

OPTIMIZAÇÃO DO PRÉ-ESFORÇO EM COBERTURAS COM MALHAS DE CABOS

Luis Miguel da Cruz Simões (*)

Sumário

Um dos aspectos mais importantes no cálculo de estruturas de malhas de cabos é a pos-tensão que vai afectar a capacidade resistente às cargas, deformabilidade e custos. Neste artigo vai-se otimizar a combinação de deformações impostas aos cabos de pré-esforço para esse tipo de estrutura tridimensional, de modo que os esforços resultantes das cargas de serviço não excedam valores especificados. Utiliza-se para isso um algoritmo de decomposição de recursos, que é uma generalização do método de Bender's onde são incorporados os resultados de dualidade em programação inteira. Chega-se a um algoritmo que é aplicável a um programa matemático com restrições separáveis que conduz à solução global do problema.

Professor Auxiliar, Departamento de Engenharia Civil
Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade de Coimbra

1. INTRODUÇÃO

Condicionantes arquitectónicas, económicas e estéticas contribuem para o problema da determinação da forma de uma estrutura tridimensional traccionada.

Grande parte dos autores têm por objectivo determinar uma forma que se aproxime da ideal. Nas ref.1-4 são desenvolvidas técnicas que tentam obter uma solução para este problema: métodos iterativos, de relaxação e critérios de optimalidade e técnicas de programação matemática.

Quase todos estes tipos de métodos impõem restrições nas forças de pré-esforço aplicadas aos cabos e nos valores máximos das deformações, embora não tentem reduzir o grau de pré-esforço.

Por vezes as soluções são caracterizadas por um pré-esforço que é muito elevado em relação à rigidez que seria necessária para manter todos os varões traccionados e para que os deslocamentos em certos pontos não excedam certos valores limites. Como as forças de pré-esforço vão influenciar as estruturas de apoio e os custos é desejável a sua redução. Adopta-se a forma da estrutura tridimensional determinada a partir de qualquer um dos métodos citados (ou por experiência) e que não é substancialmente alterada quando se otimiza a força do pré-esforço.

Para um estudo mais completo dever-se-ia atender contudo a restrições genéricas que estão associadas a técnicas de construção bem como condicionantes tecnológicas e limites nos deslocamentos impostos. Nessa base na ref.5 estabelece-se um critério de optimalidade em que se consideram as forças de pré-esforço como cargas exteriores obtendo-se convergência através de um processo iterativo. Contudo, como o algoritmo utilizado tem por base a minimização do Lagrangiano, as soluções encontradas não passam de mínimos locais face à não-convexidade do domínio do problema que é caracterizado por somas de produtos de funções e/ou variáveis.

Neste artigo apresenta-se um novo algoritmo para funções separáveis, que é uma generalização do método de Bender's e permite a

determinação do mínimo global. Tomam-se para variáveis de decisão as deformações dos cabos em lugar da força de pré-esforço exterior, o que vai permitir otimizar também a rigidez inicial. As equações de compatibilidade que condicionam este tipo de estruturas são não lineares dado que estamos no campo das grandes deformações.

2. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Considere-se uma estrutura com uma malha de cabos que está sujeita a um conjunto de s condições de carregamento. Se o número de graus de liberdade for β , os deslocamentos nodais e cargas nodais para a condição de carregamento i são representados pelos vectores u_i e P_i cada qual com β elementos.

O alongamento total dos cabos é dado pelo vector com m elementos que para a condição de carregamento i é q_i . O vector das deformações D é um vector com $r \leq m$ elementos (para se poderem associar os cabos com o mesmo dimensionamento), que são os componentes cujas deformações se cingem a um dado intervalo.

O comportamento elástico do membro j de comprimento l_j e área da secção A_j é dado pelo quociente EA_j/l_j , onde E é o módulo de elasticidade. Constroi-se a matriz diagonal E ($m \times m$) cada elemento da qual é a rigidez do membro correspondente.

Tem-se para equações de equilíbrio,

$$q_i^u E (q_i - B D) = P_i \quad (i = 1, \dots, l) \quad (1)$$

onde, B é uma matriz ($m \times r$) cujos elementos são 0 ou 1.

A matriz q_i^u ($i = 1, 2, \dots, l$), de dimensão ($\beta \times m$) vai representar a condição de compatibilidade não linear para cada descarregamento, i.e.:

$$q_i^u = \begin{bmatrix} \partial q_2 / \partial u_1 & \partial q_m / \partial u_1 \\ \partial q_2 / \partial u_\beta & \partial q_m / \partial u_\beta \end{bmatrix} \quad (i = 1, \dots, l) \quad (2)$$

Em virtude das relações de compatibilidade não-linear serem de difícil tratamento, substitui-se o sistema de equações de equilíbrio (1), por equações de equilíbrio para grandes deslocamentos baseadas na matriz tangente.

$$K_i u_i - Z_i D = P_i \quad (i = 1, \dots, l) \quad (3)$$

onde, $K_i = K_i^e + K_i^g$ são as matrizes de rigidez elástica e geométrica, respectivamente, e Z_i é a matriz que transforma a deformação de um membro de uma treliça elástica em forças nodais.

A matriz de Compatibilidade C permite ligar os vectores q_i e u_i

$$q_i = C_i u_i \quad (i = 1, \dots, l) \quad (4)$$

Por outro lado,

$$Z_i = C_i^T E B \quad (i = 1, \dots, l) \quad (5)$$

Um segundo conjunto de restrições vai traduzir a ausência de perdas por encurtamento do cabos em todas as condições de carregamento

$$E (q_i - B D) \geq \epsilon \quad (i = 1, \dots, l) \quad (6)$$

onde ϵ é um vector de m elementos que representa um tipo de coeficiente de segurança. A rigidez da estrutura pode ser caracterizada a partir dos valores absolutos dos deslocamentos nodais, ao passo que as rigidezes locais podem ser determinadas à custa de combinações dos deslocamentos nodais.

Como os limites superiores em d deslocamentos nodais u^u não podem ser ultrapassados, considera-se a matriz A com a dimensão $(n \times \beta)$

$$A u_i \leq u^u \quad (i = 1, \dots, l) \quad (7)$$

As restrições associadas aos limites superiores nas tensões dos cabos vão ser dadas pelas desigualdades,

$$E (q_i - B D) \leq Q \quad (i = 1, \dots, l) \quad (8)$$

onde Q é um vector com m elementos.

A função de custo z do problema vai depender linearmente do vector das deformações D tomando-se para coeficientes de custo o vector de r

elementos positivos c.

$$z = - c^T D \quad (9)$$

O programa matemático de optimização do pré-esforço para malhas de cabos consiste pois em determinar o valor mínimo de (9) de modo a satisfazer as restrições (3), (6), (7) e (8).

3. EXTENSÃO DO MÉTODO DA DECOMPOSIÇÃO DE RECURSOS

O algoritmo da decomposição de recursos de Bender's que tem sido até agora utilizado para resolver problemas convexos e parcialmente convexos com um grande número de variáveis e restrições (ref.7) que envolvessem apenas dois tipos de variáveis pode ser interpretado em termos económicos, vendo os multiplicadores de Lagrange como preços sombra de um método de decomposição que não é totalmente descentralizado. O órgão central produz as decisões finais atribuindo pesos óptimos às propostas de cada um dos subsistemas, tendo sempre em atenção as ofertas anteriores.

Em seguida apresenta-se um caso particular do algoritmo genérico que é aplicável a programas matemáticos no qual (parte) das restrições são somas de funções separáveis. Nesta simplificação supõe-se as funções das variáveis idênticas às variáveis, chegando-se a uma minimização com restrições bilineares. Fixando o conjunto de variáveis y , o problema nas variáveis x daí resultante é bastante simples. Embora o problema inicial seja não-convexo quando se consideram simultaneamente as variáveis x e y , fixando y obtém-se um problema linear em termos de x .

A ideia fundamental que permite ao problema (P) :

$$\min c^T y \quad (10)$$

$$\text{sa } g_i^T x + x^T H_i y \geq b_i \quad ; \quad i = 1, \dots, m \quad (11)$$

$$0 \leq y \leq y_{\max} \quad \text{ie: } y \in Y \quad (12)$$

$$x_l \leq x \leq x_u \quad \text{ie: } x \in X \quad (13)$$

ser visto no espaço das variáveis x é o conceito de projecção:

$$\min v(x) \quad (14)$$

$$\text{sa } x \in X \cap Y \quad (15)$$

onde,

$$v(x) = \infimum c^T y \quad (16)$$

$$\text{sa } g_i^T x + x^T H_i y - b_i \geq 0 \quad (17)$$

$$0 \leq y \leq Y_{\max} \quad (18)$$

e se tem:

$$Y = \{x: g_i^T x + x^T H_i y - b_i \geq 0 \text{ para } y \in Y\} \quad (19)$$

Fixando o valor de x obtém-se o óptimo de (P), $v(x)$. Determinar $v(x)$ é conseqüentemente muito mais fácil do que resolver o programa com restrições bilineares.

Considere-se $(P(x))$ o problema de optimização:

$$\min c^T y \quad (20)$$

$$\text{sa } g_i^T x + x^T H_i y - b_i \geq 0 \quad ; \quad i = 1, \dots, m \quad (21)$$

$$0 \leq y \leq Y_{\max} \quad (22)$$

O conjunto Y consiste nos valores de x para os quais $(P(x))$ pertence ao domínio do problema e a intersecção $X \cap Y$ é a projecção do domínio do problema (P) no espaço dos X . Como a função v e o conjunto Y só são conhecidos de um modo implícito através das suas definições, torna-se difícil utilizar o conceito de projecção do problema como forma de o resolver.

Para ultrapassar esta dificuldade utiliza-se um método de plano de corte que permita construir aproximações para v e Y . A ideia base consiste na utilização da dualidade existente na programação linear aplicada a v e Y depois de projectar o problema inicial.

Resolve-se o problema "master" daí resultante através de um processo de relaxação, o qual vai gerar aproximações a v e Y convergindo o processo para o óptimo global. Assim, determinam-se os multiplicadores de Lagrange para $(P(x))$ correspondentes a diversos valores de x e que vão sendo obtidos sucessivamente, adicionando-se tantos planos de corte ao programa "master" relaxado quantos os

necessários até satisfazer o critério de convergência.

3.1 Formulação do Problema "Master"

O programa "master" (PM) que é equivalente a (P) é deduzido à custa de três teoremas:

- (A) Projectar (P) sobre x daí resultando $(P(\underline{x}))$.
- (B) Invocar a representação dual de Y em termos do conjunto de regiões que o contem.
- (C) Invocar a representação dual de v em termos do infimo do conjunto de funções que o dominam.

Manipulando estes resultados define-se o PM a seguir indicado:

$$\min \eta \quad (23)$$

$$\text{sa } \eta - \sum_{i=1,m} u_i^s (b_i - g_i^T x) \quad (24)$$

$$+ \sum_{j=1,n} [-c_j + \sum_{i=1,m} u_i^s (x^T H_i)_j]^+ y_{j\max} \geq 0$$

$$- \sum_{i=1,m} u_i^c (b_i - g_i^T x) \quad (25)$$

$$+ \sum_{j=1,n} [\sum_{i=1,m} u_i^c (x^T H_i)_j]^+ y_{j\max} \geq 0$$

$$\sum_{i=1,m} u_i^c = 1 \quad ; \quad u_i^s \geq 0 \quad ; \quad u_i^c \geq 0$$

onde os vectores u_i^c e u_i^s são os multiplicadores de Lagrange que correspondem, respectivamente, às funções de corte e apoio.

O PM (23) tem apenas interesse teórico, já que possui um número elevado de restrições. No entanto pode ser resolvido através de uma sequência de subproblemas: em cada iteração é resolvida uma versão relaxada do PM e que contem apenas algumas das restrições dos tipos (24) e (25). Testa-se a solução (η, \underline{x}) a fim de se verificar se pertence ou não ao domínio do problema, sendo para isso resolvido o subproblema $(P(\underline{x}))$ ou o seu dual. Acrescentam-se então novos cortes ou funções de apoio até que se chegue a uma solução final que satisfaça o critério de convergência.

Quer as funções de apoio, quer as de corte definem uma região linear concava, consistindo cada programa "master" relaxado (PMR) da

minimização sobre uma região linear concava (ie: programação não-convexa). Os termos que representam disjunções, quer nas funções de apoio quer nas funções de corte podem ser linearizados através das variáveis binárias δ de modo a transformar cada PMR num programa linear misto (com variáveis reais e 0-1).

Tomando para limite inferior e superior da expressão dentro de parentêses L e U, respectivamente:

$$L \leq f^T x + e \leq U \quad (26)$$

$$0 \leq \delta \leq 1 \quad (27)$$

Introduzindo a variável r substitui-se $[f^T x + e]^+$ por:

$$r \leq \delta U \quad ; \quad r \leq (\delta - 1) L + (f^T x + e) \quad (28)$$

3.2 Algoritmo

Passo1

Tomar para os limites iniciais da função objectivo $c^T y$ os valores $UB = +\infty$ e $LB = -\infty$. Fazer $k = 1 = 0$ e para tolerancia que dá o critério de terminação um valor ϵ . Gerar um valor x^k e seguir para o Passo 3.

Passo2

Resolver o programa "master" relaxado.

(1) Se este problema não tiver qualquer solução pertencente ao seu domínio, o problema (P) não possui qualquer solução. Terminar o algoritmo.

(2) Se (η, \underline{x}) for a solução óptima do PMR, fazer $LB = \eta$. Se $UB - LB < \epsilon$ terminar o algoritmo. $(\underline{x}, \underline{y})$ é a solução óptima de (P).

Passo 3

Resolver o problema dual $D(\underline{x})$ correspondente ao problema projectado $(P(\underline{x}))$.

(1) Se o dual crescer sem limites, seguir para o Passo 5.

(2) Se \underline{u} for o óptimo do programa $(D(\underline{x}))$, $v(\underline{x})$ vai ser dado pela expressão $c^T y$, onde y é o conjunto de multiplicadores de Lagrange de

$(D(x))$. Caso $v(x) - LB < \epsilon$, terminar o algoritmo: (x, y) é a solução ótima de (P).

Passo 4

Se $v(x) < UB$, transformar $UB = v(x)$. Com $t_f = t_f + 1$ e $u^{t_f} = u$ Adicionar uma restrição do tipo (24) ao PMR e continuar para o Passo 2

Passo 5

Gerar um raio dual através do programa linear (D_r) . Adicionar uma restrição do tipo (25) ao RMP, fazendo $s_f = s_f + 1$ e $u^{s_f} = u$ e prosseguir para o Passo 2.

3.3 Aplicação a um Programa com Restrições Bilineares

O problema matemático seguinte possui restrições bilineares e é semelhante à determinação do volume mínimo de treliças:

$$\min x_1 + x_2 + x_3$$

$$\text{sa } x_1 x_4 + x_3 x_6 = 0$$

$$3 x_1 x_4 + 1.2 x_2 x_5 - x_3 x_6 = 10$$

$$5 x_4 + x_5 + x_6 \leq 2.5$$

$$.1 \leq x_1 \leq 5. \quad ; \quad .1 \leq x_2 \leq 5. \quad ; \quad .1 \leq x_3 \leq 5.$$

$$0. \leq x_4 \leq 2.5 \quad ; \quad 0. \leq x_5 \leq 2.5 \quad ; \quad -2.5 \leq x_6 \leq 0.$$

Este problema possui três mínimos locais:

$$x_1 = .1 \quad ; \quad x_2 = 3.33 \quad ; \quad x_3 = .1 \quad ; \quad x_4 = 0. \quad ; \quad x_5 = 2.5 \quad ; \quad x_6 = 0.$$

$$OF = 3.53$$

$$x_1 = .5 \quad ; \quad x_2 = 3. \quad ; \quad x_3 = .1 \quad ; \quad x_4 = 0.5 \quad ; \quad x_5 = 2.5 \quad ; \quad x_6 = -2.5$$

$$OF = 3.60$$

$$x_1 = 2.5 \quad ; \quad x_2 = .1 \quad ; \quad x_3 = 1. \quad ; \quad x_4 = 1. \quad ; \quad x_5 = 0. \quad ; \quad x_6 = -2.5$$

$$OF = 3.60$$

Quando se pretende representar este problema não convexo de uma forma gráfica, não é possível ir além de duas equações a tres incógnitas sem nos colocarmos dentro de um subespaço do problema. A

Fig. 1 representa as curvas de nível da função objectivo para diversos valores de a_2 e s_2 mantendo s_3 constante.

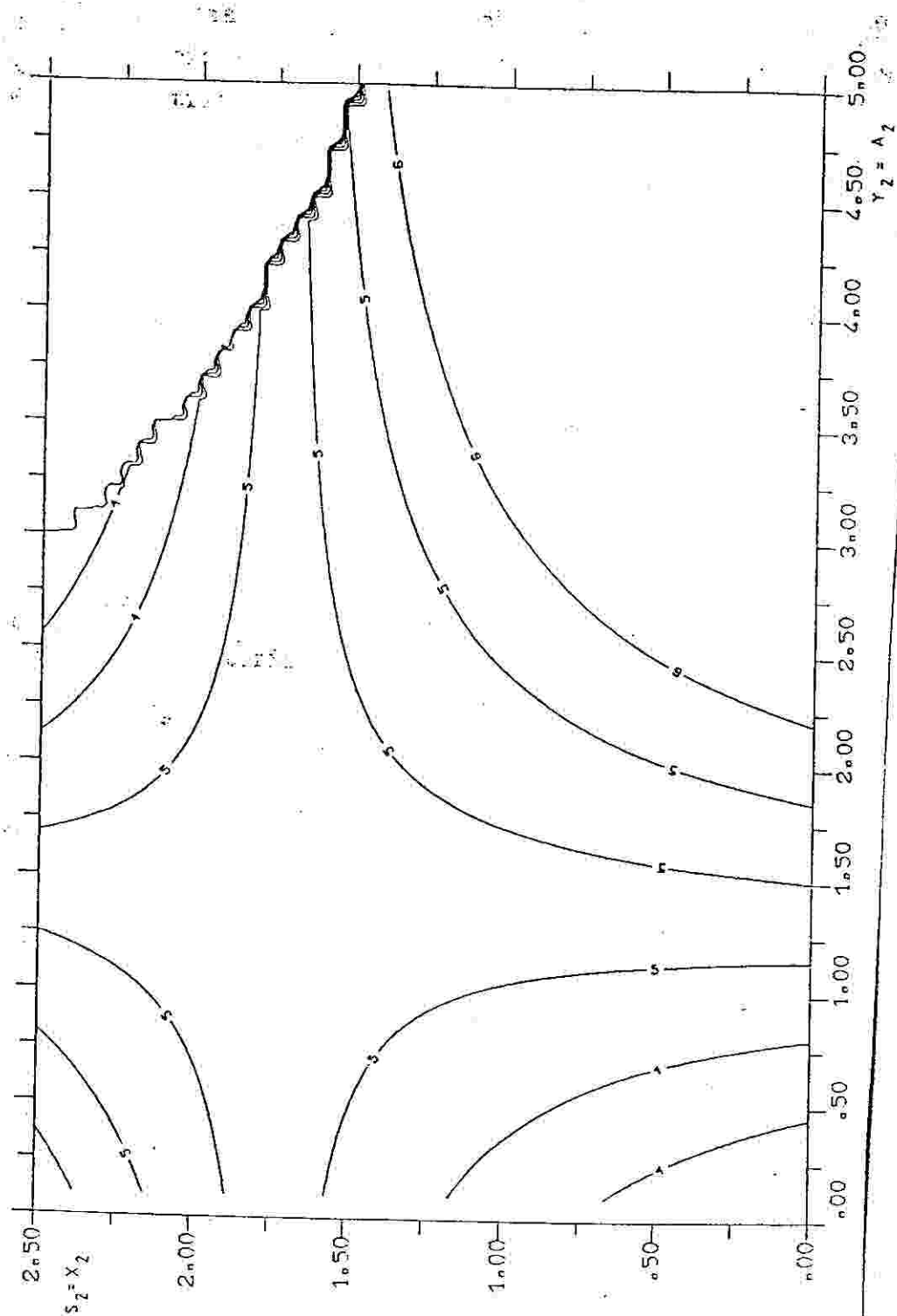


Fig. 1 Curvas de nível da função objectivo para diversos valores de a_2 e s_2 mantendo s_3 constante

De notar que para efectuar a aplicação do algoritmo descrito, seria necessário efectuar uma translação de coordenadas de modo que as variáveis y sejam não negativas.

INICIALIZAÇÃO

Passo 1

Fazendo $UB = +\infty$, $LB = -\infty$, $\epsilon = 0.001$ e $t_f = 1$. Para,

$$x_1 = 0.7 \quad ; \quad x_2 = 1.5 \quad ; \quad x_3 = -2.5$$

Passo 3

A solução do Dual do problema projectado é $4.588 = v(\underline{x})$. Daqui se conclui que o primal tem pelo menos uma solução no seu domínio para \underline{x} .

$$(2) \quad \underline{u}^T = [0.057 \quad 0.457 \quad 0.0 \quad 0.0 \quad 0.177 \quad 0.0 \quad 0.0 \quad 0.0]$$

$$v(\underline{x}) - LB > \epsilon$$

Passo 4

Com $UB = 4.588$, $s_f = 1$ e $\underline{u}^1 = \underline{u}$

$$c^T = [1. \quad 1. \quad 1.] \quad ; \quad (Y_1 + Y_u)^T = [4.9 \quad 4.9 \quad 4.9]$$

$$(x^T H)_1 = [x_1 \quad 3x_1 \quad 1.0 \quad 0.0 \quad 0.0 \quad -1.0 \quad 0.0 \quad 0.0]$$

$$(x^T H)_2 = [0.0 \quad 1.2x_2 \quad 0.0 \quad 1.0 \quad 0.0 \quad 0.0 \quad -1.0 \quad 0.0]$$

$$(x^T H)_3 = [x_3 \quad -x_3 \quad 0.0 \quad 0.0 \quad 1.0 \quad 0.0 \quad 0.0 \quad -1.0]$$

$$(b-g^T x)^T = [(-.1x_1 - .1x_3)(10. - .1x_2 - .12x_2 + .1x_3) \quad 0.0 \quad 0.0 \quad -4.9 - 4.9 - 4.9]$$

A restrição a adicionar ao RMP seria:

$$\eta - 4.87 - .04x_3 + .055x_2 + .143x_1 + [1.428x_1 - 1.]^+ 4.9 + \\ + [.546x_2 - .823]^+ 4.9 + [-.4x_3 - 1.]^+ 4.9 \geq 0$$

Passa-se em seguida à resolução do novo RMP inserido no Passo 2

O óptimo global seria obtido após 5 iterações. São contudo necessárias mais três iterações, para terminar o algoritmo.

3.4 Algoritmo de Decomposição de Recursos para Optimizar o Pré-esforço em Coberturas com Malhas de Cabos

Se no algoritmo de programação bilinear ao fixar o conjunto de variáveis x , se obtiverem de uma forma única as variáveis do conjunto y e isto significa que os subproblemas ou tem uma única solução ou não possuem qualquer solução no seu domínio. Se for este o caso é possível determinar o raio dual que lhe corresponde deduzindo-se uma versão simplificada do algoritmo de decomposição de recursos.

Cada solução do PMR é um limite inferior do resultado final que em cada iteração se aproxima deste. Por esse motivo as variáveis de estado y que correspondem às variáveis de decisão x obtidas pelos PMR, estão fora do domínio do problema. Esse conjunto de áreas permite obter um limite inferior de $1^T x$ até que o algoritmo termina com o óptimo global do problema. Calcula-se em cada iteração o raio dual associado ao vector x e adiciona-se o plano de corte correspondente às restrições do PMR.

$$\min \eta = 1^T x \quad (29)$$

$$\text{sa } -\sum_{i=1, m} u_i^e b_i \quad (30)$$

$$+ \sum_{j=1, n} \{ (\sum_{i=1, m} u_i^e (x^T H_i + f_i)_j (y_{j1} + y_{ju})) \}^+ \geq 0$$

$$x \in X \quad ; \quad e = 1, \dots, e_f$$

A única variante do problema de optimização do pré-esforço em coberturas com malhas de cabos em relação ao programa bilinear atrás descrito é que em lugar do conjunto de variáveis y se tem de considerar as funções que constituem os elementos das matrizes K_i e Z_i . Estas são conhecidas quando se efectua uma análise não-linear da estrutura a partir do valor do vector de deformações D e entram indirectamente no PMR através dos multiplicadores de Lagrange associados aos raios duais que correspondem. O PMR obtido em cada iteração é pois um programa linear misto no qual as variáveis reais são os deslocamentos nodais u_i e o vector das deformações D .

Logo que se obtém os resultados do PMR em cada iteração, as deformações D e os deslocamentos nodais u_i são comparados aos valores

calculados para cada uma das condições de carregamento a partir da análise da estrutura (submetida ao conjunto óptimo de deformações D). Caso não convirja inicia-se uma nova iteração adicionando novo plano de corte ao PMR.

3.5 Resultados

O método descrito foi aplicado à rede parabolóide hiperbólica da Fig.2. A geometria e rigidez ao alongamento de cabos positivos e negativos são idênticos aos da ref.6. A simetria da distribuição de cabos conduz a 8 variáveis de decisão D_j ($j = 1, \dots, 8$) cada qual associada aos membros externos de cada alinhamento de cabos.

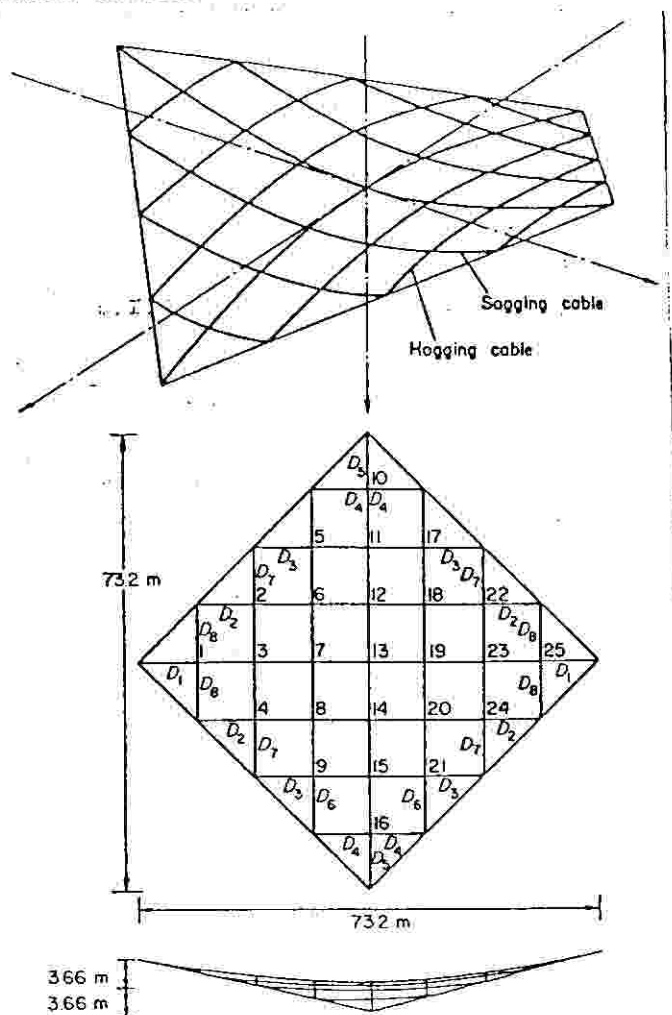


Fig.2 Parabolóide hiperbólico onde estão representadas as malhas de cabos

Inicia-se o cálculo com D_j^0 , que para a primeira iteração vai ser igual a $1/(500 l_j^0)$ onde l_j^0 é o comprimento na horizontal do cabo j .

Na Fig.3 as linhas a cheio representam os cabos negativos cujas forças se aproximam do limite superior ϵ (tolerância de 10%). Os cabos onde ϵ é activo estão assinalados com uma cruz.

O algoritmo permite obter a distribuição óptima de pré-esforço sujeita a condições de carregamento alternativas e impondo limites máximos nos deslocamentos de modo a garantir o grau de segurança relativamente a perdas por encurtamento dos cabos.

Os estados de pré-esforço óptimos correspondem ao conjunto de deformações (em cm):

$$D_1 = 6.19 ; D_2 = 0.0 ; D_3 = 0.0 ; D_4 = 0.0$$

$$D_5 = 13.51 ; D_6 = 8.77 ; D_7 = 3.63 ; D_8 = 0.55$$

A projecção horizontal da força de pré-esforço máxima é de 561 kN que vão ser aplicados aos diversos cabos nas percentagens seguintes:

$$H_1 = 100 ; H_2 = 47 ; H_3 = 53 ; H_4 = 41$$

$$H_5 = 90 ; H_6 = 83 ; H_7 = 64 ; H_8 = 35$$

4. CONCLUSÕES

A situação ideal (que não se põe normalmente em termos práticos) consiste em ter redes cuja forma pode variar livremente e de grande curvatura, aplicar pouco pré-esforço e não restringir as deformações (ref.6).

Em particular como o custo das ancoragens e estruturas de apoio se reduzem de uma forma directa em relação às deformações da estrutura suspensa e inversa em relação à relaxação dos cabos, pode concluir-se que o pré-esforço é uma propriedade que deveria ser otimizada.

As variáveis de decisão são as deformações impostas aos cabos permitindo estabelecer o valor de pré-esforço, bem como a sua distribuição. A função objectivo é pois a combinação linear de deformações impostas nos cabos e está sujeita a restrições relativas a equações de estado, tecnológicas e de comportamento. Estas restrições

Consideram-se as condições de carregamento alternativas LC1, LC2, LC3, indicadas na ref.6. As restrições activas para cada um dos problemas são indicadas no quadro: u_z^{u13} representa o limite superior no afundamento vertical do nó 13 (1.0 m) e ϵ é o limite inferior que do esforço axial correspondente a cada membro do cabo (95 kN).

O limite u_z^{u13} vai controlar a deformabilidade global da estrutura traccionada enquanto que ϵ garante que a estrutura se comporta de um modo seguro evitando perdas nos cabos. A aproximação que está associada à linearização das relações de compatibilidade é verificada em cada iteração. Logo que se obtêm os resultados do programa de optimização, as forças axiais e deslocamentos nodais são comparados aos valores obtidos para cada uma das condições de carregamento fazendo-se para isso uma análise não-linear da estrutura que está submetida ao conjunto óptimo de deformações. Caso não se consiga convergir inicia-se uma nova optimização tendo por base os resultados de análise e compare-se o novo conjunto de deformações com o anterior.

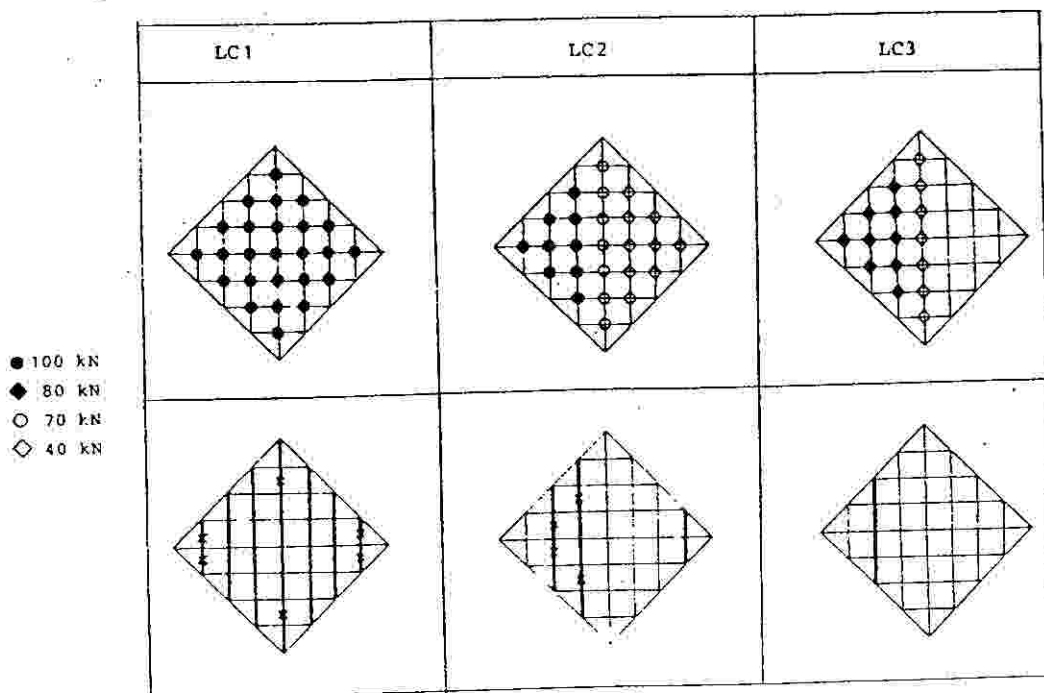


Fig. 3

vão impôr limites nas deformações máximas da estrutura e relaxação dos cabos. Deste modo é elaborado um algoritmo que garante convergência para o mínimo global e onde se entrou com a não-linearidade nas relações de compatibilidade, que traduzem o comportamento real das estruturas com malhas de cabo de pré-esforçado.

A garantia da existência de uma solução é um problema ainda a estudar dado neste tipo de estruturas ela vai depender das restrições impostas.

BIBLIOGRAFIA

(1) KUNDSON, W C AND SCORDELIS, A C , "Cable Forces for desired Shapes in Cable-net Structures", IASS Pacific Symposium, Tokyo and Kyoto, 1-6-1, 1971

(2) OHYAMA, H AND KAWAMATA, S , "A Problem of Surface Design for Prestressed Cable nets", IASS Pacific Symposium, Tokyo and Kyoto, 1-7-1, 1971

(3) SCHECK, H J , "The Force Density Method for Form Finding and Computation of General Networks", Comp. Meth. Appl. Mech. Eng., 3, 115, 1974

(4) ARGYRIS, J H , ANGELOPULOS, T AND RICHAT, B , "A General Method for Shape Finding of Lightweight Tension Structures", Comp. Meth. Appl. Mech. Eng., 3, 135, 1974

(5) CINQUINI, C AND CONTRO, R "Optimal Design of Inelastic Cable Structures", Proc. Int. Symp. on Optimal Structural Design, Tucson, Arizona, 1981

(6) KRISHNA, P , Cable Suspended Roofs , McGraw-Hill, 1978

(7) GEOFFRION, A M AND GRAVES, G W "Multicommodity Distribution Systems Design by Bender's Decomposition" - Management Science 20, 822-844, 1974

(8) McCORHICK, G P , "Future directions in Mathematical Programming"
in NATO-ASI on Engineering Plasticity - University of Waterloo
1977 Cohn, M. Z. & Maier, G. (Ed.) Pergamon Press, 1979

(9) WOLSEY, L A "Heuristic Analysis, Linear Programming and Branch
and Bound" - Math. Programming Study 13, 121-134, 1980