



• U • C •

FCTUC FACULDADE DE CIÊNCIAS
E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

DEPARTAMENTO DE
ENGENHARIA MECÂNICA

Efeitos da sensibilidade ao entalhe em previsões ϵN vida de fadiga

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica na Especialidade de Projecto Mecânico.

Autor

Hugo de Sousa Ramalho

Orientadores

Professor Doutor Jaime Tupiassú Pinho de Castro

Professor Doutor José Domingos Moreira da Costa

Júri

Presidente Professora Doutora Ana Paula Bettencourt Martins Amaro
Professora da Universidade de Coimbra

Vogais

Professor Doutor Luís Filipe Pires Borrego

Professor do Instituto Politécnico de Coimbra

Professor Doutor José António Martins Ferreira

Professor da Universidade de Coimbra

Colaboração Institucional da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Coimbra, Setembro, 2010

Agradecimentos

Apesar da realização individual do trabalho, o mesmo não seria possível sem o apoio algumas pessoas. Assim, desejo prestar aqui os meus sinceros agradecimentos.

Ao Professor Doutor Jaime Tupiassú Pinho de Castro, meu orientador da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro que me recebeu abertamente e aceitou-me como seu orientado para o trabalho realizado. Agradeço todo o apoio prestado, conhecimento transmitido, exigência imposta e amizade partilhada.

Ao Gerardo, ao Guillermo, ao Marco, ao Jesus, ao Leonardo, ao Cristian, à Sílvia e à Sabrina do Laboratório de Fotomecânica da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro que me receberam abertamente e com os quais tive o prazer de conviver, trabalhar e partilhar conhecimento durante a realização do trabalho no Brasil.

Ao Professor Doutor José Domingos Moreira da costa, meu orientador da Universidade de Coimbra do qual tive sempre um apoio inigualável. Agradeço imenso a disponibilidade prestada, todo o conhecimento transmitido ao longo do percurso académico mesmo aquele fora âmbito das cadeiras que lecciona, esteve sempre disponível para tirar dúvidas. Agradeço também toda a amizade partilhada ao longo de todo o processo de aprendizagem.

Ao Professor Doutor Cristóvão Silva por ter aceitado todas as minhas propostas de intercambio que me proporcionaram experiências inesquecíveis ao longo de todo o percurso académico, incluindo esta ultima no Brasil onde foi realizado parte do trabalho aqui apresentado.

A todos os colegas de curso, amigos e amigos dos amigos com os quais tive a oportunidade de conviver ao longo destes anos e passar bons momentos que em situações

menos boas foram recordações que deram força para continuar, nunca desistir e chegar até aqui.

Ao Tiago e ao Belisário que já tive oportunidade de agradecer pessoalmente, mas pretendo deixar aqui um agradecimento especial pelo apoio prestado na fabricação dos corpos de prova ensaiados.

Finalmente, quero agradecer à minha família e em especial aos meus Pais por todo o apoio e educação dada que me fizeram não só chegar até aqui, mas sim continuar em frente com força e determinação rumo ao futuro.

A todos, muito obrigado por tudo!

Resumo

O presente trabalho de pesquisa realizado na área da fadiga, fez parte do Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra (FCTUC), realizado no âmbito de intercâmbio na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC).

Este trabalho teve como objectivo estudar a aplicabilidade de uma modelagem recentemente desenvolvida nas previsões de vida à fadiga.

Baseada em alguns conceitos da mecânica da fractura como trincas curtas, trincas não propagantes e limiar de propagação, esta modelagem propõe não só um melhoramento nas previsões tradicionais de vida à fadiga como uma aplicabilidade a entalhes de geometria variável.

Depois de devidamente estudada, explorada e compreendida foi proposto um tipo de experimento para comprovar a afirmação do parágrafo anterior. Assim, após um planeamento de testes experimentais, foram realizados ensaios de fadiga para confrontar os resultados de previsão de vida com os resultados experimentais obtidos.

Procedeu-se posteriormente a uma correcção do planeamento dos testes experimentais e foram comparados os resultados obtidos.

Concluíram-se melhorias notórias na previsão de vida propostas pela modelagem e deixou-se uma proposta para trabalhos futuros de modo a dar continuidade ao uso da modelagem e reforçar a aplicabilidade da mesma com mais testes experimentais.

Palavras-chave: Modelagem; Previsões de vida; Mecânica da fractura; Trincas curtas; Trincas não propagantes; Limiar de propagação; Entalhes.

Abstract

The following research work on the fatigue field, was part of the Integrated Master Degree in Mechanical Engineering of the Sciences and Technology Faculty of the University of Coimbra (FCTUC), was done through an exchange program in Pontifical University Catholic of Rio de Janeiro (PUC).

This work had as aim the study of the applicability of a recent developed model to predict life in fatigue.

Based on some Fracture Mechanics concepts as short cracks, non propagation cracks and propagation threshold, this model proposes not only an improvement on the life predictions but also applicability to notches with variable geometry.

After properly studied, explored and understood was proposed an experimental test to prove the previous paragraph. Therefore, after plan all the experimental tests were done fatigue tests and compared the experimental results with the predictions.

Accomplished notorious improvements on the predictions lives proposed by the studied model and was left a propose for future works to keep going on the study and applicability of this model with more experimental tests.

Keywords Model; Life predictions; Fracture Mechanics; Short cracks; Non propagating cracks; Notches.

Índice

Índice de Figuras	vii
Índice de Tabelas	x
Simbologia e Siglas	xi
Simbologia.....	xi
Siglas	xii
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1. Objectivos	1
1.2. Estrutura do texto.....	1
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	3
2.1. Conceitos Fundamentais	3
2.1.1. Fadiga	3
2.1.2. Trincas	5
2.1.3. Factor de intensidade de tensões	7
2.1.4. Concentração de tensões.....	9
2.1.5. Coeficiente de concentração de tensões à fadiga K_f	20
2.2. Trabalhos Consultados.....	22
2.2.1. 1979 – “Prediction of non propagating cracks”.....	22
2.2.2. 1997 – “Short crack growth and internal stresses”.....	23
2.2.3. 2003 – “Stress analysis of V-notches with and without cracks, with application to foreign object damage”.....	23
2.2.4. 2004 – “Stop drilling procedure for life fatigue life improvement”.....	23
2.2.5. 2007 – “Short crack threshold estimates to predict notch sensitivity factors in fatigue”.....	24
2.2.6. 2009 – “On the prediction of the residual fatigue life of cracked structures repaired by the stop-hole method”	24
3. MODELAGEM	25
3.1. Introdução	25
3.2. Trincas curtas	26
3.3. Efeito da geometria dos entalhes na propagação	30
3.4. A Modelagem das trincas curtas	35
3.5. Verificações da Modelagem	40
3.5.1. Cálculo da sensibilidade ao entalhe q	40
3.5.2. Previsões comprovadas com resultados experimentais.....	42

4.	EXPERIMENTO PROPOSTO	44
4.1.	Material testado.....	44
4.2.	Formulação do problema	45
4.3.	Dimensionamento da geometria dos entalhes.....	45
4.3.1.	Dimensionar entalhes de valor igual de K_t	45
4.3.2.	Dimensionar entalhes de valor igual de K_f	47
4.3.3.	Resumo de K_t e K_f calculados	48
4.4.	Corpos de prova fabricados	49
4.5.	Correcção da formulação do problema	50
5.	ENSAIOS EXPERIMENTAIS	56
5.1.	Metodologia experimental	56
5.2.	Resultados experimentais.....	58
5.3.	Análise dos resultados	60
5.3.1.	Cálculo das tensões solicitadoras	60
5.3.2.	Método SN implementado para análise.....	61
5.3.3.	Resultados das previsões SN	63
6.	CONCLUSÃO.....	71
7.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	73
8.	ANEXOS.....	75
8.1.	ANEXO A.....	75
8.1.1.	Modelagem do problema inicial (MAPLE).....	75
8.1.2.	Calculo de K_T por Creager-Paris	90
8.1.3.	Correcção da formulação do Problema	93
8.2.	ANEXO B.....	94
8.2.1.	Cálculo das tensões relativas às cargas do ensaio	94
8.2.2.	Previsões de vida SN com o K_t dado pelo ANSYS	95
8.2.3.	Previsões de vida SN com o K_t dado por Creager-Paris	97
8.2.4.	Previsões de vida SN com o K_t dado pela média entre os valores do Ansys e Creager-Paris	99

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 Esquema representativo dos mecanismos de fractura por fadiga.....	3
Figura 2.2 Modos de propagação de trincas [4].	7
Figura 2.3 Comparação de estados de tensão de uma placa infinita solicitada à tracção em que σ_0 na figura representa a σ_n que tracciona a placa [4].....	10
Figura 2.4 Distribuição das tensões tangenciais do furo circular estudado por Kirsh [6]... ..	12
Figura 2.5 Distribuição das tensões do furo circular na placa infinita traccionada [6].	13
Figura 2.6 Placa de Inglis traccionada perpendicularmente ao eixo $2b$ do furo elíptico [6].	14
Figura 2.7 Coordenadas elíptico-hiperbólicas com $p=1$ [6]	14
Figura 2.8 Valor de K_t no caso da placa finita com furo circular solicitada à tracção [8]..	17
Figura 2.9 Pontos experimentais medidos por Peterson para obter o valor da constante α [6]	21
Figura 2.10 Sensibilidade ao entalhe para Aços e Alumínios em função do raio [8].	22
Figura 3.1 A) Tipo de corpo de prova usado no experimento B) Resultados experimentais da vida residual à fadiga para cada diâmetro de furo [15].....	26
Figura 3.2 Resultados experimentais de propagação de trincas sob $R=0$ que mostram a zona de trincas não propagantes [6].	27
Figura 3.3 Ajuste do parâmetro γ em função dos pontos experimentais de propagação de trincas curtas medidos [6].....	29
Figura 3.4 Influência do parâmetro γ na transição entre trincas curtas e longas [6].....	29
Figura 3.5 Variação do valor de ρ na equação 3.8	30
Figura 3.6 Variação da relação c/b na função 3.9 [6].....	31
Figura 3.7 Cálculos de elementos finitos e os respectivos ajustes das curvas para entalhes para $c < b$ [16].....	32

Figura 3.8 Cálculos de elementos finitos e os respectivos ajustes das curvas para entalhes para $c > b$ [16].....	32
Figura 3.9 Variação da resistência à propagação a partir da borda de um entalhe para K_t diferentes.	33
Figura 3.10 Comparação do tolerânciamento de trincas entre um furo circular e um furo elíptico [6].	34
Figura 3.11 Exemplo esquemático dos limites referidos nas equações 3.16 e 3.15.....	35
Figura 3.12 Entalhe semi-elíptico em uma placa infinita solicitado à tracção [16].	36
Figura 3.13 Comportamento de trincas que partem de um furo circular e que propagam ou não de acordo com a relação da equação 3.27 [6].....	39
Figura 3.14 Sensibilidade ao entalhe $q(1/\kappa)$ estimada para o furo circular tendo em conta as propriedades do material referidas (ΔS_0 e ΔK_0) [16].....	41
Figura 3.15 Sensibilidade ao entalhe $q(1/\kappa)$ estimada para o furo circular tendo em conta as propriedades do material referidas (ΔS_0 e ΔK_0) [16].....	41
Figura 3.16 Comparação entre as previsões de vida previstas com K_t à direita e K_f à esquerda com os resultados experimentais obtidos em [17].....	42
Figura 4.1 Relações para as dimensões do corpo de prova SENT e a respectiva equação para o cálculo do factor de intensidade de tensões.....	49
Figura 4.2 Dimensões principais dos corpos de prova.	50
Figura 4.3 Detalhes referentes à figura 4.2 dos entalhes respectivos a cada corpo de prova.	50
Figura 4.4 Condições de ensaio implementadas no ANSYS para o cálculo de K_t	51
Figura 4.5 Resultados obtidos por elementos finitos para o CP1.....	52
Figura 4.6 Resultados obtidos por elementos finitos para o CP2.....	52
Figura 4.7 Resultados obtidos por elementos finitos para o CP3.....	53
Figura 5.1 Sistemas utilizados nos ensaios dos corpos de prova	56
Figura 5.2 Detalhe pormenorizado das condições de ensaio.....	56
Figura 5.3 Detalhe pormenorizado das condições de ensaio.....	57
Figura 5.4 Vista ao microscópio da trinca de um exemplar do CP1.	58

Figura 5.5 Vista ao microscópio da trinca de um exemplar do CP2.	59
Figura 5.6 Vista ao microscópio da trinca de um exemplar do CP3.	59
Figura 5.7 Valores das constantes para o cálculo do factor K_a [8].	61
Figura 5.8 Curva esquemática SN do material e do corpo de prova	62
Figura 5.9 Gráfico comparativo entre as vidas previstas e experimentais CP1 (K_t Ansys)	66
Figura 5.10 Gráfico comparativo entre as vidas previstas e experimentais CP2 (K_t Ansys)	66
Figura 5.11 Gráfico comparativo entre as vidas previstas e experimentais CP3 (K_t Ansys)	67
Figura 5.12 Gráfico comparativo entre as vidas previstas e experimentais CP1 (K_t Creager-Paris)	67
Figura 5.13 Gráfico comparativo entre as vidas previstas e experimentais CP2 (K_t Creager-Paris)	68
Figura 5.14 Gráfico comparativo entre as vidas previstas e experimentais CP3 (K_t Creager-Paris)	68
Figura 5.15 Gráfico comparativo entre as vidas previstas e experimentais CP1 (K_t Médio)	69
Figura 5.16 Gráfico comparativo entre as vidas previstas e experimentais CP2 (K_t Médio)	69
Figura 5.17 Gráfico comparativo entre as vidas previstas e experimentais CP3 (K_t Médio)	70

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 4.1 Propriedades do Al 6082 – T6 [17].	44
Tabela 4.2 Resumo dos resultados obtidos no dimensionamento dos entalhes.....	48
Tabela 4.3 Resumo dos valores para o cálculo dos coeficientes de concentração de tensões K_t corrigidos.	54
Tabela 4.4 Estimativas de Creager-Paris para o valor do coeficiente de concentração de tensões K_t	54
Tabela 4.5 Valores de K_f corrigidos para os ensaios realizados.	55
Tabela 5.1 Dados inseridos para os ensaios	57
Tabela 5.2 Resultados experimentais obtidos.....	58
Tabela 5.3 Tensões solicitadoras para cada tipo de corpo de prova durante os ensaios	60
Tabela 5.4 Resumo das previsões calculadas	65

SIMBOLOGIA E SIGLAS

Simbologia

E	Módulo de Elasticidade
σ_{\max}	Tensão máxima
CP	Corpo de prova
σ_f	Tensão limite de fadiga
FIT	Factor de intensidade de tensões
K_f	Factor de concentração de tensões à fadiga
K_t	Factor de concentração de tensões
ρ	Raio do entalhe
σ_{ced}	Tensão de cedência
σ_r	Tensão de rotura
K	Factor de intensidade de tensões
K_I	Factor de intensidade de tensões em modo I
K_{II}	Factor de intensidade de tensões em modo II
K_{III}	Factor de intensidade de tensões em modo III
σ_n	Tensão nominal
σ_{f0}	Tensão limite de fadiga do material
$\sigma_{f0'}$	Tensão limite de fadiga do corpo de prova
σ_{xx}	Tensão normal principal segundo XX
σ_{yy}	Tensão normal principal segundo YY
τ_{xy}	Tensão de corte segundo XY
R	Razão de tensões
W	Largura do corpo de prova
B	Espessura do corpo de prova
b	Comprimento do rasgo do entalhe
a	Comprimento da trinca

a_0	Tamanho característico das trincas curtas
q	Sensibilidade ao entalhe
ΔK_{th}	Limiar de propagação da gama de intensidade de tensões
ΔS_0	Tensão limite de fadiga para R=0
$f(a/w)$	Factor geométrico
γ	Parâmetro ajustável de Bazant
ΔK	Gama de intensidade de tensões
η	Parâmetro de correcção para a superfície livre
f	Frequência de solitação
P_{max}	Carga máxima
P_{med}	Carga média
P_a	Carga alternada
P_{min}	Carga média
K_a	Coefficiente de acabamento superficial
K_c	Coefficiente de carregamento
N	Numero de ciclos
N_{exp}	Numero de ciclos obtidos experimentalmente
N_{prev}	Numero de ciclos obtidos pelas previsões

Siglas

DEM – Departamento de Engenharia Mecânica

FCTUC – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

PUC – Pontifícia Universidade Católica

1. INTRODUÇÃO

A necessidade de previsões de vida, seja qual for o componente mecânico é uma ferramenta de grande importância e muito útil no abrangente campo da Engenharia Mecânica.

Dada a não trivialidade do procedimento de previsão de vida à fadiga e as inúmeras variáveis de que o mesmo depende, existem diversas as formas de fazer previsão de vida à fadiga.

O presente trabalho apresenta um estudo detalhado com foco em uma das variáveis que usada nos métodos de previsão, o coeficiente de concentração de tensões à fadiga K_f . Mais concretamente, neste trabalho é apresentada uma modelagem para o cálculo do K_f que revela ter um campo aplicabilidade maior e reproduzir melhor as previsões de vida quando utilizada.

1.1. Objectivos

Pretende-se ao longo deste trabalho atingir os seguintes objectivos:

- Estudar e compreender a modelagem apresentada
- Propor novos testes experimentais para a verificação da modelagem
- Realizar os testes experimentais propostos
- Analisar todos os dados recolhidos, fazer as respectivas previsões de vidas com o uso da modelagem e comparar tanto com os resultados experimentais como com outras previsões de vida obtidas.

1.2. Estrutura do texto

No capítulo 2 são apresentados todos os conceitos revistos e estudados para a compreensão da modelagem em questão, assim como enumera alguns trabalhos consultados durante a realização do mesmo.

A modelagem é apresentada o capítulo 3, justificando a sua utilização e os conceitos base a partir dos quais foi desenvolvida. São também referenciados alguns resultados obtidos e publicados com a utilização da mesma.

O problema e o tipo de experimento propostos para por à prova a modelagem são apresentados no capítulo 4, onde se definiram e dimensionaram detalhadamente os entalhes e os tipos de corpos de prova a serem testados.

Tanto os resultados experimentais obtidos como o tratamento de todos os dados obtidos e as respectivas previsões de vida calculadas são apresentados e comparados no Capítulo 5.

Finalmente, no capítulo 6 apresentam-se as conclusões relativas ao trabalho realizado e uma proposta de testes experimentais para futuros trabalhos.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo vão ser abordados alguns conceitos fundamentais para uma melhor compreensão do conteúdo apresentado ao longo do texto, provenientes de alguns conhecimentos prévios, da pesquisa bibliográfica realizada e do estudo mais específico feito na área de modelagem em questão.

Após introdução de alguns conceitos fundamentais será então feita uma descrição de trabalhos relativos à área abordada pelo referido tema de tese.

2.1. Conceitos Fundamentais

2.1.1. Fadiga

O conceito de Fadiga em engenharia é um tipo de falha mecânica originada primariamente pela aplicação de cargas variáveis em componentes mecânicos que provoca inicia-se com a nucleação da trinca, segue com o seu crescimento microscópico, depois a sua propagação e finalmente a rotura como está representado esquematicamente na figura abaixo.



Figura 2.1 Esquema representativo dos mecanismos de fractura por fadiga.

Pode-se encontrar uma definição do processo de fadiga na norma ASTM que define fadiga (tradução em [1]) como [2]:

“Fadiga é um processo de alteração estrutural permanente, progressivo e localizado, que ocorre num material sujeito a condições que produzem tensões ou extensões dinâmicas num ponto ou em vários pontos, e que pode culminar em fendas ou numa fractura completa após um número suficiente de variações de carga”.

Assim, descrevendo o processo dos mecanismos esquematizado na figura 2.1, a fractura por fadiga inicia-se com a **Nucleação da trinca** em locais desfavorecidos, onde por exemplo se concentram tensões, onde existem defeitos do material ou defeitos induzidos na fabricação.

O Crescimento macroscópico da trinca ocorre devido à irreversibilidade do processo de deformação plástica que favorece a deterioração do material que acabam por originar as trincas nas zonas desfavorecidas.

Uma vez iniciada a trinca, a sua **propagação** estabiliza numa direcção perpendicular à maior tensão que a solicita após o crescimento de alguns diâmetros de grãos. Esta fase experimentalmente controlada pelo FIT (factor de intensidade de tensões) é descrita pela velocidade de propagação da ordem de μ m/ciclo em gráficos da/dN (crescimento da trinca a cada ciclo).

Finalmente a rotura ocorre quando a trinca propagou o suficiente deixando uma área residual de contacto insuficiente para suportar a solicitação aplicada, originando assim a **rotura final**.

2.1.1.1. Métodos de dimensionamento à Fadiga

São três os métodos de dimensionamento à fadiga comuns de se usarem no projecto à vida de fadiga.

O primeiro a mencionar é o **método SN** desenvolvido a partir de trabalhos de Wohler em meados do século XIX correlaciona gamas de tensões elásticas cíclicas que se fazem sentir nas zonas desfavorecidas (entalhes) com o número de ciclos suficientes para iniciar trincas por fadiga nas zonas referidas.

O segundo a referir é o **método ϵN** ou método de Coffin-Manson caracterizado por reconhecer deformações elasto-plásticas cíclicas correlacionando a vida de um componente mecânico sob cargas reais de serviço com um a vida de um CP (Corpo de prova) sob a uma história similar de deformações geradas pelas cargas de serviço referidas.

A grande diferença do método SN para o método ϵN , são as deformações elasto-plásticas cíclicas serem reconhecidas e o efeito de sequência destas deformações é contabilizado, coisa que no método SN não acontece.

Finalmente, o **método da/dN** muito útil na previsão de vida residual de componentes trincados. Este método baseado em conceitos da Mecânica da Fractura Linear Elástica tem como modelo pioneiro de previsão a lei de Paris (1969).

2.1.2. Trincas

Usualmente também designadas por fendas ou fissuras, são considerados entalhes de raios de ponta muito pequenos ($\rho \rightarrow 0$).

Dada a sua geometria característica (raios de ponta muito pequenos), as trincas são estudadas pela Mecânica da Fractura, uma vez que seriam sempre singulares na mecânica tradicional, pois os raios de ponta pequenos geram concentração de tensões tais, que um componente trincado solicitado por uma tensão nominal σ_n , originaria uma tensão máxima $\sigma_{\max} \rightarrow \infty$. Assim a usual comparação feita na mecânica tradicional com as propriedades equivalentes de resistência do material (σ_{ced} e σ_r) deixa de ser válida, pois não existem materiais com resistências infinitas. Com esta última afirmação poderia levar-se prematuramente à conclusão que a presença de uma trinca implica o fim do componente. Tal nem sempre se verifica, como vai ser explicado mais detalhadamente no seguimento deste texto, o caso das trincas que não propagam.

As trincas, consideradas defeitos já existentes de fabricação ou possíveis de surgirem durante a vida dos componentes devem ser previamente contabilizadas no projecto de modo a evitar falhas graves.

Existem três tipos fundamentais de causas de dano que podem originar nucleação e iniciação de trincas [1]:

- Deformação plástica cíclica
- Ruptura dos limites de grão
- Defeitos internos do material

Como já foi referida, a mecânica de fractura contabiliza o efeito das trincas em componentes, tendo como objectivo principal saber responder aos seguintes pontos para ser possível projectar tolerando defeitos:

- A maior carga que uma estrutura trincada pode suportar.
- A maior trinca que uma estrutura suporta sob determinadas condições de serviço previamente analisadas.
- A vida residual que tem a estrutura trincada e a taxa de propagação das trincas que limita o tempo de vida dos componentes.

2.1.2.1. Métodos de inspecção

Para concluir, resta apenas referir alguns dos procedimentos mais utilizados para proceder à detecção destes defeitos estruturais. Referir também que um grande desafio destes procedimentos de inspecção é ser capaz de identificar a trinca com o componente em repouso. É um grande desafio porque, por um lado a trinca na maioria das vezes é mais fácil de identificar quando o componente se encontra em serviço, e por outro lado o processo de inspecção muitas vezes só é possível de se executar com o componente em repouso.

Principais técnicas de inspeção não destrutiva [3]:

- Inspeção visual
- Líquidos penetrantes
- Partículas magnéticas
- Correntes parasitas
- Ultra-som
- Radiografia

Principalmente no caso de projecto de risco deve-se adoptar mais do que um mecanismo de inspeção, uma vez que estes defeitos podem ser melhor detectados por um mecanismos do que outro, dependendo assim de cada situação em particular.

2.1.3. Factor de intensidade de tensões

O factor de intensidade de tensões (FIT) introduzido por Irwin e por Williams em 1957 que concluíram por raciocínios diferentes uma mesma relação do tipo $K \propto \sqrt{\pi \cdot r}$ (sistema de coordenadas $r\theta$) na distribuição dos campos de tensões elásticos na proximidade da trinca.

A figura abaixo mostra os 3 modos principais de propagação de trinca:

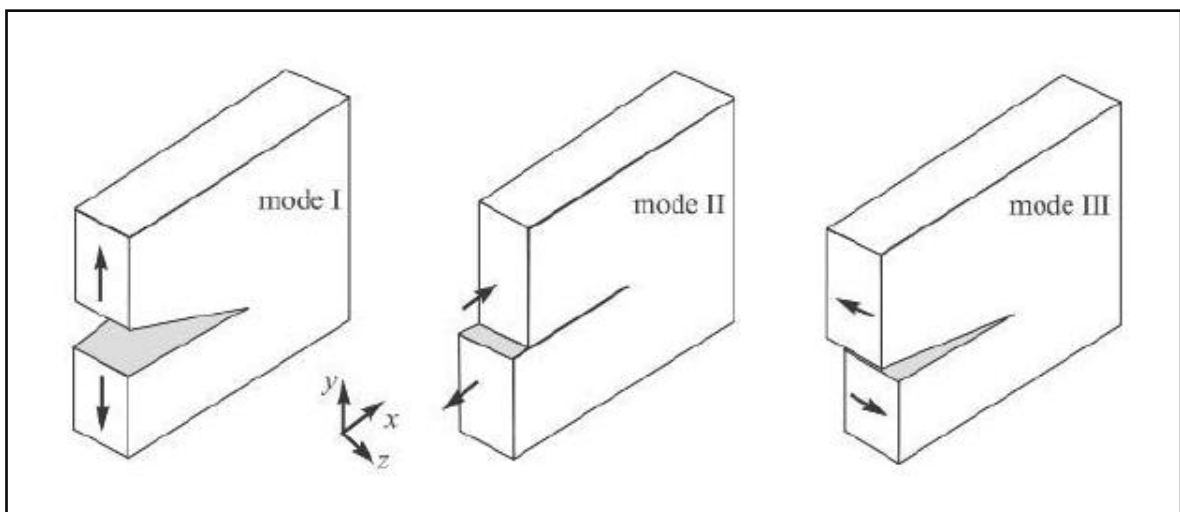


Figura 2.2 Modos de propagação de trincas [4].

A diferença entre cada um destes modos de propagação é o tipo de solitação que os define. O modo I corresponde a um tipo de solitação de normal ao plano da trinca enquanto que o modo II ocorre para solitações no plano da trinca. Finalmente o modo III ocorre também no plano da trinca tal como o modo II mas a sua solitação é perpendicular à direcção de propagação da trinca. Geralmente ao modo I, II e III estão associados a esforços normais, corte e torção respectivamente.

Em seguida apresentam-se os campos de tensões lineares elásticos em torno das trincas descritos por sistemas de eixos XY e $r\theta$ que têm a sua origem na ponta da trinca:

- Modo I:

$$\begin{cases} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{cases} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \begin{cases} 1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \\ 1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \\ \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \end{cases} \quad (2.1)$$

- Modo II:

$$\begin{cases} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{cases} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{cases} -\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \left[2 + \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] \\ \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \cdot \left[1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] \end{cases} \quad (2.2)$$

- Modo III:

$$\begin{cases} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{cases} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{cases} -\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{cases} \quad (2.3)$$

Os parâmetros K_I , K_{II} e K_{III} são expressos em $MPa\sqrt{m}$ e dão todas as informações sobre o efeito da carga, o efeito da geometria e o efeito da trinca no campo de tensões referido.

2.1.4. Concentração de tensões

No desenvolvimento das equações clássicas de análise tradicional de tensões de tracção/compressão, flexão e torção foi assumido a inexistência de irregularidades geométricas.

Contudo, é difícil projectar componentes isentos de irregularidades, como por exemplo, uma transição de diâmetro em um veio, um furo ou rasgo em uma placa.

Na análise tradicional, segundo o princípio de S. Vénant, esta apenas é válida em regiões dos componentes que se situem longe das zonas onde existem descontinuidades ou transições acentuadas que concentram tensões [5].

Como a maioria das situações de aplicação prática contêm zonas onde se concentram as tensões, torna-se fácil entender a razão pela qual a fissuração se inicia nessas zonas referidas. Assim, em projecto mecânico com o objectivo de evitar falhas por fadiga, define-se o coeficiente de concentração de tensões K_t , como o coeficiente teórico que relaciona a tensão máxima que actua junto da perturbação geométrica e a tensão nominal que actuará na mesma zona, mas no caso de inexistência de perturbações, isto, para áreas de secções homólogas.

$$K_t = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_n} \quad (2.4)$$

σ_{\max}	Tensão máxima na zona perturbada
σ_n	Tensão nominal

A figura que se segue mostra a diferença esquemática do estado plano de tensão entre uma placa infinita solicitada à tracção sem perturbações geométricas e a mesma placa com um furo circular central.

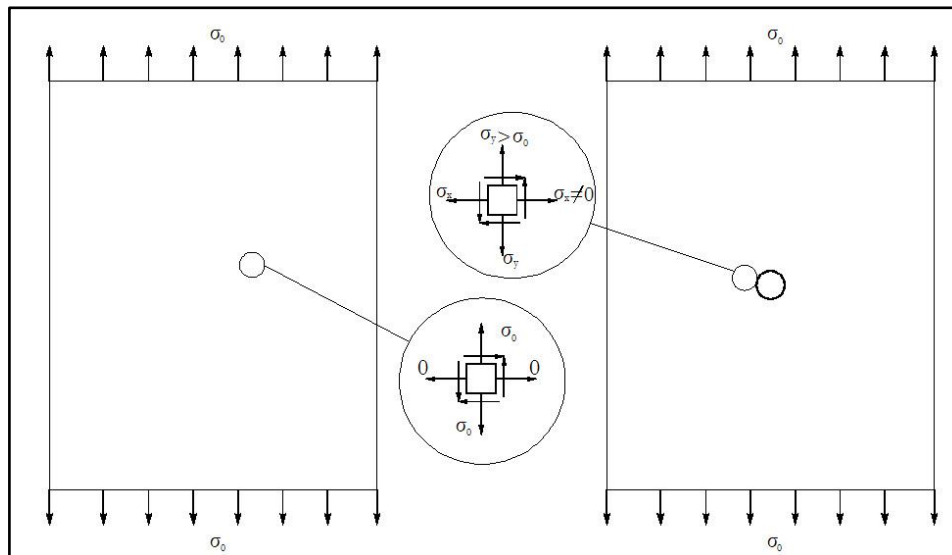


Figura 2.3 Comparação de estados de tensão de uma placa infinita solicitada à tracção em que σ_0 na figura representa a σ_n que tracciona a placa [4].

É usual usar-se como regra de projecto mecânico, que a maior tensão presente no componente (zonas com perturbações geométricas, soldaduras, etc.) deverá ser inferior à tensão de cedência do material σ_{ced} nos casos de dimensionamento estático ou inferior à tensão limite de fadiga, σ_{f0} , nos casos de dimensionamento dinâmico.

2.1.4.1. Soluções Analíticas

As duas próximas secções descrevem as soluções analíticas encontradas para resolver o problema de concentração de tensões numa placa finita do furo circular e do furo elíptico respectivamente.

2.1.4.1.1. Solução do furo circular de Kirsch

Em 1898 Kirsch analisou o problema de uma placa infinita com um furo circular sob tensão de tracção uniforme.

Antes de apresentar a solução analítica de Kirsch é de alguma importância apresentar previamente a função desenvolvida por Airy que conseguiu satisfazer ambas as condições de equilíbrio entre as forças e os momentos e as condições compatibilidade entre todos os deslocamentos e as respectivas deformações quando estas são pequenas ($\epsilon^2 \ll \epsilon$) limitação geralmente irrelevante uma vez que a grande parte das ligas aplicadas na prática encontram-se com valores entre $0.001 < \frac{\sigma_{ced}}{E} < 0.01$ [6]).

Airy mostrou que na ausência das forças de corpo a função Φ satisfaz a equação de Laplace:

$$\nabla^4 \Phi = \nabla^2(\nabla^2 \Phi) = 0 \quad (2.5)$$

em que:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (2.6)$$

e as componentes de tensão dadas por:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{xx} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \\ \sigma_{yy} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \\ \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \end{array} \right. \quad (2.7)$$

Pode-se então reescrever 2.5 com as componentes da tensão:

$$\nabla^4 \Phi = \nabla^2(\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2) = 0 \quad (2.8)$$

(Sistema de coordenadas ortogonais XY)

$$\nabla^4 \Phi = \nabla^2(\sigma_{rr}^2 + \sigma_{\theta\theta}^2) = 0 \quad (2.9)$$

(Sistema de coordenadas polares $r\Theta$)

Para descrever as condições de contorno do furo circular solicitado à tracção foi utilizado um sistema de coordenadas polares. Assim considerando as definições das componentes da tensão apresentadas anteriormente e uma vez que $\begin{cases} x = r \cdot \cos(\theta) \\ y = r \cdot \sin(\theta) \end{cases}$, usando e transformando a função desenvolvida por Airy obteve-se (Menguid 1989):

$$\sigma_{\theta} = \frac{\sigma_n}{2} \left(1 - \frac{R^2}{r^2}\right) \left[1 - \left(1 - 3\frac{R^2}{r^2}\right) \cos 2\theta\right] \quad (2.10)$$

Conclui-se que a tensão máxima ocorre para $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$ e a tensão mínima para $\theta = 0$ como se pode verificar na seguinte figura:

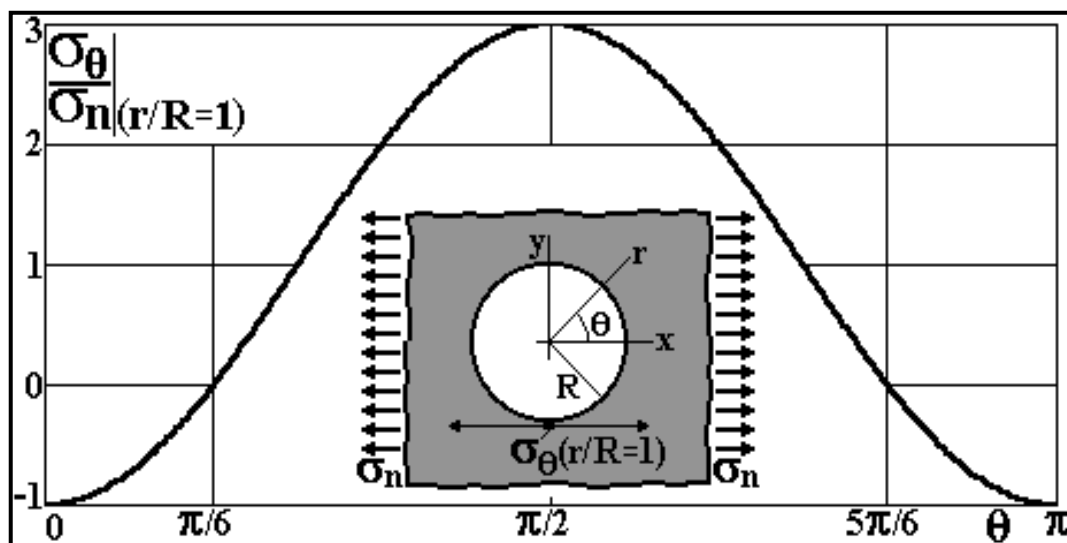


Figura 2.4 Distribuição das tensões tangenciais do furo circular estudado por Kirsh [6].

Verifica-se também uma alteração do tipo de esforço, pois apesar da placa estar sob tracção como se pode verificar existem esforços de compressão presentes na borda do furo dependendo da orientação do ponto que se considera.

Passando além da borda do furo, a figura que se segue mostra a tensão máxima que se sente na borda do furo circular rapidamente decresce para valores próximos da tensão nominal que tracciona a placa quando a razão r/R aumenta:

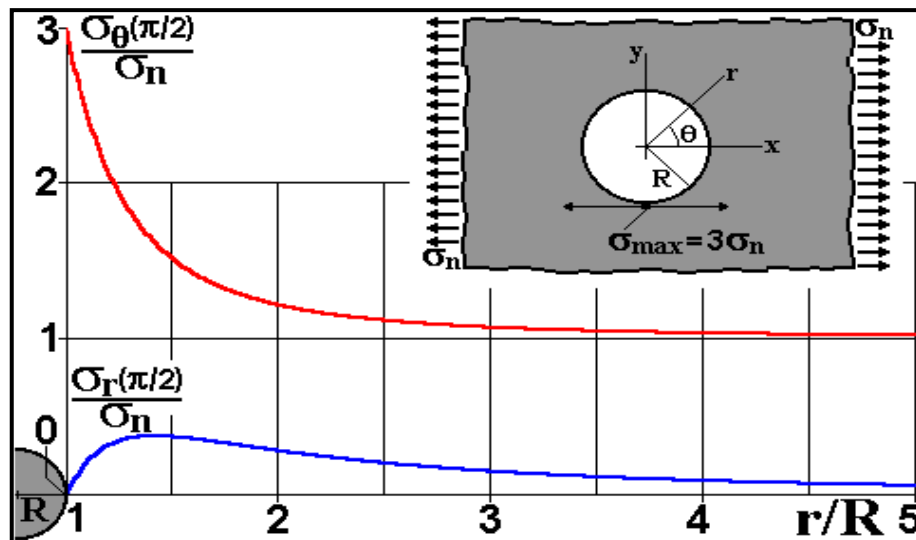


Figura 2.5 Distribuição das tensões do furo circular na placa infinita traccionada [6].

Assim, conclui-se que o efeito do furo circular provoca um aumento na tensão na sua borda para um valor de três vezes o valor da tensão nominal à qual a placa é traccionada. No entanto este aumento apenas tem relevância na borda e na zona muito próxima a esta, pois como referido anteriormente esse efeito rapidamente deixa de ter influência significativa à medida que se afasta da borda do furo, como se verifica na figura 2.5.

2.1.4.1.2. Solução do furo elíptico de Inglis

Pouco depois de Kirsch ter desenvolvido a solução do para o furo circular, Inglis (1913) resolveu o problema analítico da concentração de tensões do furo elíptico numa placa infinita sob esforço de traccion uniforme.

A solução aqui apresentada refere-se ao caso de uma elipse traccionada sendo que o semi-eixo maior é perpendicular à carga de tracção aplicada como está representado na figura que se segue:

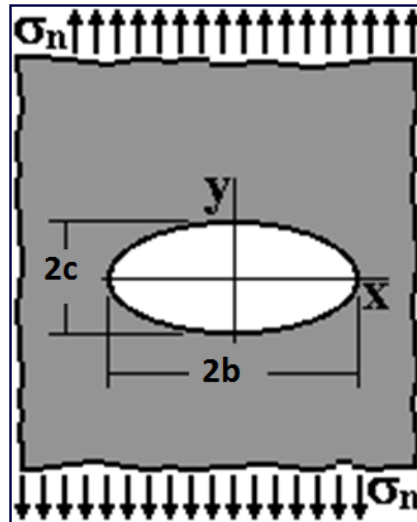


Figura 2.6 Placa de Inglis traccionada perpendicularmente ao eixo $2b$ do furo elíptico [6].

Inglis usou coordenadas ortonormais elíptico-hiperbólicas (α, β) que satisfazem as condições de contorno através da geração de elipses com a coordenada α e geração de hipérbolas com a coordenada β , ambas com focos em $x = \pm p$.

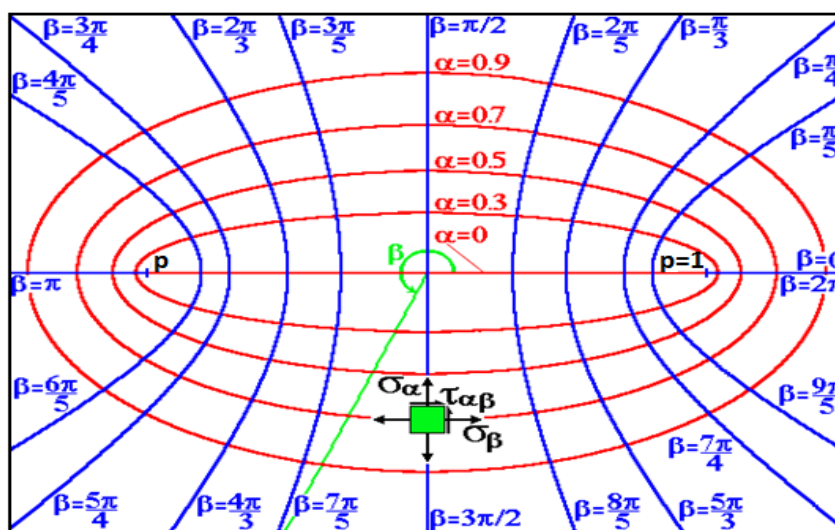


Figura 2.7 Coordenadas elíptico-hiperbólicas com $p=1$ [6]

O furo elíptico é descrito pela seguinte equação:

$$\frac{x^2}{\cosh^2 \alpha_0} + \frac{y^2}{\sinh^2 \alpha_0} = p^2 \quad (2.11)$$

Na figura 2.7 verifica-se que todas as assíntotas às hipérbolas (geradas com a variação de β) convergem para a origem do sistema de coordenadas esquematizado na figura, fazendo um ângulo β com o eixo das abcissas. Assim conclui-se que o sistema de coordenadas apresentado se comporta da mesma maneira das coordenadas polares $r \Theta$.

As elipses formadas por α têm como componente perpendicular de tensão σ_α , e como componente de tensão tangencial σ_β , sendo que esta última mantém simultaneamente a perpendicularidade com as hipérbolas formadas por β . A componente da tensão de corte encontra-se representada por $\tau_{\alpha\beta}$.

As equações das componentes das tensões anteriormente referidas geradas pela carga representada na placa de Inglis, são calculadas por séries de constantes A_n e B_n determinadas pelas condições de contorno [6]:

$$\begin{aligned} \sigma_\alpha = & \frac{1}{(\cosh 2\alpha - \cos 2\beta)^2} \sum_n A_n \left\{ (n+1)e^{(1-n)\alpha} \cos(n+3)\beta + (n+1)e^{-(n+1)\alpha} \cos(n-3)\beta \right. \\ & \left. - \left[4e^{-(n+1)\alpha} + (n+3)e^{(3-n)\alpha} \right] \cos(n+1)\beta + \left[4e^{(1-n)\alpha} + (3-n)e^{-(n+3)\alpha} \right] \cos(n-1)\beta \right\} \\ & + B_n \left\{ e^{-(n+1)\alpha} \left[n \cos(n+3)\beta + (n+2) \cos(n-1)\beta \right] - \left[(n+2)e^{(1-n)\alpha} + ne^{-(n+3)\alpha} \right] \cos(n+1)\beta \right\} \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} \sigma_\beta = & \frac{1}{(\cosh 2\alpha - \cos 2\beta)^2} \sum_n A_n \left\{ (3-n)e^{(1-n)\alpha} \cos(n+3)\beta - (n+3)e^{-(n+1)\alpha} \cos(n-3)\beta \right. \\ & \left. - \left[4e^{-(n+1)\alpha} - (n-1)e^{(3-n)\alpha} \right] \cos(n+1)\beta + \left[4e^{(1-n)\alpha} + (n+1)e^{-(n+3)\alpha} \right] \cos(n-1)\beta \right\} \\ & + B_n \left\{ e^{-(n+1)\alpha} \left[n \cos(n+3)\beta + (n+2) \cos(n-1)\beta \right] - \left[(n+2)e^{(1-n)\alpha} + ne^{-(n+3)\alpha} \right] \cos(n+1)\beta \right\} \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$\tau_{\alpha\beta} = \frac{1}{(\cosh 2\alpha - \cos 2\beta)^2} \sum_n A_n \left\{ (n-1)e^{(1-n)\alpha} \sin(n+3)\beta + (n+1)e^{-(n+1)\alpha} \sin(n-3)\beta \right. \\ \left. - (n+1)e^{(3-n)\alpha} \left[\sin(n+1)\beta - (n-1)e^{(3-n)\alpha} \right] \sin(n-1)\beta \right\} \quad (2.14)$$

$$+ B_n \left\{ e^{-(n+1)\alpha} \left[n \sin(n+3)\beta + (n+2) \sin(n-1)\beta \right] - \left[(n+2)e^{(1-n)\alpha} + ne^{-(n+3)\alpha} \right] \sin(n+1)\beta \right\}$$

Sendo \mathbf{n} um número inteiro positivo ou negativo e mantendo a mesma configuração em estudo, isto é, furo elipsoidal com o eixo maior \mathbf{b} , perpendicular à carga de solicitação de tracção nominal σ_n , são geradas cinco condições de fronteira:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1 = \frac{-\sigma_n (1 + 2e^{2\alpha_0})}{16} \\ B_1 = \frac{\sigma_n e^{4\alpha_0}}{8} \\ A_{-1} = \frac{\sigma_n}{16} \\ B_{-1} = \frac{\sigma_n (1 + \cosh 2\alpha_0)}{4} \\ B_{-3} = \frac{\sigma_n}{8} \end{array} \right. \quad (2.15)$$

A tensão tangente à borda do furo σ_β , com $\alpha_0 = \tan^{-1}\left(\frac{c}{b}\right)$ é dada por:

$$\sigma_{\beta_{\alpha=\alpha_0}} = \sigma_n e^{2\alpha_0} \left(\frac{(1 + e^{-2\alpha_0}) \sinh 2\alpha_0}{\cosh 2\alpha_0 - \cos 2\beta} \right) \quad (2.16)$$

Como se pode verificar (2.16) é maximizada nos extremos do eixo 2b. Assim depois de algumas modificações [6] a expressão de K_t do furo elíptico é reduzida a:

$$K_t = \frac{\sigma_{\beta_{\max}}}{\sigma_n} = 1 + 2\frac{b}{c} = 1 + 2\sqrt{\frac{b}{\rho}} \quad (2.17)$$

Sendo ρ , o raio do entalhe da elipse dado pela expressão $\rho = \frac{c^2}{b}$.

Para concluir, apenas referir que a equação do cálculo de K_t do furo elipsoidal de Inglis (2.17) reproduz a o valor do coeficiente de concentração de tensões calculado por Kirsch ($K_t=3$) quando $b=c$, isto é, no caso do furo circular.

2.1.4.2. Estimativas de K_t

Existem dados tabelados dos valores dos coeficientes de concentração de tensões consoante o tipo de geometria e carregamento aplicados a cada caso específico. Podem-se consultar muitos desses valores recorrendo à literatura como é o exemplo do livro publicado por Peterson, R.E [7]. A figura que se segue mostra um exemplo dos valores de K_t que podem ser obtidos aproximadamente recorrendo à consulta de gráficos:

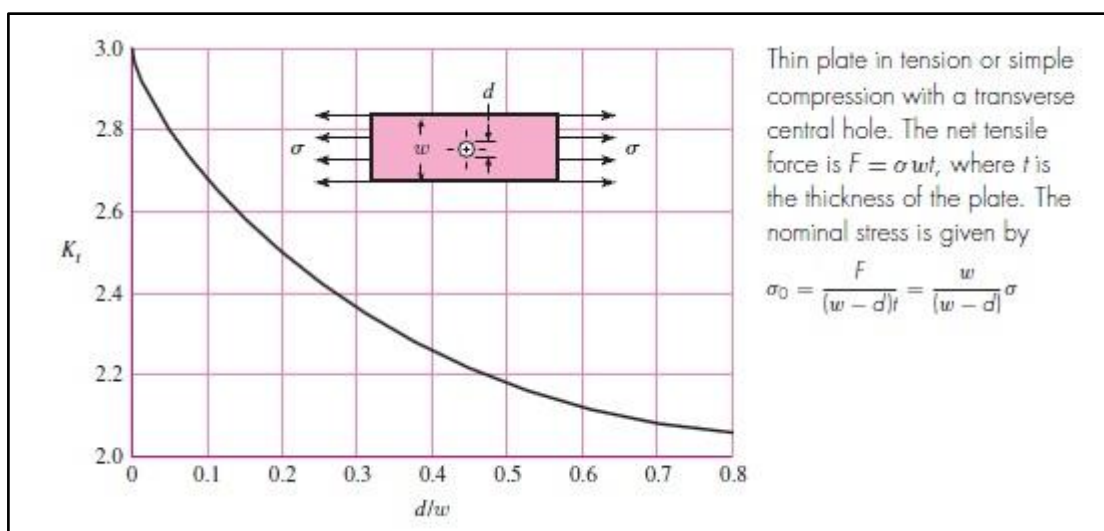


Figura 2.8 Valor de K_t no caso da placa finita com furo circular solicitada à tracção [8].

Valores precisos de K_t no caso específico da geometria da figura 2.8 são calculados pela seguinte expressão:

$$K_t = 3 - 3.13 \cdot \left(\frac{d}{w}\right) + 3.66 \cdot \left(\frac{d}{w}\right)^2 - 1.53 \left(\frac{d}{w}\right)^3 \quad (2.18)$$

Outros valores tabelados com as respectivas expressões exactas de K_t podem ser consultados na bibliografia [6].

Contudo, existem formas alternativas de estimar valores de K_t sem se recorrer a valores tabelados, até porque em caso de não se encontrar o tipo de geometria e carregamento tabelado ou mesmo na falta de meios de consulta é bom saber estimar valores de K_t utilizando outras ferramentas:

1. Estimar K_t segundo Inglis:

No caso do furo elíptico, com os seus semi-eixos perpendiculares à tensão normal, sendo que o semi-eixo maior da elipse é perpendicular à mesma tensão referida como se mostra na figura 2.6, pode-se estimar K_t para placa infinita recorrendo à seguinte expressão:

$$K_{tp} = 1 + 2\frac{b}{c} = 1 + 2\sqrt{\frac{b}{\rho}} \quad (2.19)$$

(rasgos pequenos)

$$K_{tl} = \frac{2\sqrt{\frac{b}{2\rho}} \cdot \left(\frac{b}{2\rho} + 1\right)}{\left(\frac{b}{2\rho} + 1\right) \cdot \tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{b}{2\rho}}\right) + \sqrt{\frac{b}{2\rho}}} \quad (2.20)$$

(rasgos longos, em que b passa a ser o comprimento do elemento residual)

ρ – Raio da ponta da elipse

K_{tp} - Coeficiente de concentração de tensões para rasgos pequenos.

K_{tl} - Coeficiente de concentração de tensões para rasgos longos.

O valor de ρ pode ser calculado utilizando a seguinte relação entre as dimensões da elipse:

$$\rho = \frac{c^2}{b} \quad (2.21)$$

2. Estimar K_t segundo Neuber:

Neuber generalizou a aproximação de Inglis anteriormente apresentada e propôs uma aproximação para o valor de K_t independentemente de o entalhe ser curto ou longo [9].

$$K_t = 1 + \frac{(K_{tl} - 1) \cdot (K_{tp} - 1)}{\sqrt{(K_{tl} - 1)^2 + (K_{tp} - 1)^2}} \quad (2.22)$$

3. Estimar K_t segundo Creager e Paris

Conhecendo o factor de intensidade de tensões K é possível estimar o valor de K_t de acordo com a técnica proposta por Creager e Paris [10].

No caso particular de solitação em modo I como é o caso da solitação dos corpos de prova usados nos testes experimentais deste trabalho, o valor de K_t pode ser calculado por:

$$K_t = \frac{2K_I}{\sigma_n \cdot \sqrt{\pi\rho}} \quad (2.23)$$

4. Estimar K_t por elementos Finitos

A tecnologia de elementos finitos com um grande campo de aplicações práticas é uma ferramenta de engenharia poderosa bastante útil em situações de análise complexa.

No caso do cálculo do coeficiente de concentração de tensões em geometrias específicas e particulares onde possam existir carregamentos complexos é uma poderosa ferramenta para se obterem valores dos coeficientes referidos.

Neste trabalho em particular, apesar da existência de aproximações dadas pelas equações de K_t existentes na literatura foi feita uma comparação com recurso ao programa de elementos finitos ANSYS 11.0 com o objectivo de reforçar a validade dos valores usados dos coeficientes de concentração de tensões na modelagem.

Para se obter o valor de K_t , basta simular no programa as condições a que o corpo de prova ou componente vai ser solicitado e comparar as tensões nas zonas críticas (zonas com perturbações geométricas) com as tensões nominais aplicadas.

2.1.5. Coeficiente de concentração de tensões à fadiga K_f .

O factor de concentração de tensões à fadiga pode ser visto como maior valor de K_t que a peça tolera quando a trinca começa a propagar. Além das duas variáveis de que depende o valor de K_t (tipo de carregamento e geometria) o coeficiente K_f depende também das propriedades do material.

Este factor é relevante em casos de combinações de materiais, geometrias e solicitações que não são tão sensíveis à presença de um entalhe na vida à fadiga, daí valores de K_f serem inferiores aos valores de K_t .

Assim pode K_f ser definido por:

$$K_f = \frac{\sigma_{f0}}{\sigma_{f0'}} \quad (2.24)$$

σ_{f0} - Tensão limite de fadiga do material

$\sigma_{f0'}$ - Tensão limite de fadiga da peça com o entalhe

Usualmente K_f é estimado usando um parâmetro q designado de sensibilidade ao entalhe ($0 < q < 1$) que relaciona o valor de K_t com o valor de K_f pela seguinte equação:

$$q = \frac{K_f - 1}{K_t - 1} \quad (2.25)$$

Para quantificar a sensibilidade ao entalhe q , Peterson [11] propôs a seguinte equação que depende das propriedades do material α e do raio do entalhe ρ :

$$q = \frac{1}{1 + \frac{\alpha}{\rho}} \quad (2.26)$$

A constante α para os aços da equação 2.26 foi ajustada por pontos experimentais medidos por Peterson:

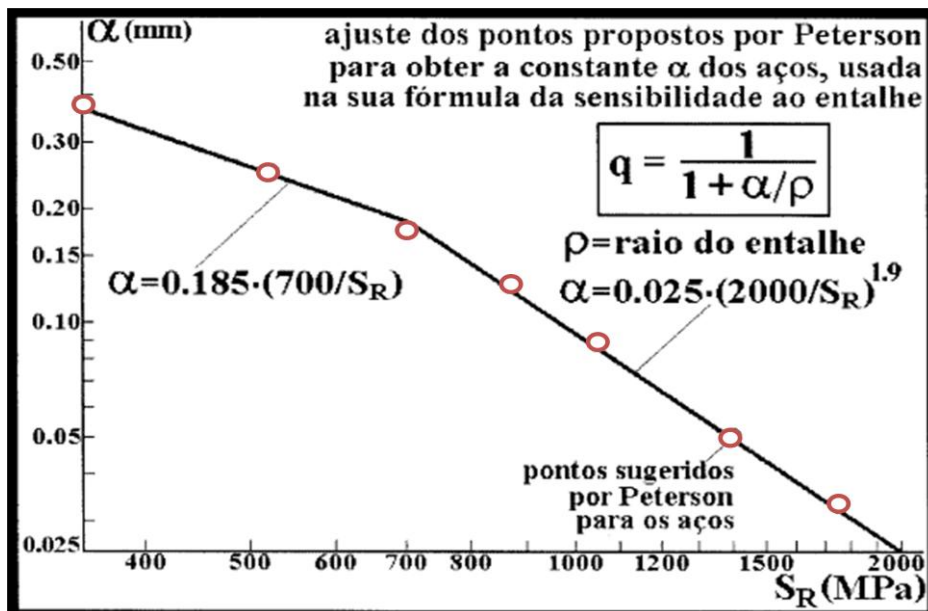


Figura 2.9 Pontos experimentais medidos por Peterson para obter o valor da constante α [6]

O valor de α tem como unidade [mm] e o seu valor como já foi referido depende do tipo e da resistência do material [6]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Aços com } \sigma_r < 700 \text{ MPa} \rightarrow \alpha = 0.185 \cdot \left(\frac{700}{\sigma_r} \right) \\ \text{Aços com } \sigma_r \geq 700 \text{ MPa} \rightarrow \alpha = 0.025 \cdot \left(\frac{2000}{\sigma_r} \right)^{1.9} \\ \text{Ligas de Al} \rightarrow \alpha = 0.025 \end{array} \right. \quad (2.27)$$

Têm-se vindo a compilar mais dados experimentais e propriedades dos materiais que permitem a elaboração de gráficos como este abaixo representado:

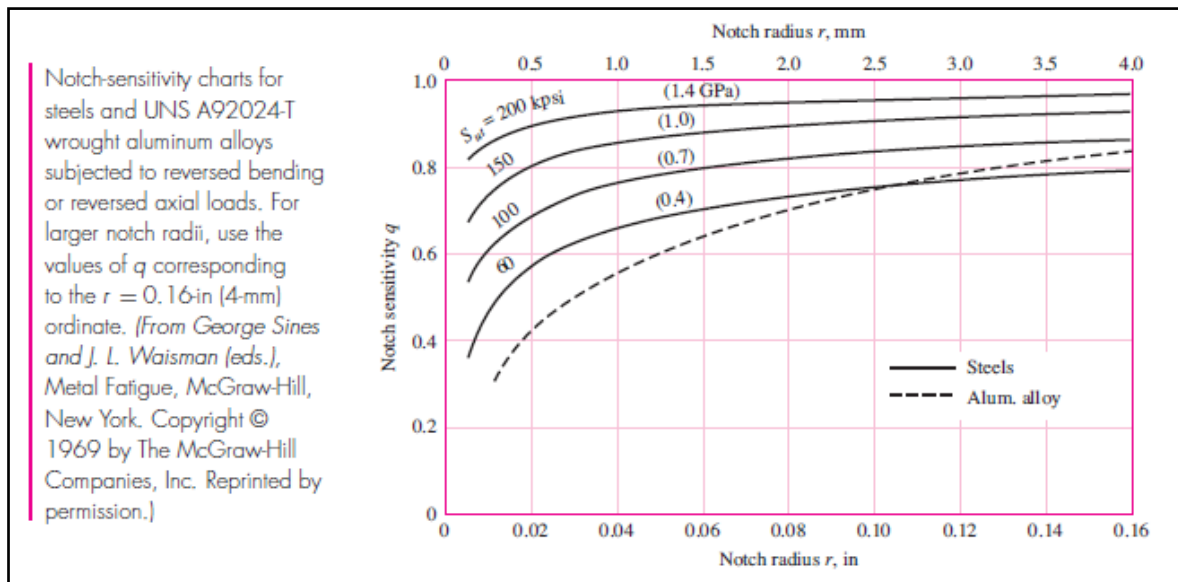


Figura 2.10 Sensibilidade ao entalhe para Aços e Alumínios em função do raio [8].

Verifica-se assim que para valores de raios pequenos a sensibilidade ao entalhe é bem menor que para raios mais elevados. Assim entalhes com raios pequenos vão ter uma diferença considerável entre valores de K_f e K_t . No caso de raios maiores a diferença entre os coeficientes já não é tão pronunciada ($q \rightarrow 1$ logo $K_f \rightarrow K_t$).

2.2. Trabalhos Consultados

Nesta parte do capítulo vão ser feitas breves referências a alguns trabalhos publicados em algumas revistas de engenharia como “*International Journal of Fatigue*” e “*International Journal of Fracture Mechanics*” entre outras fontes que foram consultadas ao longo do desenvolvimento deste trabalho.

2.2.1. 1979 – “Prediction of non propagating cracks”

Este trabalho, onde foi introduzido o conceito de trinca curta para explicar o fenómeno de que uma trinca pode iniciar e deixar de propagar se obedecer aos limites definidos no mesmo, serviu de base para a modelagem apresentada no capítulo 3.

Foi introduzido um parâmetro na fórmula do factor de intensidade de tensões de modo a contabilizar o efeito das trincas curtas assim como foram definidas condições limite para as trincas não propagantes e comparados com resultados experimentais [12].

2.2.2. 1997 – “Short crack growth and internal stresses”

Outro trabalho acerca do comportamento das trincas curtas em que se conseguiu explicar e superar as anomalias existentes na descrição do crescimento (comportamento) deste tipo trinca. Foram apresentadas e justificadas as razões pelas quais este tipo de comportamento não era bem descrito com resultados experimentais:

- Não contabilizar um valor máximo do factor de intensidade de tensões K_{max} , associado ao entalhe onde a trinca inicia.

- Ignorar as tensões internas das quais as trincas curtas nascem

No mesmo trabalho foi reafirmado que: “forças indutoras na ponta de trinca iguais resultam em taxas iguais de crescimento desde que todas as forças que contribuem forem consideradas” [13].

2.2.3. 2003 – “Stress analysis of V-notches with and without cracks, with application to foreign object damage”

Trabalho de investigação desenvolvido com o objectivo de estudar o campo de tensões de entalhes tipo V que surgem durante o funcionamento de turbinas na sucção e colisão de pequenas partículas com as laminas em rotação.

Dada a geometria particular, foi desenvolvido um modelo de análise e posteriormente comparado com geometrias já estudadas na literatura.

Concluí-se que o campo de tensões é bastante mais influenciável pelo raio do entalhe do que propriamente a geometria que está antecedente, mantendo assim coerência com a aproximação usada na modelagem (capítulo 3) [14].

2.2.4. 2004 – “Stop drilling procedure for life fatigue life improvement”

Neste trabalho com grande foco experimental, foi estudado o retardo causado por um furo feito na ponta da trinca em função do diâmetro do furo numa liga de Alumínio 6061 – T65.

Os testes realizados neste trabalho têm grande importância e são bastantes úteis para aplicação em situações reais de serviço quando se detecta uma trinca num componente e a remoção do mesmo é imediata.

Concluiu-se que quanto maior o furo (dos diâmetros estudados) maior o retardo no que diz respeito à iniciação de trinca, uma vez que a concentração de tensões diminui com o aumento do diâmetro do furo (dentro de certos limites) [15].

2.2.5. 2007 – “Short crack threshold estimates to predict notch sensitivity factors in fatigue”

Publicação em que foi apresentada a modelagem deste trabalho, baseada no conceito das trincas curtas.

Na ausência de resultados experimentais foram reproduzidos com uma boa aproximação os resultados propostos por Peterson para o cálculo da sensibilidade ao entalhe no caso do furo circular. Contudo foi referida a incompatibilidade de Peterson no caso do estudo de entalhes mais alongados (elipsoidais) que será abordada com mais detalhe no capítulo 3 [16].

2.2.6. 2009 – “On the prediction of the residual fatigue life of cracked structures repaired by the stop-hole method”

Publicação também sobre a modelagem em questão, mas no caso deste trabalho foi feita a comparação com resultados experimentais.

Como já foi referido em um dos trabalhos consultados acerca do retardo da propagação da trinca quando se faz um furo na sua ponta, nesta publicação foram comparados resultados experimentais desses mesmos testes nos modelos de previsão de vida da literatura. Na previsão de vida segundo a modelagem foi usado K_f calculado pela modelagem.

Concluiu-se que no caso de entalhes com raio de ponta pequenos o uso de K_t , quando comparado com os resultados experimentais, é significativamente mais conservativo na previsão de vida do que quando se usa K_f , que não só reproduz melhor os resultados experimentais do furo pequeno com os outros furos com diâmetros maiores.

Como no caso do artigo anterior consultado, este também vai ser referido mais adiante em mais detalhe na apresentação da modelagem [17].

3. MODELAGEM

Neste capítulo é descrita detalhadamente a modelagem estudada para o desenvolvimento do trabalho de tese em questão.

3.1. Introdução

A ideia desta modelagem nasceu de trabalhos feitos por equipas de manutenção, que inspeccionam componentes mecânicos.

No caso particular das inspeções de trincas, quando se verifica a presença deste tipo de defeito, na maioria das vezes a primeira solução adoptada é fazer um furo na sua ponta.

Por experiência ao longo de anos de trabalho e de inúmeras reparações feitas, estas equipas de manutenção verificaram que um furo feito na ponta de uma trinca retarda a sua propagação e por sua vez aumenta a vida residual do componente à fadiga. É uma solução rápida e eficaz quando existe por exemplo componentes bastantes complexos em que outro tipo de reparo seja bastante mais complicado de se fazer ou quando existe a impossibilidade de substituição imediata do componente trincado.

Este fenómeno de retardo pode ser explicado pela diminuição da concentração de tensões na ponta da trinca quando se faz um furo na sua ponta, uma vez que o aumento do raio da ponta do entalhe diminui o K_t do mesmo ($K_t = 1 + 2\sqrt{b/\rho}$ - Inglis).

Comprovando a veracidade da experiência proveniente dos reparos referidos das equipas de manutenção e para relacionar o efeito do diâmetro dos furos na vida residual à fadiga, apresenta-se abaixo um dos resultados experimentais numa liga de alumínio 6061-T651 publicado em 2004 acerca do procedimento referido [15].

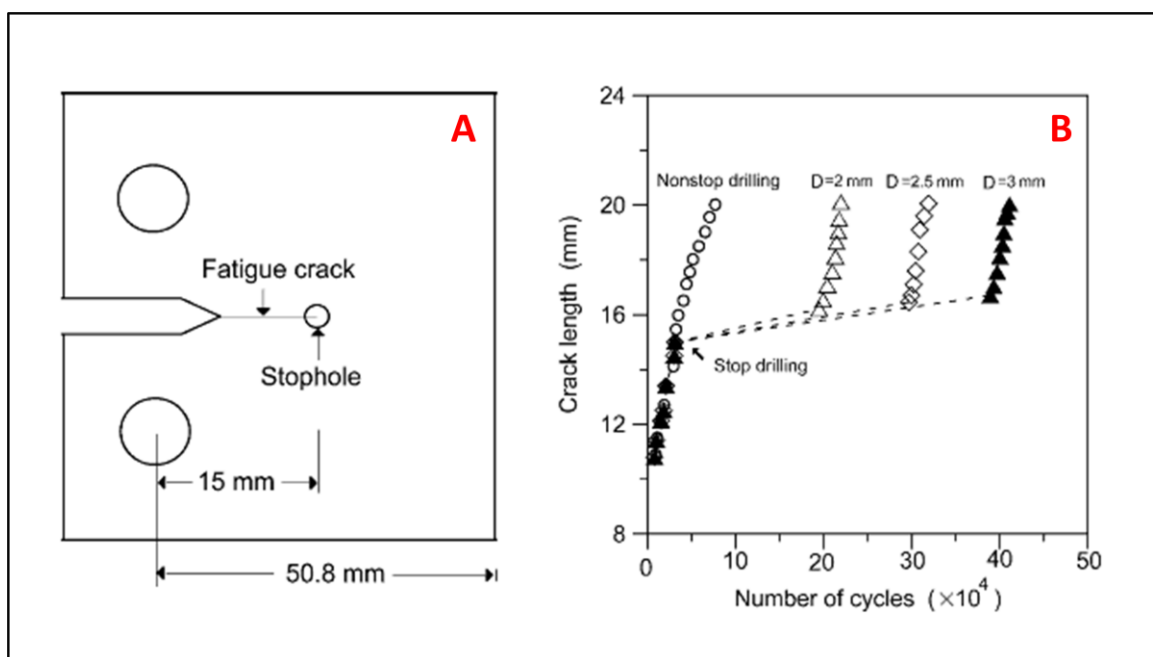


Figura 3.1 A) Tipo de corpo de prova usado no experimento B) Resultados experimentais da vida residual à fadiga para cada diâmetro de furo [15].

3.2. Trincas curtas

Em um número considerável de componentes mecânicos, partes das suas vidas à fadiga são gastas nas propagações de trincas curtas. Estas trincas surgem em componentes solicitados sob gamas tensões nominais $\Delta\sigma_n$ com valores entre $\Delta\sigma_f/K_t$ e $\Delta\sigma_f/K_f$. Dependendo do tipo de solicitação, este tipo de trincas que surge no intervalo definido pode ou não propagar. Uma trinca deixa de propagar quando a sua gama de factor de intensidade de tensões ΔK passa a ser inferior a ΔK_{th} que é o valor do limiar de propagação da trinca.

De modo a cumprir os limites correctos da mecânica da fractura tradicional e com o objectivo de contabilizar o efeito das trincas curtas no estudo da propagação, **T.H. Topper** [12] propôs um parâmetro a_0 - “tamanho característico das trincas curtas” a acrescentar à expressão do factor de intensidade de tensões.

Sendo a_0 dado por:

$$a_0 = \left(\frac{1}{\pi} \right) \cdot \left(\frac{\Delta K_0}{\Delta S_0} \right)^2 \quad (3.1)$$

A equação do factor de intensidade de tensões é expressa como:

$$\Delta K = \Delta \sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot (a + a_0)} \cdot f(a/w) \quad (3.2)$$

$f(a/w)$ - Factor geométrico

$\Delta \sigma$ - Gama de tensões aplicada

a - Comprimento da trinca

Assim quer a trinca seja longa ($a \gg a_0$) ou curta a equação acima definida com o parâmetro referido permite uma abordagem mais abrangente uma vez que é válida para ambas as situações (trincas curtas ou longas).

Este parâmetro a_0 é possível de se visualizar graficamente na intercepção de duas rectas representadas na figura abaixo:

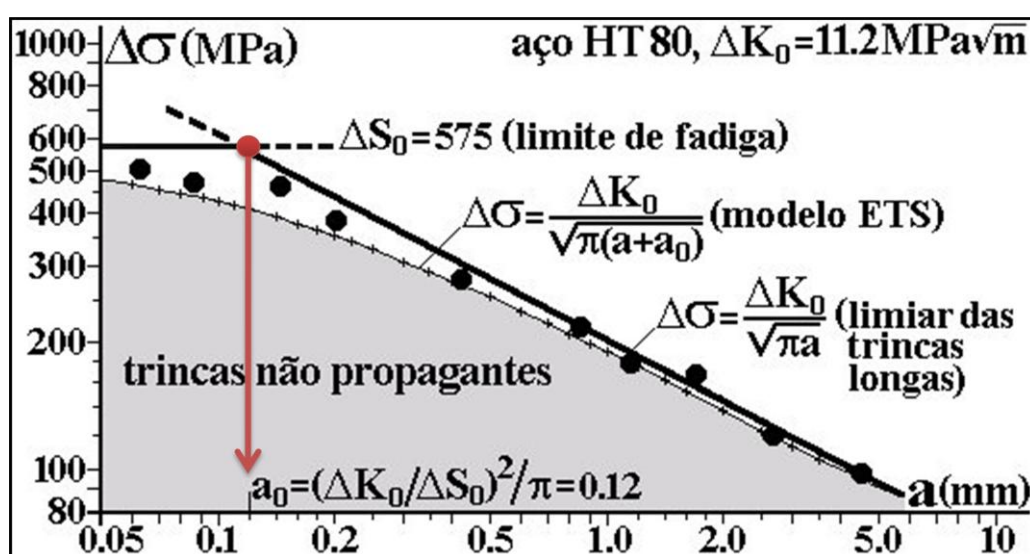


Figura 3.2 Resultados experimentais de propagação de trincas sob $R=0$ que mostram a zona de trincas não propagantes [6].

Da análise da figura acima apresentada torna-se fácil de visualizar que as trincas longas não propagam enquanto o factor de intensidade de tensões definido por $\Delta K = \Delta \sigma \sqrt{(\pi \cdot a)}$ se mantiver com valores inferiores a ΔK_0 (limiar de propagação da trinca para $R=0$) e que as trincas curtas não propagam para gamas de solicitações $\Delta \sigma < \Delta S_0$.

Na maioria dos casos a trinca nasce a partir da borda de entalhes onde é $\Delta\sigma$ na raiz do entalhe a sua força motriz e não a gama solicitadora nominal $\Delta\sigma_n$ usada na expressão do FIT. Contudo o factor geométrico $f(a/w)$ presente na expressão 3.2 também contabiliza o efeito de concentração de tensões no caso do entalhe. Assim de modo a se poder generalizar 3.1 redefine-se a_0 , com o efeito da geometria separado em duas partes:

$$f(a/w) = \eta \cdot \varphi(a) \quad \begin{cases} \varphi(a) - \text{Quantifica o gradiente de tensões} \\ \eta - \text{Quantifica os demais parâmetros de } K_I \end{cases} \quad (3.3)$$

Com 3.3 definido as equações 3.1 e 3.2 são rescritas de modo generalizado:

$$\Delta K = \eta \cdot \varphi(a) \cdot \Delta\sigma_n \cdot \sqrt{\pi \cdot (a + a_0)} \quad (3.4)$$

$$a_0 = \left(\frac{1}{\pi} \right) \cdot \left(\frac{\Delta K_0}{\eta \cdot \Delta S_0} \right)^2 \quad (3.5)$$

Retomando a primeira definição na equação 3.2 com o objectivo de simplificar a operacionalização do modelo do efeito das trincas curtas e partindo de que o limiar de propagação da trinca em função do tamanho a , para $R=0$ é apresentada a seguinte função:

$$\frac{\Delta K_{th}(a)}{\Delta K_0} = \frac{\Delta\sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot f(a/w)}{\Delta\sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot (a + a_0)} \cdot f(a/w)} = \sqrt{\frac{a}{a + a_0}} \Leftrightarrow \Delta K_{th} = \frac{\Delta K_0}{\sqrt{1 + \frac{a_0}{a}}} \quad (3.6)$$

A expressão 3.6 aproxima muito bem o modelo ETS representado na figura 3.2 que limita a zona cinza reproduzindo os resultados experimentais representados pelos pontos negros do limiar das trincas curtas. Contudo os dados experimentais referidos podem ser melhores ajustados com a introdução de um parâmetro ajustável γ proposto por Bazant [18].

$$\Delta K_{th} = \frac{\Delta K_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{a_0}{a} \right)^\gamma}} \quad (3.7)$$

Verifica-se que a equação 3.7 com $\gamma=2$ o modelo ETS é reproduzido, e para o resto dos resultados experimentais obtidos [19,20] o valor de gama encontra-se $1.5 < \gamma < 8$ como mostra a figura 3.3.

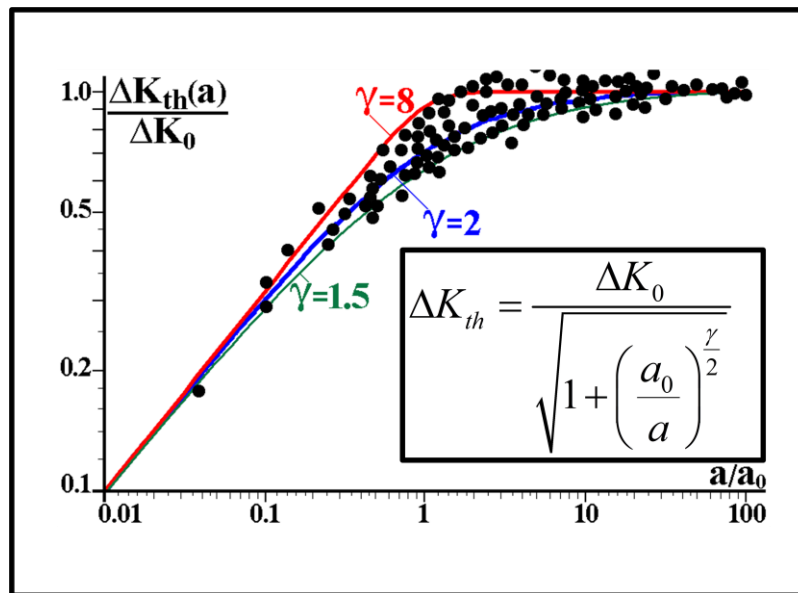


Figura 3.3 Ajuste do parâmetro γ em função dos pontos experimentais de propagação de trincas curtas medidos [6].

A figura 3.4 mostra o efeito da variação do parâmetro proposto por Bazant na equação 3.7 que altera a transição entre as trincas curtas e as trincas longas.

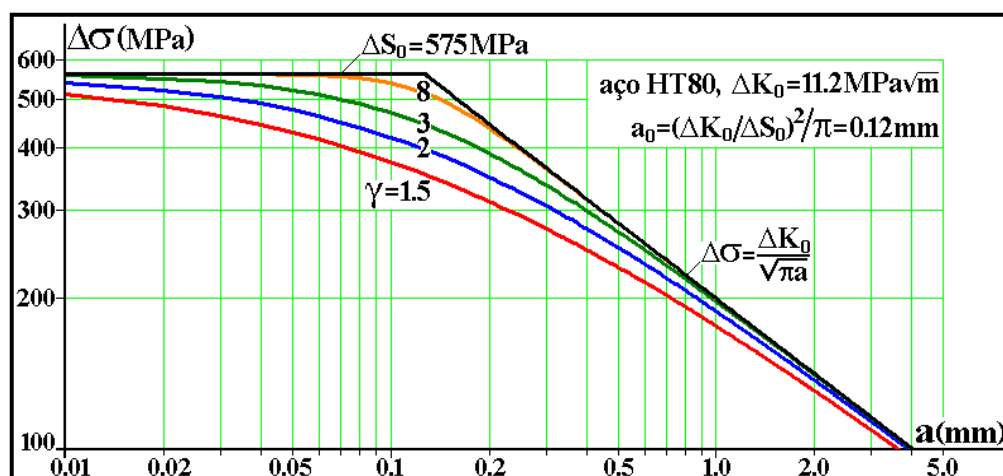


Figura 3.4 Influência do parâmetro γ na transição entre trincas curtas e longas [6].

3.3. Efeito da geometria dos entalhes na propagação

O efeito da geometria dos entalhes na propagação das trincas curtas pode ser bem descrito por funções relacionadas com o gradiente de tensões junto à borda do entalhe consoante o tipo de geometria do mesmo e que descrevam a resistência à propagação das trincas.

No caso de furos circulares a função que descreve a resistência à propagação de trincas na borda do furo é dada por [6]:

$$f\left(\frac{a}{\rho}\right) = \left[1 + \frac{0.2}{1 + \frac{a}{\rho}} + \frac{0.3}{\left(1 + \frac{a}{\rho}\right)^6} \right] \cdot \left[2 - 2.354 \left(\frac{a}{\rho \left(1 + \frac{a}{\rho}\right)} \right) + 1.206 \left(\frac{a^2}{\rho^2 \left(1 + \frac{a}{\rho}\right)^2} \right) - 0.221 \left(\frac{a^3}{\rho^3 \left(1 + \frac{a}{\rho}\right)^3} \right) \right] \quad (3.8)$$

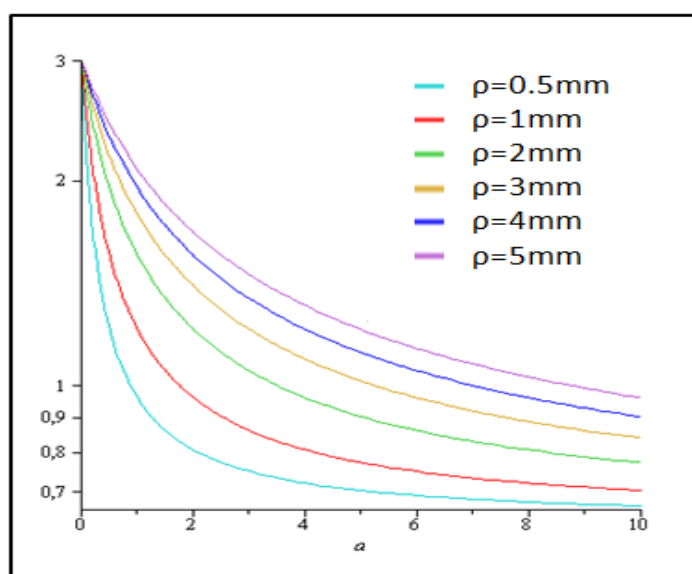


Figura 3.5 Variação do valor de ρ na equação 3.8

Se o entalhe for do raso, uma função usada para aproximação do efeito do entalhe é dada pela função estudada por Inglis de uma elipse definida por dois semi-eixos **b** e **c** com raio de ponta dado por $\rho = c^2/b$ como se encontra representado na figura 2.6 [6].

$$h(x) = \frac{\sigma_{y(x=b+a, y=0)}}{\sigma_n} = 1 + \frac{(b^2 - 2bc)(x - \sqrt{x^2 - b^2 + c^2})(x^2 - b^2 + c^2) + bc^2(b - c)x}{(b - c)^2(x^2 - b^2 + c^2)\sqrt{x^2 - b^2 + c^2}} \quad (3.9)$$

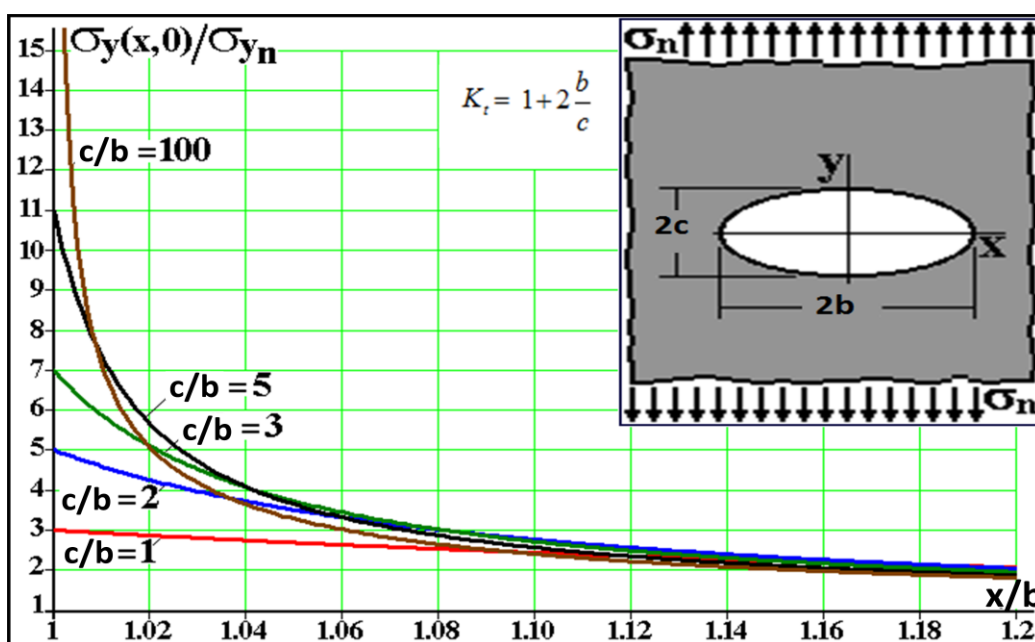


Figura 3.6 Variação da relação c/b na função 3.9 [6].

Ainda sobre entalhes alongados (semi-elípticos), uma outra aproximação para o efeito dos mesmos na propagação de trincas pode ser dado pelas equações obtidas por análise de elementos finitos apresentadas em [16] e que reproduzem bem os resultados citados por Bazant [18].

Assim, dadas as mesmas condições (geometria do entalhe e posicionamento do mesmo em relação à sollicitação) apresentadas para equação 3.4, a resistência à propagação pode ser expressa também por uma função $\varphi(a)$, obtida por elementos finitos expressa em função de um parâmetro adimensional (3.10) e do coeficiente de concentração de tensões dado por (3.11):

$$s = \frac{a}{(a+b)} \quad (3.10)$$

$$K_t = \left(1 + 2\frac{b}{c}\right) \cdot \left(1 + \frac{0.1215}{\left(1 + \frac{c}{b}\right)^{2.5}}\right) \quad (3.11)$$

Consoante o tipo de relação de geometria do entalhe, isto é, conforme a relação entre o comprimento **b**, e a altura **c** do entalhe apresentam-se duas expressões:

$$\varphi(a) = f(K_t, s) = K_t \sqrt{\frac{1 - \exp(-K_t^2 \cdot s)}{K_t^2 \cdot s}} \quad \text{para } c \leq b \quad (3.12)$$

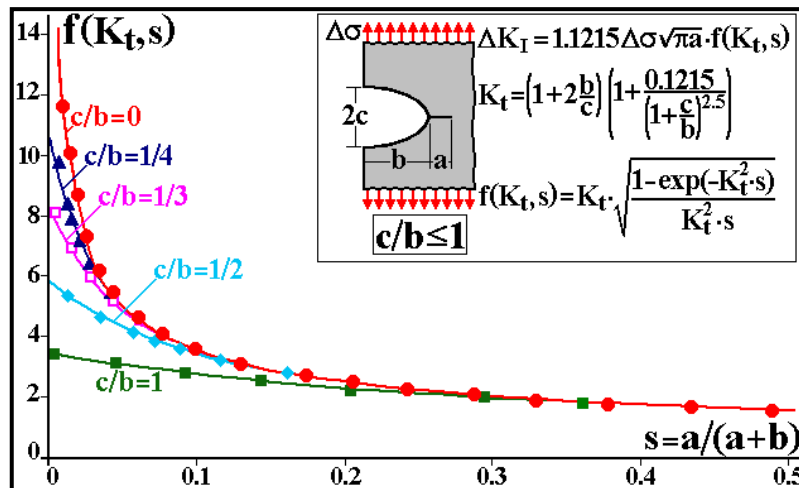


Figura 3.7 Cálculos de elementos finitos e os respectivos ajustes das curvas para entalhes para $c < b$ [16].

$$\varphi(a) = f(K_t, s) = K_t \sqrt{\frac{1 - \exp(-K_t^2 \cdot s)}{K_t^2 \cdot s}} \cdot \left(1 - \exp(-K_t^2)\right)^{\frac{s}{2}} \quad \text{para } c \geq b \quad (3.13)$$

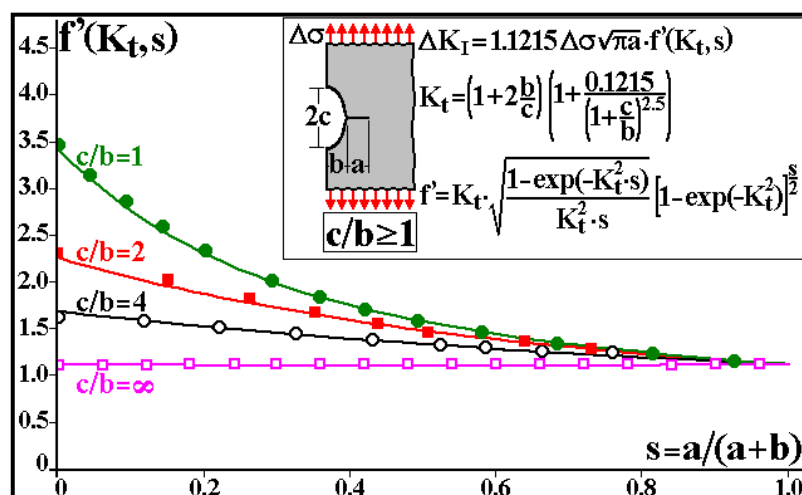


Figura 3.8 Cálculos de elementos finitos e os respectivos ajustes das curvas para entalhes para $c > b$ [16].

Deste modo o FIT das trincas curtas que partem de entalhes elípticos com um elevado gradiente de tensões (entalhes afiados) pode sofrer um decréscimo mesmo depois da trinca propagar. Numa primeira abordagem pode parecer errado o que se acabou de afirmar uma vez que o FIT cresce com o aumento do comprimento da trinca na relação $K = \eta \cdot \varphi(a) \cdot \Delta\sigma_n \cdot \sqrt{\pi \cdot (a + a_0)}$. Para uma melhor compreensão do fenómeno apresenta-se a seguinte figura com dois gráficos referentes à expressão 3.12 ambos com um entalhe de $b=10\text{mm}$ de comprimento sendo que o K_t tem valores de 5 e 15 para as cores vermelha e verde respectivamente.

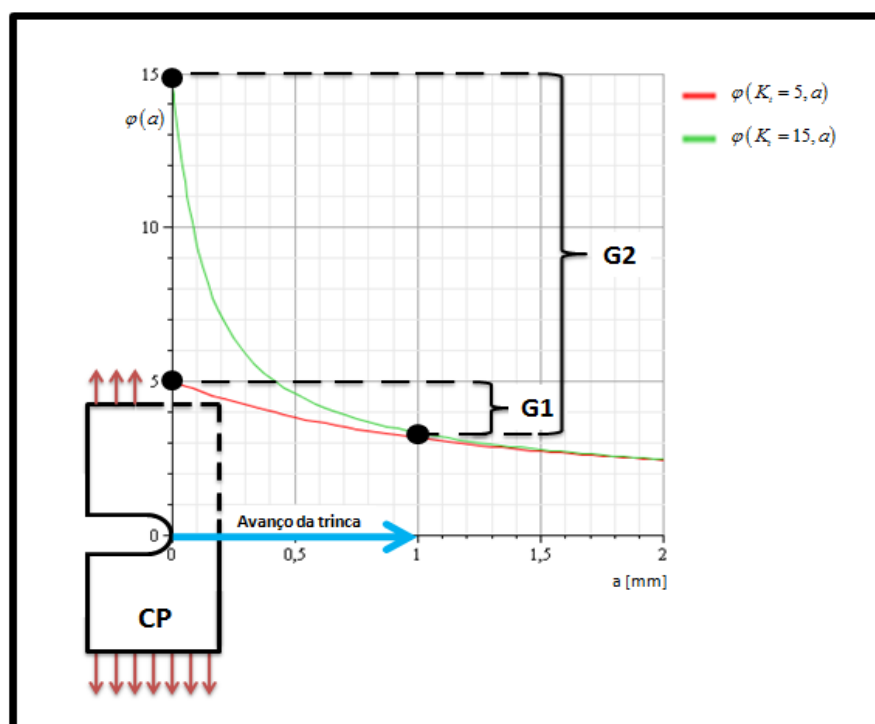


Figura 3.9 Variação da resistência à propagação a partir da borda de um entalhe para K_t diferentes.

Depois de análise da figura 3.9 pode-se entender melhor o fenómeno de trincas não propagantes. Apesar da trinca crescer e aumentar o valor do FIT no caso da linha a verde existe um grande decréscimo **G2** no gradiente de tensões suficientemente elevado para diminuir de tal modo o FIT que $\Delta K < \Delta K_{th}$ e a trinca deixa de propagar. No caso do decréscimo **G2** do gradiente de tensões, este já não é suficientemente elevado para sobrepor o efeito do crescimento da trinca, isto é, o valor da queda de tensões $\varphi(a) \downarrow$ tem

um efeito menor na expressão 3.4 do que o efeito do aumento do comprimento da trinca, o que leva a um $\Delta K > \Delta K_{th}$ e a trinca não parar de propagar.

Outro exemplo da análise abordada neste subcapítulo encontra-se em [6] onde se mostra o efeito da geometria na tolerância de trincas não propagáveis.

Os gráficos da figura que se segue mostram a comparação da resistência a trincas propagáveis (dimensão máxima que a trinca não-propagante pode ter antes de se tornar em uma trinca propagante) entre um furo elíptico (posicionado como é mostrado na figura 3.6) e um furo circular sob as mesmas condições de solitação.

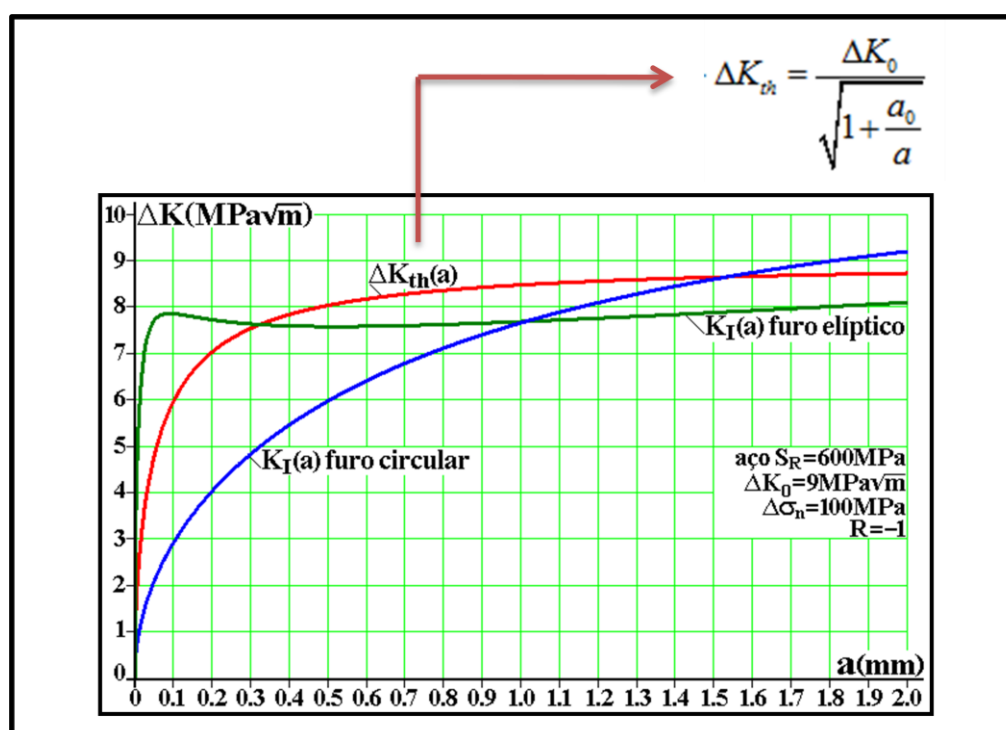


Figura 3.10 Comparação do toleranciamento de trincas entre um furo circular e um furo elíptico [6].

Gráfico como o da figura 3.9 mostram que a modelagem estudada, baseada no conceito das trincas curtas permite avaliar e considerar a presença de pequenos defeitos nas bordas dos entalhes, coisa que não é possível de se fazer com os métodos tradicionais de fadiga SN e ϵN .

3.4. A Modelagem das trincas curtas

Tradicionalmente usado em projectos a sensibilidade ao entalhe q referido na secção 2.1.5 é o parâmetro que relaciona o coeficiente de concentração de tensões K_t com o coeficiente de concentrações à fadiga K_f através da equação 2.25.

Em vez de ser ajustado por 7 pontos experimentais como fez Peterson [11] para quantificar q , este mesmo parâmetro (sensibilidade ao entalhe) pode ser associado à presença de trincas não propagantes que iniciam a partir de entalhes quando a componente alternada da tensão sollicitadora σ_a , se encontra entre $\frac{\sigma_{f'}}{K_t} < \sigma_a < \frac{\sigma_{f'}}{K_f}$ [21].

O tamanho característico das trincas a_0 , definido anteriormente pela expressão 3.5 pode ser usado para aproximar expressões nos casos limites, isto é, quando o tamanho da trinca é muito inferior ao raio do entalhe ($a \ll \rho$) e quando o tamanho da trinca é consideravelmente superior ao valor do raio do entalhe ($a \gg \rho$).

No caso do FIT de um entalhe como está representado na figura 3.8 numa placa semi-infinita traccionada com K_t :

$$K_t = 1 + 2\sqrt{\frac{b}{\rho}} \tag{3.14}$$

Apresenta os seguintes valores limites:

$$\Rightarrow \Delta K_I = \eta \cdot K_t \cdot \Delta \sigma \sqrt{\pi(a+a_0)} \quad \text{para } a \ll \rho \tag{3.15}$$

$$\Rightarrow \Delta K_I = \eta \cdot \Delta \sigma \sqrt{\pi(a+a_0)} \quad \text{para } a \gg \rho \tag{3.16}$$

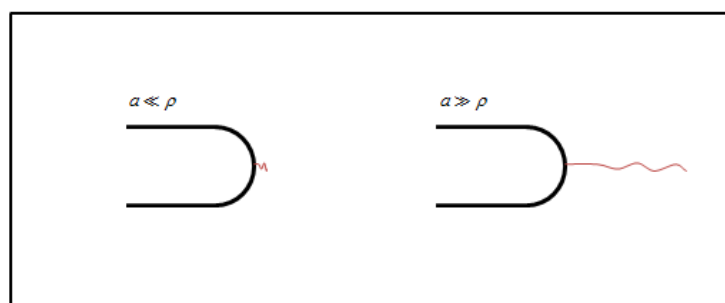


Figura 3.11 Exemplo esquemático dos limites referidos nas equações 3.16 e 3.15

Com a representação esquemática da figura 3.10 torna-se mais fácil de entender a razão pela qual o coeficiente de concentração de tensões K_t , é introduzido em 3.15 e não em 3.16 (a uma distância considerável da superfície, a ponta da trinca já não sente a alteração de tensões causada pelo entalhe).

Considerando o valor de $\eta = 1.12$ o valor do factor de correcção da superfície livre, a equação 3.7 e se no limiar de propagação $\Delta\sigma = \Delta\sigma_{th}$, em que $\Delta\sigma_{th}$ é a gama de tensão mínima necessária para propagar uma trinca de comprimento a , logo:

$$\Delta\sigma_{th} = \frac{\Delta K_0}{\eta \cdot \varphi(a) \cdot \sqrt{\pi(a+a_0)}} = \frac{\eta \cdot \Delta S_0 \cdot \sqrt{\pi a_0}}{\eta \cdot \varphi(a) \cdot \sqrt{\pi(a+a_0)}} = \frac{\Delta S_0}{\varphi(a)} \sqrt{\frac{a_0}{a+a_0}} \quad (3.20)$$

Em [12] foi estudado o caso particular o entalhe semi-elíptico em uma placa infinita de onde a trinca inicia perpendicularmente à direcção da solitação como é representado na figura 3.12:

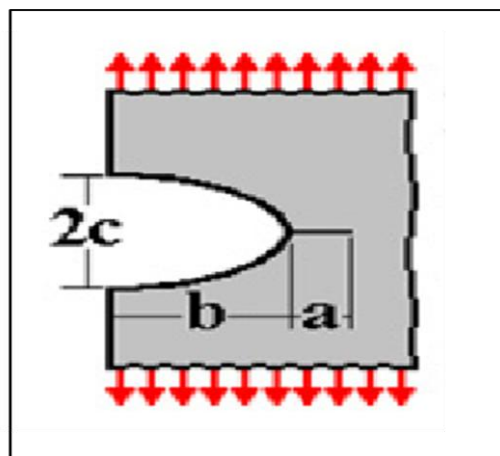


Figura 3.12 Entalhe semi-elíptico em uma placa infinita solitado à tração [16].

No caso de entalhes com uma razão $c/b \rightarrow 0$ pode-se considerar um comprimento equivalente da trinca $a + b$:

$$\Delta K_t \approx \eta \cdot \Delta\sigma \sqrt{\pi(a+b+a_0)} = \eta \cdot \sqrt{\frac{(a+b+a_0)}{(a+a_0)}} \cdot \Delta\sigma \sqrt{\pi(a+a_0)} \quad (3.21)$$

Sendo que $\eta = 1$ no caso dos furos elípticos como se encontra representado na figura 2.6 e $\eta = 1.12$ para o caso do entalhe semi-elíptico em placa infinita como mostra 3.12. Nos casos em que se assume que $a \gg a_0$ vem:

$$\varphi(a) = \sqrt{\frac{(a+b+a_0)}{(a+a_0)}} \cdot \sqrt{\frac{(a+b)}{a}} \quad (3.22)$$

Substituindo a equação 3.20 em 3.22 obtém-se:

$$\Delta\sigma_{th(a \gg a_0)} = \Delta S_0 \cdot \sqrt{\frac{a}{a+b}} \cdot \sqrt{\frac{a_0}{a+a_0}} \quad (3.23)$$

Assim a maior gama de tensões $\Delta\sigma_{th}$, que não provoca dano por fadiga é equivalente à maior trinca não propagante, isto é, uma trinca que inicia, propaga e pára de propagar depois de crescer um determinado comprimento que depende das propriedades do material, o tipo de carregamento e a geometria do entalhe onde nasce. Então no caso do tipo de entalhe acima referido pode-se definir um tamanho crítico a^* , aproximado do comprimento máximo de trinca tolerável:

$$a^* = \sqrt{b \cdot a_0} \quad (3.24)$$

Contudo, neste tipo problema é necessário utilizar equações mais precisas como as funções anteriormente definidas na secção 3.3 relacionadas com as geometrias e os respectivos gradientes de tensões que mostram a resistência à propagação das trincas, de modo a se obterem resultados mais precisos. Também relembrar que a mesma análise é sensível à escolha do valor de $\Delta K_{th}(\mathbf{a})$, que é o limiar de propagação a variar com o tamanho da trinca, considerando assim o efeito da trinca curta.

Após o conteúdo acima exposto foi desenvolvida uma equação (3.25) composta por razões adimensionais (3.26) que permite descrever o comportamento das trincas curtas [6]:

$$g\left(\frac{a}{\rho}, \frac{\Delta S_0}{\Delta \sigma}, \frac{\Delta K_0}{\Delta S_0 \sqrt{\rho}}, \gamma\right) \equiv \frac{\left(\frac{\Delta K_0}{\Delta S_0 \sqrt{\rho}}\right) \cdot \left(\frac{\Delta S_0}{\Delta \sigma}\right)}{\left(\left(\eta \sqrt{\frac{\pi a}{\rho}}\right)^\gamma + \left(\frac{\Delta K_0}{\Delta S_0 \sqrt{\rho}}\right)^\gamma\right)^{\frac{1}{\gamma}}} \quad (3.25)$$

Razões adimensionais usadas em 3.25:

$$\left[x = \frac{a}{\rho}; \quad \kappa = \frac{\Delta K_0}{\Delta S_0 \sqrt{\rho}}; \quad \varsigma = \frac{\Delta S_0}{\Delta \sigma} \right] \quad (3.26)$$

Assim, seja qual for a função usada da secção 3.3 (consoante o tipo de geometria em estudo) $f(a/\rho)$; $h(x)$; $\varphi(a)$ ao obedecer à seguinte relação

$$\left\{ \begin{array}{l} f(a/\rho) \\ h(x) \\ \varphi(a) \end{array} \right\} \geq g\left(\frac{a}{\rho}, \frac{\Delta S_0}{\Delta \sigma}, \frac{\Delta K_0}{\Delta S_0 \sqrt{\rho}}, \gamma\right) \quad (3.27)$$

é possível descrever o comportamento das curtas quando partem de um determinado tipo de geometria e propagam se o valor da sua função de resistência à propagação for superior ao valor da função adimensional desenvolvida 3.25.

Graficamente é mais fácil de se visualizar e entender o comportamento referido do comportamento das trincas curtas.

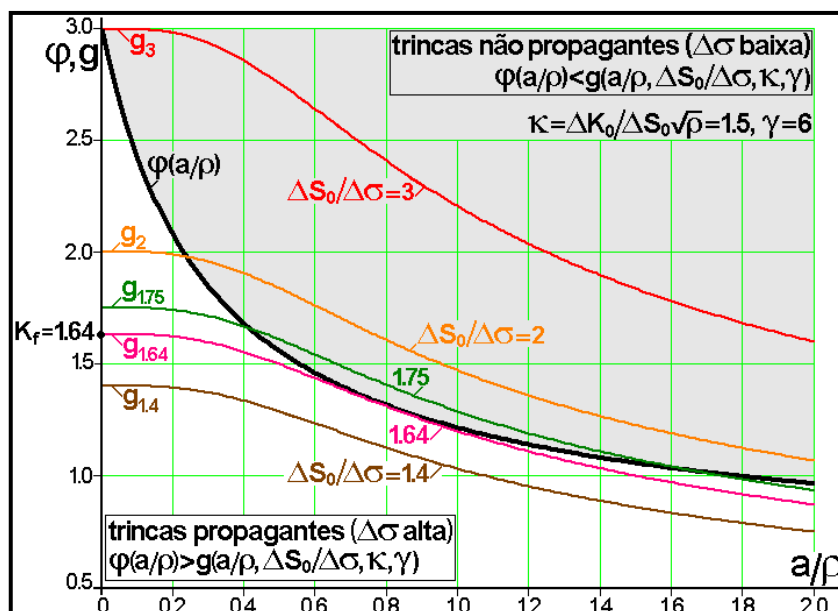


Figura 3.13 Comportamento de trincas que partem de um furo circular e que propagam ou não de acordo com a relação da equação 3.27 [6].

Analisando a figura 3.13 conclui-se que é possível trabalhar com relações de solicitações $g = \frac{\Delta S_0}{\Delta \sigma}$, tais que algumas trincas iniciam e não param de propagar como é o caso da curva a vermelho g_3 , ou relações de solicitação com as curvas $g_{1.4}$ e $g_{1.64}$ que não propagam trincas. Contudo, a verde encontra-se a curva $g_{1.75}$ que pode iniciar e propagar uma trinca até um determinado “comprimento” (adimensional) $a/\rho = 0,42$ e parar (quando intercepta a curva de resistência à propagação – linha a preto), mas se por alguma outra razão a trinca aumentar um pouco o comprimento, então ela começa a propagar e só volta a parar quando intercepta novamente a curva de resistência já com um comprimento na ordem de $a/\rho = 1,6$.

Para finalizar a análise, referir o caso da curva g_2 que inicia com um comportamento idêntico à curva $g_{1.75}$, isto é, pode iniciar e propagar uma trinca até um comprimento de aproximadamente $a/\rho = 0,25$, mas no caso de um aumento da relação

anteriormente referida por uma outra razão, inicia novamente a propagação e não pára de propagar.

3.5. Verificações da Modelagem

Depois de apresentada a modelagem em estudo, vão ser feitas duas breves referências aos resultados obtidos e publicados [16,17] relacionados com a mesma.

3.5.1. Cálculo da sensibilidade ao entalhe q

Dada a modelagem apresentada e a ausência de resultados experimentais na altura em que foi publicado o trabalho [16], calculou-se a sensibilidade ao entalhe q em função das propriedades do material ΔS_0 e ΔK_0 que são o limite de fadiga e do limiar de propagação respectivamente.

Calculando o K_f pela modelagem e o valor de K_t pela melhor aproximação possível é fácil de se obter a sensibilidade ao entalhe por:

$$q = \frac{K_f - 1}{K_t - 1} \quad (3.28)$$

Não é mais que a mesma equação 2.25 apresentada no capítulo 2, mas em que o K_f é calculado pelo seguinte sistema de equações:

$$\left\{ \begin{array}{l} f(a/\rho) = g\left(\frac{a}{\rho}, \frac{\Delta S_0}{\Delta \sigma}, \frac{\Delta K_0}{\Delta S_0 \sqrt{\rho}}, \gamma\right) \\ \frac{\partial}{\partial a} [f(a/\rho)] = \frac{\partial}{\partial a} \left[g\left(\frac{a}{\rho}, \frac{\Delta S_0}{\Delta \sigma}, \frac{\Delta K_0}{\Delta S_0 \sqrt{\rho}}, \gamma\right) \right] \end{array} \right. \quad (3.29)$$

Antes de mostrar figura 3.13 abaixo resultante o cálculo da sensibilidade ao entalhe q, referir duas justificações presentes em [6] para o caso de $q > 1$ e $q < 1$.

No primeiro caso $q > 1$, é justificado tal comportamento acontece quando as trincas que iniciam da borda do furo nunca se tornam não-propagantes, isto é, iniciam e não param de propagar.

O segundo caso referido $q < 1$, é justificado para situações em que é mais fácil iniciar uma trinca a partir de uma superfície livre não entalhada do que no próprio entalhe (que terá um raio muito pequeno).

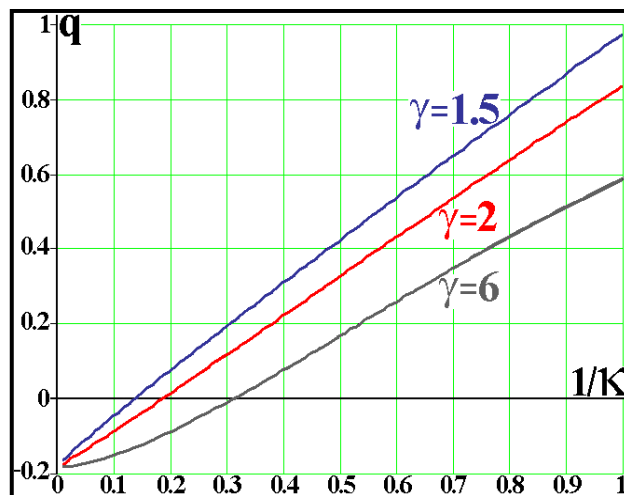


Figura 3.14 Sensibilidade ao entalhe $q(1/\kappa)$ estimada para o furo circular tendo em conta as propriedades do material referidas (ΔS_0 e ΔK_0) [16].

Para concluir a breve referência ao cálculo da sensibilidade ao entalhe q , apresenta-se a seguinte figura:

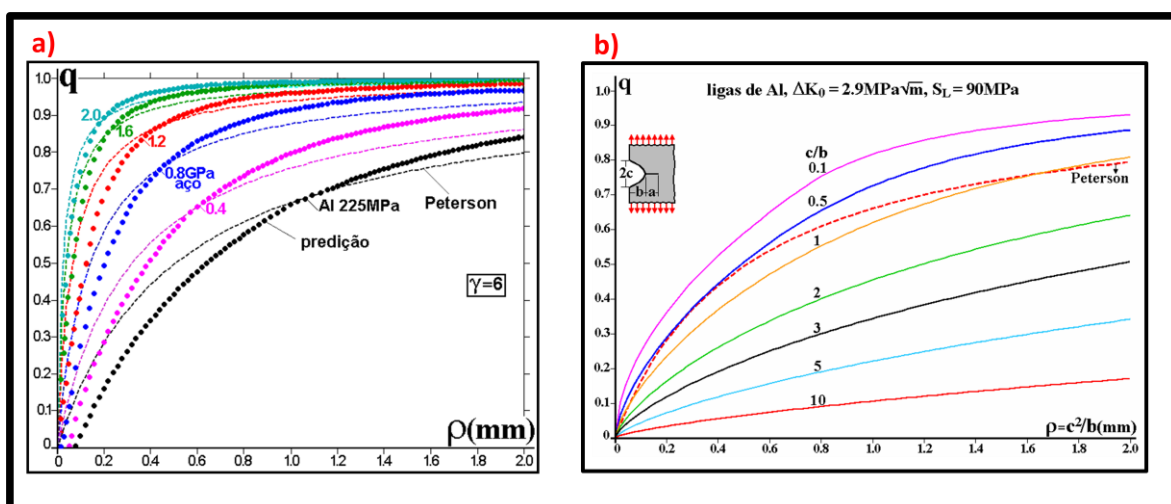


Figura 3.15 Sensibilidade ao entalhe $q(1/\kappa)$ estimada para o furo circular tendo em conta as propriedades do material referidas (ΔS_0 e ΔK_0) [16].

A figura 3.15 a) mostra a boa aproximação dada pelo cálculo apresentado anteriormente da sensibilidade ao entalhe q , e as respectivas comparações com a sensibilidade calculada por Peterson (comparações feitas para 450 aços e ligas de Al).

Contudo a figura 3.15 b) mostra que para entalhes semi-elípticos (razões $c/b \neq 1$) Peterson começa a ser não válido à medida que razão c/b se afasta do valor de 1 (furo circular).

3.5.2. Previsões comprovadas com resultados experimentais

O reparo das trincas com um furo circular na sua ponta já mencionado neste trabalho foi estudado com mais detalhe em [17], onde foram testados alguns corpos de prova (Al 6082 T6) com 3 tipos de diâmetro de furo diferentes (1mm, 2.5mm e 3mm).

Com todos os dados recolhidos de iniciação de trinca após o reparo referente a cada tipo de furo, foram analisados os dados experimentais e comparados com as vidas previstas.

No caso dos furos de maior diâmetro, como o valor de K_f era aproximadamente igual ao valor de K_t ambas as previsões de vida (usando K_t e K_f) foram reproduzidas com os resultados experimentais. Contudo, o furo com um raio de 1mm em que o valor de K_f e K_t já são consideravelmente diferentes, como era de se esperar obtiveram-se previsões de vida diferentes.

A figura que se apresenta de seguida mostra o ajuste dos pontos experimentais às previsões de vida calculadas à direita K_t para e à esquerda para K_f .

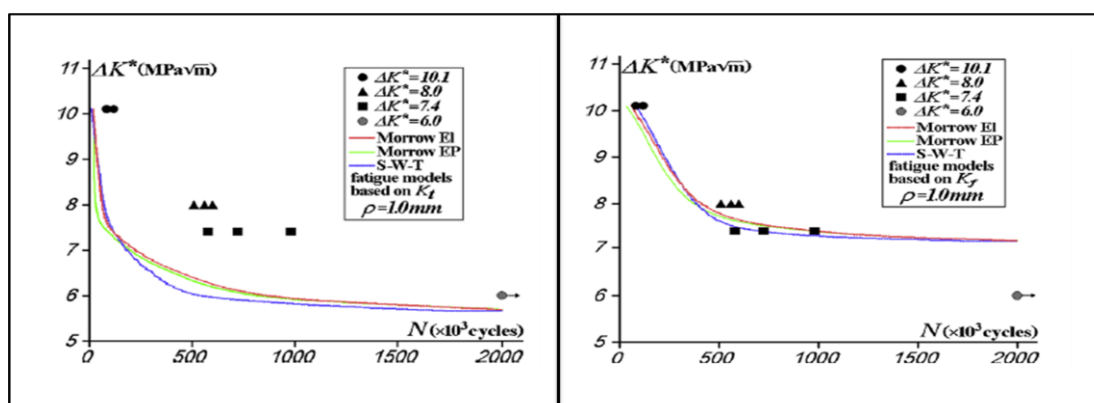


Figura 3.16 Comparação entre as previsões de vida previstas com K_t à direita e K_f à esquerda com os resultados experimentais obtidos em [17].

Claramente se conclui que o K_f calculado pela modelagem aproximou melhor que K_t (conservativo) os resultados experimentais obtidos com as previsões calculadas.

Finalmente apresentam-se as principais vantagens da modelagem apresentada:

- Considera o expoente γ que permite o ajuste a resultados experimentais
- É baseado num procedimento analiticamente exacto
- Pode ser generalizada

4. EXPERIMENTO PROPOSTO

Após compreensão tanto da modelagem como alguns dos conceitos agregados à mesma, foi proposto um experimento de nível laboratorial com o objectivo de se obterem mais resultados experimentais e posteriormente testar a modelagem. No entanto, imprevistos durante o processo levaram a uma alteração do experimento inicial que será referida mais à frente, neste capítulo.

4.1. Material testado

Como o objectivo de dar seguimento ao estudo publicado em [16,17] optou-se por utilizar o mesmo tipo de material usado nas publicações referidas (Al6082 T6). Além da vantagem da coerência usada no que diz respeito às propriedades no mesmo para comparação de resultados, este possui um valor de a_0 consideravelmente superior a qualquer aço, o que torna a visualização de trincas não propagantes bastante mais fácil.

Tabela 4.1 Propriedades do Al 6082 – T6 [17].

PROPRIEDADES DO AL 6082 – T6		
Mecânicas	Cíclicas	Estimadas/Calculadas
$\sigma_r = 327$ MPa	$H = 443$ MPa	$\Delta K_0 = 4.8$ MPa.m ^(1/2)
$\sigma_{ced} = 280$ MPa	$h = 0.064$	$\Delta S_0 = 110$ MPa
$E = 68$ GPa	$\sigma_f = 485$ MPa	
	$b = -0.0695$	
	$\epsilon_f = 0.733$	
	$c = -0.827$	

4.2. Formulação do problema

Analisados os resultados apresentados em [16,17] com a modelagem apresentada no capítulo 3, onde se mostrou que com K_f devidamente calculado obtêm-se melhores aproximações das previsões de vida previstas do que com K_t , especialmente no caso de entalhes com raios de ponta pequenos.

Com o objectivo não só de verificar através de um experimento de nível laboratorial o que se acabou de afirmar no parágrafo anterior, mas também verificar a utilização de K_f em vez de K_t no método ϵN para previsão de vida foi desenvolvido o seguinte teste:

- Por um lado, se é K_t a utilizar na previsão de vida à fadiga, então dois corpos de prova com entalhes de geometrias diferentes mas com valores de K_t iguais, devem-se comportar do mesmo modo na vida à fadiga, obviamente sob condições de teste equivalentes.
- Por outro lado se é K_f (calculado pela modelagem) que se deve utilizar na previsão de vida à fadiga, então do mesmo modo acima descrito, dois corpos de prova com entalhes diferentes mas com valores de K_f iguais, devem-se comportar do mesmo modo na vida à fadiga, mais uma vez, obviamente sob condições de teste equivalentes.

4.3. Dimensionamento da geometria dos entalhes

Uma vez definido o problema a abordar procedeu-se ao dimensionamento da geometria dos entalhes a testar.

4.3.1. Dimensionar entalhes de valor igual de K_t :

Além do objectivo referido de se obterem geometrias diferentes com valores de K_t iguais, também se teve em atenção os valores de K_f respectivos a cada entalhe (o mesmo valor de K_t para entalhes diferentes corresponde a valores de K_f diferentes para

cada entalhe) o mais longe possíveis dos valores de \mathbf{K}_t definidos para fazer uma boa comparação de vida.

Com o objectivo em particular de estudar o caso de raios pequenos, definiu-se o primeiro entalhe com um comprimento $\mathbf{b}_1=10\text{mm}$ e um raio de ponta $\rho_1=0.5\text{mm}$. Assim, de modo a se obter um entalhe de geometria diferente com simultaneamente o mesmo valor de \mathbf{K}_t e um valor de \mathbf{K}_f distante definiu-se o comprimento do segundo entalhe $\mathbf{b}_2=30\text{mm}$. Resolvendo a seguinte igualdade entre as equações de \mathbf{K}_t referentes a cada entalhe (equação 3.11) encontra-se o valor do raio do segundo entalhe:

$$\left\{ \begin{array}{l} c_i = \sqrt{\rho_i b_i} \\ K_{t1} = K_{t2} \Leftrightarrow \left(1 + 2\sqrt{\frac{b_1}{\rho_1}}\right) \cdot \left(1 + \frac{0.1215}{\left(1 + \frac{c_1}{b_1}\right)^{2.5}}\right) = \left(1 + 2\sqrt{\frac{b_2}{\rho_2}}\right) \cdot \left(1 + \frac{0.1215}{\left(1 + \frac{c_2}{b_2}\right)^{2.5}}\right) \Leftrightarrow \rho_2 = 1,5 \text{ mm} \end{array} \right. \quad (4.1)$$

Valores de \mathbf{K}_t obtidos:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} b_1 = 10 \\ \rho_1 = 0,5 \end{array} \right. \rightarrow K_{t1} = 10,67 \\ \left\{ \begin{array}{l} b_2 = 30 \\ \rho_2 = 1,5 \end{array} \right. \rightarrow K_{t2} = 10,67 \end{array} \right. \quad (4.2)$$

4.3.1.1. Cálculo do K_f equivalente a cada entalhe

Com as geometrias dimensionadas de mesmo valor de K_t , calculou-se o valor de K_f referente a cada entalhe. Assim conforme apresentado no capítulo 3 resolveu-se o sistema de equações:

$$\begin{cases} \varphi(a) = g\left(\frac{a}{\rho}, \frac{\Delta S_0}{\Delta \sigma}, \frac{\Delta K_0}{\Delta S_0 \sqrt{\rho}}, \gamma\right) \\ \frac{\partial}{\partial a}[\varphi(a)] = \frac{\partial}{\partial a}\left[g\left(\frac{a}{\rho}, \frac{\Delta S_0}{\Delta \sigma}, \frac{\Delta K_0}{\Delta S_0 \sqrt{\rho}}, \gamma\right)\right] \end{cases} \quad (4.3)$$

Considerando $\eta = 1,1215$ para a correcção da superfície livre e $\gamma = 6$ como o melhor ajuste aos pontos experimentais da figura 3.3 e sendo a função de resistência à propagação da geometria dada por 3.12.

Foram encontradas algumas dificuldades para a resolução do sistema de equações 4.3 com recurso a métodos iterativos tanto na calculadora como no computador com recurso ao software MAPLE. No entanto, uma primeira aproximação gráfica das soluções do sistema e posteriormente a implementação do método numérico de Newton-Rapson no MAPLE possibilitou convergência do resultado pretendido. Em anexo podem ser consultadas as linhas de cálculo inseridas no Maple.

Valores de K_f obtidos:

$$\begin{cases} \begin{cases} b_1 = 10 \\ \rho_1 = 0,5 \end{cases} \rightarrow K_{f1} = 4,86 \\ \begin{cases} b_2 = 30 \\ \rho_2 = 1,5 \end{cases} \rightarrow K_{f2} = 8,05 \end{cases} \quad (4.4)$$

4.3.2. Dimensionar entalhes de valor igual de K_f :

A segunda parte do teste proposto foi dimensionar dois entalhes com valores de K_f iguais.

Com o valor do K_f primeiro entalhe (visto que era o que tinha maior diferença entre K_t e K_f) dimensionou-se uma terceira geometria de modo a se obter o mesmo valor

de K_f . Assim, teve de se resolver com semelhança ao problema acima tratado e com recurso ao sistema de equações 4.3, por tentativa e erro até se encontrar valores de comprimento b e valores de raio ρ que satisfizessem a igualdade de K_f pretendida entre as geometrias.

Obtiveram-se as seguintes dimensões para o terceiro entalhe:

$$\begin{cases} b_3 = 29,1 \\ \rho_3 = 8 \end{cases} \rightarrow K_{f3} = 4,86 \quad (4.5)$$

Tendo o valor de K_t :

$$K_{t3} = \left(1 + 2\sqrt{\frac{b_3}{\rho_3}} \right) \cdot \left(1 + \frac{0.1215}{\left(1 + \frac{\sqrt{\rho_3 \cdot b_3}}{b_3} \right)^{2.5}} \right) = 5,01 \quad (4.6)$$

4.3.3. Resumo de K_t e K_f calculados

Na tabela 4.2 apresenta-se um resumo das geometrias que foram dimensionadas de acordo com a formulação do problema citada.

Importante referir que da resolução numérica de 4.3 usada para obter o coeficiente de concentração de tensões à fadiga K_f obtém-se também o valor máximo da trinca não propagável a_{np} referente ao respectivo K_f (detalhes de todos os cálculos no anexo A).

Tabela 4.2 Resumo dos resultados obtidos no dimensionamento dos entalhes.

RESUMO	Entalhe 1	Entalhe 2	Entalhe 3
b	10mm	30mm	29.1mm
ρ	0.5mm	1.5mm	8mm
K_t	10.67	10.67	5.01
K_f	4.86	8.05	4.86
a_{np}	1.028mm	0.78mm	0.22mm

4.4. Corpos de prova fabricados

Os corpos de prova testados foram cortados na mesma direcção de laminagem do material e posteriormente foram feitos os entalhes dimensionados.

Importante referir que os entalhes foram feitos por electroerosão a fio com o objectivo de se obter um bom acabamento superficial (do entalhe) e evitar possíveis tensões residuais compressivas de maquinação (por exemplo no caso do processo de furação).

O dimensionamento dos corpos de prova foi feito de acordo com as relações apresentadas para o tipo SENT na norma de ensaios de fadiga [22].

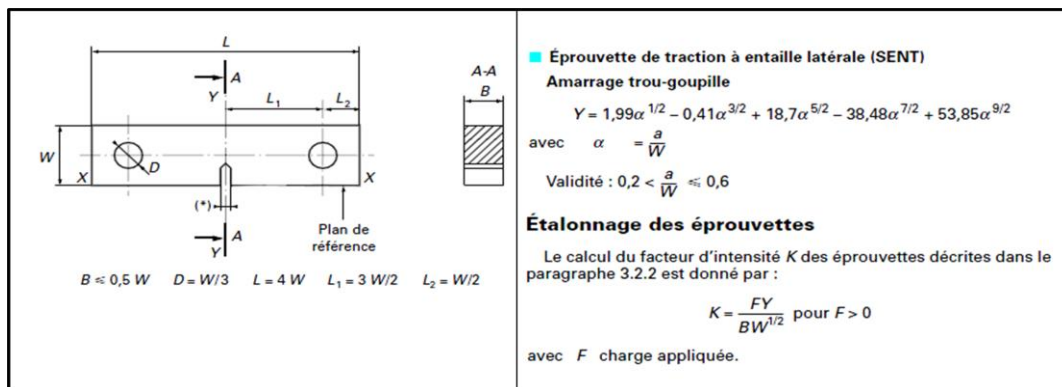


Figura 4.1 Relações para as dimensões do corpo de prova SENT e a respectiva equação para o cálculo do factor de intensidade de tensões.

Dadas as relações apresentadas na figura 4.1, e as dimensões previamente definidas dos entalhes foram fabricados os seguintes corpos de prova:

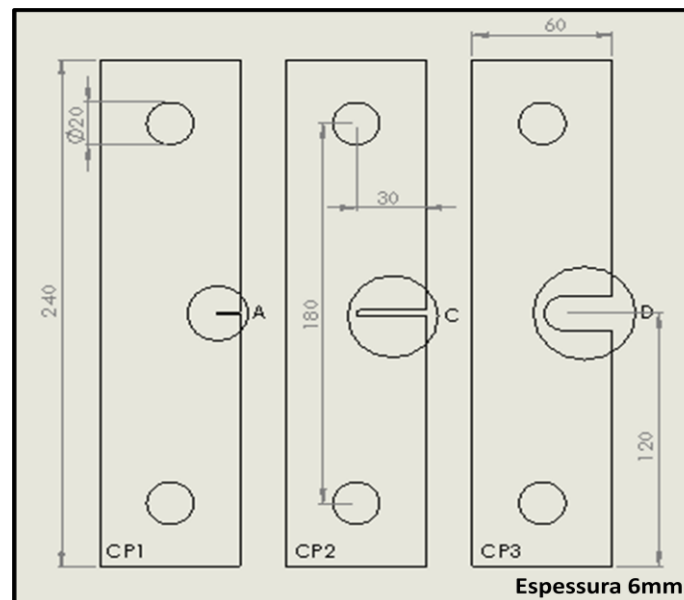


Figura 4.2 Dimensões principais dos corpos de prova.

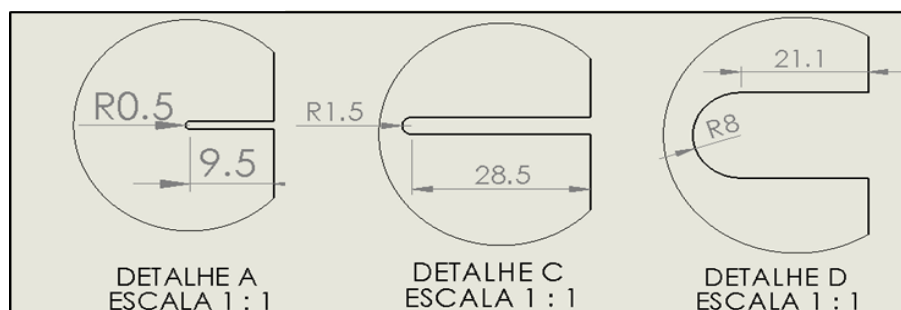


Figura 4.3 Detalhes referentes à figura 4.2 dos entalhes respectivos a cada corpo de prova.

4.5. Correção da formulação do problema

Já com os corpos de prova fabricados foi verificado que o dimensionamento da geometria feito de acordo com a formulação referida (secção 4.2) não era aplicável às dimensões do corpo de prova e ao tipo de garras disponíveis para o ensaio.

Devido ao tempo restante disponível não foi possível a fabricação de novos corpos de prova. Assim, com recurso ao software de elementos finitos ANSYS 11.0 foram

calculados novos coeficientes de concentração de tensões K_t de acordo com as geometrias dos corpos de prova e o tipo de ensaio realizado.

A figura 4.4 representa esquematicamente as condições de fronteira e a carga aplicada no ensaio realizado.

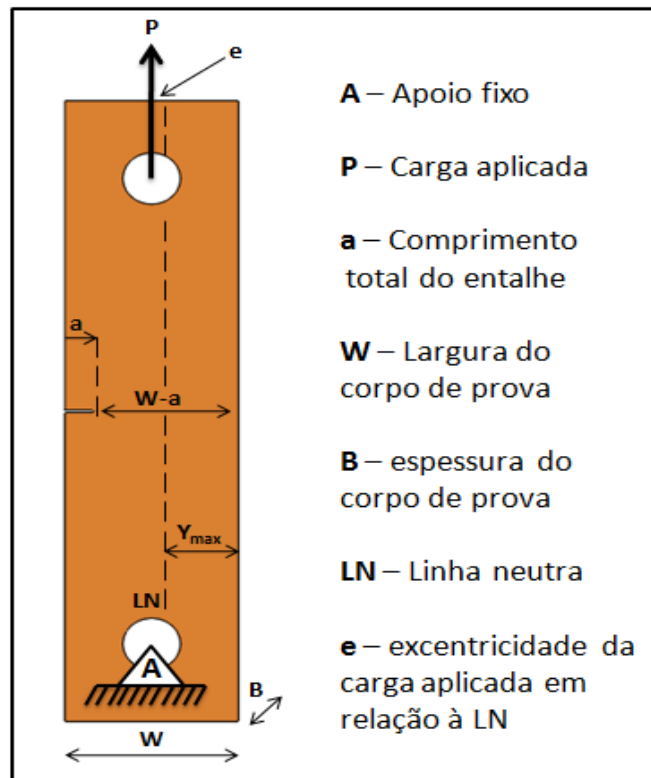


Figura 4.4 Condições de ensaio implementadas no ANSYS para o cálculo de K_t .

Definiram-se as condições representadas na figura 4.4 no software referido de elementos finitos. Importante referir que se fez um primeiro refinamento da malha ao longo de toda a geometria seguido de um segundo refinamento concentrado na zona do entalhe.

As tensões apresentadas nas figuras 4.5, 4.6 e 4.7 são referentes aos corpos de prova CP1, CP2 e CP3 respectivamente.

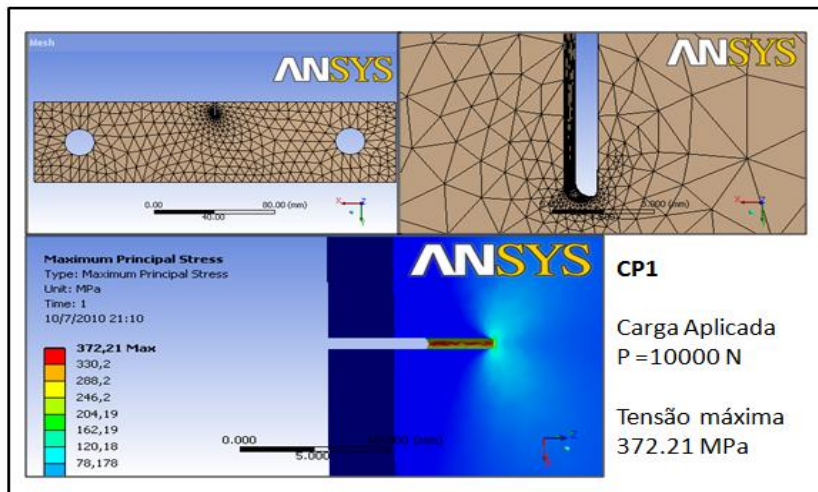


Figura 4.5 Resultados obtidos por elementos finitos para o CP1.

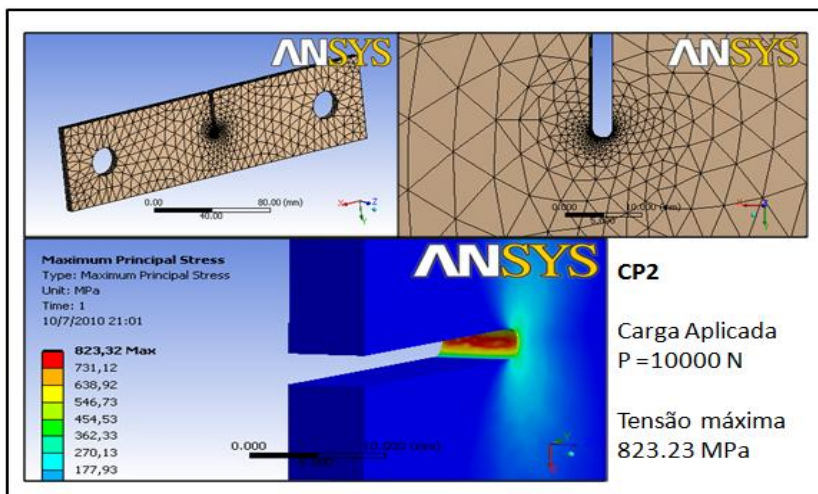


Figura 4.6 Resultados obtidos por elementos finitos para o CP2.

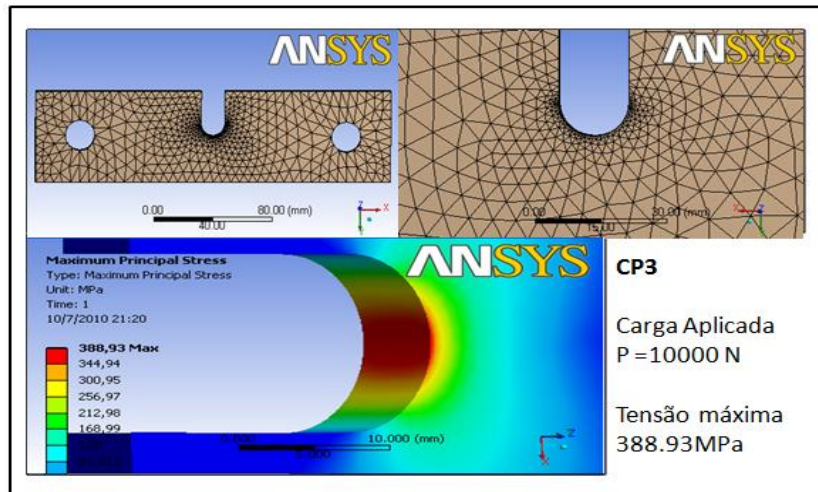


Figura 4.7 Resultados obtidos por elementos finitos para o CP3.

Com os dados acima obtidos por elementos finitos, foram calculados os respectivos coeficientes de concentração de tensões K_t para cada entalhe.

Com a tensão nominal definida por:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_n = \sigma_{TP} + \sigma_{MP} = \frac{P}{A_r} + \frac{P \cdot e \cdot y_{\max}}{I} \\ I = \frac{B \cdot (W - a)^3}{12} \end{array} \right. \quad (4.7)$$

A tabela 4.3 que se segue apresenta um resumo dos valores calculados.

Tabela 4.3 Resumo dos valores para o cálculo dos coeficientes de concentração de tensões K_t corrigidos.

Corpo de Prova			CP1	CP2	CP3
Largura do corpo de prova	W	[mm]	60	60	60
Espessura do corpo de prova	B	[mm]	6	6	6
Comprimento do rasgo	b	[mm]	9.5	28.5	21.1
Raio do entalhe	ρ	[mm]	0.5	1.5	8
Comprimento total do entalhe	a	[mm]	10	30	29.1
Area residual (W-a)*B	A_r	[mm ²]	300	180	185.4
Carga aplicada no ANSYS	P	[N]	10000	10000	10000
Tensão máxima na raiz do entalhe ANSYS	σ_{max}	[MPa]	372.21	823.32	388.93
Tensão momento flector da carga P (eq 4.7)	σ_{MP}	[MPa]	20	166.67	152.39
Tensão tracção da carga P (eq 4.7)	σ_{TP}	[MPa]	33.33	55.56	53.94
Tensão nominal Total	σ_n	[MPa]	53.33	222.22	206.32
Coeficiente de concentração de tensões K_t ANSYS (eq 2.4)	$K_{t_{ANSYS}}$		6.98	3.7	1.89

Além do cálculo de K_t por elementos finitos também se estimou por Creager-Paris (equação 2.23) os valores de K_t para cada tipo de entalhe. Outras estimativas referidas na mesma secção (2.1.4.2) não foram apresentadas na correcção dos cálculos de K_t , uma vez serem válidas para condições de ensaios diferentes das realizadas.

A tabela 4.4 mostra os resultados obtidos pela estimativa referida, sendo que o factor de intensidade de tensões usado em 2.23 foi calculado de acordo com a norma de testes usada [22] como está indicado na figura 4.1 com o cálculo detalhado no anexo A.

Tabela 4.4 Estimativas de Creager-Paris para o valor do coeficiente de concentração de tensões K_t .

Corpo de Prova	CP1	CP2	CP3
K_t - Creager-Paris	6.63	4.47	1.93

Como se pode constatar existe uma diferença considerável no valor do coeficiente de concentração de tensões K_t do CP2 entre o resultado de elementos finitos (tabela 4.3) e a estimativa de Creager-Paris apresentada na tabela 4.4. Assim, foi calculado um novo coeficiente de concentração de tensões médio entre os valores obtidos por elementos finitos (tabela 4.3) e os valores estimados por Creager-Paris (tabela 4.4).

Com os valores obtidos dos coeficientes de concentração de tensões K_t corrigidos para o tipo de ensaio executado, procedeu-se novamente ao cálculo dos coeficientes de concentração de tensões à fadiga K_f respectivos a cada K_t (elementos finitos, Creager-Paris e a respectiva média). Assim, seguindo o mesmo raciocínio apresentado na secção 4.3.1.1 e resolvendo o sistema de equações da modelagem 4.3 para cada tipo de entalhe obtiveram-se os resultados apresentados na tabela 4.5 (cálculos detalhados anexo A):

Tabela 4.5 Valores de K_f corrigidos para os ensaios realizados.

	CP1	CP2	CP3
Elementos Finitos – ANSYS 11.0			
K_t - Calculado por elementos finitos	6.98	3.7	1.89
K_f - Modelagem	4.83	3.66	1.89
a_{np} - comprimento da trinca não propagante [mm]	0.84	0.16	0.083
Estimativa Creager-Paris			
K_t - Calculado pela estimativa de Creager-Paris	6.63	4.47	1.93
K_f - Modelagem	4.80	4.38	1.93
a_{np} - comprimento da trinca não propagante [mm]	0.75	0.20	0.085
Média das estimativas de K_t			
K_t - Calculado pela média entre elemntos finitos e Creager-Paris	6.80	4.09	1.91
K_f - Modelagem	4.81	4.02	1.91
a_{np} - comprimento da trinca não propagante [mm]	0.80	0.18	0.084

Com os valores da tabela 4.5 foram feitas as respectivas previsões de vida para cada corpo de prova e comparadas com os respectivos resultados experimentais obtidos, apresentados no capítulo seguinte.

5. ENSAIOS EXPERIMENTAIS

Dada a necessidade de explorar melhor a modelagem estudada, foram feitos ensaios experimentais com o objectivo de obter coerência com a formulação do problema proposto e os resultados já obtidos em trabalhos anteriores [16,17].

5.1. Metodologia experimental

As figuras 5.1 e 5.2 mostram um esquema geral das condições e equipamentos utilizados nos ensaios realizados.

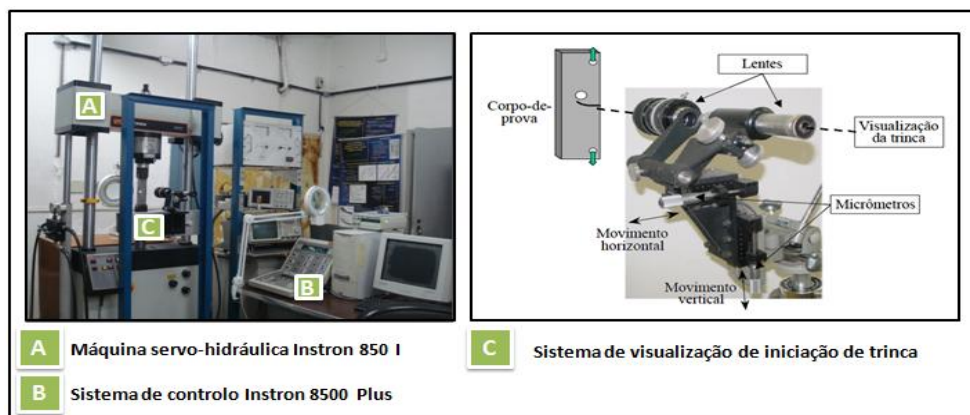


Figura 5.1 Sistemas utilizados nos ensaios dos corpos de prova

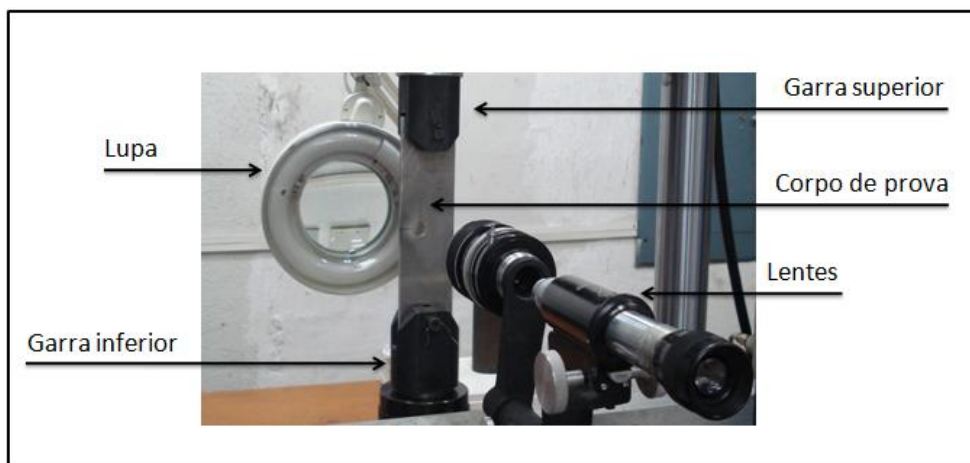


Figura 5.2 Detalhe pormenorizado das condições de ensaio

Os corpos de prova fabricados foram lixados com lixa de água até um grão de 1200 e em seguida polidas de seguida para facilitar a visualização na superfície da iniciação da trinca. A figura 5.3 mostra em detalhe o resultado dos entalhes fabricados por electroerosão a fio usados para realizar os ensaios referidos. Referir que do lado esquerdo da figura 5.3 a zona envolvente aos entalhes encontra-se polida e do lado direito, estão os entalhes numa vista mais pormenorizada mas sem qualquer tipo de polimento.

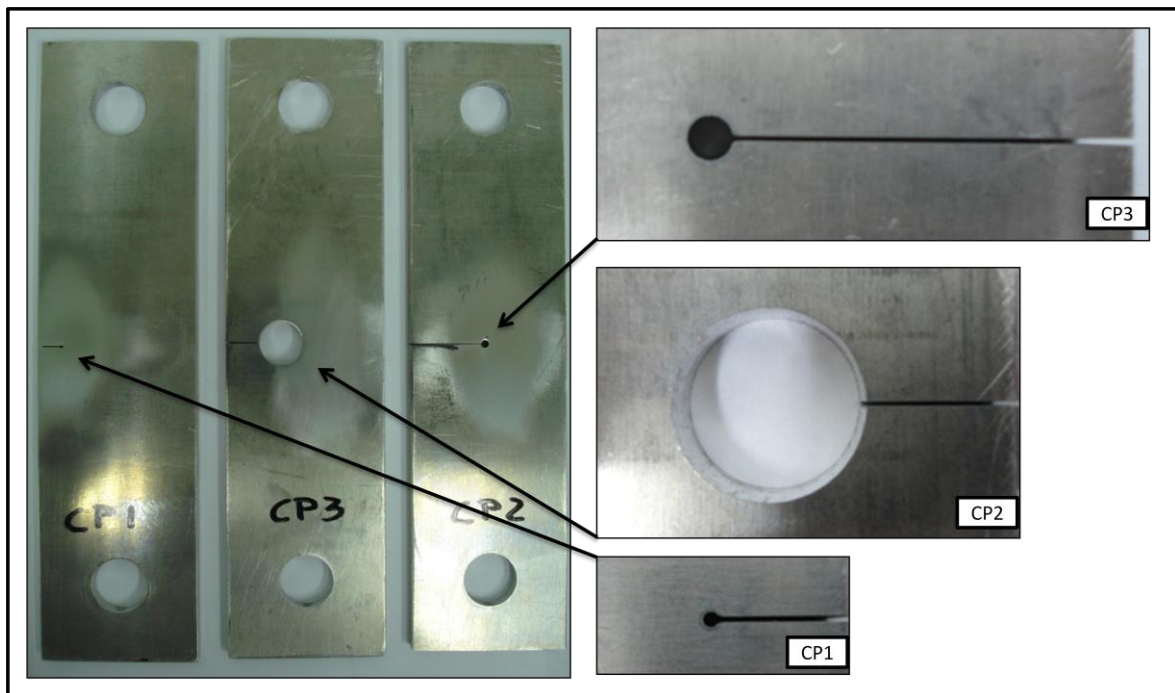


Figura 5.3 Detalhe pormenorizado das condições de ensaio

A tabela 5.1 que se segue mostra a negrito os dados inseridos na máquina. Os restantes valores são dados que foram controlados pelo accionamento da opção “*amplitude control*”.

Tabela 5.1 Dados inseridos para os ensaios

Dados Inseridos			CP1	CP2	CP3
Razão de tensões	R		0.05	0.2	0.2
Frequência de solicitação	f	[Hz]	30	60	40
Carga máxima	P_{max}	[N]	7800	2790	6871
Carga média	P_{med}	[N]	4095	1674	4171
Carga mínima	P_{min}	[N]	390	558	1471
Carga alternada	P_a	[N]	3705	1116	2700

5.2. Resultados experimentais

Com os procedimentos de ensaio referidos, foram obtidos os resultados apresentados na tabela 5.2 para a vida de iniciação da trinca com um critério de paragem pretendido de 1mm de comprimento de trinca.

Tabela 5.2 Resultados experimentais obtidos

CP1	Nº Ciclos	CP2	Nº Ciclos	CP3	Nº Ciclos
Ensaio 1.1	-	Ensaio 2.1	720000	Ensaio 3.1	269000
Ensaio 1.2	189963	Ensaio 2.2	649000	Ensaio 3.2	234000
Ensaio 1.3	225461	Ensaio 2.3	880000	Ensaio 3.3	206000
Ensaio 1.4	250000	Ensaio 2.4	474000	Ensaio 3.4	240000
Média	221808	Média	680750	Média	237250
Desvio Padrão	30185	Desvio Padrão	168320	Desvio Padrão	25838

As figuras seguintes mostram ao microscópio um exemplar de cada tipo de corpo de prova depois de o ensaio estar concluído.

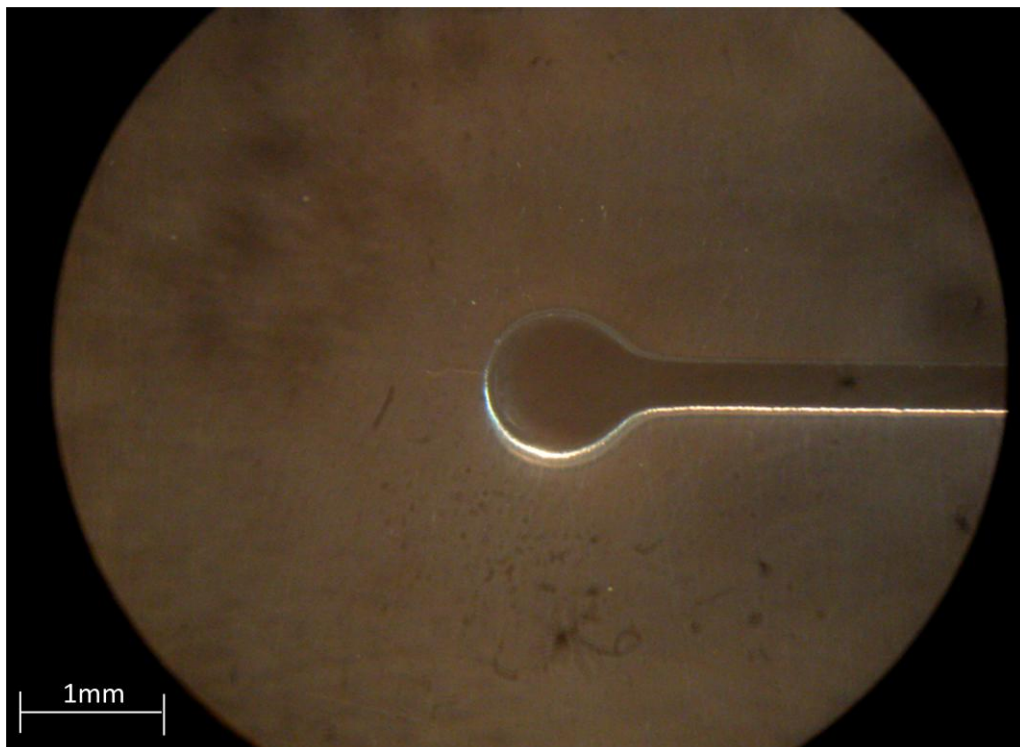


Figura 5.4 Vista ao microscópio da trinca de um exemplar do CP1.

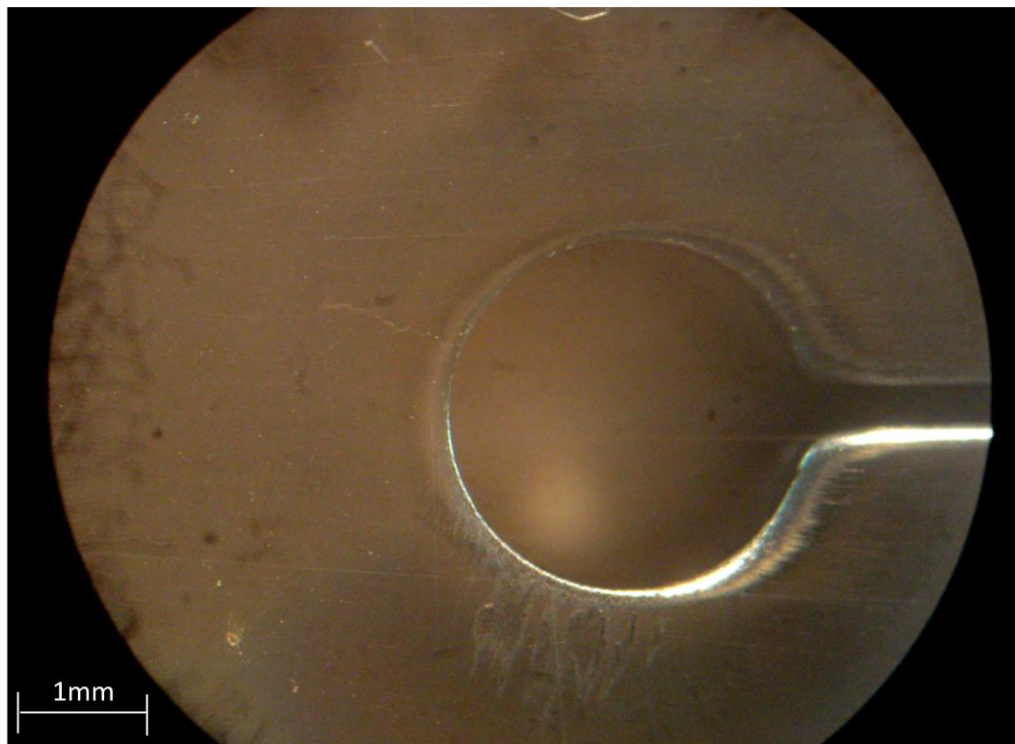


Figura 5.5 Vista ao microscópio da trinca de um exemplar do CP2.

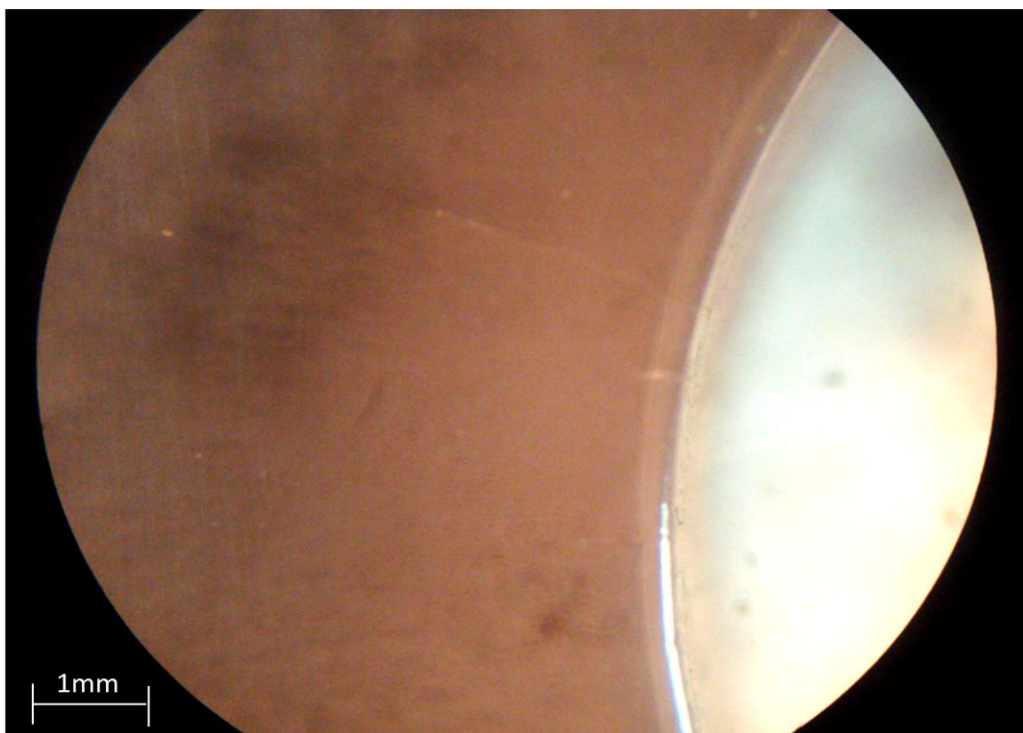


Figura 5.6 Vista ao microscópio da trinca de um exemplar do CP3.

5.3. Análise dos resultados

A análise dos resultados obtidos experimentalmente dos corpos de prova à iniciação de trincas (tabela 5.2), foram analisados pelo método de dimensionamento à fadiga SN uma vez que as tensões solicitadoras referentes às cargas dos ensaios (tabela 5.1) são inferiores à tensão de cedência do material σ_{ced} nos corpos de prova 2 e 3. No caso do CP1 as cargas solicitadoras provocaram uma ligeira plastificação que poderia numa primeira análise justificar um estudo ϵN . Contudo a gama solicitadora $\Delta\sigma < 2\sigma_{ced}$, que valida a análise feita pelo mesmo método de dimensionamento (método SN) dos restantes corpos de prova (CP2 e CP3).

5.3.1. Cálculo das tensões solicitadoras

As tensões solicitadoras aos corpos de prova durante os ensaios foram calculadas com a expressão 4.7 e os valores das forças introduzidas na máquina apresentados na tabela 5.1. Assim a tabela 5.3 mostra um resumo das tensões para cada tipo de ensaio (tabela completa no Anexo B).

Tabela 5.3 Tensões solicitadoras para cada tipo de corpo de prova durante os ensaios

Resumo Tensões			CP1	CP2	CP3
Tensão máxima tracção	σ_{Tmax}	[MPa]	26.0	15.5	37.1
Tensão média tracção	σ_{Tmed}	[MPa]	13.7	9.3	22.5
Tensão mínima tracção	σ_{Tmin}	[MPa]	1.3	3.1	7.9
Tensão alternada tracção	σ_{Ta}	[MPa]	12.4	6.2	14.6
Tensão máxima flexão	σ_{Fmax}	[MPa]	15.6	46.5	104.7
Tensão média flexão	σ_{Fmed}	[MPa]	8.19	27.9	63.6
Tensão mínima flexão	σ_{Fmin}	[MPa]	0.78	9.3	22.4
Tensão alternada flexão	σ_{Fa}	[MPa]	7.41	18.6	41.1
Tensão máxima total	σ_{max}	[MPa]	41.6	62	141.2
Tensão média total	σ_{med}	[MPa]	21.8	37.2	86.1
Tensão mínima total	σ_{min}	[MPa]	2.1	12.4	30.4
Tensão alternada total	σ_a	[MPa]	19.8	24.8	55.7

5.3.2. Método SN implementado para análise

Como já foi referido, este método estuda o dimensionamento à fadiga de componentes solicitados sem deformação plástica cíclica. Assim, a equação da parte elástica que permite relacionar a tensão com a vida é dada pela seguinte equação:

$$\frac{\Delta\sigma}{2} = \sigma_f (2N)^b \quad (5.1)$$

Os valores de σ_f e b podem ser consultados na tabela 4.1 na coluna das propriedades cíclicas do alumínio usado (Al 6082 – T6).

Com a equação 5.1 e os respectivos valores dos seu parâmetros foram traçadas duas curvas num gráfico que relaciona a gama de tensão aplicada com vida. A tensão limite de fadiga σ_{f0} da primeira curva é calculada para um corpo de prova polido de secção circular (8mm de diâmetro) sob uma razão de tensões $R=-1$ bem diferente do tipo de ensaio realizado e do corpo de prova ensaiado. Assim é obtida uma segunda curva para o corpo de prova ensaiado cuja tensão limite de fadiga σ_{f0} é reduzida no ensaio realizado pelos seguintes factores [8]:

- Acabamento superficial

$$K_a = a \cdot S_{ut}^b \quad (5.3)$$

Surface Finish	Factor a		Exponent b
	S_{ut} , kpsi	S_{ut} , MPa	
Ground	1.34	1.58	-0.085
Machined or cold-drawn	2.70	4.51	-0.265
Hot-rolled	14.4	57.7	-0.718
As-forged	39.9	272.	-0.995

Figura 5.7 Valores das constantes para o cálculo do factor K_a [8].

- Tipo de carregamento

$$K_c = \begin{cases} 1 & \text{Flexão} \\ 0,85 & \text{Tracção} \\ 0,59 & \text{Torção} \end{cases} \quad (5.4)$$

Dada a combinação de carregamentos (tracção e flexão) a que o corpo de prova ensaiado foi sujeito apresenta-se de seguida uma função para calcular o coeficiente K_c de modo a contabilizar os dois tipos de esforços num só factor $K_{c,b}$

$$K_{c,b} = \frac{\sigma_{T\max}}{\sigma_{\max}} K_{c,Tracção} + \frac{\sigma_{F\max}}{\sigma_{\max}} K_{c,Flexão} \quad (5.5)$$

Assim a tensão limite de fadiga do corpo do prova σ_{f0} , é dada por:

$$\sigma_{f0'} = \sigma_{f0} \cdot K_a \cdot K_{c,b} \quad (5.6)$$

A figura 5.8 esquematiza o que foi referido sobre a redução da resistência à fadiga do corpo de prova σ_{f0} , em relação ao material σ_{f0} num gráfico com a vida N no eixo das abcissas (horizontal) e a gama de tensão aplicada ΔS no eixo das ordenadas (vertical).

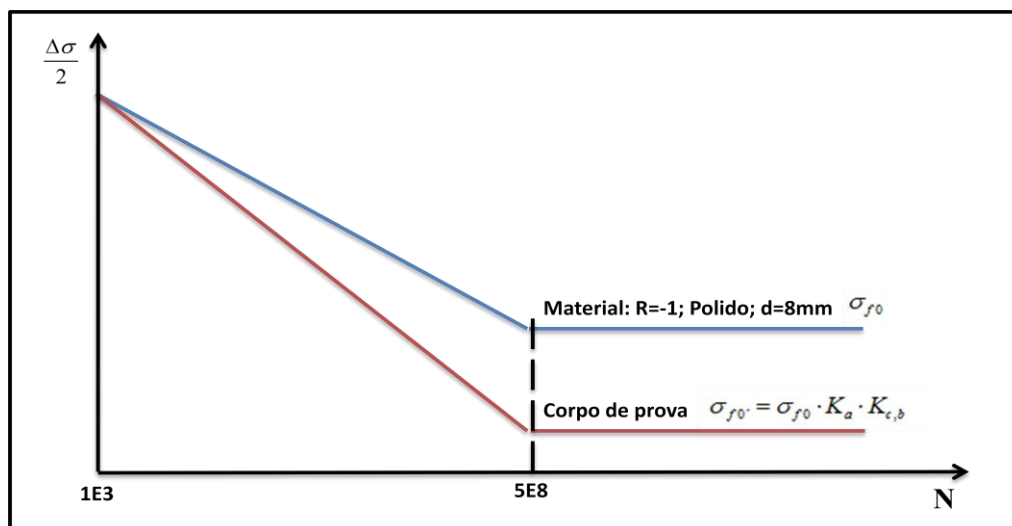


Figura 5.8 Curva esquemática SN do material e do corpo de prova

As vidas previstas por este método foram então calculadas com a seguinte razão de logaritmos:

$$\frac{\log\left[\frac{\sigma_{f1000}}{\sigma_{f0'}}\right]}{\log\left[\frac{1E3}{5E8}\right]} = \frac{\log\left[\frac{\sigma_{f1000}}{\sigma_{acm}}\right]}{\log\left[\frac{1E3}{N}\right]} \quad (5.7)$$

em que σ_{f1000} é a tensão limite de fadiga para 1000 ciclos dada pela equação 5.1 e σ_{acm} é a tensão alternada aplicada para a qual se quer saber a previsão de vida N .

A influência da tensão média dada por Goodman na equação 5.8 foi contabilizada na componente alternada aplicada σ_{acm} introduzida na equação 5.7 para o cálculo da vida.

$$Goodman \rightarrow K_{cm} = \left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_r}\right) \quad (5.8)$$

Assim o efeito da carga média é calculado a partir das tensões locais (K_t) e aplicado à componente alternada σ_{acm} como se mostra na equação 5.9.

$$\sigma_{acm} = \frac{\sigma_a}{\left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_r}\right)} \quad (5.9)$$

Notar que σ_a é a componente da carga alternada sem o efeito da carga média.

5.3.3. Resultados das previsões SN

Dado que anteriormente foram obtidas mais do que uma estimativa de K_t (tabela 4.5) e os respectivos valores de K_f , foram então calculadas diversas previsões consoante a respectiva estimativa de K_t .

Além das vidas previstas com o K_{FM} da modelagem foram previstas também vidas com o valor de K_{FP} calculado pelas equações 2.25, 2.26 e 2.27, que não são mais do que os valores propostos por Peterson.

A tabela 5.4 e as figuras 5.9-5.17 mostram um resumo dos resultados das previsões calculadas (tabelas mais detalhadas das previsões no anexo B).

Tabela 5.4 Resumo das previsões calculadas

RESUMO DAS PREVISÕES SN	Sigla	Fonte	CP1	CP2	CP3
Dados do material Al 6082 – T6					
Tensão de ruptura [MPa]	σ_r	Tab. 4.1	327	327	327
Tensão limite de fadiga cíclica [MPa]	σ_f	Tab. 4.1	485	485	485
Expoente da curva	b	Tab. 4.1	-0.07	-0.07	-0.07
Tensão limite de fadiga para 1E3 [MPa]	σ_{f1000}	Eq. 5.1	284.9	284.9	284.9
Tensão limite de fadiga para 5E8 [MPa]	σ_{f0}	Eq. 5.1	113.7	113.7	113.7
Factores de correcção					
Acabamento Superficial	K_a	Eq. 5.2	0.97	0.97	0.97
Tipo de carregamento	$K_{c,b}$	Eq. 5.3-5.5	0.89	0.93	0.93
Tensão limite de fadiga do CP para 5E8 [MPa]	σ_{f0}'	Eq. 5.1	98.15	102.56	102.56
Efeito da carga média de Goodman	K_{cm}	Eq. 5.8	0.53	0.58	0.50
ANSYS					
Coef. de concentração K_t	K_t	Tab. 4.3	6.98	3.7	1.89
Previsão calculada	N	Eq. 5.7	3342	1820005	55521
Coef. de concentração K_f (Modelagem)	K_{fM}	Eq. 4.3	4.83	3.66	1.88
Previsão calculada	N	Eq. 5.7	311022	2128945	57467
Sensibilidade ao entalhe (Peterson)	q	Eq. 2.26	0.95	0.98	1
Coef. de concentração K_f (Peterson)	K_{fP}	Eq. 2.25	6.68	3.57	1.89
Previsão calculada	N	Eq. 5.7	5730	2934678	55521
Média dos resultados experimentais	N_{exp}	Tab 5.2	221808	680750	237250
CREAGER-PARIS					
Coef. de concentração K_t	K_t	Fig. 4.1	6.63	4.47	1.93
Previsão calculada	N	Eq. 5.7	10635	20080	30209
Coef. de concentração K_f (Modelagem)	K_{fM}	Eq. 4.3	4.80	4.38	1.93
Previsão calculada	N	Eq. 5.7	568428	26090	30228
Sensibilidade ao entalhe (Peterson)	q	Eq. 2.26	0.95	0.98	1
Coef. de concentração K_f (Peterson)	K_{fP}	Eq. 2.25	6.35	4.30	1.93
Previsão calculada	N	Eq. 5.7	18155	30410	30228
Média dos resultados experimentais	N_{exp}	Tab 5.2	221808	680750	237250
MÉDIA CREAGER-PARIS - ANSYS					
Coef. de concentração K_t	K_t	Tab. 4.5	6.80	4.09	1.91
Previsão calculada	N	Eq. 5.7	6042	185629	39592
Coef. de concentração K_f (Modelagem)	K_{fM}	Eq. 4.3	4.82	4.02	1.91
Previsão calculada	N	Eq. 5.7	419085	231940	39618
Sensibilidade ao entalhe (Peterson)	q	Eq. 2.26	0.95	0.98	1
Coef. de concentração K_f (Peterson)	K_{fP}	Eq. 2.25	6.51	4.03	1.91
Previsão calculada	N	Eq. 5.7	10339	225947	39618
Média dos resultados experimentais	N_{exp}	Tab 5.2	221808	680750	237250

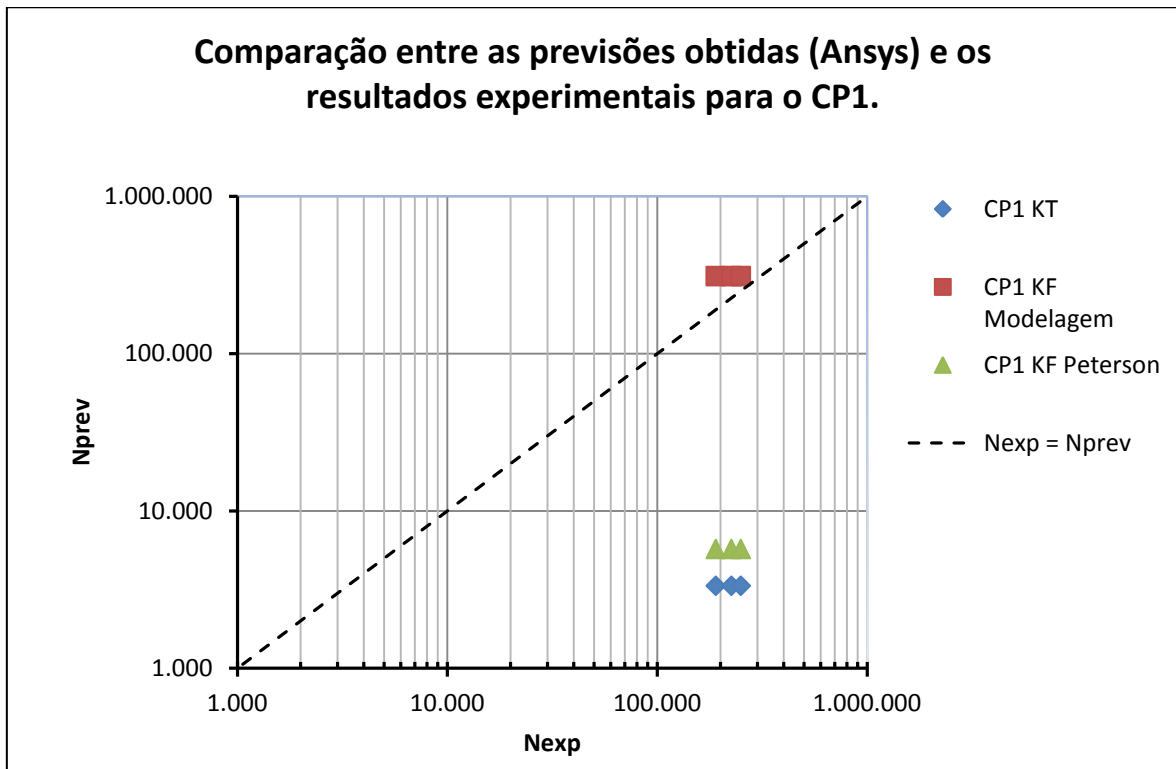


Figura 5.9 Gráfico comparativo entre as vidas previstas e experimentais CP1 (K_t Ansys)

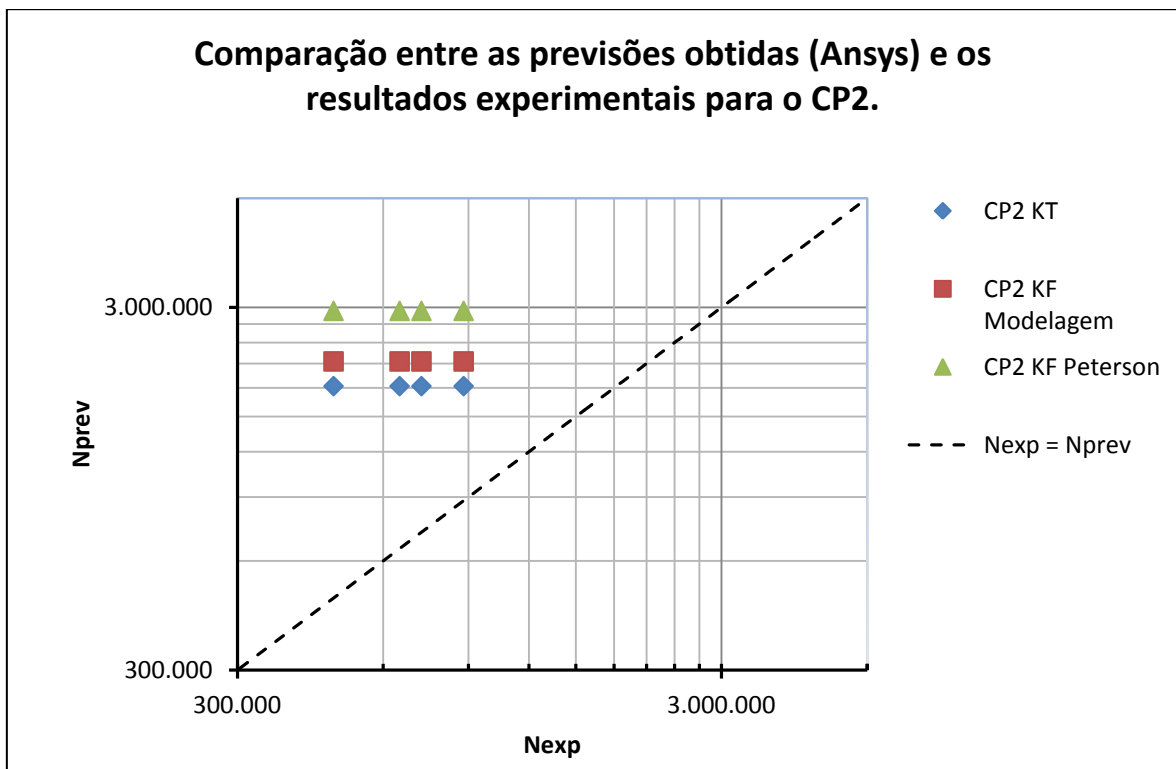


Figura 5.10 Gráfico comparativo entre as vidas previstas e experimentais CP2 (K_t Ansys)

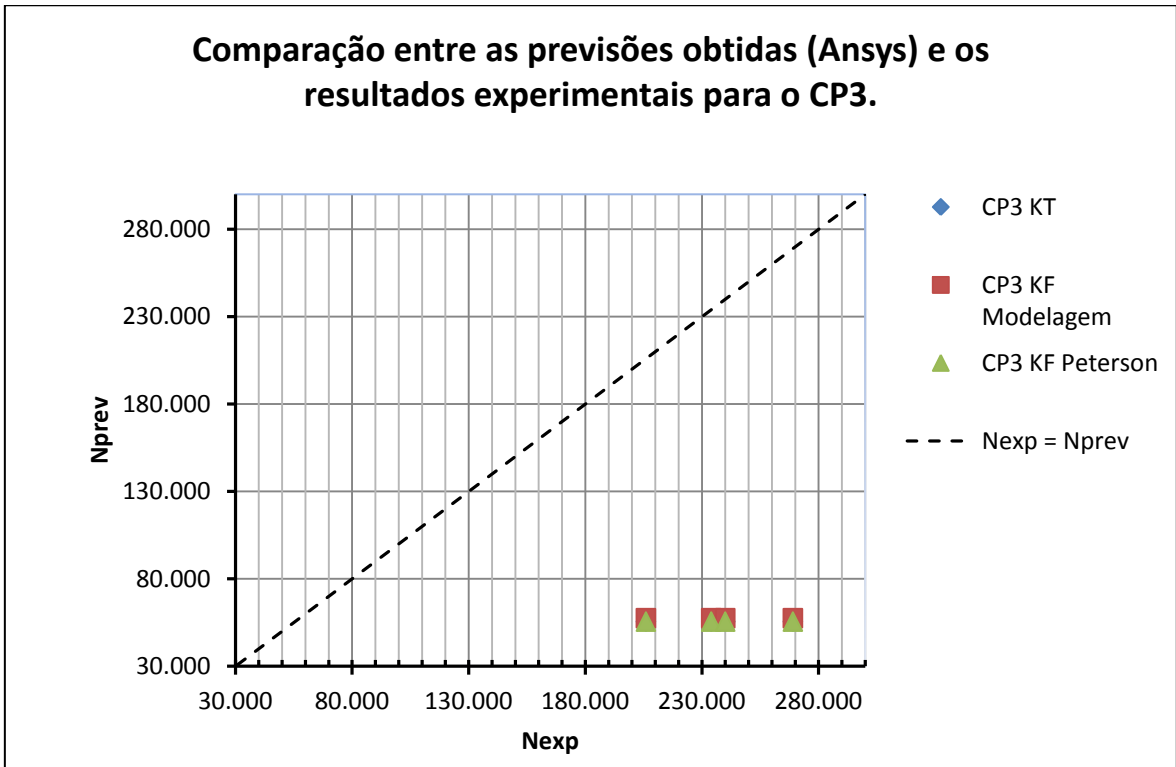


Figura 5.11 Gráfico comparativo entre as vidas previstas e experimentais CP3 (K_t Ansys)

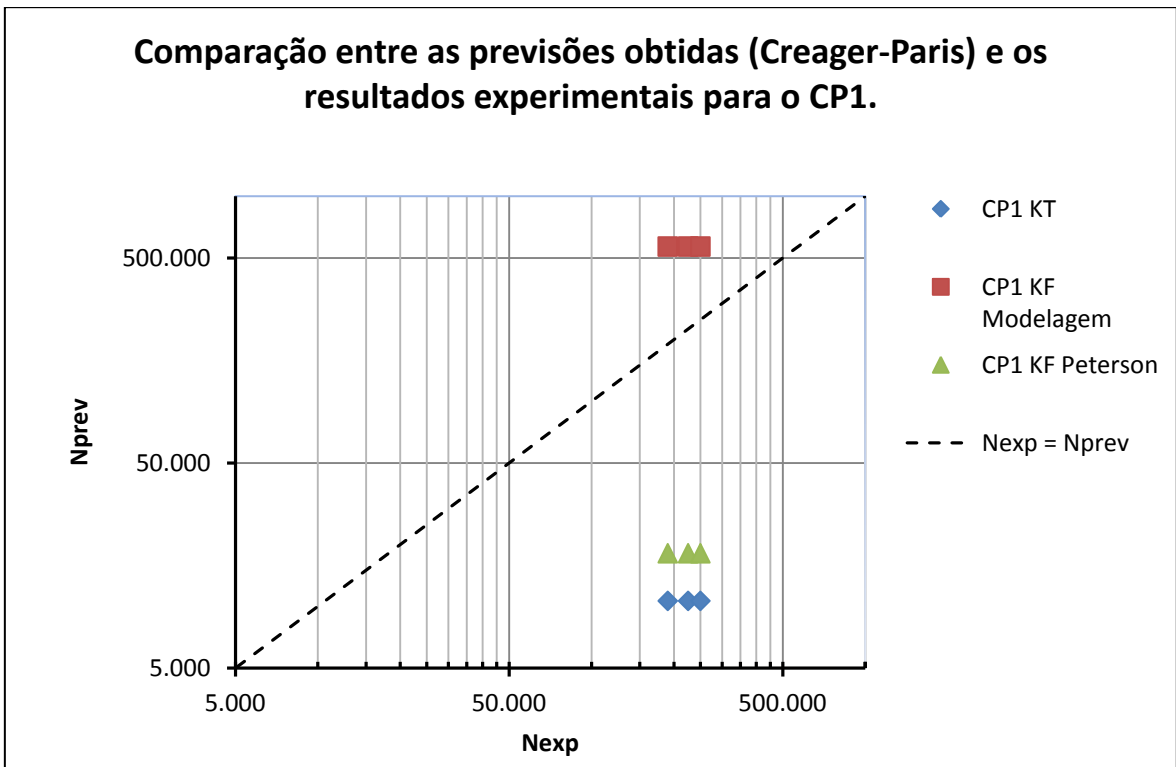


Figura 5.12 Gráfico comparativo entre as vidas previstas e experimentais CP1 (K_t Creager-Paris)

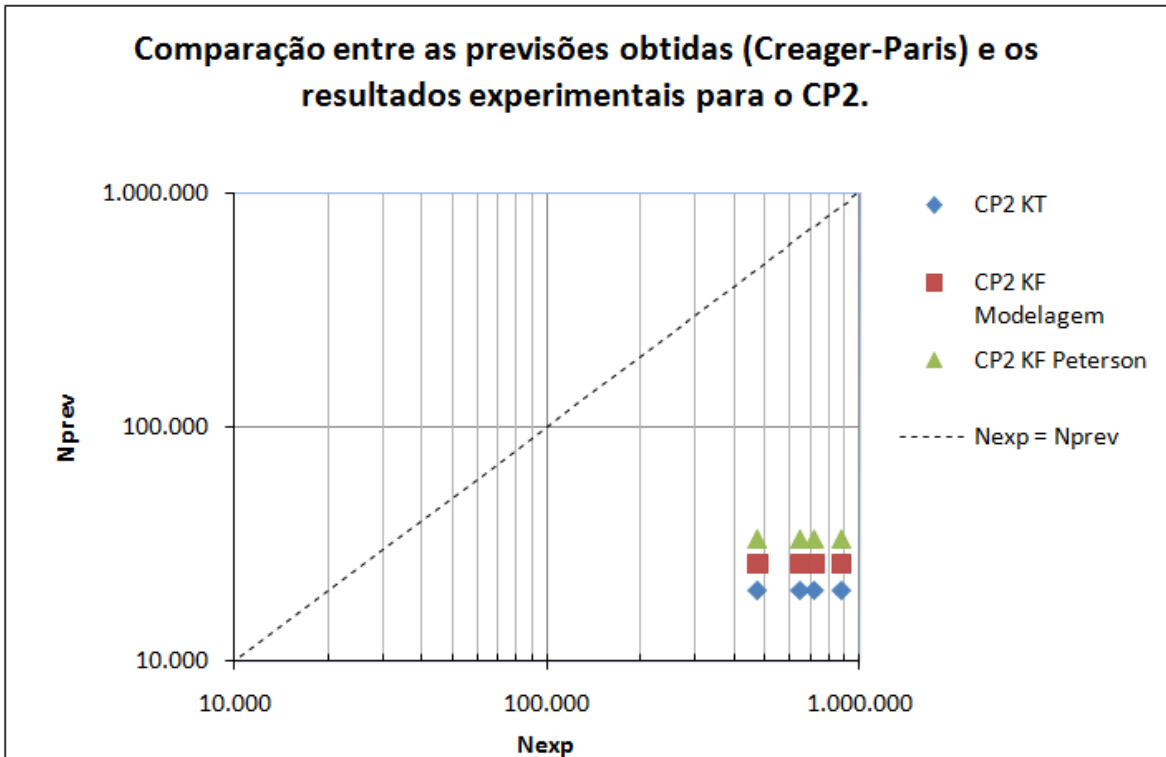


Figura 5.13 Gráfico comparativo entre as vidas previstas e experimentais CP2 (K_t Creager-Paris)

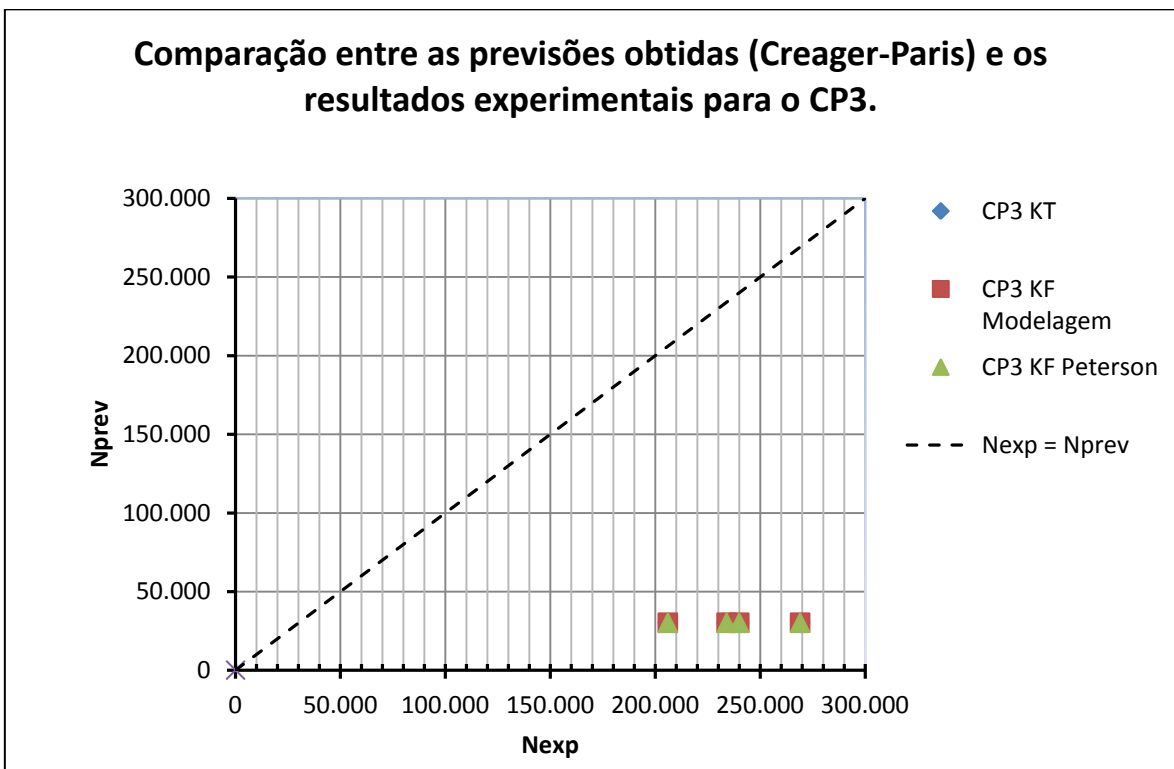


Figura 5.14 Gráfico comparativo entre as vidas previstas e experimentais CP3 (K_t Creager-Paris)

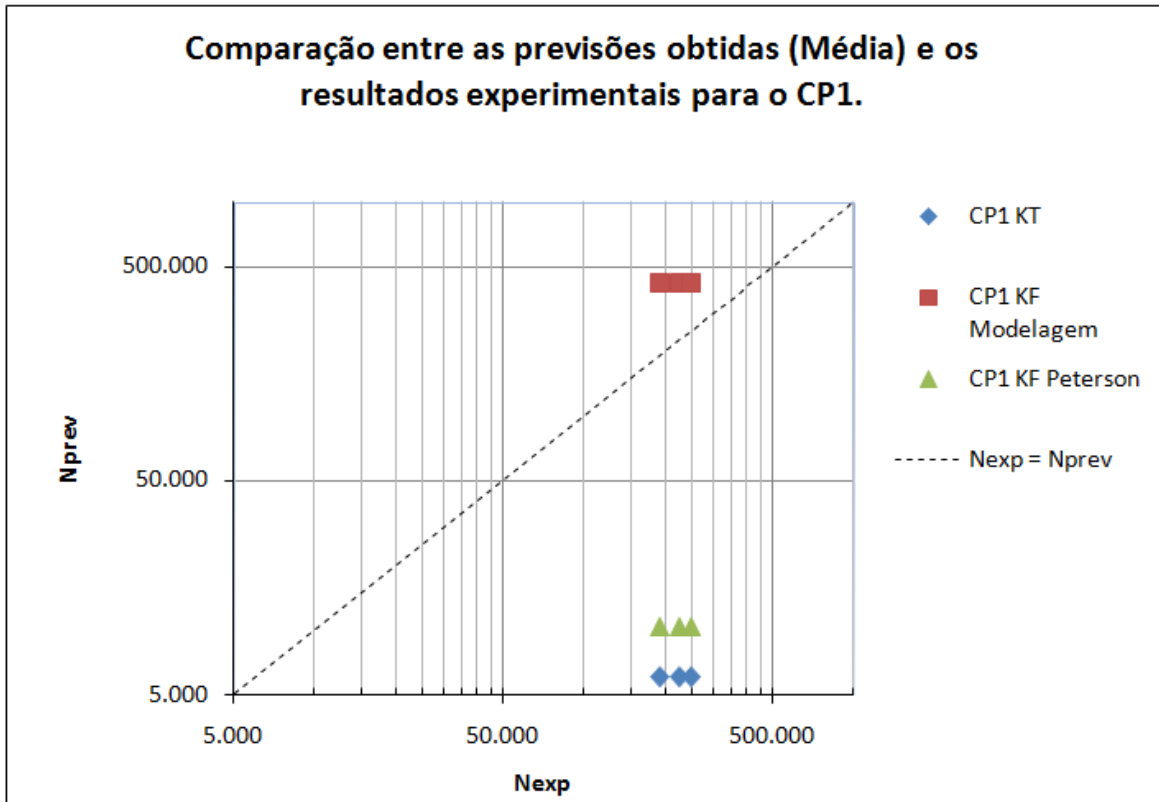


Figura 5.15 Gráfico comparativo entre as vidas previstas e experimentais CP1 (K_t Médio)

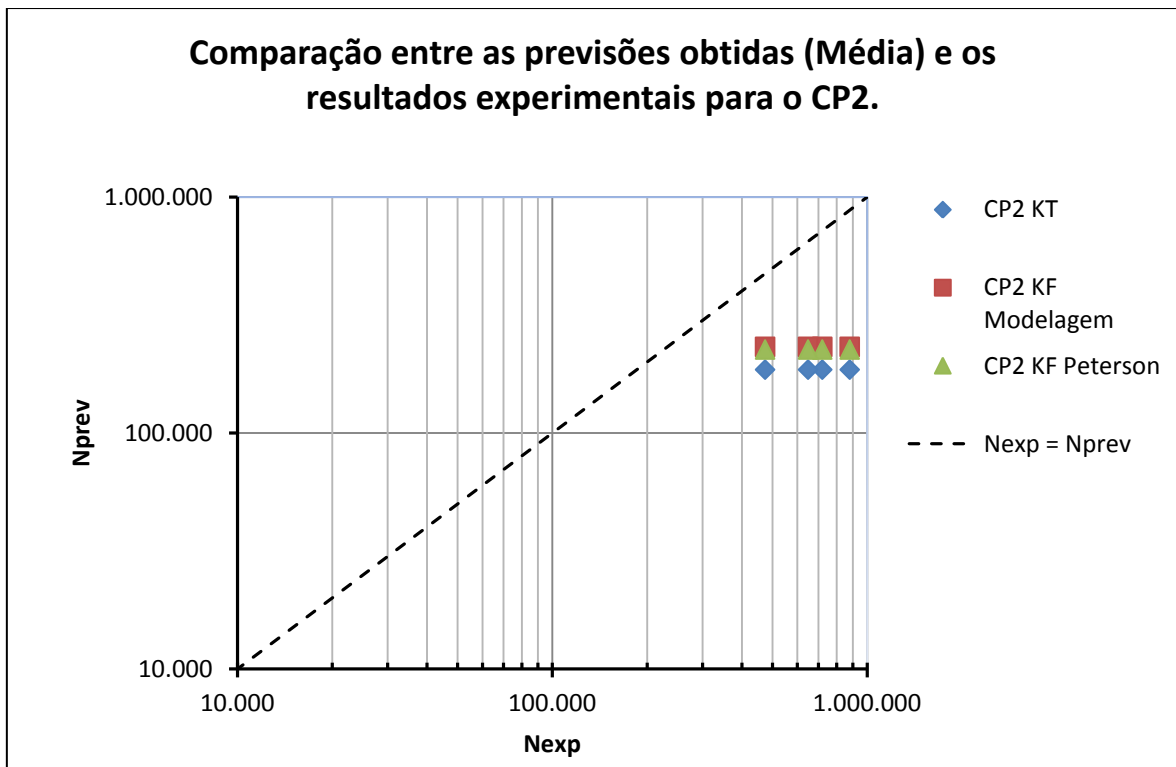


Figura 5.16 Gráfico comparativo entre as vidas previstas e experimentais CP2 (K_t Médio)

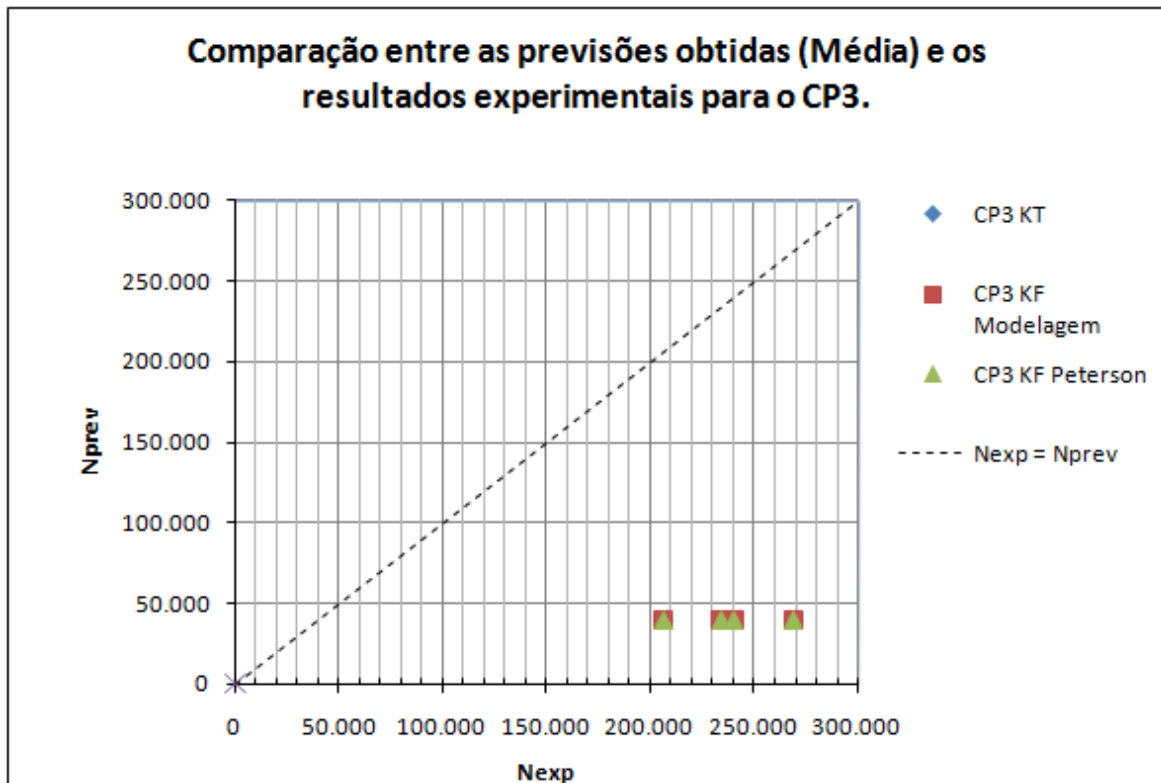


Figura 5.17 Gráfico comparativo entre as vidas previstas e experimentais CP3 (K_t Médio)

6. CONCLUSÃO

O trabalho desenvolvido como já foi referido sofreu uma alteração ao longo do desenvolvimento do mesmo. No entanto o objectivo inicial de verificar melhores resultados de previsão de vida com a modelagem estudada foi em parte alcançado.

Ao longo de todo o processo de aprendizagem este trabalho revelou-se extremamente rico no processo de formação académica. Um exemplo disso foi o conhecimento adquirido na área da mecânica da fractura para a compreensão da modelagem, tendo em conta que a formação prévia nessa mesma área era praticamente nula.

Antes de enumerar as conclusões relativas ao trabalho realizado, deixa-se aqui uma proposta para um trabalho de pesquisa futuro na área estudada:

- Aproveitar o dimensionamento concluído dos entalhes (tabela 4.2 e Anexo A) e comparar os resultados obtidos em um ensaio só com a componente de esforços de tracção.

Finalmente apresentam-se as conclusões do trabalho realizado:

- Qualquer que seja a previsão de vida a realizar deve ter mais que uma estimativa do coeficiente de concentração de tensões, para evitar possíveis erros de previsão que como se verificou podem ser elevados.
- Comparar resultados experimentais com previsões de vida é muito sensível a pequenas alterações de alguns parâmetros estimados, ou obtidos para situações diferentes das que se pretendem comparar, reforçando assim a importância de se obter as propriedades do material de acordo com o tipo de ensaio realizado para um melhor tratamento de dados.

- Das comparações feitas a modelagem apresenta claramente melhores aproximações das previsões de vida aos valores experimentais obtidos.
- Experimentalmente, verificou-se que a modelagem reproduz Peterson para os entalhes maiores (1.5mm e 8mm de raio) mas que o mesmo (Peterson) no caso de entalhes alongados e com raios de ponta pequenos é bastante conservativo.
- Durante os ensaios, conclui-se que na impossibilidade de se fazer um polimento perfeito da superfície a mesma deve ser lixada numa direcção perpendicular à qual a trinca inicia e propaga, visto que facilita consideravelmente a visualização da mesma.
- Finalmente, conclui-se que a média das estimativas dos coeficientes de concentração de tensões K_t ajustou melhor os resultados experimentais com as previsões de vida calculadas.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1]. Branco, C.M.; Ferreira, J.M.; Costa, J.D.; Ribeiro A.S. **Projecto de Órgãos de Máquinas**, Fundação Calouste Gulbenkian 2005.
- [2]. ASTM, American Society for Testing and Materials, **Fatigue Testing and the Statistical Analysis of Fatigue Data**, ASTM Standards, USA, 2001
- [3]. <http://www.qualidadeaeronautica.com.br/>
- [4]. Soheil, M. **Extend Finite Element Method**, Blackwell Publishing Ltd, 2008
- [5]. Crandall, SH; Dahl, NC; Lardner, TJ. **An Introduction to the Mechanics of Solids**, McGraw Hill 1978
- [6]. Castro, J.T.P; Meggiolaro, M.A. (2009). **Fadiga, técnicas e práticas de dimensionamento estrutural sob cargas reais de serviço**. Volume I (Iniciação de Trincas) , Volume II (Propagação de Trincas, Efeitos Térmicos e Estocásticos)
- [7]. Peterson, R.E., **Handbook of Stress Concentration Factors**, Ed John Wiley & Sons, Ltd., USA 1999
- [8]. Shigley, JE Mischke, CR; Budynas RG. **Mechanical Engineering Design**, 8th edition, McFraw-Hill 2006.
- [9]. Boresi, AP; Schimit, RJ; Sidebotton, OM. **Advanced Mechanics of Materials**, Wiley 1993
- [10]. Creager M.; Paris, PC. “**Elastic field equations for blunt cracks with reference to stress corrosion cracking**”, International Journal of Fracture Mechanics, v.3, p.247-252, 1967.
- [11]. Peterson, R.E., **Stress Concentration Factors**, 2nd ed., Wiley 1997
- [12]. El Haddad MH, Topper TH, Smith KN. **Prediction of non-propagating cracks**. Eng Fract Mech 1979;11:573–84
- [13]. Sadananda K, Vasudevan AK. **Short crack growth and internal stresses**. Int J Fatigue 1997;19(Supp.1):S99–S108.
- [14]. Nowell D, Dini D, Duó P, **Stress analysis of V-notches with and without cracks, with application to foreign object damage**, J. Strain Analysis Vol. 38 No. 5; pp. 429-441, 2003.

- [15]. Song PS, Shieh YL. **Stop drilling procedure for fatigue life improvement**. *Int J Fatigue* 2004;26(12):1333–9.
- [16]. Meggiolaro, M.A., Miranda, A.C.O. & Castro, J.T.P., **Short crack threshold estimates to predict notch sensitivity factors in fatigue**. *Int J Fatigue*, 29(9-11), pp. 2022–2031, 2007.
- [17]. Wua H, Imad A, Benseddiq N, Castro, J.T.P., Meggiolaro M.A, **On the prediction of the residual fatigue life of cracked structures repaired by the stop-hole method**, *International Journal of Fatigue*, 32; pp. 670–677, 2009.
- [18]. Bazant, Z.P., **Scaling of quasibrittle fracture: asymptotic analysis**, *International Journal of Fracture* v.83(1), p.19-40, 1997
- [19]. Tanaka, K; Nakai, Y; Yamashita, M, **Fatigue growth threshold of small cracks**, *International Journal of Fracture* v.17, n°5,p.519-533, 1981
- [20]. Livieri, P; Tovo, R, **Fatigue limit evaluation of notches, small cracks and defects: an engineering approach**, *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* v.27, p.1037-1049, 2004
- [21]. Frost, NE; Marsh, KJ; Pook,LP. **Metal Fatigue**, Dover 1999
- [22]. Rabbe P, Lieurade H P, Galtier A, **Essais de fatigue – Partie II**

8. ANEXOS

8.1. ANEXO A

8.1.1. Modelagem do problema inicial (MAPLE)

1° IGUALAR K_T DO ENTALHE 1 AO ENTALHE 2 :

> restart

COMPRIMENTO DO 1° ENTALHE

> b1 := 10;

b1 := 10

COMPRIMENTO DO 2° ENTALHE

> b2 := 30;

b2 := 30

DEFINIR O RAI0 DO 1° ENTALHE

> $\rho 1 := 0.5$

$\rho 1 := 0.5$

CÁLCULO DA ALTURA "C" DA ELIPSE

> c1 := evalf($\sqrt{\rho 1 \cdot b1}$)

c1 := 2.23606797

RAZÃO DE DIMENSÕES C/B DA ELIPSE

> $\frac{C1}{B1} = \text{evalf}\left(\frac{c1}{b1}\right)$

$\frac{C1}{B1} = 0.223606797$

CÁLCULO DO K_T DO 1° ENTALHE

> $Kt = \text{evalf}\left(\left(1 + 2 \cdot \sqrt{\frac{b1}{\rho 1}}\right) \times \left(1 + \frac{0.1215}{\left(1 + \frac{c1}{b1}\right)^{2.5}}\right)\right)$

Kt = 10.67380421

RESOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES PARA CALCULAR O RAI0 DO 2° ENTALHE QUE IGUALA O K_T

> $\text{fsolve}\left(\left\{\left\{c2 = \sqrt{\rho 2 \cdot b2}, \left(1 + 2 \cdot \sqrt{\frac{b1}{\rho 1}} \times \left(1 + \frac{0.1215}{\left(1 + \frac{c1}{b1}\right)^{2.5}}\right)\right)\right\}\right\}, \left\{\left\{1 + 2 \cdot \sqrt{\frac{b2}{\rho 2}} \times \left(1 + \frac{0.1215}{\left(1 + \frac{c2}{b2}\right)^{2.5}}\right)\right\}\right\}\right)$

{c2 = 6.708203932, rho2 = 1.500000000}

VERIFICAÇÃO DO VALOR DO K_T DO 2º ENTALHE PARA O RAIOS CALCULADO

> $\rho_2 := 1.5$

$$\rho_2 := 1.5$$

> $c_2 := \text{evalf}(\sqrt{\rho_2 \cdot b_2});$

$$c_2 := 6.708203931$$

> $\frac{C_2}{B_2} = \text{evalf}\left(\frac{c_2}{b_2}\right)$

$$\frac{C_2}{B_2} = 0.2236067971$$

> $K_{t2} := \text{evalf}\left(\left(1 + 2\sqrt{\frac{b_2}{\rho_2}}\right) \times \left(1 + \frac{0.1215}{\left(1 + \frac{c_2}{b_2}\right)^{2.5}}\right)\right)$

$$K_{t2} := 10.67380421$$

2º APROXIMAR OS VALORES DE K_F CALCULADOS PELA MODELAGEM**DEFINIR PARAMETROS E PROPRIEDADES DO MATERIAL USADO**

> *restart*

TENSÃO DE ROTURA

> $S_r := 327$

$$S_r := 327$$

TENSÃO DE CEDENCIA

> $S_y := 280$

$$S_y := 280$$

LIMIAR DE PROPAGAÇÃO PARA R=0

> $\Delta K_0 := 4.8;$

$$\Delta K_0 := 4.8$$

TENSÃO LIMITE DE FADIGA PARA R=0

> $\Delta S_0 := 110;$

$$\Delta S_0 := 110$$

EXPOENTE DE BAZANT SUGERIDO

> $n := 6$

$$n := 6$$

FACTOR DE CORRECÇÃO PARA A SUPERFICIE LIVRE

> $\eta := 1.1215$

$$\eta := 1.1215$$

DADOS DO 1º ENTALHE

> $b := 10;$

$$b := 10$$

> $\rho := 0.5;$

$$\rho := 0.5$$

$$> c := \sqrt{\rho \cdot b};$$

$$c := 2.23606797'$$

$$> \frac{c}{b}$$

$$0.223606797'$$

VALOR DO KT DO 1° ENTALHE

$$> Kt := \left(1 + 2\frac{b}{c}\right) \times \left(1 + \frac{0.1215}{\left(1 + \frac{c}{b}\right)^{2.5}}\right)$$

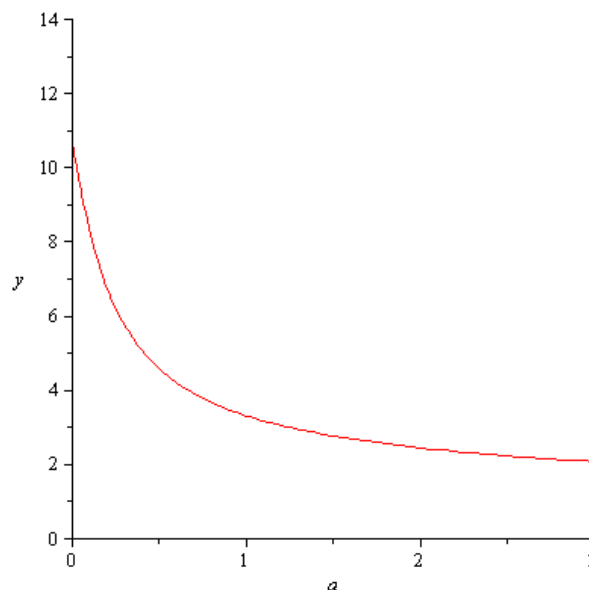
$$Kt := 10.6738042'$$

FUNÇÃO DE RESISTENCIA COM OS DADOS DO 1° ENTALHE A CALCULAR O KF

$$> f := a \rightarrow Kt \cdot \sqrt{\frac{1 - \exp\left(-Kt^2 \cdot \left(\frac{a}{(b+a)}\right)\right)}{Kt^2 \cdot \left(\frac{a}{(b+a)}\right)}}$$

PLOTAGEM DO GRAFICO DA FUNÇÃO DE RESISTENCIA

$$> \text{plot}(f(a), a = 0..3, y = 0..14)$$



VALOR DE KF APROXIMADO PARA TANGENCIAR A CURVA DA FUNÇÃO DE RESISTENCIA

$$> Kf := 4.8$$

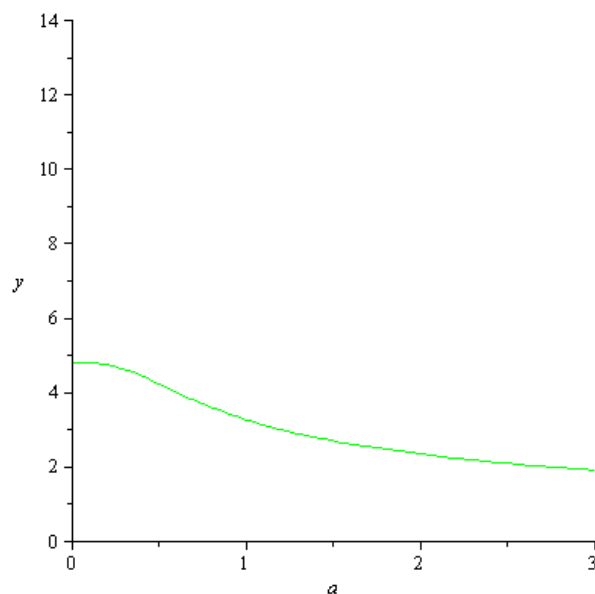
$$Kf := 4.8$$

FUNÇÃO ADIMENSIONAL DA MODELAGEM

$$g := a \rightarrow \frac{\left(\left(\frac{\Delta K_0 \cdot 10^{\frac{3}{2}}}{\Delta S_0 \cdot \sqrt{\rho}} \right) \cdot (Kf) \right)}{\left(\left(\eta \sqrt{\pi \cdot \frac{a}{\rho}} \right)^n + \left(\frac{\Delta K_0 \cdot 10^{\frac{3}{2}}}{(\Delta S_0 \cdot \sqrt{\rho})} \right)^n \right)^{\frac{1}{n}}}$$

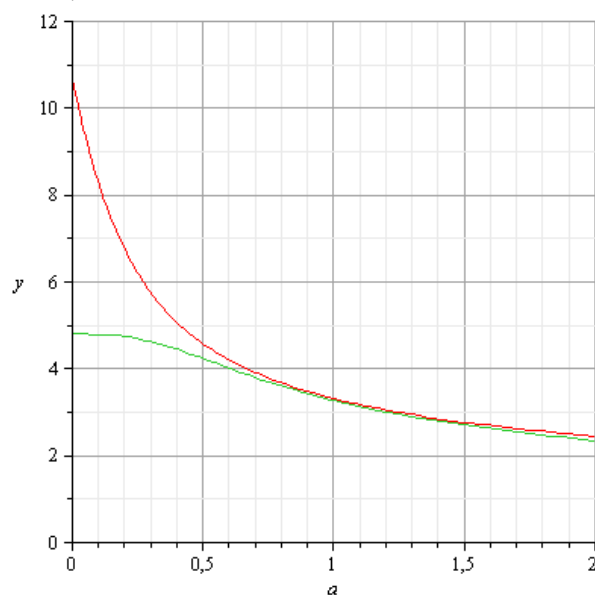
PLOTAGEM DO GRAFICO DA FUNÇÃO DA MODELAGEM

> `plot(g(a), a = 0..3, y = 0..14, color = green)`



PLOTAGEM DOS GRAFICOS ACIMA REFERIDOS PARA VERIFICAR ATANGENCIA E FAZER A LEITURA APROXIMADA DO VALOR DE KF E DO VALOR DO COMPRIMENTO MAXIMO DE TRINCA TOLERAVEL

> `plot([f(a), g(a)], a = 0..2, y = 0..12)`



DADOS DO 2° ENTALHE

$$> b := 30;$$

$$b := 30$$

$$> \rho := 1.5;$$

$$\rho := 1.5$$

$$> c := \sqrt{\rho \cdot b};$$

$$c := 6.70820393;$$

$$> \frac{c}{b}$$

$$0.223606797$$

VALOR DO KT DO 1° ENTALHE

$$> Kt := \left(1 + 2\frac{b}{c}\right) \times \left(1 + \frac{0.1215}{\left(1 + \frac{c}{b}\right)^{2.5}}\right)$$

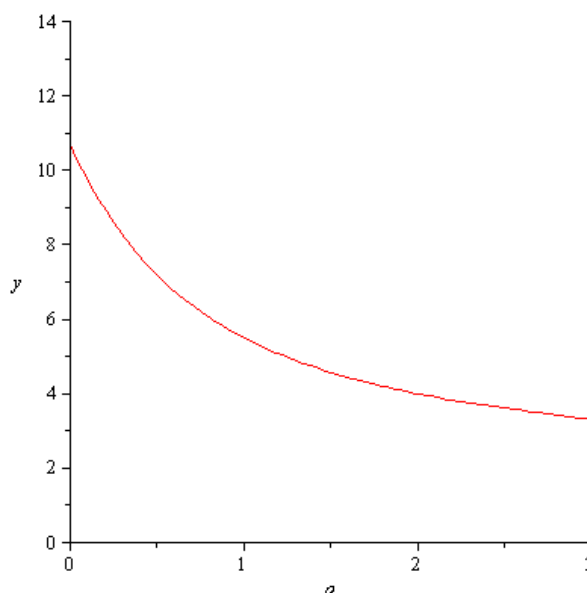
$$Kt := 10.67380428$$

FUNÇÃO DE RESISTENCIA COM OS DADOS DO 2° ENTALHE A CALCULAR O KF

$$> f := a \rightarrow Kt \cdot \sqrt{\frac{1 - \exp\left(-Kt^2 \cdot \left(\frac{a}{b+a}\right)\right)}{Kt^2 \cdot \left(\frac{a}{b+a}\right)}}$$

PLOTAGEM DO GRAFICO DA FUNÇÃO DE RESISTENCIA

$$> \text{plot}(f(a), a = 0..3, y = 0..14)$$

**VALOR DE KF APROXIMADO PARA TANGENCIAR A CURVA DA FUNÇÃO DE RESISTENCIA**

$$> Kf := 8$$

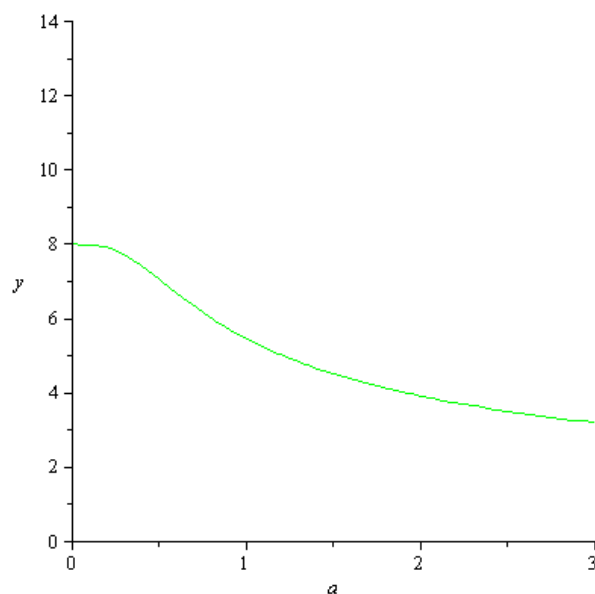
$$Kf := 8$$

FUNÇÃO ADIMENSIONAL DA MODELAGEM

$$g := a \rightarrow \frac{\left(\left(\frac{\Delta K_0 \cdot 10^{\frac{3}{2}}}{\Delta S_0 \cdot \sqrt{\rho}} \right) \cdot (K_f) \right)}{\left(\left(\eta \sqrt{\pi \cdot \frac{a}{\rho}} \right)^n + \left(\frac{\Delta K_0 \cdot 10^{\frac{3}{2}}}{(\Delta S_0 \cdot \sqrt{\rho})} \right)^n \right)^{\frac{1}{n}}}$$

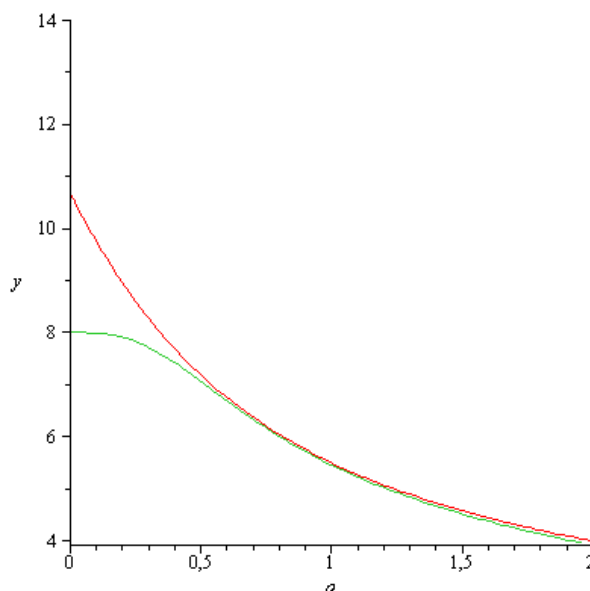
PLOTAGEM DO GRAFICO DA FUNÇÃO DA MODELAGEM

> `plot(g(a), a = 0..3, y = 0..14, color = green)`



PLOTAGEM DOS GRAFICOS ACIMA REFERIDOS PARA VERIFICAR ATANGENCIA E FAZER A LEITURA APROXIMADA DO VALOR DE K_f E DO VALOR DO COMPRIMENTO MAXIMO DE TRINCA TOLERAVEL

> `plot([f(a),g(a)], a = 0 ..2, y = 4 ..14)`



3° CALCULAR OS VALORES EXACTOS DE K_f CALCULADOS PELA MODELAGEM COM O METODO NEWTON-RAPSON IMPLEMENTADO NO MAPLE

1° ENTALHE

TRANSFORMAR AS 2 EQUAÇÕES DO SISTEMA 4.3 PARA A FORMA CANONICA:

1ª EQUAÇÃO

$$> f := (a, K_f) \rightarrow K_f \cdot \frac{\sqrt{1 - \exp\left(-K_f^2 \cdot \left(\frac{a}{b+a}\right)\right)}}{K_f^2 \cdot \left(\frac{a}{b+a}\right)} - \frac{\left(\left(\frac{\Delta K O \cdot 10^{\frac{3}{2}}}{\Delta S O \cdot \sqrt{\rho}}\right) \cdot (K_f)\right)}{\left(\left(\eta \sqrt{\pi \cdot \frac{a}{\rho}}\right)^n + \left(\frac{\Delta K O \cdot 10^{\frac{3}{2}}}{\Delta S O \cdot \sqrt{\rho}}\right)^n\right)^{\frac{1}{n}}} = 0$$

2ª EQUAÇÃO (DERIVADA)

$$> g := (a, Kf) \rightarrow \text{diff} \left(Kt \cdot \frac{\sqrt{1 - \exp\left(-Kt^2 \cdot \left(\frac{a}{b+a}\right)\right)}}{Kt^2 \cdot \left(\frac{a}{b+a}\right)} - \frac{\left(\left(\frac{\Delta KO \cdot 10^{\frac{3}{2}}}{\Delta SO \cdot \sqrt{\rho}}\right) \cdot (Kf)\right)}{\left(\left(\eta \sqrt{\pi \cdot \frac{a}{\rho}}\right)^n + \left(\frac{\Delta KO \cdot 10^{\frac{3}{2}}}{(\Delta SO \cdot \sqrt{\rho})}\right)^n\right)^{\frac{1}{n}}} = 0, a \right)$$

CODIGO PARA A IMPLEMENTAÇÃO DO NEWTON RAPSON NO MAPLE

Variáveis de entrada

- n número de variáveis de entrada
- eq vetor ou lista com a parte da equação que está igualada a zero (só o lado esquerdo)
- var vetor ou lista das variáveis independentes do problema
- var0 vetor ou lista com os valores iniciais das variáveis independentes
- erro valor máximo permitido para a norma do vetor de incrementos (critério de erro)
- nmax número máximo de iterações

Variáveis de saída

ResNR vetor com a solução VETOR GERADO COMO VARIÁVEL GLOBAL

```

> Newton_Raphson:=proc(n,eq,var,var0,erro,nmax) local J, n_it, JF, InvJf, eqf, varloc,
Delta, erroloc: global Solução;
varloc:=convert(var0,Vector);
J:=VectorCalculus[Jacobian](eq,convert(var,list)):

n_it:=0:
erroloc:=erro+1:
while n_it<nmax and erroloc>erro do
n_it:=n_it+1:
JF:=map(evalf,subs(seq(var[i]=varloc[i],i=1..n),J)):
InvJf:=LinearAlgebra[MatrixInverse](JF):
eqf:=map(evalf,subs(seq(var[i]=varloc[i],i=1..n),convert(eq,Vector))):
Delta:=-LinearAlgebra[Multiply](InvJf,eqf):
erroloc:=LinearAlgebra[Norm](Delta):
varloc:=map(evalf,varloc+Delta):
od:
Solução:=varloc;
printf(" número de iterações: %d",n_it);
printf("\n norma vetor de increm: %8.4e",erroloc);
printf("\n %25s Solução = ", "");
print(Solução);
end proc:

```

$$> eq1 := Kt \cdot \frac{\sqrt{1 - \exp\left(-Kt^2 \cdot \left(\frac{a}{b+a}\right)\right)}}{Kt^2 \cdot \left(\frac{a}{b+a}\right)} - \frac{\left(\left(\frac{\Delta KO \cdot 10^{\frac{3}{2}}}{\Delta SO \cdot \sqrt{\rho}}\right) \cdot (Kf)\right)}{\left(\left(\eta \sqrt{\pi \cdot \frac{a}{\rho}}\right)^n + \left(\frac{\Delta KO \cdot 10^{\frac{3}{2}}}{(\Delta SO \cdot \sqrt{\rho})}\right)^n\right)^{\frac{1}{n}}}$$

$$> \text{eq2} := \frac{d}{da} \left(Kt \sqrt{\frac{\left(1 - e^{-\frac{Kt^2 a}{b+a}}\right) (b+a)}{Kt^2 a}} - \frac{\left(\left(\frac{\Delta KO \cdot 10^{\frac{3}{2}}}{\Delta SO \cdot \sqrt{\rho}}\right) \cdot (Kf)\right)}{\left(\left(\eta \sqrt{\pi \cdot \frac{a}{\rho}}\right)^n + \left(\frac{\Delta KO \cdot 10^{\frac{3}{2}}}{\Delta SO \cdot \sqrt{\rho}}\right)^n\right)^{\frac{1}{n}}} \right)$$

INTRODUÇÃO DOS VALORES DA APROXIMAÇÃO GRÁFICA FEITA PREVIAMENTE

> **a0** := 1.02780151;

a0 := 1.02780151;

> **Kf0** := 4.86256158;

Kf0 := 4.86256158;

RESOLUÇÃO DO PROGRAMA...

> *Newton_Raphson* (2, [eq1, eq2], [a, Kf], [a0, Kf0], 0.00001, 1000);

número de iterações: 1
norma vetor de increm: 0.0000e+00

Solução = $\begin{bmatrix} 1.027801511 \\ 4.862561582 \end{bmatrix}$

VERIFICAÇÃO FEITA PELO PROGRAMA DA SOLUÇÃO CALCULADA...

> *evalf*(*subs*(*seq*([a, Kf][i]=Solução[i], i=1..2), eq1), 5);
0.

> *evalf*(*subs*(*seq*([a, Kf][i]=Solução[i], i=1..2), eq2), 5);
0.

2° ENTALHE

TRANSFORMAR AS 2 EQUAÇÕES DO SISTEMA 4.3 PARA A FORMA CANONICA:

1ª EQUAÇÃO

$$> f := (a, Kf) \rightarrow Kt \cdot \sqrt{\frac{1 - \exp\left(-Kt^2 \cdot \left(\frac{a}{(b+a)}\right)\right)}{Kt^2 \cdot \left(\frac{a}{(b+a)}\right)}} - \frac{\left(\left(\frac{\Delta KO \cdot 10^{\frac{3}{2}}}{\Delta SO \cdot \sqrt{\rho}}\right) \cdot (Kf)\right)}{\left(\left(\eta \sqrt{\pi \cdot \frac{a}{\rho}}\right)^n + \left(\frac{\Delta KO \cdot 10^{\frac{3}{2}}}{(\Delta SO \cdot \sqrt{\rho})}\right)^n\right)^{\frac{1}{n}}} = 0$$

2ª EQUAÇÃO (DERIVADA)

$$> g := (a, Kf) \rightarrow \text{diff} \left(Kt \cdot \sqrt{\frac{1 - \exp\left(-Kt^2 \cdot \left(\frac{a}{(b+a)}\right)\right)}{Kt^2 \cdot \left(\frac{a}{(b+a)}\right)}} - \frac{\left(\left(\frac{\Delta KO \cdot 10^{\frac{3}{2}}}{\Delta SO \cdot \sqrt{\rho}}\right) \cdot (Kf)\right)}{\left(\left(\eta \sqrt{\pi \cdot \frac{a}{\rho}}\right)^n + \left(\frac{\Delta KO \cdot 10^{\frac{3}{2}}}{(\Delta SO \cdot \sqrt{\rho})}\right)^n\right)^{\frac{1}{n}}}, a \right)$$

CODIGO PARA A IMPLEMENTAÇÃO DO NEWTON RAPSON NO MAPLE

Variáveis de entrada

- n número de variáveis de entrada
- eq vetor ou lista com a parte da equação que está igualada a zero (só o lado esquerdo)
- var vetor ou lista das variáveis independentes do problema
- var0 vetor ou lista com os valores iniciais das variáveis independentes
- erro valor máximo permitido para a norma do vetor de incrementos (critério de erro)
- nmax número máximo de iterações

Variáveis de saída

- ResNR vetor com a solução VETOR GERADO COMO VARIÁVEL GLOBAL

```

> Newton_Raphson:=proc(n,eq,var,var0,erro,nmax) local J, n_it, JF, InvJf, eqf, varloc,
Delta, erroloc: global Solução;
  varloc:=convert(var0,Vector):
  J:=VectorCalculus[Jacobian](eq,convert(var,list)):

  n_it:=0:
  erroloc:=erro+1:
  while n_it<nmax and erroloc>erro do
    n_it:=n_it+1:
    JF:=map(evalf,subs(seq(var[i]=varloc[i],i=1..n),J)):
    InvJf:=LinearAlgebra[MatrixInverse](JF):
    eqf:=map(evalf,subs(seq(var[i]=varloc[i],i=1..n),convert(eq,Vector))):
    Delta:=-LinearAlgebra[Multiply](InvJf,eqf):
    erroloc:=LinearAlgebra[Norm](Delta):
    varloc:=map(evalf,varloc+Delta):
  od:
  Solução:=varloc;
  printf(" número de iterações: %d",n_it);
  printf("\n norma vetor de increm: %8.4e",erroloc);
  printf("\n %25s Solução = ", "");
  print(Solução);
end proc:

```

$$\begin{aligned}
 > \text{eq1} := Kt \cdot \frac{1 - \exp\left(-Kt^2 \cdot \left(\frac{a}{b+a}\right)\right)}{Kt^2 \cdot \left(\frac{a}{b+a}\right)} - \frac{\left(\left(\frac{\Delta KO \cdot 10^{\frac{3}{2}}}{\Delta SO \cdot \sqrt{\rho}}\right) \cdot (Kf)\right)}{\left(\left(\eta \sqrt{\pi \cdot \frac{a}{\rho}}\right)^n + \left(\frac{\Delta KO \cdot 10^{\frac{3}{2}}}{\Delta SO \cdot \sqrt{\rho}}\right)^n\right)^{\frac{1}{n}}} \\
 > \text{eq2} := \frac{d}{da} \left(Kt \sqrt{\frac{\left(1 - e^{-\frac{Kt^2 a}{b+a}}\right) (b+a)}{Kt^2 a}} - \frac{\left(\left(\frac{\Delta KO \cdot 10^{\frac{3}{2}}}{\Delta SO \cdot \sqrt{\rho}}\right) \cdot (Kf)\right)}{\left(\left(\eta \sqrt{\pi \cdot \frac{a}{\rho}}\right)^n + \left(\frac{\Delta KO \cdot 10^{\frac{3}{2}}}{\Delta SO \cdot \sqrt{\rho}}\right)^n\right)^{\frac{1}{n}}} \right)
 \end{aligned}$$

INTRODUÇÃO DOS VALORES DA APROXIMAÇÃO GRÁFICA FEITA PREVIAMENTE

$$> a0 := 0.776793095'$$

$$a0 := 0.776793095'$$

$$> Kf0 := 8.04510176'$$

$$Kf0 := 8.04510176'$$

RESOLUÇÃO DO PROGRAMA...

$$> \text{Newton_Raphson}(2, [\text{eq1}, \text{eq2}], [a, Kf], [a0, Kf0], 0.00001, 1000);$$

número de iterações: 1
norma vetor de increm: 6.5788e-09

$$\text{Solução} = \begin{bmatrix} 0.7767931005 \\ 8.045101762 \end{bmatrix}$$

VERIFICAÇÃO FEITA PELO PROGRAMA DA SOLUÇÃO CALCULADA...

$$> \text{evalf}(\text{subs}(\text{seq}([a, Kf][i]=\text{Solução}[i], i=1..2), \text{eq1}), 5);$$

0.

$$> \text{evalf}(\text{subs}(\text{seq}([a, Kf][i]=\text{Solução}[i], i=1..2), \text{eq2}), 5);$$

0.

4° DIMENSIONAMENTO DO 3° ENTALHE PARA TER O MESMO VALOR DE K_F CALCULADOS PELA MODELAGEM PARA O 1° ENTALHE - $K_F=4.86$

3° ENTALHE

IMPOSIÇÃO DO VALOR DE K_F IGUAL AO DO 1° ENTALHE

> $K_f := 4.86$

$$K_f := 4.86$$

VARIAÇÃO DA GEOMETRIA DO ENTALHE ATÉ SE ATINGIR A TANGENCIA...

COMPRIMENTO DO ENTALHE

> $b := 29.1;$

$$b := 29.1$$

RAIO DA PONTA DO ENTALHE

> $\rho := 8;$

$$\rho := 8$$

VALOR DO K_T DO 1° ENTALHE

$$> K_t := \left(1 + 2\frac{b}{c}\right) \times \left(1 + \frac{0.1215}{\left(1 + \frac{c}{b}\right)^{2.5}}\right)$$

$$K_t := 5.01835244$$

FUNÇÃO DE RESISTENCIA COM OS DADOS DO 2° ENTALHE A CALCULAR O K_F

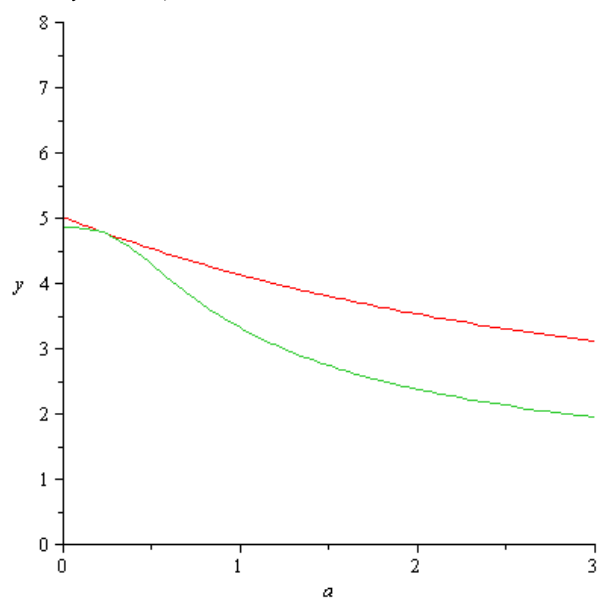
$$> f := a \rightarrow K_t \cdot \sqrt{\frac{1 - \exp\left(-K_t^2 \cdot \left(\frac{a}{(b+a)}\right)\right)}{K_t^2 \cdot \left(\frac{a}{(b+a)}\right)}}$$

FUNÇÃO ADIMENSIONAL DA MODELAGEM

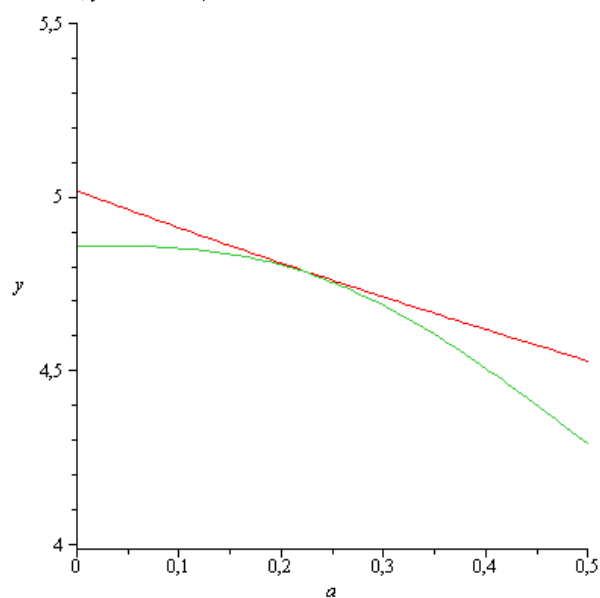
$$> g := a \rightarrow \frac{\left(\left(\frac{\Delta K_0 \cdot 10^{\frac{3}{2}}}{\Delta S_0 \cdot \sqrt{\rho}}\right) \cdot (K_f)\right)}{\left(\left(\eta \sqrt{\pi \cdot \frac{a}{\rho}}\right)^n + \left(\frac{\Delta K_0 \cdot 10^{\frac{3}{2}}}{(\Delta S_0 \cdot \sqrt{\rho})}\right)^n\right)^{\frac{1}{n}}}$$

PLOTAGEM DOS GRAFICOS DAS FUNÇÕES DE RESISTENCIA E DA MODELAGEM

> `plot([f(a),g(a)],a=0..3,y=0..8)`

**ZOOM DO GRAFICO ANTERIOR PARA VERIFICAR A TANGENCIA DAS FUNÇÕES**

> `plot([f(a),g(a)],a=0..0.5,y=4..5.5)`



5º CALCULAR O VALOR EXACTO DE K_F CALCULADO PELA MODELAGEM COM O METODO NEWTON-RAPSON IMPLEMENTADO NO MAPLE

3º ENTALHE

TRANSFORMAR AS 2 EQUAÇÕES DO SISTEMA 4.3 PARA A FORMA CANONICA:

1ª EQUAÇÃO

$$> f := (a, Kf) \rightarrow Kt \cdot \frac{\sqrt{1 - \exp\left(-Kt^2 \cdot \left(\frac{a}{(b+a)}\right)\right)}}{Kt^2 \cdot \left(\frac{a}{(b+a)}\right)} - \frac{\left(\left(\frac{\Delta KO \cdot 10^{\frac{3}{2}}}{\Delta SO \cdot \sqrt{\rho}}\right) \cdot (Kf)\right)}{\left(\left(\eta \sqrt{\pi \cdot \frac{a}{\rho}}\right)^n + \left(\frac{\Delta KO \cdot 10^{\frac{3}{2}}}{(\Delta SO \cdot \sqrt{\rho})}\right)^n\right)^{\frac{1}{n}}} = 0$$

2ª EQUAÇÃO (DERIVADA)

$$> g := (a, Kf) \rightarrow \text{diff} \left(Kt \cdot \frac{\sqrt{1 - \exp\left(-Kt^2 \cdot \left(\frac{a}{(b+a)}\right)\right)}}{Kt^2 \cdot \left(\frac{a}{(b+a)}\right)} - \frac{\left(\left(\frac{\Delta KO \cdot 10^{\frac{3}{2}}}{\Delta SO \cdot \sqrt{\rho}}\right) \cdot (Kf)\right)}{\left(\left(\eta \sqrt{\pi \cdot \frac{a}{\rho}}\right)^n + \left(\frac{\Delta KO \cdot 10^{\frac{3}{2}}}{(\Delta SO \cdot \sqrt{\rho})}\right)^n\right)^{\frac{1}{n}}}, a \right)$$

CODIGO PARA A IMPLEMENTAÇÃO DO NEWTON RAPSON NO MAPLE

Variáveis de entrada

- n número de variáveis de entrada
- eq vetor ou lista com a parte da equação que está igualada a zero (só o lado esquerdo)
- var vetor ou lista das variáveis independentes do problema
- var0 vetor ou lista com os valores iniciais das variáveis independentes
- erro valor maximo permitido para a norma do vetor de incrementos (criterio de erro)
- nmax número máximo de iterações

Variáveis de saída

- ResNR vetor com a solução VETOR GERADO COMO VARIÁVEL GLOBAL

```

> Newton_Raphson:=proc(n,eq,var,var0,erro,nmax) local J, n_it, JF, InvJF, eqf, varloc,
Delta, erroloc: global Solução;
varloc:=convert(var0,Vector):
J:=VectorCalculus[Jacobian](eq,convert(var,list)):

n_it:=0:
erroloc:=erro+1:
while n_it<nmax and erroloc>erro do
n_it:=n_it+1:

```

```

JF:=map(evalf,subs(seq(var[i]=varloc[i],i=1..n),J)):
InvJf:=LinearAlgebra[MatrixInverse](JF):
eqf:=map(evalf,subs(seq(var[i]=varloc[i],i=1..n),convert(eq,Vector))):
Delta:=-LinearAlgebra[Multiply](InvJf,eqf):
erroloc:=LinearAlgebra[Norm](Delta):
varloc:=map(evalf,varloc+Delta):
od:
Solução:=varloc;
printf(" número de iterações: %d",n_it);
printf("\n norma vetor de increm: %8.4e",erroloc);
printf("\n %25s Solução = ","");
print(Solução);
end proc:

```

$$> eq1 := Kt \cdot \frac{\sqrt{1 - \exp\left(-Kt^2 \cdot \left(\frac{a}{b+a}\right)\right)}}{Kt^2 \cdot \left(\frac{a}{b+a}\right)} - \frac{\left(\left(\frac{\Delta KO \cdot 10^{\frac{3}{2}}}{\Delta SO \cdot \sqrt{\rho}}\right) \cdot (Kf)\right)}{\left(\left(\eta \sqrt{\pi \cdot \frac{a}{\rho}}\right)^n + \left(\frac{\Delta KO \cdot 10^{\frac{3}{2}}}{(\Delta SO \cdot \sqrt{\rho})}\right)^n\right)^{\frac{1}{n}}}$$

$$> eq2 := \frac{d}{da} \left(Kt \sqrt{\frac{\left(1 - e^{-\frac{Kt^2 a}{b+a}}\right) (b+a)}{Kt^2 a}} - \frac{\left(\left(\frac{\Delta KO \cdot 10^{\frac{3}{2}}}{\Delta SO \cdot \sqrt{\rho}}\right) \cdot (Kf)\right)}{\left(\left(\eta \sqrt{\pi \cdot \frac{a}{\rho}}\right)^n + \left(\frac{\Delta KO \cdot 10^{\frac{3}{2}}}{(\Delta SO \cdot \sqrt{\rho})}\right)^n\right)^{\frac{1}{n}}} \right)$$

INTRODUÇÃO DOS VALORES DA APROXIMAÇÃO GRÁFICA FEITA PREVIAMENTE

> $a0 := 0.225$

$a0 := 0.225$

> $Kf0 := 4.86$

$Kf0 := 4.86$

RESOLUÇÃO DO PROGRAMA..

> *Newton_Raphson* (2, [eq1, eq2], [a, Kf], [a0, Kf0], 0.00001, 1000);

número de iterações: 2

norma vetor de increm: 1.5764e-06

Solução = $\begin{bmatrix} 0.2255512659 \\ 4.863353849 \end{bmatrix}$

VERIFICAÇÃO FEITA PELO PROGRAMA DA SOLUÇÃO CALCULADA...

> *evalf*(subs(seq([a, Kf][i]=Solução[i], i=1..2), eq1), 5);
0.

> *evalf*(subs(seq([a, Kf][i]=Solução[i], i=1..2), eq2), 5);
0.

8.1.2. Cálculo de K_T por Creager-Paris

Corpo de prova CP1

Largura

$$> W := 60$$

$$W := 60$$

Comprimento do entalhe

$$> b := 10;$$

$$b := 10$$

Espessura do corpo de prova

$$> B := 6$$

$$B := 6$$

Largura residual

$$> r := W - b$$

$$r := 50$$

Raio da ponta

$$> \rho := 0.5;$$

$$\rho := 0.5$$

Excentricidade da carga aplicada

$$> e := 5$$

$$e := 5$$

Creager-Paris:

$$> a := b$$

$$a := 10$$

$$> \alpha := \frac{a}{W}$$

$$\alpha := \frac{1}{6}$$

$$> Y := 1.99 \cdot \alpha^{\frac{1}{2}} - 0.41 \cdot \alpha^{\frac{3}{2}} + 18.7 \cdot \alpha^{\frac{5}{2}} - 38.48 \cdot \alpha^{\frac{7}{2}} + 53.85 \cdot \alpha^{\frac{9}{2}}$$

$$Y := 0.3840856482\sqrt{6}$$

$$> KI := \frac{P \cdot Y}{B \cdot r^{\frac{1}{2}}}$$

$$KI := 0.001280285494P \sqrt{6} \sqrt{50}$$

$$> KtCreager := \text{evalf} \left(\frac{2 \cdot KI}{\left(\frac{P}{r \cdot B} + \frac{6 \cdot P \cdot e}{B \cdot (r)^2} \right) \cdot \sqrt{\pi \cdot \rho}} \right)$$

$$KtCreager := 6.63496721!$$

Corpo de prova CP2

Largura

> $W := 60$

$W := 60$

Comprimento do entalhe

> $b := 30;$

$b := 30$

Espessura do corpo de prova

> $B := 6$

$B := 6$

Largura residual

> $r := W - b$

$r := 30$

Raio da ponta

> $\rho := 1.5;$

$\rho := 1.5$

Excentricidade da carga aplicada

> $e := 15$

$e := 15$

Creager-Paris:

> $a := b$

$a := 30$

> $\alpha := \frac{a}{W}$

$\alpha := \frac{1}{2}$

> $Y := 1.99 \cdot \alpha^{\frac{1}{2}} - 0.41 \cdot \alpha^{\frac{3}{2}} + 18.7 \cdot \alpha^{\frac{5}{2}} - 38.48 \cdot \alpha^{\frac{7}{2}} + 53.85 \cdot \alpha^{\frac{9}{2}}$
 $Y := 2.507812500\sqrt{2}$

> $KI := \frac{P \cdot Y}{B \cdot r^{\frac{1}{2}}}$

$KI := 0.01393229167P \sqrt{2} \sqrt{30}$

> $KtCreager := \text{evalf}\left(\frac{2 \cdot KI}{\left(\frac{P}{r \cdot B} + \frac{6 \cdot P \cdot e}{B \cdot (r)^2}\right) \cdot \sqrt{\pi \cdot \rho}}\right)$

$KtCreager := 4.47424876$

Corpo de prova CP3**Largura**> $W := 60$ $W := 60$ **Comprimento do entalhe**> $b := 29.1;$ $b := 29.1$ **Espessura do corpo de prova**> $B := 6$ $B := 6$ **Largura residual**> $r := W - b$ $r := 30.9$ **Raio da ponta**> $\rho := 8;$ $\rho := 8$ **Excentricidade da carga aplicada**> $e := 14.55$ $e := 14.55$ **Creager-Paris:**> $a := b$ $a := 29.1$ > $\alpha := \frac{a}{W}$ $\alpha := 0.4850000000$

> $Y := 1.99 \cdot \alpha^{\frac{1}{2}} - 0.41 \cdot \alpha^{\frac{3}{2}} + 18.7 \cdot \alpha^{\frac{5}{2}} - 38.48 \cdot \alpha^{\frac{7}{2}} + 53.85 \cdot \alpha^{\frac{9}{2}}$

$Y := 3.32851150$

> $KI := \frac{P \cdot Y}{B \cdot r^{\frac{1}{2}}}$

 $KI := 0.09979747942P$

> $KtCreager := evalf\left(\frac{2 \cdot KI}{\left(\frac{P}{r \cdot B} + \frac{6 \cdot P \cdot e}{B \cdot (r)^2}\right) \cdot \sqrt{\pi \cdot \rho}}\right)$

$KtCreager := 1.929658111$

8.1.3. Correção da formulação do Problema

Dada a extensão dos cálculos e o limite das páginas deste trabalho, deixa-se apenas a referência que a alteração dos cálculos feita para a correção da formulação foi feita exactamente com o mesmo raciocínio apresentado na secção 8.1.1 tendo sido apenas alterados os valores dos respectivos coeficientes de concentração de tensões em cada caso:

- Ansys
- Creager-Paris
- Média entre Ansys e Creager-Paris

Foram primeiro aproximados os respectivos valores de K_f como já foi mostrado e depois foram calculados os valores exactos:

Tabela 4.5 do texto:

	CP1	CP2	CP3
Elementos Finitos – ANSYS 11.0			
K_t - Calculado por elementos finitos	6.98	3.7	1.89
K_f - Modelagem	4.83	3.66	1.89
a_{np} - comprimento da trinca não propagante [mm]	0.84	0.16	0.083
Estimativa Creager-Paris			
K_t - Calculado pela estimativa de Creager-Paris	6.63	4.47	1.93
K_f - Modelagem	4.80	4.38	1.93
a_{np} - comprimento da trinca não propagante [mm]	0.75	0.20	0.085
Média das estimativas de K_t			
K_t - Calculado pela média entre elementos finitos e Creager-Paris	6.80	4.09	1.91
K_f - Modelagem	4.81	4.02	1.91
a_{np} - comprimento da trinca não propagante [mm]	0.80	0.18	0.084

8.2. ANEXO B

8.2.1. Cálculo das tensões relativas às cargas do ensaio

Dados Inseridos na Máquina:			CP1	CP2	CP3
Razão de tensões do ensaio	R		0,05	0,2	0,2
Frequencia de solicitação	f	[Hz]	30	60	40
Carga ensaio máxima	P_{max}	[N]	7800	2790	6871
Carga ensaio média	P_{med}	[N]	4095	1674	4171
Carga ensaio mínima	P_{min}	[N]	390	558	1471
Carga ensaio alternada	P_a	[N]	3705	1116	2700
Tensão da carga máxima do ensaio	σ_{Pmax}	[MPa]	26,0	15,5	37,1
Tensão da carga média do ensaio	σ_{Pmed}	[MPa]	13,7	9,3	22,5
Tensão da carga mínima do ensaio	σ_{Pmin}	[MPa]	1,3	3,1	7,9
Tensão da carga alternada do ensaio	σ_{Pa}	[MPa]	12,4	6,2	14,6
Momento flector da componente maxima da carga	M_{max}	[N.mm]	39000	41850	99973
Momento flector da componente média da carga	M_{med}	[N.mm]	20475	25110	60688
Momento flector da componente mínima da carga	M_{min}	[N.mm]	1950	8370	21403
Momento flector da componente alternada da carga	M_a	[N.mm]	18525	16740	39285
Tensão do momento flector máximo	σ_{Mmax}	[MPa]	15,6	46,5	104,7
Tensão do momento flector médio	σ_{Mmed}	[MPa]	8,19	27,9	63,6
Tensão do momento flector mínimo	σ_{Mmin}	[MPa]	0,78	9,3	22,4
Tensão do momento flector alternado	σ_{Ma}	[MPa]	7,41	18,6	41,1
Tensão máxima nominal da combinação de esforços	σ_{max}	[MPa]	41,6	62,0	141,8
Tensão média nominal da combinação de esforços	σ_{med}	[MPa]	21,8	37,2	86,1
Tensão mínima nominal da combinação de esforços	σ_{min}	[MPa]	2,1	12,4	30,4
Tensão alternada nominal da combinação de esforços	σ_a	[MPa]	19,8	24,8	55,7

8.2.2. Previsões de vida SN com o Kt dado pelo ANSYS

ENSAIOS			CP1	CP2	CP3	
Tensão máxima nominal da combinação de esforços	σ_{\max}	[MPa]	41,6	62,0	141,8	
Tensão média nominal da combinação de esforços	σ_{med}	[MPa]	21,8	37,2	86,1	
Tensão mínima nominal da combinação de esforços	σ_{\min}	[MPa]	2,1	12,4	30,4	
Tensão alternada nominal da combinação de esforços	σ_a	[MPa]	19,8	24,8	55,7	
Coefficiente de concentração de tensões ANSYS			Kt_{ANSYS}	6,98	3,70	1,89
Tensão máxima local KT	σ_{\max}	[MPa]	290,3	229,7	267,2	
Tensão média local KT	σ_{med}	[MPa]	152,4	137,8	162,2	
Tensão mínima local KT	σ_{\min}	[MPa]	14,5	45,9	57,2	
Tensão alternada local KT	σ_a	[MPa]	137,9	91,9	105,0	
Coefficiente de concentração de tensões à fadiga da modelagem KfM			KfM	4,83	3,66	1,88
Tensão máxima local Kf	σ_{\max}	[MPa]	200,9	226,9	266,5	
Tensão média local Kf	σ_{med}	[MPa]	105,5	136,2	161,8	
Tensão mínima local Kf	σ_{\min}	[MPa]	10,0	45,4	57,1	
Tensão alternada local Kf	σ_a	[MPa]	95,4	90,8	104,7	
Sensibilidade ao entalhe - PETERSON			q	0,95	0,95	1,00
Coefficiente de concentração de tensões à fadiga de PETERSON			KfP	6,68	3,57	1,89
Tensão máxima local Kf	σ_{\max}	[MPa]	277,9	221,3	267,2	
Tensão média local Kf	σ_{med}	[MPa]	145,9	132,8	162,2	
Tensão mínima local Kf	σ_{\min}	[MPa]	13,9	44,3	57,2	
Tensão alternada local Kf	σ_a	[MPa]	132,0	88,5	105,0	

Dados do Al 6082			CP1	CP2	CP3
Tensão de Roptura	σ_r	[MPa]	327,0	327,0	327,0
Tensão de Fadiga Ciclica	σ_f	[MPa]	485,0	485,0	485,0
Expoente da curva	b		-0,07	-0,07	-0,07
Tensão limite de fadiga para 1E3	σ_{f0}	[MPa]	284,89	284,89	284,89
Tensão limite de fadiga para 5E8	σ_{f0}	[MPa]	113,70	113,70	113,70
Factores de Correção			CP1	CP2	CP3
Acabamento Superficial	Ka		0,97	0,97	0,97
Correção da carga aplicada	Kc,b		0,89	0,93	0,93
Tensão limite de fadiga do Corpo de prova para 5E8	σ_{f0}	[MPa]	98,15	102,56	102,56
Tensão alternada local Kt sem efeito da carga média			137,90	91,88	105,01
Efeito carga média Goodman	Km		0,53	0,58	0,50
Tensão alternada local Kt com efeito da carga média		[MPa]	258,30	158,82	208,39
PREVISÃO Kt ANSYS	N		3.342	1.820.005	55.521
Média dos Resultados experimentais			221.808	680.750	237.250
Factores de Correção			CP1	CP2	CP3
Acabamento Superficial	Ka		0,97	0,97	0,97
Correção da carga aplicada	Kc,b		0,89	0,93	0,93
Tensão limite de fadiga do Corpo de prova para 1E8	σ_{f0}	[MPa]	98,15	102,56	102,56
Tensão alternada local Kf sem efeito da carga média			95,4	90,8	104,7
Efeito carga média Goodman considerando cargas Kt	Km		0,53	0,58	0,50
Tensão alternada local Kf com efeito da carga média		[MPa]	178,77	156,90	207,84
PREVISÃO Kf MODELAGEM	N		311.022	2.128.945	57.467
Média dos Resultados experimentais			221.808	680.750	237.250
Factores de Correção			CP1	CP2	CP3
Acabamento Superficial	Ka		0,97	0,97	0,97
Correção da carga aplicada	Kc,b		0,89	0,93	0,93
Tensão limite de fadiga do Corpo de prova para 1E8	σ_{f0}	[MPa]	98,15	102,56	102,56
Tensão alternada local Kf sem efeito da carga média			132,0	88,5	105,0
Efeito carga média Goodman considerando cargas Kt	Km		0,53	0,58	0,50
Tensão alternada local Kf com efeito da carga média		[MPa]	247,24	153,03	208,39
PREVISÃO Kf PETERSON	N		5.730	2.934.678	55.521
Média dos Resultados experimentais			221.808	680.750	237.250

8.2.3. Previsões de vida SN com o Kt dado por Creager-Paris

ENSAIOS		CP1	CP2	CP3
Tensão máxima nominal da combinação de esforços	σ_{\max} [MPa]	41,6	62,0	141,8
Tensão média nominal da combinação de esforços	σ_{med} [MPa]	21,8	37,2	86,1
Tensão mínima nominal da combinação de esforços	σ_{\min} [MPa]	2,1	12,4	30,4
Tensão alternada nominal da combinação de esforços	σ_a [MPa]	19,8	24,8	55,7
Coeficiente de concentração de tensões Creager-Paris	Kt_{Ansys}	6,63	4,47	1,93
Tensão máxima local KT	σ_{\max} [MPa]	275,8	277,1	273,6
Tensão média local KT	σ_{med} [MPa]	144,8	166,3	166,1
Tensão mínima local KT	σ_{\min} [MPa]	13,8	55,4	58,6
Tensão alternada local KT	σ_a [MPa]	131,0	110,9	107,5
Coeficiente de concentração de tensões à fadiga da modelagem KfM	KfM	4,80	4,38	1,93
Tensão máxima local Kf	σ_{\max} [MPa]	199,7	271,6	273,6
Tensão média local Kf	σ_{med} [MPa]	104,8	162,9	166,1
Tensão mínima local Kf	σ_{\min} [MPa]	10,0	54,3	58,6
Tensão alternada local Kf	σ_a [MPa]	94,8	108,6	107,5
Sensibilidade ao entalhe - PETERSON	q	0,95	0,95	1,00
Coeficiente de concentração de tensões à fadiga de PETERSON	KfP	6,35	4,30	1,93
Tensão máxima local Kf	σ_{\max} [MPa]	264,1	266,4	273,6
Tensão média local Kf	σ_{med} [MPa]	138,7	159,8	166,1
Tensão mínima local Kf	σ_{\min} [MPa]	13,2	53,3	58,6
Tensão alternada local Kf	σ_a [MPa]	125,4	106,6	107,5

Dados do Al 6082		CP1	CP2	CP3
Tensão de Roptura	σ_r [MPa]	327,0	327,0	327,0
Tensão de Fadiga Ciclica	σ_f [MPa]	485,0	485,0	485,0
Expoente da curva	b	-0,07	-0,07	-0,07
Tensão limite de fadiga para 1E3	σ_{f0} [MPa]	284,89	284,89	284,89
Tensão limite de fadiga para 5E8	σ_{f0} [MPa]	113,70	113,70	113,70
Factores de Correção		CP1	CP2	CP3
Acabamento Superficial	Ka	0,97	0,97	0,97
Correção da carga aplicada	Kc,b	0,89	0,93	0,93
Tensão limite de fadiga do Corpo de prova para 5E8	σ_{f0} [MPa]	98,15	102,56	102,56
Tensão alternada local Kt sem efeito da carga média		131,01	110,86	107,52
Efeito carga média Goodman	Km	0,56	0,49	0,49
Tensão alternada local Kt com efeito da carga média	[MPa]	235,12	225,55	218,49
PREVISÃO Kt Creager-Paris	N	10.635	20.080	30.209
Média dos Resultados experimentais		221.808	680.750	237.250
Factores de Correção		CP1	CP2	CP3
Acabamento Superficial	Ka	0,97	0,97	0,97
Correção da carga aplicada	Kc,b	0,89	0,93	0,93
Tensão limite de fadiga do Corpo de prova para 1E8	σ_{f0} [MPa]	98,15	102,56	102,56
Tensão alternada local Kf sem efeito da carga média		94,8	108,6	107,5
Efeito carga média Goodman considerando cargas Kt	Km	0,56	0,49	0,49
Tensão alternada local Kf com efeito da carga média	[MPa]	170,23	221,01	218,49
PREVISÃO Kf MODELAGEM	N	568.428	26.090	30.228
Média dos Resultados experimentais		221.808	680.750	237.250
Factores de Correção		CP1	CP2	CP3
Acabamento Superficial	Ka	0,97	0,97	0,97
Correção da carga aplicada	Kc,b	0,89	0,93	0,93
Tensão limite de fadiga do Corpo de prova para 1E8	σ_{f0} [MPa]	98,15	102,56	102,56
Tensão alternada local Kf sem efeito da carga média		125,4	106,6	107,5
Efeito carga média Goodman considerando cargas Kt	Km	0,56	0,49	0,49
Tensão alternada local Kf com efeito da carga média	[MPa]	225,14	216,80	218,49
PREVISÃO Kf PETERSON	N	18.155	33.410	30.228
Média dos Resultados experimentais		221.808	680.750	237.250

8.2.4. Previsões de vida SN com o Kt dado pela média entre os valores do Ansys e Creager-Paris

ENSAIOS		CP1	CP2	CP3
Tensão máxima nominal da combinação de esforços	σ_{\max} [MPa]	41,6	62,0	141,8
Tensão média nominal da combinação de esforços	σ_{med} [MPa]	21,8	37,2	86,1
Tensão mínima nominal da combinação de esforços	σ_{\min} [MPa]	2,1	12,4	30,4
Tensão alternada nominal da combinação de esforços	σ_a [MPa]	19,8	24,8	55,7
Coeficiente de concentração de tensões ANSYS	Kt_{Ansys}	6,80	4,09	1,91
Tensão máxima local KT	σ_{\max} [MPa]	282,9	253,6	270,8
Tensão média local KT	σ_{med} [MPa]	148,5	152,1	164,4
Tensão mínima local KT	σ_{\min} [MPa]	14,1	50,7	58,0
Tensão alternada local KT	σ_a [MPa]	134,4	101,4	106,4
Coeficiente de concentração de tensões à fadiga da modelagem KfM	KfM	4,82	4,02	1,91
Tensão máxima local Kf	σ_{\max} [MPa]	200,5	249,2	270,8
Tensão média local Kf	σ_{med} [MPa]	105,3	149,5	164,4
Tensão mínima local Kf	σ_{\min} [MPa]	10,0	49,8	58,0
Tensão alternada local Kf	σ_a [MPa]	95,2	99,7	106,4
Sensibilidade ao entalhe - Dado pelo Software VIDA	q	0,95	0,98	1,00
Coeficiente de concentração de tensões à fadiga de PETERSON	KfP	6,51	4,03	1,91
Tensão máxima local Kf	σ_{\max} [MPa]	270,8	249,7	270,8
Tensão média local Kf	σ_{med} [MPa]	142,2	149,8	164,4
Tensão mínima local Kf	σ_{\min} [MPa]	13,5	49,9	58,0
Tensão alternada local Kf	σ_a [MPa]	128,6	99,9	106,4

Dados do Al 6082		CP1	CP2	CP3
Tensão de Roptura	σ_r [MPa]	327,0	327,0	327,0
Tensão de Fadiga Ciclica	σ_f [MPa]	485,0	485,0	485,0
Expoente da curva	b	-0,07	-0,07	-0,07
Tensão limite de fadiga para 1E3	σ_{f0} [MPa]	284,89	284,89	284,89
Tensão limite de fadiga para 5E8	σ_{f0} [MPa]	113,70	113,70	113,70
Factores de Correção		CP1	CP2	CP3
Acabamento Superficial	Ka	0,97	0,97	0,97
Correção da carga aplicada	Kc,b	0,89	0,93	0,93
Tensão limite de fadiga do Corpo de prova para 5E8	σ_{f0} [MPa]	98,15	102,56	102,56
Tensão alternada local Kt sem efeito da carga média		134,37	101,43	106,40
Efeito carga média Goodman	Km	0,55	0,53	0,50
Tensão alternada local Kt com efeito da carga média	[MPa]	246,17	189,69	213,94
PREVISÃO Kt ANSYS	N	6.042	185.629	39.592
		221.808	680.750	237.250
Factores de Correção		CP1	CP2	CP3
Acabamento Superficial	Ka	0,97	0,97	0,97
Correção da carga aplicada	Kc,b	0,89	0,93	0,93
Tensão limite de fadiga do Corpo de prova para 1E8	σ_{f0} [MPa]	98,15	102,56	102,56
Tensão alternada local Kf sem efeito da carga média		95,2	99,7	106,4
Efeito carga média Goodman considerando cargas Kt	Km	0,55	0,53	0,50
Tensão alternada local Kf com efeito da carga média	[MPa]	174,49	186,45	213,94
PREVISÃO Kf MODELAGEM	N	419.085	231.940	39.618
Média dos Resultados experimentais		221.808	680.750	237.250
Factores de Correção		CP1	CP2	CP3
Acabamento Superficial	Ka	0,97	0,97	0,97
Correção da carga aplicada	Kc,b	0,89	0,93	0,93
Tensão limite de fadiga do Corpo de prova para 1E8	σ_{f0} [MPa]	98,15	102,56	102,56
Tensão alternada local Kf sem efeito da carga média		128,6	99,9	106,4
Efeito carga média Goodman considerando cargas Kt	Km	0,55	0,53	0,50
Tensão alternada local Kf com efeito da carga média	[MPa]	235,67	186,83	213,94
PREVISÃO Kf PETERSON	N	10.339	225.947	39.618
Média dos Resultados experimentais		221.808	680.750	237.250