 estão representados resultados da evolução da frente de fenda obtidos a partir da ferramenta numérica desenvolvida. Foram consideradas três formas

iniciais de fenda: forma reta (Figura 4.5a e Figura 4.5b); forma *chevron* (Figura 4.5c); e forma *chevron* invertido (Figura 4.5d), sendo representadas apenas metade das formas *chevron* devido à simetria de propagação. Em todos os casos foram utilizados um comprimento inicial de fenda igual a 3 mm (comprimento médio inicial de fenda para as formas em *chevron*). As restantes variáveis utilizadas nas simulações foram idênticas às apresentadas na Secção 4.4.



**Figura 4.5.** Evolução da forma de fenda a partir de uma frente de fenda com comprimento inicial igual a 3 mm: a) frente reta, com  $t = 1.5\text{mm}$  ( $2t = 3\text{mm}$ ); b) frente reta, com  $t = 3\text{mm}$  ( $2t = 6\text{mm}$ ); c) frente em *chevron*, com  $t = 3\text{mm}$  ( $2t = 6\text{mm}$ ); d) frente em *chevron* invertido, com  $t = 3\text{mm}$  ( $2t = 6\text{mm}$ ); e) ampliação da frente em *chevron*; f) ampliação da frente em *chevron* invertido.

Como se pode verificar na Figura 4.5, apesar das frentes de fenda iniciais serem diferentes, à medida que a propagação de fenda ocorre, todas elas tendem para uma forma semelhante entre elas após um determinado instante. Este facto comprova-se pela evolução do parâmetro de túnel, que é um parâmetro equivalente ao mencionado na Secção 2.4.1, mas considerando a geometria M(T). O instante anteriormente referido delimita a região de propagação fortemente dependente da forma inicial de fenda (fase transiente) da região independente da forma inicial de fenda (fase estável). Atingida a fase estável de propagação, as formas de fenda convergem para valores de  $K$  constantes, como se pode verificar na Figura 4.6, que representa a evolução da relação  $K_{\min}/K_{\max}$  com o comprimento de fenda adimensional  $a/W$ . É ainda verificado que se atinge um perfil iso- $K$ , pois  $K_{\min}/K_{\max}$  tende para a unidade.

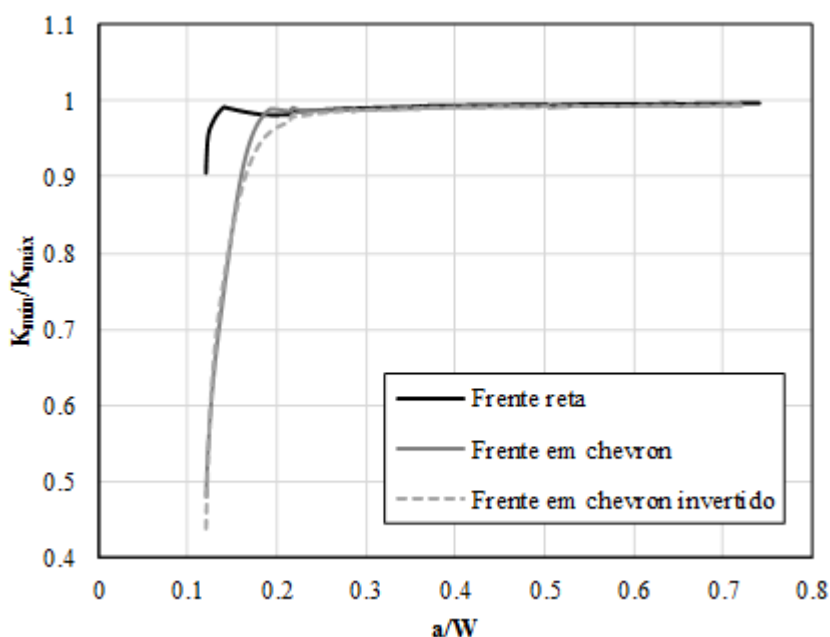
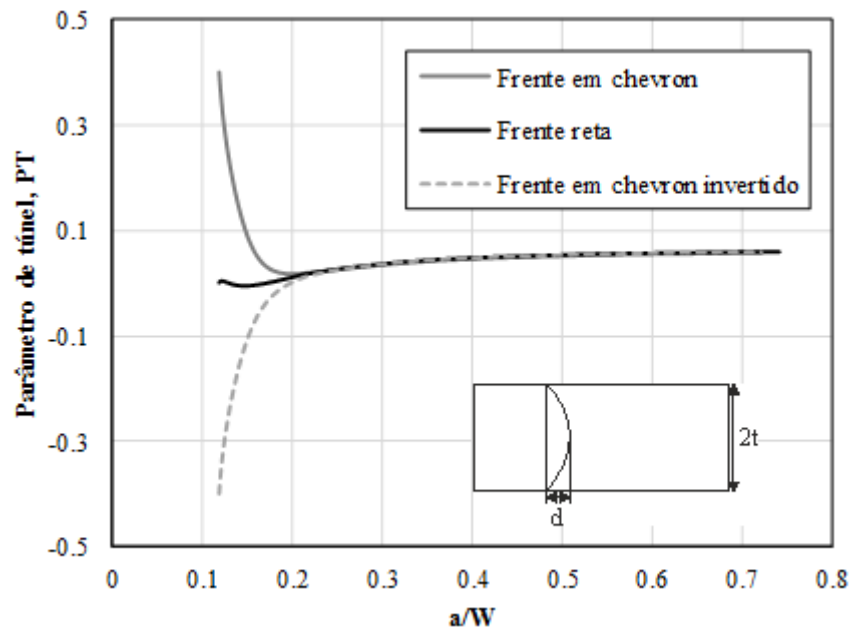


Figura 4.6. Evolução da relação  $K_{\min}/K_{\max}$  com o comprimento de fenda adimensional  $a/W$ .

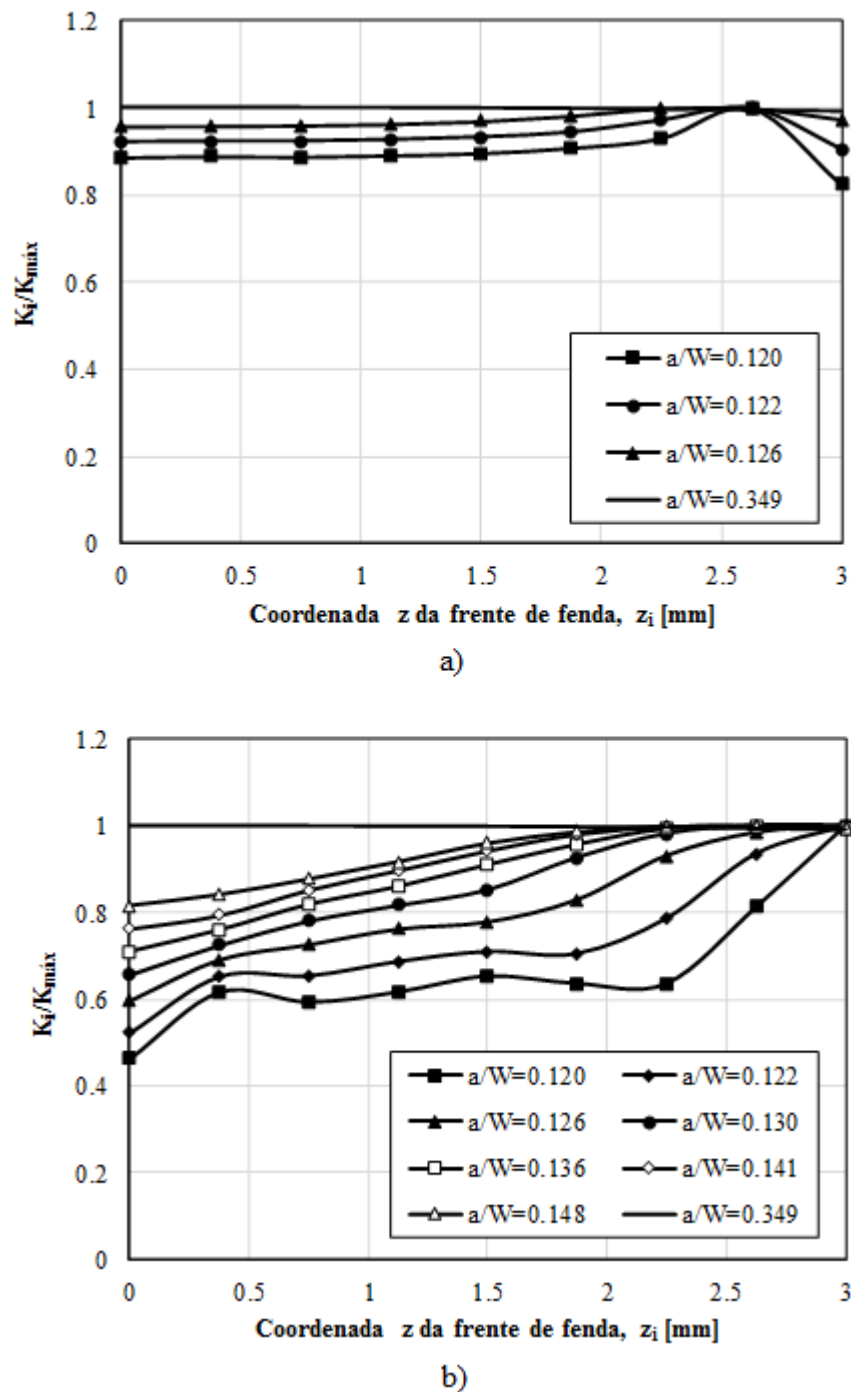
De seguida, na Figura 4.7, faz-se uma análise mais detalhada das mudanças da forma da fenda com  $a/W$  através do parâmetro de túnel,  $PT$ , dado pela razão  $d/2t$  (onde  $d$  representa a diferença entre os nós mais avançado e mais recuado da frente de fenda, conforme se esquematiza na Figura 4.7). Verifica-se que, independentemente da forma inicial de fenda, há convergência para caminhos preferenciais de propagação. A partir de valores de  $a/W$  superiores a 0.2, as trajetórias passam a estar sobrepostas, o que é sinal

que as formas de fenda são, também, bastante similares. Nesta geometria, a convergência para os caminhos preferenciais é rápida, e, após uma fase transiente inicial, deixam de se observar diferenças.



**Figura 4.7.** Evolução do parâmetro de túnel  $PT$  com o comprimento de fenda adimensional  $a/W$ .

Na Figura 4.8 encontra-se a variação do fator de intensidade de tensão ao longo da frente de fenda para diferentes comprimentos de fenda. Para facilitar a comparação de resultados, os valores de  $K$  foram divididos pelo valor máximo do fator de intensidade de tensão da respetiva frente de fenda. Em ambos os casos verifica-se que na fase inicial não é atingido um perfil iso- $K$ , porém, à medida que a fenda propaga, esta tende para a forma de equilíbrio, e, por exemplo, para  $a/W = 0.349$ , os valores de  $K$  são bastante idênticos em toda a frente de fenda, e muito próximos da unidade. No segundo caso (Figura 4.8b), as diferenças entre os valores máximos e mínimos de  $K_i/K_{máx}$  diminuem à medida que a fenda propaga, o que denota, tal como no caso anterior, uma propagação para um perfil iso- $K$ . Veja-se que para  $a/W = 0.349$ , os valores de  $K_i/K_{máx}$  são idênticos aos anteriormente apresentados na Figura 4.8a. De modo idêntico, nesta fase de propagação, as formas de fenda não apresentam diferenças, como se pode constatar na Figura 4.5b e Figura 4.5c.

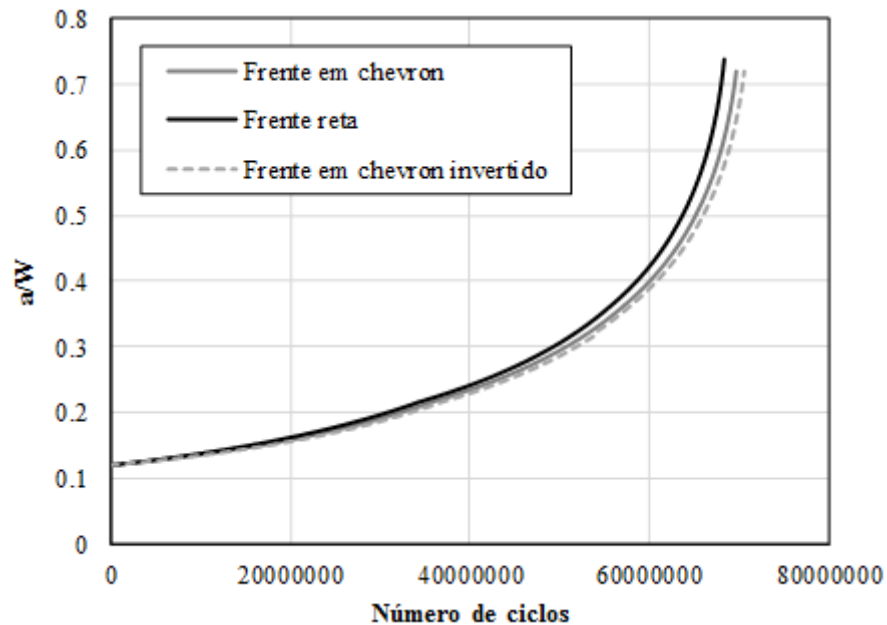


**Figura 4.8.** Variação do fator de intensidade de tensão ao longo da frente de fenda para diferentes comprimentos de fenda: a) frente reta; b) frente em chevron.

A forma inicial de fenda afeta também a vida de fadiga, como se pode verificar na Figura 4.9. Embora as frentes de fenda tenham o mesmo comprimento médio inicial (3 mm), as vidas de fadiga são diferentes pois grande parte da vida de fadiga é perdida em mudanças de forma. Neste caso, a frente em chevron invertido apresenta uma vida de



fadiga superior, pois a sua relação  $K_{mín}/K_{máx}$  está mais afastada do equilíbrio do que as restantes, como se constata na Figura 4.6.



**Figura 4.9.** Evolução do número de ciclos com o comprimento de fenda adimensional  $a/W$ .

De seguida é apresentado o efeito do expoente da Lei de Paris,  $m$ , na forma de fenda. A Figura 4.10 mostra a evolução do parâmetro de túnel,  $PT$ , com o comprimento de fenda adimensional,  $a/W$ , para três valores de  $m$ . Nestas simulações, as formas iniciais de fenda são retas com comprimento igual a 3 mm. Como se verifica, o aumento de  $m$  faz aumentar as variações da forma de fenda, o que vai de acordo com o que se tinha verificado na Figura 2.10. Estas variações de forma podem ser explicadas pelo facto da velocidade de propagação da fenda ser dependente de  $m$  (Eq.(2.3)). Isso implica, como se demonstra na Eq. (2.6), que os incrementos nodais serão também dependentes do valor do expoente da Lei de Paris. Consequentemente, a forma da fenda varia com  $m$ . Verifica-se, também, que a partir de um determinado valor de  $a/W$  (aproximadamente maior do que 0.5), as trajetórias de  $PT$  aproximam-se entre si de uma forma mais evidente, o que denota que o efeito de  $m$  deixa de ser tão relevante.

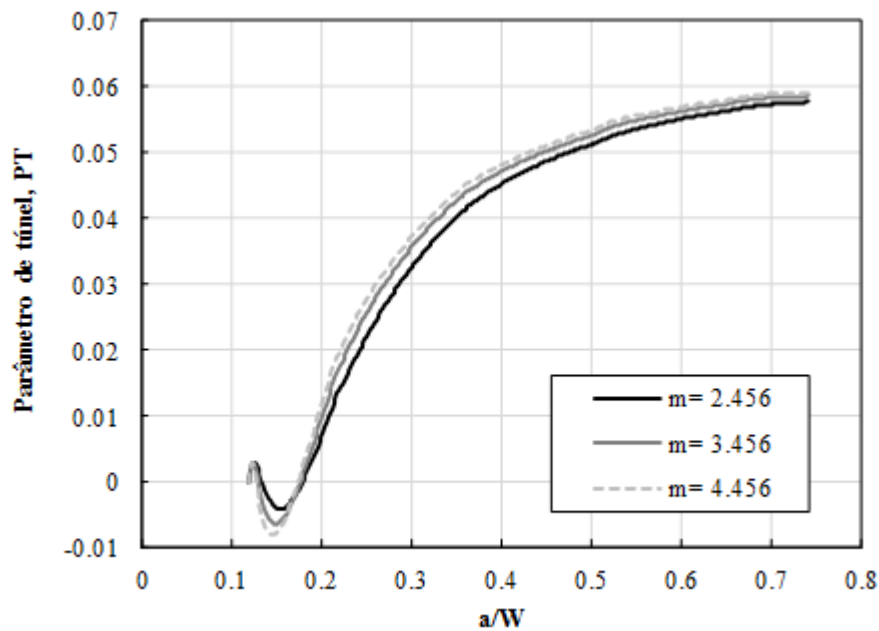


Figura 4.10. Evolução do parâmetro de túnel  $PT$  com o comprimento de fenda adimensional  $a/W$ .

Na Figura 4.11 encontra-se a evolução do número de ciclos com o comprimento de fenda adimensional,  $a/W$ , também para formas iniciais de fenda retas e para os três valores de  $m$  referidos anteriormente. Verifica-se que para valores de  $m$  inferiores obtêm-se vidas de fadiga superiores para comprimentos de fenda adimensionais superiores a 0,33; e o inverso para valores de  $a/W$  inferiores.

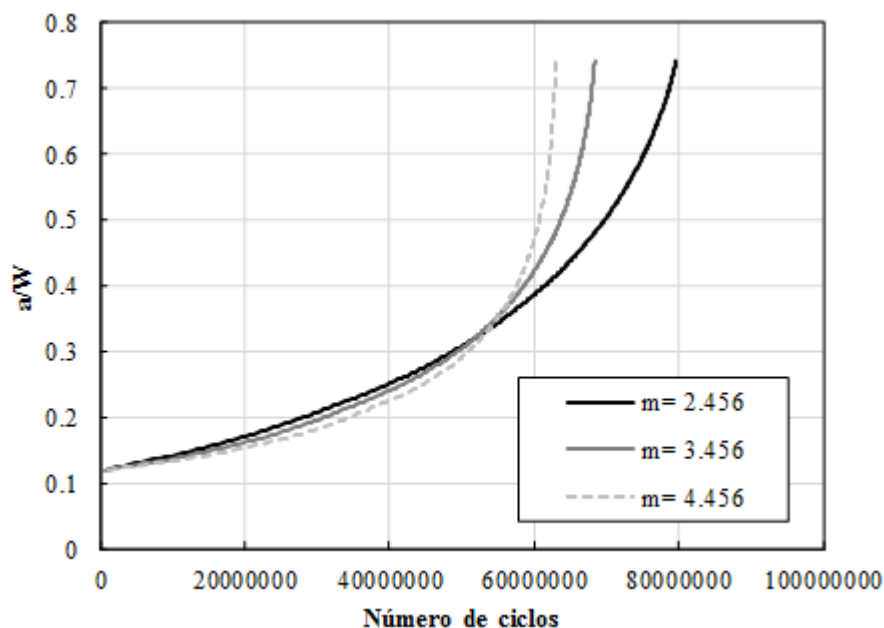


Figura 4.11. Evolução do número de ciclos com o comprimento de fenda adimensional  $a/W$ .

## 5. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

O presente trabalho teve como objetivo principal o desenvolvimento de uma ferramenta numérica para estudar fenômenos de propagação de fendas por fadiga usando *software* comercial. A ferramenta numérica foi desenvolvida implementando um conjunto de sub-rotinas, desenvolvidas com base na técnica de remalhagem adaptativa, em linguagem *Visual Basic*, usando o *software* comercial *Microsoft Visual Studio 2015*. No final deste trabalho, a ferramenta é compatível com os *softwares* comerciais ABAQUS e COSMOSM, sendo facilmente adaptável a outros *softwares* comerciais de elementos finitos, pois as sub-rotinas desenvolvidas são, em termos conceptuais, muito semelhantes às que serão necessárias para a implementação desta ferramenta noutros *softwares* comerciais de elementos finitos.

A metodologia seguida neste trabalho consistiu no desenvolvimento de um algoritmo que combinava três fases distintas: uma fase de pré-processamento, destinada à leitura das variáveis de entrada do problema; uma fase de processamento repetida de forma sequencial com o objetivo de simular o caso de propagação pretendido; e uma fase de pós-processamento focada na análise dos resultados. A fase de processamento, começa, primeiro, por gerar um modelo tridimensional de elementos finitos, que é depois enviado para o *software*; a terceira etapa consiste na análise dos resultados obtidos para a dimensão de fenda atual, o que permite, na etapa seguinte, obter a nova frente de fenda. Esta nova frente de fenda passa a ser o *input* do incremento seguinte, sendo o procedimento repetido até à ocorrência de fratura.

O modelo tridimensional de elementos finitos consiste numa malha constituída por três regiões: uma malha em teia de aranha em torno da frente de fenda; uma malha de transição que visa criar uma caixa retangular para facilitar a montagem e, também, para reduzir a densidade da malha; e uma malha regular, mais grosseira, que preenche o restante volume do sólido. A criação do ficheiro de *input* para o ABAQUS, que corresponde à segunda etapa da sequência descrita anteriormente, tornou-se uma tarefa demorada, pois este ficheiro tem de ser criado segundo uma sequência e linguagem próprias do ABAQUS. Relativamente à definição da nova frente de fenda, deve realçar-se que o procedimento

permite o cálculo dos fatores de intensidade de tensão, quer através de métodos diretos, quer através de métodos energéticos.

A interface da ferramenta numérica é uma interface de fácil utilização. Além disso, permite, acompanhar a evolução da simulação através da janela principal. Os dados de entrada são definidos através de ficheiros ASCII com formato (.txt). Sendo uma tarefa simples, pretende-se que esta tarefa se faça, posteriormente, através da própria interface.

Os resultados obtidos das simulações efetuadas são, atualmente, guardados em ficheiros Excel e ASCII, o que facilita a análise.

Após o desenvolvimento da ferramenta, efetuou-se a validação experimental tendo-se verificado uma grande semelhança entre as formas de fenda obtidas numérica e experimentalmente. Posteriormente, foram realizadas diversas simulações de modo a estudar o efeito de algumas variáveis na evolução da forma da fenda, nos fatores de intensidade de tensão, e na vida de fadiga. As variáveis estudadas foram a forma inicial da frente de fenda, a espessura da peça, e o expoente da Lei de Paris.

Os objetivos iniciais foram plenamente atingidos. Porém, sugerem-se alguns trabalhos futuros para melhorar o procedimento automático, e também para aprofundar a compreensão do fenómeno de propagação de fendas por fadiga:

- Desenvolver, tal como referido anteriormente, uma interface gráfica que permita que os dados de entrada do problema sejam definidos através de um sistema de janelas Windows, sem necessidade de utilizar ficheiros ASCII;
- Desenvolver uma interface para acompanhar em tempo real a evolução gráfica das principais variáveis da simulação, nomeadamente as formas da frente de fenda; os valores do fator de intensidade de tensão da frente de fenda; os valores efetivos da gama do fator de intensidade de tensão da frente de fenda; e a relação entre o número de ciclos e o comprimento de fenda;
- Realizar uma otimização das variáveis numéricas do procedimento, nomeadamente a dimensão radial dos elementos da frente de fenda; a densidade da malha e o número de elementos; o número de camadas da frente de fenda; a disposição das camadas ao longo da espessura da peça; a localização dos nós utilizados para o cálculo do fator de

intensidade de tensão usando métodos diretos; o número de contornos utilizados no cálculo do Integral-J, entre outros;

- Compatibilização do procedimento com outras geometrias, outros modos de carga, e outros *softwares* de elementos finitos.



---

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abaqus user's manual. Volumes I, II and III, version 6.9-3: Hibbitt, Karlsson & Sorensen; 2009.
- American Society for Testing and Materials, “Standard test method for measurement of fatigue crack growth rates”, ASTM E647, 2000
- Antunes F.V. (1999). Influence of frequency, stress ratio and stress state on fatigue crack growth in nickel base superalloys at elevated temperature. PhD thesis, Department of Mechanical and Manufacturing Engineering, University of Portsmouth, United Kingdom.
- Borrego, L.P., Ferreira, J.M. e Costa, J.M. (2001), “Fatigue crack growth and crack closure in an AlMgSi alloy”, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 24, 255-265.
- Branco, R. e Ventura F.J. (2004), “Optimisation of the numerical study of crack shape evolution”, 9as Jornadas Portuguesas de Fractura, Escola Superior de Tecnologia do Instituto Politécnico de Setúbal, Setúbal.
- Branco, R. (2006), “Estudo numérico de propagação de fendas por fadiga em provetes MT”, Tese de Mestrado em Engenharia Mecânica na especialidade de Projeto Mecânico, Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Branco, R., & Antunes, F. V. (2008). Finite element modelling and analysis of crack shape evolution in mode-I fatigue Middle Cracked Tension specimens. *Engineering Fracture Mechanics*, 75(10), 3020–3037.
- Branco, R., Antunes, F.V. e Costa, J.D. (2012a), “Extent of surface regions near corner points of notched cracked bodies subjected to mode-I loading”, *Finite Elements in Analysis and Design*, 50147–160.
- Branco, R., Antunes, F.V. e Costa, J.D. (2012b), “Lynx: A user-friendly computer application for simulating fatigue growth of planar cracks using FEM”, *Computer Applications in Engineering Education*, DOI:10.1002/cae.20578.
- Branco, R. (2013b), “Fatigue Life Prediction of Notched Components Subjected to Complex Loading”, Tese de Doutoramento em Engenharia Mecânica na especialidade Construção Mecânica, Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade de Coimbra.
- Branco, R., Costa, J. D., & Antunes, F. V. (2014). Fatigue behaviour and life prediction

- of lateral notched round bars under bending–torsion loading. *Engineering Fracture Mechanics*, 119, 66–84.
- Branco, R., Antunes, F. V. and Costa, J. D. (2014), Lynx: A user-friendly computer application for simulating fatigue growth of planar cracks using FEM. *Comput. Appl. Eng. Educ.*, 22: 529–540.
- Branco, R., Antunes, F.V. e Costa, J.D. (2015), “A review on 3D-FE adaptive remeshing techniques for crack growth modelling”, *Engineering Fracture Mechanics*, 141, 170-195.
- Bremberg, D., & Dhondt, G. (2008). Automatic crack-insertion for arbitrary crack growth. *Engineering Fracture Mechanics*, 75(3), 404–416.
- Bremberg D, Dhondt G. Automatic 3-D crack propagation calculations: a pure hexahedral element approach versus a combined element approach. *Int J Fract* 2009;157:109–18.
- Carpinteri, A. (1993). Shape change of surface cracks in round bars under cyclic axial loading. *International Journal of Fatigue*, 15(1), 21–26.
- Carpinteri, A., & Brighenti, R. (1996). Part-through cracks in round bars under cyclic combined axial and bending loading. *International Journal of Fatigue*, 18(1), 33–39.
- Carpinteri, A., Brighenti, R., & Spagnoli, A. (1998). Part-through cracks in pipes under cyclic bending. *Nuclear Engineering and Design*, 185(1), 1–10.
- Carpinteri, A., Brighenti, R., & Spagnoli, A. (2000). Fatigue growth simulation of part-through flaws in thick-walled pipes under rotary bending. *International Journal of Fatigue*, 22(1), 1–9.
- Carpinteri, A., Brighenti, R., Huth, H.-J., & Vantadori, S. (2005). Fatigue growth of a surface crack in a welded T-joint. *International Journal of Fatigue*, 27(1), 59–69.
- Carpinteri, A., Brighenti, R., & Vantadori, S. (2006). Surface cracks in notched round bars under cyclic tension and bending. *International Journal of Fatigue*, 28(3), 251–260.
- Carpinteri, A., & Vantadori, S. (2009). Sickle-shaped cracks in metallic round bars under cyclic eccentric axial loading. *International Journal of Fatigue*, 31(4), 759–765.
- Carter, B. J., Wawrzynek, P. A. and Ingraffea, A. R. (2000), Automated 3-D crack growth simulation. *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, 47: 229–253.
- Caspers M, Mattheck C, Munz D. (1990), Propagation of surface cracks in notched and unnotched rods. In: *Surface-crack growth: models, experiments and structures*,



- ASTM STP 1060, Am Soc Test Mater, 365–89.
- Chandwani R, Wiehahn M, Timbrell C. (2004) 3D fracture mechanics in ANSYS. In: UK Ansys conference, 15–16 November, Stratford-upon-Avon, England.
- Citarella, R., & Cricri, G. (2010). Comparison of DBEM and FEM crack path predictions in a notched shaft under torsion. *Engineering Fracture Mechanics*, 77(11), 1730–1749.
- Couroneau, N., & Royer, J. (1998). Simplified model for the fatigue growth analysis of surface cracks in round bars under mode I. *International Journal of Fatigue*, 20(10), 711–718.
- Courtin, S., Gardin, C., Bézine, G., & Ben Hadj Hamouda, H. (2005). Advantages of the J-integral approach for calculating stress intensity factors when using the commercial finite element software ABAQUS. *Engineering Fracture Mechanics*, 72(14), 2174–2185.
- Erdogan F, Ratwani M. (1970) Fatigue and fracture of cylindrical shells containing a circumferential crack. *Int J Fract Mech*;6:379–92.
- ESACRACK user's manual. Version 4.0, TOS-MCS/2000/41/In; 2000.
- Farahmand B, Bockrath G, Glassco J (1997) *Fatigue and Fracture Mechanics of High Risk Parts: Application of LEFM & FMDM theory*. Chapman & Hall, ISBN: 0-412-12991-4.
- Forman RG, Kearney VE, Engle RM. (1967) Numerical Analysis of Crack Propagation in Cyclic-Loaded Structures. ASME. *J. Basic Eng*;89(3):459-463.
- Forman RG, Shivakumar V, Newman Jr JC, Piotrowski SM, Williams LC. (1988) Development of the NASA/FLAGRO computer program. In: Read DT, Reed RP, editors. *Fracture mechanics: eighteenth symposium*, ASTM STP 945. Philadelphia, PA: American Society for Testing and Materials: 781–803.
- Fulland M, Schöllmann M, Richard HA. (2000) ADAPCRACK3D development of the program for the simulation of three dimensional crack propagation processes. *Advances in computational engineering & sciences*. Palmdale, USA: Tech Science Press; 948–53.
- Fulland M, Schöllmann M, Richard HA. (2001) Simulation of fatigue crack propagation processes in arbitrary three-dimensional structures with the program system ADAPCRACK3D. In: 10th International conference on fracture, 2–6 December, Honolulu, USA.
- Richard HA, Fulland M, Schöllmann M, Sander M. (2002) Simulation of fatigue crack growth using ADAPCRACK3D. In: Eighth international fatigue congress, 2–7

June, Stockholm, Sweden;1405–12.

- Gera, D., & Mahmoud, M. . (1992). Energy variation trends in the fatigue growth of surface cracks under tension and bending. *Engineering Fracture Mechanics*, 41(4), 515–528.
- Gilchrist, M. D. and Smith, R. A. (1991), FINITE ELEMENT MODELLING OF FATIGUE CRACK SHAPES. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 14: 617–626.
- Harter JA. (2002) AFGROW users guide and technical manual. Air vehicles directorate, air force laboratory, Wright-Patterson air force base, Ohio.
- Hellen, T. K. (1975), On the method of virtual crack extensions. *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, 9: 187–207.
- Hosseini, A., & Mahmoud, M. A. (1985). Evaluation of stress intensity factor and fatigue growth of surface cracks in tension plates. *Engineering Fracture Mechanics*, 22(6), 957–974.
- Hou J, Goldstraw M, Maan S, Knop M. (2001) An evaluation of 3D crack growth using ZENCRACK. Defence science and technology organisation. Department of defence.
- Kim, J. ., & Hwang, I. . (1997). Crack shape evolution of surface flaws under fatigue loading of austenitic pipes. *Nuclear Engineering and Design*, 174(1), 17–24.
- Lin, X. B., & Smith, R. A. (1997). Shape growth simulation of surface cracks in tension fatigued round bars. *International Journal of Fatigue*, 19(6), 461–469.
- Lin, X. B., & Smith, R. A. (1997). Numerical analysis of fatigue growth of external surface cracks in pressurised cylinders. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 71(3), 293–300.
- Lin, X. B., & Smith, R. A. (1998). Fatigue growth simulation for cracks in notched and unnotched round bars. *International Journal of Mechanical Sciences*, 40(5), 405–419.
- Lin, X.B. e Smith, R.A. (1999a), “Finite element modelling of fatigue crack growth of surface cracked plates. Part I: The numerical technique”, *Engineering Fracture Mechanics*, 63, 503–522.
- Lin, X.B. e Smith, R.A. (1999b), “Finite element modelling of fatigue crack growth of surface cracked plates. Part II: Crack shape change”, *Engineering Fracture Mechanics*, 63, 523–540.
- Lin, X.B. e Smith, R.A. (1999c), “Finite element modelling of fatigue crack growth of surface cracked plates. Part III: Stress intensity factor and fatigue crack growth”,

- Engineering Fracture Mechanics, 63, 541–556.
- Mahmoud MA, Hosseini A. (1986) Assessment of stress intensity factor and aspect ratio variability of surface cracks in bending plates. *Engng Fract Mech*;24:897–913.
- Mahmoud, M. A. (1988). Quantitative prediction of growth patterns of surface fatigue cracks in tension plates. *Engineering Fracture Mechanics*, 30(6), 735–746.
- Mahmoud, M. A. (1988). Growth patterns of surface fatigue cracks under cyclic bending—a quantitative analysis. *Engineering Fracture Mechanics*, 31(2), 357–369.
- Mahmoud, M. A. (1990). Surface fatigue crack growth under combined tension and bending loading. *Engineering Fracture Mechanics*, 36(3), 389–395.
- Mahmoud, M. A. (1992). Some characteristics of fatigue crack propagation of surface cracks. *Engineering Fracture Mechanics*, 41(6), 961–966.
- Maligno, A. R., Rajaratnam, S., Leen, S. B., & Williams, E. J. (2010). A three-dimensional (3D) numerical study of fatigue crack growth using remeshing techniques. *Engineering Fracture Mechanics*, 77(1), 94–111.
- Miranda, A. C. O., Meggiolaro, M. A., Castro, J. T. P., Martha, L. F., & Bittencourt, T. N. (2003). Fatigue life and crack path predictions in generic 2D structural components. *Engineering Fracture Mechanics*, 70(10), 1259–1279.
- Murti, V., & Valliappan, S. (1986). A universal optimum quarter point element. *Engineering Fracture Mechanics*, 25(2), 237–258.
- NASGRO v6.0. Fracture mechanics and fatigue crack growth analysis software. Reference manual; 2009.
- Newman Jr JC, Raju IS. (1984) Prediction of fatigue crack growth patterns and lives in three-dimensional cracked bodies. In: 6th International conference on fracture, December 4–10, New Delhi, India.
- Nykänen TJ. (1996) Fatigue crack growth simulations based on free front shape development. *Fatigue Fract Engng Mater Struct*;19:99–109.
- Parks D. (1974) A stiffness derivative finite element technique for determination of crack tip stress intensity factors. *Int J Fract*;10:487–502.
- Rabold F, Kuna M, Leibelt T. (2013) PROCRAK: a software for simulating three-dimensional fatigue crack growth. *Advanced finite element methods and applications. Lect Notes Appl Comput Mech*;66:355–74.
- Rabold, F., & Kuna, M. (2014). Automated Finite Element Simulation of Fatigue Crack Growth in Three-dimensional Structures with the Software System ProCrack.

- Procedia Materials Science*, 3, 1099–1104.
- Richard HA, May B, Schöllmann M. (1998) Prediction of fatigue crack growth under complex loading with the software system FRANC/FAM. In: 12th European conference on fracture (ECF12), 14–18 September, Sheffield, UK.
- Rice J. (1968) A path independent integral and approximate analysis of strain concentration by notches and cracks. *J Appl Mech*;10:487–502.
- Riddell, W. T., Ingraffea, A. R., & Wawrzynek, P. A. (1997). Experimental observations and numerical predictions of three-dimensional fatigue crack propagation. *Engineering Fracture Mechanics*, 58(4), 293–310.
- Roy M, Sumpter J, Timbrell C, Wiehahn M. (2005) Stress intensity factors for cracked plates under out-of-plane bending. In: 18th Annual worldwide ABAQUS users' conference, 18–20 May, Stockholm, Sweden.
- Schöllmann M, Richard HA. (1999) FRANC/FAM – a software system for the prediction of crack propagation. *J Struct Eng*;26:39–48.
- Schöllmann, M., Fulland, M., & Richard, H. . (2003). *Development of a new software for adaptive crack growth simulations in 3D structures. Engineering Fracture Mechanics* (Vol. 70).
- Sedmak A, Savovic N, Pavisic M.(1992) ESIS recommendations for use of finite element method in fracture mechanics. In: Sedmak S, Sedmak A, Ruzić A (Eds.), 9th European conference on fracture (ECF9), Bulgaria. Reliability and Structural Integrity of Advanced Materials, EMAS.
- Shang-Xian Wu. (1985) Shape change of surface crack during fatigue growth. *Engng Fract Mech*;22:897–993.
- Smith, R.A. e Copper, J.F. (1989), “A finite element model for the shape development of irregular planar cracks”, *International Journal of Pressure Vessel and Piping*, 36, 315-326.
- Timbrell C, Cook G, Chandwani R. (2000) 3D crack analysis using MSC.MARC. In: 1st Northern European technology conference, June 7–8, Manchester, England.
- Toribio, J., Matos, J. C., González, B., & Escudra, J. (2014). Numerical modelling of cracking path in round bars subjected to cyclic tension and bending. *International Journal of Fatigue*, 58, 20–27.
- ViDa. Visual damagemeter for windows. User manual; 2002.
- Walker K. (1970) The effects of stress ratio during crack propagation and fatigue for 2024-T3 and 7075-T6 aluminum. In: Effects of environment and complex load history on fatigue life. Philadelphia: American Society for Testing and Material:1–

14.

Wawrzynek, P. A., & Ingraffea, A. R. (1987). Interactive finite element analysis of fracture processes: An integrated approach. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 8(2), 137–150.

Wu, Z. (2006). The shape of a surface crack in a plate based on a given stress intensity factor distribution. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 83(3), 168–180.

Zentech Inc. ZENCRACK user manual 2009;8:2009.



## APÊNDICE A

```
options - Bloco de notas
Ficheiro Editar Formatar Ver Ajuda
-----
Half-width [width] (mm)
25
-----
Half-height [height] (mm)
100
-----
Grips [grips](mm)
50
-----
Young Modulus [EX] (MPa)
210000
-----
Poisson's ratio NUXY
0.33
-----
Minimum load [Fmin] (N)
750
-----
Maximum load [Fmax] (N)
1500
-----
C constant of the Paris law [CCC] (m/cycle; MPa m0.5)
1e-11
-----
m constant of the Paris law [mmm] (m/cycle; MPa m0.5)
3
-----
Fracture toughness KIC [MPa mm0.5]
500
```

**Figura A1.** Variáveis de geometria, condições de fronteira, carregamento e material (*options.txt*).

```

meshoptions - Bloco de notas
Ficheiro Editar Formatar Ver Ajuda
-----
Spider web mesh, DistL1a (W/constant; or % of crack length)
2
-----
Spider web mesh, DistL2a ((W/constant; or % of crack length)
2
-----
Spider web mesh, DistL3a (W/constant; or % of crack length)
2
-----
Transition mesh, DTrans1 (W/constant; or % of crack length)
2
-----
Number of elements, NEL1
1
-----
Number of elements, SumNEL23 (NEL2+NEL3)
7
-----
Number of elements, NEL4
7
-----
Type of mesh definition (0 - absolute; 1 - percentage of crack length)
1
    
```

**Figura A2.** Dimensões radiais dos elementos da malha em teia de aranha e malha de transição e densidade da malha regular (*meshoptions.txt*).

```

crack - Bloco de notas
Ficheiro Editar Formatar Ver Ajuda
-----
-x(i)    +x(i)    z(i)
-13      13       0
-13      13       0.125
-13      13       0.25
-13      13       0.375
-13      13       0.5
-13      13       0.625
-13      13       0.75
-13      13       0.875
-13      13       1
    
```

**Figura A3.** Definição da frente de fenda (*crack.txt*).



```

simulation - Bloco de notas
Ficheiro Editar Formatar Ver Ajuda
Simulation name, myname
Sim1
-----
FE software, myFEsoftware (0:CosmosM; 1:Abaqus)
1
-----
Maximum crack front advance, Damax (mm)
0.05
-----
K calculation, myK (0:extrapolation; 1:J-integral)
1
-----
Number of contours of J-integral, myContour (min:1; max:10)
1
-----
Crack front simulation, mySYM (symmetrical:0; assymetrical:1)
1
-----
Load definition (top lines:1; top surface:2; grips:3)
1

```

**Figura A4.** Definições de simulação (*simulation.txt*).

```

configurations - Bloco de notas
Ficheiro Editar Formatar Ver Ajuda
Geostar exe path:
"C:\Program Files\COSMOS Applications\gstr1024.exe"
-----
Geostar exe name:
geo1024
-----
Input directory:
C:\simulations\mta
-----
Delete temporary folders (yes:1;no:0):
0

```

**Figura A5.** Configurações da ferramenta numérica (*configurations.txt*).