Universidade de Coimbra
Faculdade de Psicologia e de Ciências da Educação

Compreensão de enunciados de problemas de Matemática

Dissertação de Mestrado em Supervisão Pedagógica e Formação de Formadores

Cláudia Gonçalves Ribeiro

Coimbra
2012

Universidade de Coimbra

Faculdade de Psicologia e de Ciências da Educação

Compreensão de enunciados de problemas de Matemática

Dissertação de Mestrado em Supervisão Pedagógica e Formação de Formadores, apresentada à Faculdade de Psicologia e de Ciências da Educação da Universidade de Coimbra e realizada sob a orientação da Doutora Maria Isabel Ferraz Festas.

Cláudia Gonçalves Ribeiro

Coimbra

2012

Ao meu marido Paulo Miguel pelo amor, carinho, apoio, dedicação e paciência.

À minha filha Leonor pela privação do meu colo de mãe nos seus primeiros meses de vida.

Agradecimentos

Esta tese não teria sido possível sem a ajuda de várias pessoas que foram fundamentais para me dar a força suficiente e motivação para a concretizar, por isso não posso deixar de agradecer:

À minha orientadora, a Professora Doutora Isabel Festas pela sua disponibilidade, ensinamentos e conselhos. Por ter sido fonte de motivação que fez com que não desistisse de prosseguir o desenvolvimento desta tese mesmo nos momentos em que pensei que seria impossível fazê-lo. Espero ter estado ao alcance das suas expectativas.

Ao Doutor Maomede Cabrá, diretor da escola onde desenvolvi toda a componente empírica do trabalho, por autorizar a realização deste estudo.

Aos encarregados de educação dos alunos que participaram no estudo, pela autorização da recolha de dados fornecidos pelos seus educandos.

Aos alunos das turmas B e C do sétimo ano da escola onde se realizou a investigação, pelo interesse demonstrado e empenho com que participaram neste estudo.

Aos professores e assistentes operários da escola, pela colaboração e auxílio na concretização deste estudo.

À minha colega de mestrado Sónia Rodrigues, pelo seu apoio e por ter tornado esta caminhada menos solitária.

À minha família, pelas palavras de encorajamento.

Aos meus amigos, pelo apoio, em especial ao Daniel Costa, pelo seu "olho clínico" no acompanhamento desta dissertação.

Resumo

A resolução de problemas implica a sua prévia compreensão, constituindo os défices nesta última uma das principais razões das dificuldades na Matemática. A presente investigação pretende perceber os fatores que, intervindo na compreensão de problemas de Matemática, afetam a sua resolução, bem como entender em que aspectos se distinguem os bons dos maus alunos, recolhendo, assim, dados para auxiliar estes últimos a, no futuro, superar as suas principais dificuldades.

A recolha de dados foi realizada em duas turmas do sétimo ano de escolaridade e envolveu vinte alunos. Esses alunos foram submetidos, individualmente, a uma entrevista semiestruturada através da qual procurámos analisar os principais processos necessários à resolução de problemas e à sua compreensão, ou seja, a *tradução* do enunciado, a *integração* do enunciado nos esquemas necessários à sua resolução, a *planificação* e *monitorização* do problema e os *procedimentos* utilizados. Os conteúdos matemáticos envolvidos nos problemas estudados foram os de mínimo múltiplo comum e de máximo divisor comum. Foi feito registo áudio das entrevistas, bem como analisados os documentos escritos dos alunos, relativos às tarefas e registadas algumas notas de campo. Posteriormente, foi feita uma análise qualitativa dos dados dessas respostas e dos procedimentos de resolução.

Constatou-se que existem dificuldades ao nível dos quatro processos cognitivos acima enunciados embora as possamos diferenciar de acordo com o tipo de aluno.

Palavras-chave:

Compreensão de problemas, Resolução de problemas, Matemática, Processos cognitivos, Procedimentos de resolução.

Abstract

In order to solve any problem it would be necessary to understand it and we know that comprehension difficulties are one of the most important causes of mathematics failure. This research aims to understand the factors that are involved in the comprehension of math problems and that could affect their resolution, as well as understand which aspects could distinguish good and bad students.

The data collection was performed on two classes of seventh grade and it involved twenty students. These students were individually submitted to a semi-structured interview through which we tried to analyze the main processes required to solve problems and to their understanding, i.e. the translation of the statement, the integration of the statement in schemes required for their resolution, the planning and monitoring of the problem, and the procedures used to solve it. The mathematical content involved in the problems studied were the ones of least common multiple and greatest common divisor. It was made an audio recording of the interviews and analyzed the students' written documents relating to the tasks and registered some field notes. Later we made a qualitative analysis of these responses and of the procedures used.

It was found that there are difficulties in all of the four cognitive processes described above, although those difficulties differ according to the type of students.

Key words:

Problem comprehension, Problem solving, Mathematics, Cognitive processes, Resolution procedures.

Índice

Índice de quadros

Índice de figuras

Introdução

Introdução

Ao longo do nosso percurso profissional, temo-nos deparado com algumas dificuldades no processo de ensino-aprendizagem. A dificuldade que mais nos tem preocupado relaciona-se com a resolução de problemas, uma vez que sempre existiu uma grande percentagem de alunos que: ou não respondiam aos problemas propostos ou apresentavam uma resolução que não se adequava ao que era pedido. Em conversa com outros professores de matemática também se tem verificado que o mesmo acontece com eles. Além disso, vários professores reclamam a falta de cuidado por parte dos alunos na leitura do enunciado do problema. Ouve-se dizer muitas vezes que as dificuldades dos alunos são devidas a uma má leitura do enunciado do problema, que os alunos não sabem ler ou que não compreendem o que está escrito.

No relatório de reflexão dos docentes do terceiro ciclo sobre os resultados do exame de Matemática de 2005 (p. 52) podemos constatar que:

> Entre as dificuldades específicas dos alunos que foram citadas, destacam-se as limitações no seu domínio da Língua Portuguesa, nomeadamente, na interpretação de textos, indicada por metade das escolas. Já no domínio da Matemática, a resolução de problemas, a utilização de raciocínios demonstrativos, a visualização no espaço, o cálculo e a articulação de conhecimentos foram as fragilidades mais frequentemente identificadas.

Ou ainda

> Em Resolução de Problemas, o desempenho dos examinandos é fraco, independentemente do domínio temático. Mesmo nos problemas simples, os alunos manifestam grandes dificuldades, uma vez que aqueles são contextualizados em situações que exigem a análise e a compreensão de situações da vida real, bem como a interpretação dos resultados (Resultados do Exame de Matemática do 9º ano 2005, 1ª Chamada p.19).

O que indica que esta problemática se estende muito para além da nossa experiência.

Muitos autores salientam que nem sempre essa dificuldade se prende com o não conhecimento de conceitos essenciais para a resolução do problema mas sim com a falta de compreensão do enunciado (Fayol, 2011; Mayer, 2008).

Através da nossa experiência de professora, pudemos também constatar que são muito poucos os alunos que delineiam uma estratégia de resolução de um problema que lhes seja apresentado. Na maioria dos casos preocupam-se somente com a questão final, evitando assim efetuar uma abordagem do problema de uma forma global.

No relatório de exames nacionais de 2010 (p. 12) também é afirmado ser "necessário continuar a propor problemas que exijam interpretação e definição de uma estratégia."

Em 2011, no relatório das provas de aferição do segundo ciclo, é referido que, à semelhança do que tem acontecido em anos anteriores, os alunos continuam a obter maior sucesso nos itens que avaliam o conhecimento de conceitos e procedimentos. Ao contrário, o seu aproveitamento é menor nos itens de resolução de problemas.

Ora, uma vez que a capacidade de resolver problemas é um dos objetivos gerais do ensino da Matemática ao longo de todo o ensino básico, é fulcral tentar perceber o fraco desempenho dos alunos neste domínio e apontar estratégias que possam responder a essa problemática.

Decidimos portanto estudar este problema, mais propriamente tentar perceber o modo como os alunos entendem o enunciado, isto é, a sua compreensão.

Na presente investigação, a análise da compreensão de problemas é feita no ensino básico por se tratar de uma fase essencial no ensino/aprendizagem da Matemática e, também, porque é a este nível que leccionamos. Não esqueçamos que o primeiro contacto que os alunos têm com as operações aritméticas e com a resolução de problemas é no primeiro ciclo. É de salientar que é indicado no relatório de 2010 das provas de aferição do primeiro ciclo que os alunos revelam algumas dificuldades na resolução de problemas. Nessa mesma prova o ponderador em que os alunos apresentaram um pior desempenho foi um dos que envolvia a resolução de problemas da área de *Números e Cálculo*, em que apenas 17% das respostas foram classificadas com cotação máxima.

Assim e após reflexão sobre esta problemática, tornaram-se nos principais objetivos deste trabalho os agora apresentados: estudar os fatores que intervêm na compreensão de problemas de Matemática e a dificultam, afetando, consequentemente, a sua resolução; perceber em que aspectos os bons alunos se distinguem dos maus alunos; verificar se os alunos possuem o conhecimento dos procedimentos a adotar; recolher dados para melhorar o ensino da Matemática e, desse modo, auxiliar os alunos a superar dificuldades de compreensão aquando da resolução de problemas.

Estando consciente das limitações relativas ao tempo, optou-se por realizar um estudo exploratório, envolvendo duas turmas do sétimo ano de escolaridade constituídas por 28 e 26 alunos respetivamente. Dessas duas turmas foi selecionada uma amostra de 20 alunos, 10 com bom aproveitamento na disciplina e na resolução de problemas e 10 com resultados não satisfatórios na resolução de problemas. Foram realizadas entrevistas semiestruturadas centradas nos principais processos necessários à resolução de problemas e à sua compreensão, ou seja, na tradução do enunciado, na integração do enunciado nos esquemas necessários à sua resolução, na planificação e monitorização do problema e na execução do plano de solução, verificando, nesse caso, se os alunos possuem o conhecimento dos procedimentos a adotar (Mayer, 2008). Os problemas escolhidos encontram-se em manuais escolares atuais e certificados de acordo com o novo programa da matemática. Os conceitos necessários para a resolução desses problemas são os de mínimo múltiplo comum e de máximo divisor comum.

A dissertação que aqui se apresenta encontra-se organizada em duas partes distintas:

- Parte I - Enquadramento Teórico;
- Parte II – Estudo Empírico.

O enquadramento teórico é composto por cinco capítulos, referentes a áreas de investigação que enquadram este trabalho.

O capítulo 1, *A importância da resolução de problemas em Matemática*, abordará aspectos gerais do ensino e da aprendizagem da resolução de problemas, tendo por base as orientações curriculares e estudos documentais no âmbito da educação matemática.

O capítulo 2, *Modelos e estratégias de resolução de problemas*, tratará de modelos sugeridos por diversos autores, sendo um deles o do matemático George Polya que sempre se preocupou com a questão relacionada com a melhor forma de resolução de problemas e tentou descrever como a mesma deveria ser ensinada. Serão também identificadas várias estratégias de resolução de problemas. Aqui, será igualmente apresentado o modelo de De Groot. De Groot tem uma visão bem diferente de Polya, baseada em estudos realizados com jogadores de xadrez, não deixando, esta perspectiva, de ser bastante pertinente.

No capítulo 3, *Compreensão de um enunciado de problema,* será abordada a compreensão de problemas e referida a importância do *modelo de situação* e do *esquema do problema*. Neste capítulo, e devido à natureza do estudo, será dado especial enfoque aos processos cognitivos propostos por Mayer (2008), sendo eles a tradução e integração do problema e a planificação e monitorização da solução bem como a sua execução. Será também dada especial atenção aos tipos de conhecimento necessários à resolução de problemas que, segundo Mayer, assentam em factos, conceitos, estratégias, crenças e procedimentos.

No capítulo 4, *Fatores na compreensão de enunciados,* serão evidenciados os fatores, encontrados nas investigações, que influenciam a compreensão de problemas. Esses fatores prendem-se essencialmente com as características dos alunos e dos próprios enunciados que, por vezes, tal como refere Fayol (2010, p.21), "têm um carácter frequentemente sumário, sendo a descrição das situações reduzida ao mínimo."

Por fim, no último capítulo, *Mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum*, serão enunciadas definições e propriedades destes dois conceitos matemáticos.

A componente empírica deste trabalho subdivide-se em seis pontos. Inicialmente, no primeiro ponto, *Justificação e objetivos da investigação,* serão expostos os objetivos da investigação.

No segundo, *Amostra*, será apresentada e caracterizada a amostra do estudo bem como o contexto de investigação.

No terceiro ponto, *Instrumentos para a recolha de dados*, serão abordados os instrumentos utilizados, isto é, serão apresentados os problemas de matemática que foram selecionados para a realização do estudo, a ficha entregue aos alunos e, por fim, a entrevista.

No quarto ponto, *Procedimentos,* será apresentada a forma como se procedeu à realização do estudo empírico bem como a forma de estudo das respostas dadas pelos alunos.

No quinto ponto, *Apresentação dos resultados,* serão apresentados os resultados segundo cada um dos grandes tópicos expostos na análise da entrevista.

Por fim, no último ponto, *Análise e discussão dos resultados*, serão discutidos os resultados obtidos e cruzados com os conceitos estudados no enquadramento teórico.

No final da dissertação encontrar-se-á a conclusão do estudo onde serão apresentadas algumas limitações do estudo e algumas sugestões como contributo para futuras investigações, fontes consultadas e os anexos que se constituem em informações complementares ao texto.

Parte I – Enquadramento Teórico

1. Importância da resolução de problemas em Matemática.

Ao longo da nossa vida são inúmeras as situações com que nos deparamos que exigem a resolução de um problema. Controlar a mesada, bem como as despesas efetuadas em função dos rendimentos, calcular taxas de juro, perceber qual o melhor caminho para casa, todas estas são situações triviais, que consideramos banais e que inconscientemente nos colocam à frente um ou mais problemas matemáticos que, com maior ou menor dificuldade, mais ou menos operações mentais, resolvemos diariamente sem disso nos apercebermos. Ou seja, somos confrontados com imensas tarefas que envolvem conceitos quantitativos, espaciais, probabilísticos, etc. Para resolver tais problemas fazemos uso da Matemática, logo é inevitável reconhecer o seu contributo no nosso dia a dia.

O desenvolvimento da Matemática, a par das mudanças que têm vindo a ocorrer nas sociedades contemporâneas, sobretudo ao nível da ciência e da informática, foi contribuindo para que o currículo escolar fosse sofrendo alterações nos últimos anos. Hoje “já não basta acumular o saber; é preciso ser capaz de o utilizar, transferir e mobilizar no sentido de sustentar tomadas de decisão informadas e esclarecidas” (Serrazina, & Oliveira, 2005, p. 35). Esta exigência conduziu a que as recomendações curriculares atuais apontassem para um ensino centrado na resolução de problemas direcionado para diversificadas experiências de aprendizagem que proporcionem aos alunos momentos de reflexão e discussão. Contrariando um currículo centrado na memorização de factos e procedimentos que os alunos aplicam de forma mecanizada e a prática de exercícios repetitivos, constata-se que a resolução de problemas tem vindo a ganhar uma maior expressão no currículo de Matemática, tornando-se atualmente uma das três capacidades transversais a toda a aprendizagem desta área a par do raciocínio e da comunicação Matemática. Assim, como mencionam Bivar, Santos e Aires (2010, p. 97) “a resolução de problemas é encarada como método de processamento e aquisição e como corpo de conhecimentos”.

A resolução de problemas é um dos objetivos gerais do ensino da Matemática e pelo programa desta disciplina para o ensino básico homologado em 2007 (p. 5) espera-se que os alunos sejam capazes de:

- *Compreender problemas em contextos matemáticos e não matemáticos e de os resolver utilizando estratégias apropriadas;*

- *Apreciar a plausibilidade dos resultados obtidos e a adequação ao contexto das soluções a que chegam;*
- *Monitorizar o seu trabalho e refletir sobre a adequação das suas estratégias, reconhecendo situações em que podem ser utilizadas estratégias diferentes;*
- *Formular problemas.*

A primeira destas premissas foi um dos principais motivos que gerou a problemática levantada nesta dissertação na medida em que, de facto, a compreensão e, a jusante, a correta aplicação de conhecimentos revelam-se como sendo áreas onde ainda são mostradas sérias dificuldades por parte dos alunos em geral.

Não seria possível abordar a problemática da compreensão de problemas sem a priori aflorar as atuais linhas condutoras que regem o programa do ensino da Matemática. Ainda que polémico e catalisador de muitas discordâncias por parte dos estudiosos e pedagogos no que respeita à resolução de problemas como veículo para o conhecimento, torna-se imperativo referir esta temática na medida em que a mesma se encontra a montante das questões e problemáticas levantadas nesta dissertação. Note-se que a dificuldade na compreensão de problemas é um dilema que sempre existiu, apenas esteve camuflado no baixo volume de problemas apresentados aos alunos. Hoje, devido a uma maior incidência na resolução de problemas, as dificuldades de compreensão dos mesmos tornam-se mais facilmente visíveis pelo que não temos dúvidas de que esta problemática não nos seria tão evidente obliterando as atuais tendências e estratégias de ensino ainda que, reforçamos, díspares e controversas.

O programa de Matemática do ensino básico refere ainda que "A resolução de problemas é uma atividade privilegiada para os alunos consolidarem, ampliarem e aprofundarem o seu conhecimento matemático" (2007, p. 6).

A importância dada à temática da resolução de problemas nos atuais programas de Matemática ao nível do ensino básico fica-se certamente a dever ao facto de se tratar de uma atividade que desenvolve o raciocínio e que permite ao mesmo tempo consolidar e aplicar os conhecimentos adquiridos, mas é preciso não esquecer, como afirma Festas (2008, p.158), que "para resolver problemas, o aluno tem que conhecer factos e dominar procedimentos que possam ser recuperados e usados de uma forma adequada e conveniente."

Efetivamente, a resolução de problemas em Matemática não pode ser vista como uma temática única e isolada do currículo pois como refere David Geary, citado por Rosa (2008, p.173) “o currículo deve desenvolver em simultâneo a compreensão conceptual, a fluência do cálculo e as aptidões para resolver problemas, porque estas capacidades estão inter-relacionadas, facilitando cada uma delas a aprendizagem das outras.”

Numa sociedade que está em constante mudança é inquestionável a importância da preparação dos alunos para uma diversidade de funções e responsabilidades, logo é necessário dotar os alunos de um conjunto de estruturas que lhes sejam úteis para toda a sua vida, independentemente da atividade que venham a exercer daí a importância do desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas (Figueiredo & Palhares, 2005).

Para além do que está acima referido é primordial que todas as crianças e jovens desenvolvam a sua capacidade de usar a Matemática para examinar e resolver situações problemáticas, raciocinar e comunicar. Uma vez que “a matemática constitui um património cultural da humanidade e um modo de pensar” (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999, p. 17).

2. Modelos e estratégias de resolução de problemas

Na maioria das vezes, para se resolver um problema não basta fazer a aplicação direta de um algoritmo, deve-se sim estabelecer uma estratégia de resolução para que se possa chegar à tão desejada solução. Existem vários modelos de resolução de problemas, definindo etapas e estratégias. Será aqui tratado em primeiro lugar um dos modelos mais referenciado, conhecido por ter um cunho fortemente didático. Trata-se daquele que foi sugerido em forma de etapas apresentado por George Polya.

George Polya (1887-1985) foi um matemático húngaro que tentou caracterizar o modo como a maioria das pessoas resolvia problemas de Matemática e ainda como se deveria ensinar a resolução de problemas. Para Polya "o professor deve ajudar, nem de mais, nem de menos, mas de tal forma que ao estudante caiba uma parcela razoável do trabalho" (2003, p.23).

Para a resolução de problemas, Polya em 1945 considerou quatro etapas, etapas essas que são de fácil entendimento: a compreensão da tarefa, a concepção de um plano que leve a uma meta, a execução desse plano e uma análise que permita determinar se a meta é ou não alcançada.

Primeira etapa: *Compreensão do problema* – Nesta etapa o aluno deverá entender e perceber claramente a situação descrita: o que é necessário? Qual é a incógnita? Quais são os dados? Isto é, perceber claramente o que é necessário. Esta fase é essencial, pois da compreensão do problema dependem todas as fases seguintes. "Acontecerá o pior se o estudante desatar a fazer cálculos ou figuras sem ter compreendido o problema" (Polya, 2003, p. 27).

Segunda etapa: *Estabelecimento de um plano* – Como, por exemplo, os diversos elementos estão relacionados ou como a incógnita se relaciona com os dados; isto para se ter uma ideia de resolução do problema apresentado. Nesta fase é útil ao aluno relacionar o problema que tem em mãos com outros anteriormente resolvidos mas com a preocupação de não recorrer a procedimentos de resolução que não correspondem à representação adequada da situação descrita (Fayol, 2010). Nas palavras de Polya (2003, p. 27) "é geralmente inútil executar pormenores sem perceber a conexão principal ou sem ter feito uma espécie de plano." Esta etapa é considerada como principal para o autor, pode-se até citar que "o caminho que vai desde a compreensão do problema até ao estabelecimento do plano pode ser longo e tortuoso” (Polya, 2003, p. 30).

Terceira etapa: *Execução do plano* – Desenvolver o que foi planeado e transformar o problema através do algoritmo que mais se adequar à situação em questão. Se o plano estiver correto ele conduzirá à solução do problema.

Quarta etapa: *Verificação* – Deverá ser feita uma revisão da resolução completa, examinando-a e discutindo-a, isto é, deve-se analisar a resposta obtida e verificar se ela satisfaz as condições iniciais do problema proposto. Ou então, como é referido no programa de Matemática do ensino básico (p.5), “apreciar a plausibilidade dos resultados obtidos e a adequação ao contexto das soluções a que chegam.” Este passo é de extrema importância pois não são poucas as vezes que os alunos dão respostas erradas e descontextualizadas. Esta etapa deve ser muito trabalhada com os alunos para eles poderem criar o hábito da verificação.

Resumindo, o modelo de Polya é constituído por quatro etapas: compreender, planear, executar e validar.

É de salientar, como sugere Lopes (2002, p.30), que embora se devam seguir as quatro etapas isso não significa “que durante a resolução apareçam fisicamente discriminadas; o importante é que realmente se tenham em conta durante a resolução e se explicite sempre a forma de pensar.” Não devem portanto essas etapas ser vistas como uma fórmula obrigatória para resolver todo e qualquer problema mas sim como um modelo auxiliar à sua resolução pois a sua aplicabilidade não conduz necessariamente à solução do problema.

Guzmán (1990), citado por Lopes (2002), apresenta igualmente quatro etapas para resolver problemas, estas etapas também são muito semelhantes às sugeridas por Polya, mudando, como se pode observar, apenas as suas designações: 1) *Antes de fazer tentar entender;* 2) *À procura da estratégia*; 3) *Explora a estratégia*; 4) *Extrai o sumo do jogo e da tua experiência.*

Para além das etapas sugeridas por Polya e Guzmán, ainda existem as etapas abordadas pelo programa TAPS (*Training in Arithmetic Problem-Solving Skills*) citado por Festas (1998). Estas etapas também se assemelham bastante às formuladas por Polya, a saber: a) *Identificação e clarificação do problema* – o aluno deve identificar a natureza do problema e construir uma representação acerca do mesmo, deverá identificar os seus dados principais e os seus objetivos; b) *Seleção da melhor solução* – o aluno deve encontrar os meios que permitem chegar à sua resolução; c) *Aplicação do* *método escolhido* - o aluno deverá persistir na procura da solução, recorrendo à estratégia escolhida previamente; d) *Avaliação do trabalho* – o aluno deverá avaliar se o resultado alcançado corresponde ao objectivo desejado.

A par dos vários modelos apresentados anteriormente são também por vários autores sugeridas estratégias de resolução de problemas que, segundo os mesmos, tornam mais fácil a sua resolução.

Vale e Pimentel (2004) citado por Costa (2007) apresentam como conjunto de estratégias de resolução de problemas: a) *Descobrir um padrão/Descobrir uma regra ou lei de formação* - estratégia que se centra em certos passos do problema e a solução é encontrada por generalizações de soluções específicas; b) *Fazer tentativas/Fazer conjecturas* – segundo os dados do problema, tentar descobrir a solução; c) *Trabalhar do fim para o início;* d) *Usar dedução lógica/Fazer eliminação* – vão-se eliminando as hipóteses que não são possíveis; e**)** *Reduzir a um problema mais simples/Decomposição/Simplificação*; f) *Fazer uma simulação/Fazer uma experimentação/Fazer uma dramatização* – criar um modelo que traduza o problema a ser resolvido; g) *Fazer um desenho, diagrama, gráfico ou esquema;* h) *Fazer uma lista organizada ou fazer uma tabela* - para representar, organizar e guardar informação.

Para terminar podemos ainda referir as dez estratégias de O' Daffer (1988) citado por Lopes (2002) para a resolução de problemas. Estas traduzem-se no escolher da operação; tentativa e erro; fazer desenhos, esquemas ou esboços; construir tabelas; fazer uma lista organizada; usar a lógica; trabalhar da frente para trás; resolver problemas mais simples; encontrar padrões e escrever equações. Podem ser ainda ampliadas, aperfeiçoando e compartimentando os problemas mais complexos, para que cada uma das partes se torne mais fácil, empregando, por vezes, estratégias diferentes de resolução para cada uma das partes.

Do ensino formal e explícito de uma grande variedade de estratégias de resolução de problemas pode surtir, como defende Schoenfeld (1985) citado por Lopes (2002), um efeito razoável sobretudo no desempenho dos alunos mais fracos, pois para este autor a resolução de um grande e diversificado número de problemas e o conhecimento de diversas estratégias pode levar os alunos a aprender a usar as estratégias e aplicá-las a novas situações, fazendo assim transferência para novos domínios. Torna-se portanto importante o seu ensino de forma explícita como qualquer outro conteúdo.

Fernandes (1992) citado por Lopes (2002) considera que, segundo um ponto de vista pedagógico, as estratégias são relevantes para o ensino da resolução de problemas, uma vez que promovem uma aprendizagem ativa e melhoram os processos de ensino e aprendizagem para além disso podem ainda motivar os alunos.

Mas será que o ensino das etapas e das estratégias sugeridas por Polya e de outros autores acima referidos são suficientes para se conduzir ao sucesso na resolução de problemas de Matemática? Sweller, Clark e Kirschner (2010) referem que se podem ensinar as estratégias sugeridas por Polya mas que nunca surgiram, em mais de meio século, provas concretas quanto à eficácia das mesmas portanto o seu ensino torna-se insuficiente. Segundo Sweller et al. (2010) um caminho alternativo para a aquisição de competências de resolução de problemas em Matemática deriva do psicólogo holandês De Groot. Este autor, ao investigar a constante superioridade de mestres de xadrez contra jogadores de fim de semana, constatou que os mestres aprendem a identificar um grande número de configurações de tabuleiro e as melhores jogadas associadas a cada configuração. Este resultado resulta da experiência em que De Groot mostra aos dois tipos de jogadores uma configuração de tabuleiro retirada de um jogo real e em que, ao removê-la passado 5 minutos, constata que 70% dos mestres de xadrez conseguia reproduzir a configuração em contraste com os 30% dos jogadores de fim se semana. Chase e Simon (1973), citados por Sweller et al. (2010), replicaram os resultados de De Groot e demonstraram que, tratando-se de configurações aleatórias, quer os mestres quer os jogadores de fim de semana obtiveram a mesma precisão a rondar os 30%, concluindo que os mestres apenas são superiores nas configurações extraídas de jogos reais. Ou seja, a superioridade dos mestres de xadrez provém de terem armazenado incontáveis configurações e as melhores jogadas a elas associadas nas suas memórias a longo prazo e não de terem adquirido melhores ou mais eficazes estratégias de resolução de problemas.

Os resultados de De Groot foram reproduzidos em vários campos da educação incluindo o da Matemática e permitiram concluir que podemos ensinar os alunos a serem eficazes na resolução de problemas munindo-os de uma grande quantidade de problemas específicos, fazendo com que eles possam desenvolver esquemas para problemas particulares.

Pass e Van Gog (2006), citados por Sweller et al. (2010), referem que já existem provas que demonstram que é mais eficaz aprender a resolver problemas através do estudo de problemas já trabalhados do que simplesmente aprender a resolver problemas sem qualquer referência a exemplos anteriores. Isto é, mais do que a estratégia sugerida por Polya, onde meramente basta o pensar em problemas semelhantes para resolver o atual, o importante aqui é partir de exemplos trabalhados memorizando-os e revendo-os nos problemas que se vão deparando com quem os enfrenta tornando-se assim mais fácil identificar o tipo de problema e a melhor forma de resolução.

A melhoria das performances na resolução de problemas, após o estudo de exemplos já trabalhados em vez de simplesmente resolver problemas, é conhecida como o efeito do exemplo trabalhado (Pass & Van Gog (2006) citados por Sweller et al. (2010) e são vários os estudos que já demonstraram esse efeito ao contrário da falta de provas empíricas que suportem as estratégias de Polya.

Para finalizar este capítulo podemos ainda referir Sweller et al. (2010) que afirmam que o estudo de exemplos trabalhados é uma forma de ensino direto e explícito que é vital em todas as áreas curriculares especialmente naquelas em que a maioria dos alunos encontra dificuldades que são críticas para a sociedade moderna.

3. Compreensão de um enunciado de problema

Tal como na disciplina de Língua Portuguesa e em muitas outras, na Matemática também é necessário o ato da leitura, sobretudo a leitura de enunciados de problemas. Sim-Sim (1998), citada por Costa (2007), refere que, pela leitura, o leitor reconstrói o significado do texto. No entanto, o nível de compreensão atingido depende do conhecimento prévio que o leitor tem do assunto, da sua competência linguística e do tipo de texto em presença. Como foi referido anteriormente a compreensão de um enunciado é o primeiro passo para se conseguir resolver um problema, pelo que se esta etapa falhar os passos seguintes da resolução ficam comprometidos.

Segundo Fayol (2010, p. 22), os enunciados de um problema relatam, grande parte das vezes, uma história mesmo que estes possam ser apresentados de forma sumária. O aluno, ao ler o problema, deverá ser capaz de construir um modelo de situação, isto é, "representar o desenrolar dos acontecimentos e as relações entre as entidades evocadas." Além disso, deve ser capaz de fazer uma "interpretação aritmética da situação-problema", a que se designa o esquema de problema. Segundo Fayol (2010, p.16), "a representação adoptada, e que leva a formalização aritmética, depende muito dos conhecimentos prévios acerca do contexto, da situação e das ferramentas matemáticas."

Para se verificar se o enunciado do problema foi bem compreendido, Polya (2003) sugere como estratégia o professor verificar se isso aconteceu, começando por pedir ao aluno para enunciar o problema por palavras suas. Não devemos no entanto esquecer que determinados conceitos, evidentes para o professor, nem sempre são claros para os alunos, e sem o seu conhecimento não é possível avançar para a solução do problema.

Toom (2010, p.73) considera importante que

> ao resolverem problemas verbais[1], as crianças compreendam e traduzam para a matemática uma variedade de verbos, advérbios e palavras sintéticas que indicam ações e relações entre objetos, tais como pôr, dar, tomar, trazer, encher, escoar, mover, encontrar, ultrapassar, mais, menos, mais tarde, mais cedo, antes, depois, a partir de, para, entre, de encontro a, afastar de, etc.

[1] "Por problemas verbais entendem-se problemas que contêm palavras que não constituem termos matemáticos e que precisam de ser interpretados matematicamente" (Toom, 2010, p. 73).

Sequeira (1990, p. 41) explica como é estruturado o processo de compreensão, em geral, e do texto escrito, em particular. Durante esta atividade é destacado o papel da memória.

> Na memória vão operar estratégias de busca e recuperação de conteúdos semânticos, factuais, episódicos e simbólicos que se encontram armazenados e sistematicamente organizados em classes e categorias.
>
> Estes conteúdos são recuperados segundo um plano de busca próprio dos esquemas estruturais do indivíduo.

A mesma autora ainda refere que o esquema cognitivo de um leitor beneficia proveitosamente da capacidade organizativa da memória, das inferências, das suas estratégias de busca, na recolha e na organização da informação sobre o texto escrito, de acordo com os conhecimentos adquiridos anteriormente e que fazem parte da sua cultura e vivência. Ainda neste contexto, Festas (1998, p. 164) menciona como objetivos cognitivos da leitura os seguintes: a *seleção*, a *aquisição*, a *construção* ou a *organização* e a *elaboração*. Resumidamente com a *seleção*, "o leitor escolhe a informação que é necessário reter e enviar para a memória de trabalho". Com a *aquisição* faz a transferência da informação da memória de trabalho para a memória a curto prazo. A *construção* refere-se às ligações entre as diferentes informações contidas no texto, por parte da memória de trabalho. Por fim, a *elaboração* abrange as conexões que o leitor faz entre a informação do texto e o seu conhecimento prévio.

Como se pode verificar no parágrafo anterior não podemos dissociar os conceitos leitura de texto e resolução de problemas. Essas duas atividades, como refere Morais (2008, p. 100), "mobilizam através dos seus componentes conscientes e controlados, algumas capacidades que lhes são comuns: concentração da atenção, processos de raciocínio, e, parcialmente, capacidades de memória."

Para Lencastre (2003, p. 98) a compreensão depende de duas grandes fontes de informação: a corrente e a armazenada na memória do leitor. Para esta autora "compreender um texto é construir uma representação do texto a partir da informação que se encontra na memória a longo prazo, e da informação que se está a ler."

Se a informação dada no enunciado não for suficiente para o aluno comparar, estabelecer redes de conexão ou se existirem deficiências no conhecimento prévio então o processo de compreensão fica comprometido. Em contrapartida quanto mais o aluno for conhecedor de conceitos diversificados provenientes do seu dia a dia, se souber relacionar ideias e factos e possuir um alargado conjunto de experiências relevantes mais eficiente será a sua compreensão (Costa, 2007).

De uma forma geral, pode-se, portanto, dizer que alunos com bom aproveitamento na resolução de problemas possuem bons conhecimentos sobre determinados domínios. A colmatar esta ideia Voss e colaboradores (Voss, Vesonder & Spilich, 1980) citados por Lencastre (2003, p. 127) indicam

> que os sujeitos com elevado conhecimento sobre um determinado domínio utilizam essa sua especialidade para anteciparem o que o texto vai dizer, como uma espécie de *âncora* para a informação que deve ser mantida temporariamente na memória, e como um esquema que permite a evocação de pormenores mais elaborados.

Para além do acima referido, Fayol (2010, p. 25) afirma que os erros de compreensão podem ser mais intricados. Podem surgir "quando uma situação descrita é assimilada a uma outra mais simples ou estudada mais recentemente ou correntemente".

Desde o início dos anos 80 que investigadores interessados em compreender as dificuldades dos alunos na resolução de problemas constataram que o fator mais decisivo para o êxito ou o fracasso se prende com a categoria semântica do problema e não somente com as operações requeridas (e.g., adição e subtração) (Fayol, 2010). Isso relaciona-se com o facto de as crianças aprenderem a "catalogar" os problemas por tipos, ou seja, desenvolverem esquemas para os vários tipos de problemas (Mayer, 1986). Riley, Greeno e Heller (1983), citados por Mayer (1986), e, mais tarde, por Fayol (2008), reagruparam os problemas aritméticos em três categorias – problemas de Alteração (causa/efeito), de Combinação, de Comparação.

- Problemas de Alteração (Reunião ou Separação), que implicam o surgimento de, pelo menos, uma transformação "temporal" aplicada a um estado inicial e levando a um estado final: por exemplo, "O Paulo tinha três bombons. O João deu-lhe cinco bombons. Quantos bombons tem agora o Paulo?"

- Problemas de Combinação, que põem em questão situações estáticas, por exemplo: “O Paulo tem cinco bombons na mão esquerda e três bombons na mão direita. Quantos bombons tem o Paulo ao todo?”
- Problemas de Comparação, que fazem intervir quantidades estáticas, mas que se relacionam através de expressões do tipo “mais que/menos que”, por exemplo: “O Paulo tem três bombons. O João tem mais cinco que o Paulo. Quantos bombons tem o João?”

Podemos verificar (Mayer, 1986) que todos os problemas implicam a mesma operação (3+5=8), no entanto, os resultados parecem depender do tipo de problema. As crianças, inicialmente, têm a ideia de que todos os problemas são de combinação, só mais tarde aprendem a diferenciar os diferentes tipos.

Foram realizadas pesquisas com crianças dos seis aos dez anos para se averiguar a taxa de sucesso em cada tipo de problema. Os resultados mostraram que os problemas de Alteração são mais fáceis do que os outros, ou seja, obtiveram uma maior taxa de sucesso. Os problemas de Comparação revelaram-se os mais difíceis. Os resultados mostraram que a natureza da incógnita constitui uma fonte de dificuldades (Fayol, 2008).

Ainda relativamente aos problemas de Comparação podemos referir as investigações de Greeno (1980) e Riley, Greeno e Heller (1982) citados por Mayer (1986) onde se pediu a crianças do ensino primário que ouvissem problemas e depois os repetissem em voz alta, quando os mesmos envolviam frases com termos relacionais tais como “O Paulo tem 3 bombons. O João tem mais 5 que o Paulo. Quantos bombons tem o João?” Um erro comum que surgiu nos resultados foi o das crianças esquecerem a informação relacional entre as frases e assumir por exemplo que “O Paulo tem 3 bombons. O João tem 5. Quantos tem o João?” Isso mostra-nos mais uma vez as maiores dificuldades em problemas desse tipo e ainda as dificuldades das crianças em transformar as palavras do problema numa representação mental coerente do mesmo, isto é, numa representação do problema (Mayer, 1986) ou como designa Fayol (2008) num modelo de situação.

Esta dificuldade em transpor para linguagem matemática frases relacionais não é um problema apenas das crianças do ensino básico. As investigações de Soloway, Lochhead, e Clement (1982) citado por Mayer (1986) mostraram que aproximadamente um terço de uma amostra de alunos universitários, ao escrever equações que representavam frases relacionais tais como, por exemplo, “há seis vezes mais alunos (A) que professores (P)”, criou a equação errada 6A = P, em vez de 6P = A.

Como já foi referido anteriormente a maior parte dos erros deve-se à esquematização inapropriada e não a dificuldades de cálculo. Outro exemplo que comprova o referido é dado pelo *California Assessment Program* (1982), citado por Mayer (1986), que incluiu a seguinte aplicação aritmética “O João tinha 7 amendoins. A Maria tinha duas vezes mais amendoins do que o João. Quantos amendoins tinha a Maria?” Os resultados indicaram que 51% dos alunos do 3º ano selecionaram a resposta correta (catorze) e que a resposta errada mais selecionada foi nove, isto é, algumas crianças decidiram somar sete e dois o que mostra que não prestaram atenção às palavras da segunda frase. Segundo esse estudo o fraco desempenho não pode ser atribuído à falta de conhecimentos dos alunos em multiplicação pois 90% dos alunos do 3º ano responderam com sucesso a exercícios de cálculo como 2x7=____.

Outro aspeto a salientar que, indubitavelmente, pode originar dificuldades na compreensão dos enunciados, por parte dos alunos, diz respeito a alguns termos específicos que a Matemática possui que podem ser particularmente difíceis. Referimo-nos àqueles termos que apresentam duplos significados, um na Matemática e outro no quotidiano, como por exemplo os termos total, volume, diferença, entre outros. É necessário que os alunos saibam ler e escrever em linguagem Matemática, compreender o significado dos símbolos, sinais ou notações próprias desta linguagem para desencadear uma solução.

3.1. Processos cognitivos na compreensão de um problema

Para a realização do estudo empírico optou-se por seguir os processos cognitivos sugeridos por Mayer (1992, 2008) para a resolução de um problema de Matemática. Mayer sugere quatro níveis de compreensão: *tradução, integração, planificação e monitorização* e *execução*. Para Mayer (1986) os dois componentes chave na resolução do problema são a representação do problema, constituída pela tradução e integração, e a implementação de um plano de solução, constituída pela planificação, monitorização e execução. Iremos de seguida abordar mais detalhadamente cada um dos 4 processos cognitivos.

O primeiro processo, tradução, consiste na capacidade para traduzir o enunciado do problema numa representação interna. Para essa tradução o aluno deve possuir alguns conhecimentos, mais propriamente conhecimentos linguísticos e conhecimentos factuais (Mayer, 1992, 2008) que lhe permitam transpor aquilo que está escrito e descrito no problema para linguagem matemática de forma correta e coerente.

O processo seguinte, de integração, consiste em agrupar as proposições de um problema numa representação coerente. Tal pode ser designado, como já foi acima referido, de modelo de situação: para isso o aluno tem de possuir conhecimentos esquemáticos, isto é, conseguir identificar ou classificar o tipo de problema (Mayer, 1992). A integração do problema também envolve ser-se capaz de distinguir as informações que são relevantes das que não o são para a solução do problema (Mayer, 2008).

O terceiro processo, planificação e monitorização, consiste na idealização de um plano estratégico para a resolução do problema sendo para isso necessário que o aluno tenha algum conhecimento estratégico, ou seja, conhecimento heurístico da resolução do problema. Para tal é necessário que o aluno divida o problema em submetas. Mayer (2008) refere que é preciso que o aluno tenha noção do que está a fazer, isto é, que saiba porque utiliza determinado cálculo, por exemplo. De igual modo para se ser capaz de avaliar e monitorizar um determinado plano, é indispensável ter um tipo específico de conhecimento estratégico que pode ser chamado de conhecimento metacognitivo, ou seja, ter a consciência dos processos cognitivos, saber o quão bem se está a ir e se é necessário modificar o plano de solução. Resumindo: são necessárias *metaestratégias* que permitam refletir na eficácia dos processos de resolução de problemas.

Por último, a execução da resolução que só é realizada se o aluno possuir conhecimento dos procedimentos matemáticos, isto é, a execução automática e correta de procedimentos aritméticos e algébricos é baseada em conhecimentos de procedimentos (Mayer, 2008).

Do que foi acima referido pode-se concluir que resolver um problema envolve bem mais do que apenas obter a resposta final.

O quadro 1 exemplifica os quatros processos cognitivos sugeridos por Mayer:

Quadro 1 – *Processos cognitivos na resolução de problemas de Matemática* (adaptado de Mayer, 2008, p. 157).

Problema: Azulejos para o chão são vendidos em forma de quadrado com 30 centímetros de lado. Quanto custará ladrilhar um quarto retangular com 7,2 metros de comprimento e 5,4 metros de largura sabendo que cada azulejo custa 72 cêntimos?

Processo cognitivo	**Tipo de conhecimento**	**Exemplos a partir do problema**
Tradução do problema	Linguístico	“Azulejo para o chão” e “azulejo” são termos que se referem à mesma coisa.
	Factual	1 metro são 100 centímetros.
Integração do problema	Esquemático	O problema requer a fórmula da área=comprimento×largura
Planificação e monitorização da solução	Estratégico	Primeiro: achar a área em metros do quarto multiplicando 7,2×5,4. Segundo: achar a área de cada azulejo em metros multiplicando 0,3×0,3. Terceiro: achar o número de azulejos necessários dividindo a área do quarto pela área de cada azulejo. Finalmente achar o custo total multiplicando o número de azulejos necessários por 72 cêntimos.
	Metaestratégico	É fácil cometer erros na multiplicação por isso é melhor verificar o meu trabalho.
	Crenças	Sou bom na matemática e é esperado que os problemas de matemática façam sentido portanto vou-me esforçar para perceber o problema.
Execução da solução	Procedimentos	7,2×5,4=38,88 0,3×0,3= 0,09 38,88:0,09=432 432×0,72=311,04

Resumindo: para Mayer são necessárias, portanto, 4 componentes para a resolução de problemas: (1) tradução de cada frase do problema; (2) integração da informação numa representação correta do problema; (3) elaboração e monitorização de um plano de solução e (4) execução do plano de solução de forma correta e eficiente.

Como se pode verificar através do quadro 1 os processos cognitivos são suportados por cinco formas diferentes de conhecimento. Mayer (2008) descreve essas formas como sendo: factos, conceitos (como, por exemplo, o conhecimento esquemático que suporta a integração do problema), estratégias, crenças (que também afetam a planificação e monitorização da solução) e procedimentos.

Para Mayer (2008) é necessário conhecer factos, conceitos, estratégias, crenças e procedimentos apropriados para se saber resolver problemas verbais.

Agora, será importante pensar a que processo cognitivo se deverá dar maior relevo no ensino da resolução de problemas. Essa questão tem sido debatida durante os últimos 100 anos: por um lado estão os que pretendem enfatizar as competências básicas – nomeadamente a execução do problema como principal processo cognitivo e os procedimentos como principal tipo de conhecimento. De outro lado estão os que pretendem enfatizar o plano de solução e sua monitorização como principal processo cognitivo e as metaestratégias e crenças como principais tipo de conhecimentos (Mayer, 2008). A investigação apresentada por Mayer (2008) sugere que a resolução de problemas matemáticos depende da cuidadosa junção dos quatro processos cognitivos acima enunciados e requer a integração de todos os cinco tipos de conhecimento. Segundo Mayer (2008) enfatizar um ou dois processos em detrimento de outros dificilmente conduzira a proficiência matemática.

4. Fatores na compreensão de enunciados.

Os principais fatores que influenciam a compreensão do enunciado de um problema podem ser divididos em duas grandes categorias: características do aluno e características do enunciado. Vejamos, de seguida, cada uma dessas categorias.

Todos nós somos diferentes e muitas vezes o sucesso ou fracasso na comunicação depende muito mais do recetor e das suas características do que especificamente do emissor ou canal de comunicação.

As características do leitor/aluno podem ser, por exemplo, as enunciadas por Lencastre (2003, p. 97), tais como o conhecimento prévio (grau de compreensão na leitura, o conhecimento das tabuadas), a perspectiva, os interesses e atitudes, a capacidade cognitiva (atenção, memória, linguagem), o objetivo de leitura, as estratégias e estilos de processamento. Para além destas características, Lester (1983), citado por Lopes (2002), também indica o stress, a ansiedade, o nervosismo, a tensão e o estado de espírito do aluno.

Aquando da resolução de um problema é importante ter em consideração as diferenças individuais, não apenas pela capacidade intelectual mas, principalmente, pela experiência de aprendizagem, uma vez que cada pessoa foi estimulada de modo diferente para a Matemática, cada pessoa teve, assim, um ensino diferente, e isto tem como consequência que uns se adaptam mais facilmente do que outros às tarefas propostas.

Da análise feita por Fayol (2010) de diversos estudos dos erros de resolução de problemas este também constatou que alguns desses erros pareciam estar relacionados com as diferenças interindividuais relativas quer ao nível de conhecimento escolar (grau de compreensão na leitura; conhecimento das tabuadas da adição ou da multiplicação) quer às capacidades cognitivas (atenção, memória, linguagem).

O conhecimento das tabuadas é, de facto, muito importante uma vez que o seu armazenamento, na memória a longo prazo, aumenta a potencial flexibilidade e alarga o leque de procedimentos disponíveis para resolver uma mesma situação-problema (Siegler & Shrager, 1984, citados por Fayol, 2010). Já o neurologista Castro-Caldas (2006) considera também que se tiver que se recorrer sistematicamente à lógica e às operações elementares da tabuada, para resolver um problema, o cérebro perde eficácia.

Autores como Fuchs et al. (2006), Kail e Hall (1999), Muth (1984), Swanson, Cooney e Brock (1993)[2], citados por Fayol (2010, p.23), tentaram identificar as potenciais fontes de sucesso e fracasso na resolução de problemas, provenientes das diferenças individuais. Estas investigações fizeram sobressair o impacto de três dimensões distintas: a primeira dessas dimensões é o desembaraço na leitura, o que constituiu o melhor indicador do êxito na resolução de problemas de aritmética (a saber: os enunciados são muitas vezes apresentados sob a forma escrita e isso permite compreender que, sob esta modalidade, se acumulam dificuldades de linguagem e dificuldades que são provocadas pela leitura dos mesmos); a segunda dimensão diz respeito ao êxito nas operações aritméticas, isto é, ao cálculo; finalmente, a terceira dimensão refere-se à capacidade de memória de trabalho. No entanto, relativamente à memória de trabalho, a quase totalidade das investigações contenta-se com a constatação da sua importância sem precisar como ela intervém de facto (Fayol, 2008).
Dados da literatura, Badian (1983); Gross-Tsur, Manor e Shalev (1996); Shalev, Manor e Gross-Tsur (1997), citados por Fayol (2008), comprovam uma relação entre dificuldades de leitura e de aritmética. As crianças que apresentam os dois problemas têm um perfil aritmético mais fraco que aqueles que apresentam um problema isolado de aritmética.

Morais (2006, p. 155) também discutiu a aprendizagem da Matemática em relação com a aprendizagem da leitura, traçando paralelismos derivados da investigação mais recente. Concluiu que esses estudos "mostram que a habilidade de leitura contribui para o desenvolvimento de certos aspectos da competência em Matemática (cálculo aritmético exato e utilização de princípios de cálculo; resolução de problemas apresentados através de uma história)."

Os alunos que se contentam, por exemplo, em recolher a informação nos dados numéricos fornecidos pelo enunciado podem conseguir resolver o problema mas os seus desempenhos ficam limitados. É sempre preferível que os alunos elaborem um plano de resolução da situação descrita para perceber como estão relacionados os acontecimentos, como se organizam os dados evocados, assim como para entender as informações que estão em falta: aquelas que precisamente se devem calcular (Hegarty, Mayer & Monk, 1995; Mayer & Hegarty, 1996 citados por Fayol, 2008).

[2] Estas investigações foram realizadas com abordagens e populações diferentes mas sempre com crianças entre os oito e os dozes anos.

A formulação do enunciado merece, como refere Fayol (2010, p. 38), "muita atenção, para que a compreensão não constitua o obstáculo principal à resolução". Segundo Fayol (2008) os enunciados dos problemas frequentemente apresentam situações de modo estereotipado onde as características dos mesmos são sumárias, chegando por vezes a pontos em que quer o realismo da descrição quer a possibilidade de compaginar indicações relacionadas com as experiências vividas são reduzidas.

Outra característica do enunciado considerada importante faz referência a que este deve tornar mais explícitos certos aspectos da situação descrita, sobretudo com crianças mais novas. Vejamos um exemplo dado por Fayol (2010, p. 25) em que este sugere acrescentar o que aparece sublinhado: "O Paulo e a Ana juntos têm 9 maçãs. Três (<u>destas</u>) maçãs são do Paulo (<u>e as restantes são da Ana</u>). Quantas maçãs tem a Ana?". Outro exemplo onde, por vezes, surgem casos de incompreensão nas pré-suposições é "O Pedro tem 3 maçãs. Ana dá-lhe mais 3 maçãs. Quantas maçãs tem o Pedro?" Existem crianças que recusam que a Ana possa dar maçãs ao Pedro porque ela não tem maçãs. A formulação canónica (mais natural) dos enunciados leva várias vezes a deixar implícitas tais informações. A modificação da formulação, especialmente pela explicitação dos pressupostos, induz uma melhoria nas performances sobretudo nos mais novos. Vejamos outro exemplo apontado por Fayol (2008): "O João ganhou 3 berlindes. Agora tem 5 berlindes. Quantos berlindes tinha o João no início?" Este problema só foi resolvido corretamente por 13% das crianças na primeira classe, atingindo 33% de sucesso quando formulado deste modo: "O João tem alguns berlindes. Ele ganhou mais 3 berlindes. Agora tem 5 berlindes. Quantos berlindes tinha o João no início?" Stern e Lehrndorfer (1992) citados por Fayol (2008) mostraram igualmente que os enunciados são mais bem compreendidos quando fazem referência a situações familiares e significativas para o leitor. O conhecimento prévio e o carácter significativo das situações descritas facilitam a elaboração do modelo mental.

Respeitar a ordem cronológica dos acontecimentos é outra característica apontada por Fayol (2008). Este considera ainda que usar um léxico adaptado à população em causa melhora significativamente os desempenhos das crianças. "Estas modificações favorecem a construção da representação da situação-problema evocada verbalmente" (De Corte & Verschaffel, 1987; De Corte, Verschaffel & De Winn, 1985; Fayol & Abdi, 1986; Fayol, Abdi & Gombert, 1987, citados por Fayol, 2010, p.25).
Como já foi evidenciado no capítulo relativo à compreensão do problema, os termos relacionais também dificultam a compreensão dos enunciados sobretudo nos mais

novos. Na formulação dos enunciados, ao evitar escrever termos relacionais para descrever determinada situação, pode-se levar os alunos a um nítido melhoramento das suas performances. Um exemplo que aponta perfeitamente o referido anteriormente é o dado por Hudson (1983) Davis-Dorsey, Ross, e Morrison (1991), citados por Fayol (2008), que mostra que um problema do tipo "Há 5 pássaros e 3 minhocas. Quantos pássaros há a mais que minhocas?" foi resolvido corretamente por 17% das crianças da primária e por 83% das crianças quando formulado deste modo: "Há cinco pássaros e 3 minhocas. Quantos pássaros não irão comer minhocas?"

O próprio posicionamento da questão (no início ou no fim) foi também investigado por Fayol, Abdi e Gombert (1987). Nessa investigação, os autores deram a resolver a crianças dos seis aos dez anos problemas com estado inicial ou final desconhecido. Para isso, modificaram sistematicamente a posição da questão, ora no início, ora no fim do enunciado. Os resultados obtidos foram esclarecedores: o posicionamento da questão no início do problema leva, em todas as idades e na maior parte dos problemas, a uma melhoria das performances, ao contrário da representação canónica onde a questão se encontra no final do enunciado. Este melhoramento revela-se mais importante quando se trata de problemas mais difíceis. Acredita-se que a questão, quando colocada no início do enunciado, permite ativar o esquema correspondente à estrutura do problema. Isto leva o aluno à recolha da informação e à escolha dos procedimentos de resolução e, consequentemente, à melhoria das performances (Fayol, 2008). No entanto, quando os problemas eram raros e complexos, essa melhoria não foi verificada. Devidal, Fayol e Barrouillet (1997), tiram como conclusão que as crianças dispõem, para problemas frequentemente encontrados, de esquemas que podem ativar aquando da leitura da questão, esquemas esses que guiam a interpretação do enunciado e que desencadeiam os procedimentos de cálculo. Polya (2003) defende igualmente que é sempre muito vantajoso recorrer a problemas anteriormente resolvidos ou lembrar problemas semelhantes aquando da elaboração de um plano de resolução.

A representação gráfica e/ou as ilustrações que acompanham os enunciados também são uma chave poderosa no auxílio da resolução de problemas, no entanto, estas representações devem ser moderadas e não ter ocorrência na quase totalidade dos enunciados, quer em manuais quer nas provas de aferição pois como referem Bivar, Santos e Aires (2010, p.120) "sobra pouco espaço para os alunos treinarem a construção de esquemas adequados aos problemas”. Esse treino é fundamental para que os alunos consigam ultrapassar os desafios da resolução.

A sinalização textual, como, por exemplo, os negritos que aparecem em algumas palavras-chaves nos enunciados de problemas de exames nacionais auxiliam na seleção, isto é, ajudam o aluno a reter a informação necessária e imprescindível. Os alunos devem encarar essa sinalização como um auxílio e não devem ter necessidade de adivinhar a razão pelo qual a informação se encontra assinalada.

Podemos deste modo concluir que tornar mais específicos certos aspetos da situação descrita, respeitar a ordem dos acontecimentos, colocar a questão no início do enunciado, utilizar um léxico adaptado à população em causa e fazer referência ao universo dos alunos melhoram significativamente as performances das crianças na compreensão de enunciados de problemas.

5. Mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum

Não poderemos terminar a primeira parte desta dissertação sem fazer referência aos conceitos matemáticos de mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum. A importância dada a estes conceitos deve-se ao facto de serem fundamentais para a resolução dos problemas dados aos alunos entrevistados na parte empírica deste estudo.

De acordo com o novo e atual programa de Matemática do ensino básico compreender as noções de mínimo múltiplo comum e de máximo divisor comum é um objetivo específico do segundo ciclo. Na escola em estudo, no ano letivo que decorreu (2011/2012) os alunos do sétimo ano não tinham dado esses conceitos no ano transato pois eram alunos que no segundo ciclo não tinham seguido o novo programa por este ainda não se encontrar em vigor em todas as escolas. Por conseguinte, os alunos tiveram conhecimento destes conceitos apenas no sétimo ano. Estes conceitos encontram-se em diversos manuais do sétimo ano certificados de acordo com o novo programa num módulo inicial ou módulo zero como alguns manuais indicam. Nesse capítulo são abordados conteúdos de transição que não foram lecionados anteriormente. A escolha destes conteúdos deveu-se principalmente ao facto de serem dados logo no início do primeiro período o que permitiu assim que a recolha dos dados fosse efetuada no final desse período e também porque os alunos já teriam um conhecimento prévio sobre esses conceitos.

De modo a facilitar a compreensão desta dissertação ficam aqui enunciadas as definições de mínimo múltiplo comum e de máximo divisor comum assim como duas propriedades que permitem as suas determinações. As definições foram retiradas dos manuais que se encontram referenciados na bibliografia.

Nos manuais *Matemática Dinâmica 7* e *Matemática 7º ano* temos:

Definição: Ao menor múltiplo comum de dois números naturais a e b chama-se *mínimo múltiplo comum* de a e b e representa-se por m.m.c.(a, b).

Note-se que no manual *PI Matemática 7º ano* existe uma pequena mas importante diferença:

Definição: O menor múltiplo comum, **diferente de zero**, entre dois números a e b chama-se mínimo múltiplo comum e representa-se por m.m.c.(a, b)

Esta diferença é substancial porque muitas vezes, os alunos referem que o mínimo múltiplo comum de dois números é o zero.

No manual *Matemática 7º ano* (p. 18) é feita uma observação sobre este propósito ao lado da definição, a observação alude o seguinte: “Lembremos que quando nos referimos aos múltiplos e divisores de um número consideramos apenas os múltiplos e divisores naturais desse número.”

Em relação à definição de máximo divisor comum esta é idêntica nos três manuais.

Definição: Ao maior dos divisores comuns de dois números naturais *a* e *b* chamam-se máximo divisor comum de *a* e *b* e representa-se por m.d.c.(*a*, *b*).

Para determinar o mínimo múltiplo comum ou o máximo divisor comum de dois números naturais podemos utilizar dois processos diferentes. Um deles consiste em efetuar as listagens dos múltiplos ou dos divisores desses números e verificar qual é o menor múltiplo comum ou o maior divisor comum. Vejamos através de um exemplo o acima referenciado:

- m.m.c.(5, 12) = ?

M_5 = {0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, **60**, 65, 70, 75, …}

M_{12} = {0, 12, 24, 36, 48, **60**, 72,…}

Logo o m.m.c.(5, 12) = 60

- m.d.c.(20, 24) = ?

D_{20}={1, 2, **4**, 5, 10, 20}

D_{24}={1, 2, 3, **4**, 6, 8, 12, 24}

Logo o m.d.c. (20, 24) = 4

O segundo processo que a seguir se apresenta torna-se sobretudo mais vantajoso quando os números são mais elevados. Esse processo consiste na determinação do mínimo múltiplo comum e do máximo divisor comum através da decomposição em fatores primos de cada um dos números. Vejamos como determinar o m.m.c.(120,160) e o m.d.c.(120, 160).

120	2
60	2
30	2
15	3
5	5
1	

160	2
80	2
40	2
20	2
10	2
5	5
1	

Logo $120 = 2^3 \times 3 \times 5$ e $160 = 2^5 \times 5$.

Pelas seguintes propriedades (*Matemática 7º ano*, p.20)

- O mínimo múltiplo comum de dois ou mais números decompostos em fatores primos é igual ao produto dos fatores comuns e não comuns elevado cada um ao maior dos expoentes.
- O máximo divisor comum de dois ou mais números decompostos em fatores primos é igual ao produto dos fatores comuns elevado cada um ao menor dos expoentes.

Vem

m.m.c.(120,160) = $2^5 \times 3 \times 5 = 480$ e m.d.c.(120, 160) = $2^3 \times 5 = 40$

Para terminar este capítulo, pensamos que seria pertinente apresentar dois enunciados de problemas que envolvem cada um dos conceitos apresentados anteriormente.

<u>Problema 1</u> (*PI Matemática 7º ano*, p.17)

O Nunes é praticante de *bike trial*.

De 2 em 2 meses tem provas nacionais.

De 3 em 3 vai ao estrangeiro representar Portugal, em provas internacionais.

Sabendo que em Abril teve que efetuar provas nacionais e internacionais, em que mês isso voltará a acontecer?

<u>Resolução:</u> Para resolver este problema constata-se por vezes que os alunos com mais dificuldades recorrem muitas vezes a esquemas. O quadro 2 apresenta a demonstração do referido:

Quadro 2 – *Exemplo de esquema usado pelos alunos*

Abril	Maio	Junho	Julho	Agosto	Setembro	Outubro
Nacionais e Internacionais		Nacionais	Internacionais	Nacionais		Nacionais e Internacionais

Mas também se poderia resolver este problema calculando o m.m.c.(2, 3). Temos que o m.m.c.(2, 3) = 6 concluindo portanto que o Nunes irá efetuar provas nacionais e internacionais passados 6 meses, ou seja, em Outubro.

Problema 2 (*PI Matemática 7º ano*, p.17)

O Sr. Carlos é carpinteiro. Na sua oficina tem duas tábuas com a mesma largura, mas de diferentes comprimentos, que vai utilizar para fazer prateleiras. Uma das tábuas tem 30 dm de comprimento e a outra 20 dm.

O Sr. Carlos pretende cortar as tábuas, sem desperdiçar madeira, de modo que todas as prateleiras sejam iguais e tenham o maior comprimento possível. Sabendo que as prateleiras mantêm a largura das tábuas, descobre qual é o número de prateleiras com maior comprimento que o Sr. Carlos deve fazer. Explica o teu raciocínio.

Resolução: Como o Sr. Carlos pretende que as prateleiras sejam todas iguais e com o maior comprimento possível teremos que calcular o m.d.c.(20, 30) para descobrir primeiramente o comprimento das prateleiras.

$D_{20} = \{1, 2, 4, 5, \mathbf{10}, 20\}$

$D_{30} = \{1, 2, 3, 5, 6, \mathbf{10}, 15, 30\}$

Sendo assim o m.d.c.(20, 30) = 10 logo cada prateleira terá 10 dm de comprimento.

20:10 = 2 e 30:10 = 3

Portanto o Sr. Carlos poderá construir 5 prateleiras, duas da tábua de 20 dm e 3 da tábua de 30 dm.

Os problemas que se encontram nos manuais escolares são muito semelhantes aos dois últimos referenciados, o nosso objetivo ao colocar estes dois problemas foi o de facilitar a leitura e compreensão do estudo empírico visto que os problemas que serão facultados aos alunos são do mesmo género servindo portanto este último capítulo de alavanca para a parte empírica.

Parte II – Estudo Empírico

1. Justificação e objetivos da investigação

A escolha do tema para a pesquisa surgiu, como já foi referido anteriormente, da nossa preocupação pelo fraco desempenho dos alunos na resolução de problemas e pela constatação de que, na grande parte das vezes, os alunos não conseguem elaborar nenhuma estratégia de resolução pelo simples facto de não compreenderem o que lhes é proposto nos enunciados. Com este trabalho pretendemos estudar os fatores que intervêm na compreensão de problemas de Matemática e, consequentemente, na sua resolução.

Tendo em vista o problema central foram delineados os seguintes objetivos:

a) Identificar as principais dificuldades de compreensão dos enunciados de problemas.
b) Verificar em que níveis de compreensão, tal como foram definidos por Mayer (1992), os alunos apresentam mais dificuldades.
c) Identificar os fatores que diferenciam os bons dos maus alunos na compreensão de problemas de matemática.
d) Verificar se os alunos possuem o conhecimento dos procedimentos a adotar na resolução de problemas.

2. Amostra

De forma a garantir o anonimato dos intervenientes desta investigação, no seu desenvolvimento, não será identificada nem a escola onde se realizou o trabalho de campo nem os alunos que nele participaram como entrevistados. É importante ainda salientar que a palavra aluno será usada sem distinção relativamente ao género.

O estudo foi implementado numa escola urbana construída na década de 80. Do ponto de vista do estado de conservação são visíveis sinais de degradação dos edifícios. Atualmente, e segundo o projeto educativo, existe na escola uma grande heterogeneidade de alunos cujo perfil continua a exigir um esforço crescente no sentido de desenvolver hábitos e formas de promoção da inclusão e de proporcionar as condições que muitos alunos não têm nas suas casas.

É uma escola cuja oferta educativa inclui o terceiro ciclo do ensino básico e o ensino secundário, tem 799 alunos dos quais 52% proveniente de freguesias urbanas e 48% proveniente de freguesias não urbanas.

A seleção desta escola deveu-se a razões de ordem prática, uma vez que foi a escola onde leccionámos no presente ano letivo, existindo portanto maior facilidade na recolha dos dados de que iríamos necessitar.

Decidimos escolher como população do nosso estudo duas turmas do sétimo ano, num total de 53 alunos, havendo 26 rapazes e 27 raparigas tendo como média de idades 12 anos. A escolha destas turmas prendeu-se com o facto de serem turmas da investigadora. Relativamente à composição da amostra foram selecionados 20 alunos dos 36 que foram autorizados a participar no estudo. O quadro 3 sintetiza os dados da amostra.

Quadro 3 – *Dados da amostra*

		Turma	
		B	C
Género	Masculino	6	6
	Feminino	5	3
Média de idades (arredondada às centésimas)		12,18	11,89
Tipo de aluno	Bom	5	5
	Mau	6	4

A forma como se fez a escolha desse número de alunos como amostra será elucidada no ponto referente aos procedimentos. A amostra assume-se como sendo uma amostra por conveniência, tendo-se consciência que os resultados obtidos não poderão ser generalizados à população geral. Os dados recolhidos permitem, em todo o caso, explorar a problemática em estudo e ajudar à compreensão do problema.

Uma vez definida e justificada a escolha da escola e da população sobre a qual recaiu o nosso estudo, vamos, seguidamente, descrever os instrumentos de pesquisa que utilizámos, na recolha dos dados necessários para a sua concretização.

3. Instrumentos para a recolha de dados

De modo a poder investigar a problemática em estudo houve necessidade de se utilizar diversos instrumentos para a recolha de dados. Neste ponto serão descritos detalhadamente cada um desses instrumentos. Isto é, serão referidos os problemas de Matemática usados para o estudo, caracterizada a ficha que foi entregue ao aluno e finalmente será apresentada a entrevista.

3.1. Problemas de Matemática

Numa primeira fase do desenvolvimento deste estudo, uma das primeiras tarefas foi a recolha/seleção dos problemas a serem dados aos alunos. Nessa escolha houve o cuidado de selecionar problemas que envolvessem o cálculo do mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum. Também houve o cuidado dos problemas selecionados estarem presentes em manuais escolares certificados com o novo programa de Matemática.

De modo a verificar a tradução do enunciado do problema, por parte dos alunos (como tradução do enunciado do problema entenda-se, tal como abordado no capítulo 3.1 do enquadramento teórico, a capacidade para traduzir o enunciado do problema numa representação interna) foram escolhidos três problemas que se apresentam de seguida:

Problema 1: Comprimidos (*Matemática Dinâmica 7*; p. 19)

No dia 20 de Agosto o António adoeceu e como tal foi ao médico. Este receitou-lhe dois tipos diferentes de comprimidos, um para tomar de 6 em 6 horas e o outro para tomar de 8 em 8 horas.

Quando chegou a casa, o António tomou os dois comprimidos, um de cada tipo, às 16h.

Quando é que o António voltará a tomar os dois comprimidos ao mesmo tempo?

Problema 2: Correr na pista (*Matemática Dinâmica 7*; p. 24)

Dois atletas correm numa pequena pista. Para darem uma volta à pista, o Nuno leva 15 segundos e o Joaquim 18 segundos.

Admite que cada um dos atletas corre sempre à mesma velocidade.

Saíram ao mesmo tempo da mesma posição e correram durante 10 minutos.

Quantas vezes, após a partida, se encontraram lado a lado na pista?

Problema 3: (*PI Matemática 7º ano*; p.17)

A Irene tem 100 bombons e 120 rebuçados para oferecer na sua festa de aniversário. Ela pretende distribuir os bombons e os rebuçados pelo maior número de saquinhos possível, todos com a mesma constituição. Qual deverá ser a constituição de cada saquinho?

Para verificar se os alunos eram capazes de integrar o problema numa representação coerente (como integração do problema entenda-se, tal como abordado no capítulo 3.1 do enquadramento teórico, agrupar as proposições de um problema numa representação coerente. Tal pode ser designado de modelo de situação: para isso o aluno tem de possuir conhecimentos esquemáticos, isto é, conseguir identificar ou classificar o tipo de problema. A integração do problema também envolve ser-se capaz de distinguir as informações que são relevantes das que não o são para a solução do problema), ativando os esquemas necessários à sua resolução, foram escolhidos quatro problemas: dois envolvendo o cálculo do mínimo múltiplo comum e os outros dois o cálculo do máximo divisor comum. Foi pedido aos alunos para os agrupar segundo os procedimentos que era necessário usar.

Problema 4: As ovelhas e o pastor (*Matemática Dinâmica 7*; p. 11)

O número de ovelhas de um pastor é menor que 200 e maior que 100.

Quando se colocam as ovelhas em filas de 5 sobra uma.

Quando se colocam as ovelhas em filas de 4 sobra uma.

Quando se colocam as ovelhas em filas de 3 sobra uma.

Quantas ovelhas tem o pastor? Apresenta todas as soluções possíveis.

Explica o teu raciocínio.

Problema 5: Embalagem de fruta (*Matemática Dinâmica 7*; p. 17)

Temos 120 maçãs e 180 peras para colocar em embalagens.

Pretendemos que cada embalagem tenha o mesmo número de frutas de cada tipo.

Qual é o número máximo de embalagens que é possível obter?

Para o número de embalagens que encontraste na alínea anterior, quantas maçãs e quantas peras leva cada embalagem?

Problema 6: Folha de Cartolina (*Matemática Dinâmica 7*; p. 19)

O João tem uma folha de cartolina rectangular com 36 cm de comprimento e 24 cm de largura. Pretende dividir a folha em quadrados iguais que tenham o maior comprimento do lado possível.

Quanto deve medir o lado de cada um desses quadrados?

Problema 7: A escadaria (*Matemática 7º ano*; p. 32)

O António afirmou que:

"Se subir uma escadaria de dois em dois degraus chego ao cimo. Se subir de três em três degraus ou de cinco em cinco degraus também chego ao cimo."

Qual o número mínimo de degraus que pode ter essa escadaria?

Para averiguar a planificação e monitorização do problema (como planificação e monitorização do problema entenda-se, tal como abordado no capítulo 3.1 do enquadramento teórico, a idealização de um plano estratégico para a resolução do problema sendo para isso necessário que o aluno tenha algum conhecimento estratégico, ou seja, conhecimento heurístico da resolução do problema; é necessário o aluno ser capaz de, neste nível, ter noção do que está a fazer. De igual modo para se ser capaz de avaliar e monitorizar o plano, é necessário ter conhecimento metacognitivo, ou seja, ter a consciência dos próprios processos cognitivos, saber o quão bem se está a ir e se é necessário modificar o plano de solução.) assim como os procedimentos utilizados foram escolhidos os dois problemas seguintes:

Problema 8: **As galinhas da quinta** (*Matemática 7º ano*; p. 26)

A Rita foi visitar a avó que vive numa quinta. Contou as galinhas que a avó tinha e disse:

- Posso contar as suas galinhas de 2 em 2, de 3 em 3 e de 5 em 5, sem que sobre alguma.

A avó disse:

- Só num dia 42 galinhas puseram ovos.

No mínimo quantas galinhas tem a avó da Rita?

Problema 9: Rolo de fita (*Matemática Dinâmica 7*; p. 29)

Temos dois rolos de fitas para embrulho.

Um rolo tem 120 dm de comprimento e o outro 132 dm.

Pretendemos dividir os rolos em pedaços de fita, com o mesmo comprimento, para fazer laços.

Qual é o comprimento máximo que podem ter os pedaços de fita para fazer os laços, de modo que não sobre nenhum bocado de fita?

3.2. Ficha do aluno

Como instrumento para recolha de dados foi elaborada uma ficha (Anexo I) que foi entregue aos alunos aquando da realização da entrevista.

Nessa ficha, no cabeçalho, era pedida a identificação do aluno, isto é, nome e turma. Ao preencher o nome, o aluno foi avisado pela investigadora que essa informação seria confidencial, e que, portanto, não iria constar em nenhuma parte da dissertação, assegurando a confidencialidade e a privacidade dos participantes da investigação, bem como a preservação dos seus dados pessoais. De seguida, na ficha, o aluno era confrontado com o problema 1 que deveria ler com atenção. Os problemas 2 e 3 anteriormente citados não faziam parte da ficha, estavam cada um numa tira de papel. O exercício 2 da ficha era relativo à integração dos problemas, aqui também os problemas 4, 5, 6 e 7 estavam em tiras de papel. No último exercício da ficha era pedido para se resolver os problemas 8 e 9.

3.3. Entrevistas

A entrevista semiestruturada foi a estratégia dominante para a recolha de dados. Esta entrevista caracteriza-se, como indica Amado (2009), pelas questões derivarem de um plano prévio, onde se define e regista, numa ordem lógica, o essencial do que se pretende obter, embora na interação se venha a dar uma grande liberdade de resposta ao entrevistado.

De facto, como referem Bogdan e Biklen (1994, p. 135), "nas entrevistas semiestruturadas fica-se com a certeza de se obter dados comparáveis entre os vários sujeitos".

Para a realização das entrevistas foi então elaborado um guião (Anexo II). Esse guião é, tal como o nome indica, um documento que apoia o investigador durante a condução da entrevista. Esse guião foi produzido tendo em conta as orientações de Amado (2009), isto é, contém a formulação do problema, os objetivos que se pretendem alcançar, as questões numa ordem lógica e prática, tendo em conta os objetivos da investigação e as perguntas de recurso. Também houve o cuidado, aquando da elaboração do guião, de formular: perguntas abertas, evitando aquelas que possam ser respondidas com "sim" ou "não"; perguntas singulares, isto é, que não contenham mais do que uma ideia; perguntas claras fazendo uso de uma linguagem acessível ao entrevistado. Bogdan e Biklen (1994) ainda apelam para a importância de o entrevistador pedir uma melhor clarificação ao entrevistado quando este não conseguir compreender o que o sujeito está a tentar dizer. Convém ainda salientar que não existe porém uma ordem rígida para as perguntas da entrevista, uma vez que esta decorrerá conforme as respostas e as inquietações dos alunos aquando da compreensão e resolução dos problemas.

Os itens escolhidos para a entrevista foram selecionados de acordo com as categorias que tínhamos em mente, a saber: foi organizada segundo quatro grandes áreas temáticas: concepções dos alunos relativamente à resolução de problemas, tradução do enunciado do problema, integração do enunciado, planificação e monitorização do problema / procedimentos utilizados.

Quanto às concepções dos alunos relativamente à resolução de problemas optou-se por dividir esta área temática em três pontos, a saber: o gosto pela resolução de problemas, a importância ou não de saber resolver problemas e, finalmente, considerou-se pertinente verificar as percepções dos alunos acerca das dificuldades sentidas aquando da resolução de problemas.

No que concerne à tradução do enunciado foi decidido igualmente dividir esta temática em três pontos consoante a tarefa a realizar. Portanto foi analisado se o aluno lia e se repetia corretamente o enunciado. Num segundo ponto foi analisado, depois de uma leitura por parte do aluno, se, após ter sido retirado o enunciado, ele o repetia corretamente. No terceiro ponto foram analisados os resultados da repetição do enunciado por parte dos alunos depois de ter sido lido pela investigadora.

Relativamente à integração do enunciado analisou-se o número de alunos que agruparam ou não os problemas corretamente.

Quanto à planificação e monitorização do problema / procedimentos utilizados investigou-se o número de alunos que planificavam e monitorizavam corretamente o problema assim como foram analisados os problemas detetados na resolução dos dois problemas. Verificou-se ainda se os alunos possuíam ou não conhecimento dos procedimentos a utilizar.

4. Procedimentos

Inicialmente, em outubro, e uma vez que o nosso contexto de investigação era em meio escolar, foi preciso efetuar um pedido de autorização à Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular (dgidc), com a nota metodológica (Anexo III), a carta para os encarregados de educação (Anexo IV), a declaração do orientador (Anexo V) e o guião da entrevista (Anexo II).

Tendo em vista a recolha de dados, foi solicitado, junto do diretor da escola autorização para a realização do estudo (Anexo VI). Após o diretor ter dado parecer positivo ao estudo a realizar na escola foram distribuídos pelos alunos dessas duas turmas as cartas de consentimento informado para os encarregados de educação procederem à autorização da recolha de dados dos seus educandos. Obtiveram-se respostas de 38 encarregados de educação dos quais dois não autorizaram a recolha dos dados. As outras 15 respostas ficaram por entregar mesmo depois dos alunos terem sido alertados várias vezes pela investigadora acerca da importância do estudo e das suas participações.

Relativamente à composição da amostra, como já foi referido, foram selecionados 20 alunos dos 36 que foram autorizados. A escolha desse número deve-se, em parte, ao facto de o nosso objetivo passar por ter o mesmo número de alunos com bom e fraco desempenho na resolução de problemas, formando portanto dois grupos de 10 alunos cada. Não foi possível, pelo estudo das características dos 36 alunos, encontrar outro número para a constituição dos subgrupos visto que existiam alunos que tinham um desempenho médio/suficiente.

Para se analisar os desempenhos dos 36 alunos foi usado material das aulas, a saber: resultados de problemas de questões de aula e de testes de avaliação, num total de quatro problemas. À medida que o primeiro período ia passado a investigadora também foi avaliando os desempenhos dos alunos e conhecendo-os melhor, tendo sido mais fácil identificar os alunos com bom e fraco desempenho na resolução de problemas. Foi dado apenas enfoque aos resultados obtidos em problemas envolvendo o cálculo do mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum.

Resumindo, foram selecionados 10 alunos com bom desempenho na resolução dos problemas; esses 10 alunos, no conjunto dos quatro problemas, responderam corretamente a todos. Os outros 10 alunos que constituíram a amostra ou erraram na resolução de dois problemas e não responderam aos outros dois, ou erraram três problemas e não responderam a um, ou erraram os quatro problemas, ou não responderam a nenhum problema. Esse segundo grupo de 10 alunos mostrava claramente que tinha dificuldades na resolução de problemas.

Relativamente às entrevistas, estas foram realizadas individualmente com cada um dos 20 alunos da amostra, numa sala de aula. Muitas vezes foi necessário recorrer ao horário de almoço dos alunos para se poder ter, deste modo, acesso a salas disponíveis; a escola, devido ao seu elevado número de alunos, tem, durante os tempos letivos, a totalidade, ou quase totalidade, das salas preenchidas. Procurou-se assegurar um ambiente tranquilo e seguro, para que os alunos entrevistados se sentissem à vontade. As entrevistas tiveram uma duração variável, dependendo muito do tipo de aluno, (os alunos com bom desempenho na resolução de problemas tinham entrevistas com durações mais curtas), rondando em média 21 minutos.

Para se poder verificar mais qualidade e mais confiança, relativamente à recolha de dados, foi importante haver, também, associado a todo o processo descritivo, um registo áudio das atividades desenvolvidas no âmbito deste estudo. Uma das grandes vantagens deste método é o facto de permitir o registo fiel dos dados, que não seria possível recorrendo somente a anotações, no entanto, é necessário considerar o carácter intrusivo deste dispositivo, que pode causar a inibição dos participantes, o que neste tipo de investigação constitui uma séria limitação. Para que o investigador possa usufruir das potencialidades deste método não pode descurar a reação dos sujeitos à sua utilização. Neste sentido, utilizaram-se estratégias que permitissem ultrapassar esta dificuldade, como a construção de uma relação de proximidade e confiança com os participantes.

As entrevistas foram gravadas, com recurso a tecnologia áudio, com o acordo de cada um dos alunos entrevistados e posteriormente foram objeto de transcrição integral para facilitar a análise de dados.

A entrevista iniciou-se com a sua legitimação e de seguida entrevistaram-se os alunos no sentido de obter respostas acerca das suas concepções relativamente à resolução de problemas. Posto isto, foi então entregue a ficha de trabalho (Anexo I), tal como descrito anteriormente no capítulo 3.2, tendo a mesma sido apresentada da seguinte forma: para o problema 1 era pedido aos alunos que efetuassem a sua leitura em voz alta de modo a verificar se a mesma era adequada e se não era um fator que poderia prejudicar a compreensão do enunciado por parte do aluno, também era pedido para o aluno repetir o enunciado do problema. No problema 2, após uma primeira leitura por parte do aluno, era-lhe retirado o enunciado e pedido para que o repetisse. O problema 3 era lido pela investigadora e o aluno teria que o repetir posteriormente. É importante realçar que o termo repetir não se refere a uma repetição ipsis verbis; o aluno poderia repetir usando as suas próprias palavras desde que não alterasse o sentido do enunciado.

As respostas dos alunos ao exercício 2 da ficha foram dadas oralmente, a investigadora tomou nota dessas respostas na ficha do aluno. No exercício 3 os alunos resolveram os problemas na própria ficha.

Seguidamente serão apresentadas algumas técnicas que foram usadas para estudar as respostas dos alunos.

A par da realização das entrevistas semiestruturadas também foi utilizada uma técnica concorrente, mais propriamente a de "pensar em voz alta". Esta técnica tornou-se muito útil para esta investigação uma vez que também se pretendia analisar os procedimentos de resolução utilizados pelos alunos. Para isso, foi pedido aos alunos para dizer em voz alta tudo o que estavam a pensar e o que pretendiam fazer para resolver o problema. Usando as palavras de Amado (2009, p.204), esta técnica "tem a vantagem de permitir seguir a acção durante o seu próprio desenrolar". Além disso, acontece várias vezes os alunos terem dificuldades ao expressar claramente por escrito a forma como pensam, sendo, por isso, esta técnica vantajosa para o estudo em causa.

Neste trabalho foram analisados e recolhidos documentos de natureza diversa, alguns produzidos pelos alunos, outros cedidos pela escola.

As fichas com as resoluções efetuadas pelos alunos foram um poderoso instrumento para conjugar com o "pensar em voz alta", pois assim pudemos analisar e confirmar as inferências dos alunos e também averiguar os procedimentos de resolução por eles usados, sendo este um dos objetivos da investigação. Estes documentos foram essenciais na identificação de alguns processos cognitivos dos participantes, permitindo analisar o tipo de estratégias resolutivas e detetar algumas dificuldades.

Para a caracterização da escola e por ser "inútil consagrar grandes recursos para recolher aquilo que já existe" (Quivy & Campenhout 2005, p. 202) foi analisado o projeto educativo da mesma.

Foram também tomadas notas de campo consideradas de interesse para a investigação. Essas notas de campo foram essencialmente retiradas aquando da resolução dos problemas por parte dos alunos e na fase em que pretendemos verificar como o aluno procedeu à integração do enunciado. Pretendeu-se com essas notas captar o maior número de informação possível, através de ações, gestos, atitudes e de conversas observadas. Nas palavras de Bogdan e Biklen (1994, p.150) as notas de campo constituem "o relato escrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiencia e pensa no decurso da recolha."

5. Apresentação dos resultados

Recolhido e transcrito, com o máximo rigor possível, todo o material de investigação, foi realizada a técnica de análise de conteúdo. Esta é uma fase central da investigação pois, como refere Amado (2009, p.233), "não basta recolher dados, é preciso saber analisá-los e interpretá-los (não sendo possível fazer uma sem a outra)." A análise de conteúdo terá como objetivo como defendem Bogdan e Biklen (1994, p. 205) aumentar a compreensão do material recolhido e "permitir apresentar aos outros aquilo que se encontrou." Ainda referindo Bogdan e Biklen (1994, p. 205) "a análise envolve o trabalho com os dados, a sua organização, divisão em unidades manipuláveis, síntese, procura de padrões, descoberta dos aspectos importantes e do que deve ser aprendido e a decisão do que vai ser transmitido aos outros."

Após uma leitura atenta e minuciosa de todo o material recolhido, todo esse material foi agrupado de forma a facilitar a sua interpretação.

A análise de dados desta dissertação foi iniciada recorrendo a categorias pré-definidas que surgiram com o guião da entrevista, portanto, a informação recolhida foi organizada segundo quatro grandes áreas temáticas, referidas em 3.3, que são: concepções dos alunos relativamente à resolução de problemas, tradução do enunciado do problema, integração do enunciado, planificação e monitorização do problema/procedimentos utilizados.

Todas estas áreas foram analisadas nos dois tipos de alunos, isto é, nos alunos de bom e nos de fraco desempenho na resolução de problemas.

Neste ponto é feita a apresentação dos resultados da análise qualitativa das respostas obtidas nas 20 entrevistas. Os 10 alunos com bom desempenho na resolução de problemas são aqui designados como sendo alunos de nível alto, os alunos que apresentam dificuldades na resolução de problemas são designados de nível baixo.

5.1. Concepções dos alunos relativamente à resolução de problemas

Após a legitimação da entrevista que passou por informar o aluno sobre a natureza e os objetivos do trabalho e por garantir-lhe a confidencialidade dos dados passou-se à colocação das seguintes questões:

- Gostas de resolver problemas?

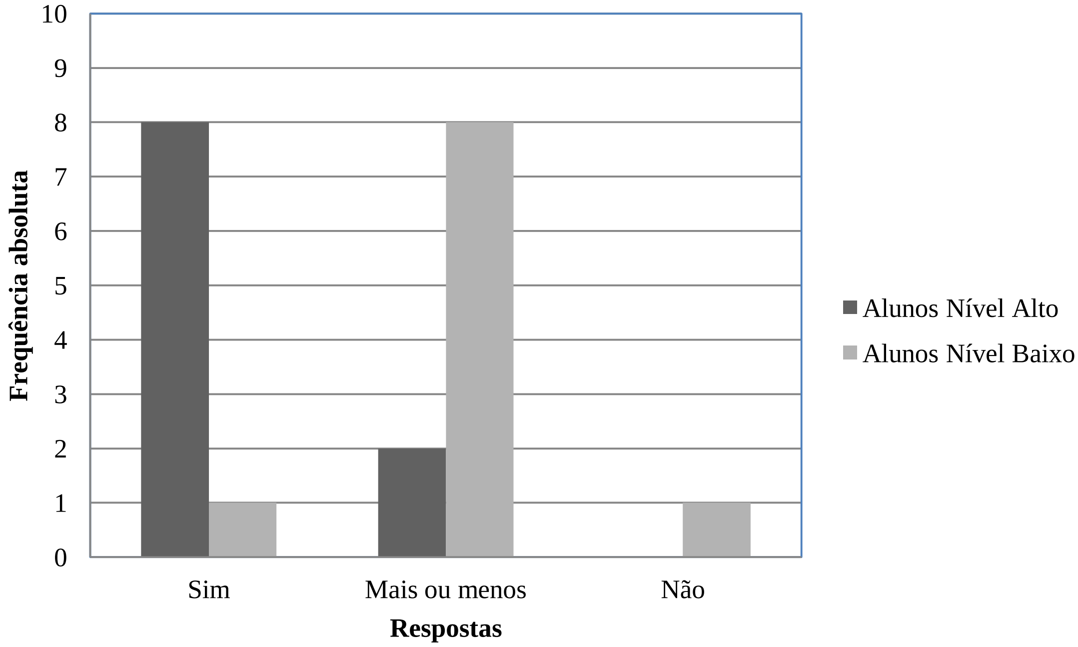

Figura 1 – Respostas dadas pelos alunos na questão "Gostas de resolver problemas?"

- Consideras importante saber resolver problemas?

Quadro 4 – *Respostas dadas pelos alunos na questão "Consideras importante saber resolver problemas?"*

	Alunos	
Resposta	Nível alto	Nível baixo
Sim	10	9
Depende dos problemas	0	1

Nesta questão, 70% dos alunos inquiridos considera importante saber resolver problemas por ter aplicação prática no dia a dia. A título de exemplo temos as seguintes respostas dadas por alunos: "porque os problemas é o que nos é mais comum a aparecer na nossa vida" ou ainda "porque os problemas estão sempre presentes na nossa vida" e "no nosso dia a dia temos sempre problemas". Houve um aluno que referiu ser importante saber resolver problemas porque era uma forma de poder consolidar os conteúdos aprendidos "eu acho que é uma forma de sabermos a matéria mais." Apesar de considerarem importante saber resolver problemas houve quatro alunos que não souberam justificar o porquê dessa importância. Para terminar houve um aluno que referiu que era importante saber resolver problemas para se poder obter uma melhor classificação nas avaliações.

- Quais são as tuas maiores dificuldades quando resolves um problema?

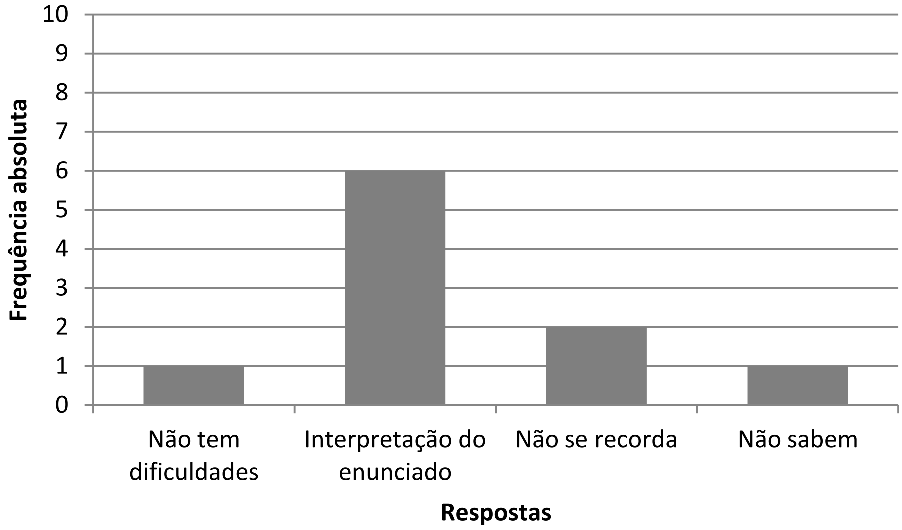

Figura 2 – Respostas dadas pelos alunos de nível alto na questão "Quais são as tuas maiores dificuldades quando resolves um problema?"

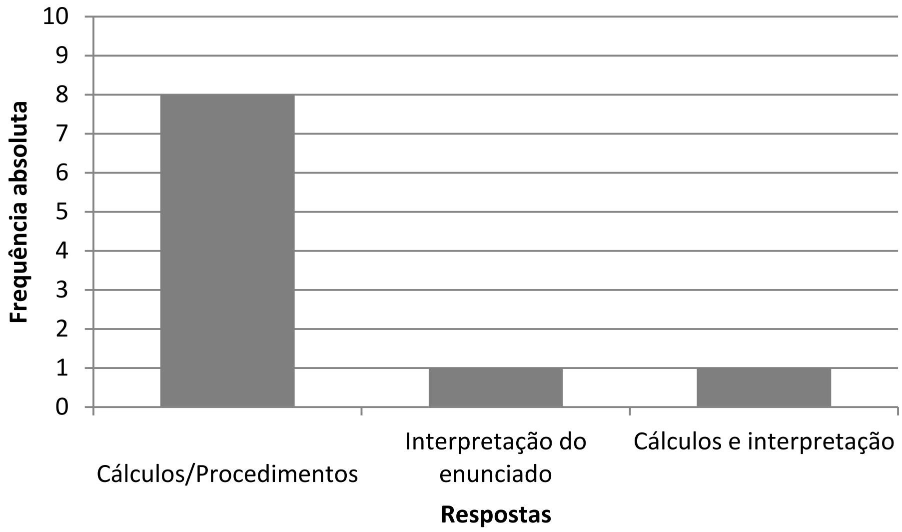

Figura 3 – Respostas dadas pelos alunos de nível baixo na questão "Quais são as tuas maiores dificuldades quando resolves um problema?"

5.2. Tradução do enunciado do problema

Apresentamos de seguida os resultados relativos à tradução do enunciado. Como já foi referido anteriormente a primeira tarefa consistia em verificar se o aluno lia e repetia corretamente o enunciado do problema 1.

Quadro 5 – *Resultados da primeira tarefa relativa à leitura e repetição do enunciado*

	Alunos	
Resposta	Nível alto	Nível baixo
Leitura adequada	10	10
Repetiu corretamente o enunciado	9	9
Não repetiu corretamente o enunciado	1	1

O aluno de nível alto que não repetiu corretamente o enunciado indicou que era pedido "em que dia é que ele voltará a tomar os dois comprimidos ao mesmo tempo" em vez de quando é que voltará a tomar os dois comprimidos ao mesmo tempo. Em relação ao aluno de nível baixo que não repetiu corretamente o enunciado podemos verificar que a sua repetição é mais afastada da repetição correta tendo o aluno referido o seguinte: "Temos… de ver quando é que ele tomou o primeiro o primeiro, mas primeiro depois ainda temos de ver quando é que ele foi, das horas de quando é que ele foi ao médico. Depois quando chegou a casa tomou logo… e depois… temos que tentar descobrir o outro… temos que… acho que tirar ou somar, não sei!"

A segunda tarefa consistia em dar o enunciado do problema 2, de seguida era-lhe retirado, e pedido ao aluno para que o repetisse.

Quadro 6 – *Resultados dos alunos de nível alto à segunda tarefa relativa à repetição do enunciado*

Alunos: Nível alto	
Repetiu corretamente o enunciado	Não repetiu corretamente o enunciado
1 aluno	Repetiu corretamente os dados do enunciado mas não repetiu corretamente a pergunta final: 1 aluno.
	Repetiu de modo incompleto o enunciado, faltando dados relevantes mas repetiu corretamente a pergunta final: 3 alunos.
	Repetiu de modo incompleto o enunciado, faltando dados relevantes e não repetiu corretamente a pergunta final: 3 alunos.
	Alterou os dados do enunciado, repetiu-o de modo incompleto faltando dados relevantes e não repetiu corretamente a pergunta final: 2 alunos.

Os 6 alunos que não repetiram corretamente a pergunta final indicaram que a pergunta seria daqui a quanto tempo ou de quanto em quanto tempo é que os atletas se voltariam a encontrar em vez de "Quantas vezes, após a partida, se encontraram lado a lado na pista?"

Quadro 7 - *Resultados dos alunos de nível baixo à segunda tarefa relativa à repetição do enunciado*

Alunos: Nível baixo	
Repetiu corretamente o enunciado	Não repetiu corretamente o enunciado
0 alunos	Repetiu corretamente os dados do enunciado mas não repetiu corretamente a pergunta final: 1 aluno.
	Repetiu corretamente os dados do enunciado mas não se recorda da pergunta final: 1 aluno.
	Repetiu de modo incompleto o enunciado, faltando dados relevantes e não repetiu corretamente a pergunta final: 3 alunos.
	Alterou os dados do enunciado e não repetiu corretamente a pergunta final: 1 aluno.
	Alterou os dados do enunciado e repetiu-o de modo incompleto faltando dados relevantes e não repetiu corretamente a pergunta final: 3 alunos.
	Alterou os dados do enunciado e repetiu-o de modo incompleto faltando dados relevantes e não se recorda da pergunta final: 1 aluno.

Note-se que nenhum aluno repetiu corretamente a pergunta final.

A terceira e última tarefa relativa à repetição do enunciado consistia na leitura por parte da investigadora do enunciado do problema 3 e de seguida era pedido ao aluno para o repetir.

Quadro 8 - *Resultados dos alunos de nível alto à terceira tarefa relativa à repetição do enunciado após ter ouvido a investigadora*

Alunos: Nível alto	
Repetiu corretamente o enunciado	Não repetiu corretamente o enunciado
3 alunos	Repetiu corretamente os dados do enunciado mas não repetiu corretamente a pergunta final: 2 alunos.
	Repetiu de modo incompleto o enunciado, faltando dados relevantes mas repetiu corretamente a pergunta final: 2 alunos.
	Alterou os dados do enunciado mas repetiu corretamente a pergunta final: 2 alunos.
	Alterou os dados do enunciado e não se recorda da pergunta final: 1 aluno.

Quadro 9 - *Resultados dos alunos de nível baixo à terceira tarefa relativa à repetição do enunciado após ter ouvido a investigadora*

Alunos: Nível baixo	
Repetiu corretamente o enunciado	Não repetiu corretamente o enunciado
0 alunos	Repetiu corretamente os dados do enunciado mas não repetiu corretamente a pergunta final: 2 alunos.
	Repetiu corretamente os dados do enunciado mas não se recorda da pergunta final: 2 alunos.
	Repetiu de modo incompleto o enunciado, faltando dados relevantes e não repetiu corretamente a pergunta final: 3 alunos.
	Alterou os dados do enunciado e não repetiu corretamente a pergunta final: 2 alunos.
	Repetiu os dados do enunciado e repetiu-o de modo incompleto faltando dados relevantes e não se recorda da pergunta final: 1 aluno.

Note-se, novamente, que nenhum aluno do tipo nível baixo repetiu corretamente a pergunta final.

5.3. Integração do enunciado

Vejamos de seguida os resultados relativos à integração do enunciado. Nesta etapa foram distribuídos aos alunos 4 problemas sendo eles o problema 4, 5, 6 e 7 apresentados anteriormente. Os problemas foram dados aos alunos em 4 tiras de papel, isto é, cada tira continha um problema e foi então pedido para que estes os agrupassem, de acordo com procedimentos exigidos para a sua resolução, visto que dois deles se referiam a problemas envolvendo o cálculo do mínimo múltiplo comum e os outros dois ao cálculo do máximo divisor comum.

Quadro 10 - *Resultados dos alunos de nível alto relativos à integração do enunciado*

Alunos: Nível alto	
Agrupou corretamente	Não agrupou corretamente
7 alunos	Identificou os conceitos que estavam envolvidos nos problemas mas não conseguiu relacioná-los corretamente com os problemas em questão: 3 alunos.

Apesar de haver 3 alunos que não agruparam corretamente os problemas é de salientar que todos eles sabiam quais os conceitos matemáticos que estavam envolvidos nas suas resoluções.

Quadro 11 - *Resultados dos alunos de nível baixo relativos à integração do enunciado*

<table>
<tr><th colspan="2">Alunos: Nível baixo</th></tr>
<tr><th>Agrupou corretamente</th><th>Não agrupou corretamente</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Agrupa corretamente mas não sabe que conceitos matemáticos estão envolvidos e não sabe justificar as suas escolhas: 2 alunos.</td><td>Identificou os conceitos que estavam envolvidos nos problemas mas não conseguiu relacioná-los corretamente com os problemas em questão: 1 aluno.</td></tr>
<tr><td>Identifica pelo menos um dos conceitos envolvidos: o do máximo divisor comum e “mínimo divisor comum” mas não faz a correspondência de forma correta: 1 aluno.</td></tr>
<tr><td>Não identifica os conceitos envolvidos nos problemas: 6 alunos</td></tr>
</table>

Apesar de haver 2 alunos que agruparam corretamente os problemas é de salientar que, uma vez que não identificaram os conceitos matemáticos envolvidos nas resoluções nem souberam justificar porque assim os agruparam, não sabemos se os alunos os agruparam de forma aleatória.

5.4. Planificação e monitorização do problema / Procedimentos utilizados

Vejamos, por último, os resultados obtidos relativamente à planificação, monitorização e procedimentos utilizados. Nesta etapa foi pedido aos alunos para resolverem dois problemas, o problema 8 e 9, de modo a verificar as suas planificações, monitorizações e procedimentos utilizados.

Quadro 12 - *Resultados dos alunos de nível alto relativos à planificação e monitorização do problema 8*

<table>
<tr><th colspan="3">Alunos: Nível alto</th></tr>
<tr><th>Planifica e monitoriza o problema de forma correta</th><th>Problemas detetados</th><th>Exemplos</th></tr>
<tr><td rowspan="2">5 alunos</td><td>Planifica e monitoriza o problema corretamente mas não tem em conta um dado importante do enunciado “só num dia 42 galinhas puseram ovos.”: 3 alunos.</td><td></td></tr>
<tr><td>Planifica e monitoriza o problema corretamente mas considera que o dado do enunciado “só num dia 42 galinhas puseram ovos” não é relevante: 2 alunos.</td><td>“Eu acho que está aqui: só num dia 42 galinhas puseram ovos é só para atrapalhar, esse número acho que não vai servir para saber no mínimo quantas galinhas tem a avó da Rita ”
“de repente olhei para os ovos e confundi-me … para a frase que diz que só num dia 42 galinhas puseram ovos. Mas acho que é assim.” (e responde 30 em vez de 60).</td></tr>
</table>

Quadro 13 - *Resultados dos alunos de nível baixo relativos à planificação e monitorização do problema 8*

Alunos: Nível baixo			
Planifica e monitoriza o problema de forma correta	Problemas detetados	Exemplos	Não responde
0 alunos	Planifica e monitoriza o problema corretamente mas não interpreta corretamente o dado do enunciado "só num dia 42 galinhas puseram ovos", pois confunde o número de galinhas com o numero de ovos: 1 aluno.	"se calhar cada galinha teve mais do que um ovo"	1 aluno
	Planifica e monitoriza o problema corretamente mas não tem em conta um dado importante do enunciado "só num dia 42 galinhas puseram ovos.": 1 aluno.		
	Tenta resolver (utilizando os números que aparecem no enunciado) mas desiste: 3 alunos.	• "Tentei fazer um número que na tabuada do dois, três e cinco dê 42". • "Acho que a conta é dividir (…) 42 por dois, três e cinco". • "acho que vou multiplicar o 2 vezes 2, 3 vezes 3 e o 5 vezes 5 (…) subtrair ou somar o 42"	
	Limita-se a fazer cálculos com os números que aparecem no enunciado, utiliza operações sem qualquer nexo: 2 alunos.	• Um aluno faz, por exemplo, 42x2x2 porque temos no enunciado: "Posso contar as suas galinhas de 2 em 2" • 5x3-2=13 e 13+45= 58 galinhas.	
	Apenas identifica que a avó da Rita tem mais do que 42 galinhas: 1 aluno.	"Tem mais do que 42 galinhas"	
	Acha que é necessário fazer os divisores de 2, 3 e 5 e descobrir qual é o menor em comum: 1 aluno. (Além disso não sabe identificar corretamente os divisores de 2, 3 e 5 mas indica que são mais do que 42 galinhas)	"Tinha que fazer os divisores até ao 48 acho eu ou 42." "Só num dia 42 galinhas puseram ovos… quer dizer que tem mais do que 42"	

Quadro 14 - *Resultados dos alunos de nível alto relativos à planificação e monitorização do problema 9*

Alunos: Nível alto		
Planifica e Monitoriza o problema de forma correta	Problemas detetados	Exemplos
9 alunos	Não interpreta corretamente o enunciado, preocupa-se somente com o comprimento máximo dos pedaços de fita e não tem em conta que têm de ter o mesmo comprimento: 1 aluno.	• "Porque agora é que eu vi: "Qual é o comprimento máximo", ou seja, vou tentar… vou dividir pelo número mais pequeno porque ao dividir pelo número mais pequeno vai dar um número maior. E como aqui pede qual é o comprimento máximo que podem ter os pedaços de fita hum… eu se dividir 120 a dividir por 2 vai dar 60, 132 a dividir por 2 vai dar 66 e como eu tinha anteriormente a dividir por 6 iam-me dar resultados mais pequenos e aqui qual é e aqui está a pedir o comprimento máximo".

Quadro 15 - *Resultados dos alunos de nível baixo relativos à planificação, monitorização do problema 9*

Alunos: Nível baixo			
Planifica e Monitoriza o problema de forma correta	Problemas detetados	Exemplos	Não responde
1 aluno	Planifica e monitoriza o problema corretamente, no entanto, não calcula corretamente o máximo divisor comum: 1 aluno.	m.d.c.(120,132)=2^2x3x5= =60	2 alunos
	Tenta resolver (utilizando os números que aparecem no enunciado) mas desiste: 2 alunos.	• $\sqrt{120} = 10.95$ e $\sqrt{132} = 11.48$ • 120-20=100 e 132-20=112	
	Limita-se a fazer cálculos com os números que aparecem no enunciado, utiliza operações sem qualquer nexo: 3 alunos.	• “estava a pensar em 120 a dividir por 120 e depois 132 a dividir por 132 e depois somar os resultados”. • 1200:200=12 cm 1320:100=13,2 cm • $\sqrt{120} \approx 10.95$ e $\sqrt{132} \approx 11.48$ 11,48-10,95=83	
	Acha que é necessário fazer o mínimo múltiplo comum (mas não o calcula corretamente tendo uma reposta completamente desadequada tendo em conta o contexto do problema): 1 aluno.	“ O comprimento máximo é de 1320 dm”.	

Relativamente aos procedimentos utilizados verificou-se que os alunos que planificaram e monitorizaram corretamente os problemas possuíam e usaram os procedimentos adequados à sua resolução. Estes resultados encontram-se representados nos quadros 16 e 17 para o problema 8 e nos quadros 18 e 19 para o problema 9.

Quadro 16 - *Resultados dos alunos de nível alto relativos aos procedimentos utilizados no problema 8*

Alunos: Nível alto
Conhece e aplica os procedimentos
10 alunos

Quadro 17 - *Resultados dos alunos de nível baixo relativos aos procedimentos utilizados no problema 8*

Alunos: Nível baixo	
Conhece e aplica os procedimentos	Não conhece os procedimentos
2 alunos	8 alunos

Quadro 18 - *Resultados dos alunos de nível alto relativos aos procedimentos utilizados no problema 9*

Alunos: Nível alto
Conhece e aplica os procedimentos
10 alunos

Quadro 19 - *Resultados dos alunos de nível baixo relativos aos procedimentos utilizados no problema 9*

Alunos: Nível baixo	
Conhece e aplica os procedimentos	Não conhece os procedimentos
1 aluno	9 alunos

6. Análise e discussão dos resultados

No que respeita ao ponto 5.1, "Concepções dos alunos relativamente à resolução de problemas", pode-se constatar que o gosto pela resolução de está mais presente nos alunos de nível alto: 80% dos alunos de nível alto afirmam gostar de resolver problemas contra os apenas 10% dos alunos de nível baixo que assim o indicam.

Todos os alunos, independentemente do seu nível, consideram importante saber resolver problemas. Grande parte deles apontam como principal motivo para essa relevância a aplicação prática dos conteúdos abordados nos problemas no seu dia a dia. Mesmo os alunos de nível baixo têm consciência, apesar das dificuldades demonstradas, da importância que a aprendizagem de resolução de problemas traz para o futuro. Torna-se importante salientar que houve um aluno (de nível baixo) que referiu ser importante saber resolver problemas pois era uma forma de consolidar os conteúdos aprendidos. Isto sugere que o aluno está sensibilizado para a importância desta.

Como principais dificuldades apontadas pelos alunos, verifica-se que, os de nível alto (60%), referem a interpretação dos enunciados, enquanto os alunos de nível baixo (80%), apontam os cálculos e os procedimentos a utilizar. As percepções dos alunos acerca das suas dificuldades aquando a resolução de problemas são, portanto, diferentes nos dois tipos de alunos. É ainda de salientar que no grupo dos alunos de nível alto ninguém referiu ter dificuldades nos cálculos e procedimentos a utilizar num problema, mostrando assim que estão bem familiarizados com estes aspetos da Matemática.

No ponto 5.2, "Tradução do enunciado do problema" era primeiramente pedido aos alunos para ler um enunciado a fim de verificar se estes tinham ou não uma leitura adequada, pois uma leitura deficiente pode conduzir a uma má interpretação e esta será portanto causadora de insucesso. Verificou-se que todos os alunos apresentavam uma leitura adequada, no entanto, quando foi pedido para os alunos repetirem o enunciado, tanto nos de nível alto como nos de nível baixo houve um aluno que não repetiu corretamente o enunciado. Nos alunos de nível alto o erro efetuado foi relativo à pergunta final do enunciado. Era perguntado: "Quando é que o António voltará a tomar os dois comprimidos ao mesmo tempo?" e o aluno repetiu: "em que dia é que ele voltará a tomar os dois comprimidos ao mesmo tempo." Como não era pedido para se efetuar a resolução do problema, muito provavelmente o aluno poderia corrigir a tradução do problema aquando da sua resolução, pois a má tradução da pergunta final pouco compromete a resolução do problema. Nos alunos de nível baixo, a repetição incorreta revelou-se mais grave e comprometeria certamente a resolução do problema pois o aluno repetiu, como já foi acima referido, o problema do seguinte modo: "temos… de ver quando é que ele tomou o primeiro o primeiro, mas primeiro depois ainda temos de ver quando é que ele foi, das horas de quando é que ele foi ao médico. Depois quando chegou a casa tomou logo… e depois… temos que tentar descobrir o outro… temos que… acho que tirar ou somar, não sei!" É de salientar que os alunos tinham o enunciado escrito do problema e que a maioria deles, ao repetir o problema, olhava para o papel de modo a facilitar a repetição do mesmo.

Numa segunda tarefa, relativa à tradução, era dado um problema ao aluno para que este efetuasse a sua leitura; seguidamente, o enunciado era-lhe retirado e pedido para que o repetisse. Como se pode observar, através da apresentação dos resultados, esta tarefa não foi bem-sucedida nem pelos alunos de nível alto nem pelos de nível baixo. Apenas um aluno de nível alto repetiu o enunciado do problema corretamente; todos os outros não o fizeram, quer não indicando corretamente qual a pergunta final (embora tivessem assimilado todas as premissas), quer efetuando alterações ao enunciado ou ainda omitindo dados relevantes. Pode destacar-se a alteração à pergunta final feita por 60% dos alunos de nível alto: "de quanto em quanto tempo é que os dois atletas se voltariam a encontrar" em vez de "quantas vezes os atletas se encontravam lado ao lado". Note-se que a alteração feita na pergunta final não iria comprometer os procedimentos a utilizar na resolução do problema. Essa alteração efetuada pelos alunos deve-se, talvez, ao facto de grande parte dos problemas relativos ao tema "mínimo múltiplo comum", efetuados nas aulas e encontrados nas fichas de trabalho ou testes de avaliação referentes a esta temática, terem como pergunta final "de quanto em quanto tempo" é que determinados acontecimentos ocorrem simultaneamente. Esta mecânica poderá ter provocado nos alunos uma certa familiarização com esse tipo de pergunta, como já foi visto no enquadramento teórico. Fayol (2010, p. 25) alerta para esses casos quando refere que erros de compreensão podem surgir "quando uma situação descrita é assimilada a uma outra mais simples ou estudada mais recentemente ou correntemente". No que concerne aos alunos de nível baixo pode-se reparar que nenhum deles repetiu corretamente o enunciado do problema e, consequentemente, o que era pedido; inclusivamente dois alunos admitem não se recordarem do que era pedido. Apesar de os alunos de ambos os níveis terem revelado dificuldades na repetição do problema, note-se que, ao contrário dos de nível alto, os de nível baixo alteraram substancialmente a pergunta final do problema. Como demonstração do supra referenciado podem citar-se: "qual é o tempo que os dois atletas fazem?"; "Cada um tem de dar uma volta a pista e quem tiver menos tempo ganha"; Quantas voltas dão na pista?" - referenciado por dois alunos (note-se que a pergunta original era "quantas vezes os atletas se encontravam lado a lado?"). Não obstante o erro de tradução ser transversal a ambos os tipos de alunos constatou-se que os de nível alto não alteraram o sentido do problema de forma tão grave quanto os homólogos de nível baixo na medida em que, de acordo com a sua repetição, o cálculo mental pretendido com o problema não sofreria alterações, não ocorrendo o mesmo aquando da tradução dos alunos de nível baixo que adulteraram de forma irremediável o processo de resolução do problema por falta de compreensão do enunciado. Tal como sucedera com os alunos de nível alto, quatro alunos de nível baixo indicaram como pergunta final "de quanto em quanto tempo é que os atletas se voltariam a encontrar" o que, como já foi acima referido, pode dever-se ao maior contacto com esse tipo de pergunta. Pela observação dos quadros 6 e 7 constata-se que a omissão de dados relevantes ou a sua alteração aconteceu nos dois tipos de alunos. Esta situação pode dever-se ao facto de os alunos não terem conseguido memorizar todos os dados do problema. É importante ainda salientar que os alunos não tinham conhecimento de que o enunciado lhes seria retirado; muito provavelmente, se soubessem, a repetição do enunciado deveria ser mais bem-sucedida na medida em que os alunos efetuariam a leitura do mesmo com mais atenção.

Na última tarefa os alunos deviam repetir um problema após a leitura por parte da investigadora. Aqui, e tal como acontecera anteriormente, houve, embora em menor número (dois alunos), alunos do nível alto que alteraram a pergunta final: em vez de "Qual deverá ser a constituição de cada saquinho?" disseram "Qual o maior número de saquinhos?" Mais uma vez a alteração efetuada por parte dos alunos à questão não iria influenciar os procedimentos a utilizar na resolução do problema, pois determinar o maior número de saquinhos é uma etapa necessária à sua resolução. Na repetição do problema e relativamente aos alunos de nível alto, 50% dos alunos alteraram ou omitiram dados relevantes, a saber: houve alunos que alteraram o número de rebuçados e/ou bombons. No grupo de alunos de nível baixo, nenhum repetiu o problema corretamente ou por omissão de dados, ou por alteração de dados, ou ainda por não repetir corretamente a pergunta final. Note-se que nenhum aluno soube repetir corretamente a pergunta final. Houve três alunos que disseram que uns sacos iriam ter bombons e outros sacos rebuçados revelando assim uma má interpretação do enunciado. Neste grupo de alunos também houve quem dissesse que o pretendido era saber o número de sacos e não a sua constituição como refere o enunciado do problema.

O principal objectivo do bloco C do guião da entrevista, "Tradução do enunciado do problema", consistia em verificar se o aluno traduzia as afirmações do problema numa representação adequada, através do recurso a conhecimentos factuais e linguísticos. Pelo que foi acima analisado verifica-se que os três pontos que constituíam este bloco tiveram resultados muito diferenciados. Os alunos tiveram melhor desempenho no primeiro ponto quando tinham em sua posse o enunciado do problema, aí a interpretação do enunciado e a sua tradução foi bem-sucedida; o mesmo não aconteceu, no ponto dois, quando o enunciado lhes foi retirado: verificou-se que mesmo os alunos de nível alto não efetuaram uma boa tradução do enunciado. No ponto três, com a leitura efetuada pela investigadora, mas mais uma vez sem os alunos terem acesso ao enunciado, a tradução por parte dos alunos melhorou um pouco relativamente ao segundo ponto. É igualmente importante referenciar que no grupo dos alunos de nível baixo os conhecimentos linguísticos usados pelos alunos para traduzir os enunciados dos problemas se demonstrou insuficiente. Uma grande parte dos alunos mostrou muitas dificuldades em formular frases, como podemos ver, por exemplo, nas frases: " Ela que saber se… quando é que 120 rebuçados e 100 bombons… quer encontrar o mesmo resultado no mesmo saquinho.", "Pra saber… em que… em que… não é em que dia, em que tempo é que ele toma os dois comprimidos".

No que diz respeito ao ponto 5.3, "Integração do enunciado" era pedido aos alunos para agruparem problemas de natureza diferente. No conjunto dos quatro problemas dois deles eram resolvidos através do cálculo do mínimo múltiplo comum e os outros dois com o cálculo do máximo divisor comum. Todos os alunos de nível alto identificaram os conceitos matemáticos envolvidos nos problemas, tendo sete alunos agrupado corretamente os problemas, ativando portanto corretamente o esquema necessário às respetivas resoluções, identificando o modelo de situação. No grupo dos alunos de nível baixo oito alunos não conseguiram identificar os conceitos matemáticos necessários à resolução dos problemas. Os dois alunos de nível baixo que agruparam corretamente não conseguiram justificar e também não identificaram os conceitos matemáticos envolvidos, o que nos poderá levar a pensar que podem ter agrupado os problemas ao acaso. Ainda nesse grupo houve um aluno que conseguiu identificar que conceitos matemáticos eram necessários usar para a resolução dos problemas, no entanto não os agrupou de modo correto.

No ponto 5.4 “Planificação e monitorização do problema / Procedimentos utilizados” eram dados aos alunos dois problemas que deveriam ser resolvidos por eles. Como solicitado pela investigadora, à medida que iam resolvendo os problemas os alunos diziam o que estavam a pensar fazer para os resolver.

Relativamente ao primeiro problema “As galinhas da quinta”, cinco alunos do tipo nível alto planificaram e monitorizaram o problema corretamente respondendo de modo correto ao que era pedido. Os outros cinco alunos responderam 30 galinhas em vez das 60 que era a resposta correta. Uns porque não tiveram em conta um dado importante do enunciado “só num dia 42 galinhas puseram ovos” e outros porque consideraram esse dado não relevante, demonstrando, portanto, que não tinham compreendido a informação disponibilizada. Salienta-se que todos os alunos de nível alto verificaram que deveria ser feito o mínimo múltiplo comum de 2, 3 e 5, no entanto o dado do enunciado “só num dia 42 galinhas puseram ovos” era determinante para a resolução do problema pois era necessário encontrar um número divisível por 2, 3, e 5 que fosse maior que 42. Pode-se constatar que os cinco alunos que não responderam corretamente à pergunta enunciada pelo problema raciocinaram de modo correto uma vez que todos eles fizeram o cálculo do mínimo múltiplo comum. Talvez uma sinalização textual, como por exemplo, colocar a frase “só num dia 42 galinhas puseram ovos” a negrito tivesse melhorado os resultados, na medida em que daria relevo à informação. Pode-se também acrescentar que se esse problema constasse de uma ficha de avaliação nenhum dos alunos do tipo nível alto teria zero na cotação a atribuir. Como já foi acima referido, todos os alunos do tipo nível alto, identificaram corretamente que para se resolver este problema era necessário o cálculo do mínimo múltiplo comum de 2, 3 e 5 mostrando assim que possuíam o conhecimento dos procedimentos a adotar. Apesar do objectivo principal deste bloco ser a análise da planificação e monitorização da solução por parte dos alunos pode-se concluir que, relativamente a este problema, os alunos de nível alto que não responderam corretamente ao que era pedido apresentaram dificuldades na tradução do problema e na sua integração, visto que não conseguiram distinguir, como foi referenciado no enquadramento teórico desta dissertação, as informações relevantes das que não o eram para a solução do problema. No caso dos alunos do tipo nível baixo, constata-se que nenhum soube resolver o problema corretamente, somente dois alunos se aproximaram da resolução correta pois tal como sucedera com os de nível alto efetuaram o mínimo múltiplo comum de 2, 3 e 5 e responderam 30 galinhas, não tendo portanto em conta que "só num dia 42 galinhas puseram ovos". Um desses alunos até confundiu o número de galinhas com o número de ovos, apesar de repetir corretamente o enunciado que "só num dia 42 galinhas puseram ovos" o aluno afirma que "se calhar cada galinha teve mais do que um ovo" mostrando claramente que não interpreta corretamente o enunciado. Um caso que nos preocupou particularmente foi o seguinte: cinco alunos limitaram-se a usar os números que apareciam no enunciado e efetuaram cálculos sem qualquer nexo, sem qualquer fio condutor que os levasse a um raciocínio lógico, produzindo situações absurdas. Talvez seja importante referir que todos eles afirmaram ter percebido o enunciado e o que era pedido. Aparentemente, não procuraram a compreensão global da situação exposta e recorreram a parte dos elementos disponíveis no enunciado, procuraram identificar sinais indicativos de processos de resolução, como sejam, por exemplo, palavras-chave que estivessem, na sua mente, associadas a determinadas operações. Mayer, como já foi referido em 3.1 do enquadramento teórico, indica que é necessário o aluno ser capaz de, na planificação e monitorização da solução, ter noção do que está a fazer, isto é, saber porque utiliza determinado cálculo, o que claramente não aconteceu com estes alunos. Continuando a análise de resultados, um aluno não responde e afirma não saber como resolver o problema e dois alunos apenas indicam que têm de ser mais do que 42 galinhas, um aluno desses dois ainda afirma que se deveria fazer os divisores de 2, 3 e 5 e ver qual é o menor divisor (note-se que estaria certo se usasse o termo múltiplos). Neste tipo de alunos constata-se que existem dificuldades nos quatro processos cognitivos definidos por Mayer e referidos no capítulo 3.1 do enquadramento teórico e que apenas dois alunos possuíam o conhecimento dos procedimentos a adotar para a resolução do problema.

No que concerne ao segundo problema "Rolo de fita" nove alunos do tipo nível alto planificaram e monitorizaram o problema corretamente. Apenas um aluno não planificou corretamente o problema devido a uma má interpretação do enunciado uma vez que o aluno não teve em conta que os rolos deveriam ter o mesmo comprimento. É de salientar que, esse mesmo aluno, no problema anterior também não teve em consideração que "só num dia 42 galinhas puseram ovos", achando que esse dado não era revelante, reincidindo no mesmo erro que se prende com a má representação do problema constituída pela tradução e integração. Relativamente aos alunos do tipo nível baixo um deles planificou e monitorizou o problema corretamente, dois não resolveram o problema e afirmaram não saber como proceder para o resolver. Tal como anteriormente, também neste caso cinco alunos utilizaram os dados numéricos que apareciam no enunciado e operaram com esses dados sem qualquer coerência. Houve também um aluno que detetou corretamente tratar-se de um problema que envolvia o conceito de máximo divisor comum mas ao resolvê-lo não calculou corretamente o máximo divisor comum, evidenciado a sua dificuldade aquando da escolha dos fatores primos a colocar no produto. Neste caso, a dificuldade do aluno prendeu-se com o procedimento a adotar quando se calcula o máximo divisor comum. Ainda no grupo dos alunos do tipo nível baixo houve um que afirmou tratar-se de um problema que envolvia "o mínimo múltiplo comum, não o máximo múltiplo comum", mostrando, logo à partida, a deficiente compreensão do conceito. Esse aluno calculou corretamente o mínimo múltiplo comum de 120 e 132 que é 1320 e respondeu que o comprimento máximo era de 1320 dm; ora essa resposta é completamente descontextualizada uma vez que se pretendia dividir dois rolos, um de 120 dm de comprimento e outro de 132 dm em pedaços de fita com o mesmo comprimento. Foi perguntado ao aluno se tinha lógica a sua resolução e o aluno respondeu: "Não sei, para mim tem. Pode não estar certo".

Neste problema, "Rolo de Fita", os alunos de nível alto mostraram novamente que conheciam os procedimentos necessários à resolução do problema, o mesmo não aconteceu com os alunos de nível baixo, onde apenas um aluno mostrou ter esse conhecimento.

Note-se que, relativamente a este último ponto onde foi verificado a planificação e monitorização do problema / procedimentos utilizados, constatou-se que os alunos que não conseguiram resolver os problemas não recorreram a qualquer estratégia de resolução. Poderiam, para resolver os dois últimos problemas, ter usado esquemas, tentativa/erro, etc., uma vez que estes se poderiam solucionar sem conhecer os procedimentos para o cálculo do mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum.

Ao analisar as dificuldades apresentadas pelos alunos, sobretudo pelos alunos do tipo nível baixo, constata-se que existe alguma diversidade nas dificuldades apresentadas, podendo referir-se a seguinte lista de dificuldades:

- Não observação de condições ou dados importantes referidos no enunciado;
- Dificuldades de identificação dos aspetos essenciais de uma situação e a sua tradução em termos matemáticos;

- Dificuldade em identificar os conceitos matemáticos a utilizar numa dada situação;
- Domínio deficiente de alguns conceitos matemáticos;
- Dificuldades em delinear estratégias de resolução;
- Falta de conhecimento dos procedimentos a adotar.

Relativamente aos processos necessários (tradução, integração, planificação e monitorização e conhecimento dos procedimentos) para a compreensão dos enunciados de problemas e sua resolução, constata-se que, para os alunos do tipo nível alto, foi na tradução e integração do problema que se registaram algumas dificuldades, sobretudo nas situações em que aqueles não tinham em sua posse os enunciados dos problemas. Esse facto pode dever-se, como já foi acima referenciado, à falta de memorização de dados essenciais para a compreensão do problema. É de salientar que, tanto na tradução como na integração do problema, os alunos de nível alto, não mostraram tantas dificuldades como os de nível baixo. Os alunos do tipo nível baixo apresentaram dificuldades em todos os processos, isto é, na tradução das afirmações do problema numa representação adequada do enunciado, na integração dos dados do problema numa representação coerente, através da ativação dos esquemas apropriados, na planificação e monitorização do problema, através do recurso a conhecimento estratégico e metaestratégico; e, ainda, no conhecimento dos procedimentos necessários à resolução do problema.

Para terminar, podemos concluir que, quando os alunos de nível alto apresentaram dificuldades estas eram relacionadas com a representação do problema, a saber: tradução e integração do problema. Relativamente à resolução do problema, que envolve a planificação e monitorização do problema e consequente execução, os alunos de nível alto não apresentaram qualquer tipo de dificuldade, além disso, mostraram claramente conhecer os procedimentos necessários à resolução dos mesmos evidenciando terem conhecimento das noções de mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum. Em oposição, os alunos do tipo nível baixo apresentaram graves dificuldades, tanto na representação do problema como na sua solução. Além disso, a grande maioria evidenciou não dominar as noções de mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum nem como determinar os seus cálculos.

Conclusões

Conclusões

Concluída a análise e discussão dos resultados tecem-se alguns comentários relativamente aos resultados obtidos, objetivando as respostas às questões orientadoras do estudo e aos objetivos específicos. Também nesta parte são apresentadas algumas limitações do estudo e recomendações para futuras investigações.

Com a realização deste estudo procurou-se perceber e analisar os fatores que intervêm e dificultam a compreensão dos enunciados de problemas de Matemática, pelos alunos do 7º ano de escolaridade, bem como entender em que aspectos os bons alunos se distinguem dos maus alunos na compreensão dos problemas e verificar se os alunos possuem o conhecimento dos procedimentos a adotar.

Relativamente ao que intervém e dificulta a compreensão dos enunciados de problemas de matemática dos alunos do 7º ano de escolaridade podemos constatar, através dos resultados obtidos, que existem dificuldades tanto na tradução e integração do enunciado como na planificação, monitorização e execução da solução do problema. Uma vez que da representação do problema, constituída pela tradução e integração, dependem as fases seguintes será importante reforçar esses dois níveis de compreensão para que, pelo menos, os alunos consigam traduzir o enunciado do problema numa representação coerente. É de salientar que no nosso estudo os alunos afirmaram compreender o enunciado do problema mas nota-se, no entanto, que nem sempre possuíram os conhecimentos necessários para transformar as frases que leram numa representação com sentido, isto é, na linguagem matemática que está subjacente ao enunciado.

Em relação aos aspectos em que os bons alunos se distinguem dos maus alunos na compreensão do problema podemos concluir que onde os bons alunos falham, quando tal acontece e ainda que raramente, é na representação do problema, isto é, na tradução e integração do problema. Note-se que dos bons alunos, quando sujeitos à pergunta “quais são as tuas maiores dificuldades quando resolves um problema?”, seis deles admitiram ser na interpretação do enunciado, confirmando assim os resultados obtidos. Os maus alunos ou alunos de nível baixo apresentam dificuldades em todos os processos cognitivos, a saber: na tradução, integração, planificação e monitorização e por fim execução. Pôde-se averiguar que alguns alunos se limitaram a procurar no enunciado dados numéricos e palavras-chave que estivessem, nas suas mentes, associadas a determinadas operações, ficando muitas vezes a compreensão do enunciado comprometida. Esta é uma prática que tem de ser contrariada, o aluno precisa de ter consciência dos próprios processos cognitivos, saber avaliar o quão bem se está a ir, o aluno não pode encarar o enunciado como um conjunto de números que tem de se relacionar, operando com eles sem qualquer sentido com a esperança de se chegar à solução do problema. Os alunos de nível baixo alegaram sempre ter compreendido os enunciados, mas muitas vezes não conseguiram reter nem controlar as informações neles contidos, o que nos leva a crer que nem sempre esses alunos têm uma percepção correta relativa à sua compreensão ou ainda que não possuem o conhecimento dos procedimentos inerentes à tarefa. Também podemos concluir que, no processo de tradução, os alunos de nível alto nunca alteraram substancialmente a pergunta final dos problemas apresentados, aproximando-se bastante da tradução correta; mesmo quando a pergunta final era deturpada, o processo de cálculo não sofria grandes alterações na medida em que a resposta para a pergunta final deturpada, em todos os casos em que tal se verificou, era alcançada através dos mesmos processos. Estes resultados obtidos e consequentes observações levaram-nos a concluir que os alunos de nível alto, por possuírem um alargado leque de conhecimentos prévios, quando confrontados com determinadas premissas, mostraram tendência para automaticamente traduzir os dados apresentados no problema da forma correta mesmo sem atentar à questão final. Ao contrário, os alunos de nível baixo quando não repetiam corretamente a pergunta final alteravam-na substancialmente conduzindo a um tipo de problema com outro objetivo e outros procedimentos.

Por último, para responder a se os alunos possuem ou não conhecimento dos procedimentos a adotar na resolução de problemas, verificou-se que a totalidade dos bons alunos possuíam o conhecimento dos procedimentos, isto é, sabiam perfeitamente calcular o mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum. Ao contrário, não se verificou esse conhecimento por parte dos alunos de nível baixo.

Verificamos igualmente, com este estudo, que os enunciados dos problemas devem diversificar a pergunta final e não, como se verifica várias vezes em determinados enunciados, repetir constantemente o mesmo tipo de pergunta, a saber: grande parte dos problemas relacionados com o mínimo múltiplo comum tem como início de pergunta “ de quanto em quanto tempo…” Mostrou-se neste estudo que os alunos erraram a tradução da pergunta final do problema, muito provavelmente devido à familiarização com esse tipo de enunciado. Deve portanto o professor tentar diversificar os enunciados dos problemas para evitar esse tipo de erro.

A compreensão de um problema e, posteriormente, a sua resolução é uma tarefa árdua para os alunos e muitos são aqueles que não a conseguem ultrapassar. Cabe ao professor aproveitar os erros dos alunos para a sua própria aprendizagem e não os encarar apenas como fator de insucesso. Para além disso, o professor deve acompanhar todo o processo cognitivo da compreensão do problema e não verificar apenas os resultados finais, deve proporcionar e auxiliar os alunos na tradução de cada frase do problema e na sua integração pois só assim será possível seguir para a resolução do problema propriamente dita. Para isso, deverá proporcionar mais momentos de leitura e consequentes traduções e também reforçar a discussão sobre as soluções apresentadas, dar mais atenção aos raciocínios dos alunos, procurando que eles os explicitem com clareza para assim evitar procedimentos e respostas descontextualizadas, como aqueles que se encontraram, por exemplo, neste estudo.

A resolução de problemas, segundo o novo programa para o ensino básico, é uma competência transversal a toda a aprendizagem da Matemática mas para haver êxito é necessário passar primeiramente pela sua compreensão, pois não se pode resolver o que não se compreende. Uma vez que os resultados na resolução de problemas, por parte dos alunos com dificuldades, não são satisfatórios e visto esta dissertação estar enquadrada no mestrado em Supervisão Pedagógica e Formação de Formadores não podemos terminar estas considerações finais sem antes apelar para a necessidades de formação de professores no que diz respeito à compreensão de problemas de matemática e sua resolução. Só assim se poderá talvez reverter os maus resultados apresentados em provas nacionais.

Ao longo deste trabalho consegue-se depreender que a distância que existe entre a leitura e a compreensão correta que os alunos conseguem ter de um problema é longa. A habilidade de compreender um problema de matemática não se desenvolve espontaneamente, mas deve ser trabalhada na sala de aula pelo professor, que, para além de atividades diferenciadas, deve oferecer aos seus alunos um conjunto amplo de recursos para facilitar essa compreensão. O papel do professor é, portanto, fundamental pois seguindo Vygotsky (2001), que defende que o desenvolvimento intelectual das crianças ocorre em função das interações sociais, o aluno aprenderá com o professor para depois fazer sozinho. Aproveitando os resultados de De Groot, o professor deverá fornecer aos alunos um conjunto alargado de problemas específicos para que estes os possam trabalhar e, assim, aprender a resolvê-los, tais como os mestres de xadrez, que interiorizam as configurações de tabuleiro e as melhores jogadas a elas associadas.

Limitações do estudo e recomendações para investigações futuras

Como principal limitação do estudo podemos apontar o facto dos sujeitos participantes serem alunos da investigadora o que, devido a fatores de relação professor/aluno e até mesmo pessoais, pode ter afetado os resultados obtidos no estudo, assim, tornar-se-á vantajoso, futuramente, selecionar como amostra alunos de outros professores que não os do investigador ou até mesmo de outra escola; desta forma, esses potenciais transtornos poderão eventualmente ser contornados.

O estudo centrou-se em alunos do sétimo ano de escolaridade, seria portanto, interessante estudar os fatores que intervêm e dificultam a compreensão de problemas de matemática com alunos de outros anos de escolaridade, verificar por exemplo, que tipo de dificuldades evidenciam, se continuam os bons alunos a evidenciar dificuldades na representação do problema e se em contrapartida os alunos com mais dificuldades continuam a apresentar dificuldades nos quatro processos cognitivos propostos por Mayer.

Neste estudo recorreu-se a problemas envolvendo as noções de mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum; como recomendação, seria pertinente investigar as dificuldades de compreensão de enunciados por parte dos alunos noutros tipos de problemas envolvendo outros conceitos matemáticos para, de alguma forma, se poder chegar a conclusões mais transversais e não tão específicas.

As tarefas propostas aos alunos para averiguar se estes efetuam uma representação adequada do problema deveriam ser estudadas com mais profundidade para se poder confirmar se testam mesmo o que se pretende avaliar, isto é, se testam a tradução e a integração do problema.

Seria igualmente importante verificar que estratégias e métodos usam os professores para colmatar as dificuldades apresentadas pelos alunos na compreensão de enunciados e averiguar quais delas surtem efeito para assim se poder estudar formas de ajuda às dificuldades encontradas.

Referências Bibliográficas

Referências bibliográficas

Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica.* Lisboa: Ministério da Educação-Departamento da Educação Básica.

Amado, J. (2009). *Introdução à Investigação Qualitativa* (Provas de agregação). Universidade de Coimbra, não editado.

Amado, J. (2009). *A construção do projecto de investigação* (texto de apoio às aulas, não editado).

Badian, N. A. (1983). Dyscalculia and nonverbal disorders of learning. *In* H. R. Myklebust (Ed.), *Progress in learning disabilities* (vol. 5). New York: Stratton.

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Porto: Porto Editora.

California State Department of Education. (1982). *California assessment program: Student achievement in California schools.* Sacramento: Author.

Castro-Caldas, A. (2006). Os processos neurobiológicos subjacentes ao conhecimento da matemática. In N. Crato (Eds). *Desastre no ensino da matemática: como recuperar o tempo perdido* (pp. 191-202). Lisboa: Gradiva, 191-202.

Chase, W., & Simon H. (1973). *Perception in chess.* Cognitive Psychology 4, 55-81

Costa, A. M. (2007). *A Importância da Língua Portuguesa na Aprendizagem da Matemática.* (Tese de mestrado). Braga: Universidade do Minho/ Instituto de Estudos da Criança.

Davis-Dorsey, J., Ross, S. M., & Morrison, G. R. (1991). The role of rewording and context personalization in the solving of mathematical word problems. *Journal of Educational Psychology, 83*, 61-68.

De Corte, E., & Verschaffel, L. (1987). The effect of semantic structure on first grader's strategies for solving addition and subtraction word problems. *Journal for Research in Mathematics Education, 18,* 363-381.

De Corte, E., Verschaffel, L., & De Win, L. (1985). Influence of rewording verbal problems on children's problem representations and solutions. *Journal of Educational Psychology, 77*, 460-470.

De Groot, A. (2008). *Thought and choice in chess.* Amsterdam Academic Archive [versão electronica pdf]. http://books.google.pt

Devidal, M., Fayol, M., & Barrouillet, P. (1997). Stratégies de lecture et resolution de problèmes arithmétiques. *L'Année Psychologique, 97,* 9-31.

Fayol, M., & Abdi, H. (1986). Impact des formulations sur la résolution de problèmes additifs chez l'enfant de 6 à 10 ans. *European Journal of Psychology of Education, 1*, 41 -58.

Fayol, M, Abdi, H., & Gombert, J. E. (1987). Arithmetical problem formulation and working memory load. Cognition & Instruction, 4, 183-202

Fayol, M., & Thévenot, C. (2008). La résolution de problèmes arithmétiques. *In* Fundação Calouste Gulbenkian (Eds.), *Conferência Internacional – Matemática ensino: Questões e soluções* (pp. 113-142). Fundação Calouste Gulbenkian.

Fayol, M., Toom, A., Bivar, A., Santos, C., & Aires, L. (2010). *Fazer contas ajuda a pensar?* Lisboa: Fundação Francisco Manuel dos Santos.

Fernandes, D. (1992). Resolução de problemas: investigação, ensino, avaliação e formação de professores. *In* M. Brown, D. Fernandes *et al* (Eds.). *Educação matemática. Temas de investigação* (pp. 45-104). Lisboa: Instituto de Inovação Educacional. Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.

Festas, M. I. (1998). Intervenção nos problemas de desenvolvimento e nas dificuldades de aprendizagem. *In* N. Raposo, M. Bidarra & I. Festas (Eds.), *Dificuldades de desenvolvimento e aprendizagem* (pp.143-193). Lisboa: Universidade Aberta.

Festas, M. I. (2008). Contrariamente a certas teses construtivistas, a aprendizagem depende em grande parte da aquisição de factos e procedimentos. *In* Fundação Calouste Gulbenkian (Eds.), *Conferência Internacional – Matemática ensino: Questões e soluções* (pp. 153-160). Fundação Calouste Gulbenkian.

Figueiredo, C. & Palhares, P. (2005). Resolução de problemas e pensamento crítico. Estudo correlacional com alunos do 6.º ano de escolaridade. Consultado a 6 de Julho de 2012: http://fordis.ese.ips.pt/docs/siem/texto21.doc.

Fuchs, L. S., Fuchs, D., Compton, D. L., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Capizzi, A. M., Schatschneider, C., & Flectcher, J. M. (2006). The cognitive correlates of third garde skill in arithmetic, algorithmic computation, and arithmetic word problems. *Journal of Experimental Child Psychology, 98,* 29-43.

Gabinete de Avaliação Educacional, Ministério da Educação, [Gave/ME], (2006), *Reflexão dos Docentes do 3º ciclo sobre os Resultados do Exame de Matemática de 2005*. Lisboa: Ministério da Educação/Gave (edição electrónica).

Gabinete de Avaliação Educacional, Ministério da Educação, [Gave/ME], (2006), *Resultados do Exame de Matemática do 9º ano 2005, 1ª Chamada*. Lisboa: Ministério da Educação/Gave (edição electrónica).

Gabinete de Avaliação Educacional, Ministério da Educação, [Gave/ME], (2010), *Relatório – Prova de Aferição de Matemática do 1º Ciclo*. Lisboa: Ministério da Educação/Gave (edição electrónica).

Gabinete de Avaliação Educacional, Ministério da Educação, [Gave/ME], *Exames Nacionais – Relatório 2010*. Lisboa: Ministério da Educação/Gave (edição electrónica).

Gabinete de Avaliação Educacional, Ministério da Educação, [Gave/ME], *Provas de Aferição – Relatório 2011*. Lisboa: Ministério da Educação/Gave (edição electrónica).

Geary, D. C., Berch, D. B., Boykin, W., Embretson, S., Reyna V., & Siegler R.S. (2008). Learning Mathematics: Findings from the national (United States) mathematics advisory panel. *In* Fundação Calouste Gulbenkian (Eds.), *Conferência Internacional – Matemática ensino: Questões e soluções* (pp.175-221). Fundação Calouste Gulbenkian.

Greeno, J. G. (1980). Some examples of cognitive task analysis with instructional implications. In R. E. Snow, P. Federico, & W. E. Montagu (Eds.), *Aptitude, learning, and instruction* (Vol. 1, pp. 1-21). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Gross-Tsur, V., Manor, O., & Shalev, R. S. (1996). Developmental dyscalculia: Prevalence and demographic features. *Developmental Medicine and Child Neurology, 38,* 25-33.

Guzmán, M. (1990). *Aventuras matemáticas*. Lisboa: Gradiva.

Hegarty, M., Mayer, R. E., & Monk, C. A. (1995). Comprehension of arithmetic word problems: A comparison of successful and unsuccessful problem solvers. *Journal of Educational Psychology, 87(1),* 18-32.

Hudson, T. (1983). Correspondences and numerical differences between disjoint set. *Child Development, 54,* 84-90.

Kail, R., & Hall, L. K. (1999). Sources of developmental change in children's word problem performance. *Journal of Education Psychology, 91,* 660-668.

Lencastre, L. (2003). *Leitura – A compreensão de textos*. Fundação Calouste Gulbenkian.

Lester, R. (1983). Trends and issues in mathematical problema-solving research. *In* R. Lesh, & M. Landau (Eds.). *Acquisition of Mathematics concepts and process.* Orlando: Academic Press. 229-261

Lopes, C. (2002). *Estratégias e métodos de resolução de problemas em Matemática*. Lisboa: Asa Editores II, S.A.

Mayer, R (1986). *Mathematics*. *In* R. Dillon & R. Sterhberg (Eds.) *Cognition and Instruction*. 135-147.

Mayer, R. (1992). Cognition and Instruction: Their Historic Meeting Within Educational Psychology. *Journal of Educational Psychology*, 84 (4), 405-412.

Mayer, R. (2008). *Learning and instruction*. 2nd ed. Pearson: Merrill Prentice Hall.

Mayer, R. E., & Hegarty, M. (1996). The process of understanding mathematical problems. *In* R. S. Sternberg et T. Ben Zee (Eds.), *The nature of mathematical thinking.* Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.

Morais, J. (2006). As relações entre a aprendizagem da leitura e a aprendizagem da matemática. In N. Crato (Eds). *Desastre no ensino da matemática: como recuperar o tempo perdido* (pp. 155-178). Lisboa: Gradiva, 155-178.

Morais, J. (2008). A aprendizagem dos sistemas simbólicos dos fonemas e das quantidades numéricas: semelhanças, diferenças e relações. *In* Fundação Calouste Gulbenkian (Eds.), *Conferência Internacional – Matemática ensino: Questões e soluções* (pp. 83-111). Fundação Calouste Gulbenkian.

Muth, K. D. (1984). Solving arithmetic word problems: Role of reading and computational skills. *Journal of Educational Psychology*, *79,* 363-371.

O'Daffer, P. (Ed.). (1988). *Problem-solving. Tips for teachers.* Reston VA: NCTM.

Paas, F., & Van Gog T. (2006). Optimising worked example instruction: Different Ways to increase germane cognitive load. *Learning and Instruction 16*, 87-91.

Polya, G. (2003). *Como resolver Problemas: um aspecto novo do método matemático.* Lisboa: Gradiva.

Pontes, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H., Breda, A., Guimarães F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M., & Oliveira, P. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Ministério da Educação. (pode consultar-se em http://www.dgidc.min-edu.pt/matematica/Paginas/Reajustamento_matematica.aspx).

Quivy, R., & Campenhoudt, L. V. (2005). *Manual de Investigação em Ciências Sociais*. Lisboa: Gradiva.

Riley, M. S., Greeno, J. G., & Heller, J. I. (1983). Development of children's problem solving ability in arithmetic. *In* H. P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking.* New York: Academic Press.

Rosa, M. C. (2008). O painel de aconselhamento norte-americano sobre o ensino da matemática. *In* Fundação Calouste Gulbenkian (Eds.), *Conferência Internacional – Matemática ensino: Questões e soluções* (pp. 171-173). Fundação Calouste Gulbenkian.

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem-solving*. New York: NY Academic Press.

Sequeira, M. F. (1990). As teorias do processamento de informação e os esquemas cognitivos do leitor na compreensão do texto. *Revista Portuguesa de Educação, 3,* Braga, I.E., Universidade do Minho. 37-44

Serrazina, L., & Oliveira, I. (2005). O currículo de Matemática do ensino básico sob o olhar da competência matemática. *In O professor e o desenvolvimento curricular*, ed. Grupo de Trabalho de Investigação-GTI. Lisboa: Associação de Professores de Matemática. 35 – 62.

Shalev, R. S., Manor, O., & Gross-Tsur, V. (1997). Neuropsychological aspects of developmental dyscalculia. *Mathematical Cognition*, *3*,105-120.

Siegler, R. S., & Shrager, J. (1984). Strategic choices in addition and subtraction: How do children know what to do? *In* C. Sophian (Ed.), *Origins of cognitive skills.* Hillsdale: Erlbaum.

Sim-Sim, I. (1998). *Desenvolvimento da Linguagem*. Lisboa: Universidade Aberta.

Soloway, E., Lochhead, J., & Clement, J. (1982). Does computer programming enhance problem solving ability? Some positive evidence on algebra word problems. In R. J. Seidel; R. E. Anderson; & B. Hunter (Eds), *Computer literacy*. New York: Academic Press.

Stern, E., & Lehrndorfer (1992). The role of situational context in solving word problems. *Cognitive Development, 2,* 259-268.

Swanson, H. L., Cooney, J. B., & Brock, S. (1993). The influence of working memory and classification ability on children's word problem solution. *Journal of Experimental Child Psychology, 55,* 374-395.

Sweller, J., Clark R., & Kirschner P. (2010). *Teaching general problem-solving skills is not a substitute for, or a viable addition to, teaching mathematics*. Notices of the American Mathematical Society, 57, 1303-1304.

Vale, I., & Pimentel, T. (2004). Resolução de Problemas (p.7-52). *In* Pedro Palhares (Ed.), *Elementos de Matemática para professores do ensino básico.* Lisboa: Lidel – Edições Técnicas, Lda.

Voss, J. F., Vesonder, G. T. & Spillich, G. J. (1980). Text generation and recall by high knowledge and low knowledge individuals. *Journal of Verbal Learning and Behavior, 19,* 651-667.

Vygotsky, J. S. (2001). *Pensamento e Linguagem*. Edição eletrônica: Ed Ridendo Castigat Mores. Versão para eBook.

Manuais escolares:

Faria, L., Guerreiro L., & Almeida P. (2010). *Matemática Dinâmica 7, Parte 1*. Porto Editora.

Magro, F., Fidalgo F., & Louçano P. (2010). *PI Matemática 7º ano, volume 0*. Asa.

Neves, M. A., Leite, A., Silva, A., & Silva, J. N. (2010). *Matemática 7º ano, Parte 1*. Porto Editora.

Anexos

Anexo I

Ficha do aluno

Nome:____ Turma:______

1. Lê com atenção o seguinte enunciado:

Comprimidos

No dia 20 de Agosto o António adoeceu e como tal foi ao médico. Este receitou-lhe dois tipos diferentes de comprimidos, um para tomar de 6 em 6 horas e o outro para tomar de 8 em 8 horas.

Quando chegou a casa, o António tomou os dois comprimidos, um de cada tipo, às 16h.

Quando é que o António voltará a tomar os dois comprimidos ao mesmo tempo?

2. No conjunto de problemas que te são apresentados. Existem problemas do mesmo tipo, isto é, que se resolvem usando os mesmos procedimentos? Agrupa-os por categorias.

3. Resolve cada um dos seguintes problemas:

As galinhas da quinta

A Rita foi visitar a avó que vive numa quinta. Contou as galinhas que a avó tinha e disse:

- Posso contar as suas galinhas de 2 em 2, de 3 em 3 e de 5 em 5, sem que sobre alguma.

A avó disse:

- Só num dia 42 galinhas puseram ovos.

No mínimo quantas galinhas tem a avó da Rita?

Rolo de fita

Temos dois rolos de fitas para embrulho.

Um rolo tem 120 dm de comprimento e o outro 132 dm.

Pretendemos dividir os rolos em pedaços de fita, com o mesmo comprimento, para fazer laços.

Qual é o comprimento máximo que podem ter os pedaços de fita para fazer os laços, de modo que não sobre nenhum bocado de fita?

Anexo II

Guião da entrevista

Guião de Entrevista

Entrevistador:____

Entrevistado:____

Data e hora:____

Local: ____

Recursos: Enunciados com os problemas propostos, tecnologia áudio.

Tema: Compreensão de enunciados de problemas de Matemática.

Objectivo geral:

- Compreender os fatores que intervêm e dificultam a compreensão de problemas de Matemática e, consequentemente, a sua resolução.

Blocos temáticos:

A. Legitimação da entrevista; **B.** Concepções dos alunos relativamente a resolução de problemas; **C.** Tradução do enunciado do problema; **D.** Integração do enunciado; **E.** Planificação e monitorização do problema; **F.** Procedimentos utilizados; **G.** Validação da entrevista/Agradecimentos

Estratégia:

Entrevista semiestruturada. Os blocos temáticos são apresentados de uma forma sequencial no guião. Pretende-se que haja bastante flexibilidade na condução das entrevistas de modo a proporcionar a exploração de informações novas e relevantes para os objectivos da entrevista, respeitando as reações dos sujeitos à medida que estes elaborarem o seu discurso.

Blocos	**Objectivo do bloco**	**Questões Orientadoras/Procedimentos**	**Observações**
A Legitimação da entrevista	- Legitimar a entrevista, informando o entrevistado sobre a natureza e objectivos deste trabalho. - Garantir a confidencialidade dos dados. - Valorizar o contributo do entrevistado motivando a colaborar. -Agradecer a participação.	- Autorizas a gravação desta entrevista? - Desejas saber mais alguma coisa acerca deste trabalho? Tens alguma pergunta a fazer? -Importas-te que tome algumas notas?	- É conveniente explanar de forma clara os objectivos da entrevista, evitando criar no entrevistado expectativas, que de certo modo possam enfatizar as suas respostas; - Motivar o entrevistado a responder de modo sincero e livre.
B Concepções dos alunos relativamente a resolução de problemas	-Identificar as concepções dos entrevistados sobre a resolução de problemas. - Conhecer a importância que o entrevistado atribui à resolução de problemas.	- Gostas de resolver problemas? Porquê? - Consideras importante saber resolver problemas? Porquê? - Quais são as tuas maiores dificuldades quando resolves um problema?	-Estimular o desenvolvimento do discurso por parte dos sujeitos através de técnicas específicas de entrevista - Consegue dar um exemplo … -Manter-se atento a tópicos levantados pelo sujeito e que não estejam contemplados no guião, mas cujo interesse mereça exploração nesta entrevista ou nas subsequentes.
C Tradução do enunciado do problema	- Verificar se o aluno tem ou não uma leitura adequada. - Verificar se o aluno traduz as afirmações do	1.Dar problemas escritos ao aluno e depois perguntar: - Entendeste o enunciado? O que não conseguiste entender? Há alguma palavra ou	- Pode ser pedido ao aluno para fazer uma leitura silenciosa e, em seguida, uma leitura em voz alta para que se possa observar se essa leitura é ou não adequada e se

	problema numa representação adequada, através do recurso a conhecimentos factuais e linguísticos.	expressão de que não saibas o significado ou de que não te lembres? 2. Dar problemas escritos, de natureza diferente, e pedir ao aluno para os repetir 3. Ler, em voz alta, um problema e pedir ao aluno: - Repete o problema com palavras tuas. Do que trata o problema?	repetem corretamente o enunciado do problema.
D Integração do enunciado	Verificar se os alunos são capazes de integrar o problema numa representação coerente, ativando os esquemas necessários à sua resolução	Pedir aos alunos para agrupar problemas de natureza diferente. Perguntar: Quais são os problemas do mesmo tipo? -Quais os conteúdos matemáticos necessários para a sua resolução? - Recordas-te de algum problema semelhante que tenhamos feito nas aulas?	- É importante questionar cada passo que o aluno tenciona tomar para agrupar os problemas.
E Planificação e Monitorização do problema	Verificar se o aluno planifica a resolução do problema, se vai avaliando os seus passos e se, no final, confirma se o resultado corresponde aos objectivos	Seguir a resolução de um problema pelos alunos Perguntar: (Início) Indica-me por palavras tuas o que estás a pensar fazer para resolver este problema? (Durante) Achas que estás a ir	- Tentar que o aluno refira de forma clara o seu procedimento de resolução.

		bem? (Final) Verificaste se o problema está bem resolvido?	
F Procedimentos utilizados	Analisar os procedimentos usadas pelos alunos para a resolução do problema e avaliar se são os adequados.	- Porque escolheste essa operação para resolver o problema?	- Tentar que o aluno refira de forma clara os procedimentos usados
G Validação da entrevista Agradecimentos	-Recolher informação não prevista ou não solicitada anteriormente e que se afigure importante para o sujeito. -Dar término à entrevista, agradecendo a pertinente e útil ajuda do aluno e garantindo mais uma vez a confidencialidade do mesmo.	-Desejas acrescentar alguma coisa? -O que pensas desta entrevista? E da investigação que lhe está associada? -Para concluir, gostaria de mais uma vez agradecer a tua disponibilidade e colaboração. Estas foram sem dúvida fundamentais para a realização desta investigação.	

Anexo III

Nota Metodológica

Nota Metodológica

Cláudia Gonçalves Ribeiro, professora contratada na Escola Secundária com Terceiro Ciclo do Ensino Básico de xxxx, presentemente a elaborar a sua Dissertação de Mestrado, pela Faculdade de Psicologia e Ciências da Educação da Universidade de Coimbra, sob orientação de Maria Isabel Ferraz Festas, Professora Associada com Agregação desta mesma Faculdade.

Esta investigação enquadra-se no mestrado em "Supervisão Pedagógica e Formação de Formadores" que se reveste de particular relevância para o ensino e educação. É um estudo cujo tema é a "Compreensão de problemas de Matemática" e centra-se na pesquisa do modo como os alunos entendem os enunciados, particularmente nas dificuldades experimentadas por muitos deles. Partimos do pressuposto de que, para resolver problemas, os alunos precisam de compreender os seus enunciados, incluindo esta compreensão os seguintes processos: a tradução das afirmações do problema numa representação adequada, através do recurso a conhecimentos factuais e linguísticos; a integração dos dados do problema numa representação coerente, através da ativação dos esquemas apropriados; a planificação e monitorização do problema, através do recurso a conhecimento estratégico e metaestratégico; e, ainda, o conhecimento dos procedimentos necessários à resolução do problema (Fayol & Thevenot, 2011[1]; Mayer, 2008[2]).

O estudo tem, assim, como principais objectivos:

- Compreender os fatores que intervêm e dificultam a compreensão de problemas de Matemática e, consequentemente, a sua resolução;
- Perceber em que aspectos os bons alunos se distinguem dos maus alunos;
- Recolher dados para melhorar o ensino da Matemática e, consequentemente, auxiliar os alunos a superar dificuldades aquando da resolução de problemas.

A amostra será constituída pelos alunos de duas turmas do sétimo ano da escola Secundária com Terceiro Ciclo do Ensino Básico de xxxx: a turma B, com 28 alunos e a turma C com 26 alunos, perfazendo um total de 54 alunos.

Os instrumentos e materiais utilizados serão os seguintes:

-Problemas matemáticos envolvendo os conceitos de mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum que se inserem no programa do sétimo ano de escolaridade. Serão usados 4 problemas.

-Entrevista semiestruturada a realizar com os alunos. Esta entrevista está organizada em função dos processos envolvidos na compreensão dos enunciados matemáticos (tradução, integração, planificação e monitorização e procedimentos)

Será seguido o seguinte procedimento: após a resolução dos problemas, por parte dos alunos, os mesmos serão corrigidos, de modo a identificar quem acertou, quem errou e quem não fez. Para esta identificação será, também, levado em conta o historial do aluno, nomeadamente os resultados alcançados em anteriores provas de avaliação, que incluíram problemas semelhantes.

Numa segunda fase do projeto os alunos serão entrevistados, com o objectivo de se perceber como é que interpretam os enunciados dos problemas. Procurar-se-á nomeadamente saber o que distingue os bons dos maus alunos, e, no caso destes últimos, quais as suas principais dificuldades e onde se localizam: na tradução do enunciado do problema, na integração do enunciado, nos esquemas necessários à sua resolução, na planificação e monitorização do problema ou nos procedimentos utilizados. A análise das respostas dadas pelos alunos será baseada na técnica da análise de conteúdo.

O tempo previsto para a recolha de dados é de 3 meses e irá decorrer entre Novembro e Janeiro.

Os dados serão recolhidos apenas por mim e destinam-se unicamente à realização da dissertação, serão absolutamente confidenciais, não se identificando em nenhum momento do tratamento dos mesmos a escola ou os alunos. Será, ainda, pedida autorização aos encarregados de educação.

[1] Fayol, M., & Thevenot, C. (2011). La résolution de problèmes arithmétiques. In N. Crato (Org.). Conferência Internacional Matemática Ensino: Questões e Soluções (pp. 113-142). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

[2] Mayer, R. (2008). Learning and instruction. New Jersey: Pearson.

Anexo IV

Carta para encarregados de educação

xxxx, 25 de Novembro de 2011

Exmo(a) Sr(a). Encarregado(a) de Educação

Cláudia Gonçalves Ribeiro, professora contratada desta escola, presentemente a elaborar a sua Dissertação de Mestrado em "Supervisão Pedagógica e Formação de Formadores", pela Faculdade de Psicologia e Ciências da Educação da Universidade de Coimbra, vem por este meio solicitar a Vª Ex.ª a autorização para a recolha de dados fornecidos pelo seu educando, bem como a autorização de uma possível entrevista.

Esta investigação reveste-se de particular relevância para o ensino e educação. Trata-se de estudo cujo tema é a "Compreensão de problemas de Matemática" e centra-se nas dificuldades experimentadas pelos alunos na resolução de problemas matemáticos, tendo como principais objectivos:

- Compreender os fatores que intervêm e dificultam a compreensão de problemas de Matemática e, consequentemente, a sua resolução.
- Recolher dados para melhorar o ensino da Matemática e, consequentemente, auxiliar os alunos a superar dificuldades aquando da resolução de problemas.

Os dados serão recolhidos apenas por mim e destinam-se unicamente à realização da dissertação, serão absolutamente confidenciais, não se identificando em nenhum momento do tratamento dos mesmos a escola ou os alunos. A direção da escola já manifestou o seu consentimento quanto a realização deste estudo.

Desde já estabeleço o compromisso de respeitar o direito à intimidade, à confidencialidade, à proteção de dados e a um tratamento justo e equitativo.

Na expectativa de poder contar com a Vossa colaboração, apresento os meus respeitosos cumprimentos.

✂---

(nome) ______________________________________, Encarregado(a) de Educação do(a) aluno(a) ______________________________________, nº___, turma _____, declaro que autorizo a recolha de dados fornecidos pelo meu educando para a realização do estudo acima referido.

____

(*Assinatura do(a) Encarregado(a) de Educação*)

Anexo V

Declaração do orientador

Como orientadora da dissertação de Cláudia Gonçalves Ribeiro, a realizar no âmbito do mestrado em Supervisão Pedagógica e Formação de Formadores, da Faculdade de Psicologia e de Ciências da Educação da Universidade de Coimbra, expresso a minha concordância com a metodologia adoptada, bem como com os instrumentos escolhidos para estudar o problema em causa. A escolha feita resultou do estudo da questão em investigação, ou seja, da compreensão dos problemas matemáticos e das dificuldades que muitos alunos experimentam na sua resolução. Assim, na esteira do que vem sendo feito por autores ligados à investigação dos processos cognitivos envolvidos nas aprendizagens escolares e, nomeadamente no domínio da matemática, decidiu-se:

- analisar a forma como problemas matemáticos são resolvidos por alunos do sétimo ano, partindo das suas respostas a esses mesmos problemas;
- entrevistar os alunos que falham a resolução dos problemas, com o objectivo de entender a origem das dificuldades;
- entrevistar os alunos que resolvem com sucesso os problemas para perceber as diferenças que os separam da amostra anterior, no que respeita à compreensão dos enunciados matemáticos.

As entrevistas serão centradas nos principais processos necessários à resolução de problemas e à sua compreensão, ou seja, na *tradução* do enunciado, na *integração* do enunciado nos esquemas necessários à sua resolução, na *planificação* e *monitorização* do problema e nos *procedimentos* utilizados (Mayer, 2008).

Os dados obtidos na resolução dos problemas serão tratados de modo a encontrar os principais padrões de respostas. Através da análise de conteúdo das entrevistas procurar-se-á identificar as dificuldades sentidas pelos alunos. Esta identificação constituirá um suporte para o estabelecimento de futuras estratégias de intervenção na área da matemática.

Coimbra, 28 de Outubro de 2011

Maria Isabel Ferraz Festas

Orientadora de Cláudia Gonçalves Ribeiro

Professora Associada da Faculdade de Psicologia e de Ciências da Educação da Universidade de Coimbra

Anexo VI

Autorização ao diretor da escola

Cláudia Gonçalves Ribeiro
Professora do 3º ciclo e secundário
da Escola xxxx

xxxx, 12 de Outubro de 2011

Exmo. Senhor Diretor

Assunto: Pedido de autorização para efetuar investigação nesta Escola, no âmbito de uma dissertação de mestrado.

Cláudia Gonçalves Ribeiro, professora contratada desta escola, presentemente a elaborar a sua Dissertação de Mestrado, pela Faculdade de Psicologia e Ciências da Educação da Universidade de Coimbra, vem por este meio solicitar a V. Ex.ª a autorização para contactar alunos e encarregados de educação desta Comunidade Educativa para solicitar a sua participação em entrevistas e/ou inquéritos num estudo de investigação cujo tema é: "Compreensão de problemas de Matemática".

Esta investigação enquadra-se no mestrado em "Supervisão Pedagógica e Formação de Formadores" que se reveste de particular relevância para o ensino e educação. É um estudo centrado nas dificuldades dos alunos aquando a resolução de problemas de Matemática e tem como principal objectivo:

- Compreender os fatores que intervêm e dificultam a compreensão de problemas de Matemática e, consequentemente, a sua resolução.

A recolha de dados, a decorrer durante o 1º Período início do 2º, será realizada apenas por mim e implicará: a) a realização de entrevistas a alguns alunos do 7º das turmas B e C; b) e recolha de fichas formativas como complemento das entrevistas. As fichas formativas (com exercícios e problemas) serão realizadas na aula e a sua temática será de acordo com o programa da disciplina, para que assim os alunos não tenham qualquer prejuízo no seu processo de aprendizagem.

Os dados recolhidos serão apenas divulgados no relatório final do estudo, sendo o anonimato dos seus protagonistas salvaguardado, incluindo a identidade da própria Escola.

Desde já estabeleço o compromisso de respeitar o direito à autodeterminação, à intimidade, à confidencialidade, o direito à proteção de dados e a um tratamento justo e equitativo.

Neste sentido, solicito a Vossa Excelência se digne autorizar a realização da referida recolha de informação, a partir desta data e até ao final do ano lectivo.

A investigadora

____