

## AVALIAÇÃO DA FIABILIDADE DE UMA ESTRUTURA OFFSHORE

André Rafael Dias Martins<sup>1</sup> e Luis Miguel Cruz Simões<sup>2</sup>

1: Dep. Civil Eng.  
Universidade de Coimbra  
e-mail: andre\_rdm@hotmail.pt

2: Dep. Civil Eng.  
Universidade de Coimbra  
e-mail: lcsimoes@dec.uc.pt

**Palavras-chave:** Fiabilidade, Estruturas Offshore

**Resumo.** *As técnicas mais utilizadas para avaliação da segurança estrutural são os métodos analíticos de nível II FOSM /SOSM (sendo a probabilidade de rotura global da estrutura determinada utilizando métodos bi-modais) e de nível III, designadamente a simulação de Monte Carlo e híbridos. Relativamente aos primeiros, o seu grau de aproximação dependerá fundamentalmente da forma da superfície de rotura no seu ponto mais provável e o segundo, apesar da sua fácil implementação requer um número significativo de análises da estrutura, o que pode tornar a técnica inviável. No entanto esta desvantagem pode ser minimizada com as denominadas técnicas de redução da variância ou mesmo a implementação de redes neuronais treinadas.*

*Os métodos referidos foram aplicados a uma estrutura do tipo jacket-type offshore com colapso plástico onde os modos de rotura são caracterizados pela formação de rótulas plásticas com interacção esforço axial-momento flector. As equações de compatibilidade são formuladas utilizando a descrição malha. Para os materiais é assumido comportamento elasto-plástico perfeito satisfazendo os postulados de Drucker. Foi igualmente aplicado o FOSM para avaliar a probabilidade de se atingirem os estados limites de utilização. O carregamento a aplicar à estrutura decorre das acções originadas pelas ondas do mar, sendo a resultante aproximada pela fórmula de Morrison e a velocidade das partículas de água e sua aceleração estimada pela teoria de 3ª ordem de Stokes.*

## 1. RELAÇÕES ESTRUTURAIS

A estrutura está sujeita a esforços axiais importantes, pelo que se considera a interacção plástica entre momento e esforço axial. Segundo von Mises (1928), a função potencial plástica  $F(\mathbf{X})$  dos esforços vai ser definida de modo que os incrementos de deslocamentos é dada por:

$$\Delta u_j = \frac{\partial F}{\partial X_j \Delta \lambda} \quad (j = 1, 2, \dots, 6) \quad (1)$$

para cada secção crítica  $i$ , onde os seis tipos de esforços (numa estrutura genérica espacial) podem estar a interagir; e  $\Delta \lambda$  um parâmetro, que no entanto é constante para todos os esforços na secção  $i$ . Supondo que um dado elemento material é sujeito a um conjunto de esforços  $X_j^0$ , a sua estabilidade pode ser testada por um agente externo que modifica os esforços internos. Postulados de Drucker para um material estável (1951) podem ser expressos por:

- i. O trabalho plástico realizado pelo agente durante a sua aplicação gera esforços adicionais, cujo trabalho é sempre não negativo;
- ii. O trabalho resultante devido ao agente durante a sua aplicação de um ciclo de esforços é não-negativo.

No caso de o elemento material ser sujeito apenas a um tipo de esforço,  $X$ , estes postulados podem ser verificados na Figura 1:

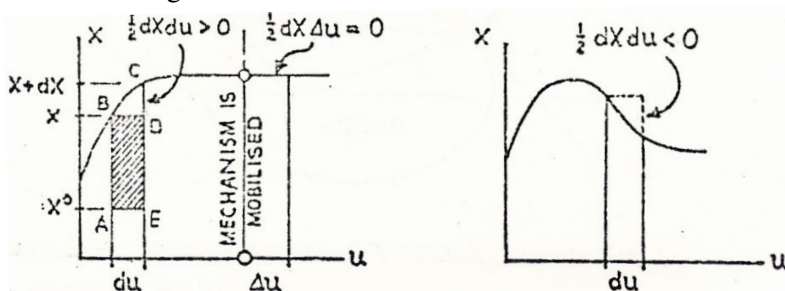


Figura 1 – Características de um material sujeito a um esforço único (Smith, 1974).

a) Material Estável. b) Material Instável.

Se o material estiver no estado B, o incremento  $dX$  produz como trabalho plástico o triângulo BCD (a sua área). As seguintes condições classificam o material quanto à sua estabilidade:

$$dXdXdu > 0 \text{ (Estável); } dXdXdu = 0 \text{ (Plástico Perfeito); } dXdXdu < 0 \text{ (Instável)} \quad (2)$$

Se o material estiver no estado A, o ciclo de carregamento  $X^0 \rightarrow X \rightarrow X + dX \rightarrow X \rightarrow X^0$  produz o trabalho resultante  $dW$ :

$$dW = (X - X^0)du \geq 0. \quad (3)$$

que corresponde a ABCDE (Figura 1), desprezando o trabalho de segunda ordem.

Num material sujeito a um conjunto de esforços (Figura 2) pode existir esforços incrementados, sendo que outros podem ser reduzidos, como pode ser observado na figura anterior, e ainda assim pode ser considerado como estável. A generalização para um material sujeito a um conjunto de esforços pode ser realizado a partir do trabalho de todas as contribuições. Deste modo os postulados de Drucker, para um material plástico perfeito, são:

$$d\mathbf{X}^T d\mathbf{u} = 0 \quad (4)$$

$$[\mathbf{X} - \mathbf{X}^0]^T d\mathbf{u} \geq 0 \quad (5)$$

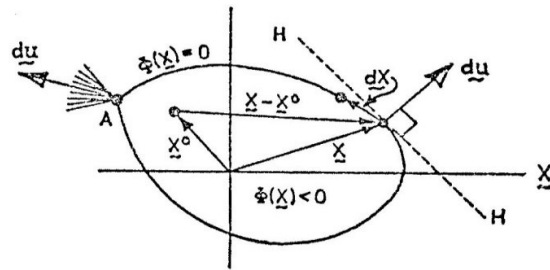


Figura 2 – Espaço dos esforços num elemento material (Smith, 1974).

Ainda supondo o material sujeito a um conjunto de esforços  $\mathbf{X}$ , por (1) os incrementos de deslocamentos  $d\mathbf{u}$  são conhecidos, então o hiperplano  $H$  segundo  $\mathbf{X}$  com  $d\mathbf{u}$  como vector normal, é construído. De (5), o vector  $[\mathbf{X} - \mathbf{X}^0]^T$  tem o lado oposto de  $H$  de  $d\mathbf{u}$  para um qualquer  $\mathbf{X}^0$  admissível. Deste modo,  $H$  serve de suporte ao hiperplano, uma vez que a superfície de cedência é convexa e  $d\mathbf{u}$  é normal à superfície. Os postulados de Drucker garantem a existência de uma função potencial e identifica uma que designou função de cedência,  $\phi(\mathbf{X})$ . Para esta escolha particular durante o mecanismo, o  $d\mathbf{u}$  é normal a  $\phi(\mathbf{X})$  e:

$$\Delta u_j = \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \Delta \lambda; \Delta \lambda \geq 0 \quad (6)$$

Posteriormente, a generalização devido a Koiter permite que a região de segurança seja dividida num conjunto finito de funções potenciais  $\phi_k(\mathbf{X}) = 0$ , onde (6) se transforma em:

$$\Delta u_j = \sum_k \frac{\partial \phi_k}{\partial x_j} \Delta \lambda_k; \Delta \lambda_k \geq 0 \quad (7)$$

Assim, num ponto singular como o ponto A na Figura 2, o vector  $d\mathbf{u}$  tem de estar compreendido no cone gerado pelas normais de contorno. Numa secção crítica  $i$ , vários esforços podem estar a interagir, deste modo é necessário um diagrama de interacção no subespaço  $\mathbf{X}^i$  entre estes, no máximo com 6 dimensões. No entanto, usualmente só 2 ou 3 desses esforços produzem interacção não desprezável. Deste modo, a Figura 3b mostra um subespaço entre a interacção momento flector  $X_1^i$  e o esforço axial  $X_3^i$ , com 8 hiperplanos e as respectivas normais unitárias,  $\mathbf{n}_k^i$ .

Cada hiperplano pode genericamente ser escrito em termos da sua normal e através da correspondente distância perpendicular,  $X_k^i$ , como pode ser observado na Figura 3a.

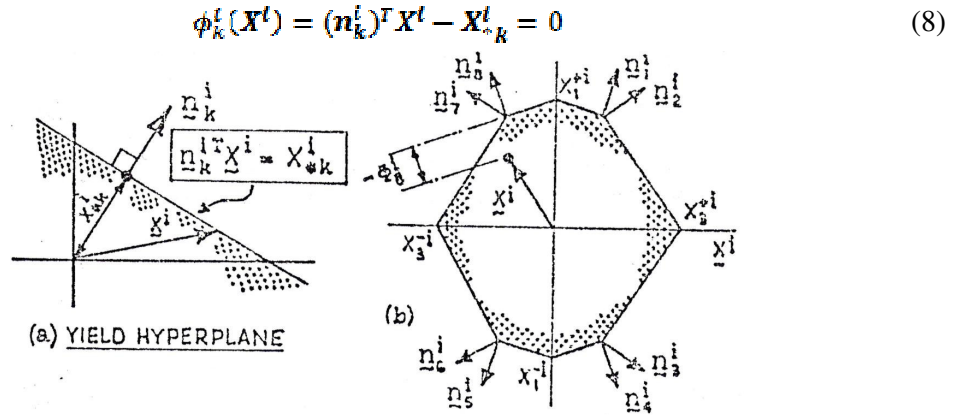


Figura 3 – Diagrama de interação para uma secção crítica (Smith, 1974).

a) Hiperplano de cedência. b) Superfície de cedência.

Agrupando as relações de plasticidade para todas as secções críticas,

$$\mathbf{N}^T \mathbf{X} - \mathbf{X}_* = \mathbf{0} \quad (9)$$

$$\Delta \mathbf{u} = \mathbf{N} \Delta \mathbf{u}_* \quad (10)$$

$$\Delta U = \mathbf{X}_*^T \Delta \mathbf{u}_* \quad (11)$$

com, 
$$\phi_* \leq \mathbf{0}; \Delta \mathbf{u}_* \geq \mathbf{0}; \phi_k^T \Delta \mathbf{u}_* = 0 \quad (12)$$

sendo  $\Delta U$ , é a dissipação plástica de energia;

O número de hiperplanos que aproxima linearmente as relações plásticas é  $h$ . Assim,  $\mathbf{X}_*$  lista as  $h$  componentes de  $\mathbf{X}_{*k}^i$ , enquanto que as  $h$  linhas de  $\mathbf{N}^T$  contém as componentes de  $(\mathbf{n}_k^i)^T$  ordenadas para corresponder à localização do vector  $\mathbf{X}^i$  com  $S$  componentes, correspondendo aos esforços a interagir;  $\Delta \mathbf{u}_*$  é o vector com  $h$  componentes representando a amplitude da activação da secção do correspondente hiperplano de cedência  $\phi_* = \mathbf{0}$ , ou seja os parâmetros  $\Delta \lambda_k$  de (7), e  $\mathbf{N}$  correspondente a  $\frac{\partial \phi_k}{\partial X_j}$ .

## 2. FIABILIDADE NÍVEL III

### 2.1. Método de Monte Carlo

O método de MC tem sido utilizado de modo a obter aproximações numéricas de funções complexas. Envolve a geração de observações (amostras) de alguma distribuição de probabilidade para aproximar a função desejada. As aplicações mais comuns na análise numérica pretendem aproximar integrais multidimensionais, representando um valor esperado (esperança matemática). A Figura 4 ilustra de uma forma simplificada a simulação de MC. Trata-se de um método iterativo para avaliar um modelo determinístico,  $f(\mathbf{x})$  usando um conjunto de valores aleatórios como entradas, geralmente utilizado quando o modelo é

complexo ou não-linear. O sucesso da simulação é a qualidade da entrada, nomeadamente do gerador que as origina. Actualmente esse problema não se coloca, mas o inconveniente do método tal como no passado deve-se ao elevado número de simulações, crescendo exponencialmente com o número de v.a.'s. No entanto existem formas de ultrapassar este facto.

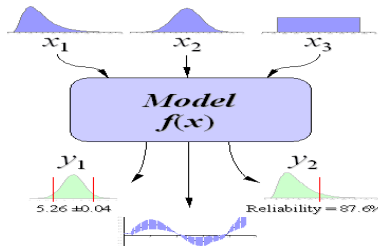


Figura 4 – Esquema mostrando o princípio da simulação de MC (VERTEX42, web).

### 2.2 Geração de V.A.'s com Distribuição Não Uniforme

Os métodos baseados na simulação de MC necessitam de um elevado número de simulações mutuamente independentes. Esta sequência de números pode ser gerada a partir do computador. Contudo, estes geradores fornecem uma sequência de números no intervalo  $]0,1[$  seguindo uma distribuição uniforme. Geralmente as distribuições que representam os fenómenos aleatórios no que diz respeito à Eng<sup>a</sup> Civil seguem distribuições não uniformes. Para fazer esta transição existem várias técnicas, sendo a mais geral a transformação isoprobabilística inversa, representado esquematicamente na Figura 5.

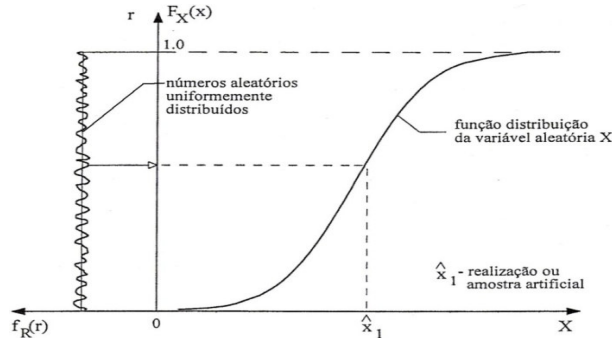


Figura 5 – Método da transformação inversa (adaptado de Henriques et al, 1995)

Seja  $Y$  uma v.a. definida por:  $Y = F_X(x) = P(X \leq x)$ . Recorrendo à definição da função de distribuição de  $Y$ ,

$$F_Y = P(Y \leq t) = P(F_X(x) \leq t) = P(P(X \leq x) \leq t) = \begin{cases} 0 & \text{se } t < 0 \\ P(X < F_X^{-1}(t)) & \text{se } 0 \leq t < 1 \\ 1 & \text{se } t \geq 1 \end{cases} \quad (13)$$

O contradomínio de  $F_Y(t)$  que interessa é naturalmente em  $t \in ]0,1[$ , donde:

$$F_Y(t) = P(X < F_X^{-1}(t)) = F_X[F_X^{-1}(t)] = t \quad (14)$$

Pela equação anterior, o facto da v.a.  $Y$  ser uniforme em  $]0,1[$  é exactamente equivalente à v.a.  $X$  ter uma distribuição genérica  $F_X$ . Ou de outra forma, gerar um valor  $x$ , proveniente de uma população não uniforme é equivalente a gerar uniformemente um número aleatório  $t$  no intervalo  $]0,1[$  e determinar de seguida  $F_X^{-1}(t)$ .

Na resolução de um exemplo de aplicação a estes métodos, consideram-se gaussianas todas as variáveis aleatórias. A aplicação da transformação requer contudo que seja possível inverter analiticamente a função de distribuição de  $X$ , tornando o principal inconveniente do método. Note-se que não pode ser aplicável à lei normal, pois como é sabido não existe a primitiva de  $e^{-\frac{1}{2}x^2}$ . Para contornar este problema existem várias técnicas para resolver o caso da distribuição normal com particular relevância para a denominada Box-Muller. Resumidamente o método transforma directamente duas v.a.  $U_1$  e  $U_2$  independentes e uniformes,  $U_1, U_2 \sim U(]0,1[)$  em duas v.a.'s  $Z_1$  e  $Z_2$  igualmente independentes e com distribuição padronizada,  $Z_1, Z_2 \sim \mathcal{N}(0,1)$ , relacionadas da seguinte forma:

$$Z_1 = (-2\ln U_1)^{1/2} \cos(2\pi U_2); Z_2 = (-2\ln U_1)^{1/2} \sen(2\pi U_2) \quad (15)$$

Naturalmente para construir números aleatórios com média  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma$ , realiza-se a transformação seguinte, onde  $X_i \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ :

$$X_i = \mu + Z_i \sigma, i = \{1,2\} \quad (16)$$

É aconselhável adoptar este procedimento em detrimento do resultado fornecido pelo processador, dado poder existir falta de fidelidade na geração de números aleatórios nos geradores usualmente instalados, uma vez que para muitas aplicações tem uma qualidade insuficiente. A vantagem da utilização de técnica de Box-Muller é a garantia da independência das v.a.'s. No entanto, a qualidade deste gerador pseudo-aleatório tem de ser verificada usando técnicas estatísticas especializadas para averiguar a uniformidade da distribuição. Nomeadamente com os denominados testes de ajustamento, como por exemplo, Qui-Quadrado  $\chi^2$ , Kolmogorov-Smirnov, Cramer-von Mises e para o caso de v.a.'s normais, realizar igualmente testes de normalidade.

Para obter a probabilidade de rotura da estrutura é necessário efectuar a integração multidimensional expressa pela equação:

$$P_f = \int_{[g(\mathbf{X}) \leq 0]} \dots \int f_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n \quad (17)$$

Em alternativa recorre-se às técnicas de simulação, designada fiabilidade nível III. A técnica de Monte Carlo consiste na amostragem de valores aleatórios das respectivas distribuições  $f_X(x)$  calculando o número relativo de simulações onde de verifica  $g(\mathbf{X}) \leq 0$ , (Waards, 2000). Recorrendo à origem do conceito de probabilidade, Laplace (1812) definiu a denominada probabilidade clássica como o quociente entre o número de casos favoráveis à ocorrência do acontecimento,  $N_f$  e o número de casos possíveis de obter ao realizar a

experiência,  $N$ . No caso presente, o acontecimento corresponde à “ocorrência da rotura do membro ou estrutura associado a  $g(\mathbf{X})$ , ou seja  $g(\mathbf{X}) \leq 0$ ”. Então:

$$P_f = \frac{N_f}{N} \quad (18)$$

De forma equivalente, a probabilidade de violar o estado limite pode ser expresso, simplifcadamente, por:

$$P_f = \int \dots \int I[g(x) \leq 0] f_{\mathbf{X}}(x) dx = J \quad (19)$$

onde:

$I[\ ]$ , é uma função-indicador onde toma o valor 1 quando a expressão dentro de parêntesis é verdadeira e 0 caso contrário. Note-se que  $g(\mathbf{X})$  é uma v.a. em  $\mathbf{X}$ , como tal  $I[\ ]$  também é. A expressão anterior representa a esperança matemática  $E$ , do valor de  $I[\ ]$ . Por definição, para uma v.a. contínua,  $E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x) dx$ .

Seja  $\mathbf{X}_j$  o vector  $j$  das observações aleatórias definidas por  $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{0})$ . Pelo Método dos Momentos, facilmente podemos obter uma estimatriz de (17). Uma vez que  $E(I[\ ]) = \int \dots \int I[\ ] f_{\mathbf{X}}(x) dx$ ,  $\overline{I[\ ]} = \frac{\sum_{j=1}^n I[g(\mathbf{x}_j) \leq 0]}{N}$ , sendo  $\overline{I[\ ]}$  a estimativa para a média de  $I[\ ]$ . Deste modo (27) pode ser aproximada da seguinte forma:

$$P_f \cong \frac{\sum_{j=1}^n I[g(\mathbf{x}_j) \leq 0]}{N} - J_1 \quad (20)$$

A técnica de Monte Carlo é a mais usada, embora não seja a mais eficiente como veremos de seguida. De (28) levantam-se algumas questões, nomeadamente:

- Qual o tamanho da amostra para obter um resultado aceitável?
- Como melhorar a técnica para obter resultados mais adequados sem ter de aumentar o número de amostra, e portanto o esforço computacional?

A resposta à primeira questão não é consensual. Broding (1964) sugeriu uma primeira estimativa para o número de simulações  $N$ , para um determinado nível de confiança  $\alpha$  na probabilidade  $P_f$ , dado por:

$$N > \frac{-\ln(1-\alpha)}{P_f} \quad (21)$$

O número de v.a.'s a serem geradas seria por isso igual a  $N$  vezes o número de v.a.'s independentes. Mann et al (1974) sugerem 10000-20000, dependendo da FEL (do seu grau de linearidade). Bourgund e Bucher (1986), referem que o número de simulações depende especificamente do tipo de problema, nomeadamente da não-linearidade da FEL e/ou da não-normalidade das distribuições usadas, julgando-se suficiente o número de simulações da ordem dos 500 para a obtenção de bons resultados. Quando o erro associado é excessivo, duplicar o número de simulações geralmente é o suficiente. Naturalmente notou-se actualmente uma redução do número de simulações, uma vez que a qualidade dos geradores de números aleatórios é de melhor qualidade seja com a adopção de técnicas de Box-Muller ou equivalentes. Ainda sobre este aspecto, geralmente a qualidade dos números aleatórios

aumenta se o número de simulações coincidir com o período do gerador. Devido a este facto, é apropriado escolher para o número de simulações potências de 2. Por exemplo, em vez de 1000, seria apropriado realizar  $2^{10} = 1024$ .

Em seguida vai ser estimado o número de simulações necessárias para um determinado nível de confiança. A equação (20) é a soma de funções independentes com a mesma distribuição, então estamos nas condições do Teorema do Limite Central, desde que o número de amostras,  $N$  seja suficientemente grande. Admitindo esta hipótese, (20) segue uma lei normal assintótica,  $\frac{\sum_{j=1}^n I[g(\hat{x}_j) \leq 0]}{N} \sim \mathcal{N}(n\mu, n\sigma^2)$ , onde o símbolo  $\sim$  se lê “segue assintoticamente a distribuição”.

A esperança matemática e a variância facilmente são obtidas recorrendo à definição:

$$E(J_1) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{N} E[I(g \leq 0)] = E[I(g \leq 0)] \quad (22)$$

$$\sigma_{J_1}^2 = \sum_{j=1}^n \frac{1}{N^2} Var[I(g \leq 0)] = \frac{\sigma_{I(g \leq 0)}^2}{N} \quad (23)$$

Da última expressão verificamos que a estimativa obtida pelo método de Monte Carlo clássico varia directamente com o desvio padrão de  $I[ ]$  e inversamente com  $\sqrt{N}$ .

O número de simulações necessárias para um determinado nível de confiança, é determinado, recorrendo à inferência para a variância. Para tal é necessário uma estimativa de  $\sigma_{I[ ]}$ . Pela própria definição de variância, temos:

$$Var(I[ ]) = E[I[ ]^2] - (E[I[ ]])^2 \quad (24)$$

$$e \quad Var(I[ ]) = \int \dots \int I[g(x) \leq 0]^2 dx - J^2 \quad (25)$$

A variância amostral respectiva é:

$$s_{I(g \leq 0)}^2 = \frac{1}{N-1} \left( \left\{ \sum_{j=1}^n I^2 [g(\hat{x}_j) \leq 0] \right\} - \left\{ \frac{1}{N} \sum_{j=1}^n I [g(\hat{x}_j) \leq 0] \right\}^2 \right) \quad (26)$$

O nível de confiança para o número de vezes que a rotura ocorre ( $J_1$ ) é:

$$P \left( -k < \frac{J_1 - \mu}{\sigma} < k \right) = \alpha \quad (27)$$

$$P(\mu - k\sigma < J_1 < \mu + k\sigma) = \alpha \quad (28)$$

onde:

$\mu$ , é o valor esperado de  $J_1$ , dado pela expressão (22);

$\sigma$ , é conhecido através de expressão (23).

Geralmente usa-se um intervalo de confiança com  $\alpha = 95\%$ , donde se obtém pelas tabelas da lei normal  $\mathcal{N}(0,1)$ ,  $k = 1,96$ .

### 2.3. Monte Carlo com Redução da Variância

É possível refinar o método de Monte Carlo tornando-o tão eficiente como o original, mas considerando um número menor de amostras. De (23), verifica-se que a variância de  $J$ , e



portanto o erro associado é afectado pela variância de  $\sigma_f^2$  directamente e indirectamente pelo número de amostras  $N$ , ou seja o desvio padrão de  $\hat{f}$  diminui proporcionalmente com  $N^{-\frac{1}{2}}$ , conforme já foi referido anteriormente. Devido à baixa velocidade de convergência foram desenvolvidas processos para acelerar o processo, nomeadamente as técnicas de redução da variância (de  $\sigma_f^2$ ).

A única forma de reduzir a variância é adicionando informação à priori sobre o problema a resolver. Usualmente, a técnica consiste em realizar amostragens nas regiões com interesse, de modo que esta informação possa ser usada para reduzir a variabilidade da estimativa inicial. A técnica que vamos dar maior importância é a denominada Amostragem por Importância. Existe no entanto outras técnicas com estratégias semelhantes, por exemplo (Waarts, 2000):

- Integração Direccional;
- Amostragem Direccional;
- Amostragem Direccional mais Importante de Monte Carlo;

Ainda assim, devido à forte expansão que se realizou nos últimos anos, existem outras técnicas de redução da variância na literatura. A denominada esperança condicional baseia-se do Teorema de Bayes, particularmente importante no caso da v.a. de maior incerteza ser independente das restantes. A simulação Latin Hipercube é uma técnica onde as simulações são geradas de modo uniforme dentro de um cubo multidimensional centrado no ponto de projecto. Actualmente uma técnica também utilizada é chamada de Quasi-Monte Carlo. Em todos eles, o procedimento é idêntico. Para cada simulação é verificado o valor da FEL, e um indicador da rotura recebe o valor “1” caso pertença ao domínio da rotura e o valor “0” caso contrário. Uma estimativa é feita em função do número de falhas, a diferença reside na introdução de funções de “peso” das simulações.

#### 2.4 Amostragem por Importância (AI)

O integral que representa a probabilidade de rotura presente em (19) pode ser escrito de forma equivalente à inicial do modo seguinte:

$$J = \int \dots \int I[g(x) \leq 0] \frac{f_X(x)}{l_V(x)} l_V(x) dx \quad (29)$$

sendo  $l_V(x)$  a função densidade de probabilidade da Amostragem por Importância, cuja definição será vista mais detalhadamente de seguida.

De modo análogo ao efectuado para o Monte Carlo clássico, determinemos a esperança matemática da expressão anterior:

$$E(J) = E \left\{ I[g(v) \leq 0] \frac{f_X(x)}{l_V(x)} \right\} = E \left[ \frac{I_f}{l} \right] \quad (30)$$

donde se conclui que (17) pode ser escrita como um valor esperado, onde  $V$  é um vector aleatório com função densidade de probabilidade,  $l_V$ . Analisando Monte Carlo clássico e a Amostragem por Importância, verificamos que  $I[\ ]$  é substituída por  $I[\ ] \frac{f}{l}$ . Assim sendo, a estimativa de  $P_f$  pode ser realizada através de:

$$P_f \cong \frac{\sum_{j=1}^n I[g(\hat{\mathbf{v}}_j) \leq 0] \frac{f_{\mathbf{X}}(\hat{\mathbf{v}}_j)}{l_{\mathbf{V}}(\hat{\mathbf{v}}_j)}}{N} = J_2 \quad (31)$$

em que  $\hat{\mathbf{v}}_j$  representa o vector com valores amostrais obtidos por  $l_{\mathbf{V}}$ .

Pelas considerações anteriores verificamos facilmente que a escolha adequada da função  $l_{\mathbf{V}}$  é de grande importância. Por analogia directa entre (23) e (25), obtém-se a variância de  $J_2$ :

$$\text{Var}(J_2) = \frac{\text{var}(I_1^f)}{N} \quad (32)$$

Pela definição de variância, temos:

$$\text{Var}(I_1^f) = \int \dots \int \left( I \left[ \frac{f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})}{l_{\mathbf{V}}(\mathbf{x})} \right]^2 l_{\mathbf{V}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} - J^2 \right) \quad (33)$$

Para minimizar a variância de  $J_2$  é necessário minimizar a expressão anterior. Se a função  $l_{\mathbf{V}}(\cdot)$  for determinada através de:

$$l_{\mathbf{V}}(\mathbf{v}) = \frac{|I[f_{\mathbf{X}}(\mathbf{v})]|}{\int \dots \int |I[f_{\mathbf{X}}(\mathbf{v})]|} \quad (34)$$

substituindo em (5.21) obtém-se,

$$\text{Var}(I_1^f) = \left( \int \dots \int |I[f_{\mathbf{X}}(\mathbf{v})]| d\mathbf{v} \right)^2 - J^2 \quad (35)$$

Se o integrando  $|I[f_{\mathbf{X}}(\mathbf{v})]|$  não mudar de sinal, o integral múltiplo é idêntico a  $J$ , logo  $\text{Var}(I_1^f) = 0$ . Neste caso, a função óptima  $l_{\mathbf{V}}(\cdot)$  é obtida por (34) como:

$$l_{\mathbf{V}}(\mathbf{v}) = \frac{I[g(\mathbf{v}) \leq 0] f_{\mathbf{X}}(\mathbf{v})}{J} \quad (36)$$

Ainda assim, não é grande ajuda visto ser necessário conhecer o integral completo de  $J$ . Contudo, se  $J$  for determinado aproximadamente, então a variância de  $I_1^f$  pode ser reduzida e para reduzi-la é necessário que  $l_{\mathbf{V}}(\mathbf{v})$  tenha a forma do integrando de (19) dividido por  $J$ . Neste pressuposto,  $\frac{l_{\mathbf{V}}(\mathbf{v})}{|I[f_{\mathbf{X}}(\mathbf{v})]|} \cong \text{constante} \ll 1$  (Shreider, 1966).

No caso do integrando mudar de sinal, adiciona-se uma constante suficientemente grande para torná-lo à forma acima definida, mas o resultado obtido pode ser mais fraco (Rubinstein, 1981). DE (35) conclui-se que uma boa escolha de  $l_{\mathbf{V}}(\cdot)$  pode conduzir a um resultado aparentemente surpreendente, originando uma variância nula na estimativa de  $J$ , no caso de o integrando não mudar de sinal. Obtendo uma estimativa inicial que aproxime  $J$  em (36) podemos obter melhores resultados com menos simulações. A diferença entre MC e o AI pode ser visualizada na Figura 6.

A dificuldade do método é a determinação de funções  $l_{\mathbf{V}}(\cdot)$  óptimas, onde a selecção apropriada destas só pode ser realizada através de informação disponível. Num problema de fiabilidade multidimensional a região de maior interesse é a hiperzona onde  $g(\mathbf{X}) \leq 0$  e mais particularmente a região de maior densidade de probabilidade contida nesta (Melchers, 1987).

Na generalidade dos casos a identificação dessa região não é fácil, sendo que um dos procedimentos possível é identificando o valor  $x^*$  que corresponde ao maior valor de  $f_X(x)$ . Uma vez identificado  $x^*$ , a escolha de  $l_V(\cdot)$  pode ser feita aproximadamente usando uma translação de  $f_X(x)$  tal que a sua média seja  $x^*$  (Harbitz, 1983). Melchers (1987), considera contudo uma distribuição mais apropriada para  $l_V(\cdot)$ , sendo  $l_V(\cdot) = l_V(v, C_v)$ , onde  $C_v$  é a matriz diagonal de  $\sigma_i^2$  e com média de  $V$  substituída por  $x^*$ . Esta distribuição fornece uma maior densidade de amostras para a zona que nos interessa, onde ocorre a rotura  $g(X) \leq 0$

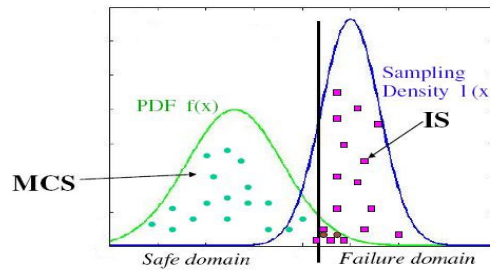


Figura 6 – Diferença entre os métodos de MC e AI (Komorova, 2007).

Foram efectuados Testes Estatísticos para Validação das Leis (Figura 7)

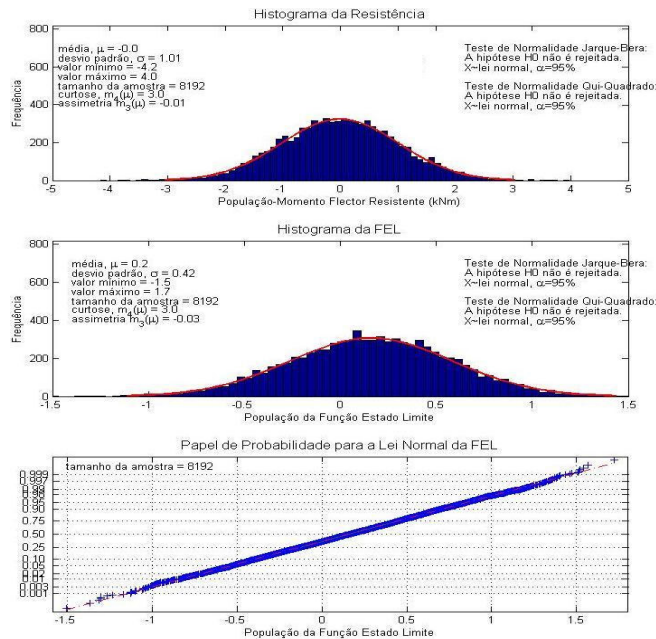


Figura 7 – Testes de Validação das Funções de Estado Limite

### 3. ESTRUTURA OFFSHORE

Para estruturas não correntes a análise de fiabilidade do III é particularmente aconselhada devido à possibilidade de controlo da probabilidade de atingir estados limites. Numa plataforma de exploração petrolífera (Figura 8) existe um risco significativo de rotura (*jacket-type offshore*), devido à possibilidade de ocorrência de ondas violentas de grande intensidade e amplitude. Neste tipo de estruturas a probabilidade de atingir estados limites deverá ser mais baixa que a praticada em estruturas correntes. A classe que se ajusta melhor a estas é a CC3 associada a uma classe de fiabilidade RC3 (Quadro 1).

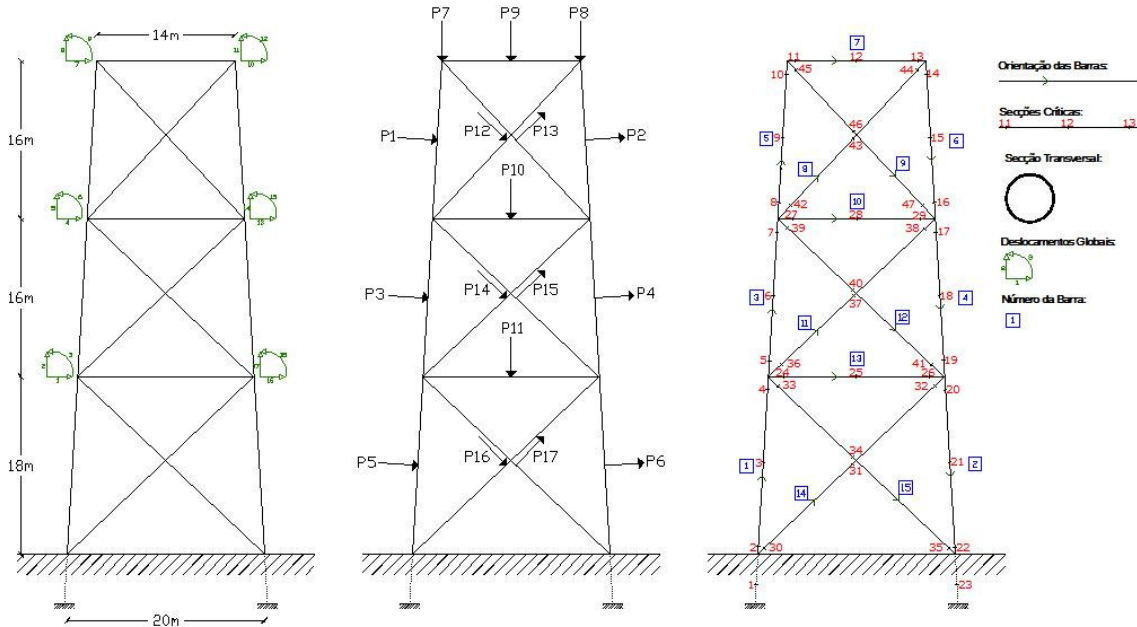


Figura 8 – Geometria, carregamento e orientação das barras para a plataforma *offshore*.

Só são consideradas como variáveis aleatórias a resistência do membro através da variabilidade do momento flector e das acções originadas pelas ondas do mar e das reacções do topo. No Quadro 1 são apresentadas as características geométricas e mecânicas dos elementos com secção transversal circular oca e no Quadro 2 o carregamento. O tipo de aço também é caracterizado pelo módulo de elasticidade,  $E = 210GPa$  e pela tensão de cedência média  $276MPa$ .

Vai ser desprezada em primeira aproximação a correlação entre os momentos resistentes. A probabilidade de rotura daí resultante é inferior sendo esta estimativa insegura. No entanto, verifica-se que o erro cometido é inferior a 5%.

O carregamento a aplicar à estrutura deve-se à incidência das ondas sobre ela. A resultante pode ser aproximada pela fórmula de Morison (Murotsu, 1987), sendo a cinemática (cálculo da velocidade das partículas de água e da aceleração) estimada pela Teoria de 3ª Ordem de Stokes. Consideram-se cargas aplicadas a meio vão das respectivas barras.

Barras	Diâmetro Exterior $D_{ext}$ (m)	Espessura $e$ (mm)	Área Transversal $A$ (m <sup>2</sup> )	Momento de Inércia $I$ (m <sup>4</sup> )	Média do Momento Plástico $X_{1,pl}$ (kNm)	Coefficiente de Variação $\Omega$
1;2	0,76	35,6	0,0810	$5,587 \times 10^{-3}$	5286,0	0,08
3;4;5;6	0,70	30,3	0,0638	$3,746 \times 10^{-3}$	3842,0	0,08
7	0,36	14,2	0,0154	$2,396 \times 10^{-4}$	476,9	0,08
8;9	0,46	14,3	0,0200	$5,147 \times 10^{-4}$	798,5	0,08
10	0,36	14,2	0,0154	$2,396 \times 10^{-4}$	476,9	0,08
11;12	0,46	14,3	0,0200	$5,147 \times 10^{-4}$	798,5	0,08
13	0,36	15,4	0,0167	$2,597 \times 10^{-4}$	517,8	0,08
14;15	0,46	17,8	0,0247	$6,296 \times 10^{-4}$	980,4	0,08

Quadro 1 – Características geométricas e mecânicas dos elementos (Murotsu et al, 1987).

Tipo de Acção	Nº	Valor médio (kN)	Coefficiente de Variação	Tipo de Acção	Nº	Valor médio (kN)	Coefficiente de Variação
Ondas	P <sub>1</sub>	368,1	0,42	Ondas	P <sub>10</sub>	5,5	0,68
	P <sub>2</sub>	334,1	0,38		P <sub>11</sub>	3,7	0,45
	P <sub>3</sub>	181,5	0,41		P <sub>12</sub>	139,0	0,33
	P <sub>4</sub>	169,6	0,36		P <sub>13</sub>	205,0	0,46
	P <sub>5</sub>	142,7	0,41		P <sub>14</sub>	72,3	0,31
	P <sub>6</sub>	137,6	0,33		P <sub>15</sub>	88,9	0,45
Reacção (Deck)	P <sub>7</sub>	2490	0,10	P <sub>16</sub>	56,9	0,34	
	P <sub>8</sub>	2490	0,10	P <sub>17</sub>	59,9	0,40	
Ondas	P <sub>9</sub>	4,5	1,74				

Quadro 2 – Valores médios e coeficientes de variação para as acções das ondas e reacções (Murotsu et al, 1987).

uma curva no plano  $X_1^i O X_3^i$ , é assumido a linearização da fórmula de interacção. Então a plastificação de uma dada secção verifica-se quando:

$$\frac{X_3^i}{A_i} + \frac{X_1^i}{I_i/v_i} < \sigma_{pl}^i \quad (37)$$

onde:

$\sigma_{pl}^i$ , é a tensão resistente do elemento na secção  $i$ ;

$v_i$ , a distância do eixo de neutro à fibra mais afastada.

Do mesmo modo, pode reescrever-se a expressão anterior de forma a obter a desigualdade em termos de momentos plásticos resistentes, ou seja:

$$\frac{l_i/v_i}{A_i} X_3^i + X_1^i \leq X_{1pl}^i \quad (38)$$

O diagrama de interacção representado na Figura 9b foi utilizado no artigo base (Murotsu et al, 1987) apresentando algum erro associado devido à linearização. Um diagrama mais rebuscado e naturalmente mais complexo é o apresentado na Figura 9a, considerando um número maior de hiperplanos de forma a aproximar à curva teórica. Evidentemente, caso o número de hiperplanos tenda para infinito, a superfície de cedência aproxima-se da lei teórica contudo, a informação necessária para caracteriza-la é bastante maior levando também a um esforço computacional maior. Devido a este mesmo facto, vamos considerar o diagrama presente na Figura 9c, assumindo que as barras estão comprimidas (situação mais desfavorável à estabilidade) quando actua a carga de colapso e onde não existe limite caso a secção esteja à tracção. A superfície de cedência é aproximada por apenas 2 hiperplanos para cada secção crítica  $i$ , caracterizado pelos vectores normais,  $\mathbf{n}_j^i$ .

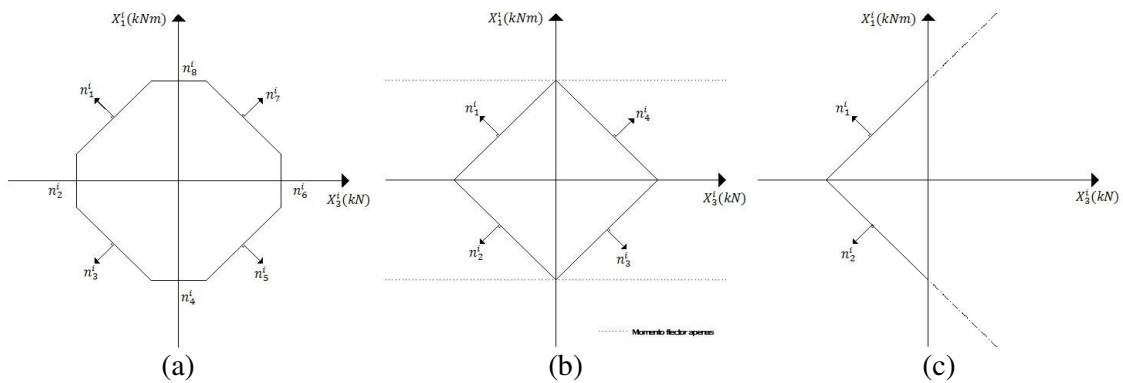


Figura 9 – Diagramas de interacção  $X_1 - X_3$ . a) Diagrama de interacção octogonal.

b) Utilizado no artigo base. c) Diagrama usado neste documento.

Na Figura 10 são apresentados os modos de rotura dominantes utilizando o  $\beta$ -unzipping (análise incremental com variáveis aleatórias) originando uma sequência de formação de rótulas plásticas (árvore combinatória). Por comodidade de escrita serão designados por  $MEC i$  para  $i = \{1,2,3,4,5 \text{ e } 6\}$ .

Desta figura verifica-se que está sempre presente um mecanismo tipo viga,  $\{45,46,47\}$ . Mesmo que o mecanismo de rotura seja localizado, como é o caso, considera-se que a estrutura foi danificada ao atingir a carga de colapso segundo a análise plástica limite, APL. O Quadro 3 indica as probabilidades de rotura que correspondem aos modos dominantes.

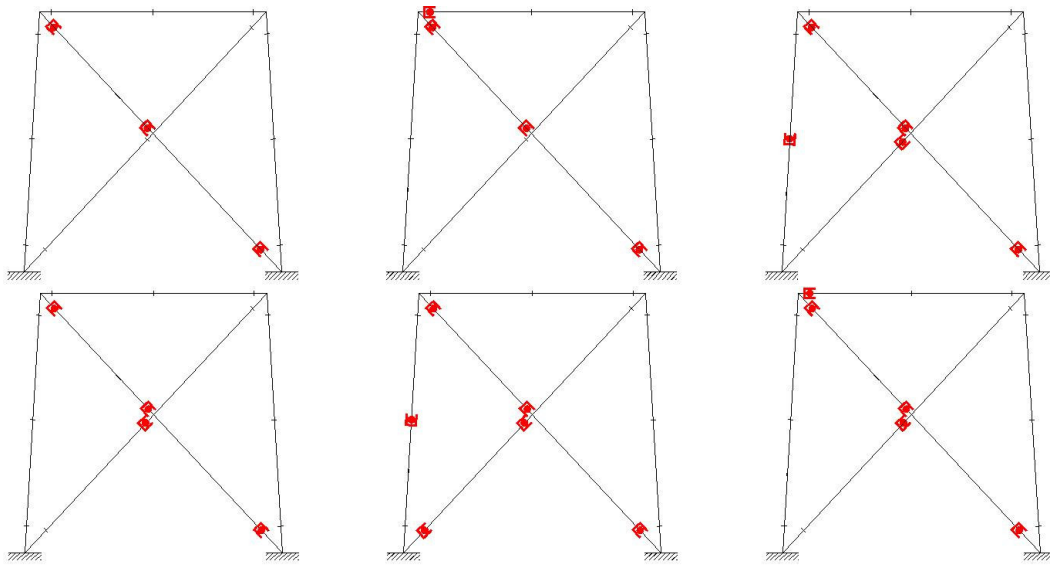


Figura 10 – Modos de rotura dominantes, MEC 1,2,...,6 (lido da esquerda para a direita).

Designação	Secções Participantes	Probabilidade de Rotura $P_f$
MEC 1	[45,46,47]	$0,701 \times 10^{-2}$
MEC 2	{11,45,46,47}	$8,498 \times 10^{-2}$
MEC 3	{9,43,45,46,47}	$8,149 \times 10^{-2}$
MEC 4	{9,43,45,46,47}	$7,846 \times 10^{-2}$
MEC 5	{9,42,43,45,46,47}	$7,728 \times 10^{-2}$
MEC 6	{11,43,45,46,47}	$7,723 \times 10^{-2}$

Quadro 3 – Probabilidade de rotura para os modos dominantes (Murotsu et al, 1987).

Os valores obtidos por estes autores não podem ser considerados como um dimensionamento, apenas o resultado da aplicação de métodos de fiabilidade com base nos dados indicados. Seguidamente serão apresentados os resultados obtidos aplicando os métodos descritos anteriormente. Estes derivaram de programação realizada pelo 1º autor em MATLAB (v. R2008a), devido à robustez e fundamentalmente pelas suas potencialidades.

### 3. 1. Monte Carlo

Em muitas aplicações os métodos de nível III são usados para validar os resultados fornecidos pelas aproximações de nível II. Nestes métodos, o aspecto fundamental é a amostra, mais propriamente a sua qualidade. Existem vários testes de ajustamento. Neste trabalho é testada a veracidade de uma entre duas hipóteses antagónicas, acerca da forma da distribuição, através de dois testes distintos: a lei do Qui-Quadrado  $\chi^2$  e de um teste de normalidade, designadamente o teste de Jarque-Bera. Justifica-se a adopção do primeiro devido à aplicabilidade a leis distintas, e o segundo por ser um teste específico para a adopção de leis

normais. Cantlemo e Ferreira (2007) baseados em experimentos, recomendam a adopção de testes de normalidade, baseados na curtose e na assimetria, para  $n \geq 100$ .

Suponhamos então que pretendemos testar uma hipótese  $H_0$  (hipótese nula ou privilegiada) contra uma hipótese alternativa  $H_1$ , ambas relacionadas com distribuição normal de uma variável  $X$ . A decisão estatística de aceitar (ou não rejeitar) e de rejeitar é definida à custa da denominada estatística de teste. A qualidade da amostra tem de ser verificada para todas as v.a.'s, nomeadamente uma que gere a resistência,  $R$  da estrutura e outra a acção,  $A$ . Para ELU a FEL é a diferença entre o trabalho interno e externo, sendo uma função linear:

$$g = aR + bA, \text{ tal que } R, A \sim \mathcal{N} \quad (38)$$

onde:

$$a \text{ uma constante, tal que: } a = \sin\left(90^\circ - \arctg \frac{1_I/v_I}{A_I}\right) \Delta u_{*}; \quad (39)$$

$$b \text{ uma constante, tal que: } b = b_0^I N \Delta u_{*}. \quad (40)$$

Deste modo prova-se facilmente caso  $R, A \sim \mathcal{N}$ , então  $g$  também segue lei normal e como tal deverá ser verificada esta hipótese nos testes estatísticos. A Figura 27 traduz o processo da simulação de MC.

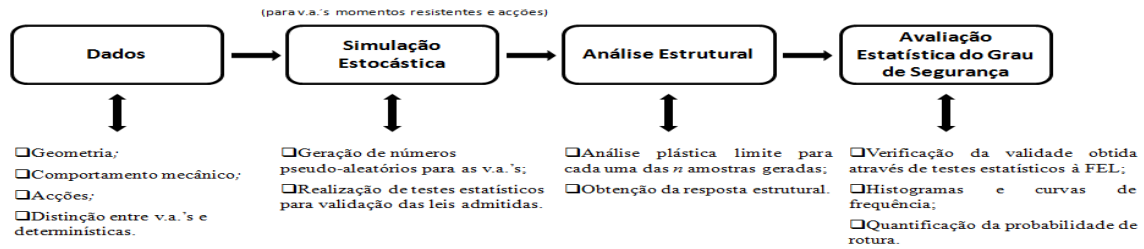


Figura 11 – Organograma do processo de simulação de MC.

Durante o processo de simulação estocástica é conveniente efectuar um conjunto de simulações iniciais de geração de números aleatórios, de modo a efectuar um “aquecimento” do gerador, que não deverão ser levadas em conta. Após o “aquecimento” podemos efectuar um ciclo sobre o número de amostras na obtenção da resposta, contudo devido ao fenómeno de aleatoriedade julga-se conveniente proceder também a um mínimo de 3 simulações para o mesmo objectivo a atingir e verificar se os desvios são admissíveis, caso contrário continuar até obter uma sequência uniforme. O Quadro 4 resume a simulação de MC para os mecanismos considerados em ELU, onde além de  $P_f$  também é apresentado o valor do erro estatístico,  $S_g$  e do erro (absoluto) cometido ao utilizar o método aproximado FOSM. O valor obtido pelo MC é considerado como exacto. O erro estatístico pode ser definido como:

$$S_g = \sqrt{\frac{s^2}{n}} \quad (41)$$



Devido ao número finito de simulações existe sempre algum erro associado, que  $S_e$  permite estimar. Note-se contudo, que este erro não pode ser usado para comparar MC com AI devido a ser função de  $n$ .

$n$	$2^{10} = 1024$ ( $S_e \cong 0.47\%$ )		$2^{11} = 2048$ ( $S_e \cong 0.23\%$ )		$2^{12} = 4096$ ( $S_e \cong 0.12\%$ )		$2^{13} = 8192$ ( $S_e \cong 0.05\%$ )	
	$P_f$ ( $\times 10^{-4}$ )	<i>Erro</i> (%)	$P_f$ ( $\times 10^{-4}$ )	<i>Erro</i> (%)	$P_f$ ( $\times 10^{-4}$ )	<i>Erro</i> (%)	$P_f$ ( $\times 10^{-4}$ )	<i>Erro</i> (%)
MEC 1	<b>3,584</b>	1,28	3,525	0,69	3,494	0,38	3,458	0,02
MEC 2	<b>3,379</b>	0,72	<b>3,540</b>	0,89	<b>3,335</b>	1,16	<b>3,430</b>	0,14
MEC 3	<b>2,695</b>	0,98	<b>2,754</b>	1,57	<b>2,637</b>	0,40	<b>2,621</b>	0,24
MEC 4	<b>3,144</b>	1,89	<b>3,369</b>	0,06	<b>3,308</b>	0,25	<b>3,344</b>	0,11
MEC 5	<b>2,432</b>	1,54	<b>2,554</b>	0,32	<b>2,498</b>	0,88	<b>2,633</b>	0,47
MEC 6	<b>3,351</b>	1,55	<b>3,352</b>	0,01	<b>3,345</b>	0,06	<b>3,374</b>	0,23

Quadro 4 – Probabilidade de rotura para os modos dominantes, considerando interacção entre esforços.

Uma questão já levantada prende-se com o tempo de computação. Naturalmente o número de v.a's é função deste tempo de computação. Como exemplo, o tempo exigido para o número mínimo e máximo de amostras considerado no cálculo da probabilidade de rotura do mecanismo estocasticamente mais importante usando um computador 4GB, foi de 10,1s para o primeiro caso e 69,1s para o segundo.

### 3.2 Amostragem por Importância, AI

A probabilidade de rotura da estrutura obtém-se integrando:

$$P_f = \int_{E_1 \cup \dots \cup E_k} f_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n = \int_{g(X) < 0} f_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n \quad (42)$$

Neste caso particular a FDPC é definida em  $\mathbb{R}^2$  e o gráfico em  $\mathbb{R}^3$ . O domínio  $\mathbb{R}^2$  poderia conduzir à ideia errada de que seria possível obter analiticamente e facilmente a  $P_f$  integrando o volume na região onde é verificado a FEL. Uma vez que a v.a.  $R$  gera toda a resistência das barras do mesmo modo que  $A$  gera as acções nestas, a FDPC é dada pelo produto das distribuições normais individuais:

$$f_{R,A}(r, a) = f_R(r) f_A(a) \quad (43)$$

onde:

$$f_R(r) = \sum_{i=1}^{15} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{r_i}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{r_i - \mu_{r_i}}{\sigma_{r_i}}\right)^2}; R_i \sim \mathcal{N}(m_{r_i}, \sigma_{r_i}^2) \quad (44)$$

$$f_A(a) = \sum_{j=1}^{17} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{a_j}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{a_j - \mu_{a_j}}{\sigma_{a_j}}\right)^2}; A_j \sim \mathcal{N}(m_{a_j}, \sigma_{a_j}^2) \quad (45)$$

originando uma superfície em  $\mathbb{R}^3$  com um conjunto de “picos” mais elevados que outros.

A estimativa da probabilidade de rotura pode ser aproximada por:

$$P_f \simeq \frac{\sum_{j=1}^n I[g(\hat{v}_j) \leq 0] \frac{f_X(\hat{v}_j)}{f_V(\hat{v}_j)}}{N} \quad (46)$$

e a dificuldade reside na forma da função de densidade de probabilidade da AI. O modo de definir uma função deste tipo foi localizar a zona correspondente ao maior valor da função de densidade conjunta  $f_{R,A}$  e centra-la neste ponto,  $\mathbf{x}^*$  (centrar, significa fixar a sua média em torno deste). Este processo pode ser bastante complexo, no entanto todos os mecanismos possuem as secções participantes {45,46,47} do mecanismo parcial tipo viga, contribuindo para tal a acção  $P_{13}$ . Deste modo uma boa estimativa para  $\mathbf{x}^*$  pode ser determinada considerando uma nova FDPC originada apenas com  $A_{13}$  para a acção e a resistência da barra  $R_3$ . Facilmente é determinado, sabendo as coordenadas do ponto onde a função de densidade conjunta atinge o seu valor máximo. Na Figura 12 seguinte está representada a diferença entre MC e AI, onde é visível esta translação.

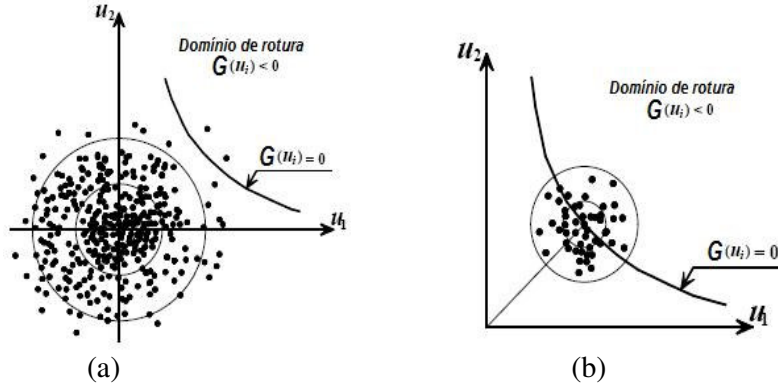


Figura 12 – Simulações. a) MC. b) AI (adaptado de Neves, 2004).

Deste modo, podemos definir um vector  $\mathbf{v} := \mathbf{u} + \text{proj}_{\mathbf{u}} \mathbf{x}^*$ . No domínio  $\mathbb{R}^2$ , obtém-se:

$$(v_1, v_2) = (u_1, u_2) + (\text{proj}_{\mathbf{u}} x_1^*, \text{proj}_{\mathbf{u}} x_2^*) = (u_1 + \text{proj}_{\mathbf{u}} x_1^*, u_2 + \text{proj}_{\mathbf{u}} x_2^*) \quad (47)$$

$$\frac{f_X(\hat{v}_j)}{f_V(\hat{v}_j)} = \frac{\frac{1}{2\pi\sigma_u\sigma_a} e^{-\frac{1}{2}[(u_1)^2 + (u_2)^2]}}{\frac{1}{2\pi\sigma_{v_1}\sigma_{v_2}} e^{-\frac{1}{2}[(u_1 + \text{proj}_{\mathbf{u}} x_1^*)^2 + (u_2 + \text{proj}_{\mathbf{u}} x_2^*)^2]}} \quad (48)$$

Pela definição de variância,  $\text{Var}(V) = \text{Var}(X)$ , onde  $V := X + a$ ,  $a \in \mathbb{R}$

$$\frac{f_X(\hat{v}_j)}{f_V(\hat{v}_j)} = e^{-\frac{1}{2}[(u_1)^2 + (u_2)^2 - (u_1 + \text{proj}_{\mathbf{u}} x_1^*)^2 + (u_2 + \text{proj}_{\mathbf{u}} x_2^*)^2]} \quad (49)$$

$$\frac{f_X(\hat{v}_j)}{f_V(\hat{v}_j)} = e^{-\left[\langle \mathbf{u}, \text{proj}_{\mathbf{u}} \mathbf{x}^* \rangle + \frac{\beta^2}{2}\right]} \quad (50)$$

sendo:

$\langle \mathbf{u}, \text{proj}_{\mathbf{u}} \mathbf{x}^* \rangle$ , significa produto interno de  $\mathbf{u}$  com  $\text{proj}_{\mathbf{u}} \mathbf{x}^*$ ;

$\beta$ , é a distância da origem desde a origem ao ponto de dimensionamento no espaço normalizado,

$$\beta = \sqrt{(\text{proj}_{\mathbf{u}} \mathbf{x}_1^*)^2 + (\text{proj}_{\mathbf{u}} \mathbf{x}_2^*)^2} \quad (51)$$

Finalmente a estimativa para a probabilidade de rotura é obtida através de:

$$P_f \simeq \frac{\sum_{j=1}^N I[g(\hat{\theta}_j) < 0]}{N} - \left[ \frac{\langle \mathbf{u}, \text{proj}_{\mathbf{u}} \mathbf{x}^* \rangle + \frac{\beta^2}{2}}{\sigma} \right] \quad (52)$$

Os gráficos da Figura 13 representam a FDPC conforme (43) e as FEL em  $\mathbb{R}^3$  e  $\mathbb{R}^2$  para os mecanismos estocasticamente mais importantes. Atente-se também à região onde se verifica a rotura,  $A > R$ .

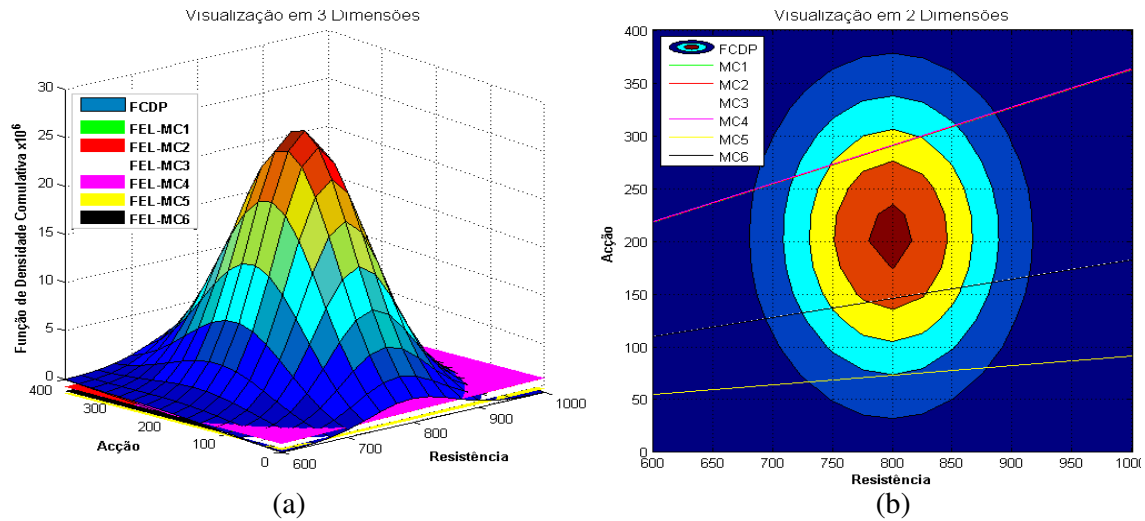


Figura 13– FDPC. a) Visualização em 3D. b) Visualização em 2D.

A comparação entre dois métodos de amostragem pode envolver uma série de dimensões de comparação, como por exemplo a velocidade de convergência, a exactidão do resultado obtido na simulação ou o grau de complexidade (Saliby e Moreira, 2008). No presente documento justifica-se apenas os dois primeiros critérios, apresentandos no Quadro 5. Para tal achou-se suficiente realiza-lo considerando interacção entre esforços. Contudo, a diferença seria mais clara caso o número de v.a.'s fosse superior. O erro estatístico é da mesma ordem de grandeza usando quer MC quer a AI, com  $S_e$  determinado neste último caso como (41), mas substituindo  $I[ ]$  por  $I[ ]_I^f$  na variância amostral.

<i>Mecanismo</i>	Valor Exacto $P_f (\times 10^{-1})$	AI com $n = 1024$	Diferença relativa
MEC 1	3,4583	3,4668	0,25%
MEC 2	<b>3,4375</b>	3,4473	0,29%
MEC 3	<b>2,6208</b>	<b>2,6074</b>	0,51%
MEC 4	<b>3,3435</b>	<b>3,3203</b>	0,69%
MEC 5	<b>2,6331</b>	<b>2,6465</b>	0,51%
MEC 6	<b>3,3740</b>	<b>3,3506</b>	0,69%

Quadro 5 – Verificação da rapidez de convergência de MC com a AI, para ELU.

Para além do cálculo dos Estados Limites Últimos foi avaliada a resposta da estrutura em serviço (Estados Limites de Utilização) através da limitação dos deslocamentos nodais e das tensões nas barras (A.R.D. Martins, 2009). Geralmente neste tipo de estruturas os estados limites de utilização não são condicionantes para o dimensionamento, ao contrário do que se passa em algumas estruturas correntes. As tensões são baixas com excepção da secção 47. Se o tipo de aço utilizado for 355 MPa, a probabilidade de atingir o estado limite de utilização reduzir-se-ia 3 vezes na secção mais esforçada.

## REFERÊNCIAS

- [1] A.J.B. Anjo , R. Fernandes e A.S. Carvalho, “*Curso de Matlab*”. Principia, Cascais(2003).
- [2] P.H.Waarts, “*Structural Reliability using Finite Element Methods*”, Delft University Press, Netherlands, (2000).
- [3] Importance Sampling Procedure Using Design Points User’s Manual – Version 1. *Institute of Engineering Mechanics – University of Innsbruck, Österreich* (1986).
- [4] I. Komorova. “*Simulation Based Methods for Structural Reliability Analysis*”, Institute of Engineering Mechanics – University of Innsbruck, Österreich (2007).
- [5] Y. Murotsu, M. Kishi,H. Okada,Y. Ikeda e S. Matsuzaki, “Probabilistic Collapse Analysis of Offshore Structure”. *Journal of Offshore Mechanics and Artic Engineering*, Vol. 109, pp.270-277, (1987).
- [6] A.R.D.Martins, *Avaliação da Fiabilidade de uma Estrutura Offshore, Dissertação de Mestrado Integrado*, Universidade de Coimbra, 2009.