Ser Professor, um sonho tangente ao pesadelo e à incerteza!

Márcio Dinis do Nascimento de Jesus

7/2

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Ser Professor, um sonho tangente ao pesadelo e à incerteza!

Márcio Dinis do Nascimento de Jesus

Relatório para a obtenção do Grau de **Mestre em Ensino da Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Secundário**

Júri

Presidente: Professor Doutor Jaime Maria Monteiro de Carvalho e Silva.
Orientador: Professor Doutor Armando Duarte Silva Gonçalves.
Vogal: Professora Doutora Joana Maria da Silva Teles Correia.

Julho de 2014

Resumo

Este relatório surge no âmbito da unidade curricular Estágio e Relatório do *Mestrado em Ensino da Matemática no 3º Ciclo do Ensino Básico e no Secundário.*

Pretende-se descrever, de forma contextualizada e globalizante, as principais atividades desenvolvidas no Núcleo de Estágio, na *Escola Básica Grão Vasco (Viseu).*

Palavras Chave: Aluno, Atividades, Ensino, Escola, Metas, Professor.

Abstract

The present report appears in the framework of the curricular unit *Estágio e Relatório*, in the master course *Mestrado em Ensino da Matemática no 3º Ciclo do Ensino Básico e no Secundário.*

Our aim is to describe, in a contextualized and globalizing form, the performance as a training teacher in the *Escola Básica Grão Vasco (Viseu).*

Keywords: Student, Activities, Education, School, Goals, Teacher.

Agradecimentos

É chegado, agora, o momento de agradecer a todos aqueles, que de uma forma ou de outra, contribuíram para que este projeto se tornasse possível.

Ao orientador científico, Professor Doutor Armando Gonçalves, pelo auxílio, disponibilidade e apoio prestados.

À orientadora pedagógica, Professora Dália Gonçalves, pelo apoio, compreensão e espírito de ajuda que sempre demonstrou ter.

Aos Professores Doutores Jaime Carvalho e Silva e Helena Albuquerque, por terem proporcionado a concretização deste Mestrado.

Ao Professor Doutor José Carlos Petronilho pelo apoio e motivação que sempre me transmitiu, bem como aos colegas Cristina Peixoto, Helena Alves, Joana Fialho e Nuno Bastos, por todo o apoio.

Ao Grupo Disciplinar de Matemática da Escola Básica Grão Vasco, por todo o apoio prestado e pelas experiências proporcionadas.

Ao Departamento de Matemática da FCTUC e à Área Científica de Matemática da ESTGV, por todas as condições de trabalho concedidas.

A todos os Professores deste Mestrado por todo o seu saber, pelos seus conselhos, apoio e incentivo.

À Escola Básica Grão Vasco, pelo acolhimento e por ter possibilitado a realização deste Estágio Pedagógico.

E à minha família, aos meus amigos e aos alunos, muito obrigado.

Ser Professor (testemunhos reais)[1]

"Por opção decidi ser professora e gostava do meu trabalho. [...] Trabalhava bastante mas gostava de ensinar e empenhava-me no que fazia com muita dedicação; sentia-me, profissionalmente, feliz e realizada. Infelizmente a tarefa de ensinar deixou de ser prioritária e os professores começaram a ser sobrecarregados com trabalhos burocráticos, muitos dos quais sem qualquer interesse para o processo de ensino/aprendizagem. [...] Deixei de ter tempo para planear, como gostava, as aulas e as atividades que os alunos deveriam realizar; ir para a escola passou a ser um tormento e a minha atividade profissional frustrante; a minha saúde mental começava a estar em risco e decidi abandonar, com muita pena, a profissão que escolhi e para a qual me sentia vocacionada."

Helena Sarabando, professora aposentada

"[...] Para resolver os problemas de indisciplina é muito importante trabalhar com as famílias e não apenas aplicar medidas/estratégias aos alunos. [...] mas a resolução de casos mais complicados necessita de outros apoios tais como, psicólogos, assistentes sociais, ..."

Luciana Almeida, professora do Ensino Básico e Secundário

"[...] Quando se trata de trabalhar com crianças com Necessidades Educativas Especiais, as aulas devem pautar-se por uma relação pedagógica geradora de um clima favorável ao bem-estar e à aprendizagem, potenciadora de iguais oportunidades de participação [...] A relação afetiva é, para mim, o motor do desenvolvimento cognitivo e social destes alunos."

Marta Oliveira, professora do Ensino Especial

"[...] Jamais desistirei de melhorar dia para dia, tenho a certeza que não será um ano [...] que me fará uma excelente comunicadora, mas sim uma vida dedicada ao ensino da Matemática, e é mesmo isso que quero para a minha vida."

Helena Alves, professora do Ensino Básico e Secundário

[1] Excertos retirados do Capítulo 1, *"Laços e Elos de Ensino"*, do portefólio realizado no âmbito da unidade curricular de Realidade Escolar I, [5].

Índice

1

Introdução

De acordo com o estabelecido no artigo 17.º do Decreto-Lei número 43/2007, a concessão do grau de Mestre está dependente da aprovação no ato público de defesa do relatório da unidade curricular relativa à prática de ensino supervisionada.

Neste sentido, desenvolveu-se o presente relatório no âmbito da disciplina *"Estágio e Relatório"*, integrada no 2º ano do Mestrado em Ensino em Matemática no 3º Ciclo do Ensino Básico e no Secundário, da Universidade de Coimbra.

Pretende-se assim, de uma forma sucinta, descrever o trabalho efetuado ao longo do ano letivo de 2013/2014 no Núcleo de Estágio da Escola Básica Grão Vasco, composto por três elementos: orientador científico, orientadora pedagógica e estagiário, Professor Doutor Armando Gonçalves, Professora Dália Gonçalves e Márcio Nascimento, respetivamente.

Descrevem-se, também, as sensações e os novos ensinamentos que esta formação acrescentou à atividade profissional exercida durante o ano de estágio.

Ser professor de Matemática constitui um desafio, nem sempre evidente, tendo em vista a existência da ideia pré-concebida da Matemática como disciplina difícil e elitista. Desta forma, desenvolveram-se atividades com o objetivo de desmistificar esta visão da Matemática.

As atividades têm o enfoque colocado na prática de ensino, nomeadamente a preparação, planificação e a prática letiva propriamente dita, a participação em atividades inseridas no Grupo Disciplinar de Matemática e, ainda, a participação em atividades de desenvolvimento curricular e profissional.

Segundo o *"Regulamento de Estágios Pedagógicos"* [2], podem ler-se as seguintes transcrições: *"A disciplina Estágio e Relatório compreende essencialmente actividades de práticas de ensino supervisionado, actividades de intervenção na escola, actividades de relação com o meio, seminários e sessões de natureza científica e pedagógico/didáctica [...] Os estagiários devem realizar actividades incentivadoras da participação dos alunos [...] e apoiar, com actividades próprias, a preparação dos* *alunos [...]"*.

Neste sentido, durante o ano de Estágio Pedagógico foram observadas e lecionadas algumas aulas em duas turmas do Ensino Básico na Escola Básica Grão Vasco, e desenvolveram-se atividades, das quais, se destacam:

Organização de três sessões de natureza científica no âmbito das *"Tardes de Matemática"* e uma ação de formação direcionada aos professores do Grupo Disciplinar de Matemática, sobre o tema *"A sucessão de Fibonacci adaptada ao Ensino Básico"*.

Implementação da *"Liga Delfos Júnior"*, que decorreu pela primeira vez na Escola Básica Grão Vasco (a segunda escola a aderir, a nível nacional, ao projeto) no período compreendido entre janeiro e maio.

Construção da Página Web *"A Sucessão de Fibonacci adaptada ao 3º Ciclo de Ensino Básico"*, contendo, além de uma vertente lúdica e interativa, uma vertente científica com mais de cem questões relacionadas com todos os conteúdos programáticos, atualmente em vigor no 3º ciclo.

Atendendo ao meio envolvente onde está inserida a Escola Grão Vasco, foi criado o projeto *"Reciclar, uma base para ajudar"*, o qual beneficiou 24 crianças de instituições sociais de apoio à família e crianças abandonadas da cidade de Viseu.

Apesar das várias atividades estarem todas interligadas, este relatório está organizado da forma que a seguir se descreve.

No Capítulo 2, faz-se uma breve caracterização do Agrupamento de Escolas Grão Vasco e das turmas onde foram assistidas e lecionadas as aulas. Faz-se, ainda, uma breve referência às novas Metas Curriculares do Ensino Básico e aos novos Manuais Escolares do 7º ano. Termina-se o capítulo apresentando, de forma muito sucinta, toda a coordenação que existiu ao longo do ano letivo, entre o Núcleo de Estágio e o Grupo Disciplinar de Matemática do 3º ciclo.

No Capítulo 3, apresentam-se algumas *"Tarefas do Professor"*, nomeadamente ao nível da prática letiva e ações de formação. Evidenciam-se, ainda, algumas experiências pontuais com turmas atípicas, como são os casos de uma turma de alunos surdos e de uma turma de um curso vocacional.

No Capítulo 4, descrevem-se sucintamente as principais atividades desenvolvidas ao longo do ano letivo, das quais se destacam atividades relacionadas com a Divulgação da Matemática e com a Matemática Recreativa. Neste Capítulo descreve-se, ainda, o projeto *"Reciclar, uma base para ajudar"*, do qual resultou uma experiência inesquecível.

No Capítulo 5, faz-se a reflexão final sobre todo o conhecimento adquirido ao longo do ano de Estágio Pedagógico, bem como a importância e influência que o Estágio Pedagógico teve na construção da identidade enquanto docente.

Este trabalho termina com a lista de anexos que se entendem ser imprescindíveis para a ilustração do trabalho desenvolvido.

Mais detalhes sobre as atividades desenvolvidas ao longo do ano de Estágio Pedagógico podem ser consultadas na Página Web do Núcleo e Estágio da Escola Grão Vasco [7], bem como no CD que integra este relatório.

2

Contextualização do Estágio

Inicia-se este capítulo fazendo uma breve contextualização do Estágio Pedagógico. Descreve-se, de forma sucinta, o Agrupamento de Escolas Grão Vasco onde decorreu o mesmo. Faz-se uma caracterização concisa das turmas, onde foram assistidas e lecionadas algumas aulas, e descreve-se a Coordenação Disciplinar e do Núcleo de Estágio. Uma referência às novas Metas Curriculares e aos novos Manuais Escolares do 7º ano é também apresentada.

2.1. O Agrupamento de Escolas Grão Vasco

O Agrupamento de Escolas Grão Vasco abrange três freguesias da cidade de Viseu, São José, Santa Maria e Coração de Jesus, e é constituído por uma diversidade de realidades organizacionais, curriculares, culturais e sociais que o tornam muito especial e único.

Figura 1: Escola Básica Grão Vasco

Neste Agrupamento promove-se a sequencialidade das aprendizagens e a articulação curricular, privilegiando-se a inclusão através de respostas educativas diferenciadas.

O meio social envolvente é constituído por famílias que vivem do pequeno comércio, famílias da classe média alta, algumas famílias que vivem da pequena agricultura, um grupo de etnia cigana e um grupo de famílias de imigrantes. Esta realidade leva a que neste Agrupamento exista uma grande variedade de culturas e línguas maternas diferenciadas.

Verificam-se, ainda, nas zonas abrangidas pelas Escolas do Agrupamento, algumas bolsas de pobreza e, por consequência, famílias abrangidas pelo rendimento social de inserção. Além disso, encontram-se implementadas instituições sociais de apoio à família e a crianças abandonadas, pelo que parte dos alunos que frequentam os estabelecimentos de ensino do Agrupamento são oriundos dessas instituições. Este contexto reflete-se no Agrupamento, através da existência de um conjunto de crianças que, para além de evidenciarem dificuldades sócio-económicas, provêm de famílias desajustadas, com carências afetivas e desacompanhadas, o que se reflete no seu nível de aprendizagem.

De entre as várias potencialidades do Agrupamento destaca-se o facto de ser uma Escola de Referência de Ensino Bilingue a Alunos Surdos (EREBAS) e de ser uma unidade de ensino estruturado para o desenvolvimento de competências de alunos com perturbações do espectro do autismo. Este Agrupamento disponibiliza, ainda, diversas terapias para alunos com Necessidades Educativas Especiais, nomeadamente terapia da fala, natação e implementa estratégias de integração dos alunos com o português como língua não materna.

Salientam-se, ainda, os diversos protocolos estabelecidos com diferentes instituições e uma vasta oferta de atividades extracurriculares, permitindo que neste Agrupamento exista o modelo de ensino artístico articulado. Ao abrigo deste modelo, as escolas envolvidas trabalham na articulação, quer dos horários, de modo a que os alunos não fiquem sujeitos a tempos não letivos intercalados, quer no âmbito das disciplinas para evitar duplicação de oferta formativa.

Os alunos que optam pelo ensino articulado e que obtêm aproveitamento, no final do 9^o ano, recebem um certificado que lhes garante a prossecução da sua formação artística.

2.2. Caracterização das Turmas

Durante o Estágio Pedagógico foram assistidas e lecionadas algumas aulas, essencialmente, na turma do 7^oC (1^o e 2^o períodos) e na turma do 9^oC (3^o período).

Caraterização da turma do 7^oC

Esta turma era constituída por 29 alunos (15 do sexo masculino e 14 do sexo feminino), com média de idades de 12 anos. Beneficiaram da ação escolar 9 alunos (4 com escalão A e 5 com escalão B). Apenas 4 alunos beneficiaram de apoio pedagógico.

Um dos alunos da turma apresentava Necessidades Educativas Especiais, ao abrigo do Decreto-Lei n.º 3/2008, de 7 de janeiro, artigo 16.º, número 2, com as seguintes alíneas:

a) Apoio Pedagógico Personalizado;

b) Adequações Curriculares Individuais;

d) Adequações no Processo de Avaliação.

Dos 29 alunos da Turma, ao nível da participação em Atividades de Enriquecimento Curricular, 7 estavam inscritos no futsal, 1 no atletismo, 1 no futebol, 1 no clube de cerâmica, 7 no voleibol e 1 no clube dos cientistas.

Destes 29 alunos avaliados, 10 não sabiam qual a profissão que gostariam de ter no futuro, os restantes apresentavam opções tais como medicina, advocacia, futebolista, arquitetura, psicologia, ensino, bailado e cabeleireiro.

Alguns alunos apresentavam dificuldades na expressão oral e dificuldades de interpretação, sendo que três destes alunos usufruíram de Plano de Acompanhamento. Destaca-se, ainda, o facto de 8 alunos terem indicado que não estudavam diariamente.

Caraterização da turma do 9^oC

Esta turma era constituída por 23 alunos (6 do sexo masculino e 17 do sexo feminino), com média de idades de 14 anos. Beneficiaram da ação escolar 4 alunos (3 com escalão A e 1 com escalão B).

Um dos alunos da turma apresentava Necessidades Educativas Especiais, beneficiando das mesmas regalias de que usufruiu o aluno da turma 7^oC.

Ao longo do percurso escolar, apenas ficaram retidos dois alunos, sendo um deles reincidente e como tal, no presente ano letivo, usufruiu de um Plano de Acompanhamento. Dos 8 alunos que manifestaram dificuldades ao nível da visão, um deles também apresentava dislexia.

Como pontos facilitadores da aprendizagem destacam-se a pontualidade e a assiduidade, a organização, a simpatia e o acompanhamento ao estudo proporcionado pela maior parte das famílias.

Alguns alunos apresentaram dificuldades na expressão oral, dificuldades na interpretação de questões matemáticas e na seleção de estratégias para a resolução de problemas. Tais dificuldades estavam associadas à falta de atenção e concentração na realização das tarefas.

2.3. As Metas Curriculares e o novo Manual Escolar do 7º ano

As novas Metas Curriculares de Matemática [8] foram elaboradas por professores do Ensino Básico e Secundário, e por Matemáticos que se têm dedicado, nos últimos anos, à análise crítica destes níveis de ensino.

Estas Metas Curriculares pretendem estabelecer padrões de aprendizagem, considerados essenciais, a realizar pelos alunos em cada um dos anos de escolaridade ou ciclos de ensino, privilegiando a abstração progressiva. As Metas Curriculares *"[...] ajudam a encontrar os meios necessários para que os alunos desenvolvam as capacidades e adquiram os conhecimentos indispensáveis ao prosseguimento dos seus estudos e às necessidades da sociedade atual."*

Os dois grandes eixos das Metas Curriculares são, essencialmente:

- Estabelecer objetivos concisos, ensináveis e avaliáveis para cada ano de escolaridade;
- Dar liberdade ao professor na seleção das estratégias de ensino adequadas a esses objetivos.

Pretende-se, assim, construir uma sequência de ensino coerente, por forma a possibilitar o cumprimento dos *"objetivos específicos"* referidos nos conteúdos programáticos de cada ano letivo. Neste sentido houve necessidade de adaptar os Manuais Escolares a esta nova realidade.

Relativamente ao Manual *"Novo Espaço do 7º ano"* [1], adotado pela Escola Básica Grão Vasco, este tem como matriz de referência o novo programa de Matemática do Ensino Básico e as novas Metas Curriculares definidas pelo Ministério da Educação e Ciência.

Os temas matemáticos abordados são, essencialmente, quatro: números e operações, geometria, álgebra e organização e tratamento de dados.

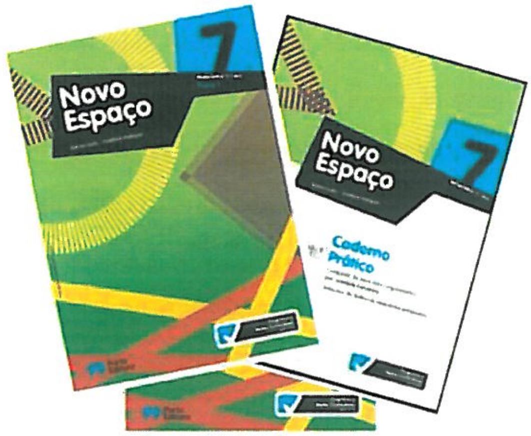


Figura 2: Manuais do 7^o ano

O Manual está dividido em duas partes, subdivididas em sete unidades e distribuídas da seguinte forma:

- Parte 1: números racionais; função; sequências, sucessões e regularidades; triângulos e quadriláteros;

- Parte 2: equações; semelhanças; tratamento de dados.

Cada unidade didática contém os principais objetivos a atingir pelo aluno.

Sempre que um pré-requisito se torna essencial à compreensão e desenvolvimento de um certo conteúdo, este é referido com destaque.

Para um melhor enquadramento dos temas, e com o propósito de facilitar a compreensão da forma como alguns conhecimentos matemáticos evoluíram ao longo do tempo, são feitas referências históricas de alguns temas.

O Manual apresenta, ainda, vários desafios para aplicar os conhecimentos de forma lúdica, incentivando a curiosidade e a perseverança do aluno. Além disso, para introduzir conceitos, estabelecer conexão entre conteúdos e evidenciar aplicações da Matemática, são apresentadas várias tarefas ao longo das unidades.

A nível de exercícios, o Manual apresenta uma grande variedade de exercícios e problemas com diferentes graus de dificuldade, para aplicar e consolidar conceitos e técnicas adquiridas. Destaca-se, ainda, no fim de cada unidade, uma prova que permite ao aluno fazer a sua própria autoavaliação.

O Manual é acompanhado, ainda, por um caderno prático composto por um conjunto de exercícios, organizado por unidades temáticas, onde o aluno pode aplicar o que aprendeu/apreendeu.

2.4. A Coordenação Disciplinar e do Núcleo de Estágio

A nível da Coordenação Disciplinar, sempre que foi necessário, o Grupo Disciplinar de Matemática do 3^o ciclo reuniu às terças feiras (das $15h30m$ às $17h$) para debater algumas tarefas inerentes às disciplinas de Matemática do 3^o ciclo.

Nestas reuniões debateu-se, essencialmente, a coordenação de conteúdos, a escolha de tarefas a realizar nos diferentes anos, as planificações a curto prazo, a construção das matrizes dos testes de avaliação e as atividades a desenvolver. Os sumários destes encontros podem ser encontrados no CD que integra este relatório.

A par desta Coordenação Disciplinar, o Núcleo de Estágio reuniu duas vezes por semana para discutir, entre outros assuntos, a melhor abordagem pedagógica dos diferentes temas matemáticos. Apresenta-se, em seguida, de forma muito sucinta, o sumário de cada um desses encontros.

Dia	1^o Período
5 de setembro	Apresentação da Escola Básica Grão Vasco (os espaços que dispõem para trabalhar, as salas de aula, a biblioteca e o clube da Matemática). O programa curricular de Matemática do 3^o Ciclo do Ensino Básico. Os Manuais Escolares adotados pela escola. A importância e a necessidade de conhecer os documentos: lei de bases do sistema educativo, o estatuto da carreira docente e o estatuto do aluno.
6 de setembro	Início da elaboração da planificação a longo prazo do programa de Matemática do 7^o ano, e início da elaboração do teste diagnóstico do 7^o ano.
12 de setembro	Discussão e conclusão da elaboração do teste diagnóstico de Matemática do 7^o ano.
13 de setembro	Conclusão da planificação a longo prazo do programa de Matemática do 7^o ano.
19 de setembro	Início da elaboração da planificação a médio prazo do programa de Matemática do 7^o ano (1^o período).
20 de setembro	Continuação da elaboração da planificação a médio prazo do programa de Matemática do 7^o ano (1^o período).
26 de setembro	Conclusão da planificação a médio prazo do programa de Matemática do 7^o ano (1^o período).
27 de setembro	Planificação geral da Unidade 1 (Números Racionais) do programa de Matemática do 7^o ano.
3 de outubro	Discussão e propostas de possíveis atividades a decorrer ao longo do ano letivo na escola.
4 de outubro	Alguns dos conteúdos programáticos do 9^o ano.
10 de outubro	Alguns dos conteúdos programáticos do 9^o ano (continuação).
11 de outubro	Orientação pedagógica sobre Números Racionais (como abordar a adição e subtração de números racionais).
17 de outubro	Orientação pedagógica sobre Números Racionais (como abordar a representação na reta numérica de números racionais).
18 de outubro	Orientação pedagógica sobre Números Racionais (como abordar algumas propriedades da multiplicação e divisão de números racionais).
24 de outubro	Início da elaboração do 1^o teste de avaliação de Matemática do 7^o ano.

25 de outubro	Adaptação do 1º teste de avaliação de Matemática para alunos com Necessidades Educativas Especiais.
31 de outubro	Orientação pedagógica sobre a planificação de uma aula (sumário, conteúdos, objetivos específicos, recursos e estratégias utilizadas).
1 de novembro	Orientação pedagógica sobre Números Racionais (como abordar as potências, a raiz quadrada e a raiz cúbica de números racionais).
7 de novembro	Alguns aspetos positivos e negativos da aula de Matemática do 7º ano, lecionada no dia 5 de novembro. Sugestões de melhoria.
8 de novembro	Reflexão dos resultados obtidos no 1º teste de avaliação. Análise de algumas respostas dos alunos.
14 de novembro	Discussão das propostas e tarefas a realizar na aula, de Matemática do 7º ano, do dia 15 de novembro.
15 de novembro	Discussão da planificação da aula, de Matemática do 7º ano, do dia 15 de novembro.
21 de novembro	Início da elaboração do 2º teste de avaliação de Matemática do 7º ano.
22 de novembro	Adaptação do 2º teste de avaliação de Matemática para alunos com Necessidades Educativas Especiais.
28 de novembro	Início da elaboração do regulamento da Liga Delfos Júnior a realizar na escola no período compreendido entre janeiro e maio.
29 de novembro	Planificação geral da Unidade 2 (Funções) do programa de Matemática do 7º ano.
5 de dezembro	Conclusão da planificação geral da Unidade 2 (Funções).
6 de dezembro	Reflexão sobre os resultados obtidos no 2º teste de avaliação. Análise de algumas respostas dos alunos.
12 de dezembro	Início da elaboração da 1ª Prova da Liga Delfos Júnior a realizar na escola no mês de janeiro.
13 de dezembro	Continuação da elaboração da 1ª Prova da Liga Delfos Júnior a realizar na escola no mês de janeiro.
Dia	**2º Período**
9 de janeiro	Início da elaboração da planificação a médio prazo do programa de Matemática do 7º ano (2º período).
10 de janeiro	Conclusão da elaboração da planificação a médio prazo do programa de Matemática do 7º ano (2º período). Orientação pedagógica sobre Funções (como abordar a proporcionalidade direta como função).
16 de janeiro	Reflexão da aula, de Matemática do 7º ano, lecionada no dia 15 de janeiro. Propostas de tarefas a realizar na aula de 17 de janeiro.
17 de janeiro	Algumas sugestões quanto à abordagem de alguns dos exercícios sugeridos na planificação da aula de Matemática do 7º ano, do dia 17 de janeiro.
23 de janeiro	Planificação geral da Unidade 3 (Sequências, sucessões e regularidades) do programa de Matemática do 7º ano.
24 de janeiro	Planificação de algumas atividades a realizar na aula assistida, de Matemática do 7º ano, de 29 de janeiro e construção do cartaz de divulgação da 1ª Tarde de Matemática.
30 de janeiro	Planificação geral da Unidade 4 (Triângulos e Quadriláteros) do programa de Matemática do 7º ano.
31 de janeiro	Início da elaboração da 2ª Prova da Liga Delfos Júnior a realizar na escola no mês de fevereiro.
6 de fevereiro	Início da elaboração do 3º teste de Matemática do 7º ano.

7 de fevereiro	Adaptação do 3º teste de avaliação de Matemática, para alunos com Necessidades Educativas Especiais.
13 de fevereiro	Orientação pedagógica sobre Triângulos e Quadriláteros (como abordar a soma dos ângulos internos e externos de um triângulo).
14 de fevereiro	Início da elaboração da 3ª Prova da Liga Delfos a realizar na escola no mês de março.
20 de fevereiro	Continuação da elaboração da 3ª Prova da Liga Delfos a realizar na escola no mês de março.
21 de fevereiro	Escolha de tarefas a desenvolver na aula assistida de 19 de março.
27 de fevereiro	Planificação geral da Unidade 5 (Equações) do programa de Matemática do 7º ano.
28 de fevereiro	Orientação pedagógica sobre equações (como abordar o tema "equações equivalentes").
6 de março	Orientação pedagógica sobre equações (como abordar os problemas envolvendo equações).
7 de março	Seleção de exercícios envolvendo equações.
13 de março	Início da elaboração da 4ª Prova da Liga Delfos Júnior, a realizar na escola em abril.
14 de março	Continuação da elaboração da 4ª Prova da Liga Delfos Júnior.
20 de março	Início da planificação da Unidade de Trigonometria do 9º ano.
21 de março	Conclusão da planificação do Unidade de Trigonometria do 9º ano.
27 de março	Início da elaboração da planificação a médio prazo do programa de Matemática do 7º ano (3º período).
28 de março	Continuação da elaboração da planificação a médio prazo do programa de Matemática do 7º ano (3º período).
3 de abril	Preparação da reunião de direção de turma do 9º ano.
4 de abril	Continuação da preparação da reunião de direção de turma do 9º ano.
Dia	**3º Período**
24 de abril	Conclusão da elaboração da planificação a médio prazo do programa de Matemática do 7º ano (3º período).
2 de maio	Orientação pedagógica sobre Trigonometria (como abordar as razões trigonométricas).
8 de maio	Planificação da aula assistida de 12 de maio e construção do cartaz de divulgação da 2ª Tarde de Matemática.
9 de maio	Construção de uma aplicação interativa com o GeoGebra, para exemplificar um exercício da aula assistida de 12 de maio (sobre trigonometria).
15 de maio	Conclusão da elaboração da 5ª Prova da Liga Delfos Júnior a realizar na escola no mês de maio.
16 de maio	Início da preparação do teste global do 9º ano.
22 de maio	Preparação do teste global do 9º ano (conclusão).
23 de maio	Preparação da reunião de direção de turma do 9º ano.
29 de maio	Recolha de alguns dados, relativos ao estágio, para inserir no Relatório de Estágio.
30 de maio	Seleção de exercícios para preparação do exame do 9º ano.
5 de junho	Preparação da visita de estudo à Universidade de Coimbra (Liga Delfos) e construção do cartaz de divulgação da 3ª Tarde de Matemática.
6 de junho	Continuação da preparação da visita de estudo à Universidade de Coimbra (Liga Delfos).
12 de junho	Esclarecimento de dúvidas aos alunos do 9º ano.
20 de junho	Esclarecimento de dúvidas aos alunos do 9º ano.

3

Algumas Tarefas do Professor

No processo de ensino e aprendizagem, apesar do aluno ser o centro deste processo, o professor desempenha um papel muito importante, pois é a ele que cabe a organização e seleção das experiências de aprendizagem.

3.1. A Prática Letiva

A Prática Letiva não deixa de ser uma vertente com um peso elevado no processo de ensino aprendizagem, quer a nível de investimento do trabalho do estagiário, quer, consequentemente, a nível de avaliação e valorização no plano de estudos. Esta vertente apresentou um papel fundamental, tanto na evolução do desempenho pedagógico como também no estabelecimento de ações, das quais resultaram todas as outras atividades emergentes do contacto direto com os alunos e suas necessidades educativas.

3.1.1. As Planificações

O formato do plano de aula pode variar de professor para professor, mas, em geral, inclui a exposição clara dos objetivos, o material utilizado e as atividades a realizar.

Durante o ano de Estágio Pedagógico, destacaram-se três tipos de planificação: a Planificação Anual (planificação a longo prazo), a Planificação de Unidade (planificação a médio prazo) e a Planificação de Aula (planificação a curto prazo). Um exemplar de cada um destes tipos de planificação pode ser consultado no Anexo A (as restantes planificações podem ser encontradas no CD que integra este relatório).

A Planificação Anual baseia-se na elaboração de linhas gerais sobre os conteúdos a abordar em cada área temática. No anexo A.1 apresenta-se a Planificação Anual, relativa ao 1º período, da disciplina de Matemática do 7º ano.

A planificação a médio prazo baseia-se nas linhas gerais da Planificação Anual. Neste tipo de planificação, destaca-se a Planificação de Unidade que gira à volta dos conteúdos, das competências e das estratégias a abordar em cada unidade do programa. No Anexo A.2 encontra-se a Planificação de Unidade *"Números Racionais"*, lecionada no primeiro período, na disciplina de Matemática do 7º ano.

A Planificação de Aula pretende esquematizar os conteúdos a ensinar, as técnicas a explorar, as atividades específicas a realizar e os materiais necessários. No Anexo A.3 incorpora-se uma planificação de uma das aulas lecionadas. A Planificação de Aula inclui, entre outros aspetos, uma apresentação dos objetivos e a sequência de atividades de aprendizagem na sala de aula, bem como a atribuição do tempo necessário para a realização das diferentes atividades.

3.1.2. Aulas, Software (de apoio) e Fichas de Trabalho

O início do Estágio Pedagógico pautou-se pela assistência às aulas da orientadora pedagógica, com o objetivo principal de elaborar a avaliação diagnóstica dos alunos, a desenvolver posteriormente, na prática letiva.

Observaram-se, também, algumas intervenções pedagógicas da orientadora, as quais surgiam como consequência da insegurança de quem estava prestes a iniciar o seu próprio processo de intervenção pedagógica no Ensino Básico. Neste sentido, foi dada especial atenção às estratégias utilizadas pela orientadora no que respeita à captação da atenção dos alunos, durante as aulas.

A assistência às aulas decorreu durante todo o ano letivo, nos dois primeiros períodos na turma do 7º C, e no terceiro período na turma do 9º C.

Progressivamente o observador passou a cooperante e, após a observação das primeiras aulas, a "professor cooperante", uma vez que a turma do 7º C, de 29 alunos, incluía um aluno com Necessidades Educativas Especiais para além de que os restantes alunos apresentavam conhecimentos bastante díspares. Neste sentido, nas aulas não lecionadas, a tarefa na sala de aula refletiu-se no apoio aos alunos com maiores dificuldades.

Das várias aulas lecionadas ao longo do Estágio Pedagógico, a maior parte foi ao 7º ano e três destas, foram assistidas pela orientadora pedagógica e pelo orientador científico (duas na turma do 7º C e uma na turma do 9º C).

Antes da lecionação de cada aula, houve sempre o cuidado de informar a orientadora pedagógica das tarefas e da forma de abordagem dos temas a tratar. A planificação de cada aula lecionada foi sempre apresentada com a devida antecedência. Nestas aulas, houve sempre a preocupação quanto à motivação dos alunos para as tarefas propostas, selecionando e realizando estratégias diversificadas e adequadas.

De forma exaustiva, recorreu-se aos meios audiovisuais (apresentações em powerpoint, animações, filmes, etc.) para apresentar os conteúdos de forma criativa e motivadora para os alunos. Recorreu-se, nomeadamente, ao GeoGebra para elucidar melhor a visualização geométrica.

Sempre que se revelou pertinente, foi utilizada a técnica do questionário, procurando suscitar a curiosidade dos alunos. Foram criadas situações que conduziram à auto-aprendizagem dos alunos e cada aula foi organizada em função de tarefas a realizar por estes. Sempre que possível, e quando se verificaram dificuldades de aprendizagem, foram considerados os ritmos individuais dos alunos através da retroação.

Ao longo do Estágio Pedagógico foram elaborados exercícios (além dos disponibilizados pela orientadora pedagógica) com o objetivo de incentivar e promover o trabalho do aluno. Alguns desses exercícios incluem-se no Anexo B: no Anexo B.1, destaca-se uma Ficha de Trabalho (7^o ano) e no Anexo B.2, uma Atividade (9^o ano). As restantes Fichas de Trabalho elaboradas podem ser consultadas no CD que integra este relatório.

A atividade desenvolvida, sempre que possível, também incluia a ajuda na elaboração e correção de algumas Provas de Avaliação. Uma sugestão de Prova de Avaliação (com proposta de resolução) pode ser consultada no Anexo B.3.

3.1.3. Apoio Extracurricular

Ao longo de todo o ano letivo, a colaboração no Apoio Extracurricular (facultativo), aos alunos das turmas lecionadas pela orientadora pedagógica, foi uma constante, tendo o mesmo decorrido às terças feiras (das $14h$ às $15h$) em horário extra-letivo. Nesta hora de trabalho, os alunos do 7^o e 9^o anos, organizavam-se livremente em grupos de trabalho e, além do esclarecimento de dúvidas, resolviam exercícios dos Manuais adotados e das Fichas de Trabalho das aulas. Os alunos, de forma autónoma, elaboravam o seu plano de trabalhos, o que se revelou fundamental para a preparação dos testes e dos exames. Frequentemente a adesão a este espaço de trabalho foi significativa, havendo mesmo dificuldade de dar resposta a todos os alunos.

3.2. Aulas Especiais, para Alunos Especiais

Sendo o Estágio Pedagógico uma oportunidade de constatar as adversidades inerentes à profissão de professor, a concretização, ao longo do ano, de algumas experiências permitiram uma maior tranquilidade, no que respeita a esta profissão. Para isso contribuiu a experiência adquirida na lecionação de aulas a alunos surdos, a alunos com Necessidades Educativas Especiais e a alunos de um curso vocacional.

3.2.1. Alunos Surdos

A acomodação, na maior parte das vezes, leva à facilidade e ao empobrecimento profissional. A vivência de experiências diferentes conduz à procura do melhor de cada um de nós. Uma experiência inesquecível e totalmente diferente da habitual surgiu no dia 28 de maio, proporcionada pelo professor José Carlos: uma aula a alunos surdos.

A improvável reação dos alunos demonstrou-se através de alguma insegurança inicial, mas, com o apoio da intérprete de Língua Gestual, a aula decorreu de forma descontraída, apenas com uma preocupação adicional, falar pausadamente.

A turma era constituída apenas por dois alunos, surdos profundos, do 7^o ano. A aula iniciou-se com uma pequena apresentação, após a escrita do sumário no quadro. Por vezes, os alunos conseguiam fazer a leitura labial, não necessitando de intérprete.

Resolveram-se problemas envolvendo equações do 1^o grau, tendo sido os alunos muito participativos e superando as expectativas iniciais. À semelhança de alunos sem Necessidades Educativas Especiais, estes alunos foram sucessivamente ao quadro resolver os exercícios e, frequentemente, com o auxilio da intérprete, havia interação através da técnica pergunta-resposta.

3.2.2. Alunos de um Curso Vocacional

Nem sempre o professor tem a "sorte" de ter uma turma disposta a aprender e a apreender o que o professor transmite e ensina. A oportunidade de uma nova experiência, surgiu a 12 de maio, através da cooperação da lecionação de uma aula, num curso vocacional, cuja docente responsável era a professora Helena Saramago. A turma, composta por dezasseis alunos, era completamente atípica de todas as turmas lecionadas.

A expectativa de uma má experiência como professor, caracterizada pela indisciplina, desmotivação e faixa etária muito diferenciada, saiu totalmente gorada.

A receção por parte dos alunos foi pautada pelo facto de não ser habitual a presença de outro docente na sala de aula. Notava-se uma certa desconfiança e os rumores de indisciplina e desmotivação eram reais. No entanto, com o decorrer da aula, constatou-se que as razões de tais atitudes se deviam à carência emocional. Lentamente, através da confiança, proximidade e incentivo na resolução de problemas propostos, os alunos começaram a trabalhar e a mostrar algum interesse. No final, alguns deles, mostraram o seu agrado pela a atenção dedicada.

3.2.3. Alunos com Necessidade Educativas Especiais

Outra experiência deveu-se ao contacto com um aluno com Necessidades Educativas Especiais, integrado na turma do 7º C, durante o 1º e 2º períodos.

Nem sempre é fácil ao professor conseguir transmitir a mensagem ao aluno. Mais difícil ainda se torna esta tarefa, quando numa turma existem alunos com Necessidades Educativas Especiais.

Durante os dois primeiros períodos, foi constante o auxilio a este aluno através da análise mais individualizada dos exercícios.

O Núcleo de Estágio adaptou cada teste de avaliação à realidade do aluno, apesar de os resultados nem sempre terem sido os melhores.

3.3. Ações de Formação

Sendo as ações de formação essenciais para melhorar a prática letiva, durante o ano letivo, foi realizada uma ação de formação, enquanto formador, para os professores do Grupo Disciplinar de Matemática da Escola Básica Grão Vasco, e três ações de formação enquanto formando.

3.3.1. Ação de Formação (como formador)

A ação de formação *"A sucessão de Fibonacci adaptada ao Ensino Básico"*, dirigida aos professores do Grupo Disciplinar de Matemática, decorreu nos dias 13 e 20 de maio, na Escola Básica Grão Vasco e teve a duração de 3 horas.

Esta ação de formação foi dividida em duas partes. Na primeira parte, foram apresentados alguns resultados teóricos, abordados no Projeto Educacional I [3], sobre a sucessão de Fibonacci e uma sua generalização. Na segunda parte, foram apresentadas algumas atividades relacionadas com os resultados expostos, mas, adaptadas ao Ensino Básico, objetivo central do Projeto Educacional II [4].

Nesta ação de formação divulgou-se a Página Web *"A sucessão de Fibonacci adaptada ao 3º Ciclo do Ensino Básico"*, [9], dando a conhecer aos docentes alguns materiais didáticos nela contidos.

3.3.2. Ações de Formação (como formando)

As ações de formação assistidas enquanto formador foram: uma no âmbito das novas Metas Curriculares de Matemática do 3º ciclo e outras duas no âmbito das novas Tecnologias, inseridas no 14º MatViseu.

Metas Curriculares de Matemática: 3º ciclo

Nos dias 22 e 29 de outubro decorreu a ação do formação, com duração de 3 horas, *"Metas Curriculares de Matemática: 3º ciclo"*. Esta ação, dinamizada pelo Professor José Carlos (professor do Grupo Disciplinar de Matemática), teve como objetivo esclarecer os docentes do Grupo Disciplina de Matemática, da Escola Básica Grão Vasco, sobre a implementação das novas Metas Curriculares do Ensino Básico e suas implicações nos conteúdos programáticos e nas práticas pedagógicas a adotar por parte dos professores. Esta ação de formação permitiu, ainda, uma reflexão partilhada, entre os docentes, sobre as novas Metas Curriculares.

Matemática em ambiente MatLab

No dia 10 de maio decorreu a ação do formação, com duração de 5 horas, *"Matemática em ambiente MatLab"*. A ação foi dinamizada pelo Professor Doutor Fernando Duarte, na Escola Superior de Tecnologia e Gestão do Instituto Politécnico de Viseu, e era dirigida a docentes de Matemática do Ensino Básico e Secundário.

Nesta ação de formação foram tratados os princípios fundamentais para uma utilização eficiente do Matlab. Foram abordados alguns tópicos de álgebra linear, análise matemática, métodos numéricos e estatística como exemplos da abrangência na sua utilização. A ação não requeria qualquer pré-requisito de programação, apenas conhecimentos na ótica do utilizador.

Conceitos Básicos em VBA aplicados ao Excel

No dia 24 de maio decorreu a ação do formação, com duração de 5 horas, *"Conceitos Básicos em VBA aplicados ao Excel"*, direcionada a docentes de Matemática do Ensino Básico e Secundário.

Esta ação de formação foi dinamizada pelo Professor Carlos Cunha na Escola Superior de Tecnologia e Gestão do Instituto Politécnico de Viseu.

Na ação foram abordados alguns conceitos básicos de macros em Excel e algumas formas de manipulação de objetos na folha de cálculo.

4

Atividades na Escola

O trabalho desenvolvido longo do ano letivo não se cingiu apenas a observar e a lecionar aulas, também houve o cuidado de desenvolver atividades extracurriculares. Além da divulgação da Matemática de forma lúdica, também houve o esforço para incentivar os alunos a estudar e a ganhar gosto pela disciplina. Segue-se uma breve descrição das principais atividades realizadas durante o ano letivo na Escola Básica Grão Vasco.

4.1. Divulgação da Matemática

No decorrer do Estágio Pedagógico promoveram-se diversas iniciativas de divulgação da Matemática. Entre elas, está a criação da Página Web *"A sucessão de Fibonacci adaptada ao 3º Ciclo do Ensino Básico"* [9], a realização de palestras (seminários), no âmbito das *"Tardes de Matemática"* e do *"Dia do π"* e, ainda, a participação no Concurso de Posters no âmbito do *"Ano Internacional da Estatística e da Matemática do Planeta Terra"*.

4.1.1. Tardes de Matemática

O Projeto Tardes de Matemática é uma iniciativa da SPM-Centro apoiada pela Agência Ciência Viva, no âmbito do programa Escolher Ciência. Ao abrigo deste projeto foi convidado o Professor Doutor Armando Gonçalves, Professor do Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra, para dinamizar duas Tardes de Matemática, uma sobre o tema *"Geometria Hiperbólica"* no dia 29 de janeiro e outra, no dia 12 de maio, sobre *"Indução. Indução Matemática."*

Também, a Professora Doutora Madalena Malva, Professora da Área Científica de Matemática da Escola Superior de Tecnologia e Gestão do Instituto Politécnico de Viseu, aceitou o convite para dinamizar uma Tarde de Matemática, no dia 6 de junho, sobre o tema *"O Mundo Estatístico"*.

Todas as Tardes de Matemática realizadas tiveram como público alvo alunos do 3º Ciclo do Ensino Básico. Esteve a cargo do Núcleo de Estágio todo o processo administrativo associado à organização e à divulgação desta atividade.

4.1.2. O dia do π

Para comemorar *"O Dia do π"* (14 de março), foi endereçado o convite ao Professor Doutor Nuno Oliveira Bastos, Professor da Área Científica de Matemática do Instituto Politécnico de Viseu, que dinamizou três sessões sobre o *"Dia do π"* aos alunos do 3º Ciclo do Ensino Básico.

Cada sessão teve uma duração de aproximadamente 45 minutos, que incluíram várias atividades relacionadas com o número irracional π.

Esteve a cargo do Núcleo de Estágio todo o processo administrativo associado à organização e à divulgação desta atividade.

4.1.3. A Página Web "A sucessão de Fibonacci adaptada ao 3º Ciclo do Ensino Básico"

Uma das atividades realizadas foi a criação da Página Web "A sucessão de Fibonacci, adaptada ao 3º Ciclo do Ensino Básico" [9].

Figura 3: Página Web sobre a sucessão de Fibonacci

A criação desta página foi um trabalho contínuo e intenso, cujo início da criação coincidiu com o do ano letivo. Duma forma muito resumida, destaca-se o facto desta página conter uma vertente lúdica e interativa, e incluir problemas relacionados com a sucessão de Fibonacci e com todos os conteúdos, atualmente em vigor, dos programas do 3º Ciclo do Ensino Básico.

Ao explorarem esta página, os alunos, para além de encontrarem problemas relacionados com a sucessão de Fibonacci, que vão ao encontro dos programas do 3º Ciclo de Ensino Básico, também encontram diversas curiosidades e atividades interativas sobre esta sucessão que, certamente, os motivarão para novas aprendizagens e descobertas.

A elaboração dos problemas que constam na Página Web são o resultado da autorecriação e de exaustiva pesquisa. Foi um contributo essencial, o material de apoio ao professor, disponibilizado pela Porto Editora [10].

Ao acederem à página, os alunos deparam-se imediatamente com "A sucessão de Fibonacci, adaptada ao 3º Ciclo do Ensino Básico", com ênfase nos tópicos: Início, Fibonacci e a Natureza, Problema Interativos, Problemas (7^0, 8^0 e 9^0 anos) e Diversas Curiosidades.

Início: Nesta opção é apresentado, aos alunos, o objetivo e o porquê da criação da Página Web. Dá-se especial destaque ao Matemático Fibonacci, através de uma aplicação interativa, desenvolvida de origem, composta por várias imagens de Matemáticos. Os alunos são conduzidos, de entre as imagens apresentadas, ao Matemático Fibonacci. Também está disponível uma breve biografia de Fibonacci e a definição do Número de Fibonacci. Este separador, termina com a apresentação de um paradoxo geométrico, descrito por W.W. Rouse Bola em *"Mathematical Recreations and Essays"*, como *"uma das jóias da Matemática Recreativa"*. Ao entrar neste separador, os alunos têm acesso à justificação matemática do paradoxo geométrico (adaptada ao nível do Ensino Básico) e a diversas adaptações do mesmo, em truques de ilusão ótica e em programas de divulgação matemática, nomeadamente, o programa televisivo *"Isto é Matemática"*.

Fibonacci e a Natureza: Nesta página os alunos podem fazer uma viagem pela Natureza e descobrir como encontrar os números de Fibonacci no mundo que os rodeia. A título de exemplo, são apresentados o número de pétalas de certas flores, o crescimento de certas plantas ou a vida das abelhas. Define-se espiral, com uma linguagem adaptada ao nível do Ensino Básico, e descreve-se a construção da espiral de Fibonacci. Através duma animação, retirada de site GeoGebraTube [11], os alunos podem observar a construção da espiral de Fibonacci e verificar a sua aproximação na modelação das conchas dos moluscos Nautilus. Também aqui, os alunos podem constatar que o número de espirais, em certos seres vivos, está relacionado com os números de Fibonacci. Como exemplos ilustrativos, são apresentados o número de espirais, em geral, existentes na disposição das sementes do girassol, nas escamas hexagonais da casca do ananás e nas pinhas. É possível, ao aluno, viajar pelo número de ouro, descobrir de que forma este está relacionado com os números de Fibonacci e qual o contributo de Leonardo Da Vinci (1452-1519) na sua divulgação. Os alunos mais curiosos podem consultar o trabalho de Diogo José Matos de Fernandes [6], sobre a sucessão de Fibonacci e o número de ouro, o qual compila várias curiosidades sobre esta temática.

Aplicações interativas: Nesta página os alunos podem aceder a várias aplicações interativas, de software livre, produzidas pela Ludoteca do Instituto de Física da USP [12]. São disponibilizadas simulações digitais, envolvendo o *"Problema dos Coelhos"*, o *"Problema dos Tijolos"* e a relação entre os números de Fibonacci e o número de ouro. É dada a possibilidade aos alunos de responder aos problemas de forma lúdica e divertida, aplicando, de forma interativa, os conceitos de número de Fibonacci e número de ouro.

Problemas (7^0, 8^0 e 9^0 anos): Esta página considerada a mais importante do ponto de vista científico, foi o mais difícil de concretizar. Os alunos acedem a diversos problemas envolvendo a sucessão de Fibonacci. Todos os problemas propostos estão relacionados com os conteúdos, atualmente em vigor, nos programas do 3º Ciclo do Ensino Básico. O acesso aos problemas é realizado por ano de escolaridade, 7^0, 8^0 ou 9^0 anos.

A nível do 7^0 ano, e de acordo com o programa em vigor estão disponíveis sete problemas que envolvem os números de Fibonacci e os tópicos: números racionais; funções; sequências, sucessões e regularidades; triângulos e quadriláteros; equações; semelhanças e tratamento de dados.

A nível do 8^0 ano, e de acordo com o programa, atualmente em vigor, foram facultados oito problemas que envolvem os números de Fibonacci e os tópicos: isometrias; números racionais; planeamento estatístico; funções; equações e sistemas de equações; sólidos geométricos; sequências e regularidades e teorema de Pitágoras.

A nível do 9^0 ano, tomando em consideração o programa em vigor, foram disponibilizados sete problemas envolvendo os números de Fibonacci e os tópicos: probabilidades; funções; equações; circunferência; números reais, trigonometria no triângulo retângulo e um problema global, envolvendo todos os tópicos anteriores.

Diversas Curiosidades: Nesta página os alunos acedem a diversas curiosidades sobre e/ou relacionadas com a sucessão de Fibonacci. Uma das curiosidades apresentadas é um truque aritmético. Descreve-se o truque e apresenta-se a sua justificação Matemática, tendo em consideração os níveis de escolaridade que se pretendem atingir. Outra curiosidade apresentada é um excerto do Filme *"Código da Vinci"* onde se faz referência a um código que, colocado na ordem correta, corresponde à sequência de Fibonacci. Esta página termina referenciando dois vídeos. O primeiro faz uma abordagem aos números de Fibonacci e à História da Matemática, e o segundo, é o documentário *"A Espiral- parte 2"*, que descreve a espiral duma forma muito peculiar e fascinante.

4.1.4. *"Ano Internacional da Estatística e da Matemática do Planeta Terra"* – Concurso de Posters

Durante o primeiro período os alunos foram incentivados a participar no Concurso de Posters alusivos ao *"Ano Internacional da Estatística e da Matemática do Planeta Terra"*. Esta atividade foi da responsabilidade da Área Científica de Matemática da Escola Superior de Tecnologia e Gestão de Viseu e decorreu a nível Nacional.

Embora a adesão a esta iniciativa não tenha sido significativa, o Poster vencedor, na categoria 3º ciclo, foi o trabalho *"Estatística: Verdades mentirosas"* da autoria da aluna Lízia Branco, da turma do 8º H. A aluna concorreu, ainda, com o trabalho *"Intervalos Matemáticos"*.

Figura 4: Estatística: Verdades mentirosas.

Figura 5: Intervalos Matemáticos.

Além deste concurso, o Núcleo de Estágio divulgou e incentivou alguns alunos a participar nos *"Desafios do ALEA"*, problemas do dia-a-dia, baseados em notícias publicadas em órgãos de comunicação social, e destinados a alunos do Ensino Básico e Secundário.

4.2. Competições de Matemática

Em Portugal, as competições Matemáticas têm assumido as mais diversas formas, conteúdos e durações, e pretendem abranger o maior número de alunos possível. Na Escola Básica Grão Vasco, para além de se realizarem as *"Olimpíadas Portuguesas de Matemática"* e o *"Canguru Matemático"*, foi implementada, pela primeira vez, a *"Liga Delfos Júnior"*, aberta a alunos do 3^o ciclo com diversos graus de aptidão para a resolução de problemas.

4.2.1. 32^{as} Olimpíadas da Matemática

As Olimpíadas Matemáticas são provas que contêm desafios matemáticos abrangendo diversos conteúdos, e realizam-se todos os anos nas escolas por todo o mundo. Em Portugal, são da responsabilidade da Sociedade Portuguesa de Matemática (SPM) e destinam-se a todos os anos de escolaridade, distinguindo-se em diversas categorias conforme o ano de escolaridade.

Participaram, na primeira eliminatória, 57 alunos da Escola Básica Grão Vasco, passaram à segunda eliminatória 3 alunos e à Final Nacional 1 aluno.

A Final Nacional decorreu entre os dias 3 e 6 de abril no Agrupamento de Escolas Dr. Mário Sacramento, em Aveiro. A aluna Mariana Pires do 7^o ano obteve a Medalha de Bronze a nível Nacional.

O Núcleo de Estágio fez parte do grupo de professores corretores da primeira eliminatória das 32^{as} Olimpíadas de Matemática, que se realizou no dia 13 de novembro de 2013, e fez parte do grupo de professores vigilantes da segunda eliminatória, realizada no dia 15 de janeiro de 2014.

4.2.2. A Liga Delfos Júnior

A Liga Delfos Júnior é uma competição de equipas, integrada nas atividades do Projeto Delfos da Universidade de Coimbra. Esta Liga esteve aberta a todos os alunos do 3^o Ciclo da Escola Básica Grão Vasco, interessados em Matemática elementar.

A Liga decorreu entre os meses de janeiro e maio, e contou com a participação de seis equipas, compostas por quatro alunos do 3^o Ciclo do Ensino Básico.

Mensalmente, decorreu uma competição que consistiu na resolução (em equipa) de provas de índole matemático. Cada prova iniciava-se com a apresentação sumária da biografia de um Matemático (relacionado com o tema da prova), e tinha por objetivo a resolução de quatro problemas, os quais visavam fomentar a aprendizagem de um tema da Matemática. Deste modo promoveram-se a transmissão de conhecimentos e fortaleceram-se os laços de aprendizagem entre os diferentes alunos.

Figura 6: Equipas da Liga Delfos Júnior da Escola Básica Grão Vasco.

Toda a organização e divulgação da Liga, supervisionada pela equipa do Delfos da Universidade de Coimbra, bem como a construção, a vigilância e a correção das provas, teve a cargo do Núcleo de Estágio.

Nesta atividade foi necessário elaborar o Regulamento da Liga (Anexo C.3) e o cartaz de divulgação (Anexo C.1).

As provas (Anexo C.3) foram elaboradas tendo em consideração os temas matemáticos, escolhidos pelo Núcleo de Estágio: *"Os números de Fibonacci"*, *"Problemas de Contagem"*, *"Lógica Matemática"*, *"Probabilidades"* e *"Geometria Euclidiana"*.

Todas as provam tiveram uma duração de 90 minutos e realizaram-se na última segunda feira de cada mês. Na correção das provas, foi tomada em consideração em cada questão, a apresentação e simplicidade das respostas. Foi elaborado um Ranking, que era atualizado após a realização e correção de cada prova. O Ranking Final da Liga apresenta-se no Anexo C.5.

Como prémio de participação nesta atividade, foi organizada uma visita de estudo à Universidade de Coimbra, que possibilitou os alunos jogar o Jogo *"Planeta Matemático 2013"*, conhecer alguns Monumentos junto à Universidade, o Departamento de Matemática, a República de Estudantes *"Os Fantasmas"* e efetuar uma visita guiada à Universidade de Coimbra.

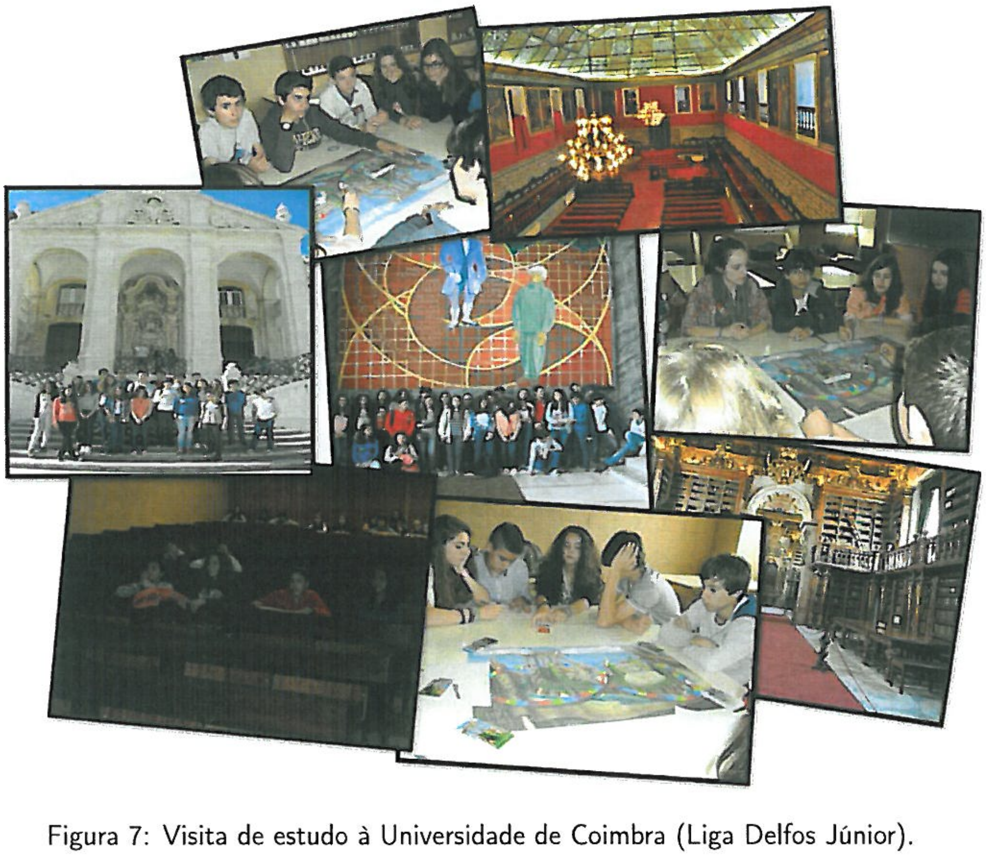


Figura 7: Visita de estudo à Universidade de Coimbra (Liga Delfos Júnior).

Cada aluno recebeu, ainda, um certificado de participação na *"Liga Delfos Júnior"* (Anexo C.2).

4.3. Matemática Recreativa

Quando se fala em Matemática Recreativa, em geral, vêm à ideia jogos, truques e puzzles matemáticos. Com ou sem o fator competição, pretende-se dar solução a um certo problema. A procura da solução de um problema nem sempre exige um conhecimento profundo de Matemática, pelo que os jogos e os puzzles matemáticos atraem a curiosidade dos alunos, dos professores e do ser humano em geral. Neste sentido, o Núcleo de Estágio participou no programa de enriquecimento curricular, *"Pedais 2014"*, e cooperou conjuntamente com os professores do Grupo Disciplinar de Matemática no campeonato de jogos.

4.3.1. Programa Pedais 2014

O programa de enriquecimento curricular– Pedais 2014 – é uma parceria das Escolas da Zona Urbana de Viseu com a ANEIS (Associação Nacional para o Estudo e Intervenção na Sobredotação) que promove, durante o período de 8 de março a 6 de dezembro de 2014, diversas atividades envolvendo alunos portadores de algum tipo de sobredotação.

Os participantes neste programa, alunos das Escolas da Zona Urbana de Viseu, foram divididos em dois grupos distintos: um grupo, com 8 elementos, com idades compreendidas entre os 11 e os 15 anos, e um grupo, com 6 elementos, com idades compreendidas entre os 7 e os 9 anos.

No âmbito deste programa, foram realizadas duas sessões, uma no dia 10 de maio (das $10h30m$ às $13h$), para os alunos da faixa etária dos 11 aos 15 anos, e outra no dia 24 de maio (das $10h30m$ às $13h$), para os alunos da faixa etária dos 7 aos 9 anos.

Estas duas sessões tiveram dinâmicas diferentes, pois o público alvo assim o exigia. Na primeira sessão foram explorados exemplos de Matemática Recreativa.

Esta oportunidade permitiu a divulgação da Página Web *"A sucessão de Fibonacci adaptada ao 3º Ciclo do Ensino Básico"* [9] e abordar alguns problemas interativos, truques matemáticos e o paradoxo geométrico nela contidos.

Para tornar mais percetível aos alunos o paradoxo geométrico, foram construídos vários "Puzzles" em cartão. Além disso, foram mostrados vários vídeos (que constam na Página Web) que permitiram observar geometricamente o efeito do paradoxo em truques de ilusão ótica. Dos vídeos apresentados, os de maior impacto nos alunos foram o excerto do programa televisivo *"Isto é Matemática"*, onde se aplica o paradoxo num bolo, e o vídeo *"Azulejos Jansenson"*.

Relativamente ao truque aritmético, relacionado com a sucessão de Fibonacci, foram utilizados um Ábaco e uma máquina de calcular, que causaram grande efeito nos alunos.

Figura 8: Programa Pedais 2014 (alunos entre 11 e 15 anos).

Para comprovar a existência dos números de Fibonacci na Natureza, utilizaram-se várias pinhas e um ananás, através dos quais os alunos comprovaram que o número de espirais, existentes numa pinha ou numa casca de ananás, é quase sempre dado por um número de Fibonacci.

Houve, ainda, oportunidade para explicar a relação existente entre os números de Fibonacci e o número de ouro, e de dar a conhecer os vários Problemas contidos na Página Web, relacionados com a sucessão de Fibonacci e com os conteúdos curriculares dos programas do 3º Ciclo do Ensino Básico.

A sessão terminou com uma referência ao filme *"O Código da Vinci"* e ao documentário *"Espiral- parte 2"*, que também constam na Página Web.

Relativamente ao segundo grupo, uma vez que eram alunos dos primeiro ciclo, as atividades realizadas foram semelhantes às descritas anteriormente, mas abordadas de forma lúdica.

Figura 9: Programa Pedais 2014 (alunos entre 7 e 9 anos).

Ainda assim, foi possível os alunos compreenderem a construção da sequência de Fibonacci e solucionarem, de forma autónoma, o *"Problema dos Coelhos"*.

4.3.2. Campeonato de Jogos

O campeonato de jogos decorreu na escola, no dia 6 de maio. Esta atividade, da responsabilidade do Grupo Disciplinar de Matemática, teve a colaboração do Núcleo de Estágio. Os jogos do torneio foram o *"Xadrez"*, o *"Jogo do Quarto"* e o *" Jogo Abalone"*. Realizaram-se três eliminatórias para apurar os 1^o, 2^o e 3^o classificados de cada um dos jogos. Participaram neste campeonato 43 alunos. Todos os participantes jogaram três partidas (nos jogos por eles selecionados) e o apuramento foi realizado em função do número de vitórias alcançadas. Aos três primeiros classificados de cada jogo foi atribuída uma medalha.

4.4. Reciclar, uma base para ajudar

O Projeto *"Reciclar, uma base para ajudar"* foi da autoria da orientadora pedagógica. Este Projeto foi desenvolvido por alunos do 9º C, no âmbito da disciplina de Educação para a Cidadania e teve como objetivo uma ação solidária. Numa primeira fase, recolheram-se rolhas de cortiça, junto de restaurantes e hotéis da cidade e da Adega Cooperativa da Batalha. Posteriormente, executaram-se bases de apoio a utensílios culinários, tendo estas sido vendidas ao público por cinco euros a unidade. A receita das vendas foi aproximadamente 540 euros. Cada aluno do 9^oC, "apadrinhou" uma criança do Lar de Santo António ou do Lar de Santa Teresinha.. Com as verbas obtidas, as crianças apadrinhadas, na companhia dos padrinhos e do Núcleo de Estágio, escolheram um presente de Natal, num célebre centro comercial da cidade. A escolha preferencial dos oito rapazes, com idades compreendidas entre seis e dez anos, foi ténis, enquanto que as dezasseis raparigas, numa faixa etária dos cinco aos dez anos, preferiram peças de vestuário e, claro, alguns adereços. A cada criança coube uma quantia de aproximadamente 25 euros. O Núcleo de Estágio finalizou esta atividade, construindo um vídeo (inserido no CD que integra este relatório), com fotografias que registaram a vivência e o entusiasmo das crianças envolvidas. Algumas dessas fotografias ilustram a Figura 10.

Figura 10: Educação para a Cidadania.

5

Reflexão Final

Esta nova formação contribuiu de forma significativa para a aquisição de práticas, modelos, estratégias e procedimentos, os quais permitiram o crescimento enquanto professor e formador.

As incertezas e as problemáticas do atual sistema educativo são uma realidade. Ser professor não é só ensinar, é muito mais do que isso. A escola é um organismo vivo, complexo e em constante mudança. A burocracia de uma escola é cada vez maior, sobrando, assim, menos tempo para o que é fundamental: ensinar e transmitir conhecimento!

A experiência vivida durante este ano possibilitou uma visão mais abrangente da realidade escolar e das dificuldades, por vezes ignoradas, por aqueles que sabem que existem, mas que não têm implementado medidas que permitam resolvê-las.

Neste Capítulo transmitem-se alguns *"desabafos"* e faz-se um balanço das atividades realizadas.

O confronto com as novas Metas Curriculares levam a concluir que as mesmas ignoram algumas especificidades dos alunos, dificultando significativamente o trabalho do professor na sala de aula, por prescreverem percursos curriculares únicos para cada ano de escolaridade, limitando substancialmente a tarefa do professor em adaptar e ajustar o trabalho de sala de aula às características e necessidades específicas de cada um dos alunos.

Como pode o professor atingir essas Metas Curriculares, se na sala de aula existem em média 30 alunos, alguns dos quais com Necessidades Educativas Especiais? Como pode o professor atingir as Metas Curriculares se os programas são inapropriados relativamente aos anos de escolaridade envolvidos, antecipando a aprendizagem de noções que apenas devem ser trabalhadas num ciclo posterior?

São estas e outras questões que causaram alguma indignação durante o ano de Estagiário Pedagógico. Como prova disso, refere-se os conteúdos a abordar numa aula do 7^o ano, para os quais eram recomendadas/exigidas algumas demonstrações de geometria tais como *"Se um paralelogramo tem as diagonais iguais, então é um retângulo."* Perante estes conteúdos que deveriam ser abordados obrigatoriamente, existiam duas possibilidades: realizar as demonstrações recomendadas, e para os quais os alunos não tinham maturidade suficiente para as apreender, o que levaria a uma *"aula fantasma"*, ou o professor adaptar as demonstrações, desdobrando-se e *"fazendo milagres"*, de forma a que estas pudessem ser acompanhadas pelos alunos.

Como pode um aluno do 7^o ano entender a diferença entre *"segmento de reta comensurável"* e *"segmento de reta incomensurável"* se, neste ano de ensino, os alunos ainda não conhecem os números irracionais? Enfim, são estas e muitas outras questões que tornam a Matemática uma disciplina difícil, desinteressante e que causa algum medo!

Outro aspeto que gerou alguma indignação foi a dificuldade do teste intermédio de Matemática do 9^o ano. Os próprios alunos rotularam-no como *"uma ofensa à inteligência"*. Como se sente um professor, depois de tanto esforço realizado e de tantas horas de dedicação, perante um teste que não distingue o aluno trabalhador e ambicioso do aluno desinteressado e preguiçoso?

Mas nem tudo correu menos bem, ainda existem na escola alunos/professores interessados em aprender/ensinar e preocupados/atentos aos outros. O projeto *"Reciclar, uma base para ajudar"* foi, sem dúvida, uma das atividades que proporcionou aos participantes uma sensação única. Por vezes, esquece-se que *"o pouco para nós é o muito para os outros"*, e que são atividades como esta que nos fazem acreditar que não é muito difícil fazer uma criança feliz, ainda que seja por umas horas.

A partilha de emoções e afetos entre alguns alunos do 9^o ano, que tendo tão pouco, ainda dividiam com quem tinha ainda menos, é uma imagem que ficará registada para sempre.

Outra atividade, muito positiva mas com algum dissabor, foi *"A Liga Delfos Júnior"*. Foi com todo o gosto e entusiasmo que o Núcleo de Estágio se envolveu neste projeto. No entanto, houve lugar a alguma desilusão quanto à prometida *"final entre escolas"*, a qual seria realizada na Universidade de Coimbra, e que nunca passou de um projeto.

Esta atividade ocupou grande parte do Estágio Pedagógico, pois a elaboração de cada prova da Liga é um trabalho muito moroso. Iniciativas como esta devem ser promovidas nas escolas, e terão certamente sucesso se forem organizadas de forma diferente. Os professores das escolas, que se envolvem neste projeto têm que, para além de cumprir as suas tarefas profissionais, elaborar, vigiar e corrigir as provas da Liga e não se limitam a supervisionar as provas e a competição. Esta Liga seria certamente mais apelativa, junto da comunidade escolar, se a sua organização fosse semelhante à das *"Olímpiadas de Matemática"* ou do *"Canguru Matemático"*. O modelo, atualmente implementado, poderá, a nível de Escola, estar em risco e condenado ao insucesso.

A construção da Página Web *"A sucessão de Fibonacci adaptada ao 3º Ciclo do Ensino Básico"* foi um projeto com significado muito especial. Este trabalho, que ocupou muito do pouco tempo livre, permitiu, através de alguma investigação, desenvolver e relacionar um tema apelativo com todos os conteúdos dos programas do 3º Ciclo do Ensino Básico, o que fortaleceu as competências científicas e pedagógicas enquanto professor.

Através do programa *"Pedais 2014"*, os alunos contactaram pela primeira vez com a Página Web e foi notório o interesse e o entusiasmo demonstrados. O aperfeiçoamento desta Página Web é um dos objetivos a cumprir num futuro próximo.

Foi, sem dúvida, um ano marcante pelas novas experiências, pelos novos desafios, pelas novas amizades e pelo contacto com uma geração de alunos, diferente da habitual. A aprendizagem adquirida, ao nível científico e pedagógico, durante o ano de Estágio Pedagógico, na Escola Básica Grão Vasco, é uma ferramenta que irá contribuir, com toda a certeza, para um melhor professor.

Seja numa Escola Básica, numa Escola Secundária, num Instituto Politécnico ou numa Universidade, dentro ou fora do país, o gosto pelo ensino da Matemática é uma realidade.

Márcio Nascimento

Apêndice A

Panificações (Anual, a médio prazo e de aula)

A.1. Planificação Anual

Atividades e Conteúdo (1^o Período)	Tempos Letivos
• Apresentação e considerações sobre o programa.	1
• Ficha de Avaliação Diagnóstica e Correção.	2
• **NÚMEROS RACIONAIS**:	**30**
• Números primos e números compostos.	
• Adição e subtração com representação na reta numérica.	
• Multiplicação e divisão em $\mathbb{Q}$ - Propriedades.	
• Potências, raiz quadrada e raiz cúbica.	
• **FUNÇÕES**	**16**
• Conceito de função e de gráfico de uma função.	
• Função linear e função afim.	
• Proporcionalidade direta como função.	
• **SEQUÊNCIAS SUCESSÕES E REGULARIDADES**	**6**
• Termo geral de uma sequência numérica e de uma secessão. Representação.	
• Revisões + Fichas de Avaliação + Correção	**12**
• Auto-avaliação	**1**
Total	**68**

Observação: A planificação anual relativa ao 2^o e 3^o períodos encontram-se no CD que integra este relatório.

A.2. Planificação a Médio Prazo (por unidade)

Planificação da Unidade *"Números Racionais"*

Competências específicas	Conteúdos	Estatégias/Metedologias	Tempos letivos	Avaliação
• Identificar múltiplos e divisores de um número natural. • Identificar e dar exemplos de números primos e distinguir números primos de números compostos. • Decompor um número em fatores primos. • Utilizar os critérios de divisibilidade. • Compreender as noções de mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum de dois números e determinar o seu valor. • Identificar grandezas e utilizar números racionais para representar as suas medidas. • Localizar e posicionar números inteiros e racionais na reta numérica.	• Múltiplos e divisores de um número natural. • Números primos e números compostos. • Critérios de divisibilidade. • Decomposição em fatores primos. • Mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum de dois números. • Representação de números racionais na reta numérica. • Comparação e ordenação. • Adição em $\mathbb{Z}$. Propriedades. • Adição em $\mathbb{Q}$. Propriedades. • Subtração em $\mathbb{Q}$. • Simplificação da escrita. • Valor absoluto e simétrico de um número. • Multiplicação e divisão em $\mathbb{Q}$. Propriedades. • Potências. • Operação com potências. • Raiz quadrada. • Raiz cúbica.	• O aluno deve experimentar, explorar e exercitar o cálculo mental para descobrir propriedades e relações. • A calculadora deve ser utilizada de forma racional e criativa. • A necessidade de trabalhar com valores aproximados pode surgir de problemas como *"determinar o lado de um quadrado de área igual a 18 cm^2"* ou *"determinar o lado de um triângulo equilátero de perímetro igual a 2 m"*, quer se use ou não a calculadora. • Utilizar os critérios de divisibilidade e a escrita em fatores primos para simplificar frações. • Adicionar, subtrair, multiplicar e dividir números racionais, usando as regras conhecidas.	30	• Observação direta. • Fichas de trabalho em grupo e individuais. • Fichas formativas. • Fichas da avaliação. • Trabalhos de casa. • Participação na aula. • Atitudes e comportamento.

Competências específicas	Conteúdos	Estatégias/Metedologias	Tempos letivos	Avaliação
• Adicionar e subtrair números racionais. • Compreender as noções de valor absoluto e simétrico de um número. • Comparar e ordenar números racionais. • Interpretar a subtração como a operação inversa da adição, compreendendo que ela é sempre possível no conjunto dos números racionais. • Multiplicar e dividir números racionais. • Calcular o valor de potências em que a base é diferente de zero e o expoente são números inteiros. • Induzir a regra da potência de potência e aplicá-la no cálculo. • Calcular a raiz quadrada e a raiz cúbica de quadrados e cubos perfeitos. • Relacionar potência e raízes.		• Cálculo de potências de números inteiros em casos simples, para que os alunos reconheçam a prioridade das operações. • Trabalhar a raiz quadrada e a raiz cúbica como operações inversas do elevar ao quadrado ou ao cubo, respetivamente. • Perceber que um número positivo tem duas raízes quadradas e que um número qualquer tem apenas uma raiz cúbica. • Trabalhar o cálculo algébrico em situações simples em constante paralelismo com o cálculo numérico. • Também neste capítulo se podem explorar jogos com números e outros aspetos lúdicos da Matemática, desenvolvendo a imaginação dos alunos, treinando o cálculo e contribuindo para uma boa relação afetiva com a disciplina.		

Observação: As planificações a Médio Prazo relativas às outras unidades do programa do 7º ano, encontram-se no CD que integra este relatório.

A.3. Planificação de Aula

Plano das aulas n^{os} 143 e 144.

Ano: 9º ano **Data:** 12/05/2014 **Disciplina:** Matemática **Duração:** 90 min.

Sumário:

Resolução de exercícios envolvendo as razões trigonométricas de ângulos agudos.

Conteúdos:

Razões trigonométricas de ângulos agudos.

Objetivos específicos:

- O aluno deve ser capaz de aplicar as razões trigonométricas de ângulos agudos em problemas da vida real e em problemas geométricos.
- O aluno deve desenvolver a visualização e o raciocínio geométrico e ser capaz de os usar.
- O aluno deve ser capaz de resolver problemas, comunicar e raciocinar matematicamente em contexto geométrico e trigonométrico.
- O aluno deve desenvolver a capacidade de comunicar oralmente e por escrito, recorrendo à linguagem natural e à linguagem matemática, interpretando, expressando e discutindo resultados, processos e ideias matemáticas.

Recursos:

Material de escrita; Projetor; Computador; Software (Microsoft Office PowerPoint), Manual (Novo Espaço do 9ºano), Software de Geometria Dinâmica (GeoGebra), Máquina de Calcular Científica.

Estratégias:

- Recorrer a software de Geometria Dinâmica (GeoGebra).
- Possibilitar aos alunos a exploração dos conceitos e propriedades geométricas numa lógica de resolução de problemas.
- Propor problemas envolvendo razões trigonométricas de ângulos agudos.

- Criar oportunidades de trabalho individual e em grupo, e para diversos tipos de interação (professor-aluno, aluno-aluno, aluno-turma, professor-turma).

Duração (aprox.)	Desenvolvimento da aula
5 minutos	Apresentação do sumário.
5 minutos	Relembrar as razões trigonométricas de ângulos agudos.
10 minutos	Resolução do exercício 4 (pág.92) do livro adotado.
10 minutos	Resolução do exercício 5 (pág.92) do livro adotado.
10 minutos	Resolução do exercício 6 (pág.93) do livro adotado.
5 minutos	Resolução do exercício 1 da ficha de trabalho $n^o 17$.
5 minutos	Resolução do exercício 2 da ficha de trabalho $n^o 17$.
5 minutos	Resolução do exercício 6 da ficha de trabalho $n^o 17$.
5 minutos	Resolução do exercício 7 da ficha de trabalho $n^o 17$.
30 minutos	Resolução de uma atividade proposta na ficha de trabalho – Atividade (problemas de trigonometria)– utilizando as razões trigonométricas de um ângulo agudo, recorrendo a uma animação com o GeoGebra.
90 minutos	

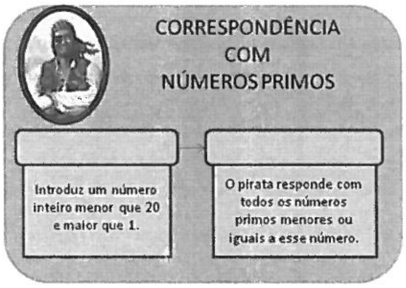
Observação: As planificações de todas as aulas lecionadas, encontram-se no CD que integra este relatório.

Apêndice B

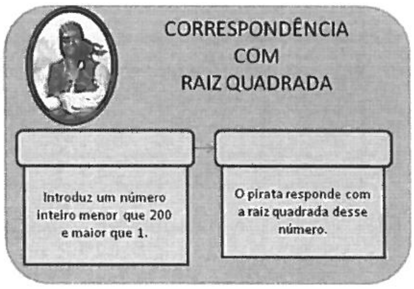
Alguns Exercícios Propostos

B.1. Ficha Trabalho sobre Funções (7^o ano)

1. Os ecrãs seguintes fazem parte de um jogo de computador, *"O pirata responde"*.



Ecrã 1



Ecrã 2

1.1. Relativamente ao ecrã 1, o Pedro introduziu o número 10. Qual foi a resposta do pirata?

(A) 1, 2, 3, 5 e 7 (B) 2, 3, 5 e 7 (D) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9

(D) 2, 3, 5, 7 e 9

1.2. O António jogou com o ecrã 2 e ao introduzir um número, o pirata respondeu 10.

O número introduzido pelo António foi:

(A) 100 (B) 3 (C) $\sqrt{10}$ (D) 10

1.3. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

(A) A correspondência relativa ao ecrã 1 é uma função e a correspondência relativa ao ecrã 2 não é uma função.

(B) A correspondência relativa ao ecrã 1 não é uma função e a correspondência relativa ao ecrã 2 é uma função.

(C) As correspondências relativas ao ecrã 1 e ao ecrã 2 são funções.

(D) Nem a correspondência relativa ao ecrã 1 nem a correspondência relativa ao ecrã 2 são funções.

1.4. Considera f a função relativa ao ecrã 2 cujo domínio é $\{1, 4, 9, 16, 25\}$.

1.4.1. Qual é o contradomínio da função?

(A) $\{1, 2, 3, 9, 16\}$ (B) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ (C) $\{1, 4, 9, 16, 25\}$

(D) $\{1, 16, 81, 256, 625\}$

1.4.2. A imagem do objeto 16 é:

(A) 256 (B) 4 (C) 32 (D) 8

2. A Carla, a Ana e o Ivo resolveram registar num folha de cálculo as quantias, em euros, gastas no bar da escola (B) e na papelaria (P) durante uma semana.

	Carla		Ana		Ivo		
	B	P	B	P	B	P	Total
2ª feira	1,2	0,5	0,8	0,4	1,8	0,2	4,9
3ª feira	0,8	0	1,25	0,6	2,15	0	4,8
4ª feira	1,65	0,6	2,15	0	1,26	0	5,66
5ª feira	1,05	0	0,65	0,6	0,65	0,8	3,75
6ª feira	1,3	0,7	0,5	0	0,8	0	3,3
Total	6	1,8	5,35	1,6	6,66	1	

2.1. Considera a função b que a cada um dos jovens faz corresponder o total de gastos desse jovem no bar da escola durante essa semana e a função p que a cada jovem faz corresponder o total de gastos desse jovem na papelaria durante essa semana.

2.1.1. O que significa a expressão $b(Carla)$? Indica o respetivo valor.

2.1.2. Indica o domínio e determina o contradomínio da função b.

2.1.3. Traduz em linguagem corrente a afirmação *"(b+p)(Ivo) é maior do que (b+p)(Ana)"*, e indica, justificando, se esta afirmação é verdadeira ou falsa.

2.2. Considera as funções a, c e i que, a cada dia da semana, fazem corresponder respetivamente o total de gastos da Ana, da Carla e do Ivo no bar e na papelaria da escola nesse dia da semana.

2.2.1. Indica o valor de $(a - i)(2.^{\text{a}} feira)$ e interpreta o valor obtido no contexto do problema.

2.2.2. Indica o domínio e determina o contradomínio da função $(a + c + i)$.

3. Considera três números racionais m, n e b e as funções afins f e g, definidas em $\mathbb{Q}$, por

$$f(x) = mx + b \quad \text{e} \quad g(x) = nx + b\,.$$

3.1. Justifica que $f + g$ é uma função afim e indica a respetiva forma canónica, relacionando o coeficiente e o termo independente de $f + g$ com os coeficientes e termos independentes das funções f e g.

3.2. Mostra que a função $f - g$ é uma função linear.

3.3. Mostra que $\sqrt[3]{(f^2 \times g)(0)} = f(0)$.

3.4. Dá um exemplo de um número racional m de modo que a função f seja decrescente.

3.5. Faz um esboço dos gráficos das funções f e g no caso de $m = -1$, $n = 1$ e $b = 3$ e, conclui qual é o objeto cuja imagem por f é igual à imagem por g.

4. Um grupo de estudantes da Escola Básica Grão Vasco criou em dezembro, o projeto *"Reciclar, uma base para ajudar"*, com o objetivo de angariar fundos para crianças carenciadas da cidade de Viseu.

A tabela seguinte representa a relação entre o número de bases (n) vendidas e o dinheiro apurado (d), em euros.

Número de bases (n)	2	3	5	8
Dinheiro apurado (d) em euros	10	15	25	40

4.1. Justifica que o dinheiro apurado é diretamente proporcional ao número de bases vendidas.

4.2. Indica a constante de proporcionalidade e qual o seu significado no contexto do problema.

4.3. Escreve a expressão algébrica que relaciona o dinheiro apurado (d) com o número de bases (n) vendidas.

4.4. Faz uma representação gráfica que represente esta situação.

4.5. Admitindo que no final das vendas foram angariados 520 euros, determina quantas bases foram vendidas.

4.6. A avó da Margarida queria comprar algumas bases. Num certo dia, tinha na sua carteira 50 euros e foi até ao Palácio do Gelo comprar dois presentes, pagando $7,5$ euros por cada um. Ao receber o troco, a avó deu-lhe 20 euros, para ela comprar uma prenda, e o restante para as bases. Quantas bases comprou a avó da Margarida? Justifica a tua resposta.

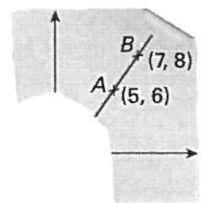
5. Em época de saldos uma loja no Forum de Viseu efetua descontos de 25% sobre o preço de venda.

5.1. Determina uma expressão algébrica para a função D que transforme o preço de venda no respetivo preço com desconto $D(v)$.

5.2. Justifica que D é uma função de proporcionalidade direta e identifica a respetiva constante de proporcionalidade.

6. Considera duas grandezas, X e Y, diretamente proporcionais. Sabe-se que a uma medida de X igual a $1,2$ corresponde a medida 6 de Y. Determina uma expressão algébrica para a função de proporcionalidade direta f associada.

7. Na figura seguinte podes observar parte de um referencial cartesiano e parte da representação gráfica de uma função f. A representação gráfica de f é uma reta que contém os pontos $A(5,6)$ e $B(7,8)$.



Comenta a seguinte afirmação: *"f é uma função de proporcionalidade direta"*.

8. Diz, justificando convenientemente, se são verdadeiras ou falsas as seguintes afirmações:

8.1. Se f e g são funções tais que $D'_f = D'_g$ e $D_f = D_g$ então $f(x) = g(x)$.

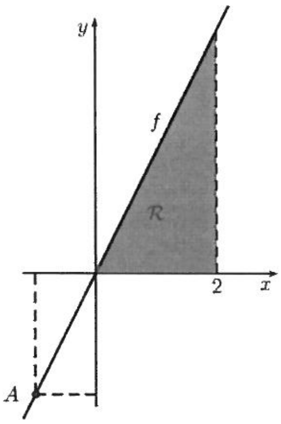
8.2. A função $f(x) = \frac{\sqrt[3]{8}}{4} - \frac{1-3x}{2}$ é linear.

8.3. Toda a reta pode ser a representação gráfica de uma função.

8.4. Se $f(0) = 1$ então f é uma função linear.

8.5. A soma de uma função afim com uma função constante pode ser uma função linear.

9. Na figura seguinte está representada a região $\mathcal{R}$, limitada superiormente pela representação gráfica da função f e inferiormente pelo eixo das abcissas. A representação gráfica de f é uma reta que contém o ponto $A(-1,-2)$ e passa pela origem do referencial.



9.1. Determina a expressão algébrica de f.

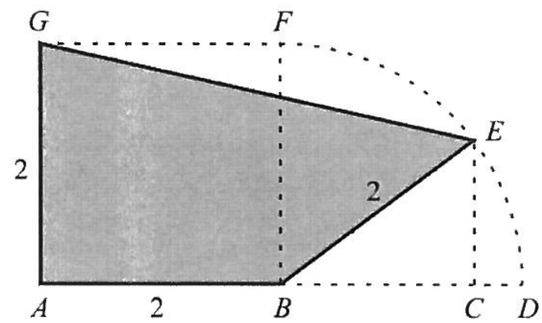
9.2. Calcula a medida da área da região $\mathcal{R}$.

9.3. Mostra que o ponto de coordenadas $(10, 20)$ pertence ao gráfico de f.

9.4. Determina a expressão algébrica da função afim g, sabendo que a sua representação gráfica é uma reta paralela à representação gráfica de f e que passa no ponto de coordenadas $(0,-1)$.

B.2. Atividade sobre Trigonometria (9^o ano)

1. Na figura está representado a sombreado um polígono $[ABEG]$.



Tem-se que:

- $[ABFG]$ é um quadrado de lado 2 cm.

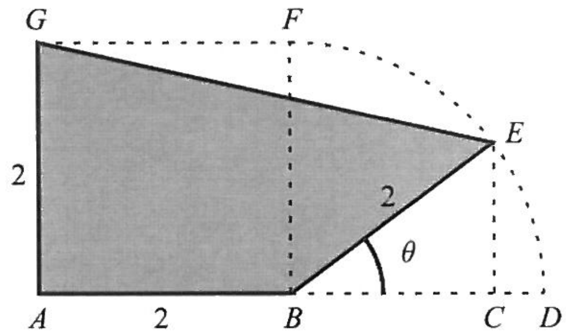
- FD é um arco de circunferência de centro em B.
- o ponto C pertence ao segmento $[BD]$ e é tal que $[EC]$ é perpendicular a $[BD]$.

(a) Considera que a amplitude do ângulo CBE é 40^o.

i. Determina a área do triângulo $[BEC]$.

ii. Qual a área do polígono $[ABEG]$?

(b) Admite agora que $\overline{BC} = 1.576\ cm$ e que a amplitude, em graus, do ângulo CBE é θ.



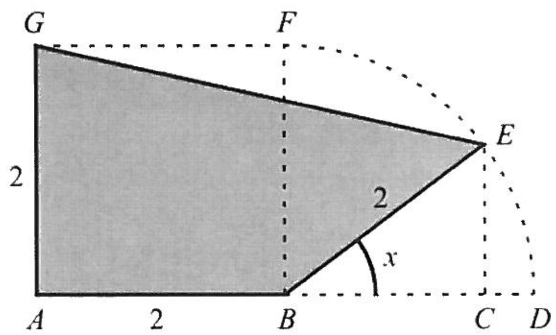
i. Calcula o valor de θ.

ii. Determina o comprimento do arco ED.

(c) Supõe que o ponto E move-se ao longo do arco FD.

Em consequência, o ponto C desloca-se ao longo de segmento $[BD]$, de tal forma que se tem sempre $[EC]$ perpendicular a $[BD]$.

Designa por x a medida de amplitude, em graus, do ângulo CBE (x varia entre 0^o e 90^o).



i. Mostra que a área do polígono $[ABEG]$ é dada, em função de x, por

$$A(x) = 2\,(1 + \sin x + \cos x)$$

ii. Qual é o valor da área do polígono quando $x = 0^o$? Justifica.

iii. Qual é o valor da área do polígono quando $x = 90^o$? Justifica.

B.3. Proposta de Teste de Avaliação (7º ano)

Apresenta todos os cálculos que efetuares e justifica convenientemente as tuas respostas. Nas questões de escolha múltipla assinala apenas a opção correta.

1. Na tabela seguinte apresenta-se a classificação de cinco alunos numa prova final de Matemática.

Nome	Renato	Gabriela	Carolina	Tomás	Alberto
Classificação	82%	40%	74%	92%	82%

Seja f a função que a cada aluno associa a respetiva classificação.

(a) Qual o domínio e o contradomínio de f?

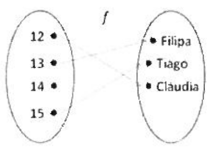
(b) Indica o(s) objeto(s) cuja imagem é 82%.

(c) Explica, no contexto da situação descrita, o significado da expressão

$$\frac{f(\text{Renato}) + f(\text{Gabriela}) + f(\text{Carolina}) + f(\text{Tomás}) + f(\text{Alberto})}{5}$$

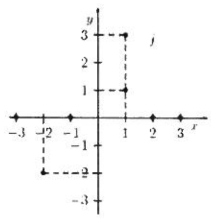
e determine o seu valor.

2. A professora de Matemática do Rui pediu-lhe que inventasse quatro funções diferentes, f, g, h e j definidas, respetivamente, por um diagrama de setas, uma tabela, um gráfico e pelo gráfico cartesiano. O Rui apresentou como resposta as quatro correspondências que se seguem.



x	1	2	3	4
$g(x)$	3	3	3	3

$G_h = \{(1,2);(3,4);(2,1);(4,3)\}$



Podemos afirmar que:

(A) Apenas f e g são funções.

(B) Apenas j e g são funções.

(C) Apenas h e g são funções.

(D) Apenas h e j são funções.

3. Considera a função f de domínio $A = \left\{-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1\right\}$ e conjunto de chegada $\mathbb{Q}$, definida por

$$f(x) = x^2 - \frac{1}{2}.$$

   (a) Determina o gráfico de f, G_f. Apresenta todos os cálculos que tiveres de efetuar.

   (b) Representa o gráfico da função f num referencial cartesiano.

4. Considera a função afim f de coeficiente da variável $-\frac{1}{3}$ e termo independente -1, e a função linear h, definida por,

$$h(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\left(x + \frac{3}{2}\right) + \frac{2}{3}x.$$

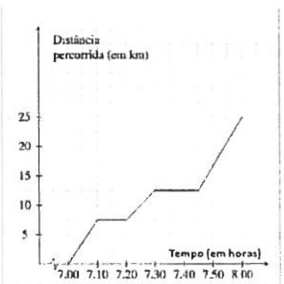
   (a) Escreve as funções f e h na forma canónica.

   (b) Mostra que $f + h$ é uma função constante.

   (c) Determina o valor exato de $\sqrt[3]{((f + h) \times h)\left(\frac{1}{9}\right)}$.

5. A sequência de figuras seguinte, pretende descrever o percurso do Sr. Soares desde casa até ao seu local de trabalho, num dos dias do mês de janeiro.

A representação gráfica seguinte, ilustra a distância percorrida (em Km), pelo Sr. Soares, em função do tempo t (em horas) no trajeto.



Qual das seguintes afirmações é falsa:

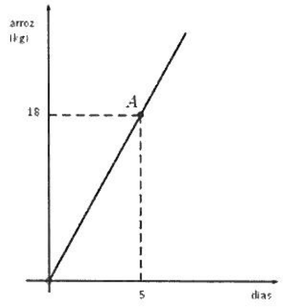
(A) O Sr. Soares saiu de casa às 7h e chegou ao trabalho às 8h.

(B) Às 7h30min o Sr. Soares encontrava-se a 12.5 Km de casa.

(C) O Sr. Soares tomou café a 7,5 Km do local de trabalho.

(D) O Sr. Soares esteve um quarto de hora parado no acidente.

6. O consumo de arroz de um restaurante relaciona-se com o número de dias de funcionamento do mesmo, segundo a relação representada na figura ao lado.



   (a) Justifica que a relação é de proporcionalidade direta.

   (b) O ponto A tem de coordenadas $(5, 18)$. O que é que isso significa no contexto apresentado?

   (c) Admite que o restaurante trabalha todos os dias. Que quantidade de arroz gasta numa semana? Justifica a tua resposta.

   (d) O restaurante tem, em armazém, 54 Kg de arroz. Para quantos dias dá? Justifica a tua resposta.

7. De uma função afim, f , sabe-se que a reta r que contém o seu gráfico cartesiano:

   - passa pelo ponto de coordenadas $(0, 3)$
   - é paralela à reta s que contém o gráfico da função linear g, definida por $g(x) = -2x$.

   Podemos afirmar que:

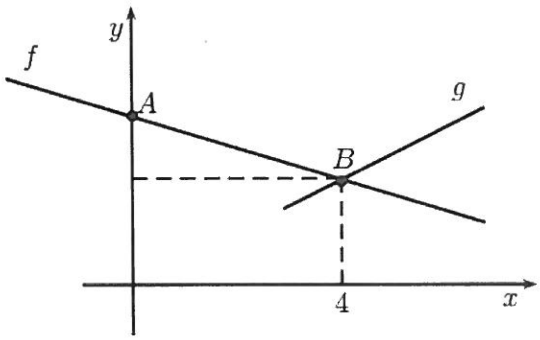
   (A) $f(x) = 3x - 2$ é a expressão algébrica da função f.

   (B) O ponto de coordenadas $(-1, 5)$ pertence à reta r.

   (C) f é uma função de proporcionalidade direta.

   (D) Se 1 pertence ao domínio de f então 2 pertence ao contradomínio de f.

8. Considera duas funções f e g cujas representações gráficas estão representadas a seguir.



A representação gráfica de f interseta o eixo das ordenadas no ponto A e interseta a representação gráfica de g no ponto B. Admite que a representação gráfica de g é uma reta que contém a representação gráfica de uma função de proporcionalidade direta e que, a expressão algébrica da função f é,

$$f(x) = -\frac{x}{3} + \frac{10}{3}.$$

(a) Quais as coordenadas dos pontos A e B?

(b) Determina a expressão algébrica da função g.

(c) Seja C o ponto de interseção da representação gráfica de g com o eixo das abcissas. Determina a medida da área do triângulo $[ABC]$. Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

9. À entrada de uma loja está afixado um cartaz com a seguinte informação: "*A quantia a pagar, em euros, por qualquer artigo cujo preço marcado na embalagem é p euros, passa a ser de $C(p)$ em que $C(p) = 1,05p$.*" Tendo em conta a informação do cartaz, podemos afirmar que:

(A) Os artigos estão mais caros 5%.

(B) Os artigos estão mais baratos 5%.

(C) Os artigos estão mais caros 1,05%.

(D) Os artigos estão mais baratos 1,05%.

10. Observa a informação do cartaz seguinte.

Considera a função p que faz corresponder, ao tempo t de reparação, em casa de um cliente, o preço $p(t)$ a pagar ao técnico.

(a) Justifica que a função p não é linear e determina a sua expressão algébrica.

(b) A Helena pagou por uma reparação em sua casa 45 euros. Quanto tempo demorou a reparação?

(c) Faz uma representação gráfica que represente esta situação.

11. Considera a sucessão (u_n) de termo geral $u_n = \dfrac{(-1)^n}{n}$.
Qual das seguintes afirmações é verdadeira:

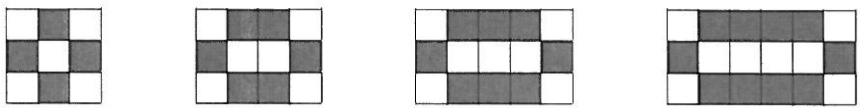
(A) A sequência u_1, u_3, u_5, u_7 é decrescente.

(B) A sequência u_2, u_4, u_6, u_8 é crescente.

(C) A sequência u_1, u_2, u_3, u_4 é decrescente.

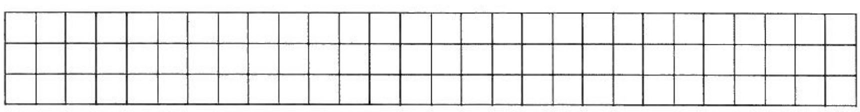
(D) A sequência u_1, u_3, u_5, u_7 é crescente.

12. A Daniela construiu uma sequência de figuras utilizando pequenos azulejos brancos e cinzentos, dispostos do seguinte modo:



1ª 2ª 3ª 4ª

(a) Representa a 5.ª figura desta sequência.



(b) Quantos azulejos, no total, tem a 50.ª figura?

(c) Determina as expressões algébricas que te permitem determinar o número de azulejos brancos e o número de azulejos cinzentos, necessário para a construção da figura de ordem n.

(d) Que figura da sequência tem 52 azulejos cinzentos?

(e) Considera a sucessão (u_n) de termo geral dado por $u_n = 3 \times (n+2)$.

i. O que representa, no contexto da situação descrita, a expressão algébrica, $3 \times (n+2)$?

ii. Determina o termo, da sucessão (u_n), de ordem 18.

iii. Indica a ordem do termo 294.

iv. 394 é termo da sucessão (u_n)? Justifica.

Proposta de Resolução

1. (a) O domínio de f é $D_f = \{\text{Renato}, \text{Gabriela}, \text{Carolina}, \text{Tomás}, \text{Alberto}\}$ e o contradomínio é

$$D'_f = \{82\%, 40\%, 74\%, 92\%, 82\%\} = \{0.82,\ 0.4,\ 0.74,\ 0.92,\ 0.82\}.$$

(b) Os objetos cuja imagem é 82% são Renato e Alberto.

(c) No contexto do problema a expressão

$$\frac{f(\text{Renato}) + f(\text{Gabriela}) + f(\text{Carolina}) + f(\text{Tomás}) + f(\text{Alberto})}{5}$$

significa a média das notas obtidas pelos cinco alunos na prova de Matemática e o seu valor é dado por

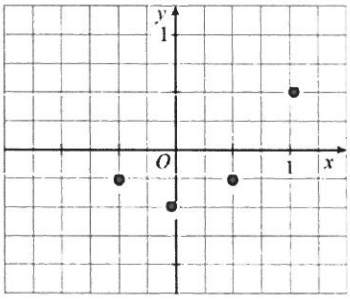
$$\frac{0.82 + 0.4 + 0.74 + 0.92 + 0.82}{5} = \frac{3.7}{5} = 0.74 = 74\%\,.$$

2. Resposta correta (C).

3. (a) O gráfico de f é

$$\begin{aligned} G_f &= \left\{\left(-\frac{1}{2}, f\left(-\frac{1}{2}\right)\right), (0, f(0)), \left(\frac{1}{2}, f\left(\frac{1}{2}\right)\right), (1, f(1))\right\} \\ &= \left\{\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right), \left(0, -\frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right), \left(1, \frac{1}{2}\right)\right\} \end{aligned}$$

(b)



4. (a) $f(x) = -\frac{x}{3} - 1$ e $h(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\left(x + \frac{3}{2}\right) + \frac{2}{3}x = \frac{1}{2} - \frac{x}{3} - \frac{3}{6} + \frac{2x}{3} = \frac{x}{3}$.

   (b) $(f + h)(x) = f(x) + h(x) = -\frac{x}{3} - 1 + \frac{x}{3} = -1$

   (c) Uma vez que $((f + h) \times h)\left(\frac{1}{9}\right) = (f + h)\left(\frac{1}{9}\right) \times h\left(\frac{1}{9}\right)$
   $= -1 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{9} = -\frac{1}{27}$ obtemos $\sqrt[3]{((f + h) \times h)\left(\frac{1}{9}\right)} = \sqrt[3]{-\frac{1}{27}} = -\frac{1}{3}$.

5. Resposta correta (C).

6. (a) A relação é de proporcionalidade direta, uma vez que a representação gráfica é um conjunto de pontos localizados sobre uma reta que passa na origem do referencial.

   (b) No contexto do problema, as coordenadas do ponto A significam que em 5 dias foram consumidos, no restaurante, $18Kg$ de arroz.

   (c) Seja f a função de proporcionalidade direta associada. Tendo em conta que f satisfaz $\frac{f(x)}{x} = \frac{18}{5}$, concluímos que $f(x) = \frac{18x}{5}$. Assim, ao fim de uma semana (7 dias) foram gastos $f(7) = \frac{18 \times 7}{5} = 25,2Kg$ de arroz.

   (d) Uma vez que $\frac{18x}{5} = 54$ então $x = \frac{54 \times 5}{18} = 15$.
   Assim, o restaurante tem arroz para 15 dias.

7. Resposta correta (B).

8. (a) As coordenadas dos pontos A e B são respetivamente

$$A = (0, f(0)) = \left(0, \frac{10}{3}\right) \text{ e } B = (4, f(4)) = (4, 2) \ .$$

   (b) Se a representação gráfica de g é uma reta que contém a representação gráfica de uma função de proporcionalidade direta então satisfaz $\frac{g(x)}{x} = \frac{2}{4}$, logo $g(x) = \frac{x}{2}$.

(c) Tendo em conta que g é uma reta que contém a representação gráfica de uma função de proporcionalidade direta, podemos concluir que as coordenadas do ponto C são $(0,0)$. Assim, a medida da área do triângulo $[ABC]$ é dada por $\frac{1}{2} \times \overline{CA} \times 4 = \frac{1}{2} \times \frac{10}{3} \times 4 = \frac{20}{3}$.

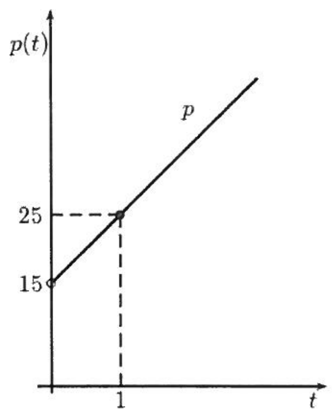
9. Resposta correta (A).

10. (a) p não é linear, pois não é da forma $p(t) = at,\ a, t \in \mathbb{Q}$.

A expressão algébrica de p é $p(t) = 10t + 15$, com $t \in \mathbb{Q}^+$.

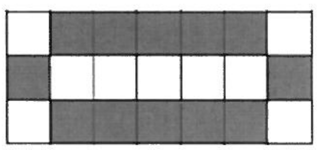
(b) Se a Helena pagou 45 euros (de reparação em sua casa) então, uma vez que o preço da deslocação é 15 euros, podemos concluir que pagou, pelo tempo de reparação, 30 euros . Como o preço, por hora de reparação, é 10 euros, concluímos que o tempo de reparação foi $30 : 10 = 3$ horas.

(c)



11. Resposta correta (D).

12. (a)



5ª

(b) A 50.ª figura tem $3 \times 50 + 6 = 156$ azulejos.

(c) As expressões algébricas que permitem determinar o número de azulejos brancos e o número de azulejos cinzentos, necessário para a construção da figura de ordem n, são respetivamente, $n+4$ e $2n+2$.

(d) A figura da sequência que tem 52 azulejos cinzentos é tal que $2n+2 = 52$, isto é,

$2(n+1) = 2 \times 26$. Assim, será a figura de ordem $26 - 1 = 25$.

(e) i. No contexto da situação descrita, a expressão algébrica $3 \times (n+2)$, representa o número total de azulejos da figura de ordem n.

ii. O termo, da sucessão (u_n), de ordem 18 é $u_{18} = 3 \times (18+2) = 3 \times 20 = 60$.

iii. A ordem do termo 294 é tal que $3 \times (n+2) = 294$, isto é, $3 \times (n+2) = 3 \times 98$. Assim, a ordem do termo 294 é $98 - 2 = 96$.

iv. 394 não é termo da sucessão (u_n) porque 394 não é múltiplo de 3.

Apêndice C

Liga Delfos Júnior (Regulamento e Provas)

C.1. Cartaz de Divulgação

C.2. Certificado de Participação

C.3. Regulamento da Liga Delfos Júnior

1. Participantes

   Alunos do ensino básico do 3º ciclo.

2. Formação das equipas

   - Antes da realização da primeira prova, os organizadores definem os capitães das equipas e a ordem pela qual é feita a escolha dos restantes elementos;
   - Os capitães decidem o nome da equipa competindo-lhes coordenar e orientar os restantes membros durante a realização de cada prova;
   - Cada equipa é formada por 3 ou 4 elementos (flexível);
   - Se surgirem novos elementos nas provas seguintes, estes serão distribuídos pelas equipas existentes, por ordem decrescente de ranking (de acordo com o que está definido no Re-gulamento da Liga Delfos);
   - Só serão permitidas mudanças nas equipas no decorrer da competição se surgirem até ao meio da competição.

3. Realização da Prova

   - As provas realizam-se na Escola Básica Grão Vasco;
   - Cada prova terá a duração de 120 minutos (flexível);
   - O material permitido será o material de escrita. A máquina de calcular e o material de construção geométrica será permitido se o tema da prova o justificar;
   - Realizam-se 5 provas com periodicidade mensal, de janeiro a maio (flexível);
   - No cálculo da pontuação da equipa tem-se em consideração as respetivas respostas, a sua apresentação e simplicidade das mesmas;
   - As equipas devem entregar a folha de resposta contendo o nome da equipa em todas as folhas soltas e a identificação de novos elementos, caso existam.

4. Ranking

- Cada questão é corrigida autonomamente, mas para cada pergunta será feita uma ordenação das respostas da pior para a melhor e a classificação será atribuída, dentro da cotação destinada à questão, seguindo essa ordem, reservando--se a pontuação máxima para a melhor resposta correta;

- Em cada prova, cada equipa recebe uma pontuação traduzida por um inteiro de 0 a 30;
- O ranking da competição é estabelecido, em cada momento, pelo número de pontos acumulados nas provas até então realizadas, ponderadas pelo seguinte sistema de pesos: 10/10, 11/10, 12/10, 13/10, 14/10, por ordem cronológica das 5 provas da Liga.

5. Casos omissos

As dúvidas e casos omissos serão resolvidos pelos organizadores com a colaboração da equipa Delfos da Universidade de Coimbra.

C.4. Provas da Liga Delfos Júnior

1ª Prova (27 de janeiro): Os Números de Fibonacci

Leonardo de Pisa, mais conhecido por Fibonacci, nasceu em Pisa, Itália, por volta do ano 1175. Durante a sua infância, teve contacto com comerciantes de diversas culturas da região mediterrânea, onde aprendeu técnicas matemáticas desconhecidas no ocidente. Mais tarde, viajou ao longo do Mediterrâneo, absorvendo conhecimento matemático do mundo islâmico.

Em 1200, Fibonacci regressa à sua cidade natal e em 1202, aos 27 anos, publicou o que havia aprendido na sua obra mais famosa, o livro *"Liber Abaci"*. Depois de 1228 não se conhece praticamente nada sobre a vida de Fibonacci, exceto o decreto da República de Pisa em 1240 que lhe deu o título de *"Discretus et sapiens magister Leonardo Bigollo"* em reconhecimento do grande progresso que trouxe para a matemática. Fibonacci morreu algum tempo depois, não se sabe exatamente o ano, estima-se entre 1240 a 1250, provavelmente em Pisa.

Fibonacci

Questão 1.

Considerem um quadrado com medida de lado igual a uma unidade e a sucessão (F_n), de termo geral F_n, obtida tal como se descreve (ver Figura 1):

- A medida do lado do quadrado é o primeiro termo da sucessão: $F_1 = 1$.
- Justapondo um quadrado igual ao anterior, obtém-se um retângulo cujas medidas dos lados são 1 e 2. A medida do menor lado deste retângulo é o segundo termo da sucessão: $F_2 = 1$.
- Um novo retângulo é construído justapondo ao anterior um quadrado de lado igual ao maior lado do retângulo anterior. A medida do menor lado deste retângulo é o terceiro termo da sucessão: $F_3 = 2$.
- Repetindo o processo, obtém-se a sucessão de retângulos (Retângulos de Fibonacci– Figura 1), em que as medidas dos menores lados de cada um dos retângulos correspondem aos termos da sucessão (F_n).

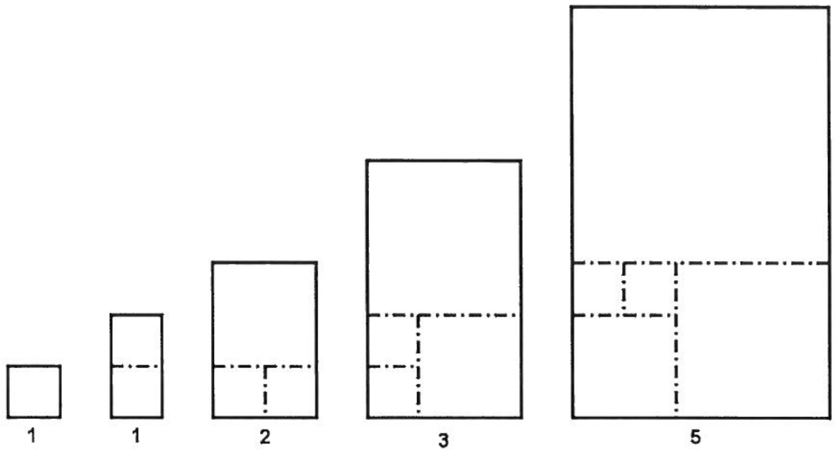


Figura 1: Retângulos de Fibonacci

A sucessão (F_n), é conhecida na literatura por Sucessão de Fibonacci e os seus termos são os Números de Fibonacci.

Determinem a medida do perímetro correspondente ao 6º Retângulo de Fibonacci.

Questão 2.

Partindo da sucessão de retângulos da Questão 1, construiu-se uma espiral (conhecida na litera-tura, por **Espiral de Fibonacci**), através da construção sucessiva de arcos (quartos) de circunferência, tal como sugere a Figura 2.

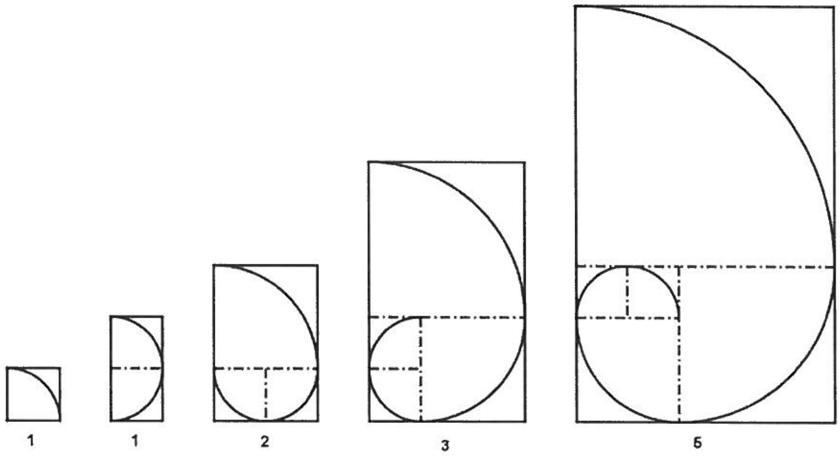


Figura 2: Construção da Espiral de Fibonacci

A Espiral de Fibonacci, assim construída, expressa movimento, uma vez que se prolonga até ao infinito. Notem que os raios dos quartos de circunferência correspondem aos termos da sucessão de Fibonacci.

Considerem a espiral $\mathcal{E}$ em que o último arco desenhado tem medida de comprimento 4π.

Qual a medida de comprimento da espiral $\mathcal{E}$? Justifiquem convenientemente a vossa resposta.

Questão 3.

Considerem um código secreto, em que cada letra corresponde a um número de Fibonacci com um, dois ou três algarismos. Tendo em conta que o código que corresponde à letra *D* é *13*; à letra *G* é *610* e que a frase *DESCOBRE NA LIGA DELFOS* está codificada por

$$1321834552121 \quad 144377 \quad 53610377 \quad 13215233558,$$

codifiquem a palavra *FIBONACCI*.

Questão 4.

Os números de Fibonacci podem ser definidos por recorrência em que cada termo, com exceção dos dois primeiros termos, é a soma dos dois termos que o precedem, isto é,

$$F_1 = F_2 = 1$$
$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2},\ n = 3, 4, 5, \ldots .$$

Assim,

$F_3 = F_2 + F_1 = 1 + 1 = 2;$

$F_4 = F_3 + F_2 = 2 + 1 = 3;$

$F_5 = F_4 + F_3 = 3 + 2 = 5;$

...

São inúmeras as propriedades matemáticas que os números de Fibonacci satisfazem. Seguidamente são apresentadas duas dessas propriedades.

Propriedade 1:

Dados dois números inteiros positivos m e n, o número de Fibonacci F_m divide o número de Fibonacci $F_{m \times n}$.

Propriedade 2:

Dados dois números inteiros positivos m e n, o máximo divisor comum dos números de Fibonacci F_m e F_n coincide com o número de Fibonacci F_d, onde d é o máximo divisor comum entre m e n. Isto é, $m.d.c\,(F_m, F_n) = F_{m.d.c(m,n)}$.

Tendo em conta a Propriedade 1, justifiquem que o número de Fibonacci F_{111} é par; e, tendo em conta a Propriedade 2, justifiquem que os números de Fibonacci F_{15} e F_{28} são números primos entre si.

FIM

Núcleo de Estágio da Escola Básica Grão Vasco (Viseu).

2ª Prova (24 fevereiro): Problemas de Contagem

Blaise Pascal nasceu a 19 de julho de 1623, em Clermont-Ferrand, na França. Para ajudar o pai, sempre ocupado com os números, dedicou-se à criação de uma máquina de calcular. A partir de 1647, Pascal passou a dedicar-se ao estudo da aritmética. Desenvolveu cálculos de probabilidade, a fórmula de geometria do acaso, o conhecido triângulo de Pascal (ver Questão 2) e o tratado sobre as potências numéricas. Mas o trabalho excessivo minou a sua saúde, débil por natureza, caindo gravemente doente. Pascal faleceu na madrugada de 29 de agosto de 1662, aos 39 anos. As suas últimas palavras foram: *"Que Deus jamais me abandone!"*.

Pascal

Questão 1.

Por repetição, utilizando as letras, L I G A D E L F O S, foi construída a sucessão

L I G A D E L F O S L I G A D E L F O S L I G ...

(a) Quantas letras L aparecem até à posição 2014?

Sugestão: Comecem por concluir que na posição 2014 aparece a letra A.

(b) Considerem todas as funções

$$f: \quad \{L,\ I,\ G,\ A\} \longrightarrow \{D,\ E,\ L,\ F,\ O,\ S\}$$

de domínio $\mathcal{D} = \{L,\ I,\ G,\ A\}$ e conjunto de chegada $\mathcal{E} = \{D,\ E,\ L,\ F,\ O,\ S\}$.

Quantas funções existem?

Questão 2.

O triângulo de Pascal é um triângulo aritmético formado por números que têm diversas relações entre si. Muitas dessas relações foram descobertas pelo próprio Pascal, o que justifica o nome que lhe é dado. Na Figura 1 estão representadas as primeiras 7 linhas do triângulo de Pascal.

1	--	--	--	--	--	--	--	$\longrightarrow$ linha1
1	1	--	--	--	--	--	--	$\longrightarrow$ linha2
1	2	1	--	--	--	--	--	$\longrightarrow$ linha3
1	3	3	1	--	--	--	--	$\longrightarrow$ linha4
1	4	6	4	1	--	--	--	$\longrightarrow$ linha5
1	5	10	10	5	1	--	--	$\longrightarrow$ linha6
1	6	15	20	15	6	1	--	$\longrightarrow$ linha7
...	...	...	...	...	...	...	...	

Figura 1: O triângulo de Pascal

A soma dos elementos de uma determinada linha do triângulo de Pascal é 2^{2014}. Quantos elementos tem essa linha?

Questão 3.

Considerem uma tabela, formada por uma infinidade de linhas, com os números naturais como é sugerido a seguir.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16
17	18	19	20
21	22	23	24
25	26	27	28
29	30	31	32
⋮	⋮	⋮	⋮

(a) Quantas linhas da tabela são necessárias para aparecer o número 2014?

(b) Quantos algarismos pares existem na 2014.ª linha da tabela?

Nota: Por exemplo a linha, 29 30 31 32, tem 3 algarismos pares.

Questão 4.

Tem-se uma rede de caminhos conforme a Figura 3. Do ponto O partem 2^{16} objetos. Metade segue na direção de l e metade na direção de m. Ao chegar a cada cruzamento, cada grupo divide-se: metade segue na direção l e outra metade na direção m.

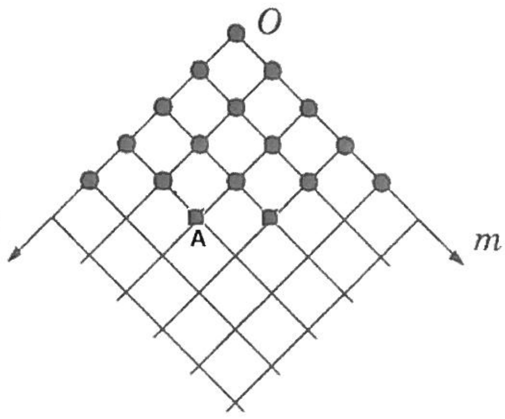


Figura 3: Rede de caminhos

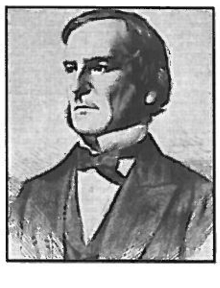
Partindo do ponto O, quantos objetos chegam a A?

FIM

Núcleo de Estágio da Escola Básica Grão Vasco (Viseu).

3ª PROVA (31 DE MARÇO): LÓGICA MATEMÁTICA

A lógica matemática tem por objetivo elaborar procedimentos que permitam obter um raciocínio correto na investigação da verdade, distinguindo os argumentos válidos daqueles que não o são. No século XIX o matemático inglês George Boole (1815 - 1864) descreveu operações de lógica que foram fundamentais para o desenvolvimento da informática e da eletrónica digital, sendo considerado *"o pai da eletrónica digital"*. Em 1854 publicou um livro sobre as Leis do Pensamento, considerado a sua obra prima. Neste livro, George Boole estabeleceu um conjunto de símbolos matemáticos e eliminou a necessidade de associar a lógica com a metafísica, passando a associar a lógica com a matemática.



George Boole

Questão 1.

(a) Considerem um tabuleiro 10×10 e seis quadrados todos com diferentes pinturas. Colocaram-se os seis quadrados sobre o tabuleiro, um de cada vez, de modo que todas as casas do tabuleiro fossem cobertas por, pelo menos, um quadrado. No final, obteve-se a Figura 1.

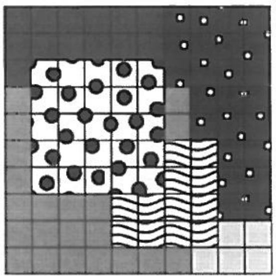
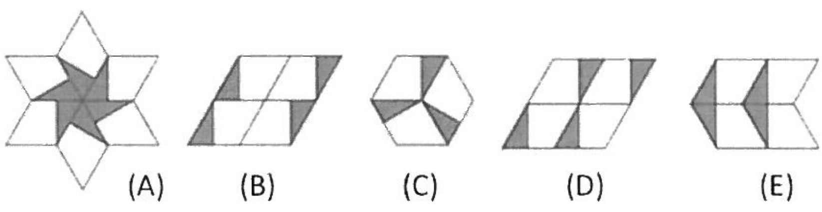


Figura 1

Justifiquem, convenientemente, qual o tamanho do segundo quadrado colocado no tabuleiro?

(b) A Figura 2 mostra a superfície pintada de um azulejo em forma de losango. Qual(ais) dos seguintes padrões, representados a seguir, não pode(m) ser formado(s) com cópias desse azulejo? Justifiquem a vossa resposta.

Figura 2



Questão 2.

O João mente sempre às terças-feiras, quintas-feiras e sábados e, nos restantes dias da semana, fala sempre a verdade. Um dia o Pedro encontrou o João e tiveram o dialogo seguinte:

Pedro pergunta: Que dia é hoje?

João responde: Sábado.

Pedro pergunta: E que dia será amanhã?

João responde: Quarta-feira.

Em que dia da semana o Pedro encontrou o João? Justifiquem a vossa resposta.

QUESTÃO 3.

Sete amigos traçaram um triângulo, um quadrado e um círculo como ilustra a Figura 3.

Cada um marcou o seu lugar com um número e prenunciou uma frase.

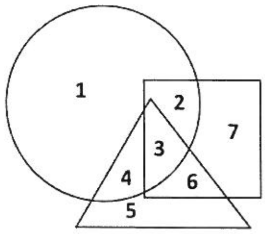


Figura 3

Ana: *"Eu não falo coisa alguma."*

Bento: *"Eu estou dentro de uma única figura."*

Celina: *"Eu estou dentro das três figuras."*

Diana: *"Eu estou dentro do triângulo mas não do quadrado."*

Elisa: *"Eu estou dentro do triângulo e do círculo."*

Fábio: *"Eu não estou dentro de um polígono."*

Guilherme: *"Eu estou dentro do círculo."*

Tendo em conta que todas as afirmações são verdadeiras, encontrem o lugar de cada um dos sete amigos. Justifiquem a vossa resposta.

QUESTÃO 4.

Cada um dos sete discos X, Z, O, B, M, E e P da Figura 4, têm um peso diferente, que varia de 1 a 7 gramas. Em algumas interseções de dois discos, estão indicadas a soma dos pesos desses dois discos.

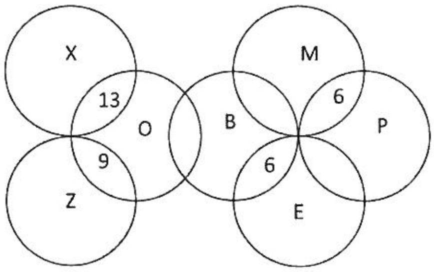


Figura 4

(a) Justifiquem, convenientemente, as seguintes afirmações:

1. *" O disco X é 4 gramas mais pesado do que o disco Z."*
2. *" Os pesos dos discos M, P, B e E são todos menores que 6 gramas."*
3. *" Nenhum dos discos M, P, B e E pode ter peso de 3 gramas."*

(b) Determinem a soma dos pesos dos cinco discos O, B, M, E e P. Justifiquem a vossa resposta.

FIM

Núcleo de Estágio da Escola Básica Grão Vasco (Viseu).

4^a da Prova (28 de abril): Probabilidades

A primeira definição de probabilidade (definição clássica de probabilidade) foi enunciada pelo matemático francês Pierre Simon Laplace (1749-1827), e publicada num tratado, em 1812, desi-gnado por "Théorie analytique des probabilités" (Teoria Analítica das Probabilidades), que unificou, na altura, todos os seus trabalhos sobre probabilidades. Laplace tinha um amplo conhecimento de todas as ciências, vendo a matemática apenas como uma ferramenta para ser utilizada na investigação de uma averiguação prática ou científica. Laplace passou grande parte da sua vida a trabalhar em astronomia. Atualmente, é lembrado como um dos maiores cientistas de todos os tempos.

Laplace

Questão 1.

Num saco há seis bolas indistinguíveis ao tato, estando registada cada uma das seis letras da palavra DELFOS em cada bola.

Figura 1

Quatro amigos, a Bia, o Tito, o Zeca e o Lucas decidiram jogar com as bolas.

(a) Um dos quatro amigos retira, ao acaso, uma bola do saco.

A probabilidade de sair uma bola com uma letra que faça parte do seu nome é aproximadamente 33%. Qual dos quatro amigos retirou a bola do saco?

Justifiquem, convenientemente, a vossa resposta.

(b) A Bia retirou ao acaso uma das seis bolas do saco.

De seguida, o Zeca retirou ao acaso uma das cinco bolas restantes.

Qual é a probabilidade de a letra da bola retirada pelo Zeca não fazer parte do seu nome, sabendo que a Bia retirou a bola com a letra F?

Justifiquem, convenientemente, a vossa resposta.

Questão 2.

Um Jogo com rodas da sorte consiste em rodar duas rodas da sorte, representadas na Figura 2, e calcular o produto dos números saídos.

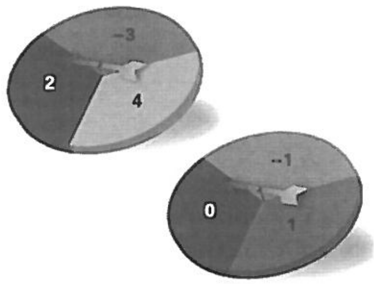


Figura 2

Três amigos, a Ana, a Berta e o Carlos vão jogar este jogo e decidiram que:

- Se o produto for um número positivo, ganha a Ana.
- Se o produto for um número negativo, ganha a Berta.
- Se o produto for zero, ganha o Carlos.

Será que os três amigos têm todos a mesma probabilidade de ganhar o jogo? Justifiquem.

Questão 3.

Jean le Rond d'Alembert foi um matemático francês, que tinha também formação em Direito e Medicina. Em várias áreas da matemática há contributos dados por d'Alembert, mas em relação à teoria das probabilidades, o seu nome está associado a um erro de raciocínio conhecido por erro de d'Alembert. Conta-se que em relação à questão:

"Qual é a probabilidade de obter pelo menos uma cara ao lançar-se uma moeda duas vezes?", a resposta dada por d'Alembert foi $\frac{2}{3}$.

Ele terá feito o seguinte raciocínio:

- Há três casos possíveis: zero caras, uma só cara ou duas caras.
- Nos três casos possíveis há dois favoráveis: uma só cara ou duas caras.
- Do raciocínio feito resulta que a resposta à questão é $\frac{2}{3}$.

Justifiquem, convenientemente, onde está o erro no raciocínio de d'Alembert e apresentem a resposta correta ao problema.

Questão 4.

Numa loja estão à venda bonés, que apenas diferem na cor. As cores dos bonés são preta, azul e vermelha. Na expectativa de irem à visita de estudo à Universidade de Coimbra, os alunos participantes da Liga Delfos Júnior decidiram comprar alguns bonés para se protegerem do sol.

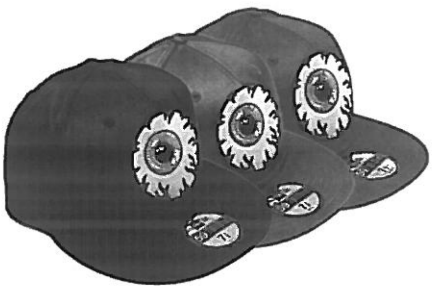


Figura 3

Considerem a experiência aleatória que consiste em tirar um boné ao acaso e anotar a cor.

Observem a tabela seguinte:

Cor do boné	Número de bonés	Probabilidade
Pretos	8	(B)
Azuis	(A)	50%
Vermelhos	6	(C)

(a) Determinem, justificando convenientemente, os valores de (A), (B) e (C).

(b) Antes de tirar um boné, ao acaso, do lote de bonés que tinha para vender, o lojista juntou mais um boné preto ao lote. Das seguintes opções qual é a que descreve o efeito que esta nova situação tem sobre a probabilidade de, ao tirar-se ao acaso um boné do novo lote, este sair azul? Justifiquem a vossa resposta.

(A) A probabilidade aumenta.

(B) A probabilidade diminui.

(C) A probabilidade mantém-se.

(D) É impossível dizer qual é o efeito.

FIM

Núcleo de Estágio da Escola Básica Grão Vasco (Viseu).

5^a Prova (26 de maio): Geometria Euclidiana

Euclides é reconhecido como um dos matemáticos mais importantes da Grécia Clássica e de todos os tempos. Foi muitas vezes referido como o "Pai da Geometria". As datas de nascimento e morte de Euclides são desconhecidas. Nenhuma imagem ou descrição da aparência física de Euclides foi feita durante a sua vida, sendo as representações de Euclides em obras de arte produto da imaginação artística.

Embora se tenham perdido mais de metade dos seus livros, ainda restaram, para felicidade dos séculos vindouros, os treze famosos livros que constituem *"os Elementos"*, publicados por volta de 300 $a.C.$, onde está contemplada a aritmética, a geometria e a álgebra, sendo hoje considerado um dos mais antigos tratados científicos gregos existentes.

Euclides

Questão 1.

(a) Na Figura 1, $[OA]$ e $[OB]$ são dois raios perpendiculares da circunferência de centro O e medida de raio $7cm$. $[DE]$ e $[CE]$ são paralelos a $[OA]$ e $[OB]$, respetivamente, e $\overline{AC} = 1cm$.

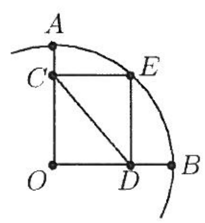


Figura 1

Justifiquem, convenientemente, qual a medida do comprimento do segmento $[CD]$?

(b) Na malha quadriculada a seguir (Figura 2), todas as circunferências têm o mesmo centro.

Pode-se concluir que a área da região cinza é igual a:

(A) dois quintos da área do círculo maior;

(B) três sétimos da área do círculo maior;

(C) metade da área do círculo maior;

(D) três quintos da área do círculo maior.

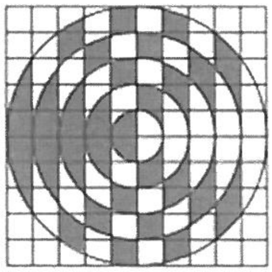


Figura 2

Justifiquem, convenientemente, a vossa resposta.

QUESTÃO 2.

Observem a Figura 3 representada ao lado.

Sabe-se que:

- $\overline{AD} = \overline{BC}$
- $D\widehat{C}A = 40^o$
- $A\widehat{B}C = 55^o$
- $A\widehat{C}B = 70^o$.

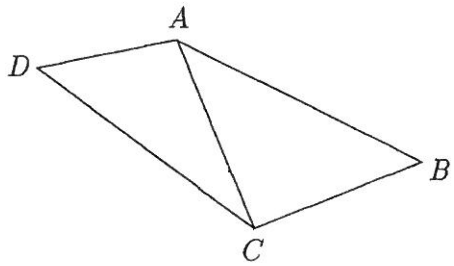


Figura 3

Determinem, justificando convenientemente, o valor de $D\widehat{A}C$.

QUESTÃO 3.

Colaram-se 9 quadrados como mostra a Figura 4.

Sabe-se que as medidas das áreas do quadrado pintado a preto e do quadrado A, são respetivamente $1cm^2$ e $81cm^2$.

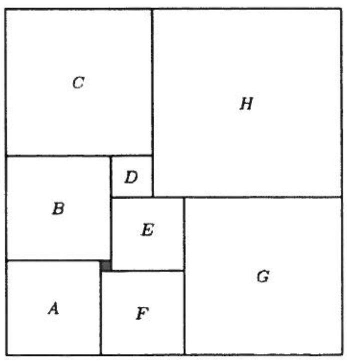


Figura 4

Qual a medida de área do quadrado H? Justifiquem, convenientemente, a vossa resposta.

QUESTÃO 4.

Divide-se um retângulo, como ilustra a Figura 5, com algumas medidas de comprimentos indicadas.

Rearrange-se as várias partes de modo a formar um quadrado.

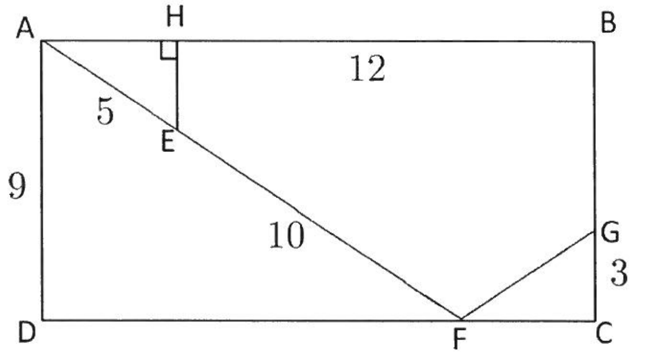


Figura 5

Justifiquem, convenientemente, qual a medida do perímetro desse quadrado?

Sugestão: Comecem por mostrar que os triângulos $[AHE]$ e $[FCG]$ são geometricamente iguais.

FIM

Núcleo de Estágio da Escola Básica Grão Vasco (Viseu).

C.5. Ranking Final da Liga Delfos Júnior

Liga Delfos Júnior

Escola Basica Grão Vasco (Viseu)

2013/14

Ranking Final da Liga

Nome da Equipa	Alunos→Ano Turma	Classificação Final (*)
Os Delfinos	André→ 7C Marta→7D Lízia→8H Carolina→ 9C	152 pontos
Caça Números	André Augusto→ 7C Mariana→ 7I Carolina→8G Filomena→8D	147 pontos
Os Sem Nome	Maria→7I Tânia→7D Rafael→8G Rita→9C	146 pontos
Estupefactos	Dinis→ 7C Raquel→7I Rafaela→ 8G João→9C	134 pontos
Elfos	Lara→7D Rodrigo→7I Gonçalo→8D Cátia→9C	120 pontos
Uma Direção	Henrique→7I João Pedro→7C Filipa→8G Carolina→9C	102 pontos

(*) Pontuação= 1ªProva + 1.1 x 2ªProva + 1.2 x 3ªProva + 1.3 x 4ªProva+1.4*5ªProva

Bibliografia

[1] Belmiro Costa, Ermelinda Rodrigues: *Novo Espaço, Matemática 7º ano*, Porto Editora, 2013.

[2] Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra : *Regulamento da Disciplina "Estágio e Relatório" dos cursos de mestrado em ensino da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra* , 2009.

[3] M. N. de Jesus: *Sucessão de Fibonacci e uma sua generalização*, Projeto Educacional I, Coimbra, 2014.

[4] M. N. de Jesus: *Sucessão de Fibonacci adaptada ao Ensino Básico*, Projeto Educacional II, Coimbra, 2014.

[5] M. N. de Jesus: *A Escola (um pequeno grande mundo)*, Portefólio da Unidade Curricular de Realidade Escolar I, Coimbra, 2013.

WebGrafia

[6] *http://www.slideshare.net/DiogoFernandes/srie-de-fibonacci-e-o-nmero-de-ouro* (2014).

[7] www.mat.uc.pt/ nep (2014)

[8] http://www.dge.mec.pt/metascurriculares/ (2014)

[9] http://tinyurl.com/projeto2Fibonacci (2014)

[10] *http://www.portoeditora.pt/* (2014).

[11] *http://www.geogebratube.org/material/show/id/46870* (2014).

[12] *http://web.if.usp.br/ifusp/user/695* (2014).