

HELENA SOFIA DE CASTRO FELGA RAMOS PAIS

Estrelas de quarks num campo magnético forte

Dissertação de Mestrado em Física
com Especialização em Física Nuclear e de Partículas

Departamento de Física,
Universidade de Coimbra
11 de Julho de 2008

HELENA SOFIA DE CASTRO FELGA RAMOS PAIS

Estrelas de quarks num campo magnético forte

Dissertação de Mestrado em Física
com Especialização em Física Nuclear e de Partículas

Orientadora: Prof. Constança Providência

Departamento de Física,
Universidade de Coimbra
11 de Julho de 2008

Conteúdo

1	Resumo	7
2	Introdução	9
3	Estrelas Compactas	10
4	Equação de estado (EoS) de um gás de Fermi para nucleões e electrões	11
4.1	Limites das altas e baixas densidades	15
4.1.1	Resultados	16
4.2	Equação de estado (EoS) de um gás de Fermi para nucleões, electrões e muões	18
4.3	Constituição das estrelas de neutrões	19
5	Estrelas de Quarks	21
5.1	O Modelo da Sacola do MIT	21
5.2	EoS da matéria de quarks	22
5.2.1	Temperatura zero	23
5.3	Estrelas de matéria de quarks	24
5.4	Resultados	25
6	Magnetares	28
7	Determinação da EoS para matéria estelar de quarks na presença de um campo magnético forte	30
7.1	Resultados	32
8	Transição de fase matéria hadrónica-matéria de quarks	35
9	Equações de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV)	40
10	Resumo e Conclusões	45
A	Níveis de Landau	50
B	Lagrangiano do modelo GM3	52

1 Resumo

Neste trabalho, começamos por estudar a equação de estado (EoS) de um gás de Fermi para nucleões e electrões em equilíbrio beta. De seguida, discutimos a EoS para a matéria de quarks, no âmbito do modelo da sacola do MIT. O efeito de campos magnéticos fortes na EoS de matéria de quarks foi também incluído, para depois estudar a transição de fase matéria hadrónica - matéria de quarks. Finalmente, integrando as equações de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV), obtivemos gráficos da massa gravítica em função do raio para todas as famílias de estrelas consideradas.

2 Introdução

O trabalho de investigação que apresento nesta tese foi realizado no âmbito do projecto PTDC/FIS/64707/2006, “Das partículas às estrelas compactas” e teve como finalidade principal estudar a equação de estado (EoS) de matéria estelar densa, formada apenas por quarks, na presença de campos magnéticos fortes. O trabalho consistiu em:

- a) Determinação da energia de uma partícula relativista num campo magnético;
- b) Estudo do modelo da sacola do MIT;
- c) Determinação de EoS para matéria estelar de quarks no âmbito de um modelo de sacola do MIT generalizado;
- d) Determinação de EoS para matéria estelar de quarks na presença de um campo magnético forte;
- e) Estudo do efeito do campo magnético na transição de fase matéria hadrónica-matéria de quarks em matéria estelar.

Como ponto de partida e motivação para o trabalho desenvolvido, faço, na secção 3, uma pequena introdução sobre estrelas compactas.

Na secção 4, como introdução ao estudo da equação de estado (EoS) de um objecto compacto, discuto a EoS de um gás de Fermi para nucleões e electrões livres, com vista a tentar mostrar qual será a constituição de uma estrela de neutrões.

Segue-se, na secção 5, a discussão da determinação de uma EoS para estrelas de quarks, no âmbito do modelo da sacola do MIT.

Na secção 6, faço uma pequena introdução sobre magnetares para depois, na secção 7, estudar a EoS para matéria estelar de quarks na presença de um campo magnético forte.

Na secção 8 é discutida a transição de fase matéria hadrónica-matéria de quarks e na secção 9 são introduzidas as equações de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV) para vermos, depois de integradas, qual a relação entre a massa e o raio de famílias de estrelas de matéria de quarks, estrelas de matéria hadrónica e estrelas híbridas.

Finalmente, na secção 10, faço um pequeno resumo com respectiva análise aos resultados que obtivemos.

No apêndice A, são calculados os valores próprios da energia de uma partícula de Dirac sujeito a um campo magnético forte, para mostrar como surgem os níveis de Landau. No apêndice B indico o Lagrangiano do modelo GM3.

3 Estrelas Compactas

As estrelas compactas são o que resta das estrelas luminosas. O termo compacto refere-se ao facto destes objectos serem muito pequenos para a massa que têm. As estrelas de neutrões, as anãs brancas e os buracos negros fazem parte deste grupo.

Estes objectos são formados no fim da vida das estrelas. As estrelas de neutrões são as estrelas mais densas e pequenas conhecidas. São cerca de 10^{14} vezes mais densas que a Terra e a sua massa é cerca de 1.5 massas solares, o que nos indica que o seu raio há-de ter cerca de 15 km...

A noção de que uma estrela de neutrões surge a partir das cinzas de uma estrela luminosa no fim da sua evolução remonta a 1934 e ao estudo de explosões de supernovas de Baade e Zwicky.

Durante a vida luminosa da estrela, parte do hidrogénio original é convertido em elementos mais pesados, através de reacções nucleares, pelo calor produzido pela compressão gravitacional. Quando ferro suficiente é produzido - último elemento da cadeia de fusão - o centro da estrela, que contém este elemento tão pesado, colapsa e uma quantidade enorme de energia é libertada na explosão da estrela, quantidade esta suficiente para dividir os núcleos nos seus constituintes.

Os constituintes das estrelas de neutrões - leptões, bariões e quarks - são degenerados. Todos eles estão no estado de energia mais baixa possível. As reacções de fusão na estrela original chegaram ao fim, no que diz respeito à energia - o centro colapsou e a energia gravitacional foi libertada - os neutrinos escaparam. A estrela ficou sem fonte de energia para excitar os fermiões. Só a pressão de Fermi e a força nuclear são os responsáveis para que não haja um colapso gravitacional.

Às vezes, quando a massa é suficientemente alta, surge um buraco negro, objecto dinâmico cuja existência e propriedades externas podem ser entendidas à luz da Teoria Clássica da Relatividade Geral. Estes objectos têm uma massa superior a 3 massas solares e um raio menor que o das estrelas de neutrões. Um buraco negro com uma massa solar teria um raio da ordem de ~ 3 km.

Para além dos buracos negros, também as estrelas de neutrões e as anãs brancas são descritas à luz desta teoria.

Ao contrário das estrelas de neutrões, as anãs brancas são constituídas por núcleos imersos num gás de electrões. Estes núcleos são de hélio, carbono e oxigénio e, nalguns casos, também contêm elementos mais pesados, como o magnésio, dependendo de até onde a cadeia de reacções nucleares chegou, antes de ocorrer o colapso da estrela primitiva, surgindo, então, a anã branca. Estas estrelas têm uma massa inferior às estrelas de neutrões, cerca de 1

massa solar, e o raio ronda os 0.01 raios solares, cerca de 1000-10000 km.

4 Equação de estado (EoS) de um gás de Fermi para nucleões e electrões

Para encontrarmos a EoS para uma estrela de neutrões, vamos considerar um modelo que descreve um gás de protões, neutrões e electrões que não interactuam entre si e cuja energia é a mais baixa possível. Tal situação é designada por equilíbrio beta. Supõe-se que há tempo suficiente para se estabelecer um equilíbrio que tem como força fundamental a força fraca.

Como os protões, neutrões e electrões são fermiões (partículas de spin semi-inteiro), obedecem ao Princípio de Exclusão de Pauli - cada estado quântico só pode ser ocupado por uma única partícula.

Vamos também considerar o gás degenerado - todos os estados quânticos, até uma dada energia, chamada energia de Fermi, estão ocupados.

Para baixas temperaturas, T , este pressuposto é aceitável, desde que a condição seguinte seja satisfeita:

$$T \ll E_F = \sqrt{(k_F^2 + m^2)} \quad (1)$$

onde k_F designa o momento de Fermi.

Queremos calcular a EoS, que é a pressão em função da densidade de energia, ou a pressão e densidade de energia em função da densidade bariónica.

Ora, a pressão, a densidade de energia e a densidade bariónica de um gás de Fermi relativista são dadas por:

$$\begin{aligned} \epsilon &= \sum_{i=n,p,e} \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{k_{F_i}} \sqrt{k^2 + m^2} k^2 dk, \\ p &= \sum_{i=n,p,e} \frac{1}{3} \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{k_{F_i}} \frac{k^2}{\sqrt{k^2 + m^2}} dk, \\ \rho &= \sum_{i=n,p} \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{k_{F_i}} k^2 dk \end{aligned} \quad (2)$$

onde γ representa a degenerescência, que, para os fermiões é igual a 2, que corresponde às duas projecções de spin, $\pm 1/2$.

A relação termodinâmica que permite determinar a pressão é:

$$p = -\frac{\partial E}{\partial V} = \rho^2 \frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} = \rho \frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} - \epsilon \quad (3)$$

Ora, calculando os integrais (2), obtemos as seguintes expressões:

$$\begin{aligned}
\epsilon &= \sum_{i=n,p,e} \frac{1}{4\pi^2} \left[\mu_i k_{F_i} \left(\mu_i^2 - \frac{1}{2} m_i^2 \right) - \frac{1}{2} m_i^4 \ln \left(\frac{\mu_i + k_{F_i}}{m_i} \right) \right], \\
p &= \sum_{i=n,p,e} \frac{1}{12\pi^2} \left[\mu_i k_{F_i} \left(\mu_i^2 - \frac{5}{2} m_i^2 \right) + \frac{3}{2} m_i^4 \ln \left(\frac{\mu_i + k_{F_i}}{m_i} \right) \right], \\
\rho &= \sum_{i=n,p} \frac{k_{F_i}^3}{3\pi^2},
\end{aligned} \tag{4}$$

onde

$$\mu_i = (m_i^2 + k_{F_i}^2)^{1/2} \tag{5}$$

é a energia de Fermi ou potencial químico da partícula i . Resolvendo a terceira equação em ordem a k_F e substituindo nas duas outras, obtemos $\epsilon(\rho)$ e $p(\rho)$.

Para a EoS, queremos minimizar a densidade de energia total dos nêutrons, prótons e elétrons $\epsilon(\rho_n, \rho_p, \rho_e) = \epsilon(\rho_n) + \epsilon(\rho_p) + \epsilon(\rho_e)$ para uma densidade bariônica fixa $\rho = \rho_n + \rho_p$ sujeita à condição de neutralidade de carga: $\rho_p = \rho_e$.

Vamos usar o método dos multiplicadores de Lagrange. Seja

$$F(\rho_n, \rho_p, \rho_e) \equiv \epsilon(\rho_n, \rho_p, \rho_e) + \alpha(\rho - \rho_n - \rho_p) + \beta(\rho_e - \rho_p)$$

a função que queremos extremar. Exigimos ainda que

$$\frac{\partial F}{\partial \rho_n} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial \rho_p} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial \rho_e} = 0$$

Temos então:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial F}{\partial \rho_n} &= \frac{\partial \epsilon}{\partial \rho_n} - \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{\partial \epsilon}{\partial \rho_n} \\
\frac{\partial F}{\partial \rho_p} &= \frac{\partial \epsilon}{\partial \rho_p} - \alpha - \beta = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{\partial \epsilon}{\partial \rho_p} - \beta \\
\frac{\partial F}{\partial \rho_e} &= \frac{\partial \epsilon}{\partial \rho_e} + \beta \Rightarrow \beta = -\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho_e}
\end{aligned} \tag{6}$$

Por outro lado, vemos que

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho_n} = \frac{\partial \epsilon}{\partial k_n} \frac{\partial k_n}{\partial \rho_n} \tag{7}$$

Usando a primeira e a última expressão de (2), vamos obter

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho_n} = \left(k_n^2 + m_n^2\right)^{1/2} \quad (8)$$

Usando o mesmo procedimento para os prótons e para os electrões, temos

$$\begin{aligned} \frac{\partial \epsilon}{\partial \rho_p} &= \frac{\partial \epsilon}{\partial k_p} \frac{\partial k_p}{\partial \rho_p} = \left(k_p^2 + m_p^2\right)^{1/2} \\ \frac{\partial \epsilon}{\partial \rho_e} &= \frac{\partial \epsilon}{\partial k_e} \frac{\partial k_e}{\partial \rho_e} = \left(k_e^2 + m_e^2\right)^{1/2} \end{aligned} \quad (9)$$

Substituindo estes resultados nas expressões (6), temos que

$$\begin{aligned} \alpha &= \left(k_n^2 + m_n^2\right)^{1/2} \equiv \mu_n, \\ \alpha + \beta &= \left(k_p^2 + m_p^2\right)^{1/2} \equiv \mu_p, \\ -\beta &= \left(k_e^2 + m_e^2\right)^{1/2} \equiv \mu_e \end{aligned} \quad (10)$$

Usando as expressões (6) e (10), obtemos

$$\mu_e + \mu_p = \mu_n \quad (11)$$

A expressão do equilíbrio químico (11) indica que os níveis de energia estão todos preenchidos até à energia de Fermi. ¹

A densidade bariónica, ρ , é dada por:

$$\rho = \frac{1}{3\pi^2} \left(k_n^3 + k_p^3\right) \quad (14)$$

A condição de neutralidade de carga pode ser escrita como:

$$k_e = k_p \quad (15)$$

¹Na verdade, esta expressão é uma aproximação, pois não estamos a considerar os neutrinos emitidos:

$$n \rightleftharpoons p + e^- + \bar{\nu}_e \quad (12)$$

A expressão para o equilíbrio químico seria:

$$\mu_n = \mu_p + \mu_e - \mu_{\bar{\nu}_e} \quad (13)$$

mas como os neutrinos escapam por interagurem muito pouco com a matéria, ficamos apenas com a expressão (11).

Estas duas equações e ainda a condição de equilíbrio químico, (11), permitem determinar k_n, k_p e k_e , de modo a que a energia seja minimizada.

Vamos supor que temos uma estrela constituída apenas por neutrões, i.e., $k_p = 0$:

$$\left(k_n^2 + m_n^2\right)^{1/2} = m_e + m_p \quad (16)$$

Resolvendo em ordem a k_n , obtemos:

$$k_n^2 = \left(m_e^2 + m_p^2\right)^2 - m_n^2 < 0 \quad (17)$$

pois $m_n = 939.6$ MeV, $m_p = 938.3$ MeV e $m_e = 0.511$ MeV. Não temos uma solução real, o que nos leva a concluir que k_p tem que ser finito. Assim, prova-se que não há estrelas de neutrões constituídas apenas por neutrões!

Vamos ver agora se podemos ter uma estrela constituída apenas por prótons e electrões. Considerando, então, $k_n = 0$, temos:

$$\begin{aligned} m_n &= \left(k_p^2 + m_p^2\right)^{1/2} + \left(k_e^2 + m_e^2\right)^{1/2} \Rightarrow \\ \Rightarrow k_p^2 &= \left(\frac{m_n^2 + m_e^2 - m_p^2}{2m_n}\right)^2 - m_e^2 = 1.40\text{MeV}^2 = 3.60 \times 10^{-5}\text{fm}^{-2} \end{aligned} \quad (18)$$

Este é o valor mais baixo de k_p para o qual k_n é finito. Abaixo da densidade

$$\rho = \frac{k_p^3}{3\pi^2} = 7.29 \times 10^{-9}\text{fm}^{-3} \quad (19)$$

ou abaixo da densidade de energia

$$\epsilon \sim \rho m_p = 3.47 \times 10^{-8}\text{fm}^{-4} = 1.22 \times 10^7\text{g/cm}^3 \quad (20)$$

um gás de Fermi de carga neutra em equilíbrio é uma mistura igual de prótons e electrões, onde $k_p = \left(3\pi^2\rho\right)^{1/3}$, $k_e = k_p$ e $k_n = 0$. Acima destes valores, podemos usar a equação para uma densidade bariónica fixa, (14), para escrever

$$k_n = \left(3\pi^2\rho - k_p^3\right)^{1/3} \quad (21)$$

Usando agora a condição de neutralidade de carga: $k_e = k_p$, podemos escrever

$$\left[\left(3\pi^2\rho - k_p^3\right)^{2/3} + m_n^2\right]^{1/2} = \left(k_p^2 + m_e^2\right)^{1/2} + \left(k_p^2 + m_p^2\right)^{1/2} \quad (22)$$

Em regime ultra-relativista, quando todas as massas podem ser ignoradas, obtemos:

$$\rho_p \rightarrow \frac{1}{8}\rho \quad (23)$$

Este resultado mostra que as estrelas de neutrões são constituídas, na sua maioria, por neutrões.

4.1 Limites das altas e baixas densidades

No limite das altas densidades consideramos o limite ultra-relativista ($k \gg m$, as massas podem ser desprezadas) e o limite relativista ($k \sim m \Rightarrow \mu \sim k$). Assim, as equações (4), no limite relativista, tomam a seguinte forma:

$$\begin{aligned} \epsilon &\approx \frac{1}{4\pi^2} \left[k^4 - \frac{1}{2}m^4 \ln \left(\frac{2k}{m} \right) \right] \\ p &\approx \frac{1}{12\pi^2} \left[k^4 + \frac{3}{2}m^4 \ln \left(\frac{2k}{m} \right) \right] \end{aligned} \quad (24)$$

No limite ultra-relativista, $\ln \left(\frac{2k}{m} \right) \ll k^4$, e podemos escrever

$$\left. \begin{aligned} \epsilon &\approx \frac{k^4}{4\pi^2} \\ p &\approx \frac{k^4}{12\pi^2} \end{aligned} \right\} \epsilon \approx 3p \approx \frac{1}{4\pi^2} (3\pi^2 \rho)^{4/3} \quad (25)$$

Para densidades baixas, fazemos uma expansão em k/m :

$$\begin{aligned} \epsilon &\approx \frac{m^4}{\pi^2} \left[\frac{1}{3} \left(\frac{k}{m} \right)^3 + \frac{1}{10} \left(\frac{k}{m} \right)^5 - \frac{1}{56} \left(\frac{k}{m} \right)^7 + \frac{1}{144} \left(\frac{k}{m} \right)^9 \right] \\ p &\approx \frac{m^4}{3\pi^2} \left[\frac{1}{5} \left(\frac{k}{m} \right)^5 - \frac{1}{14} \left(\frac{k}{m} \right)^7 + \frac{1}{24} \left(\frac{k}{m} \right)^9 \right] \end{aligned} \quad (26)$$

Para densidades muito baixas, $k \ll m$, a aproximação não-relativista reduz-se a:

$$\begin{aligned} \epsilon &\approx \frac{mk^3}{3\pi^2} + \frac{k^5}{10\pi^2 m} \Rightarrow \epsilon \approx m\rho + \frac{(3\pi^2 \rho)^{5/3}}{10\pi^2 m} \\ p &\approx \frac{k^5}{15\pi^2 m} \Rightarrow p \approx \frac{(3\pi^2 \rho)^{5/3}}{15\pi^2 m} \end{aligned} \quad (27)$$

Ora, as densidades altas e baixas têm diferentes significados para electrões e protões. Por exemplo, quando $m_e < k_e = k_p > m_p$, os electrões são

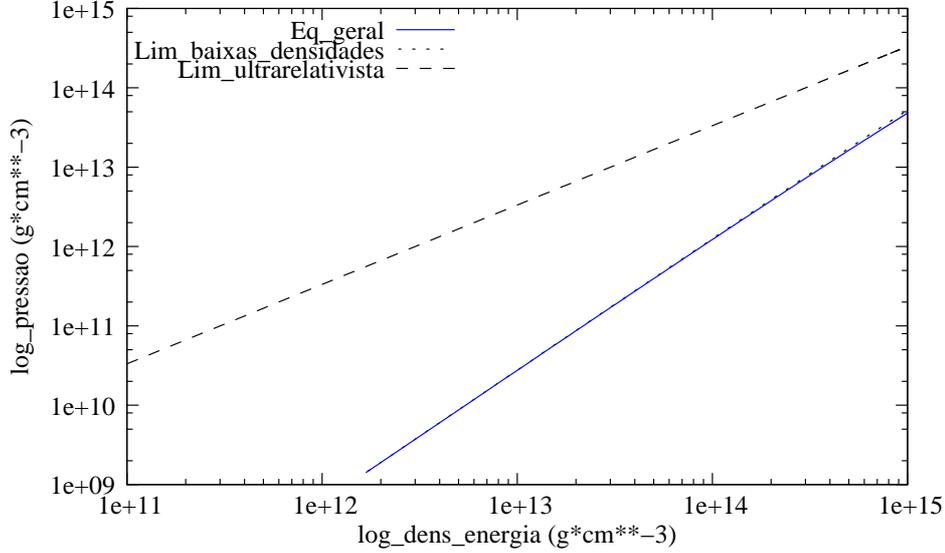


Figura 1: Protão: não-relativista em toda a gama de densidades considerada

relativistas ($k_e > m_e$) e os prótons são não-relativistas ($k_p < m_p$). No limite ultra-relativista, a energia e a pressão são apenas função da densidade e não da massa.

Quando os electrões passam de partículas não-relativistas, $p \sim \rho^{5/3}$ (densidades baixas), para ultra-relativistas, $p \sim \rho^{4/3}$ (altas densidades), a EoS vai variar entre estas duas equações. A pressão dos electrões deixa de suportar a força gravítica e dá-se um colapso.

A este limite chamamos limite de Chandrasekhar e representa a massa máxima que a pressão dos electrões pode suportar antes da estrela colapsar e dar origem, por exemplo, a uma estrela de neutrões ou a um buraco negro.

Em conclusão, vemos que abaixo de $\epsilon \approx 10^7 g/cm^3$, o gás de Fermi é uma mistura igual de prótons e electrões. Acima deste valor, são os neutrões a espécie dominante.

4.1.1 Resultados

Para compreendermos como se comportam as diferentes partículas em diferentes gamas de densidade, obtivemos gráficos da pressão em função da densidade de energia, na escala logarítmica, em gcm^{-3} . Considerámos o próton, o electrão e duas partículas de massas intermédias: uma de 5 MeV, o quark d, e outra de 150 MeV, o quark s.

Analisando a figura 1, vemos que o próton tem comportamento não-

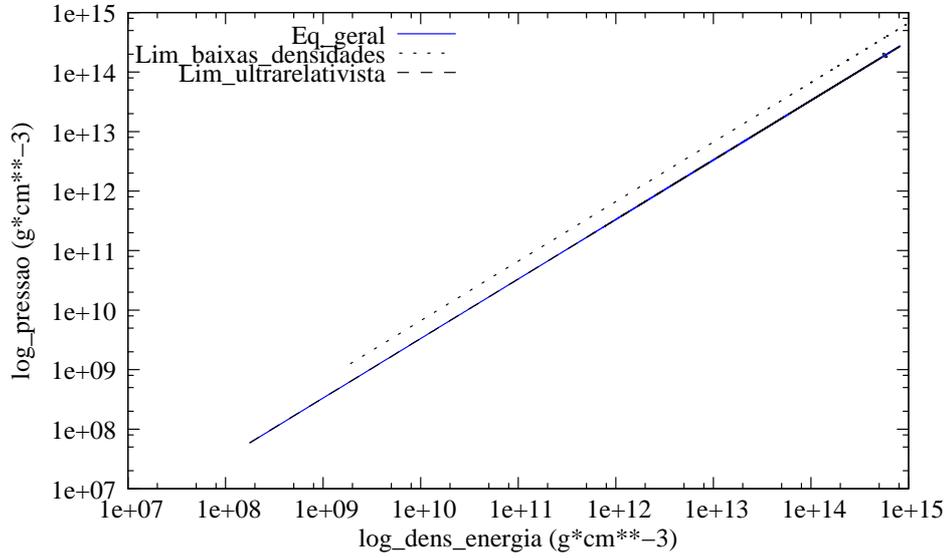


Figura 2: Electrão: em toda a gama de densidades indicada, comporta-se como partícula ultra-relativista

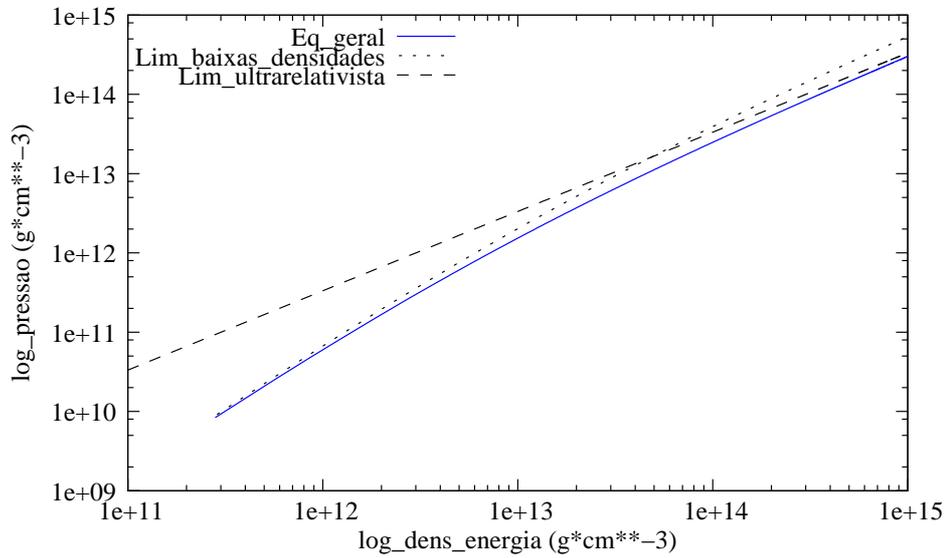


Figura 3: Quark s: de partícula não relativista, para $\rho < 10^{11} \text{gcm}^{-3}$, passa a partícula relativista, para densidades acima deste valor

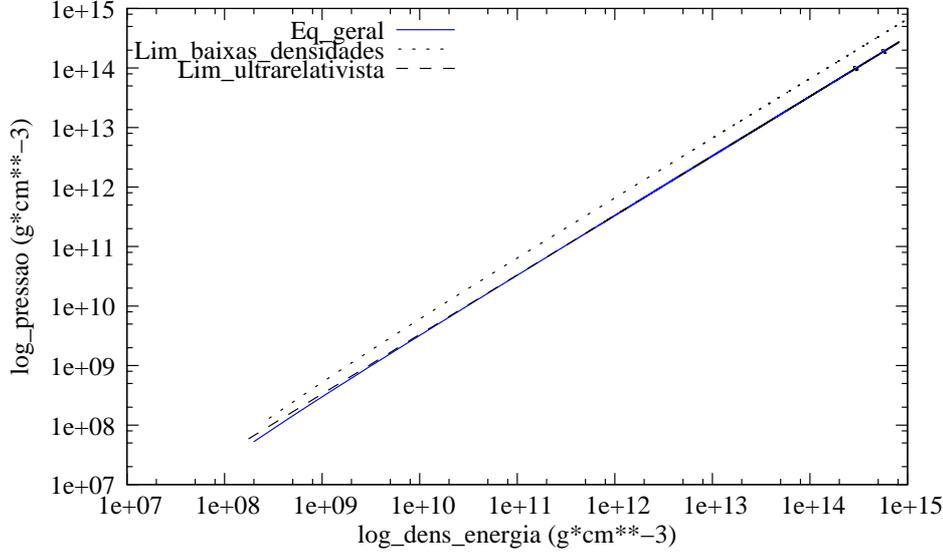


Figura 4: Quark d: pode-se considerar como partícula ultra-relativista, para $\rho > 10^{10} \sim 10^{11} \text{gcm}^{-3}$

relativista em toda a gama de densidades. O neutrão terá um comportamento semelhante ao do próton, pois a sua massa é muito próxima da do próton. O electrão, por sua vez, apresenta sempre comportamento ultra-relativista, para a gama de densidades indicada, como mostra a figura 2.

Na figura 3, o quark s (massa de 150 MeV) apresenta-se como partícula não-relativista, para $\rho < 10^{11} \text{gcm}^{-3}$, mas com o aumento da densidade de energia, mostrar-se-á com comportamento relativista. Na figura 4, o quark d (massa 5 MeV), para baixas densidades de energia, apresenta-se como uma partícula não-relativista, mas no limite das altas densidades de energia, passa a ser relativista, e mesmo ultra-relativista, para $\rho > 10^{10} \sim 10^{11} \text{gcm}^{-3}$.

4.2 Equação de estado (EoS) de um gás de Fermi para nucleões, electrões e muões

Vamos considerar muões na EoS. Se o momento de Fermi dos electrões for suficientemente alto, é favorável, do ponto de vista energético, a reacção:

$$e^- \longrightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu + \nu_e \quad (28)$$

Vamos seguir os mesmos passos que usámos para determinar a EoS de um gás de Fermi para nucleões e electrões. Assim, queremos minimizar a densidade de energia total dos neutrões, prótons, electrões e muões $\epsilon(\rho_n, \rho_p, \rho_e, \rho_\mu) =$

$\epsilon(\rho_n) + \epsilon(\rho_p) + \epsilon(\rho_e) + \epsilon(\rho_\mu)$ para uma densidade bariônica fixa $\rho = \rho_n + \rho_p$ sujeita à condição de neutralidade de carga: $\rho_p = \rho_e + \rho_\mu$. Considerando estas condições e usando o método dos multiplicadores de Lagrange, obtemos:

$$\mu_e = \mu_\mu \quad (29)$$

e

$$\mu_n = \mu_p + \mu_\mu \quad (30)$$

A expressão para o equilíbrio químico (30) indica que os níveis da partícula estão todos preenchidos até à energia de Fermi.

A densidade bariônica, ρ , é dada por:

$$\rho = \frac{1}{3\pi^2} (k_n^3 + k_p^3) \quad (31)$$

A condição de neutralidade de carga pode ser escrita como:

$$k_p^3 = k_e^3 + k_\mu^3 \quad (32)$$

Estas duas equações e ainda a condição de equilíbrio químico, (30), permitem determinar k_n, k_p, k_e e k_μ , de modo a que a energia seja minimizada.

De um modo semelhante, podemos concluir que, a densidades suficientemente altas, será favorável o aparecimento de hiperões.

4.3 Constituição das estrelas de neutrões

As estrelas de neutrões têm uma crusta de cerca de 1 km de espessura e um interior líquido e pesado, constituído essencialmente, por protões, neutrões e outros hadrões. Ora, este interior muito denso pode fazer com que a transição de fase para matéria de quarks possa ocorrer.

Neste processo, a interacção fraca converteria cerca de um terço dos quarks em quarks estranhos porque, a altas densidades, segundo Bodmer e Witten, este estado pode ter uma energia mais baixa do que um estado de matéria de quarks formada apenas por quarks u e d.

Para densidades e energia suficientemente altas, ocorrem reacções do tipo:



com o aparecimento de matéria estranha hadrónica. Supondo a hipótese de Bodmer e Witten válida e que a transição de desconfinamento ocorre no

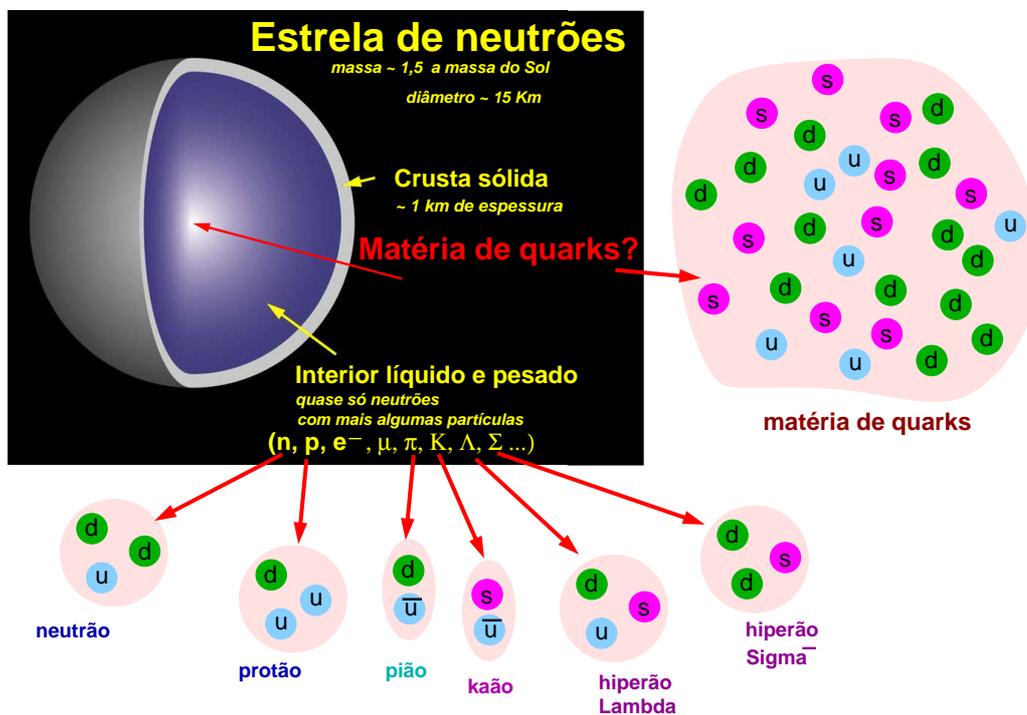


Figura 5: Esquema de uma estrela de neutrões

centro das estrelas de neutrões, então não haveria nada que impedisse que *toda* a estrela fosse convertida em matéria estranha em equilíbrio químico:



Estas *novas* estrelas designam-se estrelas estranhas, e são formadas, aproximadamente, por igual número de quarks u, d e s.

A figura 5 representa um esquema de uma possível estrela de neutrões formada por crosta, interior líquido e denso, e no centro uma possível fase de matéria estranha.

5 Estrelas de Quarks

As estrelas de quarks são compostas, no seu todo ou em parte, por matéria de quarks. Neste estado, os quarks não estão confinados nos hádrões e, segundo o modelo da sacola do MIT, estão apenas sujeitos à pressão da Bag, que representa a região onde os quarks estão, caracterizada por uma constante de energia por volume, B .

Assim, se os nucleões, feitos de quarks up e down, são sujeitos a pressões suficientemente altas, “as fronteiras” destes poderiam desaparecer, deixando de haver confinamento, e a transição para a fase de matéria de quarks poderia ocorrer. Nesta fase, os quarks já não estão confinados localmente e os hádrões não existem. Os quarks up e down podem converter-se noutros sabores (strange, charm..) através de interações fracas, para que a energia de Fermi baixe, aumentando a degenerescência. Na prática, só os quarks u, d e s aparecem na matéria de quarks porque os outros têm massas muito maiores que os potenciais químicos envolvidos (da ordem dos 300 MeV até ~ 500 MeV).

A matéria de quarks constituída por três sabores é energeticamente favorável à matéria de quarks de dois sabores, segundo a conjectura de Bodmer e Witten.

Para uma pressão nula, a matéria de quarks de três sabores seria mais estável que o núcleo de ferro ${}^{56}\text{Fe}$ com uma energia por número bariónico mais baixa. Isto faria com que a matéria de quarks estranha fosse a substância mais estável conhecida.

Assim, os núcleos baixariam a sua energia, convertendo-se em matéria de quarks. As taxas para estas conversões são negligenciáveis para quase todas as condições, excepto, talvez, nas estrelas de neutrões, onde se atingem densidades muito altas.

A matéria estranha pode ser tratada como um gás de Fermi de quarks up, down e strange neutralizado por electrões, no modelo da sacola do MIT.

5.1 O Modelo da Sacola do MIT

O modelo da sacola do MIT foi inventado para tentar contabilizar as massas hadrónicas em termos dos seus constituintes - quarks. Também tem sido usado para discutir a matéria de quarks.

A primeira premissa deste modelo consiste no confinamento e no movimento livre dos quarks na região, sem cor, confinada. Assume-se que no vácuo, em QCD, os quarks estão excluídos, o que quer dizer que no volume em que os quarks estão confinados, o vácuo tem que ser expelido, o que custa energia.

Esta energia por unidade de volume é chamada constante da sacola e designa-se por B . Assim, a energia associada à presença dos quarks num volume V é BV - representa a quantidade de energia necessária para fazer a sacola no vácuo, dentro da qual os quarks se movem livremente.

Para além desta energia, temos ainda a energia associada ao movimento cinético dos quarks no volume V . Para os hadrões, assume-se que os quarks se movem livremente numa cavidade esférica com condições fronteira. Para a matéria de quarks, a energia associada às condições de superfície não é importante quando comparada com a energia contida no interior - os quarks podem ser tratados como um gás de Fermi.

Assim, a densidade de energia, ϵ , e a pressão, p , da matéria de quarks têm duas contribuições distintas: a sacola de confinamento e o movimento cinético dos quarks.

5.2 EoS da matéria de quarks

As expressões para a pressão, densidade de energia, densidade bariónica e densidade de carga para um gás de Fermi de quarks de massa m_f e potencial químico μ_f , onde f designa sabor (flavour), a uma temperatura finita, T , são:

$$\begin{aligned}
p &= \sum_f \frac{1}{3} \frac{\gamma_f}{2\pi^2} \int_0^\infty k \frac{\partial E_f(k)}{\partial k} [n(k, \mu_f) + n(k, -\mu_f)] k^2 dk - B, \\
\epsilon &= \sum_f \frac{\gamma_f}{2\pi^2} \int_0^\infty \partial E_f(k) [n(k, \mu_f) + n(k, -\mu_f)] k^2 dk + B, \\
\rho &= \sum_f \frac{1}{3} \frac{\gamma_f}{2\pi^2} \int_0^\infty [n(k, \mu_f) - n(k, -\mu_f)] k^2 dk, \\
q &= \sum_f \frac{\gamma_f}{2\pi^2} q_f \int_0^\infty [n(k, \mu_f) - n(k, -\mu_f)] k^2 dk
\end{aligned} \tag{35}$$

onde

$$E_f(k) = (m_f^2 + k^2)^{1/2} \tag{36}$$

representa a energia cinética do quark f e

$$n(k, \mu_f) = (\exp\{[E_f(k) - \mu_f]/T\} + 1)^{-1} \tag{37}$$

é a função distribuição de Fermi para uma temperatura T . O factor $1/3$ aparece na densidade bariónica porque cada quark tem número bariónico $1/3$.

A degenerescência dos quarks, por cada sabor, é $\gamma_f = 2_{spin} \times 3_{cor}$. q_f é a carga eléctrica do quark f . Para descrever a matéria estelar, ainda devemos acrescentar a estas expressões, a contribuição dos electrões e dos muões.

5.2.1 Temperatura zero

No limite $T \rightarrow 0$, a função distribuição de Fermi torna-se uma função de escada, i. e.,

$$n(k, \mu_f) = \begin{cases} 1 & \text{if } E_f \leq \mu_f \\ 0 & \text{if } E_f > \mu_f \end{cases} \quad (38)$$

Assim, as equações (35) reduzem-se a:

$$\begin{aligned} p &= -B + \sum_f \frac{1}{\pi^2} \int_0^{k_f} \frac{k^4}{(k^2 + m_f^2)^{1/2}} dk, \\ \epsilon &= B + \sum_f \frac{3}{\pi^2} \int_0^{k_f} k^2 (k^2 + m_f^2)^{1/2} dk, \\ \rho &= \sum_f \frac{1}{\pi^2} \int_0^{k_f} k^2 dk, \\ q &= \sum_f \frac{3}{\pi^2} q_f \int_0^{k_f} k^2 dk \end{aligned} \quad (39)$$

Depois de alguma álgebra, obtemos:

$$\begin{aligned} p &= -B + \sum_f \frac{1}{4\pi^2} \left[\mu_f k_f \left(\mu_f^2 - \frac{5}{2} m_f^2 \right) + \frac{3}{2} m_f^4 \ln \left(\frac{\mu_f + k_f}{m_f} \right) \right], \\ \epsilon &= B + \sum_f \frac{3}{4\pi^2} \left[\mu_f k_f \left(\mu_f^2 - \frac{1}{2} m_f^2 \right) - \frac{1}{2} m_f^4 \ln \left(\frac{\mu_f + k_f}{m_f} \right) \right], \\ \rho &= \sum_f \frac{k_f^3}{3\pi^2} \\ q &= \sum_f \frac{1}{\pi^2} q_f k_f^3 \end{aligned} \quad (40)$$

onde k_f é o momento de Fermi para o sabor f e

$$\mu_f = (m_f^2 + k_f^2)^{1/2} \quad (41)$$

representa o seu potencial químico.

Estes resultados são apropriados para cálculos de estrelas compactas, onde os nucleões sofreram uma transição para uma fase desconfinada, formada apenas por quarks e leptões, no interior da estrela, devido às altas pressões que se fazem sentir. Como as temperaturas das estrelas de neutrões, pouco depois do seu nascimento, caem para a região dos KeV, que é negligenciável à escala nuclear, o limite da temperatura zero é uma boa aproximação.

A tabela 1 indica os seis quarks conhecidos, com as respectivas propriedades: massa, número bariónico, carga eléctrica, projecção de isospin, estranheza, charm, beauty e truth:

Nome	Massa(MeV)	b	q	i_3	s	c	b	t
u	5	1/3	2/3	1/2	0	0	0	0
d	7	1/3	-1/3	-1/2	0	0	0	0
s	150	1/3	-1/3	0	-1	0	0	0
c	1500	1/3	2/3	0	0	1	0	0
b	5000	1/3	-1/3	0	0	0	1	0
t	>100000	1/3	2/3	0	0	0	0	1

Tabela 1: Propriedades dos seis quarks u, d, s, c, b e t

5.3 Estrelas de matéria de quarks

As estrelas são neutras e estão em equilíbrio, i.e., são uma mistura de espécies em equilíbrio químico a uma dada temperatura, e estão no estado de energia mais baixo. No decaimento de um quark u ou d para um quark s, numa estrela, há perda de neutrinos ou fótons produzidos. Assim, a energia da estrela diminui por causa dessa perda de neutrinos e fótons, e também por causa da diminuição da energia média dos quarks.

À densidade de energia e pressão da matéria de quarks, precisamos de adicionar as dos leptões, para que a neutralidade de carga seja atingida na energia mais baixa. O potencial químico dos quarks são determinados pela conservação da carga eléctrica e da carga bariónica (ver tabela 1):

$$\mu_u = \frac{1}{3}(\mu_b - 2\mu_e), \quad \mu_d = \frac{1}{3}(\mu_b + \mu_e), \quad (42)$$

$$\mu_s = \frac{1}{3}(\mu_b + \mu_e), \quad \mu_c = \frac{1}{3}(\mu_b - 2\mu_e), \quad (43)$$

onde μ_e representa o potencial químico do electrão e μ_b representa o potencial químico bariónico. Temos, então,

$$\mu_d = \mu_s, \quad \mu_c = \mu_u, \quad \mu_u + \mu_e = \mu_d. \quad (44)$$

Para impormos a condição de neutralidade de carga, temos em conta a expressão calculada atrás no limite $T \rightarrow 0$ para a densidade de carga dos quarks (última equação de (40)) e juntamos ainda a contribuição dos leptões:

$$q = \sum_f \left(q_f \frac{k_f^3}{\pi^2} \right) - \frac{k_e^3}{3\pi^2} - \frac{k_\mu^3}{3\pi^2} = 0 \quad (45)$$

com

$$k_f = (\mu_f^2 - m_f^2)^{1/2}, \quad k_e = (\mu_e^2 - m_e^2)^{1/2} \quad . \quad (46)$$

Usando ainda a expressão para a densidade bariónica, em (40), temos condições suficientes para determinar os potenciais químicos dos quarks e leptões. Depois destes estarem determinados, resta-nos calcular a densidade de energia e pressão.

Temos, então, uma descrição da EoS de uma estrela de matéria de quarks, na aproximação do modelo da sacola do MIT.

5.4 Resultados

Para estudar a matéria de quarks em equilíbrio beta, obtivemos gráficos da pressão em função da densidade de energia e do potencial químico bariónico, e da fracção de estranheza em função da densidade bariónica, onde considerámos duas situações distintas: valores diferentes da constante B do modelo de sacola do MIT, e valores diferentes para a massa do quark s .

Na figura 6, representamos a pressão em função da densidade de energia para uma massa do quark s , $m_s = 150$ MeV, e valores diferentes da pressão da sacola, B . Concluimos, que para uma mesma densidade de energia, quanto menor B , maior a pressão exercida. Este resultado era esperado pois B representa uma pressão externa exercida sobre os quarks. Quanto maior B , menor a pressão exercida pelo gás de quarks. Da mesma maneira, como vemos na figura 20, quanto menor B , maior a pressão exercida, para um mesmo valor do potencial químico bariónico. Um efeito equivalente ocorre se fixarmos B e aumentarmos a massa do quark s : quanto maior for a massa, m_s , menor é a pressão, como podemos ver na figura 8. A razão deste comportamento pode ser compreendida analisando a figura 9. Nesta figura, observa-se que a fracção de estranheza diminui com o aumento da massa do quark s . Como vimos atrás, a condição de equilíbrio químico para o quark s é dada por:

$$\mu_s = \mu_u + \mu_e \quad (47)$$

e a densidade dada por:

$$\rho_s = \frac{k_s^3}{3\pi^2} \quad (48)$$

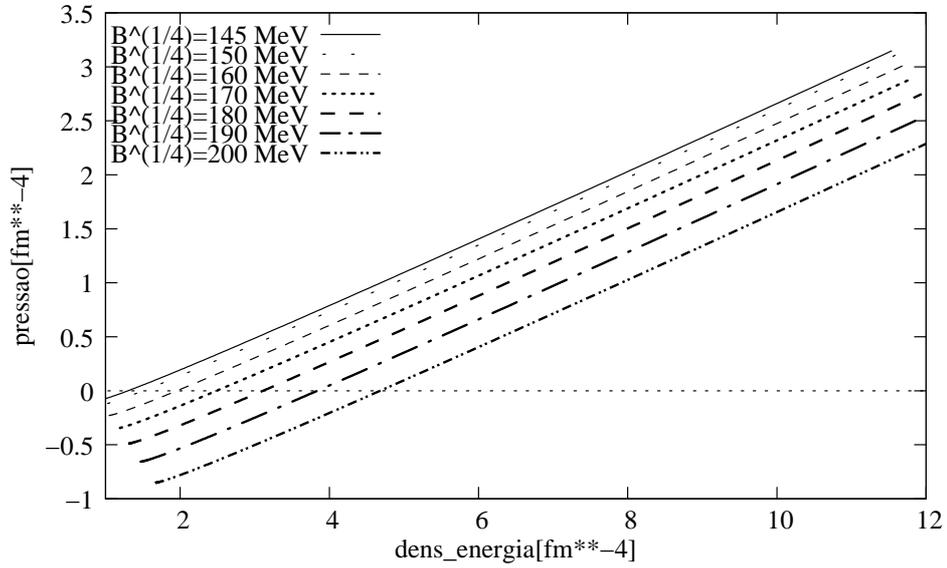


Figura 6: Pressão em função da densidade de energia para diferentes valores da constante da sacola, B

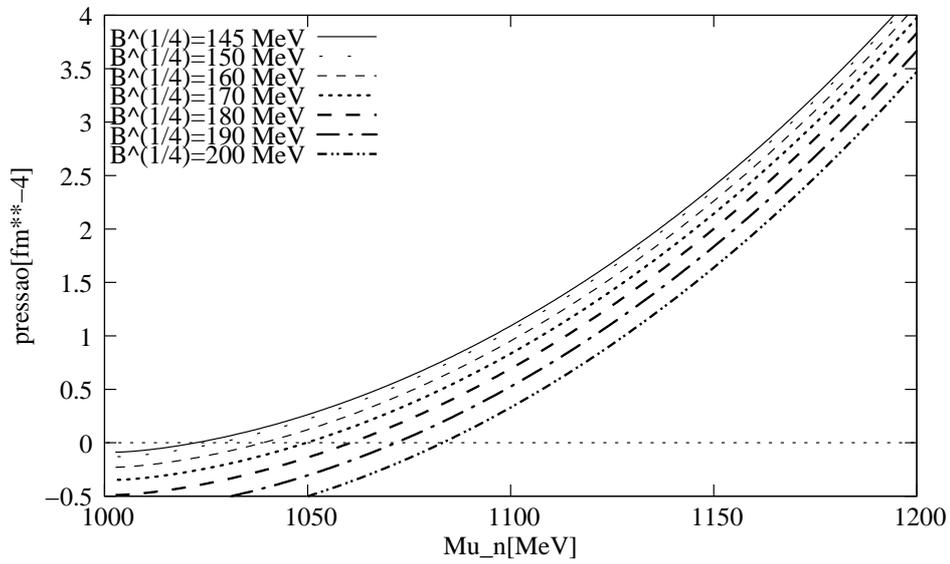


Figura 7: Pressão em função do potencial químico bariônico para diferentes valores da constante da sacola, B

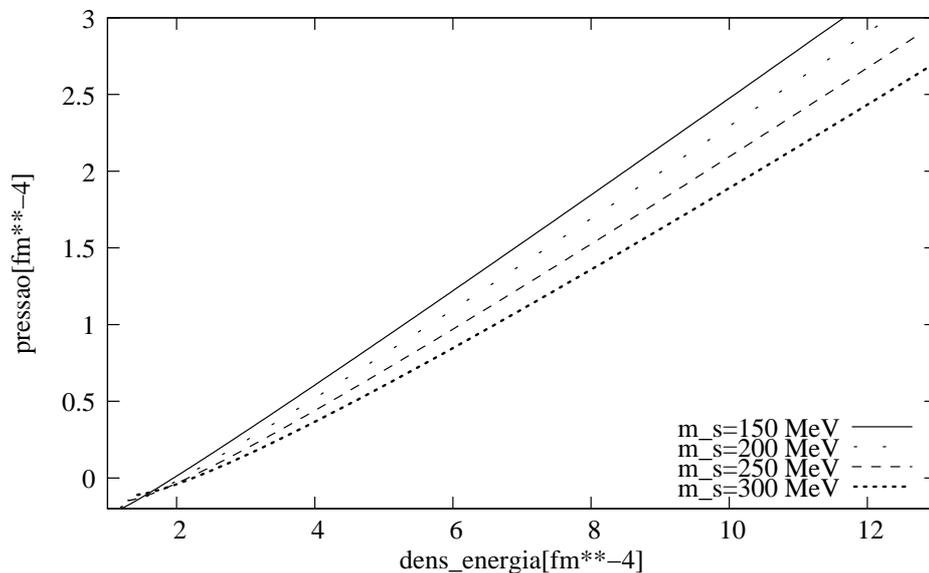


Figura 8: Pressão em função da densidade de energia para diferentes massas do quark s

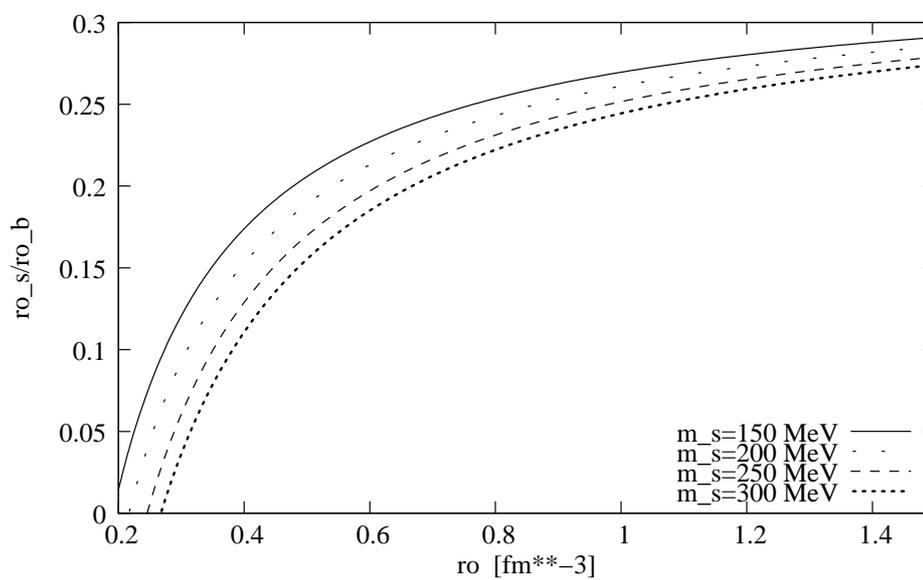


Figura 9: Fração de estranheza em função da densidade bariônica para diferentes massas do quark s

com

$$k_s = \sqrt{\mu_s - m_s} \quad (49)$$

Assim, quanto maior for a massa, menor é a densidade, e menor a sua fracção, para uma dada densidade bariónica. Este factor tem influência directa na EoS pois, para uma mesma densidade de energia, a contribuição para a pressão de uma partícula diminui com a massa.

Na figura 6, vemos que, para pressões nulas, temos densidades de energia finitas. Esta é uma previsão para estrelas de quarks, pois a superfície de uma estrela de quarks é caracterizada pela densidade de energia para a qual a pressão se anula. Este comportamento é diferente do das estrelas de neutrões para as quais a pressão é nula e a densidade bariónica também, à superfície da estrela.

Dizemos que a estrela de quarks é auto-ligada (devido à força forte), ao contrário da estrela de neutrões, que é ligada pela força gravítica.

6 Magnetares

Um magnetar é uma estrela de neutrões com um campo magnético extremamente forte, cujo decaimento faz com que seja libertada uma enorme quantidade de radiação electromagnética de altas energias, particularmente raios-X e raios- γ .

A teoria que diz respeito a estes objectos foi formulada por Robert Duncan e Christopher Thompson em 1992, mas a primeira explosão observada de raios gama que se pensa que teve origem num magnetar é muito anterior: 5 de Março de 1979. Durante a década seguinte, a hipótese de que um magnetar seria uma boa explicação para as SGRs e para as pulsares anómalas de raios-X tem sido bem aceite.

Soft gamma repeaters (SGRs) são estrelas de raios-X que emitem flashes contínuos de raios gama de baixa energia. Estas estrelas foram um mistério durante anos, até que, em 1992, foi proposto que as SGRs eram estrelas de neutrões magnetizadas ou magnetares.

Os magnetares são os objectos com campos magnéticos mais fortes do Universo até hoje conhecidos. Os campos magnéticos são da ordem dos 10^{14} a 10^{15} Gauss, à superfície da estrela. Pensa-se que os campos magnéticos no interior poderão atingir os 10^{16} - 10^{18} Gauss.

A 5 de Março de 1979, uns meses depois de terem sido enviados satélites para a atmosfera de Vénus, duas sondas soviéticas, Venera 11 e Venera 12, que estavam à deriva no sistema solar interior, foram atingidas por um enorme fluxo de radiação gama às 10:51 EST. Os detectores de raios gama a bordo das sondas saltaram de 100 contagens por segundo para mais de

40000 por segundo, rebentando mesmo a escala, em apenas uma fracção de milissegundo!

Esta explosão de raios gama continuou a alastrar-se. Onze segundos mais tarde, Helios 2, a sonda da NASA, que estava em órbita à volta do Sol, foi saturada pela radiação. Uma onda de raios gama estava claramente a varrer o Sistema Solar à velocidade da luz. Atingiu Vénus, onde o detector de raios gama da Pioneer Venus Orbiter também rebentou a escala... 7 segundos mais tarde, atingiu a Terra. Três satélites Vela, o satélite soviético Prognoz 7 e o Observatório de raios-X Einstein (um telescópio de raios-X), todos na órbita terrestre, foram também inundados por raios gama.

Esta onda de raios gama extremamente poderosa constituiu a mais forte onda extra-solar de raios gama alguma vez detectada. Foi cerca de 100 vezes mais forte do que qualquer outra explosão extra-solar...

Numa supernova, quando uma estrela colapsa para uma estrela de neutrões, o seu campo magnético aumenta imenso, atingido cerca de $10^9 - 10^{12}$ Gauss na superfície. Se o campo for mais forte, possivelmente devido a um mecanismo dínamo, temos um magnetar.

O interior de uma estrela de neutrões - fluido muito denso, onde há electrões, prótons, neutrões, entre outras partículas - pode conduzir electricidade muito bem. Estas partículas transportam correntes. Ora, as linhas de campo magnético são levadas pelas correntes de convecção que se fazem sentir. Se a estrela nasce a girar suficientemente rápido, os efeitos combinados da rotação e da convecção, que “arrastam” as linhas de campo ao longo da estrela, podem construir o campo magnético da estrela. O verdadeiro mecanismo que dá origem a campos da ordem de 10^{15} Gauss à superfície dos magnetares ainda não é totalmente conhecido.

Numa estrela quente recém-nascida, os campos magnéticos gerados são da ordem de 10^{16} Gauss. Estes campos magnéticos são suficientemente fortes para deslocar a matéria no interior da estrela e também a superfície, levando à dissipação de energia magnética. As forças magnéticas vão-se tornando cada vez mais fortes à superfície, causando alterações na crosta, e provocando grandes explosões.

Estas explosões libertam quantidades enormes de energia magnética muito rapidamente na forma de raios- γ de baixa energia (soft γ -rays). Será provavelmente esta a origem das SGRs!

Sabe-se muito pouco sobre a estrutura física de um magnetar, porque, entre outras coisas, nenhum está perto da Terra. A maioria dos magnetares observados giram rapidamente, várias vezes por segundo. A vida activa de um magnetar é curta. Os seus campos magnéticos muito intensos decaem depois de cerca de 10000 anos, a partir dos quais a emissão de raios-X cessa. Hoje estima-se que haja pelo menos 30 milhões de magnetares “mortos” na

Via Láctea...

Estima-se que de uma em cada dez explosões de supernova resultem um magnetar, em vez de uma estrela de neutrões ou pulsar, por exemplo. A 21 de Fevereiro de 2008, foi anunciado pela NASA e por investigadores da Universidade McGill a descoberta de uma estrela de neutrões que temporariamente passa de pulsar a magnetar. Isto pode indicar que os magnetares não são meramente um tipo raro de pulsares mas podem ser fases (possivelmente reversíveis) na vida de algumas pulsares.

Vamos descrever um magnetar estranho no âmbito do modelo da sacola do MIT. Em particular, pretendemos compreender o efeito do campo magnético na sua EoS.

7 Determinação da EoS para matéria estelar de quarks na presença de um campo magnético forte

Para a matéria estelar de quarks na presença de um campo magnético forte, B_m , a densidade de energia, ϵ , a pressão, p , e a densidade, ρ , são dadas, para cada partícula, por:

$$\begin{aligned} \epsilon_i = & \frac{q_i B_m}{4\pi^2} \sum_{\nu=0}^{\nu_{mx}} g_i \left[\mu_i (\mu_i^2 - (m_i^2 + 2\nu q_i B_m))^{1/2} + \right. \\ & \left. + (m_i^2 + 2\nu q_i B_m) \ln \left[\frac{\mu_i + (\mu_i^2 - (m_i^2 + 2\nu q_i B_m))^{1/2}}{(m_i^2 + 2\nu q_i B_m)^{1/2}} \right] \right] + Bag \end{aligned} \quad (50)$$

$$\begin{aligned} p_i = & \frac{q_i B_m}{4\pi^2} \sum_{\nu=0}^{\nu_{mx}} g_i \left[\mu_i (\mu_i^2 - (m_i^2 + 2\nu q_i B_m))^{1/2} - \right. \\ & \left. - (m_i^2 + 2\nu q_i B_m) \ln \left[\frac{\mu_i + (\mu_i^2 - (m_i^2 + 2\nu q_i B_m))^{1/2}}{(m_i^2 + 2\nu q_i B_m)^{1/2}} \right] \right] - Bag \end{aligned} \quad (51)$$

$$\rho_i = \frac{q_i B_m}{2\pi^2} \sum_{\nu=0}^{\nu_{mx}} g_i \sqrt{\mu_i^2 - m_i^2 - 2\nu q_i B_m} \quad (52)$$

ν representa os níveis de Landau. g_i indica a degenerescência de cada partícula (6 para quarks, ou 3, se $\nu = 0$, e 2 para o electrão, ou 1, se $\nu = 0$) e q_i indica a carga respectiva (ver Tabela 1).²

²A partir daqui, passamos a designar a constante da sacola por Bag para não se confundir com o campo magnético B^* .

Para um campo magnético muito forte, as partículas estão todas no nível mais baixo, $\nu = 0$. As expressões acima reduzem-se a:

$$\epsilon_i = \frac{q_i g_i B_m}{4\pi^2} \left[\mu_i (\mu_i^2 - m_i^2)^{1/2} + m_i^2 \ln \left[\frac{\mu_i + (\mu_i^2 - m_i^2)^{1/2}}{m_i} \right] \right] + B a g \quad (53)$$

$$p_i = \frac{q_i g_i B_m}{4\pi^2} \left[\mu_i (\mu_i^2 - m_i^2)^{1/2} - m_i^2 \ln \left[\frac{\mu_i + (\mu_i^2 - m_i^2)^{1/2}}{m_i} \right] \right] - B a g \quad (54)$$

$$\rho_i = \frac{q_i g_i B_m}{2\pi^2} \sqrt{\mu_i^2 - m_i^2} \quad (55)$$

Se definirmos $B^* = \frac{B_m}{B_c^e}$, onde B_c^e representa o campo crítico do electrão dado por:

$$B_c^e = \frac{m_e^2 c}{q_e \hbar} \quad (56)$$

(c e \hbar são iguais à unidade, no nosso sistema de unidades).

Resolvendo a última equação em ordem a q_e , obtemos:

$$q_e = \frac{m_e^2}{B_c^e} \quad (57)$$

Assim, substituindo esta equação na expressão da densidade de energia para cada partícula, temos:

$$\epsilon_u = \frac{m_e^2 B^*}{2\pi^2} \left[\mu_u (\mu_u^2 - m_u^2)^{1/2} + m_u^2 \ln \left[\frac{\mu_u + (\mu_u^2 - m_u^2)^{1/2}}{m_u} \right] \right] \quad (58)$$

$$\epsilon_d = \frac{m_e^2 B^*}{4\pi^2} \left[\mu_d (\mu_d^2 - m_d^2)^{1/2} + m_d^2 \ln \left[\frac{\mu_d + (\mu_d^2 - m_d^2)^{1/2}}{m_d} \right] \right] \quad (59)$$

$$\epsilon_s = \frac{m_e^2 B^*}{4\pi^2} \left[\mu_s (\mu_s^2 - m_s^2)^{1/2} + m_s^2 \ln \left[\frac{\mu_s + (\mu_s^2 - m_s^2)^{1/2}}{m_s} \right] \right] \quad (60)$$

$$\epsilon_e = \frac{m_e^2 B^*}{4\pi^2} \left[\mu_e (\mu_e^2 - m_e^2)^{1/2} + m_e^2 \ln \left[\frac{\mu_e + (\mu_e^2 - m_e^2)^{1/2}}{m_e} \right] \right] \quad (61)$$

Analogamente, para a pressão, obtemos:

$$p_u = \frac{m_e^2 B^*}{2\pi^2} \left[\mu_u (\mu_u^2 - m_u^2)^{1/2} - m_u^2 \ln \left[\frac{\mu_u + (\mu_u^2 - m_u^2)^{1/2}}{m_u} \right] \right] \quad (62)$$

$$p_d = \frac{m_e^2 B^*}{4\pi^2} \left[\mu_d (\mu_d^2 - m_d^2)^{1/2} - m_d^2 \ln \left[\frac{\mu_d + (\mu_d^2 - m_d^2)^{1/2}}{m_d} \right] \right] \quad (63)$$

$$p_s = \frac{m_e^2 B^*}{4\pi^2} \left[\mu_s (\mu_s^2 - m_s^2)^{1/2} - m_s^2 \ln \left[\frac{\mu_s + (\mu_s^2 - m_s^2)^{1/2}}{m_s} \right] \right] \quad (64)$$

$$p_e = \frac{m_e^2 B^*}{4\pi^2} \left[\mu_e (\mu_e^2 - m_e^2)^{1/2} - m_e^2 \ln \left[\frac{\mu_e + (\mu_e^2 - m_e^2)^{1/2}}{m_e} \right] \right] \quad (65)$$

Considerando também as equações do equilíbrio químico e neutralidade de carga:

$$\mu_d = \mu_s \quad (66)$$

$$\mu_u + \mu_e = \mu_d \quad (67)$$

$$2\rho_u - \rho_d - \rho_s - 3\rho_e = 0 \quad (68)$$

$$\rho_B = \frac{1}{3}(\rho_u + \rho_d + \rho_s) \quad (69)$$

onde ρ_B indica a densidade bariônica, temos condições suficientes para determinar a EoS.

Em apêndice, calculamos os valores próprios da energia de uma partícula de Dirac sujeito a um campo magnético forte, para mostrar como surgem os níveis de Landau.

7.1 Resultados

Para estudar a matéria estelar de quarks na presença de campos magnéticos fortes, obtivemos gráficos das fracções de quarks em função da densidade bariônica, da pressão em função da densidade de energia e da energia por barião em função da densidade, para diferentes valores do campo magnético, B^* .

A figura 10 representa as fracções de quarks em função da densidade, para $B_{ag} = (160\text{MeV})^4$ e $B^* = 10^3, 5 \times 10^4, 10^5, 2 \times 10^5, 5 \times 10^5$.

Para campos magnéticos B^* não nulos, verifica-se que a fracção de quarks mantém-se mais ou menos constante, qualquer que seja o valor do campo magnético considerado, a menos que este atinja valores muito elevados, $B^* \geq 2 \times 10^5$, provocando oscilações nas densidades de quarks, pois apenas um pequeno número de níveis de Landau é ocupado. Vemos que as fracções de quarks u, d e s, para valores de $\rho > 0.5 \text{ fm}^{-3}$, são aproximadamente iguais, ~ 0.3 . Este resultado está de acordo com a teoria, pois uma estrela estranha é formada, aproximadamente, por igual número de quarks u, de s.

Na figura 11, considerámos dois valores distintos para a B_{ag} : $(160\text{MeV})^4$ e $(180\text{MeV})^4$. Para cada um deles, atribuímos três valores para $B^* = 0, 10^5, 2 \times 10^5$. Para além destas funções, incluímos também as EoS para matéria hadrónica na presença de campos magnéticos (GM3), com e sem momento magnético anómalo (AMM). GM3 é uma parametrização proposta por Glendenning e Moszkowski [13] para descrever matéria hadrónica com interacções, incluindo hiperões, no âmbito do modelo de Walecka não-linear. Em apêndice, incluímos o Lagrangiano do modelo GM3.

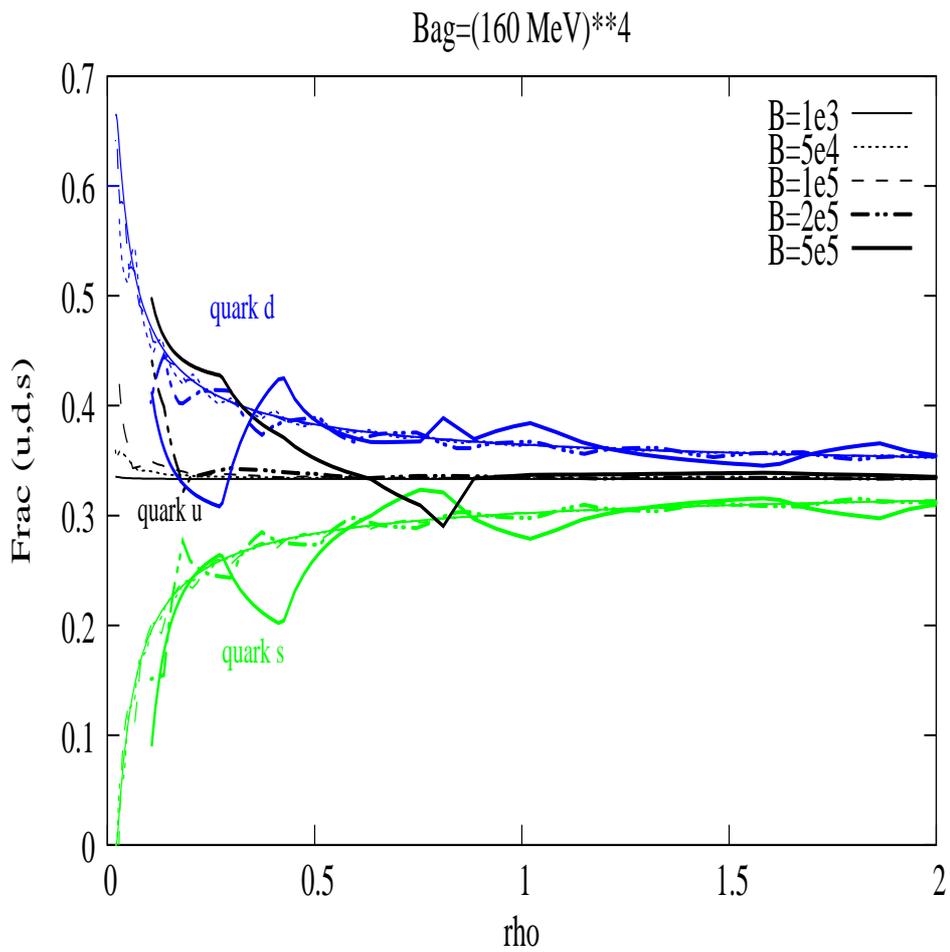


Figura 10: Fracção dos quarks u , d e s em função da densidade.

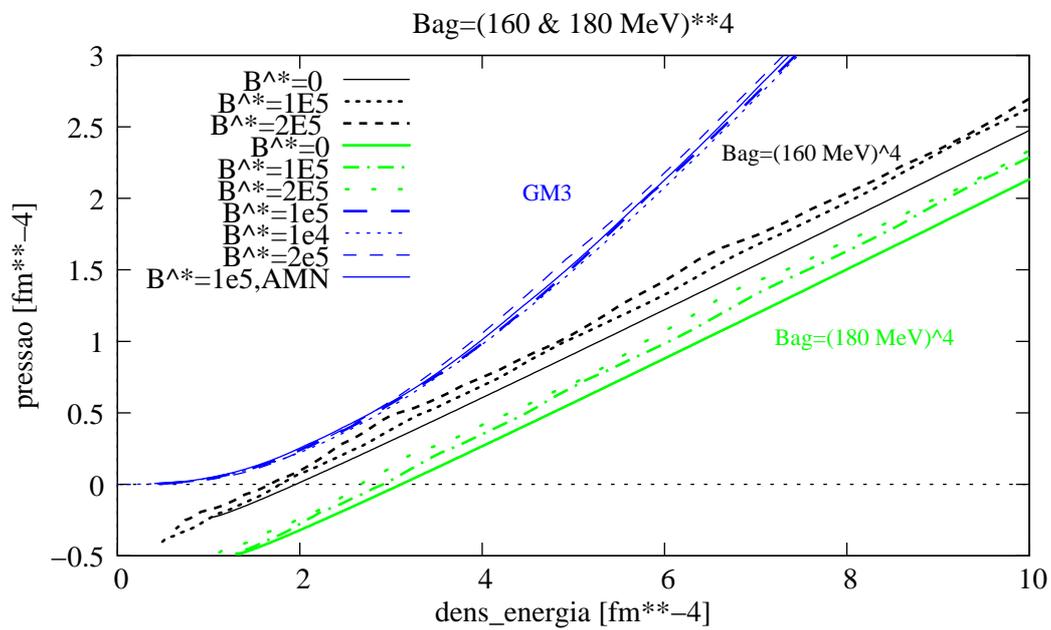


Figura 11: Pressão em função da densidade de energia

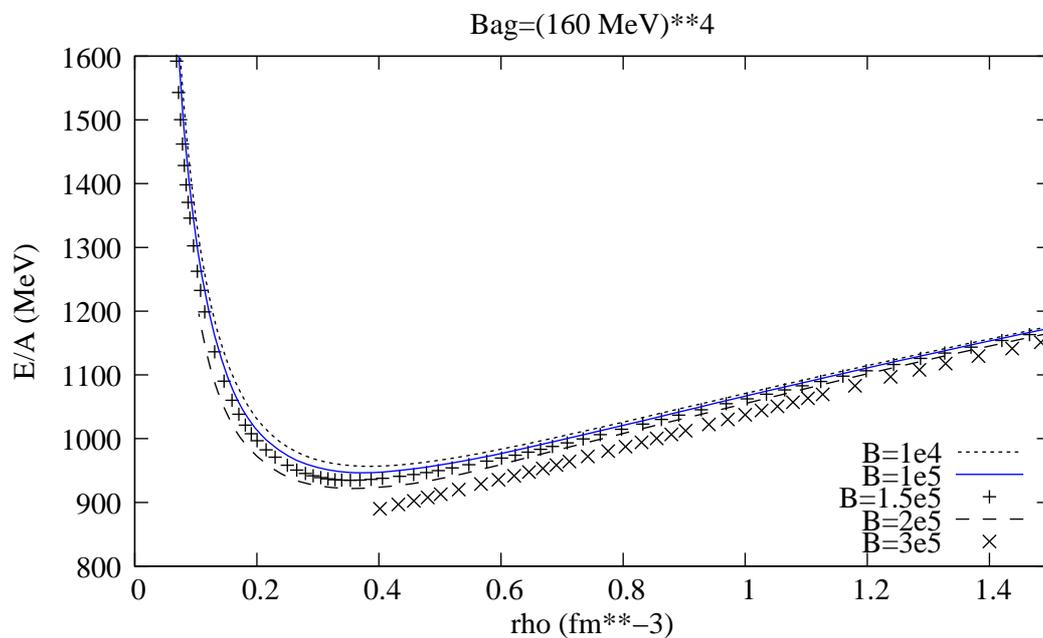


Figura 12: Energia por bárion em função da densidade

Na figura 11, que representa a pressão em função da densidade de energia, vemos que, para campos magnéticos não nulos, a pressão aumenta, para a mesma densidade de energia. Para a matéria hadrónica, temos densidades de energia nulas para pressões nulas - comportamento típico das estrelas de neutrões - ao contrário da matéria de quarks, para a qual temos pressões nulas para densidades de energia finitas - comportamento típico das estrelas de quarks, com uma densidade finita à superfície.

A figura 12 mostra a energia por barião em função da densidade. Para $\rho > \sim 0.3 \text{ fm}^{-3}$, a energia por barião atinge um mínimo, para todos os valores de B^* . Quanto maior B^* , mais baixa é a energia - a matéria de quarks parece ser mais estável energeticamente.

8 Transição de fase matéria hadrónica-matéria de quarks

Até agora estudámos as EoS para uma estrela de neutrões - matéria hadrónica - e para uma estrela de quarks - matéria de quarks.

Como vimos atrás, a matéria de quarks pode ocupar as regiões centrais de estrelas de neutrões muito massivas. É possível que os núcleos se dissociem em quarks para valores de densidades pouco superiores à densidade nuclear (0.15 fm^{-3}).

Ao longo deste trabalho, considerámos o limite da temperatura nula - as temperaturas das estrelas de neutrões, pouco depois do seu nascimento, caem para a região dos KeV, que é negligenciável à escala nuclear. A densidade, no entanto, é muito baixa à superfície da estrela, mas atinge valores muito altos no centro. Assim, na região das baixas densidades, a matéria estaria na sua fase confinada, isto é, matéria hadrónica. Na região das altas densidades, a matéria poderia estar na sua fase desconfinada - matéria de quarks. Chamamos a estas estrelas de neutrões, quando no seu interior a matéria está desconfinada, *estrelas híbridas*.

Segundo Gibbs, as duas fases estão em equilíbrio quando os seus potenciais químicos (bariónicos), temperaturas e pressões são iguais, correspondendo, respectivamente, ao equilíbrio químico, térmico e mecânico:

$$\begin{aligned}\mu_H &= \mu_Q = \mu \\ T_H &= T_Q = T \\ p_H(\mu, T) &= p_Q(\mu, T) = p\end{aligned}\tag{70}$$

Os índices H e Q correspondem à fase confinada (hadrónica) e desconfinada (de quarks), respectivamente.

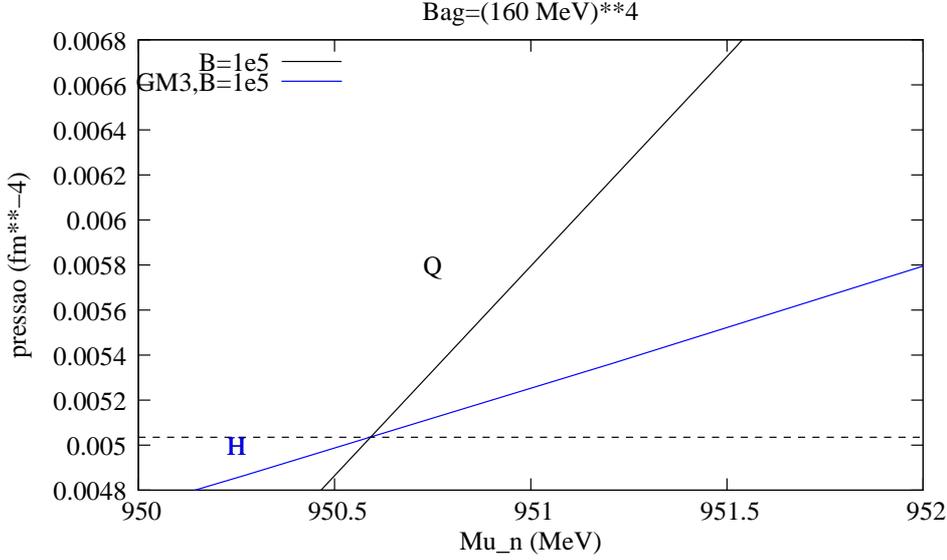


Figura 13: Pressão em função do potencial químico bariônico. H representa a fase hadrônica no modelo GM3 e Q a fase de quarks para $Bag=(160 \text{ MeV})^4$

No nosso caso, como estamos a considerar o limite da temperatura nula, as equações (70) são dadas por:

$$\begin{aligned}
 \mu_H &= \mu_Q = \mu \\
 T_H &= T_Q = T = 0 \\
 p_H(\mu) &= p_Q(\mu) = p
 \end{aligned}
 \tag{71}$$

A última equação pode ser resolvida em ordem a μ , que é independente da proporção das duas fases no equilíbrio - construção de Maxwell.

As figuras 13, 14, 15, 16, 17 e 18 mostram a pressão em função do potencial químico bariônico e pressão em função da densidade para a matéria hadrônica (GM3) e matéria de quarks, para dois valores distintos da Bag , e para diferentes valores do campo magnético, B^* .

Nas figuras 13, 14 e 17 estão marcados os valores da pressão para a qual a transição matéria hadrônica-matéria de quarks acontece. Vemos que uma Bag mais elevada tem uma pressão de transição superior. Por sua vez, campos magnéticos mais altos têm pressões de transição inferiores.

Nas figuras 15 e 16 podemos ver as densidades correspondentes a essa transição. Quanto maior a Bag , maior a densidade para a qual a transição de fases acontece. Nas figuras 17 e 18 representamos, para dois valores da Bag , a equação hadrônica para $B^* = 10^5$ e a EoS de quarks para B^*10^5 e 2×10^5 . Supondo que o campo magnético é mais alto no interior da estrela, concluímos

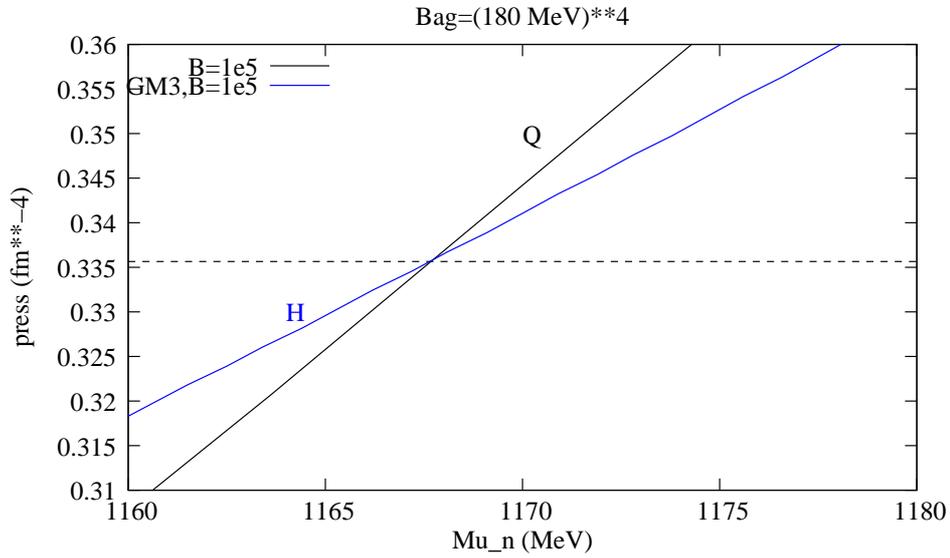


Figura 14: Pressão em função do potencial químico bariônico. H representa a fase hadrônica no modelo GM3 e Q a fase de quarks para $B_{\text{ag}}=(180 \text{ MeV})^4$

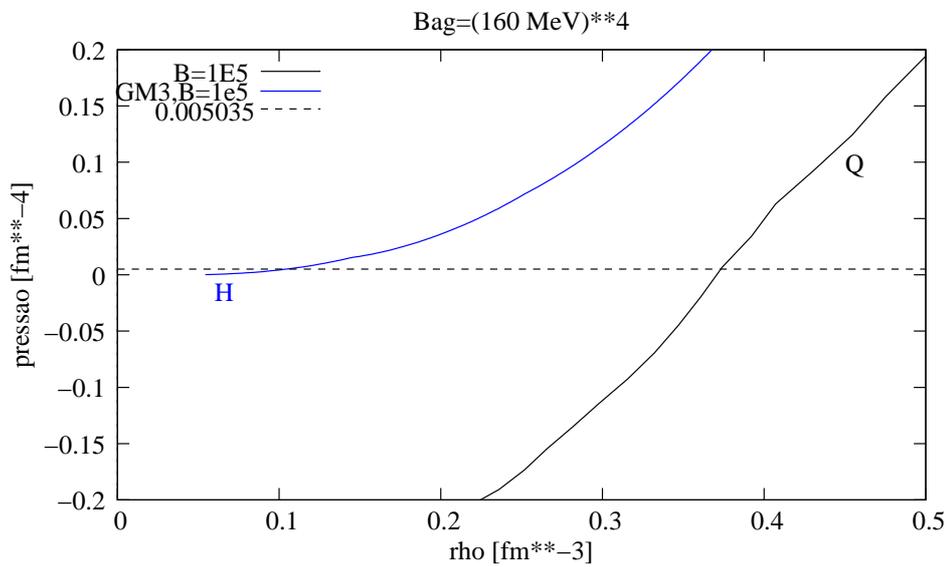


Figura 15: Pressão em função da densidade. H representa a fase hadrônica, no âmbito do modelo GM3, e Q a fase de quarks para $B_{\text{ag}}=(160 \text{ MeV})^4$

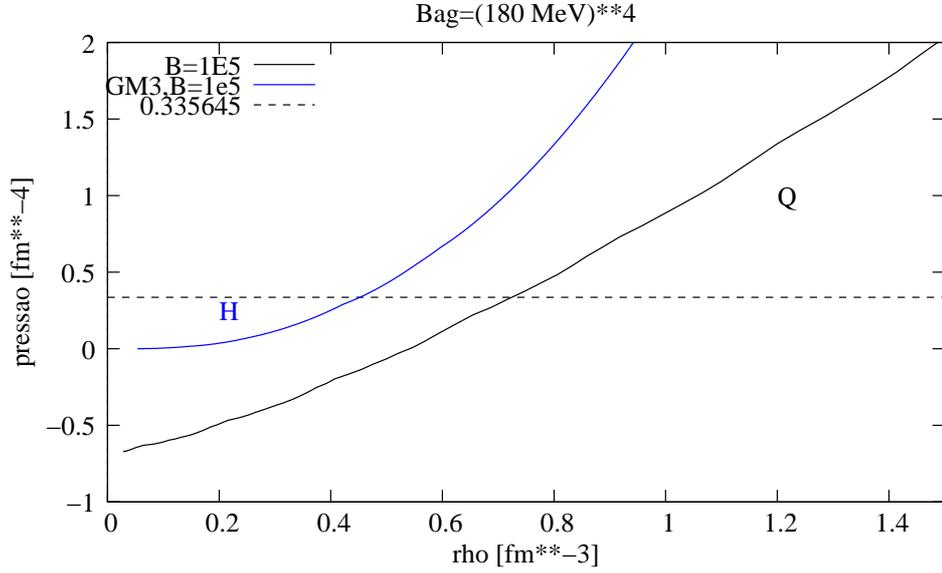


Figura 16: Pressão em função da densidade. H representa a fase hadrônica, no âmbito do modelo GM3, e Q a fase de quarks para $B_{\text{ag}}=(180 \text{ MeV})^4$

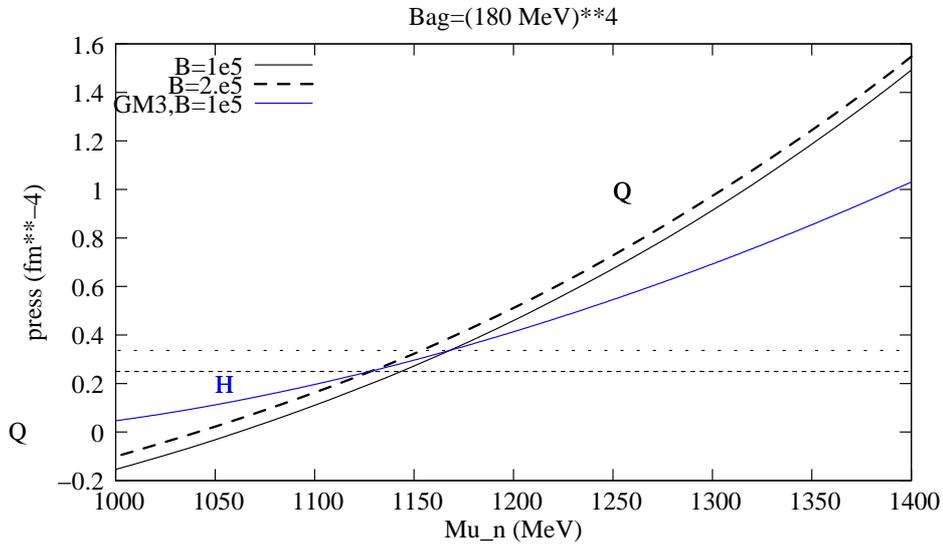


Figura 17: Pressão em função do potencial químico bariônico. Na fase hadrônica (H), $B^* = 10^5$, e na fase de quarks (Q) indicamos a EoS para dois valores do campo $B^* = 10^5$ e 2×10^5 . Os tracejados indicam as pressões de transição.

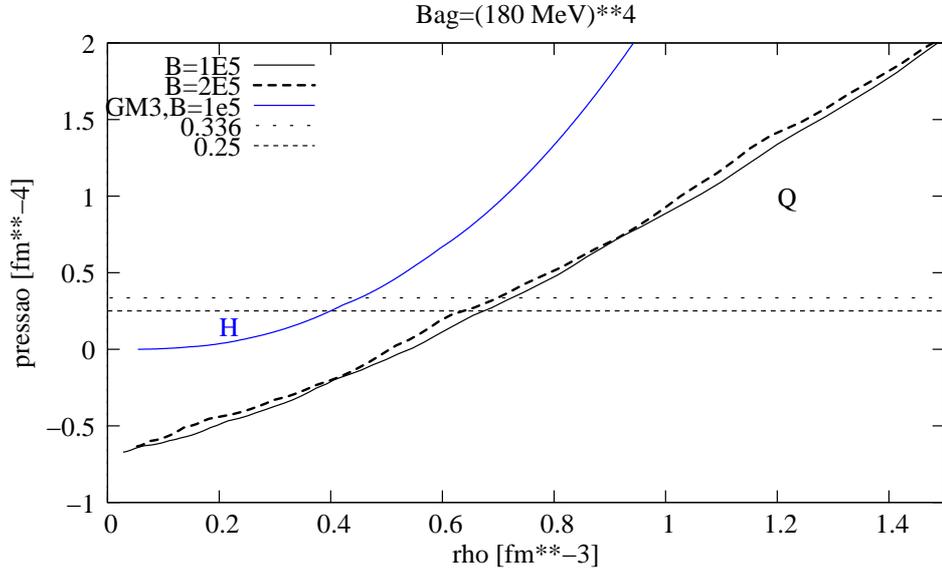


Figura 18: Pressão em função da densidade. Na fase hadrônica (H), $B^* = 10^5$, e na fase de quarks (Q) indicamos a EoS para dois valores do campo $B^* = 10^5$ e 2×10^5 . Os tracejados indicam as pressões de transição.

que, como consequência, a transição para a fase de quarks ocorre a densidades mais baixas, para campos magnéticos superiores, como podemos ver na figura 18. A densidades baixas existe matéria hadrônica e a altas densidades matéria de quarks. Vemos dos gráficos que a transição de desconfinamento é de primeira ordem com uma descontinuidade na densidade bariônica.

Num cálculo mais detalhado, seria necessário incluir o efeito do campo coulombiano e energia de superfície entre as duas fases, o que originaria uma transição, não a pressão constante, mas com a pressão a aumentar monotonicamente com a densidade.

9 Equações de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV)

As equações TOV são a forma reduzida das equações de Einstein para o interior de uma estrela esférica, estática e relativista. São dadas por:

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{[p(r) + \epsilon(r)][M(r) + 4\pi r^3 p(r)]}{r(r - 2M(r))} \quad (72)$$

onde

$$M(r) \equiv 4\pi \int_0^r \epsilon(r)r^2 dr \quad , \quad (73)$$

$M \equiv M(r)$ designa a massa gravítica no interior de uma esfera de raio V e a pressão nula define a superfície da estrela.

Estas equações podem ser integradas desde a origem, com condições iniciais $M(0) = 0$ e um valor arbitrário para a densidade de energia central, $\epsilon(0)$, até que a pressão, $p(r)$, se torne nula, para R . Como a pressão nula define a superfície da estrela, R define o raio gravitacional da estrela.

Para uma dada EoS, só existe uma solução com $M(R)$ para cada densidade de energia central, $\epsilon(0)$. Cada EoS define uma única família de estrelas, sendo cada estrela parametrizada pela pressão central ou densidade central.

A figura 19 representa famílias de estrelas de quarks (u,d,s). Cada curva corresponde a uma família de estrelas com a mesma EoS mas densidades no centro diferentes. Considerámos famílias com diferentes valores da *Bag* e diferentes campos magnéticos, B^* . Vemos que estrelas com uma *Bag* maior atingem raios e massas maiores. O mesmo efeito é observado, aumentando o valor do campo magnético.

A figura 20 representa famílias de estrelas de matéria hadrónica, no modelo GM3, que inclui o octeto bariónico, electrões e muões. Considerámos famílias com diferentes valores para o campo magnético, $B^* = 1e3, 1e5$.

Relativamente à figura 20, concluímos que os raios das estrelas hadrónicas de menor massa aumentam quando a massa diminui. Isto deve-se ao facto da força gravítica ser a responsável pela ligação do sistema. No caso das estrelas de quarks, o sistema é auto-ligado.

A figura 21 representa famílias de estrelas híbridas. A fase hadrónica é descrita com a parametrização GM3 e a fase de quarks com o modelo da sacola do MIT. Considerámos famílias com diferentes valores da *Bag* e diferentes campos magnéticos, B^* , na fase desconfiada. Nas estrelas híbridas representadas distinguem-se as estrelas constiuidas apenas por uma fase hadrónica (estrelas de menor massa) e estrelas que contêm um caroço de quarks.

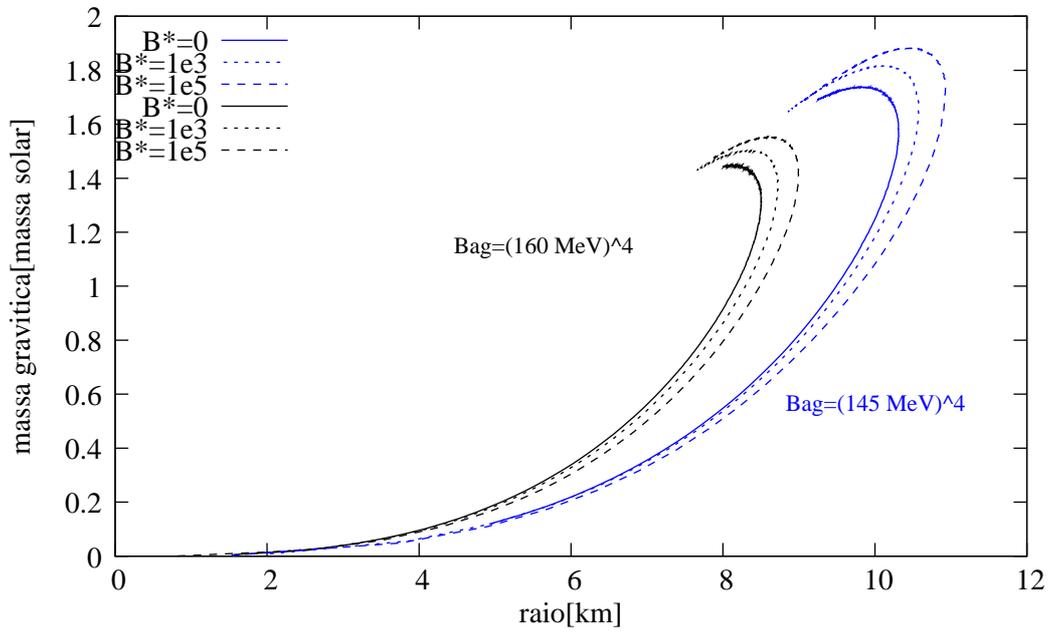


Figura 19: Estrelas de quarks: Massa gravítica em função do raio

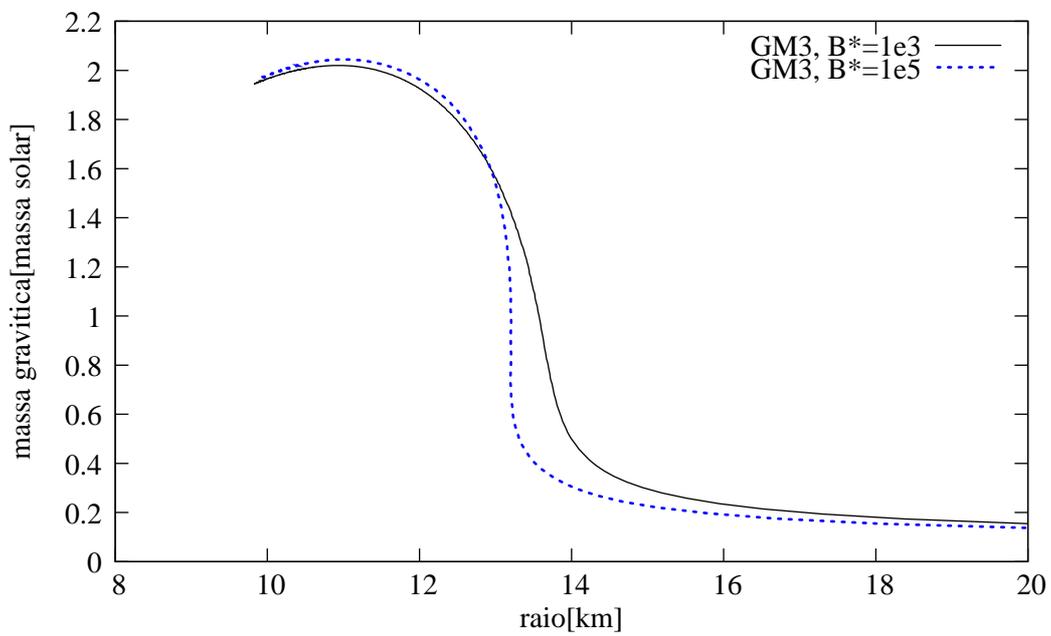


Figura 20: Estrelas de matéria hadrónica: Massa gravítica em função do raio

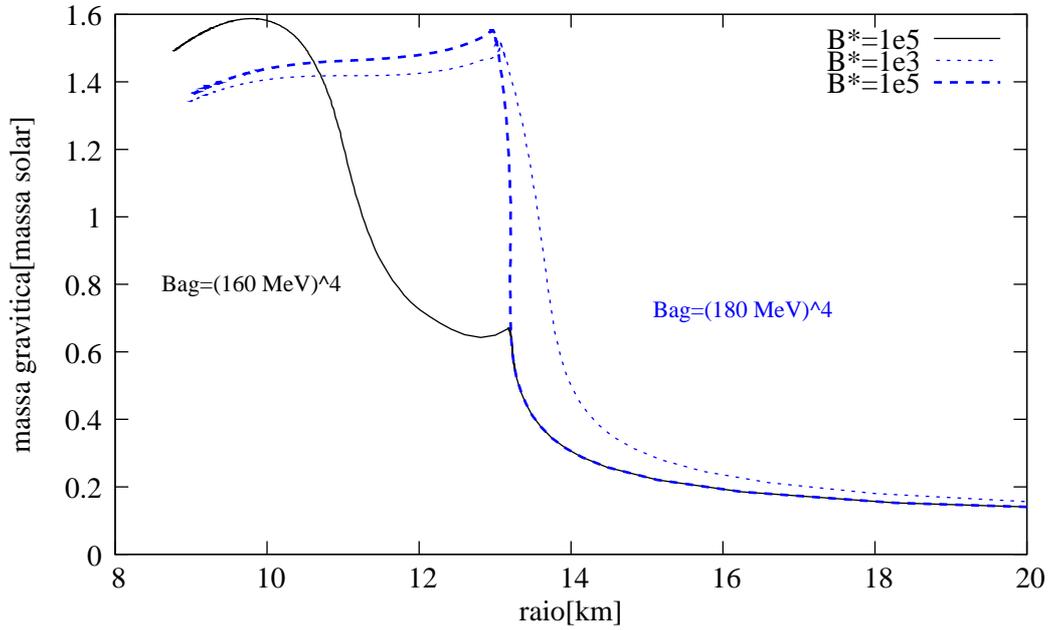


Figura 21: Estrelas híbridas: Massa gravítica em função do raio

Se a constante B_{ag} for demasiado alta, as configurações de estrelas com um caroço de quarks já não são estáveis.

As tabelas 2 e 3 indicam os valores das massas da estrela estável de maior massa e dos raios da estrela de maior raio (só incluídas para estrelas de quarks), para cada família de estrelas representada na figura 19, e para cada valor de B^* considerado.

	$B_{ag}=(145 \text{ MeV})^4$		
	$B^* = 0$	$B^* = 10^3$	$B^* = 10^5$
Mmax [Msun]	1.738018	1.817235	1.882940
R [km]	9.847204	10.07041	10.49457
Mbmax [Msun]	2.038619	2.304318	2.427620
E0 [fm ⁻⁴]	6.928200	6.915200	6.012800
Rmax [km]	10.31572	10.57789	10.92931
M [Msun]	1.557145	1.637369	1.729642
Mb [Msun]	1.848238	2.041538	2.198296
E0 [fm ⁻⁴]	3.461400	3.343200	3.268000

Tabela 2: Características das estrelas de quarks com maior massa (Mmax) e maior raio (Rmax) com $B_{ag}=(145 \text{ MeV})^4$. Para cada uma destas estrelas é indicado o raio R, a massa bariónica (Mb) e a densidade de energia no centro da estrela (E0).

	$B_{ag}=(160 \text{ MeV})^4$		
	$B^* = 0$	$B^* = 10^3$	$B^* = 10^5$
Mmax [Msun]	1.447792	1.503391	1.552768
R [km]	8.121058	8.385065	8.614650
Mbmax [Msun]	1.500031	1.740388	1.821248
E0 [fm ⁻⁴]	10.30940	9.378400	9.058400
Rmax [km]	8.506239	8.729427	8.996506
M [Msun]	1.326345	1.378252	1.400232
Mb [Msun]	1.388340	1.573014	1.613981
E0 [fm ⁻⁴]	5.408800	5.152200	4.621600

Tabela 3: Características das estrelas de quarks com maior massa (Mmax) e maior raio (Rmax) com $B_{ag}=(160 \text{ MeV})^4$. Para cada uma destas estrelas é indicado o raio R, a massa bariônica (Mb) e a densidade de energia no centro da estrela (E0).

As tabelas 4 e 5 indicam os valores das massas da estrela estável de maior massa, para cada família de estrelas representadas, respectivamente, nas figuras 20 e 21, e para cada valor de B^* considerado.

	GM3	
	$B^* = 10^3$	$B^* = 10^5$
Mmax [Msun]	2.019913	2.044427
R [km]	10.92965	11.00750
Mbmax [Msun]	2.358279	2.408166
E0 [fm ⁻⁴]	7.091321	6.886525

Tabela 4: Características das estrelas hadrônicas com maior massa (Mmax). Para cada uma destas estrelas é indicado o raio R, a massa bariônica (Mb) e a densidade de energia no centro da estrela (E0).

	$B_{ag}=(160 \text{ MeV})^4$	$B_{ag}=(180 \text{ MeV})^4$	
	$B^* = 10^5$	$B^* = 10^3$	$B^* = 10^5$
Mmax [Msun]	1.587467	1.550164	1.552685
R [km]	9.802885	13.07592	12.97462
Mbmax [Msun]	1.873786	1.686620	1.745517
E0 [fm ⁻⁴]	8.600154	4.080215	2.480237

Tabela 5: Características das estrelas híbridas com maior massa (Mmax). Para cada uma destas estrelas é indicado o raio R, a massa bariônica (Mb) e a densidade de energia no centro da estrela (E0).

Das tabelas 2 e 3, vemos que, com o aumento do campo magnético, a massa máxima e o raio máximo aumentam, para cada família de estrelas. Por seu lado, a densidade de energia central (E_0) diminui. Para a $Bag=(160 \text{ MeV})^4$, a massa e o raio têm valores mais baixos, em comparação com os valores obtidos para $Bag=(145 \text{ MeV})^4$ - quanto maior a Bag , mais pequena é a estrela.

Da tabela 4, para a família de estrelas hadrónicas, a massa máxima aumenta, com o aumento do campo magnético.

Para as famílias de estrelas híbridas consideradas, vemos que, aumentando a Bag , a massa diminui e o raio aumenta - quanto maior a Bag , maior é a estrela. Mas para uma $Bag = (180 \text{ MeV})^4$, se aumentarmos o campo magnético, o raio diminui e a massa máxima aumenta. Na figura 21, nota-se claramente as duas fases: matéria hadrónica e matéria de quarks. Para a $Bag = (160 \text{ MeV})^4$ e $M < \sim 0.7M_\odot$, a curva corresponde à matéria hadrónica; para $M > \sim 0.7M_\odot$, a curva corresponde à matéria de quarks. Para a $Bag = (180 \text{ MeV})^4$, acontece o mesmo, mas para uma massa bastante superior, $M \sim 1.6M_\odot$. No entanto, as configurações com um caroço de quarks já não correspondem a estrelas estáveis.

As estrelas de neutrões têm um raio da ordem de 12-15 km para uma massa de cerca 1.5 massas solares. Ora, para estas famílias de estrelas de quarks com e sem campo magnético, obtivemos valores superiores para a massa máxima (excepto para a $Bag=(160 \text{ MeV})^4$ com $B^* = 0$), e inferiores para o raio máximo.

Assim, as estrelas de quarks aparentam ter um raio inferior ao das estrelas de neutrões. Nas estrelas de neutrões, a relação entre o raio e a massa é diferente - o primeiro decresce quando a massa aumenta.

A identificação de objectos compactos com massas da ordem de 1.5 massas solares ou superiores e raios inferiores a 10 km poderá indicar a presença de uma estrela de quarks.

É também interessante verificar a existência de estrelas com massas da ordem de 1.8 massas solares ou superiores. Estrelas recentemente observadas como a pulsar PSR B1516+0213 com uma massa $M = 1.94(+0.17/-0.19)M_\odot$ poderiam ser explicadas no âmbito do cenário presente.

10 Resumo e Conclusões

Este trabalho de investigação teve como finalidade principal estudar a equação de estado (EoS) de matéria estelar densa, formada apenas por quarks, na presença de campos magnéticos fortes.

As estrelas compactas são o que resta das estrelas luminosas. O termo compacto refere-se ao facto destes objectos serem muito pequenos para a massa que têm.

As estrelas de neutrões, as anãs brancas e os buracos negros fazem parte deste grupo. As estrelas de neutrões são as estrelas mais densas e pequenas conhecidas. São cerca de 10^{14} vezes mais densas que a Terra e a sua massa é cerca de 1.5 massas solares, o que nos indica que o seu raio há-de ter cerca de 15 km. Os buracos negros têm uma massa superior a 3 massas solares e um raio menor que o das estrelas de neutrões. Um buraco negro com uma massa solar teria um raio da ordem de ~ 3 km. As anãs brancas, por sua vez, têm uma massa inferior às estrelas de neutrões, cerca de 1 massa solar, e o raio ronda os 0.01 raios solares, cerca de 1000-10000 km.

Começámos por estudar a EoS - pressão em função da densidade de energia, ou a pressão e densidade de energia em função da densidade bariónica - para uma estrela de neutrões. Considerámos um modelo que descreve um gás degenerado de protões, neutrões e electrões em equilíbrio beta, sujeito à condição de neutralidade de carga, no limite da temperatura zero - como as temperaturas das estrelas de neutrões, pouco depois do seu nascimento, caem para a região dos KeV, que é negligenciável à escala nuclear, o limite da temperatura zero é uma boa aproximação.

Provámos que as estrelas de neutrões são constituídas na sua maioria por neutrões, mas os protões e electrões também estão presentes.

Considerámos duas aproximações da EoS - os limites das altas e baixas densidades. Vimos que no limite ultra-relativista, quando $k \gg m$, temos $\epsilon \approx 3p \propto \rho^{4/3}$ e no limite não-relativista, quando $k \ll m$, temos $\epsilon \approx p \propto \rho^{5/3}$. No limite das altas densidades, a pressão e a energia são apenas função da densidade, e não da massa. Assim, quando os electrões passam de partículas não-relativistas, $p \sim \rho^{5/3}$ (densidades baixas), para ultrarelativistas, $p \sim \rho^{4/3}$ (altas densidades), a EoS vai variar entre estas duas equações. A pressão dos electrões deixa de suportar a força gravítica e dá-se um colapso. A este limite chamamos limite de Chandrasekhar e representa a massa máxima que a pressão dos electrões pode suportar antes da estrela colapsar e dar origem, por exemplo, a uma estrela de neutrões ou a um buraco negro. Concluímos, assim, que as estrelas de neutrões têm um limite para a massa.

Analísámos, graficamente, o comportamento de quatro partículas, protão, electrão, quark d e quark s, nos limites considerados. Vimos que o protão tem

comportamento não-relativista em toda a gama de densidades, ao contrário do electrão, que apresenta sempre um comportamento ultra-relativista. O neutrão terá um comportamento semelhante ao do protão, pois a sua massa é muito próxima da do protão.

O quark s (massa de 150 MeV) apresenta-se como partícula não-relativista, para $\rho < 10^{11} \text{ gcm}^{-3}$, mas com o aumento da densidade de energia, mostrar-se-á com comportamento relativista. O quark d (massa 5 MeV), para baixas densidades de energia, apresenta-se como uma partícula não-relativista, mas no limite das altas densidades de energia, passa a ser relativista, e mesmo ultra-relativista, para $\rho > 10^{10} \sim 10^{11} \text{ gcm}^{-3}$.

Se o momento de Fermi dos electrões for suficientemente alto, é favorável, do ponto de vista energético, a reacção:

$$e^- \longrightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu + \nu_e \quad (74)$$

isto é, o aparecimento de muões numa estrela de neutrões. De um modo semelhante, podemos concluir que, a densidades suficientemente altas, será também favorável o aparecimento de hiperões.

As estrelas de neutrões têm uma crusta de cerca de 1 km de espessura e um interior líquido e pesado, constituído essencialmente, por protões, neutrões e outros hadrões.

No interior de uma estrela de neutrões, as densidades são muito altas. Este factor pode fazer com que a transição de fase para a matéria de quarks possa acontecer, passando estas novas estrelas a designarem-se por estrelas (de quarks) estranhas.

Assim, para estudar a matéria estelar de quarks em equilíbrio beta, considerámos uma aproximação do modelo da sacola do MIT, no limite da temperatura zero e sujeita à condição de neutralidade de carga - a matéria de quarks pode ser tratada como um gás de Fermi de quarks up, down e strange neutralizado por electrões. Segundo este modelo, os quarks não estão confinados nos hadrões e são *livres*, apenas sujeitos à pressão da sacola, que representa a região onde os quarks estão, caracterizada por uma constante de energia por volume, B . A matéria de quarks constituída por três sabores é energeticamente favorável à matéria de quarks de dois sabores, segundo a conjectura de Bodmer e Witten. Para uma pressão nula, a matéria de quarks de três sabores seria mais estável que o núcleo de ferro ^{56}Fe com uma energia por número bariónico mais baixa. Isto faria com que a matéria de quarks estranha fosse a substância mais estável conhecida. Assim, os núcleos baixariam a sua energia, convertendo-se em matéria de quarks, desde que as densidades fossem suficientemente altas.

Obtivemos gráficos da pressão em função da densidade de energia e do potencial químico bariónico, e da fracção de estranheza em função da densidade bariónica, onde considerámos duas situações distintas: valores diferentes da constante B do modelo de sacola do MIT, e valores diferentes para a massa do quark s . Concluimos, que para uma mesma densidade de energia, ou para um mesmo potencial químico bariónico, quanto menor B , maior a pressão exercida. Este resultado era esperado pois B representa uma pressão externa exercida sobre os quarks. Quanto maior B , menor a pressão exercida pelo gás de quarks. Um efeito equivalente ocorre se fixarmos B e aumentarmos a massa do quark s : quanto maior for a massa, m_s , menor é a pressão. A fracção de estranheza diminui com o aumento da massa do quark s , pois quanto maior for a massa, menor é a densidade, e menor a sua fracção, para uma dada densidade bariónica. Este factor tem influência directa na EoS pois, para uma mesma densidade de energia, a contribuição para a pressão de uma partícula diminui com a massa.

Para pressões nulas, obtivemos densidades de energia finitas. Esta é uma previsão para estrelas de quarks, pois a superfície de uma estrela de quarks é caracterizada pela densidade de energia para a qual a pressão se anula. Este comportamento é diferente do das estrelas de neutrões para as quais a pressão é nula e a densidade bariónica também, à superfície da estrela.

Dizemos que a estrela de quarks é auto-ligada (devido à força forte), ao contrário da estrela de neutrões, que é ligada pela força gravítica.

Magnetares são estrelas de neutrões onde, à superfície, os campos magnéticos podem atingir valores elevadíssimos, da ordem dos 10^{14} a 10^{15} Gauss. O decaimento destes campos magnéticos extremamente fortes faz com que seja libertada uma enorme quantidade de radiação electromagnética de altas energias, particularmente raios-X e raios- γ . A teoria que diz respeito a estes objectos foi formulada por Robert Duncan e Christopher Thompson em 1992, mas a primeira explosão observada de raios gama que se pensa que teve origem num magnetar é muito anterior: 5 de Março de 1979. Durante a década seguinte, a hipótese de que um magnetar seria uma boa explicação para as SGRs e para as pulsares anómalas de raios-X, tem sido bem aceite. Para compreendermos o efeito do campo magnético na EoS, descrevemos um magnetar estranho no âmbito do modelo da sacola do MIT.

Assim, para determinar a EoS para matéria estelar de quarks na presença de um campo magnético forte, obtivemos gráficos das fracções de quarks em função da densidade bariónica, da pressão em função da densidade de energia e da energia por barião em função da densidade, para diferentes valores do campo magnético, B^* .

Para campos magnéticos B^* , não nulos, verifica-se que a fracção de quarks

mantém-se mais ou menos constante, qualquer que seja o valor do campo magnético considerado, a menos que este atinja valores muito elevados, $B^* \geq 2 \times 10^5$, provocando oscilações nas densidades de quarks, pois apenas um pequeno número de níveis de Landau é ocupado. Vemos que as fracções de quarks u, d e s, para valores de $\rho > 0.5 \text{ fm}^{-3}$, são aproximadamente iguais, ~ 0.3 . Este resultado está de acordo com a teoria, pois uma estrela estranha é formada, aproximadamente, por igual número de quarks u, de s.

Incluimos também as EoS para matéria hadrónica na presença de campos magnéticos (GM3), com e sem momento magnético anómalo (AMM), para estudar o efeito do campo magnético na transição de fase de desconfinamento.

Concluimos, também, que, para campos magnéticos não nulos, a pressão aumenta, para a mesma densidade de energia.

Para a matéria hadrónica, temos densidades de energia nulas para pressões nulas - comportamento típico das estrelas de neutrões - ao contrário da matéria de quarks, para a qual temos pressões nulas para densidades de energia finitas - comportamento típico das estrelas de quarks, com uma densidade finita à superfície.

Para $\rho > \sim 0.3 \text{ fm}^{-3}$, a energia por barião atinge um mínimo, para todos os valores de B^* . Quanto maior B^* , mais baixa é a energia - a matéria de quarks parece ser mais estável energeticamente.

Como já referimos, a matéria de quarks pode ocupar as regiões centrais de estrelas de neutrões muito massivas. É possível que os nucleões se dissociem em quarks para valores de densidades pouco superiores à densidade nuclear (0.15 fm^{-3}). Na região das baixas densidades, a matéria estaria na sua fase confinada, isto é, matéria hadrónica. Na região das altas densidades, a matéria poderia estar na sua fase desconfina - matéria de quarks. Chamamos a estas estrelas de neutrões, onde no seu interior, a matéria está desconfina, *estrelas híbridas*.

Para estudarmos a transição de fase matéria hadrónica-matéria de quarks, obtivemos gráficos da pressão em função do potencial químico bariónico e da pressão em função da densidade para a matéria hadrónica (GM3) e matéria de quarks, para dois valores distintos da Bag , e para diferentes valores do campo magnético, B^* . Vimos que uma Bag mais elevada tem uma pressão de transição superior. Por sua vez, campos magnéticos mais altos têm pressões de transição inferiores.

Para campos magnéticos superiores, a transição de fase ocorre a densidades mais baixas. Supondo que o campo magnético é mais alto no interior da estrela, concluimos que, como consequência, a transição para a fase de quarks ocorre a densidades mais baixas, para campos magnéticos superiores. A transição de desconfinamento é de primeira ordem com uma descontinui-

dade na densidade bariónica. Num cálculo mais detalhado, seria necessário incluir o efeito do campo coulombiano e energia de superfície entre as duas fases, o que originaria uma transição, não a pressão constante, mas com a pressão a aumentar monotonicamente com a densidade.

Depois de termos integrado as equações TOV, obtivemos gráficos da massa gravítica em função do raio, para famílias de estrelas de quarks, estrelas hadrónicas e estrelas híbridas, com valores distintos da B_{ag} e diferentes campos magnéticos, B^* , considerados.

Vemos que, com o aumento do campo magnético, a massa máxima e o raio máximo aumentam, para cada família de estrelas de quarks. Por seu lado, a densidade de energia central (E_0) diminui. Concluimos, também, que quanto maior a B_{ag} , mais pequena é a estrela.

Para a família de estrelas hadrónicas, a massa máxima aumenta e o raio máximo diminui, com o aumento do campo magnético.

Para as famílias de estrelas híbridas consideradas, vemos que, aumentando a B_{ag} , a massa diminui e o raio aumenta - quanto maior a B_{ag} , maior é a estrela. Mas para uma $B_{ag} = (180 \text{ MeV})^4$, se aumentarmos o campo magnético, o raio diminui e a massa máxima aumenta.

As estrelas de neutrões têm um raio da ordem de 12-15 km para uma massa de cerca 1.5 massas solares. Para estas famílias de estrelas de quarks com e sem campo magnético, obtivemos valores superiores para a massa máxima (excepto para a $B_{ag} = (160 \text{ MeV})^4$ com $B^* = 0$), e inferiores para o raio máximo. Assim, as estrelas de quarks aparentam ter um raio inferior ao das estrelas de neutrões. Nas estrelas de neutrões, a relação entre o raio e a massa é diferente de estrelas com massa pequenas - o primeiro decresce quando a massa aumenta.

A identificação de objectos compactos com massas da ordem de 1.5 massas solares ou superiores e raios inferiores a 10 km poderá indicar a presença de uma estrela de quarks.

Será então que alguma dessas muitas estrelas detectadas são estrelas de quarks? Se a conjectura de Bodmer e Witten - a matéria de quarks constituída por três sabores (up, down e strange) poderia ter uma energia por número bariónico mais baixa que a dos núcleos, fazendo com que a matéria de quarks estranha fosse a substância mais estável conhecida - estiver correcta, sim.

A Níveis de Landau

Para uma partícula de Dirac de massa m e carga q sujeita a um campo magnético forte ao longo do eixo z , de magnitude B com $A_B^0 = A_B^y = A_B^z = 0$ e $A_B^x = -yB$, o Hamiltoniano H é dado por:

$$H = \alpha_i(-i\nabla_i - qA^i) + qA^0 + \beta m \quad (75)$$

e a equação de Dirac é da forma:

$$i\frac{\partial\Psi}{\partial t} = H\Psi \quad (76)$$

Pela equação (76), Ψ é da forma:

$$\Psi = \begin{pmatrix} \phi \\ \psi \end{pmatrix}$$

Com esta notação, podemos escrever a equação (76) como:

$$\begin{cases} (m - E)\phi + \sigma_i(-i\nabla_i - qA^i)\psi = 0 \\ -(m + E)\psi + \sigma_i(-i\nabla_i - qA^i)\phi = 0 \end{cases} \quad (77)$$

pois

$$\alpha_i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix}$$

σ_i são as matrizes de Pauli. Eliminando ψ , obtemos, para a componente ϕ :

$$(m^2 - E^2)\phi = [\sigma_i(-i\nabla_i - qA^i)]^2\phi \quad (78)$$

Como $A^i = A^x = -yB$, no nosso sistema, vamos obter, depois de alguma álgebra:

$$(m^2 - E^2)\phi = (-\nabla^2 + (qB)^2y^2 - qB(2iy\partial_x) + \sigma_3)\phi \quad (79)$$

com

$$\sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

As soluções vão ser da forma:

$$\phi = e^{p_x x + p_z z} f(y) \quad (80)$$

onde p_x e p_z são as componentes x e z do momento \vec{p} e $f(y)$ é uma matriz da forma:

$$f(y) = \begin{pmatrix} f_+(y) & f_-(y) \end{pmatrix}$$

As soluções de $f(y)$ vão ser estados próprios de σ_3 com valores próprios $s = \pm 1$, o que quer dizer que vamos ter:

$$f_+(y) = \begin{pmatrix} F_+(y) \\ 0 \end{pmatrix}$$

e

$$f_-(y) = \begin{pmatrix} 0 \\ F_-(y) \end{pmatrix}$$

Como $\sigma_3 f_s = s f_s$, obtemos, a partir de (79), a equação diferencial:

$$\frac{d^2 F_s}{dy^2} - (qBy + p_x)^2 F_s + (E^2 - m^2 - p_z^2 + qBs) F_s = 0 \quad (81)$$

Fazendo uma mudança de variável:

$$\zeta = \sqrt{|q|B} \left(y + \frac{p_x}{qB} \right) \quad (82)$$

vamos obter a equação:

$$\left[\frac{d^2}{d\zeta^2} - \zeta^2 + a_s \right] F_s = 0 \quad (83)$$

com

$$a_s = \frac{E^2 - m^2 - p_z^2 + qBs}{|q|B} \quad (84)$$

Esta expressão é uma forma da equação de Hermite. Se $a_s = 2n + 1$, com $n = 0, 1, 2, \dots$, o número quântico principal, vamos obter, para os valores próprios da energia:

$$E^2 = m^2 + p_z^2 + (2n + 1)|q|B - qBs \quad (85)$$

Se agora considerarmos o caso em que $qB < 0$, a equação (85) toma a forma:

$$E^2 = m^2 + p_z^2 + |qB|(2n + 1 + s) \quad (86)$$

Se escrevermos $2\nu = 2n + s + 1$, com $\nu = 0, 1, 2, \dots$, a equação (86), vem:

$$E^2 = m^2 + p_z^2 + 2\nu|qB| \quad (87)$$

Esta equação representa a forma relativista para os níveis de energia de Landau.

Assim, se $\nu = 0$, o estado é degenerado, para $\nu \neq 0$ é duplamente degenerado.

B Lagrangiano do modelo GM3

O Lagrangiano do modelo GM3 é (ver [13]):

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} = & \sum_B \bar{\psi}_B (i\gamma_\mu \partial^\mu - m_B + g_{\sigma B} \sigma - g_{\omega B} \gamma_\mu \omega^\mu - \frac{1}{2} g_{\rho B} \gamma_\mu \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\rho}^\mu) \psi_B + \\
& + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) - \frac{1}{4} \omega_{\mu\nu} \omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu - \\
& - \frac{1}{4} \boldsymbol{\rho}_{\mu\nu} \cdot \boldsymbol{\rho}^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \boldsymbol{\rho}_\mu \cdot \boldsymbol{\rho}^\mu - \frac{1}{3} b m_n (g_\sigma \sigma)^3 - \\
& - \frac{1}{4} c (g_\sigma \sigma)^4 + \sum_{e^-, \mu^-} \bar{\psi}_\lambda (i\gamma_\mu \partial^\mu - m_\lambda) \psi_\lambda
\end{aligned} \tag{88}$$

Os bariões B estão acoplados aos mesões $\sigma, \omega, \boldsymbol{\rho}$. A soma em B é sobre todos os estados carregados do octeto de bariões mais baixo ($p, n, \Lambda, \Sigma^+, \Sigma^-, \Sigma^0, \Xi^-, \Xi^0$), assim como também o quarteto Δ . No entanto, este último não está ocupado até às densidades mais altas nas estrelas de neutrões.

$g_\sigma/m_\sigma, g_\omega/m_\omega, g_\rho/m_\rho$ são as constantes de acoplamento dos mesões escalar, vector e isovector, respectivamente. As constantes b e c determinam as auto-interacções escalares.

O último termo representa o Lagrangiano para leptões livres (e^-, μ^-).

Referências

- [1] L. D. Landau e E. M. Lifshitz, *Quantum Mechanics - Non-relativistic Theory*, Pergamon Press, 1977
- [2] L. D. Landau e E. M. Lifshitz, *Statistical Physics*, Pergamon Press, 1980
- [3] F. Gross, *Relativistic Quantum Mechanics and Field Theory*, New York: John Wiley and Sons, Inc., 1993
- [4] N. K. Glendenning, *Compact Stars*, Springer-Verlag, 1996
- [5] R. K. Bhaduri, *Models of the Nucleon - From Quarks to Soliton*, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1988
- [6] C. Alcock, E. Farhi, A. Olinto, *Strange Stars* (1986)
- [7] S. Chakrabarty, P.K. Sahu, *Effect of Magnetic Field on the Strange Star* (1996)
- [8] S. Chakrabarty, *Phys. Rev. D* **54** (1996) 1306
- [9] E. Farhi e R. L. Jaffe, *Phys. Rev. D* **30** (1984) 2379
- [10] A. Broderick, M. Prakash, J. M. Lattimer, *the Equation of State of Neutron Star Matter in Strong Magnetic Fields*, 2000
- [11] K. Bhattacharya, arXiv:0705.4275v2[hep-th], 2008
- [12] R. G. Felipe, A. P. Martínez, H. P. Rojas, M. Orsaria, *Phys. Rev. C* **77** 015807 (2008)
- [13] N. K. Glendenning and S. A. Moszkowski, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 2414 (1991)
- [14] A. Rabhi, C. Providência and J. da Providência, *Stellar matter with strong magnetic field within density dependent relativistic models* (2008)
- [15] <http://solomon.as.utexas.edu/duncan/magnetar.html>