

浙江大学

博士学位论文



论文题目: 无粘结预应力梁的有限元
建模与性能分析研究

作者姓名 楼铁炯

指导教师 郭乙木 教授

学科(专业) 固体力学

所在院系 工程力学系

提交日期 二零零五年三月

A Dissertation Submitted to Zhejiang University
for the Doctoral Degree of Engineering



**Finite Element Modeling and Analytical Study on the Behavior
of Beams Prestressed with Unbonded Tendon**

By

LOU Tiejiong

Specialty: Solid Mechanics

Supervisor: Prof. GUO Yimu

Zhejiang University

Hangzhou 310027, P. R. China

March, 2005

摘 要

无粘结预应力混凝土梁按照预应力布束方式的不同具有两种形式:体内无粘结预应力混凝土梁和体外预应力混凝土梁。无粘结预应力技术具有施工简单、结构可靠、造价经济等优点,在各种新建的大型土木工程结构中得到广泛的应用;同时,大量的在役工程特别是桥梁,由于结构老化、钢筋锈蚀以及超载等因素的影响,结构产生损伤或疲劳,采用体外预应力技术加固这些损伤或疲劳结构是十分有效的手段。

无粘结预应力混凝土梁的分析要比有粘结混凝土梁复杂得多。对于有粘结混凝土梁,一般认为钢筋和混凝土之间理想粘结,从而可基于平截面假定进行分析。对于体内无粘结或体外预应力混凝土梁,预应力束和周围混凝土之间的应变不相容,其精确分析必须基于结构整体平衡条件通过迭代方法实现。本文基于大变形非线性有限元理论,建立了考虑材料和几何非线性的体内无粘结和体外预应力混凝土梁的分析模型。体内无粘结或体外预应力筋的效应转化为梁单元的等效节点荷载,由此可按普通有粘结混凝土梁进行分析。首次提出按截面纤维积分法处理任意形状的混凝土梁单元截面并导出截面切线刚度矩阵,极大地提高了计算效率,文中同时利用常规条带法导出相应的截面切线刚度矩阵,在此基础上利用平面非线性梁单元建立标准有限元公式。通过两个算例验证了该模型的适用性。

同时,本文解决了商用有限元程序难以按常规方法分析无粘结预应力梁的问题。通过商用有限元程序 ABAQUS 建立了体内无粘结和体外预应力混凝土梁的分析模型。该有限元模型由两类主单元组成,即混凝土梁单元和体内无粘结或体外预应力筋桁架单元;主单元的端部节点用 ABAQUS 的内在约束 MPC 连接;在体外预应力梁的转向块处,或沿体内无粘结预应力梁全跨并以比较小的间隔设置刚度足够大的弹簧单元。利用修正的 Riks 算法实现无粘结预应力混凝土梁从开始加载直到失效的全过程结构响应。通过对典型试验梁的分析比较验证了该模型的可靠性。

本文设计了 8 个系列共 76 根体内无粘结预应力梁,以及 2 个系列共 21 根体外预应力梁和 3 根体内无粘结预应力对比梁,利用提出的有限元模型对这些梁进行非线性全过程分析,详细研究了各种参数诸如非预应力筋配筋率、无粘结预应

力筋配筋率、跨高比、有效预应力、混凝土轴心抗压强度、预应力筋极限抗拉强度、非预应力筋屈服强度以及加载方式对无粘结预应力混凝土梁性能以及无粘结预应力筋极限应力 f_{ps} 的影响, 评估了转向块、预应力束形状以及荷载形式这些对体外预应力混凝土梁的二次效应有重要影响的参数。研究成果更深入了对体内无粘结和体外预应力梁工作性能和受力机理的认识和了解, 分析结果可为无粘结预应力混凝土梁的优化设计以及为新版规范 f_{ps} 计算式的今后修正提供参考依据。

关键词: 体内无粘结预应力筋; 体外预应力筋; 预应力混凝土梁; 材料和几何非线性; 有限元; 参数研究

Abstract

There are two types of unbonded prestressed concrete beams according to tendon layout: unbonded internally prestressed concrete beam and externally prestressed concrete beams. Because of the advantages of simple construction, structural safety and economy, the unbonded prestressing technique has been widely used in the new construction of large civil engineering structures. Also, Many engineering structures at service especially bridges are suffering from fatigue or structural harm due to structure aging, corrosion of reinforcement bar and overweight. It is very effective to strengthen these harmed or fatigue structures using the externally prestressing technique.

Analysis of beams prestressed with unbonded tendon is much more complicated than that of bonded concrete beams. As to bonded concrete beams, complete bond between steel and concrete is always assumed, so analysis can be performed based on plane section hypothesis. However, the strain compatibility between tendon and its adjacent concrete is no longer valid when unbonded internally or externally unbonded concrete beams are analyzed. The precise analysis of unbonded beams performed should be based on structural compatibility condition using iterative method. In this dissertation, analysis model for beams prestressed with internal unbonded or external tendon based on large deformation finite element theory is developed, and material and geometrical nonlinearities are involved. By replacing the effect of internal unbonded or external tendon with equivalent nodal loads of beam element, analysis can be performed with ordinary bonded reinforced concrete beams, whose internal forces are caused by externally applied loads and equivalent nodal loads from unbonded tendon together. Fibre integration method is initially proposed to cope with arbitrary concrete section of beam element and to derive the section tangent stiffness matrix. Computational efficiency is remarkably improved. Conventional strip method is also utilized in this dissertation. Based on these, standard finite element formulae are established by utilizing nonlinear plane beam element. Two numerical examples are analyzed to verify the validity of the proposed model.

It is difficult to analyze unbonded prestressed beams by commercial finite element programs with conventional methods. To solve this problem, a commercial finite element program, ABAQUS, was used to develop an analysis model for

concrete beams prestressed with internal unbonded or external tendon. The finite element model included two types of main element: beam element for concrete and truss element for internal unbonded or external tendon. The end nodes of main elements were connected with internal constraints named MPC in ABAQUS. Spring elements with very large stiffness were set up at the place of the deviators of externally prestressed beams, or along the span with relatively little space of unbonded internally prestressed beams. The modified Riks method is utilized to trace the entire structural response of beams prestressed with unbonded tendon from zero to ultimate loads. The reliability of the analysis model is verified by analytical results of typical test beams in comparison with experimental ones.

Eight series 76 beams prestressed with internal unbonded tendon and two series 21 beams prestressed with external tendon and 3 comparative beams prestressed with internal unbonded tendon are designed to conduct parametric study. The designed beams are analyzed using the finite element model proposed in this dissertation. Influence of various parameters including ratio of nonprestressed reinforcement, ratio of unbonded prestressing tendon, span-depth ratio, effective prestress, cylindrically compressive strength of concrete, ultimate tensile strength of prestressing tendon, yield strength of nonprestressed reinforcement and loading pattern on the behavior of unbonded prestressed concrete beams and the ultimate stress in tendon, f_{ps} , are investigated in detail. Parameters having important influence on second-order effects of externally prestressed concrete beams as deviators, tendon configuration and load type are evaluated. The study makes an in-depth understanding and recognition on the working behavior and structural mechanism of beams prestressed with internal unbonded or external tendon. Therefore, a sound basis is offered for optimal design of unbonded prestressed beams and for future modification in new code equation for f_{ps} .

Key words: internal unbonded tendons; external tendons; prestressed concrete beams; material and geometrical nonlinearities; finite element; parametric study

目 录

| | |
|-------------------------------|-----|
| 摘 要..... | I |
| Abstract..... | III |
| 目 录..... | V |
| 第一章 绪 论..... | 1 |
| 1.1 引 言..... | 1 |
| 1.2 体内无粘结预应力梁的研究进展..... | 2 |
| 1.2.1 试验研究..... | 2 |
| 1.2.2 理论分析综述..... | 8 |
| 1.3 体外预应力梁的研究进展..... | 14 |
| 1.3.1 试验研究..... | 14 |
| 1.3.2 理论分析综述..... | 16 |
| 1.4 无粘结预应力筋极限应力的规范计算公式..... | 20 |
| 1.5 本文的研究内容及主要成果..... | 23 |
| 第二章 无粘结预应力梁的有限元数值理论模型..... | 25 |
| 2.1 引 言..... | 25 |
| 2.2 材料本构关系..... | 26 |
| 2.2.1 受压区混凝土的应力-应变关系..... | 26 |
| 2.2.2 受拉区混凝土的应力-应变关系..... | 27 |
| 2.2.3 预应力筋的应力-应变关系..... | 28 |
| 2.2.4 非预应力筋的应力-应变关系..... | 29 |
| 2.3 非线性有限元模型建立..... | 30 |
| 2.3.1 梁单元及位移模式..... | 30 |
| 2.3.2 截面切线刚度方程..... | 32 |
| 2.3.2.1 按条带法导出截面切线刚度方程..... | 32 |
| 2.3.2.2 按纤维积分法导出截面切线刚度方程..... | 34 |
| 2.3.3 单元切线刚度方程..... | 41 |
| 2.3.4 体内无粘结或体外预应力筋的处理方法..... | 42 |
| 2.4 算 例..... | 45 |
| 2.4.1 体内无粘结预应力混凝土试验梁的分析..... | 45 |
| 2.4.2 体外预应力混凝土试验梁的分析..... | 48 |
| 2.5 本章小结..... | 51 |
| 第三章 无粘结预应力梁应用有限元程序模拟分析..... | 52 |
| 3.1 引 言..... | 52 |
| 3.2 ABAQUS 软件介绍..... | 52 |
| 3.3 有限元模拟..... | 53 |
| 3.3.1 有限元模型..... | 53 |
| 3.3.2 单元选择..... | 55 |

| | | |
|------------|---------------------------------|------------|
| 3.3.2.1 | 梁单元..... | 55 |
| 3.3.2.2 | 桁架单元..... | 56 |
| 3.3.2.3 | MPC 约束..... | 57 |
| 3.3.2.4 | 刚性弹簧..... | 57 |
| 3.3.3 | 混凝土属性及其参数定义..... | 58 |
| 3.3.3.1 | 弥散裂缝模型..... | 58 |
| 3.3.3.2 | 损伤塑性模型..... | 60 |
| 3.3.4 | 钢筋参数定义..... | 62 |
| 3.3.5 | 修正的 Riks 算法..... | 63 |
| 3.4 | 计算结果与试验结果的比较..... | 65 |
| 3.4.1 | Chakrabarti 试验梁..... | 65 |
| 3.4.2 | Harajli 和 Kanj 试验梁..... | 68 |
| 3.4.3 | Tan 和 Ng 试验梁..... | 73 |
| 3.5 | 本章小结..... | 77 |
| 第四章 | 无粘结预应力混凝土梁弯曲性能的参数研究..... | 78 |
| 4.1 | 引 言..... | 78 |
| 4.2 | 用于参数研究的无粘结预应力梁概况..... | 78 |
| 4.3 | 计算采用的材料本构关系..... | 82 |
| 4.4 | 非预应力筋配筋率的影响..... | 82 |
| 4.5 | 无粘结预应力筋配筋率的影响..... | 89 |
| 4.6 | 跨高比的影响..... | 92 |
| 4.7 | 有效预应力的影响..... | 97 |
| 4.8 | 材料强度的影响..... | 100 |
| 4.8.1 | 混凝土轴心抗压强度的影响..... | 100 |
| 4.8.2 | 预应力筋极限抗拉强度的影响..... | 103 |
| 4.8.3 | 非预应力筋屈服强度的影响..... | 107 |
| 4.9 | 加载方式的影响..... | 110 |
| 4.10 | 本章小结..... | 113 |
| 第五章 | 体外预应力混凝土梁的二次效应评估..... | 115 |
| 5.1 | 引 言..... | 115 |
| 5.2 | 用于二次效应评估的体外梁概况..... | 115 |
| 5.3 | 转向块的影响..... | 118 |
| 5.4 | 预应力束形状的影响..... | 126 |
| 5.5 | 荷载形式的影响..... | 132 |
| 5.6 | 本章小结..... | 136 |
| 第六章 | 总结与展望..... | 137 |
| 6.1 | 总 结..... | 137 |
| 6.2 | 展 望..... | 138 |
| | 参考文献..... | 139 |
| | 致 谢..... | 146 |
| | 攻读博士期间发表和录用的论文..... | 147 |

第一章 绪 论

1.1 引 言

近几十年来,后张无粘结预应力技术已在国内外工程领域得到广泛的应用。无粘结预应力混凝土的预应力筋和周围混凝土之间没有粘结,且按预应力布束方式的不同分为两种类型^[1]:一是预应力筋设置在混凝土体内但与混凝土之间没有粘结,预应力筋在端部锚固区之间的孔道内可以滑动,这种预应力筋称为体内无粘结预应力筋,含有体内无粘结预应力筋的混凝土梁称为体内无粘结预应力混凝土梁;另一种是预应力筋设置在混凝土体外,预应力筋通过锚具和转向块把应力传递给混凝土,这种预应力筋称为体外预应力筋,含有体外预应力筋的混凝土梁称为体外预应力混凝土梁。无粘结预应力技术具有施工简单、造价经济以及结构安全等优点,在许多工程结构特别是房屋和桥梁结构的建造中普遍采用^[2-8];此外,由于超载、钢筋锈蚀及服务期限等原因,世界各地的许多桥梁存在着不同程度的结构损伤,利用体外预应力技术加固这些既有损伤结构,能有效恢复其工作性能和承载能力^[9],这样既可避免损伤桥梁的推翻重建,又消除了事故隐患,具有巨大的经济和社会效益。

目前对无粘结预应力混凝土梁弯曲性能的认识仍十分有限,一些重要参数如跨高比、混凝土强度、综合配筋指标、有效预应力大小以及加载形式等对梁弯曲性能和无粘结筋极限应力的影响有待于更深入的研究。体内无粘结预应力梁与体外预应力梁的弯曲性能基本相似,但两者也存在一个显著的不同之处:体内无粘结预应力梁在外荷载作用下发生变形时,预应力束也随同梁的变形曲线一起变形,也就是说,在梁的整个变形过程体内无粘结预应力筋的偏心距始终保持不变;而体外预应力筋在相邻锚具和/或转向块之间保持直线形,因此当体外预应力梁在外荷载作用下发生变形时,相邻锚具和/或转向块之间体外预应力筋的偏心距会发生变化,也称二次效应(second-order effects)。二次效应是体外预应力梁的重要特征,它会降低梁的刚度和承载能力,体外预应力梁的优化设计必须考虑二次效应的不利影响,但二次效应对不同参数体外预应力梁的影响程度如何还有待于作进一步的研究和探索。

无粘结预应力梁的分析比有粘结预应力梁复杂得多。有粘结预应力梁在外荷载作用下,其任一截面处的预应力筋和周围混凝土之间变形协调,分析某一根有粘结预应力混凝土梁时,可基于平截面假定由截面平衡条件和应变协调条件确定包括预应力筋应力在内的所有截面内力^[10]。而对于无粘结预应力梁,如果不考虑体内无粘结预应力筋与孔道之间或体外预应力筋与转向块之间的摩擦影响,无粘结预应力筋在两端锚具间沿预应力束全长的应力是相等的;除端部锚固区外,梁跨内单一截面的预应力束和周围混凝土之间变形不协调,因此无粘结预应力筋应力的确定须考虑梁的整体变形。已有的文献多集中于无粘结预应力筋极限应力 f_{ps} 计算的研究,数十年来国内外研究者提出了许多 f_{ps} 计算公式,包括现有的各国规范公式,但这些公式大部分是基于一定试验梁数据的经验或半理论半经验公式,它们对其它独立试验梁的计算精度往往不太理想^[11]。无粘结预应力梁的精确分析必须基于梁的整体变形协调条件通过迭代方法实现,目前国内外对这方面的研究仍十分有限。因此,有必要建立合理的基于结构整体变形条件的无粘结预应力混凝土梁的分析模型,以此来模拟和研究无粘结预应力梁的弯曲性能并对各种重要技术参数作出客观评估。本课题的研究正是基于此而展开的。

无粘结预应力梁按其预应力筋分布方式的不同分为体内无粘结和体外预应力梁两类,国内外研究者对这两类无粘结预应力梁进行了广泛的试验研究,同时在试验成果基础上进行了一定的理论探索。下面将国内外对这两类无粘结预应力梁的试验和分析研究成果,以及各国规范对无粘结预应力筋极限应力 f_{ps} 的计算式分别进行文献综述。

1.2 体内无粘结预应力梁的研究进展

综合国内外文献,对于无粘结预应力梁的研究基本分为两大类:一是试验研究成果的总结;二是依据试验研究成果和将理论分析、工程经验综合,提出可供工程设计参考的半理论半经验公式。为此,本文也将按此思路分别予以介绍。一般文献中的无粘结预应力梁是指体内无粘结预应力梁,无粘结预应力筋是指体内无粘结预应力筋。

1.2.1 试验研究

Warwaruk 等^[12](1962)共试验了 82 根预应力混凝土矩形简支梁,其中 41 根为无粘结预应力梁,跨高比范围为 13.8~15.2,主要变量为混凝土强度以及预应力筋配筋率。部分试验梁破坏时由于非预应力筋尚未屈服,因而没有产生明显的

挠度。作者着重强调无粘结预应力梁须配置最小数量的有粘结非预应力筋以保证构件良好的延性性能。试验显示当梁没有或几乎没有配置非预应力筋时，梁在破坏时只产生一条宽度很大的裂缝；而当梁内配有一定数量的非预应力筋时，梁在破坏前会发展出很多条宽度和间距都较小的裂缝。试验结果表明无粘结预应力筋极限应力 f_{ps} 在构件破坏时仍处于弹性阶段，根据试验数据作者建议了计算 f_{ps} 的回归公式

$$f_{ps} = \sigma_{pe} + (207 - 4.76 \frac{\rho_p}{f_c} \times 10^5) \quad (1-1)$$

式中 σ_{pe} 为预应力筋有效预应力， ρ_p 为无粘结预应力筋配筋率， f_c 为混凝土轴心抗压强度。

Burns 和 Pierce^[13](1967)首次对无粘结预应力混凝土连续梁进行了试验研究，试验梁为 3 根 I 形截面的无粘结预应力两跨连续梁。主要变量为无粘结预应力筋和非预应力筋的数量，以及有效预应力的的大小。试验获得一些有意义的结论：在受压区截面配置一定数量的非预应力筋，能有效提高梁的转动能力以及在梁的支座处引起更多的开裂区域；若采用适当措施防止梁发生剪切破坏，连续梁将在到达极限荷载前在最大弯矩所在截面形成“塑性铰”。

Pannell^[14](1969)试验了 38 根无粘结预应力简支梁，试验梁分为 3 组，每组试验梁的跨高比分别为 12、27 和 40。主要变量为跨高比、预应力筋配筋率以及有效预应力大小。试验显示无粘结预应力筋配筋指标 β_{pe} 为 0.12 的试验梁比 β_{pe} 为 0.24 的试验梁展现出更好的塑性转动能力，但文献没有给出所提高的转动能力的大小和范围。试验结果得到以下结论：适度高的无粘结预应力筋配筋指标以及尽可能大的初始预应力能够使梁获得最大的极限承载能力；计算无粘结预应力筋极限应力 f_{ps} 应考虑跨高比因素。根据试验结果，Pannell 利用应变协调条件和截面平衡条件导出 f_{ps} 计算公式

$$f_{ps} = \frac{\beta_{pu} f_c}{\rho_p} \quad (1-2a)$$

其中

$$\beta_{pu} = \frac{\beta_{pe} + \lambda}{1 + 2\lambda} \quad (1-2b)$$

$$\lambda = \frac{12 \rho_p d_p E_p \varepsilon_u}{f_c L} \quad (1-2c)$$

式中 E_p 为预应力筋弹性模量， ε_u 为混凝土极限压应变， d_p 为无粘结预应力筋有

效高度， L 为梁跨长。

Mattock 等^[15](1971)试验研究了 7 根（其中两根为有粘结）部分预应力混凝土简支梁和 3 根（其中 1 根为有粘结）两等跨部分预应力混凝土连续梁。试验梁跨高比固定在 33.6，每一根梁都为 4 点加载方式，由此来近似模拟梁承受均布荷载。主要变量为预应力筋与混凝土是否粘结，非预应力有粘结筋的用量以及用 7 根钢丝组成的钢绞线作为有粘结非预应力钢筋。根据试验结果作者得出如下结论：ACI318-63 公式计算 f_{ps} 值比实测值约低 30%，计算值与实测值的误差随着预应力筋配筋指标的增加而减小；当无粘结预应力梁配置一定数量的有粘结非预应力筋时，其裂缝分布及裂缝宽度与有粘结混凝土梁的非常相似；对于连续梁，中支座附近配置一定的抗压非预应力筋可以有效地促进弯矩重分布，从而获得更大的无粘结预应力筋的极限应力增量；对于无粘结预应力梁，应配置最小量为 $0.4\%A$ （ A 为从拉区截面边缘与中性轴之间的面积）的抗拉非预应力筋。作者建议了一个 f_{ps} 计算公式

$$f_{ps} = \sigma_{pe} + \frac{1.4f_c}{\rho_p} + 70 \quad (1-3)$$

Tam 和 Pannell^[16](1976)试验了 8 根跨中作用有集中荷载的无粘结预应力简支梁，主要变量为预应力筋配筋率 (0.51%~1.02%)、非预应力筋配筋率 (0.58%~1.67%)、跨高比(20~45)以及有效预应力(650MPa~950MPa)。他们发现 8 根试验梁破坏时都有如同有粘结预应力梁那样良好的裂缝分布。根据试验结果，作者对式(1-2)进行了改进，改进公式考虑了非预应力筋的影响

$$f_{ps} = \frac{\beta_{pu}f_c}{\rho_p} \quad (1-4a)$$

其中

$$\beta_{pu} = \frac{\beta_{pe} + \lambda}{1 + \lambda/\alpha} - \frac{\beta_s\lambda}{\alpha + \lambda} \quad (1-4b)$$

$$\lambda = \frac{10.5\rho_p d_p E_p \varepsilon_u}{f_c L} \quad (1-4c)$$

式中 $\alpha = 0.85\beta_1$ ， β_1 为等效矩形应力块系数，其值由规范定义； β_s 为非预应力筋配筋指标。

为研究有效预应力和配筋率对无粘结筋极限应力的影响，Elzanaty^[17](1982)试验了 8 根无粘结预应力梁。他们得到以下结论：高配筋率梁的极限承载力随着有效应力的增加而增大；梁的裂缝分布依赖于非预应力筋的配置；ACI318-77

给出的无粘结筋极限应力计算公式对于高配筋率无粘结梁偏于保守,而对于低配筋率无粘结梁情况则相反。

Trost 等^[18](1984)试验了 4 根两跨连续梁,跨高比为 32。他们得出的结论:影响无粘结筋极限应力增量的主要因数是混凝土强度和有效预拉力的大小;跨高比对无粘结筋极限应力增量没有影响;非预应力筋能保证理想的裂缝分布以及良好的塑性性能;无粘结筋应力的变化和梁关键截面处的总挠度成比例。

Du 和 Tao^[19](1985)对 22 根无粘结预应力简支梁进行了试验研究,为了和有粘结混凝土梁的性能对比,同时还试验了 1 根有粘结普通钢筋混凝土梁和 3 根有粘结先张预应力梁。试验梁跨高比固定于 19.1,三分点加载。主要变量为混凝土抗压强度、无粘结预应力筋配筋率及非预应力筋配筋率。试验得到如下结论:混合配筋无粘结预应力梁的荷载-挠度曲线和有粘结混凝土梁类似,也具有三直线的形式,反映了三个不同的工作阶段;无粘结预应力筋的应力随荷载而增长的实测曲线,和梁的荷载-挠度曲线相似,也呈三直线,表明了无粘结预应力筋的应力增量与挠度之间有密切关系;混合配筋无粘结预应力梁的裂缝,由于受到非预应力有粘结筋的约束,它的条数与间距与配有同样非预应力有粘结钢筋的普通钢筋混凝土梁非常接近;混合配筋部分预应力梁裂缝的均匀分布,使等弯矩区内梁顶混凝土在接近极限荷载时压应变的分布比较均匀,并不象纯无粘结预应力梁那样会发生应变集中的现象;混合配筋预应力梁的无粘结预应力筋的极限应力的量值比纯无粘结预应力梁的要大得多;实测无粘结预应力筋的极限应力增量与综合配筋指标 β_0 有密切关系,其值随 β_0 值的下降而增加。试验结果表明,无粘结预应力筋极限应力和综合指标两者之间呈较好的线性关系,根据试验结果得到的回归方程为:

$$f_{ps} = \sigma_{pe} + (786 - 1920)\beta_0 \quad (1-5)$$

其中 β_0 和 σ_{pe} 应满足: $\beta_0 \leq 0.30$, 且 $0.55f_{0.2} \leq \sigma_{pe} \leq 0.65f_{0.2}$ 。 β_0 为综合配筋指标。

Campbell 和 Chouinard^[20](1991)试验了 6 根无粘结预应力简支梁,试验梁的跨高比为 15,三分点加载。主要目的是研究非预应力筋对无粘结预应力筋极限应力增量 Δf_{ps} 和无粘结预应力梁抗弯强度的影响。试验的唯一变量为非预应力筋面积 A_s ($0 \sim 1000\text{mm}^2$)。试验观察到无粘结部分预应力梁预应力筋水平处混凝土的应变沿梁全长较为均匀,这些梁的裂缝模式较为理想;而纯无粘结预应力梁预应力筋水平处混凝土的应变沿梁全长的差异较大,该梁破坏时仅在跨中截面形成一条宽度很大的裂缝。试验结果表明无粘结预应力筋极限应力增量 Δf_{ps} 随着非预应力筋配筋率的增加而逐渐降低。

Harajli 和 Kanj^[21](1991)给出了 26 根无粘结预应力混凝土简支梁的试验结果,研究了几个主要参数对 f_{ps} 的影响, 这些参数包括: 综合配筋指标、普通钢筋面积、构件跨高比以及荷载形式(1 点或 2 点集中荷载)。得出的结论: 保持其它的条件不变, 当构件跨高比从 8 增加到 20 时, 无粘结预应力筋极限应力增量 Δf_{ps} 值降低了约 35%; 荷载形式对无粘结预应力混凝土梁的变形响应和极限态属性的影响不大。基于试验研究结果, 作者提出了一个新的 f_{ps} 经验计算公式, 并建议由它来代替规范 ACI318-83 中式(18-4)、(18-5), 该经验公式为

$$f_{ps} = \sigma_{pc} + \gamma_0 f_{pu} (1.0 - 3.0 \beta_0) \quad (1-6a)$$

式中

$$\gamma_0 = \frac{n_0}{n} \left(0.12 + \frac{2.5}{L/d_p} \right) \quad (1-6b)$$

其中 n_0 为加载跨长度, n 为两端锚具之间的预应力束长度。

Chakrabarti 等^[22,23](1994,1995)给出了 33 根无粘结预应力梁的试验结果。主要变量为预应力筋和非预应力筋的比例、截面形状、混凝土强度、有效预应力以及跨高比。根据试验观察和所得的荷载-挠度曲线形状, 他们的结论为: 一个非常高的 PPR ($=A_p f_{ps} / (A_p f_{ps} + A_s f_y)$, 部分预应力比率) 值会导致梁的受拉区突然产生严重开裂; 一个非常高的综合配筋指标 β_0 值会导致梁在没有明显塑性变形时突然被压碎; 当 PPR 和 β_0 保持在一个优化区域范围时, 高强度 T 形和矩形梁的强度和塑性都得到了明显的改善和提高; 当跨高比超过 35 时, 配置少量的有粘结非预应力筋可以明显改善梁在开裂后的弯曲性能, 而继续增加非预应力筋的数量虽能提高梁的强度, 但不能改善梁塑性和钢绞线极限应力; 当梁配有非预应力筋时, 其极限承载力随着跨高比的减小而提高, 但当梁没有配置任何非预应力筋时, 跨高比对梁的极限承载力并没有明显的影响; 预应力钢绞线有效预应力的大小对梁的弯曲性能没有明显的影响。

Daher^[24](1997)硕士论文研究时制作并试验了 9 根低非预应力筋配筋率(0~0.2%)的无粘结预应力梁以及 2 根普通钢筋混凝土对比梁, 试验梁为矩形截面, 跨高比固定于 14.25。混凝土强度(50~120MPa)为变量。作者认为当混凝土强度较高时, 相应需要较多的非预应力筋最小用量来保证梁的塑性性能。

Tanchan^[25](2001)博士论文研究时制作了 9 根高强混凝土(HSC)无粘结预应力试验梁, 两点同时加载, 矩形截面, 混凝土强度 71.845~89.635MPa。试验梁共分 4 组, 每一组的变量分别为预应力钢绞线面积、有效预应力、跨高比以及非预应力筋面积。试验结果表明 f_{ps} 随着非预应力筋或预应力筋用量的增加而降低, 跨高比对无粘结预应力筋应力增量无明显影响。

国内文献对无粘结预应力梁的试验研究也有较多的报告。中国建筑科学研究院的王逸和杜拱辰等^[26]通过 18 根梁的试验,研究了跨中集中荷载作用下无粘结部分预应力梁的性能以及跨高比对 f_{ps} 的影响,得到跨中集中荷载下 f_{ps} 随跨高比增大而降低的结论,并提出 f_{ps} 计算公式。大连理工大学的赵国藩和文明秀^[27,28]通过对 37 根无粘结预应力混凝土梁的试验,分别研究了梁的裂缝宽度和极限抗弯强度。冶金部建筑研究总院的白力更和束继华^[29]通过对纯弯段内配有腹筋的 8 根无粘结及 2 根有粘结预应力梁的试验,就无粘结筋在不同预应力度下的抗弯性能,配置与不配非预应力筋的无粘结梁性能对比以及箍筋的作用等因素进行了研究,并提出了 f_{ps} 的回归计算公式。哈尔滨建筑工程学院的卫纪德等^[30]通过对 10 根无粘结部分预应力混凝土梁和 1 根普通钢筋混凝土梁的试验研究,建立了开裂弯矩和裂缝宽度的计算公式,给出了名义拉应力表达的闭合弯矩计算公式。合肥工业大学的陈晓宝^[31]通过对两批共 29 根无粘结预应力梁的试验,研究了影响梁延性性能的因素,作者认为主要影响因素是截面综合配筋指标。长沙铁道学院的余志武和罗小勇^[32,33]通过分别在水平低周反复荷载作用下和竖向低周反复荷载作用下的各 5 榀无粘结预应力混凝土框架的试验研究,结合非线性分析方法,探讨了无粘结预应力框架结构的抗震性能。北方交通大学的朱尔玉等^[34,35]给出 20 根矩形截面无粘结部分预应力混凝土迭合梁的试验研究成果,并结合无粘结部分预应力混凝土梁及普通混凝土迭合梁的已有成果,提出了裂缝宽度计算公式。大连理工大学的宋永发等^[36-38]通过 15 根单调荷载和 11 根低周重复荷载作用下的无粘结预应力高强混凝土梁的试验,建立了 f_{ps} 的回归计算公式、位移延性比与综合配筋指标的关系式以及重复荷载作用下的无粘结部分预应力高强混凝土梁裂缝宽度计算公式,并应用名义拉应力建立了闭合弯矩计算公式。同济大学的洪涛和陆洲导等^[39]制作了 5 榀相同的单层单跨无粘结预应力混凝土框架模型,对其中 1 榀进行常温加载破坏试验,另外 4 榀进行不同恒载、不同升温曲线、不同预应力度各工况的火灾试验,并进行了试验分析,为无粘结预应力混凝土框架的火灾反应分析提供了数据。西南交通大学的刘艳辉和赵世春^[40]通过 2 榀 2 种类型(梁和柱均配置无粘结预应力钢筋和仅在梁配置无粘结预应力钢筋)无粘结预应力混凝土框架模型在水平低周反复荷载作用下的试验,对其破坏形态、延性、强度、刚度以及能量耗散能力等进行了研究,试验结果表明:能量主要由框架的非预应力构件承担,而且主要集中在框架柱上;对于梁和柱均配置无粘结预应力钢筋的框架,能量大部分集中于框架的中柱。湖南大学的唐昌辉和沈蒲生等^[41]通过对不同配筋率的 14 根无粘结部分预应力混凝土梁在低周反复荷载作用下的试验,研究了结构的抗震特性以及加载方式对无粘结筋极限应力的影响。

综上所述,迄今为止国内外研究者对体内无粘结预应力梁进行了大量试验研究,这些试验研究为增进人们对无粘结梁工作机理了解以及促进无粘结梁的推广应用作出了巨大的贡献,目前各国规范 f_{ps} 计算式大都是在试验研究基础上得出的经验回归公式。但是,试验研究有其局限性,由实验室制作养护的小梁与实际工程的梁有很大差异,理论分析方法则能有效地克服和弥补试验研究的不足。

1.2.2 理论分析综述

Baker^[42](1949)最早提出了折减系数(reduction coefficient)的概念并把它应用于无粘结预应力筋极限应变(应力)的计算: $\varepsilon_{ps} = \varepsilon_{pe} + F(\Delta\varepsilon_{bp})$, 式中 ε_{pe} 为无粘结预应力筋的有效预应变, F 为折减系数, $\Delta\varepsilon_{bp}$ 为相应的有粘结预应力筋极限应变增量。由此把无粘结预应力梁极限状态的分析计算退化为有粘结梁的分析计算。他把 F 定义为“无粘结筋周围混凝土的平均应变与弯曲破坏截面无粘结筋周围混凝土的应变的比值”, 并且认为梁承受均布荷载梁时 F 值可取 0.66, 承受跨中集中荷载时 F 值不小于 0.5。随后不久, Baker^[43](1951)根据 Mattock 对于无粘结梁的试验结果, 又建议在计算无粘结筋极限应力设计值时折减系数 F 取一个偏于安全的值 0.1。此后, 一些研究者根据各自的试验或研究成果建议了 F 的取值。Revesz^[44](1953)建议 $F = 0.0005/\varepsilon_u$, 如果 ε_u 取 0.003, 则 $F=0.167$ 。Gifford^[45,46](1953,1954)建议 $F=n$, 这里 $n = \rho_p f_{pu} / (0.85 f_c)$, 其中 $0.85 f_c$ 是混凝土应力块的平均应力。可见, n 的形式和预应力筋配筋指标较为相似, 对于非超筋截面, 其值一般小于 0.30。Cowan^[47](1955) 根据试验结果在 0.1~1 范围内给出了 F 和 n 的值。Janney 等^[48](1956)认为 F 值与梁关键截面的中性轴高度 c 有关, 由于中性轴高度 c 和无粘结筋极限应力 f_{ps} 相关联, 其值需迭代计算确定。Warwaruk 等^[12](1962)把折减系数 F 与无粘结筋超出有效预应变的应变增量联系起来, F 值依赖于弯矩图形状。Pannell^[14](1969)根据试验结果认为 Baker 建议的 F 值为 0.1 太过于保守, 特别是对于跨高比较小的无粘结预应力梁。Pannell 把折减系数 F 定义为“无粘结预应力混凝土梁在极限荷载作用下的无粘结筋应变与其水平处混凝土应变的比值”。福州大学的房贞政和宗周红^[49](1995)把折减系数归结为: $F=F_1 F_2$, 其中 F_1 为与综合配筋指标有关的参数, F_2 为与跨高比有关的参数, 作者通过对 101 根试验梁的回归分析分别建议了 F_1 和 F_2 的取值。

Pannell^[14](1969)最早利用等效塑性区长度(equivalent plastic zone length) L_0 计算 f_{ps} , 基本思路是在将沿梁全长无粘结预应力筋周围混凝土的应变集中在等效塑性区长度 L_0 内。他通过对 38 根无粘结梁试验结果的分析, 发现 L_0 与破坏截面中性轴高度 c 之比 λ 的值比较趋近一个常数, 并取这个常数为 12, 由此把 f_{ps}

的整体变形分析简化为截面应变分析。后来 Tam 和 Pannell^[16](1976)又进行了 8 根无粘结预应力混凝土梁的试验研究, 并建议 λ 值取 10.5 以考虑非预应力有粘结筋的影响。杜进生和赖国麟^[50](1997)采用 Pannell 方法, 分析不同研究者试验的共计 109 根无粘结部分预应力混凝土梁, 建议 λ 值取 9.2。王春生等^[51](2001)在上述研究基础上, 通过对国内外 125 根无粘结预应力试件的回归分析, 建议 λ 值取 9.48。杜进生和赖国麟^[52](1998)进一步把比值 λ 拓展应用于正常使用阶段无粘结部分预应力混凝土梁的应力分析, 并把 λ 定义为“等效变形区长度与开裂截面中性轴高度的比值”, 通过对 55 个使用荷载作用下试验梁数据的分析, 建议其值取 15.2。

Mojtahedi 和 Gamble^[53](1978)认为跨高比对 f_{ps} 具有很大的影响, 为论证此观点, 他们建立了一个三角桁架模型(triangular truss model), 如图 1(a)所示, 该模型由两根对称的抗压刚性链杆(rigid link)和一根系杆(tie)组成, 系杆长度与矢高的比代表无粘结预应力梁的跨高比, 而系杆的应变增量则与 Δf_{ps} 对应。该模型显示无粘结筋的应变增量随着跨高比的增加而急剧下降。然而 Lee 等^[54](1999)认为此模型并不能很好地反映无粘结预应力梁的性能, 为此他们对模型作了修正, 在刚性链杆和系杆之间增设了一根刚性棒(rigid bar), 修正后的模型如图 1(b)所示, 这样, 即使是跨高比非常大的无粘结预应力构件的无粘结筋的应力也能有较多增长。

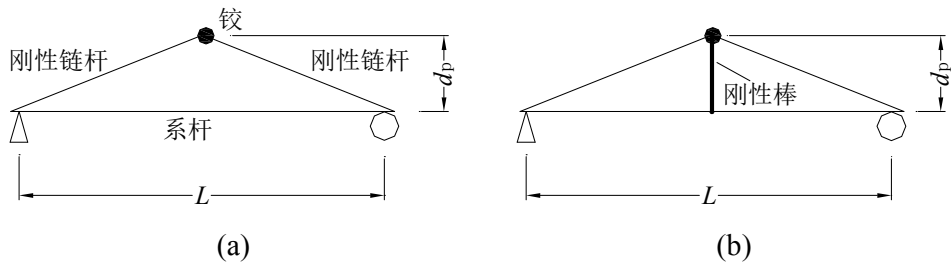


图 1-1 模拟跨高比影响的三角桁架模型

Fig.1-1 Triangular truss model for simulating the effects of span-depth ratio

Balaguru^[55](1981)研究了无粘结筋应力增量计算方法。他在材料线弹性假定基础上利用弯曲基本理论得到弹性曲线方程, 并利用数值积分计算出曲线长度, 通过回归分析导出无粘结筋应力增量的计算公式。

Kordina 和 Hegger^[56](1987)建议了一个针对连续无粘结构件的无粘结筋极限应力计算公式:

$$f_{ps} = \sigma_{pc} + \frac{E_p}{L} \sum_1^i k_{br} k_{vi} k_{si} k_{fr} l_{Gi} \quad (1-7)$$

式中 k_b 、 k_v 、 k_s 和 k_f 为参数，分别与混凝土强度、预应力筋百分比、非预应力筋百分比以及横截面形状有关，下标 i 表示在给定荷载模式下产生的塑性铰数量。

式(1-7)的基本假定是导致无粘结筋应力增长的变形仅仅出现于最大弯矩处（塑性铰），而梁的其它部位不发生变形。式(1-7)的特点是清楚地给出了各个参数对无粘结筋极限应力增量的单独贡献。

Zimmerman 和 Weller^[57](1988)在广泛的数值研究结果基础上建议了 f_{ps} 计算公式：

$$f_{ps} = \sigma_{pc}(n_1 n_2 n_3)(n_4 n_5 n_6) \quad (1-8)$$

式中 n_1 到 n_6 为分别与荷载形式、预应力束偏心距、截面类型、混凝土抗压强度、预应力筋用量以及非预应力筋用量有关的系数。其中与荷载形式相关的系数 n_1 是关于梁加载长度的函数。

Vega 和 Dotreppe^[58](1988)研究了无粘结预应力梁的弯曲-曲率响应。假定梁在整个加载阶段都保持线弹性，并且没有开裂，他们通过对曲率的积分计算出无粘结筋的平均伸长量。在名义抗弯极限状态，他们在梁跨中截面周围假定一个塑性区来计算无粘结筋的极限应力。

Harajli^[59](1990)给出了一个评估无粘结预应力梁的跨高比对无粘结筋极限应力的影响的理论模型，研究表明无粘结筋的极限应力增量随着跨高比的增大而降低。理论分析基于的假定：混凝土和非预应力筋之间的应变沿截面高度线性分布；端部锚具之间预应力筋的总伸长主要是由对应于理想曲率分布的梁的塑性区的塑性变形引起的；名义抗弯强度下沿梁长度方向无粘结筋的应力保持不变。基于以上假定，作者建议了计算 f_{ps} 的公式

$$f_{ps} = \sigma_{pc} + (70 + \frac{f_c}{100\rho_p})(0.4 + \frac{8}{L/d_p}) \quad (1-9)$$

Harajli 和 Hijazi^[60](1991)随后进行了更广泛的分析研究，包括模拟名义极限下剪切变形和构件跨高比对无粘结筋应力增量的影响。他们建议位于等弯矩区之外的剪切变形可通过把荷载移位一个等效塑性铰长度($2L_p$)来模拟。 L_p 的表达式由 Corley^[61](1966)最先提出，后来 Mattock^[62](1967)对其修改如下

$$L_p = 0.5d_p + 0.05Z \quad (1-10)$$

式中 Z 为梁的剪跨长度或最大弯矩点至反弯点的距离。

Harajli 和 Hijazi^[60](1991)对 L_p 的表达式又作了进一步的修改

$$L_p = 0.5L \left[\frac{1}{L/L_0} + \frac{1}{L/d_p} \right] \quad (1-11)$$

在一篇研究报告里 Harajli 和 Kanj^[63](1990)提到:“无粘结预应力梁荷载-挠度响应的分析结果与实测值之间的差值随着构件跨高比的减小而增大”, 这跟 Harajli 等^[59,60](1990,1991)建议的分析模型有关。由于该模型完全是基于梁极限状态的荷载形式而提出的, 从而意味着在整个加载阶段剪切对梁弯曲变形的影响都是恒定不变的, 这是分析过程的一个很大的简化, 因为实际上沿梁跨长方向的剪力随着荷载的增加而在持续变化的, 而跨高比和剪切影响有密切关系, 跨高比越小, 剪切影响越明显。

Naaman 和 Alkhairi^[64,65](1991a,b)评述了之前 10 余个计算 f_{ps} 的公式, 并首次把应变折减系数(strain-reduction coefficient)应用于无粘结预应力混凝土梁的全过程分析, 应变折减系数按未开裂截面、开裂截面以及弯曲破坏截面分别以 Ω 、 Ω_c 和 Ω_u 表示, 其中 Ω_u 相当于 Baker^[42](1949)提出的折减系数 F 。作者把应变折减系数定义为“最大弯矩截面处无粘结筋平均应变增量与相应的有粘结筋应变增量的比值”, 并给出 f_{ps} 计算式

$$f_{ps} = \sigma_{pe} + \Omega_u E_{ps} \varepsilon_u \left(\frac{d_p}{c} - 1 \right) \frac{L_1}{L_2} \quad (1-12)$$

式中

$$\Omega_u = \begin{cases} \frac{3}{L/d_p} & \text{均布或三分点加载} \\ \frac{1.5}{L/d_p} & \text{一点跨中加载} \end{cases} \quad (1-13)$$

Naaman 等^[66](2002)评述并比较了已有的 f_{ps} 计算公式, 认为式(1-12)是目前最为理想的公式, 并建议由它来替代现行 ACI 规范的 f_{ps} 计算公式。

Alkhairi 和 Naaman^[67](1993)提出的分析模型把开裂后的无粘结梁划分为两个区域, 即未开裂区域和弹性或非弹性开裂区域, 一个加载阶段通过三层次迭代实现, 第一层次迭代为力平衡非线性分析, 第二层次迭代为弯矩平衡非线性分析, 第三层次迭代为计算无粘结筋应力增量 Δf_{ps} 。该模型利用 Park 和 Paulay^[68](1975)建议的桁架机构(truss mechanism)来模拟梁的剪切变形影响。

Chakrabarti^[23](1995)在自己试验的 33 根试验梁以及 Du 和 Tao 试验梁、Harajli 和 Kanj 试验梁基础上, 建议了一个考虑多个变量的 f_{ps} 计算公式

$$f_{ps} = \frac{\sigma_{pe} + 70 + A}{1 - B} \quad (1-14)$$

式中

$$A = \frac{f_c}{100\rho_s} \cdot \frac{d_p}{d_s} \cdot \frac{414}{f_y} (1 + \rho_s / 0.025) \quad (1-15)$$

$$B = \frac{rf_c}{100\rho_p\sigma_{pe}} \quad (1-16)$$

当跨高比小于或等于 33 时, r 值取 1.0; 当跨高比大于 33 时, r 值取 0.8。

Ament 和 Chakrabarti^[69](1997)利用统计理论研究比较了数个 f_{ps} 计算公式的精度, 它们是 ACI318 公式、Du 和 Tao 公式、Chakrabarti 公式、Harajli 公式 1 及 Harajli 公式 2、Namman 公式。从平均值以及均方差(mean values and standard deviations)、误差分析(error analysis)、相关系数(correlation coefficient)、均方差评估(standard error of estimate)、频率分析(frequency distribution)这 5 个方面进行分析和评估, 结果表明 Du 和 Tao 公式在大多数情况下计算值偏高, ACI318 公式及 Harajli 公式 1 均过于保守, Harajli 公式 2 和 Naaman 公式居中, 总体衡量为 Chakrabarti 公式最好。

Moon 和 burns^[70,71](1997)分析研究了无粘结预应力梁的弯曲性能。提出了混凝土的时随本构关系, 利用杂交元法(hybrid-type element method)改进了考虑结构整体变形的无粘结预应力筋应变和应力的计算效率, 编制了预应力混凝土结构时随分析的计算机程序 TAPS。作者利用该程序分析了不同文献的无粘结简支和连续试验梁, 重复出这些试验梁的荷载-挠度响应和无粘结预应力筋极限应力 f_{ps} 值, 分析结果显示有粘结钢筋和塑性铰区域长度对 f_{ps} 值有重要影响。

Allouche 等^[72](1998)评估了之前 30 年在欧洲和北美所做的无粘结预应力混凝土连续梁试件以及 f_{ps} 计算公式。他们认为美国规范 ACI318-95 的 f_{ps} 计算值与试验结果的相关性较差, 在有些情况下不太安全; 加拿大规范 A23.3-94 的 f_{ps} 计算公式对于无粘结连续板的预测结果较好, 但对于无粘结连续梁则太过于保守。

Allouche 等^[73](1999)建立了无粘结预应力连续梁全过程分析的数值模型并用 Fortran77 语言编制了相应的计算程序 UBCPB^[74]。与 Campbell 和 Kodur^[75](1990)建立的有粘结预应力连续梁程序 NAPCCB 相似, UBCPB 采用逐步线性分析及变形控制来跟踪无粘结部分预应力连续梁的非线性响应, 考虑了自重、预应力二次矩、混凝土约束以及非预应力筋应变强化等效应。分析中, 梁离散为梁单元, 梁单元的每个节点含有两个自由度, 即垂直位移和转动。开始用线性分析确定预应力和梁自重的影响, 把这些影响转换成等效弯矩, 这样, 把预应力梁转变成预加力外荷载作用于各单元的非预应力梁。在梁可能发生破坏的高弯矩区域选择一个关键单元, 并预先确定一个称之为目标曲率(target curvature)的曲率增量。利用每一个单元的割线弯曲刚度进行基于直接刚度法的线性分析, 确定其它单元的弯矩

和曲率。利用更新后的割线刚度重复线性分析,如此循环,直至前后两次循环所有单元的割线刚度在一个指定的误差范围(1%)内。由曲率 ϕ 和中性轴高度 c 计算出每个单元预应力筋水平处混凝土的平均应变,从而得到无粘结筋的伸长量,修正无粘结筋的应力 f_{ps} 值。

Wu 等^[76](2001)提出了能反映无粘结筋与混凝土构件相互作用的,基于有限元方法的新型单元模型。该模型中,混凝土单元为主单元(host element),无粘结钢筋束单元嵌入于主单元内,由 Green-Lagrange 应变公式得到无粘结筋单元的应变式,再将应变式中的位移由主单元形函数和单元节点位移表示,导出无粘结筋单元的单元切线刚度矩阵。单元切线刚度矩阵由三项组成,即线性刚度矩阵、初位移刚度矩阵和初应力刚度矩阵。混凝土主单元采用 8 节点等参单元,其切线刚度矩阵由线性刚度矩阵、大位移刚度矩阵和初应力刚度矩阵组成。所建立的材料和几何非线性分析程序能模拟结构的弹性和塑性变形、开裂以及破坏模式。

Ariyawardena^[77,78](2000,2002)建立的模型把混凝土梁模拟成许多短平面杆状构件的集合,体内无粘结筋和杆状构件之间通过许多刚性短臂连接,用以模拟它们之间的距离在加载过程保持不变。作者编制了相应的计算程序验证了模型的可靠性。该分析模型较为简单和实用。

杜进生和刘西拉^[79](2003)建立了基于结构变形的正常使用极限状态以及承载能力极限状态下无粘结预应力筋应力变化的分析方法。作者通过一个简化的分析模型,把无粘结预应力筋应力表示成构件跨中挠度的线性函数,采用 Branson 和 Trost^[80]提出的有效惯性矩法计算正常使用阶段的跨中挠度,而对于承载能力极限状态的跨中挠度计算则通过忽略预应力筋应力增量和受压区非预应力筋对内力贡献而导出的一个简化计算式来实现。

陆洲导等^[81](2003)建立了高温下无粘结预应力混凝土框架的分析模型,可用于预测结构在火灾过程中的非线性全过程力学响应。该模型考虑了结构在火中的复杂特性,如热膨胀、收缩、徐变以及材料属性随温度而发生的改变等。基本思路是给结构一个模拟火灾环境(即升温曲线),通过混凝土、钢筋、高强钢丝的高温力学性能模型,采用有限元和差分结合的方法建立结构计算模型,计算出结构的变形反应。

由上面所述可知,人们对无粘结预应力混凝土梁的分析方法进行了一定的理论探索,这些分析理论多是在大量试验数据基础上提出 f_{ps} 计算回归公式,但这些半理论半经验公式的精度往往不太理想,同时也不适用于梁正常受力阶段的分析。对无粘结预应力梁的精确分析必须基于结构整体平衡条件通过迭代方法进行,这方面的研究非常有限,尽管有研究者提出了一些计算模型,但这些模型存

在建模复杂、划分单元太多、没有考虑时随效应等缺点,因此有必要对无粘结预应力梁的整体建模分析进行更深入的研究。

1.3 体外预应力梁的研究进展

1.3.1 试验研究

Harajli^[82](1993)试验了 16 根矩形截面的体外预应力加固简支梁,所有试验梁为三分点加载。试验目的是研究体外预应力加固混凝土抗弯构件的能力以及评估其在工作荷载和名义抗弯极限下对构件弯曲性能的影响。16 根混凝土试件开始在一定荷载范围内的循环疲劳荷载作用下产生疲劳变形,然后利用体外筋预应力技术进行加固,单调加载直至构件破坏。试验观察和结论:利用体外预应力筋加固后,混凝土梁的名义抗弯强度增加至 146%,而疲劳变形降低至 75%;折线形的体外预应力筋比直线形的体外预应力筋对于增加梁的抗弯强度更加有效;加固混凝土梁的体内抗拉钢筋的应力范围和平均应力水平降低较多,说明梁的疲劳寿命有了明显的改善。

房贞政和上官萍^[83](1996)试验了 2 根体外索预应力两等跨连续梁,其中一根模型梁为三段干接缝预制拼装体外预应力梁,另一根模型梁为整体浇筑体外预应力梁。试验结果显示:预制拼装预应力混凝土连续梁在混凝土梁体开裂前,在外荷载作用下其结构性能与整体浇筑梁类似;预制拼装预应力混凝土连续梁,尤其是干接缝体系,在预应力被抵消后其受力性能与整体浇筑梁有较大差异,模型梁在承载极限阶段,产生在支座区域形成塑性铰而在两干接缝处形成转动铰的破坏机理;模型梁由于节段梁干接缝处的张开,形成转动铰使连续梁的极限承载力降低,但这可以通过更有利的接缝形式与更适合的预应力筋布索方式来改善;在内支座处的节段梁设置一定量的有粘结非预应力钢筋对结构延性非常有利,在承载极限状态可以形成较理想的塑性铰。

Tan 和 Ng^[84](1997)试验了 6 根体外预应力简支梁,目的是研究转向块和体外筋形状对体外预应力梁的性能的影响。其中 3 根为直线筋体外梁,但沿跨长设置的转向块数量不同;另外三根梁都在跨中设有一个转向块,但体外索的形状通过增加偏心距或面积(相应降低预拉力)或布置成折线形而变化。试验梁三分点加载至破坏。试验结果显示:在梁最大挠度所在截面设置一个转向块能使梁产生良好的工作性能(挠度、开裂和钢筋应力),以及相对于没有设置任何转向块的体外梁具有更高的极限承载能力;对于直线形体外筋,增加其偏心距(相应减小其

预拉力)会导致体内筋应力、裂缝宽度以及工作荷载下的挠度都增大,而对于折线形体外筋,增加其偏心距(相应减小其预拉力)会导致更小的刚度、更大的体外筋应力增量以及临近破坏时更高的塑性;增大体外筋面积(相应减小其预拉力)使梁的极限强度升高,而塑性降低。

为研究体外梁的抗剪性能,Tan 和 Ng^[85](1997)又试验了另外 7 根 T 形截面的直线筋体外预应力简支梁。试验梁跨中设有一转向块,除了其中一根跨中承受集中荷载外,其它梁都为三分点加载。试验结果显示降低混凝土强度或减少抗剪筋数量将会导致梁发生剪切破坏,而当混凝土强度和抗剪筋数量配置恰当时,即使梁的抗剪跨与有效高度之比低如 2.5,体外梁仍将发生抗弯破坏。

同济大学的孙海和黄鼎业等人^[86,87](2000)试验了 4 根体外预应力简支和 2 根体外预应力连续模型梁,主要变量为预应力筋形状、跨高比、预应力度以及非预应力筋配筋率。试验结果表明体外预应力梁具有良好的变形能力;直线和曲线预应力筋随外力的增加,应力在初期变化都不大,但在梁中部出现压缩裂缝且形成塑性铰以后,直线预应力筋应力有较大的增长,而曲线预应力筋应力增长较小。

Harajli 等^[88](2002)试验了 9 根体外预应力两等跨连续梁,试验变量为体外筋和普通有粘结筋面积、转向块布置以及体外筋形状。试验结果:体外筋极限应力一般低于或稍高于屈服应力;直线筋体外梁的极限承载力及塑性变形比对应折线筋体外梁要小;增加体内有粘结钢筋面积能形成更好的裂缝分布,从而形成更高的塑性失效模式。

Aparicio 和 Ramos 等^[89](2002)试验了在弯曲或弯曲和剪力联合作用下的 5 根整体式和 3 根节段式体外预应力混凝土梁,给出了有关试验梁的诸如极限承载力、预应力筋极限应力增量以及张开接缝的抗剪性能等的重要结果,概括了体外预应力梁极限承载力以及预应力筋长度对承载能力影响的相关结论。

李方元等^[90](2002)为研究预应力和混凝土材料对高强混凝土体外预应力连续梁力学性能的影响,设计并完成了 4 根体外预应力高强混凝土连续梁模型的静载试验。试验结果表明:体外预应力连续梁的裂缝分布与发展规律与无粘结梁相似;采用钢纤维提高负弯矩处的开裂荷载是有效的,而且利用钢纤维增强可在一定程度上限制裂缝发展并在卸载后使裂缝闭合;普通钢筋对分散裂缝和限制裂缝发展有利。

张仲先和张耀庭^[91](2003)试验了 7 根体外预应力混凝土简支梁,主要变量为体外筋的有效张拉力、转向块的设置(无转向块、一个转向块和两个转向块)、非预应力筋数量以及跨高比。作者给出了预应力筋极限应力以及梁极限弯矩的实测值,在此基础上,进一步分析和研究了体外预应力筋应力增量和梁体的整体变

形关系, 导出了以构件的挠度和梁端转角为参量的体外筋极限应力增量的计算公式。

同体内无粘结预应力梁相比, 体外预应力梁的试验研究相对较少, 相应的通过试验数据建立的体外预应力筋极限应力增量计算的回归公式也不多。尽管体外预应力梁的弯曲性能和体内无粘结预应力梁在很多方面是相似的, 但体外预应力梁又具有不同于体内无粘结预应力梁的一个显著特点: 二次效应。为更好了解体外预应力梁的弯曲性能特别是二次效应影响, 优化体外预应力结构设计, 应用和推广利用体外预应力对各种损伤结构的加固技术, 非常有必要在将来进行更多的试验研究, 丰富体外预应力技术的试验数据库。

1.3.2 理论分析综述

Fenves^[92](1986)提出了分析干接缝体外预应力节段混凝土桥梁的有限元模型, 该模型考虑了材料非线性和接缝张开, 而几何非线性以及转向块处的摩擦和滑移影响则没有考虑。考虑了三种单元类型, 即梁单元、体外筋单元和接缝单元。其中梁单元具有六个自由度, 即每个节点三个自由度(水平位移、垂向位移以及转动)。截面划分为许多混凝土层和钢筋层。体外筋单元的惯性矩很小, 每个节点只含轴向位移的单一自由度。转向块的作用通过体外筋和梁节段之间设置刚杆连接来实现。接缝单元具有四个自由度, 即每个单元具有水平位移和转动两个自由度。毗邻梁单元和接缝单元假定通过刚度比毗邻梁单元轴向刚度大得多的弹簧连接, 用以阻止接缝的闭合。

Virlogeux^[93](1988)讨论了影响体外预应力简支及连续梁性能的技术因素, 在假定梁未开裂并保持线弹性状态下 Virlogeux 提出了一个计算体外筋伸长 ΔL_{12} 的公式:

$$\Delta L_{12} = \sqrt{(L_{12} + u_1 - u_2 - e_{oub1}\theta_1 + e_{oub2}\theta_2)^2 + (v_1 - v_2 + e_{oub1} - e_{oub2})^2} - \sqrt{L_{12}^2 + (e_{oub1} - e_{oub2})^2}$$

式中下标 1、2 表示相邻锚固端或转向块。

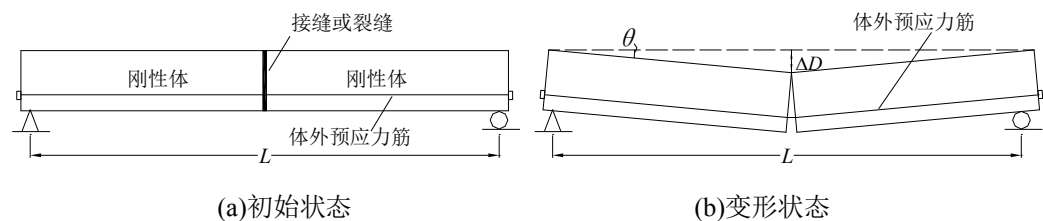


图 1-2 体外筋极限应力分析的简化模型

Fig.1-2 Simplified model for the analysis of ultimate stress in external tendon

基于梁在关键截面处形成塑性铰的假定, Virlogeux^[93]提出了计算直线形体体外筋极限应力的简化分析方法。分析示意图如图 1-2(a)所示, 两个刚性体(rigid body)由接缝(joint)或中心裂缝(centre crack)分隔开。因为梁由两个刚性体组成, 因此在接缝或裂缝张开前可以认为没有结构挠度和体外筋伸长。当外荷载超过一定值时, 接缝或裂缝张开, 此时梁变形如图 1-2(b)所示, 由图中几何关系可得

$$\theta = \frac{2\Delta D}{L} \quad (1-17)$$

体外筋的伸长

$$\Delta L = d_p(2\theta) \quad (1-18)$$

将式(1-17)代入

$$\Delta L = \frac{4d_p\Delta D}{L} \quad (1-19)$$

从式(1-19)可以看出, 体外筋伸长 ΔL 与梁跨中挠度 ΔD 成正比, 而 ΔD 值依赖于接缝的塑性转动能力。Virlogeux 根据截面最大允许曲率, 受压区混凝土合力和预应力筋拉力之间的距离, 以及构件长度 L 来计算 ΔD 。由这种计算方法得到的是构件挠度和体外筋极限应力的一个上限值。此模型可扩展用于连续梁, 假定其塑性铰在跨中和支座截面处形成, 这样, 体外筋伸长依赖于各接缝或裂缝张开处的长度变化值之和。

El-Habr^[94](1988)提出了一个基于有限元方法的非线性分析算法, 可用于预测预制节段体外预应力桥梁的弯矩-挠度响应。他的研究目的是为了确定几个重要的极限状态, 即混凝土开裂、预制节段之间的接缝张开、无粘结筋屈服以及名义极限承载力。考虑了两种非线性效应, 即非线性材料特性和预制节段接触面的接缝张开。

Muller 和 Gauthier^[95](1989)建立了体外预应力预制节段箱梁的有限元分析程序, 此程序用来预测简支和连续梁接缝张开后直至破坏极限状态的完整弯矩-曲率响应。他们认为体外梁和体内无粘结梁的性能在本质上是一致的。但是该分析模型存在以下缺点或限制: (1) 该模型需要每一个单元的弯矩-曲率或弯矩-接缝转动关系; (2) 该模型没有考虑材料非线性, 也就是说, 混凝土和钢筋的本构关系在分析全过程即便是破坏状态都认为是线弹性的; (3) 没有对体内无粘结和体外梁的性能相似性进行验证。

Tan 和 Naaman^[96](1993)建立了一个支撑-系杆模型(strut-and-tie model), 此模型提供了四种体外梁的失效判别模式: 压区混凝土或斜撑(diagonal strut)压碎; 抗剪筋或箍筋屈服; 体内有粘结钢筋屈服; 体外筋屈服。

Ramos 和 Aparicio^[97,98](1996)建立了体外预应力桥梁全过程分析的有限元模型,此模型包含三种单元类型:单一节点具有 6 个自由度的二节点梁单元;体内有粘结或体外预应力筋单元;节段桥梁的接缝单元。此模型具有以下特点:考虑了材料和几何非线性,通过几何非线性可方便地考虑体外筋偏心距随外荷载而变化的效应;可用于简支和连续桥梁;体外筋在转向块处考虑了自由滑移和完全粘结两种条件;同时考虑了体内有粘结和体外筋,考虑了应变强化效应;考虑了节段构件的接缝张开。作者利用该模型分析了 74 座桥梁的 102 个工况,根据分析数据他们给出了体外筋极限应力增量 Δf_{ps} 的偏于保守的建议值:

a.对于整体或节段简支箱形梁桥, $\Delta f_{ps}=108\text{MPa}$;

b.对于双 T 形截面的简支整体桥梁, $\Delta f_{ps}=122.5\text{MPa}$;

c.对于连续整体箱形梁桥,体外筋极限应力增量 Δf_{ps} 与跨高比及预应力布置情况有关,作者给出了相关图;

d.对于连续节段箱形梁桥, $\Delta f_{ps}=39\text{MPa}$ 。

Pisani 和 Nicoli^[99](1996)利用有限差分法分析了体外预应力结构,把混凝土梁和体外筋看作两个子结构,体外筋通过锚具和转向块把应力传递给混凝土结构。分析考虑了几何和材料非线性。认为裂缝分布于梁跨中周围一有限长度区域内,因而该方法不适用于干接缝预制节段建筑的分析。每一个荷载步体外筋的应力通过迭代确定,但 Pisani 和 Nicoli 没有给出迭代过程的具体细节。

Harajli 等^[100](1999)基于增量变形法(incremental deformation method)建立了一个数值非线性分析模型,可用于预测利用体外预应力技术原始设计或加固混凝土构件的全过程荷载-挠度响应。通过与文献给出的试验结果进行比较验证了分析精度,此模型重复出试验梁的荷载-挠度响应、体外筋应力以及体外筋偏心距随荷载增加的变化等,具有相当高的精度。为评估体外梁的响应,Harajli 等利用此非线性分析方法进行了参数研究。他们认为二次效应主要取决于转向块的设置情况、体外筋的形状以及极限荷载下梁的非弹性挠度大小(主要与荷载形式有关);当其它条件一样时,无转向块的体外梁的名义抗弯强度明显低于设置有转向块的体外梁;附有一个或两个转向块的体外梁的荷载-挠度响应非常相似;跨中集中荷载作用下的体外梁二次效应相对不明显,这是由于和三分点加载和均布荷载比较,其非弹性挠度较小。研究结果显示体外预应力是一种对于混凝土抗弯构件非常有效的加固技术,适宜用量的体外预应力筋能使构件的挠度迅速复原恢复到正常的状况,并使构件的屈服强度和极限抗弯强度得以相当大的提高。

铁道部科学研究院的牛斌^[101,102](1999)基于弯矩-曲率关系并结合有限单元法建立了体外预应力混凝土梁受弯条件下全过程非线性分析的计算方法和计算

机程序。并通过 9 根体外预应力混凝土梁静载试验的结果, 基于混凝土塑性铰理论建立了体外预应力混凝土梁极限状态下弯矩、挠度和体外预应力筋应力增量的简化计算方法。

Miyamoto 等^[103](2000)分析研究了体外预应力筋加强组合梁桥的动力性能。他们首先利用一个均质梁模型从固有频率方程导出计算固有频率的公式, 然后用冲击锤对跨长 3m 的组合梁桥进行试验, 通过计算和试验结果比较验证了分析方法的可靠性, 并利用该分析方法研究了不同参数对体外筋加强组合梁桥固有频率的影响。

同济大学的吴晓涵和吕西林^[104](2001)提出了一种基于有限元方法的用于外张预应力混凝土钢筋结构非线性分析的单元模型, 此模型能模拟外张预应力钢筋在转向块处的滑移和摩擦作用, 将外张预应力钢筋对结构的作用直接反映在单元模型内, 从而避免了迭代试算过程。将这一单元模型与混凝土和钢筋单元模型相组合, 建立外张预应力钢筋混凝土结构的非线性分析程序, 非线性分析包括了材料和几何非线性。该有限元模型可用于外张预应力钢筋混凝土结构从张拉施工至使用阶段的全过程分析, 分析内容包括弹塑性变形、混凝土开裂和破坏等。

哈尔滨工业大学的王宗林和王彤等^[105](2001)在分析体外预应力钢筋与混凝土主梁变形的基础上, 通过截面内力平衡方程和变形协调关系, 对体外预应力混凝土梁进行了从加载到破坏的全过程分析, 得到了极限状态下体外筋的极限应力和混凝土梁的极限抗弯强度。该计算方法可以考虑不同的荷载形式(包括对称荷载和不对称荷载)、不同的截面形式及不同的普通钢筋用量等因素对主梁极限状态的影响, 并能得到中间过程及破坏阶段混凝土、普通钢筋、预应力钢筋的应变和应力。

Ariyawardena^[77,78](2000,2002)建立的体外预应力梁分析模型和前述的体内无粘结梁类似, 不同之处在于体内无粘结梁须沿梁长方向设置足够多的刚性短臂, 而体外预应力梁则只在转向块处设置刚性短臂。利用此分析模型, Ariyawardena 和 Ghali^[106](2002)进而研究了预制体外预应力混凝土梁的性能和设计参数。

华侨大学的方德平^[107](2002)在推导 T 形截面梁的弯矩-轴力-曲率关系基础上, 提出了分析大偏心体外预应力筋的应力增量和梁弯曲性能的通用方法。该方法中, 体外筋的效应表示为作用在转向块和锚具处的等效荷载, 梁(不含体外筋)的内力是由外荷载和等效荷载共同引起。把静定梁的变形曲线简化为由单元节点位移所组成的多边形, 把 $P\Delta$ 效应的附加弯矩转化为节点上的集中力, 较方便地考虑了这一效应。通过荷载作用前后转向座和锚具的变形差计算出体外筋的应力。

上海交通大学的黄真和刘西拉^[108](2003)针对预制节段无粘结体外预应力混凝土箱形桥梁受弯扭剪复杂作用力下的计算模型和破坏机理进行了研究。作者采用传统的空间桁架模型和斜弯理论的基本假定,分别导出预制节段无粘结预应力混凝土箱梁在弯扭作用下和在弯扭剪组合作用下的破坏模型。

如前所述,国内外研究者提出了一些体外预应力梁的分析模型,这些研究丰富了体外预应力结构的理论体系,为体外预应力结构的优化设计和推广应用作出了重要贡献。但总的来说对于基于结构整体变形条件的体外预应力理论分析方面的研究仍非常有限,已有的计算模型存在精确度不高、适用范围狭小、建模复杂等问题,有待于进一步研究和解决。

1.4 无粘结预应力筋极限应力的规范计算公式

1. ACI 规范

1963年版的ACI 318建筑规范^[109]第一次给出计算无粘结预应力筋极限应力 f_{ps} 的公式,由于当时对无粘结构件性能的认识非常匮乏,该公式相当保守和简单

$$f_{ps} = \sigma_{pe} + 105 \quad (1-20)$$

Mattock等^[15](1971)研究表明,当配筋率较低时,式(1-20)的计算值太保守;而当配筋率较高时,式(1-20)的计算值则会偏于不安全。根据这一研究成果,Mattock给出了一个计算 f_{ps} 的建议公式(式(1-3)),该式略作修正后,被ACI 318-71^[110]和随后的ACI 318-77所采用,即

$$f_{ps} = \sigma_{pe} + 70 + \frac{f_c}{100\rho_p} \quad (1-21)$$

上式同时须满足: $f_{ps} = \sigma_{pe} + 414$; $f_{ps} \leq f_{py}$ 且 $\sigma_{pe} \geq 0.5f_{pu}$ 。

Mojtahedi和Gamble^[53](1978)发现对于跨高比较高的构件,式(1-21)的计算值会不安全。据此,ACI 318-83^[111]对式(1-21)进行了修改,修改后的公式考虑了跨高比的影响

$$f_{ps} = \sigma_{pe} + 70 + \frac{f_c}{\mu\rho_p} \quad (1-22)$$

式中:当 $L/d_p \leq 35$ 时, $\mu = 100$; 当 $L/d_p > 35$ 时, $\mu = 300$ 。

ACI 318-89、ACI 318-95、ACI 318-99以及ACI 318-02^[112]都采用式(1-22)的形式保持不变,但不少研究者对该式持批评态度,主要原因有:

- (1) 基于单一设计参数 f_c / ρ_p ，与 Δf_{ps} 实测值的相关性较差；
- (2) 在跨高比等于 35 处不连续；
- (3) 没有考虑非预应力筋及荷载作用方式的影响；
- (4) 对于 T 形或 I 形截面的连续梁，会根据分析截面承受正还是负弯矩而得到不同的计算值，这与不计摩擦影响时沿无粘结预应力筋全长应力不变的事实相矛盾。

2.AASHTO 规范

1983、1989 及 1992 年版的 AASHTO 规范^[113]采用当今 ACI 规范使用的 f_{ps} 计算公式，而 1994 版的 AASHTO 规范^[114]改为采用基于 Naaman 和 Alkhairi^[65] 建议的利用应变折减系数简化方法的 f_{ps} 计算式

$$f_{ps} = \sigma_{pe} + \Omega_u E_{ps} \varepsilon_u \left(\frac{d_p}{c} - 1 \right) \frac{L_1}{L_2} \leq 0.94 f_{py} \quad (1-23)$$

对于 T 形截面

$$c = \frac{A_{ps} f_{py} + A_s f_s - A'_s f'_s - 0.85 f_c h_f (b - b_w)}{0.85 \beta_1 f_c b_w} \quad (1-24)$$

对于矩形截面

$$c = \frac{A_{ps} f_{py} + A_s f_s - A'_s f'_s}{0.85 \beta_1 f_c b} \quad (1-25)$$

1998 年版的 AASHTO 规范^[115]采用一个基于塑性铰理论的 f_{ps} 计算式

$$f_{ps} = \sigma_{pe} + 900 \frac{d_p - c}{l_e} \leq f_{py} \text{ (ksi)} \quad (1-26)$$

式中 l_e 为无粘结筋的有效长度，且

$$l_e = \frac{2l}{N_s + 2} \quad (1-27)$$

其中 l 为两端锚具间无粘结筋的长度， N_s 为构件失效时形成的塑性铰数目。

该公式最先由 MacGregor 等^[116](1989)导出，这是他们对三跨体外后张箱形梁桥模型的研究成果之一，它基于早先 Tam 和 Pannell^[16]建立的公式并作了修改使其适用于连续构件的 f_{ps} 计算，考虑了构件破坏时可能形成的塑性铰数目。

3.加拿大规范

1963 年版的加拿大规范 A135^[117]以及 1973 年和 1977 年版的加拿大规范 A23.3^[118]都采用当时 ACI 规范推荐的 f_{ps} 计算公式，而 A23.3-M84^[119]采用基于塑性铰理论的 f_{ps} 计算公式

$$f_{ps} = \sigma_{pe} + 5000 \frac{d_p - c_y}{l_e} \quad (1-28)$$

该式和式(1-26)形式上相似，但参数值的计算方法有所不同。式(1-28)中，无粘结筋有效长度 $l_e = l/N_s$ ，中性轴高度 c_y 的计算方法如下：

对于 T 形截面

$$c_y = \frac{\phi_p A_{ps} f_{py} + \phi_s A_s f_s - \phi_s A'_s f'_s - 0.85 \phi_c f_c h_f (b - b_w)}{0.85 \phi_c \beta_1 f_c b_w} \quad (1-29)$$

对于矩形截面

$$c_y = \frac{\phi_p A_{ps} f_{py} + \phi_s A_s f_s - \phi_s A'_s f'_s}{0.85 \phi_c \beta_1 f_c b} \quad (1-30)$$

其中 ϕ_p 为预应力材料折减系数，取 0.9； ϕ_s 为非预应力材料折减系数，取 0.85； ϕ_c 为混凝土材料折减系数，取 0.6； β_1 为等效矩形应力块高度与中性轴高度之比。

A23.3-M94^[120]仍采用式(1-28)的基本形式，但考虑到单点加载形式在实际工程中并不常见，因此在用回归方法确定公式系数时忽略了单点加载梁的试验数据，从而把式(1-28)的常数 5000 增加为 8000，即

$$f_{ps} = \sigma_{pe} + 8000 \frac{d_p - c_y}{L_e} \quad (1-31)$$

4.英国规范

1997 版的英国规范 BS 8110^[121]采用的 f_{ps} 计算公式的主要变量为跨高比 L/d_p 、预应力筋配筋率 ρ_p 以及混凝土立方体强度 f_{cu} ：

$$f_{ps} = \sigma_{pe} + \frac{7000}{L/d_p} \left(1 - 1.7 \frac{f_{pu} \rho_p}{f_{cu}} \right) \leq 0.7 f_{pu} \quad (1-32)$$

一般来说，混凝土立方体抗压强度 f_{cu} 比混凝土轴心抗压强度 f_c 要大 20% 左右。为考虑非预应力筋的影响，规范建议把非预应力筋面积 A_s 转换成预应力筋等效面积(= $A_s f_y / f_{pu}$)。

5.我国规范

我国《无粘结预应力混凝土结构技术规程(JGJ/T92-93)》^[122]中 f_{ps} 计算公式主要考虑综合配筋指标 β_0 的影响，并且类似于现行 ACI 公式以跨高比 35 为界分为两部分

$$f_{ps} = \begin{cases} \frac{1}{1.2}[\sigma_{pe} + (500 - 770\beta_0)], & \text{当 } L/d_p \leq 35 \\ \frac{1}{1.2}[\sigma_{pe} + (250 - 380\beta_0)], & \text{当 } L/d_p > 35 \end{cases} \quad (1-33)$$

1.5 本文的研究内容及主要成果

本文针对工程中应用广泛的体内无粘结和体外预应力混凝土梁,分别利用数值理论方法和商用有限元程序建立了适用于体内无粘结和体外预应力混凝土梁非线性全过程分析的有限元模型,利用建立的模型研究了各种参数对无粘结梁弯曲性能的影响。

本文的章节安排如下:

第一章阐述了选题意义,评述了体内无粘结和体外预应力混凝土梁的已有的试验和分析研究成果,以及各国规范对无粘结预应力筋极限应力的计算式,对论文结构和章节内容作了安排。

第二章利用平面非线性梁单元模型,通过把体内无粘结筋或体外筋的效应转化为梁单元的等效节点荷载,简化了分析过程,导出了适用于体内无粘结和体外预应力混凝土梁非线性全过程分析的标准有限元公式。通过算例验证了模型的适用性。

第三章利用商用有限元程序 ABAQUS 建立了体内无粘结和体外预应力混凝土梁的分析模型,详细说明了建模方法和分析经验,通过对典型试验梁的分析对比验证了模型的可靠性。

第四章分析研究了不同参数对无粘结预应力混凝土梁的强度和弯曲性能的影响,这些参数包括:非预应力筋配筋率,预应力筋配筋率,跨高比,有效预应力,混凝土强度,预应力筋极限抗拉强度,非预应力筋屈服强度,加载方式。

第五章分析评估了体外预应力混凝土梁的二次效应,研究了转向块、预应力束形状以及荷载形式这些对二次效应有重要影响的参数对体外预应力混凝土梁强度和弯曲性能的影响。

第六章总结了本文的研究内容和研究成果,展望了本课题今后的研究方向。

通过本文的工作,主要得到以下研究成果:

(1) 建立了考虑材料和几何非线性的体内无粘结及体外预应力混凝土梁的有限元理论分析模型,可较好地预测一根梁从开始加载直到失效的非线性全过程结构响应。通过把体内无粘结或体外预应力筋的效应转化为梁单元的等效节点荷

载,由此可按有粘结混凝土梁建立标准有限元公式,极大地简化了分析过程,具有较强的理论分析和工程实用价值。

(2) 首次提出截面纤维积分法来处理任意形状的混凝土梁截面并导出梁单元的截面切线刚度矩阵。改进了 Rodriguez 截面分析模型,根据截面顶点把截面划分成若干梯形单元,通过对纤维直接积分求出梯形单元内力,避免了截面分块或分条,极大地提高了计算效率。

(3) 利用商用有限元程序 ABAQUS 建立了体内无粘结和体外预应力混凝土梁的统一分析模型,解决了商用有限元程序难以按常规方法分析无粘结预应力结构的问题,为广大科技工作者能够利用商用程序分析无粘结预应力结构提供了切实可行的方法。

(4) 利用建立的分析模型系统研究了各种参数对无粘结预应力混凝土梁弯曲性能和强度以及无粘结预应力筋极限应力 f_{ps} 的影响,评估了体外预应力混凝土梁的二次效应。研究成果更深入了对体内无粘结和体外预应力梁工作性能和受力机理的认识和了解,分析结果可为无粘结预应力混凝土梁的优化设计以及为新版规范 f_{ps} 计算式的今后修正提供参考依据。

第二章 无粘结预应力梁的有限元数值理论模型

2.1 引言

有限元法(Finite Element Method, FEA)是随着电子计算机的发展而迅速发展起来的一种现代计算方法,在几乎所有的工程领域都发挥着重要的作用。有限元法作为处理固体力学问题的方法提出,可以追溯到 Courant 在 1943 年的工作,他第一次尝试应用定义在三角形区域上的分片连续函数和最小势能原理相结合来求解圣维南扭转问题^[123]。1956 年 Turner 和 Clough 等人^[124]在分析飞机结构时成功地将有限元法应用于弹性力学平面问题,他们的研究为利用电子计算机求解复杂平面问题开创了新局面。1960 年 Clough^[125]进一步处理了弹性力学平面问题,并第一次提出了“有限单元法”的名称。有限元法的基本思想是将一个连续体离散化,变换成由有限数量的有限大的单元体的集合,这些单元体之间只是通过节点来连接和制约,进而把连续体的分析转化为单元集合体的分析,从而极大地简化了问题求解的难度。事实证明,有限元法和计算机的结合,产生了巨大的威力,应用范围很快从简单的杆、板结构推广到复杂的空间组合结构,使过去不可能进行的一些大型复杂结构的分析变成了常规的计算^[126]。

有限元法在有粘结的混凝土和预应力混凝土工程中的应用非常普遍,钢筋和混凝土可采用整体式或分离式有限元计算模型,无论采用哪一种计算模型,有粘结钢筋和其周围混凝土之间一般假定为理想粘结,即认为钢筋和其周围混凝土之间不发生相对滑移。但是,对于体内无粘结或体外预应力混凝土梁,梁内任一截面的体内无粘结或体外预应力筋与周围混凝土之间会发生相对滑动,这就大大增加了分析的难度,正因为如此,目前有限元法在体内无粘结以及体外预应力混凝土工程中的研究和应用仍非常有限。Ariyawardena^[77,78,106]提出的分析模型将混凝土主体结构模拟成杆状构件的组集,体内或体外预应力筋通过短臂与主体结构连接,该有限元模型较为简单,但由于杆状构件的位置任意确定,因此计算结果的稳定性如何有待于进一步验证。Wu^[76,104]提出的有限元分析模型把体内无粘结或体外预应力筋直接反映在混凝土单元内,避免了迭代试算过程,但单元数量较多,不利于大型结构的计算。

本文基于大变形非线性有限元理论^[127]，把结构离散为平面非线性梁单元，将体内无粘结或体外预应力筋的作用效应转化为梁单元的节点荷载，这样便可以按照有粘结混凝土梁建立有限元公式，从而简化了分析过程。利用该模型对试验梁进行非线性全过程分析。分析过程基于的基本假定：截面（不包含体内无粘结或体外预应力筋）受力前后，其应变服从平截面假定，纵向纤维的应变沿截面高度呈线性分布；有粘结预应力和非预应力筋与混凝土粘结良好，受力后有粘结钢筋与混凝土的应变协调；忽略体内无粘结预应力筋与孔道之间以及体外预应力筋与转向块之间的摩擦影响，体内无粘结或体外预应力筋沿梁全长的应力是相等的；忽略梁的剪切和扭曲变形。

2.2 材料本构关系

2.2.1 受压区混凝土的应力-应变关系

混凝土单向受压时采用非线性分析时常用的上升段二次抛物线和下降段直线的应力-应变曲线，如图 2-1 所示。其关系式为

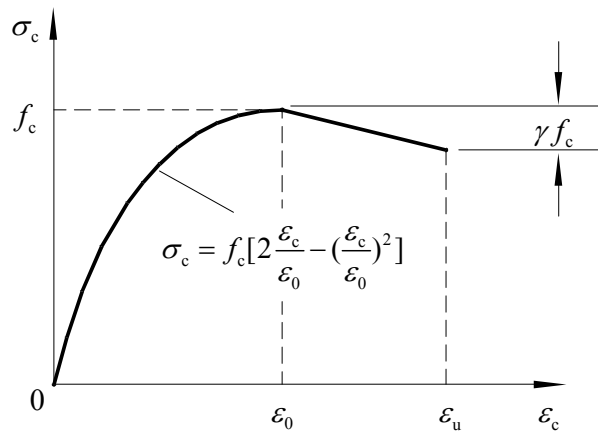


图 2-1 混凝土单向受压应力-应变关系

Fig.2-1 Stress-strain relationship for concrete under uniaxial compression

当 $\varepsilon_c \leq \varepsilon_0$ 时（上升段）

$$\sigma_c = f_c \left[2 \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^2 \right] \quad (2-1a)$$

当 $\varepsilon_0 < \varepsilon_c \leq \varepsilon_u$ 时（下降段）

$$\sigma_c = f_c [1 - \gamma (\frac{\epsilon_c - \epsilon_0}{\epsilon_u - \epsilon_0})] \quad (2-1b)$$

式中 ϵ_0 为峰值应变，一般取 0.002； f_c 为峰值应力； ϵ_u 为极限压应变； γ 为参数，与混凝土受约束程度有关。

根据 γ 和 ϵ_u 的不同取值，有

- (1) 当取 $\gamma=0.15$ ， $\epsilon_u=0.038$ 时，即为著名的 Hognestad 应力-应变曲线。
- (2) 当取 $\gamma=0$ ， $\epsilon_u=0.035$ 时，即为 CEB-FIP 标准规范采用的应力-应变曲线。

2.2.2 受拉区混凝土的应力-应变关系

混凝土单向受拉的应力-应变关系可采用二折线（图 2-2a）、三段斜直线^[128]（图 2-2b）及曲线形等模型。其关系式可分别表示为

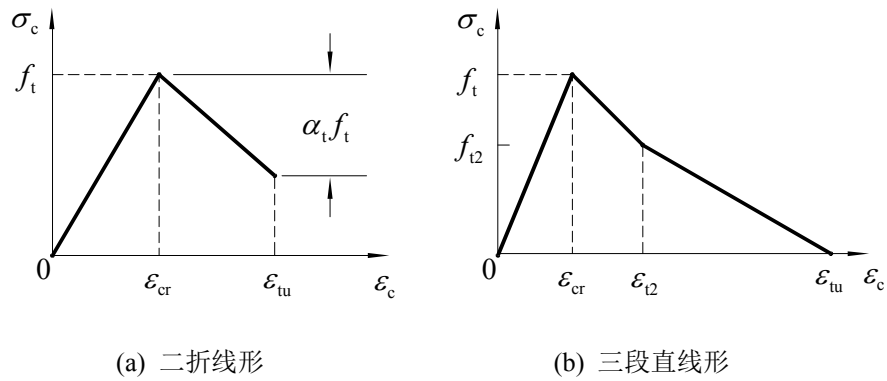


图 2-2 混凝土单向受拉应力-应变关系
Fig.2-2 Stress-strain relationship for concrete under axial tension

(1) 按二折线假定（图 2-2a）

当 $\epsilon_c \leq \epsilon_{cr}$ 时

$$\sigma_c = E_c \epsilon_c \quad (2-2a)$$

当 $\epsilon_{cr} < \epsilon_c \leq \epsilon_{tu}$ 时

$$\sigma_c = f_t \left(1 - \alpha_t \frac{\epsilon_c - \epsilon_{cr}}{\epsilon_{tu} - \epsilon_{cr}} \right) \quad (2-2b)$$

式中 E_c 为混凝土的弹性模量； f_t 为混凝土的抗拉强度； ε_{cr} 为对应于抗拉强度的开裂应变； ε_{tu} 为极限拉应变； α_t 为极限拉应力与抗拉强度之比。

(2) 按三段斜直线假定 (图 2-2b)

当 $\varepsilon_c \leq \varepsilon_{cr}$ 时

$$\sigma_c = E_c \varepsilon_c \quad (2-3a)$$

当 $\varepsilon_{cr} < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{t2}$ 时

$$\sigma_c = f_t + \frac{f_{t2} - f_t}{\varepsilon_{t2} - \varepsilon_{cr}} (\varepsilon_c - \varepsilon_{cr}) \quad (2-3b)$$

当 $\varepsilon_{t2} < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{tu}$ 时

$$\sigma_c = f_{t2} + \frac{-f_{t2}}{\varepsilon_{tu} - \varepsilon_{t2}} (\varepsilon_c - \varepsilon_{t2}) \quad (2-3c)$$

(3) 按 Vecchio 和 Collins^[129] 建议曲线假定

当 $\varepsilon_c \leq \varepsilon_{cr}$ 时

$$\sigma_c = E_c \varepsilon_c \quad (2-4a)$$

当 $\varepsilon_c > \varepsilon_{cr}$ 时

$$\sigma_c = \frac{\alpha_1 \alpha_2}{1 + \sqrt{500 \varepsilon_c}} f_t \quad (2-4b)$$

式中 α_1 为考虑钢筋粘结特性的参数； α_2 为考虑荷载效应的参数。

2.2.3 预应力筋的应力-应变关系

预应力筋的应力-应变关系可采用三折线 (图 2-3) 或修改的 Ramberg-Osgood 曲线模型。其关系式分别为

(1) 按三折线假定 (图 2-3)

当 $\varepsilon_p \leq \varepsilon_e$ 时

$$\sigma_p = E_p \varepsilon_p \quad (2-5a)$$

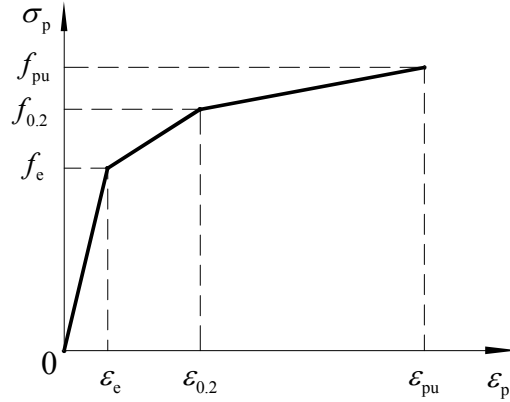


图 2-3 预应力筋的应力-应变关系

Fig.2-3 Stress-strain relationship for prestressing steel

当 $\varepsilon_e < \varepsilon_p \leq \varepsilon_{0.2}$ 时

$$\sigma_p = f_e + \frac{f_{0.2} - f_e}{\varepsilon_{0.2} - \varepsilon_e} (\varepsilon_p - \varepsilon_e) \quad (2-5b)$$

当 $\varepsilon_{0.2} < \varepsilon_p \leq \varepsilon_{pu}$

$$\sigma_p = f_{0.2} + \frac{f_{pu} - f_{0.2}}{\varepsilon_{pu} - \varepsilon_{0.2}} (\varepsilon_p - \varepsilon_{0.2}) \quad (2-5c)$$

式中 E_p 为预应力筋的弹性模量； f_{pu} 和 ε_{pu} 分别为极限抗拉强度和极限拉应变； $f_{0.2}$ 和 $\varepsilon_{0.2}$ 分别为条件屈服强度和条件屈服应变； f_e 和 ε_e 分别为弹性应力极限和弹性应变极限。

(2) 按 Mattock^[130] 建议的 Ramberg-Osgood 函数曲线假定

$$\sigma_p = E_p \varepsilon_p \left\{ A^* + \frac{1 - A^*}{[1 + (B^* \varepsilon_p)^C]^1/C^*} \right\} \quad (2-6)$$

式中 A^* 、 B^* 和 C^* 为参数，一般由材料抗拉试验确定。对于低松弛钢绞线， A^* 、 B^* 和 C^* 分别可取 0.025、118 和 10；对于应力消除钢绞线， A^* 、 B^* 和 C^* 分别可取 0.030、121 和 6。

2.2.4 非预应力筋的应力-应变关系

非预应力筋受拉和受压时都采用多折线的应力-应变关系，如图 2-4 所示。 E_s 为非预应力筋的弹性模量， f_y 为非预应力筋的屈服强度。

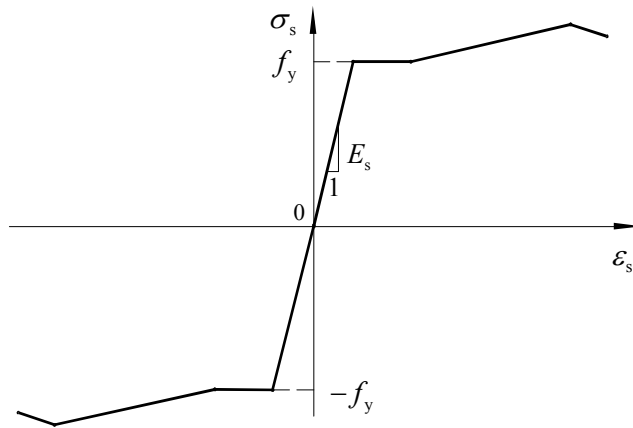


图 2-4 非预应力筋的应力-应变关系
Fig.2-4 Stress-strain relationship for non-prestressing steel

2.3 非线性有限元模型建立

采用平面非线性梁单元理论进行分析,单元刚度不包含体内无粘结或体外预应力筋的刚度,体内无粘结或体外预应力筋对梁单元的贡献以等效节点荷载代替,详细过程在节 2.3.4 叙述。

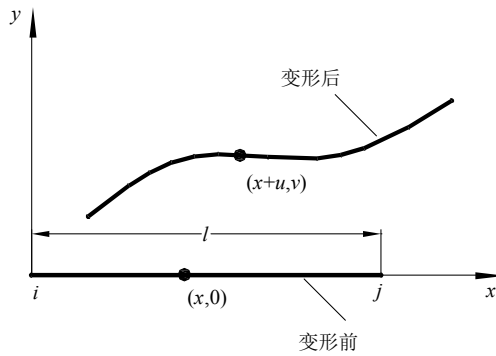


图 2-5 变形前后的非线性梁单元
Fig.2-5 Nonlinear beam element before and after deformation

2.3.1 梁单元及位移模式

典型的二节点非线性梁单元模型如图 2-5 所示,对单元建立局部坐标系 (x,y) ,单元变形前的长度为 l ,变形后单元内任意点在 x 、 y 轴方向的位移值分别为 u 、 v 。取 u 为 x 的线性函数, v 为 x 的三次多项式函数,即

$$u = A_0 + A_1x \quad (2-7a)$$

$$v = B_0 + B_1x + B_2x^2 + B_3x^3 \quad (2-7b)$$

单元节点 i 具有三个节点位移，它们分别为 x 轴方向的节点位移 u_i 、 y 轴方向的节点位移 v_i 以及转角 v_i' ，同样单元节点 j 也具有三个节点位移，分别为 x 轴方向的节点位移 u_j 、 y 轴方向的节点位移 v_j 以及转角 v_j' ，这样单元 ij 具有六个节点位移，可以确定式(2-7)的六个待定系数。显然，单元节点位移 u_i 、 u_j 可确定待定系数 A_0 、 A_1 ，另外 4 个单元节点位移 v_i 、 v_i' 、 v_j 、 v_j' 可确定待定系数 B_0 、 B_1 、 B_2 、 B_3 。把单元内任意点的位移表示成单元节点位移的函数，按矩阵形式表示

$$f = Nu \quad (2-8)$$

式中

$$f = [u \quad v]^T; \quad u = [u_i \quad v_i \quad v_i' \quad u_j \quad v_j \quad v_j']^T$$

形函数矩阵

$$N = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_4 & 0 & 0 \\ 0 & N_2 & N_3 & 0 & N_5 & N_6 \end{bmatrix}$$

下面推导形函数矩阵中各元素 $N_1 \sim N_6$ 的值。把 N_1 表示成

$$N_1 = A_{01} + A_{11}x$$

设单元在 i 端产生节点位移 $u_i=1$ ，其它节点位移都为零，则

$$u = N_1u_i = A_{01} + A_{11}x$$

位移边界条件： $x=0, u=1; x=l, u=0$ 。代入上式，得

$$A_{01} = 1, \quad A_{11} = -\frac{1}{l}$$

故

$$N_1 = 1 - \frac{1}{l}x$$

同理可得

$$N_4 = \frac{1}{l}x$$

将 N_2 表示成

$$N_2 = B_{02} + B_{12}x + B_{22}x^2 + B_{32}x^3$$

设单元在 i 端产生节点位移 $v_i=1$ ，其它节点位移都为零，则

$$v = N_2v_i = B_{02} + B_{12}x + B_{22}x^2 + B_{32}x^3$$

位移边界条件: $x=0, v=1, v'=0; x=l, v=v'=0$ 。代入上式, 得

$$B_{02} = 1, B_{12} = 0, B_{22} = -\frac{3}{l^2}, B_{32} = \frac{2}{l^3}$$

故

$$N_2 = 1 - \frac{3}{l^2}x^2 + \frac{2}{l^3}x^3$$

同理可得

$$N_3 = x - \frac{2}{l}x^2 + \frac{1}{l^2}x^3$$

$$N_5 = \frac{3}{l^2}x^2 - \frac{2}{l^3}x^3$$

$$N_6 = -\frac{1}{l}x^2 + \frac{1}{l^2}x^3$$

2.3.2 截面切线刚度方程

由于体内无粘结或体外预应力筋对梁单元的贡献以等效节点荷载代替, 故这儿考虑的梁单元截面为不包含体内无粘结或体外预应力筋的有粘结预应力混凝土梁截面。本文按两种不同方法导出截面切线刚度矩阵:

- 1) 按条带法导出截面切线刚度矩阵;
- 2) 按纤维积分法导出截面切线刚度矩阵。

下面分别予以推导。

2.3.2.1 按条带法导出截面切线刚度方程

考虑有粘结混凝土梁截面, 如图 2-6 所示, 截面内包含有粘结的预应力筋和非预应力筋。以截面形心 o 为原点, 建立截面坐标系 $o(z, y)$ 。采用条带法建立截面切线刚度方程, 按计算精度需要把截面划分成若干个条带单元, 且认为单元内混凝土的应变均匀分布, 其值等于单元中心线处混凝土的应变。由截面平衡条件建立应力合成的轴力 N 和弯矩 M

$$N = \sum_i \sigma_{ci} A_{ci} + \sum_j (\sigma_{sj} - \sigma_{csj}) A_{sj} + \sum_k (\sigma_{bpk} - \sigma_{cbpk}) A_{bpk} \quad (2-9a)$$

$$M = \sum_i \sigma_{ci} y_{ci} A_{ci} + \sum_j (\sigma_{sj} - \sigma_{csj}) y_{sj} A_{sj} + \sum_k (\sigma_{bpk} - \sigma_{cbpk}) y_{bpk} A_{bpk} \quad (2-9b)$$

式中 σ 、 A 和 y 分别代表应力、面积和沿截面垂向坐标, 下标 ci 、 sj 和 bpk 分别代表第 i 个混凝土条带单元、第 j 根非预应力筋和第 k 根有粘结预应力筋, 下标 csj 和 $cbpk$ 分别代表第 j 根非预应力筋周围的混凝土和第 k 根有粘结预应力筋周围的混凝土。

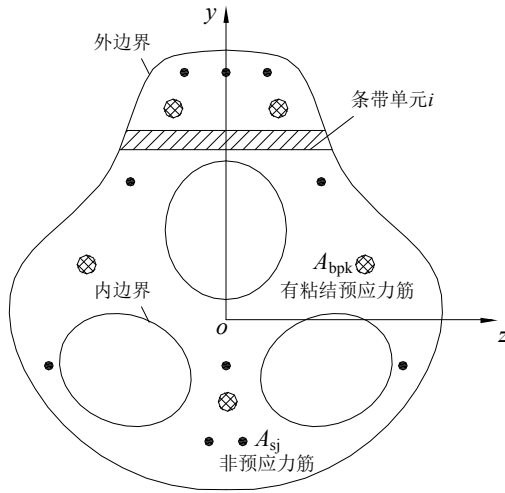


图 2-6 条带法划分有粘结混凝土梁截面

Fig.2-6 Bonded concrete beam section divided by strip method

对式 (2-9) 微分, 分别可得

$$\begin{aligned}
 dN &= \sum_i d\sigma_{ci} A_{ci} + \sum_j d(\sigma_{sj} - \sigma_{csj}) A_{sj} + \sum_k d(\sigma_{bpk} - \sigma_{cbpk}) A_{bpk} \\
 &= \sum_i E_{Tci} (d\varepsilon_{ci}) A_{ci} + \sum_j (E_{Tsj} - E_{Tcsj}) (d\varepsilon_{sj}) A_{sj} \\
 &\quad + \sum_k (E_{Tbpk} - E_{Tcbpk}) (d\varepsilon_{bpk}) A_{bpk}
 \end{aligned} \tag{2-10a}$$

$$\begin{aligned}
 dM &= \sum_i d\sigma_{ci} y_{ci} A_{ci} + \sum_j d(\sigma_{sj} - \sigma_{csj}) y_{sj} A_{sj} + \sum_k d(\sigma_{bpk} - \sigma_{cbpk}) y_{bpk} A_{bpk} \\
 &= \sum_i E_{Tci} (d\varepsilon_{ci}) y_{ci} A_{ci} + \sum_j (E_{Tsj} - E_{Tcsj}) (d\varepsilon_{sj}) y_{sj} A_{sj} \\
 &\quad + \sum_k (E_{Tbpk} - E_{Tcbpk}) (d\varepsilon_{bpk}) y_{bpk} A_{bpk}
 \end{aligned} \tag{2-10b}$$

式中 E_T 代表材料的切向模量, ε 为应变。

由平截面假定, 截面任意纤维处的应变为

$$\varepsilon = \varepsilon_o + \phi y \tag{2-11}$$

式中 ε_o 为截面形心处的轴向应变, ϕ 为截面曲率。

对式 (2-11) 微分, 有

$$d\varepsilon = d\varepsilon_o + y d\phi \tag{2-12}$$

将式 (2-12) 代入式 (2-10) 并以矩阵形式表示

$$d\mathbf{F} = \mathbf{D}d\mathbf{C} \text{ 或 } \begin{Bmatrix} dN \\ dM \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\varepsilon_o \\ d\phi \end{Bmatrix} \tag{2-13}$$

式中

$$\begin{aligned}
 \mathbf{F} &= [\mathbf{N} \quad \mathbf{M}]^T; \quad \mathbf{C} = [\varepsilon_o \quad \phi]^T \\
 d_{11} &= \sum_i E_{Tci} A_{ci} + \sum_j (E_{Tsj} - E_{Tcsj}) A_{sj} + \sum_k (E_{Tbpk} - E_{Tcbpk}) A_{bpk} \\
 d_{12} = d_{21} &= \sum_i E_{Tci} y_{ci} A_{ci} + \sum_j (E_{Tsj} - E_{Tcsj}) y_{sj} A_{sj} + \sum_k (E_{Tbpk} - E_{Tcbpk}) y_{bpk} A_{bpk} \\
 d_{22} &= \sum_i E_{Tci} y_{ci}^2 A_{ci} + \sum_j (E_{Tsj} - E_{Tcsj}) y_{sj}^2 A_{sj} + \sum_k (E_{Tbpk} - E_{Tcbpk}) y_{bpk}^2 A_{bpk}
 \end{aligned}$$

2.3.2.2 按纤维积分法导出截面切线刚度方程

采用经过修正的 Rodriguez 截面模型^[131-134], 如图 2-7 所示, 任意形状的混凝土截面内包含有粘结的预应力筋和非预应力筋。 $o(z, y)$ 为截面全局坐标系, o 为截面形心。建立截面局部坐标系 $o'(\xi, \eta)$, ξ 轴为中性轴, η 轴由截面受压区边界上距中性轴最远点 e 所定义, 设 o' 在 z 轴方向的截面全局坐标为 b 。截面边界的顶点以下标 i 表示, 外边界上的顶点以顺时针方向排列, 内边界上的顶点以逆时针方向排列。如果截面边界是曲线, 可分成若干个直线段。相邻两个顶点 i 、 $i+1$ 在中性轴的垂线和连接 i 、 $i+1$ 的直线段 $\eta = a_i \xi + b_i$ 以及中性轴围成一个梯形单元 i , 由此把截面划分成 n_c 个梯形单元。显然, 若截面边界为直线, 截面内力可通过积分精确得到; 若截面边界为曲线, 按精度的需要把边界曲线模拟成若干直线段, 通过对每个梯形单元的积分得到足够精确的截面内力。

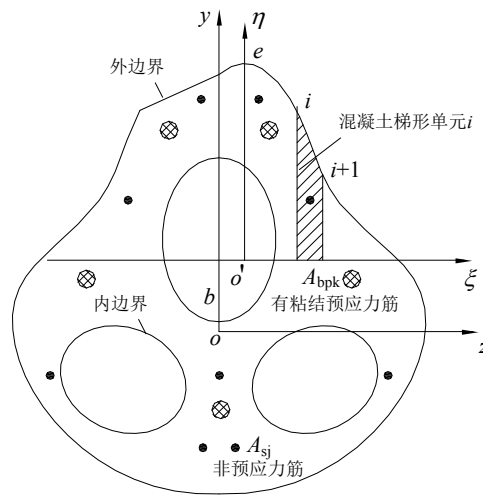


图 2-7 纤维积分法处理有粘结混凝土梁截面

Fig.2-7 Fibre integration method for disposal of bonded concrete beam section

截面任意点混凝土的应变

$$\varepsilon_c = \varepsilon_o + \phi y \quad (2-14)$$

ε_o 为截面形心处的轴向应变, ϕ 为截面曲率。

在截面中性轴处 $\varepsilon_c = 0$, 代入式(2-14), 得

$$b = -\varepsilon_o / \phi$$

非预应力筋和有粘结预应力筋的应变

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{cs} \quad (2-15)$$

$$\varepsilon_{bp} = \varepsilon_{cbp} \quad (2-16)$$

ε_{cs} 、 ε_{cbp} 分别为非预应力筋和有粘结预应力筋周围混凝土的应变。

由图 2-7 中的几何关系可得

$$\begin{aligned} \xi_i = z_i - z_e; \quad \eta_i = y_i - b; \quad \xi_{i+1} = z_{i+1} - z_e; \quad \eta_{i+1} = \\ y_{i+1} - b; \quad a_i = (\eta_{i+1} - \eta_i) / (\xi_{i+1} - \xi_i); \quad b_i = \eta_i - a_i \xi_i \end{aligned}$$

混凝土的应变在截面局部坐标系内可表示为

$$\varepsilon_c = \phi \eta \quad (2-17)$$

在截面局部坐标系 $o'(\xi, \eta)$ 内对混凝土梯形单元进行积分, 分别求出受压区混凝土和受拉区混凝土承担的内力。

混凝土单元 i 承担的轴力 N_{ci} 和对 ξ 轴的弯矩 M_{ci} 分别为

$$N_{ci} = \int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} \int_0^{a_i \xi + b_i} \sigma_c d\xi d\eta \quad (2-18a)$$

$$M_{ci} = \int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} \int_0^{a_i \xi + b_i} \eta \sigma_c d\xi d\eta \quad (2-18b)$$

式(2-18) 接受压区混凝土单元和受拉区混凝土单元积分后导出的详细表达式分别如下^[131-133]:

(1) 受压区混凝土采用图 2-1 所示的上升段二次抛物线和下降段直线的应力-应变关系 (式(2-1)), 受压区混凝土单元积分后的详细表达式为:

1. 当 $a_i = 0$ 且 $\phi \eta_i \leq \varepsilon_o$ 时 (即单元 i 为矩形并且单元纤维的最大压应力不超过 f_c)

$$N_{ci} = \frac{\xi_{i+1} - \xi_i}{b_i} \left(1 - \frac{1}{3} g_i \right) g_i b_i^2 f_c \quad (2-19a)$$

$$M_{ci} = \frac{2}{3} \frac{\xi_{i+1} - \xi_i}{b_i} \left(1 - \frac{3}{8} g_i \right) g_i b_i^3 f_c \quad (2-19b)$$

其中

$$g_i = \frac{\phi b_i}{\varepsilon_0}$$

2. 当 $a_i = 0$ 且 $\phi\eta_i > \varepsilon_0$ 时 (即单元 i 为矩形并且单元纤维的最大压应力超过 f_c)

$$N_{ci} = \frac{1}{6} \frac{\xi_{i+1} - \xi_i}{b_i} [6(1 + \beta) - 3\beta g_i - 2(1 + 3\beta)/g_i] b_i^2 f_c \quad (2-20a)$$

$$M_{ci} = \frac{1}{12} \frac{\xi_{i+1} - \xi_i}{b_i} [12(1 + \beta) - 4\beta g_i - (1 + 2\beta)/g_i^2] b_i^3 f_c \quad (2-20b)$$

其中

$$\beta = \frac{\gamma \varepsilon_0}{\varepsilon_u - \varepsilon_0}$$

3. 当 $a_i \neq 0$ 且 $\phi\eta_i \leq \varepsilon_0$ 时 (即单元 i 为梯形并且单元纤维的最大压应力不超过 f_c)

$$N_{ci} = \frac{1}{12} \frac{g_i}{a_i} \left\{ \left(a_i \frac{\xi_{i+1}}{b_i} + 1 \right)^3 \left[4 - \left(a_i \frac{\xi_{i+1}}{b_i} + 1 \right) g_i \right] - \left(a_i \frac{\xi_i}{b_i} + 1 \right)^3 \left[4 - \left(a_i \frac{\xi_i}{b_i} + 1 \right) g_i \right] \right\} b_i^2 f_c \quad (2-21a)$$

$$M_{ci} = \frac{1}{6} \frac{g_i}{a_i} \left\{ \left(a_i \frac{\xi_{i+1}}{b_i} + 1 \right)^4 \left[1 - \frac{3}{10} \left(a_i \frac{\xi_{i+1}}{b_i} + 1 \right) g_i \right] - \left(a_i \frac{\xi_i}{b_i} + 1 \right)^4 \left[1 - \frac{3}{10} \left(a_i \frac{\xi_i}{b_i} + 1 \right) g_i \right] \right\} b_i^3 f_c \quad (2-21b)$$

4. 当 $\phi\eta_i > \varepsilon_0$ 且 $(\xi_{i+1} - \xi_i) > 0$, $a_i > 0$ 或 $(\xi_{i+1} - \xi_i) < 0$, $a_i < 0$ 时 (即单元 i 为梯形并且单元纤维的最大压应力超过 f_c 以及 $(\xi_{i+1} - \xi_i)$ 和 a_i 的符号相同)

$$N_{ci} = \frac{1}{12a_i} \left\{ \frac{3}{g_i^2} - g_i^2 \left(a_i \frac{\xi_i}{b_i} + 1 \right)^3 \left[\frac{4}{g_i} - \left(a_i \frac{\xi_i}{b_i} + 1 \right) \right] + 6(1 + \beta) a_i \left[a_i \left(\frac{\xi_{i+1}^2}{b_i^2} - r_i^2 \right) + 2 \left(\frac{\xi_{i+1}}{b_i} - r_i \right) \right] - 2\beta g_i \left[\left(a_i \frac{\xi_{i+1}}{b_i} + 1 \right)^3 - \frac{1}{g_i^3} \right] - \frac{2a_i}{g_i} \left(\frac{\xi_{i+1}}{b_i} - r_i \right) (2 + 3\beta) \right\} b_i^2 f_c \quad (2-22a)$$

$$\begin{aligned}
 M_{ci} = & \frac{1}{60a_i} \left\{ \frac{7}{g_i^2} - g_i \left(a_i \frac{\xi_i}{b_i} + 1 \right) \right\}^4 \left[10 - 3 \left(a_i \frac{\xi_i}{b_i} + 1 \right) g_i \right] \\
 & + 10(1 + \beta) \left[\left(a_i \frac{\xi_{i+1}}{b_i} + 1 \right)^3 - \frac{1}{g_i^3} \right] - 5\beta g_i \left[\left(a_i \frac{\xi_{i+1}}{b_i} + 1 \right)^4 - \frac{1}{g_i^4} \right] \\
 & - \frac{5a_i}{g_i^2} \left(\frac{\xi_{i+1}}{b_i} - r_i \right) (1 + 2\beta) \left. \right\} b_i^3 f_c
 \end{aligned} \tag{2-22b}$$

其中

$$r_i = \frac{1 - g_i}{a_i g_i}$$

5. 当 $\phi\eta_i > \varepsilon_0$ 且 $(\xi_{i+1} - \xi_i) < 0$, $a_i > 0$ 或 $(\xi_{i+1} - \xi_i) > 0$, $a_i < 0$ 时 (即混凝土单元 i 为梯形并且单元纤维的最大压应力超过 f_c 以及 $(\xi_{i+1} - \xi_i)$ 和 a_i 的符号相反)

$$\begin{aligned}
 N_{ci} = & \frac{1}{12a_i} \left\{ -\frac{3}{g_i^2} + g_i^2 \left(a_i \frac{\xi_{i+1}}{b_i} + 1 \right)^3 \left[\frac{4}{g_i} - \left(a_i \frac{\xi_{i+1}}{b_i} + 1 \right) \right] \right. \\
 & \left. - 6(1 + \beta) a_i \left[a_i \left(\frac{\xi_i^2}{b_i^2} - r_i^2 \right) + 2 \left(\frac{\xi_i}{b_i} - r_i \right) \right] \right. \\
 & \left. + 2\beta g_i \left[\left(a_i \frac{\xi_i}{b_i} + 1 \right)^3 - \frac{1}{g_i^3} \right] + \frac{2a_i}{g_i} \left(\frac{\xi_i}{b_i} - r_i \right) (2 + 3\beta) \right\} b_i^2 f_c
 \end{aligned} \tag{2-23a}$$

$$\begin{aligned}
 M_{ci} = & \frac{1}{60a_i} \left\{ -\frac{7}{g_i^2} + g_i \left(a_i \frac{\xi_{i+1}}{b_i} + 1 \right)^4 \left[10 - 3 \left(a_i \frac{\xi_{i+1}}{b_i} + 1 \right) g_i \right] \right. \\
 & + 10(1 + \beta) \left[\left(a_i \frac{\xi_i}{b_i} + 1 \right)^3 - \frac{1}{g_i^3} \right] - 5\beta g_i \left[\left(a_i \frac{\xi_i}{b_i} + 1 \right)^4 - \frac{1}{g_i^4} \right] \\
 & \left. + \frac{5a_i}{g_i^2} \left(\frac{\xi_i}{b_i} - r_i \right) (1 + 2\beta) \right\} b_i^3 f_c
 \end{aligned} \tag{2-23b}$$

(2) 受拉区混凝土采用 Vecchio 和 Collins^[129]建议公式 (式(2-4)), 受拉区混凝土单元积分后的详细表达式为:

1. 当 $a_i = 0$ 且 $\phi\eta_i \leq \varepsilon_{cr}$ 时 (即混凝土单元 i 为矩形并且单元纤维的最大拉应力未超出弹性范围)

$$N_{ci} = (\xi_{i+1} - \xi_i) \phi \frac{b_i^2}{2} E_c \tag{2-24a}$$

$$M_{ci} = (\xi_{i+1} - \xi_i) \phi \frac{b_i^3}{3} E_c \quad (2-24b)$$

2. 当 $a_i = 0$ 且 $\phi \eta_i > \varepsilon_{cr}$ 时 (即混凝土单元 i 为矩形并且单元纤维的最大拉应力超出弹性范围)

$$N_{ci} = (\xi_{i+1} - \xi_i) \left\{ \frac{g_{ui}^2}{2} \phi E_c + 2\alpha_1 \alpha_2 \left[\sqrt{a_t b_i} - \sqrt{a_t g_{ui}} + \ln \left(\frac{1 + \sqrt{a_t g_{ui}}}{1 + \sqrt{a_t b_i}} \right) \right] \right\} \frac{f_t}{a_t} \quad (2-25a)$$

$$M_{ci} = (\xi_{i+1} - \xi_i) \left\{ \frac{g_{ui}^3}{3} \phi E_c + 2\alpha_1 \alpha_2 \left[\frac{1}{3} (\sqrt{a_t b_i^3} - \sqrt{a_t g_{ui}^3}) - \frac{1}{2} (b_i - g_{ui}) - \frac{1}{a_t} \ln \left(\frac{1 + \sqrt{a_t b_i}}{1 + \sqrt{a_t g_{ui}}} \right) + \frac{\sqrt{b_i} - \sqrt{g_{ui}}}{\sqrt{a_t}} \right] \right\} \frac{f_t}{a_t} \quad (2-25b)$$

其中

$$a_t = 500\phi, \quad g_{ui} = \frac{\varepsilon_{cr}}{\phi}$$

3. 当 $a_i \neq 0$ 且 $\phi \eta_i \leq \varepsilon_{cr}$ 时 (即混凝土单元 i 为梯形并且单元纤维的最大拉应力未超出弹性范围)

$$N_{ci} = \frac{1}{6a_i} [(a_i \xi_{i+1} + b_i)^3 - (a_i \xi_i + b_i)^3] \phi E_c \quad (2-26a)$$

$$M_{ci} = \frac{1}{12a_i} [(a_i \xi_{i+1} + b_i)^4 - (a_i \xi_i + b_i)^4] \phi E_c \quad (2-26b)$$

4. 当 $a_i \neq 0$ 且 $\phi \eta_i > \varepsilon_{cr}$ (即混凝土单元 i 为梯形并且单元纤维的最大拉应力超出弹性范围), 并满足 ($\xi_i < r_{ui} < \xi_{i+1}$, $a_i > 0$) 或 ($\xi_{i+1} < r_{ui} < \xi_i$, $a_i < 0$) 时

$$\begin{aligned} N_{ci} = & \frac{1}{6a_i} [(a_i r_{ui} + b_i)^3 - (a_i \xi_i + b_i)^3] \phi E_c + (\xi_{i+1} - r_{ui}) \phi \frac{g_{ui}^2}{2} E_c + 2\alpha_1 \alpha_2 \left\{ \frac{2}{3a_n} \right. \\ & \cdot [\sqrt{(a_n \xi_{i+1} + b_n)^3} - \sqrt{(a_n r_{ui} + b_n)^3}] - \frac{1}{a_n} \left\{ (a_n \xi_{i+1} + b_n) [\ln(1 + \sqrt{a_n \xi_{i+1} + b_n}) - \frac{1}{2}] \right. \\ & - (a_n r_{ui} + b_n) [\ln(1 + \sqrt{a_n r_{ui} + b_n}) - \frac{1}{2}] + \ln \left(\frac{1 + \sqrt{a_n r_{ui} + b_n}}{1 + \sqrt{a_n \xi_{i+1} + b_n}} \right) \sqrt{a_n r_{ui} + b_n} \\ & \left. \left. - \sqrt{a_n \xi_{i+1} + b_n} \right\} + (\xi_{i+1} - r_{ui}) [\ln(1 + \sqrt{a_t g_{ui}}) - \sqrt{a_t g_{ui}}] \right\} \frac{f_t}{a_t} \quad (2-27a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_{ci} = & \frac{1}{12a_i} [(a_i r_{\bar{u}} + b_i)^4 - (a_i \xi_i + b_i)^4] \phi E_c + (\xi_{i+1} - r_{\bar{u}}) \phi \frac{g_{\bar{u}}^3}{3} E_c + 2\alpha_1 \alpha_2 \left\{ \frac{2\sqrt{a_i}}{15a_i} \right. \\
 & \cdot [\sqrt{(a_i \xi_{i+1} + b_i)^5} - \sqrt{(a_i r_{\bar{u}} + b_i)^5}] - \frac{1}{2} \left[\frac{a_i}{2} (\xi_{i+1}^2 + r_{\bar{u}}^2) + b_i (\xi_{i+1} - r_{\bar{u}}) \right] \\
 & - \frac{1}{a_i a_n} \left\{ (a_n \xi_{i+1} + b_n) \left[\ln(1 + \sqrt{a_n \xi_{i+1} + b_n}) - \frac{1}{2} \right] - (a_n r_{\bar{u}} + b_n) \right. \\
 & \cdot \left[\ln(1 + \sqrt{a_n \xi_{i+1} + b_n}) - \frac{1}{2} \right] - \ln \left(\frac{1 + \sqrt{a_n \xi_{i+1} + b_n}}{1 + \sqrt{a_n r_{\bar{u}} + b_n}} \right) + \sqrt{a_n \xi_{i+1} + b_n} - \sqrt{a_n r_{\bar{u}} + b_n} \left. \right\} \\
 & + \frac{2}{3a_i a_n} [\sqrt{(a_n \xi_{i+1} + b_n)^3} - \sqrt{(a_n r_{\bar{u}} + b_n)^3}] - (\xi_{i+1} - r_{\bar{u}}) \frac{1}{3} \left\{ \sqrt{a_i g_{\bar{u}}^3} - \frac{g_{\bar{u}}}{2} \right. \\
 & \left. - \frac{1}{a_i} [\ln(1 + \sqrt{a_i g_{\bar{u}}}) - \sqrt{a_i g_{\bar{u}}}] \right\} \left. \right\} \frac{f_t}{a_t} \quad (2-27b)
 \end{aligned}$$

其中

$$r_{\bar{u}} = \frac{g_{\bar{u}} - b_i}{a_i}, \quad a_n = a_i a_i, \quad b_n = a_i b_i$$

5. 当 $a_i \neq 0$ 且 $\phi \eta_i > \varepsilon_{cr}$ (即混凝土单元 i 为梯形并且单元纤维的最大拉应力超出弹性范围), 并满足 ($r_{\bar{u}} < \xi_i$ 或 $r_{\bar{u}} > \xi_{i+1}$, 且 $a_i > 0$) 或 ($r_{\bar{u}} < \xi_{i+1}$ 或 $r_{\bar{u}} > \xi_i$, 且 $a_i < 0$) 时

$$\begin{aligned}
 N_{ci} = & (\xi_{i+1} - \xi_i) \phi \frac{g_{\bar{u}}^2}{2} E_c + 2\alpha_1 \alpha_2 \left\{ \frac{2}{3a_n} [\sqrt{(a_n \xi_{i+1} + b_n)^3} - \sqrt{(a_n \xi_i + b_n)^3}] \right. \\
 & - \frac{1}{a_n} \left\{ (a_n \xi_{i+1} + b_n) \left[\ln(1 + \sqrt{a_n \xi_{i+1} + b_n}) - \frac{1}{2} \right] - (a_n \xi_i + b_n) \right. \\
 & \cdot \left[\ln(1 + \sqrt{a_n \xi_i + b_n}) - \frac{1}{2} \right] + \ln \left(\frac{1 + \sqrt{a_n \xi_i + b_n}}{1 + \sqrt{a_n \xi_{i+1} + b_n}} \right) + \sqrt{a_n \xi_i + b_n} - \sqrt{a_n \xi_{i+1} + b_n} \left. \right\} \\
 & \left. + (\xi_{i+1} - \xi_i) \left[\ln(1 + \sqrt{a_i g_{\bar{u}}}) - \sqrt{a_i g_{\bar{u}}} \right] \right\} \frac{f_t}{a_t} \quad (2-28a)
 \end{aligned}$$

$$M_{ci} = (\xi_{i+1} - \xi_i) \phi \frac{g_{\bar{u}}^3}{3} E_c + 2\alpha_1 \alpha_2 \left\{ \frac{2\sqrt{a_i}}{15a_i} [\sqrt{(a_i \xi_{i+1} + b_i)^5} - \sqrt{(a_i \xi_i + b_i)^5}] \right.$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{2}\left[\frac{a_i}{2}(\xi_{i+1}^2 + \xi_i^2) + b_i(\xi_{i+1} - \xi_i)\right] - \frac{1}{a_t a_n} \left\{ (a_n \xi_{i+1} + b_n) \left[\ln(1 + \sqrt{a_n \xi_{i+1} + b_n}) - \frac{1}{2} \right] \right. \\
 & - (a_n \xi_i + b_n) \left[\ln(1 + \sqrt{a_n \xi_i + b_n}) - \frac{1}{2} \right] - \ln \left(\frac{1 + \sqrt{a_n \xi_i + b_n}}{1 + \sqrt{a_n \xi_{i+1} + b_n}} \right) + \sqrt{a_n \xi_i + b_n} \\
 & \left. - \sqrt{a_n \xi_{i+1} + b_n} \right\} + \frac{2}{3 a_t a_n} [\sqrt{(a_n \xi_{i+1} + b_n)^3} - \sqrt{(a_n \xi_i + b_n)^3}] - (\xi_{i+1} - \xi_i) \\
 & \cdot \left\{ \frac{1}{3} \sqrt{a_t g_u^3} - \frac{g_u}{2} - \frac{1}{a_t} [\ln(1 + \sqrt{a_t g_u}) - \sqrt{a_t g_u}] \right\} \frac{f_t}{a_t} \quad (2-28b)
 \end{aligned}$$

6. 当 $a_i \neq 0$ 且 $\phi \eta_i > \varepsilon_{cr}$ (即混凝土单元 i 为梯形并且单元纤维的最大拉应力超出弹性范围), 并满足 ($\xi_i < r_{\bar{u}} < \xi_{i+1}$, $a_i < 0$) 或 ($\xi_{i+1} < r_{\bar{u}} < \xi_i$, $a_i > 0$) 时

$$\begin{aligned}
 N_{ci} &= \frac{1}{6a_i} [(a_i \xi_{i+1} + b_i)^3 - (a_i r_{\bar{u}} + b_i)^3] \phi E_c + (r_{\bar{u}} - \xi_i) \phi \frac{g_u^2}{2} E_c + 2\alpha_1 \alpha_2 \\
 & \cdot \left\{ \frac{2}{3a_n} [\sqrt{(a_n r_{\bar{u}} + b_n)^3} - \sqrt{(a_n \xi_i + b_n)^3}] - \frac{1}{a_n} \left\{ (a_n r_{\bar{u}} + b_n) \right. \right. \\
 & \cdot \left[\ln(1 + \sqrt{a_n r_{\bar{u}} + b_n}) - \frac{1}{2} \right] - (a_n \xi_i + b_n) \left[\ln(1 + \sqrt{a_n \xi_i + b_n}) - \frac{1}{2} \right] \\
 & \left. \left. + \ln \left(\frac{1 + \sqrt{a_n \xi_i + b_n}}{1 + \sqrt{a_n r_{\bar{u}} + b_n}} \right) + \sqrt{a_n \xi_i + b_n} - \sqrt{a_n r_{\bar{u}} + b_n} \right\} \right. \\
 & \left. + (r_{\bar{u}} - \xi_i) [\ln(1 + \sqrt{a_t g_u}) - \sqrt{a_t g_u}] \right\} \frac{f_t}{a_t} \quad (2-29a)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_{ci} &= \frac{1}{12a_i} [(a_i \xi_{i+1} + b_i)^4 - (a_i r_{\bar{u}} + b_i)^4] \phi E_c + (r_{\bar{u}} - \xi_i) \phi \frac{g_u^3}{3} E_c + 2\alpha_1 \alpha_2 \\
 & \cdot \left\{ \frac{2\sqrt{a_t}}{15a_i} [\sqrt{(a_i r_{\bar{u}} + b_i)^5} - \sqrt{(a_i \xi_i + b_i)^5}] - \frac{1}{2} \left[\frac{a_i}{2} (r_{\bar{u}}^2 - \xi_i^2) + b_i (r_{\bar{u}} - \xi_i) \right] \right. \\
 & - \frac{1}{a_t a_n} \left\{ (a_n r_{\bar{u}} + b_n) \left[\ln(1 + \sqrt{a_n r_{\bar{u}} + b_n}) - \frac{1}{2} \right] - (a_n \xi_i + b_n) \right. \\
 & \left. \left. \cdot \left[\ln(1 + \sqrt{a_n \xi_i + b_n}) - \frac{1}{2} \right] - \ln \left(\frac{1 + \sqrt{a_n r_{\bar{u}} + b_n}}{1 + \sqrt{a_n \xi_i + b_n}} \right) + \sqrt{a_n r_{\bar{u}} + b_n} - \sqrt{a_n \xi_i + b_n} \right\} \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{2}{3a_t a_n} [\sqrt{(a_n r_{ti} + b_n)^3} - \sqrt{(a_n \xi_i + b_n)^3}] - (r_{ti} - \xi_i) \\
 & \cdot \left\{ \frac{1}{3} \sqrt{a_t g_{ti}^3} - \frac{g_{ti}}{2} - \frac{1}{a_t} [\ln(1 + \sqrt{a_t g_{ti}}) - \sqrt{a_t g_{ti}}] \right\} \frac{f_t}{a_t}
 \end{aligned} \quad (2-29b)$$

累加所有混凝土单元在局部坐标系内的积分, 由此计算出混凝土对截面内力的贡献。由内力平衡条件

$$\begin{aligned}
 N & = \sum_{i=1}^{n_c} N_{ci} + \sum_{j=1}^{n_s} (\sigma_{sj} - \sigma_{csj}) A_{sj} + \sum_{k=1}^{n_{bp}} (\sigma_{bpk} - \sigma_{cbpk}) A_{bpk} \\
 & = f(\varepsilon_o, \phi)
 \end{aligned} \quad (2-30a)$$

$$\begin{aligned}
 M & = \sum_{i=1}^{n_c} M_{ci} + b \sum_{i=1}^{n_c} N_{ci} + \sum_{j=1}^{n_s} (\sigma_{sj} - \sigma_{csj}) A_{sj} y_{sj} \\
 & + \sum_{k=1}^{n_{bp}} (\sigma_{bpk} - \sigma_{cbpk}) A_{bpk} y_{bpk} = g(\varepsilon_o, \phi)
 \end{aligned} \quad (2-30b)$$

式中 N 和 M 为截面上由应力合成的轴力和弯矩; n_c 、 n_s 和 n_{bp} 分别为混凝土单元数 (包括受压区和受拉区)、非预应力筋的数量和有粘结预应力筋的数量。 N 、 M 可表示成 ε_o 和 ϕ 的函数, 分别以 f 、 g 表示。

对式 (2-30) 微分, 以矩阵形式表示

$$d\mathbf{F} = \mathbf{D}d\mathbf{C} \quad (2-31)$$

式中

$$\mathbf{F} = [N \quad M]^T, \quad \mathbf{C} = [\varepsilon_o \quad \phi]^T$$

截面切线刚度矩阵

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \partial f / \partial \varepsilon_o & \partial f / \partial \phi \\ \partial g / \partial \varepsilon_o & \partial g / \partial \phi \end{bmatrix}$$

2.3.3 单元切线刚度方程

截面应变可表示成位移的导数, 并忽略其高阶项

$$\mathbf{C} = [\varepsilon_o \quad \phi]^T = [u' + (v')^2 / 2 \quad v'']^T \quad (2-32)$$

由式 (2-8)、(2-32) 可得

$$\mathbf{C} = (\mathbf{B}_L + \mathbf{B}_N / 2) \mathbf{u} \quad (2-33)$$

式中

$$\mathbf{B}_L = \begin{bmatrix} N'_1 & 0 & 0 & N'_4 & 0 & 0 \\ 0 & N''_2 & N''_3 & 0 & N''_5 & N''_6 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_N = [1 \quad 0]^T \mathbf{u}^T \mathbf{J}^T \mathbf{J}$$

其中

$$\mathbf{J} = [0 \quad N_2' \quad N_3' \quad 0 \quad N_5' \quad N_6']$$

将式(2-33)两边取变分

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{C} &= \mathbf{B}_L \delta \mathbf{u} + \frac{1}{2} [1 \quad 0]^T \mathbf{u}^T \mathbf{J}^T \mathbf{J} \delta \mathbf{u} + \frac{1}{2} [1 \quad 0]^T \delta \mathbf{u}^T \mathbf{J}^T \mathbf{J} \mathbf{u} \\ &= \mathbf{B}_L \delta \mathbf{u} + [1 \quad 0]^T \mathbf{u}^T \mathbf{J}^T \mathbf{J} \delta \mathbf{u} \end{aligned}$$

由此得

$$\delta \mathbf{C} = (\mathbf{B}_L + \mathbf{B}_N) \delta \mathbf{u} \quad (2-34)$$

由变分原理建立单元的平衡方程组

$$\delta \mathbf{u}^T \mathbf{P} = \int_I \delta \mathbf{C}^T \mathbf{F} dx \quad (2-35)$$

式中 \mathbf{P} 为单元等效节点力列阵。

将式(2-34)代入上式，消去 $\delta \mathbf{u}^T$ ，得

$$\mathbf{P} = \int_I (\mathbf{B}_L + \mathbf{B}_N)^T \mathbf{F} dx \quad (2-36)$$

对等式微分，注意到 \mathbf{B}_N 的非线性形式，有

$$d\mathbf{P} = \int_I [(\mathbf{B}_L + \mathbf{B}_N)^T d\mathbf{F}] dx + \int_I (d\mathbf{B}_N^T \mathbf{F}) dx \quad (2-37)$$

将式(2-13)或(2-31)、(2-34)依次代入上式，得

$$d\mathbf{P} = \mathbf{K} d\mathbf{u} = (\mathbf{K}_L + \mathbf{K}_N + \mathbf{K}_S) d\mathbf{u} \quad (2-38)$$

单元切线刚度矩阵

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_L + \mathbf{K}_N + \mathbf{K}_S \quad (2-39)$$

其中

$$\mathbf{K}_L = \int_I \mathbf{B}_L^T \mathbf{D} \mathbf{B}_L dx$$

$$\mathbf{K}_N = \int_I (\mathbf{B}_L^T \mathbf{D} \mathbf{B}_N + \mathbf{B}_N^T \mathbf{D} \mathbf{B}_L + \mathbf{B}_N^T \mathbf{D} \mathbf{B}_N) dx$$

$$\mathbf{K}_S = \int_I N \mathbf{J}^T \mathbf{J} dx$$

\mathbf{K}_L 是由材料非线性引起的，称为小位移刚度矩阵； \mathbf{K}_N 是由材料非线性和几何非线性共同作用引起的，称为大位移刚度矩阵； \mathbf{K}_S 是由轴力 N 引起的刚度矩阵，称为初应力刚度矩阵。

2.3.4 体内无粘结或体外预应力筋的处理方法

采用增量迭代法求解前面建立的有限元方程，每个荷载增量步采用 Newton-Raphson 法迭代。体内无粘结或体外预应力筋对梁单元的贡献以等效节

点荷载代替^[135]。

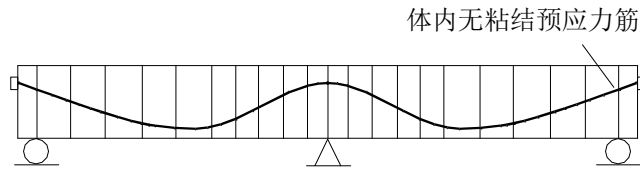


图 2-8 体内无粘结预应力混凝土梁及其单元划分

Fig.2-8 Unbonded internally prestressed concrete beam and its elements

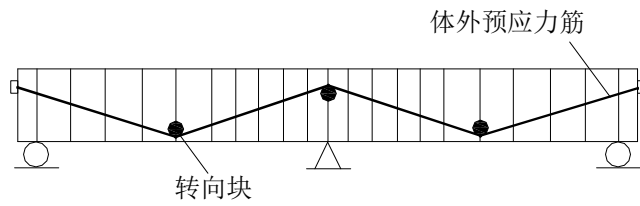


图 2-9 体外预应力混凝土梁及其单元划分

Fig.2-9 Externally prestressed concrete beam and its elements

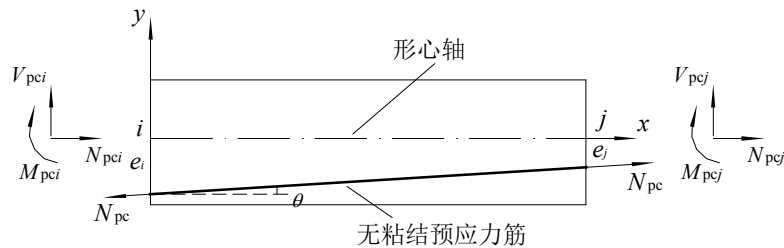


图 2-10 梁单元及其对应的体内无粘结或体外预应力筋单元

Fig.2-10 Beam element and its corresponding element of internal unbonded or external tendon

典型的体内无粘结和体外预应力混凝土梁分别如图 2-8 和 2-9 所示，按精度需要把梁划分成许多梁单元。对于体内无粘结预应力混凝土梁，不管无粘结预应力筋在梁内的布置形状如何，只要划分的梁单元长度足够小，单元内的无粘结预应力筋可以看作为直线段。与梁单元对应的体内无粘结或体外预应力筋链杆单元与梁单元的相对位置如图 2-10 所示，设预应力筋在梁单元端部节点 i 、 j 处的偏心距分别为 e_i 、 e_j ，梁单元变形前的初始长度为 l ，则变形前体内无粘结或体外预应力筋链杆单元的长度 l_{p0} 为

$$l_{p0} = \sqrt{l^2 + (e_i - e_j)^2} \quad (2-40)$$

对于体内无粘结预应力梁，由于无粘结预应力筋随同梁一起变形，即在整個加载阶段无粘结预应力筋的偏心距始终保持不变，因此 e_i 、 e_j 在梁的整个加载阶段为常量。而对于体外预应力混凝土梁，体外预应力筋在相邻端部锚具和/或转向块之间保持直线，梁在外荷载作用下发生变形时体外预应力筋的偏心距会发生变化，即除了端部锚具和转向块处， e_i 、 e_j 在梁的整个加载阶段是在不断变化的。

在一个荷载增量步内，把当前迭代步的节点位移增量，和前面总的节点位移相加，得到当前迭代步的总节点位移，进而求出当前迭代步较之上一迭代步体内无粘结预应力筋或体外预应力筋的应变增量 $\Delta\varepsilon_{pc}$ ，分别叙述如下：

1. 对于体内无粘结预应力混凝土梁，根据单元节点 i 、 j 处的总节点位移以及单元的位移模式更新单元长度以及单元内无粘结预应力筋的长度。设更新后即当前迭代步单元内无粘结预应力筋的长度为 l_{pc} ，更新前即上一迭代步单元内无粘结预应力筋的长度为 l_{pp} ，则当前迭代步较之上一迭代步无粘结预应力筋的应变增量为

$$\Delta\varepsilon_{pc} = \frac{\sum l_{pc} - \sum l_{pp}}{\sum l_{p0}} \quad (2-41)$$

2. 对于体外预应力混凝土梁，根据锚具和转向块处的总节点位移，更新相邻锚具和/或转向块之间体外预应力筋的长度，以及体外预应力筋链杆单元的位置，由更新后的链杆单元位置和当前迭代步的梁单元节点位移确定并更新链杆单元的偏心距 e_i 、 e_j 。设更新后即当前迭代步相邻锚具和/或转向块之间体外预应力筋的长度为 L_{pc} ，更新前即上一迭代步相邻锚具和/或转向块之间体外预应力筋的长度为 L_{pp} ，梁体变形前相邻锚具和/或转向块之间体外预应力筋的长度为 L_{p0} ，则当前迭代步较之上一迭代步体外预应力筋的应变增量为

$$\Delta\varepsilon_{pc} = \frac{\sum L_{pc} - \sum L_{pp}}{\sum L_{p0}} \quad (2-42)$$

当前迭代步体内无粘结或体外预应力筋的应变 ε_{pc} 为

$$\varepsilon_{pc} = \varepsilon_{pp} + \Delta\varepsilon_{pc} \quad (2-43)$$

式中 ε_{pp} 为上一迭代步体内无粘结或体外预应力筋的应变。

把 ε_{pc} 代入预应力筋的应力-应变关系（式(2-5)或(2-6)）计算出当前迭代步体内无粘结或体外预应力筋的应力 σ_{pc} ，以及体内无粘结或体外预应力筋承担的拉力

$$N_{pc} = \sigma_{pc} A_p \quad (2-44)$$

确定了拉力 N_{pc} ，根据体内无粘结或体外预应力筋单元与梁单元的相对几何位置（图 2-10）就可以方便地把 N_{pc} 转化为梁单元的等效节点力 \mathbf{F}_{pc} ，且

$$\mathbf{F}_{pc} = [N_{pci} \quad V_{pci} \quad M_{pci} \quad N_{pcj} \quad V_{pcj} \quad M_{pcj}]^T \quad (2-45)$$

其中

$$N_{pci} = -N_{pc} \cos \theta, \quad V_{pci} = -N_{pc} \sin \theta, \quad M_{pci} = e_i N_{pc} \cos \theta$$

$$N_{pcj} = N_{pc} \cos \theta, \quad V_{pcj} = N_{pc} \sin \theta, \quad M_{pcj} = -e_j N_{pc} \cos \theta$$

式中 θ 为体内无粘结或体外预应力筋与单元节点 i 、 j 之间连线的夹角，且有

$$\tan \theta = \frac{e_i - e_j}{l_c} \quad (2-46)$$

式中 l_c 为当前迭代步单元的长度。

由当前无粘结预应力筋的拉力 N_{pc} 引起的施加于混凝土梁单元上的等效节点荷载 \mathbf{P}_{pc} 为

$$\mathbf{P}_{pc} = -\mathbf{F}_{pc} \quad (2-47)$$

由此把无粘结预应力筋的作用等效成梁单元的节点荷载 \mathbf{P}_{pc} ，它与当前增量步由外荷载引起的单元等效节点荷载叠加，形成当前总等效节点荷载（由外荷载和无粘结预应力筋共同引起），减去内力引起的抵抗荷载，计算出节点处的不平衡荷载，进入下一步迭代。

2.4 算 例

2.4.1 体内无粘结预应力混凝土试验梁的分析

分析了 Chakrabarti^[23]试验的体内无粘结预应力梁 A-1、A-2、E13 以及 B-3，结构和截面如图 2-11 所示。试验梁跨长 3.5m，采用两点集中荷载加载方式。矩形截面，截面宽 139.70mm，高 228.60mm。4 根试验梁配筋相同数量的无粘结预应力筋，两束后张拉无粘结预应力筋锚固于梁两端，无粘结筋为美国 ASTM-A421 270 级 7 股钢绞线，每束钢绞线直径为 6.35mm²。梁 A-1 没有配置非预应力筋的纯预应力混凝土梁，其它 3 根梁为部分预应力混凝土梁，在梁底配有面积不等的非预应力筋。混凝土轴心抗压强度 f_c 及弹性模量 E_c 、有效预应力 σ_{pe} 以及非预应力筋面积 A_s 列于表 2-1。抗拉强度取轴心抗压强度的 0.1 倍。

把梁划分成 38 个梁单元，并取 Rodriguez 截面分析模型。混凝土材料参数：

$\gamma=0.15$, $\varepsilon_0=0.002$, $\varepsilon_u=0.003$, $\alpha_1=\alpha_2=1.0$ 。预应力筋采用图 2-3 所示的三折线应力-应变关系, 且 $E_p=193\text{GPa}$, $f_c=1562.4\text{MPa}$, $f_{0.2}=1729.8\text{MPa}$, $\varepsilon_{0.2}=0.015$, $f_{pu}=1860\text{MPa}$, $\varepsilon_{pu}=0.035$ 。非预应力筋采用理想弹塑性应力-应变关系, $f_y=413.63\text{MPa}$, $E_s=200\text{GPa}$ 。

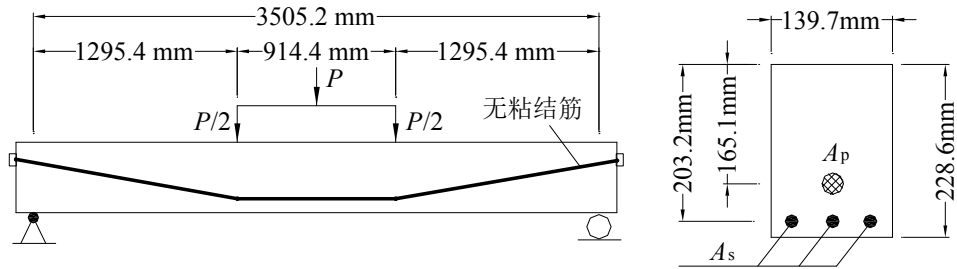


图 2-11 Chakrabarti 试验梁

Fig.2-11 Unbonded prestressed beams tested by Chakrabarti

表 2-1 试验梁的材料参数

Tab.2-1 Material parameters for test beams

| 梁号 | A_s (mm ²) | f_c (MPa) | E_c (GPa) | σ_{pe} (MPa) |
|-----|--------------------------|-------------|-------------|---------------------|
| A-1 | 0 | 36.54 | 36.5 | 1068.74 |
| A-2 | 70.96 | 34.48 | 35.0 | 1048.06 |
| E13 | 141.92 | 34.74 | 35.2 | 1132.35 |
| B-3 | 329.02 | 36.56 | 36.5 | 1110.12 |

无粘结筋的极限荷载 P_u 以及极限应力增量 Δf_{ps} 的试验值与计算结果的对比情况列与表 2-2, 可以看出, 两者总体上符合情况良好。 Δf_{ps} 的误差绝对值都控制在 20%之内, 结果是可以接受的; P_u 的误差绝对值除了 A-2 的其它 3 根梁都控制在 10%之内, A-2 的极限荷载偏差稍微偏大些, 主要原因是非预应力筋材料参数的取值, 因为文献并没有给出非预应力筋的屈服强度, 计算所取的屈服强度值根据规范所取, 这 and 实际值肯定会有差距。

试验梁计算所得的荷载-跨中挠度曲线如图 2-12 所示, 从图中可以看出, 梁 A-1、A-2 和梁 E13、B-3 的曲线有明显区别。部分预应力混凝土梁 E13 和 B-3 的曲线呈明显的三折线形状, 第一个转折点是由于混凝土开裂引起的, 第二个转折点是非预应力筋屈服引起的, 曲线的终点代表混凝土被压碎。梁 A-1 和 A-2

由于没有或很少量配置抗拉非预应力筋,故受力性能明显不如部分预应力混凝土梁 E13 和 B-3,其荷载-跨中挠度曲线说明梁的挠度随着混凝土的开裂而急剧增加,并很快到达梁的破坏状态。比较梁 A-1 和 A-2,梁 A-2 由于配置了少量抗拉非预应力筋,其刚度、极限荷载以及延性都比纯预应力混凝土梁 A-1 改善不少。

试验梁计算所得的荷载-无粘结预应力筋极限应力增量曲线如图 2-13 所示。比较图 2-12 和图 2-13,两者的形状非常相似,说明无粘结预应力筋的应力增量和梁的跨中挠度之间的关系十分密切。从图 2-13 可以看出,对于无粘结部分预应力混凝土梁 A-2、E13 和 B-3 的计算曲线,随着抗拉非预应力筋配筋率的逐步增加,无粘结预应力筋极限应力增量 Δf_{ps} 逐步减少。

表 2-2 试验梁实测值与计算结果的比较

Tab.2-2 Comparison of experimental and computational results for test beams

| 梁号 | $P_u(\text{kN})$ | | | $\Delta f_{ps}(\text{MPa})$ | | |
|-----|------------------|-------|--------|-----------------------------|------|--------|
| | 试验结果 | 计算结果 | 误差(%) | 试验结果 | 计算结果 | 误差(%) |
| A-1 | 17.78 | 18.33 | 3.09 | 413.71 | 493 | 19.17 |
| A-2 | 32.04 | 27.09 | -15.45 | 441.29 | 520 | 17.84 |
| E13 | 40.05 | 35.94 | -10.26 | 544.03 | 445 | -18.20 |
| B-3 | 62.30 | 57.3 | -8.03 | 379.23 | 414 | 9.17 |

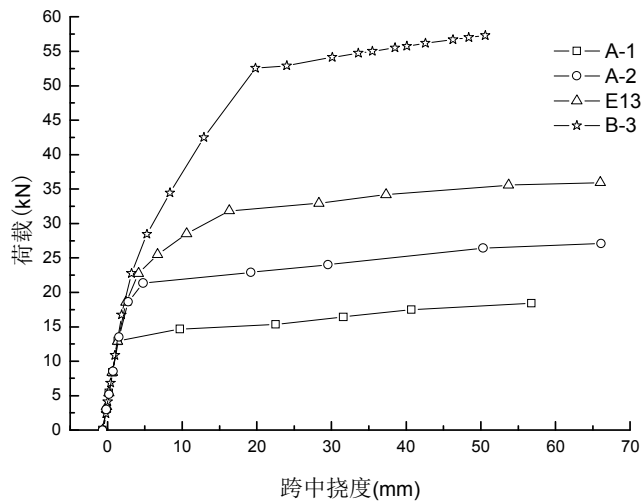


图 2-12 荷载-跨中挠度曲线

Fig.2-12 Load -midspan deflection curves

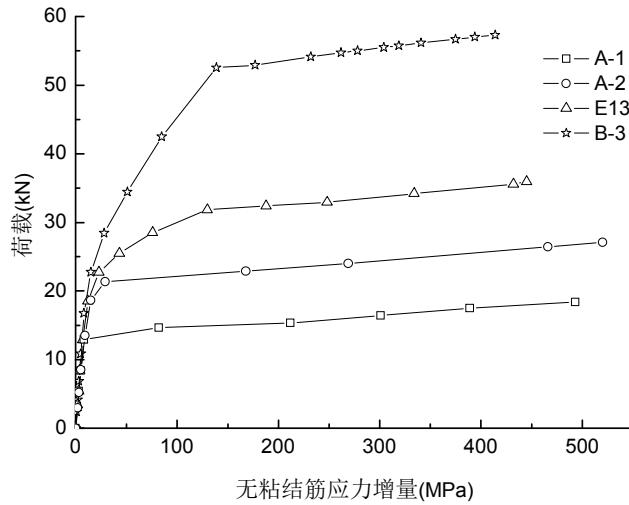


图 2-13 荷载与无粘结筋应力增量的关系

Fig.2-13 Stress increase in unbonded tendon with applied load

2.4.2 体外预应力混凝土试验梁的分析

取 Harajli 和 Khairallah^[100]试验梁 T2S、T2D 为分析对象，试验梁为 T 形截面的体外预应力混凝土简支梁，结构和截面如图 2-14 所示。T2S 跨内无转向块，体外筋为直线形，沿梁全跨的偏心距为 84mm。T2D 在跨中底部设有一个转向块，体外筋为折线形，在端部锚固区的偏心距为 84mm，在跨中的偏心距为 228.6mm。截面配有非预应力面积 $A_s = 340\text{mm}^2$ ，屈服强度 $f_y = 612.0\text{MPa}$ ，弹性模量 $E_s = 200\text{GPa}$ 。体外预应力筋面积 $A_p = 39.0\text{mm}^2$ ，有效预应力 $\sigma_{pe} = 935.0\text{MPa}$ ，抗拉强度 $f_{pu} = 1607\text{MPa}$ ，弹性模量 $E_p = 193\text{GPa}$ 。T2S 和 T2D 的混凝土轴心抗压强度 f_c 分别为 40.1MPa 和 43.5MPa ，抗拉强度取轴心抗压强度的 0.1 倍。

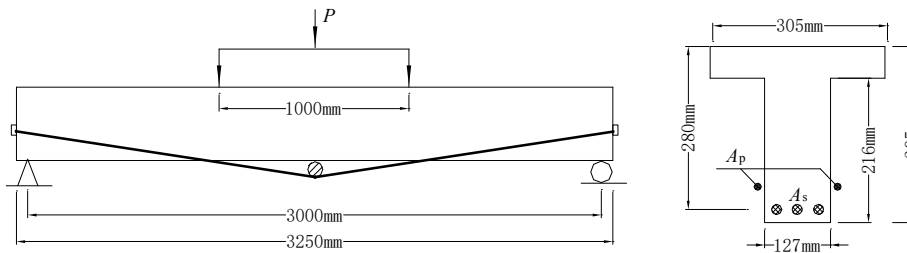


图 2-14 Harajli 试验梁

Fig.2-14 Externally prestressed beams tested by Harajli

把梁划分成 32 个梁单元，并取条带法截面分析模型。受压区混凝土采用图 2-1 所示的上升段二次抛物线和下降段直线的应力-应变关系，并取 $\gamma=0.15$ ， $\varepsilon_0=0.002$ ， $\varepsilon_u=0.003$ 。受拉区混凝土采用图 2-2(a)所示的二折线应力-应变关系，并取 $\alpha_t=0$ ， $\varepsilon_{tu}=10\varepsilon_{cr}$ 。预应力筋采用如图 2-3 所示三折线的应力-应变关系，并取 $f_c=0.85f_{pu}$ ， $f_{0.2}=0.93f_{pu}$ ， $\varepsilon_{0.2}=0.015$ ， $\varepsilon_{pu}=0.035$ 。非预应力筋采用的弹塑性应力-应变关系考虑钢筋屈服后的应变强化效应。

极限荷载 P_u 和体外筋极限应力增量 Δf_{ps} 的计算结果和试验结果的对比情况列于表 2-3，可以看出两者吻合较好。图 2-15 给出了梁从开始加载直到破坏的荷载-跨中挠度全过程曲线，T2S 和 T2D 的曲线都呈明显的三折线，反映了梁加载过程所经历的开裂前弹性、开裂后弹性和非预应力筋屈服三个阶段。T2S 由于梁内没有设置转向块，体外筋的偏心距损失较大；而 T2D 在跨中设有一转向块，它除了增大体外筋的初始偏心距外，同时相对减小了体外筋的偏心距损失，因此 T2D 的刚度和极限荷载都比 T2S 高出不少。体外筋应力增量和梁跨中挠度之间的关系如图 2-16 所示，呈双折线形，体外筋应力增量为 431MPa 即体外筋应力到达弹性极限时为分界点。从图 2-15 和图 2-16 可以看出：梁 T2D 加载至 127.2kN 时，非预应力筋屈服，跨中挠度为 13.32mm，体外筋应力增量为 360MPa；随后当荷载加至 130.8kN 时，体外筋应力到达弹性极限，此时跨中挠度为 15.82mm。梁 T2S 加载至 114.12kN 时非预应力筋屈服，跨中挠度为 13.58mm，体外筋应力增量为 205MPa；当继续加载至 121.2kN 时体外筋应力到达弹性极限，此时跨中挠度到达 31.98mm。

表 2-3 T2S 和 T2D 的试验值与计算结果的比较
Tab.2-3 Comparison of experimental and computational results for T2S and T2D

| 梁号 | P_u (kN) | | | Δf_{ps} (MPa) | | |
|-----|------------|-------|-------|-----------------------|-----|-------|
| | 试验 | 计算 | 误差(%) | 试验 | 计算 | 误差(%) |
| T2S | 130.5 | 129.6 | -0.69 | 450 | 461 | 2.44 |
| T2D | 151.0 | 147.6 | -2.25 | 482 | 517 | 7.26 |

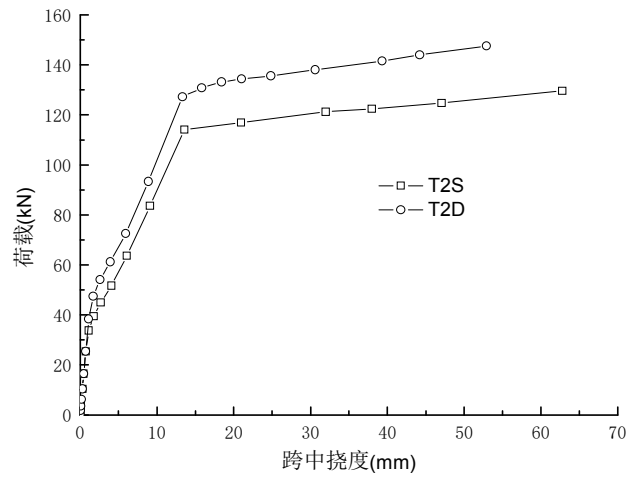


图 2-15 T2S 和 T2D 的荷载-跨中挠度曲线

Fig.2-15 Load-midspan deflection curves for T2S and T2D

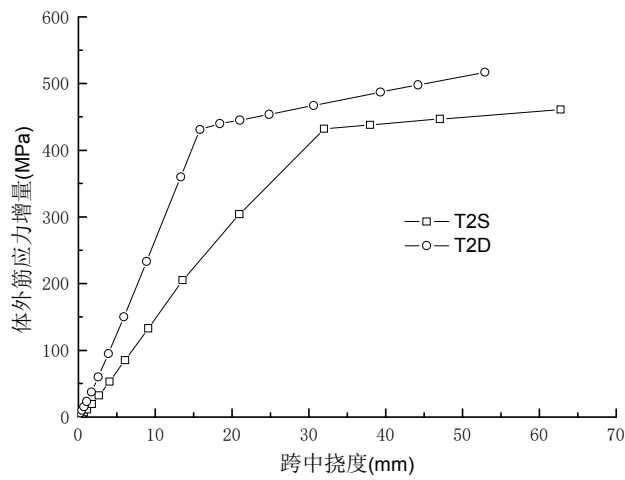


图 2-16 体外预应力筋应力增量和跨中挠度的关系

Fig.2-16 Stress increase in external tendon with mid-span deflection

2.5 本章小结

建立了任意截面体内无粘结及体外预应力混凝土梁的有限元理论分析模型,可预测一根梁从开始加载直到破坏的全过程结构响应。该模型同时考虑了材料和几何非线性,算例计算表明此模型的计算结果和试验结果符合良好,说明分析模型是可靠的。

首次提出纤维积分法来处理混凝土梁截面并导出截面切线刚度方程。利用修正的 Rodriguez 截面模型,按截面顶点把截面划分成若干梯形单元,在材料非线性应力-应变关系基础上,通过对每一个梯形单元积分得到截面内力。纤维积分法避免了截面分块或分条,提高了计算效率。本文同时给出按条带法导出的截面切线刚度方程。

采用二节点平面非线性梁单元导出标准有限元式,建立的单元刚度矩阵是小位移刚度矩阵、大位移刚度矩阵和初应力刚度矩阵的组合,三个子矩阵分别反映了材料非线性、材料非线性和单元大位移的耦合、轴力二次矩等不同类型的非线性效应。通过把体内无粘结或体外预应力筋的作用效应等效为梁单元的节点荷载,简化了分析过程。

利用提出的分析模型对体内无粘结及体外预应力梁的受力性能作了初步的分析研究,研究表明:梁内配置适当数量的非预应力筋能显著改善无粘结预应力梁的受力性能;对于部分预应力混凝土梁,无粘结预应力筋极限应力增量随着非预应力筋配筋率的增加而减少;如果体外预应力梁没有设置转向块,二次效应对梁的刚度和极限荷载会产生较大的不利影响,因此为了减少二次效应的影响,应在梁关键截面设置转向块。

第三章 无粘结预应力梁应用有限元程序模拟分析

3.1 引言

自从 1960 年 Clough^[125]第一次正式提出“有限单元法”的概念,到如今已历经四十多年的时间,伴随着计算机技术的突飞猛进,人们已开发出许多有限元分析软件,其中在国际上通用的比较著名的大型有限元商用软件有 ABAQUS、ADINA、ANSYS、MARC、NASTRAN 以及 SAP 等。这些有限元软件已成为现代工程和结构分析以及科学研究的重要工具,在土木、机械、国防、石化、能源以及材料等各个领域中都得到极为广泛的应用。

商用有限元程序在土木工程领域的混凝土和预应力混凝土工程中的应用非常普遍,但这些应用基本上只局限于有粘结混凝土和预应力混凝土工程,而在无粘结预应力混凝土工程中的应用或研究非常之少,这主要是由于无粘结预应力混凝土工程的分析模型难以在商用有限元程序中按有粘结混凝土和预应力混凝土工程那样的常规方法建立。Thongjen^[136](1996)和 Tanchan^[25](2001)先后建立了体内无粘结预应力混凝土梁的理想化分析模型,但没有考虑体外预应力混凝土梁的分析模型的建立,并只是对一些简单矩形截面的体内无粘结预应力混凝土试验梁进行了分析验证。本章利用商用有限元程序 ABAQUS^[137]建立了体内无粘结及体外预应力混凝土梁的分析模型,详细介绍了建模方法、单元选择、材料本构定义以及求解算法等分析过程和体会,并通过典型试验梁的分析对比验证模型的可靠性。

3.2 ABAQUS 软件介绍^[123]

David Hibbitt 博士是 ABAQUS 软件的奠基人,也是对有限元软件的杰出贡献者之一。Hibbitt 与 Pedro Marcal 教授合作到了 1972 年,后来与其它人合作建立了 HKS 公司,使 ABAQUS 商用软件进入市场。因为该程序是能够引导研究人员增加用户单元和材料模型的早期有限元程序之一,它对软件行业带来了实质性的冲击。ABAQUS 软件包括下列程序:

ABAQUS/CAE: 这是用于建立 ABAQUS 模型的交互式前后处理程序,用以

建模和监视分析，以及评估结果。ABAQUS/CAE 包括具有特征参数的建模和强健地划分网格的能力，以及支持广泛的 ABAQUS 求解器功能。ABAQUS/Viewer 作为一个后处理模块包含在 ABAQUS/CAE 之中，它提供变形图、等值线图和 X-Y 图，能轻而易举地生成动画。ABAQUS/Viewer 支持所有 ABAQUS 功能。

ABAQUS/Standard: 这是有限元分析程序，具有几乎所有的线性和非线性分析功能，如静力，动力，热力耦合，刚体动力学，力电耦合。使用隐式时间积分的非线性动态响应分析。ABAQUS/Design 是 ABAQUS/Standard 附加的分析能力，允许用户进行设计灵敏度分析 (DSA)，计算特定设计参数相关的输出变量及其导数。

ABAQUS/Explicit: 这一程序提供了固体及使用显式时间积分的结构非线性，瞬态动力响应分析，它的强大的接触能力、可靠性以及对特别大型问题的高计算效率也使它非常有效地应用于包含不连续非线性响应的准静态分析。

ABAQUS/Aqua: 这是一组波浪荷载、拖动和浮力计算功能的程序，与 ABAQUS/Standard 模块组合以模拟海洋石油平台管道和电缆系统。

ABAQUS/Safe: 这一产品计算有限元模型的疲劳寿命和疲劳强度储备因子以确定部件的疲劳寿命。

在交互产品中有：**ABAQUS/Adams:** 这一产品允许 ABAQUS 有限元模型作为柔性部件加入 MDI ADAMS 产品家族中。**ABAQUS/CAT:** 这一产品是 ABAQUS 和 CATIA 之间直接的、双向的交互界面。CATIA 是 Dassault Systems 的 CAD 产品。**ABAQUS/C-MOLD:** 这一产品从塑性填充分析程序 C-MOLD 转换有限元网格、材料性能和初始应力数据到 ABAQUS 输入文件。**ABAQUS/MOLDFLOW:** 这一产品从聚合物加工过程仿真程序 MOLDFLOW 转换有限元网格、材料性质和初始应力数据到 ABAQUS 输入文件。

3.3 有限元模拟

利用 ABAQUS 程序对无粘结预应力混凝土梁进行大变形非线性分析。无粘结预应力梁的无粘结筋和周围混凝土之间没有粘结，故其有限元分析模型难以按有粘结预应力梁的常规建模方法建立。这里主要介绍商用有限元软件 ABAQUS 对无粘结预应力梁的建模方法与分析过程。

3.3.1 有限元模型

典型的体外或体内无粘结预应力混凝土梁及其截面如图 3-1(a)和 3-1(b)所

示,体外预应力梁一般在跨内设置转向块以提高承载能力。体外预应力梁的有限元计算模型如图 3-1(c)所示。该有限元模型的主要单元为混凝土梁单元和体外预应力筋桁架单元,梁单元的轴线和梁的形心轴重合。梁单元和桁架单元的端部节点用 ABAQUS 的内在约束 MPC 连接,该约束使梁单元和桁架单元的端部节点具有相同的位移和曲率,由此模拟端部锚具处体外预应力筋和混凝土之间变形协调。转向块的作用由刚度很大的弹簧(刚性弹簧)单元模拟,保证在转向块处体外预应力筋的偏心距为常量。体内无粘结预应力梁的有限元计算模型和体外预应力梁基本相似,如图 3-1(d)所示,不同之处在于体内无粘结预应力梁须沿梁全跨以比较小的间隔设置更多的刚性弹簧,由此模拟体内无粘结预应力筋在梁整跨内的偏心距保持不变。

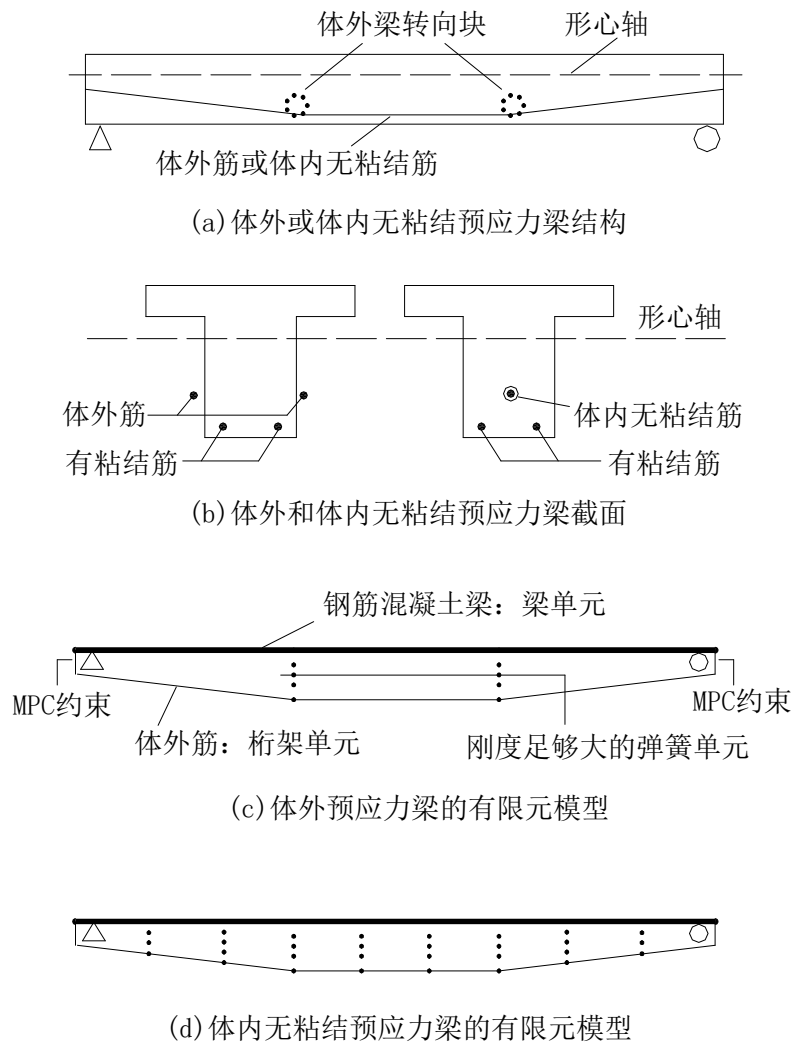


图 3-1 体外或体内无粘结预应力梁及其有限元模型

Fig.3-1 Externally or unbonded internally prestressed beam and its finite element model

3.3.2 单元选择

3.3.2.1 梁单元

梁系理论的基本思想是三维梁体的一维化近似,维度的减少源于梁体的细长假定,即梁横截面的尺寸相比梁沿轴线方向的尺寸要小得多,一般要求梁的跨高比大于或等于 8。预应力混凝土梁的跨高比较大,一般都在 10 以上,因此采用梁系理论是恰当的。

ABAQUS 中的梁单元(beam element)是位于三维空间或 X - Y 平面的一维线状单元,其刚度与梁轴线方向的变形有关,这些变形包括轴向拉伸、曲率变化(弯曲)以及在空间的扭曲变形;此外,梁单元还可以处理梁轴线和截面方向之间的剪切变形。梁单元的主要优点是几何简单、自由度少。ABAQUS 假定梁截面不能在自身平面内发生变形。ABAQUS 单元库提供了丰富的梁单元类型,可根据分析需要进行选择。比较常用的有经典的 Euler-Bernoulli 梁单元系列和考虑剪切影响的 Timoshenko 梁单元系列。

Euler-Bernoulli 梁单元系列不考虑剪切变形的影响,并认为梁体变形前垂直于梁轴线的平截面,变形后仍保持平面(假如没有翘曲变形)并且仍和梁轴线垂直;该单元系列包含平面梁单元 B23、B23H 以及空间梁单元 B33、B33H。由于忽略了剪切变形影响,Euler-Bernoulli 梁的适用条件是梁的跨度相对于截面尺寸非常大,对于均质梁,要求梁的跨高比不低于 15。Euler-Bernoulli 梁单元采用三次插值函数,这使得当梁承受均布荷载时的分析相当精确。此类单元主要针对于小应变大转动的分析,它们不适合于用来分析扭曲稳定性问题。

Timoshenko 梁单元考虑了横向剪切变形的影响,ABAQUS 认为其横截面在梁体发生变形后仍保持截面,但不再与梁轴线垂直;该单元系列包含的梁单元有 B21、B22、B31、B31OS、B32、B32OS 等。与 Euler-Bernoulli 梁单元相比,Timoshenko 梁单元的适用范围更广,可用于跨高比相对较小的梁,对于均质梁的适用要求是梁的跨高比不低于 8。ABAQUS 认为 Timoshenko 梁的横向剪切性能是线弹性的,剪切模量固定,剪切变形独立于梁的轴向拉伸和弯曲。Timoshenko 梁单元采用线性或二次插值函数。此类单元可以承受轴向大变形,并认为由扭曲引起的轴向变形很小;在轴向和扭曲荷载共同作用时,只有当轴向应变不是很大时,才能较为精确地计算出扭曲剪切应变值。

本文采用二节点 Timoshenko 平面线性梁单元 B21 来模拟混凝土梁主体,单元的每个节点具有水平位移、垂直位移和转角三个自由度。如前所述,该单元能够考虑横向剪切变形的影响,同时对于分析各种跨高比的梁具有广泛的适用性。

选择*Beam section 命令定义梁单元的截面, 并采用 9 个截面积分点 (缺省值为 5 个积分点), 如图 3-2 所示, ABAQUS 采用数值方法来确定每个单元中的每个积分点的材料响应。

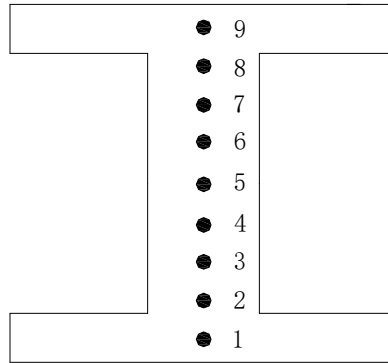


图 3-2 梁单元的截面积分点

Fig.3-2 Section integration point of beam element

3.3.2.2 桁架单元

桁架单元(truss element)用来模拟在平面或空间里的只承受轴向力作用的线状结构, 不考虑弯矩或垂向荷载的作用。ABAQUS 提供了两类基本的桁架单元: 一类是二节点直线桁架(2-node straight truss), 对于位置和位移采用线性内插法, 沿单元的应力为常量, 典型单元有平面单元 T2D2 和空间单元 T3D2; 另一类是三节点曲线桁架(3-node curved truss), 对于位置和位移采用两次插值法, 沿单元的应变呈线性变化, 典型单元有平面单元 T2D3 和空间单元 T3D3。除这两类基本桁架单元外, ABAQUS 还提供了几种特别的桁架单元, 如可替代刚性杆的杂交应力/应变桁架单元(hybrid stress/strain truss element), 典型单元有平面二节点、三节点单元 T2D2H、T2D3H, 以及空间二节点、三节点单元 T3D2H、T3D3H; 可用于热应力分析的温度-位移耦合桁架单元(coupled temperature-displacement truss element), 典型单元有平面二节点、三节点单元 T2D2T、T2D3T, 以及空间二节点、三节点单元 T3D2T、T3D3T; 可用于压电分析的压电桁架单元(piezoelectric truss element), 典型单元有平面二节点、三节点单元 T2D2E、T2D3E, 以及空间二节点、三节点单元 T3D2E、T3D3E。

本文采用平面二节点线性桁架单元 T2D2 来模拟体内无粘结或体外预应力筋, 该单元的每个节点具有水平位移、垂直位移两个自由度, 对于位置和位移采用线性内插法, 沿单元的应力为常量。由*Solid section 定义单元横截面, 当用于

大位移非线性分析时, ABAQUS 不考虑桁架单元的实际材料定义, 而通过假定单元由不可压材料组成来更新其横截面。

3.3.2.3 MPC 约束

MPC(multi-point constraint)允许在不同自由度的节点之间施加约束, 用来消除或激活第一个节点的自由度。ABAQUS 提供了许多 MPC 类型, 比如 Beam、Cylsym、Link、Pin、Tie 等, 这些 MPC 由 ABAQUS 内在分类, 使包含非独立节点的 MPC 为最后的包含该节点的 MPC。如果建模过程需要多个 MPC 作为约束, 这些 MPC 可按任意次序给出, 但一个节点只能作为非独立节点使用一次。

本文采用 Beam MPC 来模拟体内无粘结或体外预应力混凝土梁的锚固端, 该约束相当于一根刚梁作用于两个节点之间, 把第一个节点的位移和转动约束到第二个节点的位移和转动上。按本文采用的有限元模型, 如图 3-1 所示, 由 MPC 连接的端部锚固区的两个节点, 一个为混凝土梁单元的节点, 另一个为体内无粘结预应力筋或体外预应力筋桁架单元的节点, 显然这两个节点具有不同的自由度, 其中梁单元节点具有水平位移、垂直位移和转角三个自由度, 而桁架单元则具有水平位移和垂直位移两个自由度。通过 Beam MPC 约束, 并以桁架单元的节点为第一个节点, 以梁单元的节点为第二个节点, 从而激活桁架单元节点的转角自由度, 并使得桁架单元节点和梁单元节点具有相同的位移和转角(曲率), 由此模拟端部锚具处体内无粘结或体外预应力筋和混凝土之间变形协调。

3.3.2.4 刚性弹簧

对于体内无粘结预应力混凝土梁, 在梁的整个变形过程体内无粘结预应力筋的偏心距始终保持不变; 同时, 除了端部锚固区外, 体内无粘结预应力筋与周围混凝土之间会产生相对滑动。对于体外预应力混凝土梁, 体外预应力筋在转向块处的偏心距保持不变但会产生相对滑动。本文采用在梁单元和桁架单元之间设置刚性弹簧来模拟无粘结预应力梁的这些变形特点, 如图 3-1(c)、(d)所示, 体外预应力梁在转向块处设置刚性弹簧(rigid spring), 体内无粘结预应力梁则需沿梁全跨设置更多的刚性弹簧, 其中在体内无粘结预应力梁作用有集中荷载处以及体内无粘结预应力筋的转折处必须设置刚性弹簧。

本文采用的弹簧单元为 Springa, 该单元由两个节点之间的连线构成, 在大位移非线性分析时, 单元可发生转动。实际分析时, 弹簧单元 Springa 取很大的弹簧刚度(比如 10^{10} N/mm), 使组成该弹簧单元的桁架单元节点和梁单元节点的距离保持不变, 但桁架单元节点与梁单元节点之间允许产生相对滑移。

3.3.3 混凝土属性及其参数定义

混凝土是一种准脆性材料，即具有高抗压，低抗拉，易开裂性能。理解和定义混凝土的材料属性是分析混凝土构件的关键之一。ABAQUS 提供了两种混凝土材料本构模型，一种是弥散裂缝模型 (smeared crack model)，另一种是损伤塑性模型(damaged plasticity model)，可根据分析对象及要求进行选择。

3.3.3.1 弥散裂缝模型

ABAQUS 的弥散裂缝模型利用定向损伤弹性(oriented damaged elasticity)以及各向等压塑性(isotropic compressive plasticity)的概念来描述混凝土的非线性性能，该模型适用于分析承受单调加载的各种类型的钢筋混凝土结构，也可用于素混凝土的分析。

混凝土的开裂是其最重要的特性，ABAQUS 认为当混凝土应力到达一个叫作“裂缝检测面(crack detection surface)”的破坏面时，裂缝开始出现。破坏面在等效压应力 p 和 Mises 等效偏应力 q 之间是线性关系，如图 3-3 所示。裂缝一旦被检测到，它的方位就为随后的计算所储存，随后出现的在同一点处的裂缝方位与之正交。ABAQUS 认为混凝土的开裂过程是不可逆的，而且任意点处的裂缝不超过 3 条 (2 条为平面应力状况，1 条为单轴应力状况)。

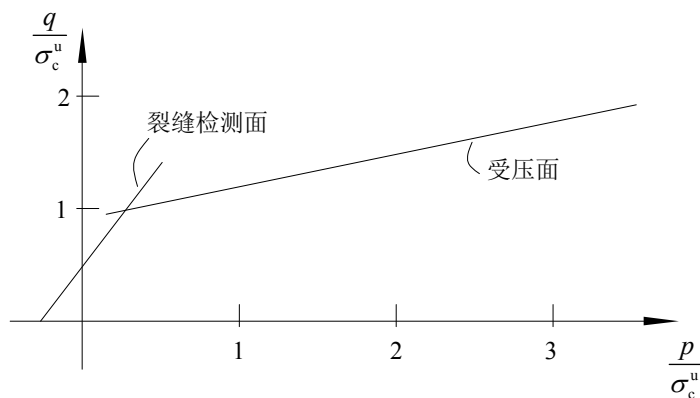


图 3-3 $(p-q)$ 平面的屈服和破坏面

Fig.3-3 Yield and failure surfaces in the $(p-q)$ plane

ABAQUS 假定混凝土的性能独立于其周围的有粘结钢筋，混凝土和钢筋之间的相互作用效应比如粘结滑移等，通过在混凝土模型中引入“抗拉强化(tension stiffening)”来近似实现，如图 3-4 所示。抗拉强化模拟了混凝土单元内由于钢筋的存在，荷载在混凝土单元裂缝之间的传递。定义抗拉强化时，认为混凝土开裂后拉应力并未完全释放，仍滞留有一部分拉应力，由 *tension stiffening 命令定义。

抗拉强化和许多因素有关,比如配筋指标、钢筋和混凝土之间的粘结质量、混凝土骨料比之钢筋直径的相对尺寸以及网格划分等,因此分析时须根据实际情况合理估计混凝土的抗拉强化。对于正常配筋的钢筋混凝土梁,ABAQUS 建议混凝土的拉应力到达极限拉(开裂)应力或抗拉强度后,拉应力线性降到零,此时对应的总拉应变取开裂应变的 10 倍。一般情况下,普通混凝土开裂应变的典型值为 10^{-4} ,因此于拉应力为零的总拉应变取 10^{-3} 是较为合理的。

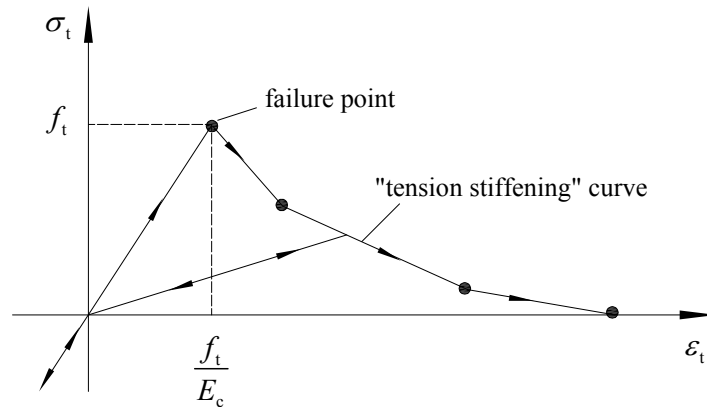


图 3-4 混凝土的抗拉强化模型

Fig.3-4 Tension stiffening model for concrete

由*Failure ratios 命令定义混凝土的抗拉强度,定义的数据值为混凝土的抗拉强度与抗压强度的比值。混凝土的抗拉强度可由混凝土的劈裂试验得到,在缺乏试验数据的情况下,混凝土的抗拉强度一般可取混凝土抗压强度的 7%~10%。

混凝土开裂后其剪切刚度会有所降低,ABAQUS 采用*Shear retention 命令来定义剪切刚度的变化。该剪切命令在缺省情况下,ABAQUS 则认为混凝土的开裂对其剪切刚度没有影响,也称“全剪切滞留(full shear retention)”,这种假设是较为合理的,因为通常情况下混凝土开裂后剪切滞留的大小对混凝土的综合响应的影响并不十分明显。

混凝土的抗压响应基于弹塑性理论,利用等效压应力 p 和 Mises 等效偏应力 q 表达的一个形式简单的屈服面来模拟,如图 3-3 所示。该抗压模型极大地简化了混凝土的实际抗压性能,计算效率较高。但在三轴抗压的情况下,由于缺乏第三非独立应力不变量,屈服面难以准确确定。ABAQUS 里,受压混凝土单轴加载和卸载过程的应力-应变曲线如图 3-5 所示,曲线分线弹性阶段和非线性阶段,弹性极限值一般取混凝土抗压强度的 40~50%。由*Concrete 命令定义单轴受压混凝土进入非线性阶段的应力-应变关系,本文采用 Hognestad 建议的受压区混凝土

土应力-应变关系，其上升段二次曲线由若干直线段来模拟，所有直线段顶点组成*Concrete 命令的数据项。由于 ABAQUS 的弹塑性应力-应变定义时，最后给出的数据项的应力值在定义范围外保持为一个常数不变，所以在实际定义时，当混凝土的应变到达极限压应变之后，须把应力值强制性地降为零。

本文分析计算时采用弥散裂缝模型。

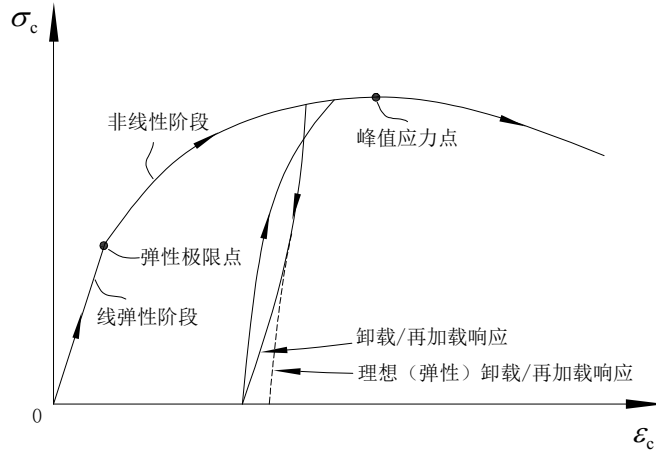


图 3-5 受压混凝土单轴加/卸载的应力-应变模型

Fig.3-5 Stress-strain model for compressive concrete under uniaxial loading and unloading

3.3.3.2 损伤塑性模型

ABAQUS 的损伤塑性模型利用等向损伤弹性(isotropic damaged elasticity)以及各向等拉和等压塑性(isotropic tensile and compressive plasticity)的概念来描述混凝土的非线性性能。该模型的适用范围比前述的弥散裂缝模型更广泛，它不仅可用于分析一般的承受单调加载的各类混凝土结构，也可用于重复荷载作用下以及动力荷载作用下的混凝土结构的分析。

混凝土损伤塑性模型的主要两个破坏机制是混凝土的拉裂和压碎，与之对应的屈服（或破坏）面的形成分别由等效塑性拉应变(tensile equivalent plastic strain)和等效塑性压应变(compressive equivalent plastic strain)这两个硬化变量控制。同时，该模型引入受拉、受压两个刚度损伤（降低）变量 d_t 、 d_c ，分别反映受拉和受压区混凝土进入应变软化阶段任意点的卸载弱化响应，这两个变量分别由 *Concrete tension damage 和 *Concrete compression damage 定义。

在循环荷载作用下，混凝土的损伤机制相当复杂，包括已形成的细观裂缝的闭合和张开，以及它们之间的相互作用。试验研究表明，当循环荷载的符号发生改变时，混凝土的刚度能得到若干程度的恢复，也称“单向效应(unilateral effect)”。

单向效应在荷载从受拉改变到受压时尤为明显,这是由于混凝土从拉应力转变成压应力时,裂缝闭合,从而使抗压刚度得到恢复。刚度恢复是循环荷载作用下的混凝土的重要力学响应, ABAQUS 通过 *Concrete tension damage 命令的 compression recovery 参数设置抗压刚度恢复系数 w_c , 以及通过 *Concrete compression damage 命令的 tension recovery 参数设置抗拉刚度恢复系数 w_t 。混凝土的单轴循环过程如图 3-6 所示, 对于包括混凝土在内的绝大多数准脆性材料, 当荷载从拉变为压时, 由于裂缝闭合使得抗压刚度迅速恢复, 因此可取 $w_c=1$; 另一方面, 当荷载从压变为拉时, 会产生很多细观裂缝, 因此一般认为抗拉刚度没有恢复, 即取 $w_t=0$ 。

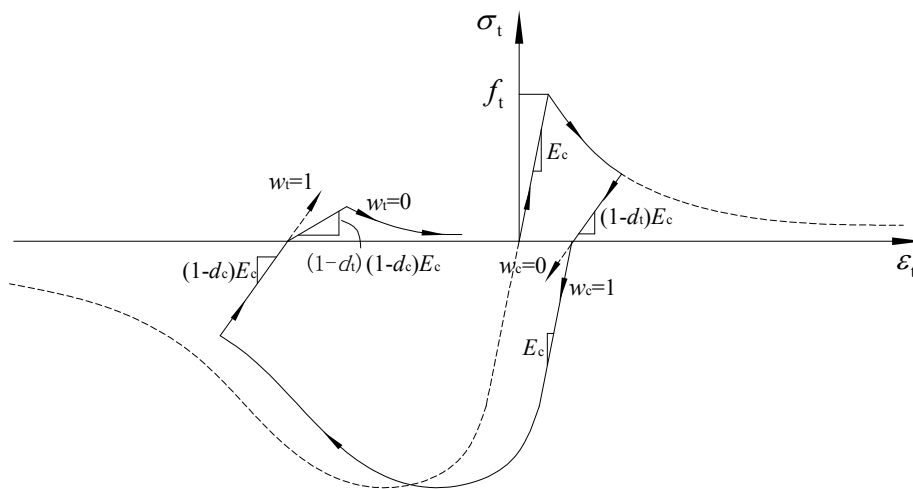


图 3-6 混凝土的单轴循环过程

Fig.3-6 Uniaxial load cycle for concrete

混凝土开裂后的应变软化性能由命令 *Concrete tension stiffening 定义, 该命令同时以一种较为简单的方法考虑并模拟了有粘结钢筋和周围混凝土之间的相互作用效应。混凝土的损伤塑性模型中 *Concrete tension stiffening 命令必不可少, 它根据混凝土开裂后的应力-应变关系或通过应用断裂能开裂准则 (fracture energy cracking criterion) 来描述混凝土的抗拉强化。对于一般的钢筋混凝土, 其抗拉强化效应由开裂后的应力-应变关系定义, 并根据开裂应变 (cracking strain) 给出定义数据, 开裂应变值为总拉应变值与弹性拉应变值的差值, 计算时, ABAQUS 结合给出的受拉刚度破坏变量值自动把开裂应变值转换为等效塑性拉应变值。如果受拉刚度破坏变量缺省或给出值为零, 则开裂应变值等于等效塑性拉应变值。对于素混凝土, 根据应力-应变关系描述抗拉强化会引起不合理的网

格敏感,导致计算不收敛,这种情况对于裂缝局部集中的开裂混凝土结构尤为明显。ABAQUS 采用 Hilleborg 建议的断裂能开裂准则来描述素混凝土的脆性特性,此时,混凝土的抗拉强化由应力-位移关系而不是由应力-应变关系确定。

单轴受压混凝土弹性区域以外的非线性应力-应变关系由 *Concrete compression hardening 定义,其数据项的压应力为非线性压应变的制表函数,这里非线性压应变值为总的压应变值与弹性压应变值的差值。计算时,ABAQUS 结合给出的受压刚度破坏变量值自动把非线性压应变值转换为等效塑性压应变值。如果受压刚度破坏变量缺省或给出的值为零,则非线性压应变值等于等效塑性压应变值。

3.3.4 钢筋参数定义

由 *Rebar 把有粘结钢筋(包括预应力筋和非预应力筋)定义到混凝土梁单元中,如图 3-7 所示, x_1 、 x_2 为有粘结钢筋在梁截面的位置坐标值。如果有粘结钢筋为预应力钢筋,由 *Initial conditions 定义钢筋的预应力。实际上,预应力筋放张拉后梁体会在预加力作用下产生内力自我平衡,从而使得梁体产生一定的弹性压缩,因此平衡后的预应力大小即有效预应力值小于初始预应力值。一般有效预应力值为已知,故在 *Initial conditions 命令中给出的预应力值应略大于有效预应力值。ABAQUS 同时提供了另一种方法来处理有粘结预应力钢筋的这个问题,就是在 *Static 静态分析步后面给出 *Prestress hold 命令,保证预应力筋的预应力值在梁体的自我平衡过程始终保持不变,这样在 *Initial conditions 命令中给出的预应力值就是有效预应力值。

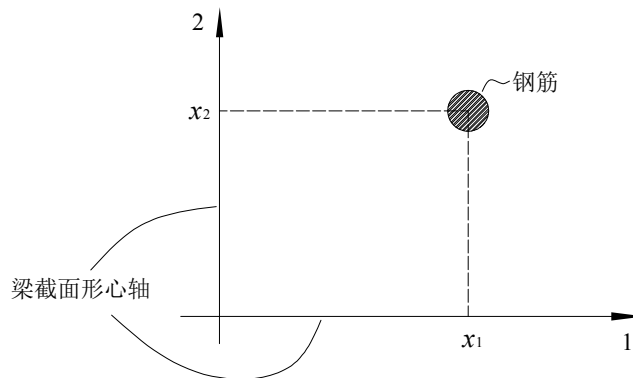


图 3-7 钢筋在梁截面的位置

Fig.3-7 Rebar location in beam section

对于体内无粘结预应力筋或体外预应力筋桁架单元，其预应力值也是由 *Initial conditions 命令定义，其中给出的预应力值应略大于有效预应力值，具体分析时，可先估计一下初始预应力值，然后根据只有预加力作用下梁体静态迭代平衡后桁架单元的应力值，和实际有效预应力比较，是否一致；若不一致，再调整初始预应力值。

利用 ABAQUS 的弹塑性材料模型定义预应力筋和非预应力筋的材料参数。预应力筋采用三折线的应力-应变关系；非预应力筋一般采用理想弹塑性的应力-应变关系，也可按实际情况考虑钢筋屈服后的应变强化效应。在弹塑性定义-应变定义时，当预应力筋或非预应力筋的应变到达极限应变之后，须把应力值强制性地降为零。

3.3.5 修正的 Riks 算法

利用 ABAQUS 修正的 Riks 算法实现无粘结预应力梁从开始加载直至梁失效整个过程的非线性分析。修正的 Riks 算法属于弧长法的一种。弧长法是跟踪结构非线性平衡路径的一种方法，最初由 Riks^[138]提出，继而由 Ramm^[139]和 Crisfield^[140]等人加以改进和发展，目前已成为结构非线性稳定分析中的主要方法。弧长法的应用不仅克服了传统牛顿法跨越结构非线性屈曲平衡路径上的临界点（分支点与极值点）的困难，且能够在迭代求解过程中自动调节增量步长，跟踪各种复杂的非线性屈曲平衡路径全过程（如 Snap-through 和 Snap-back 两种跳跃屈曲问题）。Crisfield^[140]提出的柱面弧长法是目前最流行、最有效的弧长法，其迭代将沿着半径为 ΔL 的空间柱面进行的，因此被称为柱面弧长法，如图 3-8 所示。ABAQUS 中修正的 Riks 法，其迭代是沿着与切线刚度矩阵垂直的空间平面进行的，如图 3-9 所示，图中纵坐标 λ 为荷载比例因子(load proportionality factor)。

修正的 Riks 算法能较好地处理无粘结预应力混凝土梁在整个加载过程的受力性能变化，如混凝土开裂、受压区混凝土的应变软化、非预应力筋和预应力筋的屈服等；同时，该算法能较好地解决梁出现负刚度时的情况。Riks 方法中的荷载和位移都是未知量，每一个增量步都能同时获得这两个未知量值。ABAQUS 中的 Riks 法在求解过程中根据非线性程度自动调整增量步长，每一个增量步由若干次迭代完成。Riks 算法的命令格式为 *Static riks，数据项中可指定最大荷载比例因子及最大位移，两者任一值超出时分析终止。分析时，梁的自重转化为均布荷载。

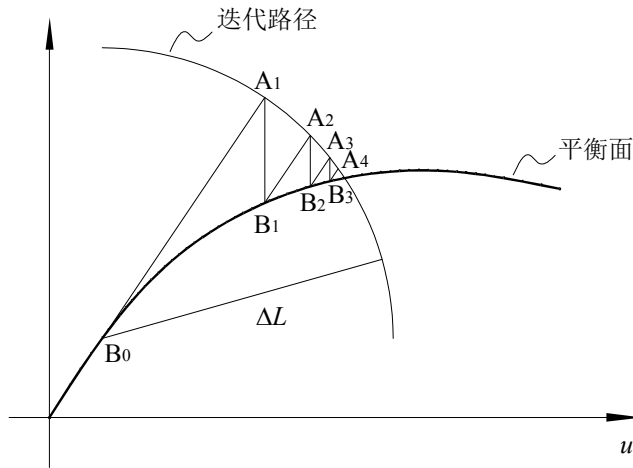


图 3-8 柱面弧长法

Fig.3-8 Cylindrical arc-length method

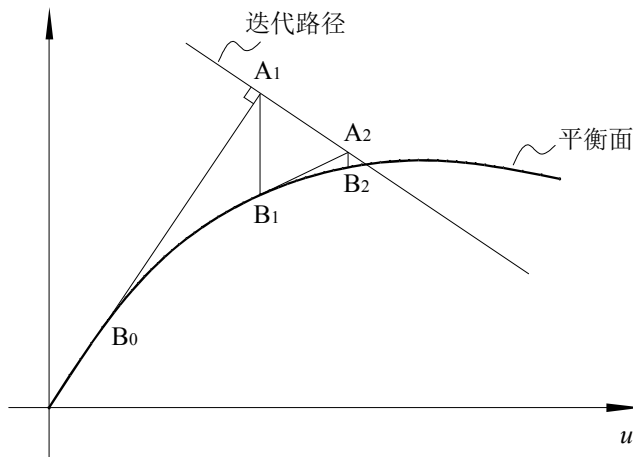


图 3-9 修正的 Riks 法

Fig.3-9 Modified Riks method

由于预加力的作用，预应力混凝土结构在外荷载作用前有一定的初始挠度。因此分析按两步进行：1) 设定外荷载为零，计算在预应力筋有效预应力和梁自重作用下的初始数据；2) 利用 ABAQUS 的 Riks 算法，计算梁从开始加载直到失效的各项数据。

计算时，如果荷载突然大幅度降低或在连续 500 个增量步后荷载和控制位移仍都保持不变，认为梁已到达破坏极限。梁的破坏一般是由某一种材料（混凝土、预应力筋或非预应力筋）的应变到达极限拉/压应变引起的；另一种可能的情况是虽然材料没有到达抗拉/压极限，但梁本身已产生很大的塑性变形而导致破坏。

3.4 计算结果与试验结果的比较

3.4.1 Chakrabarti 试验梁

Chakrabarti 等^[23]试验了 33 根无粘结预应力混凝土梁，试验梁共分为 4 组。第 1 组为 8 根矩形梁 (A1, A2 等)，部分预应力比率和配筋指标为变量。第 2 组试验梁为 6 根 T 形梁 (PPT9A, PPT9B 等) 和 2 根矩形梁 (PPR9A 和 PPR9B)，部分预应力比率、配筋指标以及混凝土强度为变量，该组使用了高标号混凝土。第 3 组为 9 根矩形扁梁 (K11, K12 等)，跨高比、部分预应力比率和配筋指标为变量。第 4 组为 8 根矩形梁，有效预应力值以及部分预应力比率为变量。

取第 2 组试验梁为分析对象，试验梁的结构和截面如图 3-10 所示，8 根试验梁都配有 2 束直径为 6.35mm 的 ASTM-A421 270 级后张拉无粘结预应力 7 股钢绞线。非预应力筋为 ASTM A 615 60 级钢筋。非预应力筋面积 A_s 、有效预应力大小 σ_{pe} 、混凝土强度 f_c 列于表。极限荷载 P_u 以及无粘结预应力筋极限应力增量 Δf_{ps} 的计算结果与试验结果列于表 3-1，荷载-跨中挠度曲线如图 3-11 所示。

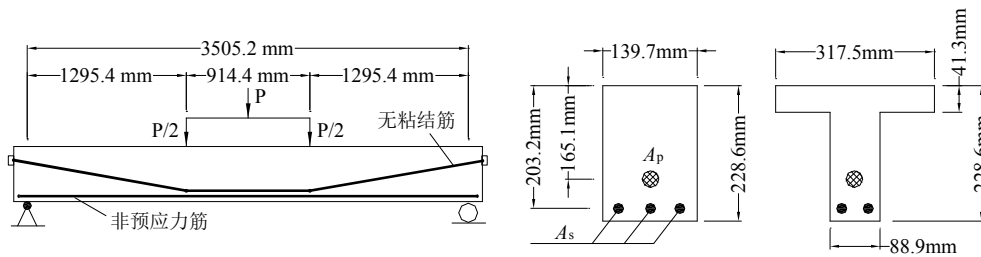


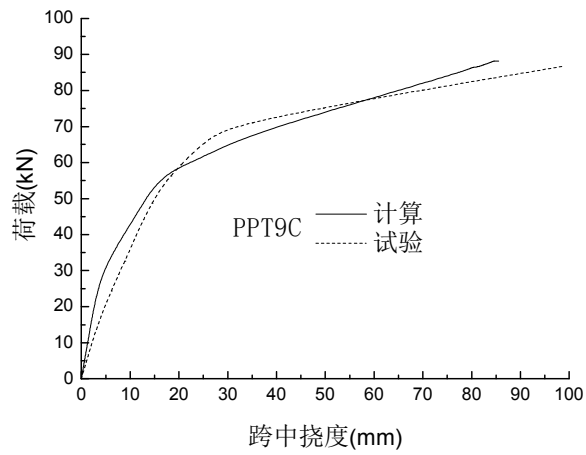
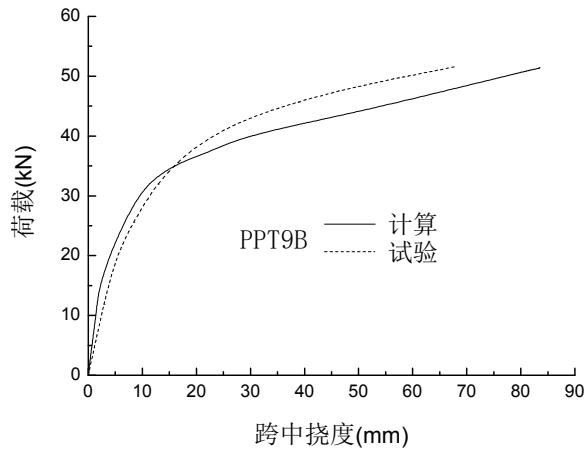
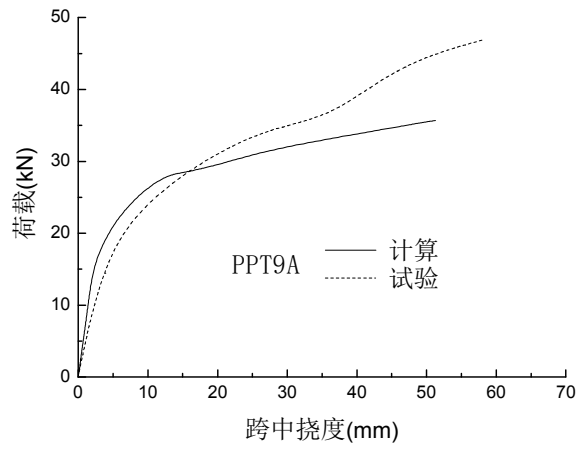
图 3-10 矩形和 T 形截面的 Chakrabarti 试验梁

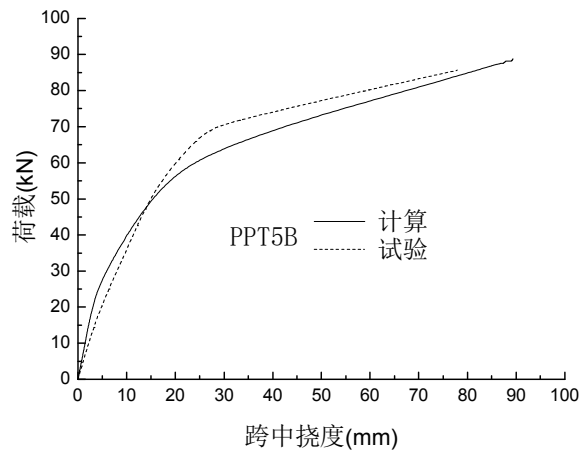
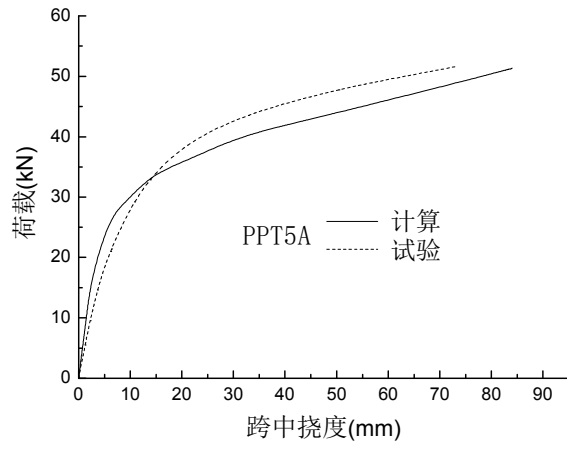
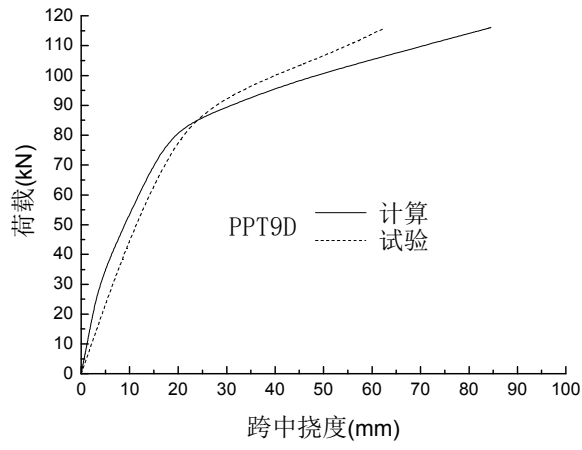
Fig.3-10 Rectangular and T beam specimens tested by Chakrabarti

表 3-1 试验梁数据与有限元计算结果

Tab.3-1 Summary of data for test beams and the computational results from FEM

| 梁号 | A_s (mm ²) | σ_{pe} (MPa) | f_c (MPa) | P_u (kN) | | 计算/试验 (P_u) | Δf_{ps} (MPa) | | 计算/试验 (Δf_{ps}) |
|-------|-----------------------------|------------------------|----------------|------------|-------|--------------------|-----------------------|-------|------------------------------|
| | | | | 试验 | 计算 | | 试验 | 计算 | |
| PPT9A | 71.0 | 1244.6 | 60.74 | 46.86 | 35.70 | 0.7618 | 297.2 | 343.4 | 1.1562 |
| PPT9B | 129.0 | 1244.6 | 60.05 | 52.07 | 51.42 | 0.9875 | 392.3 | 396.4 | 1.0105 |
| PPT9C | 329.0 | 1099.1 | 51.43 | 86.78 | 88.20 | 1.0164 | 580.6 | 526.9 | 0.9075 |
| PPT9D | 541.9 | 1096.3 | 51.43 | 115.7 | 116.1 | 1.0035 | 515.8 | 521.7 | 1.0114 |
| PPT5A | 129.0 | 1192.9 | 37.78 | 51.62 | 51.36 | 0.9950 | 427.5 | 442.1 | 1.0342 |
| PPT5B | 329.0 | 1172.9 | 30.43 | 85.66 | 88.80 | 1.0367 | 444.7 | 460.1 | 1.0346 |
| PPR9A | 329.0 | 1154.9 | 54.40 | 73.20 | 76.00 | 1.0383 | 447.5 | 428.1 | 0.9566 |
| PPR9B | 329.0 | 1172.9 | 51.71 | 73.43 | 75.50 | 1.0282 | 392.3 | 412.1 | 1.0505 |





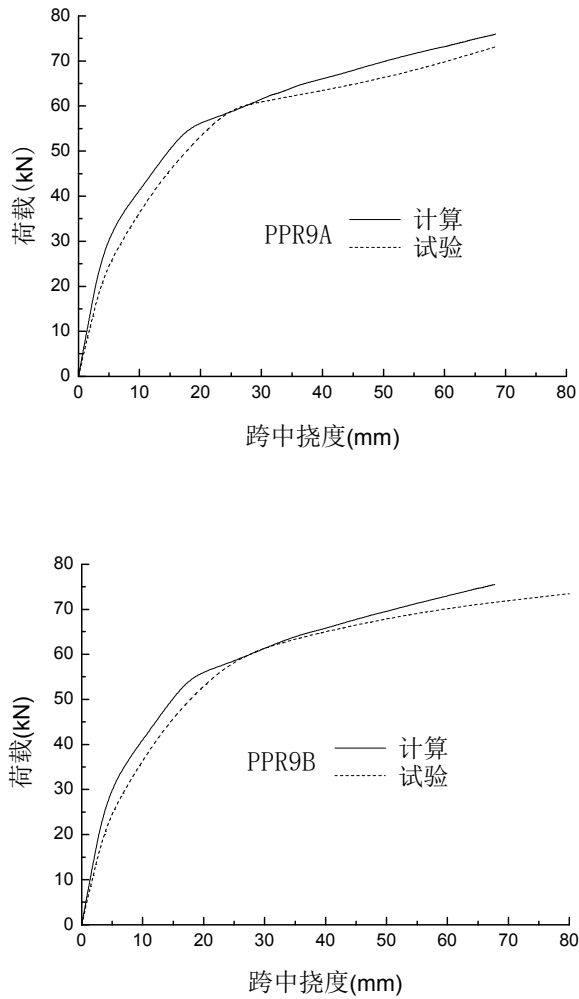


图 3-11 Chakrabarti 试验梁荷载-跨中挠度响应的计算值与试验结果比较

Fig.3-11 Comparison of predicted load-midspan deflection response with experimental results for beams tested by Chakrabarti

3.4.2 Harajli 和 Kanj 试验梁

Harajli 和 Kanj^[21]试验了 26 根无粘结预应力矩形简支梁, 试验梁根据跨高比不同分为三个系列: R3, R2 和 R1, 其对应的跨高比分别为 20, 13 和 8。取 R3 系列的 10 根梁为分析对象, 材料参数列于表 3-2。梁号尾部为“-3”表示三分点加载,“-0”表示跨中单点集中加载。梁的结构和截面如图 3-12 所示。试验梁的极限荷载 P_u 以及无粘结预应力筋极限应力增量 Δf_{ps} 的计算结果与试验结果列于表 3-3, 跨中弯矩-跨中挠度的对比曲线如图 3-13 所示。

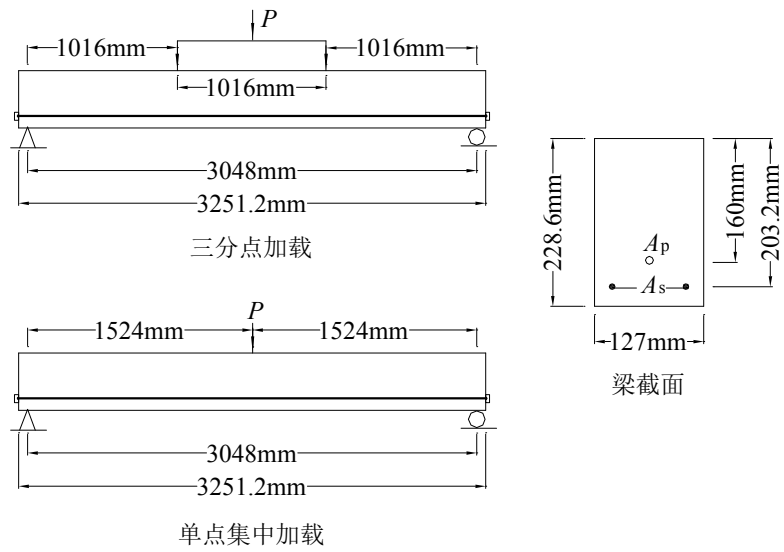


图 3-12 Harajli 和 Kanj 试验梁结构及截面

Fig.3-12 Structure and section of beam specimens tested by Harajli and Kanj

表 3-2 Harajli 和 Kanj 试验梁的材料参数

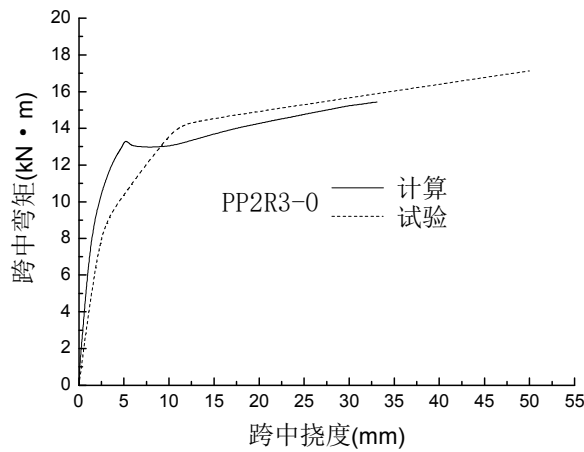
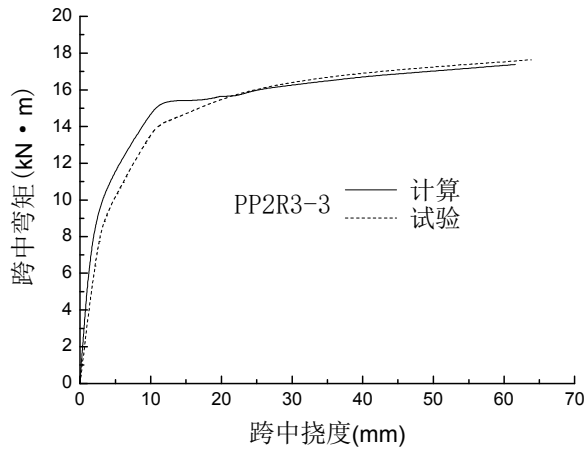
Tab.3-2 Material parameters for beam specimens tested by Harajli and Kanj

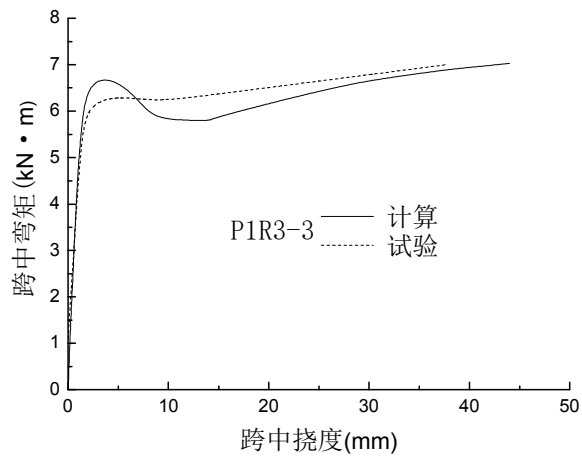
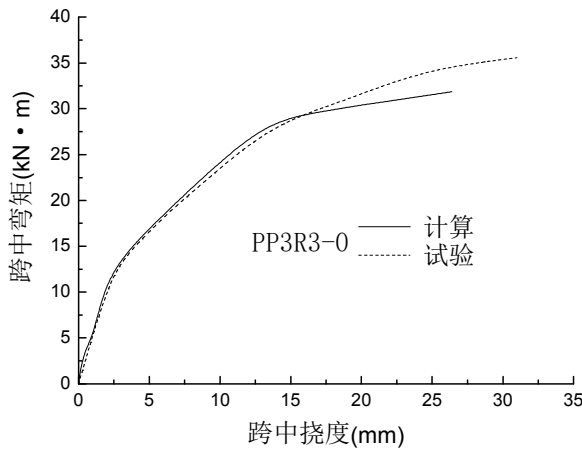
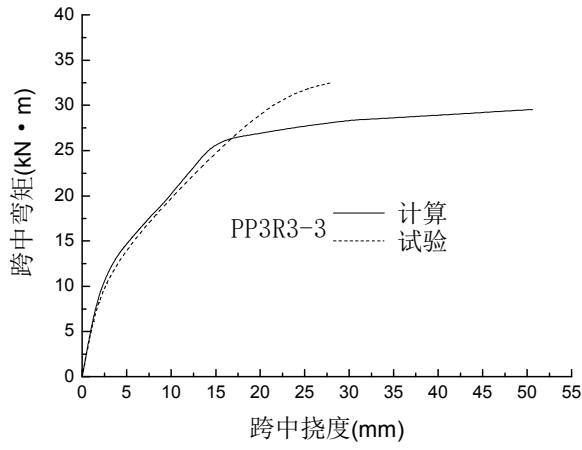
| 梁号 | A_p (mm ²) | A_s (mm ²) | f_c (MPa) | f_y (MPa) | f_{pu} (MPa) | σ_{pe} (MPa) |
|---------|--------------------------|--------------------------|-------------|-------------|----------------|---------------------|
| PP2R3-3 | 38.71 | 154.84 | 43.16 | 361.30 | 1482.4 | 951.5 |
| PP2R3-0 | 38.71 | 154.84 | 43.78 | 284.76 | 1482.4 | 937.7 |
| PP3R3-3 | 77.42 | 225.81 | 43.16 | 445.42 | 1427.3 | 882.6 |
| PP3R3-0 | 77.42 | 225.81 | 39.03 | 516.44 | 1427.3 | 896.4 |
| P1R3-3 | 19.35 | 56.55 | 44.40 | 275.8 | 1606.5 | 1013.6 |
| P1R3-0 | 19.35 | 56.55 | 41.71 | 275.8 | 1606.5 | 992.9 |
| P2R3-3 | 77.42 | 56.55 | 46.89 | 275.8 | 1482.4 | 861.9 |
| P2R3-0 | 77.42 | 56.55 | 38.61 | 275.8 | 1427.3 | 875.7 |
| P3R3-3 | 116.13 | 56.55 | 46.54 | 275.8 | 1427.3 | 882.6 |
| P3R3-0 | 116.13 | 56.55 | 41.23 | 275.8 | 1427.3 | 848.1 |

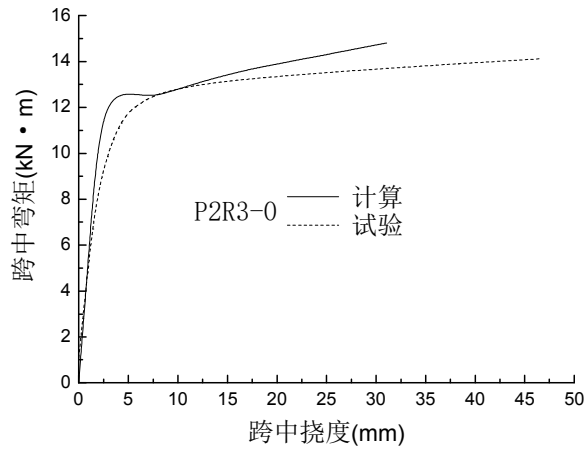
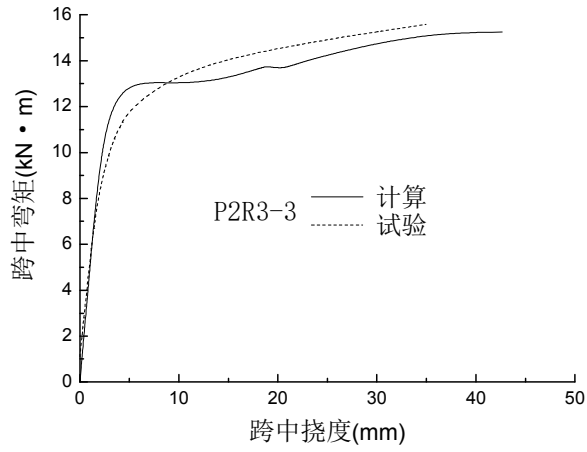
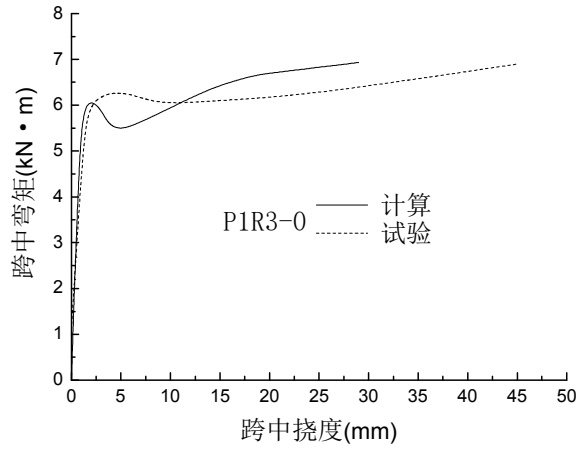
表 3-3 Harajli 和 Kanj 试验梁的计算结果与试验值比较

Tab.3-3 Comparison of computational results and experimental ones for beam specimens tested by Harajli and Kanj

| 梁号 | P_u (kN) | | 计算/试验 (P_u) | Δf_{ps} (MPa) | | 计算/试验 (Δf_{ps}) |
|---------|------------|-------|--------------------|-----------------------|-------|------------------------------|
| | 试验 | 计算 | | 试验 | 计算 | |
| PP2R3-3 | 37.45 | 37.10 | 0.9907 | 333.0 | 327.5 | 0.9835 |
| PP2R3-0 | 24.11 | 23.35 | 0.9685 | 311.0 | 309.3 | 0.9936 |
| PP3R3-3 | 67.65 | 65.00 | 0.9608 | 275.8 | 334.3 | 1.2121 |
| PP3R3-0 | 48.17 | 48.70 | 1.0110 | 241.3 | 245.6 | 1.0178 |
| P1R3-3 | 15.97 | 14.56 | 0.9117 | 319.2 | 348.4 | 1.0915 |
| P1R3-0 | 9.52 | 10.10 | 1.0609 | 295.1 | 308.1 | 1.0441 |
| P2R3-3 | 33.98 | 32.80 | 0.9653 | 384.7 | 360.1 | 0.9361 |
| P2R3-0 | 20.91 | 22.20 | 1.0617 | 371.0 | 314.3 | 0.8472 |
| P3R3-3 | 42.79 | 44.00 | 1.0283 | 313.7 | 322.4 | 1.0277 |
| P3R3-0 | 29.88 | 29.67 | 0.9930 | 358.5 | 299.9 | 0.8365 |







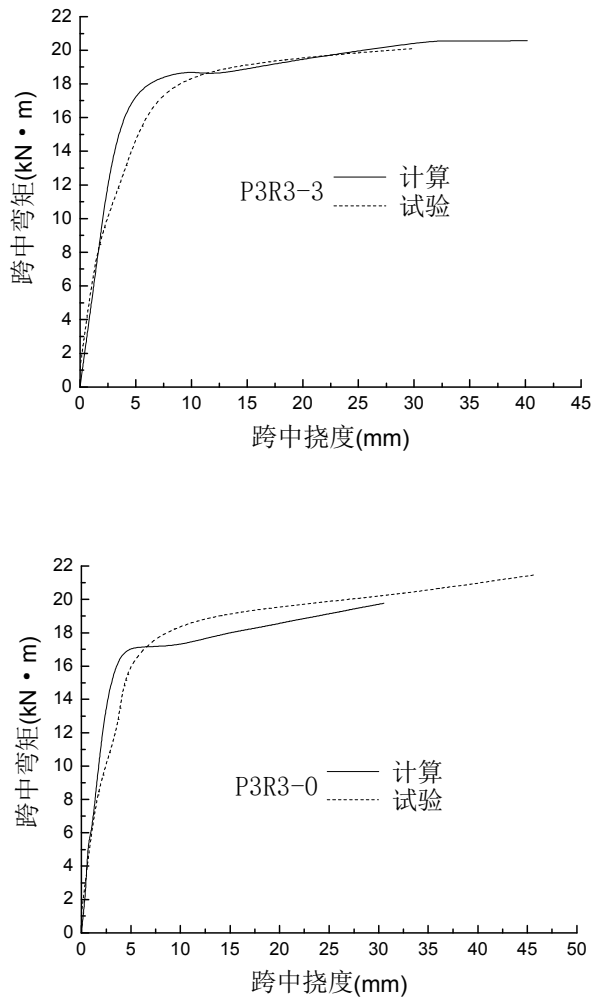


图 3-13 Harajli 和 Kanj 试验梁跨中弯矩-跨中挠度响应的计算值与试验结果比较
 Fig.3-13 Comparison of predicted midspan moment-midspan deflection response with experimental results for beams tested by Harajli and Kanj

3.4.3 Tan 和 Ng 试验梁

Tan 和 Ng^[84]试验了 6 根 T 形截面的体外预应力混凝土梁，结构和截面如图 3-14 所示，其中 T-0 跨内没有设置转向块，T-2 跨内三分点处设置 2 两个转向块，其余梁在跨中设有一个转向块。T-1D 的体外筋布置成折线形，体外筋在端部锚具处的有效高度为 127mm，在跨中转向块处的有效高度为 250mm；其余梁的体外筋都为直线形，T-0、T-1、T-1B 和 T-2 的体外筋有效高度为 200mm，T-1A 的体外筋有效高度为 250mm。试验梁配有相同的非预应力筋，梁的底部配有 2 根

直径为 16mm，屈服强度为 530MPa 的非预应力筋，梁的顶部配有 4 根直径为 8mm，屈服强度为 338MPa 的非预应力筋。预应力筋面积、有效预应力大小以及混凝土的轴心抗压强度列于表 3-4。极限荷载 P_u 以及无粘结预应力筋极限应力增量 Δf_{ps} 的计算结果与试验结果列于表 3-4，荷载-跨中挠度曲线如图 3-15 所示。

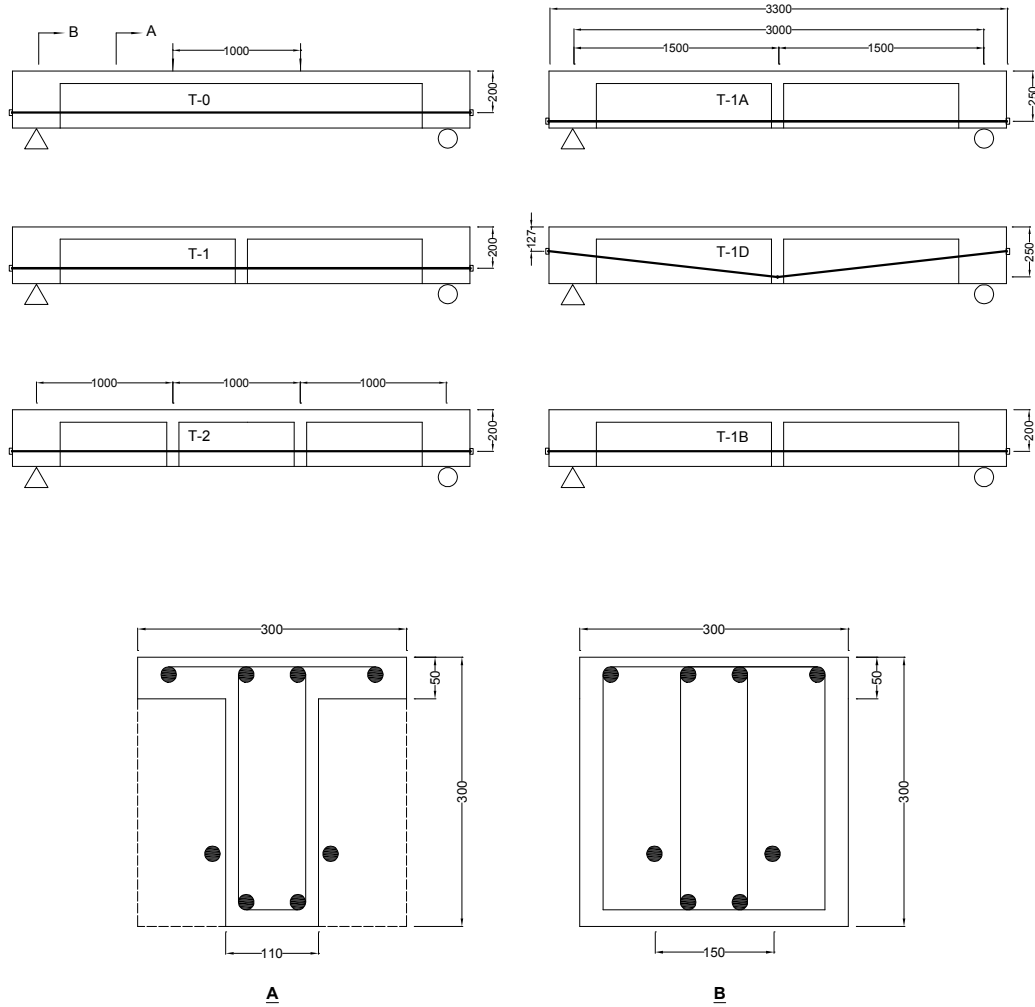


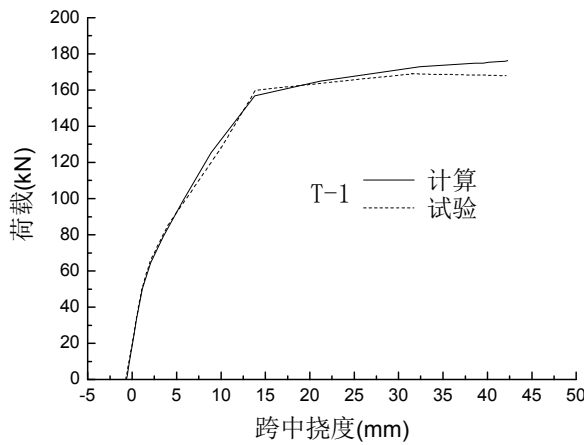
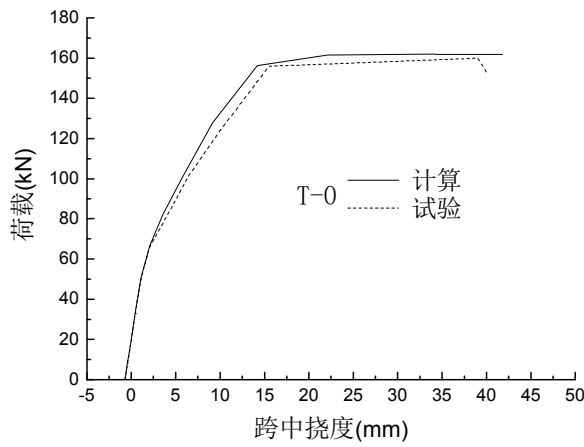
图 3-14 Tan 和 Ng 试验梁结构及截面

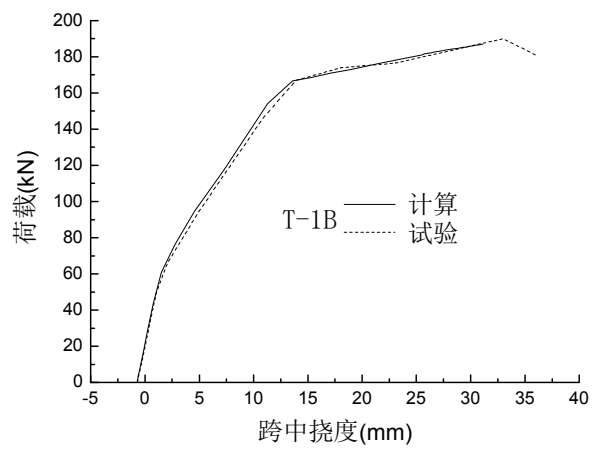
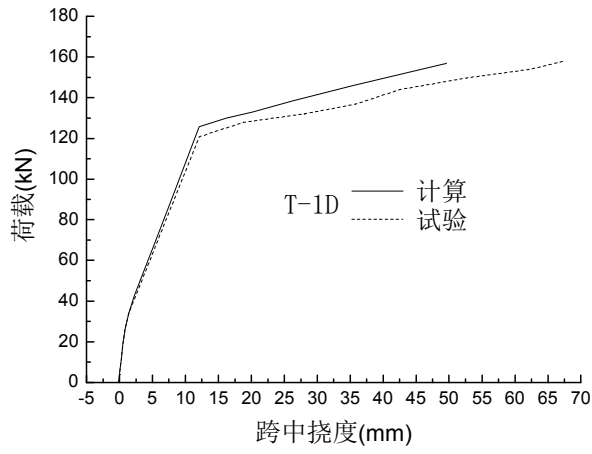
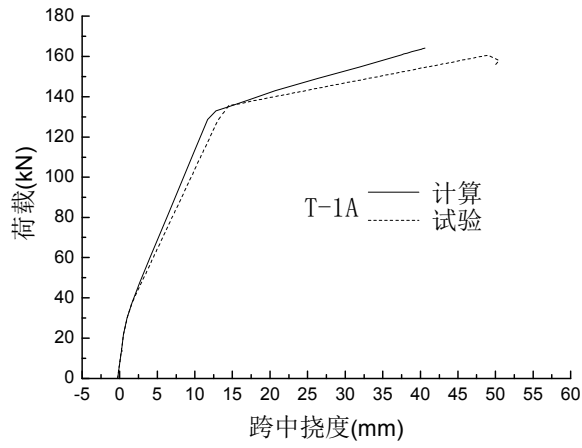
Fig.3-14 Structure and section of beam specimens tested by Tan and Ng

表 3-4 试验梁数据与有限元计算结果

Tab.3-4 Summary of data for test beams and the computational results from FEM

| 梁号 | A_p (mm ²) | σ_{pe} (MPa) | f_c (MPa) | P_u (kN) | | 计算/试验 (P_u) | Δf_{ps} (MPa) | | 计算/试验 (Δf_{ps}) |
|------|-----------------------------|------------------------|----------------|------------|-------|--------------------|-----------------------|-----|------------------------------|
| | | | | 试验 | 计算 | | 试验 | 计算 | |
| T-0 | 109.6 | 1297 | 34.6 | 160.0 | 161.8 | 1.0113 | 370 | 330 | 0.8919 |
| T-1 | 109.6 | 1197 | 34.2 | 169.0 | 176.2 | 1.0426 | 450 | 431 | 0.9578 |
| T-1A | 109.6 | 327 | 30.4 | 160.6 | 164.2 | 1.0722 | 811 | 805 | 0.9926 |
| T-1D | 109.6 | 288 | 32.1 | 156.0 | 157.0 | 1.0064 | 955 | 914 | 0.9571 |
| T-1B | 197.4 | 750 | 33.2 | 190.0 | 187.0 | 0.9842 | 409 | 458 | 1.1198 |
| T-2 | 109.6 | 1182 | 28.7 | 168.0 | 175.0 | 1.0417 | 483 | 438 | 0.9068 |





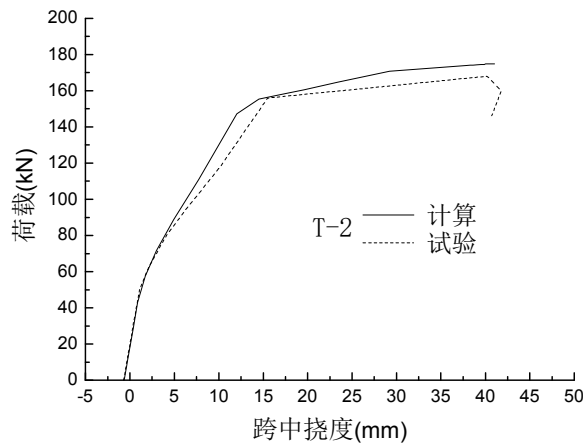


图 3-15 Tan 和 Ng 试验梁荷载-跨中挠度响应的计算值与试验结果比较

Fig.3-15 Comparison of predicted load-midspan deflection response with experimental results for beams tested by Tan and Ng

3.5 本章小结

利用商用有限元程序 ABAQUS 建立了体内无粘结及体外预应力混凝土梁的统一分析模型,解决了商用有限元程序难以按常规方法分析无粘结预应力混凝土梁的问题,为广大科技工作者能够利用大型商用程序分析体内无粘结和体外预应力梁提供了切实可行的方法。

建立的有限元模型由两类主单元组成,即混凝土梁单元和体外/体内无粘结预应力筋桁架单元;主单元的端部节点用 ABAQUS 的内在约束 MPC 连接;在体外预应力梁的转向块处,或沿体内无粘结预应力梁全跨并以比较小的间隔设置刚度足够大的弹簧单元。利用修正的 Riks 算法实现梁从开始加载直至失效的全过程结构模拟,该算法能较好地处理无粘结预应力混凝土梁在整个加载过程的受力性能变化,如混凝土开裂、受压区混凝土的应变软化、非预应力筋和预应力筋的屈服等;同时,该算法能较好地解决梁出现负刚度时的情况。

分析了 8 根 Chakrabarti、10 根 Harajli 和 Kanj 体内无粘结预应力试验梁以及 6 根 Tan 和 Ng 体外预应力试验梁,分析计算结果和试验结果相吻合,说明分析模型是可靠的。

第四章 无粘结预应力混凝土梁弯曲性能的参数研究

4.1 引言

影响无粘结预应力混凝土梁弯曲性能的因素很多,主要有跨高比、加载形式、无粘结预应力筋和非预应力有粘结筋的配筋率以及材料强度等。近几十年来,国内外研究者针对梁的弯曲性能进行了大量的试验研究,为人们增进对无粘结预应力混凝土梁的了解作出了巨大贡献,目前各国规范使用的无粘结预应力筋极限应力增量公式都是在这些试验研究基础建立起来的。但是,限于试验条件,绝大部分试验梁为跨长 3m 左右的小梁,这与实际工程中的预应力梁存在较大差别,并且试验过程本身不可避免会存在各种原因引起的误差。采用数值分析方法来模拟梁的弯曲性能则能有效克服试验研究的缺陷与不足。前面第 2 章和第 3 章分别利用数值理论方法和商用有限元程序 ABAQUS 建立了无粘结预应力混凝土梁的有限元分析模型,并通过与试验梁的分析对比验证了模型的可靠性。本章主要利用第 3 章建立的有限元模型对影响无粘结预应力梁弯曲性能的重要参数作系统的研究。

4.2 用于参数研究的无粘结预应力梁概况

为研究各种重要参数对无粘结预应力混凝土梁弯曲性能的影响,本文设计了如图 4-1 所示的体内无粘结预应力混凝土梁。梁两端简支,跨长为 L ,直线形无粘结预应力筋锚固于梁两端。矩形截面,宽 300mm,高 500mm。无粘结预应力筋的有效高度 $d_p=400\text{mm}$,截面上部配有面积 $A'_s=300\text{mm}^2$ 的受压区构造非预应力筋,到梁顶距离 $d'_s=35\text{mm}$,截面下部配有受拉区非预应力筋,到梁顶距离 $d_s=465\text{mm}$ 。无粘结预应力筋的弹性模量 E_p 取 195GPa,非预应力筋的弹性模量 E_s 取 200GPa。

本文研究和评估的主要参数有:

- (1) 非预应力筋面积 A_s ;
- (2) 无粘结预应力筋面积 A_p ;
- (3) 跨高比 L/d_p ;

- (4) 预应力筋有效预应力 σ_{pe} ;
- (5) 混凝土轴心抗压强度 f_c ;
- (6) 无粘结预应力筋极限抗拉强度 f_{pu} ;
- (7) 非预应力筋的屈服强度 f_y ;
- (8) 加载方式。

为此, 根据不同的研究参数, 本文设计了 R1~R8 共 8 个系列的无粘结预应力混凝土梁, 各系列的梁及其具体参数值汇总于表 4-1。R1 系列以非预应力筋面积 A_s 为变量, 承受三分点荷载 (图 4-2); R2 系列以无粘结预应力筋面积 A_p 为变量, 承受跨中单点集中荷载; R3~R7 系列均承受单点集中荷载和均布荷载 (图 4-2), 分别以跨高比 L/d_p 、预应力筋有效预应力 σ_{pe} 、混凝土轴心抗压强度 f_c 、无粘结预应力筋极限抗拉强度 f_{pu} 以及非预应力筋的屈服强度 f_y 为变量; R8 系列研究了加载方式的影响, 以加载方式系数 f 为变量, f 的含义如图 4-3 所示。

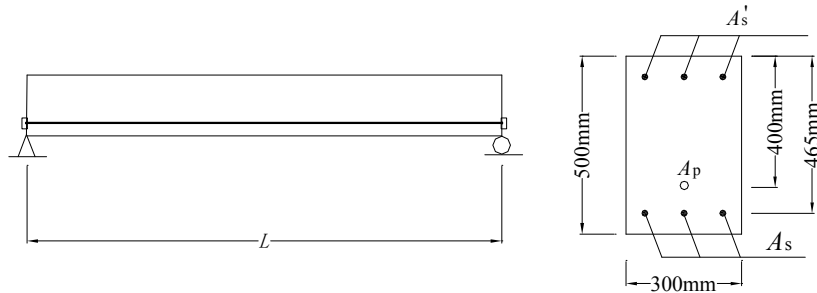


图 4-1 用于参数研究的无粘结预应力混凝土梁

Fig.4-1 Unbonded prestressed concrete beam for parametric study

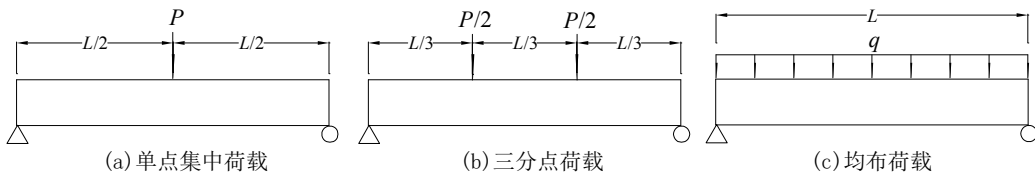


图 4-2 荷载形式: 单点集中荷载、三分点荷载和均布荷载

Fig.4-2 Load types: single concentrated load, two-third point load and uniform load

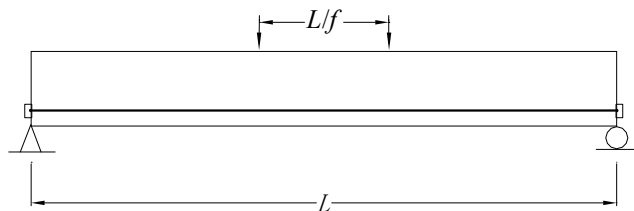


图 4-3 加载方式系数 f 为变量的两点集中荷载

Fig.4-3 Two concentrated loads whose distance varied by load type factor f

表 4-1 用于参数研究的无粘结预应力混凝土梁概况
Tab.4-1 Summary of unbonded prestressed concrete beams for parametric study

| 系列 | 梁号 | 加载形式 | A_s (mm ²) | A_p (mm ²) | L/d_p | 初始预应力或有效预应力 | | f_c (MPa) | f_{pu} (MPa) | f_y (MPa) | |
|----|-------|--------|-----------------------------|-----------------------------|---------|------------------------|------------------------|----------------|-------------------|----------------|-----|
| | | | | | | σ_{p0} (MPa) | σ_{pe} (MPa) | | | | |
| R1 | R1B1 | 三分点荷载 | 0 | | | | | | | | |
| | R1B2 | | 300 | | | | | | | | |
| | R1B3 | | 600 | | | | | | | | |
| | R1B4 | | 1200 | 350 | 20 | 1230 | - | 35.5 | 1860 | 530 | |
| | R1B5 | | 1800 | | | | | | | | |
| | R1B6 | | 2400 | | | | | | | | |
| | R1B7 | | 3000 | | | | | | | | |
| R2 | R2B1 | 单点集中荷载 | | 200 | | | | | | | |
| | R2B2 | | 300 | | | | | | | | |
| | R2B3 | | 400 | | | | | | | | |
| | R2B4 | | 300 | 500 | 20 | 1230 | - | 35.5 | 1860 | 530 | |
| | R2B5 | | 600 | | | | | | | | |
| | R2B6 | | 700 | | | | | | | | |
| | R2B7 | | 800 | | | | | | | | |
| R3 | R3B1 | 单点集中荷载 | | | 5 | | | | | | |
| | R3B2 | | 10 | | | | | | | | |
| | R3B3 | | 15 | | | | | | | | |
| | R3B4 | | 20 | | | | | | | | |
| | R3B5 | | 25 | 300 | 500 | 25 | - | 1191 | 35.5 | 1860 | 530 |
| | R3B6 | | 30 | | | | | | | | |
| | R3B7 | | 35 | | | | | | | | |
| | R3B8 | | 40 | | | | | | | | |
| | R3B9 | | 45 | | | | | | | | |
| | R3B10 | | 50 | | | | | | | | |
| | R3B11 | 均布荷载 | | | 5 | | | | | | |
| | R3B12 | | 10 | | | | | | | | |
| | R3B13 | | 15 | | | | | | | | |
| | R3B14 | | 20 | | | | | | | | |
| | R3B15 | | 25 | 300 | 500 | 25 | - | 1191 | 35.5 | 1860 | 530 |
| | R3B16 | | 30 | | | | | | | | |
| | R3B17 | | 35 | | | | | | | | |
| | R3B18 | | 40 | | | | | | | | |
| | R3B19 | | 45 | | | | | | | | |
| | R3B20 | | 50 | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | |
|----|-------|------------|-----|-----|----|---|------|------|------|------|
| R4 | R4B1 | | | | | | | | | 651 |
| | R4B2 | 单点 | | | | | | | | 837 |
| | R4B3 | 集中 | 300 | 500 | 20 | - | 1023 | 35.5 | 1860 | 530 |
| | R4B4 | 荷载 | | | | | | | | 1209 |
| | R4B5 | | | | | | | | | 1395 |
| | R4B6 | | | | | | | | | 651 |
| | R4B7 | | | | | | | | | 837 |
| | R4B8 | 均布 | 300 | 500 | 20 | - | 1023 | 35.5 | 1860 | 530 |
| | R4B9 | 荷载 | | | | | | | | 1209 |
| | R4B10 | | | | | | | | | 1395 |
| R5 | R5B1 | 单点 | | | | | | | | 30.0 |
| | R5B2 | 集中 | 600 | 350 | 20 | - | 1191 | 40.0 | 1860 | 530 |
| | R5B3 | 荷载 | | | | | | | | 50.0 |
| | R5B4 | | | | | | | | | 60.0 |
| | R5B5 | | | | | | | | | 30.0 |
| | R5B6 | 均布 | 600 | 350 | 20 | - | 1191 | 40.0 | 1860 | 530 |
| | R5B7 | 荷载 | | | | | | | | 50.0 |
| | R5B8 | | | | | | | | | 60.0 |
| R6 | R6B1 | 单点 | | | | | | | | 1500 |
| | R6B2 | 集中 | 600 | 350 | 20 | - | 1191 | 35.5 | 1650 | 530 |
| | R6B3 | 荷载 | | | | | | | | 1800 |
| | R6B4 | | | | | | | | | 1950 |
| | R6B5 | | | | | | | | | 1500 |
| | R6B6 | 均布 | 600 | 350 | 20 | - | 1191 | 35.5 | 1650 | 530 |
| | R6B7 | 荷载 | | | | | | | | 1800 |
| | R6B8 | | | | | | | | | 1950 |
| R7 | R7B1 | 单点 | | | | | | | | 300 |
| | R7B2 | 集中 | 600 | 350 | 20 | - | 1191 | 35.5 | 1860 | 450 |
| | R7B3 | 荷载 | | | | | | | | 575 |
| | R7B4 | | | | | | | | | 700 |
| | R7B5 | | | | | | | | | 300 |
| | R7B6 | 均布 | 600 | 350 | 20 | - | 1191 | 35.5 | 1860 | 450 |
| | R7B7 | 荷载 | | | | | | | | 575 |
| | R7B8 | | | | | | | | | 700 |
| R8 | R8B1 | $f=3.0$ | | | | | | | | |
| | R8B2 | $f=4.5$ | 300 | 300 | 20 | - | 1208 | 35.5 | 1860 | 530 |
| | R8B3 | $f=9.0$ | | | | | | | | |
| | R8B4 | $f=\infty$ | | | | | | | | |
| | R8B5 | $f=3.0$ | | | | | | | | |
| | R8B6 | $f=4.5$ | 300 | 500 | 20 | - | 1191 | 35.5 | 1860 | 530 |
| | R8B7 | $f=9.0$ | | | | | | | | |
| | R8B8 | $f=\infty$ | | | | | | | | |

4.3 计算采用的材料本构关系

受压区混凝土应力在 $0\sim 0.4f_c$ 范围内认为是线弹性的,超过 $0.4f_c$ 时采用图 2-1 所示上升段二次抛物线和下降段一直线的应力-应变关系,材料参数: $\varepsilon_0=0.002$, $\varepsilon_u=0.0033$, $\gamma=0.2$ 。

受拉区混凝土采用双折线应力-应变关系,如图 2-2(a)所示,抗拉强度 f_t 取轴心抗压强度 f_c 的 0.075 倍,极限拉应变 ε_{tu} 取开裂应变 ε_{cr} 的 10 倍, $\alpha_t=0$ 。

预应力筋采用如图 2-3 所示的三折线应力-应变关系,且 $f_c=0.84f_{pu}$, $f_{0.2}=0.93f_{pu}$, $\varepsilon_{0.2}=0.015$, $\varepsilon_{pu}=0.035$ 。

非预应力筋采用双折线应力-应变关系,考虑钢筋屈服后的强化效应,极限拉应变取 0.035,对应的极限拉应力取 $1.15f_y$ 。

4.4 非预应力筋配筋率的影响

以受拉区非预应力筋面积 A_s (或受拉区非预应力筋配筋率 ρ_s) 为变量, A_s 分别从 0 到 3000mm^2 (或 ρ_s 从 0.00 到 2.50%) 不等。 A_s 和 ρ_s 的值列于表 4-2。

取预应力筋弹性压缩前的初始预应力 $\sigma_{p0}=1230\text{MPa}$,在初始预应力和自重荷载作用下梁完成自平衡后的有效预应力 σ_{pe} 值列于表 4-2。从表中可以看到,随着非预应力筋配筋率的逐步增加,预应力筋的有效预应力值有微弱增加,从 1203MPa 逐步增加到 1210MPa ,这是由于梁在外荷载作用前存在预应力筋的初始预拉应力和梁的自重荷载,其中预应力筋的初始预拉应力使梁产生弹性压缩,而自重荷载则使梁产生一定的弯曲拉伸,显然这儿预应力筋的初始预应力效应大于自重荷载产生的效应,故在外荷载作用前梁体产生一定的弹性压缩;当非预应力筋面积增加时,梁的刚度增大,从而使得预应力筋在其初始预应力和梁自重作用下的弹性回缩值有所减小,故有效预应力值也增加。

图 4-4 给出了三分点荷载下含有不同 ρ_s 梁的荷载-跨中挠度 ($P-\delta$) 曲线。在外荷载作用前,梁体有微小反拱,反拱值在 1.73mm (R1B7) $\sim 2.75\text{mm}$ (R1B1) 之间。从图中可以看出,梁 R1B1 的 $P-\delta$ 曲线和其它梁的曲线有明显区别。对于受拉区没有配置非预应力筋的梁 R1B1,当加载至 113.2kN 时,混凝土开裂,此时梁的跨中挠度为 8.54mm ;混凝土开裂后梁体挠度迅速增加,而荷载反而有所下降,当跨中挠度到达 31.4mm 时,荷载降至低谷 108kN ;之后随着挠度的持续快速增加,荷载缓慢回升,当受压区混凝土被压碎时,外荷载为 127.8kN 。梁 R1B2~R1B7 配置了数量不等的受拉区非预应力筋,梁的性能得到明显改善。

R1B2~R1B6 的 $P-\delta$ 曲线呈三折线形, 分别反映梁加载过程所经历的开裂前弹性阶段、开裂后弹塑性阶段以及非预应力筋屈服后的塑性发展阶段。梁 R1B7 的 $P-\delta$ 曲线呈双折线, 说明梁破坏时非预应力筋尚未屈服。R1B2 的受拉区非预应力筋面积是按我国混凝土结构设计规范 (GB 50010-2002) [141] 对于钢筋混凝土构件的最小配筋要求配置的, 与 R1B1 比较, R1B2 的刚度以及破坏状态时的荷载和挠度都有明显增长 (或增大), 其中极限荷载增幅为 40.06%, 跨中极限弯矩增幅为 39.87%, 跨中极限挠度增幅为 27.25%。随着非预应力筋配筋率的增大, 梁的刚度随之增大, 极限荷载明显增长, 但梁的塑性降低。

梁的荷载-无粘结预应力筋应力增量 ($P-\Delta\sigma_p$) 曲线以及跨中弯矩-无粘结预应力筋应力 ($M-\sigma_p$) 曲线分别如图 4-5 和图 4-6 所示。与图 4-4 类似, 当梁没有配置受拉区非预应力筋时 (R1B1), 混凝土开裂后无粘结预应力筋的应力急剧增加, 并很快到达梁的破坏状态。当梁的受拉区非预应力筋配筋率在 0.25%~2.00% (R1B2~R1B6), 梁破坏时非预应力筋已屈服, 曲线呈三折线。当非预应力筋配筋率增加到 2.50% (R1B7), 梁破坏时非预应力筋尚未屈服, 曲线呈双折线。比较部分预应力混凝土梁 R1B2~R1B7, 随着非预应力筋配筋率的逐步提高, 无粘结预应力筋极限应力增量逐步减少。可以看出, 图 4-4 与图 4-5、4-6 非常相似, 说明梁的跨中挠度与无粘结筋的应力或应力增量之间关系非常密切, $\Delta\sigma_p-\delta$ 曲线如图 4-7 所示。从图 4-7 可以看出, 当 ρ_s 较低 (0.00~0.50%) 时, 梁的曲线为双折线, 说明梁破坏时预应力筋已经屈服; 当 $\rho_s \geq 1.00\%$ 时, 梁破坏时预应力筋仍处于弹性阶段 (可以从图 4-6 得到验证), 故曲线几乎为直线。

表 4-2 非预应力筋配筋率对无粘结预应力混凝土梁计算数据的影响

Tab.4-2 Effect of nonprestressed reinforcement ratio on the computational data of unbonded prestressed concrete beams

| 梁号 | A_s (mm ²) | ρ_s (%) | σ_{pc} (MPa) | β_s | β_0 | f_{ps} (MPa) | Δf_{ps} (MPa) | M_u (kN·m) | P_u (kN) | δ_u (mm) |
|------|-----------------------------|-----------------|------------------------|-----------|-----------|-------------------|--------------------------|-----------------|---------------|--------------------|
| R1B1 | 0 | 0.00 | 1203 | 0.000 | 0.099 | 1566 | 363 | 170.70 | 127.8 | 83.3 |
| R1B2 | 300 | 0.25 | 1204 | 0.037 | 0.136 | 1574 | 370 | 238.76 | 179.0 | 106.0 |
| R1B3 | 600 | 0.50 | 1205 | 0.075 | 0.174 | 1575 | 370 | 305.42 | 228.0 | 108.0 |
| R1B4 | 1200 | 1.00 | 1206 | 0.149 | 0.248 | 1526 | 320 | 422.83 | 317.2 | 84.0 |
| R1B5 | 1800 | 1.50 | 1207 | 0.224 | 0.323 | 1489 | 282 | 527.75 | 395.6 | 78.6 |
| R1B6 | 2400 | 2.00 | 1209 | 0.299 | 0.398 | 1459 | 250 | 624.71 | 470.0 | 77.2 |
| R1B7 | 3000 | 2.50 | 1210 | 0.373 | 0.472 | 1433 | 223 | 708.09 | 532.0 | 76.5 |

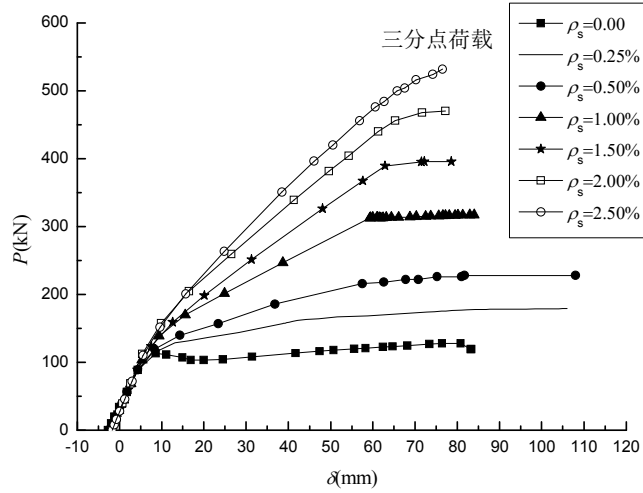


图 4-4 三分点荷载下非预应力筋配筋率对无粘结预应力混凝土梁的荷载-跨中挠度曲线的影响

Fig.4-4 Influence of nonprestressed reinforcement ratio on the load-midspan deflection curves of unbonded prestressed concrete beams under two-third point load

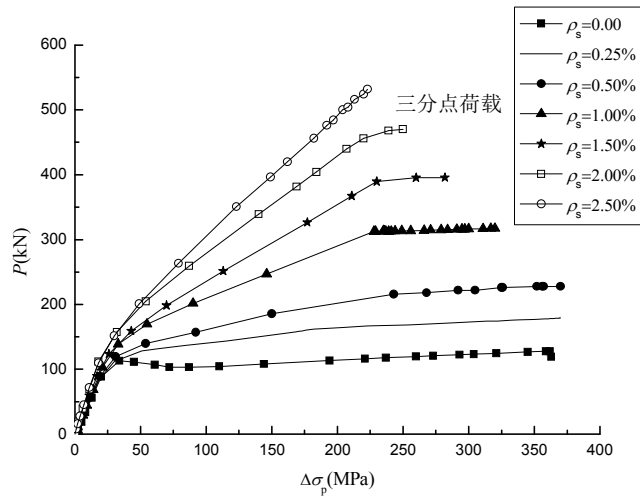


图 4-5 三分点荷载下非预应力筋配筋率对无粘结预应力混凝土梁的荷载-无粘结预应力筋应力增量曲线的影响

Fig.4-5 Influence of nonprestressed reinforcement ratio on the load versus stress increase in tendon curves of unbonded prestressed concrete beams under two-third point load

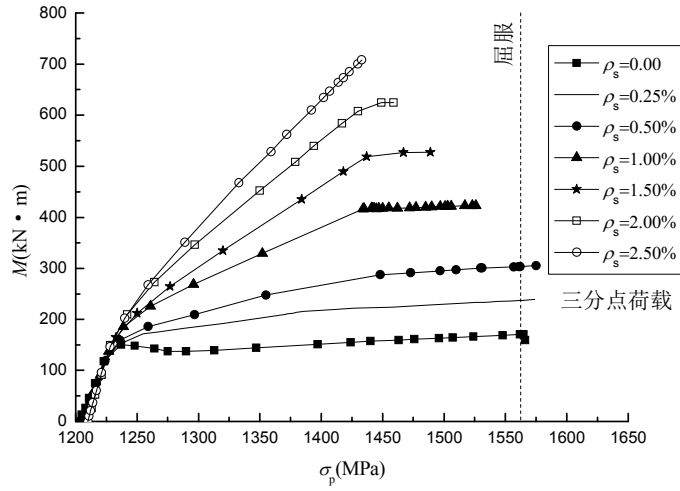


图 4-6 三分点荷载下非预应力筋配筋率对无粘结预应力混凝土梁的跨中弯矩-无粘结预应力筋应力曲线的影响

Fig.4-6 Influence of nonprestressed reinforcement ratio on the midspan moment versus stress in tendon curves of unbonded prestressed concrete beams under two-third point load

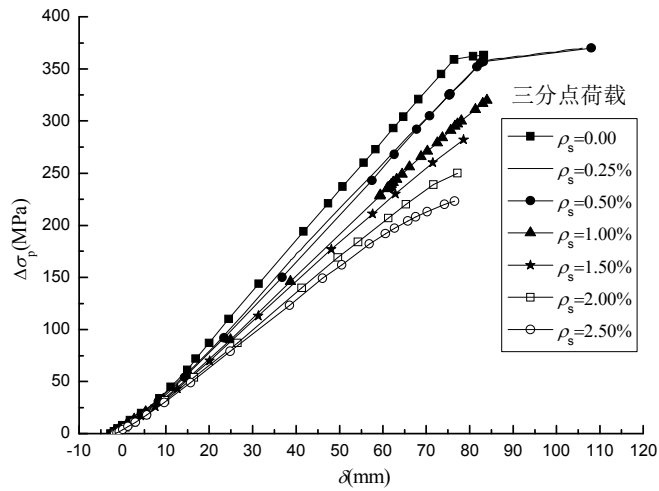
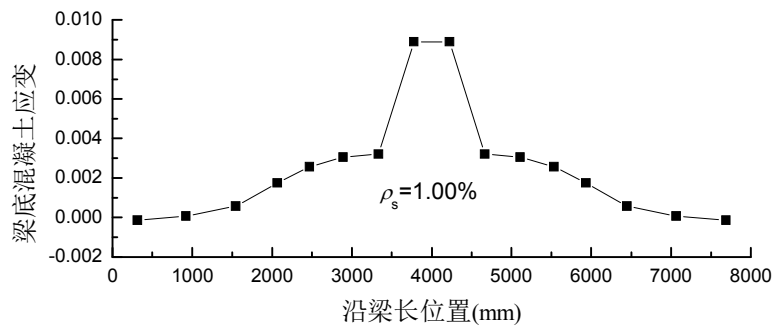
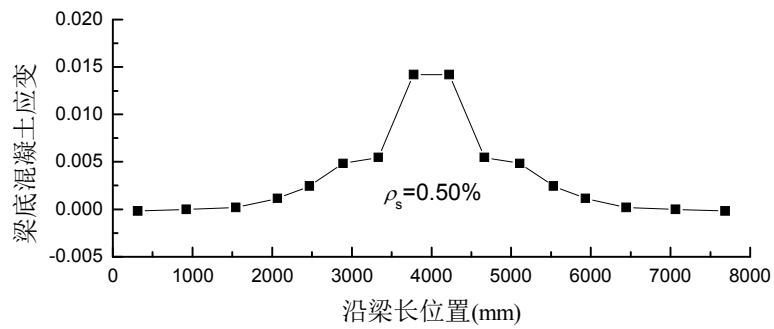
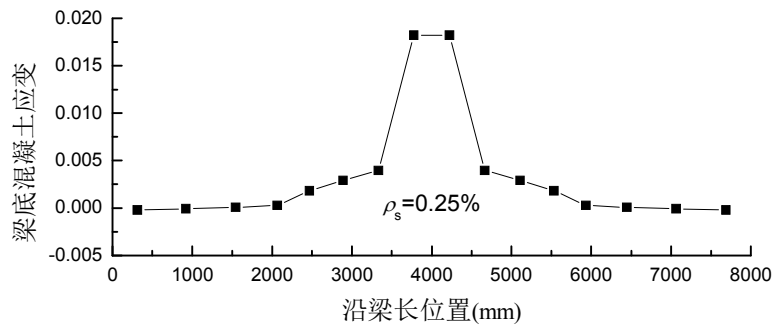
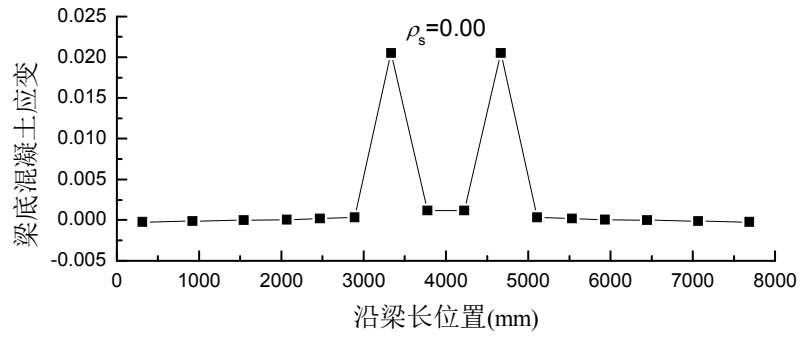


图 4-7 三分点荷载下非预应力筋配筋率对无粘结预应力混凝土梁的无粘结预应力筋应力增量-跨中挠度曲线的影响

Fig.4-7 Influence of nonprestressed reinforcement ratio on the stress increase in tendon versus midspan deflection curves of unbonded prestressed concrete beams under two-third point load



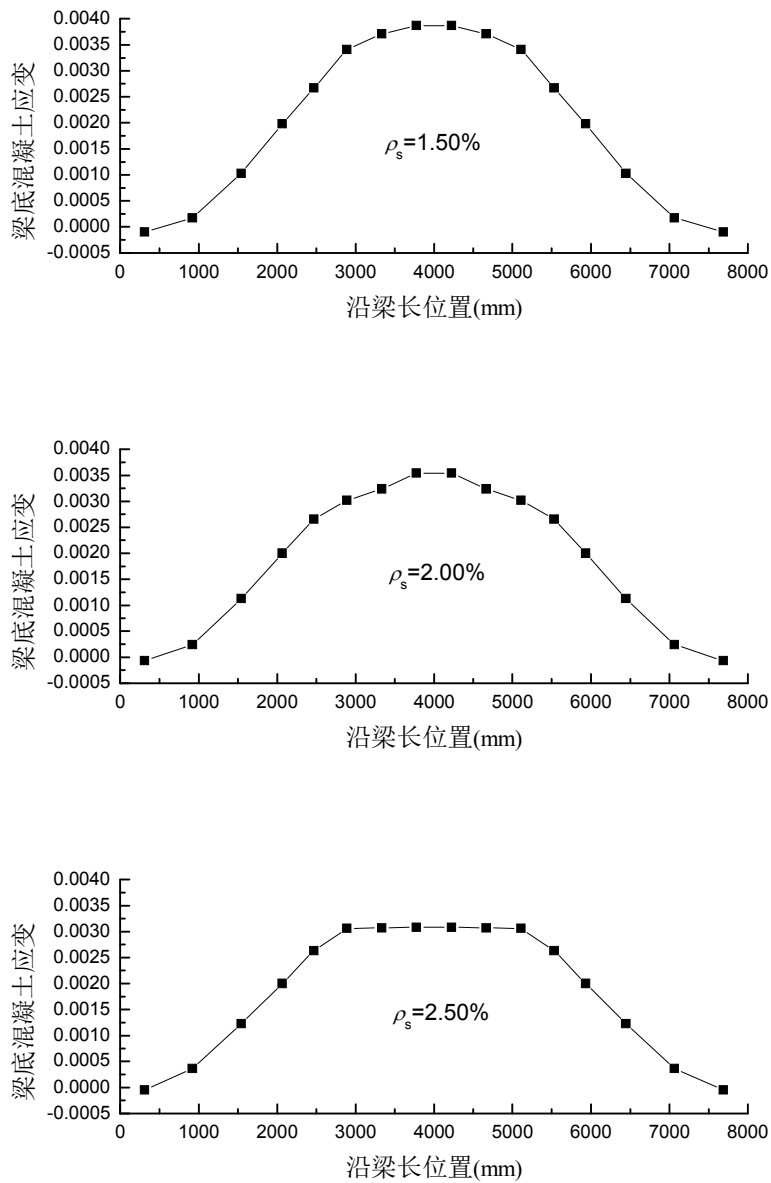


图 4-8 非预应力筋配筋率对无粘结预应力混凝土梁破坏时的梁底混凝土应变沿梁跨长方向分布的影响

Fig.4-8 Influence of nonprestressed reinforcement ratio on the strain distribution of concrete at the bottom of section over length of unbonded prestressed concrete beams at ultimate

图 4-8 给出了含有不同 ρ_s 的无粘结预应力混凝土梁极限状态下梁底部混凝土应变沿跨长方向的变化。从图中可以看出，随着非预应力筋配筋率 ρ_s 的逐步增大，梁底混凝土的最大拉应变逐步减小。从图中可以看出梁破坏时的裂缝分布模式。当 $\rho_s=0$ 时，加载点内侧形成两个峰值应变，而梁的其它位置应变值接近于 0，说明梁破坏时，在两个加载点内侧附近形成两条巨大的主裂缝。当

$\rho_s=0.25\%$ ，即按我国规范在梁内配置最小数量的受拉区非预应力筋时，梁的破坏模式大为改善，梁破坏时已在梁底跨中周围区域形成较多的裂缝，最大裂缝宽度相比 ρ_s 为 0 时减小不少。随着 ρ_s 的继续增大，裂缝发展区域继续以跨中为中心向两侧不断扩大，裂缝宽度越来越小。当 ρ_s 为 2.50% 时，裂缝区域几乎扩展至整根梁，跨中周围最大裂缝形成处的裂缝已经非常微小。

图 4-9 给出了无粘结预应力筋极限应力增量 Δf_{ps} 随综合配筋指标 β_0 的变化曲线。 β_0 为非预应力筋配筋指标 β_s 与预应力筋配筋指标 β_p 之和，其表达式为

$$\begin{aligned} \beta_0 &= \beta_s + \beta_p \\ &= \rho_s \frac{f_y}{f_c} + \rho_p \frac{\sigma_{pe}}{f_c} \\ &= \frac{A_s}{bd_p} \frac{f_y}{f_c} + \frac{A_p}{bd_p} \frac{\sigma_{pe}}{f_c} \end{aligned}$$

本组梁中， β_p 的值几乎保持不变，因为与 β_p 有关的变量中仅 σ_{pe} 有非常微小的变化，计算并取平均值得 $\beta_p=0.099$ 。 β_s 与 β_0 的值列于表 4-2。

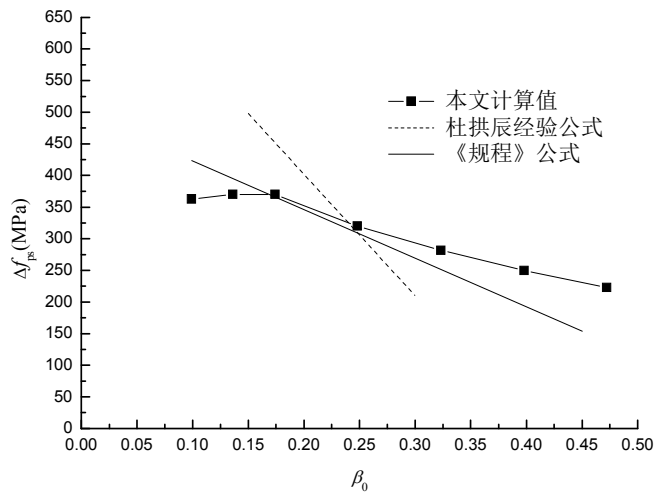


图 4-9 无粘结预应力筋极限应力增量与综合配筋指标的关系

Fig.4-9 Stress increment in unbonded tendon at ultimate versus combined reinforcing index

杜拱辰和陶学康在文献[19]中给出的计算无粘结预应力筋极限应力的经验公式为

$$f_{ps} = \sigma_{pe} + 786 - 1920\beta_0$$

且 $\beta_0 \leq 0.30$

我国《无粘结预应力混凝土结构技术规程》（简称《规程》）JGJ/T 92—93^[122]

给出的跨高比小于 35 的无粘结预应力筋极限应力计算的经验公式为

$$f_{ps} = \sigma_{pe} + 500 - 770\beta_0$$

且 $\beta_0 \leq 0.45$

从图 4-9 中可以看出，杜拱辰经验公式、我国《规程》经验公式以及本文分析计算结果的基本趋势是一致的，其中《规程》经验公式和分析计算结果吻合情况非常好，而杜拱辰经验公式和分析计算结果的误差相对较大。

4.5 无粘结预应力筋配筋率的影响

无粘结预应力筋面积 A_p （或无粘结预应力筋配筋率 ρ_p ）为变量， A_p 变化范围：200~800mm²（或 ρ_p 变化范围：0.17%~0.67%）， A_p 和 ρ_p 列于表 4-3。梁底按规范最小配筋率要求配置受拉区非预应力筋 $A_s=300\text{mm}^2$ 。预应力筋的初始预应力取 1230MPa。

在初始预应力和自重荷载作用下梁完成自我平衡后的预应力筋有效预应力 σ_{pe} 和反拱挠度 δ_0 、无粘结预应力筋极限应力 f_{ps} 、无粘结预应力筋极限应力增量 Δf_{ps} 、极限荷载 P_u 、跨中极限弯矩 M_u 以及跨中极限挠度 δ_u 列于表 4-3。

表 4-3 无粘结预应力筋配筋率对无粘结预应力混凝土梁计算数据的影响
Tab.4-3 Effect of tendon ratio on the computational data of unbonded prestressed concrete beams

| 梁号 | A_p (mm ²) | ρ_p (%) | σ_{pe} (MPa) | f_{ps} (MPa) | Δf_{ps} (MPa) | P_u (kN) | M_u (kN·m) | δ_0 (mm) | δ_u (mm) |
|------|-----------------------------|-----------------|------------------------|-------------------|--------------------------|---------------|-----------------|--------------------|--------------------|
| R2B1 | 200 | 0.17 | 1217 | 1563 | 346 | 83.5 | 158.90 | -0.78 | 85.4 |
| R2B2 | 300 | 0.25 | 1208 | 1537 | 329 | 110.0 | 208.66 | -2.01 | 79.0 |
| R2B3 | 400 | 0.33 | 1200 | 1508 | 308 | 135.0 | 256.13 | -3.22 | 75.2 |
| R2B4 | 500 | 0.42 | 1191 | 1473 | 282 | 158.0 | 300.60 | -4.41 | 69.7 |
| R2B5 | 600 | 0.50 | 1183 | 1428 | 245 | 179.6 | 341.32 | -5.59 | 62.1 |
| R2B6 | 700 | 0.58 | 1175 | 1374 | 199 | 197.6 | 375.74 | -6.75 | 52.4 |
| R2B7 | 800 | 0.67 | 1166 | 1348 | 182 | 216.0 | 408.93 | -7.91 | 48.4 |

图 4-10~4-12 给出了不同 ρ_p 的梁在单点集中荷载作用下外荷载 P 对应跨中挠度 δ ，跨中弯矩 M 对应无粘结预应力筋应力 σ_p ，以及无粘结预应力筋应力 σ_p 对应跨中挠度 δ 的全过程曲线。

图 4-10 显示，在外荷载作用前，梁在预应力筋预加力和梁自重荷载作用下已产生一定的反拱挠度，反拱值 δ_0 随着无粘结预应力筋配筋率的增大而增大，

当 $\rho_p=0.17\%$ 时, 反拱挠度仅为 0.78mm; 当 ρ_p 增大至 0.67% 时, 梁的反拱挠度接近 8mm, 部分单元已经出现裂缝。梁的极限荷载随着无粘结预应力筋配筋率 ρ_p 的增加而显著提高, 而跨中极限挠度值随着无粘结预应力筋配筋率 ρ_p 的增加而逐渐减小, 当 ρ_p 从 0.17% 增大至 0.67% 时: 极限荷载 P_u 从 83.5kN 提高到 216.0kN, 提高了 158.68%; 最大挠度 δ_u 从 85.4mm 减小到 48.4mm, 减小了 43.32%。

图 4-11 显示, 当无粘结预应力筋的初始预应力 σ_{p0} 固定时, 随着无粘结预应力筋配筋率 ρ_p 的逐步增大, 梁在初始预加力和自重荷载作用下的压缩值逐渐增大, 因而预应力筋的有效预应力 σ_{pe} 逐步减小。当 ρ_p 从 0.17% 增大至 0.67% 时, σ_{pe} 从 1217MPa 减小到 1166MPa, 减小了 51MPa。梁的名义抗弯强度随着无粘结预应力筋配筋率 ρ_p 的增加而显著提高, 而无粘结筋极限应力 f_{ps} 随着无粘结预应力筋配筋率 ρ_p 的增加而逐渐减小, 当 ρ_p 从 0.17% 增大至 0.67% 时: 名义抗弯强度 M_u 从 158.90kN·m 提高到 408.93kN·m, 提高了 157.35%, f_{ps} 从 1563MPa 减小到 1348MPa, 减小了 13.76%。

图 4-12 显示, 当无粘结预应力筋配筋率 $\rho_p=0.17\%$ 时, 曲线出现一段微小弯折, 说明梁破坏时无粘结筋刚屈服; 当 $\rho_p \geq 0.25\%$ 时, 曲线为直线形, 说明梁破坏时无粘结筋仍处于弹性阶段。

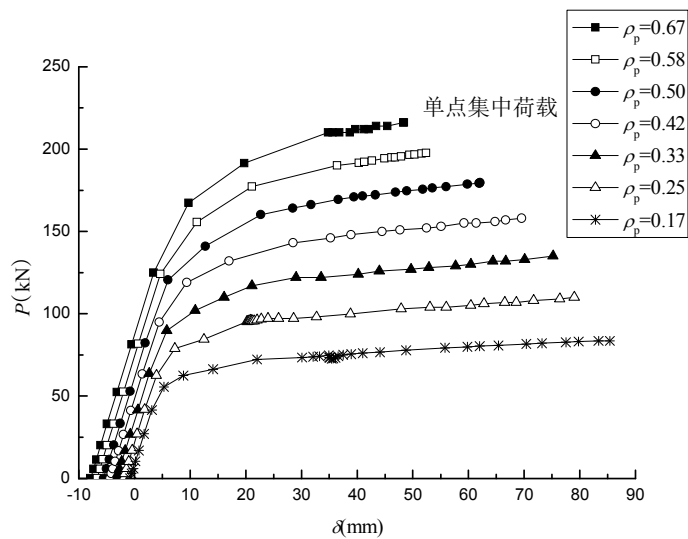


图 4-10 单点集中荷载下无粘结预应力筋配筋率对无粘结预应力混凝土梁的荷载-跨中挠度曲线的影响

Fig.4-10 Influence of tendon ratio on the load-midspan deflection curves of unbonded prestressed concrete beams under single concentrated load

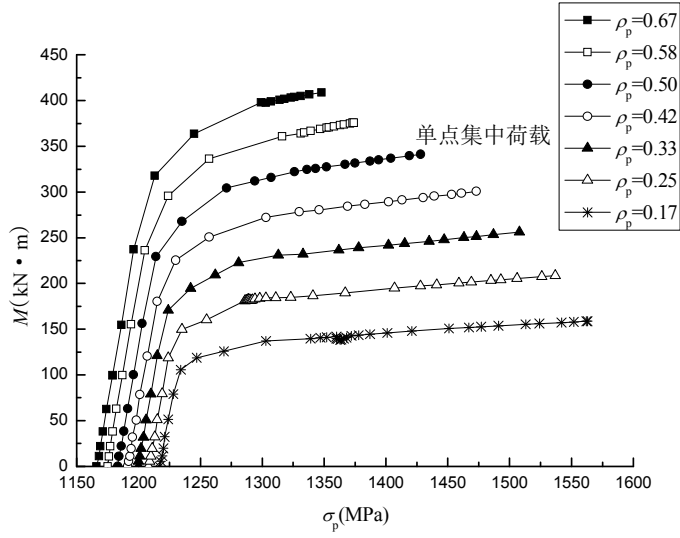


图 4-11 单点集中荷载下无粘结预应力筋配筋率对无粘结预应力混凝土梁的跨中弯矩-无粘结预应力筋应力曲线的影响

Fig.4-11 Influence of tendon ratio on the midspan moment versus stress in tendon curves of unbonded prestressed concrete beams under single concentrated load

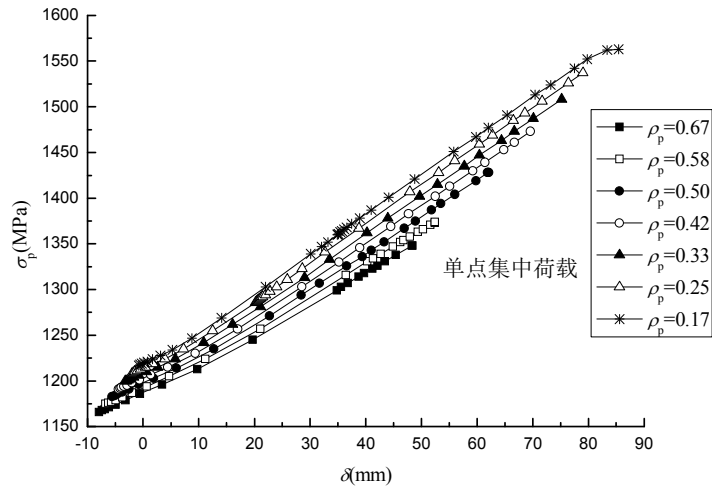


图 4-12 单点集中荷载下无粘结预应力筋配筋率对无粘结预应力混凝土梁的无粘结预应力筋应力-跨中挠度曲线的影响

Fig.4-12 Influence of tendon ratio on the stress in tendon versus midspan deflection curves of unbonded prestressed concrete beams under single concentrated load

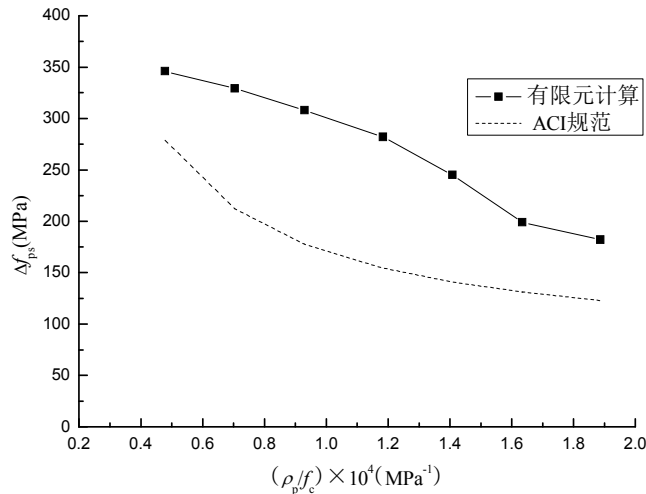


图 4-13 无粘结预应力筋极限应力增量随参数 ρ_p / f_c 的变化

Fig.4-13 Variation of stress increment in unbonded tendon at ultimate with parameter ρ_p / f_c

图 4-13 给出了跨中单点集中荷载作用下无粘结筋极限应力增量 Δf_{ps} 与参数 ρ_p / f_c (无粘结预应力筋配筋率与混凝土轴心抗压强度的比值) 的关系, 并给出了跨高比不大于 35 时的 ACI 方程^[112]曲线。图 4-13 显示, Δf_{ps} 随着参数 ρ_p / f_c 的增加而下降, Δf_{ps} 计算曲线和 ACI 方程曲线的基本趋势是一致的。由于非预应力筋配筋率 ρ_s 是按规范最小值所取, 当 ρ_s 增加时, 根据前面所述, 无粘结筋极限应力增量会降低, 因此计算曲线会更靠拢 ACI 规范曲线。

4.6 跨高比的影响

以梁的跨高比 L/d_p 为变量, 通过变化梁跨长 L , 使变量 L/d_p 的范围 5~50。表 4-4 给出了单点集中荷载和均布荷载作用下跨高比为 5~50 无粘结梁的典型计算数据。图 4-14~4-19 给出了单点集中荷载和均布荷载作用下跨高比为 5~50 无粘结梁的荷载-跨中挠度 ($P-\delta$)、跨中弯矩-无粘结筋应力增量 ($M-\Delta\sigma_p$) 以及无粘结筋应力增量-挠度 ($\Delta\sigma_p-\delta$) 曲线。

从 $P-\delta$ 曲线 (图 4-14、4-17) 和表 4-4 可以看出, 当跨高比不超过 35 时, 梁在外荷载作用前有一定的反拱挠度 δ_0 , 跨高比为 25 时反拱挠度值最大, 为 5.4mm。当梁的跨高比很大并超过 40 时, 自重荷载的效应已超过有效预应力的效应, 梁在外荷载作用前已经下垂, 当跨高比达到 50 时, 已有一个相当大的下垂挠度 28.9mm。随着跨高比的增大: 梁的刚度和极限荷载显著减小, 跨中极限

挠度急剧增大。当跨高比为一个很小值 5 时，极限荷载非常大， P_u 和 q_u 分别约为跨高比为 10 时的 2 倍和 4 倍，约为跨高比为 50 时的 23 倍和 148 倍；当跨高比为 50 时，单点集中荷载下的极限挠度为 469mm，约为跨高比为 5 时的 104 倍，均布荷载下的极限挠度为 547mm，约为跨高比为 5 时的 96 倍。

从 $M - \Delta\sigma_p$ (图 4-15、4-18) 和表 4-4 可以看出，随着跨高比的增大，梁的名义抗弯强度显著减小，而无粘结预应力筋的极限应力和极限应力增量变化不明显，特别是在单点集中荷载的作用下时。当跨高比从 5 增大到 50 时，单点集中荷载和均布荷载下的名义抗弯强度分别从 329.38kN·m 和 343.22kN·m 减小到 143.38kN·m 和 151.45kN·m，分别减小了 56.47%和 55.87%。当跨高比从 5 增大到 50 时，单点集中荷载下的无粘结预应力筋极限应力增量仅减小了 3.16%，均布荷载下的无粘结预应力筋极限应力增量减小了 10.08%。

表 4-4 跨高比对无粘结预应力混凝土梁计算数据的影响

Tab.4-4 Effect of span-depth ratio on the computational data of unbonded prestressed concrete beams

| 梁号 | 加载方式 | L/d_p | f_{ps} (MPa) | Δf_{ps} (MPa) | P_u (kN) | q_u (kN/m) | M_u (kN·m) | δ_0 (mm) | δ_u (mm) |
|-------|--------|---------|-------------------|--------------------------|---------------|-----------------|-----------------|--------------------|--------------------|
| R3B1 | 单点集中荷载 | 5 | 1476 | 285 | 695 | - | 329.38 | -0.4 | 4.5 |
| R3B2 | | 10 | 1478 | 287 | 341 | - | 324.24 | -1.4 | 17.6 |
| R3B3 | | 15 | 1478 | 287 | 220 | - | 314.70 | -2.9 | 39.6 |
| R3B4 | | 20 | 1474 | 283 | 158.4 | - | 301.10 | -4.4 | 69.8 |
| R3B5 | | 25 | 1477 | 286 | 120 | - | 284.81 | -5.4 | 111.0 |
| R3B6 | | 30 | 1471 | 280 | 92.3 | - | 263.34 | -5.1 | 159.0 |
| R3B7 | | 35 | 1472 | 281 | 71.9 | - | 239.21 | -2.7 | 221.0 |
| R3B8 | | 40 | 1467 | 276 | 55.5 | - | 210.53 | 2.9 | 287.0 |
| R3B9 | | 45 | 1462 | 271 | 41.6 | - | 177.81 | 12.9 | 365.0 |
| R3B10 | | 50 | 1467 | 276 | 30.15 | - | 143.38 | 28.9 | 469.0 |
| R3B11 | 均布荷载 | 5 | 1558 | 367 | - | 689.78 | 343.22 | -0.4 | 5.7 |
| R3B12 | | 10 | 1557 | 366 | - | 169.36 | 337.43 | -1.4 | 22.2 |
| R3B13 | | 15 | 1555 | 364 | - | 73.13 | 327.78 | -2.9 | 49.7 |
| R3B14 | | 20 | 1553 | 362 | - | 39.45 | 314.39 | -4.4 | 88.2 |
| R3B15 | | 25 | 1548 | 357 | - | 23.87 | 296.84 | -5.4 | 137.0 |
| R3B16 | | 30 | 1545 | 354 | - | 15.41 | 276.02 | -5.1 | 198.0 |
| R3B17 | | 35 | 1540 | 349 | - | 10.28 | 250.83 | -2.7 | 270.0 |
| R3B18 | | 40 | 1536 | 345 | - | 6.975 | 222.23 | 2.9 | 352.0 |
| R3B19 | | 45 | 1527 | 336 | - | 4.66 | 187.90 | 12.9 | 443.0 |
| R3B20 | | 50 | 1521 | 330 | - | 3.04 | 151.45 | 28.9 | 547.0 |

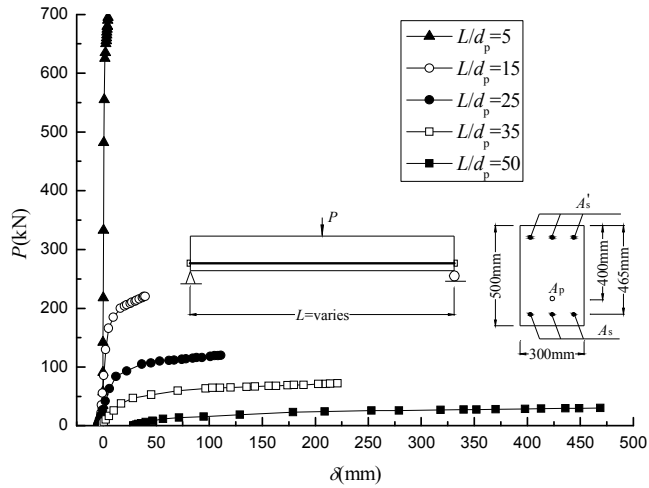


图 4-14 单点集中荷载下跨高比对无粘结预应力混凝土梁的荷载-跨中挠度曲线的影响
 Fig.4-14 Influence of span-depth ratio on the load-midspan deflection curves of unbonded prestressed concrete beams under single concentrated load

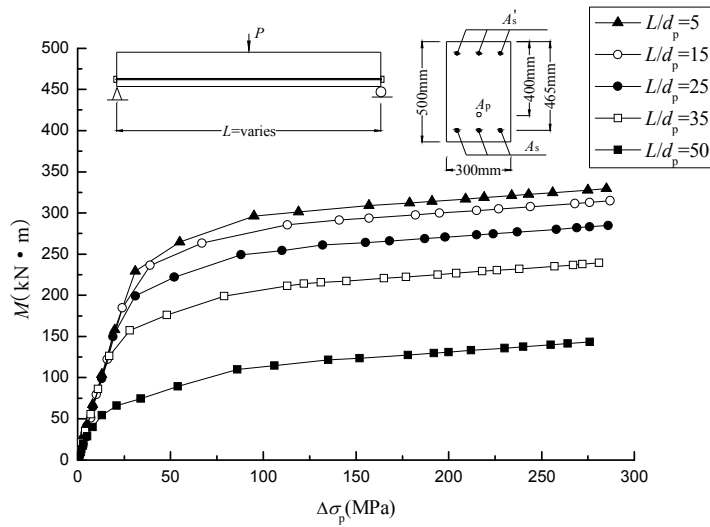


图 4-15 单点集中荷载下跨高比对无粘结预应力混凝土梁的跨中弯矩-无粘结预应力筋应力增量曲线的影响
 Fig.4-15 Influence of span-depth ratio on the midspan moment versus stress increase in tendon curves of unbonded prestressed concrete beams under single concentrated load

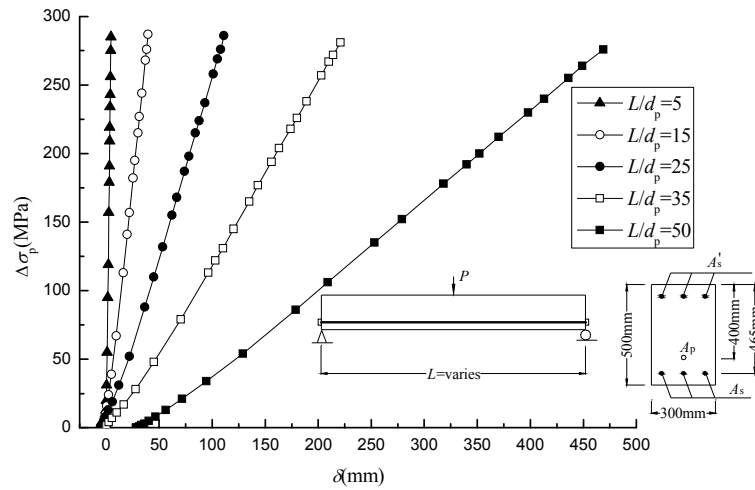


图 4-16 单点集中荷载下跨高比对无粘结预应力混凝土梁的无粘结预应力筋应力-跨中挠度曲线的影响

Fig.4-16 Influence of span-depth ratio on the stress in tendon versus midspan deflection curves of unbonded prestressed concrete beams under single concentrated load

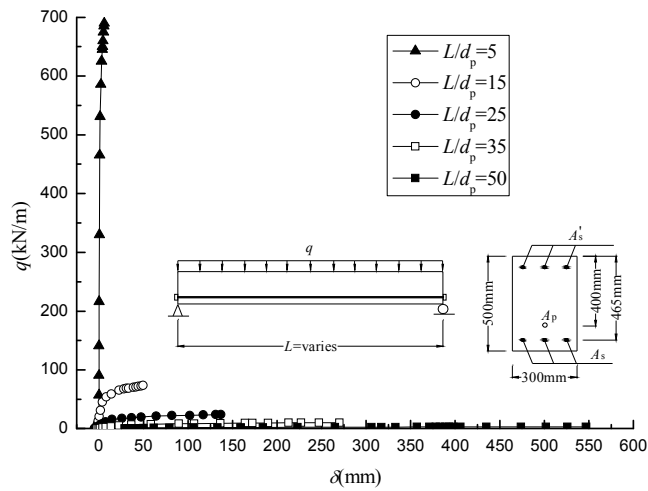


图 4-17 均布荷载下跨高比对无粘结预应力混凝土梁的荷载-跨中挠度曲线的影响

Fig.4-17 Influence of span-depth ratio on the load-midspan deflection curves of unbonded prestressed concrete beams under uniformly distributed load

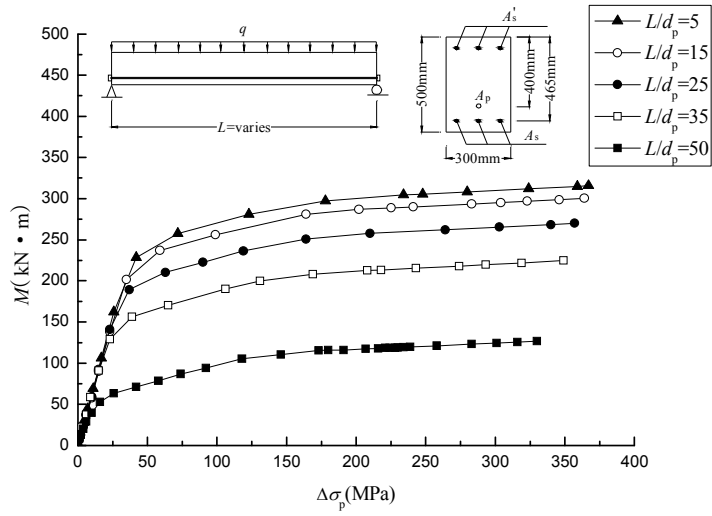


图 4-18 均布荷载下跨高比对无粘结预应力混凝土梁的跨中弯矩-无粘结预应力筋应力增量曲线的影响

Fig.4-18 Influence of span-depth ratio on the midspan moment versus stress increase in tendon curves of unbonded prestressed concrete beams under uniformly distributed load

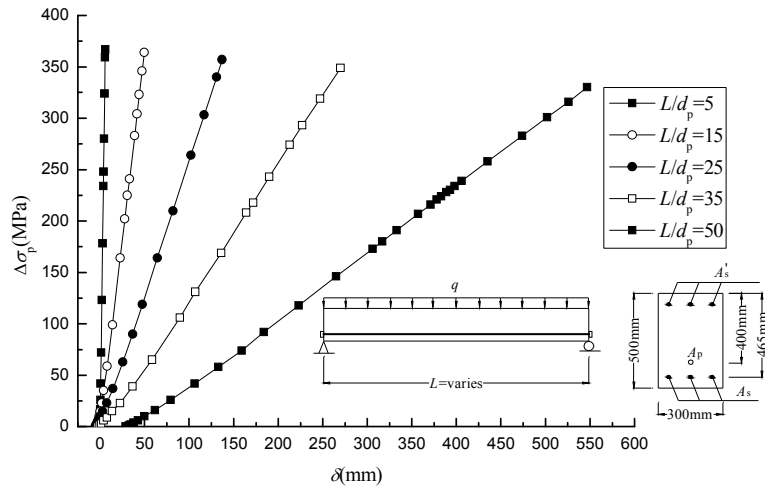


图 4-19 均布荷载下跨高比对无粘结预应力混凝土梁的无粘结预应力筋应力-跨中挠度曲线的影响

Fig.4-19 Influence of span-depth ratio on the stress in tendon versus midspan deflection curves of unbonded prestressed concrete beams under uniformly distributed load

4.7 有效预应力的影响

以有效预应力 σ_{pe} 为变量, 变量范围为 651MPa(0.35 f_{pu})~1395MPa(0.75 f_{pu})。表 4-5 给出了单点集中荷载和均布荷载作用下不同 σ_{pe} 无粘结梁的极限荷载 P_u 或 q_u 、名义抗弯强度 M_u 、外荷载作用前和极限状态下的跨中挠度 δ_0 和 δ_u 、以及无粘结预应力筋的极限应力 f_{ps} 和极限应力增量 Δf_{ps} 。图 4-20~4-23 给出了单点集中荷载和均布荷载作用下不同 σ_{pe} 无粘结梁的荷载-跨中挠度 ($P-\delta$)、跨中弯矩-无粘结筋应力增量 ($M-\Delta\sigma_p$) 曲线。

从 $P-\delta$ 曲线 (图 4-20、4-22) 可以看出, 随着有效预应力的提高, 梁的开裂荷载和极限荷载都有明显的提高, 极限挠度则逐渐减少。如果有效预应力取值较高, 则梁破坏前无粘结预应力筋很可能已屈服, 而无粘结预应力筋屈服后梁的荷载增加变得非常缓慢。当 σ_{pe} 从 0.35 f_{pu} 逐步提高到 0.75 f_{pu} 时: 梁在外荷载作用前的反拱值从 1.63mm 增大到 5.46mm; 集中荷载下的极限荷载 P_u 从 114.8kN 提高到 167.4kN, 提高了 45.82%, 极限挠度从 80.3mm 降低为 68.1mm, 降低了 15.19%; 均布荷载下的极限荷载 q_u 从 29.14kN/m 增大到 40.15kN/m, 增大了 37.78%, 极限挠度从 98.2mm 减小为 86.6mm, 减小了 11.81%。

从 $M-\Delta\sigma_p$ 曲线 (图 4-21、4-23) 可以看出, 随着有效预应力的提高, 梁的名义抗弯强度明显提高, 而无粘结筋的极限应力增量逐渐减小。当 σ_{pe} 从 0.35 f_{pu} 逐步提高到 0.75 f_{pu} 时: 集中荷载下的名义抗弯强度从 218.42kN·m 提高到 318.14kN·m, 提高了 45.66%; 均布荷载下的名义抗弯强度从 232.08kN·m, 提高到 319.86kN·m, 提高了 37.82%。当 σ_{pe} 从 0.35 f_{pu} 逐步提高到 0.65 f_{pu} 时, 无粘结预应力筋的极限应力未超过弹性极限, 无粘结筋极限应力增量逐步减小, 集中荷载下的 Δf_{ps} 从 329MPa 减小到 283MPa, 减小了 13.98%, 均布荷载下的 Δf_{ps} 从 410MPa 减小到 353MPa, 减小了 13.90%; 当 σ_{pe} 继续从 0.65 f_{pu} 增大到 0.75 f_{pu} 时, 由于无粘结预应力筋的屈服, 无粘结预应力筋极限应力增量 Δf_{ps} 大幅减小, 集中荷载下的 Δf_{ps} 从 283MPa 减小到 181MPa, 减小了 36.04%, 均布荷载下的 Δf_{ps} 从 353MPa 减小到 190MPa, 减小了 46.18%。

表 4-5 有效预应力对无粘结预应力混凝土梁计算数据的影响

Tab.4-5 Effect of effective prestress on the computational data of unbonded prestressed concrete beams

| 梁号 | 加载方式 | σ_{pe} (MPa) | f_{ps} (MPa) | Δf_{ps} (MPa) | P_u (kN) | q_u (kN/m) | M_u (kN·m) | δ_0 (mm) | δ_u (mm) |
|-------|----------------|------------------------|-------------------|--------------------------|---------------|-----------------|-----------------|--------------------|--------------------|
| R4B1 | 单点 集中 荷载 | 651 | 980 | 329 | 114.8 | - | 218.42 | -1.63 | 80.3 |
| R4B2 | | 837 | 1143 | 306 | 129.2 | - | 245.71 | -2.58 | 75.2 |
| R4B3 | | 1023 | 1322 | 299 | 145.0 | - | 275.69 | -3.55 | 73.5 |
| R4B4 | | 1209 | 1492 | 283 | 160.0 | - | 304.09 | -4.50 | 69.9 |
| R4B5 | | 1395 | 1576 | 181 | 167.4 | - | 318.14 | -5.46 | 68.1 |
| R4B6 | 均布 荷载 | 651 | 1061 | 410 | - | 29.14 | 232.08 | -1.63 | 98.2 |
| R4B7 | | 837 | 1227 | 390 | - | 32.61 | 259.83 | -2.58 | 93.9 |
| R4B8 | | 1023 | 1399 | 376 | - | 36.26 | 288.75 | -3.55 | 91.3 |
| R4B9 | | 1209 | 1562 | 353 | - | 39.68 | 315.93 | -4.50 | 87.3 |
| R4B10 | | 1395 | 1585 | 190 | - | 40.15 | 319.86 | -5.46 | 86.6 |

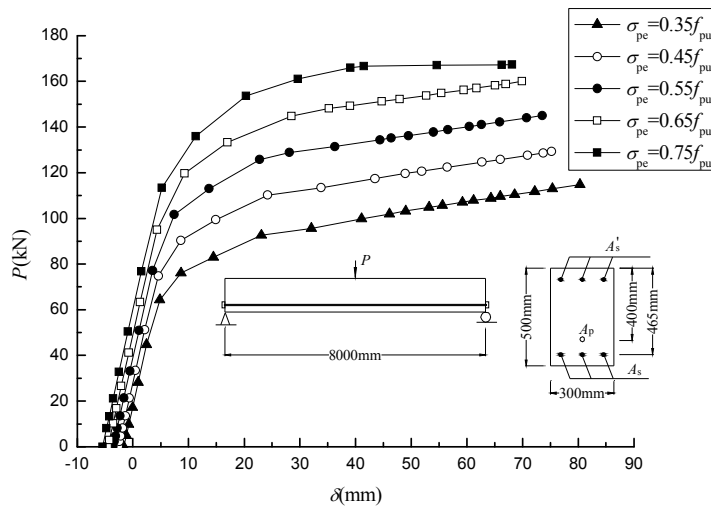


图 4-20 单点集中荷载下有效预应力对无粘结预应力混凝土梁的荷载-跨中挠度曲线的影响

Fig.4-20 Influence of effective prestress on the load-midspan deflection curves of unbonded prestressed concrete beams under single concentrated load

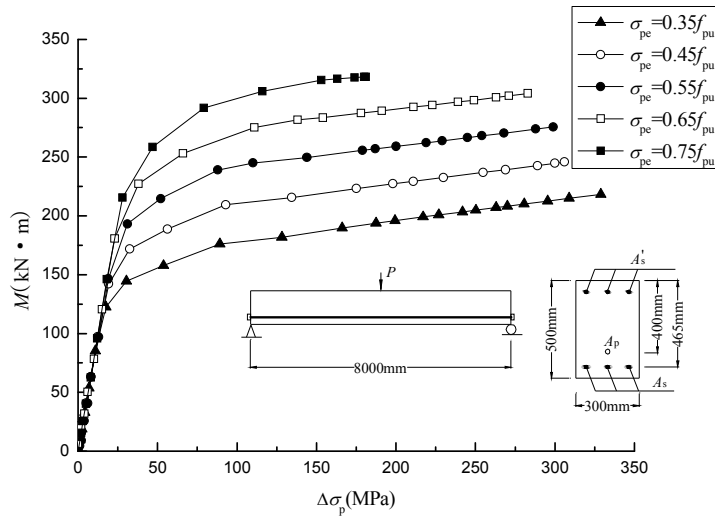


图 4-21 单点集中荷载下有效预应力对无粘结预应力混凝土梁的跨中弯矩-无粘结预应力筋应力增量曲线的影响

Fig.4-21 Influence of effective prestress on the midspan moment versus stress increase in tendon curves of unbonded prestressed concrete beams under single concentrated load

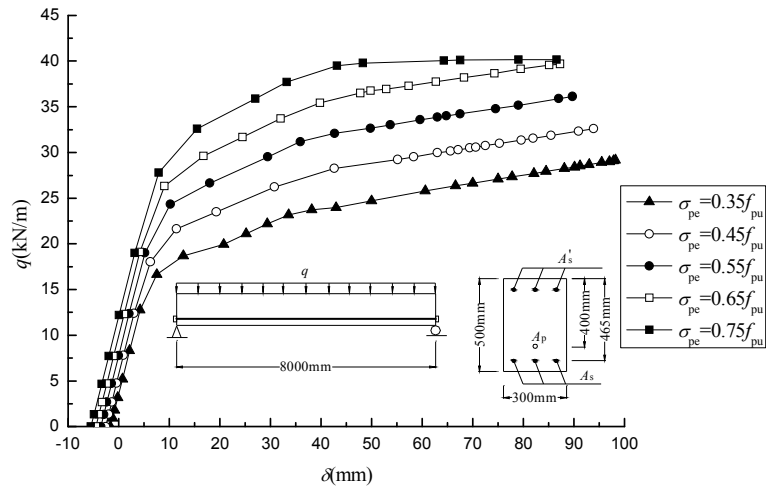


图 4-22 均布荷载下有效预应力对无粘结预应力混凝土梁的荷载-跨中挠度曲线的影响

Fig.4-22 Influence of effective prestress on the load-midspan deflection curves of unbonded prestressed concrete beams under uniformly distributed load

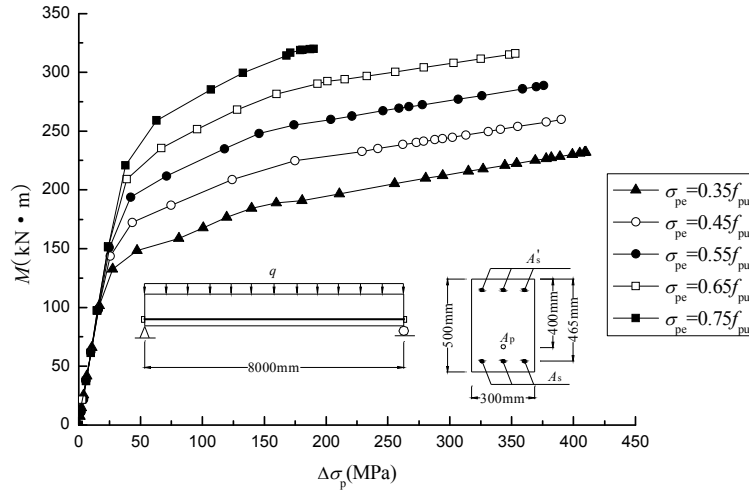


图 4-23 均布荷载下有效预应力对无粘结预应力混凝土梁的跨中弯矩-无粘结预应力筋应力增量曲线的影响

Fig.4-23 Influence of effective prestress on the midspan moment versus stress increase in tendon curves of unbonded prestressed concrete beams under uniformly distributed load

4.8 材料强度的影响

4.8.1 混凝土轴心抗压强度的影响

以混凝土轴心抗压强度 f_c 为变量，变量范围为 30MPa~60MPa。表 4-6 给出了单点集中荷载和均布荷载作用下不同 f_c 值无粘结梁的典型计算数据。图 4-24~4-27 给出了单点集中荷载和均布荷载作用下不同 f_c 无粘结梁的荷载-跨中挠度 ($P-\delta$)、跨中弯矩-无粘结筋应力增量 ($M-\Delta\sigma_p$) 曲线。

从 $P-\delta$ 曲线 (图 4-24、4-26) 可以看出，随着混凝土轴心抗压强度的提高，梁的刚度逐渐增大，极限荷载有少许提高，跨中极限挠度有少许增大。当混凝土开裂后，梁的刚度明显降低，不同 f_c 值无粘结梁的荷载差值变得非常明显；而高混凝土强度的梁的非预应力筋屈服较早，对应于各梁非预应力筋屈服时的荷载差值有所减小。非预应力筋屈服后，梁的刚度再次陡然降低，并且高强度梁的刚度下降相对最大。当 f_c 从 30MPa 提高到 60MPa 时：梁在外荷载作用前的反拱值有微弱减小，从 2.57mm 逐步减小到 2.21mm；集中荷载下的极限荷载 P_u 从 154.4kN 提高到 163.4kN，提高了 5.83%，极限挠度从 75.9mm 增大为 83.5mm，增大了 10.01%；均布荷载下的极限荷载 q_u 从 37.88kN/m 增大到 39.50kN/m，增大了 4.28%，跨中极限挠度 δ_u 从 92.4mm 增大为 102.0mm，增大了 10.39%。

$M-\Delta\sigma_p$ (图 4-25、4-27) 曲线和 $P-\delta$ 曲线非常相似, 可以看出, 随着混凝土轴心抗压强度的提高, 梁的名义抗弯强度逐步提高, 无粘结筋的极限应力和极限应力增量逐步增大。当 f_c 从 30MPa 逐步提高到 60MPa 时: 集中荷载下的名义抗弯强度从 293.58kN·m 提高到 310.83kN·m, 增大了 5.88%, 无粘结筋极限应力增量从 298MPa 增大到 344MPa, 增大了 15.44%; 均布荷载下的名义抗弯强度从 301.70MPa 提高到 314.85MPa, 提高了 4.36%, 无粘结筋的极限应力都已超过弹性极限, 故无粘结筋的极限应力增量增量很大, 从 372MPa 增大到 379MPa, 仅增加了 1.88%。

表 4-6 混凝土轴心抗压强度对无粘结预应力混凝土梁计算数据的影响
Tab.4-6 Effect of concrete compressive strength on the computational data of unbonded prestressed concrete beams

| 梁号 | 加载方式 | f_c (MPa) | f_{ps} (MPa) | Δf_{ps} (MPa) | P_u (kN) | q_u (kN/m) | M_u (kN·m) | δ_0 (mm) | δ_u (mm) |
|------|--------|-------------|----------------|-----------------------|------------|--------------|--------------|-----------------|-----------------|
| R5B1 | 单点集中荷载 | 30 | 1489 | 298 | 154.4 | - | 293.58 | -2.57 | 75.9 |
| R5B2 | | 40 | 1523 | 332 | 158.8 | - | 302.04 | -2.40 | 81.4 |
| R5B3 | | 50 | 1535 | 344 | 161.6 | - | 307.22 | -2.27 | 83.3 |
| R5B4 | | 60 | 1535 | 344 | 163.4 | - | 310.83 | -2.21 | 83.5 |
| R5B5 | 均布荷载 | 30 | 1563 | 372 | - | 37.88 | 301.70 | -2.57 | 92.4 |
| R5B6 | | 40 | 1568 | 377 | - | 38.57 | 307.25 | -2.40 | 99.2 |
| R5B7 | | 50 | 1570 | 379 | - | 39.08 | 311.49 | -2.27 | 102 |
| R5B8 | | 60 | 1570 | 379 | - | 39.50 | 314.85 | -2.21 | 102 |

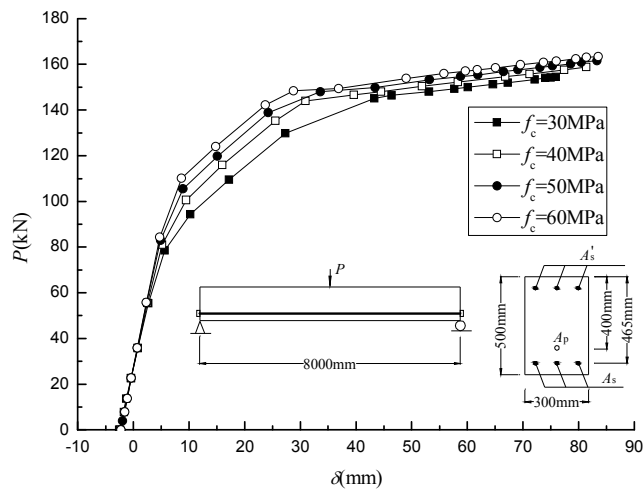


图 4-24 单点集中荷载下混凝土轴心抗压强度对无粘结预应力混凝土梁的荷载-跨中挠度曲线的影响

Fig.4-24 Influence of concrete compressive strength on the load-midspan deflection curves of unbonded prestressed concrete beams under single concentrated load

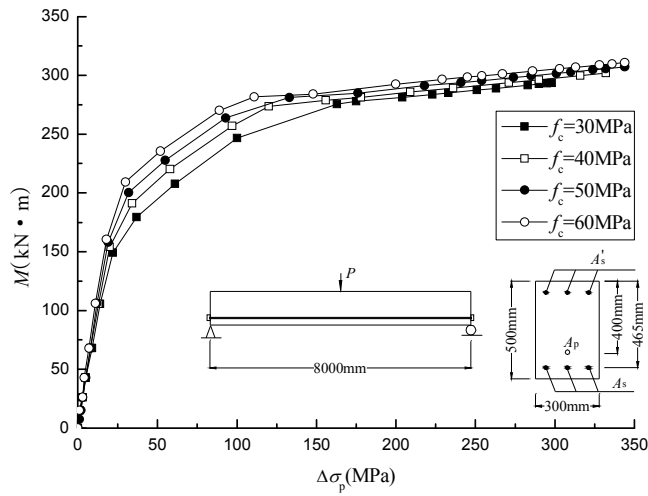


图 4-25 单点集中荷载下混凝土轴心抗压强度对无粘结预应力混凝土梁的跨中弯矩-无粘结预应力筋应力增量曲线的影响

Fig.4-25 Influence of concrete compressive strength on the midspan moment versus stress increase in tendon curves of unbonded prestressed concrete beams under single concentrated load

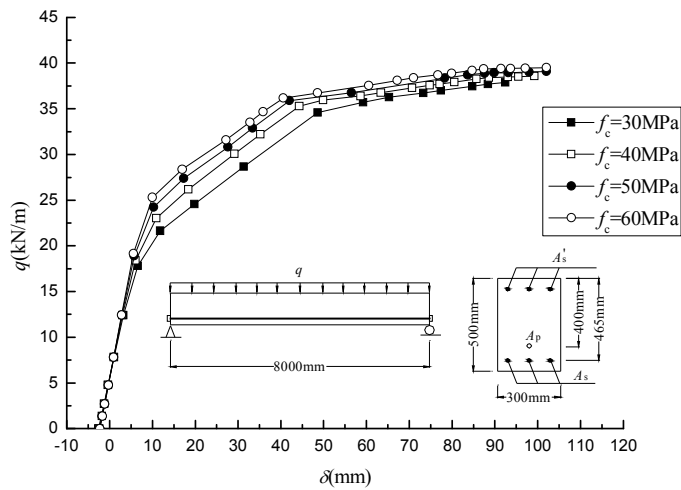


图 4-26 均布荷载下混凝土轴心抗压强度对无粘结预应力混凝土梁的荷载-跨中挠度曲线的影响

Fig.4-26 Influence of concrete compressive strength on the load-midspan deflection curves of unbonded prestressed concrete beams under uniformly distributed load

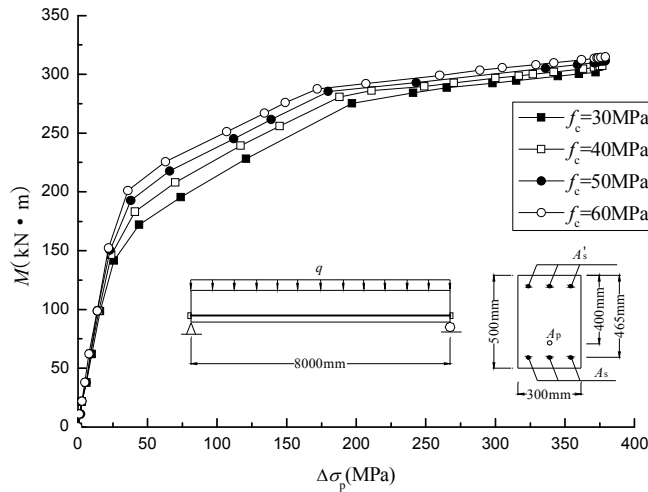


图 4-27 均布荷载下混凝土轴心抗压强度对无粘结预应力混凝土梁的跨中弯矩-无粘结预应力筋应力增量曲线的影响

Fig.4-27 Influence of concrete compressive strength on the midspan moment versus stress increase in tendon curves of unbonded prestressed beams under uniformly distributed load

4.8.2 预应力筋极限抗拉强度的影响

以预应力筋的极限抗拉强度 f_{pu} 为变量，变量范围为 1500MPa~1950MPa，有效预应力值固定 1191MPa 不变。表 4-7 给出了单点集中荷载和均布荷载作用下不同 f_{pu} 无粘结梁的极限荷载 P_u 或 q_u 、名义抗弯强度 M_u 、外荷载作用前和极限状态下的跨中挠度 δ_0 和 δ_u 、以及无粘结预应力筋的极限应力 f_{ps} 和极限应力增量 Δf_{ps} 。图 4-28~4-31 给出了单点集中荷载和均布荷载作用下不同 f_{pu} 无粘结梁的荷载-跨中挠度 ($P-\delta$)、跨中弯矩-无粘结筋应力增量 ($M-\Delta\sigma_p$) 曲线。

从图 4-28、4-29 可以看到，当梁在单点集中荷载作用下时，预应力筋极限抗拉强度 f_{pu} 为 1800 和 1950 的曲线时重合的。这是因为当预应力筋极限强度处于较高的水平范围而有效预应力值保持不变时，集中荷载作用下的梁破坏时预应力筋仍处于弹性阶段，根据计算采用的材料本构模型，这种情况下加载全过程梁的响应模式是完全一样的。

从 $P-\delta$ 曲线 (图 4-28、4-30) 可以看到，随着预应力筋极限抗拉强度的提高，极限荷载有少许提高，跨中极限挠度有少许减小。除了预应力筋的极限抗拉强度不同外，各梁的其它条件都相同，包括预应力筋的有效预应力和弹性模量，因此各梁的 $P-\delta$ 响应曲线从一开始是完全相同的，混凝土开裂后，随着荷载的继续增加，梁 R6B1 或 R6B5 由于预应力筋的极限抗拉强度很低，无粘结预应力

筋首先到达弹性极限,此时梁内的非预应力筋尚未屈服,荷载增长比其它梁变得缓慢,其 $P-\delta$ 曲线和其它梁的 $P-\delta$ 曲线开始分开;随着荷载的继续增加,非预应力筋屈服,之后梁 R6B2 或 R6B6 的无粘结预应力筋也屈服,荷载增长相比无粘结预应力筋尚未屈服的梁变慢,曲线出现分叉;在混凝土被压碎时,单点集中荷载作用下的梁 R6B3 的无粘结预应力筋尚处于弹性阶段,因此梁 R6B3 和预应力筋极限抗拉强度高于 1800MPa 的梁的曲线是完全重合的,而均布荷载作用下的梁 R6B7 的无粘结预应力筋已进入屈服使得曲线出现分叉。当 f_{pu} 从 1500MPa 增大到 1950MPa: 集中荷载下的极限荷载从 143.0kN 提高到 157.0kN,提高了 9.79%,跨中极限挠度从 82.1mm 减小为 78.7mm,减小了 4.14%;均布荷载下的极限荷载从 34.27kN/m 提高到 38.71kN/m,提高了 1.30%,跨中极限挠度从 102.0mm 减小到 96.7mm,减小了 5.20%。

从 $M-\Delta\sigma_p$ 曲线(图 4-29、4-31)可以看到,随着预应力筋极限抗拉强度的提高,名义抗弯强度有少许提高,而无粘结筋极限应力增量则显著提高。梁 R6B1 和 R6B5 的曲线比较特别,在混凝土开裂至非预应力筋屈服这一阶段梁的名义抗弯强度突然上跃,说明此时无粘结预应力筋已经屈服,这是由于这两根梁的预应力筋极限抗拉强度太小,只有 1500MPa,按计算采用的材料本构定义,弹性极限为 1260MPa,只比有效预应力 1191MPa 稍微大了一点,故在加载过程中无粘结预应力筋先于非预应力筋屈服。当 f_{pu} 从 1500MPa 增大到 1950MPa: 集中荷载下的名义抗弯强度从 271.95kN·m 增大到 298.35kN·m,增大了 9.71%,无粘结筋极限应力增量从 90MPa 增大到 318MPa,增大了 253.33%;均布荷载下的名义抗弯强度从 273.11kN·m 增大到 308.55kN·m,增大了 12.98%,无粘结筋极限应力增量从 99MPa 增大到 405MPa,增大了 309.09%。

表 4-7 预应力筋极限抗拉强度对无粘结预应力混凝土梁计算数据的影响

Tab.4-7 Effect of ultimate tensile strength of prestressed steel on the computational data of unbonded prestressed concrete beams

| 梁号 | 加载方式 | f_{pu} (MPa) | f_{ps} (MPa) | Δf_{ps} (MPa) | P_u (kN) | q_u (kN/m) | M_u (kN·m) | δ_0 (mm) | δ_u (mm) |
|------|----------------|-------------------|-------------------|--------------------------|---------------|-----------------|-----------------|--------------------|--------------------|
| R6B1 | 单点 集中 荷载 | 1500 | 1281 | 90 | 143.0 | - | 271.95 | -2.44 | 82.1 |
| R6B2 | | 1650 | 1398 | 207 | 150.2 | - | 285.47 | -2.44 | 79.8 |
| R6B3 | | 1800 | 1509 | 318 | 157.0 | - | 298.35 | -2.44 | 78.7 |
| R6B4 | | 1950 | 1509 | 318 | 157.0 | - | 298.35 | -2.44 | 78.7 |
| R6B5 | 均布 荷载 | 1500 | 1290 | 99 | - | 34.27 | 273.11 | -2.44 | 102.0 |
| R6B6 | | 1650 | 1408 | 217 | - | 35.98 | 286.79 | -2.44 | 100.0 |
| R6B7 | | 1800 | 1522 | 331 | - | 37.65 | 299.98 | -2.44 | 97.9 |
| R6B8 | | 1950 | 1596 | 405 | - | 38.71 | 308.55 | -2.44 | 96.7 |

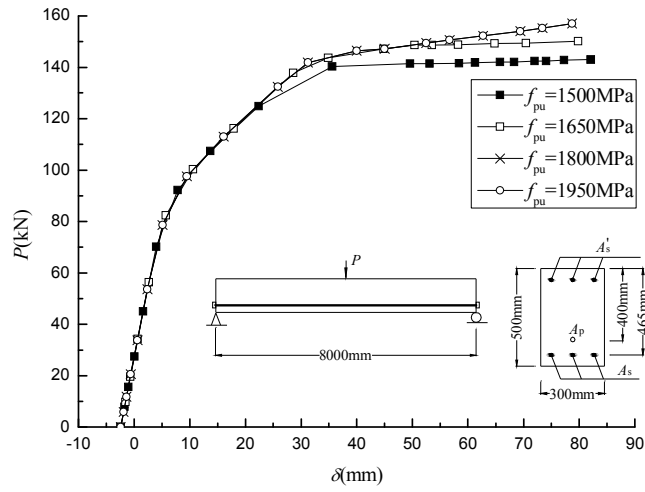


图 4-28 单点集中荷载下预应力筋极限抗拉强度对无粘结预应力混凝土梁的荷载-跨中挠度曲线的影响

Fig.4-28 Influence of ultimate tensile strength of prestressed steel on the load-midspan deflection curves of unbonded prestressed concrete beams under single concentrated load

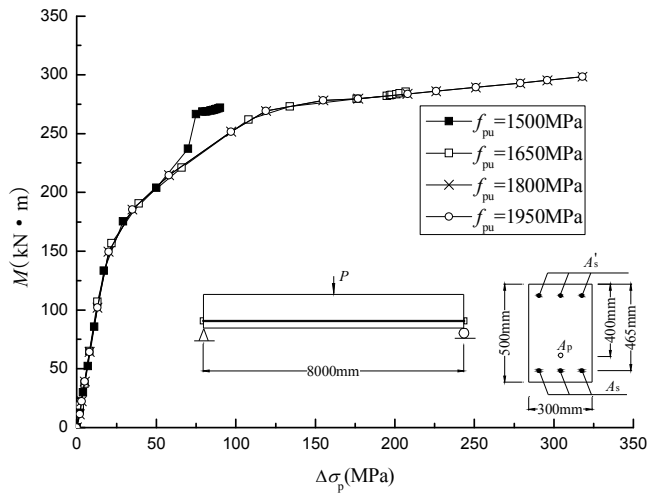


图 4-29 单点集中荷载下预应力筋极限抗拉强度对无粘结预应力混凝土梁的跨中弯矩-无粘结预应力筋应力增量曲线的影响

Fig.4-29 Influence of ultimate tensile strength of prestressed steel on the midspan moment versus stress increase in tendon curves of unbonded prestressed concrete beams under single concentrated load

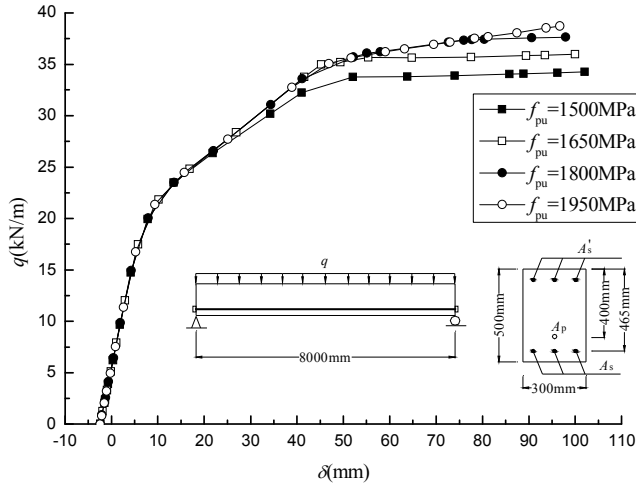


图 4-30 均布荷载下预应力筋极限抗拉强度对无粘结预应力混凝土梁的荷载-跨中挠度曲线的影响

Fig.4-30 Influence of ultimate tensile strength of prestressed steel on the load-midspan deflection curves of unbonded prestressed concrete beams under uniformly distributed load

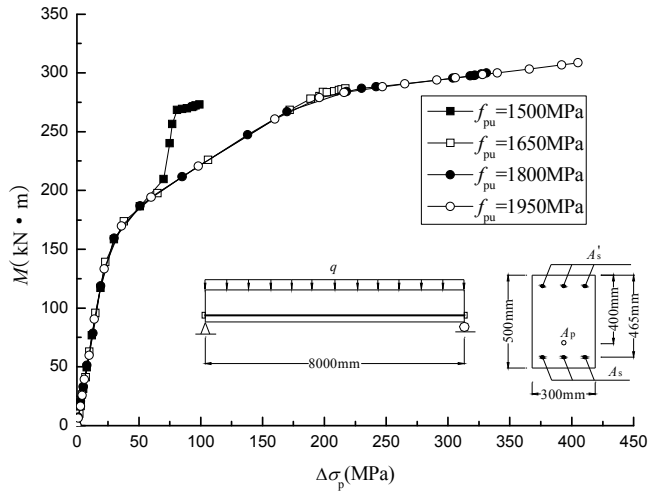


图 4-31 均布荷载下预应力筋极限抗拉强度对无粘结预应力混凝土梁的跨中弯矩-无粘结预应力筋应力增量曲线的影响

Fig.4-31 Influence of ultimate tensile strength of prestressed steel on the midspan moment versus stress increase in tendon curves of unbonded prestressed concrete beams under uniformly distributed load

4.8.3 非预应力筋屈服强度的影响

以非预应力筋的屈服强度 f_y 为变量, 变量范围为 300MPa~700MPa。表 4-8 给出了单点集中荷载和均布荷载作用下不同 f_y 无粘结梁的典型计算数据。图 4-32~4-35 给出了单点集中荷载和均布荷载作用下不同 f_y 无粘结梁的荷载-跨中挠度 ($P-\delta$)、跨中弯矩-无粘结筋应力增量 ($M-\Delta\sigma_p$) 曲线。

从 $P-\delta$ 曲线 (图 4-32、4-34) 可以看出, 随着非预应力筋屈服强度的提高, 极限荷载显著提高, 跨中极限挠度缓慢增大。由于除了非预应力筋的屈服强度不同外, 各梁的其它条件都相同, 包括非预应力筋的弹性模量, 因此各梁的 $P-\delta$ 响应曲线路径从一开始是完全相同的, 随着荷载的增加, 混凝土开裂后, 不同强度的非预应力筋相继屈服, 此时曲线路径开始分开。当 f_y 从 300MPa 增大到 700MPa: 单点集中荷载下的极限荷载从 125.4kN 提高到 180.2kN, 提高了 43.7%, 跨中极限挠度从 74.6mm 增大到 83.6mm, 增大了 12.06%; 均布荷载下的极限荷载从 30.80kN/m 提高到 43.66kN/m, 提高了 41.75%, 跨中极限挠度从 88.1mm 增大到 105.0mm, 增大了 19.18%。

$M-\Delta\sigma_p$ (图 4-33、4-35) 曲线和 $P-\delta$ 曲线非常相似, 从图中可以看出, 随着非预应力筋屈服强度的提高, 名义抗弯强度显著提高, 无粘结筋极限应力增量缓慢增大。当 f_y 从 300MPa 增大到 700MPa: 单点集中荷载下的名义抗弯强度从 238.40kN·m 提高到 342.72kN·m, 提高了 43.76%, 无粘结筋极限应力增量从 306MPa 增大到 337MPa, 增大了 10.13%; 均布荷载下的名义抗弯强度从 245.28kN·m 提高到 347.91kN·m, 提高了 41.84%, 无粘结筋极限应力增量从 364MPa 增大到 380MPa, 增大了 4.40%。

表 4-8 非预应力筋屈服强度对无粘结预应力混凝土梁计算数据的影响

Tab.4-8 Effect of yield strength of nonprestressed reinforcement on the computational data of unbonded prestressed concrete beams

| 梁号 | 加载方式 | f_y (MPa) | f_{ps} (MPa) | Δf_{ps} (MPa) | P_u (kN) | q_u (kN/m) | M_u (kN·m) | δ_0 (mm) | δ_u (mm) |
|------|--------|----------------|-------------------|--------------------------|---------------|-----------------|-----------------|--------------------|--------------------|
| R7B1 | 单点集中荷载 | 300 | 1497 | 306 | 125.4 | - | 238.40 | -2.44 | 74.6 |
| R7B2 | | 450 | 1507 | 316 | 146.4 | - | 278.19 | -2.44 | 78.1 |
| R7B3 | | 575 | 1514 | 323 | 163.2 | - | 310.17 | -2.44 | 80.0 |
| R7B4 | | 700 | 1528 | 337 | 180.2 | - | 342.72 | -2.44 | 83.6 |
| R7B5 | 均布荷载 | 300 | 1555 | 364 | - | 30.80 | 245.28 | -2.44 | 88.1 |
| R7B6 | | 450 | 1565 | 374 | - | 35.75 | 284.98 | -2.44 | 94.8 |
| R7B7 | | 575 | 1568 | 377 | - | 39.73 | 316.68 | -2.44 | 101.0 |
| R7B8 | | 700 | 1571 | 380 | - | 43.66 | 347.91 | -2.44 | 105.0 |

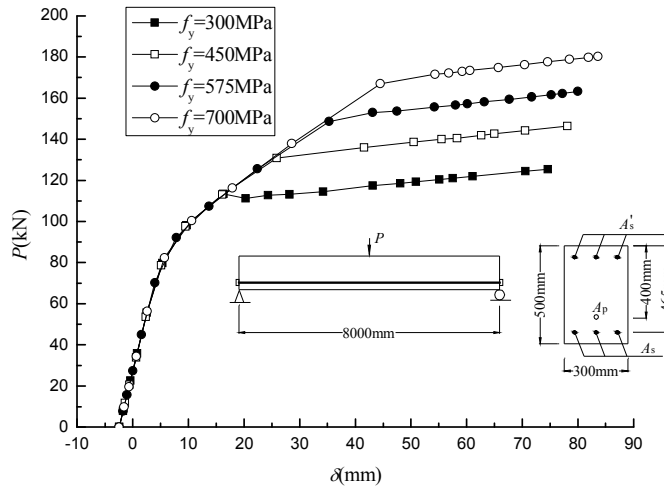


图 4-32 单点集中荷载下非预应力筋屈服强度对无粘结预应力混凝土梁的荷载-跨中挠度曲线的影响

Fig.4-32 Influence of yield strength of nonprestressed reinforcement on the load-midspan deflection curves of unbonded prestressed concrete beams under single concentrated load

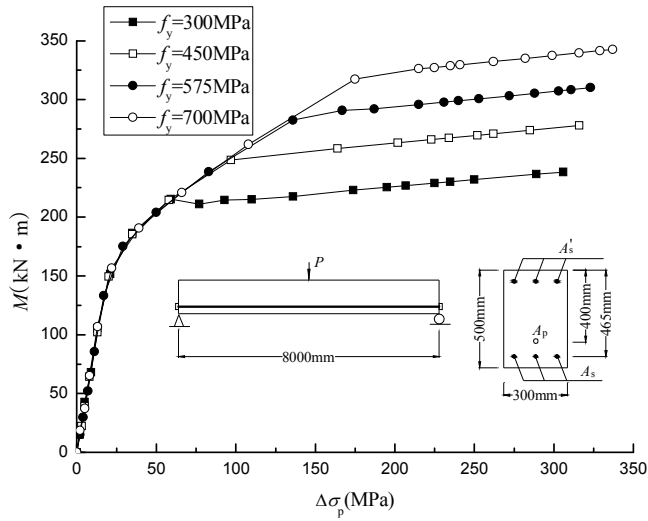


图 4-33 单点集中荷载下非预应力筋屈服强度对无粘结预应力混凝土梁的跨中弯矩-无粘结预应力筋应力增量曲线的影响

Fig.4-33 Influence of yield strength of nonprestressed reinforcement on the midspan moment versus stress increase in tendon curves of unbonded prestressed concrete beams under single concentrated load

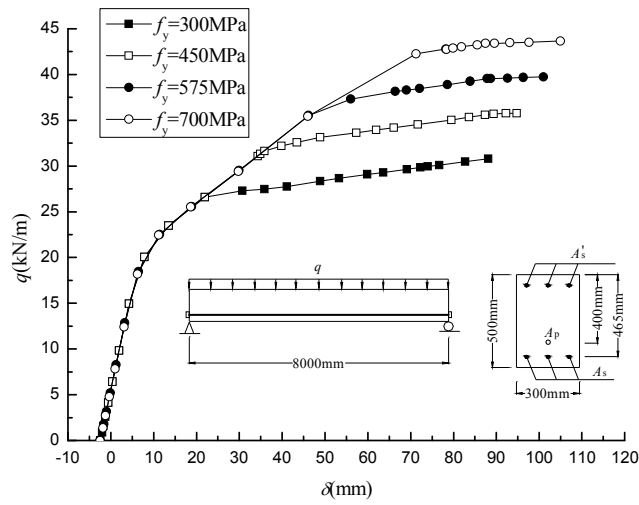


图 4-34 均布荷载下非预应力筋屈服强度对无粘结预应力混凝土梁的荷载-跨中挠度曲线的影响

Fig.4-34 Influence of yield strength of nonprestressed reinforcement on the load-midspan deflection curves of unbonded prestressed concrete beams under uniformly distributed load

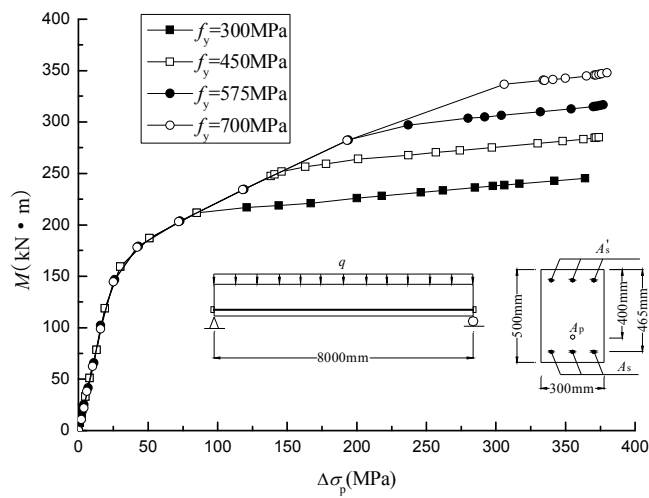


图 4-35 均布荷载下非预应力筋屈服强度对无粘结预应力混凝土梁的跨中弯矩-无粘结预应力筋应力增量曲线的影响

Fig.4-35 Influence of yield strength of nonprestressed reinforcement on the midspan moment versus stress increase in tendon curves of unbonded prestressed concrete beams under uniformly distributed load

4.9 加载方式的影响

以加载方式因子 f 为变量, 变量范围为 3 (三分点荷载) $\sim \infty$ (跨中单点集中荷载)。表 4-9 给出了无粘结预应力筋面积 A_p 为 300mm^2 和 500mm^2 时不同 f 无粘结梁的极限荷载 P_u 或 q_u 、名义抗弯强度 M_u 、外荷载作用前和极限状态下的跨中挠度 δ_0 和 δ_u 、以及无粘结预应力筋的极限应力 f_{ps} 和极限应力增量 Δf_{ps} 。图 4-36~4-39 给出了无粘结预应力筋面积 A_p 为 300mm^2 和 500mm^2 时不同 f 无粘结梁的荷载-跨中挠度 ($P-\delta$)、跨中弯曲-无粘结筋应力增量 ($M-\Delta\sigma_p$) 曲线。

从 $P-\delta$ 曲线 (图 4-36、4-38) 可以看出, 随着 f 的增大, 极限荷载显著降低, 跨中极限挠度明显减小。这是因为 f 值越大, 外荷载对梁跨中关键截面的影响亦越大, 从而较小的荷载就可以使得混凝土开裂、非预应力屈服以及梁破坏; 而梁的塑性发展区域越小, 使得梁破坏时发展的后弹性挠度也越小。当 f 从 3 增大到 ∞ : A_p 为 300mm^2 时, 极限荷载从 159.4kN 降低为 110.0kN, 降低了 30.99%, 跨中极限挠度从 108.0mm 减小到 79.0mm, 减小了 26.85%; A_p 为 500mm^2 时, 极限荷载从 238.0kN 降低为 158.0kN, 降低了 33.61%, 跨中极限挠度从 108.0mm 减小到 69.6mm, 减小了 35.56%。

从 $M-\Delta\sigma_p$ (图 4-37、4-39) 可以看出, 随着 f 的增大, 名义抗弯强度略有降低, 无粘结筋极限应力增量明显减小。如前所述, 梁破坏时的塑性发展区域随 f 的增大而缩小, 这不仅使梁的挠度减小, 同时使得与挠度密切相关的 Δf_{ps} 也减小, 关键截面上各力合成的名义抗弯强度显然会略有降低。混凝土开裂前的 $M-\Delta\sigma_p$ 曲线路径基本一致, 混凝土开裂后 f 越大的梁刚度降低越小, 非预应力筋屈服越快, 各梁非预应力筋屈服后的曲线路径几乎相同, 成一直线形。当 f 从 3 增大到 ∞ : A_p 为 300mm^2 时, 名义抗弯强度从 $212.63\text{kN}\cdot\text{m}$ 降低为 $208.66\text{kN}\cdot\text{m}$, 降低了 1.87%, 无粘结筋极限应力增量从 368MPa 减小到 329MPa, 减小了 10.60%; A_p 为 500mm^2 时, 名义抗弯强度从 $317.59\text{kN}\cdot\text{m}$ 降低到 $300.60\text{kN}\cdot\text{m}$, 降低了 5.35%, 无粘结筋极限应力增量从 383MPa 减小到 282MPa, 减小了 26.37%。

表 4-9 加载方式对无粘结预应力混凝土梁计算数据的影响

Tab.4-9 Effect of load type on the computational data of unbonded prestressed concrete beams

| 梁号 | A_p (mm ²) | 加载方式 f | f_{ps} (MPa) | Δf_{ps} (MPa) | P_u (kN) | M_u (kN·m) | δ_0 (mm) | δ_u (mm) |
|------|-----------------------------|-------------|-------------------|--------------------------|---------------|-----------------|--------------------|--------------------|
| R8B1 | 300 | 3 | 1576 | 368 | 159.4 | 212.63 | -2.01 | 108.0 |
| R8B2 | | 4.5 | 1570 | 362 | 136.0 | 211.87 | -2.01 | 98.8 |
| R8B3 | | 9 | 1563 | 355 | 118.6 | 211.15 | -2.01 | 86.4 |
| R8B4 | | ∞ | 1537 | 329 | 110.0 | 208.66 | -2.01 | 79.0 |
| R8B5 | 500 | 3 | 1574 | 383 | 238.0 | 317.59 | -4.41 | 108.0 |
| R8B6 | | 4.5 | 1564 | 373 | 204.0 | 316.95 | -4.41 | 90.3 |
| R8B7 | | 9 | 1500 | 309 | 171.8 | 305.47 | -4.41 | 76.2 |
| R8B8 | | ∞ | 1473 | 282 | 158.0 | 300.60 | -4.41 | 69.6 |

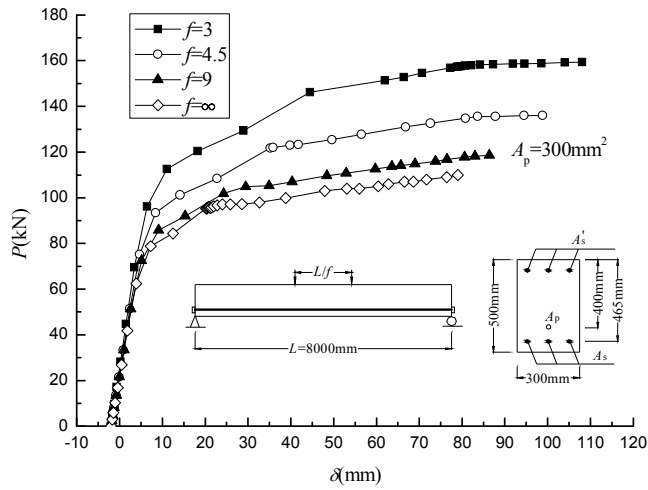


图 4-36 当 $A_p=300\text{mm}^2$ 时加载方式对无粘结预应力混凝土梁的荷载-跨中挠度曲线的影响
 Fig.4-36 Influence of load type on the load-midspan deflection curves of unbonded prestressed concrete beams when $A_p=300\text{mm}^2$

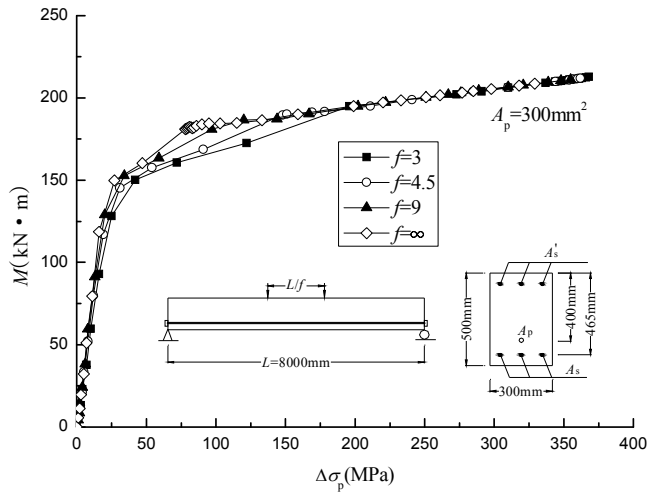


图 4-37 当 $A_p=300\text{mm}^2$ 时加载方式对无粘结预应力混凝土梁的跨中弯矩-无粘结预应力筋应力增量曲线的影响

Fig.4-37 Influence of load type on the midspan moment versus stress increase in tendon curves of unbonded prestressed concrete beams when $A_p=300\text{mm}^2$

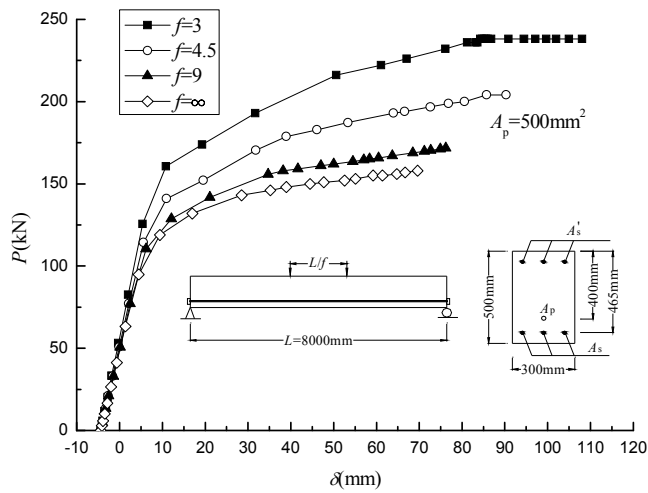


图 4-38 当 $A_p=500\text{mm}^2$ 时加载方式对无粘结预应力混凝土梁的荷载-跨中挠度曲线的影响

Fig.4-38 Influence of load type on the load-midspan deflection curves of unbonded prestressed concrete beams when $A_p=500\text{mm}^2$

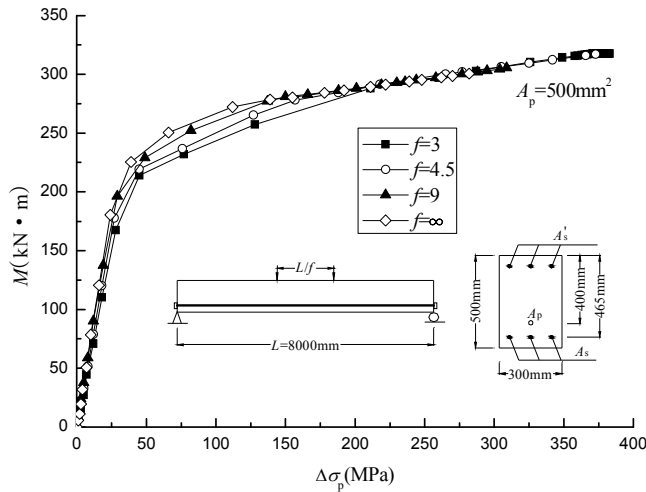


图 4-39 当 $A_p=500\text{mm}^2$ 时加载方式对无粘结预应力混凝土梁的跨中弯矩-无粘结预应力筋应力增量曲线的影响

Fig.4-39 Influence of load type on the midspan moment versus stress increase in tendon curves of unbonded prestressed concrete beams when $A_p=500\text{mm}^2$

4.10 本章小结

设计了 8 个系列共 76 根无粘结预应力混凝土梁，利用建立的有限元模型对这些梁进行非线性全过程分析，研究了非预应力筋和无粘结预应力筋配筋率、跨高比、有效预应力、混凝土轴心抗压强度、预应力筋极限抗拉强度、非预应力筋屈服强度以及加载方式对无粘结预应力混凝土梁弯曲性能以及无粘结预应力筋极限应力的影响，得到以下重要结论：

(1) 非预应力有粘结筋对无粘结预应力梁的性能有着重要影响。当梁内没有配置受拉区非预应力筋时，梁的抗弯强度、承载能力以及破坏模式非常不理想，在梁内配置很少量的受拉区非预应力筋，能明显改善梁的性能。对于无粘结部分预应力混凝土梁，随着非预应力筋配筋率的提高，梁开裂后的刚度、极限承载能力和名义抗弯强度显著提高，而梁的塑性以及无粘结预应力筋极限应力增量逐渐降低。

(2) 提高无粘结预应力筋配筋率，能显著提高梁的开裂荷载/弯矩以及极限承载能力/名义抗弯强度，梁的塑性以及无粘结预应力筋极限应力增量逐渐降低。

(3) 跨高比对无粘结筋的极限应力增量无明显影响，当跨高比从 5 增大到 50 时，单点集中荷载下的无粘结预应力筋极限应力增量仅减小了 3.16%，均布荷

载下的无粘结预应力筋极限应力增量减小了 10.08%。增大跨高比会显著降低梁的刚度、极限荷载和名义抗弯强度。

(4) 随着有效预应力的提高, 梁的开裂荷载和开裂弯矩明显提高, 若无粘结预应力筋在梁破坏时仍处于弹性阶段, 则梁的极限荷载和名义抗弯强度明显提高, 梁的后弹性挠度、极限挠度和无粘结预应力筋极限应力增量逐渐减小。

(5) 提高混凝土的轴心抗压强度, 能增大梁的刚度, 而非预应力筋屈服较早, 梁的极限承载能力和名义抗弯强度能有少许提高, 梁的后弹性挠度、极限挠度和无粘结预应力筋极限应力增量有一定增加。

(6) 提高预应力筋的极限抗拉强度, 梁的极限荷载和名义抗弯强度有少许提高, 极限挠度有少许增加, 而无粘结预应力筋的极限应力增量大幅增加。当预应力筋的极限抗拉强度较小, 使得其值和有效预应力值相差不大, 无粘结预应力筋很可能会先于非预应力筋屈服。

(7) 随着非预应力筋屈服强度的提高, 当非预应力筋屈服时, 外荷载和外弯矩也相应提高, 梁破坏时的极限荷载和名义抗弯强度显著提高, 极限挠度和无粘结预应力筋极限应力增量缓慢增加。

(8) 随着加载方式因子的增大, 外荷载对梁跨中关键截面的影响亦加大, 从而较小的荷载就可以使得混凝土开裂、非预应力筋屈服以及梁破坏; 而梁的塑性发展区域减小, 使得梁破坏时发展的后弹性挠度以及无粘结预应力筋极限应力增量明显减小。

第五章 体外预应力混凝土梁的二次效应评估

5.1 引言

将预应力筋置于混凝土截面外的体外预应力技术,对于加固既有疲劳或损伤的结构,恢复和提高结构的承载能力具有显著的效果,并已广泛应用于工程实际;同时,由于其施工简单和便于维护的特点,在各种新建工程中也得到广泛应用。体外预应力混凝土梁和体内无粘结预应力混凝土梁的弯曲性能从概念上说是相似的,影响体内无粘结预应力梁的一些重要参数如第四章所述的无粘结预应力筋和非预应力筋的配筋率、跨高比、有效预应力以及材料强度,对体外预应力梁也有着同样的影响。然而,两者存在一个显著不同之处:体内无粘结预应力筋在梁发生变形时其偏心距始终保持不变,而体外预应力筋的偏心距随着梁的变形而不断变化,称为“二次效应”。二次效应是体外预应力混凝土梁的一个最重要特征,本章主要是利用有限元数值方法,对体外预应力混凝土梁的二次效应有重要影响的一些参数进行评估。

5.2 用于二次效应评估的体外梁概况

为评估体外预应力混凝土梁的二次效应影响,设计了两个系列的体外预应力梁:

第一个系列由 9 根体外梁和 3 根体内无粘结对比梁组成,体外梁根据转向块的不同具有三种形式:无转向块、跨中设置 1 个转向块、1/3 跨处设有 2 个转向块,结构和截面如图 5-1 所示。该系列同时给出相应的体内无粘结预应力梁以进行对比。体外筋为直线形,偏心距为 150mm (距梁顶高度为 400mm)。

第二个系列由 12 根体外预应力混凝土梁组成,用于研究体外预应力筋形状的影响。预应力束形状的改变通过调整如图 5-2 所示的体外梁的两个转向块之间的距离来实现,体外筋在端部锚固区的偏心距为 0 (距梁顶高度 250mm),体外筋在两个转向块之间的偏心距为 200mm (距梁顶高度为 450mm)。

这两个系列的梁都承受三种荷载形式:单点集中荷载、均布荷载以及三分点荷载,如图 5-3 所示。

考虑了与二次效应相关的三种参数对体外预应力梁性能的影响:

- (1) 转向块的影响;
- (2) 体外预应力筋形状的影响;
- (3) 荷载形式的影响。

设计的体外梁具有共同的基本参数: 跨长 $L=8000\text{mm}$, 矩形截面, 宽 300mm , 高 500mm 。预应力束面积 $A_p=350\text{mm}^2$, 抗拉强度 $f_{pu}=1860\text{MPa}$, 弹性模量 $E_p=195\text{GPa}$, 预应力筋的有效预应力 $\sigma_{pe}=1191\text{MPa}$ 。截面上部配有受压区构造非预应力筋面积 $A'_s=300\text{mm}^2$, 屈服强度 $f'_y=350\text{MPa}$, 弹性模量 $E'_s=200\text{GPa}$, 受压区非预应力筋到梁顶距离 $d'_s=35\text{mm}$ 。截面下部配置受拉区非预应力筋面积 $A_s=600\text{mm}^2$, 屈服强度 $f_y=530\text{MPa}$, 弹性模量 $E_s=200\text{GPa}$, 到梁顶距离 $d_s=465\text{mm}$ 。混凝土的轴心抗压强度 $f_c=35.5\text{MPa}$, 弹性模量 $E_c=35.5\text{GPa}$ 。

用于二次效应评估的体外预应力梁概况汇总于表 5-1。

计算采用的材料应力-应变关系同 4.3 节。

表 5-1 用于二次效应评估的体外预应力梁概况

Tab.5-1 Summary of externally prestressed beams for evaluation of second-order effects

| 系列 | 梁号 | 加载方式 | 转向块个数 | 位置 | 系列 | 梁号 | 加载方式 | r |
|----|-------|------|--------|-------|----|--------|------|------|
| R1 | R1EB1 | | 0 | - | R2 | R2EB1 | | 0.00 |
| | R1EB2 | 单点集中 | 1 | 跨中 | | R2EB2 | 单点集中 | 0.33 |
| | R1EB3 | 荷载 | 2 | 1/3 跨 | | R2EB3 | 荷载 | 0.66 |
| | IUB1 | | 体内无粘结梁 | | | R2EB4 | | 1.00 |
| | R1EB4 | | 0 | - | | R2EB5 | | 0.00 |
| | R1EB5 | 均布荷载 | 1 | 跨中 | | R2EB6 | 均布荷载 | 0.33 |
| | R1EB6 | | 2 | 1/3 跨 | | R2EB7 | | 0.66 |
| | IUB2 | | 体内无粘结梁 | | | R2EB8 | | 1.00 |
| | R1EB7 | | 0 | - | | R2EB9 | | 0.00 |
| | R1EB8 | 三分点 | 1 | 跨中 | | R2EB10 | 三分点 | 0.33 |
| | R1EB9 | 荷载 | 2 | 1/3 跨 | | R2EB11 | 荷载 | 0.66 |
| | IUB3 | | 体内无粘结梁 | | | R2EB12 | | 1.00 |

$$L=8000\text{mm}, d_s=465\text{mm}, d'_s=35\text{mm}$$

$$A_p=350\text{mm}^2, A_s=600\text{mm}^2, A'_s=300\text{mm}^2$$

$$f_{pu}=1860\text{MPa}, f_y=530\text{MPa}, f'_y=350\text{MPa}, f_c=35\text{MPa}$$

$$E_p=195\text{GPa}, E_s=E'_s=200\text{GPa}, E_c=35.5\text{GPa}$$

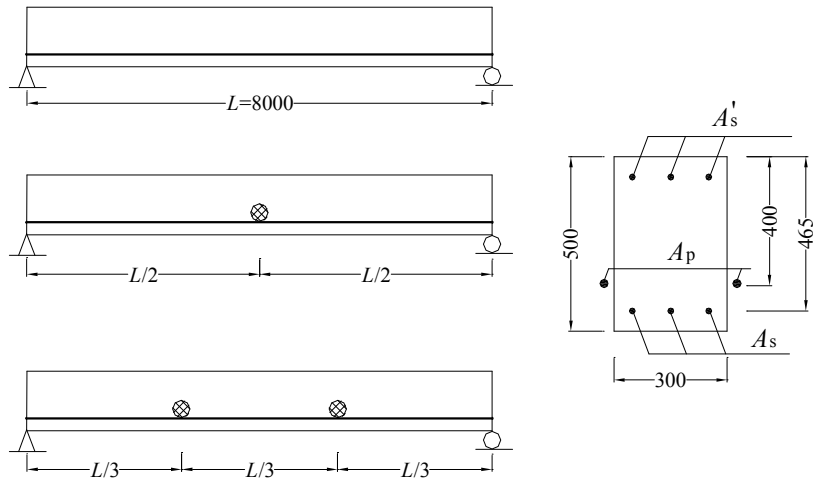


图 5-1 不同转向块的体外预应力混凝土梁

Fig.5-1 Externally prestressed concrete beams with different deviators

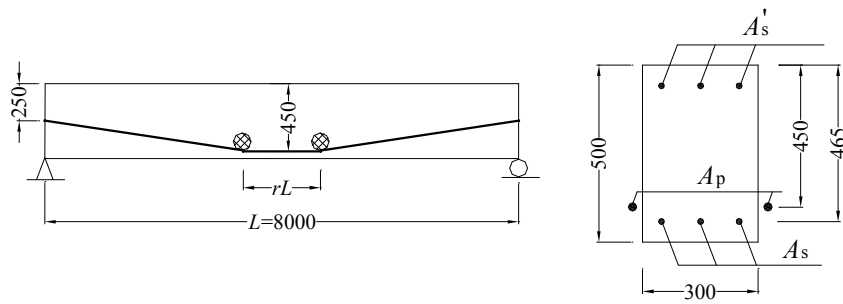


图 5-2 不同体外束形状的体外预应力混凝土梁

Fig.5-2 Externally prestressed concrete beams with various tendon configuration

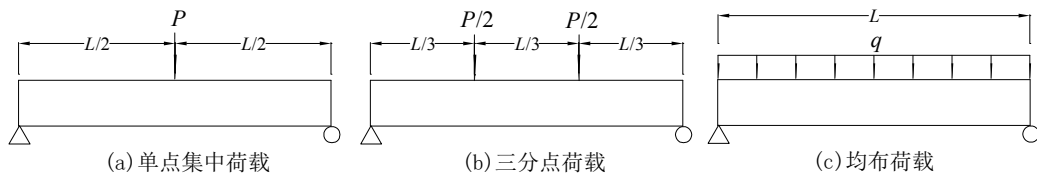


图 5-3 荷载形式：单点集中荷载、三分点荷载和均布荷载

Fig.5-3 Load types: single concentrated load, two-third point load and uniform load

5.3 转向块的影响

为研究转向块对体外预应力混凝土梁弯曲性能的影响,设置了三种不同的转向块布置方式:跨内没有设置转向块;跨中设有一个转向块;设有2个转向块,分别设置于距两边支座1/3跨处,如图5-1所示。体外梁承受三种荷载形式:单点集中荷载、均布荷载和三分点荷载。

表 5-2 转向块对体外预应力混凝土梁计算数据的影响

Tab.5-2 Effect of deviators on the computational data of unbonded prestressed concrete beams

| 梁号 | 加载方式 | 转向块布置方式 | f_{ps} (MPa) | Δf_{ps} (MPa) | P_u (kN) | q_u (kN/m) | M_u (kN·m) | δ_0 (mm) | δ_u (mm) |
|-------|--------|---------|-------------------|--------------------------|---------------|-----------------|-----------------|--------------------|--------------------|
| R1EB1 | 单点集中荷载 | 无转向块 | 1478 | 287 | 134.0 | - | 252.32 | -2.50 | 80.7 |
| R1EB2 | | 跨中1个 | 1512 | 321 | 156.8 | - | 297.89 | -2.46 | 79.5 |
| R1EB3 | | 2个于1/3跨 | 1500 | 309 | 151.8 | - | 285.85 | -2.45 | 78.3 |
| IUB1 | | 体内无粘结 | 1511 | 320 | 157.4 | - | 297.70 | -2.44 | 78.9 |
| R1EB4 | 均布荷载 | 无转向块 | 1535 | 344 | - | 31.50 | 249.86 | -2.50 | 96.1 |
| R1EB5 | | 跨中1个 | 1570 | 379 | - | 38.11 | 305.71 | -2.46 | 103.0 |
| R1EB6 | | 2个于1/3跨 | 1565 | 374 | - | 36.86 | 292.73 | -2.45 | 96.6 |
| IUB2 | | 体内无粘结 | 1567 | 376 | - | 38.34 | 305.35 | -2.44 | 98.5 |
| R1EB7 | 三分点荷载 | 无转向块 | 1563 | 372 | 186.2 | - | 247.38 | -2.50 | 105.0 |
| R1EB8 | | 跨中1个 | 1577 | 386 | 224.0 | - | 300.85 | -2.46 | 106.0 |
| R1EB9 | | 2个于1/3跨 | 1569 | 378 | 220.0 | - | 292.49 | -2.45 | 105.0 |
| IUB3 | | 体内无粘结 | 1577 | 386 | 230.0 | - | 305.69 | -2.44 | 115.0 |

图 5-4、5-8 以及 5-12 分别给出了单点集中荷载、均布荷载以及三分点荷载作用下梁的荷载-跨中挠度 ($P-\delta$) 曲线,图 5-6、5-10、5-14 分别给出了单点集中荷载、均布荷载以及三分点荷载下作用下梁的跨中弯矩-体外筋应力增量 ($M-\Delta\sigma_p$) 曲线。从 $P-\delta$ 和 $M-\Delta\sigma_p$ 曲线图可以看出,曲线呈三折线,两个转折点分别为混凝土开裂和非预应力筋屈服。在混凝土开裂前,不同转向块设置的 $P-\delta$ 或 $M-\Delta\sigma_p$ 曲线基本重合,混凝土开裂后,挠度快速增大,由于体外梁的二次效应影响,跨内没有设置转向块的梁 (R1EB1, R1EB4, R1EB7) 刚度下降最快,跨中设置一个转向块的梁 (R1EB2, R1EB5, R1EB8) 与 1/3 跨处设有两个转向块的梁 (R1EB3, R1EB6, R1EB9) 的结构响应基本一致,随着挠度的继续增大,在非预应力屈服后,没有设置转向块的体外梁 R1EB1、R1EB4 和 R1EB7 出现负刚度,荷载/名义抗弯强度随着挠度/体外筋应力的增加反而逐渐降低,同时,由于梁 R1EB3、R1EB6 和 R1EB9 的两个转向块不是设置于跨中最大挠度处,二次效应影响逐渐加重,刚度下降比只在跨中最大挠度处设置一个转向

块的梁 R1EB2、R1EB5 和 R1EB8 更快，图中同时给出了相应体内无粘结预应力梁（IUB1，IUB2，IUB3）的全过程结构响应，跨中设有一个转向块的体外梁和相应体内无粘结梁的结构响应在加载全过程基本一致，说明只要在体外梁最大挠度处设置一个转向块就可以基本消除二次效应的不利影响。

图 5-5、5-9 以及 5-13 给出了外荷载与跨中截面的非预应力筋应力之间的关系曲线，混凝土开裂前，不同梁的曲线基本重合，说明在弹性阶段二次效应对梁的影响可以忽略不计。混凝土开裂后，非预应力筋应力迅速增加，同时，由于二次效应影响，相同荷载水平时无转向块的梁非预应力筋应变或应力最大，其它梁基本相同。

图 5-7、5-11 和 5-15 分别给出了单点集中荷载、均布荷载以及三分点荷载作用下体外筋应力增量随跨中挠度之间的关系曲线，当跨中挠度相同时，无转向块的体外梁的体外筋应力增量最小，设有转向块的体外梁和相应体内无粘结梁的响应曲线基本相同，当跨中挠度较大时，在 1/3 跨处设置 2 个转向块的体外梁的体外筋应力增量相比跨中设有一个转向块的体外梁和体内无粘结梁相对要小些。

从 $P-\delta$ 和 $M-\Delta\sigma_p$ 图以及表 5-2 可以看出，对于梁在极限破坏状态的各项指标值，二次效应对跨中极限挠度并无明显影响，但对其它各项指标有较显著的影响。比较无转向块的体外梁和跨中设一转向块的体外梁：单点集中荷载下体外筋极限应力增量从 287MPa 增加到 321MPa，增加了 11.85%，极限荷载从 134.0kN 提高到 156.8kN，提高了 17.01%，名义抗弯强度从 252.32kN·m 提高到 297.89kN·m，提高了 18.06%；均布荷载下体外筋极限应力增量从 344MPa 增加到 379MPa，增加了 10.17%，极限荷载从 31.50kN/m 提高到 38.11kN/m，提高了 20.98%，名义抗弯强度从 249.86kN·m 提高到 305.71kN·m，提高了 22.35%；三分点荷载下体外筋极限应力增量从 372MPa（体外筋已经屈服）提高到 386MPa，提高了 3.76%，极限荷载从 186.2kN 提高到 224.0kN，提高了 20.30%，名义抗弯强度从 247.38kN·m 提高到 300.85kN·m，提高了 21.61%。

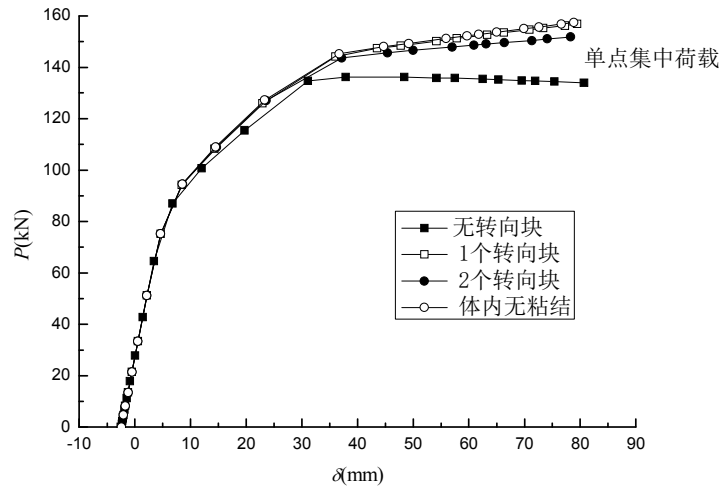


图 5-4 单点集中荷载下转向块对体外预应力混凝土梁的荷载-跨中挠度曲线的影响
 Fig.5-4 Influence of deviators on the load-midspan deflection curves of externally prestressed concrete beams under single concentrated load

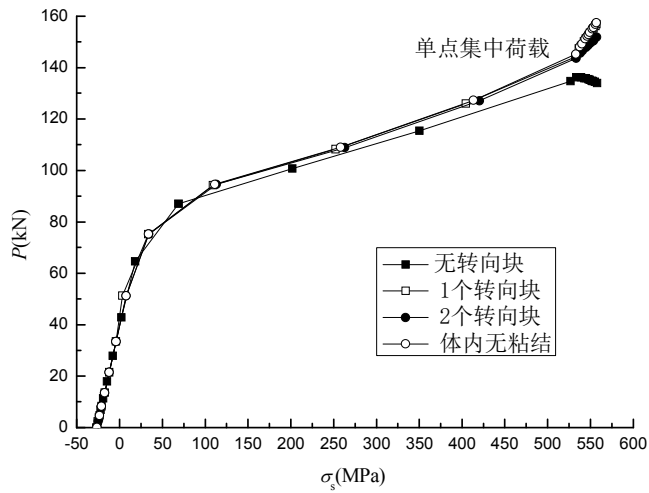


图 5-5 单点集中荷载下转向块对体外预应力混凝土梁的荷载-非预应力筋应力曲线的影响
 Fig.5-5 Influence of deviators on the load versus stress in nonprestressed reinforcement curves of externally prestressed concrete beams under single concentrated load

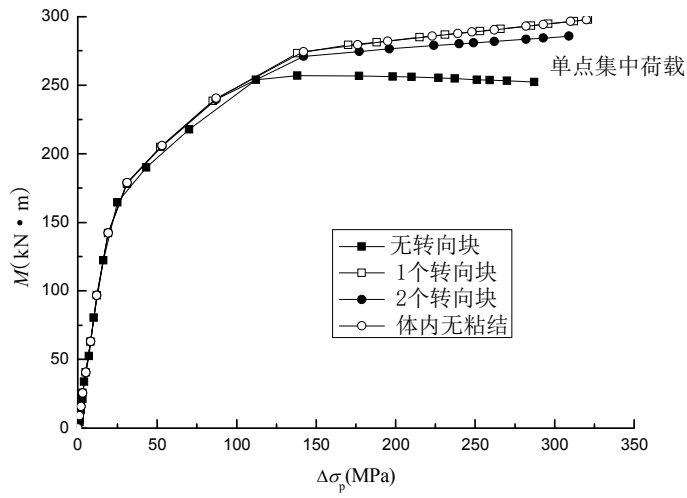


图 5-6 单点集中荷载下转向块对体外预应力混凝土梁的跨中弯矩-预应力束应力增量曲线的影响

Fig.5-6 Influence of deviators on the midspan moment versus stress increase in tendon curves of externally prestressed concrete beams under single concentrated load

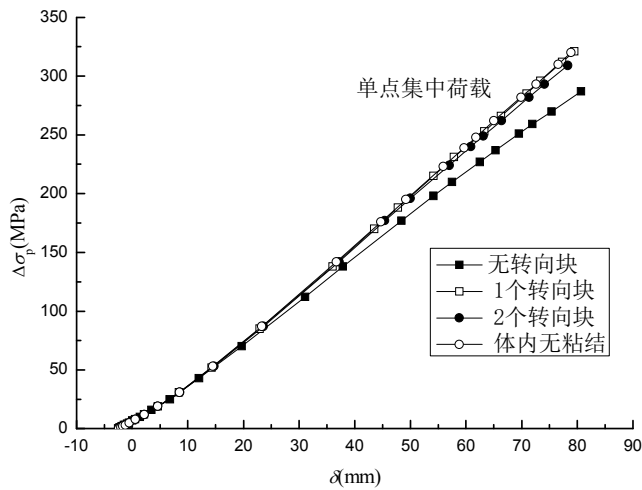


图 5-7 单点集中荷载下转向块对体外预应力混凝土梁的无粘结预应力筋应力增量-跨中挠度曲线的影响

Fig.5-7 Influence of deviators on the stress increase in tendon versus midspan deflection curves of externally prestressed concrete beams under single concentrated load

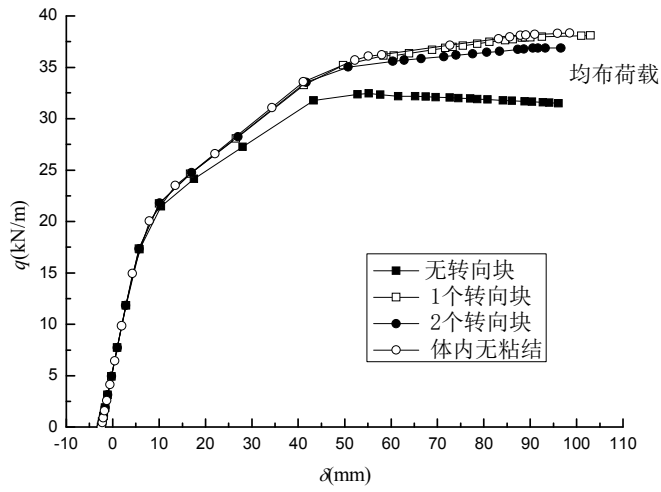


图 5-8 均布荷载下转向块对体外预应力混凝土梁的荷载-跨中挠度曲线的影响
 Fig.5-8 Influence of deviators on the load-midspan deflection curves of externally prestressed concrete beams under uniformly distributed load

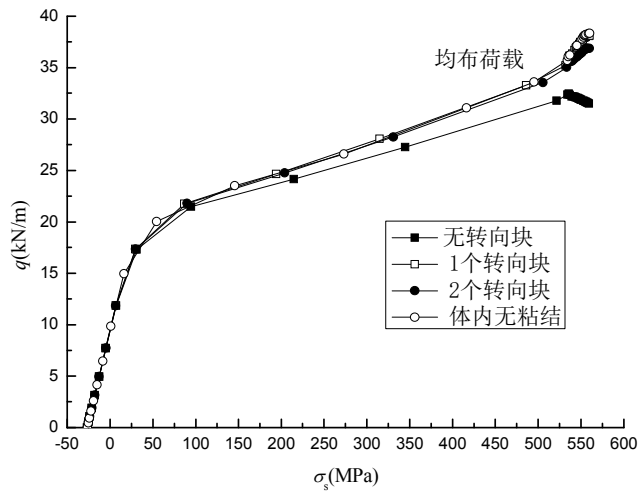


图 5-9 均布荷载下转向块对体外预应力混凝土梁的荷载-非预应力筋应力曲线的影响
 Fig.5-9 Influence of deviators on the load versus stress in nonprestressed reinforcement curves of externally prestressed concrete beams under uniformly distributed load

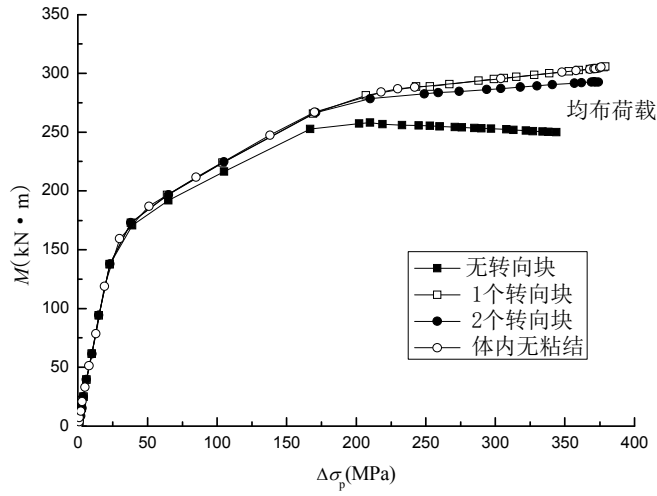


图 5-10 均布荷载下转向块对体外预应力混凝土梁的跨中弯矩-预应力束应力增量曲线的影响

Fig.5-10 Influence of deviators on the midspan moment versus stress increase in tendon curves of externally prestressed concrete beams under uniformly distributed load

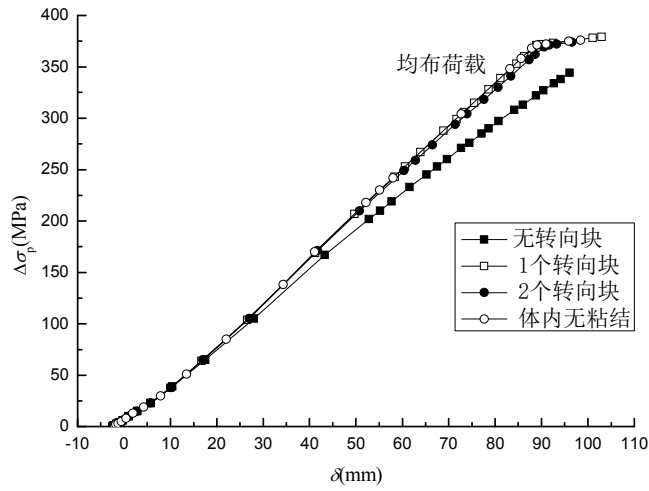


图 5-11 均布荷载下转向块对体外预应力混凝土梁的无粘结预应力筋应力增量-跨中挠度曲线的影响

Fig.5-11 Influence of deviators on the stress increase in tendon versus midspan deflection curves of externally prestressed concrete beams under uniformly distributed load

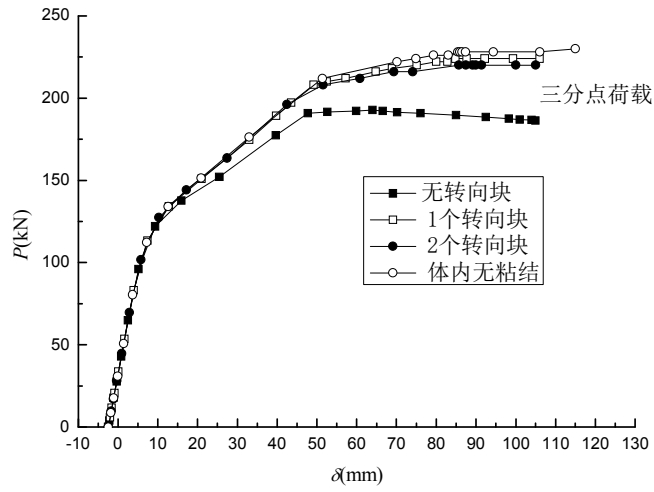


图 5-12 三分点荷载下转向块对体外预应力混凝土梁的荷载-跨中挠度曲线的影响
 Fig.5-12 Influence of deviators on the load-midspan deflection curves of externally prestressed concrete beams under two-third point load

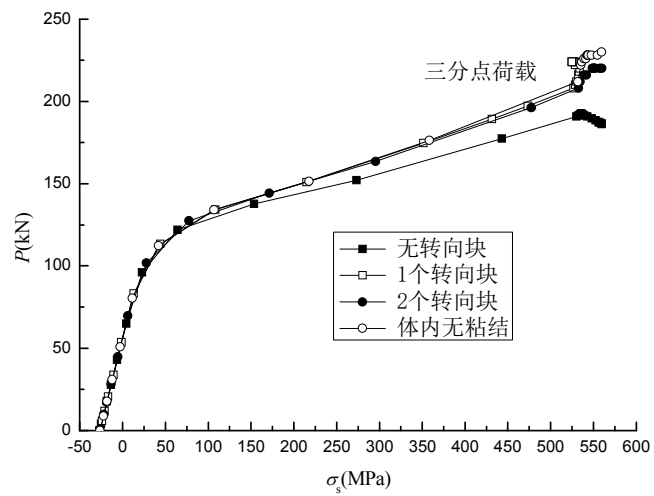


图 5-13 三分点荷载下转向块对体外预应力混凝土梁的荷载-非预应力筋应力曲线的影响
 Fig.5-13 Influence of deviators on the load versus stress in nonprestressed reinforcement curves of externally prestressed concrete beams under two-third point load

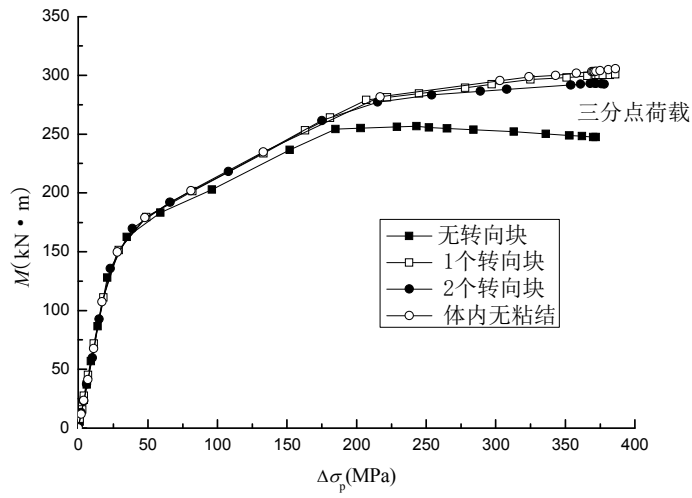


图 5-14 三分点荷载下转向块对体外预应力混凝土梁的跨中弯矩-预应力束应力增量曲线的影响

Fig.5-14 Influence of deviators on the midspan moment versus stress increase in tendon curves of externally prestressed concrete beams under two-third point load

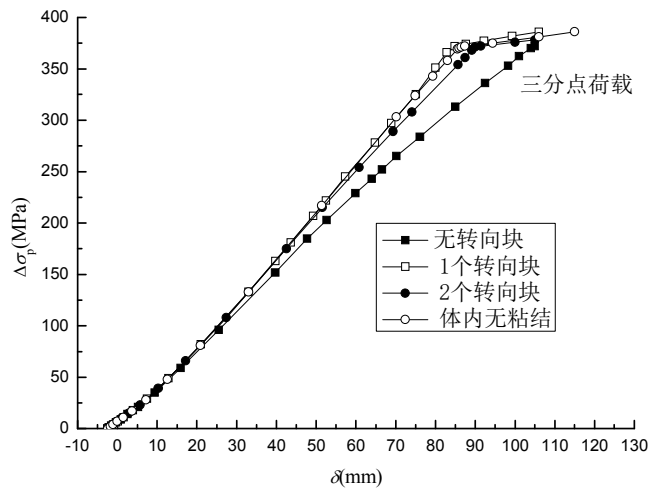


图 5-15 三分点荷载下转向块对体外预应力混凝土梁的无粘结预应力筋应力增量-跨中挠度曲线的影响

Fig.5-15 Influence of deviators on the stress increase in tendon versus midspan deflection curves of externally prestressed concrete beams under two-third point load

5.4 预应力束形状的影响

为研究预应力束形状对体外预应力混凝土梁弯曲性能的影响，设置如图 5-2 所示的一组梁，体外预应力束形状通过改变两个转向块之间的距离 rL 来实现。取 $r=0, 0.33, 0.66$ 以及 1.00 四种布筋方式。体外梁承受三种荷载形式：单点集中荷载、均布荷载和三分点荷载。表 5-3 和图 5-16~5-24 分别给出了三种荷载形式下的不同预应力束形状的体外梁的计算数据和各种曲线图。

表 5-3 预应力束形状对体外预应力混凝土梁计算数据的影响

Tab.5-3 Effect of tendon configuration on the computational data of unbonded prestressed concrete beams

| 梁号 | 加载方式 | r | f_{ps} (MPa) | Δf_{ps} (MPa) | P_u (kN) | q_u (kN/m) | M_u (kN·m) | δ_0 (mm) | δ_u (mm) |
|--------|--------|------|-------------------|--------------------------|---------------|-----------------|-----------------|--------------------|--------------------|
| R2EB1 | 单点集中荷载 | 0.00 | 1552 | 361 | 169.8 | - | 324.16 | -2.02 | 83.9 |
| R2EB2 | | 0.33 | 1537 | 346 | 167.4 | - | 315.35 | -3.06 | 76.7 |
| R2EB3 | | 0.66 | 1531 | 340 | 159.0 | - | 299.67 | -3.70 | 76.6 |
| R2EB4 | | 1.00 | 1521 | 330 | 150.4 | - | 283.40 | -3.93 | 76.3 |
| R2EB5 | 均布荷载 | 0.00 | 1574 | 383 | - | 39.41 | 318.70 | -2.02 | 104.0 |
| R2EB6 | | 0.33 | 1566 | 375 | - | 40.19 | 319.14 | -3.06 | 95.7 |
| R2EB7 | | 0.66 | 1560 | 369 | - | 37.74 | 299.50 | -3.70 | 92.6 |
| R2EB8 | | 1.00 | 1566 | 375 | - | 35.34 | 280.28 | -3.93 | 92.5 |
| R2EB9 | 三分点荷载 | 0.00 | 1567 | 376 | 220.0 | - | 297.44 | -2.02 | 89.8 |
| R2EB10 | | 0.33 | 1574 | 383 | 240.0 | - | 318.88 | -3.06 | 108.0 |
| R2EB11 | | 0.66 | 1567 | 376 | 224.0 | - | 297.04 | -3.70 | 103.0 |
| R2EB12 | | 1.00 | 1571 | 380 | 208 | - | 275.58 | -3.93 | 102.0 |

图 5-16、5-19 以及 5-22 分别给出了单点集中荷载、均布荷载以及三分点荷载作用下体外梁的荷载-跨中挠度 ($P-\delta$) 曲线，图 5-18、5-21 以及 5-24 分别给出了单点集中荷载、均布荷载以及三分点荷载作用下体外梁的跨中弯矩-体外筋应力增量 ($M-\Delta\sigma_p$) 曲线。在不同荷载形式下 r 值的变化对梁性能的影响也不同。梁承受单点集中荷载时， $r=0$ 时的极限荷载 P_u 、跨中极限挠度 δ_u 和名义抗弯强度 M_u 、体外筋极限应力增量 Δf_{ps} 都为最大。随着两个转向块之间距离的增大，各项指标值逐渐降低或减小，当 $r=1$ 时各项指标值为最小，极限荷载从 169.8kN 降低到 150.4kN，降低了 11.43%，跨中极限挠度从 83.9mm 减小到 76.3mm，减小了 9.06%，名义抗弯强度从 324.16kN·m 降低到 283.40kN·m，降低了 12.57%，体外筋极限应力增量从 361MPa 减小到 330MPa，减小了 8.59%。梁在均布荷载作用下时，对于跨中极限挠度和体外筋极限应力增量， $r=0$ 时它们

的值最大,分别为 104.0mm 和 383MPa,其它三种预应力束形状的值相差无几, $r=0.66$ 的值分别为 92.6mm 和 369MPa,与 $r=0$ 时的最大值相比分别减少了 12.31% 和 3.79%。对于极限荷载和名义抗弯强度, $r=0.33$ 时它们的值最大,分别为 40.19kN/m 和 319.14kN·m,比 $r=0$ 时的值 39.41kN/m 和 318.70kN·m 略微大些,比 $r=1$ 时的最小值 35.34kN/m、280.28kN·m 分别高出 12.07%和 12.18%。梁在三分点荷载作用下时,对于跨中极限挠度和体外筋极限应力增量, $r=0$ 时它们的值最小,分别为 89.8mm 和 376MPa,比 $r=0.33$ 时的最大值 108.0mm 和 383MPa 分别小了 20.27%和 1.86%。对于极限荷载和跨中极限弯矩, $r=0.33$ 时它们的值最大,分别为 240.0kN 和 318.88kN·m,比 $r=0$ 时的值 220.0kN 和 297.44kN·m 高出 8.33%和 6.72%,比 $r=1$ 时的最小值 208kN 和 275.58kN·m 分别高出 13.33% 和 13.58%。

通过以上分析可得,在不同荷载形式下预应力束布筋方式对梁性能的影响是不尽相同的。在实际工程的设计、施工或结构加固中,应该考虑结构承受的荷载形式来决定采用何种形状的布筋方式,以获得最优的结构性能,避免最不利的结构形式。根据本文分析,在单点集中荷载下,宜采用 $r=0$ 的布束方式;在均布荷载下,可采用 $r=0.33$ 的布束方式;在三分点荷载时,可采用 $r=0.33$ 的布束方式,如果采用 $r=0$ 的布束方式效果会大打折扣。

图 5-17、5-20 和 5-23 分别给出了单点集中荷载、均布荷载和三分点荷载与跨中截面的非预应力筋应力的变化曲线。混凝土开裂前,不同布束方式的梁曲线基本重合,混凝土开裂后,非预应力筋应力快速增长直至屈服。除了三分点荷载下 $r=0$ 的体外梁 R2EB9 外,其余梁的非预应力筋都按本构定义在应力到达 530MPa 左右时屈服,梁 R2EB9 的破坏截面不在跨中处,而在加载点附近,破坏截面的非预应力筋屈服时,跨中截面非预应力筋应力为 435.5MPa。

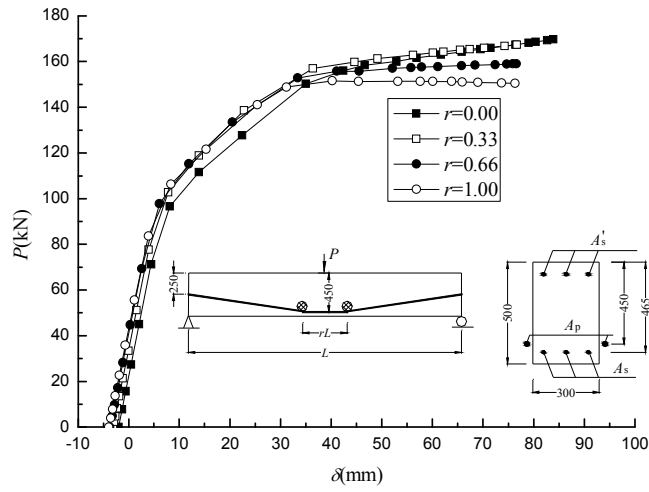


图 5-16 单点集中荷载下预应力束形状对体外预应力混凝土梁的荷载-跨中挠度曲线的影响
 Fig.5-16 Influence of tendon configuration on the load-midspan deflection curves of externally prestressed concrete beams under single concentrated load

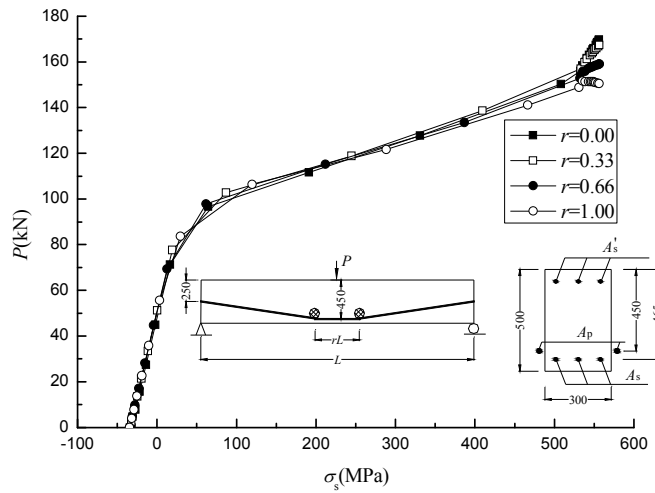


图 5-17 单点集中荷载下预应力束形状对体外预应力混凝土梁的荷载-非预应力筋应力曲线的影响

Fig.5-17 Influence of tendon configuration on the load versus stress in nonprestressed reinforcement curves of externally prestressed concrete beams under single concentrated load

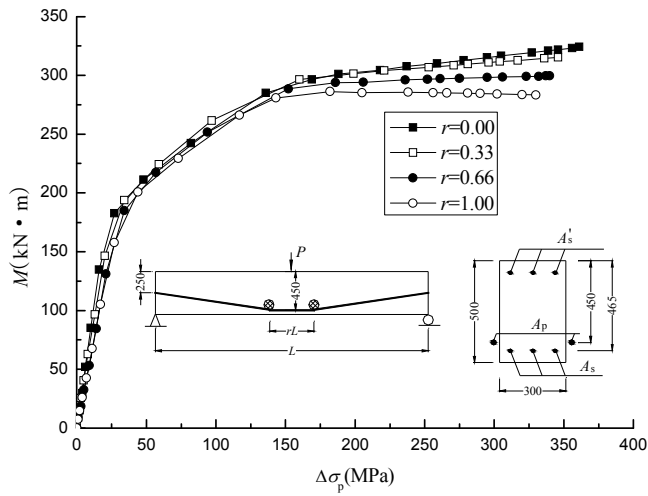


图 5-18 单点集中荷载下预应力束形状对体外预应力混凝土梁的跨中弯矩-预应力束应力增量曲线的影响

Fig.5-18 Influence of tendon configuration on the midspan moment versus stress increase in tendon curves of externally prestressed concrete beams under single concentrated load

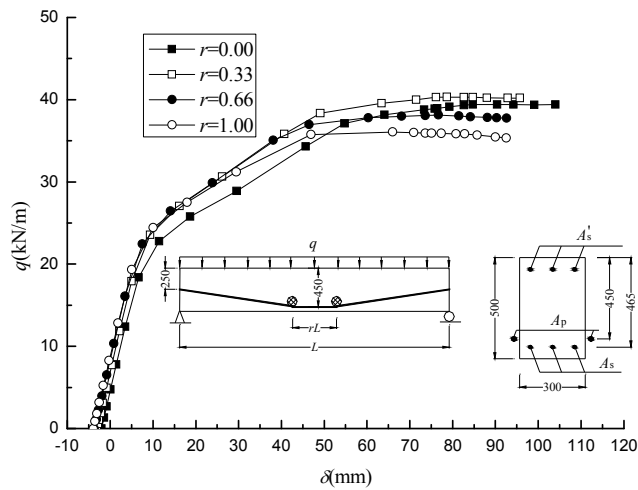


图 5-19 均布荷载下预应力束形状对体外预应力混凝土梁的荷载-跨中挠度曲线的影响

Fig.5-19 Influence of tendon configuration on the load-midspan deflection curves of externally prestressed concrete beams under uniformly distributed load

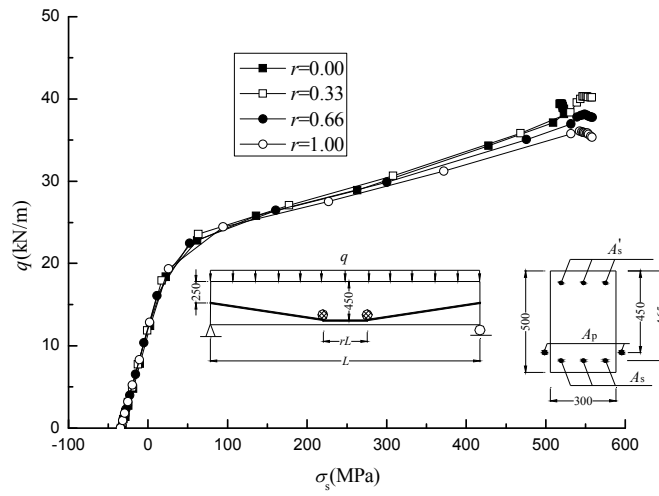


图 5-20 均布荷载下预应力束形状对体外预应力混凝土梁的荷载-非预应力筋应力曲线的影响

Fig.5-20 Influence of tendon configuration on the load versus stress in nonprestressed reinforcement curves of externally prestressed concrete beams under uniformly distributed load

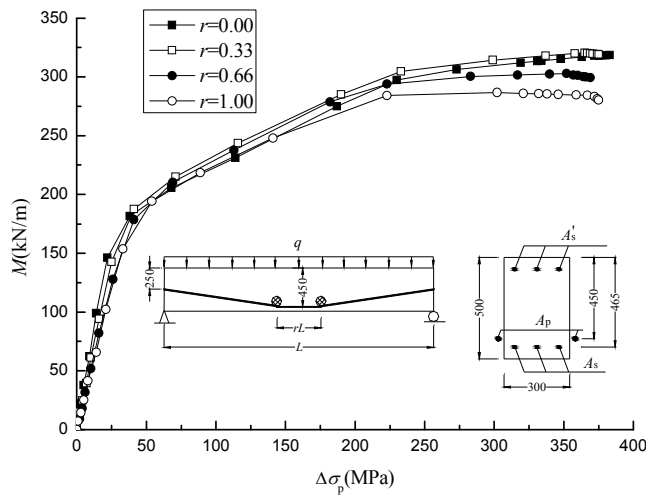


图 5-21 均布荷载下预应力束形状对体外预应力混凝土梁的跨中弯矩-预应力束应力增量曲线的影响

Fig.5-21 Influence of tendon configuration on the midspan moment versus stress increase in tendon curves of externally prestressed concrete beams under uniformly distributed load

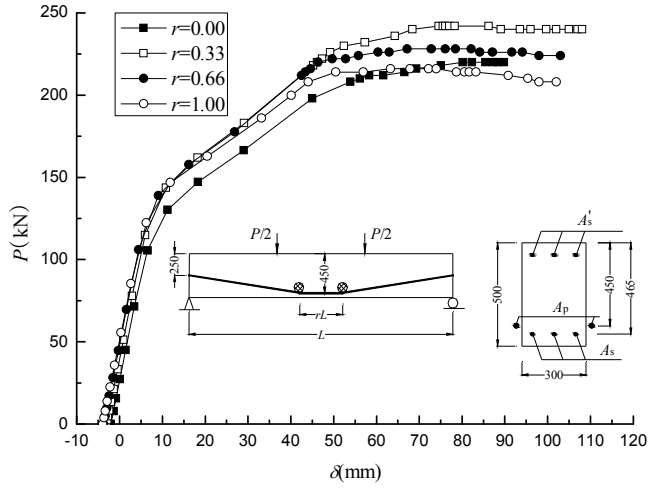


图 5-22 三分点荷载下预应力束形状对体外预应力混凝土梁的荷载-跨中挠度曲线的影响
 Fig.5-22 Influence of tendon configuration on the load-midspan deflection curves of externally prestressed concrete beams under two-third point load

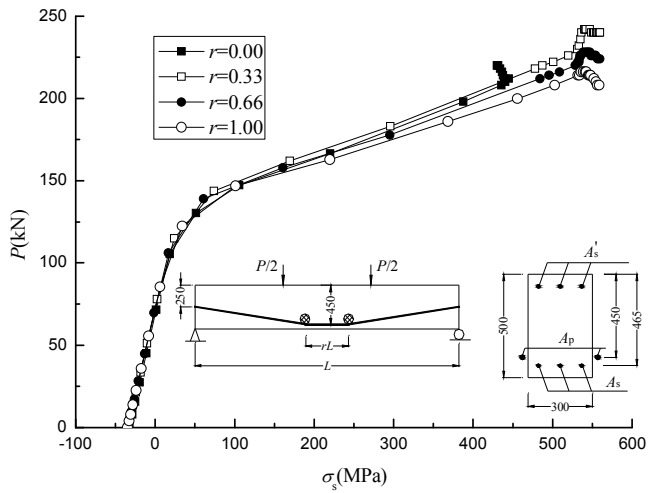


图 5-23 三分点荷载下预应力束形状对体外预应力混凝土梁的荷载-非预应力筋应力曲线的影响

Fig.5-23 Influence of tendon configuration on the load versus stress in nonprestressed reinforcement curves of externally prestressed concrete beams under two-third point load

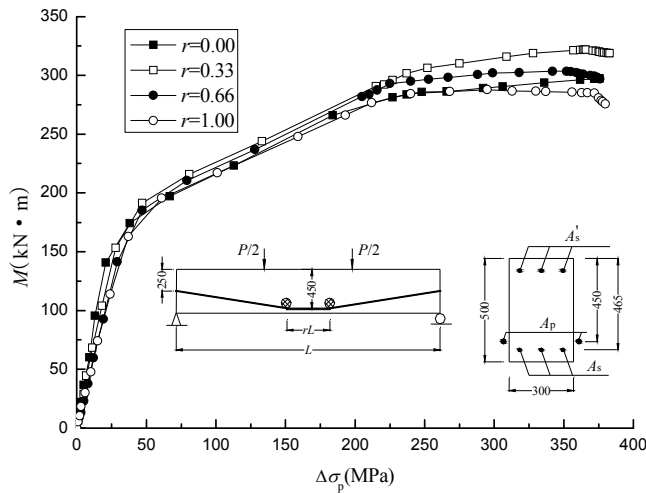


图 5-24 三分点荷载下预应力束形状对体外预应力混凝土梁的跨中弯矩-预应力束应力增量曲线的影响

Fig.5-24 Influence of tendon configuration on the midspan moment versus stress increase in tendon curves of externally prestressed concrete beams under two-third point load

5.5 荷载形式的影响

图 5-25、5-27 和 5-29 分别给出了设置 0 个、1 个以及 2 个转向块时的体外梁在三种荷载形式下的跨中弯矩-跨中挠度 ($M-\delta$) 曲线, 图 5-26、5-28 和 5-30 分别给出了设置 0 个、1 个以及 2 个转向块时的体外梁在不同荷载形式下的跨中弯矩-体外筋应力增量 ($M-\Delta\sigma_p$) 曲线。

$M-\delta$ 曲线图显示, 对于预应力束为直线形的体外预应力混凝土梁, 由于单点集中荷载发展的塑性区长度相比均布荷载和三分点荷载要小, 因此单点集中荷载下梁的塑性或破坏挠度为最小, 三分点荷载下梁的破坏挠度为最大, 均布荷载下梁的破坏挠度介于单点集中荷载和三分点荷载之间。由于体外预应力梁的二次效应与梁的挠度发展直接相关, 因此单点集中荷载下转向块对梁的名义抗弯强度影响最小。从图中可以看出, 单点集中荷载下梁的非预应力筋最早屈服; 非预应力筋屈服前, 单点集中荷载下梁的跨中弯矩增大最为迅速; 非预应力筋屈服后, 三种荷载形式的荷载-挠度响应趋于一直线。

$M-\Delta\sigma_p$ 曲线图和 $M-\delta$ 曲线图非常相似, 单点集中荷载下的体外预应力筋极限应力增量最小, 三分点荷载下的体外预应力筋极限应力增量最大, 均布荷载下的体外预应力筋极限应力增量介于单点集中荷载与均布荷载之间。

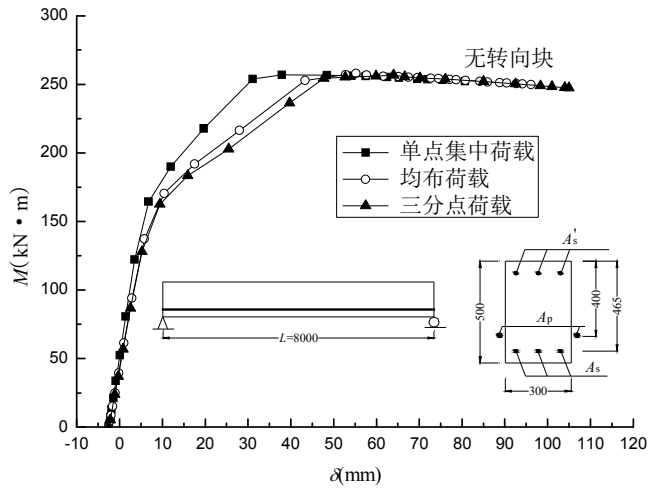


图 5-25 荷载形式对无转向块的体外预应力混凝土梁的跨中弯矩-跨中挠度曲线的影响
 Fig.5-25 Influence of load type on the midspan moment-midspan deflection curves of externally prestressed concrete beams without any deviator

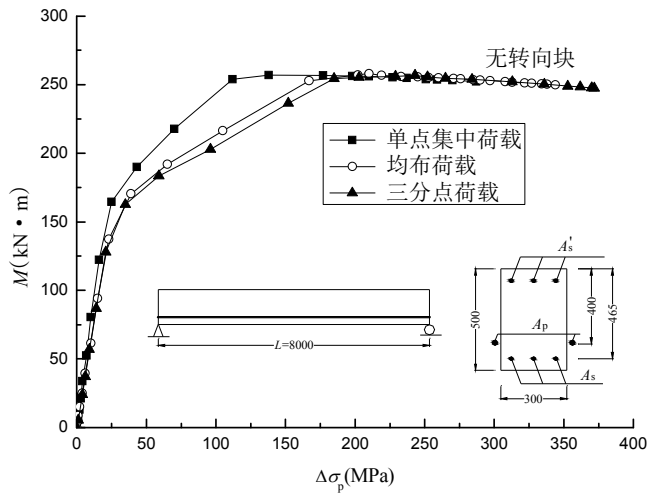


图 5-26 荷载形式对无转向块的体外预应力混凝土梁的跨中弯矩-预应力束应力增量曲线的影响
 Fig.5-26 Influence of load type on the midspan moment versus stress increase in tendon curves of externally prestressed concrete beams without any deviator

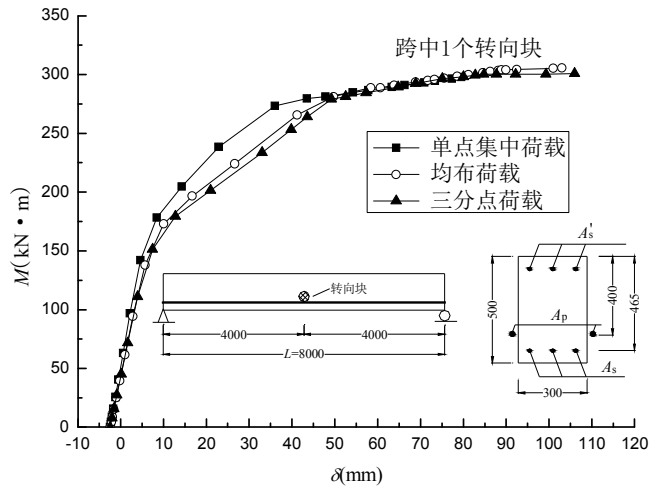


图 5-27 荷载形式对跨中设有 1 个转向块的体外预应力混凝土梁的跨中弯矩-跨中挠度曲线的影响

Fig.5-27 Influence of load type on the midspan moment-midspan deflection curves of externally prestressed concrete beams with a deviator at midspan

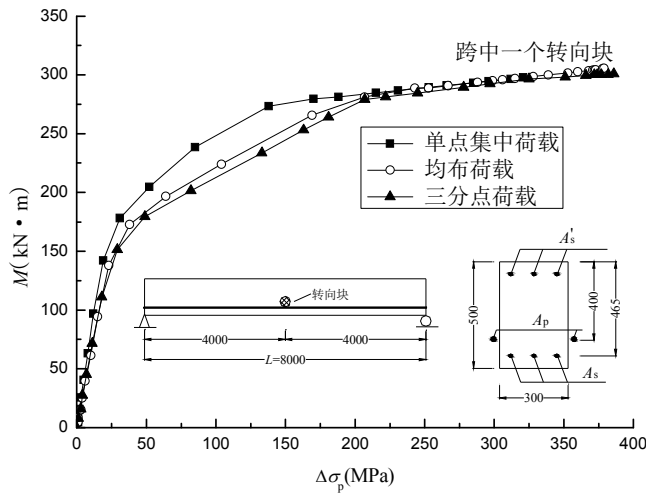


图 5-28 荷载形式对跨中设有 1 个转向块的体外预应力混凝土梁的跨中弯矩-预应力束应力增量曲线的影响

Fig.5-28 Influence of load type on the midspan moment versus stress increase in tendon curves of externally prestressed concrete beams with a deviator at midspan

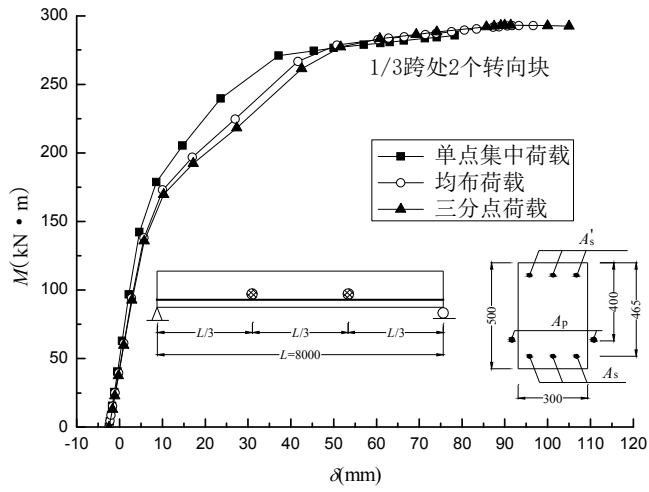


图 5-29 荷载形式对 1/3 跨处设有 2 个转向块的体外预应力混凝土梁的跨中弯矩-跨中挠度曲线的影响

Fig.5-29 Influence of load type on the midspan moment-midspan deflection curves of externally prestressed concrete beams with two deviators at 1/3 span

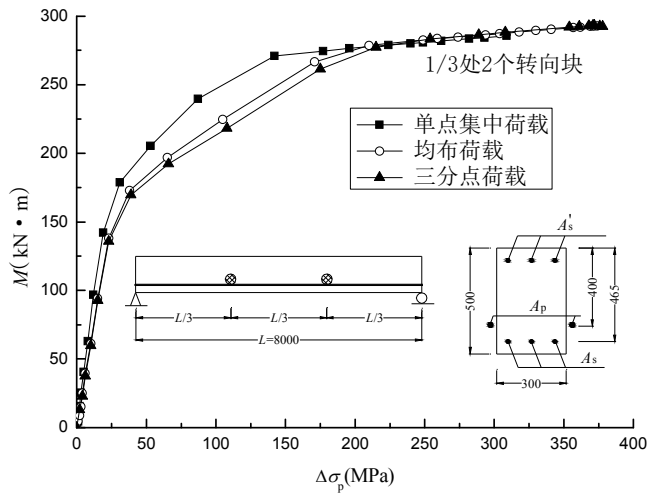


图 5-30 荷载形式对 1/3 跨处设有 2 个转向块的体外预应力混凝土梁的跨中弯矩-预应力束应力增量曲线的影响

Fig.5-30 Influence of load type on the midspan moment versus stress increase in tendon curves of externally prestressed concrete beams with two deviators at 1/3 span

5.6 本章小结

设计了2个系列21根体外预应力混凝土梁和3根体内无粘结预应力对比梁,利用本文建立的有限元模型对这些梁进行非线性全过程分析,评估了转向块、预应力束形状以及荷载形式这些对二次效应有重要影响的参数,得到以下结论:

(1) 体外预应力混凝土梁在荷载作用下发生挠度变形时,体外预应力筋的偏心距或有效高度随之发生变化,体外预应力混凝土梁的这种特征称为二次效应。二次效应会降低梁的刚度以及工作和极限承载能力。当梁没有设置转向块时,二次效应非常明显,给梁的性能带来严重的不利影响;通过在梁最大挠度处设置一个转向块能基本消除二次效应的不利影响。

(2) 对于通过改变两个转向块之间的距离 rL 来调整体外预应力束形状的梁,在不同荷载形式下预应力束形状对梁性能的影响是不尽相同的。在实际工程的设计、施工或结构加固中,应该考虑结构承受的荷载形式来决定采用何种形状的布筋方式,以获得最优的结构性能,避免最不利的结构形式。根据本文分析,在单点集中荷载下,宜采用 $r=0$ 的布束方式;在均布荷载下,可采用 $r=0.33$ 的布束方式;在三分点荷载时,可采用 $r=0.33$ 的布束方式,如果采用 $r=0$ 的布束方式效果会大打折扣。

(3) 对于预应力束形状为直线的体外预应力混凝土梁,单点集中荷载下的塑性发展区域最小,梁破坏时的挠度以及体外筋极限应力增量相应为最小,而三分点荷载下梁破坏时的挠度和体外筋极限应力增量最大,均布荷载下梁破坏时的挠度和体外筋极限应力增量介于单点集中荷载和三分点荷载之间。由于体外预应力梁的二次效应与梁的挠度发展直接相关,因此单点集中荷载下转向块对梁的名义抗弯强度影响最小。

第六章 总结与展望

6.1 总 结

体内无粘结和体外预应力技术在混凝土工程中的应用日趋广泛,和有粘结的混凝土和预应力混凝土结构不同的是,体内无粘结或体外预应力筋与周围混凝土之间没有粘结,如果不考虑体内无粘结与孔道之间的摩擦或体外预应力筋与转向块之间的摩擦,体内无粘结或体外预应力筋沿梁全长的应力是相同的。分析体内无粘结或体外预应力混凝土梁要比有粘结的混凝土结构复杂得多,其结构精确分析必须基于梁的整体变形条件通过迭代方法来进行。本文系统地评述了已有的国内外研究者对体内无粘结及体外预应力梁的试验和分析研究成果,以及各国规范对无粘结预应力筋极限应力 f_{ps} 的计算式,分别利用数值理论方法和商用有限元程序提出了适用于体内无粘结和体外预应力混凝土梁非线性全过程分析的有限元模型,并与试验结果比较验证了模型的可靠性,利用建立的模型系统研究和评估了不同参数对体内无粘结和体外预应力混凝土梁弯曲性能的影响。本文的主要研究成果和创新点有:

(1) 基于平面非线性梁单元理论建立了体内无粘结及体外预应力混凝土梁的有限元理论分析模型,该模型考虑了梁单元的材料和几何非线性,可较好地预测一根梁从开始加载直到失效的非线性全过程结构响应。通过把体内无粘结或体外预应力筋的效应转化为梁单元的等效节点荷载,极大地简化了分析过程,具有较强的理论分析和工程实用价值。

(2) 首次提出按截面纤维积分法处理任意形状的混凝土梁截面并导出梁单元的截面切线刚度矩阵。改进了 Rodriguez 截面分析模型,根据截面顶点把截面划分成若干个梯形单元,通过对截面纤维直接积分求出各梯形单元承担的内力,从而避免了截面分块或分条,大大提高了计算效率。

(3) 在材料非线性本构关系基础上,通过截面分析和单元分析导出标准有限元公式,建立的单元切线刚度矩阵由三个子矩阵组成,分别反映了材料非线性、材料非线性与几何非线性的耦合以及轴力二次矩等三种不同的效应。

(4) 利用商用有限元程序 ABAQUS 建立体内无粘结和体外预应力混凝土

梁的统一分析模型,解决了商用有限元程序难以按常规方法分析无粘结预应力梁的问题,为广大科技工作者能够利用商用有限元程序分析体内无粘结和体外预应力混凝土梁提供了切实可行的方法。

(5) 系统研究了各种参数诸如非预应力有粘结筋配筋率、无粘结预应力筋配筋率、跨高比、有效预应力、材料强度(包括混凝土轴心抗压强度、预应力筋极限抗拉强度以及非预应力筋屈服强度)以及加载方式对无粘结预应力梁弯曲性能和强度以及无粘结预应力筋极限应力 f_{ps} 的影响,分析结果可为无粘结预应力梁的优化设计和为新版规范 f_{ps} 计算式的今后修正提供参考依据。

(6) 分析评估了转向块、预应力束形状以及荷载形式这些对体外预应力梁的二次效应具有重要影响的参数,研究成果更深入了对体外预应力梁工作性能和受力机理的认识和了解,为体外预应力技术的进一步推广应用打下了良好的基础。

6.2 展 望

由于时间和水平所限,本文的研究工作尚存在一些不足之处,以下几个方面有待于今后的科研工作进一步完善和深入:

(1) 考虑循环疲劳荷载、动力荷载或其它环境荷载比如地震、火灾环境下体内无粘结和体外预应力混凝土梁的非线性分析模型及其性能研究。

(2) 制作较大数量的代表各种不同工况的体内无粘结和体外预应力混凝土试验梁,通过对这些梁的试验研究并结合建立的分析模型达到对其性能的更进一步认识。

(3) 把平面非线性梁单元理论推广应用至空间非线性梁单元理论,建立起考虑空间效应的体内无粘结和体外预应力梁的分析模型。

(4) 建立一个能够考虑各种参数影响的具有较高精度同时又比较简便实用的无粘结预应力筋极限应力 f_{ps} 计算公式,使得该公式能够替换当前规范公式。

参考文献

1. 房贞政.无粘结与部分预应力结构[M].北京:人民交通出版社,1999.
2. 徐金声,吕茂达.大柱网双向无粘结预应力密肋楼盖结构的设计和研究[J].土木工程学报,1990,23(4):15-22.
3. 霍焕德,马玉珍.部分无粘结预应力混凝土在大跨度井字梁中的应用[J].建筑结构学报,1991,12(6):33-41.
4. 陶学康.后张无粘结预应力混凝土在高层建筑楼盖设计中的应用[J].建筑结构学报,1995,16(2):3-17.
5. 顾磊,焦彬如.无粘结预应力超宽扁梁—平板楼盖体系在高层工业建筑中的应用[J].土木工程学报,1999,32(5):23-27.
6. 何德湛.无粘结预应力技术在圆形水池中的推广和应用[J].土木工程学报,2002,35(4):109-110.
7. Virlogeux M. External prestressing—History and modern applications[A]. External Prestressing in Structures[C]. Paris: AFPC, 1993: 13-42.
8. Corven J. Overview on external prestressing in the world[A]. External Prestressing in Structures[C]. Paris: AFPC, 1993: 43-52.
9. Virlogeux M. External prestressing[A]. IABSE Proceedings[C], Zurich: International Association for Bridge and Structural Engineering, P-62/82, 1982: 101-108.
10. 杜拱辰.现代预应力混凝土结构[M].北京:中国建筑工业出版社,1988.
11. 杜进生,刘西拉.体外及无粘结预应力筋极限应力研究进展[J].公路交通科技,2000,17(6):37-40.
12. Warwaruk J, Sozen M A, Siess C P. Investigation of prestressed reinforced concrete for highway bridge, part III: strength and behavior in flexure of prestressed concrete beams[R]. Urbana: University of Illinois Engineering Experiment Station, 1962.
13. Burns N H, Pierce D M. Strength and behavior of prestressed concrete members with unbonded tendons[J]. PCI Journal, 1967, 12(5): 15-29.
14. Pannell F N. Ultimate moment resistance of unbonded prestressed concrete beams[J]. Magazine of Concrete Research, 1969, 21(66): 43-54.
15. Mattock A H, Yamazaki J, Kattula B T. Comparative study of prestressed concrete beams with and without bond[J]. ACI Journal, 1971, 68(2): 116-125.
16. Tam A, Pannell F N. The ultimate moment resistance of unbonded prestressed concrete beams[J]. Magazine of Concrete Research, 1976, 28(97): 203-208.
17. Elzanaty A. Flexural behavior of unbonded post-tensioned partially prestressed concrete beams[D]. Ithaca, USA: Cornell University, 1982.
18. Trost H, Cordes H, Weller B. Investigation into prestressing without bond[R]. Berlin, Germany: *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton*, Heft 355, 1984.
19. Du G C, Tao X K. Ultimate stress of unbonded tendons in partially prestressed concrete beams[J]. PCI Journal, 1985, 30(6): 72-91.

20. Campbell T I, Chouinard K L. Influence of nonprestressed reinforcement on the strength of unbonded partially prestressed concrete members[J]. ACI Structural Journal, 1991, 88(5): 546-551.
21. Harajli M H, Kanj M Y. Ultimate flexural strength of concrete member prestressed with unbonded tendon[J]. ACI Structural Journal, 1991, 88(6): 663-673.
22. Chakrabarti P R, Whang T P, Brown W, et al. Unbonded post-tensioning tendons and partially prestressed beams[J]. ACI Structural Journal, 1994, 91(5): 616-625.
23. Chakrabarti P R. Ultimate Stress for unbonded post-tensioning tendons in partially prestressed beams[J]. ACI Structural Journal, 1995, 92(6): 689-697.
24. Daher Y M. Behavior of lightly prestressed members with unbonded tendons[D]. Edmonton: University of Alberta, 1997.
25. Tanchan P. Flexural behavior of high strength concrete beams prestressed with unbonded tendons[D]. New Brunswick: The State University of New Jersey, 2001.
26. 王逸, 杜拱辰, 刘永颐.跨中集中荷载下部分预应力梁无粘结筋极限应力的研究[J].建筑结构学报, 1991, 12(6): 42-52.
27. 赵国藩, 文明秀.无粘结部分预应力砼梁裂缝宽度的试验研究[J].建筑结构学报, 1991, 12(3): 24-34.
28. 文明秀, 赵国藩, 陈晓宝.无粘结部分预应力混凝土梁极限抗弯强度的试验研究[J].中国公路学报, 1991, 4(2): 50-56, 64.
29. 白力更, 束继华.无粘结部分预应力梁抗弯性能的试验研究[J].工业建筑, 1992, (2): 22-26.
30. 卫纪德, 郑文忠, 唐忠勇.无粘结部分预应力混凝土矩形梁裂缝开展和闭合的试验研究[J].哈尔滨建筑工程学院学报, 1993, 26(1): 22-28.
31. 陈晓宝.无粘结部分预应力砼梁的延性试验研究[J].合肥工业大学学报(自然科学版), 1994, 17(4): 125-130.
32. 余志武, 罗小勇.水平低周反复荷载作用下无粘结部分预应力框架的抗震性能研究[J].建筑结构学报, 1996, 17(2): 30-36.
33. 余志武, 周朝阳等.竖向低周反复荷载作用下无粘结部分预应力框架结构的抗震性能试验研究[J].建筑结构学报, 1997, 18(3): 38-46, 57.
34. 朱尔玉, 刘福胜.对无粘结部分预应力混凝土迭合梁变形计算方法的研究和探讨[J].水利学报, 1997, (10): 10-17.
35. 朱尔玉, 娄运平.无粘结部分预应力混凝土叠合梁裂缝宽度计算的试验研究[J].水利学报, 2000, (5): 12-16.
36. 宋永发, 王清湘.部分预应力高强混凝土梁无粘结筋极限应力及承载力的计算方法[J].中国公路学报, 2000, 13(1): 61-64.
37. 宋永发, 宋玉普, 许劲松.重复荷载作用下无粘结部分预应力高强混凝土梁变形及延性试验研究[J].中国公路学报, 2001, 14(3): 44-50.
38. 宋永发, 王清湘, 宋玉普.重复荷载作用下无粘结部分预应力高强混凝土梁正常使用阶段性能研究[J].土木工程学报, 2001, 34(1): 19-23, 55.
39. 洪涛, 陆洲导, 许立新.无粘结预应力混凝土框架的火灾试验[J].火灾科学, 2002, 11(1): 57-62.
40. 刘艳辉, 赵世春.无粘结预应力混凝土框架抗震性能的试验研究[J].西南交通大学学报, 2003, 38(6): 647-650.
41. 唐昌辉, 易伟建, 沈蒲生等.低周反复荷载作用下无粘结部分预应力混凝土梁受弯性能的试验研究[J].建筑结构学报, 2003, 24(1): 19-25.

42. Baker A L L. A plastic theory of design for ordinary reinforced and prestressed concrete including moment redistribution in continuous members[J]. Magazine of Concrete Research, 1949, 1(2): 57-66.
43. Baker A L L. Recent research in reinforced concrete and its application to design[J]. Journal Institute of Civil Engineers, 1951, 35(4): 262-329.
44. Revesz S. Factors governing the ultimate bending moment of reinforced and prestressed concrete beams with reference to a proposed plastic theory[J]. Magazine of Concrete Research, 1953, 5(13): 11-26.
45. Gifford F W. Test of end-anchored unbonded prestressed concrete beams having parabolic steel eccentricity, subjected to uniformly distributed loading[J]. Magazine of Concrete Research, 1953, 5(13): 27-36.
46. Gifford F W. The design of simply supported prestressed concrete beams for ultimate loads[J]. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, 1954, 3(1): 125-143.
47. Cowan H J. The ultimate strength of prestressed concrete beams[J]. The Structural Engineer, 1955, 33(7): 197-212.
48. Janney J R, Hognestad E, Mchenry D. Ultimate flexural strength of prestressed and conventionally reinforced reinforced concrete beams[J]. ACI Journal, 1956, 52(6): 601-620.
49. 房贞政, 宗周红. 无粘结预应力筋极限应力的变形协调系数法[J]. 土木工程学报, 1995, 28(1): 55-65.
50. 杜进生, 赖国麟. 无粘结部分预应力混凝土受弯构件正截面抗弯强度计算方法的研究[J]. 桥梁建设, 1997, (3): 13-15.
51. 王春生, 徐岳, 陈艾荣. UPPC 梁桥无粘结预应力筋极限应力分析[J]. 中国公路学报, 2001, 14(4): 70-74, 79.
52. 杜进生, 赖国麟. 使用荷载下无粘结部分预应力混凝土梁的应力分析[J]. 土木工程学报, 1998, 31(1): 72-75.
53. Majtahedi S, Gamble W L. Ultimate steel stresses in unbonded prestressed concrete[J]. Journal of The Structural Division, ASCE, 1978, (6): 1159-1165.
54. Lee L H, Moon J H, Lim J H. Proposed methodology for computing of unbonded tendon stress at flexural at flexural failure[J]. ACI Structural Journal, 1999, 96(6): 1040-1048.
55. Balagulu P N. Increase of stress in unbonded tendons in prestressed concrete beams and slabs[J]. Canadian Journal of Civil Engineering, 1981, 8: 262-268.
56. Kordina K, Hegger J. Determination of the ultimate strength in bending in the case of prestressing without bond[J]. Beton-und-Stahlbeton, 1987, 84(4): 85-90.
57. Zimmerman J, Weller B. Bending capacity and proportioning of girders with unbonded prestressing[R]. Berlin: University of Berlin, 1988.
58. Vega M, Dotreppe. Numerical procedure for the analysis of the ultimate limit state behavior of prestressed concrete structures[A]. Proceedings of the FIP symposium[C]. Jerusalem, 1988.
59. Harajli M H. Effect of span-depth ratio on the ultimate steel stress in unbonded prestressed concrete member[J]. ACI Structural Journal, 1990, 87(3): 305-312.
60. Harajli M H, Hijazi S A. Evaluation of the ultimate steel stress in partially prestressed concrete members[J]. PCI Journal, 1991, 36(1): 62-82.
61. Corley G W. Rotational capacity of reinforced concrete beams[J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 1966, 92(5): 121-146.

62. Mattock A H. Discussion of rotational capacity of reinforced concrete beams[J]. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 1967, 93(2): 519-522.
63. Harajli M H, Kanj M. Experimental and analytical investigation of the behavior of concrete beams prestressed with unbonded tendons[R]. Norman: University of Oklahoma, 1990.
64. Naaman A E, Alkhairi F M. Stress at ultimate in unbonded prestressing tendons: Part 1-evaluation of the state-of-the-art[J]. *ACI Structural Journal*, 1991a, 89(5): 641-651.
65. Naaman A E, Alkhairi F M. Stress at ultimate in unbonded prestressing tendons: Part 2-proposed methodology[J]. *ACI Structural Journal*, 1991b, 89(6): 683-692.
66. Naaman A E, Burns N, French C, et al. Stresses in unbonded prestressing tendons at ultimate: Recommendation[J]. *ACI Structural Journal*, 2002, 99(4): 518-529.
67. Alkhairi F M, Naaman A E. Analysis of beams prestressed with unbonded internal or external tendons[J]. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 1993, 119(9): 2680-2699.
68. Park R, Paulay T. Reinforced concrete structures[J]. New York: John Wiley & Sons, 1975.
69. Ament J M, Chakrabarti P R. Comparative statistical study for the ultimate stress in unbonded post-tensioning[J]. *ACI Structural Journal*, 1997, 94(2): 171-180.
70. Moon J H, Burns N H. Flexural behavior of member with unbonded tendons. I: Theory[J]. *Journal of Structural Engineering*, 1997, 123(8): 1087-1094.
71. Moon J H, Burns N H. Flexural behavior of member with unbonded tendons. II: Applications[J]. *Journal of Structural Engineering*, 1997, 123(8): 1095-1101.
72. Allouche E N, Campbell T I, Green M F, et al. Tendon stress in continuous unbonded prestressed concrete members-Part1: review of literature[J]. *PCI Journal*, 1998, Nov-Dec: 87-93.
73. Allouche E N, Campbell T I, Green M F, et al. Tendon stress in continuous unbonded prestressed concrete members-Part2: parametric study[J]. *PCI Journal*, 1999, 44(1): 60-73.
74. Allouche E N. The behavior of unbonded partially prestressed continuous concrete beams[D]. Kingston: Queen's University, 1996.
75. Campbell T I, Kodur V K R. Deformation controlled nonlinear analysis of prestressed concrete continuous beams[J]. *PCI Journal*, 1990, 35(5): 42-55.
76. Wu X H, Otani S, Shiohara H. Tendon model for nonlinear analysis of prestressed concrete structures[J]. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 2001, 127(4): 398-405.
77. Ariyawardena N. Prestressed concrete with internal or external tendons: Behavior and analysis[D]. Calgary: University of Calgary, 2000.
78. Ariyawardena N, Ghali A. Prestressing with unbonded internal or external tendons: Analysis and computer model[J]. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 2002, 128(12): 1493-1501.
79. 杜进生, 刘西拉. 基于结构变形的无粘结预应力筋应力变化研究[J]. *土木工程学报*, 2003, 36(8): 12-19.
80. Branson D E, Trost H. Application of I-effective method in calculating deflections of partially prestressed members[J]. *PCI Journal*, 1982, 28(5): 63-77.
81. 陆洲导, 李刚, 许立新. 无粘结预应力混凝土框架火灾下结构反应分析[J]. *土木工程学报*, 2003, 36(10): 30-35.
82. Harajli M H. Strengthening of concrete beams by external prestressing[J]. *PCI Journal*, 1993, 38(6): 76-88.
83. 房贞政, 上官萍. 预制拼装体外索预应力混凝土连续梁的受力性能探讨[J]. *福州大学学报(自然科学版)*, 1996, 24(4): 16-21.

84. Tan K H, Ng C K. Effects of deviators and tendon configuration on behavior of externally prestressed beams[J]. ACI Structural Journal, 1997, 94(1): 13-21.
85. Tan K H, Ng C K. Effect of shear in externally prestressed beams[J]. ACI Structural Journal, 1998, 95(2): 116-128.
86. 孙海, 黄鼎业. 体外预应力简支梁受力性能研究与非线性分析[J]. 土木工程学报, 2000, 33(2): 25-29.
87. 孙海, 黄鼎业, 张平. 体外预应力连续梁的受力性能研究与非线性分析[J]. 工业建筑, 2000, 30(4): 34-37.
88. Harajli M H, Mabsout M E, Al-Hajj J A. Response of externally post-tensioned continuous members[J]. ACI Structural Journal, 2002, 99(5): 671-680.
89. Aparicio A C, Ramos G, Casas J R. Testing of externally prestressed concrete beams[J]. Engineering Structures, 2002, 24: 73-84.
90. 李方元, 赵人达, 周益云. 体外预应力高强混凝土两跨连续梁模型试验[J]. 西南交通大学学报, 2002, 37(5): 500-504.
91. 张仲先, 张耀庭. 体外预应力混凝土梁体外筋应力增量的试验与研究[J]. 铁道工程学报, 2003, (4): 75-80.
92. Fenves G. Nonlinear analysis of externally prestressed bridges[A]. Proceedings, Ninth conference on electronic computation[C]. Birmingham: ASCE, 1986.
93. Virlogeux M. Nonlinear analysis of externally prestressed structures[A]. Proceedings of the FIP symposium[C]. Jerusalem, 1988: 319-340.
94. El-Habr K C. Finite element analysis of externally prestressed segmental construction[D]. Austin: University of Texas, 1988.
95. Muller J, Gauthier Y. Ultimate behavior of precast segmental box girders with external tendons[A]. Naaman A E. External prestressing in bridges[C]. Detroit: American Concrete Institute, 1989: 355-373.
96. Tan K H, Naaman A E. Strut-and-tie model for externally prestressed concrete beams[J]. ACI Structural Journal, 1993, 90(6): 683-691.
97. Ramos G, Aparicio A C. Ultimate analysis of monolithic and segmental externally prestressed concrete bridges[J]. Journal of Bridge Engineering, ASCE, 1996, 1(1): 10-17.
98. Aparicio A C, Ramos G. Flexural strength of externally prestressed concrete bridges[J]. ACI Structural Journal, 1996, 93(5): 512-523.
99. Pisani M A, Nicoli E. Beams prestressed with unbonded tendons at ultimate[J]. Canadian Journal of Civil Engineering, 1996, 23(6): 1220-1230.
100. Harajli M N, Nassif H. External prestressed members: evaluation of second-order effects[J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 1999, 125(10): 1151-1161.
101. 牛斌. 体外预应力混凝土梁弯曲性能分析[J]. 土木工程学报, 1999, 32(4): 37-44.
102. 牛斌. 体外预应力混凝土梁的极限状态分析[J]. 土木工程学报, 2000, 33(3): 7-15.
103. Miyamoto A, Tei K, Nakamura H, et al. Behavior of prestressed beam strengthened with external tendons[J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 2000, 126(9): 1033-1044.
104. 吴晓涵, 吕西林. 外张预应力钢筋混凝土结构非线性有限元分析[J]. 建筑结构学报[J], 2001, 22(5): 1-5, 10.
105. 王宗林, 王彤, 张树仁. 体外预应力混凝土简支梁的极限强度分析[J]. 哈尔滨建筑大学学报, 2001, 34(1): 114-118.
106. Ariyawardena N, Ghali A. Design of precast prestressed concrete members using external

- prestressing[J]. PCI Journal, 2002, 47(2): 84-94.
107. 方德平. 考虑 $P \Delta$ 效应得体外预应力梁的 $M-\phi$ 分析法[J]. 工程力学, 2002, 19(4): 113-117.
108. 黄真, 刘西拉. 预制节段式无粘结预应力混凝土箱梁受弯扭剪共同作用分析[J]. 土木工程学报, 2003, 36(6): 60-65.
109. ACI Committee 318-63. Building code requirements for reinforced concrete[S]. Detroit: American Concrete Institute, 1963.
110. ACI Committee 318-71. Building code requirements for reinforced concrete[S]. Detroit: American Concrete Institute, 1971.
111. ACI Committee 318-83. Building code requirements for reinforced concrete[S]. Detroit: American Concrete Institute, 1983.
112. ACI Committee 318-02. Building code requirements for reinforced concrete[S]. Detroit: American Concrete Institute, 2002.
113. AASHTO. Standard specifications for highway bridges[S]. Washington: American Association of State Highway and Transportation Officials, 1992.
114. AASHTO. LRFD bridge design specifications[S]. Washington: American Association of State Highway and Transportation Officials, 1994.
115. AASHTO. LRFD bridge design specifications[S]. Washington: American Association of State Highway and Transportation Officials, 1998.
116. MacGregor R J G, Kreger M E, Breen J E. Evaluation of strength and ductility of a three-span externally post-tensioned box girder bridge model[R]. Austin: Center for Transportation Research, University of Texas, 1989.
117. CSA-A135. Prestressed concrete[S]. Rexdale: Canadian Standards Association, 1962.
118. CSA-A23.3-M77. Design of concrete structures for buildings[S]. Rexdale: Canadian Standards Association, 1977.
119. CSA-A23.3-M84. Design of concrete structures for buildings[S]. Rexdale: Canadian Standards Association, 1984.
120. CSA-A23.3-M94. Design of concrete structures for buildings[S]. Rexdale: Canadian Standards Association, 1994.
121. BS 8110. Structural use of concrete, Part 1[S]. British Standards Institution, 1997.
122. JGJ/T92-93, 无粘结预应力混凝土结构技术规程[S]. 北京, 1992.
123. 郭乙木, 陶伟明, 庄茁. 线性与非线性有限元及其应用[M]. 北京: 机械工业出版社, 2004.
124. Turner M J, Clough R W, et al. Stiffness and deflection analysis of complex structures[J]. Journal of aerosol science, 1956, 23: 805-824.
125. Clough R W. The finite element in plane stress analysis[A]. 2nd ASCE conference on electronic computation[C]. 1960.
126. 万力. 杂交应力元的研究及其与 MSC/PATRAN 的集成[D]. 杭州: 浙江大学, 2002.
127. 徐兴, 郭乙木, 沈永兴. 非线性有限元及程序设计[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 1993.
128. 吕西林, 金国芳, 吴晓菡. 钢筋混凝土结构非线性有限元理论与应用[M]. 上海: 同济大学出版社, 1997.
129. Vecchio F J, Collins M P. The modified compression field theory for reinforced concrete elements subjected to shear[J]. ACI Structural Journal, 1986, 83(2): 219-231.
130. Mattock A H. Flexural strength of prestressed concrete sections by programmable calculator[J]. PCI Journal, 1979, 24(1): 32-54.

131. Rodriguez J A, Aristizabal J D. Biaxial interaction diagrams for short RC columns of any cross section[J]. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 1999, 125(6): 672-683.
132. Rodriguez J A, Aristizabal J D. Partially and fully prestressed concrete sections under biaxial bending and axial load[J]. *ACI Structural Journal*, 2000, 97(4): 553-563.
133. Rodriguez J A, Aristizabal J D. M-P- ϕ diagrams for reinforced, partially, and fully prestressed concrete sections under biaxial bending and axial load[J]. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 2001, 127(7): 763-773.
134. Rodriguez J A, Aristizabal J D. Reinforced, partially, and fully prestressed slender concrete columns under biaxial bending and axial load[J]. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 2001, 127(7): 774-783.
135. Kang Y J, Scordelis A C. Nonlinear analysis of prestressed concrete frames[J]. *Journal of the structural division*, 1980, 106(ST2): 445-462.
136. Thongjen T. A non-linear finite element approach to modeling the flexural behavior of unbonded prestressed concrete beams[D]. Bradley University, 1996.
137. ABAQUS/Standard User's Manual[M]. Pawtucket, USA: Hibbitt, Karlsson & Sorensen, INC, 2000.
138. Riks E. An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 1979, 15: 529-551.
139. Ramm E. Strategies for tracing the nonlinear response near limit points[A]. Wunderlich E. *Nonlinear finite element analysis in structural mechanics*[C]. Berlin: Springer-Verlag, 1981.
140. Crisfield M A. A fast incremental iterative solution procedure that handles "Snap-Through"[J]. *Computers & Structures*, 1981, 13: 55-62.
141. GB 50010-2002, 混凝土结构设计规范[S], 2002.

致 谢

本文工作是在导师郭乙木教授的悉心指导下完成的。论文的每一个字，都渗透着导师的心血；学生的点滴进步，都感受着导师学风的熏陶。导师严谨求是的治学态度，理论结合实际的为学之道，循循善导的教育方法以及高尚的人格魅力，学生感受至深，并将终生受益。借此机会，我向导师表示衷心的感谢！

衷心感谢我的硕士导师王振林教授给予我科研上的指导和生活上的关心，感谢陶伟明副教授和师兄万力博士、王双连博士，感谢同实验室朝夕相处的黄丹博士、刘鹏飞博士、胡潇毅博士以及所有一起学习和工作的师弟、师妹们给予我的无私帮助和有益建议。

感谢在固体力学研究所辛勤耕耘的所有老师对我的教育和培养。

最后，感谢亲人多年来对我学业上的理解、支持和鼓励。

楼铁炯

2005年3月于求是园

攻读博士期间发表和录用的论文

1. 楼铁炯, 郭乙木, 王振林. 双筋工形预应力混凝土梁截面的非线性分析. 土木工程学报, 2004, 37(7): 47-50.
2. 楼铁炯, 郭乙木, 王振林, 黄丹. 任意截面无粘结预应力混凝土梁的极限非线性分析. 中国公路学报, 2005, 18(1): 77-80.
3. 楼铁炯, 秦从律, 郭乙木, 王振林. 体外预应力混凝土梁的分析方法研究. 自然科学进展, 2004, 14(11): 1272-1276.
4. 楼铁炯, 傅晓斌, 郭乙木. 基于 $M-\phi$ 关系的工形 PC 弯曲梁的宏观分析模型. 工程设计学报, 2004, 11(5): 284-287.
5. 楼铁炯, 陶伟明, 郭乙木, 王振林. 任意截面无粘结预应力混凝土梁的有限元分析. 浙江大学学报 (工学版), 2004, 38(11): 1466-1469.
6. 楼铁炯, 郭乙木, 黄丹. 任意截面预应力混凝土细长柱的非线性分析. 工程力学, 2004, 21(6): 161-165.
7. 楼铁炯, 等. 双向偏压钢筋混凝土柱的有限元分析模型. 浙江大学学报 (工学版), 录用.
8. 楼铁炯, 等. 体外及体内无粘结预应力梁的有限元模拟. 浙江大学学报 (工学版), 录用.
9. 楼铁炯, 等. 预应力混凝土平面杆系结构的有限元方法. 计算力学学报, 录用.