

# Multilateração para Localização Indoor

Ana Rita Pereira





# Multilateração para Localização Indoor

Ana Rita Pereira

Dissertação para a obtenção do Grau de **Mestre em Matemática**  
Área de Especialização em **Estatística, Otimização e Matemática Financeira**

## Júri

**Presidente:** Professor Dr. Luís Filipe de Castro Nunes Vicente  
**Orientador:** Professor Dr. José Luis Esteves dos Santos  
**Vogal:** Professor Dr. Manuel António Facas Vicente

**Data:** Julho de 2014



# Resumo

Hoje em dia os sistemas de localização por satélite são comumente usados por vários utilizadores. Estes oferecem uma boa solução para os problemas de localização fora de portas, no entanto, no que toca à localização dentro de edifícios ainda deixam a desejar.

Os problemas de localização *indoor* têm sido alvo de investigação, já que não podem ser resolvidos de forma idêntica aos de localização no exterior, uma vez que o sinal dos satélites é fortemente atenuado pela estrutura de edifícios. Este tipo de problemas tem despertado interesse em algumas áreas, como a área da saúde.

O tema desta dissertação vem a propósito do trabalho desenvolvido para o estágio proposto pela *OnCaring*.

Pretende-se ao longo deste trabalho estudar métodos como a trilateração e a multilateração (capítulo 2) e algumas abordagens a modelos de propagação de sinal com informação sobre a estrutura dos edifícios, que complementam os métodos anteriores (capítulo 3).

De seguida encontram-se implementações destes métodos (capítulo 5) e uma análise dos resultados obtidos através dos mesmos (capítulo 6).

**Palavras Chave:** localização *indoor*, trilateração, multilateração, modelos de propagação de sinal

# Abstract

Nowadays the satellite navigation systems are commonly used by numerous users. They offer a good solution for outdoor localization problems, however, when it comes to localization inside buildings they fall short.

Indoor localization problems have been subject of investigation, once they cannot be solved in an identical way to the outdoor ones, because the satellite signal suffers strong attenuation by the buildings' structure. These type of problems have become of interest in certain areas, like the healthcare one.

The subject of this dissertation comes in the sequence of the developed work for the internship proposed by *OnCaring*.

In the development of this work it is aimed to study some methods like trilateration and multilateration (chapter 2) and some approaches to signal propagation models considering information about the buildings' structure, which complement the previous methods (chapter 3).

Towards the end there are implementations of these methods (chapter 5) and analysis of the results obtained by those (chapter 6).

**Keywords:** indoor localization, trilateration, multilateration, signal propagation

models







# Agradecimentos

*Agradeço a todas pessoas que me acompanharam no desenvolvimento deste trabalho, em especial ao meu orientador, Doutor Professor José Luis dos Santos, e ao Engenheiro André Lemos e Jason Bolito, por todo o apoio que me foi dado.*

*Agradeço também ao Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra pelas condições e oportunidade de realização deste tipo de projeto.*



# Conteúdo

<b>1</b>	<b>Contextualização / Descrição do problema</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Métodos de Localização</b>	<b>3</b>
2.1	Trilateração . . . . .	3
2.2	Erros . . . . .	5
2.3	Multilateração . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Minimização de Erros na Estimação das Distâncias</b>	<b>7</b>
3.1	Minimização de Erros na Obtenção da Força de Sinal: Aglomeração de Leituras . . . . .	7
3.2	Modelos de Propagação de Sinal . . . . .	8
3.2.1	Introdução . . . . .	8
3.2.2	Divisões - Introdução . . . . .	10
3.2.3	Modelo Multi-Divisão . . . . .	11
3.2.4	Modelo Global . . . . .	12
<b>4</b>	<b>Memória</b>	<b>13</b>
<b>5</b>	<b>Algoritmos</b>	<b>15</b>
<b>6</b>	<b>Resultados Computacionais</b>	<b>17</b>
6.1	Trilateração . . . . .	17
6.2	Multilateração . . . . .	17
6.3	Comparação entre métodos . . . . .	19
6.4	Utilização de um Número Maior de Emissores . . . . .	20
6.5	Multilateração e Modelo Multi-Divisão . . . . .	21
<b>7</b>	<b>Trabalho Futuro</b>	<b>25</b>
<b>8</b>	<b>Bibliografia</b>	<b>27</b>



# Capítulo 1

## Contextualização / Descrição do problema

O problema proposto para este trabalho surgiu no contexto de uma instituição de *healthcare*, na qual existem utentes e funcionários prestadores de serviços. A localização destes possibilita uma prestação de cuidados mais eficiente, uma vez que no momento em que seja necessário algum tipo de auxílio por parte de um utente o conhecimento desta localização permite que seja identificado um funcionário próximo do local, que poderá prestar cuidados ao utente com um menor tempo de espera.

Esta localização é feita com base na informação relativa a dispositivos *wireless*, emissores e recetores de sinal. Para tal os utentes e funcionários são equipados com um dispositivo recetor de sinais, provenientes de emissores previamente instalados no edifício, que medem as intensidades de sinal respetivas a cada emissor (posteriormente convertidas em distâncias). Através desta informação é possível estimar a posição do recetor, e portanto, a do portador deste. Assim, os utentes terão a possibilidade de pedir auxílio através de um botão existente no dispositivo e serem socorridos de forma mais eficiente. Os funcionários prestadores de serviços terão também a possibilidade de consultar a informação sobre a posição de um utente em qualquer altura.

Foram adotados dispositivos emissores e recetores de sinais *Wi-Fi*, uma vez que este é um tipo de sinal que se encontra disponível em edifícios com conexão à internet, permitindo uma instalação menos dispendiosa do sistema.



# Capítulo 2

## Métodos de Localização

A localização de um recetor irá ser feita num espaço tridimensional, uma vez que o edifício da instituição poderá ter mais do que um piso. As coordenadas de localização dos diferentes emissores de sinal são tidas como conhecidas e, numa fase inicial, considerar-se-á que as distâncias do recetor a estes também o são (mais à frente consideraremos um caso mais realista, em que as estimativas para as distâncias, produzidas por um algoritmo, têm um erro em relação às reais).

### 2.1. Trilateração

Entende-se por trilateração a determinação da localização de um ponto, sabendo as distâncias deste a um número de pontos de referência e as posições destes últimos, através de argumentos geométricos.

No contexto do problema existem vários emissores de sinais Wi-Fi, no entanto, para a determinação de uma posição em  $\mathbb{R}^3$  são necessários apenas quatro pontos de referência cujas posições não sejam coplanares.

Sejam  $e_i = (e_{ix}, e_{iy}, e_{iz})$  as coordenadas dos  $n$  emissores,  $i = 1, \dots, n$ , e  $d_i$  as distâncias exatas do recetor aos emissores, as condições iniciais do problema são dadas pelo seguinte sistema de equações quadráticas:

$$\begin{cases} d_1^2 = (x - e_{1x})^2 + (y - e_{1y})^2 + (z - e_{1z})^2 \\ d_2^2 = (x - e_{2x})^2 + (y - e_{2y})^2 + (z - e_{2z})^2 \\ \dots \\ d_n^2 = (x - e_{nx})^2 + (y - e_{ny})^2 + (z - e_{nz})^2 \end{cases} \quad (2.1)$$

As coordenadas do recetor ( $r = (x, y, z)$ ) são dadas pelo ponto resultante da interseção das esferas caracterizadas pelas equações do sistema anterior. Se os emissores forem caracterizados por pontos não coplanares, o sistema anterior tem uma única solução.

Admitindo que os emissores  $e_1, e_2, e_3, e_4$  se encontram em posições não coplanares, o sistema (2.1) tem a mesma solução que o sistema caracterizado apenas pelas quatro equações relativas a estes emissores.

Por forma a simplificar o sistema podemos ainda considerar a aplicação resultante de composições de transformações lineares (translações e rotações) por forma a que  $e_1 = (0, 0, 0)$ ,  $e_2 = (h, 0, 0)$ ,  $e_3 = (i, j, 0)$  e  $e_4 = (k, l, m)$ . Tais transformações seriam as seguintes, aplicadas pela seguinte ordem:

- translação  $T$ , tal que  $Tw = (w_x - e_{1x}, w_y - e_{1y}, w_z - e_{1z})$ ;
- rotação  $R_1$  em torno do eixo das ordenadas de  $\arctan\left(\frac{e_{2z}}{e_{2x}}\right)$  radianos;
- rotação  $R_2$  em torno do eixo das cotas de  $-\arctan\left(\frac{e_{2y}}{e_{2x}}\right)$  radianos;
- rotação  $R_3$  em torno do eixo das abcissas de  $-\arctan\left(\frac{e_{3z}}{e_{3y}}\right)$  radianos;

Após tais transformações surge o sistema

$$\begin{cases} d_1^2 = x^2 + y^2 + z^2 \\ d_2^2 = (x - h)^2 + y^2 + z^2 \\ d_3^2 = (x - i)^2 + (y - j)^2 + z^2 \\ d_4^2 = (x - k)^2 + (y - l)^2 + (z - m)^2 \end{cases} \quad (2.2)$$

Note-se que a solução do sistema original (2.1) é obtida a partir da solução de (2.2) através da aplicação da transformação  $(T \circ R_1 \circ R_2 \circ R_3)^{-1}$  a esta.

A segunda, terceira e quarta equações de (2.2) podem ser convertidas em equações lineares através da subtração da primeira a estas, i.e.,  $d_i^2 - d_1^2 = -2e_{ix}x + e_{ix}^2 - 2e_{iy}y + e_{iy}^2 - 2e_{iz}z + e_{iz}^2$ ,  $i = 2, 3, 4$ . Reescrevendo ainda as equações resultantes em ordem a  $x, y$  e  $z$ , respetivamente, obtém-se o sistema equivalente

$$\begin{cases} d_1^2 = x^2 + y^2 + z^2 \\ x = \frac{d_1^2 - d_2^2 + h^2}{2h} \\ y = \frac{d_1^2 - d_3^2 + i^2 + j^2 - 2ix}{2j} \\ z = \frac{d_1^2 - d_4^2 + k^2 + l^2 + m^2 - 2kx - 2ly}{2m} \end{cases} \quad (2.3)$$

o qual fornece uma expressão analítica para  $r = (x, y, z)$ , determinando assim a posição do recetor.



## 2.2. Erros

A distância de um recetor a um emissor de Wi-Fi é obtida através da leitura de intensidade do sinal feita pelo recetor, que posteriormente é convertida em distância. Existem vários fatores que contribuem para um mau resultado final na estimação desta distância, de entre os quais: obstáculos existentes entre o recetor e o emissor (como paredes, mobília, ou até os próprios indivíduos presentes no edifício), flutuações no sinal emitido pelo emissor, entre outros.

Os erros presentes na determinação das distâncias não são de um modo geral desprezáveis, e portanto passar-se-á a considerar a existência destes. Sendo assim, a expressão analítica obtida através do sistema (2.3) não determina a posição real do recetor. No entanto, iremos abordá-la como uma possível aproximação desta, e comparar os resultados obtidos com os de outros métodos.

## 2.3. Multilateração

Na secção (2.1) considerou-se a informação relativa a apenas quatro dos emissores para a localização. Agora aborda-se a possibilidade de usar os restantes emissores.

O problema que se confronta consiste em encontrar uma posição  $\hat{r}$  para o recetor que melhor satisfaça as condições:  $d_i - \|\hat{r} - e_i\|_2 = 0, i = 1, \dots, n$ , sendo  $n$  o número de emissores escolhidos para a localização.

Como, de um modo geral, não é possível encontrar uma posição que satisfaça todas estas condições quando as distâncias  $d_1, d_2, \dots, d_n$  não são exatas, existe o interesse em minimizar a função

$$f(\hat{r}) = \sum_{i=1}^n (d_i - \|\hat{r} - e_i\|_2)^2, \quad (2.4)$$

tratando-se de um problema de mínimos quadrados não lineares.

Este problema pode ser resolvido para qualquer número de emissores, maior ou igual ao número necessário para a localização.

Nas secções (6.2) e (6.3) foram utilizados apenas quatro emissores por forma a comparar com os resultados obtidos através da trilateração. Resultados deste método considerando um maior número de emissores encontram-se em (6.4).



## Capítulo 3

# Minimização de Erros na Estimação das Distâncias

Neste capítulo irão ser abordadas formas de minimização do erro na distância estimada entre o recetor e os vários emissores.

### 3.1. Minimização de Erros na Obtenção da Força de Sinal: Aglomeração de Leituras

Uma vez que parte dos erros na estimação da distância aos emissores vêm da flutuação na intensidade do sinal emitido pelos mesmos ou por obstáculos móveis, uma opção seria efetuar uma média das intensidades obtidas em algumas leituras, diminuindo assim a variação naturalmente presente na leitura.

Numa situação ideal, o recetor estaria numa posição fixa, caso em que quanto maior fosse a aglomeração dos dados recolhidos, melhor seria a estimação das distâncias aos emissores através dos sinais recolhidos. No entanto os recetores têm localização móvel, pelo que a viabilidade desta abordagem depende da velocidade a que os indivíduos se movimentam e do intervalo de tempo decorrido entre as leituras de sinal. Se o erro proveniente do tratamento da posição em termos médios for inferior ao eliminado a respeito da flutuação do sinal então tal abordagem será desejável.

Sendo assim, para diminuir o erro médio no valor da leitura de sinal relativamente a um emissor  $e_i$ , considerando que um indivíduo se desloca, em média, a  $k$  m/s, e o tempo decorrido entre cada leitura de sinal é de  $s$  segundos (e tendo em conta que o pior dos casos é o no qual o indivíduo se desloca em direção oposta, ou em direção ao emissor, e a deslocação do indivíduo provoca uma diferença maior na distância relativamente a este), o número de repetições de leituras a realizar deve ser menor que o majorante  $N$ , definido pelo o maior  $N_i$  tal que

$$N_i \times k \times s < r_i,$$

sendo  $r_i$  o erro médio relativo à leitura de sinal para este emissor. Por forma a diminuir o erro em todos os emissores, o número de repetições,  $n$ , deve ser menor que  $\frac{\min_i r_i}{k \times s}$  (ou menor ou igual a  $\min_i N_i$ ).

### 3.2. Modelos de Propagação de Sinal

#### 3.2.1. Introdução

Para este projeto foi realizado trabalho no sentido de encontrar uma boa fórmula de conversão da intensidade do sinal em distância.

Primeiramente, e uma vez que a potência do sinal é afetada por fatores de natureza aleatória precisamos de um modelo que descreva tal comportamento. O modelo log-distância é usualmente o escolhido para descrever o decréscimo da potência de sinal  $P$ , em dBm, com a distância  $d$ , em metros, em edifícios ou ambientes com alguma densidade populacional. Este exprime-se da seguinte maneira

$$P = P_0 - 10\gamma \log_{10} d + \mathcal{E}_\sigma.$$

$P_0$  e  $\gamma$  são parâmetros do modelo, e representam, respetivamente, uma potência de referência (a potência medida a um metro de distância do respetivo emissor) e a intensidade da atenuação do sinal com a distância.  $\mathcal{E}_\sigma$  designa a variável que descreve o comportamento aleatório do modelo. Este comportamento aparece devido a processos de *slow fading* (ou *shadow fading*) e *fast fading*, que contribuem para um decréscimo ou aumento da potência de sinal recebida. Considera-se que esta variável aleatória é gaussiana de média zero e desvio padrão  $\sigma$ .

Consideremos agora que no momento da localização, para esta ser efetuada, se fazem algumas leituras de sinal e só posteriormente, depois de feita uma média dos valores destas leituras para cada emissor, é feita então a conversão para distância e a localização do recetor. Admitindo que o resultado para cada uma destas leituras é independente dos anteriores então, segundo a Lei dos Grandes Números, quando o número de leituras aumenta, a média empírica destas leituras tende para a esperança matemática da lei que as descreve. Isto é,

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n P_i = \bar{P} \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{lim} E(P),$$

e atendendo a que, para uma determinada posição,

$$E(P) = P_0 - 10\gamma \log_{10} E(d) + E(\mathcal{E}_\sigma) \stackrel{0}{=} P_0 - 10\gamma \log_{10} d,$$

então a distância do recetor a um dado emissor pode ser estimada através de

$$\hat{d} = 10^{\frac{P_0 - \bar{P}}{10\gamma}}.$$

$P_0$  e  $\gamma$  variam consoante as condições de uma situação real concreta, pelo que uma forma de os estimar por forma a ajustar o modelo a um certo ambiente será efetuando uma regressão relativamente aos mesmos com recurso a dados previamente recolhidos. Esta estimação é feita baseada nas médias das leituras de sinal para cada um dos pontos de recolha.

É ainda possível regressão linear para este efeito, com uma pequena mudança nas variáveis:

$$x = -10 \log_{10} d \quad \text{e} \quad y = \bar{P},$$

$$y = \gamma x + P_0.$$

É bom notar que estes parâmetros podem diferir consoante os diferentes emissores, uma vez que, estando estes em diferentes posições, os obstáculos que os respetivos sinais atravessam não são os mesmos. Sendo assim, considera-se um modelo de propagação para cada emissor, e será estimado um par de parâmetros  $(P_{0i}, \gamma_i)$  para cada emissor  $i = 1, \dots, n$ .

Na figura (3.2.1) encontram-se valores médios de algumas leituras de sinal que foram obtidas num contexto real. Observa-se nesta também a curva que lhes foi ajustada segundo o modelo anterior.

Além disto, algo que não foi tido até agora em consideração é o facto de que para uma determinada distância a um emissor, podem haver diferentes valores de  $E(P)$  consoante a posição em que se encontra o recetor de sinal, uma vez que para cada uma destas posições os obstáculos que o sinal tem de atravessar são diferentes. Na secção seguinte aborda-se este assunto.

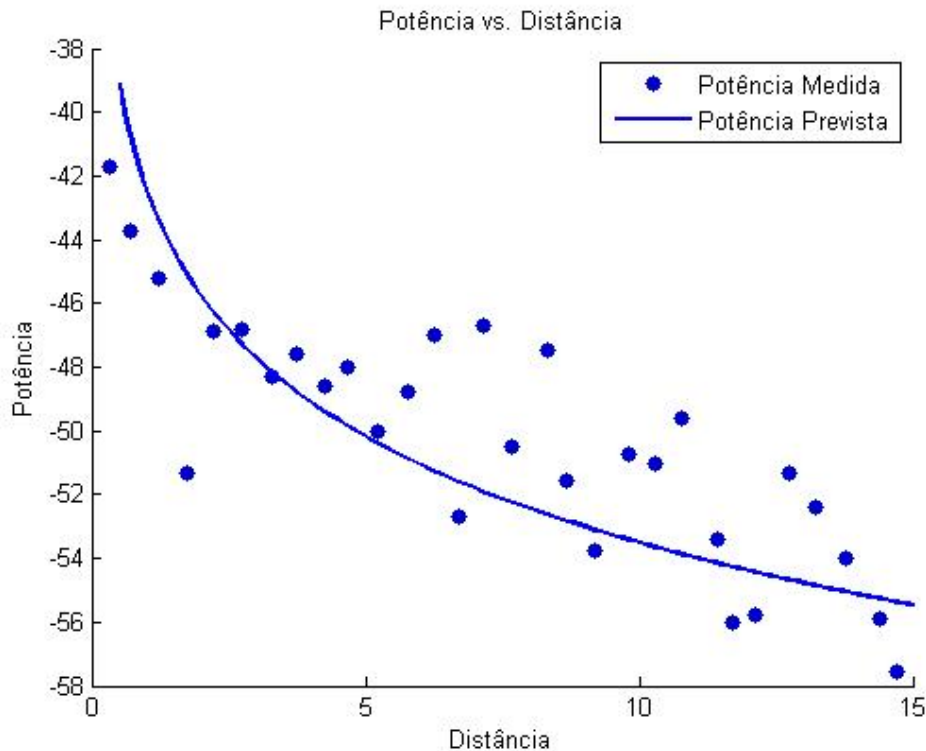


Figura 3.1: Ajustamento do modelo aos dados recolhidos.

### 3.2.2. Divisões - Introdução

O modelo anterior fornece uma forma de conversão da intensidade de sinal obtida em distância, permitindo a posterior localização do recetor de sinal. No entanto, algo que este não tem em consideração é a possibilidade de, para pontos igualmente distanciados de um certo emissor, os obstáculos que o sinal tem de atravessar serem diferentes, e portanto, haver um valor médio de potência de sinal diferente. Sendo assim, existe um interesse em saber como contornar isto.

Fatores que influenciam a propagação do sinal são, por exemplo:

- Estrutura do edifício (paredes, pisos, ...), que pode diminuir a potência do sinal aquando deste atravessar determinados materiais, ou devido a fenómenos de reflexão do sinal, originando vários caminhos possíveis que o sinal pode percorrer até chegar ao recetor;
- Móvel;
- Corpo humano (que tanto pode ser o próprio da pessoa a ser localizada ou das pessoas em redor, especialmente se o edifício tiver uma elevada densidade populacional);

- Causas ambientais (como o nível de humidade);
- Emissão do sinal, uma vez que o emissor pode não emitir o sinal de forma constante devido a ligeiras flutuações na emissão;

Destes principais fatores de atenuação, o que mais facilmente seria incluído num modelo descritivo da relação entre a potência de sinal e a distância ao emissor seria o primeiro, uma vez que tem um carácter intemporal, ao contrário dos outros (a mobília pode ser mudada de local, as pessoas movem-se constantemente, ...). Surgem então tentativas de formulação de um modelo que tome isto em conta.

### 3.2.3. Modelo Multi-Divisão

Uma primeira abordagem seria repartir o edifício em áreas que tivessem, para cada um dos emissores, a mesma atenuação por parte da estrutura do edifício, por exemplo considerar estas repartições iguais às divisões físicas do edifício. Sendo assim, admitindo que para cada repartição a atenuação é idêntica, ao fazer uma regressão em  $(P_{0ij}, \gamma_{ij})$  para cada uma das repartições  $j$  e emissor  $i$  retirar-se-ia a aleatoriedade relativa a este aspeto existente na variável  $\mathcal{E}_\sigma$ .

Assim, sendo  $d_{ij}$  a distância obtida relativamente ao emissor  $i$  a partir de uma determinada potência medida na repartição  $j$ , e sendo  $m$  o número de repartições, no momento da estimação da localização o problema que se pretende resolver é

$$\min_{\hat{r}} f(\hat{r}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (d_{ij} \alpha_j(\hat{r}) - \|\hat{r} - e_i\|_2)^2$$

onde  $\alpha_j(\hat{r})$  tomaria o valor 1 se  $\hat{r}$  pertence à repartição  $j$  e 0 caso contrário.

O método escolhido para esta minimização foi o do Gradiente Descendente, método iterativo. Sendo assim, com o intuito de garantir a convergência do método, fez-se uma alteração na definição de  $\alpha_j$  por forma a tornar  $f$  contínua. Estabelecendo uma margem de amplitude  $\delta$ ,  $\alpha_j(\hat{r})$  toma o valor 0 e 1 se  $\hat{r}$  está afastado da repartição  $j$  de pelo menos  $\delta$  metros, e se está dentro da repartição  $j$  mas afastado dos seus limites de pelo menos  $\delta$  metros, respetivamente. Nas posições cuja distância é menor que  $\delta$  metros da repartição  $j$ ,  $\alpha_j(\hat{r})$  toma todos os valores entre 0 e 1.

Garante-se assim a convergência do método para um minimizante local.

Na secção (6.5) encontram-se resultados referentes a esta metodologia, que o permitem comparar com os anteriores.

No entanto, nem sempre é verdade que para a mesma divisão a atenuação causada pela estrutura do edifício relativamente ao sinal de um emissor seja uniforme, uma

vez que o sinal atravessa outras estruturas além das que definem essa divisão. Sendo assim considera-se na secção seguinte um modelo que procura incluir esta atenuação de forma um pouco mais rigorosa.

### 3.2.4. Modelo Global

Neste modelo é incluída a informação sobre a configuração das paredes e pisos do edifício onde é feita a localização.

No caso da localização feita num só piso (localização em  $\mathbb{R}^2$ ), as paredes são tratadas como segmentos de reta, cada um com uma determinada atenuação associada, para os quais é apenas guardada a informação sobre os dois pontos de início e fim.

Caso existam vários pisos a ser considerados (localização em  $\mathbb{R}^3$ ), as paredes passam a ser tratadas como objetos bidimensionais, sendo guardada apenas a informação relativa ao segmento de reta que a define bidimensionalmente e a altura do piso.

Parte do trabalho futuro consiste em terminar a implementação deste modelo e obter resultados na prática. Há que ter, no entanto, em conta que para utilizar um método iterativo na fase de localização através deste modelo, é necessária a continuidade da aplicação que o define, de forma a garantir a convergência do método.

Esperam-se através deste modelo resultados com um erro médio na localização melhorado.



## Capítulo 4

# Memória

Surgiu a ideia da utilização de posições previamente calculadas de um indivíduo na determinação da sua nova localização, considerando uma função objetivo da forma  $f(\hat{r}_0, \hat{r}_1, \dots, \hat{r}_m) = \sum_{j=0}^m \sum_{i=1}^n (d_{ij} - \|\hat{r}_j - e_i\|)^2$ , em que  $m$  é o número de pontos de memória utilizados,  $n$  é o número de emissores e  $d_{ij}$  é a distância determinada através da leitura do sinal, do emissor  $e_i$  ao recetor na posição  $\hat{r}_j$ , [MaVi07].

No entanto, no caso concreto deste problema, a minimização desta soma de funções é equivalente à soma dos valores resultantes da minimização de  $f_j(\hat{r}_j) = \sum_{i=1}^n (d_{ij} - \|\hat{r}_j - e_i\|)^2$ , para cada  $j = 0, \dots, m$ , uma vez que se trata da minimização de uma soma de variáveis independentes, pois não existe nenhuma relação definida entre a posição atual do recetor e as anteriores. Desta forma a ideia não traz algo de novo ao processo.

Tal ideia seria considerável com a utilização de um pedómetro juntamente com as leituras de sinal, uma vez que através do pedómetro estabelecer-se-ia uma relação de distância entre cada uma das localizações. A precisão do pedómetro de momento à disposição talvez, no entanto, não justifique o esforço.

Esta tarefa foi deixada como possível trabalho futuro.



## Capítulo 5

# Algoritmos

---

**Algorithm 1:** Localização através de trilateração em  $\mathbb{R}^3$

---

**Data:** posições dos emissores e distâncias

**Result:** coordenadas da localização estimada,  $e_i = (e_{i1}, e_{i2}, e_{i3}), i = 1, 2, 3, 4$

```
1  $R = (T \circ R_1 \circ R_2 \circ R_3)$ ;  
2 for  $i = 1, 2, 3, 4$  do  
3    $e_i = R(e_i)$ ;  
4 end  
5  $x_1 = \frac{d_1^2 - d_2^2 + e_{21}^2}{2e_{21}}$ ;  
6  $x_2 = \frac{d_1^2 - d_3^2 + e_{31}^2 + e_{32}^2 - 2e_{31}x}{2e_{32}}$ ;  
7  $x_3 = \frac{d_1^2 - d_4^2 + e_{41}^2 + e_{42}^2 + e_{43}^2 - 2e_{41}x - 2e_{42}y}{2e_{43}}$ ;  
8  $x = (x_1, x_2, x_3)$ ;  
9 return  $R^{-1}(x)$ 
```

---

---

**Algorithm 2:** Localização através do método da multilateração em  $\mathbb{R}^3$

---

**Data:** matriz  $n \times 3$  com posições de  $n$  emissores ( $X$ ), vetor com distâncias

( $d$ ), aproximação inicial ( $x_0$ ) e precisão  $e$

**Result:** coordenadas da localização estimada

```

1 for  $i = 1, \dots, n$  do
2   |  $\hat{d}[i] = \|x_0 - X[i, :]\|$ ;
3 end
4  $t = 1$  ; // tamanho do passo
5  $direcaoDescida = (1, 1, 1)$ ;
6  $direcaoDescida = \frac{direcaoDescida}{\|direcaoDescida\|}$ ;
7  $dx_0 = t \times direcaoDescida$ ;
8 while  $t > e$  e  $\|f(x_0) - f(x_0 - dx_0)\| > e$  do
9   |  $t = 1$ ;
10  for  $j = 1, \dots, 3$  do
11    |  $direcaoDescida[j] = \sum_{i=1}^n 2(1 - \frac{d[i]}{\hat{d}[i]})(x[i, j] - x_0[j])$ ;
12  end
13   $direcaoDescida = \frac{direcaoDescida}{\|direcaoDescida\|}$ ;
14   $dx_0 = t \times direcaoDescida$ ;
15  while  $f(x_0) < f(x_0 + dx_0)$  do
16    |  $t = \frac{t}{2}$  ; // cálculo do tamanho do passo
17    |  $dx_0 = t \times direcaoDescida$ ;
18  end
19   $x_0 = x_0 + dx_0$ ;
20  for  $i = 1, \dots, n$  do
21    |  $\hat{d}[i] = \|x_0 - x\|$ ;
22  end
23 end
24 return  $x_0$ 

```

---

# Capítulo 6

## Resultados Computacionais

### 6.1. Trilateração

Por uma questão de facilitar a visualização de resultados, considerar-se-á o problema em  $\mathbb{R}^2$  apenas.

Segundo o método anteriormente descrito, uma solução aproximada para a posição do dispositivo em  $\mathbb{R}^2$  será  $(\hat{x}, \hat{y}) = \left( \frac{d_1^2 - d_2^2 + e_{21}^2}{2e_{21}}, \frac{d_1^2 - d_3^2 + e_{31}^2 + e_{32}^2}{2e_{32}} - \frac{e_{31}}{e_{32}} \frac{d_1^2 - d_2^2 + e_{21}^2}{2e_{21}} \right)$ .

Foram realizadas algumas experiências computacionais, com resultados apresentados na figura 6.1. Para estas partiu-se das localizações efetivas dos pontos de referência e do ponto  $r$  a localizar (cuja posição é conhecida para comparar posteriormente com a posição estimada pelo método e poder, desta forma, avaliar o erro final). A partir destas foi gerada uma perturbação aleatória nos valores das distâncias entre estes, seguindo a lei normal de média  $\|r - e_i\|_2$  e desvio padrão  $\sigma_i$  igual a um centésimo da respectiva distância,  $N(\|r - e_i\|_2, \sigma_i = \frac{\|r - e_i\|_2}{10})$ ,  $i = 1, 2, 3$ . Como *input* para o programa criado para implementação do método da trilateração foram dadas as distâncias após perturbação e as localizações dos pontos de referência. A experiência foi realizada 200 vezes, obtendo um erro médio de 3,58 metros.

O tipo de perturbação utilizada poderá não corresponder à ordem de grandeza da perturbação que poderá existir na prática, no entanto, os resultados obtidos nesta situação foram satisfatórios. Aborda-se seguidamente método diferente, e mais tradicional, para a localização do recetor.

### 6.2. Multilateração

Foi utilizado o método do Gradiente de Descida para a minimização da função objetivo, resolvendo este problema iterativamente. A justificação para a sua utilização passa pela garantia de convergência do método.

Foi obtida a aproximação para a localização do recetor para 200 casos com as mesmas perturbações nas distâncias reais que foram utilizadas na abordagem anterior.

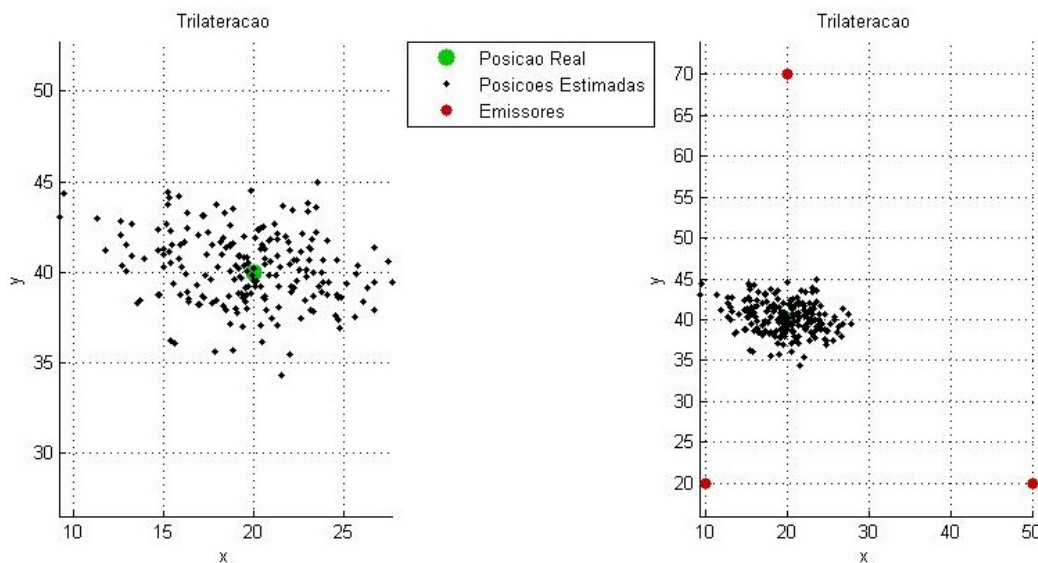


Figura 6.1: Aproximações obtidas segundo o método da trilateração nas 200 tentativas de localização da posição real do recetor, (20,40). À direita encontra-se a representação dos resultados e das posições dos emissores. À esquerda está uma amplificação da zona que engloba as aproximações.

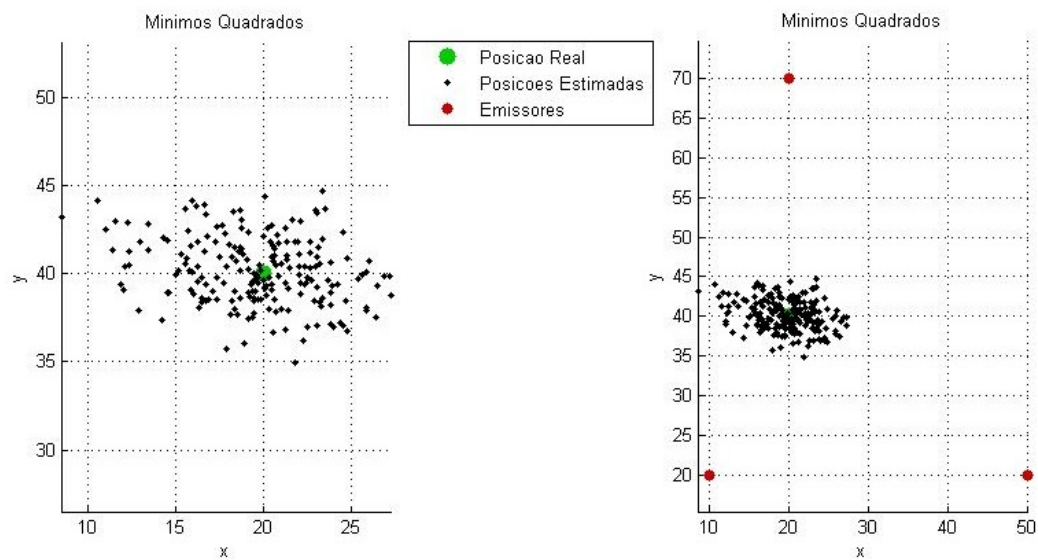


Figura 6.2: Aproximações obtidas segundo o método da multilateração. À direita encontra-se a representação dos resultados e das posições dos emissores. À esquerda está uma amplificação da zona que engloba as aproximações.

O erro médio nos resultados obtidos foi de 3,52 metros, ligeiramente inferior ao obtido por trilateração.

### 6.3. Comparação entre métodos

Apesar de o erro obtido pelo método da multilateração ser inferior, o peso computacional deste é superior. A rapidez dos métodos de localização é um ponto de grande importância, uma vez que os algoritmos terão de correr para todos os utentes da instituição de *healthcare* tempo real juntamente com outros algoritmos (diferentes algoritmos de localização e algoritmos de validação da localização obtida, desenvolvidos por outros colaboradores do projeto).

O tempo de execução médio foi, para a trilateração, 0,0006 segundos e, para o método da multilateração, 0,0106 segundos.

Foram então consideradas duas ligeiras alterações no método da multilateração para o tornar mais eficiente: a utilização do ponto obtido através da trilateração como ponto inicial na primeira iteração; e outra alternativa que, além disso, tenta também minimizar a distância a este, sendo a solução final um compromisso entre as estimativas dos dois métodos (caso em que, sendo  $r^*$  a solução dada pela trilateração, pretende-se minimizar  $f(\hat{r}) = \sum_{i=1}^3 (d_i - \|\hat{r} - e_i\|)^2 + \|\hat{r} - r^*\|^2$ ).

Os quatro métodos foram testados para outros 200 casos gerados aleatoriamente da mesma forma e os resultados foram resumidos na tabela seguinte.

	Erro médio	Tempo médio
(1) : Trilateração	3.5245m	0.0006s
(2) : Multilateração	3.4891m	0.0096s
(3) : (2) com aproximação inicial da Trilateração	3.4891m	0.0079s
(4) : (3) com alteração em $f$	3.4982m	0.0048s

O método (3) revelou-se melhor do que (2), uma vez que a solução obtida é a mesma e é mais rápido do que o anterior em termos médios. Dependendo da importância dada a cada um dos parâmetros analisados o método (4) pode ser mais apelativo do que (3). Note-se que apesar de as diferenças entre os erros médios nestes resultados serem de apenas milímetros, tal poderá depender do tipo de perturbações utilizadas em cada caso, podendo ser mais significativas num contexto prático real.

### 6.4. Utilização de um Número Maior de Emissores

Nas seções anteriores foram utilizados apenas três emissores no método da multilateração para estabelecer uma comparação primária com o método da trilateração. Surge agora a questão: qual o número ideal de emissores a utilizar na multilateração?

Ao considerar mais emissores no processo acrescenta-se mais informação, e portanto seria de esperar que, aumentando o número de emissores, o erro médio final diminua. Isto é, em geral, verdade, excetuando casos em que o sinal destes sofre muita atenuação, não fornecendo informação significativa suficiente para a construção de um modelo de sinal relativo a esses emissores.

Foi utilizada a informação relativa às posições de 15 emissores, com perturbações nas leituras de sinal geradas computacionalmente da mesma forma para cada um deles, podendo observar-se na figura abaixo uma diminuição na média do erro na localização e da sua variância com o aumento do número de emissores usados.

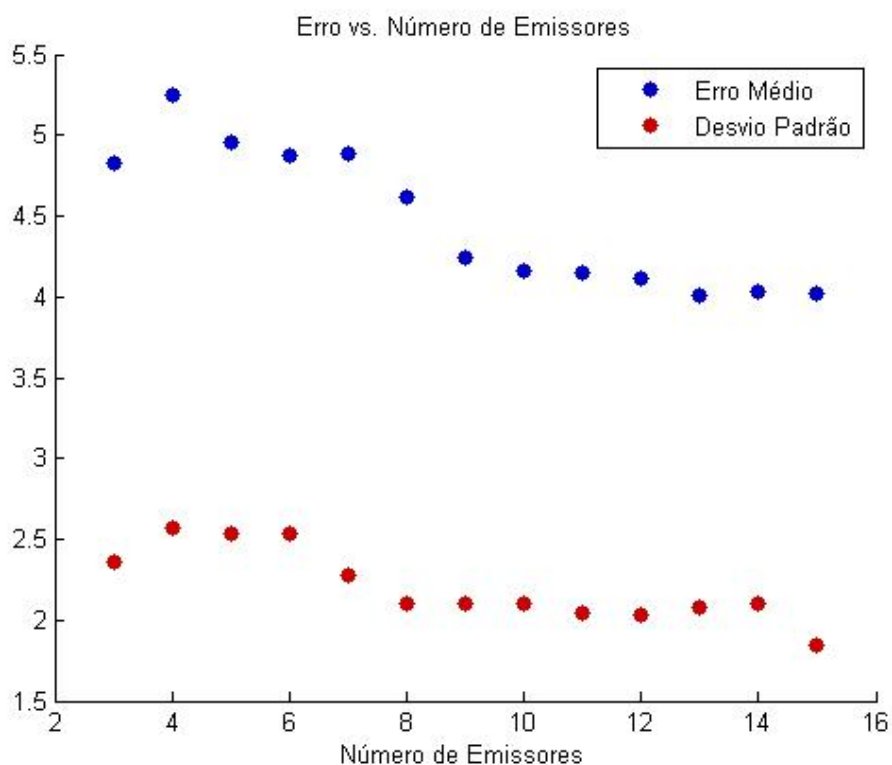


Figura 6.3: Evolução do erro médio na localização do recetor com o aumento do número de emissores.



## 6.5. Multilateração e Modelo Multi-Divisão

Foram recolhidas leituras de sinal num contexto real do andar de um edifício sem divisões causadas por paredes. Neste contexto encontravam-se disponíveis apenas três emissores de sinal (número necessário para a localização a duas dimensões).

Foi utilizado o método da multilateração da forma anteriormente descrita, tendo sido obtido um erro médio de 4,25 metros na localização e um desvio padrão de 2,50 metros.

Nas figuras seguintes encontram-se respectivos resultados.

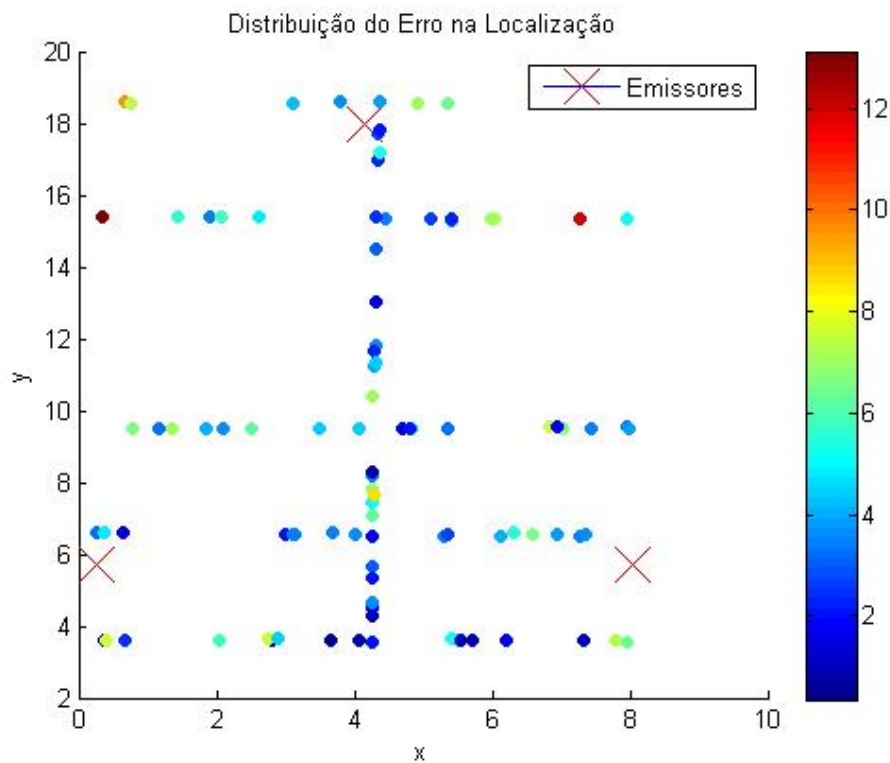


Figura 6.4: Grandeza do erro na localização para cada uma das posições em que o sinal foi recolhido.

Nota-se na figura 6.4 que o erro é um pouco maior em zonas mais afastadas dos emissores. A distribuição destes é importante. Idealmente estes devem ser colocados de forma uniforme por todo o edifício onde é pretendido fazer a localização. É importante que exista uma boa cobertura de sinal Wi-Fi por toda essa área, e quanto maior o número de emissores, melhores resultados são esperados.

Na figura 6.5 é possível visualizar a disposição das soluções encontradas.

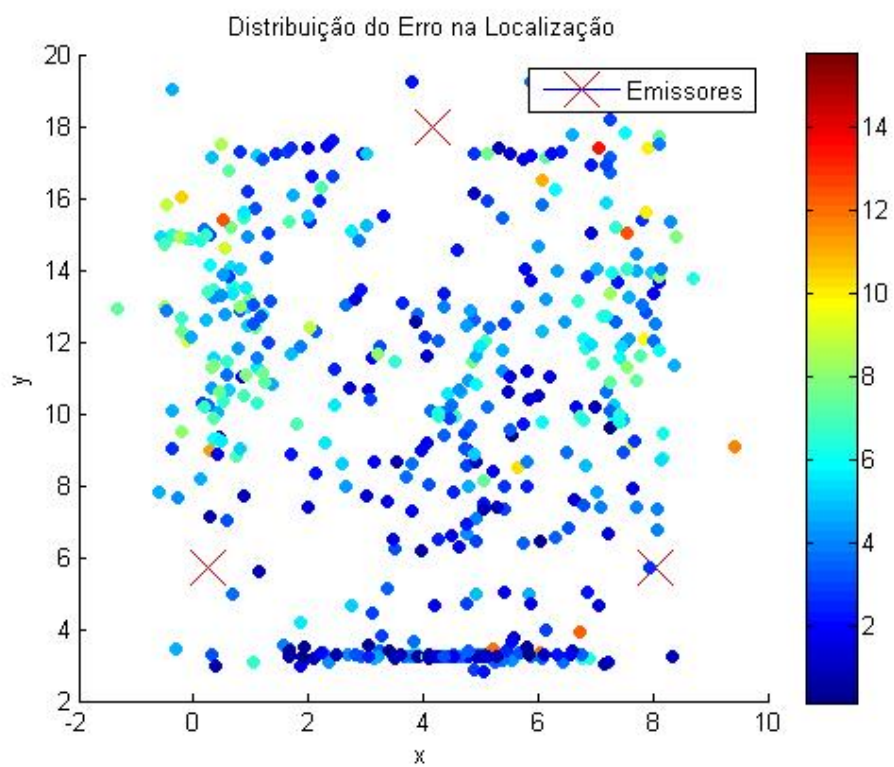


Figura 6.5: Grandeza do erro na localização para cada uma das estimativas das localizações.

Foi feita uma outra recolha de leituras de sinal num edifício diferente, tendo esta recolha passado já por várias divisões do mesmo.

Para a localização foi utilizado o método da multilateração tendo em conta uma divisão da planta do edifício em quatro regiões, baseadas na informação sobre a estrutura do mesmo. Foi também utilizado o mesmo método sem considerar esta divisão com o objetivo de inferir sobre a melhoria introduzida com o modelo de propagação de sinal multi-divisão.

O erro obtido nesta situação foi consideravelmente maior. Abaixo encontra-se a distribuição do erro na localização para uma região deste edifício para o modelo considerando o edifício dividido em quatro regiões e o modelo sem divisões.

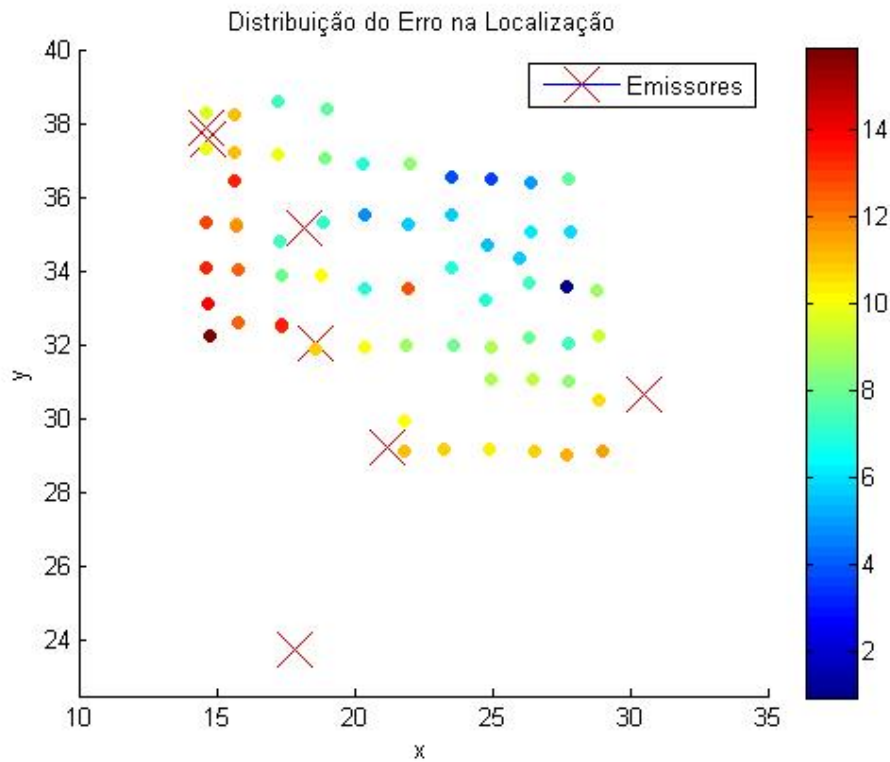


Figura 6.6: Grandeza do erro na localização para cada uma das posições em que o sinal foi recolhido. O modelo usado não teve em conta as divisões do edifício.

Observou-se uma melhoria do erro com a utilização do modelo multi-divisão. O erro médio com este modelo foi de 7.11 metros, ao passo que com o outro modelo este foi de 9.6 metros.

O desvio padrão do erro com o modelo multi-divisão foi de 3.79 metros, ao passo que com o outro modelo foi de 3.01 metros.

Confirma-se assim a ideia que a utilização de divisões no modelo contribui para

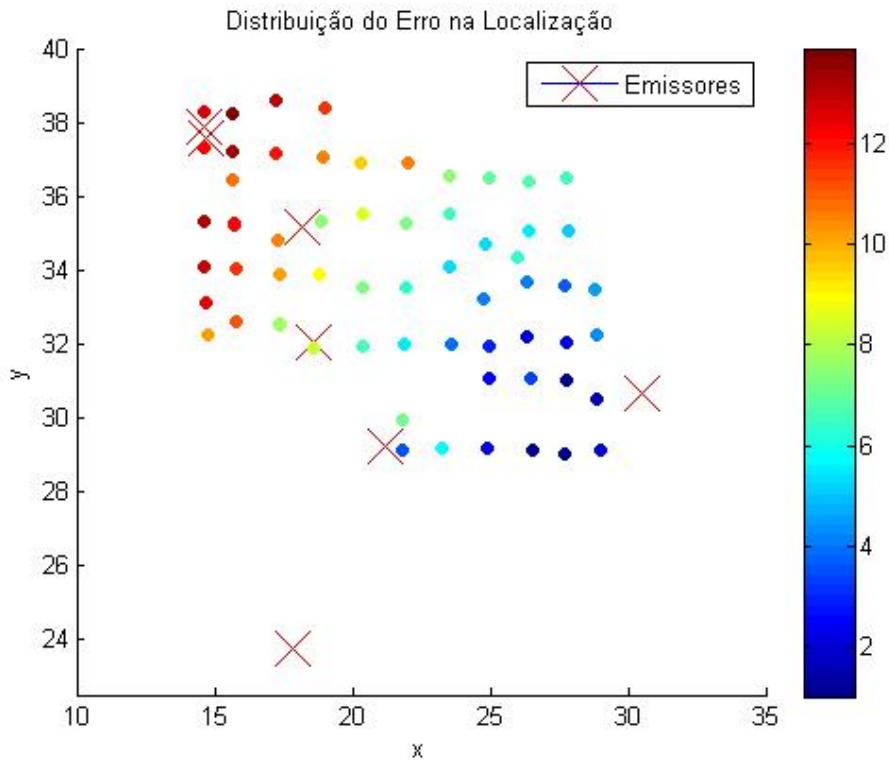


Figura 6.7: Grandeza do erro na localização para cada uma das posições em que o sinal foi recolhido. O modelo usado teve em conta as divisões do edifício.

uma melhoria considerável no erro médio final na localização.

No entanto, o erro geral obito foi consideravelmente maior que na experiência do primeiro edifício. Tal é justificado por neste segundo caso existir uma pior distribuição de emissores de sinal: menos uniforme e com uma menor densidade. É também preciso ter em conta que no primeiro caso as posições dos emissores eram conhecidas, ao passo que neste último caso estas foram estimadas através das posições que apresentavam uma maior intensidade de sinal.

De futuro é preciso ter em conta estes fatores por forma a obter uma melhor distribuição.

## Capítulo 7

# Trabalho Futuro

Como trabalho futuro irá ser feita a implementação e testes do modelo global. Possivelmente será também feita uma implementação do modelo com memória relativa a posições anteriores, dependendo da possibilidade e condições de utilização de um pedômetro.



## Capítulo 8

# Bibliografia

MSNSF Nor Aida Mahiddin, Noaizan Safie, Elissa Nadia, Suhailan Safei, Engku Fadzli, *Indoor Position Detection Using WiFi and Trilateration Technique*, Faculty of Informatics, University Sultan ZainalAbidin, Malaysia

CBSMA B Cook<sup>1,2,3</sup>, G Buckberry<sup>2</sup>, I Scowcroft<sup>2</sup>, J Mitchell<sup>1</sup>, T Allen<sup>3</sup>, *Indoor Location Using Trilateration Characteristics*, 1 University College London, 2 Siemens Communications, 3 Nottingham Trent University

HOBLSHLF F. Herranz, M. Ocaña, L. M. Bergasa, M. A. Sotelo, D. F. Llorca, N. Hernández, A. Llamazares and C. Fernández, *Studying of WiFi range-only sensor and its application to localization and mapping systems*, Department of Electronics, University of Alcalá, Madrid, Spain

NaSh Navin Kumar Sharma, *A Weighted Center of Mass based Trilateration Approach for Locating Wireless Devices in Indoor Environment*, CA Computer Associates, India

MaVi07 Manuel António Facas Vicente, *Simulação Numérica de Novos Artefactos de Calibração de Máquinas de Medição Tridimensional*, Dissertação de Doutoramento, Departamento de Matemática, Universidade de Coimbra, Portugal, 2007

JB13 Jason Nobre Bolito, *Algoritmos de Localização Indoor*, Dissertação de Mestrado, Departamento de Matemática, Universidade de Coimbra, Portugal, 2013