

• U • C •

FCTUC FACULDADE DE CIÊNCIAS
E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

DEPARTAMENTO DE
ENGENHARIA MECÂNICA

Validação e optimização de algoritmos de contacto com atrito aplicados a superfícies

Nagata

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia
Mecânica na Especialidade de Sistemas de Produção

Autor

Henrique Rafael Moura dos Santos

Orientadores

Professor Doutor Luís Filipe Martins Menezes

Professora Doutora Marta Cristina Cardoso de Oliveira

Júri

Presidente Professora Doutora Maria Augusta Neto
Professora Auxiliar da Universidade de Coimbra
Professor Doutor Luís Filipe Martins Menezes
Professor Catedrático da Universidade de Coimbra
Professora Doutora Marta Cristina Cardoso de Oliveira

Vogais Professora Auxiliar da Universidade de Coimbra
Professor Doutor José Luís de Carvalho Martins Alves
Professor Auxiliar da Universidade do Minho
Mestre Diogo Mariano Simões Neto
Aluno de Doutoramento da Universidade de Coimbra

Coimbra, Fevereiro, 2012

*“No que diz respeito ao empenho, ao compromisso, ao esforço, à dedicação,
não existe meio termo; ou se faz uma coisa bem feita ou não se faz.”*

Ayrton Senna

Aos meus pais.

Agradecimentos

O trabalho que aqui se apresenta foi possível graças à colaboração e apoio de algumas pessoas, às quais não posso deixar de prestar o meu reconhecimento.

Ao Professor Doutor Luís Filipe Martins Menezes, *pelo voto de confiança que depositou em mim, pelas suas elevadas competências, por ter partilhado comigo parte do seu saber, pela sua orientação rigorosa e exigente e por me fazer acreditar que é sempre possível ir mais longe.*

À Professora Doutora Marta Cristina Cardoso de Oliveira, *pelas valiosas competências científicas e didáticas que possui, por ter despertado em mim o gosto pela investigação, pela sua orientação rigorosa, pelo encorajamento e em particular pela disponibilidade constante.*

Ao Mestre Diogo Mariano Simões Neto, *pelo seu apoio e amizade, por todas as suas críticas, conselhos e sugestões, pelos incentivos constantes, por todas as nossas discussões científicas e em particular pela dedicação e rigor com que rege o seu trabalho e que procurou transmitir-me.*

À minha família, *a minha imensa gratidão pelo apoio incondicional, que sempre me prestaram, pelo encorajamento e por me terem dado a oportunidade de chegar até aqui. A eles, as palavras não bastam para expressar o meu apreço.*

A todos os meus amigos, *pelo apoio e encorajamento e sobretudo por todos os momentos de alegre convívio que me proporcionam.*

Aos colegas do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Coimbra, *pelo apoio, colaboração e amizade, e pelos bons momentos de descontração e por me terem acompanhado durante o meu percurso académico. Boa sorte para todos.*

Aos restantes membros do Grupo de Tecnologia, *o meu agradecimento pelo agradável ambiente de trabalho e de convívio que me proporcionaram.*

Finalmente, a todos e a cada um, *que directa ou indirectamente contribuíram com o seu apoio para o alcance desta etapa.*

A todos,

Muito obrigado.

Resumo

A simulação numérica de processos de conformação plástica tem sido alvo de investigação ao longo de várias décadas. Uma das suas principais vantagens é permitir efectuar a validação virtual das ferramentas de conformação, visando substituir os testes experimentais em prensa.

Os problemas que envolvem contacto com atrito são comuns às mais diversas áreas da mecânica, incluindo a simulação de processos de conformação plástica. A correcta descrição das superfícies de contacto tem uma importância fundamental na modelação deste tipo de problemas. A estratégia mais utilizada para a descrição das superfícies de contacto contínua a ser a utilização de modelos poliédricos, devido à sua simplicidade e flexibilidade. Contudo, este tipo de discretização promove uma simplificação excessiva do modelo, uma vez que despreza a curvatura das superfícies, o que pode induzir problemas de convergência e incorrecções na solução numérica. A curvatura das superfícies pode ser recuperada recorrendo a um algoritmo simples de interpolação, recentemente proposto por Nagata (2005). A ideia base desta descrição com superfícies paramétricas consiste na interpolação quadrática de segmentos curvos, com o auxílio dos vectores posição e normais dos nós associados a uma discretização poliédrica. O reduzido grau de interpolação garante a simplicidade dos algoritmos de gestão de contacto com atrito associados a este tipo de superfícies paramétricas.

Neste trabalho descreve-se o algoritmo de detecção de contacto aplicado a superfícies Nagata, implementado no programa DD3IMP. O objectivo foi proceder à validação e optimização deste algoritmo de modo a permitir a correcta detecção de contacto entre a chapa e as ferramentas, na simulação de processos de estampagem. O exemplo seleccionado para a validação e optimização do algoritmo é a estampagem de uma taça de geometria cruciforme. Na validação do algoritmo são utilizados como referência os resultados obtidos com as ferramentas descritas com superfícies de Bézier de grau variável. A análise e optimização dos parâmetros numéricos do algoritmo de contacto global implementado são realizadas utilizando diferentes descrições paramétricas das superfícies das ferramentas, com o auxílio de elementos finitos quadrangulares. A

utilização deste tipo de elementos permite definir descrições paramétricas com superfícies Bézier de grau 1 (bi-lineares), de grau 2 (bi-quadráticas) e Nagata. A análise dos resultados obtidos com estas descrições paramétricas permite avaliar o impacto da suavização de superfícies na performance dos algoritmos de detecção de contacto implementados no programa DD3IMP.

O estudo do impacto da tipologia das superfícies Nagata utilizadas na descrição das ferramentas é também efectuado neste trabalho, com a comparação dos resultados obtidos na simulação da estampagem de uma taça de geometria cruciforme, recorrendo a discretizações com elementos finitos quadrangulares, triangulares e mistos (quadrangulares e triangulares).

Por último, o algoritmo de detecção de contacto aplicado a superfícies Nagata é testado com um exemplo industrial e é feita a comparação entre os resultados experimentais e numéricos.

Palavras-chave: Simulação numérica, Discretização de superfícies, Superfícies Nagata, Algoritmo de contacto, Suavização de superfícies, Tipologia das superfícies.

Abstract

The numerical simulation of sheet metal forming processes has been the subject of research over several decades. One of its main advantages is allowing the virtual try-out of forming tools, pursuing the replacement of the experimental one.

Problems involving contact with friction are common to several mechanical engineering areas, including the numerical simulation of forming processes. In this type of problems, the correct description of the contacting surfaces has a fundamental importance on the modeling. The strategy most commonly used to describe the contact surfaces is still the use of polyhedral models, due to its simplicity and flexibility. However, this type of discretization promotes an excessive simplification of the model, since it despises the surface curvature, which may induce convergence problems and inaccuracy in the numerical solution. The curvature of the surfaces can be recovered using a simple interpolation algorithm, recently proposed by Nagata (2005). The basic idea of this description, with parametric surfaces, consists in the quadratic interpolation of curved segments using only the position and normal vectors of the nodes associated to a polyhedral discretization. The reduced degree of interpolation associated with this type of parametric surfaces renders simple contact with friction algorithms.

This work describes the contact detection algorithm applied to Nagata surfaces, implemented in DD3IMP in-house code. The aim was to validate and optimize this algorithm, guaranteeing proper contact detection in the numerical simulation of deep drawing processes. The selected example, for both validation and optimization of the algorithm, is the cross tool deep drawing process. Results obtained with tools described by Bézier surfaces of arbitrary order are used as reference for the algorithm validation. The analysis and optimization of the numerical parameters of the global contact algorithm implemented are performed using different parametric descriptions of the tools, with the aid of quadrilateral finite elements. The use of this type of elements allows the parametric description with Bézier surfaces of degree 1 (bi-linear), degree 2 (bi-quadratic) and Nagata patches. The impact of surface smoothing on the performance of contact detection

algorithms, implemented in DD3IMP, is evaluated based on the analysis of results obtained with these parametric descriptions.

This work also analysis the impact of the Nagata patches typology used in the tools description, by comparing the results obtained in the numerical simulation of the cross tool example, using discretizations with quadrilateral, triangular and mixed (quadrilateral and triangular) finite elements.

Finally, the contact search algorithm applied to Nagata patches is tested with an industrial example and experimental and numerical results are compared.

Keywords Numerical simulation, Surface discretization, Nagata patches, Contact algorithm, Surface smoothing, Surface typology.

ÍNDICE

Índice de Figuras	xi
Índice de Tabelas	xv
Simbologia e Siglas	xvii
Simbologia.....	xvii
Siglas	xix
Operadores e Funções.....	xix
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1. Algoritmo de gestão do contacto	3
1.2. Objectivos do trabalho	6
1.3. Guia de leitura.....	7
2. DESCRIÇÃO DE FERRAMENTAS	9
2.1. Superfícies de Bézier	11
2.1.1. Aproximação de uma curva Bézier	11
2.1.2. Aproximação de uma superfície Bézier.....	12
2.2. Superfícies de Nagata	13
2.2.1. Interpolação Nagata de uma aresta.....	13
2.2.2. Interpolação Nagata de uma superfície triangular.....	14
2.2.3. Interpolação Nagata de uma superfície quadrangular	15
2.3. Equivalência entre superfícies Nagata e Bézier.....	17
2.4. Discretização da superfície das ferramentas	18
3. ALGORITMO DE DETECÇÃO DE CONTACTO	27
3.1. Algoritmo de detecção de contacto: superfícies paramétricas.....	28
3.2. Algoritmo de detecção de contacto global: superfícies Bézier.....	32
3.2.1. Estampagem de uma taça de geometria cruciforme	34
3.2.2. Aplicação a superfícies Bézier de grau 2.....	35
3.3. Algoritmo de detecção de contacto global: superfícies Nagata.....	40
3.3.1. Aplicação à estampagem de uma taça de geometria cruciforme.....	43
3.3.2. Optimização de parâmetros numéricos	45
3.3.3. Validação do algoritmo de contacto	47
4. ANÁLISE DE PERFORMANCE	51
4.1. Estudo do impacto da suavização das superfícies.....	51
4.2. Estudo do impacto da topologia das superfícies.....	59
4.3. Caso de estudo: <i>Benchmark 2</i> - NUMISHEET 2005.....	65
4.3.1. Análise de resultados	69
5. CONCLUSÕES	75
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	79

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Representação de uma superfície de Bézier de grau 3 e 4 na coordenada local ζ e η , respectivamente: (a) pontos de controlo; (b) superfície de Bézier.	13
Figura 2. Interpolação Nagata de uma aresta.	14
Figura 3. Interpolação Nagata de uma superfície triangular.	15
Figura 4. Interpolação Nagata de uma superfície quadrangular.	16
Figura 5. Representação de $\frac{1}{4}$ das ferramentas intervenientes na estampagem da taça em cruz com o auxílio de superfícies NURBS. As linhas vermelhas assinalam as arestas utilizadas na definição das discretizações estruturadas.	20
Figura 6. Discretizações estruturadas utilizadas na construção dos modelos: (a) E-589; (b) E-3454.	23
Figura 7. Discretizações não estruturadas utilizadas na construção dos modelos: (a) A-2614; (b) CE-3096.	23
Figura 8. Discretizações estruturadas utilizadas na construção dos modelos: (a) E-388; (b) E-226.	24
Figura 9. Discretizações suavizadas com superfícies: (a) Bézier de grau 1; (b) Bézier de grau 2.	25
Figura 10. Grelha de pontos definida para cada uma das superfícies do punção.	33
Figura 11. Coordenadas curvilíneas s utilizadas para a medição da espessura da chapa na estampagem da taça em cruz.	34
Figura 12. Evolução da força do punção com o deslocamento para discretizações estruturadas com superfícies de Bézier de grau 2.	35
Figura 13. Distribuição da espessura da chapa para discretizações estruturadas com superfícies de Bézier de grau 2: (a) direcção X; (b) direcção X=Y.	36
Figura 14. Evolução da força do punção com o deslocamento para discretizações não estruturadas com superfícies de Bézier de grau.	36
Figura 15. Distribuição da espessura da chapa para discretizações não estruturadas com superfícies de Bézier de grau 2: (a) direcção X; (b) direcção X=Y.	37
Figura 16. Actualização do conjunto de superfícies candidatas: (a) nó com projecção dentro do conjunto de superfícies candidatas; (b) nó com projecção fora do conjunto de superfícies candidatas.	38
Figura 17. Ferramenta associada à projecção dos nós da chapa, candidatos a estabelecer contacto com a matriz, para a discretização B2-E-3454, após um deslocamento do punção de: (a) 5 mm; (b) 55 mm.	39

Figura 18. Selecção das superfícies candidatas numa descrição com superfícies Bézier de grau 2, com uma razão entre comprimento e largura das superfícies elevada (B2-E-3454).	39
Figura 19. Ferramenta associada à projecção dos nós da chapa, candidatas a estabelecer contacto com a matriz para um deslocamento do punção de 55 mm com a discretização: (a) B2-E-85; (b) B2-E-589.	40
Figura 20. Representação da grelha de pontos utilizada no algoritmo de detecção de contacto global aplicado a superfícies Nagata, no domínio paramétrico de uma superfície: (a) triangular; (b) quadrangular.	42
Figura 21. Nós resultantes da descrição do punção com superfícies Nagata.	42
Figura 22. Ferramenta associada à projecção dos nós da chapa candidatas a estabelecer contacto com a matriz, para a discretização NQ-E-589, após um deslocamento do punção de: (a) 5mm; (b) 45mm.	44
Figura 23. Selecção das superfícies candidatas numa discretização que apresenta superfícies com razão ente comprimento e largura igual a 35 (NQ-E-589).	44
Figura 24. Evolução e ajuste do valor mínimo dos parâmetros numéricos do algoritmo de contacto aplicado a superfícies Nagata: (a) número de nós da ferramenta; (b) número de divisões da grelha.	47
Figura 25. Ferramenta associada à projecção dos nós da chapa candidatas a estabelecer contacto com a matriz, para a discretização NQ-E-3454, após um deslocamento do punção de: (a) 5mm; (b) 45mm.	47
Figura 26. Evolução da força do punção com o deslocamento para discretizações com superfícies quadrangulares estruturadas com superfícies de Nagata.	48
Figura 27. Distribuição da espessura da chapa para discretizações com superfícies quadrangulares estruturadas com superfícies de Nagata: (a) direcção X; (b) direcção X=Y.	49
Figura 28. Distribuição do erro geométrico observado nas discretizações: (a) NQ-E-85; (b) NQ-E-210.	49
Figura 29. Evolução da força do punção com o deslocamento para discretizações com superfícies quadrangulares não estruturadas com superfícies de Nagata.	50
Figura 30. Distribuição da espessura da chapa para discretizações com superfícies quadrangulares não estruturadas com superfícies de Nagata: (a) direcção X; (b) direcção X=Y.	50
Figura 31. Evolução da força do punção com o deslocamento para discretizações estruturadas com superfícies de Bézier de grau 1.	52
Figura 32. Distribuição da espessura da chapa para discretizações estruturadas com superfícies de Bézier de grau 1: (a) direcção X; (b) direcção X=Y.	53
Figura 33. Evolução da força do punção com o deslocamento para discretizações não estruturadas com superfícies de Bézier de grau 1.	54
Figura 34. Distribuição da espessura da chapa para discretizações não estruturadas com superfícies de Bézier de grau 1: (a) direcção X; (b) direcção X=Y.	55

Figura 35. Tempos de simulação para discretizações estruturadas utilizando superfícies quadrangulares.....	56
Figura 36. Tempos de simulação para discretizações não estruturadas utilizando superfícies quadrangulares.....	56
Figura 37. Descrição B1-A-2614 (a) discretização da matriz; (b) distribuição da deformação plástica equivalente no final do processo de conformação.	57
Figura 38. Evolução da força do punção com o deslocamento para discretizações com superfícies triangulares estruturadas com superfícies de Nagata.	59
Figura 39. Discretização NT-E-308: (a) problemas na interpolação Nagata; (b) distribuição do erro geométrico.....	60
Figura 40. Distribuição da espessura da chapa para discretizações com superfícies triangulares estruturadas com superfícies de Nagata: (a) direcção X; (b) direcção X=Y.....	60
Figura 41. Evolução da força do punção com o deslocamento para discretizações com superfícies triangulares não estruturadas com superfícies de Nagata.	61
Figura 42. Distribuição da espessura da chapa para discretizações com superfícies triangulares não estruturadas com superfícies de Nagata: (a) direcção X; (b) direcção X=Y.	62
Figura 43. Discretização NT-A-4177: (a) problema da discretização; (b) distribuição do erro geométrico.....	62
Figura 44. Distribuição da deformação plástica equivalente no final do processo de estampagem, para a descrição: (a) Bézier GV; (b) NT-A-4177.....	63
Figura 45. Evolução da força do punção com o deslocamento para discretizações com superfícies triangulares e quadrangulares estruturadas com superfícies de Nagata.	64
Figura 46. Distribuição da espessura da chapa para discretizações com superfícies triangulares e quadrangulares estruturadas com superfícies de Nagata: (a) direcção X; (b) direcção X=Y.....	64
Figura 47. Tempos de simulação para discretizações que utilizam superfícies triangulares e mistas, suavizadas com superfícies Nagata.	65
Figura 48. Componente automóvel proposto para análise no <i>Benchmark 2</i> da conferência NUMISHEET 2005 [Zhang <i>et al.</i> , 2005].	66
Figura 49. Representação de ½ das ferramentas intervenientes na estampagem da peça proposta no <i>Benchmark 2</i> da conferência NUMISHEET 2005.	66
Figura 50. Definição geométrica da matriz com superfícies Nagata: (a) discretização A; (b) discretização B.	68
Figura 51. Definição geométrica do punção com superfícies Nagata: (a) discretização A; (b) discretização B.....	69
Figura 52. Secções para medição do deslizamento da chapa [Wu e Zhou, 2005].....	70

Figura 53. Evolução da força prevista para cada uma das ferramentas utilizadas na estampagem da peça proposta no <i>Benchmark 2</i> da conferência NUMISHEET 2005. O valor experimental indicado corresponde ao máximo da força suportada pela matriz.	71
Figura 54. Comparação entre resultados experimentais e numéricos para a força máxima prevista para a matriz.	71
Figura 55. Comparação entre resultados experimentais e numéricos para o deslizamento da chapa na localização: (a) d1; (b) d2; (c) d3; (d) d4; (e) d5; (f) d6. A linha vermelha a cheio e a traço interrompido representam o máximo e o mínimo experimental, respectivamente.	73
Figura 56. Distribuição da deformação plástica equivalente no final do processo de estampagem, para a descrição: (a) A; (b) B.	74

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1. Principais características dos modelos de discretização de ferramentas gerados.	22
Tabela 2. Principais operações envolvidas na gestão do contacto com atrito.	32
Tabela 3. Parâmetros do material da chapa utilizada na estampagem da taça em cruz.....	34
Tabela 4. Parâmetros do material da chapa utilizada na estampagem da peça proposta no <i>Benchmark 2</i> da conferência NUMISHEET 2005.	67
Tabela 5. Principais características dos modelos de discretização de ferramentas utilizados na estampagem da peça proposta no <i>Benchmark 2</i> da conferência NUMISHEET 2005. NTE corresponde ao número total de elementos.....	69

SIMBOLOGIA E SIGLAS

Simbologia

$\bar{\varepsilon}^p$ – Deformação plástica equivalente

$\varepsilon_a^{\text{Conv}}$ e $\varepsilon_F^{\text{Conv}}$ – Valores de tolerância

δ_{geo} – Erro geométrico

η e ζ – Coordenadas paramétricas

ν – Coeficiente de Poisson

σ – Tensão de escoamento

$\nabla \mathbf{F}^{\text{Proj}}$ – Matriz Jacobiana

$\Delta \delta$ – Tamanho do incremento

a – Produto escalar entre dois vectores normais

$\hat{\mathbf{a}}$ – Vector auxiliar de incógnitas

$B_{i,m}(\eta)$ – Funções de Bernstein de grau m

$b_{\gamma\alpha}$ – Segundo tensor fundamental da superfície

\mathbf{c} – Vector que adiciona curvatura à aresta

$\mathbf{C}_1, \dots, \mathbf{C}_8$ – Vectores coeficientes utilizados na determinação da superfície

Nagata

C^0 – Continuidade geométrica

C^1 – Continuidade da primeira derivada

d^n – Distância normal

d_7 – Distância normal associada à sétima superfície

E – Módulo de Young

F, G, H, L, M, N – Parâmetros do critério de Hill'48

$g^{\sigma\gamma}$ – Tensor métrico contravariante

$g_{\sigma\gamma}$ – Tensor métrico covariante

\mathbf{g}^σ – Vector de base contravariante

\mathbf{g}_σ – Vector de base covariante

$G_\eta^{máx}$ e $G_\zeta^{máx}$ – Grau máximo de todas as superfícies utilizadas na descrição das ferramentas nas direcções η e ζ respectivamente

K , ε_0 e n – Parâmetros da Lei de Swift

m e n – Grau da superfície Bézier na direcção η e ζ respectivamente

\mathbf{n} – Vector normal exterior à superfície

\mathbf{n}_1 , \mathbf{n}_2 , \mathbf{n}_3 e \mathbf{n}_4 – Vectores normais unitários

ND_η e ND_ζ – Número divisões da grelha de pontos nas direcções η e ζ respectivamente

NN – Número de nós da ferramenta

NP – Número de pontos da grelha

NS – Número de superfícies potenciais de contacto

N_p^S – Número de superfícies potenciais de contacto seleccionadas em função dos NP nós mais próximos

P_1 , P_2 , P_3 e P_4 – Vértices

\mathbf{P}_i – Vectores posição dos vértices da rede da curva Bézier

\mathbf{P}_{ij} – Vectores posição dos vértices da rede da superfície Bézier

$\mathbf{Q}(\eta)$ – Curva paramétrica

$R_{máx}$ – Razão máxima entre comprimento e largura das superfícies utilizadas para descrever as ferramentas

$RF_{máx}$ – Razão máxima entre comprimento e largura das superfícies utilizadas para descrever uma ferramenta

S – Conjunto superfícies

s – Coordenada curvilínea

S^{Total} – Conjunto total de superfícies

\bar{S} – Conjunto de superfícies candidatas ao contacto

$\mathbf{S}(\eta, \zeta)$ – Superfície paramétrica

$\mathbf{u}^{ferramenta}$ – Deslocamento incremental da ferramenta

x, y, z – Coordenadas cartesianas

$\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3$ e \mathbf{x}_4 – Vectors de posição

\mathbf{x}^{def} – Coordenadas do nó do corpo deformável

Siglas

CAD – Computer Aided Design

CAE – Computer Aided Engineering

CAM – Computer Aided Manufacturing

DD3IMP – Deep Drawing 3D IMPLICIT code

DXF – Drawing eXchange Format

HITA – Hierarchy-territory

IGES – Initial Graphics Exchange Specification

MEF – Método dos Elementos Finitos

NURBS – Non-Uniform Rational Basis Spline

STEP – STandard for the Exchange of Product model data

Operadores e Funções

$\text{int}(\)$ – Função inteiro

$\text{max}(,)$ – Função máximo

1. INTRODUÇÃO

Os processos tecnológicos de conformação plástica, no qual se insere a estampagem de chapas metálicas, permitem modificar a geometria inicial do material, através de esforços externos que induzem deformação plástica do material de forma a obter a geometria pretendida. A conformação plástica de chapas metálicas é um processo de fabrico que envolve, em geral, três operações básicas: dobragem, estampagem e corte. O processo pode ser realizado numa só etapa ou em processos multi-etapa, quando a geometria do componente é mais complexa. O processo de estampagem apresenta as seguintes vantagens: alta cadência de produção; bom acabamento superficial; maior resistência das peças devido ao encruamento do material associado ao processo de conformação e baixo custo de controlo da qualidade devido à uniformidade da produção e à facilidade da detecção de defeitos. Como principal desvantagem deste processo, destaca-se o alto custo das ferramentas, que só pode ser amortizado se a quantidade de peças a produzir for elevada. Estas características do processo de estampagem levam a que este seja apropriado, preferencialmente, para as grandes séries [Oliveira, 2005].

A simulação numérica é uma ferramenta poderosa na fase de projecto e desenvolvimento de processos de conformação, uma vez que permite analisar em ambiente virtual a influência dos diversos parâmetros que condicionam o processo tecnológico. Para além disso, a simulação numérica possibilita a optimização do processo de modo a eliminar possíveis defeitos de forma e contribui ainda para a redução do tempo de concepção das ferramentas. Estes factores reduzem o custo final das peças fabricadas garantindo a competitividade das empresas no mercado [Makinouchi, 1996].

Inicialmente, o Método dos Elementos Finitos (MEF) era utilizado na resolução de problemas elasto-plásticos relativamente simples, como processos de compressão uniaxial, extrusão e indentação [Laursen, 1992]. O seu desenvolvimento ao longo das últimas décadas permite que, actualmente, o MEF seja muito utilizado na simulação de processos de estampagem, de componentes de geometrias cada vez mais complexas, envolvendo geometrias de ferramentas e processos igualmente complexos. O tratamento do contacto com atrito entre as ferramentas e a chapa é um dos principais

problemas na simulação numérica deste tipo de processos, devido à sua complexidade matemática e numérica, originada pelas descontinuidades geométricas e materiais nas zonas de contacto [Oliveira *et al.*, 2008]. De facto, os problemas de contacto com atrito caracterizam-se pela forte não-linearidade associada à condição de impenetrabilidade e ao carácter não conservativo dos modelos de atrito [Pietrzak e Curnier, 1999]. No caso específico da estampagem de chapas metálicas, como as condições de contacto são evolutivas, é necessário determinar as condições de fronteira em cada incremento de carga, o que em geometrias complexas pode aumentar significativamente a complexidade do problema.

A procura de maior eficiência na simulação de processos de conformação de chapas metálicas requer a optimização de alguns parâmetros, tais como: a descrição do comportamento do material; a descrição das condições de contacto com atrito; e a optimização dos algoritmos de contacto com atrito entre as ferramentas e a chapa. Neste tipo de problemas é usual considerar que o comportamento mecânico das ferramentas é rígido, portanto apenas as suas superfícies são modeladas. A maioria dos programas de simulação numérica com o MEF recorre a discretizações poliédricas para descrever superfícies, devido à sua vasta gama de aplicação, capacidade de descrever geometrias complexas e simplicidade. Contudo, este método pode conduzir a grandes erros na descrição geométrica e, conseqüentemente, a problemas de convergência do algoritmo de gestão do contacto devido à introdução de rugosidade artificial nas superfícies [Menezes e Teodesiu, 2000; Oliveira e Menezes 2001]. Por outro lado, é consensual que uma correcta descrição das superfícies de contacto melhora a eficiência computacional e minimiza as instabilidades numéricas dos algoritmos de contacto com atrito.

De modo a melhorar a eficiência da simulação numérica de problemas que envolvem contacto com atrito, têm sido efectuados vários estudos sobre a suavização das superfícies de contacto. Algumas das estratégias apresentadas nesses estudos baseiam-se na interpolação com superfícies originalmente desenvolvidas para aplicações de *Computer Aided Design* (CAD), como Non-Uniform Rational Base Spline (NURBS) [Stadler *et al.*, 2003], Bézier [Wriggers *et al.*, 2001] e Gregory patch [Puso e Laursen, 2002]. Este tipo de superfícies tem uma aplicação limitada em problemas que envolvem contacto, uma vez que são descritas por funções de ordem cúbica ou superior, o que contribui para o aumento do tempo computacional dos algoritmos de detecção de contacto.

Recentemente foi proposto um novo tipo de superfícies paramétricas designadas por Nagata [Nagata, 2005], cuja aplicação na simulação numérica de problemas de contacto pode ser vantajosa. Isto porque utiliza um reduzido grau de interpolação (dois) e a sua aplicação é simples, visto que recorre apenas ao vector posição e ao vector normal, em cada nó da discretização poliédrica. Este tipo de superfícies provaram ser uma alternativa interessante para a descrição de ferramentas, uma vez que permitem uma maior flexibilidade entre a modelação em CAD e *Computer Aided Engineering* (CAE) [Neto *et al.*, 2011]. No entanto, a aplicação das superfícies Nagata à simulação numérica do processo de estampagem de chapas metálicas exige o desenvolvimento de algoritmos de gestão do problema de contacto com atrito robustos e eficientes.

1.1. Algoritmo de gestão do contacto

O algoritmo de gestão do contacto influencia a precisão e a estabilidade da simulação numérica de processos de conformação plástica, sendo mesmo um dos principais factores que condicionam a convergência de toda a simulação. A estratégia adoptada na descrição das superfícies das ferramentas está directamente relacionada com o algoritmo de gestão de contacto, podendo influenciar a eficiência do mesmo [Oliveira, 2005].

Um bom algoritmo de detecção de contacto deve ser simultaneamente preciso e eficiente, de modo a identificar com rapidez as zonas potenciais de contacto. O algoritmo de contacto é dividido em detecção global e local. A detecção global identifica, para cada nó do corpo deformável, todas as superfícies candidatas a estabelecer contacto. A detecção local identifica, entre os candidatos seleccionados pela detecção global, a posição em que o ponto estabelece contacto com a ferramenta. Com o algoritmo de detecção global pretende-se melhorar a eficiência da detecção local uma vez que, pré seleccionando as superfícies candidatas a estabelecer contacto para cada nó, diminui o número de operações do algoritmo de detecção de contacto local [Oliveira, 2005].

O algoritmo de detecção de contacto global deve garantir que nenhuma superfície potencial de contacto é descurada. Em função da estratégia de descrição das ferramentas adoptada, é preciso definir o número mínimo de superfícies necessárias para garantir a precisão geométrica. A utilização de um número reduzido de superfícies pode resultar em imprecisões da geometria final da peça estampada. Por outro lado, a utilização

de um número elevado de superfícies pode resultar em tempos de computação elevados [Lin *et al.* 2001]. A pré-selecção das superfícies candidatas é particularmente complexa quando se adopta uma discretização poliédrica da superfície de contacto e é necessário contemplar o fenómeno de auto-contacto para o corpo deformável. Os problemas de impacto envolvem, em geral, estas características, pelo que a maioria dos algoritmos de detecção de contacto global foram desenvolvidos para a sua análise, tendo em conta o facto de serem utilizados tamanhos de incremento reduzidos. A base da maioria dos algoritmos de detecção de contacto global é a divisão do domínio espacial numa estrutura de células, inicialmente proposta por Belytschko e Lin (1987). Os nós potenciais de contacto são associados a uma célula, na qual é efectuada a pesquisa global para cada nó [Wang e Makinouchi, 2000]. Em função da forma como é definida a estrutura das células e se procede à pesquisa em cada célula surgem diferentes algoritmos, tais como: o algoritmo *hierarchy-territory*, geralmente designado por HITA [Zhong e Nilsson, 1994] e o algoritmo *position code* [Bergman e Oldenburg, 2004]. Para formulações que envolvem grandes tamanhos de incremento, a influência do algoritmo de gestão de contacto global é menor. Neste tipo de problemas a grande dificuldade reside na eficiência do algoritmo de gestão de contacto local.

A maioria dos programas de simulação baseia-se numa estratégia do tipo *master/slave* para realizar a detecção local de contacto. O corpo deformável é definido como *slave* e os nós das suas superfícies de contacto são impedidos de penetrar na superfície do corpo rígido, definido como *master*. A estratégia *master/slave* foi inicialmente implementada com algoritmos do tipo *node-to-node*, que associam cada nó da superfície *slave* a um nó da superfície *master*. No entanto, a aplicação destes algoritmos está restringida a problemas que envolvem pequenas deformações. Para grandes deformações é necessário recorrer a algoritmos do tipo *node-to-segment*, que associam cada nó da superfície *slave* a uma zona da superfície *master*.

Os resultados da simulação de um problema de contacto com atrito são influenciados pelas discontinuidades associadas à descrição das superfícies de contacto *master*. As consequências destas discontinuidades podem ser oscilações das forças de contacto, alterações sucessivas na posição de contacto e perda da velocidade de convergência do algoritmo de resolução. Quando se opta por uma discretização com elementos finitos, as superfícies *master* são definidas pelas funções interpoladoras dos

próprios elementos finitos. Assim, a adopção de elementos lineares na discretização das superfícies de contacto faz com que estas sejam, efectivamente, definidas por um conjunto de rectas, que definem a conectividade dos elementos finitos, e apresentam apenas continuidade C^0 (continuidade geométrica). Surgem, assim, descontinuidades da normal à superfície de contacto resultantes da discretização. Estas descontinuidades introduzem uma rugosidade artificial, que provocam oscilações nas forças de atrito [Puso e Laursen, 2002]. Para ultrapassar este problema pode refinar-se a discretização na zona de contacto ou recorrer a elementos finitos de maior grau. Contudo, para ambas as alternativas, o vector normal à superfície continua a não ser correctamente definido para cada nó, i.e. a superfície *master* não apresenta continuidade C^1 (continuidade da primeira derivada).

O recurso a descrições analíticas ou paramétricas das superfícies do corpo rígido (*master*) permite melhorar as soluções obtidas [Santos e Makinouchi, 1995]. A utilização de superfícies que apresentam continuidade C^1 evita variações bruscas na descrição da normal à superfície.

Neste trabalho recorre-se ao programa de simulação numérica DD3IMP, o qual se apoia numa formulação *quasi*-estática. O equilíbrio do corpo deformável é garantido através da utilização de um algoritmo de integração temporal implícito, o que implica a resolução de um sistema de equações não-lineares, em cada incremento. A resolução do sistema de equações não-lineares é realizada com o auxílio do método de Newton-Raphson, que requer a determinação de uma aproximação inicial. Assim, em cada incremento o algoritmo de resolução é dividido em duas fases: a *Previsão* e a *Correcção*. Na fase de *Previsão* é determinada a aproximação inicial à configuração final recorrendo a um método tangente explícito. Esta solução inicial é então corrigida, iterativamente, na fase de *Correcção*, até os deslocamentos nodais satisfazerem as condições de equilíbrio do corpo deformável [Menezes e Teodosio, 2000].

No que diz respeito ao contacto, este recorre à estratégia de detecção de contacto local *master/slave* comum ao algoritmo do tipo *node-to-segment*. Inicialmente esta estratégia foi implementada considerando que os segmentos de contacto eram aproximados por superfícies do tipo Bézier [Bézier, 1977]. O algoritmo de gestão de contacto com atrito com base em superfícies de Bézier foi validado e continuamente optimizado, tendo-se revelado eficiente e robusto [Oliveira *et al.*, 2003; Oliveira *et al.*, 2008]. No entanto, não é possível extrair a informação relativa às superfícies Bézier da

grande maioria dos programas de CAD utilizados, o que limita a sua aplicação. Assim, foi implementado um algoritmo de gestão de contacto com atrito que recorre à suavização com interpolação Nagata [Nagata, 2005] da superfície *master*. O facto de as superfícies Bézier e Nagata apresentarem características distintas, relacionadas essencialmente com o número de superfícies necessárias para garantir a precisão geométrica, obrigou ao desenvolvimento de um algoritmo de detecção de contacto global específico para as superfícies Nagata. De facto, ambas as estratégias de suavização da superfície de contacto recorrem ao mesmo algoritmo de detecção de contacto local, que se baseia na definição paramétrica da superfície *master*. De igual modo, o problema de contacto com atrito é regularizado recorrendo ao método do lagrangeano aumentado, independentemente da descrição paramétrica adoptada [Neto *et al.*, 2011].

1.2. Objectivos do trabalho

O objectivo principal desta dissertação é a validação e optimização do algoritmo de detecção de contacto aplicado a superfícies Nagata, implementado no programa DD3IMP. A validação do algoritmo passa por garantir a correcta detecção do contacto com o corpo deformável. A optimização do algoritmo implica, numa primeira etapa, identificar os parâmetros numéricos que influenciam a sua robustez e eficácia. Posteriormente, são seleccionados os valores a adoptar para cada parâmetro numérico. Na análise da robustez e eficiência do algoritmo implementado adoptou-se como referência os resultados obtidos na simulação numérica com recurso a superfícies Bézier de grau livre. O objectivo é garantir que a adopção de superfícies Nagata não influencia negativamente os seguintes factores:

- Precisão dos resultados;
- Velocidade de convergência do algoritmo global de resolução do problema;
- Tempo de cálculo da simulação.

A descrição com superfícies Nagata pode recorrer a diferentes tipologias e topologias de discretização poliédrica, pelo que é necessário analisar a influência destes factores na robustez e eficiência do algoritmo adoptado. Assim, neste trabalho analisam-se vários tipos de discretizações poliédricas, geradas com base em regras estabelecidas para minimizar o erro geométrico da interpolação [Neto, 2010; Mendes, 2011].

1.3. Guia de leitura

De modo a facilitar a leitura e consulta desta dissertação, esta secção faz uma apresentação da estrutura do trabalho, bem como uma breve descrição dos temas abordados em cada capítulo.

Capítulo 1 – Apresenta um resumo do estado actual da simulação numérica do processo de estampagem de chapas metálicas, dando ênfase às dificuldades inerentes ao tratamento do contacto com atrito bem como às estratégias utilizadas na descrição geométrica das ferramentas, uma vez que estas podem contribuir para imprecisões na geometria final prevista para a peça estampada, tempos de computação elevados e instabilidades numéricas. É ainda feita uma breve abordagem às estratégias mais utilizadas para os algoritmos de gestão de contacto.

Capítulo 2 – Introduz as diferentes estratégias de descrição de ferramentas bem como a formulação matemática associada à interpolação com superfícies paramétricas do tipo Bézier e Nagata. Descreve a equivalência entre estes dois tipos de superfícies paramétricas. Aborda as regras a seguir na discretização de ferramentas com recurso a superfícies Nagata de forma a minimizar o erro geométrico. Apresenta ainda as discretizações poliédricas efectuadas para descrever as ferramentas utilizadas na simulação do processo de estampagem de uma taça de geometria cruciforme.

Capítulo 3 – Descreve o algoritmo de detecção de contacto local aplicado a superfícies paramétricas bem como o algoritmo de detecção de contacto global implementado no programa DD3IMP para superfícies Bézier. Apresenta os resultados obtidos na aplicação deste algoritmo de contacto à simulação do processo de estampagem de uma taça em cruz, com as ferramentas descritas com superfícies de Bézier de grau 2. Descreve as limitações deste algoritmo quando aplicado a superfícies Nagata. Apresenta o algoritmo de detecção de contacto global implementado no programa DD3IMP para superfícies Nagata, definido com base nos resultados obtidos com superfícies de Bézier de grau 2. Descreve a validação e optimização desse algoritmo.

Capítulo 4 – Analisa a robustez e eficiência do algoritmo implementado tendo em conta a tipologia e topologia da discretização poliédrica adoptada na definição das superfícies Nagata. Descreve a aplicação do algoritmo implementado a um caso industrial de estampagem de um componente metálico.

Capítulo 5 – Apresenta o resumo das principais conclusões resultantes dos diferentes estudos apresentados e discutidos nos capítulos anteriores.

2. DESCRIÇÃO DE FERRAMENTAS

A correcta modelação da geometria das ferramentas é um aspecto essencial na simulação de processos de conformação de chapas metálicas, uma vez que dita a eficiência e robustez do algoritmo de tratamento do contacto com atrito. Nos últimos anos foram propostas diferentes estratégias para descrever a geometria da superfície das ferramentas que se podem agrupar nas seguintes categorias: funções analíticas, superfícies paramétricas, elementos finitos e nuvem de pontos [Santos e Makinouchi, 1995].

O recurso a funções analíticas permite modelar a geometria das ferramentas através da associação de geometrias simples (planos, cilindros, esferas e toróides). Este método permite descrever superfícies com funções simples, pelo que os algoritmos de contacto são eficientes. No entanto, só permite a modelação de ferramentas com geometrias simples.

As superfícies paramétricas descrevem a geometria das ferramentas com recurso a um conjunto de superfícies, mais ou menos complexas. Foram desenvolvidos algoritmos para diferentes tipos de superfícies paramétricas, tais como: Bézier, B-Splines, NURBS e Nagata [Santos e Makinouchi, 1995; Neto *et al.*, 2011]. Estes diferentes tipos de superfícies paramétricas surgem associadas a uma maior flexibilidade na representação geométrica. Assim, as superfícies NURBS são mais flexíveis do que as B-Splines, que são mais flexíveis do que as Bézier. No entanto, o aumento da flexibilidade na representação geométrica conduz a algoritmo de detecção de contacto mais complexo. A descrição paramétrica das superfícies pode ser obtida directamente de programas CAD e os algoritmos de contacto são eficientes. No entanto, a descrição paramétrica das superfícies com o auxílio de programas CAD pode conduzir a descontinuidades geométricas (descontinuidades C^0). A maioria dos programas de CAD recorre a superfícies NURBS, devido à sua maior flexibilidade. Assim, nem sempre é possível obter a informação associada a superfícies mais simples, mesmo recorrendo a ficheiros de formato universal.

A geometria da ferramenta pode ser modelada por discretizações poliédricas (elementos finitos). Esta estratégia permite descrever geometrias complexas com base na informação de programas de CAD, pelo que nestas circunstâncias está sujeita às mesmas

condições que a estratégia baseada nas superfícies paramétricas. De modo a garantir algoritmos de contacto eficiente, tipicamente, recorre-se a elementos finitos lineares. Nestas circunstâncias pode procurar-se garantir continuidade C^0 mas é impossível atingir continuidade C^1 .

Por último, a nuvem de pontos define uma superfície através de um conjunto de pontos distribuídos uniformemente no plano xy . Através deste método a obtenção de superfícies complexas é simplificada e o algoritmo de contacto é eficiente. No entanto, a descrição de superfícies verticais é impossível, uma vez que a definição de pontos uniformemente distribuídos no plano xy dificulta, ou mesmo impossibilita, a definição de pormenores geométricos.

Os resultados obtidos na simulação numérica do processo de estampagem dependem da precisão com que é definida a geometria das ferramentas, a qual é normalmente definida por um conjunto de superfícies mais ou menos complexas. A questão fundamental que se coloca é como minimizar o erro cometido na aproximação, de forma a garantir a precisão dos resultados da simulação e minimizar instabilidades numéricas do algoritmo de contacto com atrito. Actualmente, os vários programas de simulação numérica do processo de estampagem existentes utilizam diferentes formas de definir a geometria das ferramentas. As definições mais utilizadas são o recurso à discretização com o auxílio de elementos finitos rígidos (como por exemplo, PAM STAMP), bem como a utilização de superfícies triangulares de Bézier (como por exemplo, ABAQUS). Ambas exigem a definição do número mínimo de elementos ou de superfícies necessárias para garantir a precisão da representação da geometria das ferramentas. Em ambos os casos, a utilização de um número reduzido de elementos ou superfícies pode resultar em imprecisões na geometria final prevista para a peça estampada. Por outro lado, um número elevado de elementos ou superfícies pode resultar em tempos de computação elevados e em instabilidades numéricas [Lin, 2001].

No caso específico do programa DD3IMP, a descrição das ferramentas pode ser realizada recorrendo a superfícies de Nagata ou Bézier de geometria livre, com o número de superfícies necessário para a correcta definição geométrica das ferramentas [Neto *et al.*, 2011].

2.1. Superfícies de Bézier

As superfícies de Bézier foram desenvolvidas nos anos 60, no ramo automóvel, com a finalidade de criar um método eficiente para definir a representação matemática associada ao *design* e permitir a sua transferência para o *Computer Aided Manufacturing* (CAM) [Rogers, 2001].

Em relação ao grau das superfícies Bézier verifica-se que para proceder a uma correcta caracterização da geometria (garantindo a continuidade da normal) é necessário utilizar no mínimo grau 3 nas zonas de concordância [Oliveira e Menezes, 2002]. O recurso a grau superior a 6 introduz instabilidades numéricas em particular quando se recorre à sua definição com base polinomial de potências sucessivas das coordenadas paramétricas η e ζ . O grau das superfícies influencia também o tempo de cálculo, sendo importante recorrer ao grau mínimo de forma a reduzir este factor [Oliveira e Menezes, 2002].

Neste trabalho foram utilizadas superfícies de Bézier de grau inferior ou igual a seis, uma vez que o programa DD3IMP adopta a definição em base polinomial de potências sucessivas das coordenadas paramétricas. São também utilizadas as superfícies de Bézier quadráticas (grau 2) uma vez que possibilitam a comparação directa com as superfícies Nagata. Assim, de seguida são apresentadas as aproximações de uma curva e uma superfície Bézier, de modo a evidenciar os parâmetros envolvidos na sua definição.

2.1.1. Aproximação de uma curva Bézier

No espaço tridimensional, uma curva Bézier é descrita com base nas coordenadas cartesianas de um conjunto de pontos, denominados vértices do polinómio característico. Estes pontos definem o polinómio característico da curva Bézier, em função da coordenada local, $0 \leq \eta \leq 1$, tal que:

$$\mathbf{Q}(\eta) = \sum_{i=0}^m B_{i,m}(\eta) \mathbf{P}_i, \quad (1)$$

em que \mathbf{P}_i são os vectores posição dos vértices e m corresponde ao grau da curva de Bézier. A base polinomial são as funções de Bernstein de grau m :

$$B_{i,m}(\eta) = \frac{m!}{i!(m-i)!} \eta^i (1-\eta)^{m-i}. \quad (2)$$

2.1.2. Aproximação de uma superfície Bézier

Uma superfície de Bézier pode ser definida considerando duas curvas de Bézier, uma directriz e uma geratriz. Cada vértice do polinómio característico da curva Bézier geratriz percorre uma trajectória definida pela curva directriz. O percurso dos vértices da curva geratriz sobre a directriz define uma rede característica (Figura 1), na qual a superfície de Bézier é definida como produto tensorial de duas curvas de Bézier:

$$\mathbf{S}(\eta, \zeta) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n B_{i,m}(\eta) B_{j,n}(\zeta) \mathbf{P}_{ij}, \quad (3)$$

com coordenadas locais $\eta, \zeta \in [0,1]$, \mathbf{P}_{ij} são os $(m+1) \times (n+1)$ vectores posição dos vértices da rede característica da superfície de grau m na direcção η e grau n na direcção ζ .

As superfícies de Bézier podem ainda ser representadas recorrendo a uma base polinomial de potências sucessivas de η e de ζ [Heege, 1992; Menezes 1995], sendo neste caso definidas por:

$$\mathbf{S}(\eta, \zeta) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n \mathbf{b}_{ij} \eta^i \zeta^j, \quad (4)$$

com $\eta, \zeta \in [0,1]$ e $\mathbf{b}_{ij} = M_{ip} \mathbf{P}_{pr} M_{rj}^*$, em que M_{ip} é dado por:

$$M_{ip} = (-1)^{i-p} \frac{m!}{p!(i-p)!(m-i)!}, \quad (5)$$

para $p \leq i \leq m$. M_{rj}^* é dado por:

$$M_{rj}^* = (-1)^{j-r} \frac{n!}{r!(j-r)!(n-j)!}, \quad (6)$$

para $j \leq r \leq n$. M_{ip} e M_{rj}^* têm de respeitar as seguintes condições:

$$\begin{cases} M_{ip} = 0 & \text{para } 0 \leq i \leq p-1 \\ M_{rj}^* = 0 & \text{para } 0 \leq r \leq j-1 \end{cases}. \quad (7)$$

Esta forma polinomial é a utilizada no programa DD3IMP para realizar todas as operações que envolvem superfícies de Bézier, uma vez que permite garantir tempos de cálculo menores que a definição apresentada em (3). No entanto, os cálculos realizados com as superfícies de Bézier definidas na forma polinomial são mais instáveis, sendo por isso necessário garantir graus reduzidos na definição das superfícies.

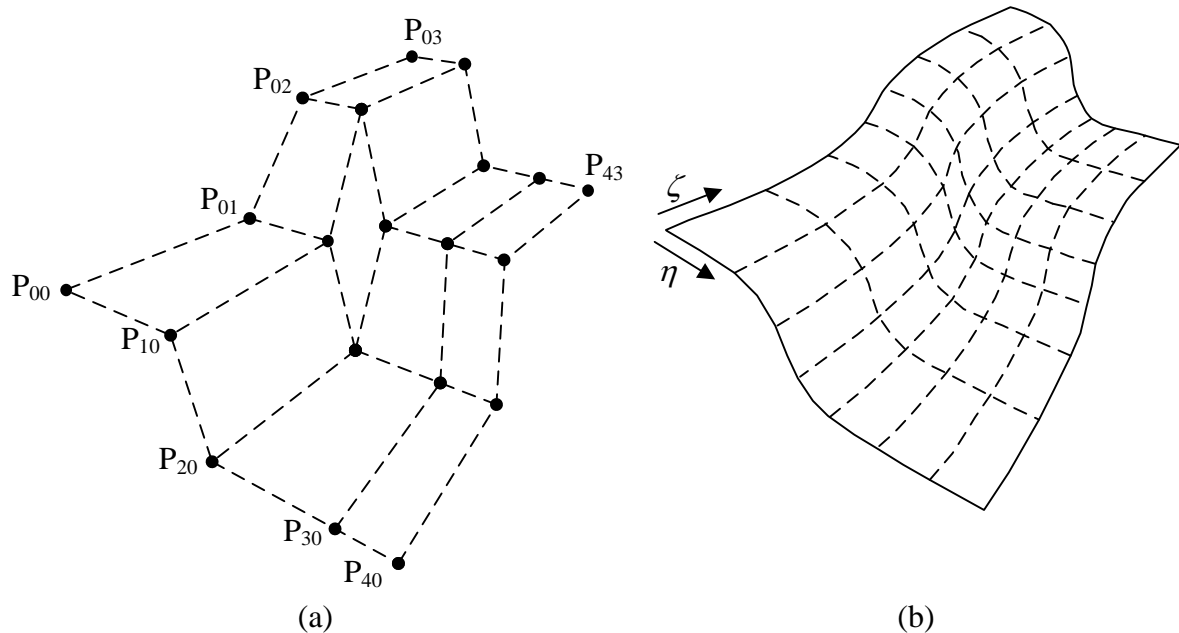


Figura 1. Representação de uma superfície de Bézier de grau 3 e 4 na direcção local ζ e η , respectivamente: (a) vértices da rede; (b) superfície de Bézier.

2.2. Superfícies de Nagata

Em 2005, Nagata propôs um algoritmo simples de suavização de superfícies definidas com discretizações poliédricas, que utiliza o grau mínimo de interpolação necessário para descrever uma curva (grau dois) [Nagata, 2005]. A curvatura da superfície é recuperada com base no vector posição e no vector normal, determinado para cada nó da discretização poliédrica. De seguida serão apresentadas as aproximações de uma aresta e de uma superfície triangular e quadrangular Nagata, de modo a evidenciar os parâmetros envolvidos na sua definição.

2.2.1. Interpolação Nagata de uma aresta

Considere-se uma aresta curva, definida pelos pontos P_1 e P_2 , com vectores posição \mathbf{x}_1 e \mathbf{x}_2 e vectores normais unitários \mathbf{n}_1 e \mathbf{n}_2 , respectivamente. A Figura 2 apresenta esta aresta bem como o correspondente elemento finito linear, representado a traço interrompido, resultante da sua discretização poliédrica. A equação da curva Nagata é dada por:

$$\mathbf{Q}(\eta) = \mathbf{x}_1 + (\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1 - \mathbf{c})\eta + \mathbf{c}\eta^2, \quad (8)$$

em que \mathbf{Q} descreve o vector posição de cada ponto da curva e η é a coordenada local ou paramétrica que deve satisfazer a condição $0 \leq \eta \leq 1$. Assim, $\eta = 0$ em P_1 e $\eta = 1$ em P_2 , de modo a garantir a perpendicularidade da aresta em relação a \mathbf{n}_1 e \mathbf{n}_2 . O vector \mathbf{c} adiciona curvatura à aresta e pode ser calculado de modo a garantir que os vectores normais unitários \mathbf{n}_1 e \mathbf{n}_2 são ortogonais à curva dada pela equação (8). Assim:

$$\mathbf{c}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2) = \begin{cases} \frac{[\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2]}{1-a^2} \begin{bmatrix} 1 & -a \\ -a & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{n}_1 \cdot (\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1) \\ -\mathbf{n}_2 \cdot (\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1) \end{Bmatrix} & (a \neq \pm 1) \\ \frac{[\mathbf{n}_1, \pm \mathbf{n}_1]}{2} \begin{Bmatrix} \mathbf{n}_1 \cdot (\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1) \\ \mp \mathbf{n}_1 \cdot (\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1) \end{Bmatrix} = \mathbf{0} & (a = \pm 1) \end{cases}, \quad (9)$$

em que $a = \mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2$, que é o co-seno do ângulo entre os dois vectores normais e $[\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2]$ representa uma matriz com a primeira coluna igual ao vector \mathbf{n}_1 e a segunda igual ao vector \mathbf{n}_2 .

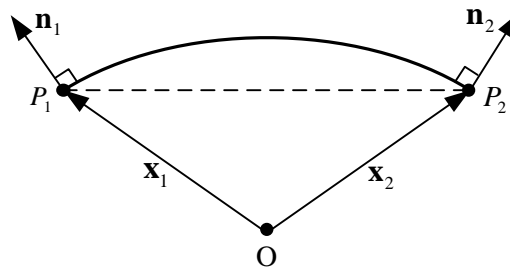


Figura 2. Interpolação Nagata de uma aresta.

Para estender esta formulação matemática a uma superfície, aplica-se o algoritmo a cada aresta do elemento finito linear e depois à interpolação do seu interior, como se mostra nas secções seguintes para o caso de superfícies Nagata triangulares e quadrangulares.

2.2.2. Interpolação Nagata de uma superfície triangular

Considere-se a superfície triangular com vértices P_1 , P_2 e P_3 apresentada na Figura 3. Os vectores posição e vectores normais em cada vértice são dados por, \mathbf{x}_1 , \mathbf{x}_2 e \mathbf{x}_3 , e \mathbf{n}_1 , \mathbf{n}_2 e \mathbf{n}_3 , respectivamente. A interpolação da superfície Nagata de uma superfície triangular é efectuada através do seguinte polinómio quadrático:

$$\mathbf{S}(\eta, \zeta) = \mathbf{C}_1 + \mathbf{C}_2\eta + \mathbf{C}_3\zeta + \mathbf{C}_4\eta\zeta + \mathbf{C}_5\eta^2 + \mathbf{C}_6\zeta^2, \quad (10)$$

em que \mathbf{S} descreve o vector posição de cada ponto da superfície triangular e as coordenadas locais ou paramétricas η e ζ devem satisfazer a condição $0 \leq \eta \leq \zeta \leq 1$. Os vectores de coeficientes de interpolação Nagata, definidos na Equação (10), são dados por:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{C}_1 &= \mathbf{x}_1, \\
 \mathbf{C}_2 &= \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1 - \mathbf{c}_1, \\
 \mathbf{C}_3 &= \mathbf{x}_3 - \mathbf{x}_2 + \mathbf{c}_1 - \mathbf{c}_3, \\
 \mathbf{C}_4 &= \mathbf{c}_3 - \mathbf{c}_1 - \mathbf{c}_2, \\
 \mathbf{C}_5 &= \mathbf{c}_1, \\
 \mathbf{C}_6 &= \mathbf{c}_2,
 \end{aligned} \tag{11}$$

onde \mathbf{c}_1 , \mathbf{c}_2 e \mathbf{c}_3 são vectores definidos de acordo com a equação (9), para as arestas $(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$, $(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3)$ e $(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_3)$, respectivamente:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{c}_1 &\equiv \mathbf{c}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2), \\
 \mathbf{c}_2 &\equiv \mathbf{c}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \mathbf{n}_2, \mathbf{n}_3), \\
 \mathbf{c}_3 &\equiv \mathbf{c}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_3, \mathbf{n}_1, \mathbf{n}_3).
 \end{aligned} \tag{12}$$

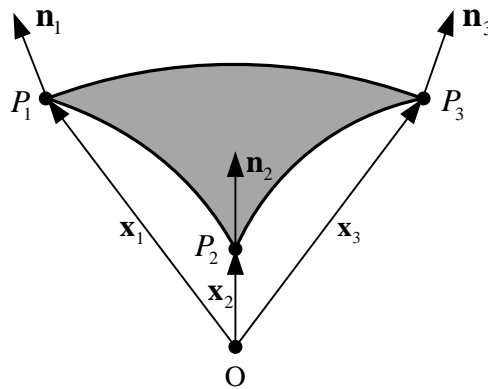


Figura 3. Interpolação Nagata de uma superfície triangular.

2.2.3. Interpolação Nagata de uma superfície quadrangular

A interpolação da superfície quadrangular representada na Figura 4 é idêntica à obtida para a superfície triangular. Neste caso é necessário conhecer os vectores posição $(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3$ e $\mathbf{x}_4)$ e normais $(\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2, \mathbf{n}_3$ e $\mathbf{n}_4)$ nos vértices $(P_1, P_2, P_3$ e $P_4)$ do elemento finito quadrangular. Os vértices não necessitam de ser coplanares, no entanto devem ser numerados no sentido horário ou anti-horário, de modo a garantir a correcta interpolação

da superfície. A interpolação Nagata de uma superfície quadrangular é efectuada através do seguinte polinómio quadrático:

$$\mathbf{S}(\eta, \zeta) = \mathbf{C}_1 + \mathbf{C}_2\eta + \mathbf{C}_3\zeta + \mathbf{C}_4\eta\zeta + \mathbf{C}_5\eta^2 + \mathbf{C}_6\zeta^2 + \mathbf{C}_7\eta^2\zeta + \mathbf{C}_8\eta\zeta^2, \quad (13)$$

em que \mathbf{S} descreve o vector posição de cada ponto da superfície quadrangular e as coordenadas locais ou paramétricas η e ζ devem satisfazer a condição $0 \leq \zeta, \eta \leq 1$. Neste caso os vectores de coeficientes da interpolação Nagata definidos na Equação (13), são dados por:

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_1 &= \mathbf{x}_1, \\ \mathbf{C}_2 &= \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1 - \mathbf{c}_1, \\ \mathbf{C}_3 &= \mathbf{x}_4 - \mathbf{x}_1 - \mathbf{c}_4, \\ \mathbf{C}_4 &= \mathbf{x}_3 - \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_4 + \mathbf{x}_1 + \mathbf{c}_1 - \mathbf{c}_2 - \mathbf{c}_3 + \mathbf{c}_4, \\ \mathbf{C}_5 &= \mathbf{c}_1, \\ \mathbf{C}_6 &= \mathbf{c}_4, \\ \mathbf{C}_7 &= \mathbf{c}_3 - \mathbf{c}_1, \\ \mathbf{C}_8 &= \mathbf{c}_2 - \mathbf{c}_4, \end{aligned} \quad (14)$$

onde \mathbf{c}_1 , \mathbf{c}_2 , \mathbf{c}_3 e \mathbf{c}_4 são vectores definidos pela Equação (9), para as arestas $(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$, $(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3)$, $(\mathbf{x}_4, \mathbf{x}_3)$ e $(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_4)$, respectivamente:

$$\begin{aligned} \mathbf{c}_1 &\equiv \mathbf{c}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2), \\ \mathbf{c}_2 &\equiv \mathbf{c}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \mathbf{n}_2, \mathbf{n}_3), \\ \mathbf{c}_3 &\equiv \mathbf{c}(\mathbf{x}_4, \mathbf{x}_3, \mathbf{n}_4, \mathbf{n}_3), \\ \mathbf{c}_4 &\equiv \mathbf{c}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_4, \mathbf{n}_1, \mathbf{n}_4). \end{aligned} \quad (15)$$

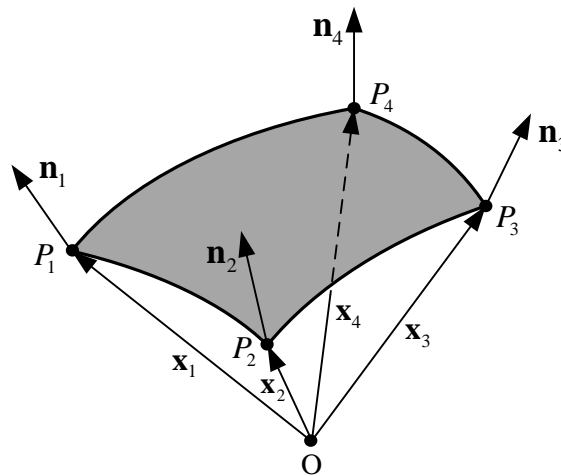


Figura 4. Interpolação Nagata de uma superfície quadrangular.

2.3. Equivalência entre superfícies Nagata e Bézier

Pode ser estabelecida uma equivalência entre uma superfície Bézier de grau 2 e uma superfície Nagata, uma vez que ambas garantem a continuidade C^0 e recuperam a normal nos vértices [Mendes, 2011; Boschioli *et al.*, 2011]. Esta equivalência é realizada com base na definição polinomial de ambas as superfícies. No entanto, uma vez que os domínios paramétricos das superfícies triangulares e quadrangulares são distintos, apenas é considerada a equivalência para superfícies quadrangulares.

De acordo com a definição apresentada na Equação (3), a superfície de Bézier de grau 2 é dada por:

$$\mathbf{S}(\eta, \zeta) = \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^2 B_{i,2}(\eta) B_{j,2}(\zeta) \mathbf{P}_{ij}. \quad (16)$$

Nesta circunstância, de acordo com a Equação (2), as funções de Bernstein são dadas por:

$$\begin{aligned} B_{0,2}(\eta) &= (1-\eta)^2, \\ B_{1,2}(\eta) &= 2(1-\eta)\times\eta, \\ B_{2,2}(\eta) &= 1\times\eta^2. \end{aligned} \quad (17)$$

Fazendo o desenvolvimento da Equação (16), considerando as funções de Bernstein apresentadas na Equação (17), resulta que:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}(\eta, \zeta) &= \mathbf{P}_{00} + \\ &+ (-2\mathbf{P}_{00} + 2\mathbf{P}_{10})\eta + \\ &+ (-2\mathbf{P}_{00} + 2\mathbf{P}_{01})\zeta + \\ &+ (4\mathbf{P}_{00} - 4\mathbf{P}_{01} - 4\mathbf{P}_{10} + 4\mathbf{P}_{11})\eta\zeta + \\ &+ (\mathbf{P}_{00} - 2\mathbf{P}_{10} + \mathbf{P}_{20})\eta^2 + \\ &+ (\mathbf{P}_{00} - 2\mathbf{P}_{01} + \mathbf{P}_{02})\zeta^2 + \\ &+ (-2\mathbf{P}_{00} + 2\mathbf{P}_{01} + 4\mathbf{P}_{10} - 4\mathbf{P}_{11} - 2\mathbf{P}_{20} + 2\mathbf{P}_{21})\eta^2\zeta + \\ &+ (-2\mathbf{P}_{00} + 4\mathbf{P}_{01} - 2\mathbf{P}_{02} + 2\mathbf{P}_{10} - 4\mathbf{P}_{11} + 2\mathbf{P}_{12})\eta\zeta^2 + \\ &+ (\mathbf{P}_{00} - 2\mathbf{P}_{01} + \mathbf{P}_{02} - 2\mathbf{P}_{10} + 4\mathbf{P}_{11} - 2\mathbf{P}_{12} + \mathbf{P}_{20} + 2\mathbf{P}_{21} + \mathbf{P}_{22})\eta^2\zeta^2. \end{aligned} \quad (18)$$

Estabelecendo a igualdade entre os coeficientes das coordenadas locais da superfície Bézier e os vectores de coeficientes de interpolação $(\mathbf{C}_1, \dots, \mathbf{C}_8)$ da superfície Nagata (Equação (13)), é possível obter os pontos de controlo da superfície Bézier com base nos vectores de coeficientes da superfície Nagata:

$$\begin{aligned}
\mathbf{P}_{00} &= \mathbf{C}_1 \\
\mathbf{P}_{10} &= \frac{1}{2}\mathbf{C}_2 + \mathbf{C}_1 \\
\mathbf{P}_{01} &= \frac{1}{2}\mathbf{C}_3 + \mathbf{C}_1 \\
\mathbf{P}_{11} &= \frac{1}{4}\mathbf{C}_4 + \frac{1}{2}(\mathbf{C}_2 + \mathbf{C}_3) + \mathbf{C}_1 \\
\mathbf{P}_{20} &= \mathbf{C}_2 + \mathbf{C}_5 + \mathbf{C}_1 \\
\mathbf{P}_{02} &= \mathbf{C}_6 + \mathbf{C}_3 + \mathbf{C}_1 \\
\mathbf{P}_{21} &= \frac{1}{2}(\mathbf{C}_3 + \mathbf{C}_4 + \mathbf{C}_7) + \mathbf{C}_2 + \mathbf{C}_1 + \mathbf{C}_5 \\
\mathbf{P}_{12} &= \frac{1}{2}(\mathbf{C}_2 + \mathbf{C}_4 + \mathbf{C}_8) + \mathbf{C}_1 + \mathbf{C}_6 + \mathbf{C}_3 \\
\mathbf{P}_{22} &= \mathbf{C}_1 + \mathbf{C}_2 + \mathbf{C}_3 + \mathbf{C}_4 + \mathbf{C}_5 + \mathbf{C}_6 + \mathbf{C}_7 + \mathbf{C}_8.
\end{aligned} \tag{19}$$

2.4. Discretização da superfície das ferramentas

A definição geométrica das superfícies das ferramentas é usualmente realizada com o auxílio de um programa de CAD. Caso se opte pela discretização com superfícies de Bézier a informação pode ser extraída directamente do CAD. Tipicamente, esta operação é realizada com auxílio de um ficheiro de formato universal tipo STEP. No entanto, existem algumas limitações inerentes à utilização desta estratégia. Por um lado, a relativa simplicidade das superfícies Bézier obriga ao tratamento da informação do CAD, de modo a permitir a correcta definição das superfícies de Bézier. Estas operações envolvem a divisão em superfícies mais simples, de modo a permitir a sua correcta definição com grau menor ou igual a seis [Oliveira, 2005]. Esta etapa de tratamento da geometria é bastante morosa, em particular para geometrias complexas, e pode contribuir para a introdução de erros na continuidade geométrica. Por outro lado, apesar de o formato STEP estar disponível na maioria dos programas CAD, a representação em superfícies Bézier não é muito adoptada, o que limita a utilização deste tipo de superfícies para descrever ferramentas.

A discretização das superfícies com o auxílio de malhas poliédricas pode ser realizada recorrendo a um programa de geração de malha. Neste trabalho opta-se por recorrer ao programa GID (versão 10.0.3). A geometria das ferramentas pode ser gerada neste programa ou pode ser obtida em qualquer programa de CAD e transferida para o

programa GID com o auxílio de um ficheiro de formato universal (como por exemplo: IGES, DXF, Parasolid). Com base em trabalhos anteriores, opta-se pelo formato IGES, uma vez que este é o formato utilizado para a determinação da normal em cada nó da discretização poliédrica [Neto, 2010; Mendes, 2011].

A discretização das ferramentas para aplicação de superfícies Nagata pode ser realizada com elementos finitos lineares triangulares ou quadrangulares. Os trabalhos anteriores focaram-se na avaliação do erro cometido pela interpolação Nagata quando se opta por discretizações estruturadas, isto é, discretizações em que todos os nós têm o mesmo número de nós vizinhos [Mendes, 2011]. No entanto, como neste tipo de discretizações o tamanho dos elementos é definido com base no número de elementos em cada aresta de cada superfície, a geração da malha requer mais trabalho de pré-tratamento. Assim, neste trabalho foram igualmente geradas discretizações não estruturadas. Foram analisados dois tipos de discretizações não estruturadas: automático e baseado no erro da corda. No caso da discretização automática o utilizador apenas define o tamanho médio do elemento. No caso da discretização não estruturada baseada no erro da corda, o utilizador precisa de definir o erro da corda (distância máxima entre o elemento gerado e a geometria) bem como o tamanho máximo e mínimo da aresta do elemento finito.

No global, as discretizações não estruturadas são mais simples e rápidas de efectuar. Este factor também pode ser adverso, uma vez que a automatização do processo limita as opções a tomar. De facto, trabalhos anteriores indicam que em zonas de dupla curvatura deve-se tentar que as dimensões dos elementos nas duas direcções se aproximem o máximo possível. Em zonas lineares deve utilizar-se o mínimo de elementos possível. Por último, quando o modelo apresenta superfícies constituídas por três arestas, devem ser utilizados elementos finitos triangulares para as descrever, uma vez que apenas desta forma se consegue que estas superfícies sejam discretizadas com uma malha poliédrica estruturada [Mendes, 2011].

O exemplo de ferramentas seleccionado para gerar as diferentes discretizações é o associado à estampagem de uma taça de geometria cruciforme, uma vez que foi a geometria mais complexa utilizada em trabalhos anteriores [Mendes, 2011]. No processo de conformação estão envolvidas três ferramentas: matriz, cerra-chapas e punção, como se mostra na Figura 5. Em cada um dos modelos gerados as ferramentas foram todas discretizadas com as mesmas opções.

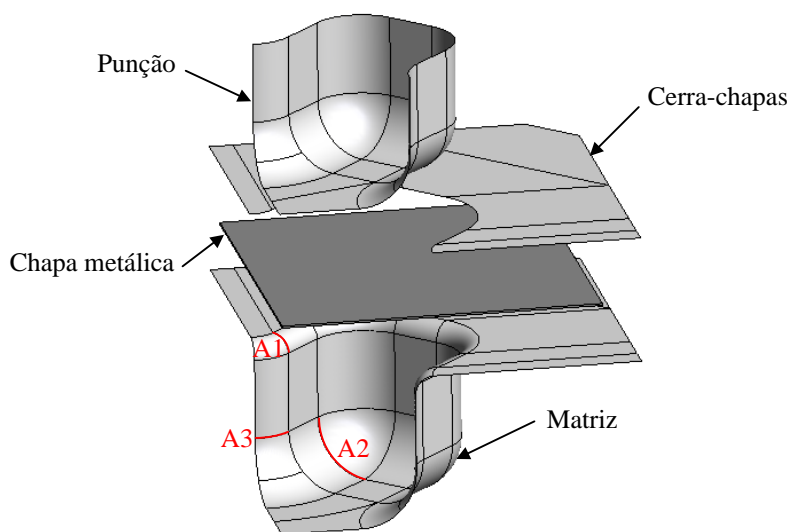


Figura 5. Representação através de superfícies NURBS de $\frac{1}{4}$ das ferramentas intervenientes na estampagem da taça em cruz. As linhas vermelhas assinalam as arestas utilizadas na definição das discretizações estruturadas.

A nomenclatura utilizada para descrever a topologia global da discretização do modelo é a seguinte:

- Estruturada: E
- Não estruturada:
 - Automática: A
 - Baseado no erro da corda (*Sizes by chordal error*): CE

A designação adoptada para descrever o tipo de elementos finitos adoptados é:

- Quadrangulares: Q
- Triangulares: T
- Quadrangulares e triangulares: M

A Tabela 1 apresenta o resumo das principais características das discretizações geradas, sendo o tipo de elemento finito utilizado apresentado na coluna TE. Na definição dos modelos, procurou adoptar-se as mesmas opções de discretização para os vários tipos de elemento. No entanto, a utilização de elementos finitos quadrangulares impede a definição de discretizações estruturadas para superfícies constituídas por três arestas. Assim, opta-se por associar aos modelos a nomenclatura estruturada sempre que esta topologia seja utilizada em todas as superfícies excepto as constituídas por três arestas. Para as discretizações estruturadas, a coluna designada por NTA indica o número de elementos utilizados para definir cada uma das arestas, designadas por A1, A2 e A3 (ver Figura 5), respectivamente. Com esta informação é possível gerar as discretizações apresentadas, uma

vez que nas zonas lineares foi utilizado sempre apenas um elemento. De facto, apenas a discretização estruturada com um número total de elementos igual a 85 não foi gerada de acordo com as regras definidas em Mendes (2011). No caso das discretizações não estruturadas geradas de forma automática, a coluna NTA apresenta o tamanho médio do elemento utilizado na construção da matriz, cerra-chapas e punção, respectivamente. Finalmente, para as discretizações não estruturadas geradas com base no erro da corda, a coluna NTA apresenta o tamanho máximo e o respectivo tamanho médio do elemento, para cada ferramenta, utilizado na geração da discretização. Para todas as discretizações geradas com base no erro da corda optou-se por utilizar o tamanho mínimo do elemento calculado automaticamente no programa GID. Neste caso, para além destas dimensões é ainda necessário definir o valor utilizado para o erro da corda, que é apresentado na coluna ECE da Tabela 1. A tabela apresenta ainda na coluna NTE o número total de elementos, obtidos para as três ferramentas e em separado para matriz, o cerra-chapas e o punção, respectivamente. Finalmente, a coluna TG resume o tempo aproximado de processamento e geração de cada uma das discretizações, para a matriz, o cerra-chapas e o punção, respectivamente.

A nomenclatura utilizada para a discretização corresponde à topologia seguida do número total de elementos (NTE). Assim, a discretização estruturada com 3454 elementos finitos quadrangulares é designada por: E-3454. Na Figura 6 apresenta-se o exemplo de duas discretizações estruturadas com elementos finitos quadrangulares, onde se evidenciam as diferenças obtidas na definição das zonas curvas das ferramentas. As superfícies triangulares apresentam neste caso uma discretização não estruturada, por não ser possível definir topologias estruturadas quando se utilizam elementos finitos quadrangulares.

A Figura 7 apresenta o exemplo de duas discretizações não estruturadas, sendo que a Figura 7 (a) corresponde à geração automática e a Figura 7 (b) à baseada no erro da corda. Como se pode observar, a utilização da geração automática baseada no erro da corda permite obter um maior refinamento nas zonas curvas e um menor refinamento nas zonas planas. Esta estratégia está mais de acordo com os requisitos necessários para obter uma correcta definição geométrica das ferramentas com superfícies Nagata. No entanto, a utilização desta opção aumenta significativamente o tempo de geração da discretização poliédrica, como se mostra na Tabela 1.

Tabela 1. Principais características dos modelos de discretização de ferramentas gerados.

Topologia	TE	NTA ⁽¹⁾	ECE	NTE ⁽²⁾	TG [s]
E	Q	1/2/1	-	85 - 47/10/28	900/240/360
E	T	1/2/1	-	308 - 172/40/96	900/240/360
E	Q	2/4/2	-	210 - 120/16/74	900/300/600
E	M	2/4/2	-	226 - 128/16/82	900/300/600
E	T	2/4/2	-	388 - 224/32/132	900/300/600
E	Q	3/8/4	-	589 - 331/28/230	900/300/600
E	M	3/8/4	-	665 - 373/28/264	900/300/600
E	T	3/8/4	-	1892 - 1108/112/672	900/300/600
E	Q	6/12/6	-	1241 - 729/40/472	900/300/600
E	T	6/12/6	-	3928 - 2432/160/1336	900/300/600
E	Q	8/16/8	-	2294 - 1372/52/870	900/300/600
E	T	8/16/8	-	6496 - 4064/208/2224	900/300/600
E	Q	10/20/10	-	3454 - 1979/64/1411	900/300/600
E	M	10/20/10	-	3626 - 2128/64/1434	900/300/600
E	T	10/20/10	-	9704 - 6112/256/3336	900/300/600
A	Q	10/15/6	-	1273 - 557/96/414	30/30/30
A	T	10/15/6	-	1905 - 892/143/870	30/30/30
A	Q	7,5/7,5/4	-	2614 - 909/289/1416	30/30/30
A	T	7,5/7,5/4	-	4177 - 1428/545/2204	30/30/30
A	Q	4/4/4	-	5282 - 2835/951/1405	30/30/30
A	T	4/4/4	-	8672 - 4693/1817/2162	30/30/30
CE	Q	12/12/8/10	0,1	2278 - 1604/82/592	480/240/360
CE	T	12/12/8/10	0,1	3880 - 2516/379/985	480/240/360
CE	Q	12/8/8//8	0,1	3096 - 2134/82/880	600/240/360
CE	T	12/8/8//8	0,1	5094 - 3171/383/1540	600/240/360
CE	Q	12/4/8/2	0,1	10833 - 4741/510/5582	600/240/360

⁽¹⁾ Estruturadas: Número na Matriz/Cerras-chapas/Punção; Automáticas: Tamanho médio na Matriz/Cerras-chapas/Punção; Erro da Corda: Tamanho máximo e médio para Matriz/Cerras-chapas/Punção.

⁽²⁾ Número total - Matriz/Cerras-chapas/Punção.

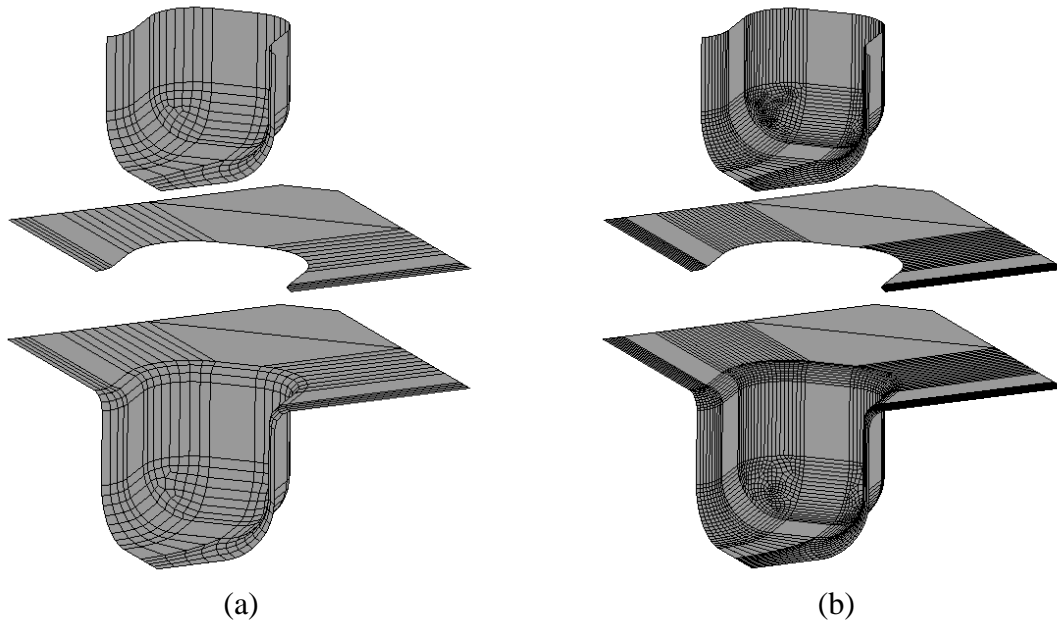


Figura 6. Discretizações estruturadas utilizadas na construção dos modelos: (a) E-589; (b) E-3454.

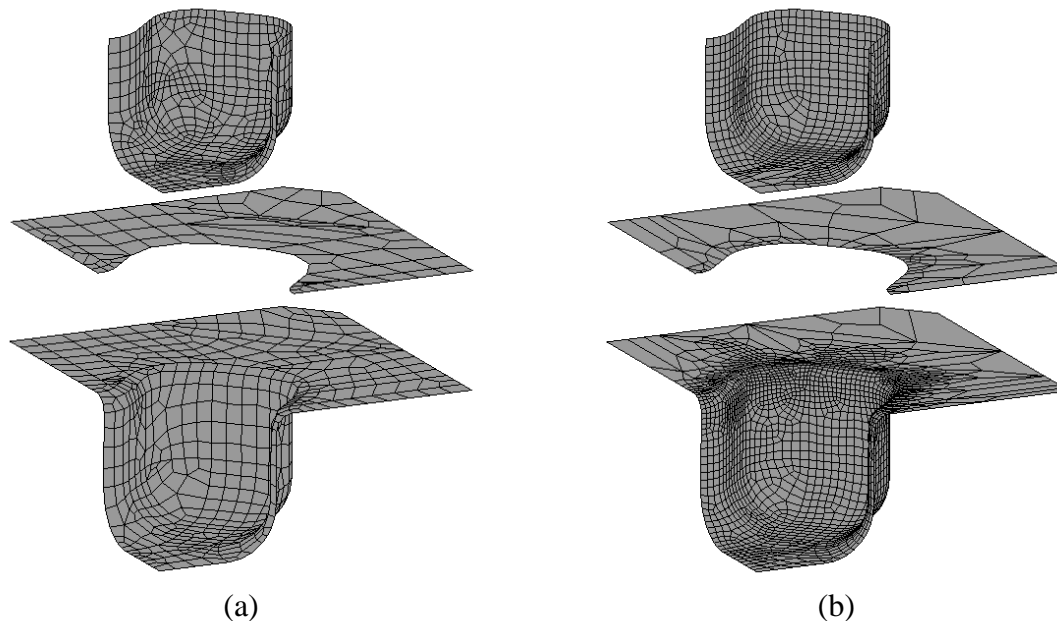


Figura 7. Discretizações não estruturadas utilizadas na construção dos modelos: (a) A-1273; (b) CE-3096.

Na Figura 8 são apresentadas discretizações estruturadas, sendo que a Figura 8 (a) corresponde a uma discretização com elementos triangulares e a Figura 8 (b) a elementos triangulares e quadrangulares. Ambas as discretizações apresentam o mesmo número de elementos nas arestas A1, A2 e A3 (ver Figura 5) e apenas um elemento nas arestas lineares. Como se pode observar, a utilização de elementos triangulares e quadrangulares permite obter discretizações com um número total de elementos menor.

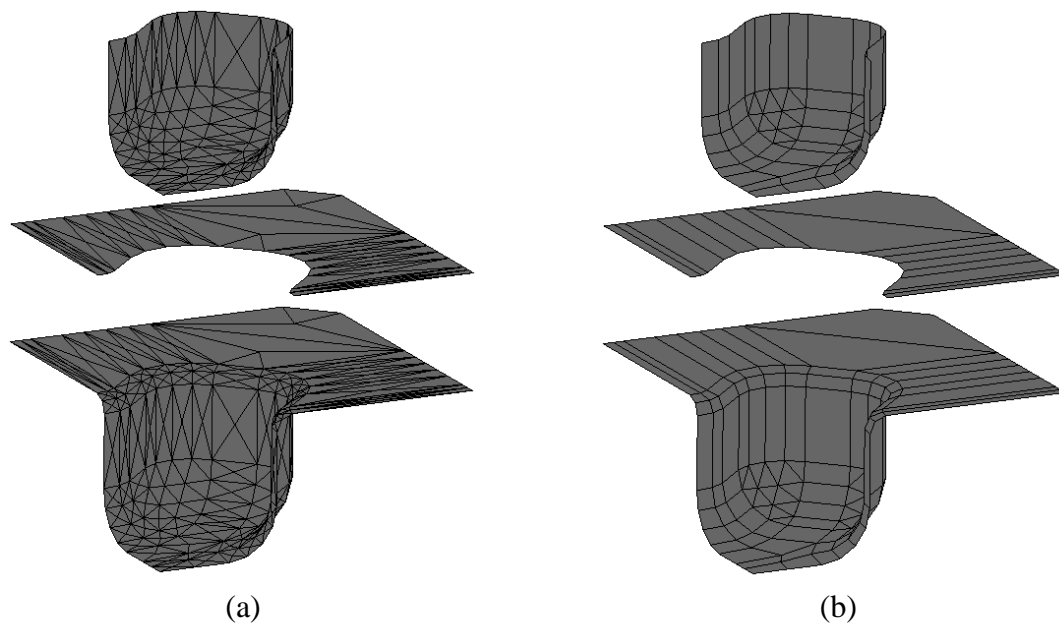


Figura 8. Discretizações estruturadas utilizadas na construção dos modelos: (a) E-388; (b) E-226.

Cada uma das discretizações geradas com elementos finitos quadrangulares pode ser suavizada recorrendo a superfícies de Bézier de grau 2, de acordo com a definição apresentada na secção 2.3. Por outro lado, podem também ser suavizadas com o auxílio da interpolação Nagata, sendo esta também aplicável a elementos finitos triangulares. A interpolação com superfícies paramétricas é realizada considerando o vector normal em cada nó determinado com base na geometria CAD [Neto, 2011].

As discretizações com elementos finitos quadrangulares foram também suavizadas com superfícies de Bézier de grau 1, ou seja, superfícies paramétricas bilineares. Para tal, considera-se na definição apresentada na Equação (19) que os coeficientes de interpolação são determinados considerando que o vector \mathbf{c} , definido na Equação (9) é nulo. Deste modo a interpolação bi-linear apresenta um erro geométrico idêntico à discretização com elementos finitos lineares. A Figura 9 apresenta a comparação entre duas discretizações suavizadas com superfícies de Bézier de grau 1, Figura 9 (a) e grau 2, Figura 9 (b).

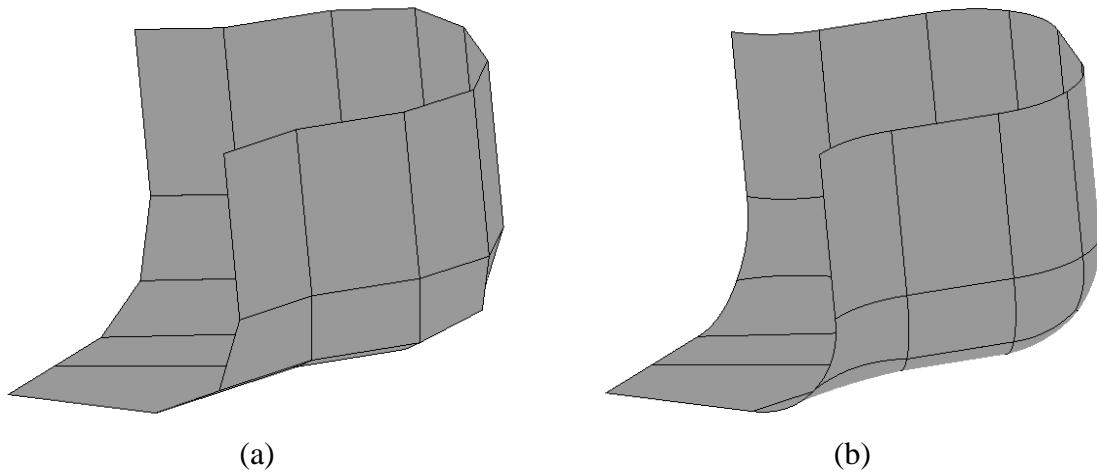


Figura 9. Discretizações suavizadas com superfícies: (a) Bézier de grau 1; (b) Bézier de grau 2.

Em resumo, a nomenclatura utilizada para descrever o tipo de interpolação aplicada às diferentes discretizações é definida por:

- Superfície de Bézier de grau 1: B1
- Superfície de Bézier de grau 2: B2
- Superfície de Nagata:
 - Quadrangular: NQ
 - Triangular: NT
 - Mista: NM

Assim, a discretização estruturada com 3454 superfícies quadrangulares de Bézier de grau 2 é designada por: B2-E-3454. Para além destas definições geométricas das superfícies das ferramentas, no decurso deste trabalho foram também utilizadas superfícies de Bézier de grau variável, que são designadas por Bézier GV.

3. ALGORITMO DE DETECÇÃO DE CONTACTO

As ferramentas de conformação são definidas por um conjunto de superfícies, cujo número é função da complexidade geométrica do processo. Com o aumento da complexidade, o número de superfícies necessárias para a correcta definição de cada ferramenta também aumenta. O algoritmo de detecção de contacto deve identificar, para cada nó do corpo deformável, o ponto de referência na superfície em que é estabelecido o contacto. A determinação do ponto de referência implica avaliar para cada nó do corpo deformável a hipótese de estabelecer contacto com cada uma das superfícies candidatas. No entanto, nem todas as superfícies têm a mesma probabilidade de estabelecer contacto com um ponto genérico do corpo deformável. Assim, opta-se por dividir o algoritmo de detecção de contacto em duas fases. Numa primeira fase aplica-se um algoritmo de detecção de contacto global de modo a reduzir o número de superfícies candidatas. Na segunda fase aplica-se um algoritmo de detecção local que identifica a superfície efectiva de contacto [Oliveira, 2005].

O algoritmo de detecção de contacto implementado no programa DD3IMP para superfícies de Bézier tem sido continuamente testado e optimizado [Oliveira *et al.*, 2008]. Este algoritmo explora as especificidades das superfícies paramétricas de Bézier para garantir a correcta detecção do contacto de modo eficiente. Sendo assim, a implementação e optimização do algoritmo de detecção de contacto para superfícies Nagata baseou-se no algoritmo implementado para superfícies Bézier. De facto, ambas as interpolações são constituídas por superfícies paramétricas. A diferença fundamental reside no número de superfícies necessárias para descrever correctamente a geometria das ferramentas, uma vez que como as superfícies Nagata apresentam grau 2 é necessário, em geral, recorrer a um maior número de superfícies.

Na secção seguinte descreve-se de forma genérica o algoritmo de detecção de contacto global e local, implementado no programa DD3IMP, para superfícies Bézier e Nagata. Na segunda secção deste capítulo descreve-se em detalhe a implementação para superfícies Bézier de grau livre, e avalia-se a sua aplicabilidade a superfícies de Bézier de grau 2. Os resultados obtidos nesta secção servem de base à implementação adoptada para

o algoritmo de detecção de contacto aplicado a superfícies Nagata, que é descrito na terceira secção.

3.1. Algoritmo de detecção de contacto: superfícies paramétricas

A primeira tarefa do algoritmo de detecção de contacto global é baseada em considerações geométricas e consiste em associar a cada ponto do corpo deformável um determinado conjunto de ferramentas. Estes conjuntos são organizados em função da orientação do vector normal exterior a cada superfície. Deste modo, o conjunto total de superfícies S^{Total} é dividido em conjuntos mais reduzidos S , todos caracterizados por terem a mesma orientação relativamente ao corpo deformável. No entanto, estes conjuntos podem ser ainda demasiados extensos. A segunda tarefa consiste em reduzir o número de superfícies de cada conjunto a um número admissível, garantindo que a busca de contacto local é aplicada apenas a um conjunto restrito de candidatos, em cada incremento de deslocamento [Oliveira *et al.*,2008]. No final desta tarefa, a cada ponto da superfície deformável é associado um conjunto de superfícies candidatas ao contacto designado por \bar{S} .

O objectivo da busca de contacto local é seleccionar uma superfície de entre todas as candidatas, previamente determinadas na busca global (\bar{S}), e determinar a posição de referência onde o contacto é, ou pode ser estabelecido. Considerando-se que a superfície é definida como uma função das suas coordenadas locais, a posição potencial de contacto pode ser determinada recorrendo a um algoritmo de projecção, aplicável a superfícies paramétricas. Para cada superfície candidata, previamente seleccionada no algoritmo de contacto global, são avaliadas as coordenadas implícitas do ponto de contacto, e a distância normal, \hat{d}^n através da equação:

$$\mathbf{F}^{Proj}(\hat{\eta}, \hat{\zeta}, \hat{d}^n) = \mathbf{S}(\hat{\eta}, \hat{\zeta}) + \mathbf{u}^{ferramenta} + \hat{d}^n \mathbf{n}(\hat{\eta}, \hat{\zeta}) - \mathbf{x}^{def} = \mathbf{0}, \quad (20)$$

em que $\mathbf{S}(\hat{\eta}, \hat{\zeta})$ corresponde a um ponto da superfície, com $0 \leq \hat{\eta}, \hat{\zeta} \leq 1$ em superfícies quadrangulares e com $0 \leq \hat{\eta} \leq \hat{\zeta} \leq 1$ em superfícies triangulares. A distância normal

$\hat{d}^n \in \mathbb{R}$, $\mathbf{u}^{ferramenta}$ corresponde ao deslocamento incremental da ferramenta, \mathbf{n} é o vector normal exterior à superfície e \mathbf{x}^{def} é o nó do corpo deformável.

O vector de posição de um ponto da superfície $\mathbf{S}(\eta, \zeta)$, e a normal exterior à superfície, \mathbf{n} , são funções não-lineares das coordenadas paramétricas (η, ζ) . Sendo assim, recorre-se ao método iterativo de Newton-Raphson para determinar a solução da equação não linear (20). A solução obtida para a iteração $I+1$ é dada por:

$$\hat{\mathbf{a}}^{I+1} = \hat{\mathbf{a}}^I - \left[\nabla \mathbf{F}^{Proj} \Big|^{I'} \right]^{-1} \mathbf{F}^{Proj} \Big|^{I'}, \quad \text{com } \hat{\mathbf{a}} \equiv \left[\hat{\eta}, \hat{\zeta}, \hat{d}^n \right]^T, \quad (21)$$

em que $\hat{\mathbf{a}}$ é o vector auxiliar de incógnitas e $\nabla \mathbf{F}^{Proj}$ é a matriz Jacobiana do sistema definido na Equação (20). A convergência ocorre para a iteração $I+1$ caso se verifique o critério de convergência, que se baseia na verificação simultânea das duas condições seguintes:

$$\begin{cases} \left\| \hat{\mathbf{a}}^{I+1} - \hat{\mathbf{a}}^I \right\| \leq \varepsilon_a^{Conv} \\ \left\| \mathbf{F}^{Proj} \Big|^{I'} \right\| \leq \varepsilon_F^{Conv} \end{cases}, \quad (22)$$

em que ε_a^{Conv} e ε_F^{Conv} são valores de tolerância pré-definidos. O algoritmo de projecção pode gerar múltiplas soluções para o conjunto de \bar{S} superfícies pré-seleccionadas. Neste caso, o algoritmo de busca local de contacto deve seleccionar a superfície com a distância normal mínima d^n .

A matriz Jacobiana $\nabla \mathbf{F}^{Proj}$ apresentada na Equação (21) é definida pela seguinte equação:

$$\nabla \mathbf{F}^{Proj}(\eta, \zeta, d^n) = \left[\frac{\partial}{\partial \eta}, \frac{\partial}{\partial \zeta}, \frac{\partial}{\partial d^n} \right] \mathbf{F}^{Proj}(\eta, \zeta, d^n), \quad (23)$$

sendo \mathbf{F}^{Proj} dado pela Equação (20). Sendo assim, para determinar a matriz Jacobiana é necessário definir o gradiente do vector normal $\mathbf{n}(\eta, \zeta)$ em relação às coordenadas curvilíneas. Recorrendo à equação de Weingarten [Heege, 1992]:

$$\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial u^\alpha} = -g^{\sigma\gamma}(\eta, \zeta) b_{\gamma\alpha}(\eta, \zeta) \mathbf{g}_\sigma(\eta, \zeta), \quad (24)$$

com $\alpha, \sigma, \gamma = 1, 2$, $u^1 = \eta$ e $u^2 = \zeta$. Onde $g^{\sigma\gamma}(\eta, \zeta)$ representa as componentes do tensor métrico contravariante e o tensor $b_{\gamma\alpha}(\eta, \zeta)$ é o segundo tensor fundamental da superfície. O vector de base covariante $\mathbf{g}_\sigma(\eta, \zeta)$ é definido por:

$$\mathbf{g}_\sigma(\eta, \zeta) = \frac{\partial \mathbf{S}(\eta, \zeta)}{\partial u^\sigma}, \quad (25)$$

com $\sigma = 1, 2$. O vector de base contravariante $\mathbf{g}^\sigma(\eta, \zeta)$ é definido por:

$$\mathbf{g}^\sigma(\eta, \zeta) = \frac{\partial u^\sigma}{\partial \mathbf{S}(\eta, \zeta)}, \quad (26)$$

com $\sigma = 1, 2$. Através dos vectores de base covariante $\mathbf{g}_\sigma(\eta, \zeta)$ e contravariante $\mathbf{g}^\sigma(\eta, \zeta)$ podemos obter o tensor métrico covariante $g_{\sigma\gamma}(\eta, \zeta)$ e o tensor métrico contravariante $g^{\sigma\gamma}(\eta, \zeta)$. O primeiro é definido por:

$$g_{\sigma\gamma}(\eta, \zeta) = \mathbf{g}_\sigma(\eta, \zeta) \cdot \mathbf{g}_\gamma(\eta, \zeta), \quad (27)$$

com $\sigma, \gamma = 1, 2$. O segundo é definido por:

$$g^{\sigma\gamma}(\eta, \zeta) = \mathbf{g}^\sigma(\eta, \zeta) \cdot \mathbf{g}^\gamma(\eta, \zeta), \quad (28)$$

com $\sigma, \gamma = 1, 2$. No entanto, como não são conhecidas as expressões explícitas para o vector de base contravariante, adoptam-se as seguintes relações:

$$\begin{aligned} g^{11}(\eta, \zeta) &= \frac{g_{22}(\eta, \zeta)}{\det[g_{\sigma\gamma}(\eta, \zeta)]}, \quad \sigma, \gamma = 1, 2, \\ g^{12}(\eta, \zeta) &= g^{21}(\eta, \zeta) = -\frac{g_{12}(\eta, \zeta)}{\det[g_{\sigma\gamma}(\eta, \zeta)]}, \quad \sigma, \gamma = 1, 2, \\ g^{22}(\eta, \zeta) &= \frac{g_{11}(\eta, \zeta)}{\det[g_{\sigma\gamma}(\eta, \zeta)]}, \quad \sigma, \gamma = 1, 2. \end{aligned} \quad (29)$$

O tensor simétrico que considera as propriedades da curvatura da superfície é definido por:

$$b_{\sigma\gamma}(\eta, \zeta) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \mathbf{S}(\eta, \zeta)}{\partial \eta^2} \cdot \mathbf{n}(\eta, \zeta) & \frac{\partial^2 \mathbf{S}(\eta, \zeta)}{\partial \eta \partial \zeta} \cdot \mathbf{n}(\eta, \zeta) \\ \frac{\partial^2 \mathbf{S}(\eta, \zeta)}{\partial \eta \partial \zeta} \cdot \mathbf{n}(\eta, \zeta) & \frac{\partial^2 \mathbf{S}(\eta, \zeta)}{\partial \zeta^2} \cdot \mathbf{n}(\eta, \zeta) \end{bmatrix}, \quad (30)$$

com $\sigma, \gamma = 1, 2$. Com base nesta expressão, a matriz Jacobiana $\nabla \mathbf{F}^{\text{Proj}}$ é definida de forma explícita, sendo a primeira coluna dada por:

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \mathbf{F}^{\text{Proj}}(\eta, \zeta, d^n) = \mathbf{g}_1(\eta, \zeta) - d^n g^{\sigma\gamma}(\eta, \zeta) b_{\gamma 1}(\eta, \zeta) \mathbf{g}_\sigma(\eta, \zeta), \quad \sigma, \gamma = 1, 2, \quad (31)$$

A segunda coluna corresponde a:

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} \mathbf{F}^{\text{Proj}}(\eta, \zeta, d^n) = \mathbf{g}_2(\eta, \zeta) - d^n g^{\sigma\gamma}(\eta, \zeta) b_{\gamma 2}(\eta, \zeta) \mathbf{g}_\sigma(\eta, \zeta), \quad \sigma, \gamma = 1, 2, \quad (32)$$

e a última coluna é dada por:

$$\frac{\partial}{\partial d^n} \mathbf{F}^{\text{Proj}}(\eta, \zeta, d^n) = \mathbf{n}(\eta, \zeta). \quad (33)$$

A aplicação do algoritmo de projecção a superfícies Bézier e Nagata difere essencialmente na definição das superfícies ($\mathbf{S}(\eta, \zeta)$ na equação (20)) e suas derivadas ($b_{\gamma\alpha}(\eta, \zeta)$). Para mais detalhes acerca da sua implementação para superfícies Bézier pode consultar-se [Heege, 1992] e para superfícies Nagata [Neto *et al.*, 2011]. A aplicação deste algoritmo a superfícies Bézier de grau livre revela-se robusta e eficiente. Como as superfícies Nagata apresentam sempre grau 2, em ambas as coordenadas paramétricas, é expectável que o número de operações envolvidas, em cada iteração, seja inferior ao número requerido na aplicação a superfícies Bézier de grau variável. Assim, opta-se por manter esta estratégia de detecção de contacto local quando as ferramentas são descritas com superfícies Nagata.

A Tabela 2 apresenta o resumo das principais operações envolvidas na gestão do contacto com atrito, na fase de *Previsão* e de *Correcção*. A fase de *Previsão* recorre ao algoritmo de detecção de contacto global e local enquanto a fase de *Correcção* apenas utiliza o algoritmo de detecção local. Na secção seguinte descreve-se o algoritmo de detecção de contacto global aplicado a superfícies de Bézier de grau variável, de modo a avaliar a sua aplicabilidade a superfícies Nagata.

Tabela 2. Principais operações envolvidas na gestão do contacto com atrito.

<p>Fase de Previsão</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. REPETIR para todos os nós previamente em contacto: <ol style="list-style-type: none"> 1.1. Actualizar o vector de referência de acordo com a actualização da posição das ferramentas; 1.2. Actualizar o referencial local e a distância normal de contacto; 1.3. Determinar o estatuto de contacto. 2. Resolver o sistema de equações; 3. Optimizar o tamanho do incremento, com a estratégia r_{\min} ; 4. Actualizar posição das ferramentas; 5. REPETIR para todos os nós com estatuto de contacto livre ou $d^n \neq 0$: <ol style="list-style-type: none"> 5.1. Algoritmo de detecção global: actualizar as superfícies candidatas; 5.2. Algoritmo de detecção local: calcular o vector de referência. <p>Fase de Correção</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. REPETIR para cada iteração até atingir o equilíbrio <ol style="list-style-type: none"> 1.1 REPETIR para todos os nós identificados como susceptíveis de estabelecer contacto: <ol style="list-style-type: none"> 1.1.1. Algoritmo de detecção local: calcular o vector de projecção; 1.1.2. Actualizar o referencial local e a distância normal de contacto; 1.1.3. Determinar o estatuto de contacto. 1.2. Resolver o sistema de equações; 1.3. Actualizar a configuração e as variáveis de estado.

3.2. Algoritmo de detecção de contacto global: superfícies Bézier

O algoritmo de detecção de contacto global implementado no programa DD3IMP, para ferramentas descritas com superfícies de Bézier, pode ser dividido em três passos: definição de uma grelha de pontos sobre cada superfície de cada ferramenta; cálculo das distâncias entre cada nó do corpo deformável e os pontos das grelhas e por último a selecção das superfícies candidatas ao contacto.

A grelha de pontos é definida sobre cada superfície de Bézier utilizada na descrição das ferramentas. No início de cada simulação, determina-se o grau máximo de todas as superfícies Bézier utilizadas na descrição das ferramentas, $G_{\eta}^{máx}$ e $G_{\zeta}^{máx}$, para cada uma das direcções paramétricas η e ζ , respectivamente. O número de divisões da grelha, ND , é determinado em função destes valores de acordo com a seguinte expressão:

$$ND_{\eta} = 2G_{\eta}^{\text{máx}} \text{ e } ND_{\zeta} = 2G_{\zeta}^{\text{máx}}. \quad (34)$$

A grelha de pontos construída sobre cada superfície, de cada ferramenta, apresenta um número divisões $ND_{\eta} \times ND_{\zeta}$, como se exemplifica na Figura 10. O número total de pontos para cada superfície é $(ND_{\eta} + 1) \times (ND_{\zeta} + 1)$. Uma vez definida a grelha de pontos sobre cada superfície, é calculada a distância entre o nó da malha do corpo deformável e cada ponto da grelha. O processo é repetido para todos os nós do corpo deformável candidatos a estabelecer contacto, de modo a determinar as dez superfícies mais próximas de cada nó. Para cada nó é armazenado o número de cada uma das dez superfícies candidatas ao contacto, bem como as coordenadas paramétricas do ponto da grelha mais próximo do nó, para cada superfície. Estas coordenadas são utilizadas como aproximação inicial para o algoritmo de projecção $(\hat{\eta}, \hat{\zeta})$, descrito na secção 3.1.

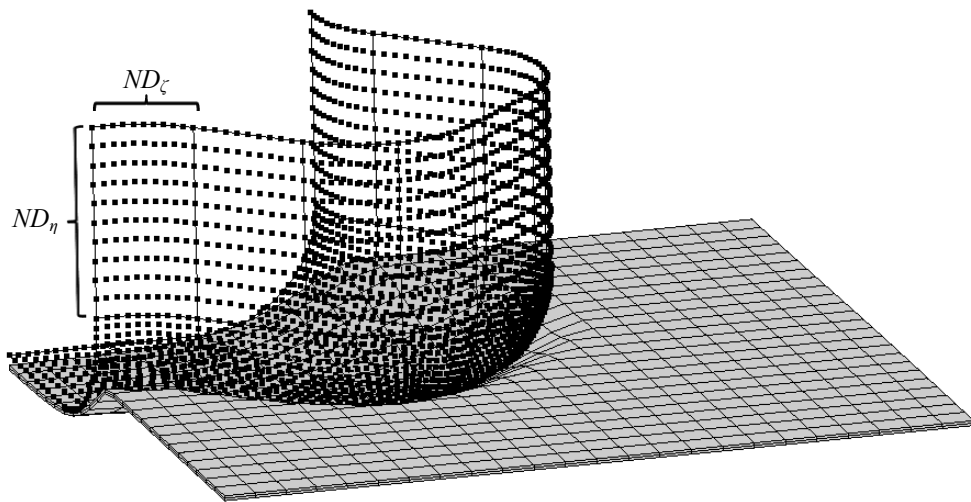


Figura 10. Grelha de pontos definida para cada uma das superfícies do punção.

Em resumo, os parâmetros numéricos deste algoritmo são: o número de divisões em cada direcção paramétrica, ND_{η} e ND_{ζ} e o número total de superfícies candidatas ao contacto \bar{S} , que é considerado fixo e igual a dez.

O algoritmo descrito foi testado com o exemplo de estampagem de uma taça em cruz, utilizando superfícies Bézier de grau livre e de grau 2. No caso das discretizações com superfícies de grau 2 foram testados os modelos descritos na secção 2.4. Nas secções seguintes descreve-se o exemplo numérico utilizado e os resultados obtidos.

3.2.1. Estampagem de uma taça de geometria cruciforme

A simulação numérica do processo de estampagem de uma taça em cruz pode ser dividida em 3 fases: aperto do cerra chapas; deslocamento do punção (60 mm) e retorno elástico. O modelo numérico utilizado considera apenas um quarto da geometria devido à simetria geométrica e material (ver Figura 5). O material da chapa a conformar é um aço macio (DC06) cujas propriedades são apresentadas na Tabela 3. A chapa tem uma dimensão total de $250 \times 250 \times 0,8$ mm. A discretização regular adoptada para um quarto da chapa é de $62 \times 62 \times 2$ elementos finitos hexaédricos, a que corresponde um total de 7688 elementos. O coeficiente de atrito entre a chapa e as ferramentas é de 0,03.

Tabela 3. Parâmetros do material da chapa utilizada na estampagem da taça em cruz.

Propriedades elásticas	Critério de plasticidade de Hill'48	Lei de encruamento de Swift: $\sigma = K(\bar{\varepsilon}^p + \varepsilon_0)^n$
$E = 210000$ MPa $\nu = 0,3$	$F = 0,251$ $G = 0,297$ $H = 0,703$ $L = M = 1,500$ $N = 1,290$	$K = 529,5$ MPa $\varepsilon_0 = 0,00439$ $n = 0,268$

Para este exemplo são analisados a evolução da força exercida pelo punção com o seu deslocamento e a espessura final da chapa ao longo da coordenada curvilínea, s , nas direcções X e X=Y representadas na Figura 11.

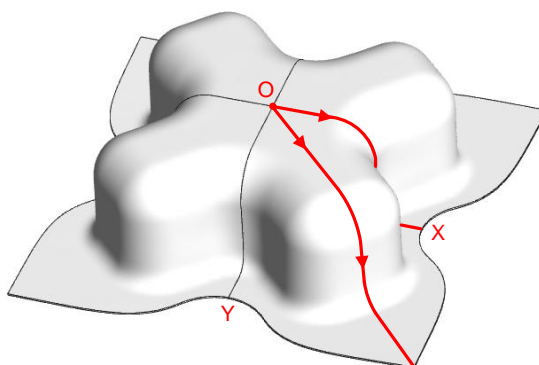


Figura 11. Coordenadas curvilíneas s utilizadas para a medição da espessura da chapa na estampagem da taça em cruz.

3.2.2. Aplicação a superfícies Bézier de grau 2

Os modelos obtidos por suavização das discretizações com elementos finitos quadrangulares com superfícies Bézier de grau 2 foram testados na simulação numérica do processo de estampagem de uma taça em cruz, descrito na secção anterior. Nesta secção discutem-se os resultados obtidos com as diferentes topologias de discretização poliédrica. Na análise de todos os resultados é utilizado como referência o resultado da simulação numérica realizada com a descrição das ferramentas com 64 superfícies de Bézier de grau variável (designada por Bézier GV).

A Figura 12 apresenta a evolução da força do punção com o seu deslocamento, para os modelos que utilizam discretizações estruturadas com superfícies de Bézier de grau 2.

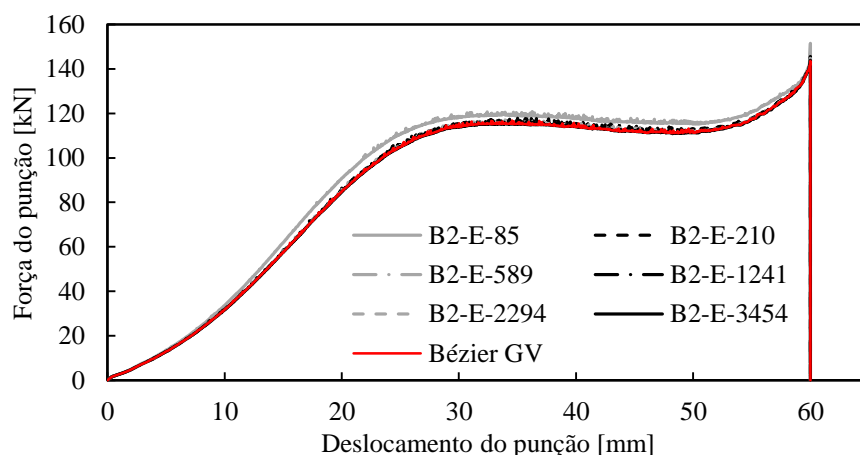


Figura 12. Evolução da força do punção com o deslocamento para discretizações com superfícies Bézier de grau 2 estruturadas.

Como se pode observar na Figura 12, apenas a discretização com 85 superfícies apresenta uma evolução ligeiramente diferente. Como foi referido na secção 2.4, esta discretização não respeita as regras estabelecidas em [Mendes, 2011], pelo que o erro geométrico deste modelo é muito superior ao das outras discretizações. A utilização de apenas um elemento na definição das zonas curvas conduz a um aumento do erro geométrico nessas zonas, i.e. a um aumento da curvatura [Mendes, 2011], o que resulta num aumento na força exercida pelo punção. Deste modo, também a distribuição da espessura da chapa apresenta valores muito diferentes dos obtidos com os restantes modelos, como se pode observar na Figura 13. Nesta figura observa-se uma maior redução da espessura da chapa, para as duas direcções analisadas, quando se utiliza o modelo B2-E-

85. Esta redução é mais acentuada na direcção X, uma vez que o erro geométrico é maior nas zonas toroidais da matriz [Mendes, 2011]. Globalmente, os resultados obtidos com os outros modelos apresentam diferenças negligenciáveis quando comparados com os resultados do modelo Bézier GV.

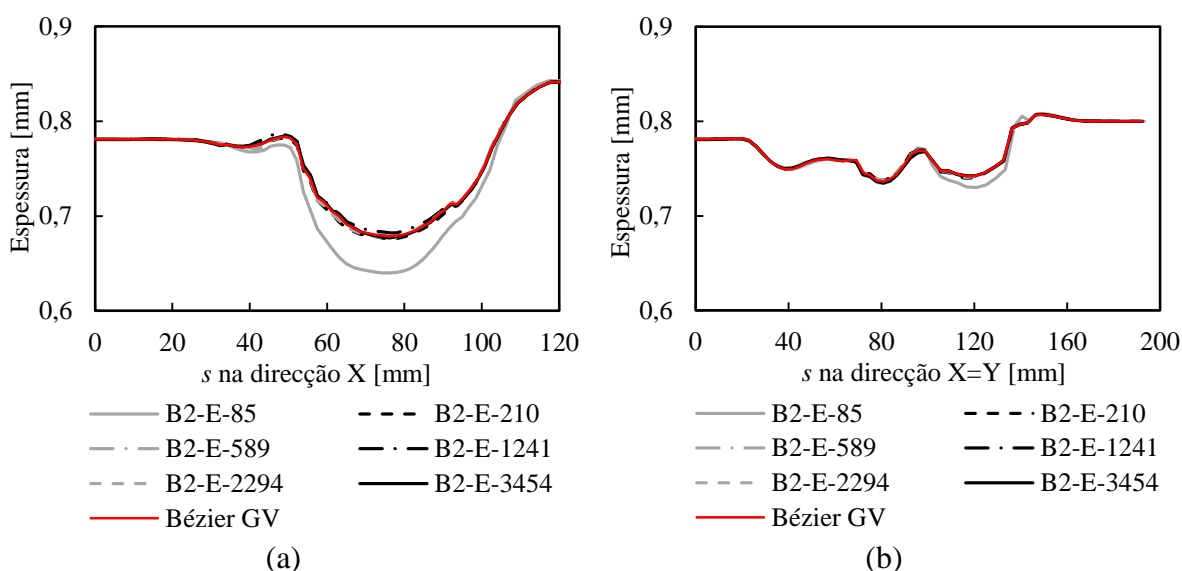


Figura 13. Distribuição da espessura da chapa para discretizações com superfícies Bézier de grau 2 estruturadas: (a) direcção X; (b) direcção X=Y.

Na Figura 14 são apresentados os resultados da evolução da força do punção com o seu deslocamento, correspondentes às discretizações não estruturadas com elementos finitos quadrangulares suavizadas com superfícies de Bézier de grau 2. Observa-se que não são detectadas diferenças para qualquer das discretizações não estruturadas utilizadas para descrever as ferramentas.

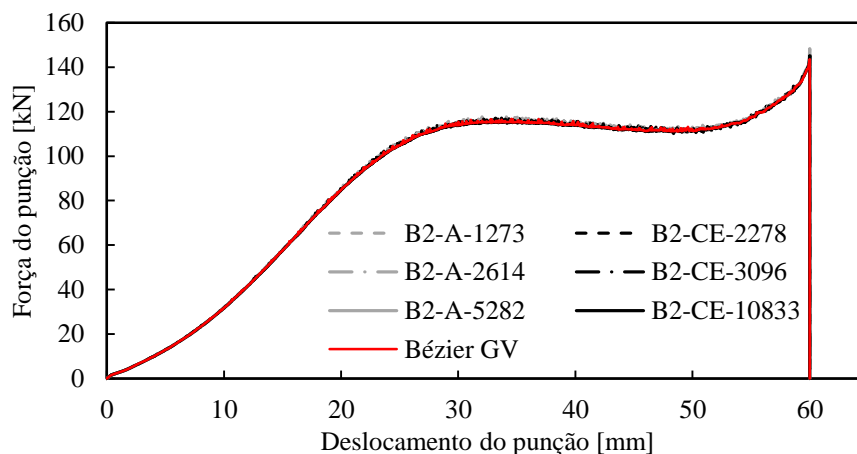


Figura 14. Evolução da força do punção com o deslocamento para discretizações com superfícies Bézier de grau 2 não estruturadas.

A distribuição espessura da chapa obtida com os diferentes modelos é apresentada na Figura 15, para as duas direcções estudadas. Observa-se que também esta variável local apresenta diferenças negligenciáveis entre todas as discretizações não estruturadas utilizadas e o resultado de referência (Bézier GV).

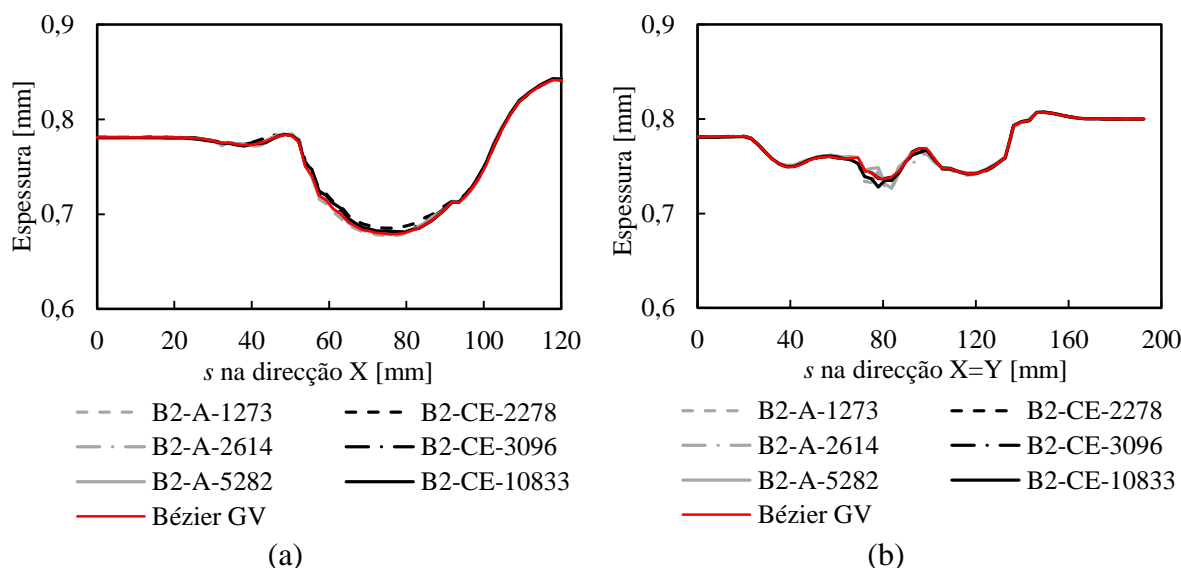


Figura 15. Distribuição da espessura da chapa para discretizações com superfícies Bézier de grau 2 não estruturadas: (a) direcção X; (b) direcção X=Y.

O algoritmo de contacto adoptado para superfícies Bézier considera que a actualização das superfícies candidatas ao contacto é realizada apenas quando o nó apresenta o estatuto de contacto livre ou uma distância normal de contacto diferente de zero, no final da fase de previsão (ver ponto 5 da fase de *Previsão* na Tabela 2). Com o aumento do número total de superfícies na descrição das ferramentas, observa-se uma redução da área total associada às dez superfícies candidatas (\bar{S}), o que pode conduzir facilmente à não detecção de contacto. Este facto só ocorre porque o conjunto de superfícies candidatas não é actualizado enquanto o nó permanece em contacto. A Figura 16 exemplifica esta situação para um nó potencial de contacto com a matriz, sendo que as dez superfícies candidatas a estabelecer contacto são apresentadas a cinzento claro. O nó estabelece contacto na posição de referência indicada na Figura 16 (a), para um deslocamento do punção de 13,61 mm, e permanece em contacto até um deslocamento de 24,27 mm. Para um deslocamento do punção de 24,32 mm, a posição de referência do nó é a indicada na Figura 16 (b). Nesta altura, o nó deveria estabelecer contacto com uma superfície que não faz parte do conjunto de candidatas. Uma vez que este conjunto não é

actualizado, nesse incremento o nó adquire o estatuto de contacto livre. No início do incremento seguinte, o conjunto de superfícies candidatas é actualizado, porque o nó tem o estatuto livre. A actualização deste conjunto garante que o nó estabelece novamente contacto. No entanto, importa realçar que no incremento anterior o nó apresenta um estatuto de contacto errado.

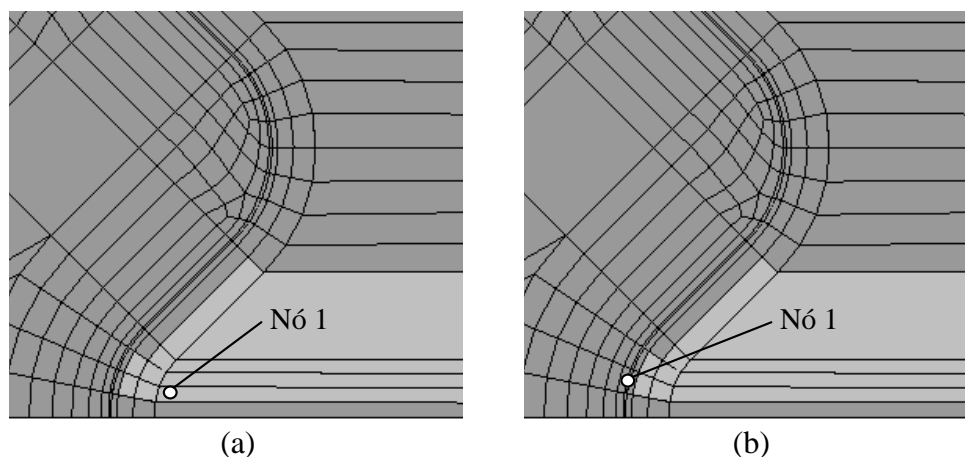


Figura 16. Actualização do conjunto de superfícies candidatas: (a) nó com projecção dentro do conjunto de superfícies candidatas; (b) nó com projecção fora do conjunto de superfícies candidatas.

Como esta é uma situação que ocorre pontualmente em cada nó (os vizinhos não são afectados no mesmo incremento), não influencia os resultados globais. Assim, a evolução prevista para a força do punção e a distribuição de espessuras não é afectada por esta incorrecção, tal como se mostra no início desta secção. A situação descrita está directamente relacionada com a dimensão das superfícies que descrevem a ferramenta, bem como com o deslizamento dos nós do corpo deformável. No caso das ferramentas descritas com superfícies Bézier de grau livre este problema é minimizado devido à grande dimensão das superfícies.

A análise da evolução das condições de contacto ao longo do processo de conformação permite ainda observar que existe uma outra situação que conduz à incorrecta detecção do contacto. De modo a ilustrar essa situação, a Figura 17 apresenta a distribuição das ferramentas candidatas ao contacto com a superfície inferior da chapa (potencial de contacto com a matriz), para um deslocamento do punção de 5 mm e de 55 mm. Na figura observa-se que a localização dos nós para os quais não é possível determinar a projecção na matriz é semelhante em ambas as configurações.

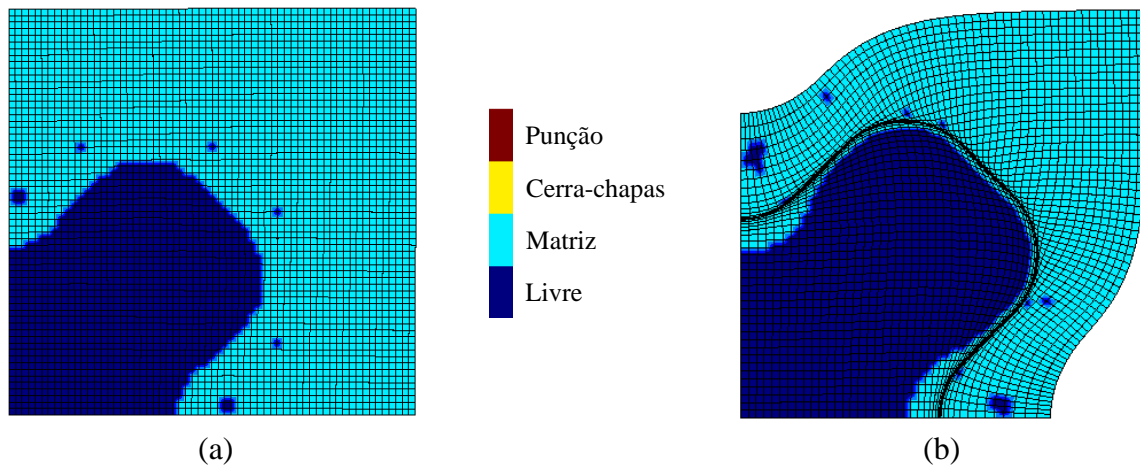


Figura 17. Ferramenta associada à projecção dos nós da chapa, candidatos a estabelecer contacto com a matriz, para a discretização B2-E-3454, após um deslocamento do punção de: (a) 5 mm; (b) 55 mm.

Este problema está associado à dimensão da grelha de pontos definida no algoritmo de contacto global, como descrito na secção 3.2. As superfícies de Bézier utilizadas para descrever as ferramentas apresentam $G_{\eta}^{máx} = G_{\zeta}^{máx} = 2$. Sendo assim, o número de divisões da grelha utilizada, para ambas as direcções paramétricas, é igual a 4. De modo a ilustrar esta situação, na Figura 18 representa-se a posição de referência de um dos nós do corpo de formável que apresenta estatuto de contacto livre na Figura 17. Observa-se que as dez superfícies candidatas seleccionadas pelo algoritmo de contacto global não englobam a superfície em que o ponto se encontra, porque existem dez superfícies com pontos da grelha mais próximos do nó.

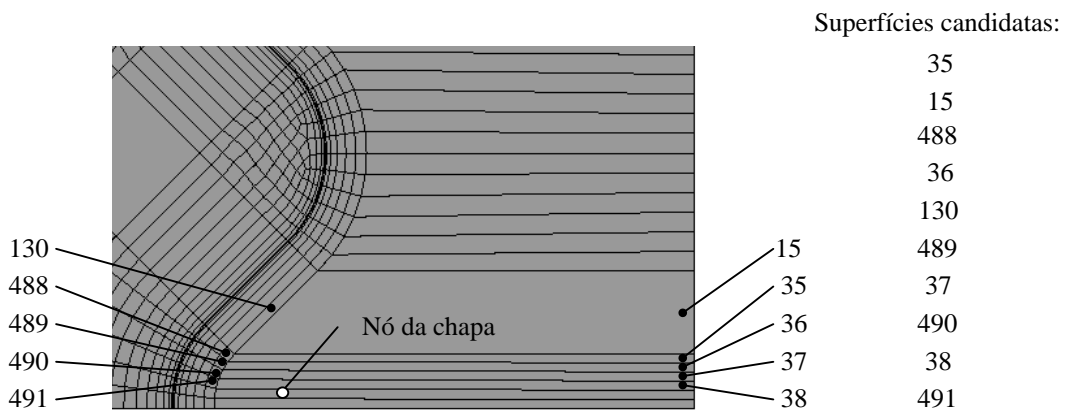


Figura 18. Selecção das superfícies candidatas numa descrição com superfícies Bézier de grau 2, com uma razão entre comprimento e largura das superfícies elevada (B2-E-3454).

Assim, conclui-se que o algoritmo de contacto global não é suficientemente eficaz na detecção do contacto entre a chapa e as ferramentas para este tipo de discretizações que

possuem uma razão entre o comprimento e a largura das superfícies muito elevada. De facto, importa realçar que este algoritmo foi desenvolvido para superfícies de Bézier de grau mais elevado, que normalmente envolvem discretizações com superfícies de maior dimensão. Em particular, este exemplo permite evidenciar a importância da relação entre o comprimento e a largura das superfícies. Na Figura 19 apresenta-se a ferramenta associada à projecção dos nós do corpo deformável candidatos a estabelecer contacto com a matriz, para as discretizações B2-E-85 e B2-E-589, para um deslocamento do punção de 55 mm. Para um menor número total de superfícies, a razão entre o comprimento e a largura das superfícies é menor, neste caso é de 9 e de 35, para as discretizações com 85 e 589 superfícies, respectivamente. Para a discretização B2-E-3454, apresentada na Figura 17, a razão é de 87. Assim, é possível confirmar que para menores razões entre o comprimento e a largura das superfícies este problema de detecção de contacto é minimizado.

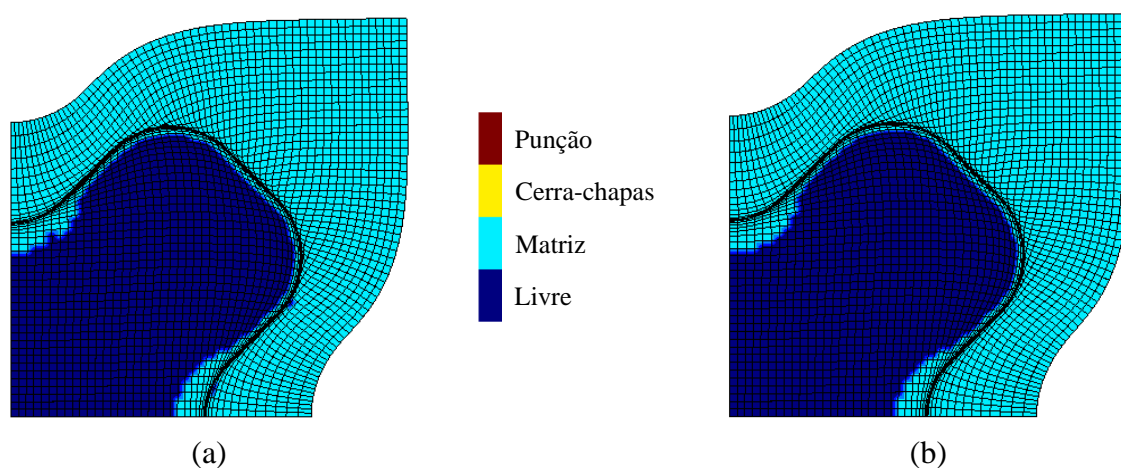


Figura 19. Ferramenta associada à projecção dos nós da chapa, candidatos a estabelecer contacto com a matriz para um deslocamento do punção de 55 mm com a discretização: (a) B2-E-85; (b) B2-E-589.

3.3. Algoritmo de detecção de contacto global: superfícies Nagata

O algoritmo de contacto global implementado no DD3IMP para as superfícies Nagata, foi desenvolvido a partir do algoritmo aplicado às superfícies de Bézier. No entanto, procura explorar o facto de o recurso à discretização poliédrica fornecer a conectividade das superfícies. Deste modo, a selecção das superfícies candidatas baseia-se na relação geométrica entre elas. O algoritmo pode ser dividido em três etapas: selecção de um determinado número de nós da ferramenta mais próximos do nó do corpo deformável e

aplicação da conectividade inversa aos nós seleccionados para determinar as superfícies que lhes estão associadas; definição de uma grelha de pontos sobre cada uma das superfícies de cada ferramenta e, por último, selecção das \bar{S} superfícies candidatas ao contacto baseada na distância entre os nós do corpo deformável e a grelha.

Na primeira etapa do algoritmo de detecção de contacto global, determina-se a distância do nó do corpo deformável aos nós das ferramentas candidatas ao contacto. A Figura 20 apresenta um exemplo dos nós resultantes da descrição do punção com superfícies Nagata, os quais são utilizados na primeira etapa do algoritmo global. Para cada nó do corpo deformável é seleccionado o conjunto NN de nós das ferramentas mais próximos. Com base na análise das discretizações, opta-se por considerar $NN = 5$, ou seja, seleccionam-se os 5 nós mais próximos. A cada nó da ferramenta é associado um conjunto de superfícies, com base na conectividade inversa. No entanto, este número de superfícies pode ser ainda demasiado elevado para definir o conjunto total de superfícies candidatas (\bar{S}). De modo a garantir a correcta selecção das superfícies mais próximas, na segunda etapa, o algoritmo implementado constrói uma grelha de pontos sobre cada superfície, seguindo a mesma formulação adoptada para as superfícies Bézier. Como as superfícies Nagata apresentam grau de interpolação 2 em ambas as direcções paramétricas, considera-se $ND_\eta = ND_\zeta = ND = 2$. Este valor foi seleccionado por permitir identificar para além dos vértices da superfície também o ponto central e os pontos médios. Opta-se por um número de pontos da grelha para cada superfície menor do que o utilizado para as superfícies Bézier de grau livre, porque as superfícies apresentam em geral uma dimensão menor. A Figura 21 apresenta a distribuição dos pontos da grelha para superfícies Nagata triangulares e quadrangulares, no domínio paramétrico. Para superfícies quadrangulares o número de pontos da grelha é de $(ND + 1)(ND + 1) = 9$, como se mostra na Figura 21 (a). Para superfícies triangulares, como o domínio paramétrico é menor, o número reduz-se a 6.

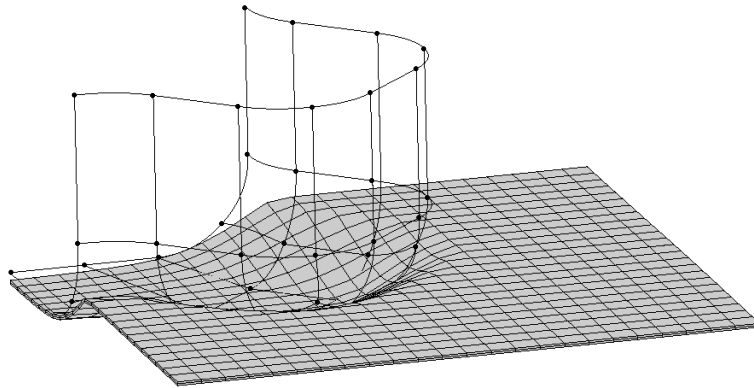


Figura 20. Nódos resultantes da descrição do punção com superfícies Nagata.

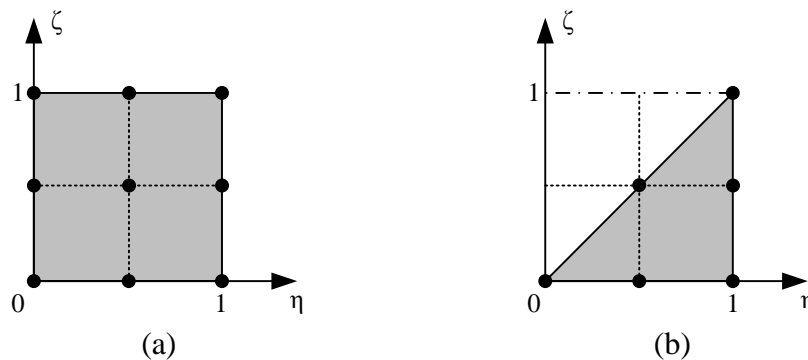


Figura 21. Representação da grelha de pontos utilizada no algoritmo de detecção de contacto global aplicado a superfícies Nagata, no domínio paramétrico de uma superfície: (a) quadrangular; (b) triangular.

Com base na distância determinada entre cada ponto da grelha de cada superfície e o nó do corpo deformável, podem ser seleccionadas as \bar{S} superfícies candidatas. Neste caso opta-se por testar um valor variável para o número de superfícies candidatas, \bar{S} . Para tal, procede-se à ordenação das superfícies por distância ao nó do corpo deformável, de forma crescente. Caso a superfície ordenada na sétima posição tenha uma distância, d_7 , ao nó do corpo deformável trinta vezes superior ao tamanho do incremento $\Delta\delta$, o número total de superfícies candidatas é de apenas seis. Caso esta condição não se verifique, são seleccionadas as 10 superfícies mais próximas.

$$\bar{S} = \begin{cases} 6, & \text{se } d_7 > 30\Delta\delta \\ 10 & \end{cases} \quad (35)$$

Para cada nó, é armazenado o número de cada uma das \bar{S} superfícies candidatas, bem como as coordenadas paramétricas de cada um dos pontos da grelha mais próximos. Esta informação é utilizada como aproximação inicial para o algoritmo de projecção, apresentado na secção 3.1. Em resumo, o algoritmo de detecção de contacto global para

superfícies Nagata apresenta os seguintes parâmetros numéricos: o número de nós das ferramentas mais próximos, NN , o número de divisões, ND , e o número total de superfícies candidatas ao contacto, \bar{S} .

Em função dos resultados apresentados na secção anterior, opta-se por actualizar o conjunto de superfícies candidatas ao contacto em cada incremento, independentemente do estatuto de contacto do nó. Esta opção aumenta o número de cálculos a efectuar em cada incremento, o que pode conduzir a um aumento do tempo de simulação. No entanto, adopta-se esta estratégia, uma vez que as incorrecções na detecção do contacto podem resultar em instabilidades numéricas acrescidas e mesmo em problemas de convergência.

3.3.1. Aplicação à estampagem de uma taça de geometria cruciforme

Este algoritmo foi testado utilizando interpolações Nagata das discretizações estruturadas, com elementos finitos quadrangulares, apresentadas na secção 2.4. Na Figura 22 apresenta-se a ferramenta associada à projecção dos nós candidatos a estabelecer contacto com a matriz, para a discretização NQ-E-589, em dois instantes distintos da simulação. Observa-se que existem zonas da matriz para as quais os nós do corpo deformável conseguem estabelecer contacto. A mesma discretização poliédrica da ferramenta, suavizada com superfícies Bézier de grau 2, não apresenta estes problemas de detecção de contacto, como se mostra na Figura 19.

As razões para a não detecção de contacto são distintas para as zonas assinaladas como 1 e 2 na Figura 22. Os nós localizados na zona 1 não detectam contacto devido ao número limite de seis superfícies candidatas, associado à condição imposta pela Equação (35). Para ilustrar este problema, apresenta-se na Figura 23 a posição de referência de um nó nesta zona, designado por Nó 1. Apresenta-se também a ordenação das superfícies candidatas ao contacto com este nó. Observa-se que a superfície correcta de contacto encontra-se na sétima posição, logo não é englobada no grupo das seis superfícies candidatas. Em função deste resultado optou-se por adoptar o mesmo número fixo de superfícies candidatas ao contacto do algoritmo para superfícies Bézier, ou seja, $\bar{S} = 10$.

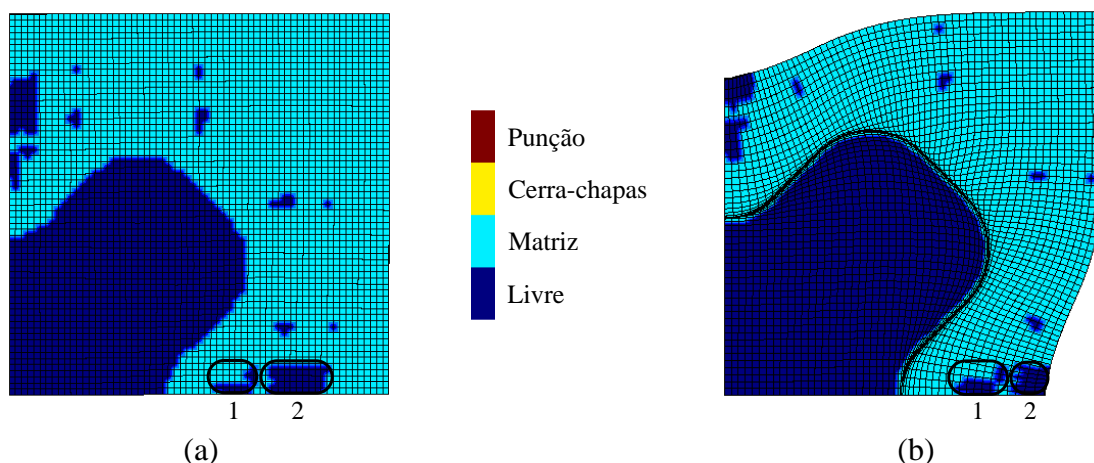


Figura 22. Ferramenta associada à projecção dos nós da chapa candidatos a estabelecer contacto com a matriz, para a discretização NQ-E-589, após um deslocamento do punção de: (a) 5 mm; (b) 45 mm.

Os nós localizados na zona 2 da Figura 22 não detectam contacto com a ferramenta devido ao número insuficiente de nós da ferramenta mais próximos ($NN = 5$). Para ilustrar este problema, apresenta-se na Figura 23 a posição de referência de um nó localizado nesta zona, designado por Nó 2, bem como a ordenação das superfícies candidatas ao contacto com este nó. Observa-se que após a aplicação da conectividade inversa aos 5 nós da ferramenta mais próximos, a superfície correcta (26) não faz sequer parte do conjunto de superfícies seleccionadas para o cálculo da distância. Assim, optou-se por proceder a uma optimização dos parâmetros numéricos do algoritmo: número de nós mais próximos NN e número de divisões ND , com base nos resultados obtidos. A secção seguinte descreve o procedimento adoptado.

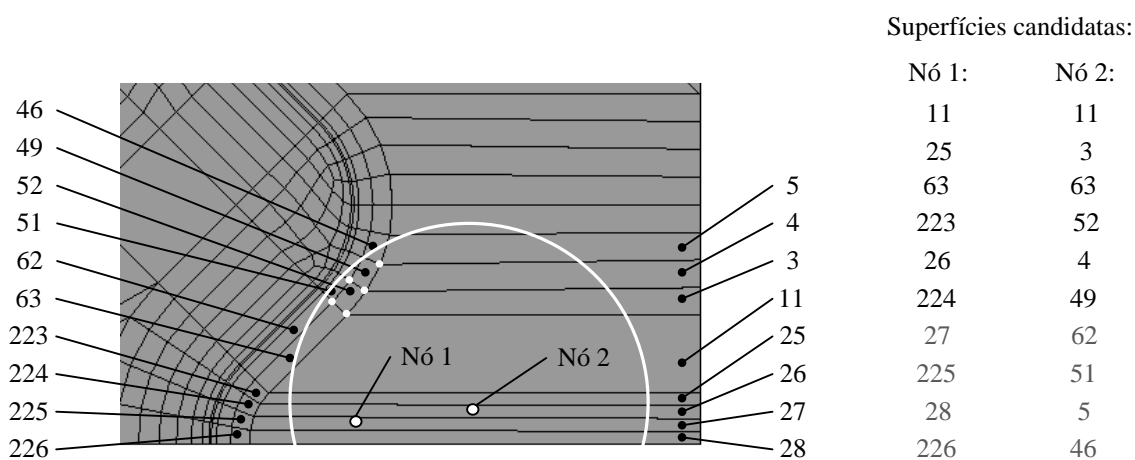


Figura 23. Selecção das superfícies candidatas numa discretização que apresenta superfícies com razão ente comprimento e largura igual a 35 (NQ-E-589).

3.3.2. Optimização de parâmetros numéricos

O número de nós mais próximos NN é o primeiro parâmetro numérico do algoritmo a ser optimizado, de modo a garantir que a superfície de contacto é englobada no conjunto de superfícies seleccionadas, através da conectividade inversa. Uma vez seleccionado um conjunto suficientemente vasto de superfícies, é necessário optimizar o número de divisões da grelha ND , de modo a garantir que a superfície de contacto é englobada no conjunto \bar{S} de dez superfícies candidatas. De facto, o número de divisões da grelha ND controla, de forma indirecta, a ordem pela qual as superfícies candidatas são escolhidas. Um número de divisões da grelha ND constante pode penalizar a distância a superfícies de maior dimensão.

Com base nos resultados apresentados na secção 3.2.2, opta-se por proceder à optimização destes parâmetros numéricos considerando a razão máxima entre comprimento e largura das superfícies, utilizadas para descrever as ferramentas. Assim, procedeu-se ao cálculo da razão máxima $R_{\text{máx}}$, entre o comprimento e a largura, para cada uma das discretizações estruturadas consideradas no estudo. Para cada um dos modelos é determinado o número mínimo de nós mais próximos, NN , que garante que a superfície de contacto é englobada no conjunto global de superfícies candidatas, seleccionadas com base na conectividade inversa. A Figura 24 (a) apresenta a evolução do valor mínimo determinado para NN , em função de $R_{\text{máx}}$. Com base nestes valores, procedeu-se à determinação de uma função de ajuste, que assegure que o número mínimo de nós mais próximos, NN , é correctamente avaliado em função da razão $R_{\text{máx}}$ das superfícies utilizadas no modelo. A função determinada é igualmente apresentada na Figura 24 (a), e corresponde a:

$$NN=5+\text{int}(0,015\times R_{\text{máx}}^2), \quad (36)$$

em que $\text{int}()$ é a função que transforma um número real num inteiro. Deste modo, o parâmetro numérico número de nós mais próximos, NN , varia de acordo com a razão máxima entre comprimento e largura das superfícies utilizadas para descrever as ferramentas, $R_{\text{máx}}$. O número mínimo de nós mais próximos é igual a 5. Uma vez que cada ferramenta pode apresentar características distintas, opta-se por determinar a razão máxima

para cada ferramenta $RF_{m\acute{a}x}$, de modo a seleccionar um número de nós NN distinto para cada ferramenta, de acordo com a Equação (36).

Este procedimento é repetido para o número de divisões da grelha ND . Assim, para cada discretização estruturada é determinado o número mínimo de divisões da grelha que garante que a superfície de contacto está entre as dez superfícies candidatas. A Figura 24 (b) apresenta a evolução do valor mínimo determinado para ND , em função de $R_{m\acute{a}x}$. Com base nestes valores, procedeu-se à determinação de uma função de ajuste, que assegure que o número de divisões da grelha, ND , é correctamente avaliado em função da razão $R_{m\acute{a}x}$ das superfícies utilizadas no modelo. A função de ajuste determinada é igualmente apresentada na Figura 24 (b), e corresponde a:

$$ND = \text{int} \left[\max \left(2, \frac{R_{m\acute{a}x}}{10} \right) \right], \quad (37)$$

onde $\max(,)$ é a função que determina o máximo entre dois valores. Deste modo, a função adoptada garante que o número de divisões da grelha nunca é inferior a dois. Neste caso opta-se por considerar apenas a razão máxima avaliada para todas as ferramentas na determinação do valor de ND . Assim, a grelha de pontos definida em cada superfície tem sempre o mesmo número de pontos, independentemente da ferramenta associada. O cálculo das distâncias entre o nó da chapa e os pontos da grelha, associados às superfícies pré-seleccionadas, permite reduzir o conjunto de superfícies seleccionadas às $\bar{S} = 10$ mais próximas.

A optimização descrita para os parâmetros numéricos permite eliminar todos os problemas na detecção de contacto observados anteriormente. A título de exemplo, apresenta-se na Figura 25 a ferramenta associada à projecção dos nós candidatos a estabelecer contacto com a matriz, para a discretização NQ-E-3454, em dois instantes distintos da simulação. É escolhida esta discretização por ser a que utiliza superfícies com maior razão entre o seu comprimento e largura, $R_{m\acute{a}x} = 87$. Observa-se que é possível identificar uma superfície candidata ao contacto para todos os nós do corpo deformável. Na Figura 17 apresentou-se a mesma distribuição para a descrição das ferramentas B2-E-3454, para a qual era visível a incorrecção na selecção de superfícies potenciais de contacto. A diferença nos resultados obtidos com os dois algoritmos está associada à utilização de um número superior de pontos da grelha ($ND = 9$) para as superfícies Nagata.

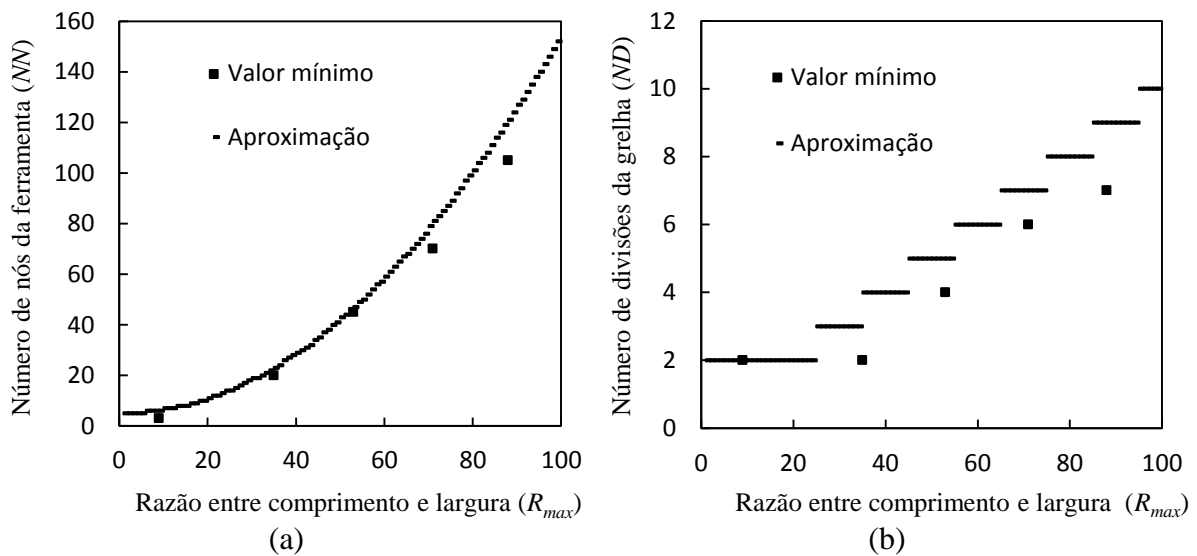


Figura 24. Evolução e ajuste do valor mínimo dos parâmetros numéricos do algoritmo de contacto aplicado a superfícies Nagata: (a) número de nós da ferramenta; (b) número de divisões da grelha.

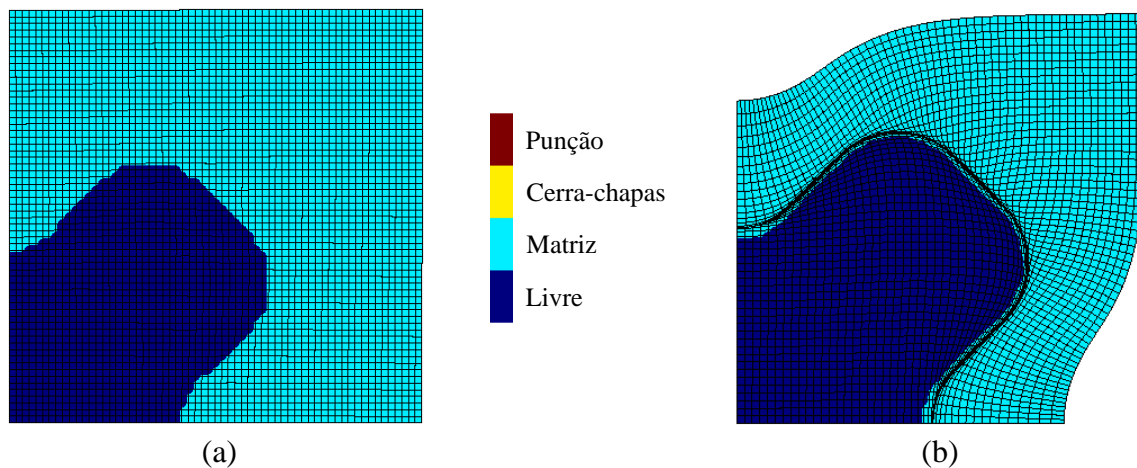


Figura 25. Ferramenta associada à projecção dos nós da chapa candidatos a estabelecer contacto com a matriz, para a discretização NQ-E-3454, após um deslocamento do punção de: (a) 5 mm; (b) 45 mm.

3.3.3. Validação do algoritmo de contacto

Nesta secção apresentam-se os resultados obtidos na simulação numérica da estampagem de uma taça em cruz, com os modelos obtidos com discretizações estruturadas e não estruturadas, compostas por elementos finitos quadrangulares suavizadas com superfícies Nagata. Tal como na análise para superfícies Bézier de grau 2, utiliza-se como referência o resultado da simulação numérica realizada com a descrição das ferramentas com superfícies de Bézier de grau variável (designada por Bézier GV).

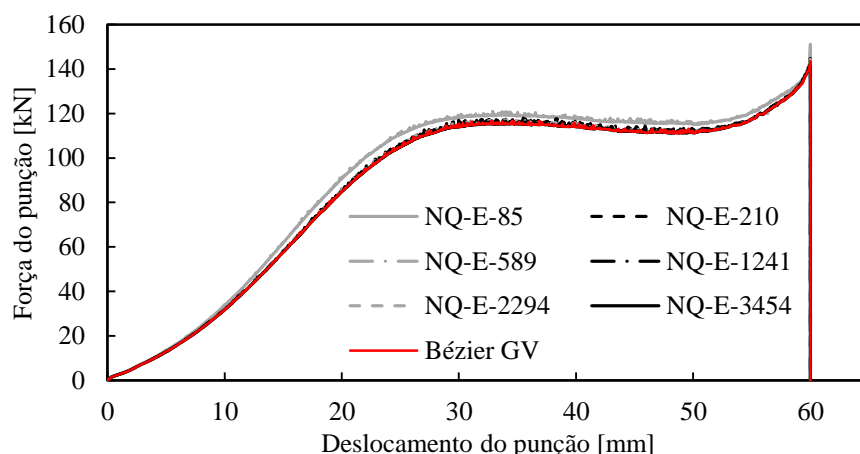


Figura 26. Evolução da força do punção com o deslocamento para discretizações com superfícies Nagata quadrangulares estruturadas.

A Figura 26 mostra a evolução da força exercida pelo punção com o seu deslocamento. Observa-se, que apenas a discretização NQ-E-85 apresenta uma evolução distinta da obtida com a discretização com superfícies de Bézier de grau variável. Este resultado é idêntico ao obtido para esta discretização suavizada com superfícies de Bézier de grau 2 (secção 3.2.2). Tal como foi referido anteriormente, esta discretização conduz a um erro geométrico demasiado elevado. Deste modo, a discretização NQ-E-85 também conduz a uma maior redução da espessura da chapa para as duas direcções estudadas, como se pode observar na Figura 27. A maior redução de espessura resulta da diferente curvatura das superfícies, que conduzem a um ligeiro aumento da força do punção, necessária para promover o escoamento do material, o que provoca um maior estiramento da chapa. As diferenças entre os outros modelos são negligenciáveis.

A Figura 28 apresenta a distribuição de erro geométrico obtida para as discretizações NQ-E-85 (Figura 28 (a)) e NQ-E-210 (Figura 28 (b)). O erro geométrico foi determinado com recurso a um algoritmo que calcula a distância, δ_{geo} , entre os pontos de uma grelha definida na superfície do modelo gerado e a geometria das ferramentas proveniente do CAD [Neto *et al.*, 2011]. Como se pode observar, para a discretização NQ-E-85 os erros geométricos máximos são da ordem dos 1,134 mm e ocorrem na zona de dupla curvatura. Para a mesma zona, a discretização NQ-E-210 apresenta um erro geométrico de 0,081 mm, ou seja, uma ordem de grandeza inferior.

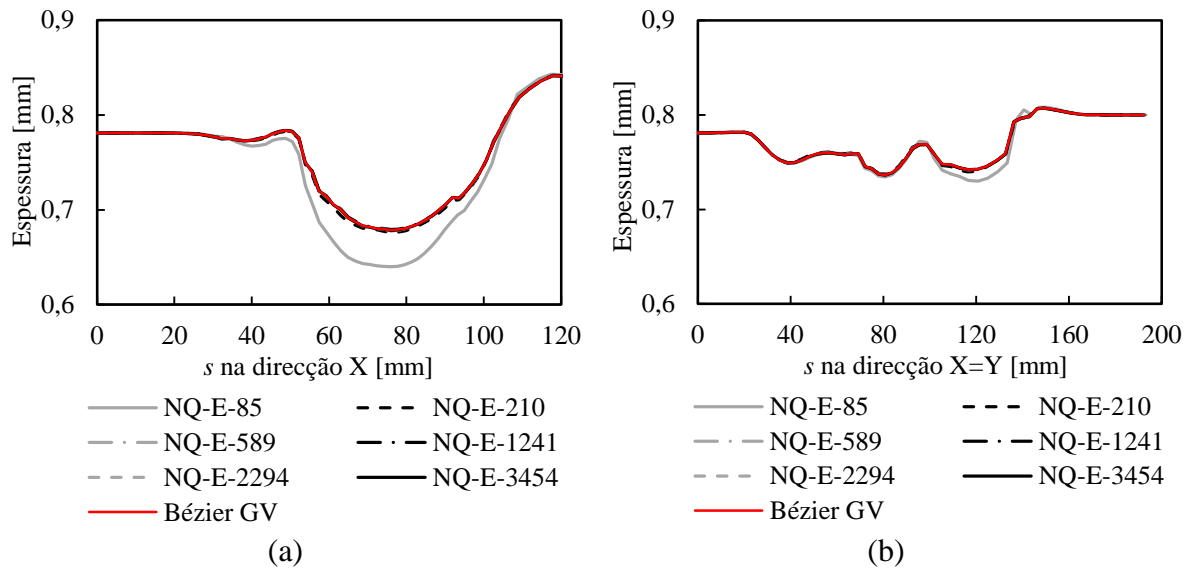


Figura 27. Distribuição da espessura da chapa para discretizações com superfícies Nagata quadrangulares estruturadas: (a) direcção X; (b) direcção X=Y.

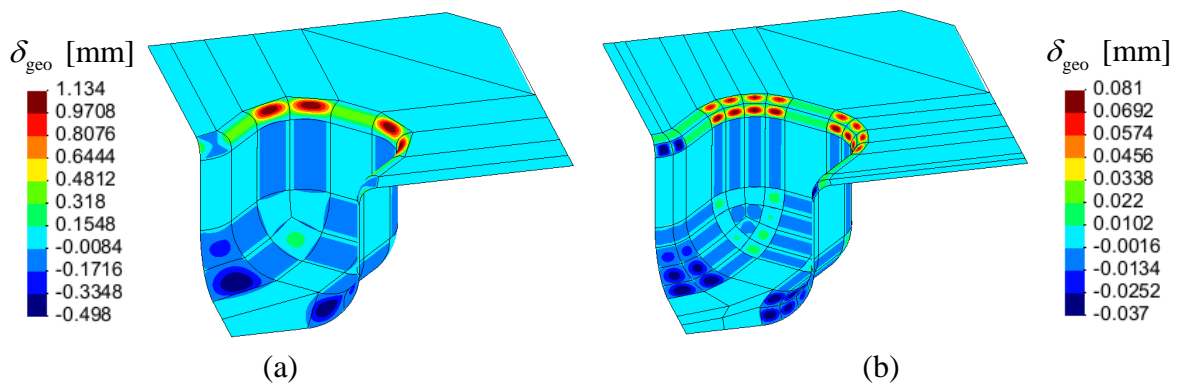


Figura 28. Distribuição do erro geométrico observado nas discretizações: (a) NQ-E-85; (b) NQ-E-210.

Na Figura 29 são apresentados os resultados da evolução da força do punção correspondentes às discretizações não estruturadas, construídas com elementos finitos quadrangulares e suavizadas com superfícies de Nagata.

À semelhança do que acontecia com as descrições não estruturadas com superfícies de Bézier de grau 2, também as descrições com superfícies Nagata apresentam diferenças na evolução da força do punção negligenciáveis. Na Figura 30 apresenta-se a distribuição de espessura, para as duas secções em análise. Também para esta variável local não são observadas diferenças entre as discretizações não estruturadas com superfícies de Nagata e a descrição com superfícies Bézier de grau variável. As descrições com superfícies Nagata apresentam uma melhor aproximação do que as discretizações com superfícies de Bézier de grau 2 (ver Figura 15 para comparação). Este resultado pode estar

relacionado com a opção de proceder à actualização do conjunto de superfícies candidatas, em cada incremento, no caso do algoritmo implementado para superfícies Nagata.

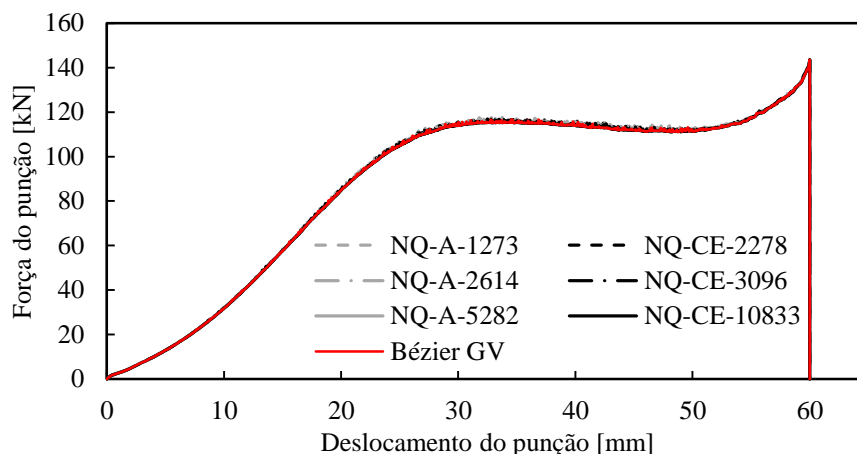


Figura 29. Evolução da força do punção com o deslocamento para discretizações com superfícies Nagata quadrangulares não estruturadas.

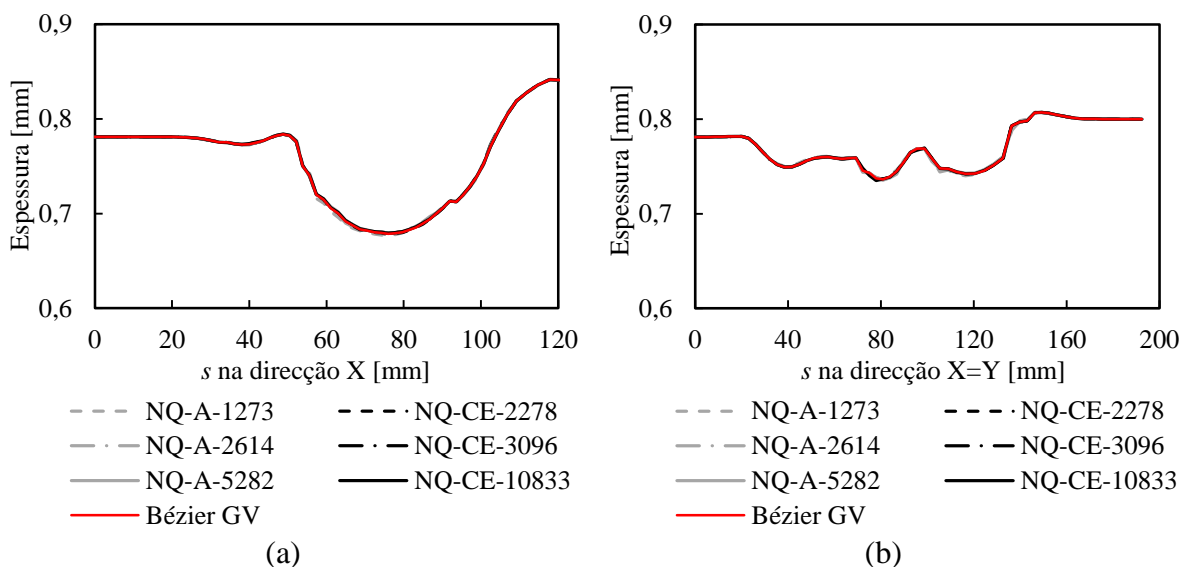


Figura 30. Distribuição da espessura da chapa para discretizações com superfícies Nagata quadrangulares não estruturadas: (a) direcção X; (b) direcção X=Y.

4. ANÁLISE DE PERFORMANCE

Neste capítulo apresentam-se resultados relativos à análise de performance, em termos de precisão dos resultados e de tempo de simulação, do algoritmo de detecção de contacto global aplicado a superfícies Nagata. Na primeira secção procura avaliar-se o impacto de proceder à suavização das discretizações com superfícies Nagata. Para tal, são analisados os resultados de discretizações com elementos finitos quadrangulares, estruturadas e não estruturadas, suavizadas com superfícies Bézier de grau 1 (aproximação linear idêntica à discretização poliédrica) e grau 2 e com superfícies Nagata. Na segunda secção analisa-se a influência do tipo de elementos finitos seleccionados para proceder à discretização das superfícies. Para tal, são analisados os resultados de discretizações com elementos finitos triangulares, estruturadas e não estruturadas, e mistas, suavizadas com superfícies Nagata. Por fim, apresenta-se a análise de um caso de estudo que envolve ferramentas de estampagem de geometria complexa, com detalhes geométricos de diferentes dimensões.

Todas as simulações foram realizadas numa máquina com um processador Intel® Core™ i7 (4 núcleos, 3.07 GHz), com sistema operativo Windows 7 Professional. Cada modelo foi executado apenas uma vez, mas como o programa utiliza directivas de OpenMP, opta-se por associar a cada resultado de tempo de simulação uma barra de erro de 2%. Este valor foi calculado com base nos resultados de três simulações realizadas nas mesmas condições. A gama de variação de tempo de utilização do processador foi determinada com base na diferença entre o tempo médio e o tempo de cada uma simulação. Este valor está de acordo com resultados obtidos anteriormente para outro processador [Menezes *et al.*, 2011].

4.1. Estudo do impacto da suavização das superfícies

De modo a avaliar a influência da suavização das superfícies na discretização das ferramentas, foram realizadas simulações numéricas da estampagem de uma taça de geometria cruciforme com os modelos obtidos por suavização das discretizações com elementos finitos quadrangulares com superfícies Bézier de grau 1. Tal como nas análises

realizadas anteriormente, utiliza-se como referência o resultado da simulação numérica que considera a descrição das ferramentas com superfícies de Bézier de grau variável (designada por Bézier GV).

Na Figura 31 apresenta-se a evolução da força exercida pelo punção em função do seu deslocamento, para as discretizações estruturadas com superfícies de Bézier de grau 1.

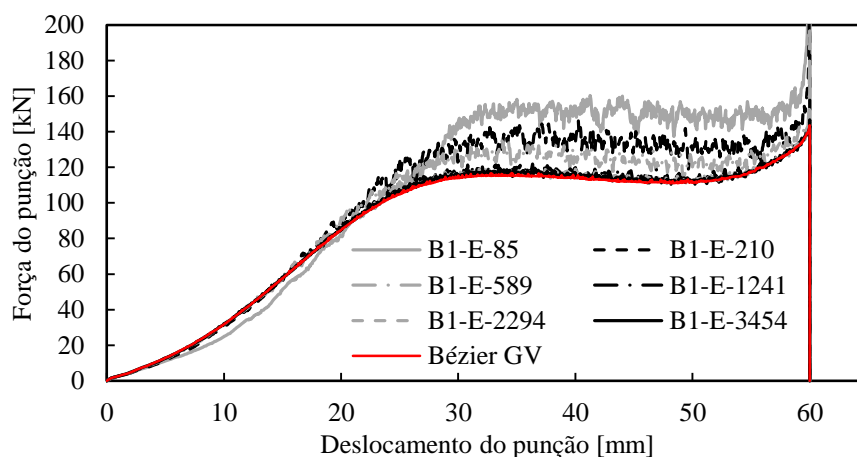


Figura 31. Evolução da força do punção com o deslocamento para discretizações com superfícies Bézier de grau 1 estruturadas.

Como se pode observar na Figura 31, é necessário recorrer a um elevado número de elementos finitos para obter uma correcta aproximação para a evolução da força do punção em função do seu deslocamento. De facto, apenas as descrições B1-E-1241, B1-E-2294 e B1-E-3454 conduzem a evoluções idênticas à obtida para o modelo Bézier GV. Todos os outros modelos conduzem a evoluções na força do punção caracterizadas por um grande número de oscilações, associadas à incorrecta previsão da evolução do contacto. A discretização B1-E-85 apresenta na primeira fase do processo, correspondente essencialmente a dobragem (até 25 mm), uma previsão para o valor da força do punção inferior ao obtido para todos os outros modelos. A análise dos resultados obtidos com a suavização deste modelo com superfícies Bézier de grau 2 (ver Figura 12) ou Nagata (Figura 26), indicam que nesse caso este modelo prevê um valor de força maior. Este efeito está relacionado com o facto de o modelo linear conduzir a uma aproximação para o raio de curvatura da matriz interior ao círculo, enquanto que os modelos quadráticos conduzem a uma aproximação exterior [Neto, 2010; Mendes, 2011]. Na fase de estampagem, a força exercida pelo punção aumenta devido à rugosidade artificial existente na superfície das

ferramentas, introduzida pela discretização, e que dificulta o escoamento do material. Na fase final, de calibração do fundo da taça, observa-se um forte aumento do valor da força de estampagem para os modelos com discretizações mais grosseiras. Este aumento resulta da irregularidade no valor da folga existente entre a matriz e o punção, que é influenciada pela discretização adoptada para estas ferramentas. Nesta fase do processo de estampagem, algumas zonas da chapa são submetidas a fortes estados de compressão devido à reduzida folga entre o punção e a matriz, o que conduz ao forte aumento da força do punção. Globalmente, observa-se que a suavização dos modelos poliédricos mais grosseiros com interpolações quadráticas permite minimizar o erro geométrico.

Na Figura 32 apresentam-se os resultados obtidos para a evolução da espessura da chapa ao longo das direcções X e X=Y. A discretização B1-E-85 é a que conduz a maiores diferenças na distribuição de espessura, em particular na direcção X. A forte redução de espessura prevista na zona de curvatura do punção ($s \approx [31.5; 44.5]$ na direcção X e $s \approx [71.0; 81.0]$ na direcção X=Y) está relacionada com a forte redução da folga entre a matriz e o punção, induzida pela discretização não conforme das duas ferramentas (ver Figura 6). A forte redução de espessura na parede vertical resulta da rugosidade artificial induzida pelo erro geométrico. As três discretizações mais refinadas (B1-E-2294 e B1-E-3454) apresentam uma boa correlação com os resultados obtidos pelo modelo com a ferramenta descrita com superfícies de Bézier de grau variável.

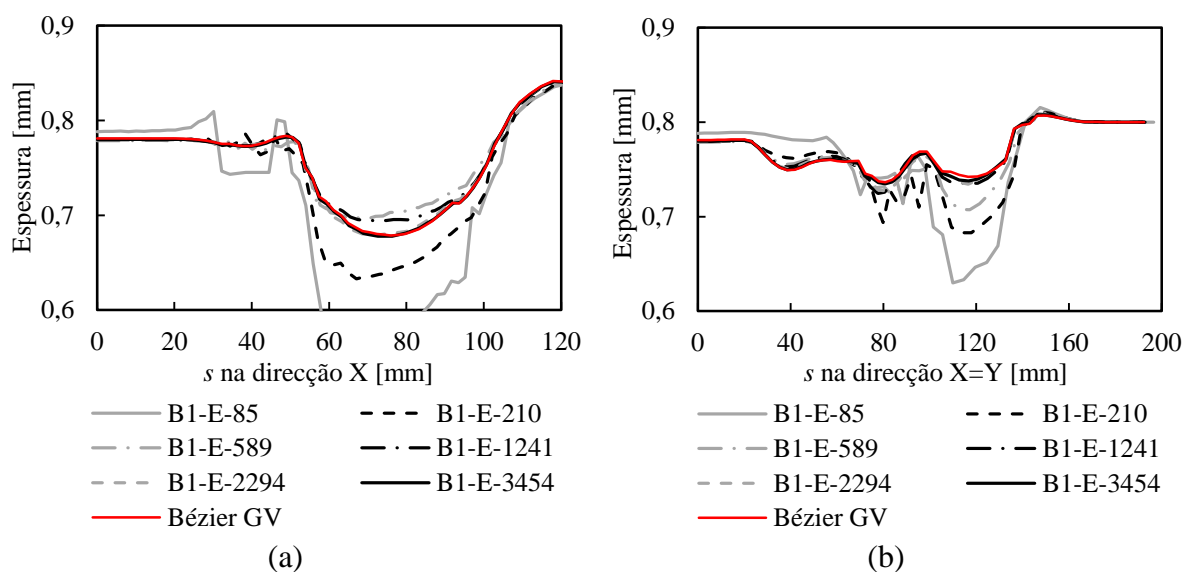


Figura 32. Distribuição da espessura da chapa para discretizações com superfícies Bézier de grau 1 estruturadas: (a) direcção X; (b) direcção X=Y.

A Figura 33 apresenta a evolução da força do punção com o seu deslocamento, prevista pelos modelos que utilizam discretizações não estruturadas, suavizadas com superfícies de Bézier de grau 1.

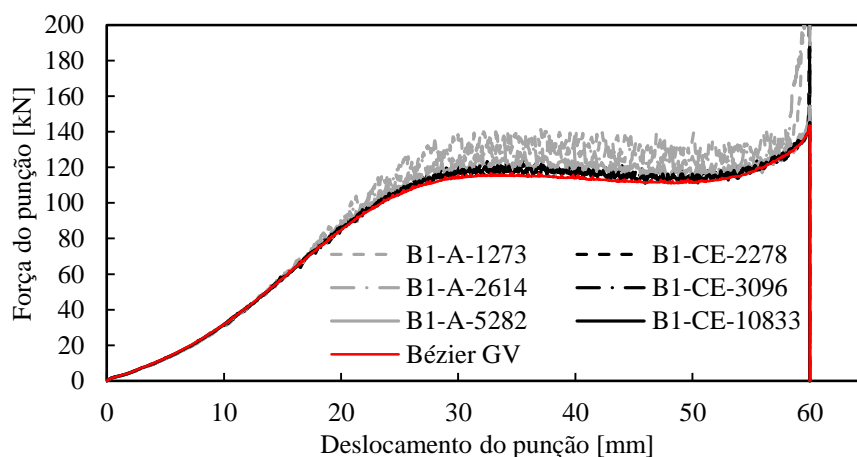


Figura 33. Evolução da força do punção com o deslocamento para discretizações com superfícies Bézier de grau 1 não estruturadas.

Neste caso, observa-se que apenas as discretizações baseadas no erro da corda conduzem a uma boa aproximação ao resultado obtido com o modelo com superfícies Bézier de grau variável. De facto, este método permite discretizar as zonas curvas com mais elementos (ver Figura 7), reduzindo assim o erro geométrico em relação às discretizações obtidas de forma automática. Todas as discretizações geradas de forma automática apresentam valores de força do punção superiores à referência, o que está também neste caso, associado à rugosidade artificial induzida pelo erro geométrico. As discretizações que utilizam um menor número de elementos conduzem a previsões de evolução de força do punção mais irregulares, devido à rugosidade artificial. A não conformidade entre a discretização do punção e da matriz (ver Figura 7) reduz o valor da folga existente entre as duas ferramentas, o que resulta no forte aumento da força do punção na fase de calibração do fundo da taça. O aumento da força ocorre para valores de deslocamento menores no caso das discretizações não estruturadas automáticas (comparar Figura 31 com a Figura 33) porque é mais fácil gerar não conformidades entre as ferramentas com discretizações não estruturadas.

Na Figura 34 apresenta-se a distribuição de espessura ao longo das duas direcções pré-definidas, no final do processo de estampagem. Observa-se que, globalmente, as discretizações baseadas no erro da corda conduzem a resultados mais

próximos da referência. No caso das discretizações automáticas com um menor número de elementos (B1-A-1273 e B1-A-2614), a rugosidade artificial introduzida pela discretização provoca fortes oscilações na distribuição da espessura na zona do raio do punção e na parede vertical. Este efeito é majorado pela fase de calibração, uma vez que é um processo de estampagem com matriz fechada.

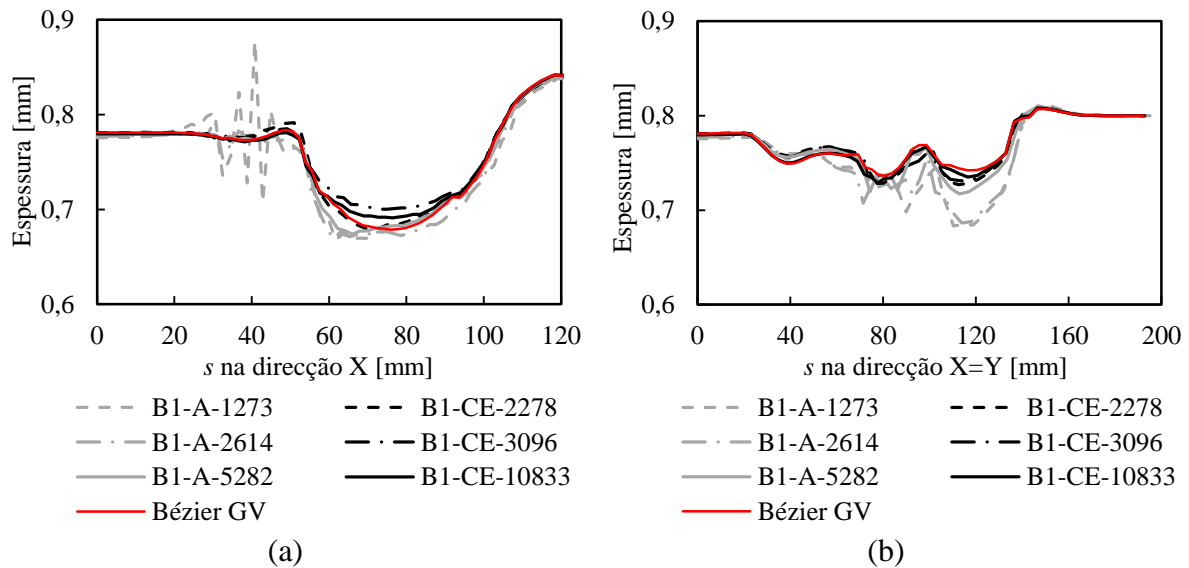


Figura 34. Distribuição da espessura da chapa para discretizações com superfícies Bézier de grau 1 não estruturadas: (a) direcção X; (b) direcção X=Y.

Para a análise de performance, foram comparados os tempos de cálculo associados a cada modelo, suavizado com superfícies de Bézier de grau 1 e grau 2 e Nagata. Todos estes resultados são ainda comparados com o modelo que adopta superfícies de Bézier de grau variável. Na Figura 35 são apresentados os resultados correspondentes às discretizações estruturadas, geradas com elementos quadrangulares.

Da análise da Figura 35 observa-se que não existem diferenças consideráveis de tempo de simulação para os três tipos de suavizações utilizados. Globalmente, os modelos suavizados com aproximações lineares apresentam menores tempos de cálculo do que os que utilizam suavizações quadráticas, excepto para as discretizações mais grosseiras. De facto, para as discretizações mais grosseira o erro geométrico cometido reflecte-se também no tempo de simulação. Para as discretizações mais refinadas o menor tempo de cálculo pode estar relacionado com um menor número de operações associadas ao algoritmo de detecção de contacto local. Em geral, as suavizações com superfícies Nagata apresentam tempos de simulação mais baixos do que o modelo com superfícies

Bézier de grau variável. A exceção é a discretização NQ-E-3454, o que pode estar associado ao elevado número de superfícies utilizadas na discretização. Importa ainda realçar que, excepto para os modelos mais refinados (E-2294 e E-3454), os tempos de simulação dos modelos suavizados com superfícies Nagata são iguais ou inferiores aos obtidos com suavizações com superfícies Bézier de grau 2. Assim, a opção de proceder à actualização do conjunto de superfícies candidatas em cada incremento, adoptada apenas para o algoritmo aplicado a superfícies Nagata, não parece ser penalizadora da performance global da simulação.

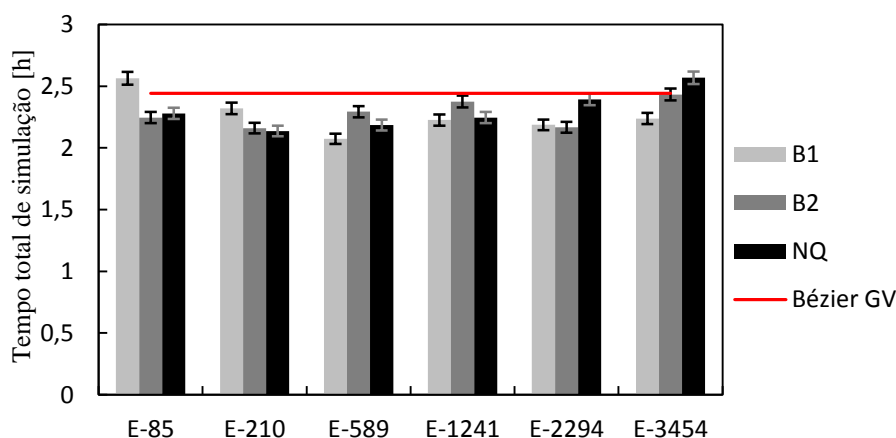


Figura 35. Tempos de simulação para discretizações estruturadas utilizando superfícies quadrangulares.

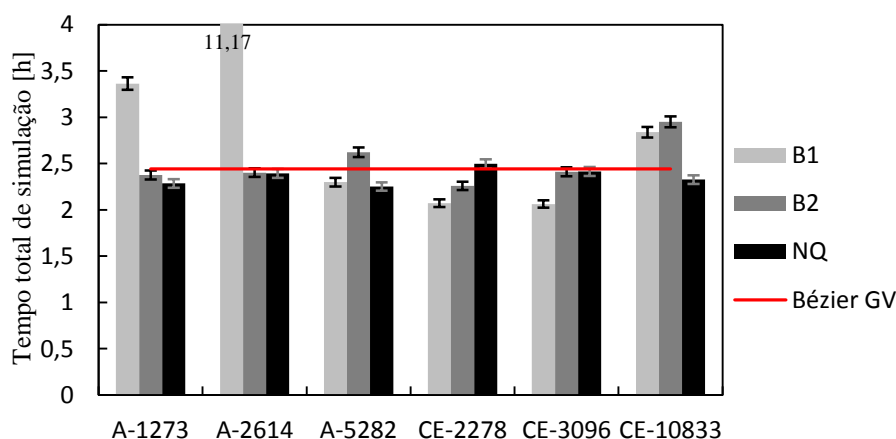


Figura 36. Tempos de simulação para discretizações não estruturadas utilizando superfícies quadrangulares.

Na Figura 36 são apresentados os resultados dos tempos de simulação para as discretizações não estruturadas, geradas com elementos finitos quadrangulares. Neste caso os resultados de tempo de simulação são mais dependentes do tipo de discretização, do

número de superfícies e do tipo de suavização. Globalmente, os modelos suavizados com superfícies Bézier de grau 1 apresentam menores tempos de cálculo do que suavizados com superfícies Bézier de grau 2, excepto para as discretizações mais grosseiras. Estes resultados são idênticos aos obtidos com discretizações estruturadas, com elementos finitos quadrangulares. Tal como para as discretizações estruturadas, o erro geométrico cometido nas discretizações mais grosseiras reflecte-se no tempo de simulação. Em particular, o tempo de simulação aumenta mais de 4 vezes para a discretização B1-A-2614. O forte aumento do tempo de simulação está associado à forte redução da folga entre a matriz e o punção, resultante de discretizações não conformes entre as duas ferramentas. Neste caso, o elevado erro geométrico resulta da dimensão elevada dos elementos finitos gerados na superfície triangular da matriz, como se mostra na Figura 37 (a). O forte aumento do erro geométrico conduz ao aumento da força, para um deslocamento de aproximadamente 57 mm (como se pode observar na Figura 33). A deformação plástica equivalente também aumenta, como se apresenta na Figura 37 (b). A localização da deformação corresponde a uma instabilidade, que se traduz no forte aumento do tempo de simulação. Este exemplo permite realçar que a utilização de algoritmos de geração automática de discretizações pode conduzir a assimetrias que se repercutem nos resultados da simulação numérica.

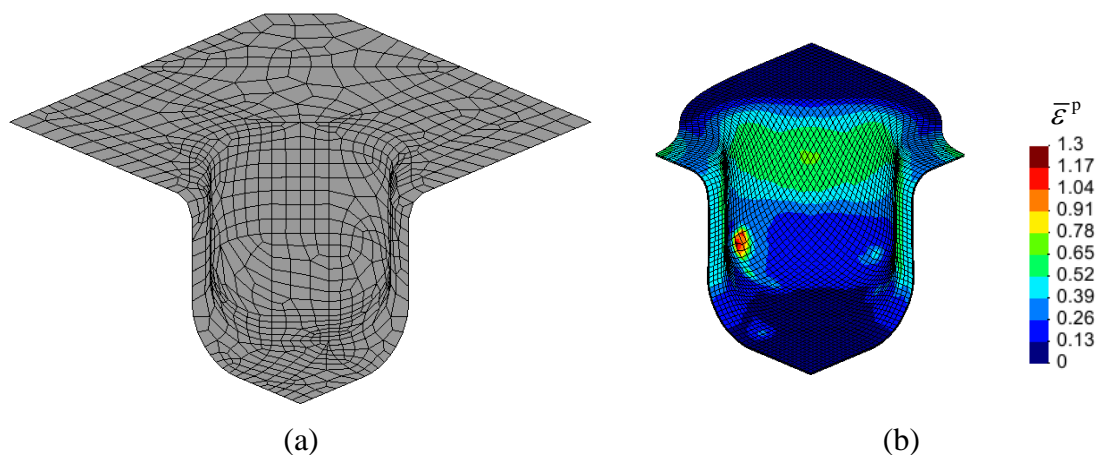


Figura 37. Descrição B1-A-2614 (a) discretização da matriz; (b) distribuição da deformação plástica equivalente no final do processo de conformação.

As suavizações com superfícies de Bézier de grau 2 conduzem, em geral, a tempos inferiores ou iguais aos obtidos com a suavização com superfícies de Bézier de grau variável. As únicas exceções são as discretizações A-5282 e CE-10833, que correspondem ao maior número de superfícies para cada tipo de geração de discretização

poliédrica. As suavizações com superfícies Nagata conduzem sempre a tempos de simulação iguais ou inferiores ao resultado de referência. Ou seja, o algoritmo implementado para superfícies Nagata parece ser mais independente do número total de superfícies do que o algoritmo aplicado a superfícies Bézier. Este resultado pode ser justificado com base nas diferenças nos algoritmos de detecção de contacto global. De facto, a aplicação do algoritmo de detecção de contacto global para superfícies Bézier implica, para cada nó potencial de contacto, o cálculo da distância entre o nó e uma grelha de $(4+1) \times (4+1) = 25$ pontos. Assim, um grande aumento do número de superfícies conduz a um forte aumento do número de distâncias a calcular para cada nó potencial de contacto ($9NS$, sendo NS o número de superfícies potenciais de contacto para o nó). A aplicação do algoritmo de detecção de contacto global para superfícies Nagata implica, para cada nó potencial de contacto, o cálculo da distância entre o nó e os vértices de cada superfície. Estes vértices são partilhados por várias superfícies. Assim, em média o número de vértices é aproximadamente igual ao número de superfícies, NS . Para cada nó potencial de contacto é necessário avaliar a distância entre o nó e NS vértices. Com base nestas distâncias são seleccionados os NN nós mais próximos, sendo que NN depende da razão máxima entre comprimento e largura das superfícies, utilizadas para descrever as ferramentas. O valor da razão máxima é, em geral, inferior a 9 para discretizações não estruturadas, pelo que o número de nós $NN = 5$ (ver Equação (36)). Por outro lado, o número de divisões em cada direcção paramétrica será, $ND = 2$ (ver Equação (37)). Assim, por muito grande que seja o número de superfícies que partilham os $NN = 5$ nós mais próximos, N_p^S , esse valor é muito menor a NS . Um grande aumento do número de superfícies não tem um grande impacto no número de distâncias a calcular para cada nó potencial de contacto, $(NS + 9N_p^S)$. No caso das discretizações estruturadas com elementos finitos quadrangulares a razão máxima entre comprimento e largura das superfícies tende a aumentar, o que contribui para aumentar o número N_p^S de superfícies seleccionadas, bem como o número de divisões ND (ver Figura 24). Em particular este último parâmetro tem uma forte influência no número de distâncias a calcular para cada nó potencial de contacto, que passa a ser igual a $NS + (ND + 1)(ND + 1)N_p^S$. Assim, o aumento do número de superfícies tem um maior impacto no tempo da simulação para as discretizações

estruturadas quadrangulares suavizadas com superfícies Nagata (comparar a Figura 35 com a Figura 36).

4.2. Estudo do impacto da tipologia das superfícies

Nesta secção são analisados os resultados obtidos na simulação numérica da estampagem de uma taça de geometria cruciforme, com as discretizações com elementos finitos triangulares ou mistos, referidas na secção 2.4, e suavizadas com superfícies Nagata.

A Figura 38 apresenta a evolução da força do punção com o seu deslocamento para as discretizações estruturadas com superfícies de Nagata triangulares.

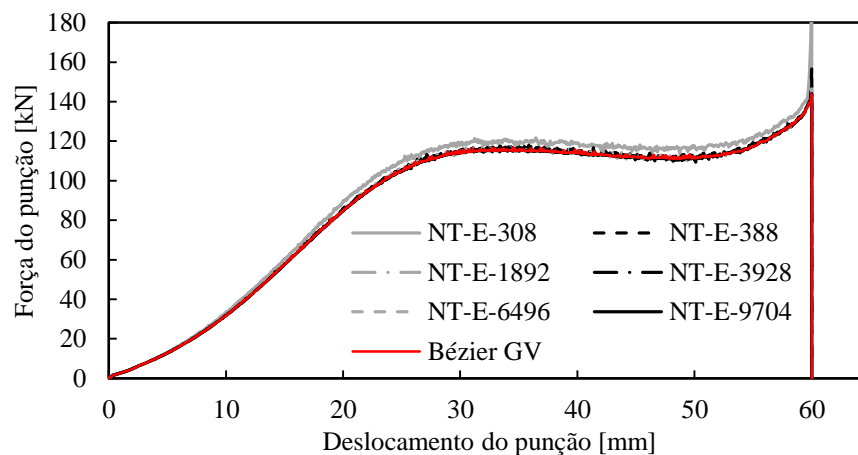


Figura 38. Evolução da força do punção com o deslocamento para discretizações com superfícies Nagata triangulares estruturadas.

Observa-se que todas as discretizações conduzem a uma boa aproximação, à excepção da discretização NT-E-308. De facto, a evolução da força prevista é semelhante à obtida para a discretização com superfícies quadrangulares NQ-E-85 (ver Figura 26). De acordo com a informação apresentada na Tabela 1, estas discretizações apresentam as mesmas características, pelo que a distribuição do erro geométrico é semelhante. No entanto, a força máxima prevista para a operação de calibração é bastante maior para a discretização NT-E-308 (comparar Figura 26 com a Figura 38). De facto, a discretização NT-E-308 apresenta alguns problemas na interpolação Nagata, uma vez que o algoritmo implementado impõe a interpolação linear para arestas com normais aproximadamente paralelas ou com uma normal aproximadamente perpendicular à aresta [Neto *et al.*]. A

Figura 39 (a) apresenta a interpolação Nagata da matriz correspondente à discretização NT-E-308. As arestas com interpolação linear são assinaladas com uma linha vermelha. Estes factores aliados ao reduzido número de elementos utilizados na discretização NT-E-308 para descrever as zonas curvas, bem como à utilização de elementos triangulares para descrever superfícies quadrangulares com dupla curvatura, fazem com que o algoritmo de interpolação Nagata implementado no programa DD3IMP, tenha dificuldade em suavizar algumas arestas. Na Figura 39 (b) apresenta-se o erro geométrico associado à discretização NT-E-308, de modo a evidenciar os problemas descritos. Assim, apesar de o erro geométrico ser globalmente inferior para a discretização NT-E-308 (comparar Figura 39 (b) com Figura 28 (a)) a operação de calibração é mais sensível a esta discretização.

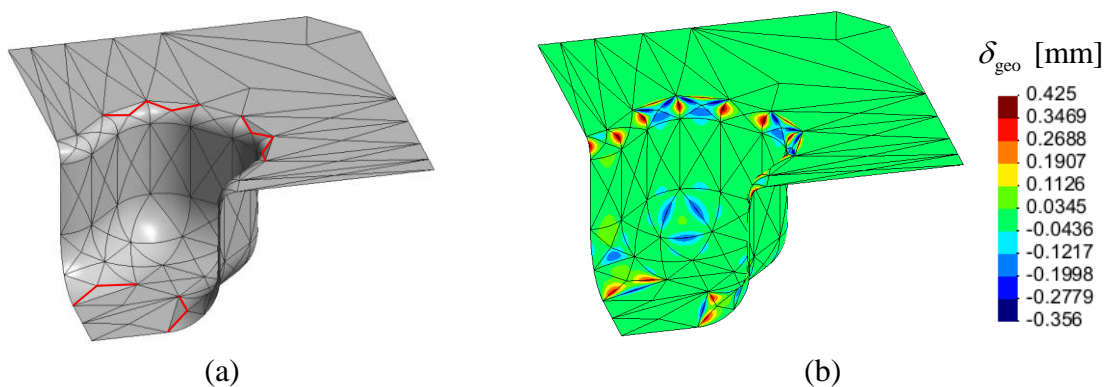


Figura 39. Discretização NT-E-308: (a) problemas na interpolação Nagata; (b) distribuição do erro geométrico.

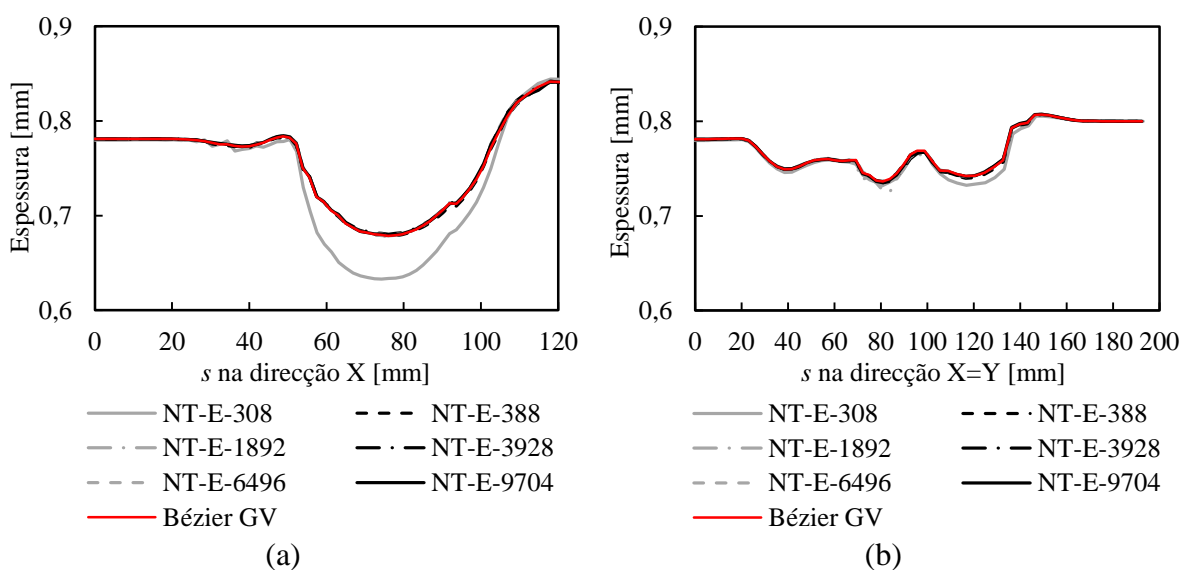


Figura 40. Distribuição da espessura da chapa para discretizações com superfícies Nagata triangulares estruturadas: (a) direcção X; (b) direcção X=Y.

Na Figura 40 apresenta-se a distribuição de espessura, prevista para os diferentes modelos, nas duas direcções em análise. Observa-se que apenas a discretização NT-E-308 apresenta diferenças na distribuição da espessura, em relação à referência, o que está associado ao erro geométrico (ver Figura 39 (b)). Importa referir que esta discretização é obtida da discretização NQ-E-85 dividindo cada elemento finito quadrangular em quatro triangulares. Assim, ambas as discretizações conduzem a distribuições de espessura idêntica, em particular na direcção X (comparar a Figura 40 (a) com a Figura 27 (a)).

A Figura 41 apresenta a evolução da força do punção com o seu deslocamento para as discretizações não estruturadas com elementos triangulares suavizadas com o algoritmo de Nagata. À semelhança dos resultados obtidos para as discretizações com elementos quadrangulares suavizadas com o algoritmo Nagata, todas as discretizações conduzem a uma boa aproximação ao resultado de referência.

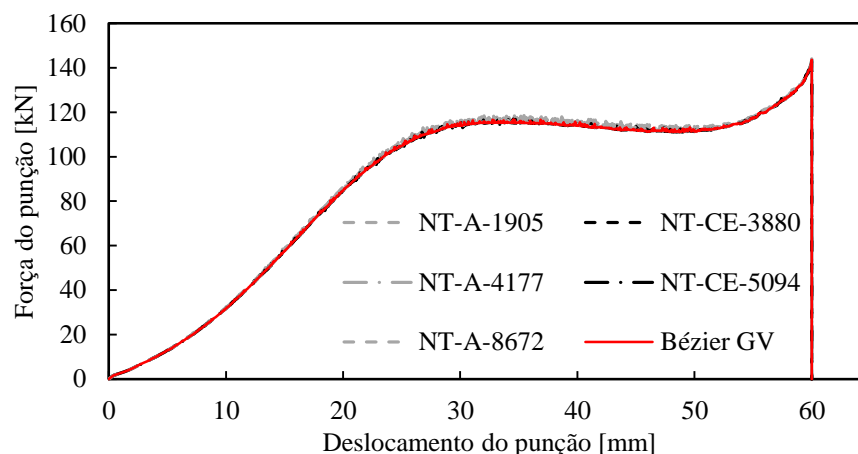


Figura 41. Evolução da força do punção com o deslocamento para discretizações com superfícies Nagata triangulares não estruturadas.

A Figura 42 apresenta as distribuições de espessura obtidas com estes modelos, para ambas as direcções em análise. Observa-se que as discretizações NT-A-1905 e NT-A-4177 apresentam ligeiras diferenças em relação à solução de referência. Em particular, na direcção X prevêm uma menor redução de espessura e na direcção X=Y uma maior redução. Também neste caso estes resultados estão associados ao erro geométrico. Estas discretizações automáticas nem sempre respeitam as regras descritas na secção 2.4, como se pode observar na Figura 43 para a discretização NT-A-4177. Esta discretização apresenta apenas um elemento na definição de uma zona curva, como se mostra em pormenor na Figura 43 (a). Assim, apesar do elevado número de elementos finitos

utilizados na discretização, o erro geométrico nessa zona é de 0,425 mm, como se pode observar na Figura 43 (b). Este tipo de problemas é mais frequente nas discretizações com elementos finitos triangulares devido à sua maior flexibilidade quando comparados com os elementos quadrangulares, sendo que este efeito não se faz sentir nas discretizações com elementos quadrangulares não estruturados suavizados por superfícies Nagata (ver Figura 30).

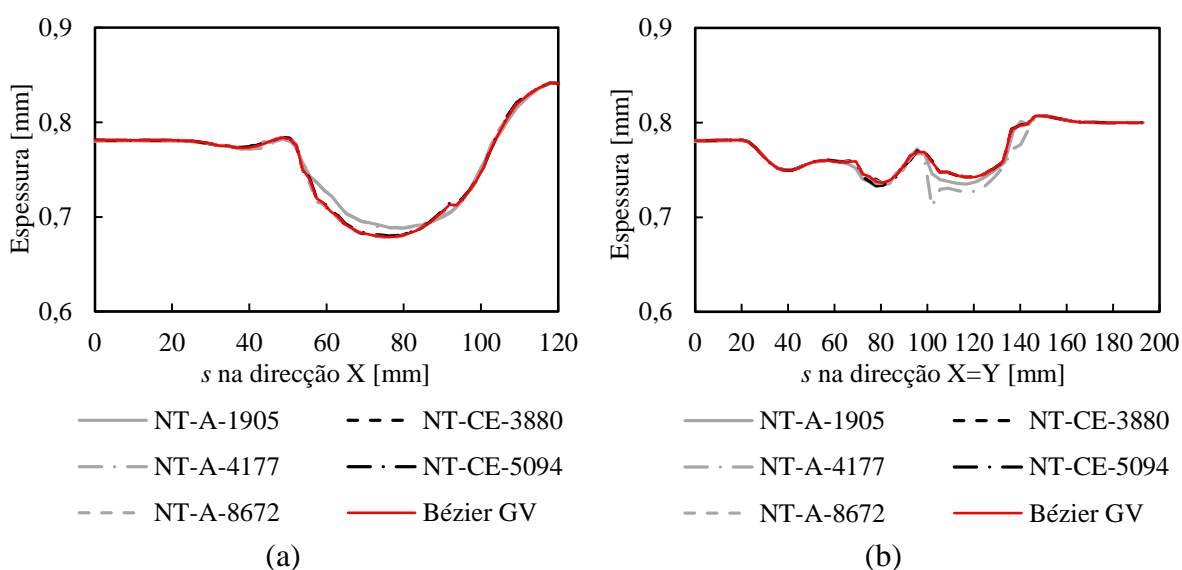


Figura 42. Distribuição da espessura da chapa para discretizações com superfícies Nagata triangulares não estruturadas: (a) direcção X; (b) direcção X=Y.

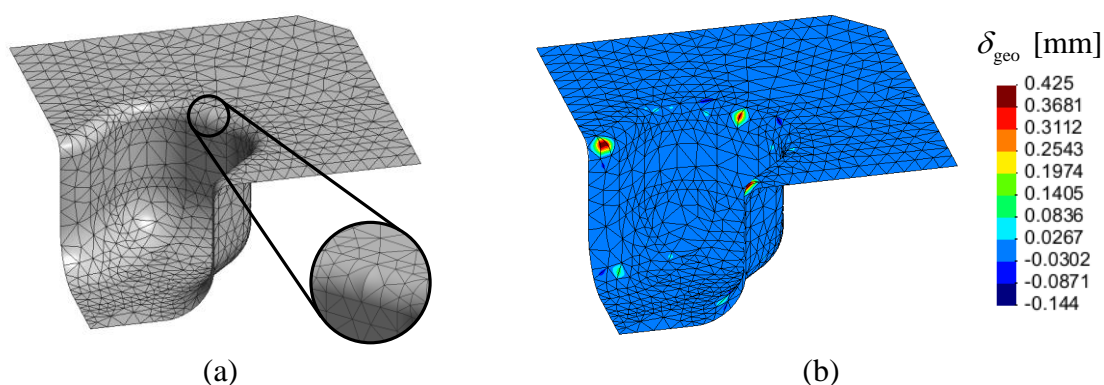


Figura 43. Discretização NT-A-4177: (a) problema da discretização; (b) distribuição do erro geométrico.

Na Figura 44 apresenta-se a distribuição da deformação plástica equivalente, no final do processo de estampagem, para a simulação realizada com as ferramentas descritas com superfícies de Bézier de grau variável (Figura 44 (a)) e para a simulação realizada com a discretização NT-A-4177 (Figura 44 (b)). As repercussões da distribuição

de erro geométrico, apresentado na Figura 43 (b), são bem visíveis na deformação plástica prevista. Assim, este resultado permite verificar de forma indirecta as regras previamente estabelecidas para a geração de discretizações passíveis de serem suavizadas com superfícies Nagata. Importa realçar que para a gama de erro geométrico associado à discretização NT-A-4177 a variável global força do punção não apresenta diferenças em relação ao resultado de referência.

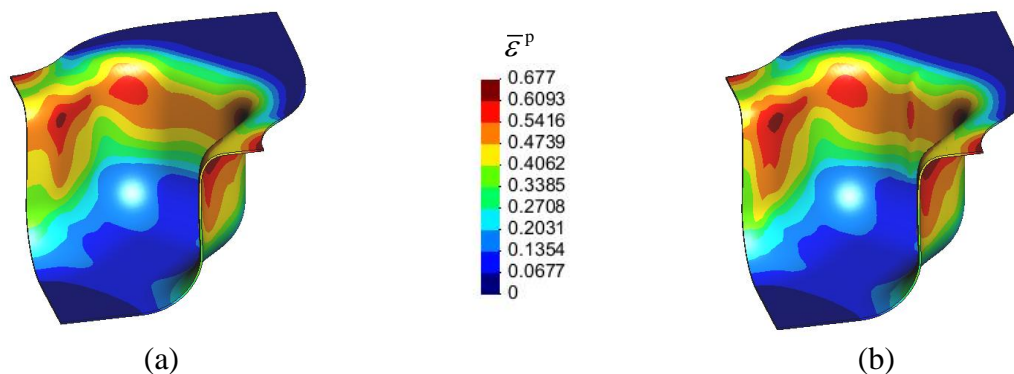


Figura 44. Distribuição da deformação plástica equivalente no final do processo de estampagem, para a descrição: (a) Bézier GV; (b) NT-A-4177.

As discretizações que recorrem a elementos finitos triangulares e quadrangulares (mistas), são as únicas que permitem fazer uma discretização estruturada em todas as superfícies das ferramentas. Atendendo às regras descritas na secção 2.4, este tipo de discretização apresenta-se como o mais vantajoso para as ferramentas que apresentam superfícies triangulares e quadrangulares (no exemplo em análise a matriz e o punção). De modo a avaliar o comportamento deste tipo de discretizações, recorreu-se a elementos finitos quadrangulares para descrever superfícies com quatro lados e a elementos triangulares para descrever as superfícies com três lados (ver detalhes das características dos modelos na Tabela 1 e Figura 8 (b)). A Figura 45 apresenta os resultados da evolução da força do punção com o seu deslocamento, obtidos com as discretizações mistas. Observa-se que todas as discretizações utilizadas apresentam diferenças negligenciáveis em relação aos resultados obtidos com superfícies de Bézier de grau variável.

Na Figura 46 apresentam-se os resultados para a evolução de espessura ao longo da coordenada curvilínea s , para as duas secções em análise. Também neste caso as diferenças em relação aos resultados obtidos com superfícies Bézier de grau variável são negligenciáveis.

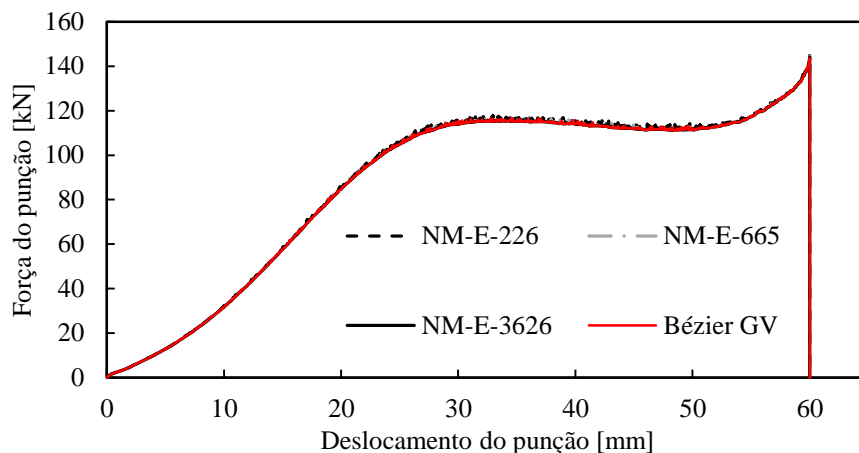


Figura 45. Evolução da força do punção com o deslocamento para discretizações com superfícies Nagata triangulares e quadrangulares estruturadas.

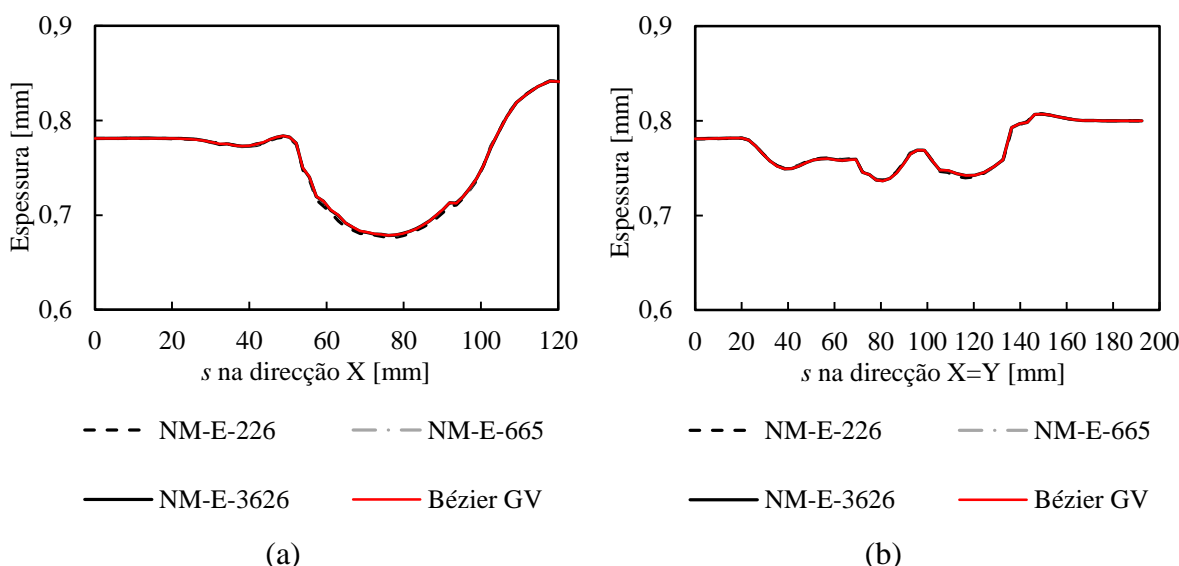


Figura 46. Distribuição da espessura da chapa para discretizações com superfícies Nagata triangulares e quadrangulares estruturadas: (a) direção X; (b) direção X=Y.

A Figura 47 apresenta o resumo dos tempos de simulação correspondentes às discretizações estruturadas com elementos finitos triangulares, não estruturadas e mistas, suavizadas com superfícies Nagata. Globalmente, todas as discretizações utilizadas apresentam tempos de simulação inferiores à discretização com superfícies de Bézier de grau variável. As discretizações com elementos finitos triangulares apresentam menor sensibilidade ao número total de superfícies, uma vez que este tipo de discretizações conduz, em geral, a menores razões entre o comprimento e a largura das superfícies. Para as discretizações mistas, observa-se um aumento do tempo de simulação com o aumento

do número de superfícies. A utilização de superfícies quadrangulares nas zonas planas tende a contribuir para o aumento da razão entre o comprimento e a largura das superfícies (ver Figura 6 (b)), o que penaliza os parâmetros NN e ND (ver Figura 24), sendo que o aumento do último contribui para um forte aumento do número de distâncias a calcular para cada nó potencial de contacto. No entanto, importa realçar que todas as discretizações, suavizadas com superfícies Nagata, analisadas neste estudo, que cumprem no mínimo as regras mencionadas na secção 2.4, conduzem a resultados com diferenças negligenciáveis em relação aos obtidos com a simulação de referência, com tempos de simulação inferiores.

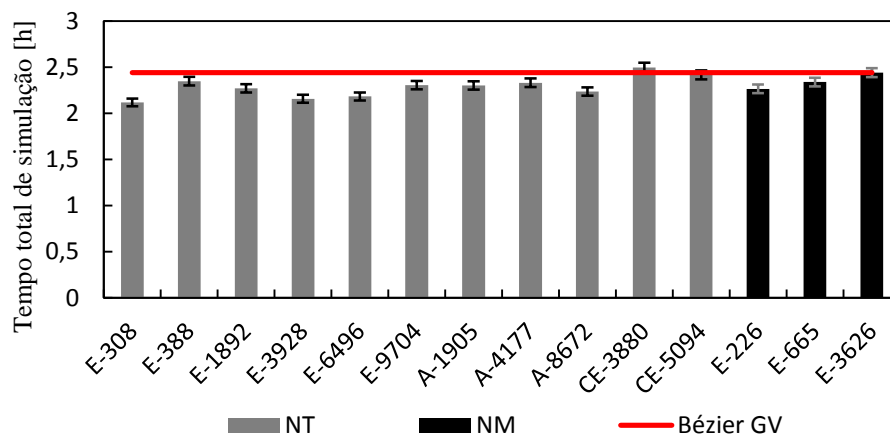


Figura 47. Tempos de simulação para discretizações que utilizam superfícies triangulares e mistas, suavizadas com superfícies Nagata.

4.3. Caso de estudo: *Benchmark 2* - NUMISHEET 2005

De modo a testar a robustez do algoritmo de detecção de contacto desenvolvido para superfícies Nagata, foi seleccionado o *Benchmark 2: Underbody Cross Member Panel*, proposto no âmbito da conferência NUMISHEET 2005 [Wu e Zhou, 2005]. A Figura 48 apresenta uma imagem do componente automóvel em análise.

O processo de conformação do componente estrutural pode ser dividido em três fases distintas: conformação, corte e retorno elástico. A análise realizada no âmbito deste trabalho não considera o processo de corte. No processo de conformação estão envolvidas três ferramentas: matriz, cerra-chapas e punção. O processo de conformação envolve a utilização de freios, o que contribui para aumentar a complexidade geométrica das ferramentas. O processo de conformação envolve uma etapa de deslocamento do cerra-

chapas até atingir uma força de aperto de 1068 kN. Durante esta etapa o punção desloca-se solidário com o cerra-chapas, de modo a ficar correctamente posicionado para a fase seguinte. Na segunda etapa o punção desloca-se 100 mm e o cerra-chapas mantem a força constante.



Figura 48. Componente automóvel proposto para análise no *Benchmark 2* da conferência NUMISHEET 2005 [Zhang *et al.*, 2005].

A Figura 49 apresenta a definição geométrica do processo. Devido à simetria geométrica e material (em $Y=0$) apenas é simulado metade do processo, como se representa na mesma figura.

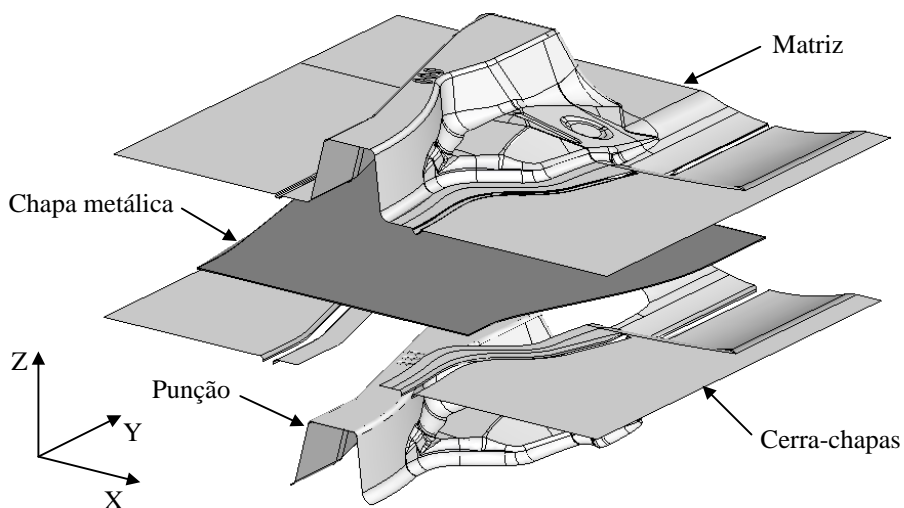


Figura 49. Representação de $\frac{1}{2}$ das ferramentas intervenientes na estampagem da peça proposta no *Benchmark 2* da conferência NUMISHEET 2005.

O material da chapa a conformar é um aço de alta resistência DP600 cujas propriedades são apresentadas na Tabela 4. A chapa tem uma espessura de 1,6 mm e a sua geometria é apresentada na Figura 49. A chapa é discretizada com uma distribuição regular de $150 \times 150 \times 2$ elementos, correspondente a um total de 45000 elementos finitos sólidos,

hexaédricos de 8 nós, recorrendo a integração reduzida selectiva. O coeficiente de atrito entre a chapa e as ferramentas de 0,03.

Tabela 4. Parâmetros do material da chapa utilizada na estampagem da peça proposta no *Benchmark 2* da conferência NUMISHEET 2005.

Propriedades elásticas	Critério de plasticidade de Hill'48	Lei de encruamento de Swift: $\sigma = K(\bar{\varepsilon}^p + \varepsilon_0)^n$
$E = 210000$ MPa $\nu = 0,3$	$F = 0,460$ $G = 0,575$ $H = 0,425$ $L = M = 1,500$ $N = 1,446$	$K = 1038,83$ MPa $\varepsilon_0 = 0,00248$ $n = 0,162$

Apenas a geometria da matriz é fornecida em formato IGES, sendo necessário proceder ao *offset* de 1,6 mm das superfícies, para obter a geometria do punção e de 1,76 mm para obter o cerra-chapas. A primeira etapa na construção do modelo é obter a definição geométrica de todas as superfícies, garantindo a adjacência. Infelizmente, o formato CAD pode conter imperfeições que é necessário eliminar para conseguir gerar discretizações com continuidade geométrica. Neste exemplo, esses problemas são agravados pelo facto de a operação de *offset* ser realizada sobre as superfícies NURBS e não sobre as superfícies nativas. Assim, a correcta definição da geometria NURBS das ferramentas envolveu várias operações de reconstrução das superfícies.

De acordo com os resultados apresentados neste trabalho, optou-se por proceder à discretização das superfícies com elementos finitos triangulares e quadrangulares (discretizações mistas). De facto, a complexidade geométrica das ferramentas dificulta a adopção de apenas discretizações estruturadas. Foram realizadas duas discretizações distintas, designadas por A e B. Na discretização A optou-se por definir para a matriz discretizações estruturadas nos freios e nas zonas de curvatura, de modo a facilitar o escoamento, e nas zonas planas compostas por superfícies com quatro lados. O punção é discretizado utilizando apenas elementos finitos triangulares. A discretização B foi construída com base na discretização A, utilizando sempre que possível definições estruturadas. Esta discretização procura cumprir as regras definidas na secção 2.4, de modo a minimizar o erro geométrico aliado a um reduzido número total de elementos. Em ambas as discretizações o cerra-chapas é definido de forma idêntica à matriz. Na Figura 50 apresenta-se a definição geométrica da matriz com superfícies Nagata

para ambas as discretizações, de modo a permitir a visualização das diferenças. Os detalhes apresentados na Figura 50 (a) e Figura 50 (b) correspondem a diferentes zonas do freio. Estas zonas apresentam descontinuidade de modo a evitar arestas vivas, para as quais cada nó deveria ter duas normais para permitir a correcta suavização com superfícies Nagata. Uma vez que o algoritmo de interpolação Nagata implementado no programa DD3IMP não contempla esta hipótese, optou-se por criar a zona de descontinuidade. Na Figura 51 apresenta-se a definição geométrica do punção para ambas as discretizações, sendo neste caso mais evidente a diferença entre elas. A Tabela 5 resume as principais características de ambas as discretizações, sendo mais evidente a diferença no número de superfícies utilizadas para definir o punção, uma vez que a discretização A foi gerada automaticamente.

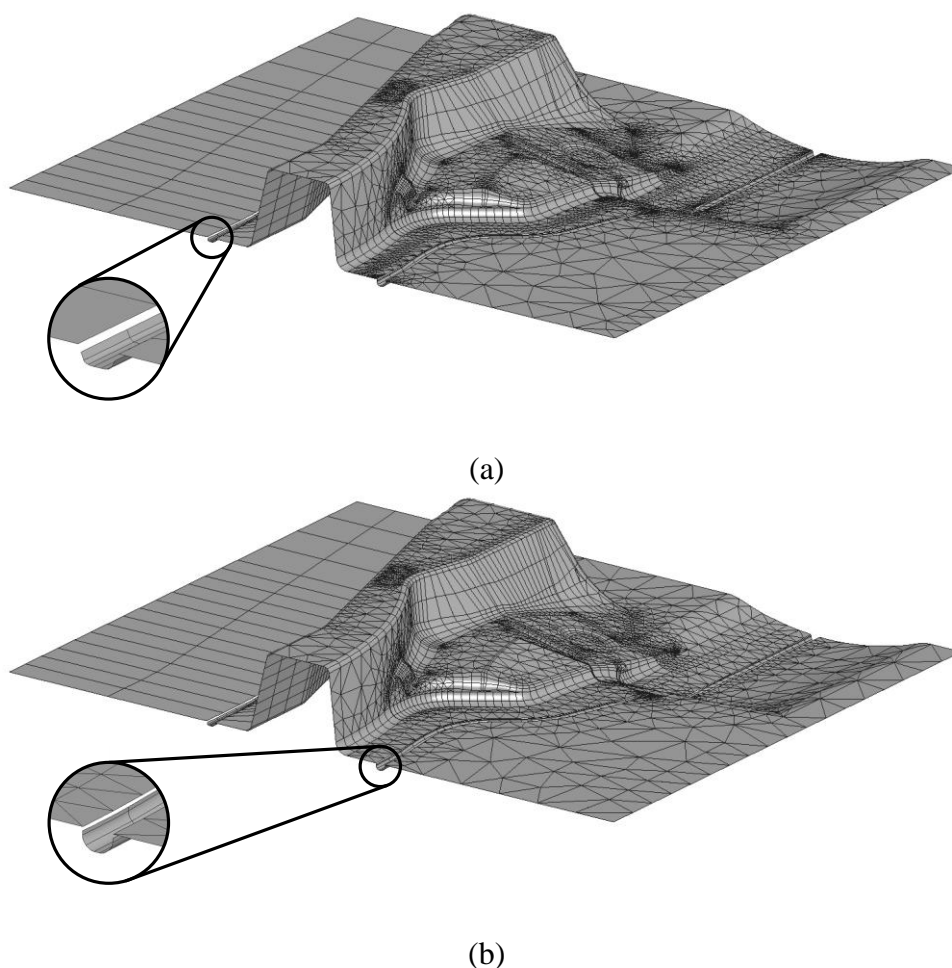


Figura 50. Definição geométrica da matriz com superfícies Nagata: (a) discretização A; (b) discretização B.

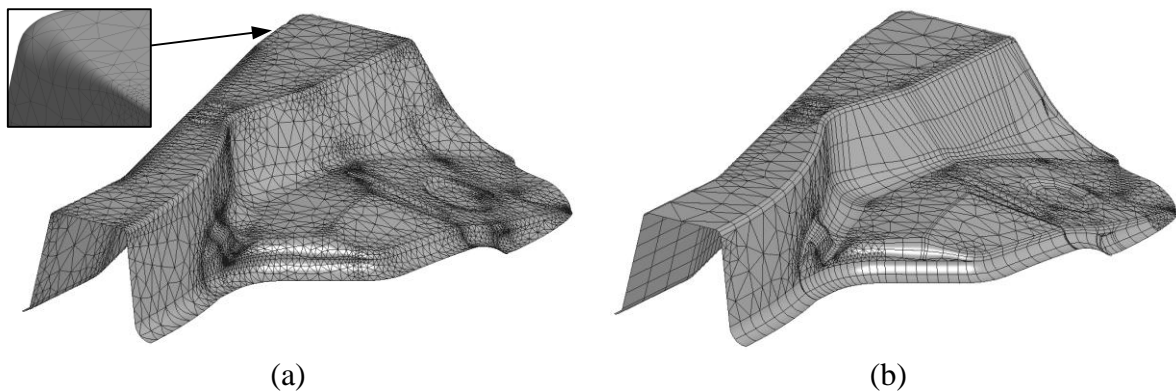


Figura 51. Definição geométrica do punção com superfícies Nagata: (a) discretização A; (b) discretização B.

Tabela 5. Principais características dos modelos de discretização de ferramentas utilizados na estampagem da peça proposta no *Benchmark 2* da conferência NUMISHEET 2005. NTE corresponde ao número total de elementos.

Discretização	Matriz		Cerra-chapas		Punção		NTE
	Elementos	Nós	Elementos	Nós	Elementos	Nós	
A	7450	5075	1922	1323	8972	4611	18344
B	5857	4305	1605	1282	4118	2917	11580

4.3.1. Análise de resultados

No âmbito da conferência NUMISHEET 2005, 15 participantes contribuíram com resultados de simulação numérica do *Benchmark 2: Underbody Cross Member Panel*, proposto para o aço DP600. Os parâmetros de interesse neste estudo são a força máxima da matriz e o deslizamento da chapa em secções específicas, uma vez que não se considerou a etapa de corte. As secções para análise do deslizamento da chapa são apresentadas na Figura 52. Os resultados fornecidos pelos participantes foram comparados com o resultado experimental [Zhang *et al.*, 2005; Buranathiti e Cao, 2005]. A nomenclatura utilizada para fazer referência aos resultados numéricos é a mesma adoptada em Buranathiti e Cao, (2005). O resultado experimental é designado por “Exp.”. Nesta secção comparam-se os resultados apresentados no âmbito da conferência com os resultados obtidos com o programa DD3IMP.

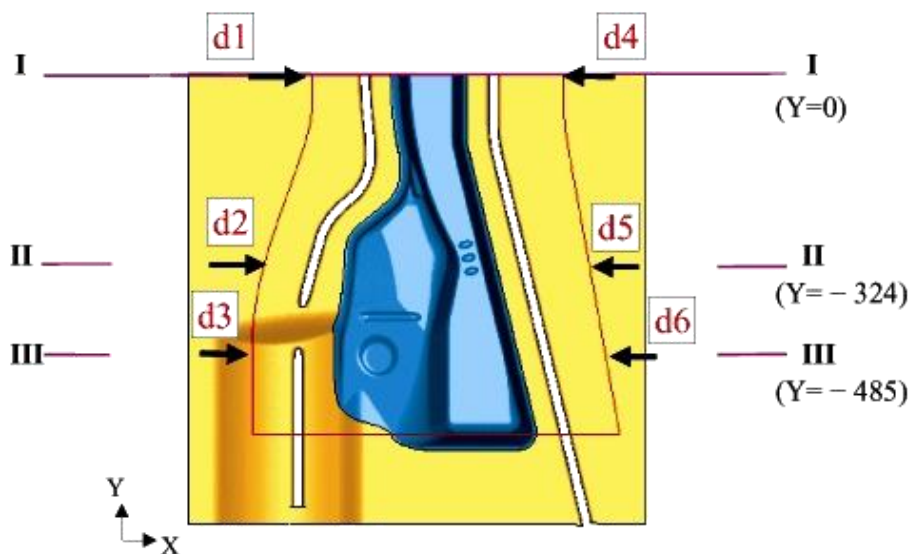


Figura 52. Secções para medição do deslizamento da chapa [Wu e Zhou, 2005].

Na Figura 53 apresenta-se a evolução da força prevista pelo programa DD3IMP para cada uma das ferramentas em função do deslocamento do punção. A primeira etapa de aproximadamente 28 mm corresponde ao aperto do cerra-chapas. Globalmente, as diferenças previstas na evolução da força para as duas discretizações são negligenciáveis, excepto na fase final de calibração do componente. Nessa fase, tal como discutido no exemplo anterior, a discretização adoptada é muito importante. Neste caso, a discretização A conduz a uma evolução mais acentuada da força do punção e, conseqüentemente, da matriz (ver detalhe da Figura 53). Tal deve-se ao facto da geração da discretização do punção ter sido realizada de forma automática, pelo que não cumpre as condições descritas na secção 2.4, como se mostra no detalhe da Figura 51 (a). A evolução da força da matriz e do punção apresenta algumas oscilações, que devem estar associadas ao facto da discretização adoptada para a chapa não permitir uma correcta definição do contacto com atrito na zona dos freios. A consequência é a oscilação da posição do cerra-chapas de forma a garantir a força imposta. No *Benchmark* apenas era requerido o valor da força máxima exercida pela matriz, que é apresentado também na Figura 53. A fase de calibração é muito sensível ao valor da folga entre a matriz e o punção. Assim, uma pequena variação do deslocamento do punção conduz a uma grande variação do valor da força máxima. A fase inicial de aperto do cerra-chapas exige o correcto posicionamento da matriz e do cerra-chapas, de modo a garantir o contacto da chapa com ambas as ferramentas. Este posicionamento depende da discretização adoptada para o corpo

deformável bem como do erro geométrico cometido na definição das ferramentas. Na Figura 54 apresenta-se a comparação entre os resultados numéricos e experimentais para o valor máximo de força atingido pela matriz durante o processo de estampagem. A dispersão observada para os valores numéricos previstos para a força máxima está em parte associada ao deslocamento imposto ao punção.

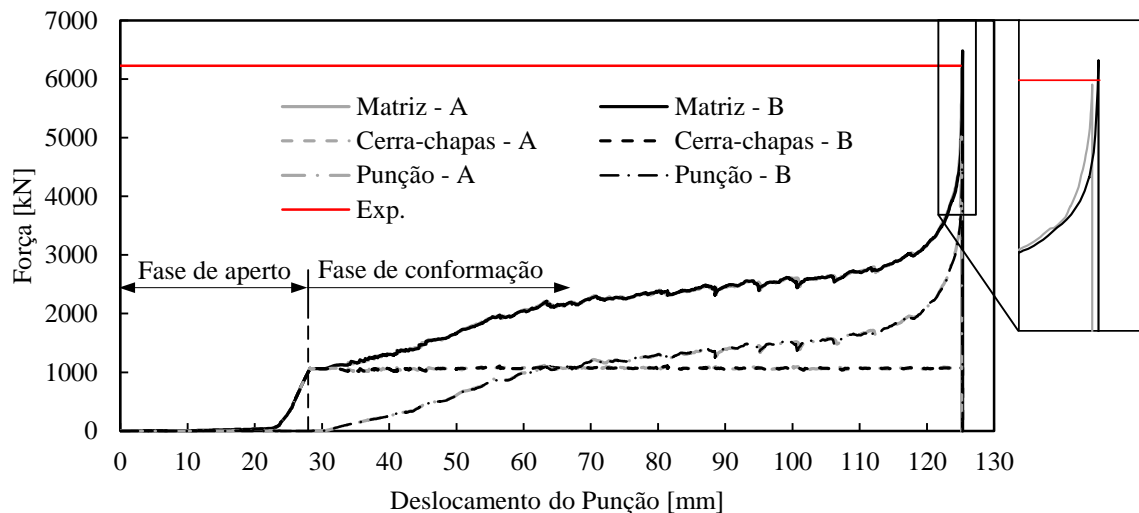


Figura 53. Evolução da força prevista para cada uma das ferramentas utilizadas na estampagem da peça proposta no *Benchmark 2* da conferência NUMISHEET 2005. O valor experimental indicado corresponde ao máximo da força suportada pela matriz.

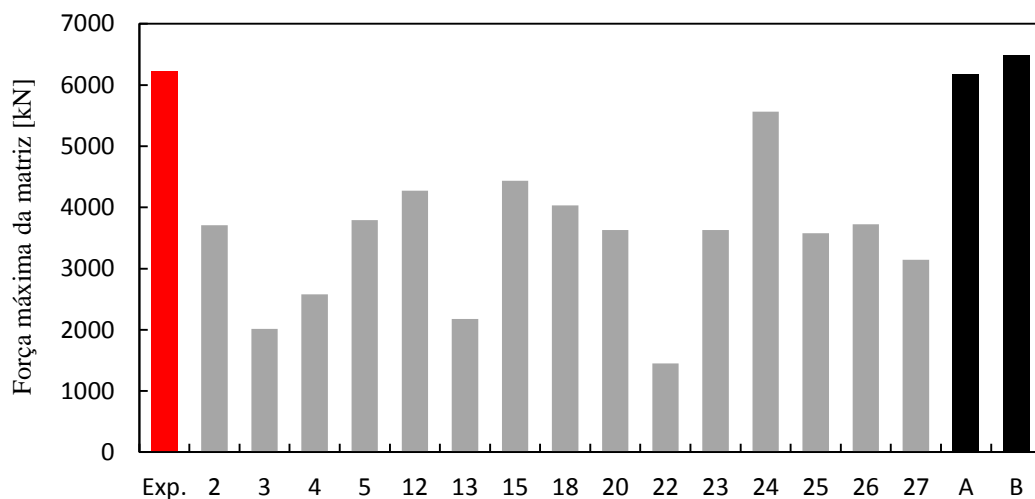


Figura 54. Comparação entre resultados experimentais e numéricos para a força máxima prevista para a matriz.

Na Figura 55 apresenta-se a comparação entre os resultados experimentais e numéricos para o deslizamento da chapa, previsto para todas as localizações definidas na

Figura 52. Nos resultados experimentais a barra representa um ensaio experimental e as linhas a sua variação. Globalmente, os resultados obtidos com o programa DD3IMP subestimam os resultados experimentais, à excepção da localização d4 e d6 para as quais o valor previsto está dentro da banda de erro experimental. O facto da discretização adoptada para a chapa não permitir uma correcta definição do contacto com os freios contribui para a subestimação do deslizamento da chapa. No entanto, globalmente, os resultados obtidos pelo programa DD3IMP aproximam-se dos resultados experimentais e em particular dos outros resultados numéricos. As diferenças obtidas entre a discretização A e B, para o deslizamento da chapa, são negligenciáveis, uma vez que a discretização adoptada para a chapa é a mesma.

Na Figura 56 apresenta-se a distribuição da deformação plástica equivalente, obtida no final do processo de conformação, para as discretizações das ferramentas com superfícies Nagata. Apesar das diferenças negligenciáveis na evolução da força, observam-se algumas discrepâncias da distribuição da deformação plástica equivalente, em particular nas zonas de duplo contacto entre a matriz e o punção. Tal como foi discutido anteriormente, no caso da discretização A existe uma maior não conformidade entre a discretização adoptada para a matriz e para o punção, o que induz o aumento da deformação plástica equivalente.

Uma vez garantida a correcta definição geométrica de todas as superfícies das ferramentas, o tempo necessário para gerar a discretização A foi de aproximadamente 2 horas. No caso da discretização B este tempo aumentou para aproximadamente 5 horas, uma vez que foram definidas muitas mais zonas estruturadas, em particular no punção. O tempo de simulação do processo com a discretização A foi de aproximadamente 19 horas e o da B de 23 horas. De acordo com os resultados apresentados anteriormente, a utilização de discretizações com elementos finitos quadrangulares pode ser penalizadora para o tempo de simulação. No entanto, neste exemplo é difícil comparar directamente os tempos de simulação, uma vez que a discretização adoptada para a chapa não permite a correcta descrição do contacto com os freios. Este factor contribui para instabilidades numéricas e, conseqüente divergência do algoritmo global, que obrigam à intervenção do utilizador para proceder à alteração de parâmetros numéricos. Neste exemplo, foi necessário alterar pontualmente o tamanho do incremento de deslocamento, o que contribuiu para maiores diferenças nos tempos de simulação.

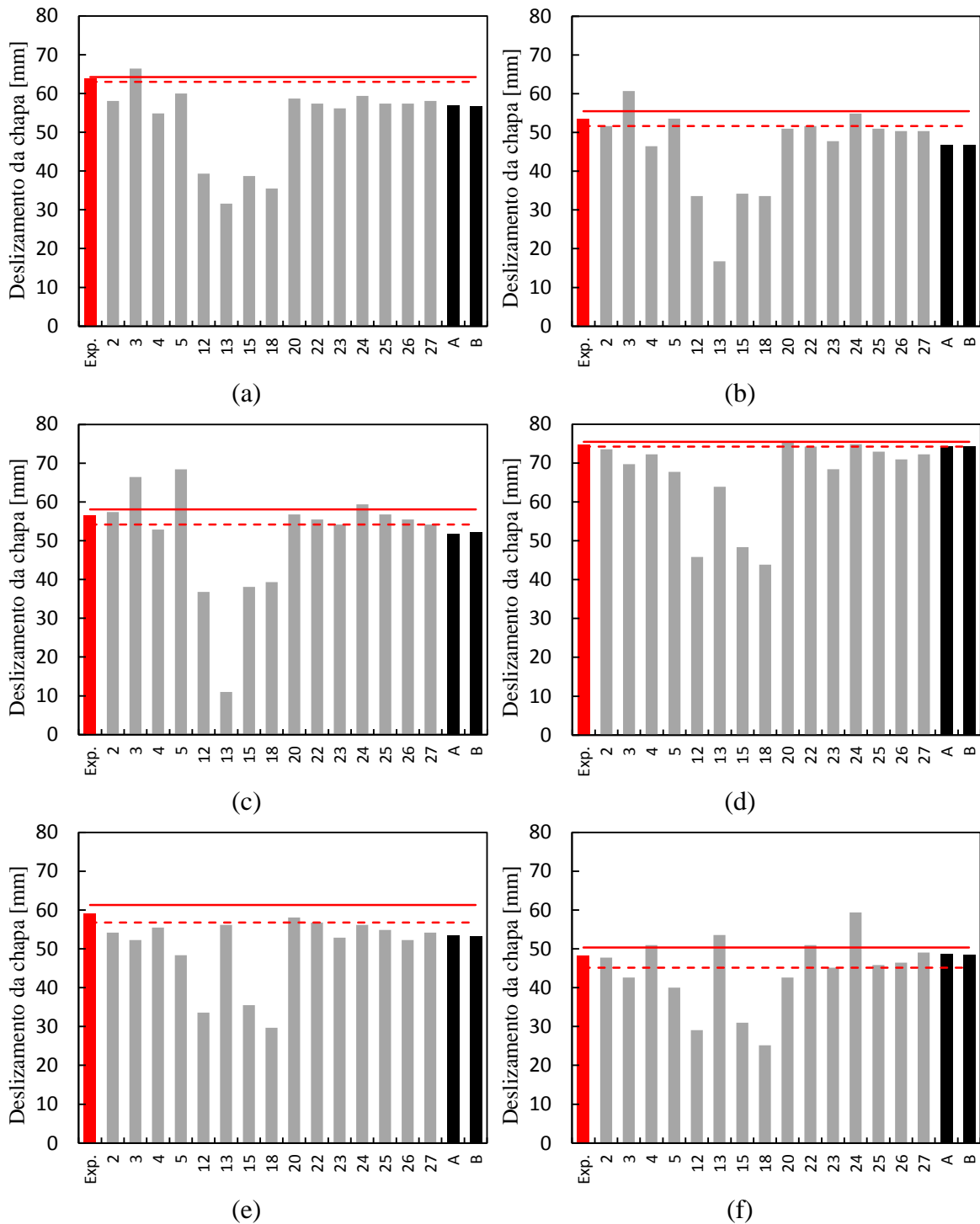


Figura 55. Comparação entre resultados experimentais e numéricos para o deslizamento da chapa na localização: (a) d1; (b) d2; (c) d3; (d) d4; (e) d5; (f) d6. A linha vermelha a cheio e a traço interrompido representam o máximo e o mínimo experimental, respectivamente.

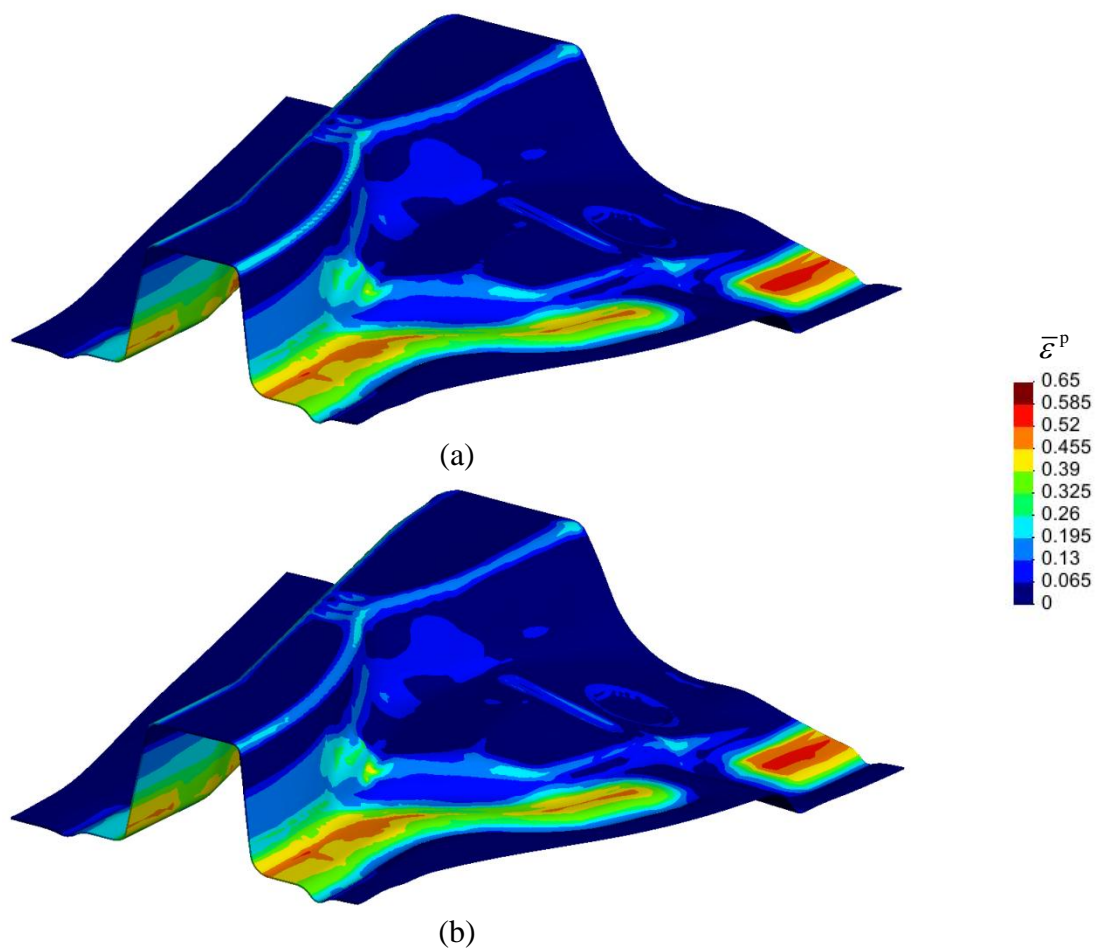


Figura 56. Distribuição da deformação plástica equivalente no final do processo de estampagem, para a descrição: (a) A; (b) B.

5. CONCLUSÕES

O ponto de partida deste trabalho foi a validação e optimização de um algoritmo de contacto com atrito aplicado a superfícies Nagata. Para isso foi escolhido o processo de estampagem de uma taça de geometria cruciforme como exemplo representativo. Para cada uma das ferramentas intervenientes no processo foram seleccionadas várias discretizações, englobando discretizações estruturadas e não estruturadas, bem como, superfícies triangulares, quadrangulares e mistas (triangulares e quadrangulares). Na etapa de validação do algoritmo foram analisados os resultados da evolução da força do punção com o seu deslocamento, bem como a espessura da chapa ao longo de duas direcções. Os resultados obtidos utilizando o algoritmo de Nagata na descrição das superfícies das ferramentas mostram-se coerentes quando comparados com os resultados obtidos com superfícies de Bézier de grau variável. Existe sempre uma correcta aproximação nos resultados quando as regras de geração das discretizações, previamente definidas em [Mendes, 2011], são respeitadas. Observa-se que o desempenho do algoritmo é influenciado pela discretização das ferramentas, em particular pela relação entre comprimento e largura das superfícies utilizadas para as descrever. Face a estes resultados, adopta-se uma estratégia automática de optimização dos parâmetros do algoritmo em função da razão entre o comprimento e a largura das superfícies adoptadas na discretização. Este algoritmo permite obter bons resultados na detecção de contacto entre as ferramentas e chapa, para os vários tipos de discretização estudados. Verifica-se que mesmo para discretizações de ferramentas que não respeitam as regras, previamente definidas [Mendes, 2011], o algoritmo de detecção do contacto é eficiente e robusto.

Este trabalho também contempla um estudo da influência da suavização e da topologia das superfícies utilizadas na discretização das ferramentas nos resultados numéricos. No que respeita à suavização de superfícies, verifica-se que é necessário recorrer a um maior número de elementos finitos, distribuídos de forma mais regular para se obterem resultados precisos, quando não é aplicada suavização à discretização. A rugosidade artificial introduzida pela discretização, aliada ao facto de não se conseguir uma folga constante entre a matriz e o punção, contribuem para maiores imprecisões, em

particular em processos de conformação com matriz fechada. Quanto à tipologia das superfícies utilizadas na discretização, observa-se que a precisão dos resultados obtidos na simulação numérica de processos de conformação é idêntica quando se utilizam superfícies quadrangulares ou triangulares, com um número bastante maior de superfícies no último caso. Também se verifica que no caso das discretizações não estruturadas, a utilização de superfícies triangulares pode conduzir ao aumento local do erro geométrico em zonas curvas, potenciado pela elevada flexibilidade deste tipo de superfícies.

Com base em estudos anteriores [Mendes, 2011] e nos resultados obtidos neste trabalho, podem ser definidas algumas regras a adoptar para a realização de discretizações que permitam uma boa aproximação dos resultados de simulação numérica de processos de conformação. No que respeita a zonas curvas:

- São necessários no mínimo dois elementos para descrever arcos de 90°;
- Em zonas de dupla curvatura, as dimensões dos elementos nas duas direcções devem ser o mais próximas possível.

Em zonas planas:

- Evitar relações entre comprimento e largura dos elementos demasiado elevadas;
- Utilizar o número mínimo de elementos possível, em função da condição anterior.

Quando possível, deve optar-se sempre por discretizações estruturadas em todas as superfícies em que existe escorregamento entre ferramentas e chapa, sendo que:

- Em superfícies com quatro lados devem ser utilizados elementos quadrangulares;
- Em superfícies com três lados devem ser utilizados elementos triangulares.

Em zonas planas ou em zonas onde não existe escorregamento entre a ferramenta e a chapa deve recorrer-se a uma discretização não estruturada com superfícies triangulares, porque devido à sua flexibilidade permite uma geração mais fácil e rápida.

Globalmente, a introdução do algoritmo de Nagata na descrição das ferramentas de estampagem permite aumentar a flexibilidade do processo de geração de novas geometrias, necessárias à simulação de novos problemas. Além disso, o novo método de descrição das ferramentas implementado no programa DD3IMP permite simular

problemas mais complexos de forma mais acessível ao utilizador. Tudo isto sem alterar a eficiência do programa, conseguindo-se tempos de simulação e resultados numéricos equivalentes aos já alcançados pelo programa DD3IMP aquando da utilização de superfícies Bézier, na descrição das ferramentas.

O exemplo industrial em análise neste trabalho constituiu um grande desafio em termos de simulação numérica, devido à sua dimensão e complexidade geométrica. No decurso da realização das simulações numéricas, foi possível identificar alguns aspectos que devem ser analisados em trabalhos futuros, de modo a melhorar a eficiência e robustez do algoritmo global do programa DD3IMP. Em particular, realçou a importância de um parâmetro numérico do algoritmo de detecção de contacto que não foi considerado neste trabalho. No algoritmo de detecção de contacto local, sempre que no decurso do processo iterativo ocorre a projecção para uma distância superior a um determinado valor, essa superfície é descartada. No caso da estampagem da taça de geometria cruciforme, o valor utilizado para esta distância foi de 2 mm. No entanto, para o exemplo industrial, foi necessário aumentar este valor para 5 mm, de modo a garantir a correcta detecção de contacto. O outro aspecto está relacionado com o algoritmo que controla as ferramentas a força imposta. O algoritmo implementado no programa DD3IMP admite uma tolerância para a variação do valor da força imposta. No caso da estampagem da taça de geometria cruciforme, admite-se que o valor da força pode variar $\pm 10\%$. No entanto, esta tolerância revelou-se excessiva no exemplo industrial, devido à presença dos freios, de geometria complexa. De modo a facilitar a convergência do algoritmo global, foi necessário reduzir a gama de variação admitida para a força imposta para apenas $\pm 5\%$. Assim, a complexidade geométrica do exemplo industrial em análise, revelou que estes parâmetros devem ser estudados em trabalhos futuros, de modo a proceder à sua optimização em função das características do problema.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Belytschko, T. e Lin, J.I. (1987), “A Three-dimensional impact-penetration algorithm with erosion”, *Computers & Structures*, 25, 95-104.
- Benson, D.J. e Hallquist, J.O. (1990), “A single surface contact algorithm for the post-buckling analysis of shell structures”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 78, 141-163.
- Bergman, G. e Oldenburg, M. (2004), “A finite element model for thermomechanical analysis of sheet metal forming”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 59, 1167-1186.
- Bézier, P. (1977), “Essai de définition numérique des courbes et des surfaces”, Tese de Doutorado, Université Pierre et Marie Curie, França.
- Boschioli, M., Funfzig, C., Romani, L. e Albrecht, G. (2011), “A comparison of local parametric C^0 Bézier interpolants for triangular meshes”, *Computers & Graphics*, 35, 20-34.
- Buranathiti, T. e Cao, J. (2005) “Benchmark Simulation Results: Automotive Underbody Cross Member (Benchmark 2)”, NUMISHEET’2005, 6th International Conference and Workshop on Numerical Simulation of 3D Sheet Forming Processes - On the Cutting Edge of Technology, Smith, L.M., Pourboghrat, F., Yoon, J. W., Stoughton, T.B. (eds.), American Institute of Physics Conference Proceedings, Part B, 778, 1004-1112.
- Heege, A. (1992), “Simulation numerique 3D du contact avec frottement et application à la mise en forme”, Tese de Doutorado, Institut National Polytechnique de Grenoble, França.
- Laursen, T.A. (1992), “Formulation and treatment of frictional contact problems using finite elements”, Tese de Doutorado, Stanford University, E.U.A..
- Lin, J., Ball, A.A. e Zheng, J.J. (2001), “Approximating circular arcs by Bézier curves and its application to modelling tooling for FE forming simulations”, *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 41, 703-717.
- Makinouchi, A. (1996) “Sheet metal forming simulation in industry”, *Journal of Materials Processing Technology*, 60, 19-26.

- Mendes, A.M. (2011), “Aplicação de Superfícies Paramétricas de Grau Dois na Simulação de Processos de Estampagem: Análise de Erro e Performance”, Tese de Mestrado em Engenharia Mecânica na especialidade de Sistemas de Produção, Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Menezes, L.F. (1995), “Modelação tridimensional e simulação numérica dos processos de enformação por deformação plástica – Aplicação à estampagem de chapas metálicas”, Tese de Doutoramento, Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Menezes, L.F. e Teodosiu, C. (2000), “Three-Dimensional numerical simulation of the deep-drawing process using solid finite elements”, *Journal of Materials Processing Technology*, 97, 100-106.
- Menezes, L.F., Neto, D.M., Oliveira, M.C., Alves, J.L., (2011), “Improving Computational Performance through HPC Techniques: case study using DD3IMP in-house code”, *ESAFORM 2011, The 14th ESAFORM Conference on Material Forming*, American Institute of Physics Conference Proceedings, 1353(5-10), 1220-1225.
- Nagata, T. (2005), “Simple local interpolation of surfaces using normal vectors”, *Computer Aided Geometric Design*, 22, 327-347.
- Neto, D.M. (2010). “Development and Implementation of Nagata Patches Interpolation Algorithms”, Tese de Mestrado em Engenharia Mecânica na especialidade de Sistemas de Produção, Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Neto, D.M., Oliveira, M.C., Menezes, L.F., Alves, J.L., “Improving Nagata Patch Interpolation Applied for Tool Surface Description in Sheet Metal Forming Simulation”, submetido para publicação na *Computer Aided Design*.
- Neto, D.M., Oliveira, M.C., Menezes, L.F., Alves, J.L. (2011), “Formulation of frictional contact problems using tools described by Nagata patches”, *CMNE 2011, Congresso de Métodos Numéricos e Computacionais em Engenharia*, Tadeu, A., Figueiredo, I.N., Menezes, L.F., Mendes, P.A., Rodríguez-Ferran, A., Arias, I. e Blanco, J.M. (eds.), 438.
- Oliveira, M.C. (2005), “Algoritmos e Estratégias de Gestão do Problema de Contacto com Atrito em Grandes Deformações”, *Aplicação à Estampagem de Chapas Metálicas*, Tese de Doutoramento, Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Oliveira, M.C. e Menezes, L.F. (2001), “Influence of the stamping tools description on the numerical simulation results”, *Karl Kuzman (eds.), ICIT 2001, 3rd International Conference on Industrial Tools*, Slovenia, 365-368.

-
- Oliveira, M.C. e Menezes, L.F. (2002), “Optimização da descrição das ferramentas por superfícies de Bézier na simulação do processo de estampagem”, V Congresso de Métodos Numéricos em Engenharia, Goicolea, J.M., Mota Soares, C., Pastor, M. e Bugeda, G. (eds.), 107.
- Oliveira, M.C., Alves, J.L. e Menezes, L.F. (2003), “Improvement of a frictional contact algorithm for strongly curved contact problems”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 58, 2083-2101.
- Oliveira, M.C., Alves, J.L. e Menezes, L.F. (2008), “Algorithms and strategies for treatment of large deformation frictional contact in the numerical simulation of deep drawing process”, *Archives of Computational Methods in Engineering*, 15, 113-162.
- Pietrzak, G. e Curnier, A. (1999), “Large deformation frictional contact mechanics: continuum formulation and augmented Lagrangian treatment”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 177, 351-381.
- Puso, M.A. e Laursen, T.A. (2002), “A 3D contact smoothing method using Gregory patches”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 54, 1161-1194.
- Rogers, D.F. (2001), *An Introduction to NURBS with Historical Perspective*, Morgan Kaufmann Publishers, Massachusetts.
- Santos, A. e Makinouchi A. (1995), “Contact strategies to deal with different tool descriptions in static explicit FEM of 3-D sheet-metal forming simulation”, *Journal of Materials Processing Technology*, 50, 277-291.
- Stadler, M., Holzapfel, G.A. e Korelc, J. (2003), “ C^n continuous modelling of smooth contact surfaces using NURBS and application to 2D problems”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 57, 2177-2203.
- Wang, S. e Makinouchi, A. (2000), “Contact search algorithm for finite element analysis”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 48, 501-521.
- Wriggers, P., Krstulovic-Opara, L. e Korelc, J. (2001), “Smooth C^1 -interpolations for two-dimensional frictional problems”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 51, 1469-1495.
- Wu, J., Zhou D. (2005), “Specifications for BM2: Underbody Cross Member Panel”, NUMISHEET’2005, 6th International Conference and Workshop on Numerical Simulation of 3D Sheet Forming Processes - On the Cutting Edge of Technology, Smith, L.M., Pourboghra, F., Yoon, J. W., Stoughton, T.B. (eds.), American Institute of Physics Conference Proceedings, Part B, 778, 1150-1156.

- Zhang, L., Zhou, D., Wu, J., Du, C., Shi, M.F., Chen, M., Huang, M., Xia, C., Zhu, X., Chu, E. (2005), “Background and Tryout Report for BM2: Underbody Cross Member”, NUMISHEET’2005, 6th International Conference and Workshop on Numerical Simulation of 3D Sheet Forming Processes - On the Cutting Edge of Technology, Smith, L.M., Pourboghra, F., Yoon, J. W., Stoughton, T.B. (eds.), American Institute of Physics Conference Proceedings, Part B, 778, 888-893.
- Zhong, Z.H., e Nilsson, L., (1994) Automatic contact searching algorithm for dynamic finite element analysis, Computers & Structures, 52 , 187-197.