



UC/FPCE\_2012

Universidade de Coimbra  
Faculdade de Psicologia e de Ciências da Educação

**Estratégias de resolução de problemas lógicos de enunciado verbal por alunos de 6.º e 8.º ano de escolaridade do Ensino Básico**

Bruno Machado (e-mail: [googlecbc@hotmail.com](mailto:googlecbc@hotmail.com))

Dissertação de Mestrado em Psicologia da Educação,  
Desenvolvimento e Aconselhamento  
sob a orientação de:  
Ana Cristina Ferreira de Almeida (Profª Auxiliar da FPCE-UC)

**Estratégias de resolução de problemas lógicos de enunciado verbal por alunos de 6º e 8º ano de escolaridade do Ensino Básico**

O desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas é uma tarefa muito relevante na vida das pessoas e, particularmente, no sucesso escolar. Merecendo a atenção da investigação ao longo dos anos, reserva ainda lugar de tratamento na promoção do desenvolvimento global e da aprendizagem. Resolução de problemas é, pois, um tema pertinente da Psicologia da Educação. Este trabalho pretende ser um contributo para a compreensão do comportamento e das estratégias de resolução de problemas de Matemática. Tendo como questão o domínio de estratégias por alunos de 2º e 3º ciclos do ensino básico e da identificação de fatores passíveis de influenciarem a qualidade de desempenho dos alunos na resolução, estudou-se a possibilidade de instrução de estratégias e seu impacto na aprendizagem, principalmente, no que se refere a aspetos de autorregulação. Em concordância com o plano de matemática, esta investigação explorou a relação entre variáveis do sujeito com a capacidade de resolução de problemas, sobretudo na escolha da estratégia e comportamento sistemático de compreensão, plano, resolução propriamente dita e verificação da resolução, na resolução de problemas não rotineiros. O estudo envolveu alunos de 6º e 8º ano de escolaridade, num total de 160, de uma escola em Coimbra, considerado como variáveis: o ano de escolaridade, o sexo e o rendimento em Matemática. Os resultados mostraram que as variáveis referidas e, ainda, o rendimento na disciplina de Língua Portuguesa se relacionam com diferenças na escolha e domínio da estratégia de resolução de problemas. Na amostra participante observou-se que são, tendencialmente, alunos do 6º ano que adotam sistematicamente estratégias adequadas, seguindo um modelo prescritivo de resolução de problemas, com privilégio para os alunos com bom rendimento e do sexo feminino.

**Palavras chave:** Estratégias, Resolução de Problemas, Aprendizagem da Matemática, Sucesso escolar.

## **Word Problem Solving Strategies by 6th and 8th grade students of Basic School**

The development of the ability to solve problems is very relevant in people's lives and particularly on academic success. Under research over the years, is still an important subject for global development and learning promotion. Problem solving is a pertinent topic of Educational Psychology. This work is intended as a contribution to understanding the behavior and strategies for solving math problems. We studied the strategies used by students of 2nd and 3rd cycles of basic school and the identification of factors likely to influence the quality of student performance in problem solving, aiming the instruction and strategies impact on learning, especially with regard to self-regulation. Supporting the plan of mathematics, this research explored the relationship between variables of the subject with the ability to solve problems, especially in the choice of strategy and systematic behavior of comprehension, plan, resolution and verification in solving non-routine problems. The study involved 160 students from 6th and 8th grades, of a school in Coimbra. The sample was defined by attending to school years, sex and mathematic results. The data showed that the variables mentioned and also the success in Portuguese Language relates to problem-solving strategies. In the participant sample observed were the 6th grade students who adopt appropriate strategies systematically, following a prescriptive model of problem solving, particularly female students with good performance.

**Keywords:** Problem Solving, Strategies, Learning of Mathematics, Success in school.

## **Agradecimentos**

Em especial, o apoio constante da família;

À dedicação integral da Professora Doutra Ana Cristina Ferreira de Almeida;

À Faculdade de Psicologia e Ciências de Educação da Universidade de Coimbra;

Aos amigos pela motivação e pela descontração nos momentos certos, com destaque especial para a Cecília Santos e o António Silva.

## Índice

|  | <b>Página</b> |
|--|---------------|
| Introdução   | 1             |
| I – Enquadramento teórico e conceptual                         | 4             |
| 1.1 Problema e Resolução de problemas                          | 4             |
| 1.2 Modelos de Resolução de Problemas                          | 5             |
| 1.3 Tipologia dos Problemas                                    | 5             |
| 1.4 Funções dos Problemas                                      | 6             |
| 1.5 Variáveis e processos envolvidos na Resolução de Problemas | 6             |
| 1.6 Avaliação da Resolução de Problemas                        | 8             |
| 2 Estratégias de resolução de problemas                        | 9             |
| 2.1 As heurísticas e a Resolução de Problemas                  | 9             |
| 2.2 Fatores presentes na escolha da estratégia                 | 10            |
| II – Objetivos   | 12            |
| III – Metodologia  | 13            |
| IV – Resultados  | 17            |
| V – Discussão  | 40            |
| VI – Conclusões  | 43            |
| Bibliografia   | 45            |

## Introdução

A resolução de problemas é “uma tarefa de vida, um compromisso que nos acompanha dia a dia honrando as nossas conquistas, os desafios, a remoção de obstáculos e a construção de sucessos pessoais, sociais, académicos e profissionais” (Almeida, 2004, p. 3).

A capacidade de resolver problemas é uma das mais importantes para bem suceder e, particularmente na vida escolar, constituindo a “resolução de problemas” um tema e um processo com lugar destacado no Ensino da Matemática, apesar de oferecer um contexto universal de aprendizagem.

Matos (2008) refere que, à semelhança do que aconteceu noutros países, a resolução de problemas como eixo organizador do currículo de matemática desempenhou papel importante na renovação do ensino da disciplina, em Portugal, desde o início dos anos de 1980. Contudo, datam de décadas antes as investigações nesta área, tendo aumentado o seu reconhecimento a nível nacional depois de 1980 (e.g. Ponte & Abrantes, 1982). O Conselho Nacional Americano de Professores de Matemática (*National Council of Teachers of Mathematics*, N.C.T.M), nos sucessivos relatórios, apelou a uma mudança radical no ensino básico da Matemática, tendo enaltecido a compreensão e declarado a resolução de problemas como o tema central da Matemática (Schoenfeld, 1994), em detrimento da proficiência no cálculo aritmético. Todavia, está ainda longe de ser consensual o que se entende por saber, compreender e aprender matemática (cf. Higgins, 1997).

Nos planos curriculares, em Portugal, desde há muito que a Resolução de Problemas constitui uma área destacada, sendo, na última revisão curricular, o construto central da aprendizagem.

Por ser reconhecível esta relevância, e por conveniência (ao colaborar na implementação do plano de matemática na escola onde se desenrolou o nosso estágio curricular em Psicologia da Educação, Desenvolvimento e Aconselhamento), interessou analisar o processo de resolução de problemas de alunos dos 2º e 3º ciclos de escolaridade, centrando-se essencialmente nas estratégias utilizadas nesse processo, uma área de investigação que ainda carece de atenção.

Apesar de a questão das estratégias ser sistematicamente referida aos processos de resolução de problemas, para se chegar à solução de um problema específico há que balancear conhecimentos, motivação, crenças, ..., e ser capaz de uma prática reflexiva

De facto, a resolução de problemas envolve um vasto e complexo conjunto de fatores fortemente relacionados e dependentes (Mayer, 1998). De acordo com este autor, as competências cognitivas incluem objetivos de instrução e componentes de processamento de informação, as competências metacognitivas incluem estratégias para a compreensão da leitura, da escrita e da matemática, as competências motivacionais baseiam-se no interesse, autoeficácia e atribuições, e todas estas competências são requeridas para a resolução de problemas bem sucedida em contexto académico. Tendo em

consideração esta complexidade e, simultaneamente, as restrições da realização deste estudo, nesta investigação foram tidos em conta aspetos cognitivos, inferidos a partir das classificações ou rendimento escolar na disciplina de matemática, o objetivo instrucional matemático de aprendizagem de estratégias de resolução de problemas (e.g., elaboração de tabelas, começar pelo fim) e as componentes de processamento de informação, analisadas à luz da escala holística focada (Charles, Lester & O'Daffer, 1987). Da competência metacognitiva observou-se o conhecimento específico das estratégias que são objeto de instrução (por nomeação) e a experiência metacognitiva de adequação entre a estratégia que é nomeada e a que é efetivamente usada na resolução de cada problema. Dos aspetos motivacionais atentou-se ao interesse e adesão às tarefas de resolução de problemas propostos e às atribuições, através da perceção de dificuldades em matemática expressas pelos alunos. Considerou-se, ainda, como potenciais fatores de interferência na capacidade de resolver os problemas (os mesmos enunciados aplicados aos dois anos de escolaridade), o sexo e a idade, indiretamente, pelo ano escolar frequentado.

Se é bem certo que um trabalho inscrito nesta temática, à partida, nas atuais condições de realização não poderá ser tão exaustivo e sistemático quanto se pudesse desejar, reforça linhas de força da investigação vindoura e pretende orientar práticas de instrução e de monitorização da aprendizagem. Por um lado, da relação com os professores e território de ensino, haverá a reter que devem ser estudados problemas específicos (Pozo, 1998), trabalhados exemplos, seguindo instruções bem orientadas para permitir a transferência de conhecimento e não sobrecarregar o esforço cognitivo (Sweller & Cooper, 1985). As folhas-guião de processo de resolução de problemas, à semelhança das que usamos na implementação do programa de treino em resolução de problemas, no âmbito do plano de matemática, são uma outra forma de orientar a instrução (Van Merriënboer, 2005, in Kirschner, Sweller & Clark, 2006). Mas outros aspetos evidenciam prioridades a ter em conta. Uma, sobressai na importância do domínio da língua portuguesa, nas componentes de leitura e estratégias de compreensão ou interpretação para uma resolução de problemas eficaz (Lorensatti, 2009). Também a estrutura dos enunciados deve ser considerada (cf. revisão em Brito, 2000).

Neste relatório apresentam-se as duas partes principais do estudo: teórica, de aproximação aos conceitos e domínio explicativo, com referência a alguns dos muitos autores que se têm dedicado ao tema e a resultados de investigações prévias; e estudo empírico, onde se explicitam os objetivos, metodologia adotada, se apresentam os resultados, cuja análise e discussão nos permite consolidar um contributo passível de retratar a situação na realidade próxima e de sugerir indicações para a promoção da aprendizagem da Matemática e da capacidade transversal de resolver problemas.

Na primeira parte são apresentados dois capítulos. O primeiro composto por definições de conceitos base em estudo - problema e resolução de problemas - sob a perspectiva de vários autores; focam-se alguns modelos de resolução de problemas; procede-se à caracterização dos diferentes tipos

de problemas; destacam-se as funções da resolução de problemas no desempenho da educação da Matemática; referem-se as categorias de variáveis e os processos mentais implicadas na resolução de problemas; aborda-se a capacidade de raciocínio, comunicação e metacognição na resolução de problemas; e, finalmente, a avaliação de desempenho dos alunos na resolução de problemas, que tem merecido especial atenção nas investigações mais recentes. O segundo capítulo do enquadramento teórico aborda as estratégias e heurísticas na resolução de problemas e os fatores na escolha da estratégia.

A segunda parte está organizada em cinco pontos. Primeiro destacamos os objetivos desta investigação, gerais e específicos, bem como as variáveis consideradas. Na metodologia, procede-se à caracterização da amostra, dos procedimentos aplicados e à descrição dos instrumentos utilizados. De seguida são apresentados os resultados obtidos, começando por uma análise da perceção de dificuldade dos alunos e da progressão do seu rendimento escolar na disciplina de matemática; depois procede-se à análise descritiva e inferencial em função das variáveis consideradas fundamentais para a condução do nosso plano de estudo. O capítulo seguinte é de discussão dos resultados, partindo-se da análise dos mesmos. Na conclusão, destacam-se algumas implicações e sugestões para futuros trabalhos a realizar neste contexto. No final são incluídos os anexos referidos a materiais de suporte à condução do estudo.

## **I – Enquadramento teórico e conceptual**

Antes de mais, apresenta-se uma revisão da literatura, explorando os conceitos de “problema” e de “resolução de problemas”, à luz de abordagens teóricas de filiação diversa e estudos de diferentes autores.

São salientadas várias definições de problemas e de resolução de problemas, sendo que o objetivo destas definições não é encontrar uma definição precisa (Boavida, 1993). Constatada a complexidade do tema, referem-se modelos de resolução propostos para melhor descrever e explicar o processo de resolução de problemas.

Perspetivam-se diferentes tipologias de problemas, para que se possa situar o presente estudo num domínio conceptual de problemas e num plano metodológico do seu tratamento sistemático de análise, avaliação e reflexão em torno das estratégias adequadas e facilitadoras da resolução de determinado tipo de problemas.

Na sequência desta revisão, recorreu-se a literatura sobre as funções dos problemas na Matemática, em que estudos de autores nacionais deram um importante contributo (e.g., Borralho, 1990).

O capítulo termina com a retoma de variáveis consideradas em alguns dos muitos trabalhos prévios que influenciam a resolução de problemas, ou processos envolvidos na resolução de problemas e na escolha das estratégias.

### **1.1 - Problema e Resolução de problemas**

Problema é toda a situação que implica da parte do sujeito a construção de uma resposta ou de uma ação que produza um certo efeito (Boavida, 1993).

Mais ou menos próximas desta, são incontáveis as definições propostas. Por exemplo, Lester (1980) entende um problema como situação que solicita a execução de uma tarefa, para a qual não se tem acesso a um algoritmo que determine o método de resolução, só sendo considerado problema se a sua realização for desejada.

Kantowski (1977) partilha uma definição semelhante: um indivíduo está perante um problema quando não sabe resolver a situação usando o conhecimento imediatamente disponível.

Polya (1981) fez a distinção entre o que se considera problema e o processo da sua resolução. O autor refere problema como uma procura consciente de uma ação apropriada para atingir um objetivo, mas não atingível de imediato, definindo essa ação como a resolução do problema, que envolve um conjunto de processos cognitivos.

Para Lester (1980), a resolução de problemas é o conjunto de ações desenvolvidas para a descoberta do caminho de uma situação inicial para uma final, a solução, abrangendo uma série de operações mentais.

O National Council of Teachers of Mathematic (1991) define a resolução de problemas como “processo que permite aos alunos verificar a potencialidade e a utilidade da Matemática no mundo que os rodeia” (N.C.T.M., 1991, p.89). É também um processo de investigação e aplicação,

com o fim de proporcionar um contexto consistente para a aprendizagem da Matemática.

### 1.2 – Modelos de Resolução de Problemas

O modelo de resolução de problemas mais apresentado nos vários estudos revistos, bem como o mais utilizado na prática da resolução de problemas é o concebido por Polya (1945/2003). O modelo compreende quatro fases, que se sucedem ao longo do processo e se retomam: (1) Compreensão do problema, isto é, interpretar claramente a informação fornecida e o que é pedido; (2) Estabelecimento de um plano, “pode ser longo e tortuoso, é o principal feito na resolução de problemas” (Polya, 2003, p. 30); (3) Executar o plano, considerada pelo autor a “fase mais fácil, em que o mais importante é a paciência” (Polya, 2003, p. 34); (4) Verificação do problema, importante para a organização do pensamento, mas que os alunos mais vezes não realizam (Polya, 2003).

Outros modelos de resolução de problemas surgiram tendo como base o modelo de Polya. Lester (1980) divide o processo em: (1) Consciencialização do problema; (2) Compreensão do problema; (3) Análise de objetivo; (4) Desenvolvimento do plano; (5) Implementação do plano; e (6) Avaliação dos procedimentos e dos resultados. Por sua vez Shoenfeld (1985) sugere: (1) Análise; (2) Desenho; (3) Exploração; (4) Realização; (5) Verificação.

### 1.3 – Tipologia de Problemas

Autores como Polya (2003) afirmam que para se desenvolver capacidades de resolução num indivíduo é importante a resolução de diferentes problemas. Tal supõe classificar os problemas, sendo possível encontrar diferentes sistemas de classificação, dependendo do propósito do apelo a problemas diferenciados.

Entre as diferentes classificações de problemas podem referir-se as tipologias de:

Kansky (1987) que considera três tipos: Problemas de tradução, resolvidos usando algoritmos já conhecidos; Problemas de aplicação, que necessitam de recolher e analisar dados; e Problemas não rotineiros, levam ao estudo de casos especiais (cf. Fonseca, 2005).

Fernandes e colaboradores (1994) salientam quatro tipos de problemas:

- Problemas de processo, não se resolvem geralmente pela aplicação de um algoritmo, são necessárias estratégias de resolução, como por exemplo descobrir um padrão, trabalhar do fim para o princípio, fazer um desenho, esquema ou tabela ou simplificar o problema;
- Problemas de conteúdo, requerem a utilização de conteúdos programáticos, conceitos, definições e técnicas matemáticas;
- Problemas de aplicação, utilizam dados da vida real e podem admitir mais do que uma solução;
- Problemas com aparato experimental, suscita a utilização de

processos diversificados de resolução de problemas bem como a exploração de conceitos matemáticos.

O mesmo problema pode inserir-se em mais do que um dos tipos (Fonseca, 2000), sendo que, apesar das várias tipologias, a tarefa de determinar o tipo de problema em questão acaba por ser bastante complicada. Convém distinguir exercício de um problema; enquanto num exercício se aplica simplesmente um algoritmo ou um resultado conhecido, num problema tal não acontece (cf. Fonseca, 2005).

#### **1.4 – Funções dos Problemas**

Borralho (1990) distingue três funções para os problemas no ensino da Matemática, salientando que todas estão muito relacionadas com a atividade cognitiva dos alunos, e que um problema pode cumprir as diferentes funções, cabendo ao professor determinar a função principal e criar as condições necessárias para que se obtenham os resultados previstos.

Função de ensino: um problema confronta o aluno com uma situação matemática, em que vai adquirir, exercitar e/ou consolidar conhecimentos matemáticos e desenvolver capacidades e hábitos de pensamento matemático.

Função educativa: engloba a formação de atitudes positivas, face ao trabalho em geral e à resolução de problemas, bem como a sensibilização para a importância da matemática no desenvolvimento pessoal e social.

Função de desenvolvimento, que se relaciona com a influência que exerce a resolução de problemas no desenvolvimento “intelectual, nomeadamente a nível da formação do pensamento” (Borralho, 1990, p.73).

#### **1.5 – Variáveis e processos mentais envolvidos na Resolução de Problemas**

A resolução de problemas envolve um vasto e complexo conjunto de fatores fortemente relacionados e dependentes uns dos outros (Fernandes et al., 1994), por isso vários têm sido os estudos a tentar perceber quais os fatores que influenciam o desempenho dos alunos na resolução de problemas.

Kilpatrick (1975) distingue dois grupos de variáveis: Variáveis independentes e dependentes. No primeiro grupo inserem-se variáveis de sujeito, isto é, as características específicas do resolvidor, como a sua personalidade, a sua memória e o seu historial educativo; variáveis da tarefa, referentes à tarefa de resolução, como por exemplo a forma do enunciado do problema; e as variáveis de situação, relativamente ao meio físico, psicológico e social em que a resolução ocorre.

No segundo grupo incluem-se as variáveis de produto, respeitantes ao desempenho do aluno; variáveis de processo, relacionadas com o comportamento do indivíduo ao longo da resolução; variável de avaliação, como a revisão crítica depois de resolver o problema; e variáveis concomitantes, apesar de não serem incluídas nas dependentes, são aquelas que podem ser modificadas e melhoradas depois da resolução.

Segundo a investigação de Schoenfeld (1985), um aluno que resolve problemas, frequentemente, possui quatro categorias de comportamentos e conhecimentos:

- Recursos, englobando não só os conhecimentos matemáticos, mas também as qualidades do indivíduo;
- Heurísticas ou estratégias utilizadas para resolver o problema;
- Processos de controlo pela capacidade de gerir a informação, de tomar decisões;
- Convicções ou interpretações e perspetivas que cada indivíduo tem de si para resolver problemas.

Já de acordo com Hinsley, Hayes e Simon (1977), a resolução de problemas resulta do facto das pessoas poderem categorizar os problemas em tipos, e poderem categorizar sem que tenham de os equacionar integralmente, tendo em vista a sua solução. A categoria funciona como pista para organizar a resolução, retomando o esquema aprendido para tratar aquele tipo de problema. Assim, possuindo a pessoa um corpo de informação acerca de cada tipo de problema, este será potencialmente útil perante problemas daquele mesmo tipo, já que a atenção é dirigida para os elementos importantes. A identificação do tipo de problema auxilia a sua formulação no curso da resolução.

O raciocínio matemático é um dos recursos ou variável da pessoa fundamental, envolvendo vários aspetos, entre os quais, o reconhecimento e a aplicação do raciocínio indutivo e dedutivo, a utilização do raciocínio proporcional e espacial para resolver problemas, a formulação e avaliação de conjeturas e argumentos matemáticos, e a validação do próprio pensamento e a capacidade de apreciar o uso e o poder do raciocínio como parte da Matemática (N.C.T.M., 1991).

A capacidade de comunicar matematicamente deve envolver a compreensão, a interpretação e a avaliação da informação apresentada. Borralho (1990) afirma que a complexidade e a quantidade de informação podem influenciar negativamente a resolução de problemas. Então, a importância da instrução de aspetos metacognitivos para resultados positivos no desempenho em matemática (cf. Fonseca, 2005).

Garofalo (1987) identifica três atividades a desenvolver pelos professores: (1) estimular os alunos a questionarem-se acerca do seu trabalho e a refletir acerca dos seus conhecimentos matemáticos; (2) ajudar os alunos a desenvolverem um sistema de convicções que possa contribuir para melhorar o seu desempenho; e (3) trabalhar resoluções de problemas, que mostrem claramente os processos envolvidos (cf. Fonseca, 2005).

A metacognição é vista como estando intimamente relacionada com outros aspetos do uso de estratégias, devendo ser avaliada a par de outras variáveis da situação de aprendizagem. Por exemplo, Pressley e seus colegas, na década de 1980 (cf. Bjorklund, 1998) propuseram o modelo de “bom utilizador estratégico”, com componentes de conhecimento, de estratégia e metacognição, conformes a cinco princípios de instrução, no sentido de que os professores devem ensinar estratégias, ensinar quando, onde e como usar essas estratégias, elucidar acerca do conhecimento geral

dos fatores que promovem o funcionamento estratégico, ensinar conhecimento relevante não-estratégico e permitir que os estudantes pratiquem as componentes de um bom uso estratégico e a sua coordenação. Pressley compara este modelo de suporte à aprendizagem matemática às heurísticas de resolução de problemas de Polya.

Outros autores como Schneider (2008) apresentam uma visão global da investigação acerca da metacognição em crianças e adolescentes, dando conta do seu surgimento e potencial.

Porém, a matemática é uma matéria onde as dificuldades de raciocínio se revelam e se refletem em baixos resultados de rendimento requerendo procedimentos de instrução cuidados na resolução de problemas de enunciado verbal (Montague, 1984). Sendo que o conhecimento de base do indivíduo é fator determinante, na análise dos comportamentos de resolução de problemas é necessário descortinar o que o indivíduo sabe, isto é, os conteúdos que retém na memória e o modo como lhes acede. Durante o processo de RP o indivíduo tem de tomar a decisão de quais os conhecimentos a mobilizar e de que modo ou em que combinação. Portanto, as dificuldades na RP podem resultar de um deficiente controlo metacognitivo, mas também podem ser resultado de não possuir a informação necessária ou carecer das ferramentas certas da aprendizagem. Além do mais, os indivíduos atualizam nas situações de resolução de problemas crenças e conhecimentos pouco consolidados; é importante detetar a sua real condição de resolvedor.

### **1.6 – Avaliação da Resolução de Problemas**

A resolução de problemas é de extrema importância para a aprendizagem, merecendo especial atenção em contexto de ensino da Matemática. Como processo essencial de domínio de competências, requer avaliação criteriosa. Sendo que a avaliação da resolução de problemas está a ganhar relevo nas investigações mais recentes, é reconhecidamente um assunto sensível. Um dos aspetos a ter em linha de conta é a complexidade do construto. Resolver problemas mobiliza conhecimentos de diferente natureza, além de das envolventes motivacionais, como antes se referiu.

“Na avaliação das resoluções de problemas propostos nas aulas ou em testes escritos, o professor ou investigador não se pode limitar apenas a verificar se o aluno encontrou a solução correta” (Fonseca, 2005, p.63).

Charles, Lester e O’Daffer (1987) consideram quatro técnicas para avaliar o desempenho na resolução de problemas:

- Observar e questionar os alunos enquanto resolvem os problemas;
- Usar relatórios e inventários;
- Testes de resposta múltipla;
- Usar uma escala de classificação.

Os autores criaram dois tipos de escalas de avaliação, uma analítica, centrada em comportamentos indicativos da qualidade de compreensão, planificação e da resposta encontrada, e uma “Escala Holística Focada”, que atribui relevo, na resolução e avaliação de problemas, a aspetos globais de integração da compreensão, escolha e o desenvolvimento da estratégia e a

sua aplicação, com a vantagem da atribuição de uma pontuação holística relativa à solução construída, em função do nível de qualidade de execução de cada etapa, e não refletindo apenas a correção da resposta final.

Porfírio (1993) chama a atenção para a variabilidade de aspectos que influem a avaliação da resolução de problemas, referindo-se a “o tipo de problemas escolhidos, o número de alunos a avaliar, o tempo disponível para a avaliação, a experiência de ensino, de avaliação e de resolução de problemas e a forma como se pretendem usar os resultados da avaliação” (cf. Fonseca 2005, p. 63).

Neste estudo, além de aspectos isolados, como a análise da estratégia escolhida, a convergência entre o conhecimento das estratégias e sua utilização como componente metacognitivo e a boa resolução (resposta correta), considerou-se a abordagem holística na avaliação da resolução de problemas, pontuando na escala focada sobre os níveis de compreensão, planificação, resolução consistente e verificação ou controlo, variando a pontuação nesta escala entre 0 e 4 pontos, mediante crescente qualidade de processo de resolução.

## **2 - Estratégias de resolução de problemas**

O sucesso na resolução de problemas está associado a todas as fases do processo, mas vários estudos (Peeverly, 1991; Swanson, 1990) já indicaram que a escolha/utilização de estratégias eficientes para cada problema em particular, pode levar os alunos a uma aprendizagem cada vez mais produtiva na resolução de problemas, tal como a combinação de várias estratégias.

### **2.1 – As heurísticas e a Resolução de Problemas**

Ponte (1991) define heurísticas como “grandes sugestões ou estratégias correspondentes a operações mentais, possíveis de aplicar a muitos problemas, cuja consideração poderá ajudar na sua resolução (...) podem ser gerais ou específicas” (p. 289).

Segundo Fernandes (1992, cf. Fernandes et al., 1994), as heurísticas, gerais e específicas, podem ser ensinadas e aprendidas e contribuem para melhorar o desempenho dos alunos na resolução de problemas.

As heurísticas gerais são mais amplas e, por conseguinte, comuns a vários problemas, enquanto que as específicas não permitem uma aplicação tão generalizada (Lopes, 2002). Entre as heurísticas gerais consideram-se: construção de modelos (esquemas, esboços, fórmulas, etc.), elaboração de tabelas (ou gráficos), tentar-e-testar (ensaio-e-erro), simplificação (por decomposição em problemas mais simples ou trabalhar retroativamente), eliminação (mediante elaboração de listas organizadas de informação ou por raciocínio lógico) e reconhecimento de padrões (Lopes, 2002).

“As estratégias são comportamentos e/ou pensamentos que influenciam o modo como o sujeito processa a informação, através da ativação, controlo e regulação de processos cognitivos” (Almeida, 2004, p. 221).

## 2.2 – Fatores presentes na escolha da estratégia

Foram realizados estudos sobre a interação do conhecimento e das estratégias, observando a escolha da estratégia em diferentes níveis de desenvolvimento (English, 1992; Schuable, 1990).

English (1992) estudou o progresso de resolução de problemas em crianças, analisando a interação entre conhecimento específico e as estratégias gerais, com problemas de combinatória que aumentavam de dificuldade. Os resultados do estudo mostram que as crianças mais velhas utilizam estratégias mais elaboradas com o avançar da dificuldade do que as mais novas. Os melhores a resolver os problemas foram aqueles com bons conhecimentos a matemática e que utilizaram estratégias mais elaboradas.

Schuable (1990) estudou a evolução da resolução de problemas em crianças, ela analisou a interação entre a evolução de compreensão na criança, ou o sistema de crenças sobre relações de causa-efeito, e a sua escolha da estratégia para resolver o problema.

Em ambos os estudos anteriores, observou-se que o nível de dificuldade do problema afeta a escolha da estratégia. Se a dificuldade do problema aumenta, as crianças frequentemente regridem de uma estratégia mais avançada, adquirida recentemente, para uma estratégia menos avançada. Essa regressão pode ser atribuída a um insuficiente conhecimento ou compreensão na aplicação da solução em tarefas mais difíceis.

Num estudo multiexperimental, Ross e Cousins (1993), avaliaram a relação entre idade e escolha da estratégia para a resolução de problemas. Com o avançar da idade os estudantes são capazes de analisar mais variáveis ao mesmo tempo e assim representar as relações de forma mais completa.

Outros estudos que relacionam a idade com a escolha da estratégia para a resolução de problemas (Gholson, Levine, & Phillips, 1972; Gholson, 1980; Eimas, 1969; Mosher and Hornsby, 1966, cf. Sianez, 2003), sugerem: 1) as crianças começam a utilizar adequadamente o teste de hipóteses no “segundo ano”; 2) crianças mais novas selecionam uma hipótese através de tentativa e erro enquanto os adolescentes mantêm todas as possibilidades de solução correta e vão eliminando as incorretas, 3) as crianças mais velhas possuem estratégias mais eficientes para eliminar um maior número de possibilidades enquanto as mais novas eliminam uma de cada vez.

Gross (1985) propôs duas razões principais para as crianças mais novas não serem bem-sucedidas a resolver problemas como as mais velhas. Primeiro elas falham no reconhecimento dos fatores que influenciam a solução do problema, usam métodos menos eficazes e frequentemente inadequadamente, para organizar e integrar toda a informação necessária para encontrar a solução. A segunda razão deve-se às crianças mais novas não terem ainda as habilidades necessárias para resolver problemas.

A idade não é o único fator que influencia a escolha das estratégias, habilidades metacognitivas e inteligência também desempenham um papel importante.

Swanson (1990) investigou a influência das estratégias metacognitivas e de aptidão na resolução de problemas. Swanson (1990) avaliou a influência de conhecimentos gerais e a consciência metacognitiva na habilidade de

resolver problemas. Os resultados do estudo revelaram que estudantes com altos níveis de conhecimento metacognitivo e baixa aptidão tiveram melhores performances que os com altos níveis de aptidão e baixo conhecimento metacognitivo. Conclui-se que capacidades metacognitivas mais altas podem compensar a capacidade global ao fornecer um certo conhecimento sobre a cognição.

Além disso, Swanson (1990) descobriu que independentemente da aptidão, indivíduos com capacidades metacognitivas elevadas, utilizam estratégias mais avançadas na resolução de problemas. Os sujeitos com capacidades metacognitivas elevadas são aqueles que utilizam menos passos para resolver o problema e as estratégias escolhidas por eles estão associadas a um desempenho elevado na resolução dos problemas. E, os alunos com aptidões mais altas e com mais estratégias metacognitivas possuem estratégias mais variadas sendo melhores resolvidores.

Novick (1988) estudou os efeitos da transferência de problemas análogos em “novatos” e “especialistas”, explicou que com um problema novo uma boa estratégia de resolução envolve rever problemas anteriores semelhantes e aplicar os mesmos procedimentos que constitui uma transferência análoga. O autor afirmou que se dois problemas forem semelhantes em características de superfície (ou seja, são perceptualmente semelhantes) tanto os “novatos” como os “especialistas” vão proceder a uma analogia e ser capaz de o resolver. Se os dois problemas forem semelhantes em características estruturais (ou seja, são semelhantes numa relação abstrata) os “especialistas podem conseguir aplicar a analogia mas os “novatos” não o conseguem por falta de conhecimento, vão contar com características de superfície e representar mal o problema.

A partir destes estudos, verifica-se que com o avançar da idade, o aumento da inteligência, do conhecimento e experiência, o indivíduo é capaz de representar o problema de forma mais completa, gerar mais estratégias, e selecionar e aplicar as mais eficazes para uma correta resolução de problemas. Porém, conforme ilustram outros estudos (e.g., Brito, 2000), outros fatores como a escola ou o método de ensino podem influenciar a qualidade da resolução dos problemas.

## II - Objetivos

A presente investigação tomou como questão de base a identificação das estratégias de resolução de problemas usadas por alunos dos 2º e 3º ciclos do Ensino Básico, concretamente, dos segundos anos de cada um destes ciclos, 6.º e 8.º anos de escolaridade. Segundo um modelo de etapas de processamento para a resolução de problemas (cf. estudo teórico), foram observadas as estratégias de compreensão, planificação e estratégias gerais de resolução, mediante uma abordagem holística e integradora das diferentes etapas focadas naquelas competências e na sua qualidade manifesta (cf. Charles, Lester & O'Daffer, 1987), tendo ainda sido registados indicadores de funcionamento metacognitivo. Fundamentalmente, estudaram-se, as estratégias preferencialmente selecionadas pelos alunos, comparativamente, em função do ano de escolaridade, sexo e o nível de desempenho escolar inicial na disciplina de matemática e classificações em Matemática e Língua Portuguesa.

São objetivos deste estudo:

- Conhecer o comportamento estratégico na resolução de problemas lógico-matemáticos não rotineiros, de enunciado verbal, por alunos do ensino básico;

- Descrever as estratégias preferencialmente usadas na resolução de diferentes tipos de problemas;

- Situar numa escala holística a capacidade de resolução de problemas focada nas etapas de modelo de etapas;

- Comparar as estratégias usadas em função de diferenças: nível de escolaridade; sexo e rendimento em matemática

- Situar o nível metacognitivo de funcionamento dos alunos:

Descrever o conhecimento metacognitivo ao nível das estratégias de resolução de problemas antecipadas

Analisar a adequação do conhecimento à experiência de estratégias de resolução de problemas

São ainda objetivos específicos deste estudo:

Situar a perceção dos alunos relativamente ao rendimento/dificuldade em matemática;

Verificar o progresso no rendimento escolar na disciplina de matemática dos respetivos alunos na disciplina de Matemática;

Apurar se a estratégia escolhida pelos alunos para cada problema é a considerada adequada para a sua resolução, de acordo com o rendimento escolar, sexo e ano escolar;

Analisar os indícios de resolução segundo a escola holística focada para cada problema, de acordo com o rendimento escolar, sexo e ano escolar, tal como a capacidade média de resolução de problemas;

Perceber a influência das variáveis rendimento escolar, sexo e ano de escolaridade na escolha da estratégia adequada.

### III - Metodologia

Para alcançar os objetivos antes enunciados, procedeu-se à escolha de uma amostra, cuja caracterização se apresenta a seguir, à aplicação de instrumentos para a recolha de dados que a seguir se descrevem, e aos procedimentos de operacionalização das variáveis sob estudo, a partir do tratamento dos enunciados dos problemas, uma vez feita a revisão de literatura. Os instrumentos construídos e adaptados foram aplicados e dinamizadas as sessões de recolha de dados, procedeu-se à organização dos dados em base construída em suporte informático, à análise e interpretação.

#### Caracterização da Amostra

A amostra foi escolhida em função da acessibilidade no estágio curricular, realizado durante o ano letivo de 2010/2011, na Escola EB 2/3 Eugénio de Castro, com participação direta no projeto Match Mat, da parceria da Escola com a Faculdade de Psicologia e de Ciências da Educação da Universidade de Coimbra, no âmbito do Plano II de Matemática, no referido ano, com as turmas dos 6.º e 8.º anos de escolaridade.

Do projeto foram selecionados 160 alunos distribuídos equitativamente pelos anos de escolaridade, sexo e rendimento inicial em Matemática.(cf. tabela 1).

**Tabela 1: Distribuição da amostra em função do ano de escolaridade, sexo e rendimento a matemática**

| Rendimento |      |       | Ano de escolaridade |    | Total |
|------------|------|-------|---------------------|----|-------|
|            |      |       | 6º                  | 8º |       |
| Fraco      | Sexo | M     | 20                  | 20 | 40    |
|            |      | F     | 20                  | 20 | 40    |
|            |      | Total | 40                  | 40 | 80    |
| Bom        | Sexo | M     | 20                  | 20 | 40    |
|            |      | F     | 20                  | 20 | 40    |
|            |      | Total | 40                  | 40 | 80    |

A escolha dos alunos para a amostra baseou-se no rendimento escolar na disciplina de matemática, no primeiro período, tendo-se considerado com “fraco” rendimento, os alunos com classificações negativas ou que, no cômputo geral das classificações obtinham menor média. Por “bom” rendimento entendemos os alunos com classificação máxima de 5 na escala de 1-5 pontos, ou com classificação de 4 a Matemática e melhor média global.

Foram selecionados quarenta “bons” alunos do 6º ano e outros quarenta do 8º ano, sendo vinte rapazes e vinte raparigas em cada caso. A seleção dos alunos com fraco rendimento teve os mesmos critérios.

### **Instrumentos de Recolha de dados**

Foram utilizados dois tipos de instrumentos para a recolha de dados. Um questionário sócio-demográfico, aplicado no início do processo, e uma ficha guião, elaborada seguindo as fases do modelo de Polya (cf. Almeida, 2004), aplicada 5 vezes, tantas quantas as sessões de resolução de problemas. Constituiu, ainda, instrumento de suporte à investigação os enunciados verbais de problemas não rotineiros, escolhidos conjuntamente com a coordenadora do Plano de Matemática, em função do programa curricular e da estratégia prioritária de resolução a treinar.

O questionário foi elaborado com o intuito de recolher dados pessoais sobre o aluno e o seu percurso escolar.

A ficha guião elaborada segundo as quatro fases do modelo de Polya (2003), adaptada em estudos prévios (e.g., Almeida, 2004) permitiu recolher as respostas de processamento da informação, em termos de compreensão, planificação, resolução propriamente dita e verificação, na resolução de cada problema por parte de cada aluno (cf. Anexo 1).

No início da ficha é apresentado o enunciado do problema (cf. Anexo 2).

A primeira parte da ficha orientadora, “perceber o problema”, apresenta as questões: “Li o problema com atenção”, “Percebi o problema”, “Qual o objetivo do problema”, “O que já sei” (dados relevantes), se “Há condições a respeitar” (regras). Na segunda fase, “organizar um plano de resolução”, refere-se no guião que podem existir diferentes formas de resolver cada problema. Os alunos são questionados se já encontraram um plano para resolver o problema, se já resolveram um problema semelhante e como vão proceder. Nesta fase assinalam a estratégia por eles escolhida para o problema em questão (assinalando o nome). Posteriormente, na etapa de “resolução do problema”, é relevante perceber se os alunos pensaram acerca da estratégia adequada de solução para o problema e se a escolha da estratégia foi decidida por ser a mais eficaz para o problema ou por “impulso” ou por ensaio-e-erro. Do confronto entre a estratégia assinalada e a resolução efetiva resultará um indicador metacognitivo, na medida em que se infere se os alunos sabem o que fazem para quê e como, ou se executam o que dizem que vão executar para resolver o problema.

A última etapa, definida como a “verificação da solução”, em que os alunos apresentam a resposta que satisfaz o problema, verificam se essa solução é a correta, caso contrário repetem o problema, podendo mudar de estratégia, e assinalam se a solução que encontraram é única e se existem ou não outras formas de resolver problema (o que comporta, de novo, uma componente metacognitiva de controlo e reflexão).

Os problemas utilizados nesta investigação foram escolhidos para trabalhar duas estratégias específicas, dentro do projeto Match Mat, que, de acordo com a professora de matemática responsável pela coordenação do Plano II, são estratégias onde, tendencialmente, os alunos apresentam dificuldades.

Foram escolhidos e ministrados 5 problemas, não rotineiros, apresentados em enunciados verbais dados a resolver (cf. Anexo 3), com o

suporte da ficha-guião. Os três primeiros problemas são esperados apelar a uma estratégia adequada de desenho de uma tabela ou esquema; os outros dois são provavelmente melhor resolvidos usando a estratégia de “resolver do fim para o princípio”.

### **Procedimentos**

Na primeira fase procedeu-se à revisão de literatura sobre as temáticas em questão: o ensino/aprendizagem da Matemática no ensino básico; resolução de problemas; tipos de problemas; fatores implicados; estratégias e heurísticas; estudos de investigação com propósitos semelhantes ao presente estudo.

Numa segunda fase foram construídos os instrumentos acabados de referir.

A terceira fase consistiu na administração aos alunos dos instrumentos para a recolha de dados, que decorreu ao longo do ano letivo 2010/2011, durante as aulas de Estudo Acompanhado, para reforço do Plano de Matemática.

Foi realizada uma primeira sessão de apresentação do projeto, com o intuito de esclarecer os objetivos aos alunos e professores e a forma como se ia desenvolver. A título exemplificativo foram utilizados dois problemas iniciais, que não fizeram parte do estudo, tendo funcionado como elementos de mobilização do envolvimento e motivação para a participação. Com o feedback desta sessão inicial foi, também, possível ajustar a ficha-guia da resolução, de forma a simplificar o preenchimento para todos os alunos, bem como esclarecer dúvidas dos alunos no processo de resolução de problemas.

Os cinco problemas estudados, foram apresentados em quatro sessões, os dois primeiros problemas foram realizados numa sessão de 90 minutos, sendo os restantes aplicados separadamente em sessões de 45 minutos. Em cada sessão, o respetivo enunciado era entregue a todos os alunos das turmas, sendo que dos alunos que integraram a amostra do estudo que aqui se apresenta se obteve consentimento informado.

A realização era individual, após esclarecidas as dúvidas apresentadas no início da sessão. Depois de resolvidos os problemas, de acordo com a ficha, ou decorridos aproximadamente 35 minutos, tempo considerado suficiente para a resolução dos problemas em questão pela professora de matemática, eram recolhidos os enunciados e as fichas resolvidas e corrigido o problema no quadro, para todos participarem e esclarecem a resolução, discutindo as estratégias mais adequadas e as formas de as aplicar em problemas semelhantes.

Na fase seguinte da elaboração deste estudo, foi efetuada a organização dos dados e inseridos em base no programa informático SPSS (Statistical Package for the Social Sciences) versão 17.0.

Para um estudo conjunto da resolução de problemas nas várias etapas do processo, atendendo à qualidade de realização e processamento, em termos da compreensão, planificação, resolução e verificação, foi criado um índice global de avaliação das estratégias de RP (cf. Tabela 2), seguindo os

fundamentos da escala holística focada apresentada no estudo teórico (cf. Charles, Lester & O'Daffer, 1987).

Traduzido conforme o modelo de etapas, este índice reflete a capacidade global de resolução dos problemas, podendo descrever cada um dos níveis com as seguintes indicações:

0 = "sem compreensão" (o que compromete toda a resolução)

1 = "estratégia inadequada, embora sugira um plano"

2 = "resolve sem compreender, ou compreende, planifica mas não resolve"

3 = "estratégia adequada mas não resolve corretamente"

4 = "resolve correta e estrategicamente"

**Tabela 2: Distribuição dos pontos de cada etapa ou critério considerado, segundo a escala holística focada**

| Resolução correta | Estratégia escolhida | Estratégia adequada | Comportamento metacognitivo | Índice Global<br>(cf, Pontuação da escala holística focada) |
|-------------------|----------------------|---------------------|-----------------------------|---|
| 1                 | Assinala             | 1                   | 1                           | <b>4</b>  |
| 1 ou 0            | Assinala             | 0                   | 1                           | <b>3</b>  |
|                   | Assinala             | 1                   | 1                           |   |
| 1 ou 0            | Assinala             | 0                   | 0                           | <b>2</b>  |
|                   | Assinala             | 1                   | 0                           |   |
| 0                 | Assinala             | 0                   | 0                           | <b>1</b>  |
| 0                 | 0                    | 0                   | 0                           | <b>0</b>  |

0 – Não; 1 – Sim

Por fim, procedeu-se à análise dos resultados com a finalidade de estudar os objetivos formulados discutir os resultados encontrados. Foram empregues técnicas estatísticas descritivas (distribuição de frequências de tabelas cruzadas) e inferenciais (pelo uso de testes não paramétricos, comparação entre médias, análises de regressão). Seguiu-se, posteriormente, a discussão dos resultados e as conclusões provenientes desta investigação.

#### IV - Resultados

No presente capítulo são apresentados os resultados obtidos, concorrendo para a resposta às intenções expressas nos objetivos estabelecidos subjacentes ao estudo. Começa por se apresentar as análises descritivas relativas aos dados entendidos necessários para tornar inteligível as estratégias usadas preferencialmente pelos alunos, e como se evidenciam em função do sexo, ano de escolaridade e outras particularidades da amostra, como os resultados escolares em Matemática e em Língua Portuguesa. A seguir apresentam-se as estatísticas inferenciais passíveis de contribuir para a sua explicação.

Por se entender haver questões de caracterização dos participantes que se relacionam com o tema fulcral das estratégias de resolução de problemas, como sejam aspetos de ordem percetiva acerca do desempenho na disciplina de matemática e estatuto escolar, começamos por analisar em que medida a sua autoperceção converge para as classificações obtidas na disciplina no 1º período do ano letivo.

#### Perceção de dificuldades na aprendizagem da Matemática

Esta informação obtida no questionário sociodemográfico foi cruzada com o rendimento à disciplina de Matemática no primeiro período (cf. Tabela 3).

**Tabela 3: Perceção de dificuldade na disciplina de matemática em função do ano escolar, rendimento inicial e sexo**

| Ano escolar | Rendimento | Sexo | Perceção de dificuldade em Matemática? |     |
|-------------|------------|------|--|-----|
|             |            |      | Não                                    | Sim |
| 6º          | Fraco      | M    | 4                                      | 16  |
|             |            | F    | 1                                      | 19  |
|             | Bom        | M    | 19                                     | 1   |
|             |            | F    | 15                                     | 5   |
| 8º          | Fraco      | M    | 7                                      | 13  |
|             |            | F    | 7                                      | 13  |
|             | Bom        | M    | 15                                     | 5   |
|             |            | F    | 17                                     | 3   |

Dos alunos com fraco rendimento do 6º ano, 5 assinalaram não ter dificuldade a matemática, sendo 4 do sexo masculino e 1 do feminino, e 35 assinalaram ter dificuldade na disciplina, 16 do sexo masculino e 19 do feminino. Os alunos com bom rendimento do 6º ano, 34 assinalaram não ter dificuldade a matemática, 19 do sexo masculino e 15 do feminino, e 6 assinalaram ter dificuldade, sendo 1 do sexo masculino e 5 do feminino.

No 8º ano os alunos com fraco rendimento, foram 14 a assinalar não ter dificuldade na disciplina, 7 de cada sexo, e 26 assinalaram ter dificuldade, 13 de cada sexo. Os alunos com bom rendimento do 8º ano, 32

assinalaram não ter dificuldade a matemática, 15 do sexo masculino e 17 do feminino, e 8 assinalaram ter dificuldade, 5 do sexo masculino e 3 do feminino.

Dos dados recolhidos observam-se percepções desfasadas do rendimento efetivo, contudo, no conjunto dos alunos participantes, enquanto 19 são “otimistas”, sendo “fracos” alunos, mas não reconhecendo ter dificuldades, 14 têm, talvez, um autoconceito académico menos favorável, já que sendo “bons” alunos, dizem sentir dificuldades na disciplina.

No entanto, confrontando esta percepção no início do ano letivo com as notas obtidas no 3.º período às disciplinas basilares de Língua Portuguesa e de Matemática, em cada um dos anos de escolaridade estudados e considerando o sexo dos alunos, obteve-se a seguinte tabela cruzada:

**Tabela 4 – Distribuição dos alunos da amostra, em função do ano de escolaridade, sexo, rendimento no 3.º período em Língua Portuguesa e Matemática, rendimento a Matemática no 1º período letivo e percepção de dificuldades na aprendizagem a Matemática**

| Ano | Sexo | Nota 3.º período |        | Perceção de dificuldade | Rendimento Matemática 1º período |     |   |
|-----|------|------------------|--------|-------------------------|----------------------------------|-----|---|
|     |      | L.Port.          | Matem. |                         | Fraco                            | Bom |   |
| 6º  | M    | 2                | 2      | Sim                     | 1                                | 2   |   |
|     |      |                  |        | Não                     |                                  |     |   |
|     |      |                  | 3      | 2                       | Sim                              | 5   | 2 |
|     |      | 3                | 3      | Sim                     | 2                                |     |   |
|     |      |                  |        | Não                     |                                  | 2   |   |
|     |      |                  | 4      | 3                       | Sim                              | 6   |   |
|     |      | F                | 4      | 3                       | Sim                              | 2   |   |
|     |      |                  |        |                         | Não                              |     | 1 |
|     |      |                  |        | 4                       | 4                                | Sim |   |
|     | 5    |                  | 4      | Não                     |                                  | 3   |   |
|     |      |                  |        | Não                     |                                  | 14  |   |
|     |      |                  | 2      | 3                       | Sim                              | 4   |   |
|     | F    | 3                | 3      | Não                     |                                  | 1   |   |
|     |      |                  |        | Sim                     | 9                                |     |   |
|     |      |                  | 4      | 4                       | Sim                              | 6   |   |
|     |      | 4                | 4      | Não                     |                                  | 2   |   |
|     |      |                  |        | Sim                     |                                  | 2   |   |
|     |      |                  | 5      | 5                       | Não                              |     | 3 |
| 5   |      | 4                | Sim    |                         | 2                                |     |   |
|     |      |                  | Não    |                         | 3                                |     |   |
|     |      | 5                | 5      | Não                     |                                  | 7   |   |
| 8º  | M    | 2                | 2      | Não                     |                                  | 5   |   |
|     |      |                  |        | Sim                     | 1                                |     |   |
|     |      |                  | 3      | 3                       | Não                              |     | 2 |
|     |      | 3                | 3      | Sim                     | 11                               |     |   |
|     |      |                  |        | Sim                     | 1                                | 1   |   |
|     |      |                  | 4      | 4                       | Não                              |     | 1 |
|     | 4    | 3                | Não    |                         | 1                                |     |   |
|     |      |                  | Sim    |                         | 3                                |     |   |
|     |      | 4                | 4      | Não                     |                                  | 9   |   |

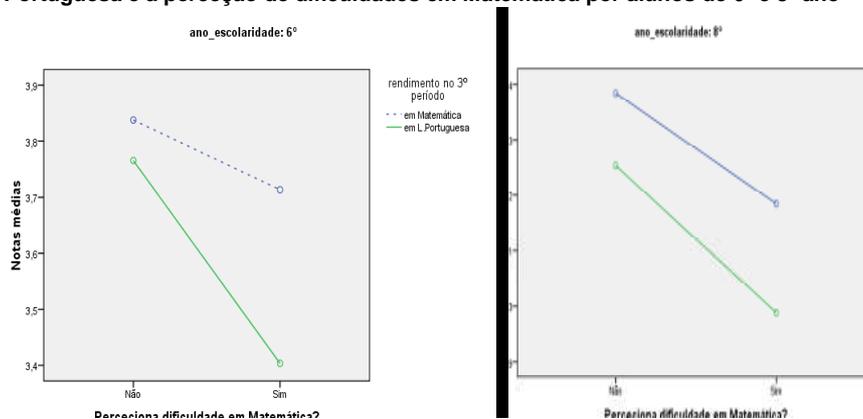
|   |   |   |     |   |   |
|---|---|---|-----|---|---|
|   |   |   | Sim |   | 1 |
|   | 5 | 4 | Não |   | 2 |
|   |   | 5 | Não |   | 2 |
| F | 2 | 2 | Não | 1 |   |
|   |   | 3 | Sim | 5 |   |
|   |   |   | Não |   | 4 |
|   |   |   | Sim | 7 |   |
|   | 3 | 2 | Não |   | 1 |
|   |   | 3 | Não |   | 1 |
|   |   |   | Sim | 1 |   |
|   |   | 4 | Não |   | 1 |
|   | 4 | 3 | Sim |   | 1 |
|   |   | 4 | Não |   | 5 |
|   |   |   | Sim |   | 1 |
|   |   | 5 | Não |   | 1 |
|   |   |   | Sim |   | 1 |
|   | 5 | 4 | Não |   | 3 |
|   |   | 5 | Não |   | 7 |

É curioso notar que no 6º ano, dos 20 rapazes com negativa a matemática no 1º período letivo apenas três mantêm a negativa no 3º período, tendo apenas um deles também nota negativa a Português, todos percecionando as suas dificuldades, tal como outros 5 colegas que melhoram a sua classificação em matemática, apesar da nota negativa a Português. Destes 20 alunos fracos a matemática no início do ano, 4 deles não percecionam dificuldades na disciplina (tendo 2 deles negativa a e os outros 2 classificação de 3 no último período. Em contrapartida, 2 dos alunos que alcançaram a classificação de 4 a matemática (e 3 a Língua Portuguesa) dizem ter dificuldades na aprendizagem da Matemática. Já no que respeita às suas colegas raparigas, designadas por fracas alunas a matemática no início do ano (no 6ª ano de escolaridade), apenas uma não reconhece as suas dificuldades na disciplina, muito embora 6 alcancem a classificação de 4 (e de 3 a Português). Dos alunos assinaladas como “bons” alunos no 6º ano há um rapaz e 5 raparigas que percecionam dificuldade na Matemática, apesar da classificação de 5 em 3 dos casos).

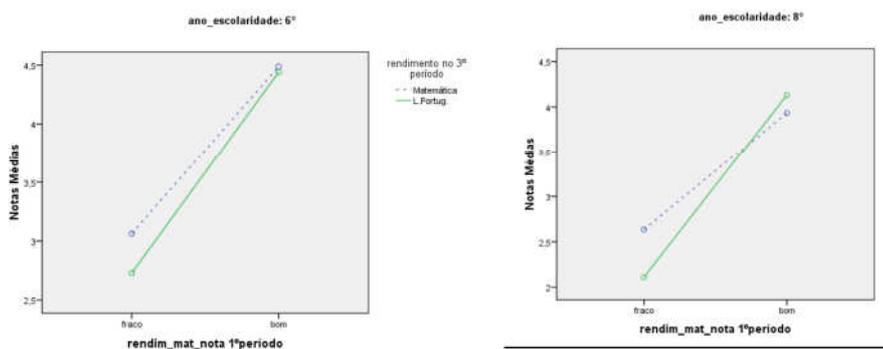
Ao nível do 8º ano são 7 (dos 20 rapazes fracos) que não reconhecem ter dificuldades na aprendizagem de Matemática, ainda que destes 5 mantenham negativa a sua classificação tanto a Matemática como a Português. São duas as raparigas cuja perceção é desfasada do nível de realização (dizendo não ter dificuldades, apesar das suas negativas a Matemática e num dos casos também a Português). Em contrapartida, no 8º ano 3 raparigas com boa nota a Matemática (uma delas tendo alcançado a classificação de 5) diz sentir dificuldades na disciplina, enquanto entre os bons alunos são 5 os rapazes que percecionam dificuldades (alcançando a classificação máxima de 3 no último período).

Os gráficos seguintes representam a relação entre as classificações médias em Matemática e em Língua Portuguesa, respetivamente no 6º e no 8º ano, e a perceção das dificuldades em Matemática, rendimento em Matemática no 1º período, e sexo.

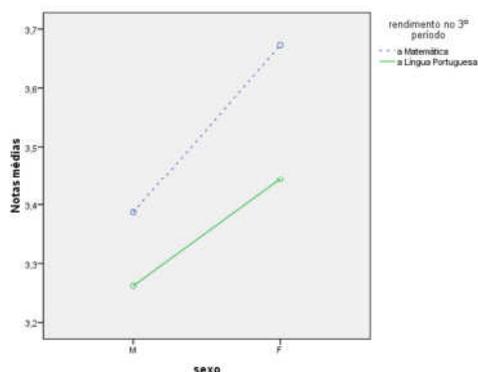
**Gráficos 1 e 2 – Relação entre as notas médias obtidas em Matemática e em Língua Portuguesa e a percepção de dificuldades em Matemática por alunos de 6º e 8º ano**



**Gráficos 3 e 4 – Relação entre as notas médias obtidas em Matemática e em Língua Portuguesa e o rendimento em Matemática no 1º período, por alunos de 6º e 8º ano**



**Gráfico 5 – Relação entre as notas médias obtidas em Matemática e em Língua Portuguesa e sexo dos alunos**



### Evolução das notas de Matemática entre o 1º e o 3º período

De um modo mais sumário veja-se na tabela seguinte a evolução das notas na disciplina de matemática do primeiro período para o terceiro (cf. Tabela 5).

**Tabela 5: Distribuição dos resultados de Matemática No 3º período, em função do ano, nota inicial e sexo.**

| Ano de escolar | Rendimento |      |   | Nota 3º período a matemática |    |    |    |
|----------------|------------|------|---|------------------------------|----|----|----|
|                |            |      |   | 2                            | 3  | 4  | 5  |
| 6º             | Fraco      | Sexo | M | 3                            | 15 | 2  |    |
|                |            |      | F | 0                            | 14 | 6  |    |
|                | Bom        | Sexo | M |                              | 1  | 5  | 14 |
|                |            |      | F |                              | 0  | 7  | 13 |
| 8º             | Fraco      | Sexo | M | 6                            | 14 |    |    |
|                |            |      | F | 7                            | 13 |    |    |
|                | Bom        | Sexo | M |                              | 5  | 13 | 2  |
|                |            |      | F |                              | 1  | 10 | 9  |

No 6º ano verifica-se que dos alunos com fraco rendimento no 1.º período somente 3 rapazes permanecem com nota negativa (2 valores), tendo 8 alunos alcançado a nota de 4 valores na escala de 5. No 8.º ano, dos 40 alunos “fracos” 13 permanecem num nível insuficiente e os restantes 27 apenas alcançam a nota de 3.

Dos “bons” alunos, 1 rapaz do 6º ano e 6 alunos do 8.º ano (5 rapazes e 1 rapariga) baixaram a nota para 3.

Percebe-se dos dados diferenças entre os dois anos escolares. Nos alunos com fraco rendimento foram mais os que conseguiram subir a nota para positiva no 6º ano do que no 8º ano. Nos alunos com melhor rendimento verifica-se que atingiram nota máxima (5 valores) mais alunos do 6º ano do que no 8º ano.

## Resoluções corretas dos problemas

Tabela 6: Respostas aos vários problemas, em função do ano de escolaridade, rendimento inicial a matemática e sexo

| Ano escolar | Rendim. | Sexo | Resolve P1 |       | Resolve P2 |    | Resolve P3 |    | Resolve P4 |    | Resolve P5 |    |
|-------------|---------|------|------------|-------|------------|----|------------|----|------------|----|------------|----|
|             |         |      | N          | S     | N          | S  | N          | S  | N          | S  | N          | S  |
|             |         |      | 6º         | Fraco | M          | 16 | 4          | 20 |            | 12 | 8          | 11 |
|             |         | F    | 14         | 6     | 19         |    | 9          | 10 | 17         | 3  | 15         | 0  |
|             | Bom     | M    | 1          | 19    | 11         | 9  | 12         | 8  | 8          | 9  | 2          | 18 |
|             |         | F    | 5          | 15    | 16         | 4  | 9          | 11 | 8          | 4  | 6          | 13 |
| 8º          | Fraco   | M    | 13         | 7     | 20         | 0  | 1          | 19 | 4          | 16 | 3          | 3  |
|             |         | F    | 11         | 9     | 19         | 1  | 1          | 19 | 4          | 16 | 2          | 6  |
|             | Bom     | M    | 4          | 16    | 14         | 6  | 4          | 16 | 13         | 7  | 1          | 14 |
|             |         | F    | 7          | 13    | 17         | 3  | 1          | 19 | 13         | 7  | 2          | 15 |

Analisando as soluções obtidas pela amostra no problema 1 (cf. Tabela 6), em função do ano de escolaridade, do rendimento na disciplina de matemática e do sexo, verifica-se:

No 6º ano alunos com fraco rendimento 30 não conseguiram encontrar a solução correta para o problema, 16 rapazes e 14 raparigas, e 10 conseguiram resolver corretamente o problema, 4 rapazes e 6 raparigas; os alunos com bom rendimento, 6 não encontraram a solução correta, 1 rapaz e 5 raparigas, e 34 conseguiram atingir a solução pretendida para este problema, 19 rapazes e 15 raparigas;

No 8º ano foram 24 os alunos com rendimento inferior que não conseguiram encontrar a solução correta, 13 rapazes e 11 raparigas, e 16 acertaram na solução do problema, 7 rapazes e 9 raparigas; os alunos com bom rendimento, 11 não atingiram a solução correta, 4 rapazes e 7 raparigas, e 29 conseguiram resolver o problema, 16 rapazes e 13 raparigas.

De realçar que foram mais alunos do 6º ano com fraco rendimento a não conseguir resolver o problema do que no 8º ano, e nos bons alunos, foram mais do 8º ano a não conseguir atingir a resposta correta.

Dos resultados do problema 2 (cf. Tabela 6) é possível identificar, em função do ano de escolaridade, do rendimento na disciplina de matemática e do sexo:

No 6º ano 39 alunos com fraco rendimento não encontraram a solução correta deste problema, 20 rapazes e 19 raparigas, e nenhum aluno conseguiu resolver corretamente o problema. Dos alunos com bom rendimento, 27 deles não atingiram a solução correta, 11 rapazes e 16 raparigas, enquanto 13 dos “bons” alunos conseguiram resolver o problema com a solução correta, 9 rapazes e 4 raparigas.

No 8º ano os alunos com fraco rendimento a matemática, 39 não conseguiram acertar na resposta, 20 rapazes e 19 raparigas, e apenas uma aluna com fraco rendimento chegou à solução correta do problema. Dos alunos com bom rendimento, 31 não resolveram o problema acertadamente, 14 rapazes e 17 raparigas, e 9 desses “bons” alunos atingiram a resposta correta para o problema, 6 rapazes e 3 raparigas.

É importante realçar, que este problema número 2 era, do conjunto dos problemas estudados, o considerado mais difícil pelos alunos e pela professora de matemática, notando-se nos resultados obtidos, que poucos alunos atingiram a resposta correta e foram os “bons” alunos do 6º ano a acertar mais.

Da análise do problema 3 (cf. Tabela 6) é possível identificar, em função do ano de escolaridade, do rendimento na disciplina de matemática e do sexo:

Dos alunos do 6º ano com fraco rendimento na disciplina de matemática, existiram 21 que não conseguiram atingir a resposta correta, 12 rapazes e 9 raparigas, e 18 deles que resolveram o problema corretamente, 8 rapazes e 10 raparigas. Dos alunos com bom rendimento, 21 não atingiram a resposta correta, 12 rapazes e 9 raparigas, e 19 dos alunos resolveram corretamente o problema, 8 rapazes e 11 raparigas.

Dos alunos do 8º ano com fraco rendimento escolar, apenas um rapaz e uma rapariga não acertaram na resposta, enquanto 19 rapazes e 19 raparigas atingiram a resposta correta ao problema. Dos alunos com bom rendimento, 5 não acertaram na resposta, 4 rapazes e 1 rapariga, e 35 resolveram corretamente o problema, 16 rapazes e 19 raparigas.

De realçar que os alunos do 6º ano tiveram um número maior de respostas erradas em relação ao 8º ano, e mesmo os bons alunos do 6º ano muitos erraram na resposta. De notar também que os alunos com fraco rendimento no 8º ano, conseguiram atingir mais respostas corretas que os bons alunos desse mesmo ano escolar.

Analisando os resultados do problema 4 (cf. Tabela 6), em função do ano de escolaridade, do rendimento na disciplina de matemática e do sexo, é possível perceber:

No 6º ano, 28 alunos de fraco rendimento na disciplina de matemática não conseguiram resolver este problema corretamente, 11 rapazes e 17 raparigas, 12 dos “fracos” alunos atingiram a resposta correta ao problema. Dos alunos com bom rendimento, 16 não chegaram à solução correta do problema, 8 de cada sexo, e 13 responderam corretamente ao problema, 9 rapazes e 4 raparigas.

No 8º ano, 8 alunos com fraco rendimento na disciplina de matemática, não conseguiram atingir a resposta correta, 4 de cada sexo, e 32 chegaram à resposta correta, 16 de cada sexo. Dos alunos com bom rendimento, 26 não resolveram o problema corretamente, 13 de cada sexo, e 14 chegaram à resposta correta ao problema, 7 de cada sexo.

De referir que no 6º ano o número de respostas atingidas pelos “bons” e “fracos” alunos é quase idêntica, importante ter em atenção que faltaram 11 respostas por parte dos “bons” alunos. No 8º ano, foram mais os alunos

com fraco rendimento a responder corretamente ao problema do que os alunos com bom rendimento.

Dos resultados obtidos sobre o problema 5 (cf. Tabela 6), em função do ano de escolaridade, do rendimento na disciplina de matemática e do sexo, é possível verificar:

No 6º ano, os alunos com fraco rendimento escolar na disciplina de matemática, 27 não conseguiram resolver este problema corretamente, 12 rapazes e 15 raparigas, e 7 rapazes atingiram a resposta correta ao problema. Dos alunos com bom rendimento, 8 não resolveram o problema corretamente, 2 rapazes e 6 raparigas, e 31 atingiram a resposta correta, 18 rapazes e 13 raparigas.

No 8º ano, 5 alunos de fraco rendimento não resolveram corretamente o problema, 3 rapazes e 2 raparigas, e 9 atingiram a resposta correta, 3 rapazes e 6 raparigas. Dos alunos com bom rendimento na disciplina de matemática, 3 não responderam corretamente ao problema, 1 rapaz e 2 raparigas, e 29 atingiram a resposta correta, 14 rapazes e 15 raparigas.

Importante referir que a grande falta de respostas dos “fracos” alunos a este problema.

## Resultados da Estratégia escolhida

### Problema 1

**Tabela 7: Distribuição das estratégias escolhidas para o problema número 1 de acordo com o ano de escolaridade, rendimento a matemática e sexo**

| Ano escolar | Rendimento |      | Sexo | Estratégia escolhida Problema 1 |                |                     |              |                  |
|-------------|------------|------|------|---------------------------------|----------------|---------------------|--------------|------------------|
|             |            |      |      | Tabela/esquema                  | Cálculo mental | Simplifica problema | Experimental | Tentativa e erro |
| 6º          | Fraco      | Sexo | M    | 11                              | 6              | 2                   |              |                  |
|             |            |      | F    | 10                              | 3              | 5                   |              |                  |
|             | Bom        | Sexo | M    | 11                              | 6              | 0                   | 1            | 2                |
|             |            |      | F    | 12                              | 3              | 2                   | 1            | 2                |
| 8º          | Fraco      | Sexo | M    | 7                               | 10             | 3                   | 0            |                  |
|             |            |      | F    | 12                              | 1              | 5                   | 2            |                  |
|             | Bom        | Sexo | M    | 9                               | 8              | 2                   | 0            |                  |
|             |            |      | F    | 8                               | 6              | 4                   | 2            |                  |

Na tabela 7 estão indicadas as escolhas assinaladas pelos alunos como estratégia a utilizar para a resolução do primeiro problema.

No 6º ano, os alunos com fraco rendimento, escolheram principalmente a estratégia “tabela/esquema” (21, sendo 11 rapazes e 10 raparigas), 9 assinalaram “cálculo mental” (6 rapazes e 3 raparigas), 7 selecionaram “simplificar o problema” (2 rapazes e 5 raparigas). Os “bons” alunos, recaíram também pela estratégia “tabela/esquema” (23, com 11 rapazes e 12 raparigas), 9 escolheram “cálculo mental” (6 rapazes e 3 raparigas), as estratégias “simplificar o problema” e “experimental” foram escolhidas 2 vezes cada, sendo que a primeira foram 2 raparigas e na segunda um de cada sexo e a última opção foi selecionada por 4 vezes, 2 de cada sexo.

Os alunos do 8º ano com fraco rendimento, assinalaram 19 vezes a estratégia “tabela/esquema”, 7 rapazes e 12 raparigas, 11 vezes o “cálculo mental”, 10 rapazes e 1 rapariga, 8 selecionaram “simplificar o problema”, 3 rapazes e 5 raparigas, 2 raparigas assinalaram “experimental” e a última opção não foi selecionada. Os “bons” alunos, 17 escolheram “tabela/esquema” para resolver este problema, 9 rapazes e 8 raparigas, 14 selecionaram “cálculo mental”, 8 rapazes e 6 raparigas, 6 assinalaram “simplificar o problema”, 2 rapazes e 4 raparigas, 2 raparigas escolheram a estratégia “experimental” e nenhuma escolha recaiu sobre a última opção.

De assinalara que a estratégia mais escolhida foi a “tabela/esquema” e a estratégia “cálculo mental” verifica uma escolha mais acentuada por parte do sexo masculino.

### Problema 2

Na tabela 8 estão distribuídas as estratégias assinaladas pelos alunos para a resolução do segundo problema.

**Tabela 8: Distribuição das estratégias escolhidas para o problema número 2 de acordo com o ano de escolaridade, rendimento a matemática e sexo**

| Ano escolar | Rendimento | Sexo | Estratégia escolhida Problema 2 |          |                |            |             |                  |   |
|-------------|------------|------|---------------------------------|----------|----------------|------------|-------------|------------------|---|
|             |            |      | Tabela                          | Pelo fim | Cálculo mental | Simplifica | Experimenta | Tentativa e erro |   |
| 6º          | Fraco      | M    | 12                              | 1        | 1              |            | 1           | 3                |   |
|             |            | F    | 10                              | 0        | 0              |            | 4           | 1                |   |
|             | Bom        | M    | 9                               |          | 6              |            |             | 1                | 4 |
|             |            | F    | 11                              |          | 2              |            |             | 1                | 2 |
| 8º          | Fraco      | M    | 4                               |          | 10             |            | 1           | 4                | 1 |
|             |            | F    | 10                              |          | 0              |            | 3           | 6                | 1 |
|             | Bom        | M    | 4                               |          | 9              |            | 2           | 3                | 1 |
|             |            | F    | 7                               |          | 9              |            | 1           | 0                | 2 |

Os alunos do 6º ano com fraco rendimento na disciplina de matemática, 22 assinalaram a estratégia “tabela/esquema” (12 rapazes e 10 raparigas); 1 rapaz escolheu “resolver pelo fim” e outro o “cálculo mental”; 5 alunos selecionaram “simplificar o problema” (1 rapaz e 4 raparigas); 4 apontaram “experimentar” (3 rapazes e 1 rapariga). Nos alunos com bom rendimento desse ano, 20 escolheram “tabela/esquema” (9 rapazes e 11 raparigas); 8 alunos assinalaram “cálculo mental” (6 rapazes e 2 raparigas); 1 aluno de cada sexo escolheu “experimentar” e 6 optaram pela “tentativa e erro” (4 rapazes e 2 raparigas”).

No 8º ano, os alunos com fraco rendimento, 14 assinalaram a estratégia “tabela/esquema” (4 rapazes e 10 raparigas); 10 rapazes assinalaram “cálculo mental”; 4 escolheram “simplificar o problema” (1 rapaz e 3 raparigas); 10 selecionaram “experimentar” (4 rapazes e 6 raparigas) e 1 de cada sexo optaram por “tentativa e erro”. Nos “bons” alunos, 11 alunos assinalaram “tabela/esquema” (4 rapazes e 7 raparigas); 9 de cada sexo selecionaram “cálculo mental”; 3 alunos escolheram “simplificar o problema” (2 rapazes e 1 rapariga); 3 rapazes optaram pela estratégia “experimentar” e 3 alunos pela “tentativa e erro” (1 rapaz e 2 raparigas).

Nos alunos com fraco rendimento do 8º ano, verifica-se que o sexo feminino assinala mais vezes a estratégia “tabela/esquema” e os rapazes optam pelo “cálculo mental”. A estratégia mais escolhida pelos restantes alunos é a “tabela/esquema”, com exceção dos alunos com bom rendimento do 8º ano que assinalam a estratégia “cálculo mental”.

### Problema 3

**Tabela 9: Distribuição das estratégias escolhidas para o problema número 3 de acordo com o ano de escolaridade, rendimento a matemática e sexo**

| Ano escolar | Rendimento | Estratégia escolhida 3 |                   |                |             |              |                 |
|-------------|------------|------------------------|-------------------|----------------|-------------|--------------|-----------------|
|             |            | Tabela                 | Resolver pelo fim | Cálculo mental | Simplif ica | Experi menta | Tentativ a/erro |
| 6º          | Fraco      | Sexo M                 | 12                | 0              | 1           | 1            | 1               |
|             |            | Sexo F                 | 16                | 1              | 0           | 0            | 0               |
|             | Bom        | Sexo M                 | 19                |                | 0           | 0            | 1               |
|             |            | Sexo F                 | 16                |                | 1           | 2            | 1               |
| 8º          | Fraco      | Sexo M                 | 10                |                | 3           | 4            | 2 1             |
|             |            | Sexo F                 | 11                |                | 1           | 6            | 1 1             |
|             | Bom        | Sexo M                 | 15                |                | 2           | 3            |                 |
|             |            | Sexo F                 | 17                |                | 1           | 2            |                 |

Na tabela 9 estão distribuídas as estratégias assinaladas pelos alunos para a resolução do problema 3.

Nos alunos do 6º ano com fraco rendimento escolar, 28 assinalaram a estratégia “tabela/esquema” (12 rapazes e 16 raparigas); 1 rapariga escolheu “resolver pelo fim”; 1 rapaz optou pelo “cálculo mental” e outro pela estratégia “experimental”. Nos alunos com bom rendimento, 25 escolheram a estratégia “tabela/esquema” (19 rapazes e 16 raparigas); 1 rapariga assinalou “cálculo mental”; 2 raparigas “simplificar o problema” e 1 aluno de cada sexo selecionaram a estratégia “resolver pelo fim”.

Nos alunos do 8º ano com fraco rendimento, 21 assinalaram a estratégia “tabela/esquema” (10 rapazes e 11 raparigas); 4 selecionaram “cálculo mental” (3 rapazes e 1 rapariga); 10 optaram pela estratégia “simplificar o problema” (4 rapazes e 6 raparigas); 3 escolheram “experimental” (2 rapazes e 1 rapariga) e 1 aluno de cada sexo assinalaram “tentativa e erro”.

A estratégia mais selecionada por grande parte dos alunos foi a “tabela/esquema”.

### Problema 4

**Tabela 10: Distribuição das estratégias escolhidas para o problema número 4 de acordo com o ano de escolaridade, rendimento a matemática e sexo**

| Ano escolar | Rendimento |      | Estratégia escolhida 4 |                   |                |             |              |                  |   |
|-------------|------------|------|------------------------|-------------------|----------------|-------------|--------------|------------------|---|
|             |            |      | Tabela/esquema         | Resolver pelo fim | Cálculo mental | Simplificar | Experimentar | Tentativa e erro |   |
| 6º          | Fraco      | Sexo | M                      | 2                 | 8              | 2           | 2            |                  | 5 |
|             |            |      | F                      | 6                 | 4              | 1           | 4            |                  | 3 |
|             | Bom        | Sexo | M                      | 3                 | 9              | 5           | 0            | 1                | 2 |
|             |            |      | F                      | 3                 | 11             | 1           | 1            | 0                | 4 |
| 8º          | Fraco      | Sexo | M                      | 6                 | 5              | 3           |              | 3                |   |
|             |            |      | F                      | 8                 | 0              | 3           |              | 1                |   |
|             | Bom        | Sexo | M                      | 2                 | 5              | 9           | 2            |                  | 1 |
|             |            |      | F                      | 5                 | 11             | 1           | 1            |                  | 2 |

Na tabela 10 estão distribuídas as estratégias assinaladas pelos alunos para a resolução do problema 4.

Nos alunos do 6º ano com fraco rendimento na disciplina de matemática, 8 escolheram a estratégia “tabela/esquema” (2 rapazes e 6 raparigas); 12 seleccionaram a estratégia “resolver pelo fim” (8 rapazes e 4 raparigas); 3 assinalaram “cálculo mental” (2 rapazes e 1 rapariga) e 8 optaram pela estratégia “tentativa e erro” (5 rapazes e 3 raparigas). Os alunos com bom rendimento desse ano, 3 de cada sexo seleccionaram a estratégia “tabela/esquema”; 20 escolheram “resolver pelo fim” (9 rapazes e 11 raparigas); 6 assinalaram “cálculo mental” (5 rapazes e 1 rapariga); 1 rapariga optou pela estratégia “simplificar; 1 rapaz “experimentar” e 6 escolheram “tentativa e erro” (2 rapazes e 4 raparigas).

Nos alunos do 8º ano com fraco rendimento, 14 assinalaram a estratégia “tabela/esquema” (6 rapazes e 8 raparigas); 5 rapazes optaram pela estratégia “resolver pelo fim”; 3 de cada sexo seleccionaram “cálculo mental” e 4 escolheram a estratégia “experimentar” (3 rapazes e 1 rapariga). Nos alunos com bom rendimento, 7 assinalaram “tabela/esquema” (2 rapazes e 5 raparigas); 16 seleccionaram a estratégia “resolver pelo fim” (5 rapazes e 11 raparigas); 10 optaram pelo “cálculo mental” (9 rapazes e 1 rapariga); 3 escolheram “simplificar” o problema (2 rapazes e 1 rapariga) e 3 “tentativa e erro” (1 rapaz e 2 raparigas).

Os alunos com bom rendimento de ambos os anos seleccionaram mais a estratégia “resolver pelo fim”, apesar de alguns rapazes, com bom rendimento, escolherem “cálculo mental”.

### Problema 5

**Tabela 11: Distribuição das estratégias escolhidas para o problema número 5 de acordo com o ano de escolaridade, rendimento a matemática e sexo**

| Ano escolar | Rendimento |      |   | Estratégia escolhida 5 |                   |                |             |              |                  |
|-------------|------------|------|---|------------------------|-------------------|----------------|-------------|--------------|------------------|
|             |            |      |   | Tabela/esquema         | Resolver pelo fim | Cálculo mental | Simplificar | Experimentar | Tentativa e erro |
| 6º          | Fraco      | Sexo | M | 6                      | 3                 | 3              | 1           | 1            | 2                |
|             |            |      | F | 6                      | 3                 | 2              | 2           | 0            | 2                |
|             | Bom        | Sexo | M | 8                      | 7                 | 5              |             |              | 0                |
|             |            |      | F | 7                      | 6                 | 3              |             |              | 3                |
| 8º          | Fraco      | Sexo | M | 5                      | 1                 |                |             |              | 0                |
|             |            |      | F | 4                      | 2                 |                |             |              | 2                |
|             | Bom        | Sexo | M | 7                      | 3                 | 5              |             |              |                  |
|             |            |      | F | 6                      | 10                | 1              |             |              |                  |

Na tabela 11 estão distribuídas as estratégias assinaladas pelos alunos para a resolução do problema 5.

Os alunos do 6º ano com fraco rendimento na disciplina de matemática, 6 de cada sexo escolheram a estratégia “tabela/esquema”; 3 de cada sexo optaram por “resolver pelo fim”; 5 selecionaram “cálculo mental” (3 rapazes e 2 raparigas); 3 assinalaram “simplificar” o problema (1 rapazes e 2 raparigas); 1 rapaz escolheu “experimentar” e 2 de cada sexo “tentativa e erro”. Nos alunos com bom rendimento, 15 selecionaram “tabela/esquema” (8 rapazes e 7 raparigas); 13 escolheram “resolver pelo fim” (7 rapazes e 6 raparigas); 8 assinalaram “cálculo mental” (5 rapazes e 3 raparigas) e 3 raparigas optaram pela estratégia “tentativa e erro”.

No 8º ano, os alunos com fraco rendimento, 9 selecionaram a estratégia “tabela/esquema” (5 rapazes e 4 raparigas); 3 escolheram “resolver pelo fim” (1 rapaz e 2 raparigas) e 2 raparigas assinalaram a estratégia “tentativa e erro”. Nos “bons” alunos, 13 optaram pela estratégia “tabela/esquema” (7 rapazes e 6 raparigas); 13 selecionaram “resolver pelo fim” (3 rapazes e 10 raparigas) e 6 escolheram “cálculo mental” (5 rapazes e 1 rapariga).

A estratégia mais escolhida pelos alunos foi a “tabela/esquema” e de seguida “resolver pelo fim” com destaque para o sexo feminino com bom rendimento a matemática do 8º ano.

### Resultados relativos à escolha da Estratégia Adequada

A análise seguinte respeita à estratégia mais adequada para a resolução eficaz dos problemas. Nos três primeiros problemas é considerada mais adequada a realização de uma “tabela/esquema”. Nos dois últimos é indicada começar a resolução pelo fim.

**Tabela 12: Distribuição dos resultados das estratégias adequadas para cada problema, em função do ano escolar, do rendimento a matemática e sexo**

| Ano escolar | Rendimento | Sexo | Estratégia adequada |    |
|-------------|------------|------|---------------------|----|---------------------|----|---------------------|----|---------------------|----|---------------------|----|
|             |            |      | Pro 1               |    | Pro 2               |    | Pro 3               |    | Pro 4               |    | Pro 5               |    |
|             |            |      | N                   | S  | N                   | S  | N                   | S  | N                   | S  | N                   | S  |
| 6º          | Fraco      | M    | 8                   | 11 | 6                   | 12 | 3                   | 12 | 11                  | 8  | 12                  | 3  |
|             |            | F    | 8                   | 10 | 5                   | 10 | 1                   | 16 | 12                  | 6  | 12                  | 3  |
|             | Bom        | M    | 9                   | 11 | 10                  | 10 | 1                   | 19 | 11                  | 9  | 13                  | 7  |
|             |            | F    | 8                   | 12 | 4                   | 12 | 4                   | 16 | 8                   | 12 | 13                  | 6  |
| 8º          | Fraco      | M    | 13                  | 7  | 16                  | 4  | 10                  | 10 | 10                  | 7  | 5                   | 1  |
|             |            | F    | 8                   | 12 | 10                  | 10 | 9                   | 11 | 12                  | 0  | 6                   | 2  |
|             | Bom        | M    | 10                  | 9  | 15                  | 4  | 5                   | 15 | 14                  | 5  | 12                  | 3  |
|             |            | F    | 11                  | 9  | 12                  | 7  | 3                   | 17 | 8                   | 12 | 7                   | 10 |

No 1º problema (cf. Tabela 12), os alunos do 6º ano com fraco rendimento 16 escolheram outra estratégia, não adequada, 8 de cada sexo, e 21 alunos escolheram a estratégia adequada, 11 rapazes e 10 raparigas. Os “bons” alunos, 17 não escolheram a estratégia adequada, 9 rapazes e 8 raparigas, e 23 alunos a adequada, 11 rapazes e 12 raparigas.

No 8º ano, os alunos com fraco rendimento, 21 escolheram uma outra estratégia não adequada, 13 rapazes e 8 raparigas, e 19 assinalaram a estratégia adequada, 7 rapazes e 12 raparigas. Nos alunos com bom rendimento, 21 selecionaram estratégias não adequadas, 10 rapazes e 11 raparigas, e 18 escolheram a estratégia adequada, 9 de cada sexo.

Para o problema 2, a estratégia mais adequada de resolução é novamente a “tabela/esquema”.

No 6º ano (cf. Tabela 12), 11 alunos com fraco rendimento na disciplina de matemática não escolheram a estratégia adequada, 6 rapazes e 5 raparigas, e 22 assinalaram a estratégia adequada, 12 rapazes e 10 raparigas. Dos alunos com bom rendimento, 14 não escolheram a estratégia mais eficaz, 10 rapazes e 4 raparigas, e 22 alunos escolheram a estratégia adequada, 10 rapazes e 12 raparigas.

No 8º ano, 26 alunos com fraco rendimento na disciplina de matemática não assinalaram a estratégia adequada, 16 rapazes e 10 raparigas, e 14 escolheram a estratégia adequada, 4 rapazes e 10 raparigas. Dos alunos com bom rendimento, 27 marcaram uma estratégia não adequada, 15 rapazes e 12 raparigas, e 11 decidiram-se pela estratégia adequada, 4 rapazes e 7 raparigas.

De destacar, que no 8º ano mais alunos não escolheram a estratégia adequada, tanto os alunos com fraco rendimento como os “bons” alunos.

No problema 3, a estratégia mais eficaz para uma solução correta é mais uma vez a utilização de uma “tabela/esquema”.

No 6º ano (cf. Tabela 12), 4 alunos com fraco rendimento a matemática, não escolheram a estratégia adequada, 3 rapazes e 1 rapariga, e 28 alunos assinalaram a resposta adequada, 12 rapazes e 16 raparigas. Dos alunos com bom rendimento, 5 alunos não selecionaram a estratégia adequada ao problema, 1 rapaz e 4 raparigas, e 35 alunos decidiram-se pela estratégia adequada, 19 rapazes e 16 raparigas.

No 8º ano, 19 alunos com fraco rendimento na disciplina de matemática não assinalaram a estratégia adequada, 10 rapazes e 9 raparigas, 21 alunos escolheram a estratégia mais eficaz para resolver o problema, 10 rapazes e 11 raparigas. Dos alunos com bom rendimento, 8 deles não selecionaram a estratégia correta, 5 rapazes e 3 raparigas, e 32 alunos assinalaram a estratégia adequada, 15 rapazes e 17 raparigas.

Existiram menos alunos com fraco rendimento a optar por uma estratégia não adequada à resolução deste problema no 6º ano.

Para o problema 4 a estratégia mais adequada de resolução é “resolver pelo fim”.

Os alunos do 6º ano (cf. Tabela 12) com fraco rendimento na disciplina de matemática, 23 assinalaram uma estratégia não adequada, 11 rapazes e 12 raparigas, e 14 escolheram a estratégia adequada, 8 rapazes e 6 raparigas. Dos alunos com bom rendimento, 19 decidiram-se por uma estratégia não adequada, 11 rapazes e 8 raparigas, e 21 alunos assinalaram a estratégia adequada, 9 rapazes e 12 raparigas.

Os alunos do 8º ano com fraco rendimento, 22 não escolheram a estratégia adequada, 10 rapazes e 12 raparigas, e 7 rapazes assinalaram a estratégia adequada. Dos alunos com bom rendimento, 22 optaram por uma estratégia não adequada, 14 rapazes e 8 raparigas, e 17 decidiram-se pela estratégia adequada, 5 rapazes e 12 raparigas.

Este problema é o primeiro a ter uma estratégia adequada diferente, e com isso, muitos alunos, com fraco e bom rendimento a matemática de ambos os anos escolares, assinalaram uma estratégia não adequada.

A estratégia adequada para uma resolução eficaz do problema 5 é “resolver pelo fim”

No 6º ano (cf. Tabela 12), 24 alunos de fraco rendimento na disciplina de matemática não escolheram a estratégia adequada, 12 de cada sexo, e 6 assinalaram a estratégia adequada, 3 de cada sexo. Dos alunos com bom rendimento, 26 optaram por outra estratégia, não adequada, 13 de cada sexo, e 13 decidiram-se pela estratégia adequada, 7 rapazes e 6 raparigas.

No 8º ano, 11 alunos de fraco rendimento a matemática não optaram pela estratégia adequada, 5 rapazes e 6 raparigas, e 3 escolheram a estratégia adequada, 1 rapaz e 2 raparigas. Dos “bons” alunos, 19 não assinalaram a estratégia adequada, 12 rapazes e 7 raparigas, e 13 assinalaram, 3 rapazes e 10 raparigas.

No último problema em estudo, verifica-se uma grande falta de

respostas, principalmente por parte dos alunos com fraco rendimento, no caso do 6º ano, 10 alunos não resolvem e no 8º ano, falham a resolução 26. Dos dados obtidos, são mais os alunos a assinalarem uma estratégia não adequada, mesmo de entre os alunos com bom rendimento escolar a matemática.

### Resultado Metacognitivo

O estudo da variável “comportamento metacognitivo” resulta da ponderação entre a estratégia referida como a escolhida para resolver cada um dos problemas (assinalando pelo menos das estratégias nomeadas) e a estratégia efetivamente utilizada na resolução. A componente metacognitiva foi avaliada na coerência entre o planeado e o executado. Sendo coerente ou consistente a escolha da estratégia assinalada por parte dos alunos com a estratégia realmente utilizada na resolução do problema, então considerava-se presente o controlo consciente do comportamento estratégico.

**Tabela 13: Distribuição dos resultados do comportamento metacognitivo para cada problema, em função do ano escolar, rendimento a matemática e sexo**

| Ano escolar | Rendim. | Sexo | Sexo | Metac P1 |    | Metac P2 |    | Metac P3 |    | Metac P4 |    | Metac P5 |    |
|-------------|---------|------|------|----------|----|----------|----|----------|----|----------|----|----------|----|
|             |         |      |      | N        | S  | N        | S  | N        | S  | N        | S  | N        | S  |
|             |         |      |      |          |    |          |    |          |    |          |    |          |    |
| 6º          | Fraco   | Sexo | M    | 6        | 13 | 10       | 8  | 5        | 10 | 4        | 15 | 4        | 11 |
|             |         |      | F    | 10       | 8  | 10       | 5  | 6        | 11 | 10       | 8  | 9        | 6  |
|             | Bom     | Sexo | M    | 2        | 18 | 1        | 19 | 3        | 17 | 1        | 19 | 1        | 19 |
|             |         |      | F    | 4        | 16 | 3        | 13 | 2        | 18 | 1        | 19 | 0        | 19 |
| 8º          | Fraco   | Sexo | M    | 12       | 8  | 12       | 8  | 13       | 7  | 11       | 6  | 2        | 4  |
|             |         |      | F    | 12       | 8  | 14       | 6  | 9        | 11 | 9        | 3  | 3        | 5  |
|             | Bom     | Sexo | M    | 5        | 14 | 4        | 15 | 3        | 17 | 2        | 16 | 2        | 13 |
|             |         |      | F    | 7        | 13 | 9        | 10 | 1        | 19 | 4        | 16 | 2        | 15 |

No problema 1 (cf. Tabela 13), os alunos do 6º ano de escolaridade, com fraco rendimento, 16 estratégias assinaladas não correspondem ao que foi utilizado para a resolução, 6 rapazes e 10 raparigas, e 21 alunos utilizaram a estratégia assinalada, 13 rapazes e 8 raparigas. Os alunos com bom rendimento, 6 não demonstram comportamento metacognitivo nas suas escolhas, 2 rapazes e 4 raparigas, e 34 respostas correspondem à estratégia utilizada para a resolução como a assinalada, 18 rapazes e 16 raparigas.

Os alunos do 8º ano de fraco rendimento a matemática, 24 não possuem comportamento cognitivo na estratégia utilizada, 12 de cada sexo, enquanto 16 alunos utilizam a estratégia selecionada para a resolução, 8 de cada sexo. Os alunos com bom rendimento, 7 não apresentam comportamento cognitivo, 5 rapazes e 7 raparigas, e 27 demonstram possuir comportamento cognitivo nas suas respostas a este problema, 14 rapazes e 13 raparigas.

Os alunos com fraco rendimento a matemática do 8º ano são os que apresentem menos comportamento metacognitivo em relação à escolha e utilização da estratégia neste problema.

No Problema 2 (cf. Tabela 13), os alunos do 6º ano de escolaridade com fraco rendimento na disciplina de matemática, 20 não apresentam comportamento metacognitivo na utilização da estratégia, 10 de cada sexo, e 13 possuem esse comportamento metacognitivo, 8 rapazes e 5 raparigas. Os alunos com bom rendimento escolar, 4 não realizam a estratégia assinalada, 1 rapaz e 3 raparigas, e 32 resolvem o problema recorrendo à estratégia assinalada, 19 rapazes e 13 raparigas.

No 8º ano, 26 alunos com fraco rendimento a matemática não apresentam comportamento metacognitivo na estratégia assinalada e a utilizada para resolver o problema, 12 rapazes e 14 raparigas, e 14 alunos “fracos” resolveram o problema através da estratégia assinalada, 8 rapazes e 6 raparigas. Nos alunos com bom rendimento, 13 não manifestam comportamento cognitivo, 4 rapazes e 9 raparigas, e 25 resolvem o problema recorrendo à estratégia escolhida, apresentando comportamento metacognitivo, 15 rapazes e 10 raparigas.

Os alunos com fraco rendimento a matemática manifestam novamente pouco comportamento metacognitivo, em maior número no 8º ano.

No Problema 3 (cf. Tabela 13), no 6º ano 11 alunos com fraco rendimento escolar a matemática não manifestam comportamento metacognitivo em relação à estratégia utilizada para resolver o problema, 5 rapazes e 6 raparigas, e 21 alunos com fraco rendimento apresentam comportamento metacognitivo, 10 rapazes e 11 raparigas. Nos alunos com bom rendimento, 5 não utilizam a estratégia assinalada, 3 rapazes e 2 raparigas, e 35 recorrem à estratégia escolhida, apresentando comportamento metacognitivo, 17 rapazes e 18 raparigas.

Os alunos do 8º ano de escolaridade com fraco rendimento, 22 não apresentam comportamento metacognitivo, 13 rapazes e 9 raparigas, e 18 utilizam a estratégia assinalada, apresentando comportamento metacognitivo, 7 rapazes e 11 raparigas. Os alunos com bom rendimento a matemática, 4 não realizam a estratégia assinalada, 3 rapazes e 1 rapariga, e 36 apresentam comportamento metacognitivo em relação à estratégia utilizada, 17 rapazes e 19 raparigas.

Um maior número de alunos do 8º ano com fraco rendimento que não apresenta comportamento metacognitivo.

No problema 4 (cf. Tabela 13), no 6º ano de escolaridade, 14 alunos com fraco rendimento na disciplina de matemática não possuem um comportamento metacognitivo em relação à estratégia utilizada, 4 rapazes e 10 raparigas, e 23 alunos recorrem à estratégia assinalada, apresentando comportamento metacognitivo, 15 rapazes e 8 raparigas. Os alunos com bom rendimento a matemática, apenas um de cada sexo não apresenta comportamento metacognitivo, 38 manifestam esse comportamento em relação à estratégia utilizada, 19 de cada sexo.

Os alunos do 8º ano com fraco rendimento, 20 não recorrem à estratégia assinalada para resolver o problema, 11 rapazes e 9 raparigas, e 9 alunos apresentam comportamento metacognitivo, 6 rapazes e 3 raparigas. Os alunos com bom rendimento, 6 não utilizam a estratégia escolhida, 2 rapazes e 4 raparigas, e 32 manifestam comportamento metacognitivo em

relação à estratégia utilizada, 16 de cada sexo.

Os alunos com fraco rendimento voltam a apresentar menor comportamento metacognitivo.

No problema 5 (cf. Tabela 13), os alunos do 6º ano com fraco rendimento, 13 não apresentam comportamento metacognitivo, 4 rapazes e 9 raparigas, e 17 utilizam a estratégia assinalada manifestando comportamento metacognitivo, 11 rapazes e 6 raparigas. Os alunos com bom rendimento, apenas um rapaz não recorre à estratégia escolhida, e 38 apresentam comportamento metacognitivo em relação à estratégia utilizada, 19 de cada sexo.

No 8º ano os alunos com fraco rendimento, 5 não resolvem o problema através da estratégia assinalada, 2 rapazes e 3 raparigas, e 9 recorrem à estratégia escolhida, 4 rapazes e 5 raparigas. Os alunos com bom rendimento, 4 apresentam comportamento metacognitivo, 2 de cada sexo, e 28 utilizam a estratégia assinalada para resolver o problema, 13 rapazes e 15 raparigas.

Faltam várias respostas por parte dos alunos com fraco rendimento em ambos os anos escolares, não sendo possível verificar as diferenças nesse grupo de alunos.

#### **Resultados de avaliação da qualidade global de resolução dos problemas, avaliada na escala holística focada (na integração dos processos do modelo de RP)**

Em função da escala holística focada, começamos por verificar a forte relação entre os resultados obtidos nos diferentes problemas (cf. Tabela 14), o que faz crer ser possível encontrar um índice global e, conseqüentemente, uma avaliação média da qualidade de resolução.

**Tabela 14: Correlação dos índices de avaliação dos vários problemas**

|   | Avaliação<br>Prob1 | Avaliação<br>Prob2 | Avaliação<br>Prob3 | Avaliação<br>Prob4 | Avaliação<br>Prob5 | Capacidade<br>média RP |
|---|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|------------------------|
| 1 | 1                  | ,442**             | ,246**             | ,198*              | ,329**             | ,637**                 |
| 2 |                    | 1                  | ,180*              | ,245**             | ,309**             | ,605**                 |
| 3 |                    |                    | 1                  | ,383**             | ,295**             | ,651**                 |
| 4 |                    |                    |                    | 1                  | ,402**             | ,683**                 |
| 5 |                    |                    |                    |                    | 1                  | ,739**                 |

\*\* Correlação significativa a um nível de 0.01

\* Correlação significativa a um nível de 0.05

Vejamos qual a distribuição de respostas na tabela 15:

**Tabela 15: Distribuição dos resultados nos 5 problemas, em função dos pontos da escala holística focada**

| Escala holística   | P1            | P2            | P3            | P4            | P5            |
|--|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
|  | n             | n             | n             | N             | n             |
| Sem compreensão  | 4<br>(2,5%)   | 13<br>(8,1%)  | 8<br>(5%)     | 15<br>(9,4%)  | 44<br>(27,5%) |
| Define estratégia inadequada                                 | 29<br>(18,1%) | 28<br>(17,5%) | 23<br>(14,4%) | 28<br>(17,5%) | 15<br>(9,4%)  |
| Resolve sem compreender /<br>compreende, planif, não resolve | 30<br>(18,8%) | 73<br>(45,6%) | 18<br>(11,3%) | 36<br>(22,5%) | 28<br>(17,5%) |
| Estratégia adequada mas não resolve<br>corretamente          | 53<br>(33,1%) | 35<br>(21,9%) | 15<br>(9,4%)  | 47<br>(29,4%) | 44<br>(27,5%) |
| Resolve sistemática e estrategicamente                       | 44<br>(27,5%) | 11<br>(6,9%)  | 96<br>(60%)   | 34<br>(21,3%) | 29<br>(18,1%) |

### Análises Inferenciais

Estudou-se a influência das variáveis ano de escolaridade, sexo e rendimento escolar na escolha dos alunos pela estratégia adequada para cada problema. Foram utilizadas técnicas estatísticas não paramétricas com recurso ao teste Mann-Whitney e comparação de médias.

Existem diferenças significativas na escolha da estratégia adequada em função do ano de escolaridade no problema 2, com  $U=1837,500$ ,  $p<.000$ , em média é o 6º ano que seleciona mais essa estratégia (64%) mais do que no 8º ano (32%); existe também diferença no problema 3, com  $U=2268,000$ ,  $p<.01$ , em média é também o 6º ano que seleciona essa estratégia (88%) mais do que o 8º ano (66%).

Registaram-se diferenças significativas na escolha da estratégia adequada em função do rendimento na disciplina de matemática no problema 3, com  $U=2428,000$ ,  $p<.05$ , em média são os alunos com bom rendimento que selecionam essa estratégia (84%) mais do que os alunos com fraco rendimento (68%).

Verificaram-se diferenças significativas na escolha da estratégia adequada em função do sexo no problema 2, com  $U=2243,500$ ,  $p<.05$ , em média são os alunos do sexo feminino que selecionam essa estratégia (56%) mais do que os alunos do sexo masculino (39%).

### Regressão Múltipla Linear

Para estudar a influência das variáveis ano de escolaridade, sexo e rendimento escolar na capacidade média de resolução dos alunos foi realizada uma regressão linear, utilizando o procedimento *Enter*.

**Tabela 16: Regressão múltipla linear da capacidade média em função do ano de escolaridade, rendimento e sexo**

|                     | R <sup>2</sup> ajustado | F       | Beta  | B     |
|---------------------|-------------------------|---------|-------|-------|
| Ano de escolaridade | 0,446                   | 43,701* | -,213 | -,176 |
| Sexo                |                         |         | -,047 | -,078 |
| Rendimento          |                         |         | ,640  | 1.056 |
|                     |                         |         |       | 7     |

\*p<0.01

A partir da análise dos valores R<sup>2</sup> ajustado, que melhor reflete o grau de ajustamento do modelo à população, verifica-se que as variabilidades explicadas da capacidade média de resolução de problemas ajustadas à população são 44,6%.

Apreciando a qualidade do modelo de previsão, analisou-se o teste F, da análise da variância da regressão, em que os resultados observados evidenciam que o modelo tem associado um nível elevado de significância (p<.001), isto é, as variáveis preditoras explicam, efetivamente, parte relevante da variabilidade da capacidade média de resolução de problemas.

A variável “rendimento” é a que melhor prediz a capacidade média de resolução nos alunos (Beta=.640).

Contudo, entrando no modelo com as classificações a Língua Portuguesa no 3.º período, a variabilidade situa-se numa percentagem explicativa na ordem dos 46,9% (F = 36,171, p<0.001).

**Tabela 17: Regressão múltipla linear da capacidade média em função da classificação a Português, do ano de escolaridade, rendimento e sexo**

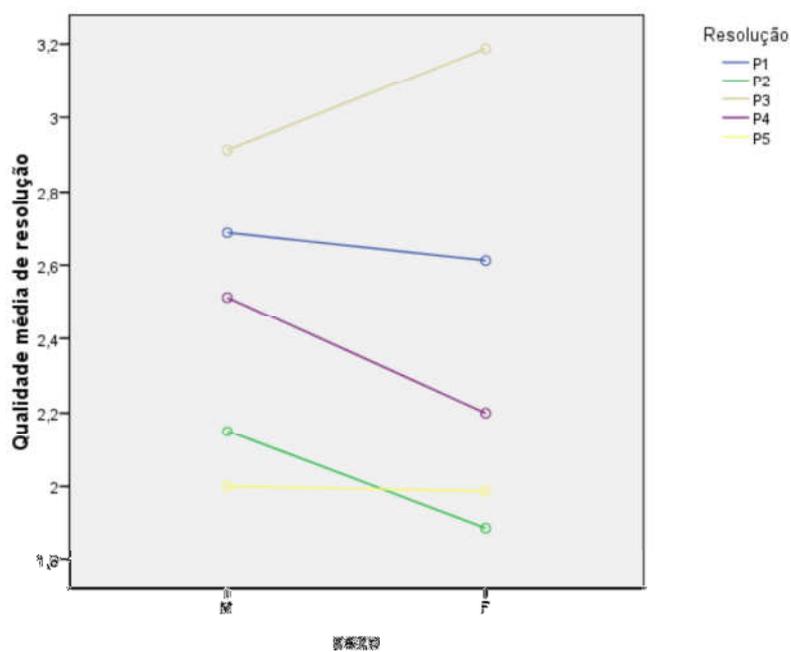
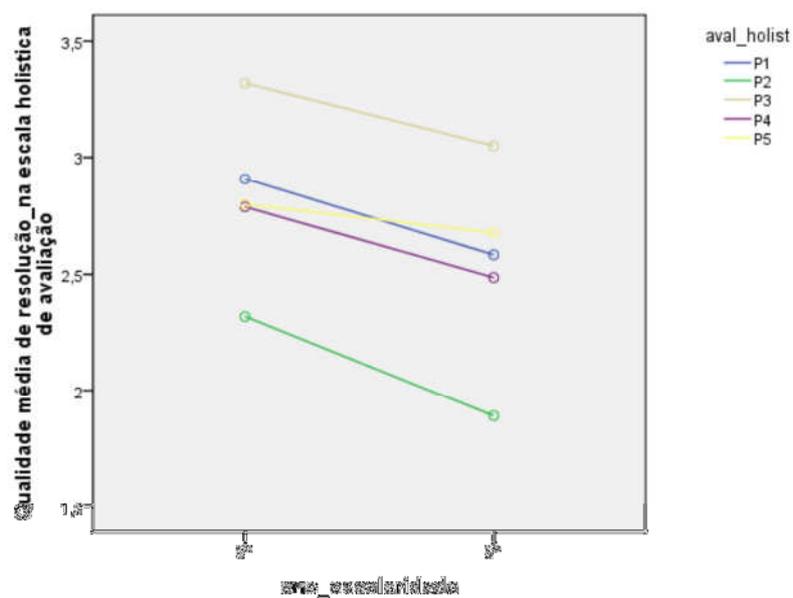
| Modelo | R <sup>2</sup> Ajustado | F       |
|--------|-------------------------|---------|
| 1      | ,469                    | 36,171* |

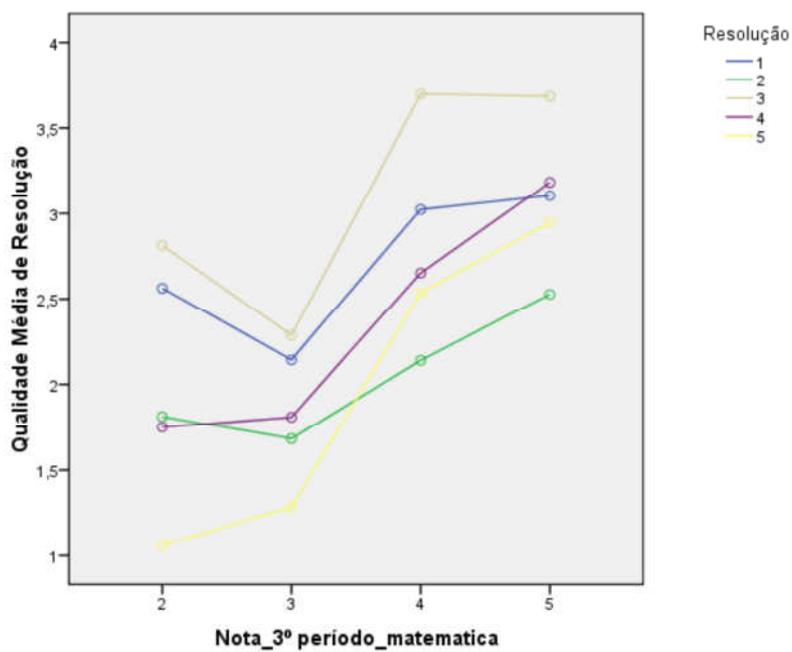
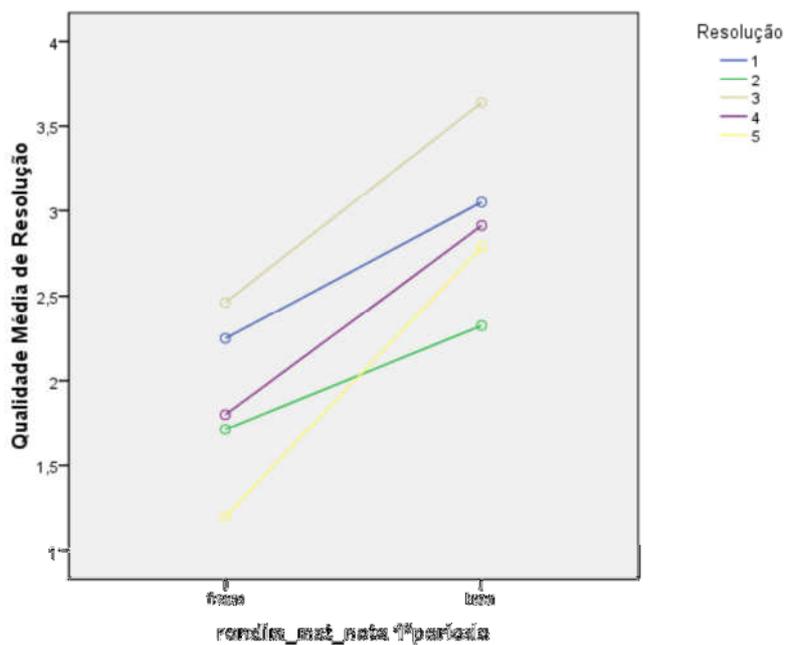
\*p<.001

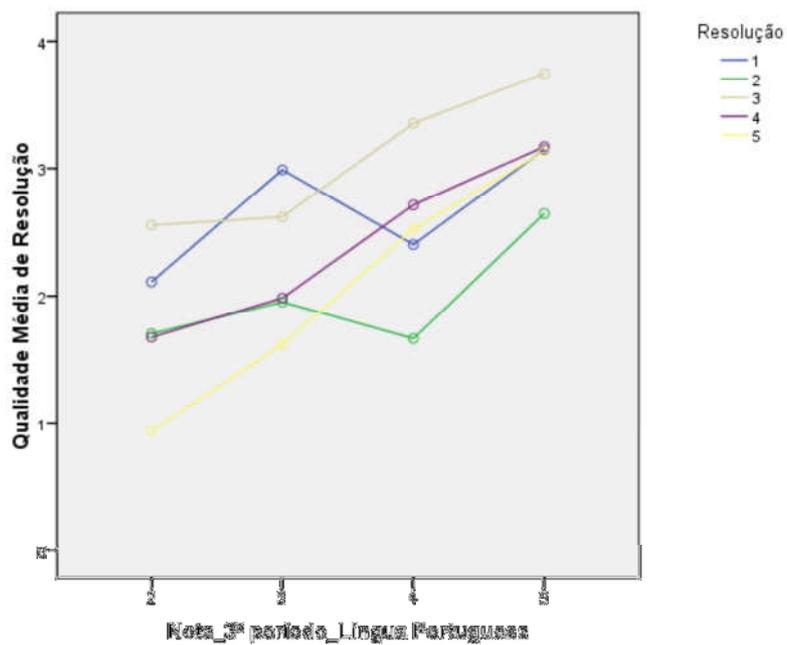
Para estudar a progressão dos alunos na escolha da estratégia adequada nos diferentes problemas, foram comparadas as médias das suas escolhas do problema 1 para o problema 3 e do problema 4 para o problema 5 (problemas que se correlacionam e possuem a mesma estratégia). No primeiro caso, verifica-se essa progressão com p<.000, em que os alunos escolhem 77% a estratégia adequada no problema 3 e no problema 1 apenas 53%. No segundo caso já não se evidencia essa progressão, tendo em conta que no problema 4 os alunos escolhem 46% a estratégia adequada e no problema 5 diminuem para 31%.

Quando atentamos ao comportamento de resolução de problemas em função das classificações obtidas no final do 3.º período nas disciplinas de Matemática e de Língua Portuguesa, observamos dados curiosos, como a pouca relação entre a capacidade resolução de problemas e as classificações escolares (cf. gráficos 6-10).

Gráficos 6- 10 – Relação entre a qualidade média de resolução de cada um dos 5 problemas, avaliada na escala holística focada nos processos de compreensão, plano, realização e verificação e o ano de escolaridade







## V – Discussão

Os resultados apresentados são analisados, tomando como referencial os objetivos de investigação estabelecidos em confronto com a literatura consultada.

Um dos objetivos consistiu em estudar a percepção de dificuldade na disciplina de matemática, pelos alunos da amostra, para verificar o realismo dessas percepções, atendendo ao rendimento dos alunos (classificações escolares). Verificou-se que alguns alunos com fraco rendimento não percebem as suas dificuldades, 5 alunos (4 rapazes e 1 rapariga) no 6º ano e 14 (7 de cada sexo) no 8º ano. No caso dos alunos com bom rendimento, 6 (1 rapaz e 5 raparigas) do 6º ano e 8 (5 rapazes e 3 raparigas) do 8º ano referem dificuldades.

Outro objetivo em estudo foi a análise do progresso do rendimento dos alunos na disciplina de matemática, através da comparação entre as notas obtidas no primeiro período escolar, que dividiu a amostra entre rendimento bom e fraco, e as do terceiro (último) período. Dos dados percebe-se que foi no 6º ano que existiu maior progressão no último período.

Em termos da análise das soluções obtidas para cada problema, em função das variáveis em estudo, verificou-se que no primeiro problema, os alunos do 8º ano atingiram mais respostas corretas do que no 6º ano, tanto por alunos com bom como com fraco rendimento. No segundo problema o número de respostas corretas foi muito baixo, devido grandemente à dificuldade do problema (concorrendo diferentes dados), e em que os alunos com bom rendimento do 6º ano conseguiram mais respostas e respostas mais acertadas. No problema 3, os alunos do 6º ano erraram mais na resposta, mesmo os alunos com bom rendimento, já no 8º ano, obtiveram-se resultados “inesperados”, em que os alunos com fraco rendimento atingiram mais respostas corretas que os alunos de bom rendimento. Para o problema 4, as respostas do 6º ano são semelhantes entre os alunos com bom e fraco rendimento e no 8º ano novamente são os alunos com fraco rendimento a atingir mais respostas corretas. No problema 5 notou-se uma quebra de respostas por parte dos fracos alunos de ambos os anos escolares, talvez devido a uma motivação inferior para o trabalho no final do ano, sendo que os bons alunos de ambos os anos acertaram em maioria na resposta e efetivaram a resolução usando a estratégia adequada ao tipo de problema.

Como o objetivo central deste estudo era perceber as escolhas das estratégias dos alunos para os diferentes problemas, em função de diferenças de desenvolvimento (e.g., ano escolar), rendimento e sexo, verificou-se que nos primeiros três problemas a escolha recaiu na estratégia mais adequada, de elaboração de “tabela/esquema”. O que se observou foi que no primeiro problema alguns alunos do sexo masculino optaram pelo “cálculo mental”, tal como no problema 2 os alunos com bom rendimento do 8º ano. No problema 4 mais alunos selecionaram a estratégia “resolver pelo fim” com alguns alunos do sexo masculino a optarem pelo “cálculo mental”, e no problema 5 a estratégia mais escolhida foi “tabela/esquema” e de seguida “resolver pelo fim” com destaque para o sexo feminino do 8º ano.

No conjunto dos cinco problemas em estudo, os três primeiros tinham como estratégia mais adequada/eficaz de resolução “tabela/esquema” e nos dois finais “resolver pelo fim”. Era intuito deste estudo perceber se as escolhas dos alunos recaíam nas estratégias adequadas. No primeiro problema, as diferenças são reduzidas, em que o 6º ano escolhe mais a estratégia adequada e no 8º ano recorrem a outra estratégia; no segundo problema, foram mais os alunos do 8º ano a escolherem estratégias não adequadas; no problema 3, as escolhas recaíram pela estratégia adequada em grande parte dos alunos, com exceção dos alunos com fraco rendimento do 8º ano; para o problema 4, em que a estratégia adequada era diferente dos iniciais, percebe-se que grande parte das escolhas fora por estratégias não adequadas, com exceção do sexo feminino de ambos os anos; no problema 5, em que existiu uma falta de respostas por parte dos alunos com fraco rendimento, verifica-se que as escolhas são novamente por estratégias não adequadas, com exceção do sexo feminino do 8º ano.

Ao constatar haver diferenças entre as estratégias assinaladas pelos alunos e as estratégias que realmente utilizaram na resolução dos problemas, considerou-se pertinente estudar o comportamento metacognitivo. Dos dados analisados percebe-se que os alunos com fraco rendimento escolar possuem menos comportamento cognitivo na escolha e utilização da estratégia, em todos os problemas, o que converge para resultados referidos pelo estudo de Swanson (1990).

Em termos da variável ano de escolaridade, percebeu-se que existem diferenças significativas nos problemas 2 e 3, em que o 6º ano toma decisões mais adequadas em termos das escolhas eficazes.

Sobre a influência da variável rendimento escolar, encontrou-se diferenças significativas na escolha da estratégia adequada no problema 3, em que são os alunos com bom rendimento a optar pela estratégia adequada.

Na variável sexo, verificou-se diferenças na escolha da estratégia adequada do problema 2, com benefício para o sexo feminino.

Estes dados vão ao encontro dos estudos referidos na parte teórica, como os estudos de English (1992) Schauble (1990) e Gross (1985) que confirmam a influência entre o conhecimento e a idade (que neste estudo foram abordados através do rendimento e do ano escolar). Não foi possível comparar nenhum estudo em termos das diferenças entre sexo na influência da escolha da estratégia, porque não foi encontrado nenhum na pesquisa realizada.

Outro objetivo do estudo era perceber a influência discriminada das variáveis em estudo na capacidade média de resolução de problemas. Dos dados infere-se que no conjunto, o ano escolar, o rendimento académico e o sexo, influenciam significativamente essa capacidade em 44,6%. Encontrou-se como preditor mais “poderoso” o domínio da Língua Portuguesa.

Da análise da progressão das estratégias adequadas aos problemas, em que se comparou os problemas com a mesma estratégia adequada, verifica-se que do primeiro problema para o segundo não existem diferenças, mas quando comparado com o terceiro já existem mais escolhas da estratégia adequada nesse problema. Na comparação do problema 4 com o 5 essas

diferenças não são significativas. Pode falar-se numa tendência necessária de realização de dois problemas semelhantes, para os alunos perceberem a estratégia adequada a cada problema, como refere Novick (1988).

## VI - Conclusões

Resolver problemas não é uma tarefa fácil, exige processos cognitivos complexos e são vários os fatores implicados na sua resolução. Essa dificuldade está patente nas provas de avaliação de desempenho dos alunos na disciplina de matemática nos últimos anos.

Este estudo teve como principal objetivo de análise, a relação de variáveis do sujeito com a escolha da estratégia a utilizar para uma resolução de problemas eficaz. Sendo a resolução de problemas definida por um conjunto de processos, a sua avaliação resultou de uma abordagem holística e integrada desses processos, mediante uma escala focada nas diferentes etapas de resolução, adaptada de outros autores.

Muito embora não se tenha tomado em consideração neste estudo a análise dos problemas, no conhecimento de base requerido, na complexidade, na estrutura e, conseqüentemente, na dificuldade dos alunos para lidarem com os diferentes problemas, com este estudo ambicionou-se colaborar para intervenções psicológicas em contextos educativos, de treino de resolução de problemas, mais especificamente, na importância do ensino/treino de diferentes estratégias e compreensão dessas por parte dos alunos para uma apropriação e transferência para novas situações, assim apostando na promoção do sucesso.

Pretende deixar-se aos professores indicações para que orientem a instrução no sentido da exploração de competências e aplicação à resolução dos problemas, apesar de assumirmos que o seu quotidiano de ensino comporta imensos desafios. Serve este trabalho para deixarmos algumas ideias que se crê favoráveis ao sucesso dos alunos na resolução de problemas.

Ao ensinar estratégias é importante apresentar vários e diferentes exemplos, com problemas semelhantes e diferentes; usar analogias, podendo ser autodesenvolvidas ou fornecidas, e no caso de crianças mais novas utilizar analogias óbvias; utilizar recorrentemente estratégias específicas e gerais. Com crianças mais velhas sugere-se que com elas se analisem as variáveis dos problemas e se induza à procura de nova informação. Mostrar aos alunos como monitorar o progresso até à solução do problema, aperfeiçoando o comportamento metacognitivo; perceber quando uma criança está a regredir na utilização de estratégias de resolução de problemas devido ao excesso de dificuldade do problema; deixar as crianças explorar os problemas, dando-lhes feedback e usar técnicas de interação entre pares ou de resolução cooperativa.

Das análises realizadas tiram-se conclusões importantes. Por exemplo, no que concerne à influência da escolha da estratégia, o 6º ano, apesar de se situar num período prévio do percurso escolar e com conhecimentos mais rudimentares a matemática, consegue escolher mais sistematicamente estratégias adequadas. Da observação possível durante a aplicação do programa, tal induz a pensar haver maior interesse e motivação para o trabalho por parte desses alunos, comparativamente aos mais velhos que demonstram maior resistência à resolução dos problemas, como se nota pela falta de respostas ao último problema proposto. Como era de esperar, os

alunos com bom rendimento na disciplina, escolhem mais eficazmente a estratégia, apesar de, por vezes, verificar-se que alunos com fraco rendimento chegam a respostas corretas. A diferença relativa ao sexo, em benefício do sexo feminino que assinala mais estratégias adequadas, também se confirma pelo interesse das raparigas durante a aplicação do programa, recebido com maior empenho nas atividades.

Sobre o processo de resolução de problemas, verifica-se que as variáveis em estudo influenciam significativamente, e mais do que o rendimento escolar na disciplina de matemática, são os bons resultados em Língua Portuguesa que evidenciam possibilidade de atingir valores mais elevados na qualidade de resolução dos problemas matemáticos (De enunciado verbal)..

Outro ponto a destacar provém do estudo do comportamento metacognitivo, em que os resultados mais favoráveis beneficiam os alunos com bom rendimento e que se entende ser uma componente importante trabalhar com os alunos com rendimento fraco.

A pesquisa sobre estratégias e sua influência na resolução de problemas, bem como sobre os fatores implicados nas escolhas estratégicas dos alunos é ainda um assunto pouco estudado no âmbito nacional. Assim, parece ser relevante encetar novos estudos dentro desta temática.

Para tornar este estudo mais rigoroso e generalizável, seria necessário ultrapassar algumas limitações. Uma primeira limitação diz respeito ao número de problemas estudados, que devido a contratempos encontrados na escola, teve de ser reduzido; com um treino mais assíduo, com mais problemas seria possível abordar mais estratégias e consolidar o respetivo uso consoante as características dos enunciados. Também importante seria estudar a relação entre mais variáveis, como por exemplo a influência dos professores no desempenho dos alunos, aspeto que intuitivamente chegou a ser equacionado, dadas as diferenças percebidas, merecendo atenção outros aspetos como o grau de dificuldade dos problemas.

O estudo teve uma amostra de 160 sujeitos, mas reconhece-se a necessidade de a ampliar. Por outro lado, uma metodologia mais qualitativa de análise de protocolos individuais, por exemplo, poderia ser vantajosa na identificação de idiosincrasias e análise das diferenças intra e interindividuais no processamento por cada criança, compreensão da forma como pensou e elaborou a estratégia. Por isso, várias possibilidades parecem ser proveitosas em futuros estudos.

## Bibliografia

- Almeida, A.C.F. (2004). *Cognição como resolução de problemas: novos horizontes para a investigação e intervenção em Psicologia e Educação* (Tese de Doutoramento). Coimbra: FPCE-UC.
- Bjorklund, D. F. (Ed.) (1990). *Children's strategies : contemporary views of cognitive development*. Hillsdale, N.J. : L. Erlbaum Associates.
- Boavida, A. (1993). *Resolução de Problemas em Educação: contributo para uma análise epistemológica e educativa das representações pessoais dos professores*. Lisboa: APM.
- Borrvalho, A. (1990). *Aspetos Metacognitivos na Resolução de Problemas de Matemática: Proposta de um plano de intervenção*. Lisboa: APM.
- Brito, M.RF. (2000). «Este problema é difícil porque não é de escola!»: A compreensão e a solução de problemas aritméticos verbais por crianças da escola fundamental. *Temas em Psicologia* [online], 8(1), 93-109.
- Charles, R., Lester, F., & O'Daffer, P. (1987). *How to evaluate progress in problem solving*. Reston, Va: NCTM.
- English, L. D. (1992, April). Childrens use of domain-specific knowledge and domain-general strategies it, novel problem solving. Paper presented at the meeting of the annual Meeting of the American Education Research Association, San Francisco, CA.
- Fernandes, D., Borrvalho, A. & Amaro, G. (1994). Processos de Resolução de Problemas: Revisão e Análise Crítica de Investigação que Utilizou Esquemas de Codificação, In D. Fernandes, A. Borrvalho & G. Amaro (Eds), *Resolução de Problemas: processos cognitivos, conceções de professores e desenvolvimento curricular*. Lisboa: IIE.
- Fonseca, L. (2000). Problemas com Aparatos. In *Atas do ProfMat 2000*. Madeira: APM.
- Fonseca, V. (2005). Dificuldades de aprendizagem. Na busca de alguns axiomas. *Revista Portuguesa de Pedagogia*, 39 (3), 13-38.
- Harmon, M.G., & Morse, L.W. (1995). Strategies and knowledge in problem solving: results and implication for education. *Education*, 115.
- Higgins, K.M. (1997). The Effect of Year-Long Instruction in Mathematical Problem Solving on Middle-School Students' Attitudes, Beliefs and Abilities. *Journal of Experimental Education*, 66 (1), 5-28.
- Hinsley, D.A., Hayes, J.R., & Simon, H.A. (1977). From words to equations: meaning and representation in algebra word problems. In M. Just & P. Carpenter (Eds.), *Cognitive processes in comprehension* (pp. 89-106). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Kansky, R. (1987). Problem Solving in Mathematics Education: A missing component of Teacher Education Curriculum. *Proceedings of the Sino – American on Secondary Mathematics Education Seminar*. Taipei, Taiwan: National Science Council of the Republic of China
- Kantowski, E. (1977). Process Involved in Mathematical Problem Solving. In *Journal for Research In Mathematics Education*. 8, 3, 163-180. NCTM
- Kilpatrick, J. (1992) Some issues in the assessment of mathematical problem

- solving. In Ponte, J. P., Matos, J.F., Matos, J.M. & Fernandes, D. (Eds), *Mathematical Problem Solving and New Information Technologies: Research in Contexts of Practice*. Berlin: Springer-Verlag.
- Kirschner, P.A., Sweller, J., & Clark, R.E. (2006). Why minimal guidance during instruction does not work: An analysis of the failure of constructivist, discovery, problem-based, experiential, and inquiry-based teaching. *Educational Psychologist*, 41(2), 75-86
- Lester, F. (1980). Research on Mathematical Problem Solving. In R.J. Shumway (Ed.), *Research in Mathematics Education*. Reston: NCTM.
- Lopes, C.A. (2002). *Estratégias e métodos de resolução de problemas em matemática*. Porto: Edições ASA.
- Lorensatti, E.J.C. (2009). Linguagem matemática e Língua Portuguesa: diálogo necessário na resolução de problemas matemáticos. *Conjetura*, 14 (2), 89-99.
- Matos, J. (2008). A resolução de problemas e a identidade da educação matemática em Portugal. In R. González, B. Alfonso, M. Camacho, & L.J. Nieto (Eds.), *Investigación en educación Matemática XII / Investigação em educação Matemática XII*, pp.141-158, SEIEM, SPCE, APM.
- Mayer, R.E. (1998). Cognitive, metacognitive, and motivational aspects of problem solving. *Instructional Science*, 26, 49-63.
- Montague, M. (1984). *The effect of cognitive strategy training on verbal math problem solving performance of learning disabled adolescents*. (Dissertação Doutoramento). The University of Arizona. Acessível a partir de: [http://arizona.openrepository.com/arizona/bitstream/10150/187682/1/azu\\_td\\_8415053\\_sip1\\_m.pdf](http://arizona.openrepository.com/arizona/bitstream/10150/187682/1/azu_td_8415053_sip1_m.pdf)
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics*. Reston, VA: NCTM..
- Novick, L.R. (1988). Analogical transfer, problem similarity, and expertise. *Journal of Experimental Psychology*, 14, 510-520.
- Peverly, S. T. (1991). Problems with the knowledge-based explanation of memory and development. *Review of Educational Research*, 61, 71-93.
- Polya, G. (1981). *Mathematical Discovery*. New York: Wiley.
- Polya, G. (2003). *Como Resolver Problemas*. Lisboa: Gradiva.
- Ponte, J. P. (1991). Resolução de Problemas: Da Matemática às Aplicações. In *Atas do 2º Encontro Nacional de Didáticas e Metodologias de Ensino*. Universidade de Aveiro: Secção Autónoma da Didática e Tecnologia Educativa.
- Ponte, J. P. (2007). Investigations and explorations in the mathematics classroom. *ZDM*, 39 (5-6), 419-430.
- Ponte, J. P., & Abrantes, P. (1982). Os problemas e o ensino da matemática. In *Ensino da Matemática: Anos 80* (pp. 201-214). Lisboa: SPM.
- Porfírio, J. (1993). *A Resolução de Problemas na Aula de Matemática: Uma experiência no 7º ano de escolaridade*. Lisboa: APM.
- Pozo, J.I. (Org.) (1998). *A solução de problemas: aprender a resolver*,

*resolver para aprender*. Porto Alegre: Artes Médicas.

- Ross, J.A., & Cousins, J.B. (1993). Patterns of student growth in reasoning about correlational problems. *Journal of Educational Psychology*, 85, 49-65.
- Schauble, L. (1990). Belief revision in children: The role of prior knowledge and strategies for generating evidence. *Journal of Experimental Child Psychology*, 49, 31-57.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. New York: Academic Press.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in Mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370). New York: MacMillan.
- Schoenfeld, A. (1994). Reflections on doing and teaching mathematics. In A. Schoenfeld (Ed.). *Mathematical Thinking and Problem Solving*. (pp. 53-69). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Sianez, D. M. (2003). *An Analysis of Successful and Unsuccessful Example Solutions to Enhance Open-Ended Technological Problem-Solving Efficiency Among Middle School Students* (PhD Dissertation in Curriculum and Instruction). Blacksburg, Virginia: Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University. Acessível em: <http://scholar.lib.vt.edu/theses/available/etd-05192003-171007/unrestricted/Sianezchapters1-5.pdf>
- Swanson, H.L. (1990). Influence of metacognitive knowledge and aptitude on problem solving. *Journal of Educational Psychology*, 32, 306-314.
- Vale, I. (1995). A problemática da resolução de problemas na sala de aula. In Pinheiro, A., Canavarro, A.P., Leal, L. C. & Abrantes, P. (Eds), *Atas de PROFMAT 95*. Lisboa: APM.

**Anexos**

- 1- Ficha-guião do processo de resolução de problemas;
- 2- Enunciado dos 5 problemas aplicados.