

Ronize Cristina Oliveira Santiago Vicente da Cruz

## A Estrutura de Prazo das Taxas de Juro da zona euro: Análise da capacidade de previsão das taxas *forward*

Trabalho de Projeto do Mestrado em Economia, na especialidade de Economia Financeira, apresentado à Faculdade de Economia da Universidade de Coimbra para a obtenção do grau de Mestre

Orientador: Professor Doutor José Alberto Soares da Fonseca

Janeiro de 2016



Universidade de Coimbra



Ronize Cristina Oliveira Santiago Vicente da Cruz

# A Estrutura de Prazo das Taxas de Juro da zona euro: Análise da capacidade de previsão das taxas *forward*

Trabalho de Projeto do Mestrado em Economia, na especialidade de Economia Financeira, apresentado à Faculdade de Economia da Universidade de Coimbra para a obtenção do grau de Mestre

Orientador: Professor Doutor José Alberto Soares da Fonseca

Janeiro de 2016

#### Agradecimentos

À Associação para a Divulgação da Cultura Cabo-verdiana, pelo financiamento das propinas do mestrado. Um especial agradecimento pelo apoio e pela confiança que depositaram em mim. Espero um dia poder retribuir o vosso gesto, ajudando também aqueles que precisam apenas de uma oportunidade para tornarem o seu sonho realidade. Não tenho palavras para agradecer o tamanho da minha gratidão. Muito obrigada.

Ao meu orientador, o Professor Doutor José Alberto Soares da Fonseca, pela sua orientação na realização deste trabalho de projeto, e também pelos conhecimentos que me transmitiu não só ao longo da realização deste trabalho, mas também nas outras unidades curriculares onde tive a oportunidade de tê-lo como professor.

À minha irmã Claudina, que me acolheu nesta cidade maravilhosa que é Coimbra, pelos bons momentos que juntas vivemos, e também pelos maus que nos fortaleceram e nos tornaram ainda mais persistentes e confiantes durante o nosso percurso académico. Pelos momentos de diversão e de muito estudo, pela cumplicidade e pela amizade. Queria agradecer também às minhas irmãs Zú e Leidy, e ao meu irmão Edy, pelo carinho e pelo apoio que me deram mesmo distantes. Aos meus familiares, que mesmo distantes, estiveram sempre a torcer por mim. Obrigada pelo apoio, pela força que me transmitiram sempre, e pelo orgulho e admiração que sempre em mim depositaram.

Ao Hericson, por estar sempre presente, pelo carinho, pela paciência, e por me fazer acreditar sempre que tudo vai correr bem. Pela admiração, pelos incentivos e acima de tudo pela capacidade de simplificar as coisas.

Aos meus amigos e colegas do curso, principalmente aqueles que estiveram sempre do meu lado durante o meu percurso na Universidade de Coimbra, por todos os momentos que me proporcionaram, pelas brincadeiras, pelos momentos de descontração e pela amizade.

Aos meus pais, pelo apoio e suporte que sempre me deram, por acreditarem em mim e por investirem sempre na minha formação. Pelo amor, carinho, pela força que sempre me transmitiram e por estarem sempre do meu lado. Graças a eles, sou hoje uma mulher realizada, e por isso, a eles dedico esta nova vitória.

Resumo

Neste trabalho, as taxas forward foram utilizadas para prever os valores futuros da

Estrutura de Prazo das Taxas de Juro, em diferentes pontos desta estrutura, e em diferentes

contextos do sistema financeiro, e abrange o período que vai do final de 2004 ao final de

2014. As taxas spot e forward foram construidas a partir do modelo de Nelson, Siegel e

Svensson (1994), e para a anlisar a relação existente entre estes dois tipos de taxas,

recorreu-se o método de cointegração proposto por Johansen (1988, 1991). Para períodos

mais curtos, foram construídas taxas forward instantâneas, que antecipam as taxas spot

instantâneas a distâncias que vão de 1 a 10 dias. Para períodos mais longos, foram

calculadas taxas forward com prazo de 1 mês, que antecipam as taxas spot com o mesmo

prazo, a distâncias que vão de 1 a 12 meses. Nas taxas instantâneas, verificou-se que existe

cointegração entre todas as taxas forward e as taxas spot que antecipam, nas estimações

que abrangem a totalidade da amostra, e para alguns casos quando se divide a amostra em

sub-períodos. Nas taxas mensais, pelo contrário, apenas em alguns casos foi constatada a

existência de cointegração, quer para a totalidade do período quer para os sub-períodos. De

seguida, foi estimado o Modelo de Correção dos Erros proposto por Johansen (1988,

1991), e recorreu-se à analise da função impulso-resposta, para as taxas cointegradas. As

taxas mensais apresentaram sempre um comportamento mais instável, quando comparadas

com as taxas instantâneas. Entretanto, com a divisão do período, as taxas instantâneas

apresentaram um comportamento instável, principalmente para o sub-período 2012-2014.

Palavras-chave: Estrutura de Prazo das Taxas de Juro, Cointegração, Modelo de Correção

dos Erros, taxa de juro spot, taxa de juro forward.

Classificação JEL: E43, G12

i

Abstract

In this paper, we used the forward interest rates to predict the future values of the

Term Structure of Interest Rates, at different points of this structure and in different

situations of the financial system, for the period 2004-2014. We used the Nelson, Siegel

and Svensson (1994) model to create the forward and spot interest rates and we used de

cointegration method proposed by Johansen (1988, 1991) to study the relationship between

these interest rates. Instantaneous forward and spot interest rates were built for shorter

periods, and monthly forward and spot interest rates were built for longer periods. We

found that the instantaneous forward and spot interest rates were cointegrated, for all the

maturities in the whole period, and in some maturities of the splitting periods. However,

not all the monthly forward and spot interest rates were cointegrated, both in the whole

period and in the splitting periods. Cointegration tests were followed by the estimation of

the Error Correction Model proposed by Johansen (1988, 1991) and the impulse response

function, for the cointegrated interest rates. Monthly interest rates have always showed a

more unstable behavior than the instantaneous interest rates. However, when splitting

periods, the instantaneous interest rates have showed an unstable behavior, and this

unstable behavior was stronger for the period 2012-2014.

**Keywords:** Term Structure of Interest Rates, Cointegration, Error Correction Model, spot

interest rate, forward interest rate.

**JEL Classification:** E43, G12

iii

## Índice

1. Introdução	1
2. Revisão da Literatura	2
3. Principais teorias ligadas à EPTJ	5
3.1. As teorias sobre a estrutura de prazo das taxas de juro	5
3.1.1. A teoria das expectativas puras	5
3.1.2. A teoria dos prémios de risco ou de liquidez	6
3.1.3. As teorias institucionais	6
3.2. Função de Desconto, Taxas Forward e Taxas Spot	7
3.3. O modelo original de Nelson e Siegel (1987)	8
3.3.1. A abordagem de Svensson (1994)	9
4. Estudo Empírico	10
4.1. Caracterização dos dados utilizados	10
4.2. Análise da capacidade de previsão das taxas <i>forward</i> , para o Rating AAA	13
4.2.1. Análise das estatísticas descritivas	13
4.2.2. Cointegração	14
4.2.3. O Modelo de Correção dos Erros	22
4.2.4. Análise das Funções Impulso-Resposta	30
5. Conclusão	31
Referências bibliográficas	32
Anexos	35

## Índice de gráficos

Gráfico 1- Evolução das taxas instantâneas	35
Gráfico 2- Evolução das taxas mensais	35
Gráfico 3- Box-plot para as taxas Instantâneas	36
Gráfico 3.1- Box-plot para as taxas mensais	36
Gráfico 4- Impulsos para as taxas a 1 dia	43
Gráfico 5- Impulsos para as taxas a 2 dias	43
Gráfico 6- Impulsos para as taxas a 3 dias	44
Gráfico 7- Impulsos para as taxas a 4 dias	44
Gráfico 8- Impulsos para as taxas a 5 dias	44
Gráfico 9- Impulsos para as taxas a 6 dias	45
Gráfico 10- Impulsos para as taxas a 7 dias	45
Gráfico 11- Impulsos para as taxas a 8 dias	45
Gráfico 12- Impulsos para as taxas a 9 dias	46
Gráfico 13- Impulsos para as taxas a 10 dias	46
Gráfico 14- Impulsos para as taxas a 1 mês	46
Gráfico 15- Impulsos para as taxas a 3 meses.	47
Gráfico 16- Impulsos para as taxas a 4 meses	47
Gráfico 17- Impulsos para as taxas a 5 meses	47
Gráfico 18- Impulsos para as taxas a 6 meses	48
Gráfico 19- Impulsos para as taxas a 7 meses	48
Gráfico 20- Impulsos para as taxas a 10 meses	48

## Índice de quadros

Quadro I- Teste de cointegração de Johansen, para as taxas instantâneas	17
Quadro II- Teste de cointegração de Johansen, para as taxas mensais	18
Quadro III- Teste de cointegração de Johansen, para as taxas instantâneas, com a divis do período	
Quadro IV- Teste de cointegração de Johansen, para as taxas mensais, com a divisão período	
Quadro V- Número de desfasamentos ótimo para as taxas instantâneas, para os su períodos	
Quadro V.1- Número de desfasamentos ótimo para as taxas mensais, para os su períodos	
Quadro VI- VECM para as taxas instantâneas, para a totalidade do período	23
Quadro VI.1- Valores do β estimados, para as taxas instantâneas, através do VECM	24
Quadro VII- VECM para as taxas mensais, para a totalidade do período	25
Quadro VII.1- Valores estimados do β para as taxas mensais, através do VECM	25
Quadro VIII- VECM para as taxas instantâneas, para o sub-período 2004-2006	27
Quadro VIII.1- VECM para as taxas instantâneas, para o sub-período 2007-2011	27
Quadro VIII.2- VECM para as taxas instantâneas, para o sub-período 2012-2014	27
Quadro VIII.3- Valores estimados do β, para as taxas instantâneas através do VECM, pa	
Quadro IX- VECM para as taxas mensais, para o sub-período 2004-2006	29
Quadro IX.1- VECM para as taxas mensais, para o sub-período 2007-2011	29
Quadro IX.2- VECM para as taxas mensais, para o sub-período 2012-2014	29
Quadro IX.3- Valores estimados do β para as taxas mensais através do VECM, para sub-períodos	
	37

Quadro II.A- Teste ADF para as taxas spot e forward mensais	38
Quadro III.A- Teste ADF para as taxas instantâneas, com a divisão da amostra em su	ıb-
períodos	39
Quadro IV.A- Teste ADF para as taxas mensais, com a divisão da amostra em su	ıb.
períodos	40
Quadro IV.A.1- Teste KPSS para as taxas mensais, para o sub-período 2012-2014	41

#### 1. Introdução

A Estrutura de Prazo das Taxas de Juro (EPTJ), por vezes designada de *yield curve*, curva de rendimentos ou curva das taxas de juro, estabelece a relação entre as taxas de juro das obrigações de cupão zero e o respetivo prazo. Uma das principais dificuldades que se enfrenta na representação da EPTJ, recorrendo às taxas de juro das obrigações de cupão zero, traduz-se no reduzido número destas obrigações existentes nos mercados obrigacionistas, uma vez que, estas obrigações não são negociadas para todas as maturidades. Esta dificuldade acabou por impulsionar muitas investigações, com o intuito de alcançar uma melhor representação para a EPTJ, surgindo assim, outras representações equivalentes para esta estrutura, que são as taxas *forward* ou taxas de juro a prazo, taxas *spot* ou taxas de juro à vista, e a função de desconto ou fator de desconto.

A análise e a previsão da EPTJ, têm sofrido avanços significativos nas últimas décadas, quanto aos modelos utilizados. O modelo de Nelson e Siegel (1987) - NS-, é um modelo que permite simular a EPTJ, sendo um dos mais populares entre os bancos centrais, e na investigação científica, por conseguir capturar as várias formas que esta estrutura pode assumir ao longo do tempo. Trata-se de um modelo que tem várias extensões, e uma delas é a abordagem de Svensson (1994), que será utilizada neste trabalho para calcular as taxas *forward* e *spot*.

Um dos principais contributos deste trabalho, consiste em dar a conhecer a evolução, no período recente, da EPTJ da zona euro recorrendo ao modelo de Nelson, Siegel e Svensson (1994) - NSS-, sendo que, a forma de analisar e prever a EPTJ, será através das taxas *forward*, partindo do pressuposto que as taxas *forward* calculadas já representam as previsões para as taxas *spot*, a vigorar numa determinada data. Assim sendo, este trabalho tem como objetivo analisar a capacidade de previsão das taxas *forward* em diferentes pontos da *yield curve* e em diferentes contextos do sistema financeiro, desde o final de 2004 ao final de 2014, que é o período coberto pela base de dados utilizada. Para analisar a relação entre as taxas *forward* e *spot*, recorreu-se ao método de cointegração proposto por Johansen (1988, 1991), e de seguida, ao Modelo de Correção dos Erros e à análise da função impulso-resposta, para as taxas que são cointegradas. Foram utilizadas taxas *forward* e *spot* instantâneas para períodos mais próximos, de 1 a 10 dias, e taxas *forward* e *spot* mensais para períodos mais distantes, de 1 a 12 meses. O trabalho terá a

seguinte organização: na secção 2, apresenta-se a revisão da literatura, e na secção 3, serão abordadas as principias teorias ligadas à EPTJ. Posteriormente, na secção 4, faz-se o estudo empírico, caracterizando os dados utilizados, bem como a análise da capacidade de previsão das taxas *forward* para o *rating* AAA. Finalmente, na secção 5, expõe-se as principais conclusões retiradas do estudo.

#### 2. Revisão da Literatura

A EPTJ é uma curva que relaciona taxas de juro com maturidades diferentes. Esta estrutura fornece informação importante e necessária aos agentes económicos, no que se refere à avaliação dos ativos financeiros e derivados, e na gestão de riscos financeiros, ajudando-os, assim, a tomar as suas decisões. Os formuladores de política monetária concedem uma atenção especial à forma da EPTJ, como um indicador do impacto de políticas monetárias, atuais e futuras, sobre a economia, dado que a EPTJ desempenha um papel fulcral no mercado monetário, permitindo aos Bancos Centrais manter o equilíbrio dos preços na economia. Por outro lado, o desempenho do mercado monetário acaba por influenciar também a evolução das taxas de juro dos mercados de capitais.

O ajustamento da *yield curve*, como frequentemente a curva da EPTJ é designada na literatura, remonta ao estudo pioneiro de Durand (1942), cujo método usado para ajustar a *yield curve* consistia em desenhar uma curva monótona sob a dispersão dos pontos, de modo que lhe fosse subjetivamente razoável.

McCulloch (1971, 1975), fomentou o uso de funções matemáticas, como polinómios, para ajustar a função de desconto em determinados momentos do tempo, surgindo depois disso, várias funções para ajustar a EPTJ em fatores de desconto, taxas spot e forward. Este autor desenvolveu um modelo para a função de desconto designado por polynomial cubic spline (ou interpolação cúbica), que se traduz na extração da yield curve diretamente a partir da função de desconto. Teve uma grande repercussão, dado que, se mostrou capaz de capturar as várias alterações que a EPTJ pode assumir quanto ao seu formato. Contudo, o seu ajustamento diverge em maturidades de longo prazo, e pode também produzir taxas forward instantâneas negativas, o que não é muito coerente.

Vasicek e Fong (1982), ao contrário de McCulloch (1975), utilizam *splines* exponenciais como métodos de interpolação, defendendo que, se o ajustamento da *yield* 

curve for efetuado através de *splines* exponenciais, não haverá uma grande instabilidade nas taxas *forward* como se verifica quando esta é ajustada via funções polinomiais. Apesar de terem respondido a algumas das limitações do modelo de McCulloch (1975), no que se refere à função de desconto ser polinomial em função do tempo, Shea (1985) concluiu que o método de Vasicek e Fong (1982) não revela maior estabilidade quando comparada com os *splines* polinomiais, e trata-se de uma técnica que requer uma otimização não linear iterativa, o que torna a sua estimação mais complexa e menos flexível.

Fama e Bliss (1987), fazem a estimação da EPTJ através das taxas *forward*, ao invés da função de desconto, tentando verificar em que medida as atuais taxas *forward* são capazes de prever as taxas de juro futuras, e averiguar até que ponto estas são capazes de extrair a informação contida nas taxas *forward* correntes. As taxas *forward* resultantes desse processo, normalmente, são conhecidas como *taxas não-suavizadas* de Fama e Bliss.

Milton Friedman (1977:22), reconheceu a necessidade de um modelo parcimonioso para a *yield curve* afirmando: "Students of statistical demand functions might find it more productive to examine how the whole term structure of yields can be described more compactly by a few parameters". Nelson e Siegel (1987), vieram precisamente introduzir um modelo parcimonioso com flexibilidade suficiente para representar, através de três componentes, uma variedade de formas típicas geralmente associadas *a yield curve: monotonic* (monótona), *humped* (côncava), e *S shaped* (com a forma de S). A capacidade deste modelo para ajustar os rendimentos dos bilhetes do tesouro dos EUA e prever o preço da obrigação do tesouro de longo prazo, indica que o modelo conseguiu satisfazer o objetivo fixado por Friedman. A abordagem destes dois autores foi um contributo fulcral neste campo de investigação, tornando-se um dos mais populares e, levando ao surgimento de várias extensões com o intuito de maximizar a flexibilidade na estimação, e aperfeiçoar os ajustamentos mais complexos da EPTJ. Exemplos destas extensões são os modelos de Litterman e Scheinkman (1991), Svensson (1994), Bliss (1997), Diebold e Li (2006), Pooter (2007), e entre outros.

Svensson (1994), chamou atenção para o papel da taxa *forward* como um indicador de política monetária, no seu estudo feito para Suécia, referente ao período de 1992-1994. Este autor defende que as taxas *forward* indicam as expectativas da trajetória futura das taxas de juro de curto prazo, da taxa de inflação e da taxa de depreciação da

moeda, e permitem separar as expectativas do mercado em curto, médio e longo prazo, de forma mais simplificada que a curva de rendimentos padrão (curva das taxas *spot*), sendo esta a principal vantagem das taxas *forward*. Svensson estima as taxas *forward* com uma nova versão do modelo de NS (modelo com quatro componentes), de forma mais abrangente e flexível, utilizando um método de estimação simples e robusto, mas que aparenta ter uma precisão muito além do que é necessária para fins de política monetária.

Diebold e Li (2006) trazem também uma nova abordagem do modelo de NS, onde os três componentes deste modelo foram interpretados como fatores dinâmicos, representado o nível, a inclinação e a curvatura da EPTJ, acrescentando assim, à abordagem inicial de NS um conteúdo económico de que carecia. Estes dois autores recorreram a processos autorregressivos para efetuar a previsão da EPTJ, obtendo resultados promissores. Descrevem o método proposto por Fama e Bliss (1987) como uma construção sequencial das taxas *forward*, necessárias para avaliar sucessivamente títulos com maturidades mais longas, e a taxa *forward* resultante deste procedimento é uma função descontínua em relação à maturidade do título utilizada na estimação.

Quanto aos estudos mais recentes, temos o trabalho realizado por Guedes (2008), que teve como objetivo realizar uma análise de cenários da EPTJ com a abordagem de NS, reformulada por Diebold e Li (2006). Compara o modelo de NS e Análise de Componentes Principais (ACP) quanto à capacidade de previsão fora da amostra da EPTJ, recorrendo também a modelos autorregressivos. Chega à conclusão que o modelo de NS tem fortes semelhanças com a ACP, e que o modelo de NS é fiável para simular a EPTJ.

Caldeira e Torrent (2011), utilizaram a metodologia de estimação não-paramétrica de dados funcionais para estimar a EPTJ, onde cada elemento da amostra é uma curva de taxas de juro diária, avaliada nos pontos correspondentes às maturidades. Fizeram a previsão da curva das taxas de juro, utilizando o estimador *kernel funcional* (que é uma forma não-paramétrica de estimação da função de densidade de probabilidade de uma variável aleatória), e os resultados foram comparados com os resultados dos modelos paramétricos tradicionais de NS, nas versões de Svensson (1994), Diebold e Li (2006) e Pooter (2007). Concluíram que as estimativas da metodologia de estimação não-paramétrica, apresentam uma performance preditiva superior à das abordagens de NS, em 10 das 15 maturidades consideradas. Entretanto, convém realçar que para as maturidades

mais curtas e intermédias, o modelo de Svensson (1994) apresentou um melhor desempenho quando comparado com os outros modelos mencionados. Apesar das limitações do modelo de NS, a acumulação de experiência sugere que os modelos parcimoniosos apresentam melhores resultados quanto à previsão fora da amostra.

#### 3. Principais teorias ligadas à EPTJ

As obrigações de cupão zero ou obrigações sem cupão, são títulos de dívida, normalmente de curto prazo, cujo rendimento advém da diferença entre o valor recebido na data de reembolso e o preço inicialmente pago pelo título. As obrigações de cupão zero, que não apresentam risco de incumprimento, têm como principal característica diferenciadora a sua maturidade, sendo que as taxas de juro das obrigações, com estas características, definem a curva das taxas de juro ou a EPTJ.

#### 3.1. As teorias sobre a estrutura de prazo das taxas de juro

As principais teorias que caracterizam a EPTJ são normalmente agrupadas em teoria das expectativas puras, teoria dos prémios de risco, e teorias institucionais que incluem a teoria da segmentação dos mercados e teoria do *habitat* preferido. Estas teorias vão ser caracterizadas segundo Fonseca (1999: 59-77).

#### 3.1.1. A teoria das expectativas puras

A teoria das expectativas puras define a EPTJ, como sendo determinada em cada data, pelas expectativas dos investidores acerca das taxas de juro futuras. Possui algumas hipóteses simplificadoras, nomeadamente: não existe risco de incumprimento por parte das entidades que emitem as obrigações; os investidores investem apenas em obrigações de cupão zero; os investidores formulam expectativas homogéneas acerca das taxas de juro futuras; para os investidores é irrelevante a probabilidade de errarem nas suas previsões, ou seja, são indiferentes face ao risco. Segundo esta teoria, a condição de equilíbrio do mercado obrigacionista, implica que dois portefólios obrigacionistas, com maturidades diferentes, ofereçam necessariamente a mesma rentabilidade esperada, caso sejam detidos por um investidor durante o mesmo horizonte temporal.

Existem duas abordagens para esta teoria, que se diferenciam quanto ao prazo das taxas de juro em que os investidores formulam expectativas, e ao horizonte temporal coberto por essas mesmas expectativas. Na primeira aboradagem, formulada por Lutz

(1940), os investidores formulam expectativas quanto à evolução das taxas de juro de curto prazo, ao longo de um horizonte temporal muito longo. Na segunda abordagem, formulada por Malkiel (1966), esses mesmos investidores formulam expectativas acerca da evolução das taxas de juro de todos os prazos, contudo, essas expectativas apenas cobrem um horizonte temporal reduzido.

#### 3.1.2. A teoria dos prémios de risco ou de liquidez

Hicks (1939) apresentou os fundamentos para a teoria dos prémios de risco. Segundo este autor, e de acordo com a teoria do *desconto normal* de Keynes (1930), os investidores pretendem proteger-se contra o risco de perda de capital, e contra a falta de liquidez. Portanto, esta teoria, admite que os investidores têm aversão pelo risco de perda de capital dos títulos, e por isso, há uma preferência natural pelos títulos de curto prazo, uma vez que, estes apresentam um risco de perda de capital menor do que o dos títulos de longo prazo. Daqui resulta, uma "debilidade constitucional" do mercado obrigacionista, que se traduz no excesso de procura de títulos de curto prazo, e no excesso de oferta de títulos de longo prazo. Esta "debilidade constitucional", faz também com que os títulos de curto prazo apresentem uma liquidez mais elevada do que os títulos de longo prazo. Assim sendo, para atrair mais investidores para os títulos de longo prazo, os devedores devem oferecer nestes títulos, um prémio de risco relativamente à taxa de juro de curto prazo.

#### 3.1.3. As teorias institucionais

As teorias institucionais, nomeadamente, a teoria da segmentação dos mercados e a teoria do *habitat* preferido, rejeitam a hipótese de mobilidade perfeita de capitais entre mercados de obrigações com maturidades diferentes. Segundo estas teorias, cada investidor institucional, realiza exclusivamente, ou pelo menos de forma predominante, operações de endividamento, ou de aplicação de fundos, dentro do segmento de prazo que mais se adequa à sua natureza específica. Contudo, para a teoria da segmentação dos mercados existe uma indepência absoluta entre a procura e oferta de fundos, de longo prazo e de curto prazo, excluindo assim, qualquer papel às expectativas sobre as taxas de juro futuras, na criação de relações de interdependência entre taxas de juro de prazos diferentes. Por outro lado, a teoria do *habitat* preferido considera que, as diferenças entre as sensibilidades dos investidores relativamente ao risco de capital e ao risco de reinvestimento, determinam

a preferência de cada investidor por uma maturidade específica. Portanto, esta última teoria reconhece a importância das expectativas na determinação das taxas de juro.

#### 3.2. Função de Desconto, Taxas Forward e Taxas Spot

Como já foi mencionado anteriomente, a análise da EPTJ através das obrigações de cupão zero, tem o problema de estas obrigações não serem transacionadas para maturidades mais longas (superiores a um ano), dificultando assim, uma visão da EPTJ para maturidades de médio e longo prazo. Portanto, torna-se necessário recorrer a determinados métodos de aproximação na sua representação, nomeadamente, a curva das taxas *spot*, a curva das taxas *forward* e *a* curva da função de desconto, que possuem uma relação estrita entre si. É fundamental entender a relação existente entre estas representações equivalentes da EPTJ, uma vez que, são três formas teóricas para representar esta estrutura. Esta caracterização vai recorrer a Novais (2012: 6-8).

Uma taxa *spot* representa os juros devidos ou recebidos no futuro, devido a um empréstimo ou aplicação financeira realizada hoje (t=0), para uma determinada maturidade (m). Assim sendo, a taxa *spot* para um determinado horizonte temporal,  $y_t(m)$ , pode ser interpretada como a taxa implícita no preço de uma obrigação de cupão zero, com maturidade m, representado por  $P_t(m)$ . O fator de desconto ou a função de desconto, definido como o preço de uma obrigação de cupão zero em função do tempo até a maturidade, vem dado por:

$$P_t(m) = e^{-y_t(m)m} \tag{1}$$

Conhecendo a EPTJ *spot*, podemos deduzir a curva das taxas *forward*, derivando a curva das taxas *spot*, e por isso, obtém-se a taxa *forward* instantânea (por ser a derivada da taxa *spot* num determinado ponto):

$$f_t(m) = -\frac{1}{P_t(m)} \times \frac{\partial P_t(m)}{\partial m} = -\frac{P'_t(m)}{P_t(m)}$$
(2)

A relação entre a taxa *spot* e a taxa *forward*, é dada por:

$$y_t(m) = \frac{1}{m} \int_0^m f_t(u) du \tag{3}$$

A taxa forward instatânea,  $f_t(m)$ , contratada no período t com uma maturidade igual a m, mede a taxa de juro de curto prazo que os investidores podem fixar no período t, de modo a ser recebida e em t+m. Uma outra interpretação para a taxa forward instantânea, é que ela representa o crescimento marginal no retorno total, decorrente de um aumento marginal no período do investimento. A equação (3), implica que a taxa spot pode ser interpretada como uma média das taxas forward instantâneas. Portanto, integrando a função da taxa forward instantânea obtêm-se a taxa spot.

#### 3.3. O modelo original de Nelson e Siegel (1987)

O modelo de NS faz uma representação parcimoniosa da taxa *forward*, dada por uma função paramétrica e alisada, em que a taxa *forward* instantânea é dada pela solução de uma equação diferencial de 2ª ordem, com raízes reais distintas, representada por:

$$f_m = \beta_0 + \beta_1 e^{-\frac{m}{\lambda_1}} + \beta_2 e^{-\frac{m}{\lambda_2}}$$
 (4)

Onde, m= maturidade;  $\beta=$  parâmetros a estimar;  $\lambda_1$  e  $\lambda_2=$  constantes positivas, de tempo, associado a equação;

Nelson e Siegel (1987) apresentam ainda, uma equação para a curva das taxas forward instantâneas, de forma mais parcimoniosa, admitindo uma única solução para a equação diferencial, sendo que o modelo continua a ser capaz de gerar uma grande variedade de formas:

$$f_m = \beta_0 + \beta_1 e^{-\frac{m}{\lambda}} + \beta_2 \frac{m}{\lambda} e^{-\frac{m}{\lambda}}$$
 (5)

 $\beta_0$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  e  $\lambda$ , são os parâmetros a estimar. Este modelo tem como suporte as funções *Laguerre*, que se traduzem na combinação de polinómios e exponenciais, com diferentes taxas de inclinação.

Para obter a curva das taxas *spot*, recorre-se à integração da curva das taxas *forward* instantâneas. Dividindo pela maturidade *m*, obtem-se:

$$y_m = \beta_0 + \beta_1 \left( \frac{1 - e^{-\frac{m}{\lambda}}}{\frac{m}{\lambda}} \right) + \beta_2 \left( \left( \frac{1 - e^{-\frac{m}{\lambda}}}{\frac{m}{\lambda}} \right) - e^{-\frac{m}{\lambda}} \right)$$
 (6)

Onde,  $y_m$  é a taxa de juro das obrigações de cupão zero, com base numa data inicial e para uma dada maturidade m.

O modelo de NS permite construir a *yield curve* com apenas três componentes, que influênciam cada um dos parâmetros  $\beta$ , e aplica-se a cada componente uma estrutura paramétrica previamente definida, com o propósito de restringir o número de formas admissíveis que a EPTJ pode assumir (monótona, côncava e com a forma de S). É possível obter as taxas a prazo, a partir das três componentes com a seguinte interpretação:

- i. Longo Prazo: componente em  $\beta_0$ , uma constante igual a 1 e, por isso, assume o mesmo valor para todas as maturidades;
- ii. Curto prazo: componente em  $\beta_1$ ,  $\left(\frac{1-e^{-\frac{m}{\lambda}}}{\frac{m}{\lambda}}\right)$ , que inicialmente assume o valor 1, e decresce exponencialmente para 0 com o decorrer da maturidade;
- iii. Médio prazo: componente em  $\beta_2$ ,  $\left(\left(\frac{1-e^{-\frac{m}{\lambda}}}{\frac{m}{\lambda}}\right)-e^{-\frac{m}{\lambda}}\right)$ , que inicialmente assume o valor 0, aumentando entre o curto e o médio prazo, e decresce para 0 no longo prazo, dando origem à curvatura.

Por fim,  $\lambda$  é interpretado como um fator de escala, dado que, mede a taxa à qual os componentes de curto e médio prazo decrescem para zero. Portanto, se  $\lambda$  assume valores pequenos, observar-se decréscimos rápidos para zero.

#### 3.3.1. A abordagem de Svensson (1994)

Svensson (1994), propôs o aumento da flexibilidade do modelo desenvolvido por NS através de um quarto componente exponencial, que é interpretado como um componente de dupla curvatura, permitindo em termos teóricos, melhorar os ajustamentos mais complexos da EPTJ. Este termo é denominado como *hump-shape* (forma da curvatura), com dois parâmetros adicionais,  $\beta_3$  e  $\lambda_2$ , sendo  $\lambda_2$  positivo.

Assim sendo, a curva da taxa forward instantânea tem a seguinte representação:

$$f_m = \beta_0 + \beta_1 e^{-\frac{m}{\lambda_1}} + \beta_2 \frac{m}{\lambda_1} e^{-\frac{m}{\lambda_1}} + \beta_3 \frac{m}{\lambda_2} e^{-\frac{m}{\lambda_2}}$$
 (7)

Integrando a curva da taxa *forward* instantânea, obtemos a curva da taxa *spot*:

$$y_m = \beta_0 + \beta_1 \left( \frac{1 - e^{-\frac{m}{\lambda_1}}}{\frac{m}{\lambda_1}} \right) + \beta_2 \left( \left( \frac{1 - e^{-\frac{m}{\lambda_1}}}{\frac{m}{\lambda_1}} \right) - e^{-\frac{m}{\lambda_1}} \right) + \beta_3 \left( \left( \frac{1 - e^{-\frac{m}{\lambda_2}}}{\frac{m}{\lambda_2}} \right) - e^{-\frac{m}{\lambda_2}} \right)$$
(8)

O modelo passa a ser representado por seis parâmetros a estimar,  $\beta_0$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$ ,  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$ , e as curvas das taxas *spot* e *forward* apresentam agora duas curvaturas, que ao serem combinadas conseguem representar a curva inteira das taxas *forward* e *spot*. Portanto,  $\beta_3$  assim como  $\beta_2$ , determina a magnitude e a direção da curvatura, e  $\lambda_2$ , assim como  $\lambda_1$ , indica a posição ou a inclinação da segunda *hump* (bossa) da curva. Portanto, o quarto componente introduzido por Svensson (1994), acresce no modelo mais um componente de médio prazo.

#### 4. Estudo Empírico

#### 4.1. Caracterização dos dados utilizados

Recorreu-se à base de dados da *Euro Yield Curve* do Banco Central Europeu (BCE), que contém os valores diários dos parâmetros do modelo de NSS,  $\beta_0$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$ ,  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$ , referentes ao período de 06/09/2004 a 31/12/2014, para os países da zona euro. Foram eliminados os dias sem observações para estes parâmetros, e estes foram calculados pelo BCE para o *rating AAA*, que inclui as obrigações dos países da zona euro, com a avaliação mais favorável para o risco de crédito, e para todos os *ratings*, que inclui o *rating AAA* e outros. As taxas *spot* e *forward* do modelo de NSS, foram calculadas com o recurso a estes parâmetros para o referido período em análise, e para o *rating AAA*.

Como o modelo de NSS, nos force as taxas *forward* instantâneas (sendo uma taxa instantânea uma taxa de muitíssimo curto prazo), as taxas *forward* instantâneas foram calculadas, recorrendo a este modelo, para os períodos mais curtos, concretamente, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, e 10 dias respetivamente, e representam as previsões para a série da taxa *spot* instantânea, com maturidade igual a um dia, calculada para o período em análise. A série da taxa *spot* instantânea foi calculada apenas para a maturidade igual a um dia, dado que este se trata do período mais curto para se calcular uma taxa de juro, recorrendo ao modelo de NSS. Estes respectivos períodos foram divididos por 360 (1/360, 2/360,...,

10/360), de modo a ter a representação anual das taxas diárias, visto que, o modelo de NSS fornece taxas anuais.

As séries das taxas forward instantâneas calculadas serão comparadas com a série da taxa spot instantânea, com a maturidade igual a 1 dia (SPd<sub>1</sub>). Assim sendo, a série da taxa forward com maturidade igual a um dia (TFd<sub>1</sub>), representa a previsão para SPd<sub>1</sub>, passado um dia, a série da taxa forward com maturidade igual a dois dias (TFd<sub>2</sub>), representa a previsão para SPd<sub>1</sub>, passados dois dias, a série da taxa forward com maturidade igual a 3 dias (TFd<sub>3</sub>) representa a previsão para SPd<sub>1</sub>, passados três dias, e assim sucessivamente. Portanto, para comparar a série TFd<sub>1</sub>com a série SPd<sub>1</sub>, elimina-se o último valor observado da série TFd<sub>1</sub> (ou seja elimina-se a observação do dia 31-12-2014), e esta série passa a ser representada por TFdc<sub>1</sub>. Elimina-se também, a primeira observação (observação do dia 6-09-2004) da série SPd<sub>1</sub>, que passa a ser representada por SPdc<sub>1</sub>. Para comparar a série TFd<sub>2</sub>, com a série SPd<sub>1</sub>, eliminam-se as duas últimas observações da série TFd<sub>2</sub>, e esta passa a ser representada por TFdc<sub>2</sub>, e eliminam-se também as duas primeiras observações da série SPd<sub>1</sub>, e esta passa a ser representada por SPdc<sub>2</sub>, e assim sucessivamente. Este procedimento, tem por base a própria definição da taxa forward apresentada anterioramente, e garante sempre o mesmo número de observações nas séries das taxas forward instantâneas a serem comparadas com a série SPd<sub>1</sub>.

Foram também calculadas as taxas *spot* mensais, recorrendo ao modelo de NSS para os períodos de 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 e 12 meses, respetivamente, com o objectivo de ter taxas com maturidades mais longas. O prazo, expresso em meses, de cada um destes períodos foi dividido por 12 (1/12, 2/12, ..., 12/12), de modo a ter a representação anual das taxas mensais. A série da taxa *spot* a um mês é dada por SPm<sub>1</sub>, a série da taxa *spot* a dois meses por SPm<sub>2</sub>, a série da taxa *spot* a três meses por SPm<sub>3</sub>, e assim sucessivamente, sendo que todas as taxas mensais já se encontram anualizadas. Como o modelo de NSS, só fornece taxas *forward* instantâneas, as taxas *forward* mensais foram calculadas a partir destas taxas *spot* mensais do modelo de NSS, para os períodos t+1/12, t + 2/12, ..., t + 11/12, aplicando um argumento baseado, em grande medida, na teoria das expectativas puras.

Assim a série da taxa *forward* com maturidade igual um mês, TFm<sub>1</sub>, representa a taxa esperada no momento t para o mês seguinte, t + 1/12, ou seja, é a taxa que os agentes

esperam para a série da taxa *spot* com maturidade igual a um mês (SPm<sub>1</sub>), passado um mês. A série da taxa *forward* com maturidade igual a dois meses, TFm<sub>2</sub>, representa a taxa esperada no momento *t* para o período t + 2/12, ou seja, é a taxa que os agentes esperam para série SPm<sub>1</sub>, passados dois meses, ..., a série da taxa *forward* com maturidade igual a onze meses, TFm<sub>11</sub>, representa a taxa esperada no momento *t* para o período t +11/12, ou seja, é a taxa que os agentes esperam para a série SPm<sub>1</sub>, passados onze meses. Cada uma destas taxas *forward* mensais representam as previsões para a série SPm<sub>1</sub>, para o período compreendido entre 1 a 11 meses, e portanto, serão comparadas com a série SPm<sub>1</sub>.

Admitindo que a taxa *spot* a dois meses, SPm<sub>2</sub>, pode ser representada por:

$$(1 + \text{SPm}_2)^{\left(\frac{2}{12}\right)} = (1 + \text{SPm}_1)^{\left(\frac{1}{12}\right)} (1 + \text{TFm}_1)^{\left(\frac{1}{12}\right)}$$
 (9)

Seguindo o mesmo raciocínio, podemos representar as outras taxas *spot* mensais por:

$$(1 + \text{SPm}_3)^{\left(\frac{3}{12}\right)} = (1 + \text{SPm}_2)^{\left(\frac{2}{12}\right)} (1 + \text{TFm}_2)^{\left(\frac{1}{12}\right)}$$
 (10)

 $(\cdots)$ 

$$(1 + SPm_{12})^{\left(\frac{12}{12}\right)} = (1 + SPm_{11})^{\left(\frac{11}{12}\right)} (1 + TFm_{11})^{\left(\frac{1}{12}\right)}$$
 (11)

Representando todas as taxas forward, temos:

As taxas *forward* mensais podem ser calculadas pela seguinte forma:

$$TFm_1 = \left(\frac{(1 + SPm_2)^{\left(\frac{2}{12}\right)}}{(1 + SPm_1)^{\left(\frac{1}{12}\right)}}\right)^{12} - 1 \qquad (13)$$

(····)

$$TFm_{11} = \left(\frac{(1 + SPm_{12})^{\left(\frac{12}{12}\right)}}{(1 + SPm_{11})^{\left(\frac{11}{12}\right)}}\right)^{12} - 1 \qquad (14)$$

Admitiu-se, nos desenvolvimentos apresentados que os agentes se comportam de acordo com a *Teoria das Expectativas Puras*, na versão de Lutz (1940), sendo que as taxas

esperadas são dadas pelas taxas *forward*. Se, os agentes comportassem de acordo com a *Teoria dos Prémios de Risco*, teríamos que adicionar um prémio de risco às suas expectativas ou à taxa *forward*, dado que, eles têm aversão pelo risco e, só aceitam deslocar as aplicações com maturidades mais curtas, para outras com maturidades mais longas, se receberem um prémio de risco.

Para comparar a série TFm<sub>1</sub> com série SPm<sub>1</sub>, eliminam-se os valores iniciais de SPm<sub>1</sub> correspondentes ao primeiro mês desta série, e esta passa agora a ser representada por SPmc<sub>1</sub>. Eliminam-se também os últimos valores da série da TFm<sub>1</sub>, em número igual ao que foi eliminado na série SPm<sub>1</sub>, de modo a que estas duas séries apresentem o mesmo número de observações. A série da taxa *forward* com os valores eliminados passa a ser designada por TFmc<sub>1</sub>. Aplica-se o mesmo raciocíneo para comparar as outras séries das taxas *forward* mensais, com a série SPm<sub>1</sub>.

#### 4.2. Análise da capacidade de previsão das taxas forward, para o Rating AAA

#### 4.2.1. Análise das estatísticas descritivas

Nesta sub-secção fez-se uma análise das estatísticas descritivas para as taxas spot e forward (instantâneas e mensais), com o objectivo de compreender melhor o comportamento destas variáveis. Nos Gráficos 1 e 2 (Anexo A), estão representados a evolução das taxas instantâneas e mensais, respectivamente. No Gráfico 1, nota-se que, não existem muitas diferenças quanto à evolução da série SPd<sub>1</sub>, quando comparada com as séries das taxas forward que representam as suas previsões, passado 1 dia, 2 dias, até 10 dias, dado que as taxas forward instantaneas conseguem preencher de forma quase perfeita a série SPd<sub>1</sub>. Contudo, no Gráfico 2, já se notam mais diferenças na evolução da série SPm<sub>1</sub>, quando comparada com as séries das taxas forward mensais que representam as suas previsões, passado 1 mês, 2 meses, até 11 meses. No geral, nos Gráficos 1 e 2, verifica-se que há um comportamento decrescente das taxas entre 2004 e 2006, e crescente entre 2006 e 2008. De 2008 a 2010 verifica-se uma queda a acentuada das taxas, que é precisamente o período mais intenso da crise financeira que se iniciou nos finais de 2007 e início de 2008. As taxas voltaram as crescer entre 2010 a 2012, mas entre 2012 e 2014 verifica-se uma tendência decrescente das taxas, chegando mesmo a atingir valores negativos para as taxas mensais, neste último sub-período. Os valores negativos das taxas mensais, para o subperíodo 2012-2014, podem estar relacionados com a implementação da política de taxas de juro negativas pelo BCE, no mesmo período, com o intuíto de implusionar a economia.

Nos Gráficos 3 e 3.1 (Anexo A), estão representados os *box-plot* (gráfico de caixas ou de *bigodes*) para as taxas instantâneas e mensais, respectivamente. Para as taxas instantâneas, Gráfico 3, verifica-se que não existem muitas diferenças entre a série SPd<sub>1</sub> e as séries das taxas *forward* instantâneas que a prevêem para diferentes períodos. A mediana, linha localizada no interior dos retângulos, é praticamente igual para todas as taxas instantâneas e o mesmo acontece para a média, cruz verde no interior dos rectângulos, que não se altera muito. As duas semi-rectas que partem das extrimidades da caixa, indicam os valores mínimos e máximos das taxas, e o seu comprimento realça a cauda da distribuição. Os valores mínimos estão próximos de zero, e os máximos estão próximos dos 5%. A dispersão é representada pela altura dos retângulos, que por sua vez representa a diferânça entre o 3º quartil (tecto retângulo) e o 1º quartil (base do retângulo). Não existe muita dispersão entre as taxas instantâneas, visto que a altura dos retângulos de todas as taxas não se altera muito. Todas as taxas instantâneas têm uma distribuição assimética, dado que as medianas não estão localizadas no centro dos retângulos e as duas semi-retas não têm o mesmo comprimento.

Quanto à taxas mensais, Gráfico 3.1, verifica-se uma maior dispersão das séries das taxas *forward* mensais em relação à série SPm<sub>1</sub>, dado que, a altura dos retângulos vai se alterando ao longo dos meses, sendo que as séries TFm<sub>5</sub>, TFm<sub>6</sub> e TFm<sub>7</sub>, possuem uma maior dispersão, visto que, a altura dos retângulos é maior nestes meses. As duas semiretas não possuem o mesmo comprimento, e as medianas não estão localizadas no centro dos retângulos, o que indica que as taxas mensais possuem também uma distribuição assimétrica. Para as taxas mensais, os mínimos atingem valores abaixo de zero, e os máximos também estão próximos dos 5%. A média e a mediana já se alteram-se mais ao longo dos meses, possuindo uma tendência crescente, sendo que, as séries TFm<sub>1</sub>, TFm<sub>2</sub>, TFm<sub>3</sub> e TFm<sub>4</sub> possuem uma média e mediana mais próxima da série SPm<sub>1</sub>, do que as outras séries das taxas *forward* mensais.

#### 4.2.2. Cointegração

A cointegração é uma propriedade estatística que garante a existência de uma relação de equilíbrio no longo prazo que não é espúria ou falsa, entre as variáveis incluídas

neste modelo, e permite separar a relação de longo prazo, entre as variáveis de interdependência, das suas variações de curto prazo. Trata-se de um método indicado para a análise da EPTJ devido à interdependência que normalmente se verifica entre taxas de juro diferentes. Antes de efectuar a análise da cointegração vai ser feita uma análise da estacionaridade das variáveis, sendo que uma série temporal é estacionária, em sentido fraco, se a sua média e variânça não se alterarem sistematicamente ao longo do tempo, e a covariança entre dois períodos depender apenas da distância entre os dois períodos. O método de cointegração vai ser utilizado para analisar a relação existente entre as taxas de juro *spot* e *forward* (instantâneas e mensais).

O método de cointegração usado, é o método proposto por Johansen (1988,1991), e utiliza a Máxima Verosimilhança para estimar um modelo VAR (que representa em simultâneo a relação de curto e longo prazo), com a seguinte especificação geral:

$$\Delta y_{t} = \Pi y_{t-1} + B_{1} \Delta y_{t-1} + \dots + B_{k} \Delta y_{t-k} + \mu + u_{t}$$
(15)

$$\Pi = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \cdots & \pi_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \pi_{p1} & \cdots & \pi_{pp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \cdots & \alpha_{1r} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{p1} & \cdots & \alpha_{pr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{11} & \cdots & \beta_{p1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_{1r} & \cdots & \beta_{pr} \end{bmatrix}$$
(15.1)

Onde  $y_t$  é um vetor com variáveis cointegradas,  $\Delta y_{t-1} \dots \Delta y_{t-k}$  são os vetores das variações desfasadas destas variáveis,  $\mu$  é uma constante,  $B_1 \dots B_k$  são os vetores dos parâmetros a estimar,  $\Pi = \alpha \beta'$ , é uma matriz que contém o produto da matriz  $\alpha$  (p x r) pela matriz  $\beta$  (p x r). A matriz  $\alpha$  representa a rapidez de ajustamento para a relação de longo prazo ou elasticidade de retorno para a relação de longo prazo, e a matriz  $\beta$  representa a matriz de cointegração ou a relação de longo prazo entre as variáveis. A caraterística, r, da matriz  $\Pi$  é escolhida a partir das estatísticas  $\lambda trace$  e  $\lambda max$  propostos por Johansen (1988), e representa o número de vetores de cointegração, que por sua vez é inferior ao número de variáveis incluídas no modelo.  $u_t$  é o termo de erro que satisfaz a condição  $u_t \sim N(0, \sigma_u)$ .

O teste de cointegração de Johansen assume como hipótese nula r=0, isto é, há zero vetores de cointegração, contra a hipótese alternativa r>0, ou melhor, há pelo menos um vetor de cointegração. Neste método de cointegração, o Modelo de Correção dos Erros (MCE), dado pela equação 15, é estimado através do Vetor do Modelo de

Correção dos Erros (VECM), que estima em simultâneo duas equações, onde a  $1^a$  assume as taxas *forward* (instantâneas e mensais) como variáveis dependentes, e a  $2^a$  assume a taxa *spot* (instantânea e mensal), a comparar com cada uma das taxas *forward*, como variável dependente. Com a estimação do VECM, obtém-se a relação de curto prazo entre as taxas *forward* e *spot*, onde estas variáveis estão expressas em primeiras diferênças, e obtém-se também a relação de longo prazo entre estas duas taxas através das estimativas dos parâmetros da matriz  $\beta$ . Como em cada VECM, serão comparadas apenas duas variáveis, logo, sabe-se à partida que, haverá no máximo um vetor de cointegração (caso ele exista). Neste sentido, a relação de longo prazo é dada pela seguinte equação, onde as taxas *forward* são consideradas as variáveis dependentes, e representam as espetativas futuras para a taxa *spot*, mais uma constante  $\delta$ :

$$TFc_t = \delta_t + \beta_t SPc_t + u_t \qquad (16)$$

Onde,  $TFc_t$  representa as taxas *forward* (instantâneas e mensais), calculadas para o período (t) compreendido entre 1 a 10 dias para as taxas instantâneas, e 1 a 11 meses para as taxas mensais.  $SPc_t$  representa a taxa *spot* (instantânea e mensal) a comparar com cada uma das taxas *forward* (instantâneas e mensais),  $\delta$  e  $\beta$  são os parâmetros a estimar, e  $u_t$  é o termo de erro.

A análise da estacionaridade das variáveis foi feita através dos testes ADF e KPSS. O teste KPSS assume como hipótese nula a estacionaridade das variáveis, e o teste ADF assume como hipótese nula a não estacionaridade das variáveis ou raíz unitária. O teste KPSS surgiu para diminuir as incertezas causadas pelo baixo poder do teste ADF, que ocorrem principalmente nos períodos onde há quebras estruturais.

Através do Quadro I.A (Anexo B), constata-se que a série SPd<sub>1</sub> é não estacionária em nível, dado que, o valor-p do teste ADF é sempre muito elevado, o que nos leva a não rejeitar a hipótese nula da não estacionaridade. Constata-se também que, em primeiras diferenças, esta série é estacionária, uma vez que, o valor-p do teste ADF é muito pequeno (próximo de zero), o que nos leva a rejeitar a hipótese nula da não estacionaridade, a favor da hipótese alternativa da estacionaridade. O mesmo se pode concluir para as séries das taxas *forward* instantâneas também presentes no Quadro I.A. Posto isto, podemos concluir que a série da taxa *spot* instantâna, e as séries das taxas *forward* instantâneas, são todas

integradas de ordem um. Quanto às taxas mensais, nota-se através do Quadro II.A (Anexo B) que, a série SPm<sub>1</sub> é não estacionária em nível, mas é estacionária em primeiras diferênças. O mesmo se conclui, para as séries das taxas *forward* mensais também presentes Quadro II.A. Portanto, a série da taxa *spot* mensal e as séries das taxas *forward* mensais, são também integradas de ordem um.

No Quadro I, apresentam-se os resultados do teste de cointegração de Johansen, onde na primeira coluna estão as variáveis utilizadas em cada teste de cointegração, na segunda coluna o número de desfasamentos ótimo, determinado de acordo com o critério de informação Akaike (AIC). Nas colunas seguintes apresentam-se o valor-p associado ao Teste Trace, ao Teste Lmax, e ao Teste Trace corregido de acordo com o tamanho da amostra. Como em cada teste há apenas duas variáveis a comparar, sabe-se à partida que haverá no máximo um vetor de cointegração, pois o número de vetores de cointegração é inferior ao número de variáveis incluídas no modelo. Para haver um vetor de cointegração a hipótese r=0 deve ser rejeitada, e a hipótese r=1 não deve ser rejeitada, sendo que o nível de significância estatística foi fixado para 5%. Portanto, cada um destes testes foi feito para r=0, onde se testa a existência ou não de zero vetores de cointegração, e para r=1, onde se testa a existência ou não de um vetor de cointegração. Verifica-se através do Quadro I, que a hipótese r = 0 é sempre rejeitada (valor-p igual a zero) para todos os testes, e para todas as taxas instantâneas, e a hipótese r=1 não é rejeitada (valor-p muito elevado) em todos os testes, e para todas as taxas instantâneas. Portanto, pode-se concluir que há um vetor de cointegração entre cada uma das taxas instantâneas comparadas.

Quadro I- Teste de	Quadro I- Teste de cointegração de Johansen, para as taxas instantâneas												
Variáveis	Desf	Test	e Trace	Teste	e Lmax	Trace corregido							
Variaveis	Desi	r = 0	r = 1	r = 0	r = 1	r = 0	r = 1						
SPdc <sub>1</sub> e TFdc <sub>1</sub>	9	0,000	0,557	0,000	0,557	0,000	0,557						
SPdc <sub>2</sub> e TFdc <sub>2</sub>	9	0,000	0,504	0,000	0,504	0,000	0,504						
SPdc <sub>3</sub> e TFdc <sub>3</sub>	9	0,000	0,502	0,000	0,502	0,000	0,502						
SPdc <sub>4</sub> e TFdc <sub>4</sub>	9	0,000	0,551	0,000	0,551	0,000	0,551						
SPdc <sub>5</sub> e TFdc <sub>5</sub>	9	0,000	0,569	0,000	0,569	0,000	0,569						
SPdc <sub>6</sub> e TFdc <sub>6</sub>	9	0,000	0,574	0,000	0,574	0,000	0,574						
SPdc <sub>7</sub> e TFdc <sub>7</sub>	9	0,000	0,651	0,000	0,651	0,000	0,652						
SPdc <sub>8</sub> e TFdc <sub>8</sub>	9	0,000	0,639	0,000	0,639	0,000	0,640						
SPdc <sub>9</sub> e TFdc <sub>9</sub>	9	0,000	0,649	0,000	0,649	0,000	0,649						
SPdc <sub>10</sub> e TFdc <sub>10</sub>	9	0,000	0,289	0,000	0,289	0,000	0,289						

Fonte: realização própria com recurso ao programa Gretl.

**Nota**: Os valores do quadro correspondem ao valor-p. O teste foi feito com constante sem restrições. Os desfasamentos foram determinados pelo critéio AIC.

Quanto às taxas mensais, Quadro II (tem a mesma estrutura que o Quadro I), verifica-se que há um vetor de cointegração, apenas entre a taxa *spot* com maturidade igual a um mês e as taxas *forward* que a prevêem passados 1, 3, 4, 5, 6, 7 e 10 meses, respetivamente. Não há cointegração entre a taxa *spot* com maturidade igual a um mês e a taxa *forward* que a prevê passados dois meses, dado que r = 0 e r = 1, são ambos rejeitados (valor-p é sempre igual a zero), em todos os testes, logo estas duas variáveis são conjuntamente estacionárias (em primeiras diferenças) e não há cointegração. Para a taxa *spot* com maturidade igual a um mês e as taxas *forward* que a prevêem passados 8, 9 e 11 meses, respetivamente, não se rejeita r = 0, para todos os testes, isto é, não se rejeita a hipótese de haver zero vetores de cointegração, logo, não existe um vetor de cointegração entre estas taxas, para um nível de significância igual a 5%.

Quadro II- Teste	de coi	ntegraç	ão de J	ohansen,	, para a	as taxas	mensais	
Variáveis	Desf	Teste trace		Teste I	Lmax	Trace corregido		
v aria veis	Desi	r = 0	r = 1	r = 0	r = 1	$\mathbf{r} = 0$	r = 1	
SPmc <sub>1</sub> e TFmc <sub>1</sub>	14	0,000	0,470	0,000	0,470	0,000	0,471	
SPmc <sub>2</sub> e TFmc <sub>2</sub>	14	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	
SPmc <sub>3</sub> e TFmc <sub>3</sub>	14	0,000	0,248	0,000	0,248	0,000	0,248	
SPmc <sub>4</sub> e TFmc <sub>4</sub>	14	0,000	0,314	0,000	0,314	0,000	0,314	
SPmc <sub>5</sub> e TFmc <sub>5</sub>	14	0,000	0,350	0,000	0,350	0,000	0,350	
SPmc <sub>6</sub> e TFmc <sub>6</sub>	14	0,000	0,437	0,000	0,437	0,000	0,437	
SPmc <sub>7</sub> e TFmc <sub>7</sub>	13	0,008	0,443	0,005	0,443	0,008	0,443	
SPmc <sub>8</sub> e TFmc <sub>8</sub>	13	0,060	0,318	0,055	0,318	0,060	0,318	
SPmc <sub>9</sub> e TFmc <sub>9</sub>	14	0,117	0,234	0,131	0,234	0,117	0,234	
SPmc <sub>10</sub> e TFmc <sub>10</sub>	12	0,020	0,339	0,016	0,339	0,020	0,339	
SPmc <sub>11</sub> e TFmc <sub>11</sub>	12	0,183	0,220	0,214	0,220	0,183	0,220	

Fonte: realização própria com recurso ao programa Gretl.

**Nota**: Os valores do quadro correspondem ao valor-p. O teste foi feito com constante sem restrições. Os desfasamentos foram determinados pelo critério AIC.

Com o objectivo de verificar se as taxas *spot* e *forward* são ou não cointegradas em diferentes períodos de tempo, o período amostral foi dividido em três sub-períodos, nomeadamente, início de 2004 ao final de 2006, início de 2007 ao final de 2011, e início de 2012 ao final de 2014. Esta divisão amostral, permite-nos verificar a capacidade de previsão das taxas *forward* em diferentes contextos do sistema financeiro, que é um dos objetivos deste trabalho.

No Quadro III.A (Anexo B), nota-se que a série SPd<sub>1</sub> continua a ser integrada de ordem um, para todos os sub-períodos amostrais, e o mesmo acontece para as taxas

forward instantâneas. Quanto às taxas mensais, verifica-se através do Quadro IV.A (Anexo B), que a série SPm<sub>1</sub> e as taxas *forward* mensais, continuam a ser integradas de ordem 1, para os sub-períodos 2004-2006 e 2007-2011. Contudo, para o sub-período 2012-2014, o teste ADF para as taxas *spot* e *forward* mensais, em nível, suscitou algumas dúvidas, pelo que foi necessário recorrer ao teste KPSS, representado no Quadro IV.A.1(Anexo B), que confirmou a não estacionaridade destas variáveis em nível, para este sub-período. Portanto, todas as taxas mensais continuam a ser integradas de ordem um.

Com a divisão do período, verifica-se através do Quadro III que há um vetor de cointegração entre as taxas instantâneas até oito dias, para o sub-período 2004-2006. Para nove e dez dias, do mesmo sub-período, não há um vetor de cointegração, pois o valor-p dos testes está muito próximo de zero, quer para r = 0, quer para r = 1, logo, rejeita-se a hipótese de zero vetores de cointegração, e rejeita-se também a hipótese de um vetor de cointegração. Para o sub-período 2007-2011, verifica-se que há sempre um vetor de cointegração entre cada uma das taxas instantâneas comparadas, pois para todos os testes rejeita-se sempre a hipótese r=0, e não se rejeita a hipótese r=1. Para o sub-período 2012-2014, verifica-se que, até 6 dias, não há um vetor de cointegração, entre as taxas instantâneas comparadas, pois rejeita-se r=0 em todos os testes, e rejeita-se também r=11 para todos os testes, e o mesmo se verifica para dez dias, para um nível de significância estatística de 5%. Para sete e oito dias, não se rejeita r = 0, e rejeita-se r = 1, para um nível de significância igual a 5%, logo não há um vetor de cointegração para estes dias. Para este sub-período, 2012-2014, há um vetor de cointegração apenas para 9 dias, visto que, se rejeita r=0, e não se rejeita r=1, para um nível de significância estatística igual a 5%.

Com a divisão da amostra em sub-períodos, para as taxas mensais, verifica-se no Quadro IV que, para o sub-período 2004-2006, até 4 meses não há um vetor de cointegração, entre cada uma das taxas mensais comparadas, mas, para cinco e seis meses, há um vetor de cointegração entre estas taxas mensais comparadas, visto que se rejeita r=0 e não se rejeita r=1, para um nível de significância estatística igual a 5%. De 7 a 11 meses, para o sub-período 2004-2006, também não há um vetor de cointegração, porque não se rejeita r=0 para todos os testes, para um nível de significância igual a 5%. Para o sub-período 2007-2011, há um vetor de cointegração apenas para o período de dois a cinco meses, pois apenas neste período se rejeita r=0, e não se rejeita r=1, para todos os

testes, e para um nível de significância igual a 5%. Para o sub-período 2012-2014, há um vetor de cointegração, apenas nos dois primeiros meses, pois apenas neste período se rejeita r=0, e não se rejeita r=1, para todos os testes, para um nível de significância igual a 5%. O número de desfasamentos considerados em cada um dos testes de cointegração (para os sub-períodos), para as taxas instantâneas e mensais, estão presentes nos Quadros V e V.1, respetivamente. Estes desfasamentos também foram determinados pelo critério AIC.

Quadro I	Quadro III-Teste de cointegração de Johansen, para as taxas instantâneas, com a divisão do período																		
Períodos			2004	-2006			2007-2011							2012-2014					
Variáveis	Teste	Trace	Teste	Lmax	Trac	e corr	Teste	Trace	Teste	e Lmax	Trace corr		Teste Trace		Teste Lmax		Trace corr		
variaveis	r = 0	r = 1	r = 0	r = 1	r = 0	r = 1	r = 0	r = 1	r = 0	r = 1	r = 0	r = 1	r = 0	r = 1	r = 0	r = 1	r = 0	r = 1	
SPdc <sub>1</sub>																			
TFdc <sub>1</sub>	0,00	0,25	0,00	0,25	0,00	0,25	0,00	0,43	0,00	0,43	0,00	0,43	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
$SPdc_2$																			
TFdc <sub>2</sub>	0,00	0,29	0,00	0,29	0,00	0,29	0,00	0,40	0,00	0,40	0,00	0,40	0,00	0,01	0,00	0,01	0,00	0,01	
SPdc <sub>3</sub>																			
TFdc <sub>3</sub>	0,00	0,28	0,00	0,28	0,00	0,28	0,00	0,39	0,00	0,39	0,00	0,39	0,00	0,02	0,00	0,02	0,00	0,02	
SPdc <sub>4</sub>																			
$TFdc_4$	0,00	0,30	0,00	0,30	0,00	0,30	0,00	0,43	0,00	0,43	0,00	0,43	0,00	0,02	0,00	0,02	0,00	0,018	
SPdc <sub>5</sub>																			
TFdc <sub>5</sub>	0,00	0,114	0,00	0,11	0,00	0,11	0,00	0,43	0,00	0,43	0,00	0,43	0,00	0,02	0,00	0,02	0,00	0,02	
SPdc <sub>6</sub>																			
TFdc <sub>6</sub>	0,00	0,30	0,00	0,30	0,00	0,30	0,00	0,46	0,00	0,46	0,00	0,46	0,00	0,01	0,00	0,01	0,00	0,014	
SPdc <sub>7</sub>																			
TFdc <sub>7</sub>	0,00	0,58	0,00	0,58	0,00	0,59	0,00	0,51	0,00	0,51	0,00	0,51	0,10	0,03	0,31	0,03	0,10	0,03	
SPdc <sub>8</sub>																			
TFdc <sub>8</sub>	0,01	0,43	0,00	0,43	0,01	0,44	0,00	0,50	0,00	0,50	0,00	0,50	0,13	0,04	0,34	0,04	0,13	0,04	
SPdc <sub>9</sub>																			
TFdc <sub>9</sub>	0,00	0,01	0,00	0,01	0,00	0,01	0,00	0,57	0,00	0,57	0,00	0,57	0,0	0,07	0,00	0,07	0,00	0,07	
SPdc <sub>10</sub>																			
TFdc <sub>10</sub>	0,00	0,01	0,00	0,01	0,00	0,01	0,00	0,29	0,00	0,29	0,00	0,29	0,0	0,046	0,00	0,046	0,00	0,046	

Fonte: realização própria com recurso ao programa Gretl.

**Nota**: Os valores do quadro correspondem ao valor-p. O teste foi feito com constante sem restrições.

Quadro I	V-Tes	ste de	e coi	ntegra	ação (	de Jo	hans	en, p	ara a	s taxa	s me	nsais,	com	a divis	ão do	pe río	do	
Períodos			2004	-2006				2007-2011						2012-2014				
Variáveis	Teste	trace	Test	e Lmax	Trace	corr	Teste	trace	Teste	e Lmax	Trac	e corr	Teste	trace	Teste	Lmax	Trace	e corr
variaveis	r = 0	r = 1	r = 0	r = 1	r = 0	r = 1	r = 0	r = 1	r = 0	r = 1	r = 0	r = 1	r = 0	r = 1	r = 0	r = 1	r = 0	r = 1
SPmc <sub>1</sub>																		
TFmc <sub>1</sub>	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,07	0,00	0,07	0,00	0,07
SPmc <sub>2</sub>																		
TFmc <sub>2</sub>	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,35	0,00	0,35	0,00	0,35	0,03	0,13	0,04	0,13	0,03	0,13
SPmc <sub>3</sub>																		
TFmc <sub>3</sub>	0,00	0,01	0,02	0,01	0,00	0,01	0,00	0,25	0,00	0,25	0,00	0,25	0,00	0,048	0,00	0,048	0,00	0,048
SPmc <sub>4</sub>																		
TFmc <sub>4</sub>	0,00	0,03	0,00	0,03	0,00	0,03	0,00	0,28	0,00	0,28	0,00	0,29	0,00	0,01	0,00	0,01	0,00	0,01
SPmc <sub>5</sub>																		
TFmc <sub>5</sub>	0,00	0,16	0,00	0,16	0,00	0,16	0,01	0,32	0,00	0,32	0,01	0,32	0,09	0,02	0,40	0,02	0,092	0,02
SPmc <sub>6</sub>																		
TFmc <sub>6</sub>	0,02	0,13	0,03	0,13	0,02	0,13	0,10	0,44	0,09	0,44	0,10	0,44	0,06	0,06	0,14	0,06	0,06	0,06
SPmc <sub>7</sub>																		
TFmc <sub>7</sub>	0,11	0,13	0,17	0,13	0,11	0,13	0,49	0,43	0,47	0,43	0,49	0,431	0,00	0,04	0,00	0,04	0,00	0,042
SPmc <sub>8</sub>																		
TFmc <sub>8</sub>	0,16	0,20	0,19	0,20	0,16	0,20	0,66	0,40	0,66	0,40	0,66	0,40	0,00	0,04	0,00	0,04	0,00	0,04
SPmc <sub>9</sub>																		
TFmc <sub>9</sub>	0,17	0,59	0,13	0,59	0,17	0,60	0,76	0,30	0,81	0,30	0,76	0,30	0,01	0,03	0,054	0,03	0,01	0,03
SPmc <sub>10</sub>																		
TFmc <sub>10</sub>	0,39	0,36	0,39	0,36	0,39	0,36	0,46	0,44	0,44	0,44	0,46	0,442	0,04	0,03	0,13	0,03	0,04	0,03
SPmc <sub>11</sub>																		
TFmc <sub>11</sub>	0,38	0,75	0,31	0,75	0,39	0,75	0,80	0,33	0,84	0,33	0,80	0,33	0,047	0,01	0,32	0,01	0,047	0,01

Fonte: realzação própria com recurso ao programa Gretl.

Nota: Os valores do quadro correspondem ao valor-p. O teste foi feito com constante sem restrições.

Quadro V- Número de desfasamentos ótimo para							
as taxas instantâneas, para os sub-períodos							
Sub-períodos	2004-2006	2007-2011	2012-2014				
Variáveis	Desf.	Desf.	Desf.				
SPdc <sub>1</sub> e TFdc <sub>1</sub>	2	9	1				
SPdc <sub>2</sub> e TFdc <sub>2</sub>	4	9	1				
SPdc <sub>3</sub> e TFdc <sub>3</sub>	4	9	2				
SPdc <sub>4</sub> e TFdc <sub>4</sub>	5	9	3				
SPdc <sub>5</sub> e TFdc <sub>5</sub>	6	9	4				
SPdc <sub>6</sub> e TFdc <sub>6</sub>	8	9	5				
SPdc <sub>7</sub> e TFdc <sub>7</sub>	9	9	8				
SPdc <sub>8</sub> e TFdc <sub>8</sub>	9	9	8				
SPdc <sub>9</sub> e TFdc <sub>9</sub>	8	9	8				
SPdc <sub>10</sub> e TFdc <sub>10</sub>	9	9	9				

Fonte: Realização própria com recurso ao programa Gretl.

Quadro V.1- Número de desfasamentos ótimo para as							
taxas mensais, para os sub-períodos							
Sub-períodos	2004-2006	2007-2011	2012-2014				
Variáveis	Desf	Desf	Desf				
SPmc <sub>1</sub> e TFmc <sub>1</sub>	1	14	3				
SPmc <sub>2</sub> e TFmc <sub>2</sub>	1	14	1				
SPmc <sub>3</sub> e TFmc <sub>3</sub>	1	12	6				
SPmc <sub>4</sub> e TFmc <sub>4</sub>	1	12	5				
SPmc <sub>5</sub> e TFmc <sub>5</sub>	1	9	4				
SPmc <sub>6</sub> e TFmc <sub>6</sub>	1	12	9				
SPmc <sub>7</sub> e TFmc <sub>7</sub>	1	9	9				
SPmc <sub>8</sub> e TFmc <sub>8</sub>	1	12	6				
SPmc <sub>9</sub> e TFmc <sub>9</sub>	1	12	3				
SPmc <sub>10</sub> e TFmc <sub>10</sub>	1	12	3				
SPmc <sub>11</sub> e TFmc <sub>11</sub>	1	10	10				

Fonte: Realização própria com recurso ao programa Gretl.

#### 4.2.3. O Modelo de Correção dos Erros

Nesta sub-secção, foram construídos modelos de correção dos erros através do sistema VECM, para as taxas instantâneas e mensais, quer para a totalidade do período, quer para os sub-períodos. Estes modelos foram construídos apenas para os casos onde se verificaram a existência de um vetor de cointegração. Um dos aspetos mais importantes deste modelo traduz-se na interpretação dos parâmetros estimados para o coeficiente da rapidez de ajustamento ou elasticidade de retorno para a relação de longo prazo (parâmetro α), representados nos quadros que se seguem por EC1. É necessário que o EC1 seja significativo e tenha um sinal negativo na 1ª equação do VECM (por se ter considerado apenas uma equação de equilíbrio de longo prazo e por esta equação ter como variável dependente as taxas *forward*) para que a variável dependente considerada nesta equação, convirja para o equilíbrio no longo prazo. Se o EC1 for e significativo, e tiver um sinal negativo na 1ª equação, então, a relação de longo prazo tem um papel significativo na equação desta variável do VECM.

No Quadro VI, apresentam-se os resultados do VECM para as taxas instantâneas, para a totalidade do período. A 1ª equação tem sempre como variável dependente as variações das taxas forward instantâneas, e a 2ª equação tem sempre como variável dependente, a variação da taxa spot instantânea a comparar com cada uma das variações das taxas forward instantâneas. Na 1ª coluna está presente o período das taxas, compreendido entre 1 a 10 dias. Para a 1ª equação, apresentam-se na 2ª coluna as estimativas do EC1 para cada uma das maturidades, na 3ª coluna o nº de desfasamentos das variações das taxas forward, e na 4ª coluna o número dos desfasamentos das variações da taxa forward que são significativos. A seguir o número de desfasamentos da variação da taxa spot instantânea, e por fim o número de desfasamentos da variação da taxa spot instantânea com significância estatística. A 2ª equação tem os mesmos componentes que a 1ª. Para a 1ª equação, verifica-se que as estimativas do EC1 são todos negativos e significativos, para todas as maturidades, o que significa que a relação de longo prazo tem um papel significativo na variável dependente desta equação do VECM (ΔTFdc<sub>t</sub>), e esta variável converge para o equilíbrio no longo prazo. Portanto, as variações das taxas forward instantâneas são dominadas pela sua relação de equilíbrio no longo prazo com a taxa spot instantânea. Contudo, em valor absoluto, os valores do EC1 são muito pequenos (exceto para t=10, onde é elevado), o que indica uma baixa velocidade de ajustamento. Para a 2ª equação, as estimativas do EC1 são todos significativos, mas apresentam um sinal positivo (exceto a última maturidade onde é negativa mas não é significativa), o que poderia indicar que as variações da taxa *spot* instantânea se afastam da sua relação de equilíbrio no longo prazo com as taxas *forward* instantâneas. Entretanto, deve-se ter em atenção que a 2ª equação assume a variação da taxa *spot* como a variável dependente, o contrário da especificação da equação de equilíbrio de longo prazo, e portanto o sinal do EC1 pode estar invertido. Verifica-se também que, na 1ª equação, para todas as maturidades, há desfasamentos significativos das variações das taxas *forward* instantâneas e da taxa *spot* instantânea, o que significa que as variações das taxas *forward* instantâneas dependem das variações passadas da taxa *spot* instantânea e das suas próprias variações passadas. Na 2ª equação, verifica-se que, as variações da taxa *spot* instantânea dependem também, tanto das variações passadas das taxas *forward* instantâneas, como também das suas próprias variações passadas.

Quadro V	Quadro VI- VECM para as taxas instantâneas, para a totalidade do período									
	1 <sup>a</sup> Equação- ΔTFdct			2ª Equação- ΔSPdct						
t ∈ [1,10]	EC1	N° Desf ΔTFdct	LAIEdet	N° Desf ΔSPdct	N° Desf. ΔSPdct signif.	EC1	N° Desf ΔTFdct	N° Desf. ΔTFdct signif.	N° Desf ΔSPdct	N° Desf. ΔSPdct signif.
1	-0,019***	9	5	9	5	4,751***	9	9	9	9
2	-0,014***	9	5	9	5	1,534***	9	8	9	8
3	-0,013***	9	5	9	6	0,939***	9	7	9	8
4	-0,013***	9	6	9	6	0,666***	9	7	9	8
5	-0,014***	9	7	9	7	0,478***	9	8	9	9
6	-0,017***	9	7	9	8	0,368***	9	7	9	9
7	-0,019***	9	7	9	8	0,259***	9	5	9	7
8	-0,02***	9	8	9	8	0,182***	9	5	9	5
9	-0,021***	9	9	9	9	0,125***	9	5	9	4
10	-0,578***	9	9	9	9	-0,011	9	6	9	7

Fonte: Realização própria com o recurso ao programa Gretl.

**Nota:** O nº de desfasametos foi determinado pelo critério AIC. O t representa os dias pertencentes ao intervalo de 1 a 10 dias.\*\*\* significa a rejeição da hipótese nula dos coeficientes serem iguais a zero, para um nível de significancia estatística igual a 1%.

As estimativas para o vetor  $\beta$ , {  $\beta_{TFdc_t}$   $\beta_{SPdc_t}$ }, ou vetor de cointegração, para as taxas instantâneas, estão presentes no Quadro VI.1. As estimativas para as taxas a um dia foram {1-1,001}. Como as taxas *forward*, são sempre as variáveis dependentes na equação de longo prazo, as estimativas para o  $\beta$  das taxas *forward* é sempre igual a 1 (aplica-se o

mesmo raciocínio para as taxas mensais). De acordo com a equação de longo prazo (equação 16), e sabendo que há apenas um vetor de cointegração, obtém-se:

$$\mathsf{TFdc}_1 - \mathsf{1,001SPdc}_1 = \hat{u}_1 \iff \mathsf{TFdc}_1 = \mathsf{1,001SPdc}_1 + \hat{u}_1$$

Verifica-se através do Quadro VI.1 que, as todas as estimativas do  $\beta$  para a taxa *spot* instantânea, são sempre significativas e positivas, o que indica uma relação positiva entre a taxa *spot* instantânea e as taxas *forward* instantâneas, para todas as maturidades. Estas estimativas apresentam sempre um valor muito próximo de 1.

Quadro VI.1-	Quadro VI.1- Valores do β estimados, para								
as taxas instantâneas, através do VECM									
Variáveis	Datimatica de O	significância							
explicativas	Estimativas do β	estatística							
SPdc <sub>1</sub>	1,001	***							
SPdc <sub>2</sub>	1,004	***							
SPdc <sub>3</sub>	1,006	***							
SPdc <sub>4</sub>	1,008	***							
SPdc <sub>5</sub>	1,011	***							
SPdc <sub>6</sub>	1,013	***							
SPdc <sub>7</sub>	1,016	***							
SPdc <sub>8</sub>	1,018	***							
SPdc <sub>9</sub>	1,020	***							
SPdc <sub>10</sub>	1,016	***							

Fonte: realização própria com recurso ao programa

Gretl.

**Nota:** As taxas forward são as variáveis dependentes. \*\*\*, significa a rejeição da hipotese nula dos coeficientes serem iguais a zero para o nível de significância estatística igual a 1%.

Quanto às taxas mensais, verifica-se através do Quadro VII que, na 1ª equação as variações das taxas *forward* mensais, são dominadas pela sua relação de equilíbrio no longo prazo com a taxa *spot* mensal, visto que, os coeficientes estimados para o EC1 são sempre negativos e significativos, para todas as maturidades. Contudo, os valores do EC1 são muito pequenos, o que indica também uma baixa velocidade de ajustamento. Na 2ª equação, as estimativas do EC1 são todos negativos mas não são significativos (exceto para t = 1, onde é positivo e significativo), indicando que as variações da taxa *spot* mensal não são dominadas pela sua relação de equilíbrio no longo prazo com as taxas *forward* mensais. Verifica-se também que, na 1ª equação, as variações das taxas *forward* mensais dependem das variações passadas da taxa *spot* mensal e das suas próprias variações passadas, para todas as maturidades. Na 2ª equação, verifica-se também que, as variações

da taxa *spot* mensal dependem tanto das variações passadas das taxas *forward* mensais como também das suas próprias variações passadas, para todas as maturidades. Através do Quadro VII.1, verifica-se que, todas as estimativas do β para a taxa *spot* mensal, são sempre significativas e positivas, o que indica também, uma relação positiva entre a taxa *spot* mensal e as taxas *forward* mensais, para todas as maturidades. Estas estimativas também apresentam valores muito próximos de 1.

Quadro V	uadro VII- VECM para as taxas mensais, para a totalidade do período										
	1ª Equação- ΔTFmct						2ª Eq	uação- ΔS	SPmct		
t ∈ [1,11]	EC1	N° Desf ΔTFmct	N° Desf. ΔTFmct signif.	I Nº I )est	N° Desf. ΔSPmct signif.	EC1	N° Desf ΔTFmct	N° Desf. ΔTFmct signif.	N° Desf ΔSPmct	LASPmcf	
1	-0,037***	14	9	14	12	0,044***	14	10	14	9	
3	-0,013***	14	8	14	2	-0,001	14	3	14	11	
4	-0,011***	14	6	14	4	-0,002	14	1	14	11	
5	-0,008***	14	5	14	8	-0,001	14	2	14	11	
6	-0,005***	14	4	14	3	-0,002	14	3	14	11	
7	-0,004***	13	2	13	3	-0,0004	13	2	13	10	
10	-0,004***	12	3	12	6	-0,001	12	1	12	9	

Fonte: Realização própria com o recurso ao programa Gretl.

**Nota:** O nº de desfasametos foi determinado pelo critério AIC. O t representa os meses pertencentes ao intervalo de 1 a 11 meses. \*\*\* significa a rejeição da hipótese nula dos coeficientes serem iguais a zero para um nível de significância estatística igual a 1%.

Quadro VII.	l- Valores estim	nados do β						
para as taxas mensais, através do VECM								
Variáveis explicativas	valores estimados do β	significância estattístiva						
SPmc <sub>1</sub>	1,0432	***						
SPmc <sub>3</sub>	1,1008	***						
$SPmc_4$	1,1098	***						
$SPmc_5$	1,1159	***						
$SPmc_6$	1,1252	***						
SPmc <sub>7</sub>	1,1256	***						
SPmc <sub>10</sub>	1,0994	***						

Fonte: realização própria com recurso ao

programa Gretl.

**Nota:** As taxas *forward* são as variáveis dependentes. \*\*\*, significa a rejeição da hipóte se nula dos coeficientes serem iguais a zero para o nível de significância estatística igual a 1%

Nos Quadros, VIII, VIII.1 e VIII.2, estão representados os resultados do VECM, para as taxas instantâneas, para os sub-períodos 2004-2006, 2007-2011 e 2012-2014, respetivamente, apenas para os casos onde se verificaram a existência de um vetor de cointegração. No Quadro VIII verifica-se que, para a 1ª equação, o valor do EC1 é sempre significativo e positivo, para todas as maturidades, logo há um afastamento da relação de equilíbrio de longo prazo, para o sub-período 2004-2006. Quanto à 2ª equação o valor do EC1 é também sempre significativo e positivo, para todas as maturidades, mas deve-se ter em conta a questão da inversão do sinal mencionado anteriormente, por considerar a variação da taxa spot como variável dependente. Para o sub-período 2007-2011, Quadro VIII.1, verifica-se que na 1ª equação as estimativas do EC1, são sempre significativas e negativas, para todas as maturidades, indicando que as variações das taxas forward instantâneas, são dominadas pela sua relação de equilíbrio no longo prazo com a taxa spot instantânea. Entretanto, a velocidade do ajustamento é muita baixa, dado que os valores do EC1 são muito pequenos, exceto para t=10, onde é elevado. Para a 2ª equação, verifica-se que, até t = 9, os valores estimados do EC1 são todos positivos e significativos, e para t = 110, o EC1 é negativo mas não tem significância estatística, logo a taxa spot instantânea não depende da sua relação de equilíbrio de longo prazo com a taxa forward que a prevê passados 10 dias. Para o sub-período 2012-2014, Quadro VIII.2, verifica-se que, na 1ª equação a taxa forward com maturidade igual a 9 dias, é dominada pela sua relação de equilíbrio no longo prazo, com a taxa spot instantânea (EC1 negativo e significativo), e a velocidade do ajustamento para a relação de longo prazo é muito elevada (EC1 = -0,906). Contudo, na 2ª equação, a taxa spot instantânea não depende da sua relação de equilíbrio com a taxa *forward*, que a prevê passados 9 dias (EC1 não é significativo).

Através do Quadro VIII.3, verifica-se que os valores estimados para o β da taxa *spot* instantânea, continuam a ser sempre positivos e significativos, em todos os sub-períodos, logo, continua a haver uma relação positiva entre as taxas *spot* e *forward* instantâneas, para todas as maturidades de cada um dos sub-períodos. Os valores do β estimados continuam muito próximos de 1, para todos os sub-períodos. Os espaços em branco do Quadro VIII.3, correspondem aos casos onde não se verificaram um vetor de cointegração. Para todos os sub-períodos, verifica-se que, quer na 1ª equação, quer na 2ª equação, as variações das variáveis dependentes continuam a depender tanto das suas

própria variações passadas, como também das variações passadas da outra variável incluída no VECM.

Quadro	Quadro VIII-VECM para as taxas instantâneas, para o sub-período 2004-2006										
	1ª Equação- ΔTFdct					2ª Equação- ΔSPdct					
t € [1,10]	EC1	N° Desf ΔTFdct	LAIFACE	N° Desf ΔSPdct	N° Desf. ΔSPdct signif.	EC1	N° Desf ΔTFdct	N° Desf. ΔTFdct signif.	N° Desf ΔSPdct	N° Desf. ΔSPdct signif.	
1	0,011***	2	2	2	2	2,447***	2	0	2	1	
2	0,014***	4	4	4	4	0,956***	4	1	4	2	
3	0,009**	4	2	4	4	0,568***	4	1	4	3	
4	0,01**	5	2	5	5	0,389***	5	1	5	4	
5	0,011**	6	3	6	6	0,333***	6	1	6	6	
6	0,013***	8	3	8	8	0,264***	8	0	8	5	
7	0,013***	9	3	9	9	0,221***	9	1	9	5	
8	0.010**	9	2.	9	5	0.197***	9	2.	9	6	

Fonte: Realização própria com o recurso ao programa Gretl.

**Nota:** O nº de desfasametos foi determinado pelo critério AIC. O t representa os dias pertencentes ao intervalo de 1 a 10 dias. \*\*\*, \*\* significa a rejeição da hipótese nula dos coeficientes serem iguaias a zero, para um nivel de significância estatística igual a 1% e 5%, respetivamente.

Quadro	Quadro VIII.1-VECM para as taxas instantâneas, para o sub-período 2007-2011										
	1ª Equação- ΔTFdct					2ª Equação- ΔSPdct					
t € [1,10]	EC1	N° Desf ΔTFdct	N° Desf. ΔTFdct signif.	N° Desf ΔSPdct	N° Desf. ΔSPdct signif.	EC1	N° Desf ΔTFdct	N° Desf. ΔTFdct signif.	N° Desf ΔSPdct	N° Desf. ΔSPdct signif.	
1	-0,023***	9	4	9	4	5,371***	9	9	9	9	
2	-0,017***	9	5	9	5	1,755***	9	8	9	8	
3	-0,015***	9	5	9	6	1,082***	9	6	9	7	
4	-0,015***	9	5	9	6	0,766***	9	5	9	6	
5	-0,016***	9	6	9	7	0,54***	9	5	9	8	
6	-0,020***	9	8	9	8	0,415***	9	7	9	9	
7	-0,023***	9	6	9	7	0,281***	9	5	9	5	
8	-0,024***	9	7	9	8	0,186***	9	3	9	4	
9	-0,025***	9	8	9	9	0,119**	9	2	9	2	
10	-0,591***	9	9	9	9	-0,016	9	4	9	7	

Fonte: Realização própria com o recurso ao programa Gretl.

**Nota:** O nº de desfasametos foi determinado pelo critério AIC. O t representa os dias pertencentes ao intervalo de 1 a 10 dias. \*\*\*, \*\* significa a rejeição da hipótese nula dos coeficientes serem iguais a zero, para um nível de significancia estatística igual a 1% e 5%, respetivamente.

Quadro `	Quadro VIII.2-VECM para as taxas instantâneas, para o sub-período 2012-2014									
		1ª Equ	uação- ΔΊ	Fdct			2ª E	Zquação- 🛭	<b>ASPdct</b>	
t ∈ [1,10]	EC1	N° Desf ΔTFdct	N° Desf. ΔTFdct signif.	N° Desf ΔSPdct	N° Desf. ΔSPdct signif.	EC1	N° Desf ΔTFdct	N° Desf. ΔTFdct signif.	N° Desf ΔSPdct	N° Desf. ΔSPdct signif.
9	-0,906***	8	4	8	8	-0,009	8	4	8	4

Fonte: Realização própria com o recurso ao programa Gretl.

**Nota:** O nº de desfasametos foi determinado pelo critério AIC. O t representa os dias pertencentes ao intervalo de 1 a 10 dias. \*\*\* significa a rejeição da hipótese nula dos coeficientes serem iguais a zero, para um nível de significância estatística igual a 1%.

Quadro VIII.	Quadro VIII.3-Valores estimados do β, para as taxas instan-										
tâneas através do VECM, para os sub-períodos											
sub-períodos	2004-20	006	2007-2	2011	2012-2014						
Variáveis	β		β		β						
explicativas	р		Р		Р						
$SPdc_1$	1,002	***	1,001	***							
$SPdc_2$	1,007	***	1,004	***							
SPdc <sub>3</sub>	1,011	***	1,006	***							
$\mathrm{SPdc}_4$	1,015	***	1,008	***							
SPdc <sub>5</sub>	1,019	***	1,011	***							
SPdc <sub>6</sub>	1,022	***	1,013	***							
SPdc <sub>7</sub>	1,023	***	1,016	***							
SPdc <sub>8</sub>	1,033	***	1,018	***							
SPdc <sub>9</sub>			1,020	***	0,971	***					
$SPdc_{10}$			1,014	***							

Fonte: realização própria com recurso ao programa Gretl.

Nota: As taxas *forward* são as variáveis dependentes. \*\*\* significa a rejeição da hipotese nula dos coeficientes serem iguais a zero para o nível de significância estatística igual a 1%.

Quanto às taxas mensais, para o sub-período 2004-2006 (Quadro IX), verifica-se que, na 1ª equação as taxas forward com maturidade igual a 5 e 6 meses, são dominadas pela sua relação de equilíbrio no longo prazo com a taxa spot mensal (EC1 negativo e significativo), embora os ajustamentos sejam fracos. Entretanto, na 2ª equação para t = 5 o EC1 é negativo e significativo, mas deve-se ter em conta a questão da inversão do sinal mencionado anteriormente, e para t = 6 a taxa spot mensal não depende da relação de longo prazo com a taxa forward que a prevê passados 6 meses (EC1 não é significativo). Para o sub-período 2007-2011 (Quadro IX.1), na 1ª equação, verifica-se que as taxas forward com maturidades compreendidas entre 2 a 5 meses, são dominadas pela sua relação de equilíbrio no longo prazo, com a taxa spot mensal (embora o ajustamento seja fraco), mas na 2ª equação a taxa spot mensal não depende desta relação com estas taxas forward (EC1 não é significativo). Por fim, para o sub-período 2012-2014 (Quadro IX.2), na 1ª equação verifica-se que, as taxas forward com maturidade igual a 1 e 2 meses, respetivamente, dependem da sua relação de equilíbrio de longo prazo com a taxa spot mensal, mas na 2ª equação o EC1 é sempre significativo e positivo. No Quadro IX.3, verifica-se que os valores estimados para o β das taxas spot mensais, continuam a ser positivos e significativos, logo continua a haver uma relação positiva entre as taxas spot e forward mensais, para todas as maturidades de cada um dos sub-períodos. Os valores em branco deste último quadro, correspondem aos casos onde não se verificaram a existência de um vetor de cointegração. Contudo, as variáveis dependentes da 1ª e 2ª equação, não dependem sempre das suas variações passadas e das variações passadas da outra variável do VECM, com a divisão do período

Quadro	Quadro IX-VECM para as taxas mensais, para o sub-período 2004-2006										
	1ª Equação- ΔTFmct				2ª Equação- ΔSPmct						
t ∈ [1,11]	EC1	N° Desf ΔTFmc t		N° Desf ΔSPmct	N° Desf. ΔSPmct signif.		N° Desf ΔTFmct			N° Desf. ΔSPmct signif.	
5	-0,017***	1	0	1	0	-0,005*	1	0	1	0	
6	-0,005***	1	1	1	1	0,002	1	0	1	0	

Fonte: Realização própria com o recurso ao programa Gretl.

**Nota:** O nº de desfasametos foi determinado pelo critério AIC. O t representa os meses pertencentes ao intervalo de 1 a 11 meses.\*\*\*, \* significa a rejeição da hipótese nula dos coeficientes serem iguais a zero, para o nível de significância estatística igual a 1% e 10%, respetivamente.

Quadro	Quadro IX.1- VECM para as taxas mensais, para o sub-período 2007-2011										
	1ª Equação- ΔTFmct					2ª Equação- ΔSPmct					
t ∈ [1,11]	EC1	N° Desf ΔTFmct	LAIFMCE	N° Desf ΔSPmct	LASPmcf		N° Desf ΔTFmct	N° Desf. ΔTFmct signif.	N° Desf ΔSPmct	LASPMet I	
2	-0,017***	14	7	14	7	0,008	14	2	14	9	
3	-0,013***	12	8	12	0	-0,004	12	1	12	8	
4	-0,011***	12	5	12	1	-0,004	12	0	12	8	
5	-0,007***	9	3	9	1	-0,002	9	2	9	6	

Fonte: Realização própria com o recurso ao programa Gretl.

**Nota:** O nº de desfasametos foi determinado pelo critério AIC. O t representa os meses pertencentes ao intervalo de 1 a 11 meses. \*\*\* significa a rejeição da hipótese nula dos coeficientes serem iguais a zero para um nível de significância estatística igual a 1%.

Quadro	Quadro IX.2- VECM para as taxas mensais, para o sub-período 2012-2014										
	1 <sup>a</sup> Equação- ΔTFmct				2ª Equação- ΔSPmct						
t ∈ [1,11]	EC1	N° Desf ΔTFmc t	N° Desf. ΔTFmct signif.	N° Desf ΔSPmct	N° Desf. ΔSPmct signif.	1	N° Desf ΔTFmct		INº Dest		
1	-0,069***	3	2	3	1	0,023*	3	0	3	2	
2	-0,029***	1	1	1	0	0,023**	1	0	1	1	

Fonte: Realização própria com o recurso ao programa Gretl.

**Nota:** O nº de desfasametos foi determinado pelo critério AIC. O t representa os meses pertencentes ao intervalo de 1 a 11 meses.\*\*\*, \*\*, \*significa a rejeição da hipótese nula dos coeficientes serem iguais a zero, para um nível de significância estatística igual a 1%, 5% e 10%, respetivamente.

Quadro IX.3-	Quadro IX.3-Valores estimados do β para as taxas mensais										
através do VECM, para os sub-períodos											
sub-períodos 2004-2006 2007-2011 2012-2014											
Variáveis	ß	ß	ß								
explicativas	Р	P	Р								
$SPmc_1$			1,017 ***								
$SPmc_2$		1,070 ***	0,955 ***								
SPmc <sub>3</sub>		1,069 ***									
$\mathrm{SPmc}_4$		1,061 ***									
SPmc <sub>5</sub>	1,535 ***	1,080 ***									
SPmc <sub>6</sub>	1,168 ***										

**Nota:** As taxas *forward* são as variáveis dependentes. \*\*\* significa a rejeição da hipotese nula dos coeficientes serem iguais a zero para o nível de significância estatística igual a 1%.

### 4.2.4. Análise das Funções Impulso-Resposta

Nesta subseção, fez-se uma análise da função impulso-resposta para as taxas instantâneas e mensais, apenas para os casos onde se verificaram a presença de um vetor de cointegração, tendo em conta a totalidade do período. Com esta análise, pretende-se avaliar o tempo durante o qual, um choque aleatório sobre uma das variáveis se repercute sobre ela própria e sobre a outra variável incluída no sistema VECM. Do Gráfico 4 ao Gráfico 13 (Anexo C), apresentam-se a análise de impúlsos para as taxas instantâneas, para um horizonte temporal de 15 dias, e do Gráfico 14 ao Gráfico 20 (Anexo C), apresentam-se a análise de impúlsos para as taxas mensais, para um horizonte temporal de 30 dias. A análise feita, acenta no fato de quanto mais rápido os valores se aproximarem de zero, menor é a intensidade da transmissão do choque, ou mais rapidamente desaparece o efeito do choque de uma variável sobre ela própria e sobre a outra variável incluída no sistema VECM. Para as taxas instantâneas, nota-se que, no geral, os choques da taxa spot instantânea sobre ela própria tendem a ser menos persistentes que os choques das taxas forward instantâneas sobre elas próprias, para todas as maturidades. Verifica-se também que, para todas as maturidades, a intensidade dos choques das taxas forward instantâneas sobre elas próprias e sobre a taxa spot instantânea, vai aumentando ao longo do horizonte temporal considerado (15 dias). Por outro lado, a intensidade dos choques da taxa spot instantânea sobre as taxas forward instantâneas tende a diminuir ao longo deste mesmo horizonte temporal. Quanto às taxas mensais, verifica-se que, para todas as maturidades, os choques das taxas forward mensais sobre elas próprias tendem a ser menos persitêntes que os choques da taxa spot mensal sobre ela própria. A intensidade dos choques da taxa spot mensal sobre as taxas *forward* mensais vai aumentado ao longo do horizonte temporal considerado (30 dias), para todas as maturidades. A intensidade dos choques das taxas *forward* mensais sobre a taxa *spot* mensal, vai aumentando ao londo do horizonte temporal considerado, para 1, 3 e 4 meses, diminui para 5 meses, e volta a aumentar para 6, 7 e 10 meses.

#### 5. Conclusão

A Estrutura de Prazo das Taxas de Turo (EPTJ), é uma curva que relaciona taxas de juro com maturidades diferentes, e que desempenha um papel fulcral na economia, ajudando os agentes a tomarem as suas decisões, que se repercutem tanto no mercado monetário como no mercado de capitais. Neste sentido, é fundamental conhecer a sua evolução, e por conseguinte, torna-se também fundamental analisar e prever esta estrutura. A análise e a previsão da EPTJ, foi feita através das taxas *forward*, que é uma das representações equivalentes da EPTJ, assim como as taxas *spot* e a função ou fator de desconto. As taxas *spot* e *forward*, foram construídas a partir do modelo de Nelson e Siegel (1987), com a abordagem de Svesson (1994), que é inclusive o modelo usado pelo BCE. Para períodos mais curtos foram construidas taxas instantâneas, e para períodos mais longos, taxas mensais.

Para as taxas instantâneas, o teste de cointegração de Johansen indicou a presença de um vetor de cointegração para todas as maturidades consideradas (1 a 10 dias), para a análise feita para a totalidade do período. Contudo, para as taxas mensais, também tendo em conta a totalidade do período, o teste de cointegração de Johansen não indicou a presença de um vetor de cointegração para todas as maturidades consideradas (1 a 11 meses), isto é, houve um vetor de cointegração apenas para 1, 3, 4, 5, 6, 7, e 10 meses, respetivamente. Com a divisão da amostra em sub-períodos, a presença de um vetor de cointegração verificou-se apenas para algumas maturidades das taxas instantâneas dos sub-períodos 2004-2006 e 2012-2014, mas verificou-se para todas as maturidades do sub-período 2007-2011. As taxas mensais, apresentaram um comportamento ainda mais instável com a divisão do período, sendo que, a presença de um vetor de cointegração não se verificou para a maioria das maturidades, de cada um dos sub-períodos.

Para a totalidade do período, o sistema VECM indicou que as variações das taxas forward (instantâneas e mensais) são sempre dominadas pela sua relação de equilíbrio no

longo prazo com a taxa *spot* (instantânea e mensal), para a equação onde se assume as taxas *forward* como variáveis dependentes ( $1^a$  equação). Contudo, a rapidez do ajustamento para a relação de longo prazo foi quase sempre muito baixa. Para a  $2^a$  equação onde se assume a taxa *spot* (instantânea e mensal) como variável dependente, verificou-se sempre, ou uma não dependência desta mesma relação ou um resultado inconclusivo quando se teve em conta a questão do sinal invertido (para o EC1 positivo/negativo e significativo na  $2^a$  equação) por se considerar a variação da taxa *spot* como variável dependente. O sistema VECM, indicou que há sempre uma relação positiva entre as taxas *spot* e *forward* instantâneas, e entre as taxas *spot* e *forward* mensais, visto que os parâmetros estimados para o vetor de cointegração ( $\beta$ ) são sempre positivos e significativos (o mesmo aconteceu para o vetor  $\beta$  de cada um dos sub-períodos). Entretanto, com a divisão da amostra em sub-períodos, a dependência ou não da relação de equilíbrio no longo prazo, entre as variáveis incluídas no sistema VECM teve um comportamento mais instável, quer para as taxas instantâneas, quer para as taxas mensais.

A análise da função impulso resposta permitiu verificar a intensidade da transmissão dos choques de cada uma das variaveis sobre elas próprias e sobre a outra varável incluida no sistema VECM. Para a totalidade do período, as taxas instantâneas apresentaram um comportamento mais estável quando comparadas com as taxas mensais. Portanto, pode-se concluir que, as taxas *forward* instantâneas possuem uma melhor capacidade de previsão da taxa *spot* do que as taxas *forward* mensais, para a totalidade do período, o que pode ser explicado pelo fato das taxas *forward* instantâneas serem taxas de muitíssimo curto prazo (e foram calculadas para um período muito curto, 1 a 10 dias), daí não se verificarem diferenças significativas face à série da taxa *spot* instantânea, que as mesmas prevêem. Entretanto, com a divisão da amostra em sub-períodos ambas as taxas apresentaram um comportamento instável, principalmene no sub-período 2012-2014.

### Referências bibliográficas

Bliss, R. 1997. Testing term structure estimation methods. *Advances in Futures and Options Research*, 9, 197-231.

Caldeira, João F.; Torrent, Hudson (2011) "Previsão de Curvas de Juros Zero-cupom: Estimação Não-paramétrica de Dados Funcionais". *Escola de Séries Temporais e Econometria*. Working Paper.

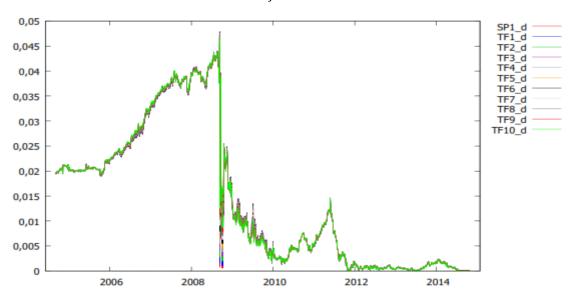
- Diebold, Francis X., e Canlin Li. 2006. Forecasting the term structure of government bond yields. *Jornal of Econometrics*, 130, 337-364.
- Durand, David. 1942. Basic yields of corporate bonds, 1900-1942. Technical Paper no. 3. Cambridge, Mass.: National Bureau of Economic Research.
- Fama, E., e R. Bliss. 1987 The information in long-maturity forward rates. *American Economic Review*, 77, 680-692.
- Fonseca, J. da (1999) Obrigações: Métodos de Avaliação e de Gestão do Risco de Taxa de juro.
- Friedman, Milton. 1977. Time perspective in demand for money. Unpublished paper. Chicago: University of Chicago.
- Guedes, Jorge (2008) "Modelos Dinâmicos da Estrutura de Prazo das Taxas de Juro". Instituto de Gestão da Tesouraria e do Crédito Público, I.P. Working Paper.
- Johansen, S. (1988), "Statistical Analysis of Cointegrating Vectors", *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 12, 231-254.
- Johansen, S. (1991), "Estimating and Hypothesis Testing of Cointegrating Vectors in Gaussian Vector Auregressive Models", *Econometrica*, N° 59, 1551-1580.
- Litterman, Robert, e José Scheinkman. 1991. Common fators affecting bond returns. *Jornal of Fixed Income*, 54-61.
- McCulloch, J. Huston. 1971. Measuring the term structure of interest rates. *Journal of Business* 34 (January): 19-31.
- McCulloch, J. Huston. 1975. The tax-adjusted yield curve. *Journal of Finance* 30 (June): 811-29.
- Nelson, Charles R., e Andrew F. Siegel. 1987. Parsimonious Modeling of Yield Curves. University of Washington e University of Chicago. *Jornal of Business* 60, 473-489.
- Novais, Olga S. O. (2012) O impacto das Crises Financeiras na Previsão da Estrutura Temporal das Taxas de Juro: o caso da Zona Euro. Trabalho Final de Mestrado. Universidade Católica Portuguesa.
- Pooter, Michiel de. 2007 Examinig the Nelson-Siegel class of term structure models. *Tinbergen Institute*.
- Shea, Gary S. 1985. Interest rate term structure estimation with exponential splines: A note. *Journal of Finance* 11 (March): 319-25.
- Svensson, L. E. O. 1994. Estimating and interpreting forward interest rates: Sweden 1992-1994. *NBER Working Paper*.

Vasicek, Oldrich A., and Fong, H. Gifford. 1982. Term structure modeling using exponential splines. *Journal of Finance* 37 (May): 339-48.

## Anexos

# Anexo A

Gráfico 1- Evolução das taxas instantâneas



Fonte: Realização própria com recurso ao programa Gretl.

**Nota:** SP1\_d equivale a SPd<sub>1</sub>, TF1\_d equivale a TFd<sub>1</sub>, e assim sucessivamente.

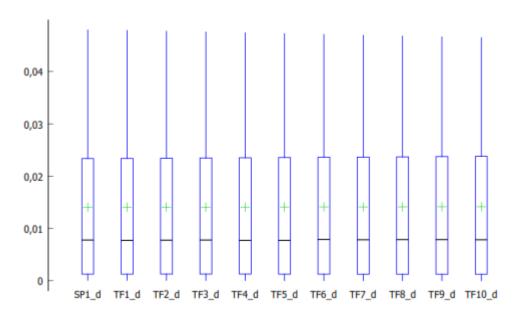
0,05 TF1\_m TF2\_m TF3<sub>m</sub> 0,04 TF4 m TF5 m TF6\_m TF7 m 0,03 TF8\_m TF9\_m TF10\_m TF11\_m 0,02 0,01 0 -0,01 2006 2008 2010 2012 2014

Gráfico 2- Evolução das taxas mensais

Fonte: Realização própria com recurso ao programa Gretl.

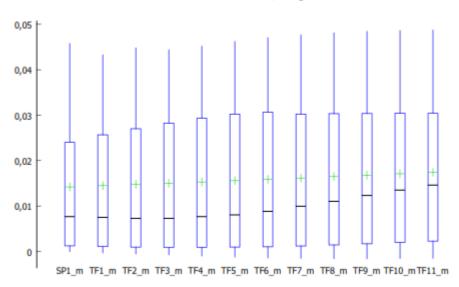
**Nota:** SP1\_m equivale a SPm1, TF1\_m equivale a TFm1, e assim successivamente.

Gráfico 3- Box-plot para as taxas Instantâneas



**Nota:** SP1\_d equivale a SPd<sub>1</sub>, TF1\_d equivale a TFd<sub>1</sub>, e assim sucessivamente.

**Gráfico 3.1**- *Box-plot* para as taxas mensais



Fonte: Realização própria com recurso ao programa Gretl.

Nota:  $SP1_m$  equivale a  $SPm_1$ ,  $TF1_m$  equivale a  $TFm_1$ , e assim successivamente.

Anexo B

Varáveis	A- Teste ADF para as taxa Descrição	Em nível	1ª Diferença
varaveis			
$SPd_1$	sem constante	0,208	3,22E-24
$\operatorname{SFu}_1$	com constante	0,686	5,36E-25
	constante e tendência	0,454	1,89E-27
	sem constante	0,211	4,16E-24
$TFdc_1$	com constante	0,692	7,32E-25
	constante e tendência	0,464	2,89E-27
	sem constante	0,215	7,01E-24
$TFdc_2$	com constante	0,704	1,38E-24
	constante e tendência	0,484	6,91E-27
	sem constante	0,219	1,23E-23
$TFdc_3$	com constante	0,715	2,72E-24
	constante e tendência	0,503	1,74E-26
	sem constante	0,223	2,22E-23
$TFdc_4$	com constante	0,726	5,58E-24
	constante e tendência	0,521	4,62E-26
	sem constante	0,226	4,19E-23
TFdc <sub>5</sub>	com constante	0,735	1,20E-23
	constante e tendência	0,538	1,30E-25
	sem constante	0,236	8,21E-23
$TFdc_6$	com constante	0,760	2,71E-23
	constante e tendência	0,554	3,87E-25
	sem constante	0,239	1,68E-22
TFdc <sub>7</sub>	com constante	0,768	6,40E-23
	constante e tendência	0,597	1,22E-24
	sem constante	0,242	3,58E-22
TFdc <sub>8</sub>	com constante	0,775	1,59E-22
· ·	constante e tendência	0,610	4,07E-24
	sem constante	0,245	7,98E-22
TFdc <sub>9</sub>	com constante	0,781	4,14E-22
9	constante e tendência	0,623	1,44E-23
$TFdc_{10}$	sem constante	0,247	1,86E-21
1Fuc <sub>10</sub>	com constante	0,787	1,13E-21
	constante e tendência	0,634	5,36E-23

**Nota:** Os valores do quadro correspondem ao valor-p.

Quadro II.A- Teste ADF para as taxas spot e forward mensai					
Varáveis	Descrição	Em nível	1ª Diferença		
SPm <sub>1</sub>	sem constante	0,253	8,98E-20		
	com constante	0,804	1,11E-19		
	constante e tendência	0,668	1,93E-20		
	sem constante	0,226	3,11E-08		
$TFmc_1$	com constante	0,727	7,33E-07		
1	constante e tendência	0,527	6,67E-06		
	sem constante	0,242	4,10E-10		
$TFmc_2$	com constante	0,766	8,01E-09		
	constante e tendência	0,589	6,49E-08		
	sem constante	0,266	1,16E-12		
TFmc <sub>3</sub>	com constante	0,820	1,39E-11		
	constante e tendência	0,660	6,74E-11		
	sem constante	0,287	2,52E-13		
TFmc <sub>4</sub>	com constante	0,861	2,55E-12		
	constante e tendência	0,709	1,01E-11		
	sem constante	0,291	1,17E-13		
TFmc <sub>5</sub>	com constante	0,871	1,09E-12		
	constante e tendência	0,710	3,83E-12		
	sem constante	0,292	8,99E-14		
$TFmc_6$	com constante	0,877	8,01E-13		
	constante e tendência	0,696	2,66E-12		
	sem constante	0,290	4,98E-14		
TFmc <sub>7</sub>	com constante	0,875	4,14E-13		
	constante e tendência	0,669	1,25E-12		
	sem constante	0,287	1,85E-14		
TFmc <sub>8</sub>	com constante	0,862	1,40E-13		
	constante e tendência	0,682	3,74E-13		
	sem constante	0,263	7,67E-15		
TFmc <sub>9</sub>	com constante	0,851	5,21E-14		
	constante e tendência	0,647	1,20E-13		
TFmc <sub>10</sub>	sem constante	0,280	3,61E-16		
	com constante	0,857	1,62E-15		
	constante e tendência	0,576	1,98E-15		
TFmc <sub>11</sub>	sem constante	0,278	3,34E-16		
	com constante	0,848	1,51E-15		
	constante e tendência	0,552	1,85E-15		

**Nota:** Os valores do quadro correspondem ao valor-p.

Quadro III.A- Teste ADF para as taxas instantâneas, com a divisão da amostra em sub-períod						sub-períodos	
Descrição		2004-2006		2007-2011		2012-2014	
Varáveis	Descrição	Em nível	1ª Diferença	Em nível	1ª Diferença	Em nível	1ª Diferença
$SPd_1$	s/ constante	0,999	6,82E-07	0,157	7,44E-12	0,074	2,26E-16
	c/ constante	1,000	1,02E-06	0,696	1,03E-10	0,357	9,12E-16
	const e tend	0,997	3,34E-07	0,407	7,19E-10	0,678	1,47E-15
	s/ constante	0,998	4,77E-07	0,160	1,74E-15	0,085	3,33E-16
$TFdc_1$	c/ constante	1,000	7,96E-07	0,725	9,40E-15	0,383	1,46E-15
	const e tend	0,993	3,48E-07	0,481	2,10E-14	0,705	2,57E-15
	s/ constante	0,999	5,78E-07	0,161	2,15E-15	0,082	3,08E-16
$TFdc_2$	c/ constante	1,000	9,27E-07	0,737	1,18E-14	0,382	1,33E-15
	const e tend	0,993	3,77E-07	0,469	2,73E-14	0,704	2,32E-15
	s/ constante	0,999	7,18E-07	0,163	2,71E-15	0,068	1,59E-16
$TFdc_3$	c/ constante	1,000	1,15E-06	0,748	1,51E-14	0,351	6,02E-16
	const e tend	0,992	4,62E-07	0,496	3,64E-14	0,672	9,51E-16
	s/ constante	0,998	8,93E-07	0,164	3,48E-15	0,069	1,24E-16
$TFdc_4$	c/ constante	1,000	1,48E-06	0,756	1,97E-14	0,358	4,61E-16
	const e tend	0,990	6,42E-07	0,524	4,95E-14	0,679	7,17E-16
	s/ constante	0,998	1,10E-06	0,165	4,50E-15	0,085	3,90E-16
TFdc <sub>5</sub>	c/ constante	1,000	1,87E-06	0,766	2,60E-14	0,386	1,79E-15
	const e tend	0,989	8,40E-07	0,549	6,81E-14	0,708	3,56E-15
	s/ constante	0,999	1,35E-06	0,164	5,83E-15	0,158	4,21E-14
TFdc <sub>6</sub>	c/ constante	1,000	2,09E-06	0,798	3,37E-14	0,445	4,04E-13
	const e tend	0,991	7,60E-07	0,566	9,11E-14	0,767	1,52E-12
	s/ constante	0,999	1,65E-06	0,161	7,85E-15	0,149	2,90E-14
TFdc <sub>7</sub>	c/ constante	1,000	2,22E-06	0,802	4,60E-14	0,443	2,63E-13
	const e tend	0,994	5,91E-07	0,665	1,31E-13	0,765	9,67E-13
	s/ constante	0,999	2,08E-06	0,159	1,09E-14	0,144	2,21E-14
TFdc <sub>8</sub>	c/ constante	1,000	2,73E-06	0,807	6,51E-14	0,442	1,93E-13
	const e tend	0,994	6,69E-07	0,688	1,95E-13	0,764	6,94E-13
TFdc <sub>9</sub>	s/ constante	0,998	2,52E-06	0,165	1,52E-14	0,166	4,87E-14
	c/ constante	1,000	4,60E-06	0,821	9,35E-14	0,454	4,81E-13
	const e tend	0,983	2,27E-06	0,694	2,94E-13	0,776	1,83E-12
	s/ constante	0,999	3,73E-06	0,158	2,16E-14	0,169	5,70E-14
TFdc <sub>10</sub>	c/ constante	1,000	4,49E-06	0,823	1,35E-13	0,454	5,78E-13
	const e tend	0,995	8,25E-07	0,721	4,47E-13	0,777	2,23E-12

**Nota:** Os valores do quadro correspondem ao valor-p.

Quadro 1	IV.A- Teste A	ADF para a	s taxas mens	ais, com a d	ivisão da am	ostra em s	ub-períodos
Sub-períodos		2004-2006		2007-2011		2012-2014	
Varáveis	Descrição	Em nível	1ª Diferença	Em nível	1ª Diferença	Em nível *	1ª Diferença
SPm <sub>1</sub>	s/ constante	1,000	1,17E-05	0,138	1,39E-13		3,43E-16
	c/ constante	1,000	6,74E-06	0,820	9,80E-13		1,33E-15
	const e tend	0,997	3,62E-07	0,804	4,28E-12		2,26E-15
	s/ constante	0,999	4,13E-03	0,138	1,03E-05		1,04E-12
TFmc <sub>1</sub>	c/ constante	1,000	2,81E-03	0,749	0,0001		1,50E-11
	const e tend	0,984	1,00E-04	0,674	0,001228		7,30E-11
	s/ constante	0,999	4,43E-03	0,145	6,85E-07		1,37E-10
TFmc <sub>2</sub>	c/ constante	1,000	4,44E-03	0,829	9,90E-06		3,33E-09
	const e tend	0,958	3,22E-04	0,750	9,00E-05		4,11E-08
	s/ constante	0,998	7,63E-04	0,147	2,60E-09		1,77E-06
TFmc <sub>3</sub>	c/ constante	1,000	1,25E-03	0,839	3,72E-08		2,92E-05
	const e tend	0,905	1,78E-05	0,857	3,57E-07		0,0001
	s/ constante	0,998	1,30E-04	0,142	1,32E-10		1,93E-08
TFmc <sub>4</sub>	c/ constante	1,000	1,00E-04	0,855	1,53E-09		3,18E-07
	const e tend	0,946	7,02E-11	0,876	1,31E-08		1,84E-06
	s/ constante	0,999	3,32E-06	0,155	2,56E-13		8,96E-16
TFmc <sub>5</sub>	c/ constante	1,000	2,95E-37	0,894	1,43E-12		4,55E-15
	const e tend	0,917	2,20E-10	0,822	5,97E-12		8,41E-15
	s/ constante	0,997	1,67E-38	0,143	2,98E-12		5,35E-12
TFmc <sub>6</sub>	c/ constante	1,000	1,26E-36	0,891	2,50E-11		5,88E-11
	const e tend	0,954	1,92E-10	0,868	1,49E-10		2,34E-10
	s/ constante	0,985	1,72E-33	0,231	1,85E-11		4,12E-08
TFmc <sub>7</sub>	c/ constante	0,998	2,63E-37	0,823	2,54E-10		5,54E-07
	const e tend	0,903	3,72E-09	0,762	1,90E-09		1,39E-06
	s/ constante	0,984	1,41E-06	0,237	1,49E-11		2,90E-08
TFmc <sub>8</sub>	c/ constante	1,000	1,93E-36	0,789	2,14E-10		3,25E-07
	const e tend	0,953	6,88E-09	0,772	1,59E-09		3,35E-07
	s/ constante	0,965	3,18E-06	0,278	9,90E-12		1,06E-08
	c/ constante	0,999	3,62E-05	0,775	1,50E-10		9,01E-08
	const e tend	0,968	3,10E-08	0,723	1,09E-09		6,46E-08
TFmc <sub>10</sub>	s/ constante	0,926	2,38E-06	0,341	9,22E-12		1,93E-11
	c/ constante	0,979	4,08E-05	0,790	1,52E-10		7,04E-11
	const e tend	0,941	1,00E-44	0,715	1,14E-09		3,25E-11
	s/ constante	0,888	5,17E-06	0,347	5,25E-12		2,73E-08
TFmc <sub>11</sub>	c/ constante	0,948	1,04E-04	0,804	8,16E-11		1,49E-10
	const e tend	0,949	3,85E-43	0,570	5,54E-10		2,47E-10

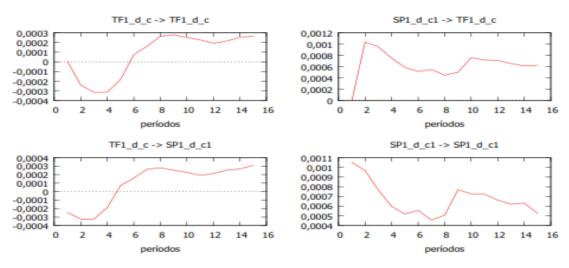
Nota: Os valores do quadro correspondem ao valor-p. \* ver o teste KPSS do Quadro IV.A.1.

Quadro IV.A.1- Teste KPSS para as taxas mensais,					
para o sub-período 2012-2014					
Variáveis	Em nível				
variaveis	sem tendência	com tendência			
$SPmc_1$	0,8144**	0,80292**			
$TFmc_2$	0,72574**	0,75889**			
TFmc <sub>3</sub>	1,02592**	0,88973**			
$TFmc_4$	1,98709**	1,22579**			
TFmc <sub>5</sub>	2,94293**	1,52151**			
$TFmc_6$	3,81212**	1,76286**			
TFmc <sub>7</sub>	4,35368**	1,80412**			
$TFmc_8$	4,87272**	1,85749**			
TFmc <sub>9</sub>	5,51966**	1,97913**			
TFmc <sub>10</sub>	6,13264**	2,10252**			
TFmc <sub>11</sub>	6,72076**	2,20788**			

**Nota:** \*\* corresponde a rejeição da hipótese nula da estacionaridade, ao nível de significância estatística igual 5%.

### Anexo C

Gráfico 4- Impulsos para as taxas a 1 dia



Fonte: Realização própria com o recurso ao programa Gretl.

Nota: TF1\_d\_c corresponde a TFdc<sub>1</sub>, e SP1\_d\_c1 corresponde a SPdc<sub>1</sub>.

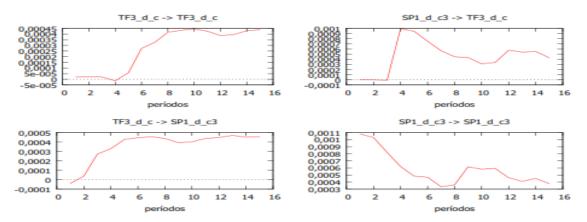
TF2 d c-> TF2 d c SP1 d c2 -> TF2 d c 0,0005 0,0004 0,0003 0,0012 0,001 0,0008 0,0002 0,0006 0 0,0002 -0,0001 -0,0002 -0,0002 0 2 0 2 8 16 8 10 12 14 16 10 12 14 TF2\_d\_c -> SP1\_d\_c2 SP1\_d\_c2 -> SP1\_d\_c2 0,0011 0,001 0,0009 0,0008 0,0007 0,0006 0,0005 0,0005 0,0004 0,0003 0,0002 0,0001 -0.0001 -0,0002 8 12 10 12 períodos períodos

Gráfico 5- Impulsos para as taxas a 2 dias

Fonte: Realização própria com o recurso ao programa Gretl.

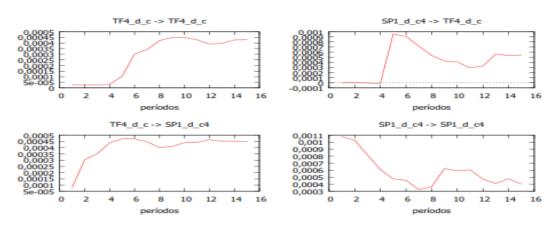
**Nota:** TF2\_d\_c corresponde a TFdc<sub>2</sub>, e SP1\_d\_c2 corresponde a SPdc<sub>2</sub>.

**Gráfico 6**- Impulsos para as taxas a 3 dias



Nota: TF3\_d\_c corresponde a TFdc<sub>3</sub>, e SP1\_d\_c3 corresponde a SPdc<sub>3</sub>.

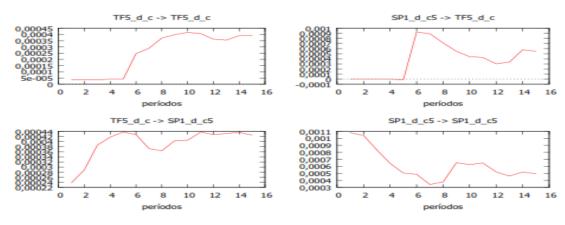
**Gráfico 7**- Impulsos para as taxas a 4 dias



Fonte: Realização própria com o recurso ao programa Gretl.

Nota: TF4\_d\_c corresponde a TFdc<sub>4</sub>, e SP1\_d\_c4 corresponde a SPdc<sub>4</sub>.

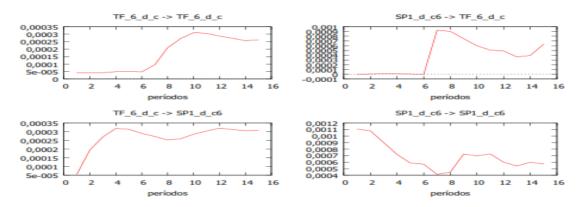
**Gráfico 8**- Impulsos para as taxas a 5 dias



Fonte: Realização própria com o recurso ao programa Gretl.

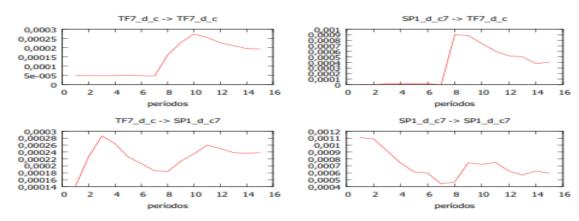
Nota: TF5\_d\_c corresponde a TFdc<sub>5</sub>, e SP1\_d\_c5 corresponde a SPdc<sub>5</sub>.

Gráfico 9- Impulsos para as taxas a 6 dias



Nota: TF6\_d\_c corresponde a TFdc<sub>6</sub>, e SP1\_d\_c6 corresponde a SPdc<sub>6</sub>.

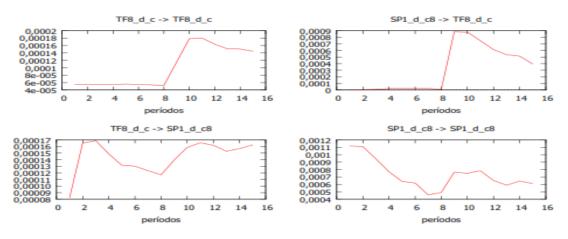
Gráfico 10- Impulsos para as taxas a 7 dias



Fonte: Realização própria com o recurso ao programa Gretl.

**Nota:** TF7\_d\_c corresponde a TFdc<sub>7</sub>, e SP1\_d\_c7 corresponde a SPdc<sub>7</sub>.

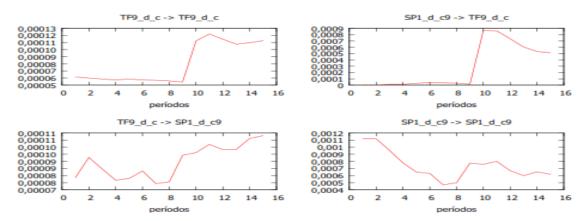
Gráfico 11- Impulsos para as taxas a 8 dias



Fonte: Realização própria com o recurso ao programa Gretl.

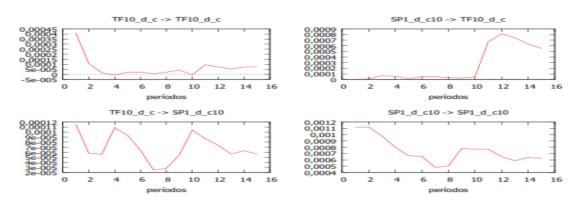
**Nota:** TF8\_d\_c corresponde a TFdc<sub>8</sub>, e SP1\_d\_c8 corresponde a SPdc<sub>8</sub>.

Gráfico 12- Impulsos para as taxas a 9 dias



Nota: TF9\_d\_c corresponde a TFdc<sub>9</sub>, e SP1\_d\_c9 corresponde a SPdc<sub>9</sub>.

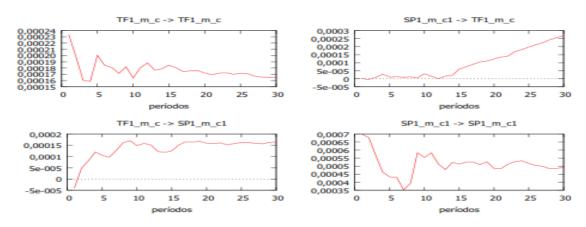
Gráfico 13- Impulsos para as taxas a 10 dias



Fonte: Realização própria com o recurso ao programa Gretl.

Nota: TF10\_d\_c corresponde a TFdc<sub>10</sub>, e SP1\_d\_c10 corresponde a SPdc<sub>10</sub>.

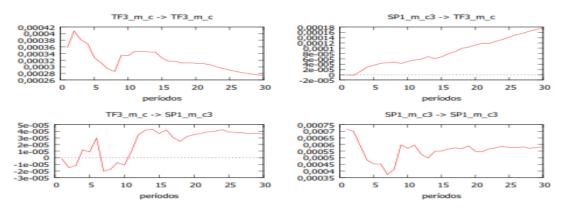
Gráfico 14- Impulsos para as taxas a 1 mês



Fonte: Realização própria com o recurso ao programa Gretl.

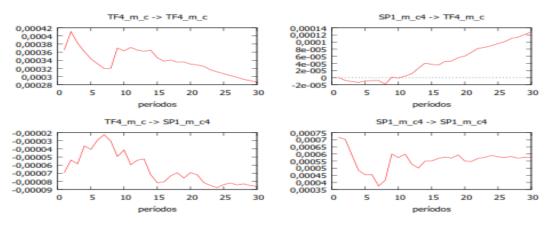
**Nota:** TF1\_m\_c corresponde a TFmc<sub>1</sub>, e SP1\_m\_c1 corresponde a SPmc<sub>1</sub>.

**Gráfico 15**- Impulsos para as taxas a 3 meses



Nota: TF3\_m\_c corresponde a TFmc<sub>3</sub>, e SP1\_m\_c3 corresponde a SPmc<sub>3</sub>.

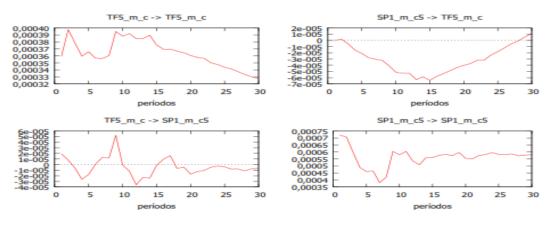
Gráfico 16- Impulsos para as taxas a 4 meses



Fonte: Realização própria com o recurso ao programa Gretl.

Nota: TF4\_m\_c corresponde a TFmc4, e SP1\_m\_c4 corresponde a SPmc4.

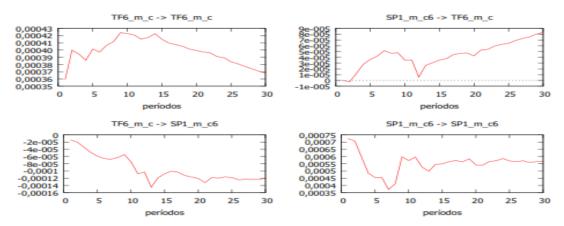
**Gráfico 17**- Impulsos para as taxas a 5 meses



Fonte: Realização própria com o recurso ao programa Gretl.

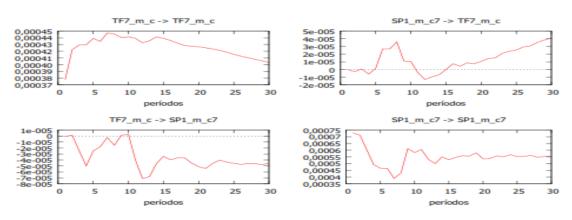
Nota: TF5\_m\_c corresponde a TFmc<sub>5</sub>, e SP1\_m\_c5 corresponde a SPmc<sub>5</sub>.

Gráfico 18- Impulsos para as taxas a 6 meses



**Nota:** TF6\_m\_c corresponde a TFmc<sub>6</sub>, e SP1\_m\_c6 corresponde a SPmc<sub>6</sub>.

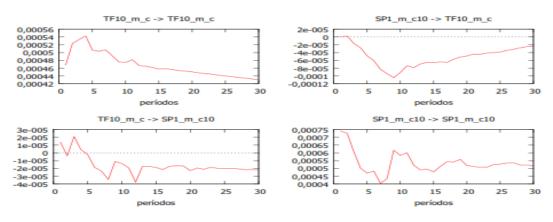
**Gráfico 19**- Impulsos para as taxas a 7 meses



Fonte: Realização própria com o recurso ao programa Gretl.

**Nota:** TF7\_m\_c corresponde a TFmc<sub>7</sub>, e SP1\_m\_c7 corresponde a SPmc<sub>7</sub>.

Gráfico 20- Impulsos para as taxas a 10 meses



Fonte: Realização própria com o recurso ao programa Gretl.

**Nota:** TF10\_m\_c corresponde a TFmc<sub>10</sub>, e SP1\_m\_c10 corresponde a SPmc<sub>10</sub>.