



Jorge Miguel Ferreira Domingues

Hipótese de Eficiência na Forma Fraca no Mercado de Criptodivisas

Dissertação de Mestrado em Economia, na especialidade de Economia Financeira, orientada pelo Prof. Doutor Manuel Paulo Albuquerque Melo e pelo Prof. Doutor Pedro Manuel Cortesão Godinho, apresentada na Faculdade de Economia da Universidade de Coimbra para obtenção do grau de Mestre.

Julho, 2014



UNIVERSIDADE DE COIMBRA



FEUC FACULDADE DE ECONOMIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Jorge Miguel Ferreira Domingues

Hipótese de Eficiência na Forma Fraca no Mercado de Criptodivisas

Trabalho de Projeto do Mestrado em Economia, na especialidade em Economia Financeira, apresentado à Faculdade de Economia da Universidade de Coimbra para obtenção do grau de Mestre

Orientado por: Professor Doutor Manuel Paulo Albuquerque Melo e Professor
Doutor Pedro Manuel Cortesão Godinho

Junho de 2014

Resumo

Neste estudo é analisada a Hipótese de Eficiência de Mercado na Forma Fraca no mercado de criptodivisas. São aplicados testes econométricos como o teste de Autocorrelação, Rácio de Variância de Lo and Mackinlay, Raiz Unitária, *Runs* e a presença de efeitos ARCH, no sentido de aferir a possibilidade de que os preços das principais criptodivisas, a Bitcoin e a Litecoin, seguem um passeio aleatório. Adicionalmente são aplicadas as ferramentas de análise técnica de Média Móvel e Média Móvel Exponencial a fim de aferir a possibilidade de obter retornos extraordinários com base nestas regras de transação.

As conclusões dos testes econométricos apontam na sua grande maioria para a ausência de eficiência na forma fraca no mercado de criptodivisas sendo as exceções o teste de *Runs* e de Raiz Unitária. No caso das regras de transação verificamos que na generalidade dos casos a sua aplicação não permite obter retornos extraordinários, pelo que estas não indiciam desvios à eficiência do mercado.

Palavras-chave: Eficiência de Mercado, Criptodivisas, Passeio Aleatório, Análise Técnica

Classificação JEL: G140, C580, C16.

Abstract

This study analyzes the Weak Form Market Efficiency Hypothesis in the cryptocurrency market. Econometric tests are applied as the test of Autocorrelation, variance ratio of Lo and Mackinlay, Unit Root, Runs and testing for the presence ARCH effects, in order to assess the possibility that the prices of the main cryptocurrencies, Bitcoin and Litecoin follow a random walk. Additionally the tools of technical analysis Moving Average and Exponential Moving Average are applied in order to assess the possibility of obtaining extraordinary returns based on these rules transaction.

The conclusions of the tests point mostly to the lack of weak form efficiency in the cryptocurrencie market being the exceptions the Runs and Unit Root Test. In the case of the technical analysis tools it was found that in most cases the application does not allow to obtain extraordinary returns, so these do not indicate deviations from market efficiency.

Keywords: Market Efficiency, Criptocurrency, Random Walk, Technical Analysis

JEL classifications : G140, C580, C16.

Sumário

Índice

1. Introdução.....	1
2. Revisão de Literatura.....	2
2.1. A Hipótese de Eficiência de Mercado.....	2
2.2. Criptodivisas.....	6
3. Enquadramento Metodológico.....	9
3.1. Considerações Introdutórias.....	9
3.2. O Modelo de Passeio Aleatório.....	9
3.3. Análise Técnica.....	10
4. Dados.....	11
5. Metodologia.....	13
5.1. Modelos.....	13
5.2. Teste de Raiz Unitária.....	14
5.3. Teste de Autocorrelação.....	15
5.4. Efeitos ARCH.....	16
5.5. Teste de Rácio de Variância Lo and Mackinlay.....	16
5.6. Teste de <i>Runs</i>	18
5.7. Média Móvel Simples.....	19
5.8. Média Móvel Exponencial.....	20
6. Interpretação e Discussão de Resultados.....	21
6.1. Teste de Raiz Unitária.....	21
6.2. Teste de Autocorrelação.....	21
6.3. Efeitos ARCH.....	23
6.4. Teste de Rácio de Variância Lo and Mackinlay.....	23
6.5. Teste de <i>Runs</i>	25
6.6. Média Móvel Simples.....	26
6.7. Média Móvel Exponencial.....	28
7. Conclusão.....	29
Bibliografia.....	30
Anexos.....	32

1. Introdução

A hipótese de eficiência de mercado é uma pedra basilar da teoria financeira moderna. Fama (1970) define um mercado eficiente como “um mercado em que os preços refletem completamente a informação disponível” e distingue três níveis de eficiência, a forma fraca, semiforte e forte. Na sua forma fraca, um mercado eficiente é aquele em que o valor do ativo reflete a informação que consta do histórico de preços.

Uma consequência direta de um mercado em que o histórico de preços de um ativo reflete toda a informação disponível nas suas cotações, é a de que com base nesse histórico não é possível obter retornos extraordinários, por isso, a análise econométrica do trabalho será centrada na aceitação ou rejeição desta possibilidade.

A prossecução de formas mais eficientes de realizar tarefas através de novas tecnologias levou ao aparecimento em 2012 de um novo tipo de mercado, o mercado de criptodivisas. Dada a sua crescente popularidade e a valorização que se verificou na generalidade destas nos últimos anos, entende-se como de interesse aferir a verificação da hipótese de eficiência na forma fraca num mercado com uma natureza bastante distinta de outros mercados estudados noutros trabalhos em que esta temática é abordada. O presente trabalho concentrará os seus esforços sobre duas criptodivisas em particular, a Bitcoin e a Litecoin, líderes deste mercado.

O presente estudo propõe então antes de mais dar resposta à questão: “Existe eficiência na forma fraca no mercado de criptodivisas?”

Numa outra linha, e dado o seu carácter tecnológico e relativamente desconhecido entende-se também importante discutir aspetos estruturais dando a conhecer a sua forma de funcionamento e apresentar alguns dos potenciais fatores de ineficiência.

Na secção dois do trabalho, Revisão de Literatura, são apresentados alguns conceitos fundamentais à compreensão do tema, como descritos pelos autores mais importantes dentro das temáticas apresentadas. Na secção três, “Enquadramento Metodológico”, são abordados aspetos teóricos essenciais do trabalho como o modelo de passeio aleatório e as ferramentas de análise técnica. Na secção quatro temos a apresentação dos dados usados e na secção cinco são apresentados os testes econométricos e ferramentas de análise técnicas usadas, bem como a forma dos modelos usados no trabalho. Na secção seis temos a interpretação e discussão dos resultados destes testes e por fim, na secção sete são apresentadas as conclusões finais do trabalho.

2. Revisão da literatura

2.1. A Hipótese de Eficiência de Mercado

O conceito de eficiência de mercado foi antecipado por Bachelier (1900). Bachelier foi pioneiro na aplicação de ferramentas matemáticas mais complexas aos mercados financeiros. O conceito de movimento Browniano e a análise de processos estocásticos, levaram Bachelier (1900, p.1) a afirmar que “as influências que determinam as flutuações na bolsa são inumeráveis; eventos passados, presentes e até futuros descontados são refletidos no preço de mercado, mas muitas vezes não demonstram aparentemente relação com as variações dos preços”. Esta é a gênese da ideia de eficiência informacional. Bachelier ao concluir que os preços dos ativos variam aleatoriamente viria a tornar-se um dos grandes responsáveis pelo grande volume de investigação dedicada ao tema da eficiência de mercado.

Cowles (1933) dedica-se à análise dos resultados de previsão das agências financeiras da época, que procuravam escolher os ativos com maior potencial de rentabilidade ou prever movimentos dos mercados de ações. O autor conclui a incapacidade destas agências da época para realizar previsões acertadas do valor futuro dos ativos, indo de encontro ao trabalho realizado por Bachelier. Cowles e Jones (1937) e Cowles (1944) revisitam estes resultados procurando aferir novamente se a natureza dos preços dos ativos financeiros é aleatória ou apresenta alguma estrutura usando períodos mais alargados obtendo resultados semelhantes. Os autores encontram alguns indícios da existência de estrutura no processo de formação de preços para determinados horizontes temporais mas concluem que não se trata de um facto que ofereça garantias aos especuladores. Working (1949) antecipa também ele a hipótese de eficiência de mercado. Estes trabalhos reuniram já uma importante parte daquilo que viria a ser a hipótese de eficiência de mercado. Contudo, careciam ainda de definição formal e sistematização.

Fama (1965,p.56) define um mercado eficiente como um mercado em que “há um grande número de maximizadores de lucro racionais competindo ativamente, com cada um tentando prever os valores de mercado futuros de títulos individuais, e onde a informação atual importante está disponível gratuitamente para todos os participantes. Num mercado eficiente, em média, a concorrência fará com que todos os efeitos de

novas informações sobre valores intrínsecos sejam refletidas 'instantaneamente' nos preços reais”.

A sua análise das cotações de ativos e da possibilidade de o histórico de cotações permitir realizar previsões de confiança levou-o a concluir que estas cotações seguem um passeio aleatório. Paralelamente, Samuelson (1965), deu passos importantes na formalização do argumento a favor da eficiência de mercado.

Fama (1970) apresenta então aquele que será o mais importante trabalho sobre a hipótese de eficiência de mercado, “*Efficient capital markets: A review of theory and empirical work*”. Reforçando a ideia de um mercado eficiente como “um mercado em que os preços refletem completamente a informação disponível “, expande o trabalho realizado.

Fama (1970) descreve então três tipos diferentes de eficiência com base na capacidade de refletir nos preços dos ativos a informação disponível no mercado. Após a discussão empírica e teórica da diversa literatura referente a este tema apresentada até então, define a forma fraca de eficiência como aquela “em que o conjunto de informação é apenas o histórico de preços”, a forma semiforte em que, “os preços se ajustam de forma eficiente a outros tipos de informação como a obviamente disponível publicamente (e.g anúncios de resultados, etc) ”, e por último a forma forte em que, “os preços se ajustam de forma relevante com a informação detida monopolisticamente por investidores ou outros grupos”.

Em termos formais apresenta três modelos, reunidos da literatura, essenciais à discussão da hipótese de eficiência de mercado. O modelo de Martingala ou “*fair-game*”, o modelo Submartingala e o modelo de passeio aleatório, *Random Walk*.

O autor realizou a estruturação destes modelos no contexto da análise de eficiência de mercado de cujo passeio aleatório, *Random Walk*, pela importância para o presente trabalho se definirá formalmente na secção de metodologia. Fama apresenta igualmente três condições importantes para a verificação da hipótese de eficiência de mercado: a ausência de custos de transação, a informação estar disponível gratuitamente para todos os agentes e por último que todos os agentes avaliem da mesma forma o impacto da informação disponível no preço atual e futuro dos ativos financeiros. Estas condições contudo não se coadunam com um mercado real e com as suas fricções, mas como referido pelo autor, estas condições são suficientes mas não necessárias para que se verifique a hipótese de eficiência de mercado.

Fama faz igualmente referência a vários autores cujas contribuições foram importantes para este tema como Mandelbrot, Cootner e Alexander neste seu trabalho.

Como visto em Lim e Brooks (2011) há duas correntes dominantes de análise na literatura sobre este tema. Uma corrente dominante deste tipo de análise é a utilização de testes econométricos para aferir a previsibilidade dos retornos procurando verificar a hipótese de que as cotações seguem um passeio aleatório e por isso que estamos perante um mercado eficiente. A outra corrente dominante assenta na avaliação da rentabilidade dos ativos com base na aplicação de estratégias de transação baseadas em ferramentas de análise técnica. A verificação da possibilidade de obter retornos extraordinários usando estas estratégias é uma evidência contra a hipótese de eficiência de mercado na forma fraca. Este tipo de análise tem sido estendida a diversos mercados com resultados também eles bastante distintos, evidenciando o grande dinamismo dos mercados ao longo do tempo.

Towhid (2013), após investigar a hipótese de eficiência de mercado na forma fraca nas bolsas da Suécia e Finlândia entre 2003 e 2012 conclui, como demonstrado em trabalhos anteriores por diversos autores, a não verificação desta hipótese.

Pukthuanthong-le et al. (2008) referem a existência de *trends* em mercados de moeda e a sua ineficiência na forma fraca. Usando bases de dados mais recentes do mercado de futuros de diversas moedas fizeram uso de ferramentas como médias móveis e filtros chegando à conclusão que algumas tendências detetadas em mercados de divisas, com níveis de liquidez diferentes, deixaram de ser significantes a partir do ano 2000. Os autores, identificam como exemplo de divisas em que essa tendência foi identificada até ao ano 2000 libra Inglesa, o yen Japonês e o dólar Canadano.

Hamid et al. (2010), realizam um teste da hipótese de eficiência de mercado na forma fraca nos mercados Ásia-Pacífico, analisando os mercados acionistas de diversos países no período correspondente a 2004-2009 concluindo com a forte rejeição da eficiência na forma fraca para o conjunto dos 14 países analisados.

Similarmente, um estudo realizado para os mercados emergentes do Golfo Pérsico (Arábia Saudita, Kuwait e Bahrain) por Abraham et al. (2002) obteve as mesmas conclusões. Segundo os autores, este poderá ser o reflexo da baixa frequência com que as transações são realizadas nestes mercados. Uma correção aplicada aos índices com o objetivo de corrigir esta infrequência de transações produziu resultados bastante diferentes.

Worthington et al. (2003) analisaram a eficiência de diversos mercados acionistas Europeus com base na metodologia do passeio aleatório verificando que nos mercados emergentes apenas o mercado Hungaro pode ser considerado eficiente na forma fraca, enquanto nos mercados desenvolvidos apenas os mercados Alemão, Potuguês, Sueco e do Reino-Unido cumprem os mais rigorosos critérios do passeio aleatório.

Num trabalho semelhante, Borges (2010), para o Reino Unido, França, Alemanha, Espanha, Grécia e Portugal para o período de Janeiro de 1993 a Dezembro de 2004, chegou contudo a conclusões diferentes, ao demonstrar que mesmo para a França e Reino Unido onde diversos estudos evidenciaram a eficiência destes mercados e esta seria expectável, surgem indícios de que usando os retornos semanais o nível de eficiência fica abaixo do esperado. A autora contudo enfatiza a importância de replicar este tipo de estudos, dado o carácter dinâmico da eficiência dos mercados e da importância de usar dados mais completos e melhores ferramentas estatísticas.

Nas palavras de Malkiel (2003, p.2) “as revoluções muitas vezes dão origem a contrarrevoluções, e a hipótese de eficiência de mercado dos mercados financeiros não é exceção”. A verdade é que esta hipótese não é nem pacífica nem a sua assunção transversal à comunidade académica. Os resultados mistos das análises abordadas devem ser reflexo disso mesmo, e são sem dúvida motivo de crítica por alguns Economistas. A racionalidade dos agentes que é um pressuposto desta temática, como de muita da teoria Económica, é difícil de aceitar por Economistas que dão muita ênfase ao aspeto comportamental dos agentes na definição do preço dos ativos no mercado.

Lo (2004) refere a diversidade de novas técnicas e direcções em que esta teoria tem seguido e que seria possível conciliar as diversas interpretações e críticas através de uma hipótese de eficiência de mercado adaptativa dando um carisma de “evolutivo” à visão neoclássica da hipótese.

A hipótese de eficiência de mercado deve ser vista hoje como um conceito dinâmico em que um mercado oscila em nível de eficiência consoante a possibilidade que os investidores encontram de explorar as suas ineficiências e a sua capacidade de avaliar a informação disponível.

2.2. Criptodivisas

Analisa-se nesta secção alguns aspetos relacionados com o mercado de criptodivisas usando como referência o texto de Nakamoto (2008), “*Bitcoin: A Peer-toPeer Electronic Cash System*”, o anónimo criador da criptodivisa líder deste mercado.

Os utilizadores que pretendam usar este tipo de divisas terão de usar o seu computador e uma ligação à internet para instalar o *software* e que lhes permite usar o protocolo ou usar um site que faça esse trabalho pelo utilizador. Este protocolo está disponível gratuitamente para todos os utilizadores que o pretendam implementar no seu computador, bem como o acesso aos sites que oferecem este tipo de serviço.

Nakamoto define a Bitcoin como uma versão de “moeda eletrónica” cujas transações são feitas “*peer-to-peer*” ou “ponto-a-ponto”, sendo assim realizadas de forma direta entre utilizadores sem necessidade de um intermediário como uma instituição financeira.

Para que uma unidade central responsável pela realização e coordenação de transações possa ser eliminada, é introduzido um sistema de encriptação de um conjunto de informação pública e privada, cuja parte pública, após encriptação, circula pela rede de utilizadores. O utilizador a quem se destina a transação pode verificar os dados invertendo o processo de encriptação. Ao interpretar a informação recebida e invertendo a encriptação este utilizador pode confirmar através de um *hash code* que a informação encriptada é válida, apesar de este processo não lhe permitir aceder à informação original.

Este processo é contudo partilhado por uma rede de utilizadores que controla e confirma a veracidade destas transações. Este processo de verificação dos dados pela rede ajuda a organizar temporalmente a informação criando *timestamps* ou informação “data/hora” para se certificar que não há duplicação de transações, e organiza esses dados em *blockchains* ou “livros razão” de onde constam as últimas transações realizadas e confirmadas, incrementalmente, pela rede de utilizadores.

Aos utilizadores que se responsabilizam por verificar estas transações, cedendo o seu poder de computação à rede são atribuídas novas moedas como forma de recompensa e incentivo para que a rede funcione de forma eficiente.

A criação de novas moedas está então ligada ao sistema de recompensas pelo trabalho realizado na rede pelos utilizadores como um sistema de incentivo. Este fluxo está pré-definido e os utilizadores são recompensados com base no trabalho realizado.

Dado que este fluxo de nova moeda é cada vez menor e o volume de informação cada vez maior o sistema está preparado para oferecer como recompensa uma parte ínfima da transação realizada pelos utilizadores caso os custos associados a este trabalho se tornem demasiado elevados em relação ao incentivo (Nakamoto, 2008).

Os protocolos destas criptodivisas são *open source*, mas existe uma equipa responsável pelo desenvolvimento do protocolo e que podem introduzir alterações, ainda que estas estejam na teoria dependentes da aceitação da rede de utilizadores.

Dada a natureza técnica destas criptodivisas e a sua capacidade de manter os seus utilizadores anónimos, apesar da sua crescente popularidade este é um mercado sem qualquer tipo de regulação, e como todos os mercados que não são regulados, há enormes questões de segurança e fiabilidade em relação a inúmeros aspetos deste mercado.

Seguindo Ginberg (2008), o autor enfatiza a importância que estas criptodivisas podem ter naquilo que são os cada vez mais comuns micropagamentos e mercados de comércio virtual, seja no caso de aplicações seja no caso da indústria de entretenimento online. Este tipo de pagamentos muito pequenos não se coadunam com os custos de transação para as instituições financeiras pelo que tornam difícil a existência de mercados com esta natureza.

Contudo, o foco deste trabalho (Ginberg, 2008) é em grande parte a questão da regulação e do enquadramento legal que será atribuído a estas criptodivisas. O próprio termo de denominação não é pacífico. Não será com toda a certeza uma moeda no senso comum já que não é remível por ouro ou outro tipo de mercadoria nem tão pouco é garantida por algum estado de direito ou entidade legal, e por isso alguns utilizadores referem-na como uma quase-moeda ou moeda mercadoria.

Esta questão terá com toda a certeza um impacto profundo no futuro do mercado, já que os sinais dados pelos governos de países como Canadá e Estados Unidos são de que pretendem regular estas criptodivisas, e o estatuto legal que lhe for reconhecido afetará profundamente o mercado.

São discutidas também por Ginberg (2008) as características de instrumentos financeiros, contratos legais e bens demonstrando a dificuldade de integrar legalmente estas criptodivisas, contudo reconhecendo que pelas suas características, á luz do direito dos Estados Unidos da América se aproxima de uma *security*, ou um título, com todas as responsabilidades legais que lhe serão inerentes.

Este enquadramento legal é referido num conjunto de outras potenciais falhas do mercado que ameaçam a sustentabilidade do mercado como questões de segurança tecnológica, a vontade do governo em manter o monopólio sobre a emissão controlo de moeda ou a possibilidade de ser usada como instrumento de lavagem de dinheiro e forma de pagamento de bens e serviços ilegais.

A Bitcoin é sem dúvida a referência deste mercado quer pela sua popularidade quer pela sua capitalização de mercado, à data cerca de oito biliões e meio de dólares americanos¹. Contudo, na realidade existe um número elevado de outras criptodivisas, mais e menos representativas do mercado.

A Litecoin é quer em termos de capitalização de mercado, cerca de trezentos e vinte milhões de dólares Americanos², quer em termos de popularidade, a grande concorrente da Bitcoin e a segunda criptodivisa cuja eficiência informacional será avaliada.

Estruturalmente o protocolo por trás da Litecoin é muito semelhante ao da Bitcoin, tendo sido esta criada com o objetivo de melhorar alguns aspetos técnicos do protocolo anterior.

As principais diferenças a nível técnico são três³. A primeira diferença está na forma de processamento da informação encriptada, precisando de menos tempo para organizar a informação em *block chains* ou “livros razão”. A segunda diferença está na velocidade a que são criadas novas criptodivisas e a terceira em permitir os mesmos ganhos do processo de verificação de dados da rede conhecido como *mining* ou “minar” a utilizadores com computadores normais ou com máquinas desenhadas especificamente para desempenhar este tipo de tarefas.

A literatura científica produzida sobre este tema é contudo escassa e a existente versa essencialmente sobre aspetos técnicos e de natureza legal, pelo que neste trabalho se pretende dar assim um contributo para esta literatura através da perspetiva da eficiência dos mercados na forma fraca.

¹ <https://coinmarketcap.com/>, consultado em 1/7/2014 - \$ 8,463,713,115 de dólares americanos

² <https://coinmarketcap.com/>, consultado em 1/7/2014 - \$ 326,937,365 de dólares americanos

³ https://litecoin.info/Main_Page, consultado em 1/7/2014

3. Enquadramento Metodológico

3.1. Considerações Introdutórias

Como discutido na secção de revisão de literatura, num mercado eficiente na forma fraca os preços devem refletir toda a informação disponível nas cotações passadas impossibilitando a utilização de estratégias de investimento baseadas no histórico de cotações para obter retornos extraordinários.

Segundo Lim (2011), existem duas estratégias bastante usuais na análise da eficiência na forma fraca do mercado. A primeira prende-se com o modelo de passeio aleatório e o trabalho realizado por Fama na definição de eficiência informacional dos mercados. A segunda prende-se com a utilização de estratégias de transação, as chamadas ferramentas de análise técnica, a fim de aferir o comportamento e formação de preços dos ativos de um determinado mercado. Se de facto o processo de formação dos preços segue um passeio aleatório ou estas estratégias de investimento não nos permitem obter resultados extraordinários, como referido, estamos perante um mercado eficiente na forma fraca.

Segundo Campbell et al. (1997), a hipótese de passeio aleatório é condição suficiente mas não necessária para a verificação da hipótese, pelo que se julga importante ter mais fontes de informação adicional no sentido da análise da eficiência do mercado, neste caso, as ditas ferramentas de transação.

3.2. O Modelo de Passeio Aleatório

Segundo Campbell et al. (1997), há três versões de passeio aleatório que importa distinguir.

A sua versão mais simples e restrita é a independência e idêntica distribuição dos incrementos com,

$$p_t = \mu + p_{t-1} + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2), \quad (1)$$

em que $p_t = \log P_t$, logaritmo do preço; μ é a variação esperada do preço; $IID(0, \sigma^2)$, que ε_t é independente e identicamente distribuído com média 0 e variância σ^2 .

Para séries com horizontes temporais mais alargados é considerado exagerado e irrealista que a distribuição dos incrementos se mantenha sempre a mesma ao longo do tempo. Para acomodar essa limitação foi definida uma versão menos restrita do modelo, incluindo a independência dos incrementos, mas não a sua idêntica distribuição (INID). Apesar de ser uma hipótese menos restrita dentro da metodologia do passeio aleatório, a propriedade de que com base em cotações passadas não se pode prever cotações futuras mantém-se.

A versão mais geral do modelo e a menos restrita é aquela que de um ponto de vista prático tem sido mais usada. O tipo de processo que verifica as suas condições desta subhipótese mas não dos anteriores é aquele em que $COV[\epsilon_t, \epsilon_{t-k}] = 0$, para todo o $k \neq 0$, mas onde $COV[\epsilon_t^2, \epsilon_{t-k}^2] \neq 0$, para um qualquer $k \neq 0$. Ou seja, os seus incrementos são não correlacionados mas não são independentes, já que os incrementos ao quadrado evidenciam correlação.

Como referido, a verificação da hipótese de passeio aleatório é uma das estratégias mais comuns de verificação da hipótese eficiência de mercado na forma fraca mas esta apesar de ser condição suficiente não é condição necessária.

3.3. Análise Técnica

As ferramentas estatísticas usadas para testar a hipótese de eficiência na forma fraca baseadas no modelo de “passeio aleatório”, como visto na revisão de literatura, verificaram a hipótese subjacente ao modelo em diversos estudos, contudo, é difícil com base nesta análise afirmar que um investidor se deve basear exclusivamente nesta premissa. Na realidade, a eficiência informacional é um conceito dinâmico e foram já identificadas várias situações de ineficiência em diversos mercados.

Adicionalmente e segundo Fama (1966), é impossível estabelecer uma relação de causa e efeito entre a magnitude dos coeficientes de correlação da série e a expectativa de retornos para um investidor, o que impede que este se posicione no mercado de acordo somente com esta hipótese. Adicionalmente, a aplicação de testes econométricos comuns na hipótese de eficiência de mercado na forma fraca dizem pouco acerca do posicionamento ideal para o investidor no mercado.

Assim, as ferramentas de análise técnica oferecem não só a possibilidade de realizar alguma análise comparativa com a metodologia do passeio aleatório como oferecem

uma possibilidade adicional de indicar ao investidor como se deve posicionar no mercado, procurando explorar as suas ineficiências.

A análise técnica é definida como sendo o processo de recolha, usualmente em gráfico, do histórico das transações de um determinado ativo, seja o seu preço, volume, entre outros, e deduzindo dessa informação uma tendência, Edwards et al. (2001). Este tipo de ferramentas faz parte do mundo dos mercados financeiros há várias décadas, contudo, não têm sido objeto do escrutínio académico e de aceitação que outras estratégias de análise do mercado mais tradicionais têm tido.

Segundo Lo (2000), uma estratégia comum neste tipo de análise é a chamada *charting* em que o investidor deve saber identificar um número grande de padrões gráficos nas informações recolhidas dos ativos e com base nesses padrões definir a sua estratégia de investimento.

Dada a dificuldade de fundamentar cientificamente este tipo de estratégias, a análise técnica tem sido referida por autores como Malkiel (1999) como voodoo financeiro ou alquimia. A crítica de diversos autores a este tipo de regras de transação está bem patente em afirmações como de Jones (1970), que considera a teoria do passeio aleatório como a refutação da análise técnica, já que esta teoria afirma simplesmente que as variações no preço dos ativos financeiros são estatisticamente independentes e que os movimentos históricos dos preços não oferecem portanto informação acerca de movimentos futuros dos preços.

4. Dados

Como referido na introdução, as criptodivisas analisadas são a Bitcoin e Litecoin, as líderes do seu mercado. Os dados usados foram recolhidos através do site *cryptocoincharts*⁴, estando as divisas denominadas em dólares americanos.

No caso da Bitcoin as cotações disponíveis compreendem o período de 17 de julho de 2010 a 25 de fevereiro de 2014 e da Litecoin o período 13 de julho de 2012 a 31 de março de 2014, sendo esta data final a data em que os dados foram recolhidos.

As séries de preços foram escolhidas privilegiando o número de observações disponíveis e a popularidade da “corretora”, pelo que no caso da Bitcoin foram usados os preços que constavam do site MtGox e no caso da Litecoin do site BTC-e.

⁴ <http://www.cryptocoincharts.info/#jump-btc-usd> e <http://www.cryptocoincharts.info/#jump-ltc-usd>

Podemos ver de seguida os gráficos 1 e 2 das séries temporais das cotações da Bitcoin e Litecoin respetivamente,

Gráfico 1 – Cotações da Bitcoin

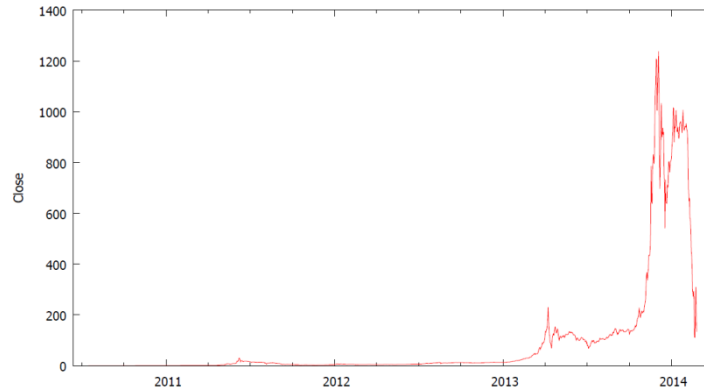
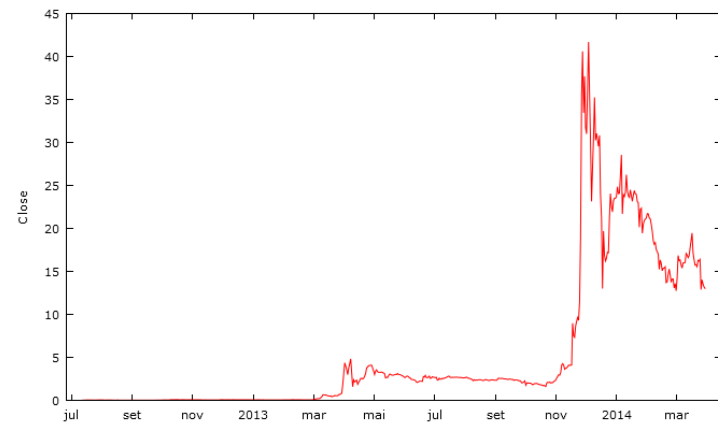


Gráfico 2 – Cotações da Litecoin



Dado que é um mercado que se encontra aberto de forma contínua foram recolhidos os dados referentes à meia-noite de cada dia. Estes dados correspondem na análise aos valores da variável *Close* para a Bitcoin (*closeBTC*) e para a Litecoin (*closeLTC*).

Estas variáveis foram transformadas na diferença do logaritmo segundo o descrito por Campbell (1997), com P_t o preço de um ativo no momento t e R_t simplesmente o retorno obtido no ativo entre os períodos t e $t - 1$. De seguida temos o logaritmo dos retornos com,

$$r_t \equiv \log(1 + R_t) = \log \frac{P_t}{P_{t-1}} = p_t - p_{t-1} \quad (2)$$

onde $p_t \equiv \log P_t$, o logaritmo do preço de um ativo P_t no momento t . Assim, serão usadas na análise as variáveis *closeBTC* e *closeLTC* transformadas em $\Delta \log \text{closeBTC}$ e $\Delta \log \text{closeLTC}$ para o mercado da Bitcoin e Litecoin respetivamente.

5. Metodologia

5.1. Modelos

A fim de aplicar os testes econométricos relacionados com o modelo de passeio aleatório que serão descritos de seguida nesta secção, foram estimados inicialmente dois modelos pelo método OLS, um para a criptodivisa Bitcoin e um para a criptodivisa Litecoin, usando as variáveis transformadas descritas na secção 4.

Os dois primeiros modelos estimados foram os modelos com constante a e com zero desfasamentos das variáveis dependentes das duas criptodivisas,

$$\text{Bitcoin}_0: \Delta \log \text{closeBTC} = a + e_t \quad (3)$$

$$\text{Litecoin}_0: \Delta \log \text{closeLTC} = a + e_t \quad (4)$$

Na sequência dos testes efetuados, foi detetada, como esperado, autocorrelação estatisticamente significativa nas séries de retornos (este ponto será analisado em detalhe mais à frente). Assim, com o intuito de remover a componente autoregressiva detetada nos resíduos das rentabilidades destes modelos iniciais foram estimados adicionalmente mais dois modelos. A estimação adicional destes modelos poderia ser enquadrada no ponto seguinte da metodologia, 5.3, já que é consequência direta dos testes de autocorrelação realizados, contudo é apresentada neste ponto a fim de tornar mais explícitos os modelos usados. Tomou-se como importante usar os resíduos desta estimação pela possibilidade de avaliar o nível de eficiência do mercado após a remoção da componente autoregressiva, já que assim podemos perceber se os desvios existentes resultam apenas dessa autocorrelação dos resíduos. Assim, para tentar perceber o impacto deste efeito nos resultados dos testes econométricos foram estimados para ambas as criptodivisas modelos que removessem essa mesma componente autoregressiva. Para determinar o número de desfasamentos a usar nestes modelos foi seguindo a metodologia de minimização do critério de informação de Schwarz (BIC),

$$BIC = -2 \log f(x_n | \theta) + p \log n \quad (5)$$

em que $f(x_n | \theta)$ é o modelo escolhido, p é o número de parâmetros a serem estimados e n é o número de observações da amostra, para o número de defasamentos a usar nos modelos.

Como resultado foram selecionados os modelos com sete defasamentos de $\Delta \log closeBTC$ para a Bitcoin, denominado Bitcoin_7, e com apenas um defasamento de $\Delta \log closeLTC$ para a Litecoin, denominado Litecoin_1, dando origem aos seguintes modelos:

$$\begin{aligned} \text{Bitcoin_7: } \Delta \log closeBTC = & a + \beta_1 \Delta \log closeBTC_1 + \beta_2 \Delta \log closeBTC_2 + \\ & + \beta_3 \Delta \log closeBTC_3 + \beta_4 \Delta \log closeBTC_4 + \beta_5 \Delta \log closeBTC_5 + \\ & \beta_6 \Delta \log closeBTC_6 + \beta_7 \Delta \log closeBTC_7 + e \end{aligned} \quad (6)$$

$$\text{Litecoin_1: } \Delta \log closeLTC = a + \beta_1 \Delta \log closeBTC_1 + e \quad (7)$$

A análise seguinte incide então sobre estes quatro modelos, Bitcoin_0, Litecoin_0, Bitcoin_7 e Litecoin_1, assim designados segundo a lógica do número de defasamentos usados na sua estimação.

5.2. Teste de Raiz Unitária

Uma série que contém uma raiz unitária é caracterizada como um processo não estacionário. Como ponto de partida podemos considerar que se $\Delta Y_t = \delta Y_{t-1} + \varepsilon_t$, sendo Y_t no nosso modelo a variável dependente, logaritmo dos retornos, $\delta = (\rho - 1)$ e com $\rho = 1$ temos que $\delta = 0$, que é a condição de não estacionariedade de uma série temporal. A não estacionariedade da série é a condição necessária para verificar que estamos na presença dados i.i.d e por isso perante um mercado eficiente na forma fraca.

O teste escolhido para determinar a presença de uma raiz unitária foi o teste Dickey-Fuller Aumentado (ADF), considerando a hipótese de correlação dos termos de erro, para verificar a estacionariedade da série. A sua especificação geral é:

$$\Delta y_t = a + \gamma y_{t-1} + \delta_1 \Delta y_{t-1} + \dots + \delta_{p-1} \Delta y_{t-p+1} + \varepsilon_t \quad (8)$$

com a a constante. Para a hipótese nula temos que $\delta = 0$, ou seja, existe uma raiz unitária (Gujarati 2004).

5.3. Teste de Autocorrelação

O teste de autocorrelação pode ser considerado como um dos primeiros passos para determinar a relação entre a variação de preços no período corrente e nos períodos futuros.

Pretende-se verificar a inexistência de autocorrelação ao longo da série. Caso se esteja na presença de uma série de preços que segue um modelo de passeio aleatório, para qualquer número de avanços ou defasamentos, os retornos são não autocorrelacionados.

Segundo Shaker (2013), para uma dada série de retornos com um número de defasamentos igual a k os valores da estatística de autocorrelação são estimados por:

$$\rho_k = \frac{\sum_{t=1}^{T-k} (r_t - \bar{r})(r_{t+k} - \bar{r})}{\sum_{t=1}^T (r_t - \bar{r})^2} \quad (9)$$

onde ρ_k é o coeficiente de correlação da série com um número de defasamentos k , r_t os retornos ao longo do período t , r_{t+k} os retornos ao longo do período $t+k$, \bar{r} a média e T o total de observações. Estatisticamente, se ρ_k é significativamente diferente de zero a hipótese de eficiência na forma fraca deve ser rejeitada

Para $k = 1$ observamos a correlação para valores sucessivos de r_t , $k = 2$ para valores com uma observação de distância e assim sucessivamente.

Além desta estatística de autocorrelação são estimadas adicionalmente a estatística Q Box-Pierce e a estatística Q Ljung-Box. Seguindo Campbell et al.(1997) a primeira estatística, Q Box-Pierce, é dada por uma combinação linear das autocorrelações quadradas dos retornos,

$$Q_m = T \sum_{k=1}^m p^2(k) \quad (10)$$

onde m é o número de defasamentos, T o total de observações e $p^2(k)$ o quadrado do valor da autocorrelação no defasamento k .

A estatística Q de Ljung-Box será igualmente utilizada (Campbell et al. 1997),

$$Q'_m = T(T + 2) \sum_{k=1}^m \frac{p^2(k)}{T-k} \quad (11)$$

Os parâmetros desta estatística são os mesmos da estatística Q Box-Pierce mas esta apresenta a capacidade de correção de tamanho de amostra sendo por isso descrita como mais eficiente em amostras pequenas.

5.4. Efeito ARCH

Uma das suposições do método de estimação dos mínimos quadrados ordinários é a estabilidade da variância dos erros ao longo da amostra, o pressuposto de homoscedasticidade. Para precaver a possibilidade da existência de heteroscedasticidade condicional autoregressiva pretende-se avaliar a possibilidade da variância dos erros ter na realidade uma estrutura autoregressiva.

Uma das metodologias base para avaliar a presença de efeitos ARCH no modelo é baseada em Engle (1982) usando um teste de multiplicador de Lagrange. O teste começa com a estimação do modelo auto regressivo tal que:

$$Y_t = a_0 + \sum_{i=1}^q a_i Y_{t-i} + e_t, \quad (12)$$

com Y a diferença de logaritmo dos retornos, e em seguida são obtidos os erros quadrados do modelo \hat{e}_t^2 e é realizada a regressão com a constante \hat{a}_0 e q defasamentos de ARCH, tal que,

$$\hat{e}_t^2 = \hat{a}_0 + \sum_{i=1}^q \hat{a}_i \hat{e}_{t-i}^2 \quad (13)$$

Numa amostra de resíduos T , sob a hipótese nula de não existência de efeitos ARCH, a estatística de teste TR^2 segue uma distribuição χ^2 com q graus de liberdade. Se TR^2 é maior do que o valor da tabela do qui-quadrado, rejeitamos a hipótese nula e concluímos que existe um efeito ARCH (Gujarati, 2012).

5.5. Teste de Rácio de Variância de Lo and Mackinlay

A metodologia do rácio de variância é popular na literatura referente aos estudos da eficiência de mercado na forma fraca e da hipótese do passeio aleatório. A referência

usada para este teste foi o trabalho de Chen (2008), de onde foram retiradas as fórmulas apresentadas em seguida.

Este teste explora a linearidade da variância dos incrementos de um passeio aleatório X_t ($X_t = \ln P_t$, sendo P_t o preço do ativo no momento t) ao longo dos intervalos da amostra. Ou seja, a variância de $(X_t - X_{t-q})$ é q vezes a variância de $(X_t - X_{t-1})$ e a hipótese nula de passeio aleatório a ser testada é a de que $VR(q)$ não é estatisticamente diferente de 1. Assim, a hipótese de passeio aleatório pode ser verificada comparando $\frac{1}{q}$ vezes a variância de $(X_t - X_{t-q})$ com a variância de $(X_t - X_{t-1})$. Assim, para nossa série de dados o rácio de variância será dado pela expressão,

$$VR(q) = \frac{\sigma^2(q)}{\sigma^2(1)} \quad (14)$$

onde $\sigma^2(q)$ é $\frac{1}{q}$ vezes a variância de $(X_t - X_{t-q})$ e $\sigma^2(1)$ é a variância de $(X_t - X_{t-1})$.

Sendo X_{t-1} e X_t a variância dos incrementos em períodos consecutivos, as expressões $\sigma^2(1)$ e $\sigma^2(q)$ são calculadas como,

$$\sigma^2(1) = \frac{1}{nq-1} \sum_{t=1}^{nq} (X_t - X_{t-1} - \hat{\mu})^2, \text{ onde,} \quad (15)$$

$$\hat{\mu} = \frac{1}{nq} \sum_{t=1}^{nq} X_t - X_{t-1}. \quad (16)$$

$$\sigma^2(q) = \frac{1}{m} \sum_{t=1}^{nq} (X_t - X_{t-1} - q\hat{\mu})^2, \text{ onde,} \quad (17)$$

$$m = q(nq - q + 1) \left(1 - \frac{q}{nq}\right). \quad (18)$$

A estatística normalmente usada para testar a hipótese nula de passeio aleatório sob a assunção de homoscedasticidade do modelo $Z(q)$, é,

$$Z(q) = \frac{VR(q)-1}{\sqrt{\theta(q)}} N \sim (0,1) \text{ onde,} \quad (19)$$

$$\theta(q) = \frac{2(2q-1)(q-1)}{3q(nq)} \quad (20)$$

Para acomodar a possibilidade de termos heteroscedasticidade condicional, que será verificada com o teste ARCH, Lo e Mackinlay desenvolveram um teste estatístico robusto consistente com esta hipótese, a estatística do teste será então,

$$Z^*(q) = \frac{VR(q)-1}{\sqrt{\theta^*(q)}} N \sim (0,1) \text{ onde ,} \quad (21)$$

$$\theta^*(q) = \sum_{j=1}^{q-1} \left[\frac{2(q-j)}{q} \right]^2 \hat{\delta}(j), \text{ e,} \quad (22)$$

$$\hat{\delta}(j) = \frac{\sum_{t=1}^{nq} (X_t - X_{t-1} - \hat{\mu})^2 (X_{t-j} - X_{t-j-1} - \hat{\mu})^2}{(X_t - X_{t-1} - \hat{\mu})^2} \quad (23)$$

De acordo com o descrito nas referências metodológicas serão estimados os valores do rácio de variância para os períodos $q = 2$, $q = 4$, $q = 8$ e $q = 16$.

5.6. Teste de *Runs*

Outro teste comum na metodologia da hipótese de eficiência de mercado na forma fraca é o teste de *Runs*. Uma *run* é definida como uma sequência de valores positivos ou negativos dos retornos, r_t , dentro de um segmento da amostra tal que (Campbell et al.1997),

$$I_t = \begin{cases} 1 & \text{se } r_t \equiv p_t - p_{t-1} > 0 \\ 0 & \text{se } r_t \equiv p_t - p_{t-1} \leq 0 \end{cases} \quad (24)$$

Da quantidade de valores positivos ou negativos consecutivos retiramos a duração de uma *run*. Por exemplo, uma sequência de valores de I_t iguais a 110010 representam um total de quatro *runs*, as duas primeiras, 11 e 00, com a duração de duas observações e as duas seguintes, 1 e 0, com a duração de apenas uma observação.

Segundo Nisar et al. (2012), a premissa base do teste de *Runs* é a de que se os retornos são aleatórios o número de *runs* que se verificam na série deve ser próximo do número de *runs* esperado. O total de *runs* R será o somatório de sequências positivas n_1

(quando $r_t > 0$) e negativas n_0 (quando $r_t \leq 0$) dos retornos tal que $n = n_1 + n_0$. Seguindo o mesmo autor temos então como estatística do teste,

$$Z = (R - E(R))/\sigma \quad (25)$$

através da qual verificaremos a existência de tendência nos preços resultante de um número de runs inferior ou superior ao valor esperado, como referido, com,

$$E(R) = \frac{2n_1n_0}{n_1+n_0} + 1, \text{ e,} \quad (26)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{2n_1n_0(2n_1n_0-n)}{n^2(n-1)}}. \quad (27)$$

5.7. Regra de Média Móvel Simples

Um indicador comum na análise técnica é a regra de média móvel. Esta regra consiste na comparação dos valores de duas médias das cotações dos ativos para um determinado período a fim de determinar uma decisão de compra ou venda. Seguindo Mills (1997) temos normalmente a comparação do preço do ativo no próprio dia, P_t , ou uma média de curto prazo, ou *short-term*, $s_t(n)$

$$s_t(n) = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} P_{t-i}, \quad (28)$$

com uma média de longo prazo, ou *longo prazo*, $l_t(m)$ com,

$$l_t(m) = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^{m-1} P_{t-i}, \quad (m > n). \quad (29)$$

Seguindo Brock et al. (1992) e Mills (1997) usamos a regra de que quando $s_t(n) > l_t(m)$ é gerado um sinal de compra e quando $s_t(n) < l_t(m)$ um sinal de venda, que corresponde ao início de um *trend* crescente no caso do sinal de compra e um *trend* decrescente no sinal de venda.

É descrita igualmente a utilização de uma banda, reduzindo o número de sinais de compra e venda que resulta da diferença de $s_t(n)$ e $l_t(m)$, já que valores muito próximos de zero se tornam pouco representativos da estratégia e podem levar a um número excessivo de transações. A banda referida pelos autores e que será usada será de 1%, impondo a condição de que $s_t(n) - l_t(m) > 0,01$ ou $s_t(n) - l_t(m) < -0,01$.

Os autores referem como a média móvel mais popular a regra de 1-200-0 (sem banda), em que são comparados o valor presente do ativo $n = 1$ com a média das duzentas observações anteriores $m = 200$ sem banda. Seguindo a sua metodologia serão igualmente analisadas então as combinações 1-50, 1-200, 5-150 e 2-200 sem banda e com a banda de 1%.

Os valores gerados por esta estratégia serão comparados com a estratégia *buy and hold* a fim de verificar a hipótese de obter rentabilidades extraordinárias com base neste tipo de regra.

5.8. Regra de Média Móvel Exponencial

Edwards et al. (2001) em “*Technical Analysis of Stock Trends*” descrevem o processo de determinação deste tipo de média de forma sumária como sendo uma forma de média móvel ponderada por um parâmetro α .

Segundo Saccucci (1990) podemos observar uma representação formal deste tipo de processo. Temos de seguida que a média móvel exponencial Z no momento t será,

$$Z_t = \alpha P_t + (1 - \alpha)Z_{t-1} , \quad (30)$$

sendo P_t o valor de cotação do ativo no momento t , com $\alpha = \frac{2}{n+1}$ e n = número de observações a incluir na média. De referir igualmente que o primeiro período da média móvel Z corresponderá a uma média móvel simples, e será com base nesta que as médias móveis exponenciais dos subsequentes períodos serão calculadas.

Seguindo um processo idêntico ao descrito no ponto anterior com base em Brock et al. (1992) e Mills (1997) aplicamos de novo a estratégia referida mas desta feita usando a média de curto prazo $s_t(n)$, e a média móvel Z , tal que $s_t(n) > Z_t$ gera um sinal de compra e $s_t(n) < Z_t$ gera um sinal de venda. Pretende-se com esta estratégia atribuir um peso maior às observações mais recentes na regra de compra e venda, permitindo

que essa mesma estratégia acompanhe de forma mais próxima as variações do mercado. De acordo com o descrito na regra anterior serão igualmente analisadas as combinações 1-50, 1-200, 5-150 e 2-200 sem banda e com a banda de 1%.

6. Interpretação e Discussão dos Resultados

6.1. Teste de Raiz Unitária

O número de defasamentos usados no teste foi determinado pela minimização do critério AIC modificado usado pelo programa Gretl tendo sido usados no teste para a Bitcoin e a Litecoin quarenta e vinte e oito defasamentos, respetivamente, como consta da seguinte tabela 1. O teste foi realizado sobre as variáveis transformadas $\Delta \log closeBTC$ e $\Delta \log closeLTC$ com a inclusão da constante.

Tabela 1 – Teste de Raiz Unitária

Modelo	Max. Desf	valor estimado de (a - 1)	estatística de teste: tau_c(1)	valor p
BTC	40	-0,52644	-3,89326	0,002095
LTC	28	-0,51689	-3,15119	0,002302

A hipótese nula de existência de raiz unitária ($a = 1$) é rejeitada para ambos os testes pelo que em ambos os casos estamos perante uma série de preços estacionária. No caso da metodologia do passeio aleatório este resultado deve ser interpretado como evidência a favor da aleatoriedade do processo de formação de preços, e assim, também a favor da hipótese de eficiência de mercado na forma fraca.

6.2. Teste de Autocorrelação

Apresentamos primeiramente os resultados do teste de autocorrelação. Como visto na secção de Metodologia são apresentadas as estatísticas da função de autocorrelação (ACF), Q Box-Pierce e Q Ljung-Box. Este teste foi aplicado aos dois modelos iniciais definidos no ponto 4.1 que se referem às equações (3) e (4),

$$\text{Bitcoin}_0: \Delta \log closeBTC = a + e_t$$

$$\text{Litecoin}_0: \Delta \log closeLTC = a + e_t$$

Na tabela 2 consta o resumo dos resultados iniciais das estatísticas da função de autocorrelação destes dois modelos da Bitcoin e Litecoin sem nenhum desfasamento da variável dependente, sendo apenas apresentados os valores p mais significativos.

Tabela 2 – ACF para Bitcoin_0 e Litecoin 0

Bitcoin_0			Litecoin_0		
LAG	ACF		LAG	ACF	
2	-0,1563	***	1	0,1066	***
5	0,1117	***	5	0,1124	***
6	0,0578	**	6	0,1226	***
15	0,0701	**	8	-0,0873	**

Pelos resultados da tabela 2 podemos observar a existência de vários valores significativos de autocorrelação para os modelos Bitcoin_0 e Litecoin_0, o que vai contra a hipótese de que estamos perante uma série de dados aleatória e por isso representativa de um mercado eficiente. Por serem geralmente positivos evidenciam também persistência no comportamento da série de preços em relação a períodos anteriores. Estes resultados podem ser observados em maior detalhe também nos gráficos 1 e 2 dos correlogramas dos resíduos destes dois modelos apresentados nos anexos.

Em seguida analisamos as estatísticas Q Box-Pierce e Q Ljung Box para estes dois modelos a fim de complementar os resultados discutidos anteriormente. Os resultados para estes testes são apresentados na tabela 3 em anexo. As conclusões a que os resultados das duas estatísticas nos permitem chegar são coincidentes e em ambos os casos é rejeitada a hipótese nula de independência da distribuição, mais um resultado que aponta no sentido da ineficiência do mercado.

Dada a verificação da existência de autocorrelação e com o intuito de analisar o impacto desta no resultado dos testes seguintes, como referido no ponto 5.1, foram estimados adicionalmente os modelos Bitcoin_7 e Litecoin_1 com o intuito de remover a autocorrelação. A escolha do número de desfasamentos usados foi feita como referido segundo a minimização do critério BIC, correspondendo os modelos às equações (6) e (7), com a forma,

$$\begin{aligned} \text{Bitcoin}_7: \Delta \log \text{closeBTC} &= a + \beta_1 \Delta \log \text{closeBTC}_1 + \beta_2 \Delta \log \text{closeBTC}_2 + \\ &+ \beta_3 \Delta \log \text{closeBTC}_3 + \beta_4 \Delta \log \text{closeBTC}_4 + \beta_5 \Delta \log \text{closeBTC}_5 + \\ &\beta_6 \Delta \log \text{closeBTC}_6 + \beta_7 \Delta \log \text{closeBTC}_7 + e \end{aligned}$$

$$\text{Litecoin}_1: \Delta \log \text{closeLTC} = \alpha + \beta_1 \Delta \log \text{closeBTC}_1 + e$$

Podemos observar nos gráficos 4 e 5 em anexo os correlogramas da estatística ACF para ambos os modelos e verificar que no caso da Bitcoin foi removida a autocorrelação do modelo para todos os desfasamentos, já para a Litecoin encontramos contudo ainda alguns valores significativamente diferentes de zero apesar de serem já em número reduzido.

Os resultados das estatísticas de autocorrelação Q Box-Pierce e Q Ljung-Box para estes dois modelos são apresentadas na tabela 4 em anexo e demonstram a correcção da autocorrelação existente nos modelos iniciais passando a não ser rejeitada a hipótese nula de não existência de autocorrelação, apesar de para alguns dos desfasamentos do modelo Litecoin_1 encontrarmos alguns resultados no sentido contrário.

6.3. Efeitos ARCH

A hipótese nula do teste ARCH é a de que o efeito de heteroscedasticidade condicional autoregressiva não está presente. A análise à estrutura dos erros dos quatro modelos evidenciou a sua natureza autoregressiva sendo a hipótese nula invariavelmente rejeitada.

Os outputs do Gretl são apresentados nos anexos 1, 2, 3 e 4. Estes valores são referentes ao teste realizado com quinze desfasamentos para todos os modelos mas foram realizados para todos os desfasamentos de um a dez acrescidos igualmente do décimo quinto, não tendo sido a partir deste último encontrados valores de alpha significantes e sendo em todos a hipótese nula rejeitada.

Como referido, o teste evidenciou tanto nos modelos Bitcoin_0 e Litecoin_0 como nos modelos Bitcoin_7 e Litecoin_1 pelo que podemos concluir também que a presença de efeitos ARCH não se devem exclusivamente à existência de autocorrelação.

6.4. Teste de Rácio de Variância Lo and Mackinlay

Tendo em conta que foi detetada a presença de efeitos ARCH em todos os modelos estimados, os resultados deste teste resultam da estimação robusta do rácio de variância de Lo and Mackinlay, segundo o descrito no ponto 4.5 e nas equações (20) (21) e (22).

Na seguinte tabela 5 são apresentados os resultados deste teste para os modelos Bitcoin_0 e Litecoin_0.

Tabela 5 – Estimação robusta do Rácio de Variância para Bitcoin_0 e Litecoin_0

BTC_0	Período	Q=2	Q=4	Q=8	Q=16
	Rácio de Variância	0,6239	0,2517	0,1323	0,0636
	M(q)=(RV-1)	-0,3761	-0,7483	-0,8677	-0,9364
	Z	-4,2852	-5,1652	-5,7284	-4,6761
	Valor p duas caudas	0	0	0	0
LTC_0	Período	Q=2	Q=4	Q=8	Q=16
	Rácio de Variância	0,527461	0,2731	0,1549	0,071
	M(q)=(RV-1)	-0,4725	-0,7269	-0,8451	-0,929
	Z	-4,6133	-4,2923	-3,6719	-3,0391
	Valor p duas caudas	0	0	0,0002	0,0024

Em ambos os modelos e para todos os desfasamentos a hipótese nula de que o rácio de variância não é estatisticamente diferente de 1 é rejeitada, logo, a hipótese de passeio aleatório é também rejeitada. Podemos observar também uma tendência decrescente ou de regressão à média do rácio de variância implicando uma correlação negativa entre diferentes períodos. Estes resultados diferem dos resultados iniciais das funções de autocorrelação destes modelos mas podem dever-se ao facto de o teste captar outros efeitos, adicionalmente, e pela observação das cotações da série vemos que períodos de uma grande valorização são normalmente seguidos de uma desvalorização corrigindo o efeito inicial, pelo que a variação entre periodos mais distantes captada por este teste pode ser também a fonte da aparente incongruência dos resultados.

De seguida são apresentados na tabela 6 os resultados deste teste sobre os modelos não autocorrelacionados Bitcoin_7 e Litecoin_1.

Tabela 6 – Estimação robusta do Rácio de Variância para Bitcoin_7 e Litecoin_1

BTC_7	Período	Q=2	Q=4	Q=8	Q=16
	Rácio de Variância	0,4986	0,2476	0,1229	0,0606
	M(q)=(RV-1)	-0,5014	-0,7524	-0,8771	-0,9394
	Z	-6,1978	-5,7869	-5,6591	-4,6772
	Valor p duas caudas	0	0	0	0
LTC_1	Período	Q=2	Q=4	Q=8	Q=16
	Rácio de Variância	0,471085	0,2426	0,1381	0,0634
	M(q)=(RV-1)	-0,5289	-0,7574	-0,8619	-0,9366
	Z	-4,9723	-4,3396	-3,6686	-3,0487
	Valor p duas caudas	0	0	0,0002	0,0023

Os resultados observados são muito semelhantes aos obtidos nos modelos anteriores, voltando a ser a rejeitada a hipótese nula de $RV=1$ evidenciando a não aleatoriedade do processo de formação de preços. A remoção da autocorrelação nestes dois modelos levou a um decréscimo do rácio de variância favorecendo a referida tendência de regressão à média mas afastando o valor do rácio da unidade. Assim, este teste aponta no sentido de que estamos perante um mercado ineficiente.

Apesar de os resultados parecerem bastante conclusivos entendeu-se ainda assim realizar este teste sobre os resíduos de modelos ARCH para a Bitcoin e Litecoin a fim de comparar resultados. Estes dois novos modelos constam dos anexos 5 e 6 onde pode ser vista a sua especificação.

Em ambos os casos verificámos que a componente autoregressiva destes modelos era estatisticamente significativa. Sobre os resíduos deste modelo foi igualmente aplicado o teste rácio de variância tendo sido obtidos os resultados que constam na seguinte tabela.

Tabela 7 - Estimação do Rácio de Variância para os resíduos dos modelos ARCH estimados para a Bitcoin e Litecoin

Bitcoin Arch	Período	Q=2	Q=4	Q=8	Q=16
	Rácio de Variância	0,508953	0,23077	0,11697	0,056828
	$M(q)=(RV-1)$	-0,49105	-0,76923	-0,88303	-0,94317
	Z	-5,9932	-14,871	-10,78	-7,7139
	Valor p duas caudas	0	0	0	0
Litecoin Arch	Período	Q=2	Q=4	Q=8	Q=16
	Rácio de Variância	0,721471	0,371071	0,212779	0,097964
	$M(q)=(RV-1)$	-0,27853	-0,62893	-0,78722	-0,90204
	Z	-6,9353	-8,3707	-6,6052	-5,0531
	Valor p duas caudas	0	0	0	0

6.5. Teste de *Runs*

A hipótese nula do teste de *Runs* é a aleatoriedade do processo. Na seguinte tabela podemos ver os resultados deste teste. Este foi realizado usando não as variáveis transformadas mas os preços de ambas as criptodivisas. Adicionalmente foram incluídos no histórico de preços o número de desfasamentos usados nos modelos apresentados anteriormente. A conclusão do teste é a de que a hipótese nula não é rejeitada para nenhuma das criptodivisas. O número de *Runs* (R) não apresenta um valor significativamente diferente do seu valor esperado ($E(R)$), pelo que os resultados do

teste apontam no sentido de que o processo de formação de preços do mercado de criptodivisas segue um passeio aleatório.

Tabela 8 – Teste de *Runs*

<i>Runs</i>	R	n0	n1	n	E(R)	Var(R)	StDev(R)	Z	P-Value
Bitcoin	642	611	707	1318	656,5038	325,7629	18,0489	-0,8036	0,2108
Bitcoin 7	639	607	705	1312	653,3399	324,1000	18,0028	-0,7965	0,2129
Litecoin	296	316	307	623	312,4350	155,4346	12,4673	-1,3182	0,0937
Litecoin 1	296	315	307	622	311,9486	155,1982	12,4579	-1,2802	0,1002

Apesar de a diferença entre o número de R e $E(R)$ não ser suficiente para rejeitarmos a hipótese nula, em nenhum dos nossos modelos observamos que $E(R)$ apresenta valores superiores a R , dando a ideia de persistência no processo de formação dos preços para a simples série de preços da Bitcoin e Litecoin o que se enquadra nos resultados obtidos com o teste de autocorrelação. Adicionalmente foi realizado o teste para as variáveis desfasadas com o intuito de perceber o seu impacto no resultado deste teste de *Runs*. Os resultados obtidos foram tendo sido observada a mesma persistência no processo de formação dos preços.

6.6. Regra de Média Móvel Simples

Na tabela 9 podemos observar os resultados da aplicação desta estratégia de transação aos preços de ambas as criptodivisas. Como definido na metodologia as estratégias 1-50, 1-200, 5-150 e 2-200 sem banda e com a banda de 1% são comparadas com os retornos da estratégia *buy and hold*, ou seja, simplesmente comprar e manter a criptodivisa, independentemente das flutuações do mercado. Quando $s_t(n) > l_t(m)$, ou a média de curto prazo é maior ou igual que a média de longo prazo, é gerado um sinal de compra, e quando $s_t(n) < l_t(m)$ um sinal de venda. Todas as estratégias começam na observação 200 da série de cotações a fim de tornar os resultados o mais comparáveis possível.

Tabela 9 - Regra de Média Móvel para Bitcoin e Litecoin

Bitcoin				Litecoin			
Regra	1-50-0	1-50-1	BH	Regra	1-50-0	1-50-1	BH
Retornos	123815%	120219%	214891%	Retornos	6335%	9009%	20023%
Regra	5-150-0	5-150-1	BH	Regra	5-150-0	5-150-1	BH
Retornos	123715%	120119%	214891%	Retornos	19792%	19256%	20023%
Regra	1-200-0	1-200-1	BH	Regra	1-200-0	1-200-1	BH
Retornos	38561%	38561%	214891%	Retornos	17850%	15652%	20023%
Regra	2-200-0	2-200-1	BH	Regra	2-200-0	2-200-1	BH
Retornos	80250%	80377%	214891%	Retornos	18578%	16355%	20023%

Do conjunto de regras de transação aplicados às nossas duas criptodivisas foram obtidos resultados coincidentes no sentido da aferição da hipótese de eficiência de mercado na forma fraca.

Primeiramente e olhando para os resultados da Bitcoin observamos que a aplicação de regras simples de transação não permitiu obter resultados extraordinários com base no histórico de cotações, sendo a simples estratégia de comprar e manter a que permitiu obter maiores mais valias com uma variação percentual de 214891% em relação à cotação verificada na observação 200.

Novamente no caso da Litecoin a melhor estratégia para o investidor de entre as regras de transação analisadas corresponde à estratégia simples de comprar e manter. Este mercado não esteve sujeito a uma pressão tão grande na fase final do nosso período de observação e por isso manteve maior estabilidade dando origem a retornos muito semelhantes nas estratégias, salvo a 1-50-0 e a 1-50-1. A aplicação destas regras como visto no ponto 2.2 da revisão de literatura não é tão linear quanto possa parecer, dado que para o mesmo mercado a melhor estratégia a adotar para o mesmo ativo pode variar ao longo do tempo, pelo que se deve ter em conta a dificuldade de aplicar estas regras com total propriedade. Adicionalmente, e dado que estas criptodivisas sofreram no período analisado uma grande valorização chegando a verificar variações de mais de 30% de um dia para o outro, observamos uma variação positiva na generalidade das observações, o que coincide com os resultados esperados da aplicação destas regras de transação mas minimiza o seu impacto na conclusão final do nosso trabalho.

Assim, e apesar das devidas reservas podemos afirmar que estas estratégias não fornecem evidência adicional no sentido da ineficiência do mercado, pela impossibilidade de obter retornos extraordinários com base no histórico de preços no caso de ambas as criptodivisas Bitcoin.

6.7. Regra de Média Móvel Exponencial

Na seguinte tabela 10 são os resultados referentes à aplicação da Regra de Média Móvel Exponencial.

Tabela 10 – Regra de Média Móvel Exponencial

Bitcoin				Litecoin			
Regra	1-50-0	1-50-1	BH	Regra	1-50-0	1-50-1	BH
Retornos	193505%	180433%	214891%	Retornos	7062%	6235%	20023%
Regra	5-150-0	5-150-1	BH	Regra	5-150-0	5-150-1	BH
Retornos	796346%	781436%	214891%	Retornos	20252%	17382%	20023%
Regra	1-200-0	1-200-1	BH	Regra	1-200-0	1-200-1	BH
Retornos	191809%	183648%	214891%	Retornos	20152%	17282%	20023%
Regra	2-200-0	2-200-1	BH	Regra	2-200-0	2-200-1	BH
Retornos	354163%	354163%	214891%	Retornos	20513%	18405%	20023%

A aplicação destas novas regras produziu resultados diferentes dos observados anteriormente. Neste caso, a aplicação destas regras com base no histórico de preços já tornaria possível obter retornos extraordinários em ambos os mercados.

No mercado da Bitcoin a regra 5-150-0 a produzir uma rentabilidade de 796346% face ao valor da observação inicial. Este valor é reflexo da enorme valorização do mercado e do facto que a série de dados recolhidos sofre no período final uma desvalorização muito forte, refletindo alguma insegurança e incerteza que surgiram em relação à sustentabilidade deste mercado. Esta regra permitiu antecipar esta grande quebra de valor, possibilitando a saída do mercado antes deste período de grandes perdas. Igualmente a regra de 2-200-0 permitiu uma rentabilidade superior à estratégia de *buy and hold* mas de uma forma não tão acentuada.

No caso da Litecoin observamos também retornos acima da estratégia simples *buy and hold* em mais de uma regra. Contudo, neste caso vemos que a aplicação destas regras não possibilita retornos muito acentuados em relação à estratégia simples. Este mercado tem evidenciado uma estabilidade maior sem as grandes quebras observadas no mercado da Bitcoin.

Podemos assim afirmar que no conjunto, as diversas regras aplicadas ao mercado da Litecoin não fornecem evidência adicional no sentido da ineficiência do mercado já que a aplicação destas regras resultou em resultados muito semelhantes aos da estratégia *buy and hold*. No caso da Bitcoin vemos que as diferentes estratégias produzem resultados diferentes mas era expectável que alguma das regras captasse alguma tendência ainda

que momentânea no mercado pelo que no geral podemos afirmar que não existe também forte evidência no sentido da ineficiência do mercado.

7. Conclusão

Após a realização dos testes econométricos e das regras de transação propostos verificou-se que no caso da criptodivisa Bitcoin a grande maioria dos indícios recolhidos apontam no sentido de que não estamos perante um mercado eficiente na forma fraca. Os únicos resultados dos testes econométricos que apontam para um mercado eficiente na forma fraca são os resultados do teste de *Runs* e a estacionariedade da série, verificada pela não existência de raiz unitária. No caso da aplicação das estratégias de transação com base nas médias móveis verificámos a existência de algumas estratégias capazes de produzir retornos extraordinários, mas quando tidas em conta no seu conjunto, e à luz das especificidades do mercado, vemos que não oferecem forte evidência no sentido de que possa haver eficiência na forma fraca.

No caso da criptodivisa Litecoin as conclusões são em tudo semelhantes. As estratégias de transação, quando capazes de captar alguma tendência, não permitiram obter retornos significativamente superiores à estratégia *buy and hold*. Também os testes econométricos produziram resultados semelhantes, com a inexistência de raiz unitária e o teste de *Runs* a fornecerem indícios de eficiência. Contudo mais uma vez verificou-se a rejeição da hipótese para os restantes testes a hipótese de aleatoriedade.

Os resultados obtidos com a realização dos testes econométricos relacionados com a hipótese de passeio aleatório e as ferramentas de análise técnica não são então absolutamente coincidentes, mas apontam, para ambas as criptodivisas, no sentido da inexistência de eficiência na forma fraca.

Adicionalmente, importa referir que depois de um período de muita desconfiança que resultou numa forte desvalorização da criptodivisa Bitcoin esta tem encetado uma forte recuperação. A análise deste período adicional seria interessante pela capacidade que o mercado demonstrou em corrigir aquilo que hoje parece ter sido o resultado de uma reação negativa exagerada dos seus agentes.

A verificar-se a tendência de crescimento e valorização deste mercado, bem como a sua importância nas transações a nível global mais trabalhos desta natureza se vão justificar.

Bibliografia

- Abraham, A., Seyyed, F. J., & Alsakran, S. A. (2002). Testing the random walk behavior and efficiency of the Gulf stock markets. *Financial Review*, 37(3), 469-480.
- Bachelier, L. (1900). Théorie de la spéculation. *Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure*, 3, 21-86.
- Campbell, J. Y. (1997). *The econometrics of financial markets*. Princeton University press.
- Chen, J. H. (2008). Variance Ratio Tests Of Random Walk Hypothesis Of The Euro Exchange Rate. *International Business & Economics Research Journal (IBER)*, 7, 97-106
- Cowles, A (1933). Can Stock Market Forecaster Forecast? *In Econometrica: Volume 1, Issue 3(Jul., 1933)*,309-224
- Cowles, A. (1944). Stock market forecasting. *Econometrica, Journal of the Econometric Society*, 206-214.
- Cowles 3rd, A., & Jones, H. E. (1937). Some a posteriori probabilities in stock market action. *Econometrica, Journal of the Econometric Society*, 280-294.
- Edwards, R. D., Magee, J., & Bassetti, W. H. C. (2012). *Technical analysis of stock trends*. CRC Press.
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 987-1007.
- Fama, E. F. (1965). Random Walks in Stock Market Prices. *Financial Analysts Journal*. doi:10.2469/faj.v21.n5.55
- Fama, E. F. (1965). The Behavior of Stock-Market Prices. *The Journal of Business*. doi:10.1086/294743
- Fama, E. F. (1970). Efficient capital markets: A review of theory and empirical work*. *The journal of Finance*, 25(2), 383-417.
- Gonzaga, A. R., & Sebastião, H. (2011). As Ações Portuguesas Seguem um Random Walk? Implicações para a Eficiência de Mercado e para a Definição de Estratégias de Transação. *GEMF-Faculdade de Economia, Universidade de Coimbra*. (No. 2012-02)
- Grinberg, R (2011).Bitcoin: An InnovativeAlternative Digital Currency. Yale Law School December 9, 2011. *Hastings Science & Technology Law Journal*, Vol. 4, p.160.

- Gujarati, D. N. (2012). *Basic econometrics*. Tata McGraw-Hill Education.
- Karemera, D., Ojah, K., & Cole, J. A. (1999). Random Walks and Market Efficiency Tests: Evidence from Emerging Equity Markets. *Review of Quantitative Finance & Accounting*, 13, 171–188.
- Lim, K.-P., & Brooks, R. (2011). the Evolution of Stock Market Efficiency Over Time: a Survey of the Empirical Literature. *Journal of Economic Surveys*, 25(1), 69–108. doi:10.1111/j.1467-6419.2009.00611.x
- Malkiel, B. G. (1985). *A Random Walk Down Wall Street*. Foundations (Vol. 13, p. 464). doi:10.1111/1467-6419.00091
- Nakamoto, S. (2012). Bitcoin: A peer-to-peer electronic cash system, 2009. URL: <http://www.bitcoin.org/bitcoin.pdf>.
- Pukthuanthong-le, K., & Iii, L. R. T. (2008). Weak-Form Efficiency in Currency Markets. *Financial Analysts Journal Volume 54 • Number 3 ©2008, CFA Institute*, 54(3).
- Samuelson, P. A. (1965). Proof That Properly Anticipated Prices Fluctuate Randomly. *Industrial Management Review*, 6, 41–49. doi:10.1109/SP.2006.16
- Towhid, A., & Shaker, M. (2013). Testing the weak-form efficiency of the finnish and swedish stock markets, *Financial Analysts Journal Volume 54 • Number 3 ©2008, CFA Institute* 2(9), 176–185.
- Working, H. (1949). The Investigation of Economic Expectations. *The American Economic Review*, 39, 150–166.
- Worthington, A., & Higgs, H. (2003). *Weak-form market efficiency in European emerging and developed stock markets* (Vol. 159). School of Economics and Finance, Queensland University of Technology.

Anexos

Gráfico 1 – Correlograma dos resíduos de Bitcoin_0

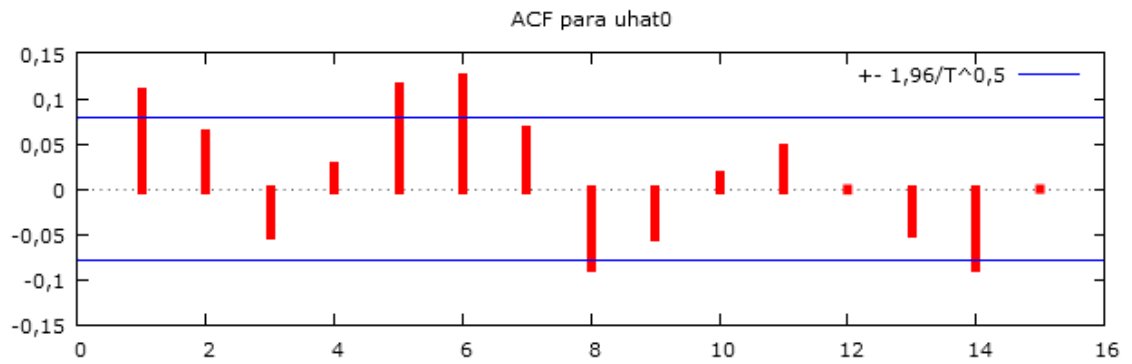


Gráfico 2 – Correlograma dos resíduos de Litecoin_0

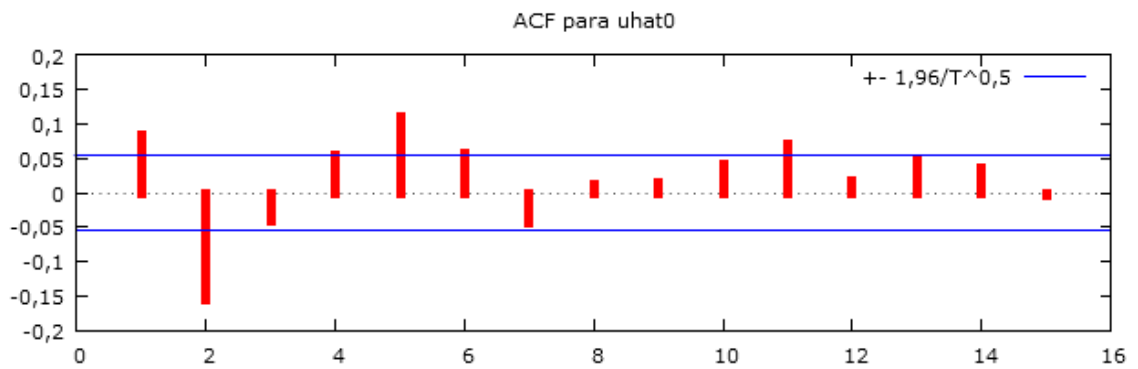


Tabela 3 – Estatísticas de autocorrelação Q Box-Pierce e Q Ljung-Box para Bitcoin_0 e Litecoin_0

BTC_0					LTC_0				
LAG	Q Box Pierce.	p-value	Ljung-Box Q'	p-value	LAG	Q Box Pierce.	p-value	Ljung-Box Q'	p-value
1	9,0442	0,003	9,0442	0,0026	1	7,1139	0,008	7,11387	0,00765
2	41,3745	0	41,3745	0	2	9,4116	0,009	9,41161	0,00904
3	43,5349	0	43,5349	0	3	11,0183	0,012	11,0183	0,0116
4	47,4392	0	47,4392	0	4	11,3921	0,022	11,3921	0,0225
5	63,9716	0	63,9716	0	5	19,355	0,002	19,355	0,00165
6	68,4049	0	68,4049	0	6	28,843	0	28,843	0,0001
7	70,9262	0	70,9262	0	7	31,548	0	31,548	0
8	71,105	0	71,105	0	8	36,3767	0	36,3767	0
9	71,389	0	71,389	0	9	38,1993	0	38,1993	0
10	73,6989	0	73,6989	0	10	38,3477	0	38,3477	0
15	85,6091	0	83,6651	0	15	46,0277	0	46,0277	0,0001

Gráfico 3 – Correlograma dos resíduos de Bitcoin_7

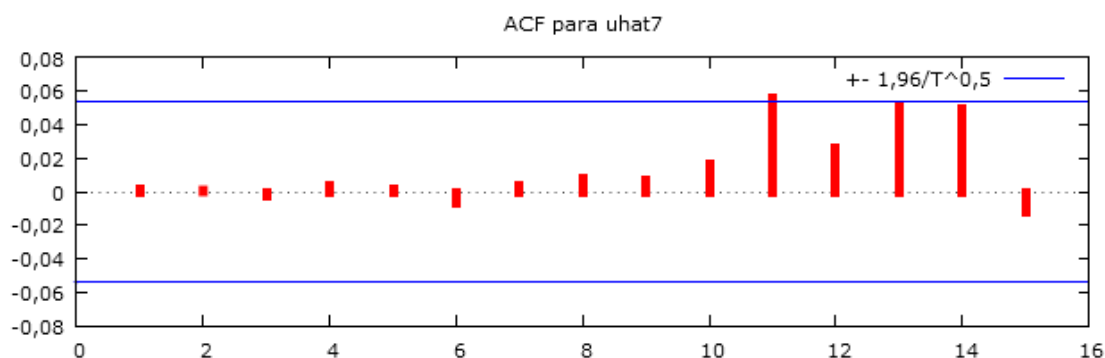


Gráfico 4 – Correlograma dos resíduos de Litecoin_1

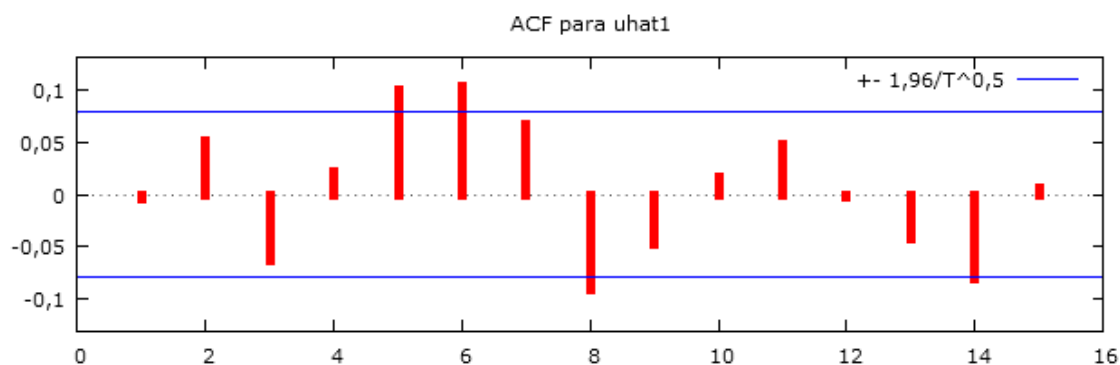


Tabela 4 - Estatísticas de autocorrelação Q Box-Pierce e Q Ljung-Box para Bitcoin_7 e Litecoin_1

BTC_7					LTC_1				
LAG	Q Box Pierce.	p- value	Ljung-Box Q'	p- value	LAG	Q Box Pierce	p- value	Ljung-Box Q'	p- value
1	0,0038	0,951	0,0038	0,951	1	0,0157	0,9	0,0157	0,9
2	0,0051	0,997	0,0051	0,997	2	1,6939	0,429	1,6939	0,429
3	0,015	1	0,015	1	3	4,1251	0,248	4,1251	0,248
4	0,0393	1	0,0393	1	4	4,4237	0,352	4,4237	0,352
5	0,041	1	0,041	1	5	10,6694	0,058	10,6694	0,0583
6	0,1096	1	0,1096	1	6	17,3535	0,008	17,3535	0,0081
7	0,1279	1	0,1279	1	7	20,1575	0,005	20,1575	0,0052
8	0,2169	1	0,2169	1	8	25,3328	0,001	25,3328	0,0014
9	0,2849	1	0	1	9	25,3328	0,002	25,3328	0,0014
10	0,6707	1	1	1	10	26,9521	0,003	26,9521	0,0027
15	12,4501	0,645	12	1	15	33,7723	0,004	33,7723	0,0037

Anexo 1 - Teste ARCH para BTC_0

Teste ARCH de ordem 15

	coeficiente	erro padrão	rácio-t	valor p	
alpha (0)	0,00264381	0,000849581	3,112	0,0019	***
alpha (1)	0,0627834	0,0279391	2,247	0,0248	**
alpha (2)	0,433223	0,0280716	15,43	2,06e-049	***
alpha (3)	-0,00819817	0,0305760	-0,2681	0,7886	
alpha (4)	-0,00920098	0,0320432	-0,2871	0,7740	
alpha (5)	-0,00622840	0,0322244	-0,1933	0,8468	
alpha (6)	-0,00348430	0,0447476	-0,07787	0,9379	
alpha (7)	0,0935872	0,0452434	2,069	0,0388	**
alpha (8)	0,0475375	0,0453940	1,047	0,2952	
alpha (9)	-0,0639381	0,0454739	-1,406	0,1600	
alpha (10)	0,0654454	0,0455200	1,438	0,1508	
alpha (11)	-0,0203547	0,0455303	-0,4471	0,6549	
alpha (12)	0,00546897	0,0455203	0,1201	0,9044	
alpha (13)	0,0434098	0,0453097	0,9581	0,3382	
alpha (14)	-0,0154568	0,0452283	-0,3418	0,7326	
alpha (15)	-0,0125908	0,0442095	-0,2848	0,7758	

Hipótese nula: o efeito ARCH não está presente

Estatística de teste: LM = 259,438

com valor p = P(Qui-quadrado(15) > 259,438) = 1,40707e-046

Anexo 2 - Teste ARCH para BTC_7

Teste ARCH de ordem 15

	coeficiente	erro padrão	rácio-t	valor p	
alpha (0)	0,00207075	0,000932810	2,220	0,0266	**
alpha (1)	0,0275928	0,0278759	0,9898	0,3224	
alpha (2)	0,571444	0,0279712	20,43	1,40e-080	***
alpha (3)	0,0406219	0,0321813	1,262	0,2071	
alpha (4)	-0,00992547	0,0346211	-0,2867	0,7744	
alpha (5)	-0,0112760	0,0347996	-0,3240	0,7460	
alpha (6)	-0,00313372	0,0491007	-0,06382	0,9491	
alpha (7)	0,115446	0,0497835	2,319	0,0206	**
alpha (8)	0,0466250	0,0498617	0,9351	0,3499	
alpha (9)	-0,0641533	0,0500263	-1,282	0,1999	
alpha (10)	0,0339076	0,0500770	0,6771	0,4985	
alpha (11)	-0,0333683	0,0479460	-0,6960	0,4866	
alpha (12)	0,00981360	0,0470327	0,2087	0,8348	
alpha (13)	0,0519417	0,0468754	1,108	0,2680	
alpha (14)	-0,0210950	0,0465859	-0,4528	0,6508	
alpha (15)	-0,00873427	0,0420076	-0,2079	0,8353	

Hipótese nula: o efeito ARCH não está presente

Estatística de teste: LM = 409,736

com valor p = P(Qui-quadrado(15) > 409,736) = 6,21259e-078

Anexo 3 – Teste ARCH para LTC_0

Teste ARCH de ordem 15

	coeficiente	erro padrão	rácio-t	valor p	
alpha (0)	0,00418128	0,00207542	2,015	0,0444	**
alpha (1)	0,307285	0,0410985	7,477	2,76e-013	***
alpha (2)	-0,0319291	0,0429938	-0,7426	0,4580	
alpha (3)	-0,0246779	0,0430137	-0,5737	0,5664	
alpha (4)	0,0277764	0,0430118	0,6458	0,5187	
alpha (5)	0,0240947	0,0430575	0,5596	0,5760	
alpha (6)	0,00134505	0,0430427	0,03125	0,9751	
alpha (7)	-0,0111337	0,0420643	-0,2647	0,7913	
alpha (8)	0,0972200	0,0418774	2,322	0,0206	**
alpha (9)	0,221649	0,0420546	5,271	1,91e-07	***
alpha (10)	0,0415323	0,0430178	0,9655	0,3347	
alpha (11)	0,0375499	0,0430192	0,8729	0,3831	
alpha (12)	-0,0321279	0,0430193	-0,7468	0,4555	
alpha (13)	-0,00136115	0,0429699	-0,03168	0,9747	
alpha (14)	-0,00603340	0,0429414	-0,1405	0,8883	
alpha (15)	-0,00911173	0,0410638	-0,2219	0,8245	

Hipótese nula: o efeito ARCH não está presente

Estatística de teste: LM = 130,594

com valor p = P(Qui-quadrado(15) > 130,594) = 1,62634e-020

Anexo 4 – Teste ARCH para LTC_1

Teste ARCH de ordem 15

	coeficiente	erro padrão	rácio-t	valor p	
alpha(0)	0,00415587	0,00202068	2,057	0,0402	**
alpha(1)	0,316781	0,0411315	7,702	5,69e-014	***
alpha(2)	-0,0471473	0,0431426	-1,093	0,2749	
alpha(3)	-0,0142759	0,0431814	-0,3306	0,7411	
alpha(4)	0,0299872	0,0431127	0,6956	0,4870	
alpha(5)	0,0148309	0,0430069	0,3448	0,7303	
alpha(6)	0,00768487	0,0429970	0,1787	0,8582	
alpha(7)	-0,00988598	0,0423222	-0,2336	0,8154	
alpha(8)	0,0973196	0,0421327	2,310	0,0212	**
alpha(9)	0,185114	0,0423113	4,375	1,44e-05	***
alpha(10)	0,0328924	0,0429777	0,7653	0,4444	
alpha(11)	0,0972506	0,0429773	2,263	0,0240	**
alpha(12)	-0,0637418	0,0431087	-1,479	0,1398	
alpha(13)	0,00903355	0,0431633	0,2093	0,8343	
alpha(14)	-0,0107992	0,0430607	-0,2508	0,8021	
alpha(15)	-0,00435308	0,0410717	-0,1060	0,9156	

Hipótese nula: o efeito ARCH não está presente

Estatística de teste: LM = 124,051

com valor p = P(Qui-quadrado(15) > 124,051) = 3,08619e-019

Anexo 5 – Modelo ARCH para Bitcoin_7

ARCHBTC7	coeficiente	erro padrão	z	valor p	
Constante	0,00368283	0,00141307	2,606	0,0092	***
dl_Close_1	0,175201	0,0261849	6,691	2,22e-011	***
dl_Close_2	0,106497	0,0234512	-4,541	5,59e-06	***
dl_Close_3	0,0595833	0,0252742	2,357	0,0184	**
dl_Close_4	0,0511948	0,0227623	2,249	0,0245	**
dl_Close_5	0,0180787	0,0275855	0,6554	0,5122	
dl_Close_6	0,0779398	0,0267099	2,918	0,0035	***
dl_Close_7	-0,0229966	0,0255820	-0,8989	0,3687	
alpha(0)	0,0023586	0,000146517	16,10	2,64e-058	***
alpha(1)	1,00000	0,0984219	10,16	2,98e-024	***

Anexo 6 - Modelo ARCH para Litecoin_1

LTCArch1	coeficiente	erro padrão	z	valor p	
Contante	-0,00562936	0,00324870	-1,733	0,0831	*
dl_close_1	-0,269190	0,0432103	-6,230	4,67e-010	***
alpha(0)	0,00491024	0,000395741	12,41	2,37e-035	***
alpha(1)	0,901111	0,139524	6,458	1,06e-010	***