UNIVERSIDADE DE COIMBRA
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELECTROTÉCNICA E DE COMPUTADORES

Análise dinâmica de vibrações em manipuladores robóticos

Miguel Francisco Martins de Lima

Coimbra – Portugal

2008

UNIVERSIDADE DE COIMBRA
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELECTROTÉCNICA E DE COMPUTADORES

Análise dinâmica de vibrações em manipuladores robóticos

Miguel Francisco Martins de Lima

Coimbra – Portugal

2008

UNIVERSIDADE DE COIMBRA
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELECTROTÉCNICA E DE COMPUTADORES

Análise dinâmica de vibrações em manipuladores robóticos

Miguel Francisco Martins de Lima

Dissertação apresentada a doutoramento em Ciências da Engenharia, área de Engenharia Electrotécnica, na especialidade de Instrumentação e Controlo, na Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra.

Coimbra – Portugal

2008

Tese realizada sob orientação de

Manuel Marques Crisóstomo

Professor Auxiliar do

Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores

Faculdade de Ciências e Tecnologia da

UNIVERSIDADE DE COIMBRA

e

José António Tenreiro Machado

Professor Coordenador com Agregação do

Departamento de Engenharia Electrotécnica do

INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DO PORTO

À Helena e meus filhos Inês e Miguel Filipe

e

à memória dos meus pais, Lucília e Germano

Agradecimentos

Quero expressar o meu sincero agradecimento a todas as pessoas e instituições que, directa ou indirectamente, contribuíram para a realização deste trabalho. Os agradecimentos seriam vastos e numerosos, no entanto, vou referir apenas os mais importantes.

Em primeiro lugar agradeço ao meu orientador, Professor Doutor José António Tenreiro Machado, a forma como orientou os meus trabalhos de Doutoramento. O seu apoio, dedicação, entusiasmo e disponibilidade foram uma constante ao longo de toda a orientação. De igual forma, a sua experiência e competência profissional contribuíram decisivamente para a realização dos trabalhos conducentes à elaboração desta tese. Agradeço ainda o esforço desenvolvido na leitura e as sugestões de revisão que permitiram o enriquecimento do texto desta dissertação.

Agradeço também ao meu orientador, Professor Doutor Manuel Marques Crisóstomo, o seu auxílio sempre que tal se mostrou necessário, em particular o esforço desenvolvido na leitura dos artigos científicos e do texto desta tese e pelas suas sugestões de revisão.

Aos colegas do Grupo de Robótica e Sistemas Inteligentes do ISEP (GRIS) pelo espírito de colaboração e disponibilidade sempre demonstrada.

Quero ainda agradecer ao Departamento de Engenharia Electrotécnica da Escola Superior de Tecnologia do Instituto Superior Politécnico de Viseu, todas as facilidades concedidas na realização deste trabalho, nomeadamente os recursos disponibilizados para a realização da parte prática do trabalho e pela disponibilização de verbas para participar em algumas conferências científicas.

Agradeço ao Instituto de Sistemas e Robótica (ISR) do Pólo de Coimbra as verbas concedidas para a minha participação em conferências e publicação de vários artigos científicos.

Agradeço também ao Grupo de Investigação em Engenharia do Conhecimento e Apoio à Decisão (GECAD) os apoios financeiros concedidos que permitiram a publicação de vários artigos científicos.

Finalmente, agradeço à minha família pela compreensão tida ao longo deste período. Um agradecimento especial vai para a minha esposa pelo apoio prestado durante as diversas fases

da realização deste trabalho; aos meus filhos Inês e Miguel Filipe porque mereciam uma atenção maior da minha parte.

Por fim, estendo os meus agradecimentos a todos aqueles que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho e que não foram aqui mencionados.

Resumo

Os manipuladores robóticos apresentam vibrações indesejadas durante o seu funcionamento. Por um lado, estas vibrações resultam de numerosos factores, tais como, folgas, flexibilidades, atritos, não-linearidades e outras causas. Por outro lado, os robôs, ao interagirem com o meio ambiente, geram frequentemente impactos que produzem vibrações que se propagam através de toda a estrutura mecânica. Neste contexto, de modo a reduzir, ou eliminar, o efeito das vibrações e dos impactos, é fundamental estudar as variáveis envolvidas para se poderem definir estratégias adequadas.

Nesta ordem de ideias, este trabalho estuda e desenvolve metodologias de análise para aplicações em estruturas de manipulação sujeitas a impactos e a vibrações.

As experiências realizadas com o sistema robótico desenvolvido, na presença de impactos, vibrações e na movimentação de líquidos, evidenciaram o comportamento de ordem fraccionária de alguns sinais. A transformada de Fourier com janela, utilizada no estudo dos sinais robóticos, revelou-se uma ferramenta adequada para a análise dos sinais não estacionários, como é o caso dos sinais originados nos fenómenos referidos.

Os robôs utilizam uma multiplicidade de sensores de forma a adaptarem-se a perturbações ou a mudanças inesperadas no espaço de trabalho. Os dados assim obtidos podem ser redundantes, uma vez que a mesma informação pode ser captada por dois ou mais sensores. Neste contexto, faz-se um estudo do comportamento do espectro dos sinais e apresenta-se um método de classificação dos sinais que pode contribuir para a optimização da instrumentação utilizada nos sistemas robóticos.

No estudo dos sinais robóticos apresentam-se várias experiências suportadas por conceitos da teoria da informação e implementadas através de uma reconstrução do espaço de estados. Assim, determina-se, experimentalmente, uma relação entre os declives das linhas de tendência dos espectros com a dimensão fractal do espaço de estados reconstruído e o correspondente tempo de atraso. Propõem-se ainda dois índices para determinação do grau das folgas em sistemas mecânicos sujeitos a oscilações periódicas. Desenvolve-se também um novo método, baseado na informação mútua, para sintonia da transformada de Fourier com janela.

Palavras-Chave: Espaço de Estados Reconstruído, Transformada de Fourier com Janela, Transformada *Wavelet*, Folgas, Impactos, Vibrações, Dimensão Fractal, Cálculo Fraccionário, Robótica.

Abstract

The operation of robotic manipulators reveals unwanted vibrations. On one hand, these vibrations occur due to several factors, such as, backlash, flexibilities, friction, non-linearities and other effects. On the other hand, the robots, interacting with the environment, generate often impacts that produce vibrations which are propagated through the mechanical structure. In this perspective, in order to adopt adequate strategies for reducing or eliminating the effect of vibrations and impacts, it is important to study the involved variables.

Bearing these ideas in mind, this work studies and develops analysis methodologies for applying to mechanical manipulators structures subject to impacts and vibrations.

Several experiments are performed with the developed robotic system in the presence of impacts, vibrations, or when carrying liquid containers. Some of the captured signals reveal a fractional order behavior. The windowed Fourier transform is applied in the study of the robotic signals and reveals to be an adequate tool to deal with this type of non stationary signals.

The robots use a multiplicity of sensors necessary to deal with the perturbations or with unexpected changes in its work space. Therefore, the data obtained can be redundant because the same type of information can be obtained by two or more sensors. In this context, is established the study of the signal spectra. A sensor classification scheme is developed that can help in the design optimization of the robotic instrumentation.

Several experiments are performed for analyzing the robotic signals, based on the information theory, and implemented through the pseudo phase space. An experimental relationship is determined between the slopes of the trendlines spectra, with the fractal dimension of the pseudo phase space and the corresponding time lag. Additionally, two indices are proposed to detect the backlash effect on mechanical systems with periodic oscillations. Finally, a new method based on the mutual information, for tuning the windowed Fourier transform, is presented.

Keywords: Pseudo Phase Space, Windowed Fourier Transform, Wavelets, Backlash, Impacts, Vibrations, Fractal Dimension, Fractional Calculus, Robotics.

Lista de Figuras

Figura 2.1 Exemplo de sinal estacionário com três componentes espectrais: a) sinal nos tempos; b) módulo da TF. 9

Figura 2.2 Exemplo de sinal não estacionário: a) sinal nos tempos; b) módulo da TF. 10

Figura 2.3 Representação tempo–frequência da transformada de Fourier. 13

Figura 2.4 Relação tempo–frequência das transformadas. 16

Figura 2.5 Exemplo de sobreposição temporal de janelas Gaussianas: a) β = 0%; b) β = 50%. 17

Figura 2.6 Janelas rectangular e Gaussiana: a) representação nos tempos; b) resposta na frequência. 18

Figura 2.7 Exemplo de reconstrução de uma janela rectangular através de séries de Fourier: a) 11 harmónicos; b) 21 harmónicos; c) 51 harmónicos. 19

Figura 2.8 Influência da sobreposição das janelas Gaussianas: a) β = 0%; b) β = 50%. 20

Figura 2.9 Construção da transformada *wavelet*. 22

Figura 2.10 Diagrama simplificado da análise multiresolução por *wavelets*. 23

Figura 2.11 Circuito eléctrico recursivo com resistências e condensadores. 27

Figura 2.12 Diagrama de Bode do circuito eléctrico recursivo: a) amplitude; b) fase. 29

Figura 2.13 Atractor de Lorenz. 36

Figura 2.14 Sensibilidade às condições iniciais: a) componente $x(t)$; b) atractor. 36

Figura 2.15 Série temporal caótica $x(t)$ do atractor de Lorenz. 37

Figura 2.16 Transformada de Fourier (FFT) de $x(t)$. 37

Figura 2.17 Exemplo da dinâmica de um atractor pontual. 38

Figura 2.18 Exemplo da dinâmica de um atractor periódico. 39

Figura 2.19 Exemplo da dinâmica de um atractor toroidal. 39

Figura 2.20 Ilustração do conceito de preenchimento do espaço com linhas. 41

Figura 2.21 Ilustração do processo de construção do conjunto de Cantor ternário. 44

Figura 2.22 Ilustração do processo de construção da curva de Von Koch. 45

Figura 2.23 Cálculo da dimensão fractal do conjunto de Cantor ternário e da curva de Von Koch. 45

Figura 2.24 Reconstrução do espaço de estados a partir de uma série temporal. 48

Figura 2.25 Representação no EE: a) série temporal; b) ponto *P* no EER. 50

Figura 2.26 Influência do atraso temporal na reconstrução do espaço de estados. a) espaço de estados original; b) atraso temporal pequeno; c) atraso temporal adequado; d) atraso temporal elevado. 54

Figura 2.27 Determinação da dimensão de imersão pelo método da decomposição em valores singulares para o sistema de Rossler: a) $d = 3$; b) $d = 4$; c) $d = 5$; d) $d = 6$. 58

Figura 2.28 Ilustração do conceito de falsos vizinhos: a) $d = 1$; b) $d = 2$; c) $d = 3$..... 59

Figura 3.1 Diagrama de blocos da arquitectura do equipamento..... 66

Figura 3.2 Robô *Scorbot ER VII* com o respectivo controlador. 67

Figura 3.3 Perfis de velocidade das trajectórias..... 68

Figura 3.4 Sistema de *interface* electrónico..... 69

Figura 3.5 Impulsos múltiplos observados nos sinais do codificador óptico..... 70

Figura 3.6 Sensores de corrente eléctrica por efeito de Hall. 71

Figura 3.7 Diagrama de blocos do circuito do sensor de corrente eléctrica. 71

Figura 3.8 Sensor de força e momento: a) instalação no punho do robô; b) componentes da força e momento..... 72

Figura 3.9 Diagrama de blocos da arquitectura dos programas..... 75

Figura 3.10 Diagrama de blocos da comunicação com o robô. 81

Figura 3.11 Fluxograma do programa do controlador do robô..... 82

Figura 3.12 Janela principal do SAD. 83

Figura 3.13 Janela de parametrização dos canais analógicos. 84

Figura 3.14 Exemplo de uma janela do PTD mostrando diversas opções..... 85

Figura 3.15 Opções para a sincronização temporal dos sinais..... 87

Figura 3.16 Sinais de força e momento sem sincronismo temporal. 88

Figura 3.17 Sinais de força e momento com sincronismo temporal..... 88

Figura 4.1 Lâmina de alumínio montada no punho do robô..... 93

Figura 4.2 Sinal do acelerómetro 2 colocado no extremo livre da lâmina de alumínio: 95

Figura 4.3 Corrente eléctrica do motor da junta 4 do robô..... 96

Figura 4.4 Experiência para estudo dos impactos..... 98

Figura 4.5 Posições dos eixos. 100

Figura 4.6 Correntes eléctricas dos motores. 100

Figura 4.7 Forças no *gripper*..... 100

Figura 4.8 Momentos no *gripper*. 100

Figura 4.9 Acelerações da vareta. 101

Figura 4.10 Espectro da posição da junta 1. 102

Figura 4.11 Espectros das correntes do motor da junta 3. 102

Figura 4.12 Espectros das correntes do motor da junta 4. 103

Figura 4.13 Espectros dos sinais: a) componente F_z da força; b) aceleração do extremo livre da vareta. 103

Figura 4.14 TFJ da corrente eléctrica do motor da junta 4 utilizando a janela {rectangular, Hamming, Gaussiana, Hanning } com t_w = 1 s e δ = 1 s. 105

Figura 4.15 Espectro da corrente do motor da junta 4 utilizando a janela Gaussiana. 106

Figura 4.16 Declives do espectro das correntes eléctricas do motor da junta 4 na condição de impacto utilizando as janelas {rectangular, Hamming, Gaussiana, Hanning } com t_w = {0,25; 0,5; 1; 2; 4} s e δ = 1 s. 107

Figura 4.17 Recipiente esférico com líquido. 109

Figura 4.18 Correntes eléctricas dos motores do robô: a) perfil parabolóide; b) perfil trapezoidal. 111

Figura 4.19 Posições dos eixos do robô: a) perfil parabolóide; b) perfil trapezoidal. 112

Figura 4.20 Forças no *gripper* do robô: a) perfil parabolóide; b) perfil trapezoidal. 112

Figura 4.21 Momentos no *gripper* do robô: a) perfil parabolóide; b) perfil trapezoidal. 113

Figura 4.22 Acelerações do recipiente: a) perfil parabolóide; b) perfil trapezoidal. 113

Figura 4.23 Espectro da posição da junta 1 para o perfil trapezoidal. 114

Figura 4.24 Espectro da posição da junta 3 para o perfil trapezoidal. 115

Figura 4.25 Espectro da corrente do motor da junta 3 para o perfil trapezoidal. 116

Figura 4.26 Espectro da componente F_x da força para o perfil trapezoidal. 116

Figura 4.27 Espectro da componente F_y da força para o perfil trapezoidal. 116

Figura 4.28 Espectro da componente M_z do momento para o perfil trapezoidal. 117

Figura 4.29 Espectro da aceleração A_1 do recipiente para o perfil trapezoidal. 117

Figura 4.30 Corrente do motor da junta 3 para caso *iii*) utilizando o perfil trapezoidal: a) sinal nos tempos; b) espectro da TFJ; c) declives da TFJ. 119

Figura 4.31 Componente *Fy* da força para o caso *i*) utilizando o perfil trapezoidal: a) sinal nos tempos; b) espectro da TFJ; c) declives da TFJ. 120

Figura 4.32 Componente *Fy* da força para o caso *iii*) utilizando o perfil trapezoidal: a) sinal nos tempos; b) espectro da TFJ; c) declives da TFJ. 121

Figura 4.33 Representação esquemática {3D, 2D} do robô e da superfície de impacto no sistema de coordenadas cartesianas virtuais. 124

Figura 4.34 Posições dos eixos do robô: a) vareta fina; b) vareta grossa. 125

Figura 4.35 Correntes eléctricas dos motores do robô: a) vareta fina; b) vareta grossa. 126

Figura 4.36 Forças no *gripper* do robô: a) vareta fina; b) vareta grossa. 127

Figura 4.37 Momentos no *gripper* do robô: a) vareta fina; b) vareta grossa. 127

Figura 4.38 Acelerações da vareta: a) vareta fina; b) vareta grossa. 128

Figura 4.39 Espectro do sinal de posição da junta 3. 129

Figura 4.40 Espectro do sinal de corrente do motor da junta 3. 129

Figura 4.41 Espectro do sinal da componente F_z da força. 130

Figura 4.42 Amplitude *versus* fase do espectro da componente F_z da força. 130

Figura 4.43 Espectro do sinal da componente M_z do momento. 130

Figura 4.44 Espectro do sinal de aceleração no extremo fixo da vareta (A_2). 130

Figura 4.45 Diagrama de caixas para os declives das LTs do espectro de todos os sinais para os casos (*i*, *ii*, *iii*) utilizando a vareta fina. 132

Figura 4.46 Amplitude interquartil *versus* mediana para todos os casos (*i*, *ii*, *iii*) utilizando a vareta fina. 132

Figura 4.47 Diagrama de caixas para os declives das LTs do espectro de todos os sinais para os casos (*i*, *ii*, *iii*) utilizando a vareta grossa. 133

Figura 4.48 Amplitude interquartil *versus* mediana para todos os casos (*i*, *ii*, *iii*) utilizando a vareta grossa. 133

Figura 4.49 Diagrama de caixas para os declives das LTs do espectro de todos os sinais para os casos (*i*, *ii*, *iii*) utilizando as varetas fina e grossa. 133

Figura 4.50 Amplitude interquartil *versus* mediana para todos os casos (*i*, *ii*, *iii*) utilizando as varetas fina e grossa. 133

Figura 5.1 Amplitude da FFT para os sinais da experiência de transporte dos líquidos: a) corrente eléctrica da junta 5 (recipiente com líquido); b) corrente eléctrica da junta 3 (recipiente vazio); c) posição da junta 1 (recipiente vazio); aceleração do recipiente (recipiente com líquido). 141

Figura 5.2 Índice I_{med} da corrente eléctrica da junta 2 para o caso do recipiente vazio: a) I_{med} *versus* tempo de atraso para $C = 10$; b) I_{med} *versus* tempo de atraso e número de classes C. 142

Figura 5.3 Índice I_{med} *versus* tempo de atraso da corrente eléctrica da junta 2 com o recipiente vazio para $C = 100$: a) original; b) versão suavizada. 143

Figura 5.4 Índices da corrente eléctrica da junta 3 (recipiente vazio); a) versão suavizada de I_{med} *versus* tempo de atraso; b) dim_{EER} *versus* o tempo de atraso; c) EER para $T_d = 150$ amostras (0,3 s); d) EER para $T_d = 525$ amostras (1,05 s); e) EER a 3D para $T_d = 150$ amostras; f) EER a 3D para $T_d = 525$ amostras. 144

Figura 5.5 Amplitude da FFT para a corrente eléctrica da junta 3 para o caso do recipiente com líquido. 145

Figura 5.6 Índices da corrente eléctrica da junta 3 (recipiente com líquido); a) versão suavizada de I_{med} *versus* tempo de atraso; b) dim_{EER} *versus* o tempo de atraso; c) EER para $T_d = 300$ amostras (0,6 s); d) EER para $T_d = 400$ amostras (0,8 s). 146

Figura 5.7 Índices da corrente eléctrica da junta 3 (recipiente com sólido); a) FFT com uma LT; b) versão suavizada de I_{med} *versus* tempo de atraso; c) dim_{EER} *versus* o tempo de atraso; d) EER para $T_d = 300$ amostras (0,6 s). 147

Figura 5.8 Determinação da dimensão de imersão d_E pelo método da decomposição em valores singulares para a corrente I_3 para os três casos. 148

Figura 5.9 Declives *m* das LTs da corrente eléctrica dos motores das juntas *versus* dim_{EER} e tempo de atraso T_d para os três casos do recipiente: vazio, com líquido e com sólido. 149

Figura 5.10 Colocação dos acelerómetros no manipulador para análise das folgas: a) ilustração da montagem; b) montagem do acelerómetro 2. 152

Figura 5.11 Sinais relativos às juntas 2-4: a) posições das juntas para o caso *iii*); b) correntes eléctricas dos motores para o caso *i*). 153

Figura 5.12 Acelerações do robô: a) caso *ii*); b) casos *i*) e *iii*). 154

Figura 5.13 Espectros do sinal do acelerómetro 2. 155

Figura 5.14 Decomposição por *wavelets* e as bandas de frequência resultantes. 155

Figura 5.15 Decomposição por *wavelets* do sinal do acelerómetro 2 para o caso *i*): a) com ruído; b) filtrado. 157

Figura 5.16 Energia das componentes da decomposição por *wavelets* dos sinais do acelerómetro 2 original e filtrado para os três casos. 158

Figura 5.17 Sinal filtrado do acelerómetro 2 e o seu harmónico fundamental para o caso *i*). 159

Figura 5.18 EER do sinal do acelerómetro 2 e o seu harmónico fundamental: *a*) sinal com ruído para o caso *i*); *b*) sinal com ruído para o caso *iii*); *c*) sinal filtrado para o caso *i*); *d*) sinal filtrado para o caso *iii*). 160

Figura 5.19 *RMSE* do sinal do acelerómetro 2 com ruído e filtrado para os três casos das folgas. 161

Figura 5.20 *RMSE* do sinal filtrado do acelerómetro 2 para um conjunto de experiências: casos *i*), *ii*) e *iii*). 162

Figura 5.21 *RMSE* do sinal do acelerómetro 2 *versus* amplitude e frequência dos movimentos da junta 3 para os casos: a) folgas pequenas; b) folgas grandes. 162

Figura 5.22 D_F do sinal do acelerómetro 2: a) para os três casos de folgas; b) *versus* amplitude e frequência do movimento da junta 3 para o caso *ii*). 163

Figura 5.23 Sinal F_x^{imp}: a) amplitude nos tempos; b) módulo da transformada de Fourier. 168

Figura 5.24 Sinal A_2^{liq} : a) amplitude nos tempos; b) módulo da transformada de Fourier. 168

Figura 5.25 Índice $I_{med}(\omega,\tau)$ *versus* (β, t_w) do sinal F_x^{imp} para a janela Gaussiana com $\alpha = 2{,}5$, $t_T = 8$ s. 169

Figura 5.26 TFJ do sinal F_x^{imp} para a janela Gaussiana com $(\beta; t_w) = (36{,}7; 2{,}6)$. 170

Figura 5.27 Índice $I_{med}(\omega,\tau)$ *versus* (β, t_w) do sinal A_2^{liq} para a janela Gaussiana com $\alpha = 2{,}5$, $t_T = 20$ s. 170

Figura 5.28 TFJ do sinal A_2^{liq} para a janela Gaussiana com $(\beta; t_w) = (20{,}83; 2{,}29)$. 171

Figura 5.29 Índice $I_{med}(\omega,\tau)$ *versus* (β, t_w) do sinal A_2^{liq} para a janela Hanning com $t_T = 20$ s. 171

Figura 5.30 Índice $I_{med}(\omega,\tau)$ *versus* (β, t_w) do sinal F_x^{imp} para a janela fraccionária com $\alpha = 1$, $t_T = 8$ s. 172

Figura 5.31 TFJ do sinal F_x^{imp} para a janela fraccionária com $(\beta; t_w) = (31{,}7; 2{,}3)$. 172

Figura 5.32 Índice $I_{med}(\omega,\tau)$ *versus* (β, t_w) do sinal I_2^{liq} para a janela Gaussiana com $\alpha = 2{,}5$, $t_T = 20$ s. 173

Figura 5.33 Índice $I_{med}(\omega,\tau)$ *versus* (α, β) do sinal F_x^{imp} para a janela Gaussiana. 174

Figura 5.34 Índice $I_{med}(\omega,\tau)$ *versus* (α, β) do sinal F_x^{imp} para a janela fraccionária. 174

Lista de Tabelas

Tabela 2.1 Valores do conjunto de Cantor ternário e da curva de Von Koch. 45

Tabela 2.2 Espectro dos expoentes de Lyapunov e respectivos atractores para um espaço de estados tridimensional. 62

Tabela 3.1 Exemplos de comandos ACL implementados. 82

Tabela 4.1 Características da lâmina de alumínio. 93

Tabela 4.2 Características da vareta de aço. 99

Tabela 4.3 Características do recipiente esférico. 109

Tabela 4.4 Características das varetas de aço. 124

Lista de Símbolos

A_n	Sinal de aceleração (n = 1,2)
α	Ordem não inteira ou fraccionária
β	Percentagem de sobreposição da janela temporal da transformada de Fourier com janela
C	Número de classes para o cálculo da função densidade de probabilidade
d	Dimensão do espaço de fase
d_E	Dimensão de imersão do espaço de estados reconstruído
dim_{EER}	Dimensão fractal do espaço de estados reconstruído
D_F	Dimensão fractal
D^{α}	Derivada de ordem fraccionária
δ	Distância entre o centro de duas janelas consecutivas utilizada na transformada de Fourier com janela
F_m	Componente m do sinal de força ($m = x, y$ ou z)
$F_n(\omega,\tau)$	Função densidade de probabilidade (n = 1,2,3)
$F\{.\}$	Operador da transformada de Fourier
$F^{-1}\{.\}$	Operador da transformada de Fourier inversa
$\psi(t)$	Função *wavelet* mãe
g	Aceleração da gravidade
$g(t)$	Janela temporal
Γ	Função Gama utilizada no cálculo fraccionário
I_n	Sinal de corrente eléctrica do motor da junta n (n = 1,…,5)
$I(x_a,x_b)$	Informação mútua entre duas séries temporais x_a e x_b
$I_{med}(x_a,x_b)$	Informação mútua média entre duas séries temporais x_a e x_b
M_m	Componente m do sinal de momento ($m = x, y$ ou z)
ω	Frequência em radianos: $\omega = 2\pi f$
P_n	Sinal de posição da junta n (n = 1,…,5)
s	Factor de escala da transformada *wavelet*

$sinal_c^{\exp}$	Componente *c* do *sinal* referente a uma determinada experiência *exp* (*exp* = *imp*, *liq*) onde *imp* = impacto e *liq* = líquido
T_d	Tempo de atraso
t_w	Largura da janela temporal utilizada na transformada de Fourier com janela
τ	Instante de tempo correspondente ao centro da janela da transformada de Fourier com janela ou da transformada *wavelet*
$x(t)$	Sinal temporal
$x_{SF}(t)$	Expansão em série de Fourier do sinal $x(t)$
$X(\omega)$	Transformada de Fourier
$X_\alpha(\mu)$	Transformada de Fourier fraccionária
$X_{jan}(\omega,\tau)$	Transformada de Fourier com janela

Lista de Abreviaturas

A/D	Analógico/Digital
ACL	*Advanced control language*
ADC	Conversor analógico digital (*analog-to-digital converter*)
API	*Application programming interface*
AR	Modelo auto regressivo
ARMA	Modelo auto regressivo de média móvel
ASCII	Código alfanumérico (*american standard code for information interchange*)
ATS	*Advanced terminal software*
CF	Cálculo fraccionário
D/A	Digital/Analógico
DSP	Processador digital de sinal (*digital signal processing*)
EE	Espaço de estados
EER	Espaço de estados reconstruído
EL	Expoentes de Lyapunov
FFT	Fast Fourier Transform, transformada rápida de Fourier
FIR	Filtro com resposta finita ao impulso
IIR	Filtro com resposta infinita ao impulso
IQR	Amplitude interquartil (*interquartile range*)
ISR	Subrotina de serviço de interrupção (*interrupt service routine*)
LT	Linha de tendência
MA	Modelo de média móvel

PC	Computador pessoal (*personal computer*)
PCI	Tipo de barramento do computador (*peripheral component interconnect*)
PID	Proporcional integral derivativo
PTD	Programa de tratamento de dados
PWM	Modulação da largura de pulsos (*pulse width modulation*)
RTOS	Sistema operativo em tempo real (*real time operating system*)
SAD	Sistema de aquisição de dados
STNL	Série temporal não linear
TF	Transformada de Fourier
TFJ	Transformada de Fourier com Janela
TW	Transformada *wavelet*
TWC	Transformada *wavelet* contínua
TWD	Transformada *wavelet* discreta

Índice

AGRADECIMENTOS ..... **I**
RESUMO ..... **III**
ABSTRACT ..... **V**
LISTA DE FIGURAS ..... **VII**
LISTA DE TABELAS ..... **XIII**
LISTA DE SÍMBOLOS ..... **XV**
LISTA DE ABREVIATURAS ..... **XVII**
ÍNDICE ..... **XIX**
1 INTRODUÇÃO **1**
1.1 INTRODUÇÃO 1
1.2 MOTIVAÇÃO E OBJECTIVOS 1
1.3 ESTRUTURA DA TESE 4
1.4 TERMINOLOGIA 5
2 FERRAMENTAS MATEMÁTICAS **7**
2.1 INTRODUÇÃO 7
2.2 REPRESENTAÇÃO DOS SINAIS NO TEMPO E NA FREQUÊNCIA 8
2.3 EXPANSÃO DE UM SINAL PERIÓDICO EM SÉRIES DE FOURIER 10
2.4 ANÁLISE NA FREQUÊNCIA 12
2.4.1 Transformada de Fourier *12*
2.5 A TRANSFORMADA DE FOURIER FRACCIONÁRIA 13
2.6 REPRESENTAÇÕES TEMPO–FREQUÊNCIA 15
2.6.1 Transformada de Fourier com janela *16*
2.6.2 Janelas temporais *19*
2.6.3 Transformada wavelet *20*
2.7 ASPECTOS DO CÁLCULO FRACCIONÁRIO 24
2.7.1 Introdução *24*
2.7.2 Cálculo fraccionário *25*
2.7.2.1 Transformadas de Laplace e Fourier de derivadas fraccionárias 25
2.7.2.2 Aproximação do domínio das frequências às derivadas de ordem fraccionária 27
2.8 ANÁLISE DE SÉRIES TEMPORAIS NÃO LINEARES 30
2.8.1 Introdução *30*
2.8.2 Séries temporais lineares *30*
2.8.3 Séries temporais não lineares *32*
2.8.4 Teoria do caos *33*

2.8.4.1 Atractores ... 34
2.8.4.2 O atractor estranho ... 35
2.8.4.3 Outros atractores ... 38
2.8.5 Fractais ... 39
2.8.5.1 Dimensão fractal ... 42
2.8.5.2 Dimensão por contagem de caixas ... 42
2.8.5.3 Exemplos ... 43
Conjunto de Cantor ternário ... 43
Curva de Von Koch ... 44
2.8.6 Reconstrução do espaço de estados ... 46
2.8.6.1 Terminologia ... 50
2.8.6.2 Métodos de reconstrução ... 50
2.8.7 Determinação do tempo de atraso ... 52
2.8.7.1 Correlação ... 55
2.8.7.2 Informação mútua ... 55
2.8.8 Determinação da dimensão de imersão ... 56
2.8.8.1 Método dos falsos vizinhos mais próximos ... 58
2.8.9 Análise do sistema dinâmico real a partir do espaço de estados reconstruído ... 60
2.8.10 Outras técnicas ... 61
2.9 RESUMO DO CAPÍTULO ... 63
3 SISTEMA ROBÓTICO ... 65
3.1 INTRODUÇÃO ... 65
3.2 EQUIPAMENTO ... 65
3.2.1 Manipulador robótico ... 67
3.2.2 Sistema de interface electrónico ... 68
3.2.2.1 Medição da posição das juntas do robô ... 69
3.2.2.2 Medição da corrente eléctrica dos motores do robô ... 70
3.2.2.3 Medição de força e momento ... 72
3.2.2.4 Medição de aceleração ... 73
3.2.3 Computador ... 73
3.2.3.1 Cartas electrónicas ... 73
Carta de conversão analógica/digital de dados ... 74
Carta de contagem de impulsos ... 74
3.3 APLICAÇÕES INFORMÁTICAS ... 74
3.3.1 Aspectos do processamento em tempo-real ... 75
3.3.2 Ambiente de programação adoptado ... 77
3.3.3 Aplicações em tempo-real ... 77
3.3.4 Programação do robô ... 80
3.3.5 Comunicação computador – robô ... 80

3.3.6 Aquisição dos dados ... *83*
3.3.7 Tratamento dos dados ... *84*
3.4 RESUMO DO CAPÍTULO ... 89
4 ESTUDO DOS SINAIS NO TEMPO/FREQUÊNCIA ... 91
4.1 INTRODUÇÃO ... 91
4.2 EXEMPLO INTRODUTÓRIO: VIBRAÇÃO DE UMA LÂMINA ... 92
4.2.1 Modelo de parâmetros concentrados ... *93*
4.2.2 Estudo experimental ... *95*
4.3 ESTUDO DOS IMPACTOS ... 96
4.3.1 Introdução ... *96*
4.3.2 Descrição da experiência ... *98*
4.3.3 Domínio dos tempos ... *99*
4.3.4 Transformada de Fourier ... *101*
4.3.5 Transformada de Fourier com janela ... *104*
4.3.6 Conclusões ... *107*
4.4 ESTUDO DE MANIPULAÇÃO DE LÍQUIDOS ... 108
4.4.1 Introdução ... *108*
4.4.2 Descrição da experiência ... *109*
4.4.3 Domínio dos tempos ... *110*
4.4.4 Transformada de Fourier ... *114*
4.4.5 Transformada de Fourier com janela ... *118*
4.4.6 Conclusões ... *122*
4.5 CLASSIFICAÇÃO DOS SINAIS ... 122
4.5.1 Introdução ... *122*
4.5.2 Descrição da experiência ... *123*
4.5.3 Domínio dos tempos ... *125*
4.5.4 Domínio das frequências ... *128*
4.5.5 Análise do declive das linhas de tendência aproximadoras do espectro ... *131*
4.5.6 Conclusões ... *134*
4.6 RESUMO ... 134
5 ESTUDO DOS SINAIS ATRAVÉS DA INFORMAÇÃO MÚTUA E DA RECONSTRUÇÃO DO ESPAÇO DE ESTADOS ... 137
5.1 INTRODUÇÃO ... 137
5.2 ESTUDO DA RELAÇÃO DO ESPAÇO DE ESTADOS RECONSTRUÍDO COM UMA DINÂMICA FRACCIONÁRIA ... 138
5.2.1 Introdução ... *138*
5.2.2 Enquadramento ... *138*
5.2.3 Descrição da experiência ... *139*
5.2.4 Resultados ... *140*
5.2.5 Conclusões ... *149*

5.3 ESTUDO DAS FOLGAS 150
5.3.1 Introdução *150*
5.3.2 Descrição da experiência *151*
5.3.3 Resultados *152*
5.3.3.1 Estudo das energias 156
5.3.3.2 Índices propostos para detecção das folgas 158
5.3.4 Conclusões *164*
5.4 SINTONIA DA TRANSFORMADA DE FOURIER COM JANELA 164
5.4.1 Introdução *164*
5.4.2 Aplicação da informação mútua na transformada de Fourier com janela *166*
5.4.3 Resultados *167*
5.4.3.1 Sintonia da largura e sobreposição das janelas 169
5.4.3.2 Sintonia do parâmetro α da janela 173
5.4.4 Conclusões *174*
5.5 RESUMO 175
6 CONCLUSÕES 177
6.1 INTRODUÇÃO 177
6.2 PRINCIPAIS CONCLUSÕES E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS 177
6.3 CONTRIBUIÇÕES CIENTÍFICAS 179
6.4 PERSPECTIVAS PARA DESENVOLVIMENTOS FUTUROS 179
APÊNDICE A JANELAS TEMPORAIS 181
APÊNDICE B DEFINIÇÕES E DERIVADAS/INTEGRAIS FRACCIONÁRIOS 187
APÊNDICE C ESPECIFICAÇÕES DO EQUIPAMENTO 191
APÊNDICE D ESQUEMA ELÉCTRICO/ELECTRÓNICO DO EQUIPAMENTO 195
BIBLIOGRAFIA 205
ÍNDICE REMISSIVO 223

Capítulo 1

Introdução

1.1 Introdução

Este capítulo pretende enquadrar o tema da dissertação, ou seja, a análise dinâmica dos sinais captados de um manipulador robótico, de modo a fornecer uma perspectiva geral da tese. O capítulo está estruturado da forma descrita de seguida. Na secção 1.2 apresenta-se a motivação e os objectivos da dissertação. A secção 1.3 descreve abreviadamente a estrutura da tese e dos capítulos que a compõem. Por último, na secção 1.4 explica-se a terminologia adoptada ao longo da tese.

1.2 Motivação e objectivos

Em 1495, Leonardo daVinci aplicou o seu génio no projecto de uma máquina inspirada no corpo humano, capaz de mover os braços, pernas e a cabeça. Apesar de ter chegado até à nossa era pouca informação escrita sobre o seu plano, a simulação levada a cabo por diversos investigadores demonstrou que o projecto dizia respeito a um robô mecânico. A palavra robô apareceu pela primeira vez na segunda década do século XX, numa peça de teatro escrita pelo checo Karel Capek, com o significado de “trabalho”. Actualmente um robô é um dispositivo autónomo ou semi-autónomo que realiza as suas tarefas de acordo com o comando directo humano, com o controlo parcial de supervisão humana ou de forma completamente independente do ser humano. Tipicamente os robôs realizam tarefas que são monótonas,

cansativas, sujas ou perigosas para o ser humano. Entre outras actividades, os robôs podem ser utilizados, por exemplo, para limpeza de lixo tóxico, exploração submarina ou espacial, cirurgia, remoção de minas explosivas, salvamento e na indústria mineira. Actualmente, começam-se a dar os primeiros passos na utilização dos robôs em áreas como o entretenimento e cuidados de saúde domésticos. Deste modo, conforme a aplicação dos robôs, estes podem dividir-se em três áreas: robôs industriais, robôs de serviço e outro tipo de robôs. A área de aplicação com maior expressão é, sem dúvida, a industrial.

Na verdade, os robôs industriais começaram a ser utilizados na indústria automóvel na década de sessenta do século XX. Este tipo de robôs evoluiu a partir de duas tecnologias que lhe precederam: a manipulação remota (teleoperação) e o controlo numérico de máquinas ferramenta. Os teleoperadores remontam à segunda guerra mundial, consistindo em mecanismos articulados, controlados à distância por um operador humano, utilizados sobretudo em ambientes radioactivos e, mais tarde, noutros ambientes hostis ao ser humano, como o espaço e o mar. Por sua vez, a primeira máquina de comando numérico foi desenvolvida no MIT em 1952. Actualmente, os robôs industriais, também conhecidos como manipuladores, são basicamente braços mecânicos com várias articulações que operam em ambientes estruturados, nomeadamente em células de fabrico com uma geometria e propriedades geralmente fixas. Um robô industrial é composto pela sua estrutura electromecânica (*hardware*) e pelo seu controlador (*software*), baseado normalmente num sistema operativo em tempo real proprietário.

A necessidade dos manipuladores robóticos na indústria é cada vez maior, de forma a aumentar a produtividade e a melhorar a qualidade dos produtos. Contudo, a maioria dos robôs industriais utilizados actualmente são constituídos por elementos rígidos de modo a satisfazer as necessidades de repetibilidade e precisão. Assim, os seus membros possuem uma inércia elevada, necessitando, devido a essa razão, de um tempo apreciável para completarem as trajectórias e requerendo um consumo elevado de energia nos seus actuadores. Para aumentar a produtividade através de movimentos mais rápidos e exigindo, simultaneamente, um menor consumo de energia, são necessárias estruturas mais ligeiras. Esta necessidade de manipuladores leves verifica-se de forma ainda mais acentuada na indústria aeroespacial. No entanto, se os movimentos rápidos são realizados por braços robóticos leves e, consequentemente, mais flexíveis, então a complacência que existe inerentemente na

transmissão e nos elementos estruturais causa vibrações consideráveis no punho do robô. Assim, a flexibilidade nos robôs manipuladores pode afectar dramaticamente o desempenho dinâmico e a sua precisão de posicionamento. A solução convencional para este problema passa pelo estabelecimento de um compromisso entre a velocidade do manipulador, o seu peso e a respectiva precisão. Contudo, esta abordagem não será a melhor solução para a maioria das aplicações. Para minorar este tipo de problemas existem várias técnicas que se podem implementar nos robôs, quer na fase de fabrico quer na fase de exploração. Uma das técnicas, que tem sido proposta, consiste na aplicação de um micromanipulador colocado no órgão terminal do robô que compensa os efeitos dinâmicos indesejados. Entre outras aplicações, esta técnica é usada na indústria aeroespacial e em procedimentos de limpeza de lixo nuclear. Outra das técnicas de controlo activo das vibrações, que tem sido alvo de interesse nos últimos anos por parte da comunidade científica, baseia-se na utilização de camadas de material com propriedades piezoeléctricas. Este material colocado numa estrutura leve e flexível do manipulador é actuado de forma activa aumentando a rigidez da sua estrutura. No entanto, ainda são necessários maiores desenvolvimentos para que esta técnica seja utilizada na robótica industrial.

Apesar das técnicas propostas, verifica-se que, na prática, os manipuladores robóticos apresentam um determinado grau de vibrações indesejadas. Por outro lado, os robôs, ao interagirem com o meio ambiente, geram frequentemente impactos que produzem e propagam vibrações através de toda a estrutura mecânica.

Neste contexto, de modo a reduzir, ou eliminar, o efeito dos impactos e das vibrações, é fundamental estudar as variáveis envolvidas para se poderem definir estratégias adequadas.

Por outro lado, de forma a adaptar-se a perturbações ou a mudanças inesperadas no espaço de trabalho, o robô utiliza sensores, não só para obter informação sobre o ambiente de trabalho (sensores externos, tais como câmaras, sensores de forças e momentos e acelerómetros), mas também sobre si próprio (sensores internos, tais como codificadores de posição ou taquímetros nas juntas). Devido à multiplicidade de sensores, os dados obtidos podem ser redundantes, porque a mesma informação pode ser captada por dois ou mais sensores.

Nesta ordem de ideias, neste trabalho estudam-se e desenvolvem-se metodologias de análise para aplicações em estruturas manipuladoras sujeitas a impactos e a vibrações.

1.3 Estrutura da tese

Esta tese está estruturada em seis capítulos e quatro apêndices.

Este capítulo introdutório apresentou a motivação que originou este trabalho e os seus objectivos. Neste capítulo, é ainda explicada a abordagem adoptada para a terminologia utilizada ao longo da tese.

No capítulo 2 descrevem-se as principais ferramentas matemáticas utilizadas na tese numa perspectiva da sua posterior utilização. Deste modo, pretende-se fornecer ao leitor uma síntese da informação necessária que facilite o acompanhamento das explicações que são dadas ao longo deste trabalho. Adicionalmente, mencionam-se algumas outras ferramentas que, apesar de não serem utilizadas nesta tese, são incluídas devido à sua relação com as metodologias adoptadas. Em certos casos, são também referidas algumas áreas de aplicação.

No capítulo 3 descreve-se o sistema robótico desenvolvido. Este sistema permite a aquisição de diversos sinais robóticos que são analisados nos capítulos seguintes. O sistema é composto essencialmente por duas componentes: uma componente de *hardware* e outra componente constituída por um conjunto de aplicações informáticas para aquisição e tratamento dos sinais adquiridos. O sistema de aquisição de dados é um sistema que interage com o robô e que, simultaneamente, adquire os seus sinais em tempo real. O programa de tratamento dos dados processa posteriormente os dados, recorrendo a várias das metodologias descritas no capítulo 2.

No capítulo 4 analisam-se diversos sinais captados pelo sistema robótico, nomeadamente a posição e a corrente dos motores eléctricos que accionam os cinco eixos de rotação, as forças e momentos gerados no punho do manipulador e as acelerações do acessório montado na extremidade do robô. O estudo encontra-se formulado nos domínios dos tempos e das frequências. Começa-se por apresentar uma experiência introdutória, com uma lâmina em alumínio que entra em oscilação, que demonstra as potencialidades do sistema desenvolvido. Numa outra experiência faz-se o estudo dos sinais na presença de impactos do robô com o meio ambiente. Numa terceira experiência, estudam-se os sinais que resultam da movimentação de líquidos. Por último, no capítulo 4 desenvolve-se uma classificação dos sinais captados pelo sistema robótico.

No capítulo 5 desenvolvem-se algumas aplicações onde se utiliza a teoria da informação e a reconstrução do espaço de estados. Assim, analisam-se diversos sinais captados pelo sistema robótico utilizando a informação mútua média, para se obter o espaço de estados reconstruído. Numa aplicação analisa-se a relação do espaço de estados reconstruído com a dinâmica fraccionária, utilizando os espectros dos sinais robóticos aproximáveis por linhas de tendência. Numa outra aplicação estuda-se o problema das folgas mecânicas. Por último, numa outra aplicação desenvolve-se uma técnica que utiliza a informação mútua média na sintonia da transformada de Fourier com janela.

No capítulo 6 apresentam-se as principais conclusões que decorrem do estudo efectuado e são mencionadas as principais contribuições desta tese. Neste capítulo referem-se ainda alguns aspectos de evolução futura do trabalho.

Para além dos capítulos referidos, na parte final existem quatro apêndices.

No apêndice A apresentam-se diversas janelas com as respectivas expressões e evoluções temporais.

No apêndice B mostram-se algumas das definições mais utilizadas no cálculo fraccionário, bem como as derivadas e integrais fraccionários de algumas funções elementares.

No apêndice C fornece-se informação sobre as principais características técnicas do equipamento utilizado.

No apêndice D apresentam-se os circuitos eléctricos/electrónicos desenvolvidos para a construção do sistema robótico.

1.4 Terminologia

Relativamente à terminologia adoptada nesta dissertação, é de referir que se tentou utilizar, sempre que possível, vocábulos e expressões existentes na língua portuguesa. Sempre que o termo utilizado na nossa língua possa suscitar dúvida, na sua primeira utilização é indicado também o correspondente conceito na língua original. No entanto, é sabido que na área técnico-científica nem sempre a nossa língua tem acompanhado outras línguas,

nomeadamente a inglesa, na criação de palavras novas necessárias à expressão de conceitos e entidades físicas que vão surgindo de novo, dando assim lugar ao aparecimento de anglicismos com utilização generalizada no seio da comunidade científica. Nos casos em que isso se verifique, será utilizado o anglicismo por ser mais esclarecedor. Sempre que esse anglicismo seja constituído por uma palavra retirada directamente do inglês, sem qualquer tipo de adaptação às características próprias do português e escrevendo-se exactamente da mesma forma como na língua original, ele encontra-se escrito em itálico.

É de referir ainda, que ao longo da tese existe a necessidade de utilizar a mesma expressão várias vezes. Para facilitar a leitura e a escrita, essa expressão é substituída pela respectiva abreviatura, sendo esta apresentada na sua primeira utilização. Ao longo da tese existe também a necessidade da utilização de diversos símbolos, sobretudo nas expressões matemáticas. Para facilitar a consulta, no início desta tese existem duas tabelas: uma com a lista de abreviaturas e outra com a lista de símbolos utilizados.

Por último, resta explicar a indexação utilizada no texto para as referências bibliográficas. Com o objectivo de flexibilizar a indicação das referidas referências, a indexação utilizada é constituída por uma palavra, que consiste no apelido do seu primeiro autor, seguida do ano da publicação. Dado que existe a possibilidade de haver, num mesmo ano, várias publicações de um mesmo primeiro autor, após o ano de publicação aparece uma letra para distinguir as referências. Essa letra indica, sempre que possível, a ordem cronológica da publicação no mesmo ano.

Capítulo 2

Ferramentas Matemáticas

2.1 Introdução

A evolução da ciência conduziu a humanidade a uma melhor compreensão do mundo em que vive. O conhecimento é um património que é transmitido e enriquecido de geração para geração. Deste modo, nos dias de hoje, o estudo de um dado problema científico é não só o produto da imaginação criadora, disciplinada e sistematizada pelo método científico, mas também uma consequência do saber acumulado ao longo dos séculos. Nesta ordem de ideias, o estudo de sistemas físicos adopta, naturalmente, as leis conhecidas da física e da matemática como ponto de partida para o exercício da descrição "científica" de um dado fenómeno. Assim, a análise de um sistema físico baseia-se na aplicação das leis da física clássica e dos formalismos da matemática, nomeadamente a geometria euclidiana e os cálculos integral, diferencial, matricial e vectorial. O resultado desta simbiose é um "modelo" que toma corpo através de um conjunto de equações integro-diferenciais. Apesar de tudo, mesmo neste domínio restrito, subsistem áreas inexploradas, e encontrar um modelo é tanto uma arte como um exercício científico (Galhano, 1992). Nesta linha de pensamento, para estudar os fenómenos do mundo real os físicos e os engenheiros recorrem às diversas ferramentas matemáticas existentes.

Nesta ordem de ideias este capítulo descreve as principais ferramentas matemáticas utilizadas na tese. A abordagem adoptada tem como objectivo apresentar essas ferramentas numa perspectiva da sua utilização. Deste modo, pretende-se fornecer ao leitor um mínimo de

informação que facilite o acompanhamento das explicações que irão ser dadas nesta tese. Adicionalmente, mencionam-se algumas outras ferramentas que, apesar de não serem utilizadas nesta tese, são referidas devido à sua relação com as metodologias adoptadas. Em certos casos, são também referidas algumas áreas de aplicação das ferramentas apresentadas.

O capítulo é composto essencialmente por três partes. A primeira parte é constituída pelas secções 2.2–2.6 onde se apresentam algumas ferramentas para análise de sinais na frequência e no tempo/frequência. Na segunda parte, correspondente à secção 2.7, referem-se alguns aspectos do cálculo fraccionário. Na última parte, constituída pela secção 2.8 e subsecções correspondentes, apresenta-se um conjunto de ferramentas para o estudo de séries temporais não lineares. Por último faz-se o resumo do capítulo.

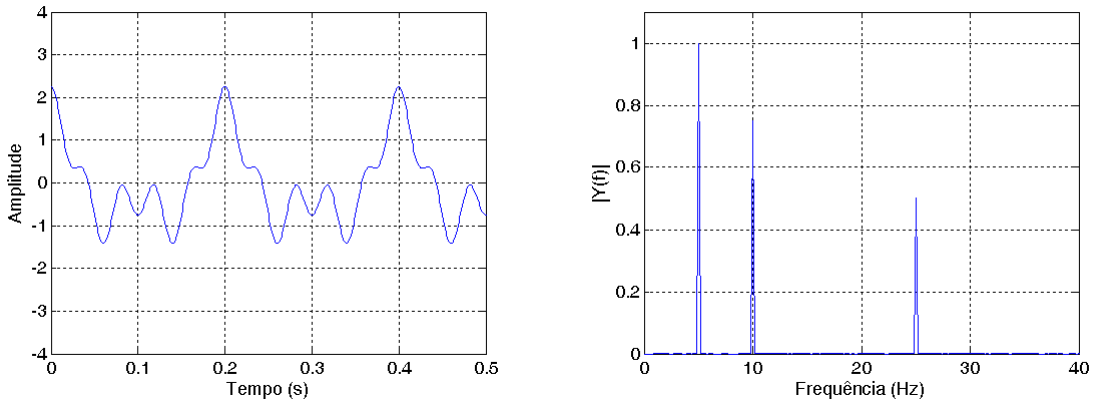
2.2 Representação dos sinais no tempo e na frequência

A maioria dos sinais aparece na sua forma primitiva como variáveis que evoluem no domínio dos tempos. Ou seja, a medição de uma grandeza fica representada por uma função do tempo. Assim, no caso mais comum de se ter uma função real de variável real, um dos eixos representa o tempo (variável independente), e o outro eixo representa, normalmente, a amplitude (variável dependente). No entanto, na maioria das aplicações relacionadas com o processamento de sinal, a representação dos sinais no domínio do tempo nem sempre constitui a melhor forma de abordagem. Frequentemente, informação relevante está escondida no conteúdo espectral (frequência) do sinal. O espectro de frequências é constituído pelas componentes de frequências do sinal. Uma maneira de determinar o conteúdo espectral de um sinal é através da transformada de Fourier, aqui denotada através do acrónimo TF.

Apesar da TF ser provavelmente uma das transformadas mais utilizadas, especialmente em engenharia electrotécnica, existem várias outras transformadas que são usadas frequentemente, quer pelos engenheiros quer pelos matemáticos. Para além das transformadas relacionadas directamente com a TF, como é o caso da TF com janela, existem, por exemplo, a transformada de Hilbert, a transformada de Wigner (também conhecida como distribuição de Wigner), a transformada de Gabor (Gabor, 1946) e a transformada *wavelet*[1]. A TF é uma

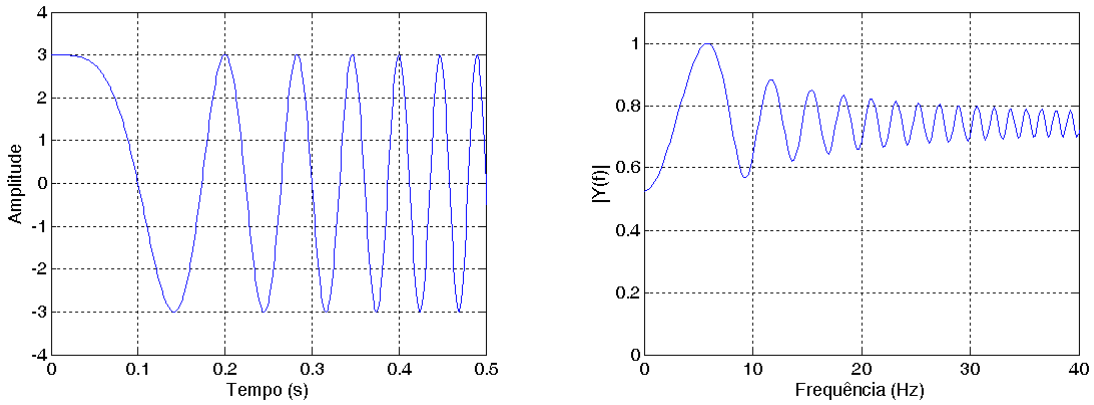
[1] *Wavelets* são traduzidas para português por onduletas, ondoletas, ondaletas ou ondulas.

transformada reversível, no sentido que permite converter um sinal temporal na sua representação nas frequências e vice-versa. Contudo, a informação nas frequências não está visível no sinal temporal e, por sua vez, a informação temporal não está presente na TF. Acontece que, por vezes, é necessário ter uma representação em que estejam presentes simultaneamente a informação do tempo e da frequência. Esta simultaneidade de informação não é necessária quando o sinal é estacionário. Diz-se que um sinal é *estacionário* quando o seu conteúdo espectral não se altera ao longo do tempo. A figura 2.1 mostra um exemplo ilustrativo com três componentes espectrais em que o módulo da resposta na frequência está normalizado. Neste exemplo, não é necessário conhecer-se os instantes temporais em que as componentes espectrais ocorrem. Por outro lado, um sinal é *não estacionário* quando o seu conteúdo espectral se altera ao longo do tempo (figura 2.2). Na presença de um sinal não estacionário, dependendo da aplicação, pode ser necessário conhecer os instantes de tempo em que ocorrem determinadas componentes espectrais. Neste caso a TF não possibilita esse conhecimento. Para isso utilizam-se outras técnicas tais como a transformada de Fourier com Janela (TFJ) referida adiante.



a) b)

Figura 2.1 Exemplo de sinal estacionário com três componentes espectrais:
a) sinal nos tempos; b) módulo da TF.



a) b)

Figura 2.2 Exemplo de sinal não estacionário: a) sinal nos tempos; b) módulo da TF.

2.3 Expansão de um sinal periódico em séries de Fourier

Define-se um sinal $x(t)$, contínuo no tempo, como periódico, se existir um valor $T > 0$ para o qual

$$x(t+T) = x(t) \quad , \forall t \tag{2.1}$$

O *período fundamental* T_0 de $x(t)$ é o menor valor de T para o qual (2.1) é verdadeira, e $1/T_0 = f_0$ é designada como *frequência fundamental*.

Dois exemplos básicos de sinais periódicos são o sinal sinusoidal

$$x(t) = \cos(\omega_0 t + \phi) \tag{2.2}$$

e a representação do sinal por uma exponencial complexa:

$$x(t) = e^{j\omega_0 t} \tag{2.3}$$

onde $\omega_0 = 2\pi/T_0 = 2\pi f_0$ é a frequência angular fundamental.

A representação de um sinal periódico $x(t)$ em séries de Fourier através de exponenciais complexas é dada por:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left[c_k e^{jk\omega_0 t} \right] \tag{2.4}$$

onde c_k são os coeficientes de Fourier (valores complexos) dados por $c_0 = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt$

em que $\int_{T_0}$ representa o integral definido num dado período de tempo.

Existem outras representações alternativas e equivalentes mais comuns, como são a representação em série de Fourier trigonométrica e a representação em série de Fourier na forma harmónica. A representação em série de Fourier trigonométrica é dada por:

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left[a_k \cos(k\omega_0 t) + b_k \sin(k\omega_0 t) \right] \tag{2.5}$$

onde a_k e b_k são os coeficientes de Fourier dados por $a_k = \frac{2}{T_0} \int_{T_0} x(t) \cos k\omega_0 t \, dt$ e

$b_k = \frac{2}{T_0} \int_{T_0} x(t) sen \, k\omega_0 t \, dt$.

A representação em série de Fourier na forma harmónica é dada por:

$$x(t) = c_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \left[c_k \cos(k\omega_0 t - \theta_k) \right] \tag{2.6}$$

O termo c_0 é a componente contínua e o termo $c_k \cos(k\omega_0 t - \theta_k)$ é a componente harmónica de ordem k do sinal $x(t)$. A primeira componente harmónica $c_1 \cos(\omega_0 t - \theta_1)$ é muitas vezes designada por componente fundamental. Os coeficientes c_k e os ângulos θ_k são,

respectivamente, as amplitudes e os ângulos de fase dos harmónicos relacionando-se com os coeficientes de Fourier a_k e b_k através das seguintes expressões:

$$c_0 = \frac{a_0}{2}; \qquad c_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}\ ; \qquad \theta_k = \arctan\left(\frac{b_k}{a_k}\right) \tag{2.7}$$

2.4 Análise na frequência

2.4.1 Transformada de Fourier

A transformada de Fourier é uma das ferramentas mais utilizadas para a análise da resposta em frequência de sistemas dinâmicos. Devido à sua ampla divulgação, a TF é aqui apresentada, sobretudo, como uma introdução às ferramentas referidas posteriormente.

A TF do sinal temporal contínuo $x(t)$, denominada $F\{x(t)\} = X(\omega)$, define-se como sendo a função na frequência:

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\, e^{-j\omega t} dt, \quad -\infty < \omega < \infty \tag{2.8}$$

onde $\omega = 2\,\pi\, f$ é a frequência angular em $rad\ s^{-1}$.

Na determinação da TF do sinal temporal contínuo $x(t)$ pode colocar-se a dúvida se é possível calcular a expressão (2.8). A condição para a determinação do integral, ou seja a TF existe se a energia do sinal E_x, definida por:

$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} \left|x(t)\right|^2\ dt < \infty \tag{2.9}$$

é uma quantidade finita, ou seja, se o sinal tem energia finita.

O sinal $x(t)$ pode obter-se a partir de $X(\omega)$ aplicando a TF inversa F^{-1}:

$$x(t) = F^{-1}\{X(\omega)\} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega)\, e^{j\omega t} d\omega \tag{2.10}$$

A TF normalmente implementa-se em computador utilizando a TF discreta. Um algoritmo muito popular é a transformada rápida de Fourier, habitualmente conhecida na bibliografia da especialidade pelo acrónimo FFT (*Fast Fourier Transform*).

2.5 A transformada de Fourier fraccionária

A transformada de Fourier fraccionária, também conhecida por transformada de Fourier angular (Almeida, 1993), é uma generalização da transformada de Fourier clássica (2.8). Na análise tempo–frequência é habitual utilizar-se a representação no plano com dois eixos ortogonais correspondendo cada um dos eixos ao tempo e à frequência, como se mostra na figura 2.3. Se se considerar o sinal $x(t)$ representado no eixo t e a sua transformada de Fourier $X(\omega)$ no eixo ω, o operador da transformada de Fourier F funciona como uma alteração da representação do sinal correspondente a uma rotação de $\pi/2$ rad no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio.

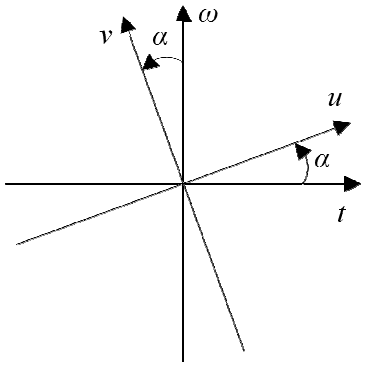


Figura 2.3 Representação tempo–frequência da transformada de Fourier.

Nesta ordem de ideias, a transformada de Fourier fraccionária $X_\alpha(u)$ aparece como uma transformada linear que depende do parâmetro $\alpha \in \Re$, e pode ser interpretada como uma

rotação de um ângulo α radianos no plano tempo-frequência. Existem diversas representações equivalentes para a transformada de Fourier fraccionária (Ozaktas, *et al.*, 2001). A equação (2.11) apresenta uma das representações da transformada de Fourier fraccionária, onde $K_\alpha(\alpha, t, u)$, conhecida por função núcleo, é dada pela equação (2.12), em que cot é a cotangente, csc é a cosecante e $\delta(t)$ é o impulso de Dirac (Almeida, 1994). A função $K_\alpha(\alpha, t, u)$ pode tomar outra forma como, por exemplo, a apresentada pela equação (2.13) (Stankovic, *et al.*, 2003).

$$X_\alpha(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\, K_\alpha(\alpha, t, u)\, dt, \quad -\infty < u < \infty \tag{2.11}$$

$$K_\alpha(\alpha, t, u) = \begin{cases} \sqrt{\dfrac{1 - j\cot\alpha}{2\pi}}\, e^{j\frac{t^2+u^2}{2}\cot\alpha - jut\csc\alpha} & \text{se } \alpha \text{ não é multiplo de } \pi \\ \delta(t-u) & \text{se } \alpha \text{ é multiplo de } 2\pi \\ \delta(t+u) & \text{se } \alpha + \pi \text{ é multiplo de } 2\pi \end{cases} \tag{2.12}$$

$$K_\alpha(\alpha, t, u) = \frac{\exp(j\alpha/2)}{\sqrt{j\,sen\alpha}} \exp\left(j\pi \frac{\left(t^2 + u^2\right)\cos\alpha - 2tu}{sen\alpha} \right) \tag{2.13}$$

Caso $\alpha = \pi/2$ virá $K_\alpha = e^{-j\omega t}$, ou seja a transformada de Fourier fraccionária $X_\alpha(u)$ coincide com a transformada de Fourier clássica $X(\omega)$. Deste modo, a transformada de Fourier fraccionária $X_\alpha(u)$ pode ser vista como uma generalização da transformada de Fourier clássica $X(\omega)$. A relação existente entre a transformada de Fourier fraccionária e outras transformadas tempo-frequência, pode ser consultada em (Ozaktas, *et al.*, 2001).

A transformada de Fourier fraccionária, apesar de ter sido redescoberta[2] há pouco mais de uma década, já foi utilizada em diversas áreas, sobretudo na mecânica quântica e nos sistemas ópticos, mas também, por exemplo, na compressão de sinais, imagem, sinais de radar e sonar, comunicações e tomografia (Bultheel, *et al.*, 2007). Um estudo mais aprofundado sobre a transformada de Fourier fraccionária $X_\alpha(u)$ pode obter-se em (Ozaktas, *et al.*, 2001).

2.6 Representações tempo–frequência

A TF clássica adapta-se perfeitamente à análise de sinais periódicos. No entanto, na análise de sinais com descontinuidades, ou com transitórios muito rápidos, a TF revela algumas dificuldades, pois perde-se a informação temporal sobre o sinal. Para estes casos utilizam-se outras transformadas.

Uma forma de obter as componentes espectrais de um sinal ao longo do tempo é conseguida através da aplicação da TF, numa porção do sinal, no instante de tempo τ, como se verá adiante. A TFJ realiza esta operação utilizando uma janela genérica. Assim, a TFJ é uma função que mapeia o sinal temporal num espaço bidimensional do tempo e frequência e, consequentemente, estabelece um compromisso entre estas duas grandezas. A TFJ utiliza uma janela com largura constante o que pode, em determinadas situações, constituir um factor limitativo, pois a resposta em frequência está associada à largura da janela. Surge então a necessidade duma generalização da TFJ.

A transformada *wavelet* (TW) permite a aplicação de uma técnica baseada em janelas com tamanho variável. A TW permite a análise de sinais utilizando intervalos de tempo longos, quando se pretende uma precisão maior acerca da informação das baixas frequências, ou intervalos de tempo curtos, quando se quer informação sobre as altas frequências.

Os conceitos envolvidos nas três transformadas referidas encontram-se ilustrados na figura 2.4. Verifica-se que na análise com a TW utiliza-se um conceito de escala em vez de frequência. A relação entre a frequência e a escala pode ser dado apenas num sentido alargado, e será preferível falar-se no conceito de pseudo frequência associada à escala.

[2] A publicação mais antiga relacionada com a TF fraccionária mencionada na bibliografia refere-se ao trabalho de N. Wiener de 1929 (Ozaktas, *et al.*, 2001).

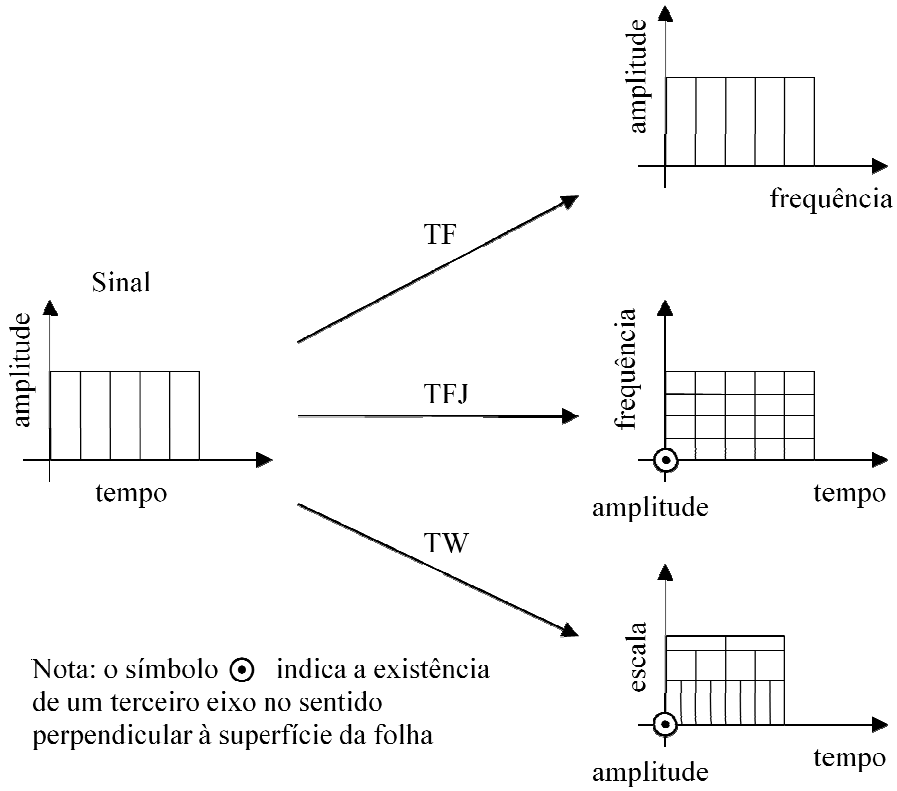


Figura 2.4 Relação tempo–frequência das transformadas.

Nas duas secções seguintes abordam-se as transformadas de Fourier com janela e *wavelet*.

2.6.1 Transformada de Fourier com janela

Como já se referiu a TF fornece as componentes espectrais existentes num sinal, nada dizendo quanto aos instantes onde ocorrem essas componentes. Quando se pretende conhecer a localização temporal das componentes espectrais é necessária uma representação no domínio tempo/frequência. Assim, aparece a TFJ também conhecida na bibliografia inglesa por "windowed Fourier transform", "short time Fourier transform", "short term Fourier transform" ou, ainda, "time varying Fourier transform".

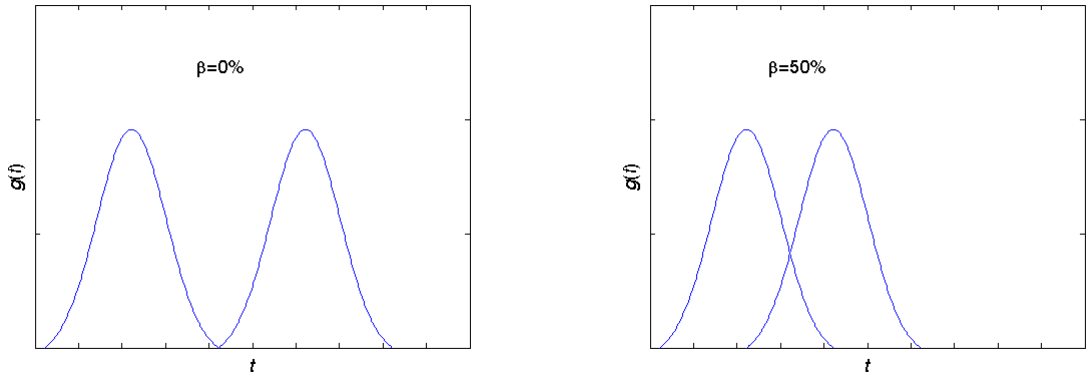
A TFJ permite obter a representação tempo/frequência de um sinal através da aplicação da TF em intervalos de tempo sucessivos. Assim, a TFJ para uma janela temporal g centrada no instante τ, representa-se analiticamente por:

$$X_{jan}(\omega,\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\, g(t-\tau) e^{-j\omega t} dt \tag{2.14}$$

onde $\omega = 2\pi f$ é a frequência angular.

Para obter a TFJ multiplica-se o sinal a analisar $x(t)$ por uma janela temporal deslizante $g(t-\tau)$ centrada no instante τ (o sinal é modulado pela janela), e calcula-se a TF do sinal resultante $x(t)\ g(t-\tau)$. Cada TF assim obtida fornece uma "fatia" da representação nas frequências, associada ao instante temporal τ do centro da janela. No caso da janela $g(t-\tau) = 1$ para todo o valor de t obtém-se a TF clássica.

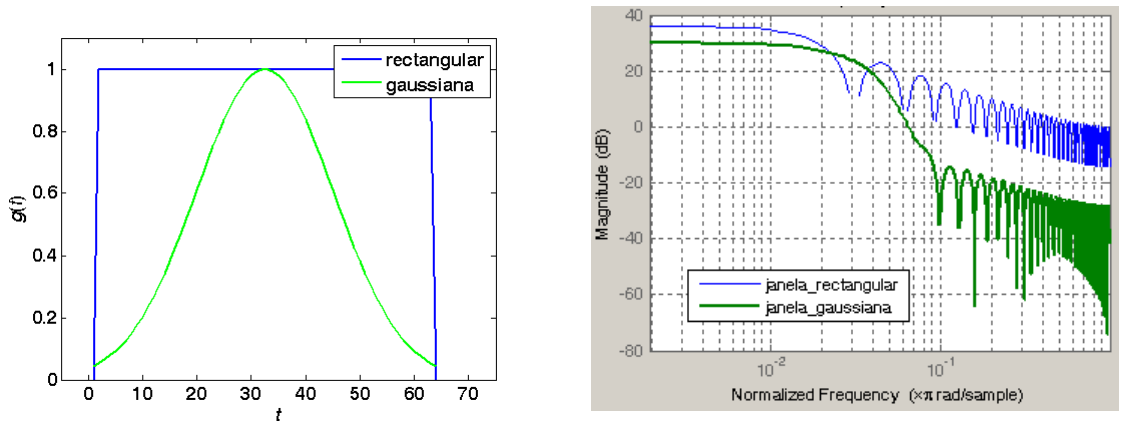
Cada janela possui uma largura t_w, e a distância entre o centro de duas janelas consecutivas δ estabelece a sobreposição das janelas durante uma percentagem de tempo $\beta = (t_{sobreposição} / t_w)\ 100\%$, em que $t_{sobreposição}$ é o tempo de sobreposição de duas janelas. A figura 2.5 ilustra este conceito de sobreposição temporal. Em consequência da escolha de uma janela com uma dada largura t_w, as frequências do sinal em análise $f < 1/t_w$ são rejeitadas pela TFJ. Diminuindo t_w provoca-se uma redução na resolução em frequência e aumenta-se a resolução temporal. Um aumento de t_w tem o efeito contrário.



a) b)

Figura 2.5 Exemplo de sobreposição temporal de janelas Gaussianas: a) β = 0%; b) β = 50%.

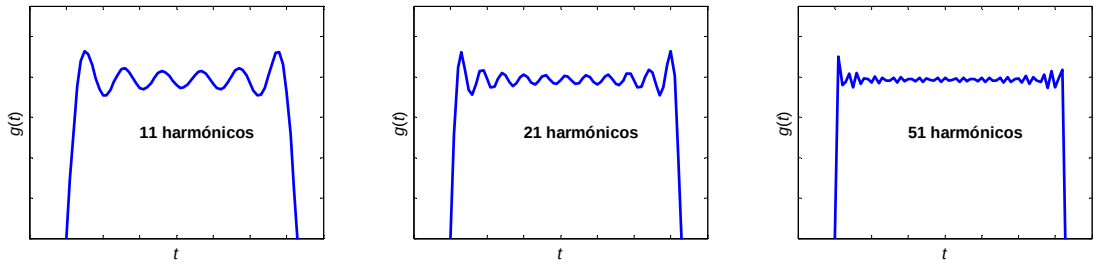
A janela pode introduzir um efeito indesejável no domínio das frequências. Como resultado de um corte repentino nos extremos no domínio do tempo causados pela janela (descontinuidades), particularmente no caso da janela rectangular, o espectro da TF pode apresentar lobos laterais. A figura 2.6 ilustra o aparecimento dos lobos laterais na TF em que é evidente uma maior amplitude no caso da janela rectangular. Este efeito provoca o aparecimento de um comportamento oscilatório no domínio dos tempos, que é conhecido por fenómeno de Gibbs (Oppenheim, *et al.*, 1989).



a) b)

Figura 2.6 Janelas rectangular e Gaussiana: a) representação nos tempos; b) resposta na frequência.

A figura 2.7 ilustra este fenómeno ao tentar-se reconstruir a janela rectangular. De forma a reduzir este efeito indesejável, geralmente, e em alternativa à janela rectangular, usa-se uma outra função janela de modo a atenuar os sinais nos seus extremos, que são os pontos de descontinuidade. Por este motivo, existem outras janelas bastante divulgadas que são utilizadas na TFJ.



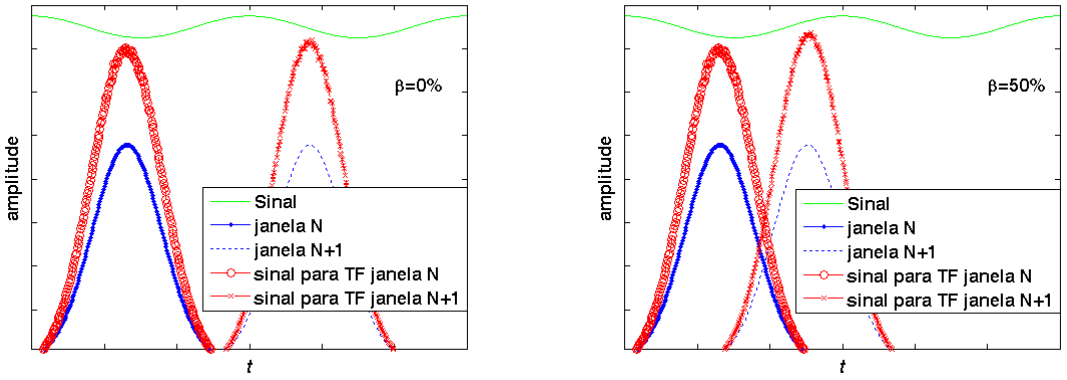
a) b) c)

Figura 2.7 Exemplo de reconstrução de uma janela rectangular através de séries de Fourier: a) 11 harmónicos; b) 21 harmónicos; c) 51 harmónicos.

2.6.2 Janelas temporais

Como foi referido anteriormente, existem diversas janelas que se podem utilizar na TFJ. A janela rectangular é a mais simples, mas provoca efeitos indesejáveis, nomeadamente o efeito de Gibbs. Harris (Harris, 1978) e Nutall (Nuttall, 1981) estudam diversas janelas e as respectivas características espectrais. No apêndice A apresentam-se várias janelas com as correspondentes expressões e evoluções temporais.

Caso as janelas não se sobreponham, a TFJ perde alguma informação existente no sinal. A figura 2.8a) ilustra esta situação para duas janelas consecutivas, onde se observa a existência de uma parte do sinal correspondente à zona não sobreposta das janelas que não é considerada no cálculo da TFJ. Por outro lado, se as janelas se sobrepuserem num período curto de tempo, uma parte considerável do sinal é ignorada pelo facto da maioria das janelas apresentarem amplitudes baixas nos seus extremos. Para evitar perda de informação utiliza-se, normalmente, uma sobreposição acentuada das janelas, como se observa na figura 2.8b).



a) b)

Figura 2.8 Influência da sobreposição das janelas Gaussianas: a) β = 0%; b) β = 50%.

2.6.3 Transformada *wavelet*

A transformada *wavelet* contínua (TWC) é uma generalização da TFJ. O cálculo da TWC faz-se de modo idêntico ao descrito para a TFJ, no sentido que o sinal é multiplicado por uma função chamada *wavelet*. Contudo, no caso da TWC, a largura da janela varia ao longo do cálculo da transformada. Diminuindo a largura, reduz a resolução em frequência e aumenta a resolução temporal. Aumentando a largura, tem o efeito contrário. Considerando a função *wavelet* ψ centrada no instante de tempo τ, com factor de escala s, a TWC de um sinal $x(t)$ representa-se analiticamente por:

$$TWC(s,\tau) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right) dt \qquad (2.15)$$

A TWC de um sinal $x(t)$ é função de duas variáveis: o deslocamento τ, que corresponde directamente ao tempo, e a escala s (s^{-1}), que indirectamente se relaciona com a informação da frequência, como se verá adiante. A função $\psi(t)$, chamada *wavelet* mãe, pode ser uma função real ou complexa centrada na origem dos tempos, t = 0. Esta função serve de protótipo para a geração de outras instâncias usadas no cálculo da TWC. O deslocamento τ relaciona-se com a localização da *wavelet* que se desloca através do sinal. Assim, este termo corresponde à

informação temporal no domínio da transformada. A escala *s* é semelhante ao conceito de escala usado nos mapas. As escalas grandes fornecem uma visão geral do sinal, correspondendo às baixas frequências. As escalas pequenas fornecem informação detalhada de um sinal, correspondendo às altas frequências.

Para uma dada função *wavelet* mãe (definida mais adiante), o cálculo da TWC começa com $s = s_1$. Seguidamente, na mesma escala, a *wavelet* desloca-se para a direita de um tempo τ, até ao instante $t = \tau$, e a expressão (2.15) é calculada de forma a obter-se os valores da transformada para $(s, t) = (s_1, \tau)$. Este procedimento repete-se até percorrer todo o sinal temporal, *i.e.*, desde $t = 0$ até $t = t_{max}$. Obtém-se assim uma linha completa de pontos do plano escala–tempo para o valor de escala $s = s_1$. O cálculo da TWC prossegue para todos os valores de *s* desejados. A figura 2.9 ilustra o conceito da construção da TWC, onde a escala $s_1 < s_2$.

A versão digital da TWC é a transformada *wavelet* discreta (TWD), cuja implementação em computador é consideravelmente mais rápida. Como se referiu anteriormente a TW utiliza o conceito de escala em vez de frequência, apesar de haver uma relação indirecta entre as duas grandezas. Uma forma de relacionar a frequência com a escala *s* pode ser dada pela relação:

$$f_w = \frac{f_c}{s T_a} \tag{2.16}$$

onde f_c representa a frequência central da função *wavelet* $\psi(t)$, f_w é a pseudo frequência correspondente à escala *s* e T_a é o período de amostragem. A ideia subjacente consiste em associar uma frequência f_c a uma dada função *wavelet* $\psi(t)$. Para isso tem que se calcular o módulo da TF da função $\psi(t)$ e à frequência correspondente ao máximo do módulo associa-se uma frequência central f_c. Na prática esta aproximação é uma forma simples de caracterizar a frequência dominante associada à função $\psi(t)$.

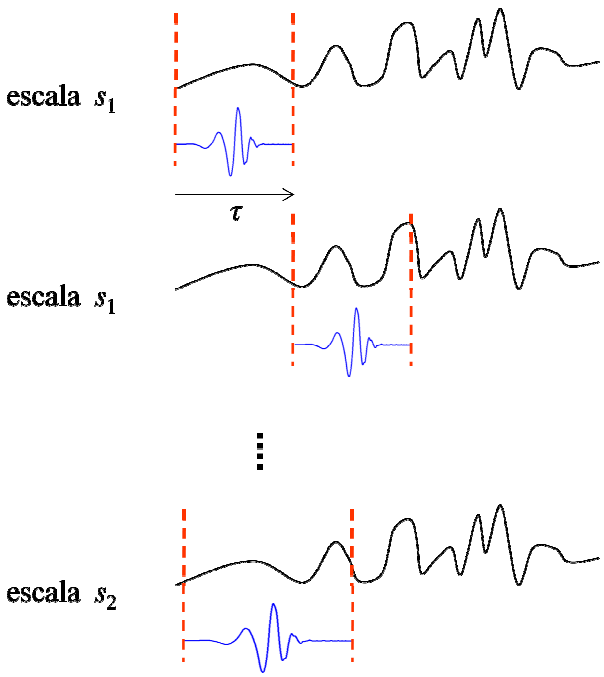


Figura 2.9 Construção da transformada *wavelet*.

A representação escala–tempo de um sinal digital pode obter-se também através de técnicas com filtros digitais. Mallat (Mallat, 1989) desenvolveu uma forma eficiente de implementação da TWD utilizando um conjunto de filtros. Desde essa altura, este assunto tem sido alvo de interesse por parte de diversos autores (Abry, 1997). Nesta técnica utiliza-se um conjunto de filtros de frequências de corte diferentes para analisar o sinal nas diferentes escalas. A figura 2.10 ilustra este conceito. O sinal passa através de um banco de filtros passa alto para analisar as componentes de alta frequência obtendo-se assim a informação de detalhe (D_n). Por sua vez, o mesmo sinal passa através de um banco de filtros passa baixo para analisar as componentes de baixa frequência obtendo-se assim a informação de aproximação (A_n). Em resumo, os detalhes (D_n) são as componentes de pequena escala ou de alta frequência e as aproximações (A_n) são as componentes de grande escala ou de baixa frequência. Portanto, a decomposição do sinal em diferentes bandas de frequência obtém-se pela filtragem sucessiva utilizando filtros passa–alto e passa–baixo no domínio dos tempos.

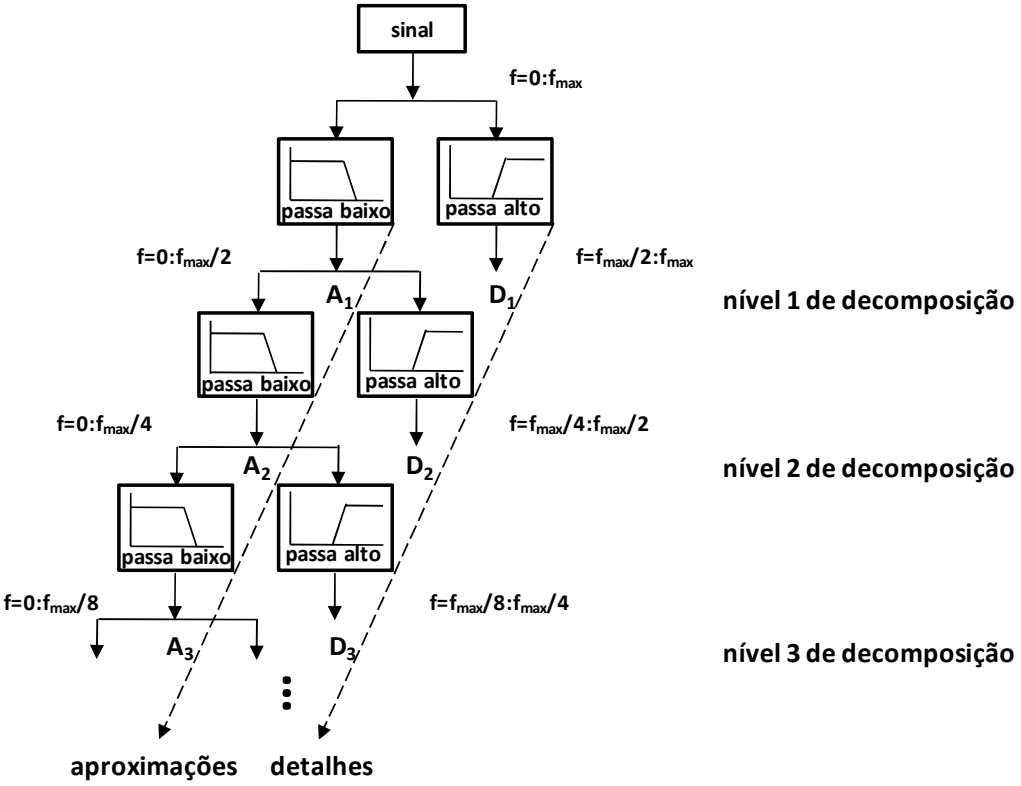


Figura 2.10 Diagrama simplificado da análise multiresolução por *wavelets*.

O termo *wavelet* refere-se a um conjunto de funções formadas através de um factor de escala {*e.g.*, $\psi(t) \rightarrow \psi(2t)$} e deslocamento {*e.g.*, $\psi(t) \rightarrow \psi(t+1)$} derivadas de uma única função $\psi(t)$ chamada *wavelet* mãe. Para que uma determinada função temporal possa utilizar-se como *wavelet* tem que obedecer a um determinado conjunto de requisitos (Mallat, 1999). Existe uma grande variedade de famílias de funções *wavelet*, propostas por diferentes pessoas, onde se incluem as funções mais conhecidas: Haar, Daubechies, Mexican Hat e Morlet. A utilização de uma função $\psi(t)$ numa determinada aplicação deve reflectir as características do sinal temporal (Torrence, *et al.*, 1998).

A *wavelet* Haar representa-se pela expressão (2.17). Esta é a *wavelet* adoptada neste trabalho devido à sua simplicidade e tempo de computação reduzido.

$$\psi(t) = \begin{cases} 1 & 0 \le t < 1/2 \\ -1 & 1/2 \le t < 1 \\ 0 & outros\,valores\,de\ t \end{cases} \tag{2.17}$$

As *wavelets* têm uma vasta aplicação na matemática, física e engenharia (Mallat, 1999) (Walker, 1999) (Szabó, *et al.*, 2005). Neste trabalho utiliza-se a capacidade de processamento de sinal das *wavelets* para filtrar os sinais experimentais com ruído.

2.7 Aspectos do cálculo fraccionário

Nesta secção apresentam-se alguns aspectos fundamentais do cálculo fraccionário (CF) que são importantes para a explicação de alguns assuntos abordados nesta tese.

2.7.1 Introdução

O cálculo integral e diferencial de ordem fraccionária, também conhecido como cálculo de ordem não inteira, é uma extensão natural do cálculo integral e diferencial clássico. O CF é uma generalização das operações de derivação e integração de ordem inteira. Muito autores referem como o primeiro documento escrito sobre o CF uma carta que L'Hopital escreveu a Leibniz em 1695 onde questiona sobre o significado de $D^n y$ quando $n = 1/2$. A partir das ideias iniciadas por Leibniz muitos matemáticos importantes, tais como, Euler (1730), Lagrange (1772), Laplace (1812), Fourier (1822), Lioville (1823), Riemann (1847), entre outros, investigaram este tema. Apesar do trabalho desenvolvido, muitos aspectos do CF não estão ainda totalmente clarificados, pois a sua maior complexidade dificulta a sua aplicação. Por exemplo, ao contrário do cálculo diferencial de ordem inteira, existem várias definições alternativas para a derivada fraccionária com origem em diversos estudos. As definições mais conhecidas, e com maior popularidade no meio científico, são as definições de Riemann-Liouville e de Grünwald-Letnikov. As diferentes definições conduzem a pontos de vista complementares, mas não existe, até ao momento, uma interpretação simples para as derivadas fraccionárias. Contudo, o desenvolvimento da teoria do caos e dos fractais revelou a existência de relações profundas com o CF, motivando um interesse crescente nesta área científica. Os aspectos principais da teoria do CF são discutidos nas referências (Miller, *et al.*,

1993), (Oldham, *et al.*, 1974), (Ross, 1977) e (Samko, *et al.*, 1993). Muitas das formulações matemáticas encontradas no CF foram desenvolvidas no século XIX, mas somente no século XX surgiram aplicações em diversas áreas do conhecimento. Nos últimos anos o estudo dos sistemas de ordem fraccionária tem sido alvo de grande interesse por parte da comunidade científica (Machado, 2003), devido ao facto de muitos sistemas físicos apresentarem um comportamento que pode ser descrito facilmente por modelos fraccionários (Podlubny, 2002). Neste sentido podem referir-se diversos estudos de aplicação do CF, como, por exemplo, sobre o aparecimento de um novo elemento de circuito eléctrico chamado fractância (Bohannan, 2000), (Bohannan, 2002), electrónica (Korabel, *et al.*, 2007), biologia (Anastasio, 1994), viscoelasticidade (Faybishenko, 2004), (Novikov, *et al.*, 2000). Por outro lado, existem estudos em que se aplica o CF em áreas como o controlo de processos dinâmicos (Barbosa, *et al.*, 2004), (Oustaloup, *et al.*, 1997), (Vinagre, *et al.*, 2002), (Sabatier, *et al.*, 1998), (Melchior, *et al.*, 2000), (Machado, 1997), robótica (Marcos, *et al.*, 2008), caos/fractais (Méhauté, *et al.*, 1991), eliminação de vibrações e folgas (Ma, *et al.*, 2004), (Oustaloup, *et al.*, 1997).

2.7.2 Cálculo fraccionário

Desde o aparecimento do CF a generalização das operações de derivação e integração para uma ordem não inteira α tem sido alvo de abordagens diversas originando definições alternativas. Nas referências (Miller, *et al.*, 1993) e (Oldham, *et al.*, 1974) apresentam-se diversas definições. A partir das definições podem-se calcular as derivadas e integrais fraccionários de diversas funções. No apêndice B mostram-se algumas das definições mais utilizadas no CF, bem como as derivadas e integrais fraccionários de algumas funções elementares.

2.7.2.1 Transformadas de Laplace e Fourier de derivadas fraccionárias

A diversidade de definições alternativas atrás referidas conduz a que na prática, em função da aplicação pretendida, se utiliza a definição mais adequada. Por exemplo, a definição de Laplace de uma derivada de ordem fraccionária $\alpha \in C$ do sinal $x(t)$, $D^{\alpha}[x(t)]$ é uma generalização directa da expressão clássica de ordem inteira, sendo a transformada do sinal multiplicada pelo operador s:

$$L\left\{D^{\alpha}x(t)\right\}=s^{\alpha}X(s)-\sum_{k=0}^{n-1}s^{k}D^{\alpha-k-1}x(t)\Big|_{t=0} \tag{2.18}$$

onde $n-1<\alpha\leq n$, $\alpha>0$.

No âmbito desta tese, vai-se explorar a utilização do CF na análise de frequência de diversos sinais. Neste sentido, apresenta-se seguidamente a definição da transformada de Fourier de derivadas fraccionárias.

A TF da derivada ou integral de ordem inteira *n* do sinal *x*(*t*), é dada por:

$$F\left\{D^{n}x(t)\right\}=(-j\omega)^{n}X(\omega),\quad n=0,\pm1,\pm1,\ldots \tag{2.19}$$

Generalizando a expressão (2.19) para valores de α de ordem arbitrária e considerando condições inicias, obtemos a definição geral:

$$F\left\{D^{\alpha}x(t)\right\}=(-j\omega)^{\alpha}X(\omega)-\sum_{k=0}^{n-1}(j\omega)^{k}D^{\alpha-k-1}x(t)\Big|_{t=0} \tag{2.20}$$

Assim, a TF do integral fraccionário será dada por:

$$F\left\{D^{-\alpha}x(t)\right\}=(j\omega)^{-\alpha}X(\omega)-\sum_{k=0}^{n-1}(j\omega)^{k}D^{\alpha-k-1}x(t)\Big|_{t=0} \tag{2.21}$$

e a TF da derivada fraccionária será dada por

$$F\left\{D^{\alpha}x(t)\right\}=(-j\omega)^{\alpha}X(\omega)-\sum_{k=0}^{n-1}(j\omega)^{k}D^{\alpha-k-1}x(t)\Big|_{t=0} \tag{2.22}$$

onde $X(\omega)$ foi definido pela equação (2.8).

2.7.2.2 Aproximação do domínio das frequências às derivadas de ordem fraccionária

Para analisar a derivada D^{α} com $0 < \alpha < 1$, utilizando uma abordagem baseada nas frequências, vai-se utilizar o circuito eléctrico mostrado na figura 2.11 (Machado, 1997). A partir da figura obtêm-se as seguintes relações:

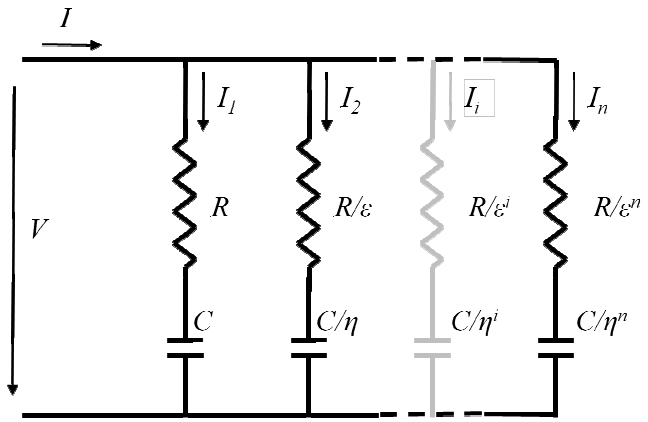


Figura 2.11 Circuito eléctrico recursivo com resistências e condensadores.

$$I = \sum_{i=0}^{n} I_i \tag{2.23}$$

$$R_{i+1} = \frac{R_i}{\varepsilon} \tag{2.24}$$

$$C_{i+1} = \frac{C_i}{\eta} \tag{2.25}$$

onde $\varepsilon > 1$ e $\eta > 1$ são factores escalares, I_i é a corrente eléctrica resultante da tensão aplicada V e R_i e C_i são, respectivamente, a resistência e o condensador do ramo i. A admitância do circuito $Y(j\omega)$ é dada por:

$$Y(j\omega)=\frac{I(j\omega)}{V(j\omega)}=\sum_{i=0}^{n}\frac{j\omega C\varepsilon^{i}}{j\omega CR+(\eta\varepsilon)^{i}} \tag{2.26}$$

A figura 2.12 mostra o diagrama de Bode assimptótico da amplitude e fase de $Y(j\omega)$. As frequências dos pólos e zeros (ω_i e ω_i') obedecem à relação recursiva:

$$\frac{\omega_{i+1}'}{\omega_i'}=\frac{\omega_{i+1}}{\omega_i}=\eta\varepsilon,\quad \frac{\omega_{i+1}}{\omega_i'}=\varepsilon,\quad \frac{\omega_i'}{\omega_i}=\eta \tag{2.27}$$

A partir da amplitude ou da fase do diagrama de Bode, o declive médio m' pode determinar-se através da expressão:

$$\left.\begin{aligned} 20m'\,dB/dec&=\frac{\Delta_{dB}}{\log\varepsilon+\log\eta}\\ 20\,dB/dec&=\frac{\Delta_{dB}}{\log\varepsilon}\end{aligned}\right\}\Rightarrow m'=\frac{\log\varepsilon}{\log\eta+\log\varepsilon} \tag{2.28}$$

Alternativamente, partindo do diagrama de Bode da fase, obtém-se o mesmo resultado de (2.28).

A ordem fraccionária da resposta em frequência é devida à natureza recursiva do circuito eléctrico. Na verdade, a admitância $Y(j\omega)$ obedece à fórmula recursiva

$$Y\left(\frac{\omega}{\eta\varepsilon}\right)=\frac{1}{\varepsilon}Y(\omega) \tag{2.29}$$

com uma solução de acordo com (2.28):

$$Y(\omega) = k(j\omega)^{-m'},\ m' = \frac{\log\varepsilon}{\log\eta + \log\varepsilon} \tag{2.30}$$

onde *k* é um factor escalar.

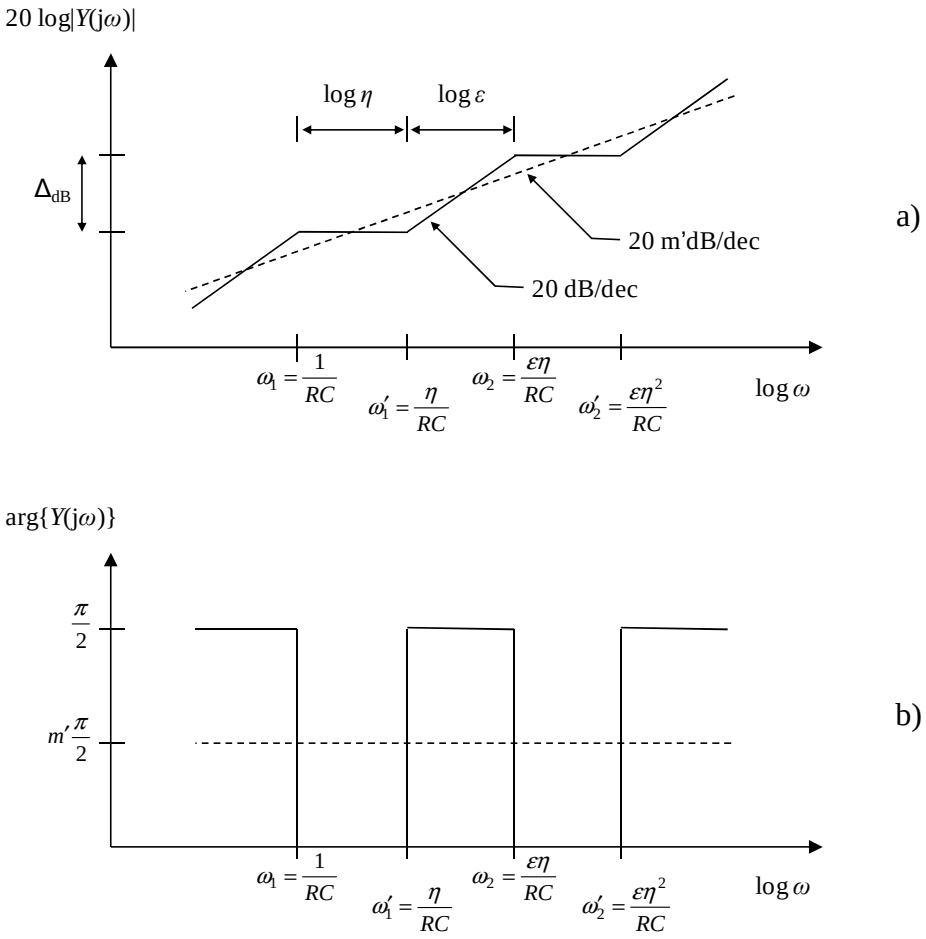


Figura 2.12 Diagrama de Bode do circuito eléctrico recursivo:
a) amplitude; b) fase.

Verifica-se que $Y(\omega)$ obedece a uma função potência. Portanto, o circuito da figura 2.11 representa uma aproximação à derivada D^{α}, $0 < \alpha < 1$, com declive $m' = \alpha$, com base na colocação recursiva de pólos e zeros no domínio das frequências.

Em resumo, a implementação da derivada fraccionária baseada na definição de Fourier adopta o domínio das frequências e requer um número infinito de pólos e zeros, obedecendo a uma

relação recursiva. Um elemento de um circuito eléctrico que apresente um comportamento de ordem fraccionária chama-se fractância.

2.8 Análise de séries temporais não lineares

2.8.1 Introdução

Na investigação científica as séries temporais (STs) resultantes da observação experimental de um sistema dinâmico são a base para o seu estudo. A análise das STs permite estudar os sistemas dinâmicos e tem fundamentalmente três objectivos: caracterização, modelação e previsão dos seus valores futuros. A caracterização do sistema determina as propriedades fundamentais, como sejam o número de graus de liberdade ou o nível de aleatoriedade. O objectivo da modelação é encontrar a descrição que contenha as características do comportamento a longo prazo do sistema. Por último, a previsão (predição) consiste em prever com exactidão a evolução do sistema.

As STs podem ser lineares ou não lineares, quando resultam, respectivamente, de dados de processos lineares ou não lineares.

2.8.2 Séries temporais lineares

Até ao primeiro quarto do século passado, a previsão fazia-se pela extrapolação das séries no domínio dos tempos. Por essa altura, o matemático escocês na área da estatística, Udny Yule publicou alguns trabalhos relativos ao modelo auto-regressivo que influenciaram bastante a análise das STs a partir daí. Este modelo evoluiu para o modelo auto regressivo de média móvel ARMA(p,q) (2.33) composto pelas parcelas: média móvel MA(q) (2.31) e auto regressivo AR(p) (2.32).

O modelo MA(q) (2.31) de ordem $q \in \aleph$ assume linearidade e causalidade e, portanto, a série $x(t)$ forma-se a partir das séries de entradas externas $\{e_t\}$, que são termos determinísticos ou estocásticos, modificadas pelos coeficientes b_n. Em engenharia este conceito é conhecido por

filtro de resposta finita ao impulso (filtro FIR), porque a saída vai garantidamente para zero após q passos da entrada se tornarem zero.

$$x(t) = \sum_{n=0}^{q} b_n e_{t-n} \tag{2.31}$$

O modelo AR(p) (2.32) de ordem $p \in \aleph$ depende das ocorrências anteriores (efeito de memória ou realimentação) e é conhecido em engenharia por filtro de resposta infinita ao impulso (filtro IIR), porque a saída pode continuar a existir após a entrada se tornar zero.

$$x(t) = \sum_{m=1}^{p} a_m x_{t-m} \tag{2.32}$$

O modelo auto regressivo de média móvel ARMA (2.33) associa os modelos MA(q) e AR(p) apresentados e permite estimar valores futuros, a partir da soma pesada de valores observados da série. Os coeficientes a_m e b_n são calculados de forma a obter-se o modelo ARMA que melhor se aproxime dos dados observados, utilizando-se para isso, normalmente, o método dos mínimos quadrados. Do ponto de vista dos sistemas dinâmicos, o modelo ARMA envolve uma dinâmica linear simples (termos a_m) e uma média linear simples das componentes impostas externamente. Durante meio século este modelo dominou todas as áreas de aplicação das STs. No entanto, existem sistemas, caracterizados por energia num espectro alargado de frequências, em que o modelo ARMA é inadequado. Este tipo de modelo apresenta sempre expoentes de Lyapunov nulos ou negativos e nunca tem um comportamento caótico (Abarbanel, *et al.*, 1993).

$$x(t) = \sum_{m=1}^{p} a_m x_{t-m} + \sum_{n=0}^{q} b_n e_{t-n} \tag{2.33}$$

Como referido anteriormente, o estudo das séries temporais lineares faz-se, sobretudo, aplicando os métodos estatísticos (modelo ARMA) e também recorrendo à análise espectral. No que respeita à análise espectral, qualquer função $f(t)$ pode ser representada pela sobreposição de um certo número de componentes periódicas. A análise espectral vai determinar o peso relativo de cada uma dessas componentes. Desta forma, se os sinais forem periódicos, então a análise espectral vai revelar a existência de linhas discretas correspondentes às diversas componentes de frequência. Caso os sinais sejam estocásticos, a análise espectral não é eficaz.

2.8.3 Séries temporais não lineares

Muito do que se conhece acerca dos sistemas físicos baseou-se na teoria dos sistemas lineares. Contudo, muitos sinais são aparentemente aleatórios ou não periódicos no tempo. Tradicionalmente, a aleatoriedade destes sinais foi atribuída a ruído ou à interacção de outros sinais. Uma das descobertas matemáticas surpreendentes e enriquecedoras das últimas décadas é que o comportamento aleatório pode surgir nos sistemas determinísticos não lineares, com apenas alguns graus de liberdade (Henry, *et al.*, 2001). Este comportamento é conhecido por *caos determinístico*. Anteriormente à descoberta do caos determinístico, a aleatoriedade atribuía-se a perturbações externas desconhecidas (ruído); todavia, o novo conceito revelou que tal se devia ao facto da maioria dos sistemas dinâmicos apresentarem características não lineares. O caos determinístico motivou a criação de modelos matemáticos para os sistemas caracterizados por apresentarem sinais aleatórios. Os sinais aleatórios gerados pelo ruído são fundamentalmente diferentes dos sinais aleatórios resultantes de dinâmicas determinísticas. A diferença não é detectada pelas ferramentas estatísticas, mas é revelada pela análise dinâmica baseada na reconstrução do espaço de fase. O comportamento não linear determinístico observa-se em muitas séries temporais de sistemas físicos, biológicos, económicos, tecnológicos e sociais. Uma característica comum destes dados é a sua complexidade e a existência de correlações não lineares.

Nas últimas décadas, a compreensão dos sistemas caóticos e de outros sistemas não lineares conduziram a um ponto onde se tornou evidente a incapacidade dos modelos lineares para descreverem a maioria dos processos dinâmicos. Os métodos lineares convencionais são, em geral, inapropriados para modelar e prever as séries temporais provenientes de processos não lineares. Apesar disso, os métodos lineares permanecem poderosos na análise dos dados. A teoria dos sistemas lineares está bastante desenvolvida e é largamente aceite. No entanto, a análise das séries temporais não lineares (STNL) continua a ser alvo de bastante investigação, pois as ferramentas ainda estão longe de se encontrarem completamente consolidadas.

Em geral, as STs de processos caóticos exibem tipicamente um espectro de Fourier contínuo. Duas STs podem apresentar uma resposta idêntica num espectro alargado de frequências, com origem em sistemas com propriedades muito diferentes, como são os casos de um sistema linear sujeito a ruído estocástico externo e um sistema não linear determinístico, isento de ruído, com um número pequeno de graus de liberdade (Gershenfeld, *et al.*, 1993). Assim, os

métodos convencionais de análise em frequência são muitas vezes ineficazes. Adicionalmente, os métodos para análise das séries temporais dos sistemas lineares baseados na estatística, como os modelos ARMA, não se aplicam visto que um modelo linear simples e global não descreve o espaço de estados de um sistema não linear no seu todo.

Para responder ao problema enunciado, foram dados passos significativos somente nos anos oitenta, equacionando-se uma ligação forte entre as réplicas atrasadas dos sinais de um sistema e as respectivas dinâmicas. Esta ligação foi proposta por Packard (Packard, *et al.*, 1980) e Takens (Takens, 1981). Takens provou essa ligação e, mais tarde, Sauer (Sauer, *et al.*, 1991) veio clarificar este conceito. As réplicas atrasadas dos sinais com um comprimento suficiente, além de representarem o estado de um sistema linear, mostram também que podem reconstruir a estrutura geométrica de um sistema não linear (Gershenfeld, *et al.*, 1993).

Devido ao facto das STNL se aplicarem a domínios do conhecimento bastante diversificados, a bibliografia existente sobre o assunto está bastante fragmentada por várias áreas científicas. Este facto dificulta a recolha do material relevante que pode ser útil para novas investigações com base no conhecimento acumulado de experiências passadas (Gershenfeld, *et al.*, 1993). No entanto, para além das obras nesta área publicadas nos últimos anos (Abarbanel, 1996) (Kantz, *et al.*, 2004) (Small, 2005), existem também capítulos de livros (Gershenfeld, *et al.*, 1993) (Parlitz, 1998) (Henry, *et al.*, 2001) e alguns artigos científicos que abordam o assunto de uma forma abrangente (Abarbanel, *et al.*, 1993) (Abarbanel, 1998) (Casdagli, *et al.*, 1991) (Schreiber, 1999).

2.8.4 Teoria do caos

A dinâmica caótica foi referida pela primeira vez no fim do século XIX, pelo matemático Henri Poincaré; todavia, as suas ideias eram demasiado avançadas para a época e não encontraram eco a nível de aplicação às ciências da engenharia. De facto, nessa época, as ferramentas matemáticas necessárias para estudar o caos não se tinham desenvolvido e não haviam os meios computacionais necessários para provar o comportamento caótico. Somente durante o século XX, no início dos anos sessenta, as ideias de Poincaré ressurgiram através do meteorologista do MIT Edward Lorenz (Lorenz, 1963). Este, ao calcular com recurso a um computador, soluções aproximadas para um sistema de equações que modelam a convexão na

atmosfera, encontrou o mesmo fenómeno de divergência de soluções, inicialmente muito próximas, que Poincaré tinha descoberto. Este fenómeno, a que se dá o nome de *dependência sensível das condições iniciais*, deu origem à metáfora do efeito borboleta que viria a ser amplamente conhecida (Lorenz, 1972). A partir dos seus cálculos, Lorenz desenhou o primeiro esboço do atractor caótico que hoje é conhecido pelo seu nome. A dinâmica caótica, caracterizada por comportamentos irregulares e pela dependência sensível das condições iniciais, é um regime típico dos sistemas não lineares com realimentação (*feedback*). Os valores actuais dependem dos valores anteriores e, neste contexto, este aspecto é aqui referido como realimentação.

A ideia de que pequenas causas podem originar grandes efeitos, que é uma maneira informal de enunciar a dependência sensível das condições iniciais, é uma das ideias centrais do caos. Uma das consequências mais importantes é a limitação à nossa capacidade de previsão, mesmo num cenário ideal, onde conhecemos exactamente as regras que regem a evolução do sistema, pois só se conhece o estado deste com a precisão permitida pelos instrumentos de medida. Apesar de ser aparentemente uma metáfora, é, de facto, um problema bem real. O facto dos instrumentos de medida (réguas, termómetros, relógios, etc.) possuírem uma precisão finita, significa, em muitos casos, a impossibilidade de fazer previsões a longo prazo. Quando o sistema é caótico, o pequeno erro que afecta o conhecimento da condição inicial faz com que, ao fim de certo tempo, o comportamento previsto pelo modelo e o comportamento do sistema real possam ser completamente distintos. No regime caótico, qualquer pequena diferença é ampliada ao longo da iteração, até assumir proporções macroscópicas. Quanto mais próximas estiverem as condições iniciais escolhidas, mais tempo esta divergência demora a manifestar-se; contudo, verifica-se na prática que esse tempo é relativamente curto, porque a separação das órbitas aumenta muito rapidamente com o número de iterações.

2.8.4.1 Atractores

O atractor é uma forma que ocorre na representação da dinâmica de um sistema no espaço de estados. Os sistemas dinâmicos que apresentam um comportamento estável, periódico ou caótico possuem atractores característicos. Um sistema estável é representado por um ponto fixo no espaço enquanto um sistema periódico apresenta uma órbita fechada que é o ciclo limite. No caso de sistemas caóticos, as órbitas do atractor nunca repetem o mesmo caminho;

contudo, as órbitas estão confinadas (atraídas) a uma região limitada do espaço. Os atractores dos sistemas caóticos são denominados atractores estranhos (Takens, 1981), pois apresentam uma geometria complexa.

2.8.4.2 O atractor estranho

Lorenz usou um computador primitivo para calcular as órbitas de um modelo simplificado da atmosfera a duas dimensões, concentrando-se no movimento de convexão do ar (Lorenz, 1963). Esse modelo, dado por um conjunto de equações não lineares, possui um *atractor estranho* que exibe dependência sensível das condições iniciais. Passado um período de tempo transitório a correlação das duas órbitas desaparece. O modelo de Lorenz simplificado obedece às seguintes equações diferenciais:

$$\frac{dx(t)}{dt} = a\big(y(t) - x(t)\big) \quad , \quad \frac{dy(t)}{dt} = -x(t)z(t) + cx(t) - y(t) \quad , \quad \frac{dz(t)}{dt} = x(t)y(t) - bz(t) \qquad (2.34)$$

As variáveis contêm a informação sobre o estado do sistema, ou seja, $x(t)$ representa a velocidade de escoamento do ar e $y(t)$ e $z(t)$ representam a distribuição das temperaturas do ar. Lorenz utilizou os parâmetros $a = 10$, $b = 8/3$ e $c = 28$ (Lorenz, 1963).

A figura 2.13 representa o atractor de Lorenz e a figura 2.14 ilustra a sua sensibilidade às condições iniciais. A traço contínuo e a tracejado representam-se dois atractores de Lorenz A e B, partindo de condições iniciais, diferindo de apenas $x_A(0) - x_B(0) = 10^{-4}$. Os dois atractores começam no mesmo ponto assinalado na figura e, numa fase inicial, mantêm-se em paralelo. A partir de uma determinada iteração, os dois atractores seguem rumos completamente diferentes. No entanto, o espaço ocupado pelos dois atractores mantém-se confinado dentro de limites do espaço euclidiano. A figura 2.14a) mostra apenas a evolução da componente $x(t)$ dos dois atractores, enquanto a figura 2.14b) mostra as três componentes.

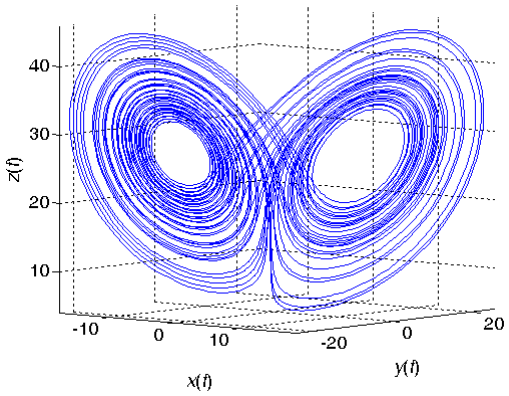
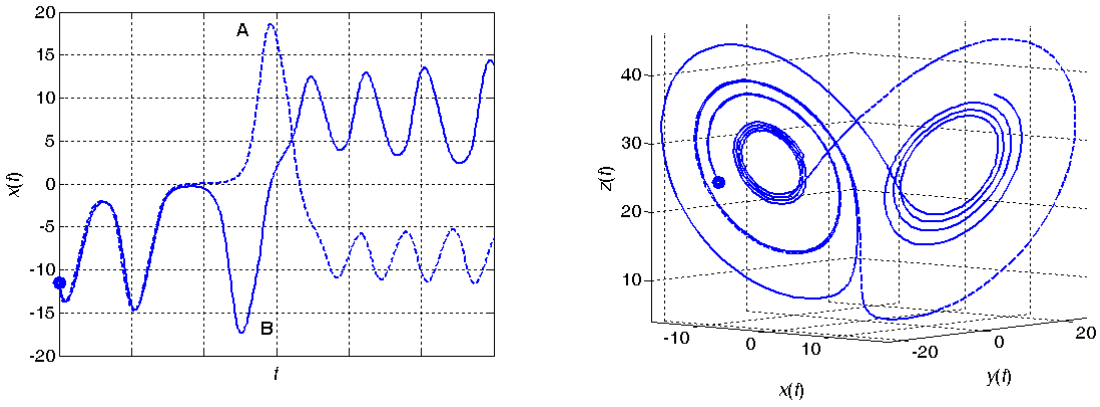


Figura 2.13 Atractor de Lorenz.



a) b)

Figura 2.14 Sensibilidade às condições iniciais: a) componente $x(t)$; b) atractor.

Na representação no espaço de fase é comum utilizar-se o termo atractor para designar um conjunto no espaço de fase para o qual tendem todas as trajectórias vizinhas e que, por isso mesmo, descreve o comportamento a longo prazo do sistema para todo um conjunto de condições iniciais diferentes.

O atractor de Lorenz é um *atractor estranho* ou caótico. Um atractor estranho é um atractor no espaço de estados sobre o qual as órbitas nunca fecham, mas mantêm-se confinadas numa

dada região do espaço. Este atractor é informalmente descrito como estranho, se tiver dimensão não inteira ou se for caótico. Se um sistema tiver um atractor estranho então está-se na presença de um sistema *caótico determinístico* ou simplesmente *caótico*. Em conclusão, embora as variáveis apresentem um comportamento aperiódico e imprevisível, a sua dinâmica é governada por equações diferenciais determinísticas simples.

O comportamento do atractor estranho pode ser visto sob dois prismas. Do ponto de vista local, as órbitas periódicas do atractor são instáveis, pois o seu comportamento é imprevisível, no sentido de que as trajectórias não se repetem. Do ponto de vista global, as órbitas do atractor são estáveis pois permanecem confinadas numa região limitada do espaço.

Na figura 2.15 mostra-se a série temporal para $x(t)$ resultante da resolução das equações (2.34). A transformada de Fourier (FFT) do sinal $x(t)$ mostra-se na figura 2.16, onde não se evidenciam quaisquer frequências características no espectro alargado de frequências, o que está de acordo com as características demonstradas pelos sinais caóticos.

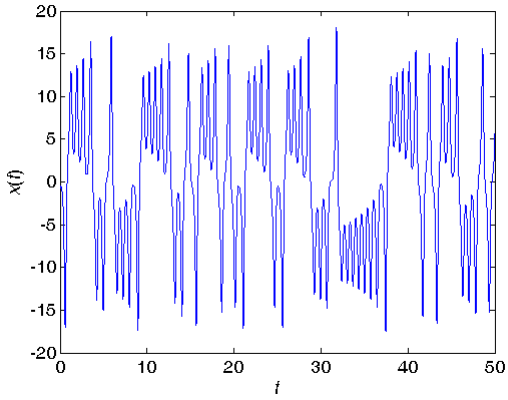


Figura 2.15 Série temporal caótica $x(t)$ do atractor de Lorenz.

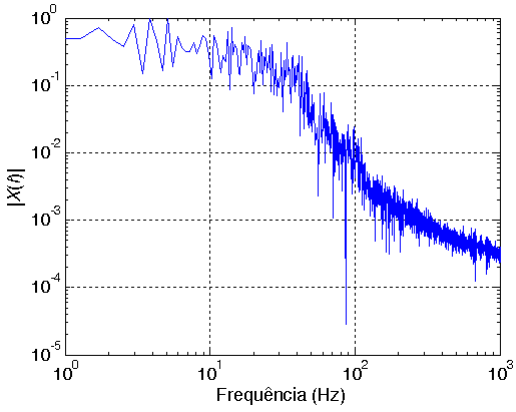


Figura 2.16 Transformada de Fourier (FFT) de $x(t)$.

O sistema Lorenz é considerado como o primeiro a revelar a presença de caos em sistemas dinâmicos dissipativos[3].

2.8.4.3 Outros atractores

Nos sistemas dinâmicos dissipativos podem ocorrer uma grande variedade de atractores. Para além do atractor estranho, que já se referiu, existem outros três grupos mais comuns de atractores que os sistemas podem apresentar: os atractores pontuais, periódicos (ciclos limite) e toroidais.

O *atractor pontual* representa um ponto de equilíbrio, para o qual tendem as órbitas vizinhas, como é o caso, por exemplo, de um pêndulo amortecido pela resistência do ar. A figura 2.17 ilustra este tipo de atractor. Em teoria dos sistemas esta trajectória é conhecida por foco estável.

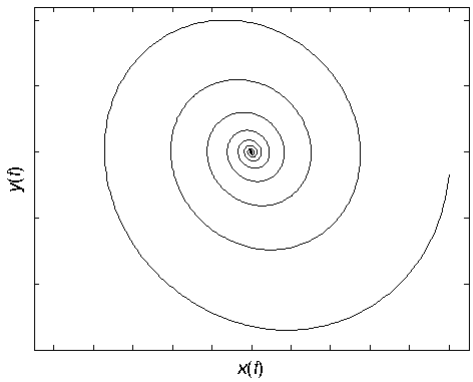


Figura 2.17 Exemplo da dinâmica de um atractor pontual.

Um *atractor periódico* ocorre quando existe um ciclo limite estável, ou seja, uma trajectória fechada no espaço de fase, para a qual as órbitas vizinhas tendem em espiral. A figura 2.18 ilustra este tipo de atractor. Em teoria dos sistemas esta trajectória é conhecida por centro.

[3] Sistema no qual o volume do atractor se contrai com o decorrer do tempo, ao contrário do sistema conservativo que, durante a sua evolução temporal, preserva o volume do atractor no espaço de estados.

Finalmente, o *atractor toroidal* (figura 2.19) aparece quando um sistema apresenta duas ou mais frequências características, em que podem ocorrer comportamentos complexos (a sobreposição de comportamentos periódicos com diferentes períodos é conhecido por comportamento quase periódico) e as órbitas limite se situam na superfície de um toróide.

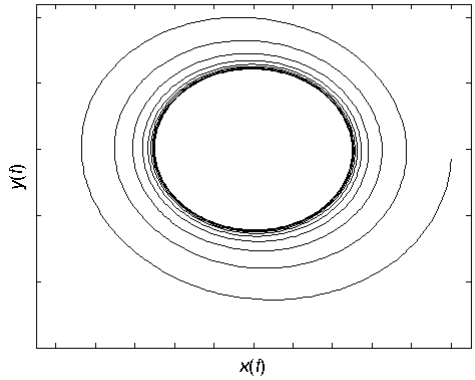


Figura 2.18 Exemplo da dinâmica de um atractor periódico.

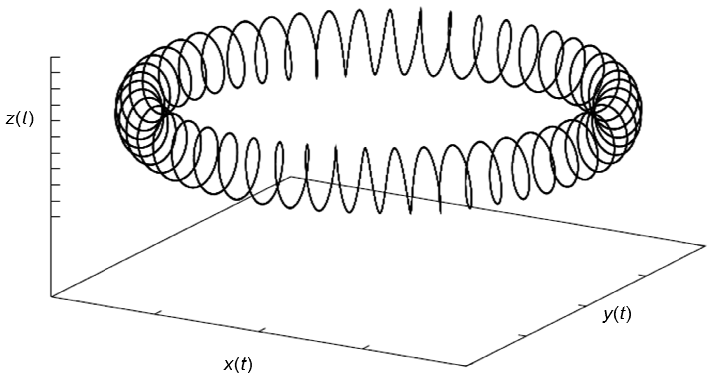


Figura 2.19 Exemplo da dinâmica de um atractor toroidal.

2.8.5 Fractais

Segundo uma interpretação livre, pode-se dizer que os fractais são figuras com dimensão geométrica não inteira. A geometria euclidiana, por lidar essencialmente com objectos de dimensão inteira, tem dificuldade em tratar este tipo de figuras. As raízes conceituais dos

fractais resultam da tentativas de medir o tamanho de objectos, para os quais falham as definições tradicionais, baseadas em conceitos euclidianos.

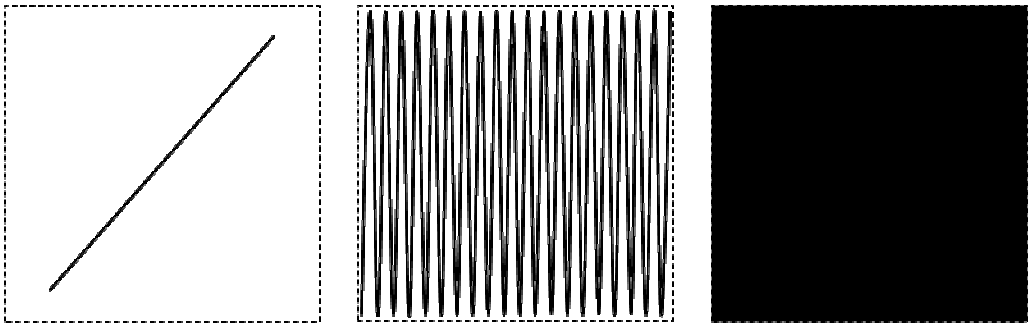
Mandelbrot criou o termo fractal sendo considerado, frequentemente, o pai da geometria fractal. No entanto, muitas das figuras fractais e a respectiva descrição foi alvo de estudo de matemáticos anteriores a Mandelbrot como, por exemplo, George Cantor (1872), Giuseppe Peano (1890), David Hilbert (1891), Helge Von Koch (1904), Waclaw Sierpinski (1916), Gaston Julia (1918) ou Felix Hausdorff (1919). Os estudos destes matemáticos influenciaram decisivamente Mandelbrot no desenvolvimento do conceito de uma nova geometria (Peitgen, *et al.*, 2004). Existe uma vasta bibliografia neste campo de investigação, que se revelou bastante activo nas últimas décadas. De qualquer forma, o livro escrito por Benoit Mandelbrot é tido como uma referência nesta área (Mandelbrot, 1983).

Mandelbrot desenvolveu a geometria fractal para modelizar características irregulares de fenómenos que podem encontrar-se em todo o universo natural como, por exemplo, nas nuvens, plantas, costas terrestres e distribuição das galáxias. As estruturas fractais e a geometria fractal aplicam-se em áreas do conhecimento tão diversas, como em vários ramos da engenharia (comunicações, geologia, cartografia, química, metalurgia) e na arte, na matemática, na medicina, na economia, e muitos outros campos.

As formas fractais possuem uma propriedade comum chamada de *auto-semelhança*, em que a parte é semelhante ao todo, ou seja, cada parte é uma cópia, em escala menor, do objecto no seu todo. Quando o todo é uma ampliação exacta de uma parte, diz-se que o *fractal é geométrico*, como são, por exemplo, os casos do conjunto de Cantor ternário e a curva de Von Koch estudados mais à frente neste trabalho. Quando o todo é estatisticamente semelhante a uma ampliação de uma parte diz-se que o *fractal é aleatório*. Estes fractais, também chamados *fractais naturais*, abundam na natureza, como são, por exemplo, os casos da forma dos brócolos, couve-flor, fetos, formações geológicas e linhas costeiras. Os fractais podem corrresponder a estruturas fractais no espaço, como nos exemplos referidos anteriormente, ou podem também corresponder a fractais no tempo. Neste caso, o que se disse para diferentes tamanhos aplica-se aqui para diferentes escalas de resolução temporal. Os exemplos mais comuns são os de algumas séries temporais, tais como, por exemplo, as cotações da bolsa.

Convencionalmente, a dimensão define-se como o número de coordenadas necessárias para a especificação completa de um objecto. À dimensão assim calculada chama-se *dimensão topológica*. Por exemplo, um ponto têm uma dimensão zero, as rectas e as curvas dimensão um, as figuras planas dimensão dois e os sólidos dimensão três. No entanto, na natureza existem fenómenos que são convenientemente descritos através de uma dimensão não inteira, a que Mandelbrot apelidou de *dimensão fractal*. Deste modo, um ponto tem uma dimensão $dim = 0$, uma linha recta tem uma dimensão $dim = 1$, enquanto uma curva fractal terá uma dimensão $1 < dim < 2$ e uma superfície fractal uma dimensão $2 < dim < 3$.

No desenvolvimento do conceito de dimensão foi determinante a noção do preenchimento do espaço pelas curvas. Questionou-se o facto das curvas serem um objecto com dimensão (topológica) $dim = 1$, apesar de preencherem o plano com dimensão (topológica) $dim = 2$. A figura 2.20 ilustra o conceito do preenchimento do plano pela curva. Na figura 2.20a) representa-se uma curva (linha) que apresenta uma dimensão $dim = 1$, enquanto na figura 2.20c) representa-se um plano que apresenta uma dimensão $dim = 2$. Na figura 2.20b) observa-se que a curva pode preencher, no limite, o plano, apesar de apresentar uma dimensão $dim = 1$. Esta contradição foi discutida durante várias décadas até ao início do século XX (Peitgen, *et al.*, 2004) e esteve na origem da criação da dimensão fractal.



a) b) c)

Figura 2.20 Ilustração do conceito de preenchimento do espaço com linhas.

Se a dimensão fractal de um conjunto é não inteira, então diz-se que a dimensão é fractal e, a esse conjunto, chama-se *fractal* (Mandelbrot, 1983).

2.8.5.1 Dimensão fractal

A dimensão fractal D_F é uma quantidade que representa o grau de ocupação do fractal no espaço e que está relacionada com o seu grau de irregularidade. Existe mais de uma dezena de definições para a medição da dimensão fractal (Falconer, 1990) (Peitgen, *et al.*, 2004). As duas definições mais conhecidas (por razões diferentes) são a dimensão Hausdorff e a dimensão por contagem de caixas (*box counting*).

A dimensão Hausdorff, também conhecida como dimensão Hausdorff–Besicovitch, foi introduzida em 1918 pelo matemático Felix Hausdorff, sendo uma das definições mais antigas e uma das mais importantes para medir a dimensão fractal (Falconer, 1990). Esta medida, do ponto de vista matemático, pode aplicar-se a qualquer conjunto de fractais e baseia-se em medidas relativamente fáceis de manipular. No entanto, é difícil de calcular por métodos computacionais.

A dimensão por contagem de caixas é uma das medidas mais utilizadas para a medir a dimensão fractal pela facilidade de cálculo automático. Permite uma medida sistemática, que se aplica a qualquer estrutura no plano, e pode facilmente adaptar-se a estruturas no espaço de maiores dimensões topológicas. Esta medida pode, portanto, aplicar-se quer a formas fractais, que apresentam a característica da auto-semelhança, quer a quaisquer outras formas. Pelas razões referidas, nesta tese vai-se utilizar a dimensão por contagem de caixas.

2.8.5.2 Dimensão por contagem de caixas

A definição da dimensão fractal por contagem de caixas (*box counting*)[4] remonta à década de trinta e é dada pela expressão (2.35), onde $N(\varepsilon)$ representa o número mínimo de células (caixas) de tamanho ε necessárias para cobrir o conjunto analisado.

$$D_F = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\ln\left[N(\varepsilon)\right]}{\ln(1/\varepsilon)} \tag{2.35}$$

[4] A definição da dimensão por contagem de caixas (*box counting*) tem sido também referida como Kolmogorov entropy, entropy dimension, capacity dimension, metric dimension, logaritmic density, information dimension (Falconer, 1990), and Kolmogorov capacity.

De modo a generalizar-se a aplicação da expressão a diferentes dimensões topológicas, a caixa pode ser um quadrado, cubo ou hipercubo. De notar que na expressão (2.35) é irrelevante a base logarítmica utilizada, dado que a equação envolve o seu quociente.

A ideia subjacente à expressão (2.35) é bastante simples. A dimensão D_F dá-nos o número de caixas necessário para cobrir todo o objecto, à medida que o tamanho das caixas diminui. A expressão sugere que D_F possa ser calculada a partir do declive da recta representada num gráfico bi-logaritmico, em que as ordenadas e abcissas são, respectivamente, o número de caixas e o inverso do comprimento do lado ε. Deste modo, o declive da representação de $\ln[N(\varepsilon)]$ em função de $\ln(1/\varepsilon)$ fornece uma estimativa da dimensão fractal.

2.8.5.3 Exemplos

Apresentam-se seguidamente dois exemplos conhecidos de fractais geométricos: O conjunto de Cantor ternário e a curva de Von Koch. Para cada caso calcula-se a dimensão fractal através do método da contagem de caixas. Existem muitos mais exemplos de figuras fractais que podem ser consultados, por exemplo, nas referências (Mandelbrot, 1983), (Falconer, 1990) e (Peitgen, *et al.*, 2004).

Conjunto de Cantor ternário

O conjunto de Cantor ternário constrói-se a partir de um segmento de recta de comprimento unitário como ilustrado na figura 2.21. Consideremos o segmento unitário que constitui o conjunto $E_0 = [0, 1]$. Divide-se o segmento em três partes iguais e remove-se a parte central formando o conjunto E_1. Portanto, E_1 terá dois segmentos $E_1 = \{[0, 1/3], [2/3, 1]\}$. Para cada um dos dois segmentos resultantes repete-se o procedimento. O conjunto E_2 será constituído por quatro segmentos $E_2 = \{[0, 1/9], [2/9, 1/3], [2/3, 7/9], [8/9, 1]\}$. O processo continua infinitamente, removendo a parte central de cada segmento do conjunto E_{k-1} para obter E_k. O conjunto E_k, $k = 1, 2, \ldots$ é constituído por 2^k segmentos de comprimento 3^{-k}. Portanto, são necessários 2^k segmentos de comprimento 3^{-k} para cobrir o conjunto E_k. Consequentemente, a dimensão por contagem de caixas será $D_F = \log 2 / \log 3 = 0{,}63$. De notar que D_F pode calcular-se, alternativamente, pelo método algorítmico, baseado no número e dimensão das

caixas relativos a cada conjunto E_i. Este procedimento ilustra-se na tabela 2.1 e na figura 2.23. Na figura, o declive da recta fornece o valor da dimensão fractal D_F.

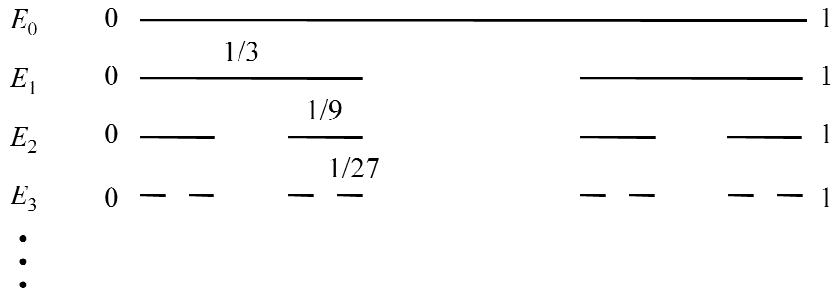


Figura 2.21 Ilustração do processo de construção do conjunto de Cantor ternário.

Curva de Von Koch

A curva de Von Koch constrói-se a partir de um segmento de recta de comprimento unitário, como ilustrado na figura 2.22. Consideremos o segmento unitário que constitui o conjunto $E_0 = [0, 1]$. Divide-se o segmento em três partes iguais e substitui-se a parte central por um triângulo equilátero baseado no segmento retirado. Forma-se assim o conjunto E_1 constituído por quatro segmentos. Para dada um dos segmentos resultantes repete-se o procedimento. O processo continua indefinidamente. O conjunto E_k, $k = 1, 2, \ldots$ é constituído por 4^k segmentos de comprimento 3^{-k}. Portanto são necessários 4^k segmentos de comprimento 3^{-k} para cobrir o conjunto E_k. Consequentemente a dimensão por contagem de caixas será $D_F = \log 4 / \log 3 = 1{,}262$. De novo, é possível calcular a dimensão fractal pelo método algorítmico, baseado no número e dimensão das caixas relativos a cada conjunto E_i. Este procedimento ilustra-se na tabela 2.1 e na figura 2.23, onde se apresenta o declive da recta, ou seja, o valor da dimensão fractal D_F.

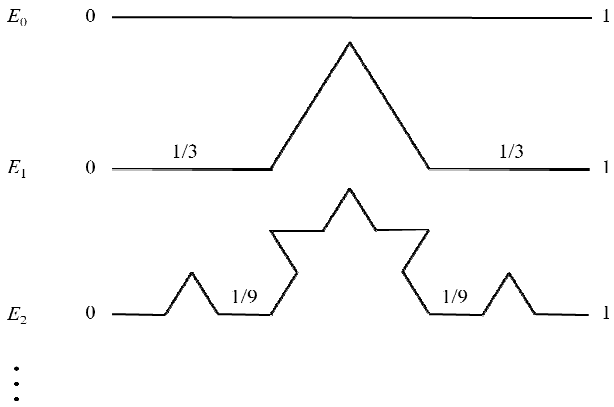


Figura 2.22 Ilustração do processo de construção da curva de Von Koch.

Tabela 2.1 Valores do conjunto de Cantor ternário e da curva de Von Koch.

Conjunto	**Tamanho da caixa ε**	**Número de caixas N**	**Cantor ternário**		**Von Koch**	
			log(1/ε)	**Log(N)**	**log(1/ε)**	**Log(N)**
E_0	1	1	0	0	0	0
E_1	1/3	2	1,099	0,693	1,099	1,386
E_2	1/9	4	2,197	1,386	2,197	2,773
E_3	1/27	8	3,296	2,079	—	—

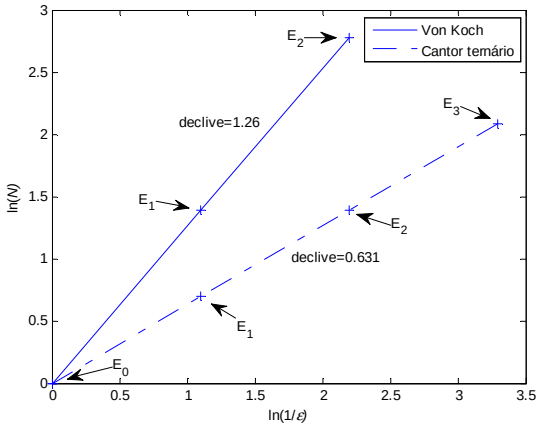


Figura 2.23 Cálculo da dimensão fractal do conjunto de Cantor ternário e da curva de Von Koch.

Os dois exemplos referidos, apesar de serem simples, apresentam características típicas dos fractais. Os conjuntos E_k, $k = 1, 2, \ldots$ são auto-semelhantes, ou seja, contêm cópias deles próprios em todas as escalas de comprimento. Devido a este facto, os fractais constroem-se facilmente através de um processo recursivo. Por outro lado, a geometria do conjunto E_k não é descrita facilmente pela matemática clássica, ou seja, não é um conjunto de pontos que satisfaçam uma determinada condição geométrica ou não é a solução de uma determinada equação.

2.8.6 Reconstrução do espaço de estados

O *espaço de estados* (EE) é um espaço matemático abstracto baseado em variáveis dinâmicas de um sistema e constitui uma das ferramentas que se pode utilizar na análise de sinais com comportamento não linear.

Um sistema dinâmico representa-se no espaço de estados por um conjunto de equações diferenciais de primeira ordem

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x(t)) \tag{2.36}$$

O sinal de saída $s(t)$, que é normalmente unidimensional, pode representar-se por $s(t) = h(x(t))$, em que $x(t)$ é um vector de dimensão n. Qualquer conjunto de variáveis linearmente independentes relativas a $s(t)$ pode utilizar-se como coordenadas do espaço de estados do sistema, como é o caso das derivadas no tempo de $s(t)$. Deste modo, uma possibilidade de representação no espaço de estados é conseguida através da escolha de um conjunto de variáveis de estado, chamadas variáveis de fase, onde cada variável de estado subsequente se define como sendo a derivada da variável de estado anterior. Nesta ordem de ideias, por exemplo, a primeira e segunda derivadas para o sinal $s(t)$, adquirido com uma frequência de amostragem $1/T_a$, são dadas, aproximadamente, por

$$\dot{s}(t) \approx \frac{s(t+T_a) - s(t)}{T_a} \tag{2.37}$$

$$\ddot{s}(t) \approx \frac{s(t+2T_a) - 2s(t+T_a) + s(t)}{T_a^{\,2}} \tag{2.38}$$

Na prática, quando o sinal é amostrado no tempo discreto, as derivadas funcionam como um filtro passa alto e, portanto, acentuam os erros e o ruído do sinal medido. As equações (2.37) e (2.38) mostram que a informação dada pelo cálculo aproximado das derivadas no tempo de $s(t)$ baseiam-se no próprio sinal e em réplicas atrasadas deste e sugerem, por isso, um outro conjunto de coordenadas para a representação no EE. Assim, utilizando apenas o sinal medido $s(t)$ e as réplicas atrasadas dos valores de $s(t)$, evitam-se os problemas atrás referidos provocados pela derivada no tempo, além de que não é necessário maior esforço computacional. Nesta ordem de ideias, pode-se construir um novo conjunto de coordenadas dadas pelo vector $y(t)$

$$y(t) = [s(t), s(t+T_d), ..., s(t+(d-1)T_d)] \tag{2.39}$$

onde T_d é o tempo de atraso e $d \in \aleph$ é a dimensão do EE reconstruído (EER). Cada componente do vector $y(t)$ está separada no tempo de T_d.

Por exemplo, se $d = 2$ estamos na presença de um espaço de estados bidimensional. Como o sinal $\{s(t), s(t+T_d)\}$ está relacionado com o modelo $\{s(t), \dot{s}(t)\}$, a representação do EER será idêntica nos dois casos. Assim, é expectável que o EER preserve as propriedades principais da representação no espaço de estados original e, consequentemente, permita extrair algumas conclusões acerca da dinâmica do sistema.

Para uma melhor compreensão de alguns conceitos relativos à reconstrução do espaço de estados a partir de uma série temporal, torna-se importante definirem-se os espaços envolvidos, que se encontram ilustrados na figura 2.24 (Parlitz, 1998). Seja M um espaço de dimensão m que constitui o espaço de estados original do sistema dinâmico em análise e seja $\varphi^t : M \to M$ a função que determina a dinâmica do sistema tal que $x(t) = \varphi^t [x(0)]$. Vamos supor que, na ausência de ruído, a série temporal medida $s(t)$ é a quantidade escalar

$s(t) = h[x(t)]$, dada por uma função de medição suave[5] $h: M \rightarrow R$. Então, pode-se construir um mapa de coordenadas atrasadas no tempo tal que $f: M \rightarrow R^d$ e $x(t) \rightarrow y(t) = f(x(t))$ que mapeia $x(t)$ do EE original M num ponto $y(t)$ do EE reconstruído R^d, onde $y(t)$ é dado pela expressão (2.39), d é a *dimensão de imersão* (embedding dimension) e T_d é o tempo de atraso entre coordenadas. Normalmente, a função f é não linear (Casdagli, *et al.*, 1991) e é desconhecida. Esta função que define a imersão é uma função suave de transformação de coordenadas de um para um.

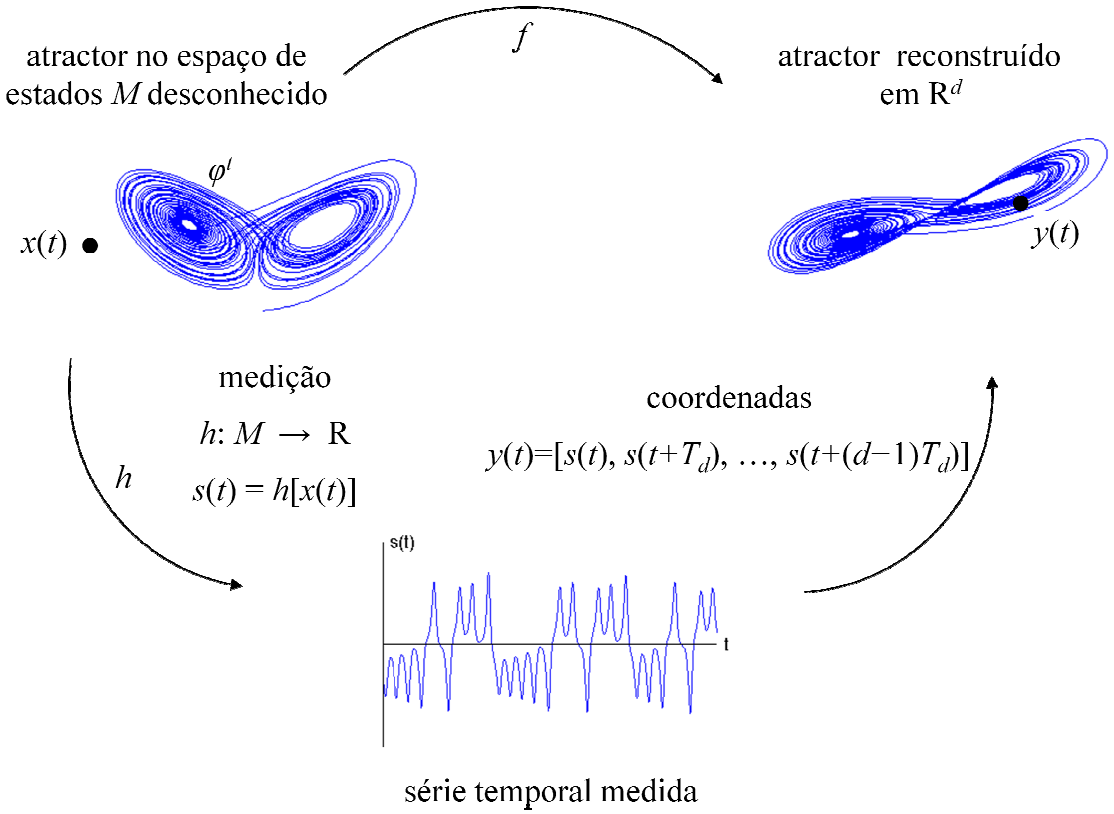


Figura 2.24 Reconstrução do espaço de estados a partir de uma série temporal.

Packard, *et al.* (Packard, *et al.*, 1980) e Takens (Takens, 1981) estudaram, de forma paralela e independente, o mapeamento $y(t) = f[x(t)]$ de reconstrução do EE (dimensão $m \rightarrow$ dimensão d). Takens provou que é necessário $d \geq 2m + 1$, para que haja uma

[5] O termo "suave" neste contexto significa que a função e a sua inversa são contínuas e deriváveis.

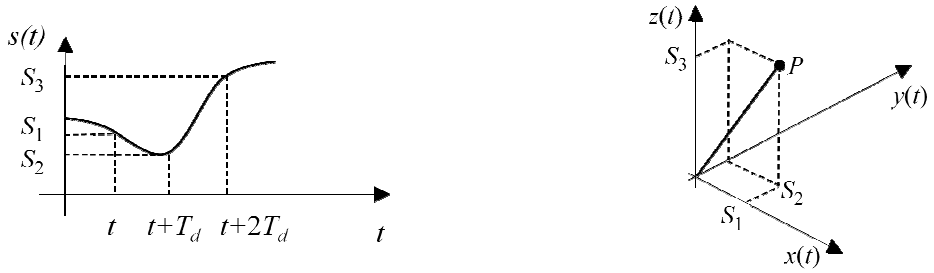
relação de um para um entre os dois EEs, pelo que é conhecido como o *teorema de imersão de Takens*[6]. Packard e outros investigadores demonstraram este resultado numericamente.

O resultado de Takens foi mais tarde generalizado por Sauer, Yorke e Casdagli[7] (Sauer, *et al.*, 1991) em que a condição $d \geq 2m + 1$ deu lugar a $d \geq 2\, D_F(A)$ onde $D_F(A)$ representa a dimensão fractal (contagem de caixas) do atractor $A \subset M$. Adicionalmente, os mesmos autores mostraram que a condição $d \geq D_F(A)$ é suficiente para se obter uma estimativa da dimensão d. Neste caso, a função f, em geral, não apresentará uma relação de um para um, mas os pontos onde as órbitas do atractor reconstruído se intersectam serão desprezáveis para o cálculo da dimensão (Parlitz, 1998). Este facto constituiu um grande progresso para os sistemas experimentais que apresentam um atractor de baixa dimensão fractal (por exemplo, $D_F(A) < 5$), num espaço dimensional muito elevado (por exemplo, $m = 100$). De facto, a dinâmica dos sistemas dissipativos, que representam a maioria dos sistemas reais, com o decorrer do tempo, e após um comportamento inicial transitório, evolui para uma região finita do espaço de estados que constitui o respectivo atractor característico. Assim, a dissipação num sistema reduz a sua dinâmica para um espaço dimensional menor (Gershenfeld, *et al.*, 1993). Portanto, decorrido o comportamento transitório, uma medida das variáveis do sistema é representativa do comportamento a longo prazo da dinâmica do sistema.

No estudo experimental dos sistemas dinâmicos, normalmente, não é possível medir todos os estados do sistema. A reconstrução do EE mitiga este problema de falta de informação acerca do sistema. O objectivo da reconstrução do EE é examinar o sinal numa dimensão espacial mais elevada, com base na medição dos seus valores passados e presentes. Assim, conforme as variáveis dinâmicas alteram os seus valores ao longo do tempo, a respectiva representação no EER traça um percurso, que é uma curva contínua no caso de um sistema dinâmico contínuo e uma sequência de pontos no caso de um sistema dinâmico discreto. A figura 2.25 ilustra graficamente este conceito representando um ponto P no EER de dimensão três a partir dos dados de uma sequência temporal $s(t)$.

[6] Já em 1936, o matemático americano Hassler Whitney estudou este assunto, e foi o primeiro a provar que uma variedade suave (*smooth manifold*) de dimensão m pode ser imersa em R^{2m+1}. Na matemática este resultado é conhecido como o *teorema de Whitney* ou *teorema de imersão*.

[7] Os autores apelidaram o teorema de Fractal Delay Embedding Prevalence Theorem.



a) b)

Figura 2.25 Representação no EE: a) série temporal; b) ponto *P* no EER.

2.8.6.1 Terminologia

A reconstrução do espaço de estados de um sistema dinâmico é uma abordagem que se aplica em domínios do conhecimento bastante diversificados. O espaço no qual os sistemas dinâmicos evoluem ao longo do tempo é o espaço de estados ou espaço de fase. O termo espaço de estados é mais utilizado na bibliografia de engenharia, enquanto o termo espaço de fase[8] ocorre mais na bibliografia relativa à física. Os dois termos possuem o mesmo significado.

Quando se pretende reconstruir o espaço de estados de um sistema real utiliza-se o termo *espaço de estados reconstruído* ou *pseudo espaço de fase*.

Para o caso de um espaço de estados bidimensional é também chamado de *pseudo plano de fase*.

2.8.6.2 Métodos de reconstrução

Como se viu anteriormente a reconstrução do espaço de estados baseia-se no vector $y(t)$ (2.39). Assim, dada uma série temporal $s(t)$, relativa a um sistema dinâmico, é necessário conhecer-se o tempo de atraso T_d e a dimensão de imersão d. Até ao momento, não foram

[8] Neste contexto o termo fase nada tem a ver com o argumento de uma variável complexa.

desenvolvidos métodos para determinar os valores óptimos que possam classificar-se como sendo "melhores". A razão desta diversidade é, provavelmente, o facto de não existir um par (d, T_d) que seja óptimo para todas as investigações e aplicações subsequentes, e há algumas evidências que apontam para ser a largura da janela d T_d mais importante do que os valores individuais de d e T_d (Parlitz, 1998). Nas secções 2.8.7 e 2.8.8 descrevem-se os métodos utilizados para a determinação, respectivamente, de T_d e d que, na prática, são calculados separadamente e pela ordem apresentada.

Para analisar a série temporal em termos da dinâmica do sistema, a primeira etapa a realizar é, necessariamente, a reconstrução do espaço de estados. Normalmente as funções φ^t e h são ambas desconhecidas; portanto, não se pode esperar que se consiga a reconstrução no EE na sua forma original. Contudo, é possível reconstruir o EE que seja, de alguma forma, equivalente ao original. No EER são preservadas dois tipos de informação: qualitativa e quantitativa (Casdagli, *et al.*, 1991). A informação qualitativa é aquela que permite uma análise qualitativa das dinâmicas descritas pelos invariantes topológicos, como, por exemplo, a proximidade das órbitas, estabilidade de um ponto, etc. A informação quantitativa pode ser de dois tipos: geométrica ou dinâmica. As propriedades geométricas consistem nas diversas (definições de) dimensões fractais, que, em geral, apresentam valores semelhantes. Os métodos dinâmicos referem-se, por exemplo, ao cálculo estimado dos expoentes de Lyapunov locais e globais, às dimensões de Lyapunov (Wolf, *et al.*, 1985) e aos valores próprios que podem obter-se através do método da decomposição em valores singulares.

Para a reconstrução do espaço de estados existem vários métodos (Feeny, *et al.*, 2004), mas os mais referidos na bibliografia são três (Casdagli, *et al.*, 1991): o método das derivadas, o método da decomposição em valores singulares e o método dos atrasos no tempo (*time delay* ou *time lag*).

O *método das derivadas* foi usado pela primeira vez por Packard, *et al.* (Packard, *et al.*, 1980) e consiste na utilização das derivadas de ordem superior das séries temporais medidas. Posteriormente foram utilizadas também as derivadas de ordem fraccionária (Feeny, *et al.*, 2004). No entanto, devido às derivadas serem muito susceptíveis ao ruído, este método normalmente não é utilizado com dados experimentais.

O método da *decomposição em valores singulares*[9] para a reconstrução do EE foi proposto originalmente por Broomhead e King (Broomhead, *et al.*, 1986). Este método consiste no cálculo dos valores próprios de uma matriz de co-variância, obtida a partir da série temporal original e das suas réplicas atrasadas (2.39). Os valores próprios encontrados definem um novo sistema de coordenadas que apresenta uma rotação relativamente ao sistema de coordenadas original.

O método dos *atrasos no tempo* é o mais utilizado e consiste numa técnica baseada na representação das séries temporais utilizando o atraso nos tempos $\{s(t), s(t + T_d), s(t + 2T_d), \ldots\}$ onde T_d é uma constante.

Relativamente aos três métodos referidos não se estabelece claramente um deles como sendo o melhor. No entanto, Fraser apresentou algumas evidências em como o método dos atrasos de tempo se apresenta como vantajoso, relativamente ao método da decomposição em valores singulares (Fraser, 1989). Neste trabalho vão analisar-se diversos sinais experimentais, os quais, em certos casos, apresentam bastante ruído. Assim, pelo exposto anteriormente, neste trabalho será utilizado o método dos atrasos.

2.8.7 Determinação do tempo de atraso

Os teoremas atrás referidos, relativos à dimensão de imersão, nada dizem sobre o tempo de atraso T_d. Então, do ponto de vista matemático, o seu valor é arbitrário, visto que se supõe que os dados têm precisão e comprimento infinito. No entanto, na prática, isso não acontece devido ao ruído, a erros de quantificação e ao tamanho finito das séries temporais. Na realidade o sinal $s(t)$ medido (figura 2.24) terá uma componente indesejada $\varepsilon(t)$ e virá $s(t) = s^V(t) + \varepsilon(t)$, onde $s^V(t)$ é o valor verdadeiro. A componente $\varepsilon(t)$ será então devida a ruído, causado pelo processo de medição ou por ruído intrínseco à própria dinâmica do sistema, quando perturbada por factores externos, e a erros de quantificação. Portanto, a escolha do valor de T_d é bastante importante, como se verá adiante. Como do ponto de vista matemático T_d não é relevante, não existe nenhum método totalmente rigoroso para a determinação do seu valor óptimo. Este assunto tem sido estudado recorrentemente e já foram sugeridos diversos

[9] Também conhecido por análise em componentes principais (principal component analysis), principal value decomposition, factor analysis ou Karhunen-Loeve decomposition (Casdagli, *et al.*, 1991).

métodos para o seu cálculo. Esses métodos apresentam resultados óptimos para os sistemas analisados. De qualquer maneira, em geral, é importante verificar que os resultados não devem depender de forma muito sensível da escolha exacta de T_d. De facto, se dependerem, as propriedades invariantes do atractor nas condições de transformações suaves perdem-se, o que sugere que o T_d escolhido não corresponde ao atractor verdadeiro. Ou seja, os resultados não serão muito diferentes em torno de um valor T_d centrado num valor óptimo definido pelos métodos que serão apresentados nas duas subsecções seguintes (Provenzale, *et al.*, 1998).

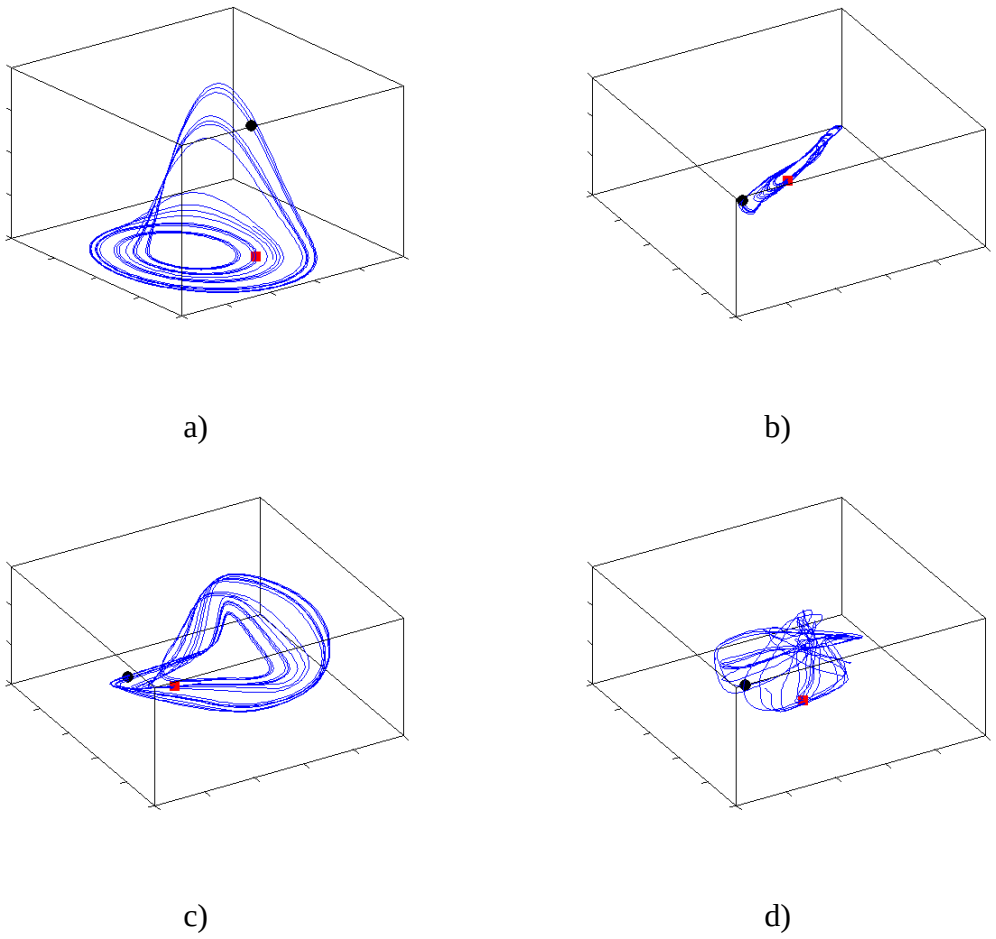
Para ilustrar a influência do atraso temporal T_d no atractor obtido, vai-se utilizar o sistema caótico de Rossler que tem um comportamento observado em vários sistemas reais, como, por exemplo, no fluxo de líquidos e em reacções químicas. A partir das equações diferenciais que definem o sistema geraram-se as séries temporais que originaram o atractor de Rossler que se mostra na figura 2.26 a). Utilizando a série temporal relativa a uma das variáveis, vai-se tentar reconstruir o espaço de estados a três dimensões. No espaço de estados original assinalam-se 2 pontos que ajudam na interpretação da reconstrução que se vai mostrar.

Se se escolher para o atraso temporal T_d um valor demasiado pequeno, então as séries temporais $s(t)$, $s(t + T_d)$ e $s(t + 2T_d)$ serão tão próximas em valores numéricos que não se poderão distinguir, resultando num comportamento designado por *redundância* (Casdagli, *et al.*, 1991). Cada componente do vector $y(t)$ (2.39) não acrescenta informação nova acerca da dinâmica do sistema. Neste caso, os pontos de estado serão colocados ao longo de uma diagonal conforme se mostra na figura 2.26 b) e, do ponto de vista prático, as séries temporais não fornecem duas coordenadas independentes. De referir ainda que, nestas condições, o cálculo da estrutura fractal, como, por exemplo, a dimensão fractal, não reflecte a dimensão do atractor do sistema original. Num sinal ideal (sem ruído), a dimensão fractal do atractor será então próxima de um, em virtude da sua forma se aproximar dum segmento de recta.

De modo idêntico, se T_d apresentar um valor demasiado grande então as séries temporais $s(t)$, $s(t + T_d)$ e $s(t + 2T_d)$ são completamente independentes, do ponto de vista estatístico. Nesta situação as séries temporais resultantes apresentam direcções não correlacionadas como se apresenta na figura 2.26 d) e as componentes do vector $y(t)$ (2.39) não contém informação relevante acerca da dinâmica do sistema. A este comportamento chama-se *irrelevância* (Casdagli, *et al.*, 1991). Como se observa da figura 2.26 d) existe uma relação biunívoca entre

o espaço de estados reconstruído, dado pelo atractor resultante, e o espaço de estados original. Ou seja, existem pontos juntos no espaço de estados reconstruído que não existem no sistema original. Adicionalmente, caso T_d tenha um valor próximo de alguma periodicidade do sistema dinâmico, então as componentes desse período serão insuficientemente representadas na reconstrução.

Se se escolher um valor adequado para T_d o atractor resultante será "aberto" e a estrutura interna do sistema original será então visível. As componentes do vector $y(t)$ (2.39) terão assim informação relevante sobre o sistema original. Este facto pode ser observado comparando o sistema original (figura 2.26 a) com o sistema reconstruído utilizando um valor adequado de T_d (figura 2.26 c).



a) b)

c) d)

Figura 2.26 Influência do atraso temporal na reconstrução do espaço de estados. a) espaço de estados original; b) atraso temporal pequeno; c) atraso temporal adequado; d) atraso temporal elevado.

Para a escolha adequada do tempo de atraso T_d foram propostas diversas técnicas (Abarbanel, *et al.*, 1993) (Choi, *et al.*, 1996). Uma das técnicas baseia-se na escolha do tempo de atraso T_d a partir da correlação entre a série temporal e a sua réplica atrasada sendo abordada na subsecção 2.8.7.1. No entanto, apesar de na maioria da bibliografia consultada nada ser referido, quando um sinal apresenta alguma periodicidade dominante T_0, então o valor adequado resulta $T_d = T_0 / 4$. Este valor foi obtido pelos testes experimentais no âmbito desta tese e veio posteriormente a ser confirmado pela bibliografia consultada (Provenzale, *et al.*, 1998).

2.8.7.1 Correlação

O coeficiente de correlação de Pearson é uma ferramenta estatística que fornece uma medida da semelhança entre as duas séries temporais, que conduz a bons resultados quando as séries apresentam uma relação linear. Quando a correlação é mínima indica que o tempo de atraso T_d correspondente conduz à independência das duas séries temporais $s(t)$ e $s(t+T_d)$ e, portanto, será este o atraso adequado para a reconstrução do espaço de fase. No entanto, a dificuldade subjacente à correlação em lidar com as relações não lineares leva à utilização da informação mútua para calcular o tempo de atraso.

2.8.7.2 Informação mútua

A *informação mútua* (Shannon, 1948), também conhecida por *transinformação* (Spataru, 1970), é o índice que mede a dependência de duas variáveis do ponto de vista da teoria da informação (Cover, *et al.*, 2006). Este conceito pode-se aplicar a variáveis que se relacionem de forma linear ou de forma não linear.

A informação mútua I para duas séries temporais de variáveis t e $t + T_d$ é dada pela expressão:

$$I(t, t+T_d) = \log_2 \frac{F_1\{s(t), s(t+T_d)\}}{F_2\{s(t)\}F_3\{s(t+T_d)\}} \tag{2.40}$$

onde $F_1\{s(t), s(t + T_d)\}$ é a função densidade de probabilidade bidimensional e $F_2\{s(t)\}$, $F_3\{s(t + T_d)\}$ são, respectivamente, as distribuições de probabilidade marginais das duas séries $s(t)$ e $s(t + T_d)$.

A informação mútua média I_{med} entre duas séries temporais é dada pela expressão (2.41).

$$I_{med}(t, t+T_d) = \int_t \int_{t+T_d} F_1\{s(t), s(t+T_d))\} \log_2 \frac{F_1\{s(t), s(t+T_d)\}}{F_2\{s(t)\}F_3\{s(t+T_d)\}}\, dt\, d(t+T_d) \tag{2.41}$$

O índice I_{med} permite calcular o tempo de atraso necessário para reconstruir o EE. Para determinar o melhor valor do atraso temporal T_d, o índice I_{med} é calculado para uma gama de valores de atraso e escolhe-se o primeiro mínimo. Quando as séries $s(t)$ e $s(t + T_d)$ são completamente independentes resulta $I_{med}(t, t + T_d) = 0$. Por outro lado quando $s(t)$ e $s(t + T_d)$ são iguais, $I_{med}(t, t + T_d)$ apresenta um valor máximo. Esta abordagem é amplamente referida e utilizada na bibliografia, apesar de não ser clara a sua razão.

Este procedimento conduz à escolha do atraso T_d correspondente às duas séries temporais que apresentam o valor mínimo da informação mútua e, portanto, conduz à independência óptima sem se recorrer a tempos de atraso excessivos. Desde a introdução por Fraser e Swinney (Fraser, *et al.*, 1986) do índice I_{med} para a determinação do atraso temporal T_d, este método é referido como alternativa à correlação. Ver-se-á mais à frente nesta tese, quando se aplicar experimentalmente este método, que, por vezes, é difícil obter o índice I_{med} pela existência de ruído, ou mesmo porque não existe um primeiro mínimo. Será então apresentado um índice alternativo.

2.8.8 Determinação da dimensão de imersão

Relativamente à dimensão de imersão d, referiram-se anteriormente os teoremas de imersão que condicionam a determinação do seu valor. Assim, se se escolher um valor relativamente pequeno para d, as condições dos teoremas não são satisfeitas e, consequentemente, o espaço de estados reconstruído não revela a dinâmica do sistema original ou, eventualmente,

apresentará limitações. Por outro lado, caso o valor de *d* seja elevado ocorrem problemas práticos, nomeadamente a necessidade de maior tamanho da série original e possível dificuldade na sua obtenção e manipulação em termos computacionais. A menor dimensão *d* (inteiro) que abre o atractor chama-se *dimensão de imersão* (*embedding dimension*) d_E. O número de medidas d_E deve fornecer uma dimensão do EE na qual a estrutura geométrica (atractor) é completamente desdobrada, e cuja representação não apresenta pontos escondidos.

Na bibliografia descrevem-se diversos métodos para o cálculo da dimensão de imersão (Abarbanel, 1996). No entanto, os métodos mais referidos são os três seguintes: método da *saturação de algum invariante do sistema*, a *decomposição em valores singulares* e o método dos *falsos vizinhos mais próximos*.

O método da saturação de algum invariante do sistema procura determinar um invariante geométrico do sistema, variando o valor da dimensão de imersão. Se o atractor é completamente aberto com a escolha de um determinado valor de dimensão de imersão d_E, então qualquer propriedade que dependa das distâncias entre os pontos no EE, tornar-se-á independente do valor da dimensão de imersão, a partir do momento que o valor de d_E necessário seja atingido.

O método da decomposição em valores singulares obtém-se a partir da matriz de co-variância do vector $y(t)$ (2.39), identificando os seus valores próprios (valores singulares). O número de valores próprios substancialmente maiores, relativamente aos restantes, determina a dimensão mínima de imersão. A figura 2.27 mostra os valores próprios obtidos a partir da matriz de co-variância para o sistema de Rossler, já utilizado anteriormente na secção 2.8.7 e que tem dimensão três. Na representação gráfica dos valores próprios, observa-se uma inflexão dos valores que permite determinar a dimensão de imersão. No entanto, por vezes, com sinais práticos, a dimensão de imersão calculada por este método é difícil de determinar, devido a alguma subjectividade na interpretação dos gráficos (Abarbanel, 1996).

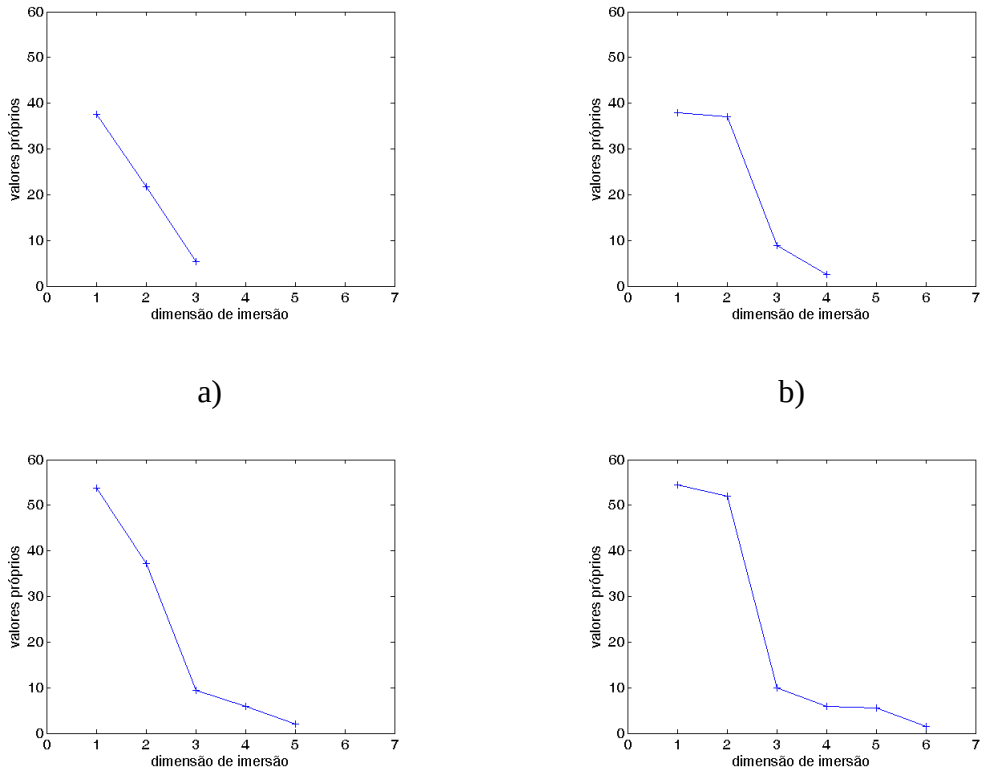


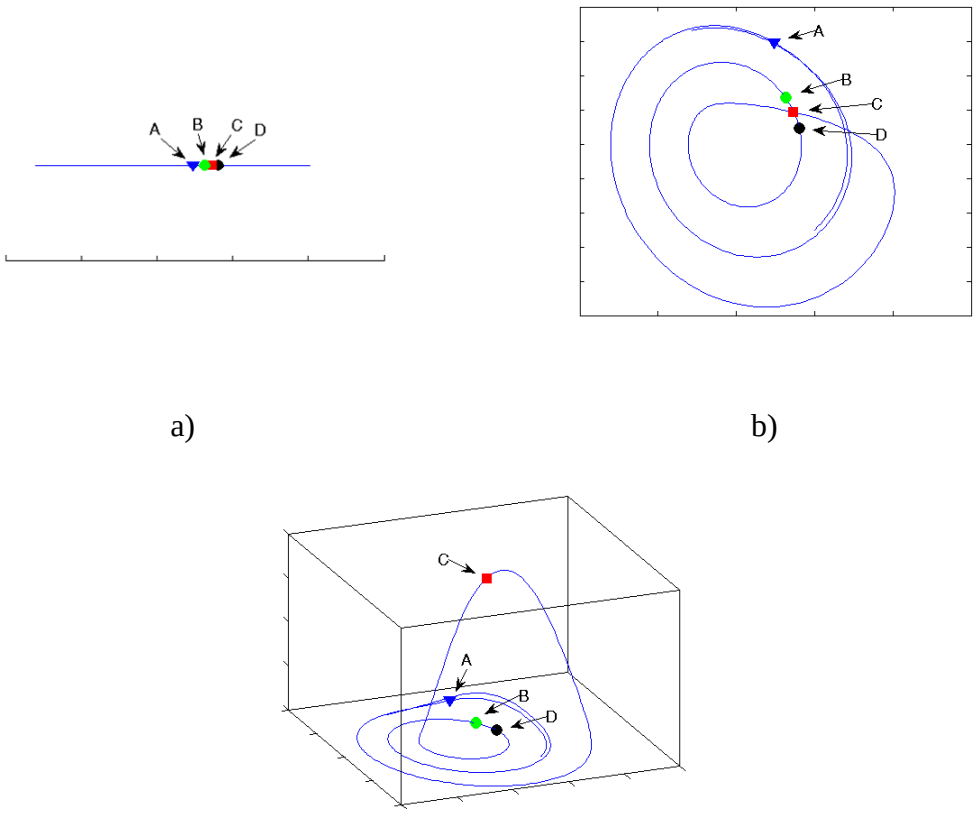
Figura 2.27 Determinação da dimensão de imersão pelo método da decomposição em valores singulares para o sistema de Rossler: a) $d = 3$; b) $d = 4$; c) $d = 5$; d) $d = 6$.

O método dos falsos vizinhos mais próximos, por ser o mais utilizado, é abordado mais detalhadamente na secção seguinte.

2.8.8.1 Método dos falsos vizinhos mais próximos

O método dos falsos vizinhos mais próximos foi introduzido por Kennel, Brown e Abarbanel (Kennel, *et al.*, 1992) e permite determinar a dimensão óptima de imersão. Este método encontra o vizinho mais próximo de cada ponto numa dada dimensão d_i e verifica se estes pontos são ainda vizinhos próximos numa dimensão mais alta d_{i+1}. A percentagem de falsos vizinhos mais próximos tende para zero quando se encontra a dimensão óptima de imersão d_E. Neste método, o valor da vizinhança é calculado com base numa distância euclidiana entre os pontos e define-se um valor de limiar para determinar a natureza da vizinhança. A figura 2.28

ilustra o conceito dos falsos vizinhos mais próximos utilizando, para isso, algumas órbitas do sistema caótico de Rossler, já referido anteriormente e que possui três variáveis de estado. Quando se escolhe a dimensão de imersão $d = 1$ (figura 2.28a), os pontos A–D aparecem todos como vizinhos. No entanto, quando se aumenta a dimensão de imersão para $d = 2$ (figura 2.28b) verifica-se que o ponto A era um falso vizinho. Finalmente, quando se escolhe a dimensão de imersão $d = 3$ (figura 2.28c) verifica-se que os pontos A e C eram falsos vizinhos e os pontos B e D continuam a ser vizinhos, pelo que estes são considerados vizinhos verdadeiros.



a) b)

c)

Figura 2.28 Ilustração do conceito de falsos vizinhos: a) $d = 1$; b) $d = 2$; c) $d = 3$.

Baseado na técnica dos falsos vizinhos mais próximos, Cao (Cao, 1997) propôs um método para determinar a dimensão mínima de imersão duma série temporal e que apresenta algumas vantagens. No método dos falsos vizinhos mais próximos existe um parâmetro subjectivo, que

é a definição do limiar para determinar a natureza da vizinhança. O método de Cao não possui parâmetros subjectivos, excepto o tempo de atraso que tem que ser conhecido. Adicionalmente, este método apresenta bastante robustez à variação do tamanho da série.

2.8.9 Análise do sistema dinâmico real a partir do espaço de estados reconstruído

No caso dos sistemas lineares a análise de Fourier permite conhecer as frequências características do sinal, que são específicas do sistema físico correspondente. Estas frequências características são invariantes do sistema e podem utilizar-se para classificar o sistema físico. Mais tarde, caso se detecte esse conjunto de frequências características num outro sistema linear, pode-se reconhecer o tipo de sistema em análise. Por exemplo, é habitual o reconhecimento de fontes acústicas a partir do seu conteúdo espectral. Em contrapartida, os sistemas não lineares, a operar num regime caótico, apresentam um conteúdo espectral sem informação relevante. No entanto, nestas condições de funcionamento, existem outras propriedades invariantes que são úteis no reconhecimento do sistema não linear em causa (Abarbanel, 1996). Os estudos efectuados paralelamente por Packard, *et al.* (Packard, *et al.*, 1980) e Takens (Takens, 1981) trouxeram uma contribuição importante para a teoria dos sistemas dinâmicos ao demonstrarem que na reconstrução do EE é possível preservar as invariantes geométricas. A figura geométrica do atractor não depende das condições iniciais e apresenta-se, portanto, como um invariante. Na bibliografia são normalmente referidas como invariantes de um sistema a dimensão fractal do atractor, que permite determinar o número de graus de liberdade (número inteiro imediatamente superior à dimensão fractal) necessários para descrever o estado do sistema, os exponentes de Lyapunov e a entropia. Assim, a identificação dos sistemas não lineares caóticos passa por calcular um conjunto de invariantes para cada sistema, que será comparado com um outro conjunto de invariantes já conhecidos. Esta abordagem para os sistemas não lineares caóticos apresenta-se como equivalente à análise de Fourier, no caso dos sistemas lineares.

Como já foi referido anteriormente, o teorema de imersão de Takens pressupõe condições ideais. Na realidade os dados são finitos e têm ruído e, portanto, a estimativa das medidas invariantes pode apresentar alguma dificuldade. Nesta ordem de ideias o estudo comparativo dos sistemas dinâmicos reais, a partir do espaço de estados reconstruído, pode fazer-se através

da identificação de semelhanças de algumas características e não implica necessariamente que tenham que existir descrições quantitativas, como é o caso dos invariantes.

2.8.10 Outras técnicas

Nas secções anteriores descreveram-se técnicas fundamentais relativas à reconstrução do espaço de estados. No entanto, existem outras técnicas complementares com objectivos diversos e alvo de investigação recorrente. Estas técnicas podem ser consultadas na bibliografia especializada recente como, por exemplo, (Kantz, *et al.*, 2004) e abordam áreas como: sinais com ruído, sinais pouco determinísticos, quantidades invariantes (expoentes de Lyapunov, dimensão e entropia), sinais não estacionários, controlo do caos e previsão de valores futuros.

Seguidamente descrevem-se resumidamente algumas técnicas que, apesar de não serem utilizadas nesta tese, perspectivam-se numa investigação futura.

Os *expoentes de Lyapunov* (EL) λ_i podem utilizar-se para medir a sensibilidade de um sistema às condições iniciais, ou seja, são uma medida do grau de caoticidade de um sistema. A existência de EL positivos na série temporal resultante de um sistema dinâmico indica a existência de caos determinístico nesse sistema, ou seja, indica que há trajectórias vizinhas que tendem a divergir. Por outro lado, EL negativos significam que duas trajectórias vizinhas tendem a convergir. Em resumo, os EL indicam a taxa de contracção ($\lambda_i < 0$) ou expansão ($\lambda_i > 0$) das trajectórias vizinhas. O número de EL é igual à dimensão do EER. O conjunto dos EL de um sistema constitui o espectro de Lyapunov. Num sistema conservativo a soma dos expoentes é nula $\sum \lambda_i = 0$. No caso do sistema ser dissipativo a soma dos expoentes é negativa $\sum \lambda_i < 0$. Na tabela 2.2 mostra-se a relação entre os sinais dos EL e os atractores correspondentes para um sistema representado no EE tridimensional (Wolf, *et al.*, 1985) (Hilborn, 2000). Na prática, os EL são difíceis de calcular, pois são bastante sensíveis ao ruído e as séries temporais devem ter um tamanho elevado. Assim, a menos que a dimensão do EE seja baixa e os dados tenham pouco ruído, evita-se o cálculo de todo o espectro. Por vezes, utiliza-se apenas o maior EL, pois é o expoente que influência mais significativamente o comportamento do sistema dinâmico.

Tabela 2.2 Espectro dos expoentes de Lyapunov e respectivos atractores para um espaço de estados tridimensional.

Sinais dos λ_i	**Tipo de atractor**
(–, –, –)	ponto fixo
(0, –, –)	ciclo limite
(0, 0, –)	toróide
(+, 0, –)	estranho

Surrogate data[10] é um método utilizado para detectar não linearidades de um sistema, a partir de uma série temporal. A ideia básica é assumir uma determinada hipótese acerca dos dados e depois verificar a veracidade dessa hipótese. A hipótese normalmente colocada consiste em admitir que o ruído dos dados provém apenas de um processo estocástico linear. Como a função de autocorrelação de um sinal é igual à transformada inversa de Fourier do seu espectro de potência, qualquer transformada do sinal que não altere o espectro de potência não modificará a função autocorrelação. Portanto, é possível aplicar a transformada de Fourier a uma série temporal, alterar as fases de modo aleatório e depois aplicar a transformada inversa, obtendo-se uma nova série temporal, que apresentará a mesma função de autocorrelação, ou seja o mesmo espectro de potência. À nova série de dados são realizados diversos testes como, por exemplo, a determinação da dimensão fractal do atractor e o cálculo dos EL. Caso os resultados dos testes sejam idênticos aos dos dados originais, então trata-se efectivamente de ruído. No caso contrário, os dados originais tinham efectivamente algo mais, do que somente ruído, relacionado com regras determinísticas que dependem de uma ordenação específica dos pontos (Gershenfeld, *et al.*, 1993) (Parlitz, 1998).

O objectivo da *previsão de valores futuros* (forecasting) a partir das séries temporais é prever o comportamento do sistema a curto prazo. Por outro lado, a modelação tem como objectivo criar um modelo que permita conhecer o comportamento a longo prazo de um sistema, desde

[10] Por vezes traduzido para português por dados substitutos.

que se conheçam as condições iniciais com precisão. Se os dados obtidos experimentalmente são de um sistema determinístico de pequena dimensão topológica, é possível utilizar o EER para obter o EE internos relevantes do sistema. Apesar da precisão dos valores das variáveis reconstruídas ser limitada (porque não se conhece a função que estabelece a mudança de coordenadas), esses valores podem usar-se para uma previsão dos valores futuros porque o atractor preserva a sua estrutura geométrica. No entanto, esta abordagem de reconstruir a geometria do espaço não será possível se o sistema for de dimensão topológica elevada, tiver entradas estocásticas ou se for não estacionário, porque, nestes casos, o atractor não apresenta uma superfície simples para modelar (Gershenfeld, *et al.*, 1993).

2.9 Resumo do capítulo

Neste capítulo foram revistas as principais ferramentas matemáticas utilizadas nesta tese. Genericamente essas ferramentas abordam três áreas: representações na frequência e no tempo/frequência dos sinais, cálculo fraccionário e séries temporais não lineares. As representações na frequência e tempo/frequência vão permitir estudar os sinais robóticos estacionários e não estacionários. Adicionalmente as *wavelets* vão permitir filtrar o ruído de alguns sinais experimentais. O cálculo fraccionário permitirá estudar a natureza não inteira de alguns sinais. Por último, as ferramentas relativas às séries temporais não lineares permitirão analisar o comportamento não linear de alguns sinais.

Capítulo 3

Sistema Robótico

3.1 Introdução

Neste capítulo descreve-se o sistema robótico desenvolvido. Este sistema permite a aquisição de diversos sinais robóticos que serão analisados nos capítulos seguintes. O sistema é composto essencialmente por duas componentes: uma componente de *hardware* e outra componente constituída por um conjunto de aplicações informáticas para aquisição e tratamento dos sinais adquiridos. Na secção 3.2 e respectivas subsecções descreve-se o *hardware* formado pelo manipulador robótico, o computador e o sistema de *interface*. Este sistema colocado entre o manipulador e o respectivo controlador permite captar os sinais do robô que vão ser gravados no computador. Na secção 3.3 e respectivas subsecções descreve-se o sistema de aquisição de dados e o programa de tratamento dos dados. O sistema de aquisição de dados é um sistema que interage com o robô e que, simultaneamente, adquire os seus sinais em tempo real. O programa de tratamento dos dados processa posteriormente os dados, recorrendo a várias das ferramentas matemáticas descritas no capítulo anterior.

3.2 Equipamento

Basicamente o equipamento é constituído por um manipulador robótico, um sistema de *interface* electrónico e um computador. A figura 3.1 mostra a arquitectura do equipamento. O

robô executa os movimentos ordenados pelo computador. O sistema de *interface* electrónico está inserido entre o braço robótico e o respectivo controlador, de forma a poderem-se adquirir os sinais internos do robô. No entanto, o *interface* electrónico também permite a captação de sinais de sensores externos do robô, tais como os sinais dos acelerómetros e do sensor de força e momento.

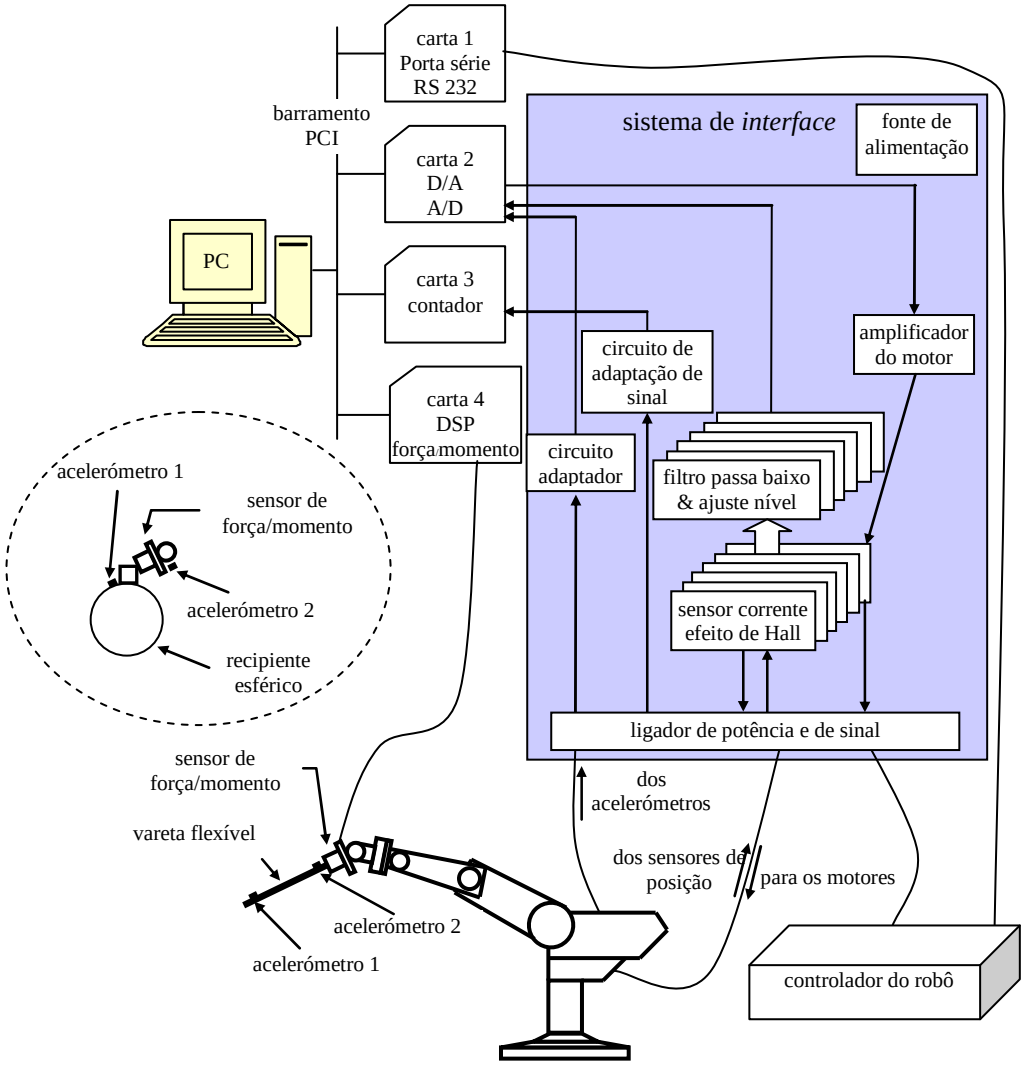


Figura 3.1 Diagrama de blocos da arquitectura do equipamento.

3.2.1 Manipulador robótico

O manipulador robótico é o *Scorbot ER VII* fabricado pela *Eshed Robotec*. Este robô, mostrado na figura 3.2 com o respectivo controlador, é um manipulador de média dimensão com uma estrutura antropomórfica, estando vocacionado para operações de manipulação. O braço possui cinco articulações de rotação, sendo, portanto, um robô com cinco graus de liberdade (Robotec, 1998). O órgão terminal que equipa o robô é constituído por uma pinça eléctrica (*gripper*) que pode ser substituída por outro tipo de acessório. No trabalho aqui apresentado a pinça é substituída por um outro acessório que, dependendo da experiência, poderá ser uma lâmina metálica, uma vareta de aço ou um recipiente esférico. O controlador possui 16 entradas e 16 saídas digitais e 8 portas de comunicação série que obedecem à norma RS232C. As principais características técnicas do robô apresentam-se no apêndice C. Pela sua forma de construção, este robô permite alguma forma de intrusão a nível da medição dos sinais eléctricos dos seus sensores internos o que facilita o trabalho aqui apresentado.

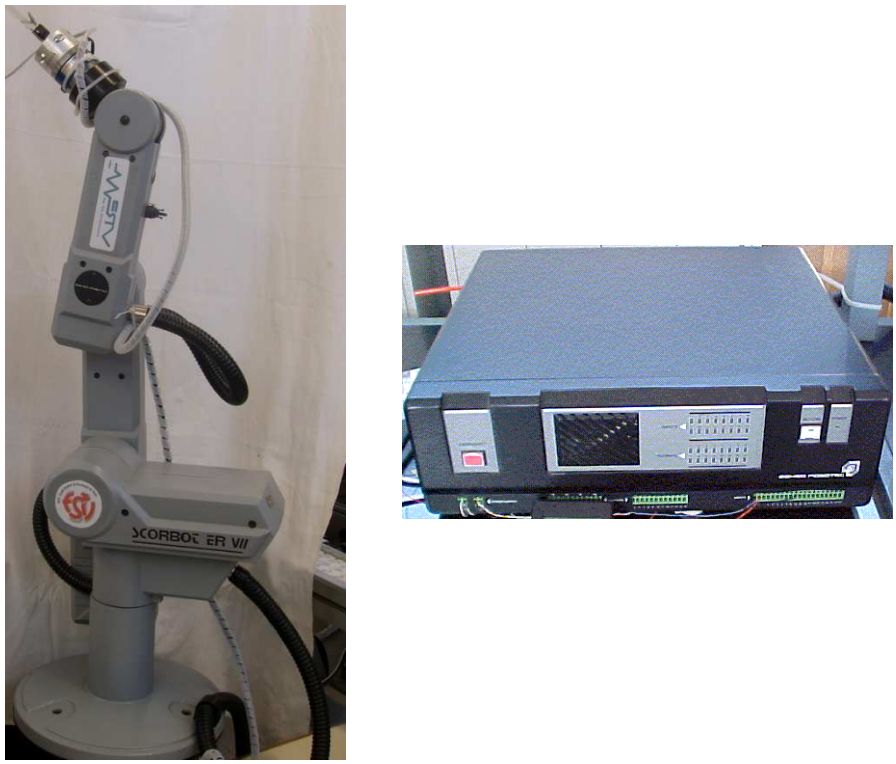


Figura 3.2 Robô *Scorbot ER VII* com o respectivo controlador.

O controlador do robô possui dois perfis de velocidade para as trajectórias: perfil trapezoidal e perfil parabolóide (figura 3.3). O perfil trapezoidal causa a aceleração e desaceleração rápida dos motores no início e no fim do movimento, com uma velocidade constante ao longo do percurso. O perfil parabolóide causa a aceleração lenta dos motores até atingirem a velocidade máxima definida e seguidamente desaceleram à mesma taxa.

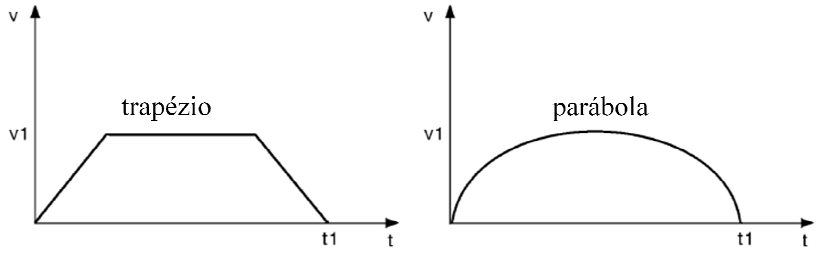


Figura 3.3 Perfis de velocidade das trajectórias.

3.2.2 Sistema de *interface* electrónico

O sistema de *interface* electrónico é constituído por diversos módulos desenvolvidos propositadamente para a adaptação, isolamento galvânico e medição de diversos sinais provenientes do robô. Para esse efeito o *interface* electrónico é inserido entre o manipulador e o respectivo controlador. Como se pode observar na figura 3.1, o *interface* electrónico permite adquirir sinais internos do robô, tais como a posição e a corrente eléctrica dos motores dos cinco eixos de rotação. Permite também a captação de sinais de sensores externos ao robô, como é o caso dos sinais dos acelerómetros. Todos os sinais atrás referidos, a partir do sistema de *interface* electrónico, são encaminhados, através de cablagem apropriada, para as cartas electrónicas existentes no computador. Os sinais do sensor de força e momento não passam pelo *interface* electrónico e são capturados directamente pela respectiva carta de processamento existente no computador. A figura 3.4 mostra o aspecto do sistema de *interface* electrónico.

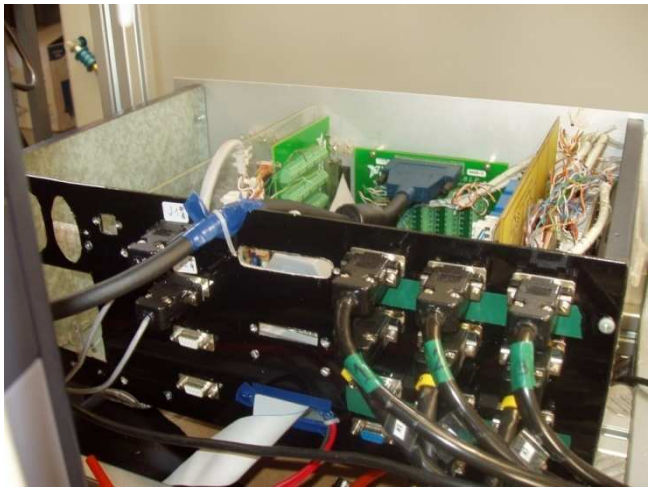


Figura 3.4 Sistema de *interface* electrónico.

3.2.2.1 Medição da posição das juntas do robô

Como o robô possui controlo de posição, ao seu controlador chegam os sinais de posição das cinco juntas de rotação fornecidos por codificadores ópticos incrementais próprios. Cada motor do robô tem acoplado directamente no seu eixo um codificador. Por sua vez, o motor transmite movimento à junta de rotação através de uma correia dentada com um determinado factor de desmultiplicação.

Os codificadores ópticos incrementais rotativos permitem determinar a posição das juntas relativamente a uma posição de referência conhecida. Por cada rotação completa do eixo do codificador geram-se 96 impulsos. A contagem dos impulsos permite determinar a posição das juntas do robô.

Os sinais de posição das cinco juntas são utilizados pelo controlador para este assegurar o controlo de posição do robô. Por sua vez, através do sistema de *interface* electrónico, este sinal é lido simultaneamente pela carta três existente no computador (figura 3.1). Assim, os sinais gerados pelos sensores de posição são utilizados pelo próprio controlador do robô e captados simultaneamente pelo computador. No *interface* electrónico os sinais de posição são isolados galvanicamente por acopladores ópticos, de forma a assegurar que a medição seja não intrusiva. Os sinais de posição sofrem também um processamento digital, de forma a

filtrar a ocorrência de impulsos múltiplos que podem ocorrer em aplicações de codificadores em motores (Praturu, *et al.*, 1991). A figura 3.5 mostra um exemplo ocorrido desses impulsos indesejados. O esquema do circuito electrónico de filtragem desenvolvido para ultrapassar este problema encontra-se no apêndice D.

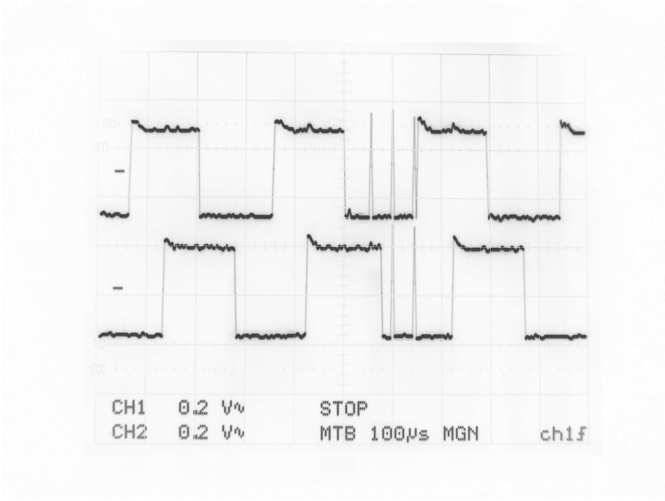


Figura 3.5 Impulsos múltiplos observados nos sinais do codificador óptico.

Após a filtragem realizada no *interface* electrónico, os sinais dos codificadores dão entrada no respectivo contador existente na carta electrónica três do computador (figura 3.1).

3.2.2.2 Medição da corrente eléctrica dos motores do robô

Os sensores de corrente eléctrica medem a corrente dos motores que accionam cada um dos cinco eixos do robô. Para esse efeito projectou-se e construiu-se um circuito electrónico com sensores de corrente baseados no efeito de Hall (figura 3.6). Desta forma, a medição da corrente não interfere com o funcionamento do robô, permitindo um isolamento galvânico entre o circuito de potência do robô e o circuito electrónico do sistema de aquisição de dados.

O controlador do robô comanda a velocidade dos motores, através da tensão aplicada baseada na modulação da largura de pulsos (PWM- *pulse width modulation*), a uma frequência de 20 kHz. Assim, a velocidade dos motores depende da componente contínua da corrente eléctrica resultante, pelo que, para a sua filtragem, adoptou-se um filtro passa baixo tipo Chebyshev de

ordem quatro, com uma frequência de corte de 2 kHz. Na figura 3.7 mostra-se o diagrama de blocos do circuito de filtragem da componente de alta frequência do sinal aplicado aos motores. O sinal de saída do filtro é depois aplicado à carta electrónica dois existente no computador, que converte o sinal analógico em digital (ADC), conforme se mostra na figura 3.1. O circuito electrónico desenvolvido apresenta-se no apêndice D.

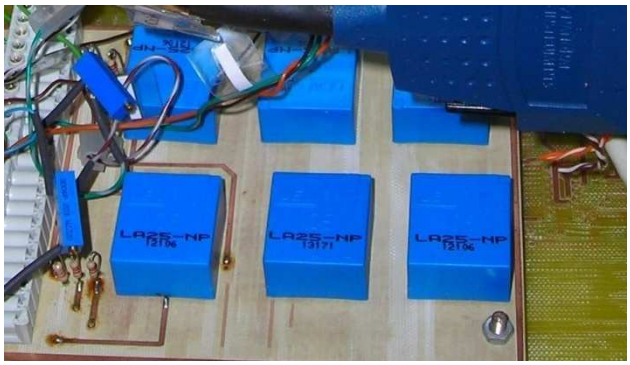


Figura 3.6 Sensores de corrente eléctrica por efeito de Hall.

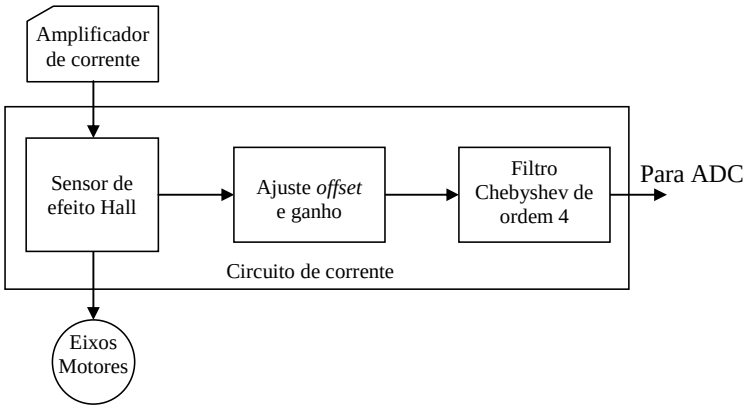
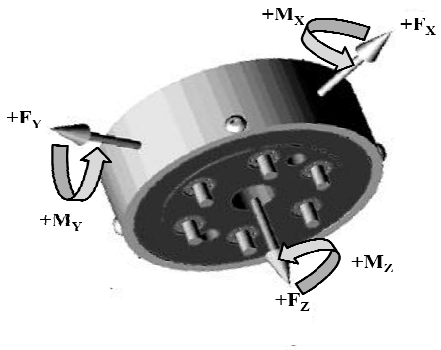


Figura 3.7 Diagrama de blocos do circuito do sensor de corrente eléctrica.

3.2.2.3 Medição de força e momento

O sensor de força e momento está colocado no punho do manipulador, conforme se pode observar na figura 3.8a). Para esse efeito foi construída uma *interface* em material acrílico para acoplar mecanicamente o sensor ao punho. Com este sensor medem-se seis componentes, sendo três componentes de força (F_x, F_y, F_z) e três componentes de momento (M_x, M_y, M_z), conforme se representa na figura 3.8b). O sistema do sensor de força é composto pelo sensor propriamente dito e por uma carta electrónica instalada no barramento PCI do computador (figura 3.1). Esta carta está equipada com um processador digital de sinal (DSP). O sensor incorpora toda a electrónica de condicionamento, nomeadamente a amplificação e a conversão A/D. A alimentação do sensor é fornecida pela carta electrónica. O sensor transfere a informação referente às seis componentes cartesianas de força/momento para a carta electrónica, através de uma *interface* série a uma velocidade de 2 Mbps. A carta efectua o processamento dos dados recebidos do sensor, nomeadamente o desacoplamento, a remoção de *offset*, a transformação de referencial, a filtragem digital e a detecção de máximos e mínimos. O sistema de medida é totalmente programado pelo computador e pode funcionar a uma frequência máxima de amostragem de 8 kHz. O sistema foi concebido para fornecer informação no referencial do próprio sensor e utilizou-se a frequência máxima de amostragem. As principais características técnicas do sistema de medição de força/momento podem ser consultadas no apêndice C.



a) b)

Figura 3.8 Sensor de força e momento: a) instalação no punho do robô; b) componentes da força e momento.

3.2.2.4 Medição de aceleração

Os sinais de aceleração obtêm-se por intermédio de dois acelerómetros piezoresistivos. Os sensores incorporam a electrónica de amplificação e de compensação de temperatura. A tensão de alimentação é de ±15 V_{DC}. O sinal de saída analógico dos acelerómetros é uma tensão proporcional à aceleração, com uma sensibilidade de 1 V_{DC} para uma aceleração de 1 *g*. Este sinal é convertido em digital através de uma carta de aquisição de dados (carta dois da figura 3.1). As principais características técnicas dos acelerómetros encontram-se no apêndice C.

Na montagem dos acelerómetros garantiu-se o seu isolamento eléctrico relativamente à estrutura do robô, de forma a prevenir malhas de corrente que provoquem ruído. Os acelerómetros estão colocados na zona do acessório terminal do robô e as respectivas localizações exactas variam conforme a experiência.

3.2.3 Computador

O computador integra e comanda os diversos equipamentos que constituem o sistema robótico. Seguidamente descrevem-se os componentes principais utilizados no sistema. Para além dos programas necessários ao funcionamento do sistema robótico e que serão descritos posteriormente, no computador existem diversas cartas electrónicas para aquisição dos sinais e a porta série RS232 utilizada para comunicar com o robô. As características principais do computador encontram-se no apêndice C.

3.2.3.1 Cartas electrónicas

Relativamente ao equipamento necessário estritamente para este trabalho, para além da carta de comunicação série, existem no computador três cartas electrónicas que recebem dados dos diversos sensores. Seguidamente explica-se de forma resumida o funcionamento das cartas de conversão analógica/digital dos dados e de contagem dos impulsos de posição. O funcionamento da carta de processamento dos sinais de força/momento já foi descrito resumidamente na secção 3.2.2.3. As principais características técnicas destas cartas podem ser consultadas no apêndice C.

Carta de conversão analógica/digital de dados

Esta carta (carta 2 da figura 3.1) capta os sinais provenientes de todos os sensores analógicos utilizados, ou seja, dos cinco sensores da corrente eléctrica dos motores do robô e de dois acelerómetros colocados na zona do acessório montado no robô. A carta tem uma resolução de 12 bit e possui 16 canais de entrada analógicos não diferenciais (8 diferenciais), 2 canais de saída analógicos e 8 portas digitais de entrada e saída. Neste trabalho utilizaram-se apenas as entradas analógicas. Esta carta está programada de modo a trabalhar com subrotinas de serviço de interrupções (ISR *Interrupt Service Routine*). Após cada conversão A/D simultânea de todos os canais, é gerada uma interrupção que é servida pela respectiva subrotina. A frequência de amostragem é programada pelo utilizador, através do programa de aquisição de dados referido mais à frente, e é garantida pelo *hardware* próprio da placa.

Carta de contagem de impulsos

Esta carta (carta 3 da figura 3.1) capta os sinais provenientes dos codificadores ópticos incrementais que fornecem a posição das juntas do robô, possuindo 8 contadores de 32 bit e 32 portas digitais de entrada/saída programáveis individualmente. Os contadores possuem diversos modos de funcionamento e neste trabalho utilizaram-se apenas cinco. Os contadores foram programados para trabalhar com os sinais gerados pelos codificadores incrementais. A leitura dos contadores faz-se através da mesma subrotina ISR utilizada para a placa de conversão A/D de dados, garantindo-se assim a mesma taxa e simultaneidade de leituras dos diversos sensores.

3.3 Aplicações informáticas

Os programas desenvolvidos correm no computador e no controlador do robô. No entanto, do ponto de vista do programador, no controlador do robô é apenas executado um programa de gestão das comunicações e que será referido mais adiante. Na figura 3.9 apresenta-se, segundo um diagrama de blocos, a arquitectura da programação desenvolvida no computador. Do ponto de vista do utilizador existem fundamentalmente duas aplicações. O sistema de aquisição de dados e o programa de tratamento dos dados. Por sua vez, o sistema de aquisição de dados é composto por dois módulos: Um módulo consiste na *interface* gráfica do utilizador

que corre no Windows 2000; o outro módulo consiste na execução em tempo-real do Hyperkernel.

3.3.1 Aspectos do processamento em tempo-real

As aplicações informáticas de aquisição e controlo distinguem-se de outras aplicações correntes, como, por exemplo, as de processamento de texto ou folha de cálculo. No caso da aquisição dos dados, como se utiliza neste trabalho, não basta que os valores adquiridos sejam correctos, sendo também necessário que sejam lidos em instantes de tempo bem determinados. As aplicações de aquisição dos dados pertencem ao grupo das chamadas *aplicações em tempo-real*.

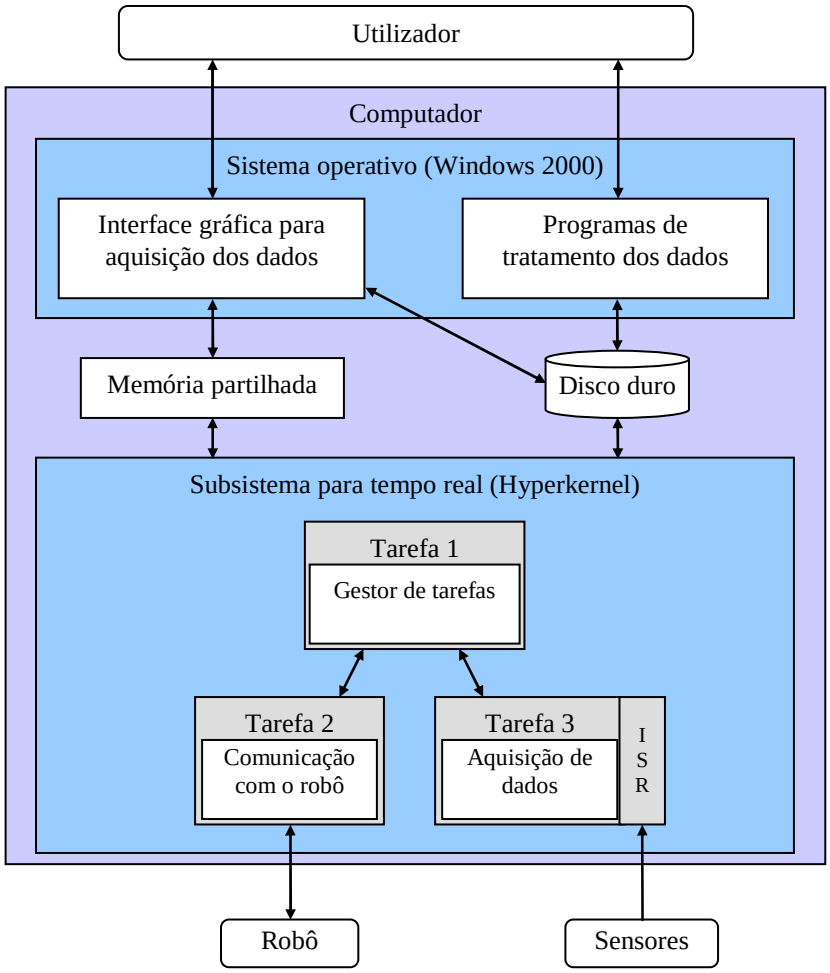


Figura 3.9 Diagrama de blocos da arquitectura dos programas.

A principal característica que deve ser assegurada nos sistemas de controlo e de aquisição de dados é garantir que o tempo entre amostras sucessivas dos sinais seja constante. A taxa de amostragem dos sinais provenientes dos sensores deve ser constante e os cálculos necessários devem realizar-se de forma rápida e com precisão elevada para garantir a estabilidade do sistema e de modo a poderem usar-se as ferramentas digitais com uma taxa de amostragem constante.

Outra característica particular tem a ver com a sua capacidade de gestão de um grande número de actividades concorrentes, geralmente organizadas por tarefas. Estas são entidades autónomas, internamente síncronas, mas que, ao serem executadas de modo independente, conferem à aplicação de tempo-real uma execução multi-tarefa assíncrona. A aplicação de tempo-real pode ainda disponibilizar outros serviços, tais como tratamento de interrupções, comunicação e sincronização entre tarefas e temporização.

Neste sentido, um dos aspectos importantes no desenvolvimento de um sistema de aquisição de dados consiste na escolha da plataforma e do ambiente de programação adequado. Portanto, é essencial seleccionar uma plataforma com custos aceitáveis e que permita garantir os requisitos de tempo-real necessários ao sistema. O mercado oferece diversas soluções para se implementarem aplicações em tempo-real. Basicamente, existem três opções.

A primeira, que é a mais radical, utiliza um sistema dedicado baseado usualmente numa plataforma específica, que se apresenta, normalmente, como uma solução dispendiosa e pouco flexível.

As outras duas opções baseiam-se num sistema operativo executado num computador (Lee, *et al.*, 2001). Num caso tem-se um sistema operativo em tempo-real (RTOS). Existem actualmente diversas soluções comerciais, como o LynxOS, da Lynx Real-Time Systems Inc (lynuxworks), QNX da QNX Software Systems Ltd (qnx), e o VxWorks da WindRiver Systems (windriver). Uma desvantagem destes sistemas é o seu custo elevado. Ao longo dos últimos anos, o RTOS Linux tem vindo a ser utilizado com maior frequência, porque é uma arquitectura aberta com custos reduzidos. De facto, estas características têm motivado a utilização deste RTOS em sistemas de aquisição e controlo em tempo-real utilizando um computador. Contudo, no caso do sistema de aquisição de dados, caso se pretendam processar

os dados, tem normalmente que se recorrer à utilização de outro sistema operativo onde corre a aplicação para esse efeito.

A terceira opção consiste numa plataforma baseada num sistema operativo convencional, com algumas particularidades que lhe conferem propriedades de tempo-real. Neste campo existem diversas soluções comerciais compatíveis com o sistema operativo do tipo Microsoft Windows, como são os casos do Intime da TenAsys (tenasys), RTX da Ardence (ardence), e o Hyperkernel da Nematron Corporation (hyperkernel). Um dos inconvenientes destas soluções é também o seu custo elevado.

3.3.2 Ambiente de programação adoptado

O ambiente de programação adoptado baseia-se num sistema operativo convencional (Windows NT/2000) e num conjunto de módulos que permitem o processamento em tempo-real (Hyperkernel). Este ambiente possibilita a existência na mesma plataforma e simultaneamente das características de tempo-real e do sistema operativo convencional. O Hyperkernel possui uma versão de demonstração sem custo, que tem como limitação, relativamente à versão comercial, a sua utilização consecutiva (*i.e.*, em cada execução) de apenas meia hora. Esta limitação revelou-se perfeitamente compatível com o trabalho apresentado nesta tese.

O Windows e o Hyperkernel correm num modo concorrente ao nível mais elevado de privilégios do processador conseguindo-se, desta forma, um desempenho determinístico necessário nos sistemas de aquisição de dados. Para o desenvolvimento de aplicações no Windows e no Hyperkernel utilizam-se as ferramentas de desenvolvimento da Microsoft para o Windows, baseadas na linguagem de programação C/C++.

3.3.3 Aplicações em tempo-real

O Hyperkernel é constituído por um conjunto de módulos, dos quais se destacam os mais importantes para a realização do trabalho. A *Hyperkernel Real-Time Manager* é a aplicação de *interface* entre o utilizador e a aplicação de tempo-real. A aplicação *Hyperkernel Trace Utility* possibilita o teste e detecção de erros de programação. A *Hyperkernel API*,

Hyperkernel Serial API e *HyperShare API* são bibliotecas de funções de tempo-real, respectivamente, de âmbito geral, para *interface* de comunicação via porta série e para aplicações do Windows que partilham informação com aplicações em tempo-real. Apesar de existir o módulo *Hyperkernel Real-Time Manager*, o programador pode optar, em alternativa, por desenvolver a sua própria aplicação de *interface* com o utilizador. Para tal dispõe das funções apropriadas no módulo *HyperShare API*. Foi esta opção a utilizada no desenvolvimento da aplicação para aquisição dos dados e que será descrita mais adiante nesta secção.

As aplicações criadas no Hyperkernel podem apresentar as seguintes características principais: Escalonamento de tarefas com diferentes prioridades (32 níveis), comunicação entre tarefas, execução e interrupção dinâmica de tarefas concorrentes com o Windows, memória partilhada com aplicações Windows, acesso directo ao *hardware*, mecanismos de sincronização de tarefas, serviços de gestão de interrupções (*interrupts*) e temporizadores de elevada resolução. A possibilidade de acesso directo ao *harwdare* permitiu programar as diversas cartas electrónicas a baixo nível, pois o Hyperkernel apresenta a grande limitação de não permitir a utilização do *software* (*drivers*) dos respectivos fabricantes. No entanto, para o caso da carta de processamento dos sinais de força/momento a programação a baixo nível tem necessariamente que ser realizada, pois o fabricante não fornece qualquer tipo de *software* para a sua exploração. Relativamente às restantes cartas de processamento de dados a sua programação revelou-se morosa, pois os manuais apresentavam omissões e o fabricante não fornece suporte técnico a este nível de desenvolvimento.

Seguidamente descreve-se o modo como coexistem o Windows e o Hyperkernel a trabalharem simultaneamente no mesmo computador. Tipicamente, a intervalos de tempo programáveis (variáveis entre 25 μs e 250 μs) existe uma comutação do ambiente de execução entre o Hyperkernel e o Windows. A aplicação de tempo-real corre em ambiente Hyperkernel. Este possui o seu escalonador e serviços próprios. As suas tarefas não estão sujeitas ao escalonamento do Windows, pois nem sequer são vistas pelo escalonador do Windows. As aplicações do Windows correm inalteradas, apenas com menos tempo de processador disponível. Com o modo de funcionamento garantido pelo Hyperkernel, qualquer tarefa da aplicação de tempo-real não pode correr mais do que 250 μs sem ser interrompida. Apenas quando a tarefa está incluída numa ISR, independentemente do ambiente de execução no

instante da interrupção, esta é imediatamente atendida e a ISR é executada e não é interrompida até terminar.

O diagrama de blocos da arquitectura dos programas apresenta-se na figura 3.9. No ambiente Windows situa-se a *interface* gráfica para a aquisição de dados. Neste ambiente existe também a aplicação para tratamento dos dados que será descrita noutra secção. No sistema operativo Windows podem coexistir também quaisquer outras aplicações, como é o caso do processador de texto, folha de cálculo, Matlab, e outras.

A aplicação de aquisição de dados pode lança/terminar o conjunto de tarefas de tempo-real, existente no ambiente do Hyperkernel, e, simultaneamente, comunicar com ele via um mecanismo de memória partilhada. Permite, por exemplo, configurar e conhecer o estado do sistema de aquisição de dados.

No ambiente Hyperkernel situam-se as tarefas de tempo-real (figura 3.9). Existe uma tarefa principal –tarefa 1– (qualquer aplicação com o Hyperkernel possui, pelo menos, esta tarefa) que, numa primeira fase, efectua a inicialização de variáveis, a programação das cartas de conversão A/D dos dados, de contagem de impulsos, e de processamento do sensor de força/momento e também configura a porta de comunicação com o robô. A tarefa 1, como gestora das outras tarefas, é responsável pela execução das tarefas 2 e 3. Numa segunda fase, ao receber uma ordem do utilizador via a *interface* gráfica, a tarefa 1 coloca as tarefas 2 e 3 em execução. Numa fase final, a tarefa 1 força a paragem das tarefas 2 e 3.

A tarefa 2 é responsável pela comunicação com o robô via a porta série, de acordo com um protocolo que implementa um conjunto de comandos no robô. A comunicação com o robô descreve-se adiante na subsecção 3.3.5.

A tarefa 3 consiste na tarefa de aquisição de dados que é responsável pela captação dos dados, de acordo com as ordens dadas pelo utilizador. De modo a garantir-se um comportamento efectivo de tempo real, implementou-se uma ISR que serve uma interrupção gerada pela carta de conversão A/D dos dados. Esta carta é programada para gerar um pedido de interrupção de acordo com a frequência de amostragem pretendida que é definida pelo utilizador. A ISR acede directamente ao *hardware* das cartas, evitando o peso computacional e a imprevisibilidade das interrupções do Windows. Os dados são datados e guardados no disco duro de modo a poderem ser analisados posteriormente.

3.3.4 Programação do robô

O controlador do robô é programado na linguagem proprietária ACL[11], e pode funcionar em ambiente multi-tarefa. O robô possui uma consola de programação própria e estão disponíveis as seguintes aplicações informáticas para a sua programação a partir do computador: ATS (*Advanced Terminal Software*) (Robotec, 1999a) e ACL (*Advanced Control Language*) (Robotec, 1999b). A aplicação ATS permite o funcionamento *on-line* com o robô, através duma comunicação série RS232. É possível, por exemplo, fazer a abertura e o fecho da pinça eléctrica (*gripper*) do robô, colocar o robô na posição de descanso (*homing*), visualizar os programas residentes em memória e solicitar a sua execução e efectuar a configuração do robô. A aplicação ACL funciona em modo *off-line* permitindo o desenvolvimento de programas e o seu carregamento no controlador do robô, através da porta série RS232 (Robotec, 1995). Para que o robô possa executar uma determinada tarefa é necessário efectuar o carregamento do respectivo programa no seu controlador, uma vez que o programa corre no controlador e não no computador. Ambas as aplicações informáticas disponibilizadas pelo fabricante apresentam bastantes limitações ao nível do controlo e monitorização do robô e, também, ao nível da sua programação.

3.3.5 Comunicação computador – robô

O controlador do robô possui um processador *Motorola* 68020 e 128 kbytes de memória (as características principais do controlador podem ser consultadas no apêndice C), sendo desta forma impossível o desenvolvimento de aplicações exigentes a nível do controlador. Com a finalidade de ultrapassar as limitações referidas, desenvolveu-se um mecanismo de comunicação entre o computador e o controlador do robô que funciona numa filosofia de mestre/escravo. O computador é o mestre e o controlador é o escravo. No lado do computador, as principais funcionalidades do conjunto de comandos do robô foram implementadas criando uma biblioteca de funções. Esta biblioteca, que funciona como *interface* (API – *Application Programming Interface*) para o programa de aquisição de dados desenvolvido no computador, comunica com o controlador do robô via porta série RS232C. A figura 3.10 mostra o diagrama de blocos do mecanismo de comunicação com o robô. O

[11] ACL - *Advanced Control Language*, linguagem de programação do robô SCORBOT ER-VII.

protocolo de comunicação implementado baseia-se na transmissão de informação alfanumérica ASCII (*American Standard Code for Information Interchange*).

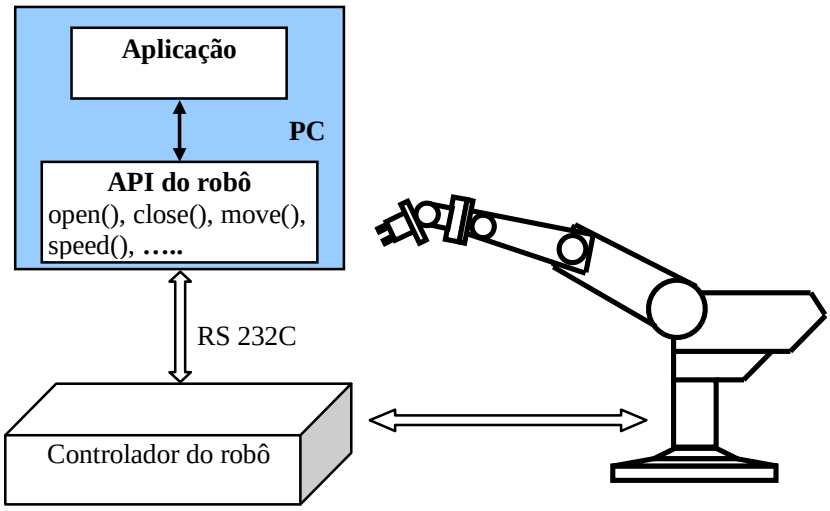


Figura 3.10 Diagrama de blocos da comunicação com o robô.

Do lado do computador o mecanismo de comunicação faz-se através da tarefa 2 (figura 3.9) que gere uma fila de espera para os comandos solicitados ao robô.

Do lado do robô, e de modo a lidar com as limitações do controlador, desenvolveu-se um programa simples na linguagem ACL, cujo fluxograma se mostra na figura 3.11. Este programa residente no controlador do robô (escravo) recebe os comandos do computador (mestre) e executa-os. Após a execução de cada comando, o computador é informado do resultado. Na tabela 3.1 mostram-se alguns dos comandos implementados, em que se indica o nome da função em linguagem "C" (existente no computador) correspondente ao comando ACL (existente no controlador) com o respectivo código ASCII utilizado no protocolo de comunicação, descrevendo-se resumidamente a respectiva operação.

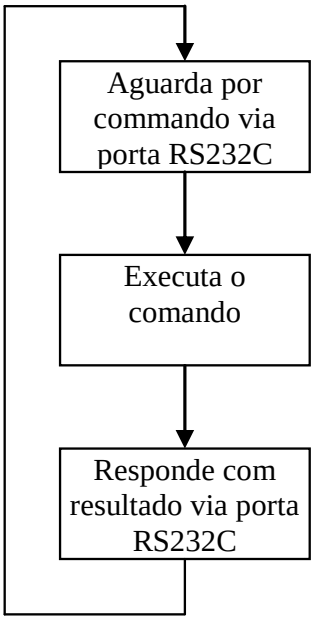


Figura 3.11 Fluxograma do programa do controlador do robô.

Tabela 3.1 Exemplos de comandos ACL implementados.

Código *ASCII*	Comando ACL	Função em "C"	Operação
'0'	HOME	Rb_Home(void)	Coloca o robô na posição de repouso
'1'	CLOSE	Rb_Close(void)	Fecha o *gripper*
'2'	OPEN	Rb_Open(void)	Abre o *gripper*
'3'	SPEED	Rb_Speed(int spd)	Define velocidade
'4'	MOVE	Rb_Move (int *)	Desloca robô para uma posição

Com o mecanismo de comunicação descrito é possível comandar o robô directamente a partir do computador. Por outro lado, caso se pretenda criar para o robô uma aplicação extensa e exigente em termos de processamento, esta pode ser desenvolvida no computador utilizando todos os recursos deste, que são incomparavelmente maiores que os existentes no controlador do robô.

3.3.6 Aquisição dos dados

O sistema de aquisição de dados (SAD) permite captar os dados dos diversos sensores descritos nas subsecções 3.2.2.1 a 3.2.2.4 e também permite controlar os movimentos do robô utilizando as facilidades descritas na subsecção anterior. Conforme se mostra na figura 3.9, a *interface* gráfica do SAD está disponível no Windows 2000. A figura 3.12 mostra a janela principal da *interface* gráfica do SAD. A partir desta janela o utilizador ao pressionar o botão *start* corre as tarefas de tempo real descritas na subsecção 3.3.3, dando-se início à aquisição dos dados. Adicionalmente, é possível parametrizar diversas funcionalidades do sistema. A figura 3.13 mostra a janela de parametrização referente aos canais analógicos que recebem os sinais das correntes eléctricas dos cinco motores e dos dois acelerómetros do robô.

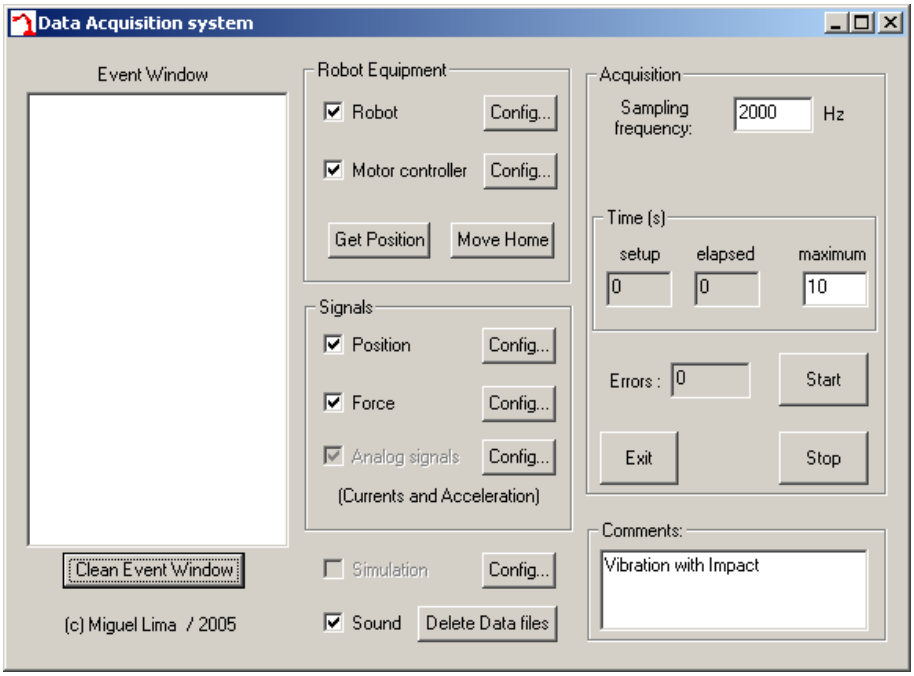


Figura 3.12 Janela principal do SAD.

Para realizar uma sessão de aquisição de dados tem que se definir as trajectórias do robô, frequência de amostragem, o tempo de duração da sessão de aquisição e o tipo de sinais que vão ser adquiridos. Iniciada uma sessão, o utilizador pode, em qualquer momento, caso pretenda, terminar a sessão. Os sinais adquiridos resultantes de cada sessão de aquisição são

gravados no disco. Todos os dados apresentam uma datação com a mesma referência temporal, o que facilita a análise comparada entre sinais gravados referentes à mesma sessão.

O SAD está concebido para adquirir sinais durante o movimento do robô. Para isso, o utilizador programa previamente a trajectória que o robô vai realizar. Por exemplo, no caso da experiência de estudo dos impactos, o robô é programado de modo a que o acessório nele montado (vareta) se desloque de um ponto inicial até à superfície em que ocorre o impacto, regressando de seguida ao ponto de partida.

O SAD possui uma janela de registo de ocorrências, que informa o utilizador acerca de eventos importantes que ocorrem durante a sessão, como início de movimento do robô, paragem do robô, amplitude do sinal medido superior à escala de medição escolhida, entre outros.

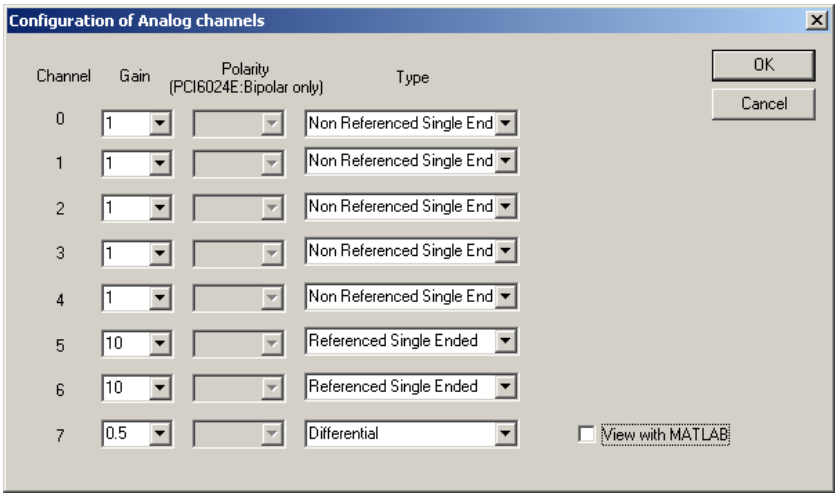


Figura 3.13 Janela de parametrização dos canais analógicos.

3.3.7 Tratamento dos dados

O programa de tratamento de dados (PTD) permite analisar os sinais guardados em disco, resultantes da aquisição realizada pelo SAD. Deste modo, os sinais que se podem analisar são as posições das juntas do robô, as correntes eléctricas dos motores, as forças e momentos gerados junto do órgão terminal e as acelerações na zona do acessório relativo a cada

experiência. A figura 3.14 mostra um exemplo de uma janela do PTD com a visualização de sinais de força, com diversas opções de tratamento dos dados. A análise dos sinais faz-se em duas fases: a fase de pré-processamento e a fase de processamento dos dados. Na fase de processamento o PTD permite o estudo dos sinais através de diversos algoritmos que implementam a generalidade das ferramentas matemáticas descritas no capítulo 2 (*e.g.*, TF clássica, a TFJ, *wavelets*, reconstrução do EE, correlação, informação mútua). Nos capítulos 4 e 5 vão-se utilizar essas ferramentas no estudo dos diversos sinais captados pelo SAD. Para além das ferramentas matemáticas, o PTD implementa algumas funcionalidades de pré-processamento necessárias à preparação e visualização dos dados. Uma dessas funcionalidades é a sincronização temporal dos sinais adquiridos em diferentes sessões de aquisição de dados.

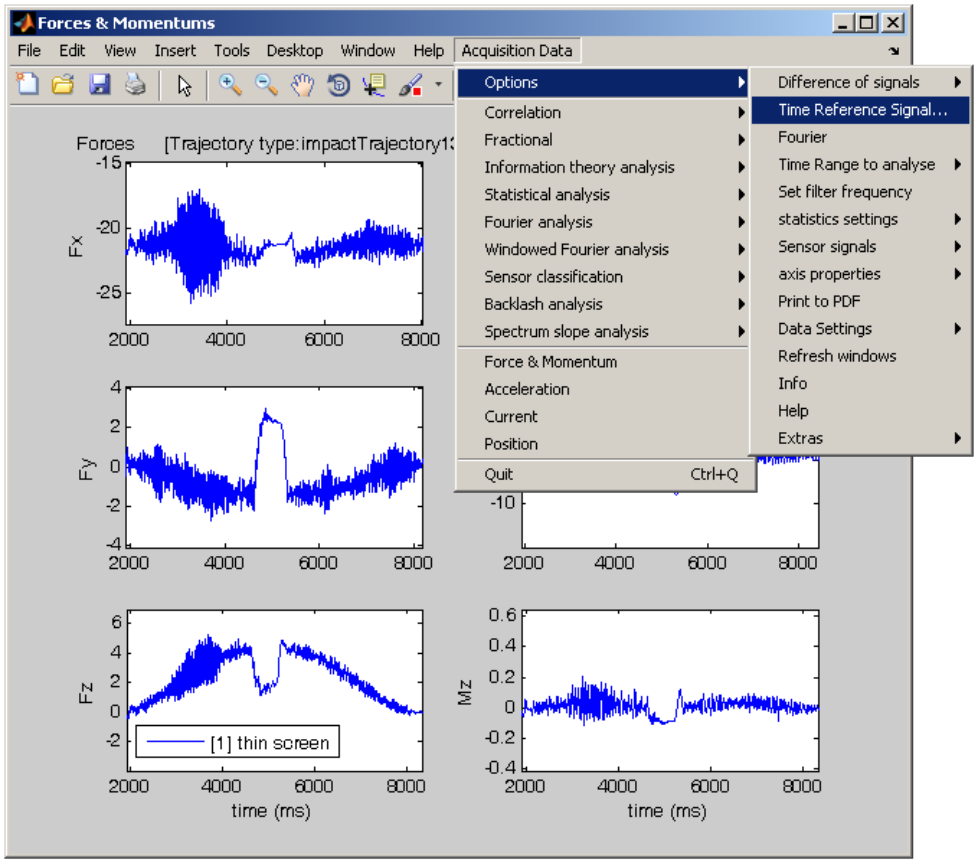


Figura 3.14 Exemplo de uma janela do PTD mostrando diversas opções.

Os sinais que se pretendem analisar podem resultar de uma mesma sessão de aquisição ou de sessões diferentes. Normalmente, uma sessão corresponde ao estudo de uma experiência com uma determinada configuração, como, por exemplo, a experiência do estudo de impactos numa superfície rígida. Deste modo, relativamente à mesma experiência, podem analisar-se diversos casos, correspondendo uma sessão a cada caso; portanto resulta em tantas sessões quantos os casos analisados. No exemplo do estudo de impactos, pode-se considerar o impacto em diferentes tipos de superfícies a que correspondem diferentes casos.

Como já foi referido na subsecção 3.3.6, numa mesma sessão de aquisição de dados, todos os sinais estão datados com a mesma referência temporal. Pelo contrário, quando se pretendem analisar conjuntamente sinais referentes a várias sessões, os sinais de sessões distintas apresentam referências temporais diferentes. De modo a poderem comparar-se os sinais de diferentes sessões, estes devem apresentar a mesma referência temporal. Para isso é necessário, para uma dada sessão seleccionada como referência, escolher um instante temporal de um sinal, normalmente associado a um evento, (*e.g.*, instante de impacto, início de movimento do robô) e que seja comum às outras sessões em análise. Esse instante permite a sincronização temporal de todos os sinais de diferentes sessões. A figura 3.15 mostra um exemplo de escolha das opções para a sincronização temporal dos sinais de sessões diferentes. O processo de sincronização pode ser manual ou automático. No modo manual o utilizador escolhe a sessão, o sinal e o método a utilizar como referência temporal. O método pode ser um mínimo ou máximo da amplitude do sinal escolhido, aplicado de uma forma global (a todo o sinal) ou local (em um dado intervalo de tempo introduzido pelo utilizador). Na figura 3.16 mostram-se os sinais de força e momento obtidos em duas sessões de aquisição de dados correspondentes ao impacto numa superfície de uma vareta montada no robô. Como se observa os sinais não estão sincronizados temporalmente. Na figura 3.17 mostram-se os mesmos sinais sincronizados. A sincronização fez-se com base no mínimo global das componentes M_y dos momentos. No caso da sincronização ser automática, o programa tenta encontrar um sinal que em média nas sessões de dados em análise, apresente uma variação mais acentuada dos valores.

Entre outras funcionalidades de pré-processamento apresentadas pelo PTD, destacam-se a definição da gama temporal de análise dos sinais (truncatura dos sinais), a subtracção de

sinais da mesma natureza relativamente aos da sessão definida como referência e a remoção da componente contínua dos sinais.

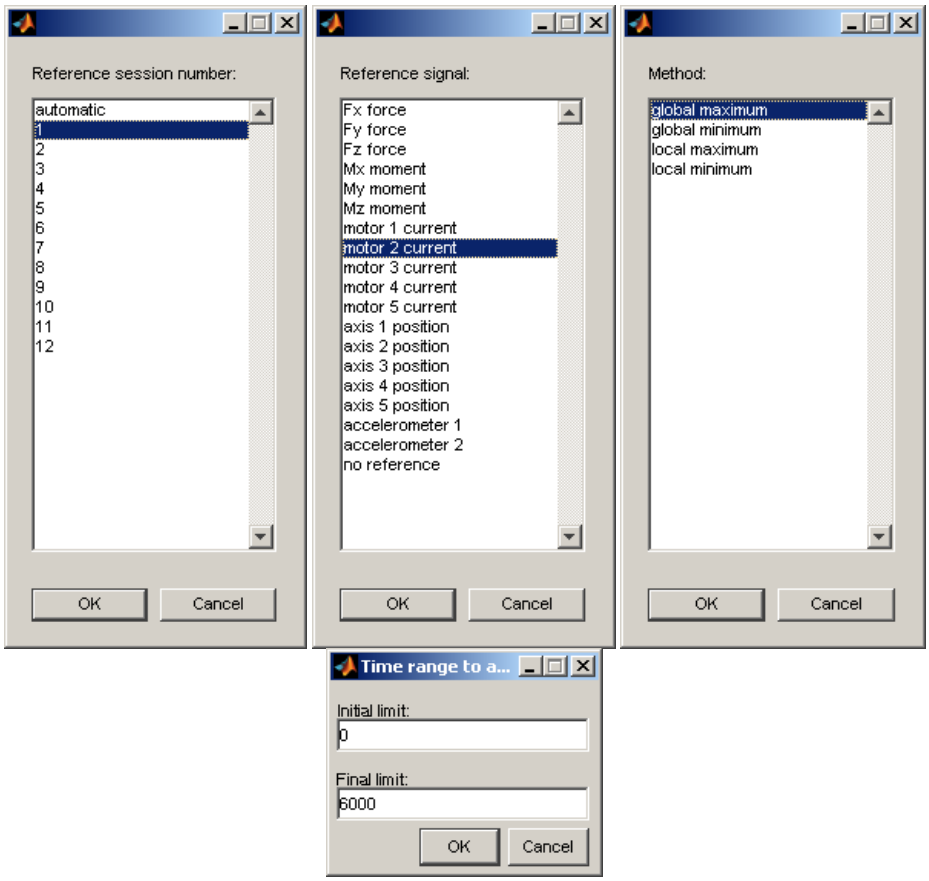


Figura 3.15 Opções para a sincronização temporal dos sinais.

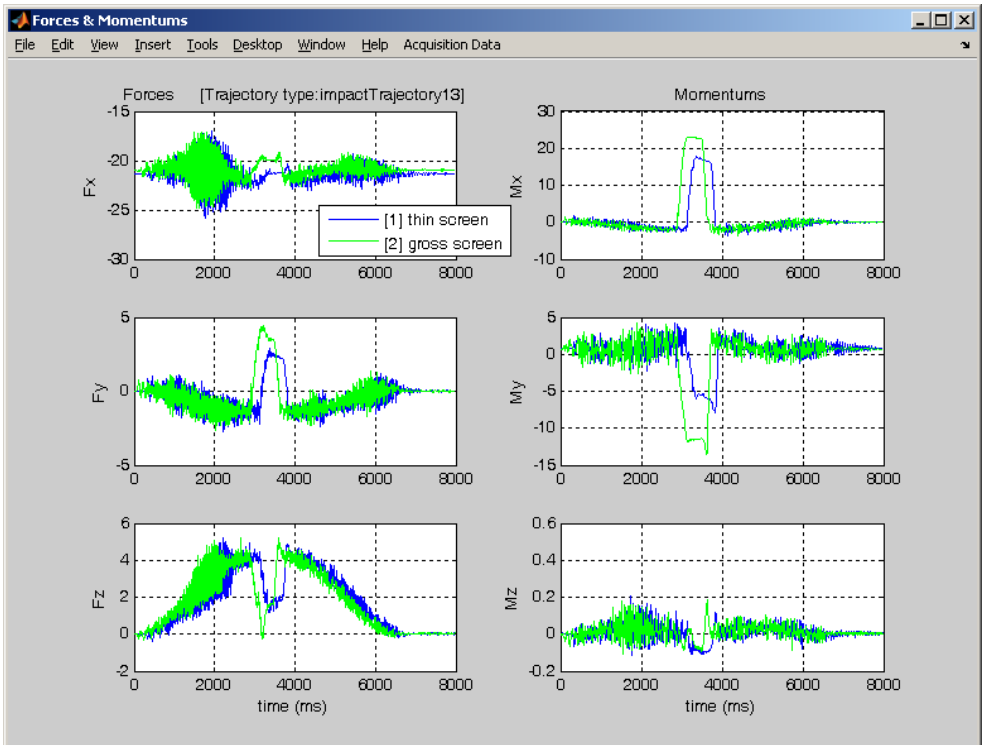


Figura 3.16 Sinais de força e momento sem sincronismo temporal.

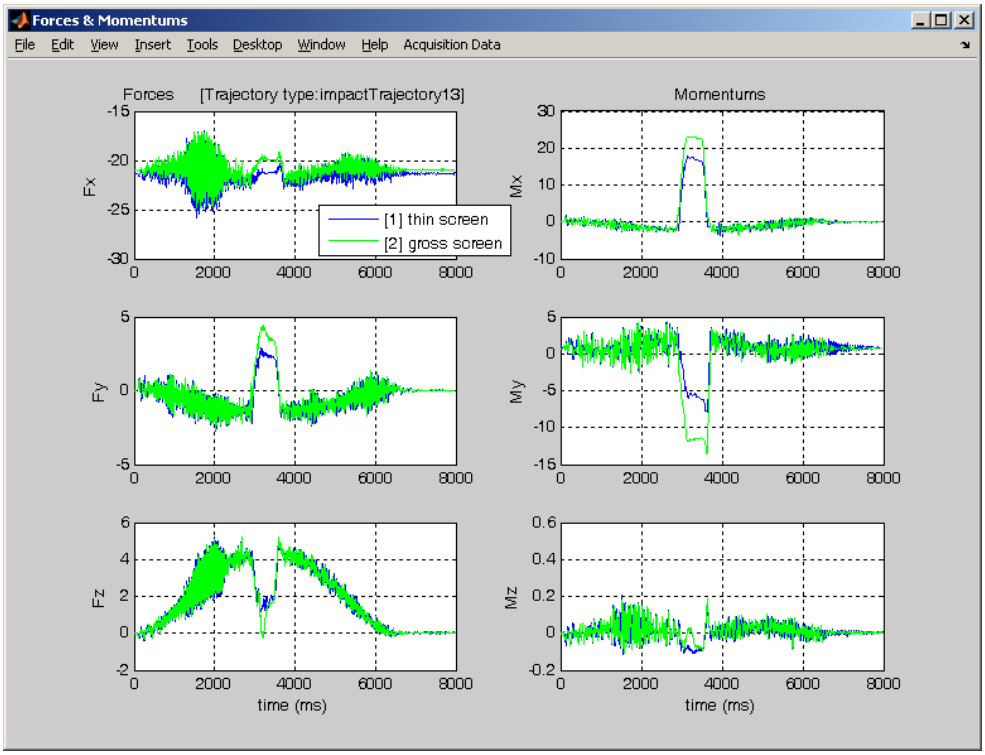


Figura 3.17 Sinais de força e momento com sincronismo temporal.

3.4 Resumo do capítulo

Neste capítulo descreveu-se o sistema robótico desenvolvido, nomeadamente os componentes de *hardware* e os programas implementados para aquisição e tratamento dos sinais adquiridos. Relativamente ao *hardware* construiu-se um sistema de *interface* electrónico que permitiu captar os sinais internos do robô, bem como os sinais provenientes de sensores externos aplicados ao nível do órgão terminal e no acessório montado no robô. O SAD interage com o robô permitindo gravar os diversos sinais. O PTD, que funciona em tempo diferido (*off-line*), processa os dados recorrendo a diversas ferramentas matemáticas descritas anteriormente.

Capítulo 4

Estudo dos Sinais no Tempo/Frequência

4.1 Introdução

Neste capítulo analisam-se diversos sinais captados pelo sistema robótico, nomeadamente a posição e a corrente dos motores eléctricos que accionam os cinco eixos de rotação, as forças e momentos gerados no punho do manipulador e as acelerações do acessório montado na extremidade do robô. O estudo encontra-se formulado nos domínios dos tempos e das frequências, pelo que se desenvolveram diversas experiências. Na secção 4.2 apresenta-se uma experiência introdutória com uma lâmina em alumínio, em oscilação, que mostra as potencialidades do sistema desenvolvido. Na secção 4.3 apresenta-se uma experiência para estudo dos sinais em face de impactos do robô com o meio ambiente. O robô é programado de modo a efectuar uma trajectória na qual a vareta de aço, montada no punho do robô, embate numa tela. Os sinais captados são analisados numa perspectiva do CF. Na secção 4.4 estudam-se os sinais que resultam da movimentação de líquidos. Para isso, apresenta-se uma experiência em que é montado no punho do robô um recipiente que pode conter um líquido. O movimento do robô é programado de forma que se induzem oscilações no líquido dentro do recipiente. Os sinais captados são analisados também numa perspectiva do CF. Por último, na secção 4.5 desenvolve-se uma classificação dos sinais captados pelo sistema robótico. Para

isso define-se um conjunto de trajectórias, dentro do espaço de trabalho do robô, nas quais se movimenta uma vareta montada no punho contra uma tela. Após uma análise estatística do comportamento do espectro dos sinais, estes são classificados em diversos grupos.

4.2 Exemplo introdutório: vibração de uma lâmina

Para mostrar as funcionalidades do sistema, descreve-se de seguida uma experiência para análise da vibração de uma lâmina de alumínio (Lima, *et al.*, 2005b). Para mostrar, de forma clara, o fenómeno das vibrações, instalou-se uma lâmina rectangular de alumínio no órgão terminal do robô, conforme se ilustra na figura 4.1. Para esse efeito construiu-se um dispositivo em alumínio que permite o acoplamento mecânico da lâmina com o punho do robô. Para medir as oscilações, colocaram-se os acelerómetros 1 e 2 nos dois extremos da lâmina solidária com o punho. A lâmina roda, de uma posição inicial até uma posição final, utilizando apenas uma junta do robô e adoptando o perfil parabolóide das velocidades nas juntas. Durante este movimento, geram-se oscilações na lâmina devido a forças inerciais, centrípetas e de Coriolis.

A tabela 4.1 mostra as características físicas da lâmina de alumínio. Nesta tabela a massa dos acessórios inclui os próprios acelerómetros e os componentes mecânicos auxiliares necessários à montagem dos sensores na lâmina, onde se incluem porcas, parafusos e isoladores eléctricos. Esta massa adicional é importante para o cálculo preciso da frequência de vibração da lâmina. Na verdade, a massa dos acelerómetros torna-se importante quando se estuda o comportamento de objectos leves. Portanto, uma massa adicional pode alterar significativamente os níveis e a frequência de vibração no ponto de medição. Como regra geral, a massa do acelerómetro não deve exceder um décimo da massa dinâmica do objecto com vibrações sobre o qual é montado (Brüel & Kjaer).

Figura 4.1 Lâmina de alumínio montada no punho do robô.

Tabela 4.1 Características da lâmina de alumínio.

Característica	**Valor**
Elasticidade - Módulo de Young (N m^{-2})	$67{,}02 \times 10^{9}$
Massa (kg)	136×10^{-3}
Comprimento (m)	0,5
Espessura (m)	10^{-3}
Largura (m)	0,1
Peso dos acessórios (kg)	14×10^{-3}

4.2.1 Modelo de parâmetros concentrados

Os dispositivos mecânicos como as lâminas e varetas apresentam parâmetros distribuídos tais como a massa, rigidez e amortecimento. Assim, teoricamente têm um número infinito de graus de liberdade, e são conhecidos como sistemas de parâmetros distribuídos. Contudo, a análise destes sistemas é facilitada pela sua modelização através de sistemas de parâmetros

discretos concentrados com um número finito de graus de liberdade. Por outro lado, apesar dos sistemas reais apresentarem sempre algum grau de amortecimento, podem obter-se resultados relevantes se forem analisados como sistemas teoricamente não amortecidos. Nesta ordem de ideias, vai-se analisar a vibração da lâmina considerando um modelo simplificado de componentes concentrados com uma massa e uma mola. Um sistema simples mola-massa exibe uma frequência natural ω_n (rad s^{-1}) dada por (Craig, 1989):

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{4.1}$$

onde k (N m^{-1}) é o coeficiente de rigidez do objecto flexível e m (kg) é a massa equivalente.

Considera-se a lâmina como um sistema mola-massa com amortecimento pequeno. Num modelo de parâmetros concentrados, uma massa única colocada no extremo da mola representa a massa efectiva da lâmina. O cálculo da massa equivalente e da constante da mola para uma lâmina obtêm-se através das equações que se apresentam seguidamente (Benaroya, 2004), (Shigley, *et al.*, 1989):

$$m_{eq} = 0{,}24\ m_{lamina} \tag{4.2}$$

onde m_{lamina} é a massa da lâmina em kg.

O coeficiente de rigidez equivalente ou a constante da mola equivalente k_{eq} (N m^{-1}) é dado por:

$$k_{eq} = \frac{3EI}{l^3} \tag{4.3}$$

onde E (N m^{-2}) representa a elasticidade ou módulo de Young, I (m^4) é o momento de inércia de área da secção de corte da lâmina e l (m) é o comprimento da lâmina.

A expressão para o momento de inércia de área I para uma secção de corte rectangular é dada por:

$$I = \frac{b\,h^3}{12} \tag{4.4}$$

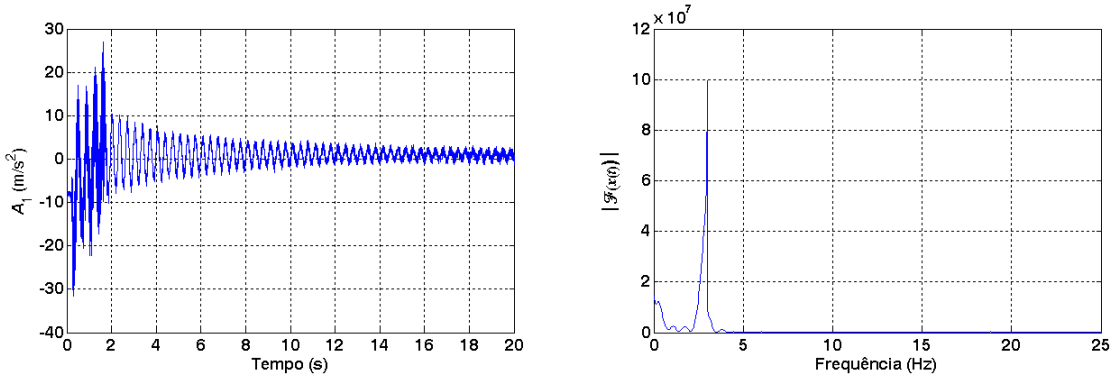
onde b (m) é a largura e h (m) representa a espessura.

Utilizando as características físicas mostradas na tabela 4.1 obtém-se uma frequência natural de $f_n = \omega_n/2\pi = 3{,}07$ Hz.

4.2.2 Estudo experimental

O valor de f_n pode ser verificado experimentalmente. Como se referiu anteriormente, a lâmina fixada no punho do robô roda de uma posição inicial até uma posição final, utilizando uma junta do manipulador robótico. Durante este movimento ocorrem vibrações e o sinal do acelerómetro 1 (que está colocado no extremo livre da lâmina) capta-se durante 20 s, como se mostra na figura 4.2a). O sinal é adquirido com uma frequência de amostragem $f_s = 500$ Hz.

A resposta consiste em duas componentes: *i*) um transitório rápido que ocorre, aproximadamente durante $0 < t < 2$ s e *ii*) uma resposta transitória que se verifica, lenta para $t > 2$ s, conhecida por resposta natural e que depende unicamente das características físicas do sistema. A figura 4.2b) mostra o módulo da FFT que demonstra claramente a frequência natural da lâmina metálica, de acordo com o valor calculado através do modelo analítico.



a) b)

Figura 4.2 Sinal do acelerómetro 2 colocado no extremo livre da lâmina de alumínio:

a) sinal nos tempos; b) módulo da FFT.

A figura 4.3 mostra a corrente eléctrica do motor da junta 4 utilizada para rodar a lâmina. Aproximadamente durante o intervalo $0 < t < 2$ s é solicitada uma corrente eléctrica que está correlacionada com o transiente rápido observado na aceleração do extremo livre da lâmina. Uma ampliação da figura para $t > 2$ s demonstra a acção do sistema de controlo do robô, de forma a assegurar o controlo de posição.

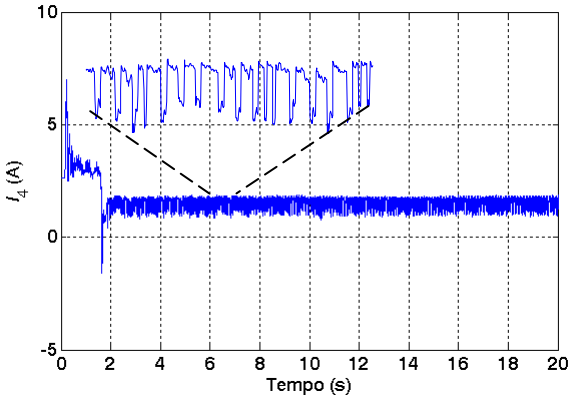


Figura 4.3 Corrente eléctrica do motor da junta 4 do robô.

4.3 Estudo dos impactos

4.3.1 Introdução

Na prática os manipuladores robóticos apresentam um determinado grau de vibrações indesejadas. De facto, o aparecimento de braços manipuladores leves, utilizados sobretudo na indústria aeroespacial, onde o peso é um aspecto muito importante, conduz ao problema de vibrações elevadas. Por outro lado, os robôs, ao interagirem com o meio ambiente, geram frequentemente impactos que produzem e propagam vibrações através da estrutura mecânica (Lima, *et al.*, 2007d). Em (Singer, *et al.*, 1988) indicam-se várias técnicas para reduzir as vibrações e a sua implementação nos robôs, quer na fase de fabrico, quer na fase de exploração. De forma abreviada, as técnicas consistem em: *i*) compensação convencional, (*ii*) amortecimento estrutural ou absorção passiva das vibrações, (*iii*) controlo baseado na medição directa da posição absoluta do *gripper*, (*iv*) arquitectura de controlo utilizando a medição directa da resposta modal, (*v*) controlo activo para eliminar a energia dos modos de

vibração, (*vi*) utilização de um micromanipulador colocado na ponta do manipulador principal, (*vii*) ajuste das entradas de comando do manipulador de forma a eliminar as vibrações.

Uma das técnicas referidas, que tem sido bastante utilizada, consiste na aplicação de um micromanipulador (Lew, *et al.*, 1995), com uma resposta em frequência mais elevada que o robô principal. Este micromanipulador é colocado no órgão terminal do robô e compensa as dinâmicas indesejadas. Entre outras aplicações, esta técnica é usada na indústria aeroespacial e na limpeza de lixo nuclear. Vários autores estudaram esta técnica, nomeadamente (Magee, *et al.*, 1995) e (Cannon, *et al.*, 1996) que adicionalmente adoptaram a abordagem da filtragem dos comandos no posicionamento do micromanipulador. Alguns investigadores (Cannon, *et al.*, 1996) e (Lew, *et al.*, 1995) adoptaram também a técnica do amortecimento inercial tirando vantagem do micromanipulador se localizar na ponta do elo flexível. Em (Yoshikawa, *et al.*, 1993) utilizou-se a redundância do sistema conjunto macro/micromanipulador para gerar as trajectórias de modo a reduzir os efeitos indesejados das vibrações no órgão terminal.

Outra das técnicas de controlo activo das vibrações, que tem sido alvo de interesse nos últimos anos por parte da comunidade científica, baseia-se na utilização de camadas de material com propriedades piezoeléctricas. Este material colocado numa estrutura leve e flexível do manipulador é actuado activamente aumentando a sua rigidez (Kermani, *et al.*, 2005) (Kermani, *et al.*, 2007). Este tipo de tecnologia tem sido utilizado também no posicionamento de precisão (nanotecnologia) (Santosh, *et al.*, 2007).

Nesta ordem de ideias, de forma a reduzir ou eliminar o efeito das vibrações é fundamental estudar as variáveis envolvidas para se poder projectar um sistema de controlo adequado. Neste trabalho os sinais robóticos gerados durante o impacto serão analisados através do seu comportamento nos tempos e nas frequências. O estudo nas frequências será feito numa perspectiva dos sistemas fraccionários.

Na verdade o estudo dos sistemas de ordem fraccionária com realimentação tem sido investigado por diversos autores (Machado, 1997) (Machado, 2003) devido ao facto de muitos sistemas físicos serem bem caracterizados por modelos de ordem fraccionária (Podlubny, 2002). Com o sucesso na síntese de diferenciadores não inteiros reais e o aparecimento do componente dos circuitos eléctricos chamado *fractância* (Bohannan, 2000) (Bohannan, 2002),

dos controladores de ordem fraccionária (Oustaloup, *et al.*, 1997), incluindo os controladores PID de ordem fraccionária (Barbosa, *et al.*, 2004), foram projectados e aplicados no controlo de uma variedade de processos dinâmicos. Nesta ordem de ideias, o estudo aqui apresentado contribui para o projecto de sistemas de controlo que reduzem ou eliminam os efeitos indesejáveis das vibrações.

4.3.2 Descrição da experiência

De forma a analisar o fenómeno das vibrações provocadas por impactos, adoptou-se um conjunto de experiências nas quais uma vareta de aço, montada no órgão terminal do robô provoca um impacto numa superfície, conforme se ilustra na figura 4.4. Para o efeito construiu-se um acoplamento mecânico em alumínio que permite a montagem da vareta no punho do robô. As características da vareta indicam-se na tabela 4.2.

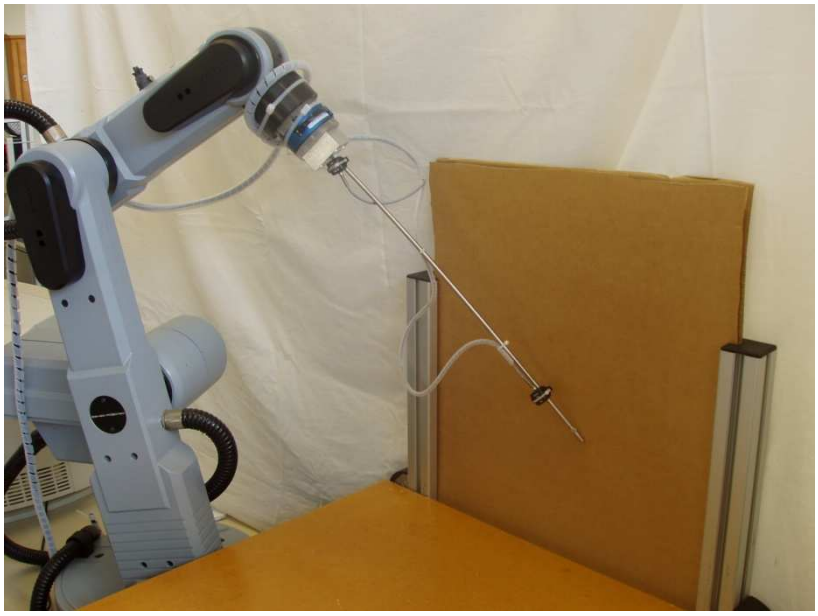


Figura 4.4 Experiência para estudo dos impactos.

A experiência consiste no movimento do robô que é programado de modo que a vareta se mova contra a superfície de impacto utilizando o perfil trapezoidal das velocidades. Adoptou-se uma trajectória com diversos pontos de via. O movimento produz vibrações no manipulador devidas aos modos estruturais e à interacção com o meio ambiente. Durante o

movimento adquirem-se diversos sinais a uma frequência de amostragem f_s = 500 Hz, que são guardados no computador.

Tabela 4.2 Características da vareta de aço.

Característica	**Vareta**
Massa (kg)	0,107
Comprimento (m)	0,475
Diâmetro (m)	$5{,}75 \times 10^{-3}$

4.3.3 Domínio dos tempos

Como se referiu no capítulo 3 o sistema robótico permite captar diversos sinais, nomeadamente: a posição e a corrente eléctrica dos motores dos cinco eixos de rotação, as forças e momentos gerados no punho do manipulador e as acelerações do acessório montado no robô. Nesta experiência dos impactos o acessório é constituído por uma vareta. Adicionalmente também é analisado o caso de ausência de impacto. As figuras 4.5 – 4.9 mostram a evolução nos tempos dos sinais gerados pelo impacto da vareta durante 8 s. Os sinais representados em cada figura correspondem a dois casos: *i*) com impacto e *ii*) sem impacto da vareta na superfície. Observa-se que existe uma variação acentuada dos sinais no instante de impacto que ocorre, aproximadamente, no instante t = 4 s. O efeito das forças e momentos de impacto mostrados, respectivamente, nas figuras 4.7 e 4.8, reflecte-se nas correntes consumidas pelos motores do robô (figura 4.6). A figura 4.9 mostra as acelerações no extremo livre (A_1), onde ocorre o impacto, e no extremo fixo da vareta (A_2). As amplitudes dos sinais dos acelerómetros são maiores próximo do extremo livre da vareta onde ocorre o impacto.

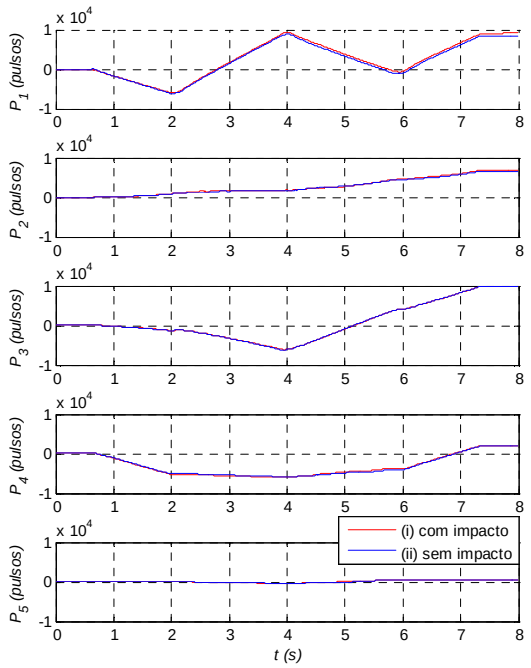


Figura 4.5 Posições dos eixos.

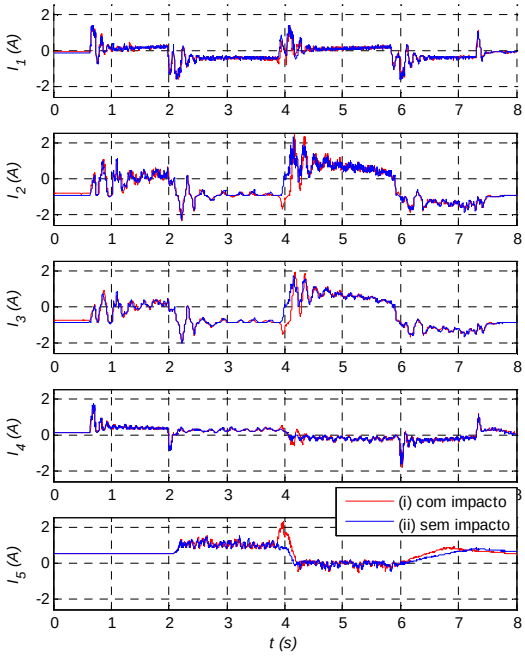


Figura 4.6 Correntes eléctricas dos motores.

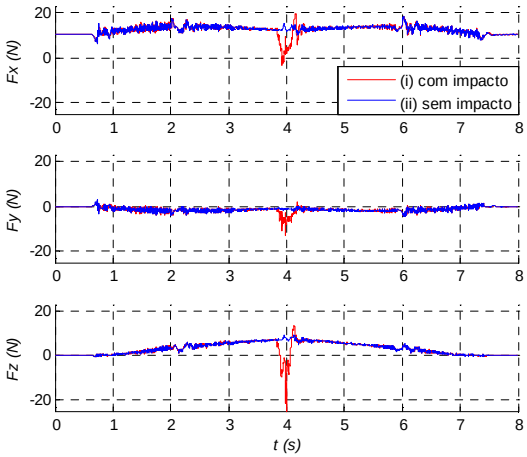


Figura 4.7 Forças no *gripper*.

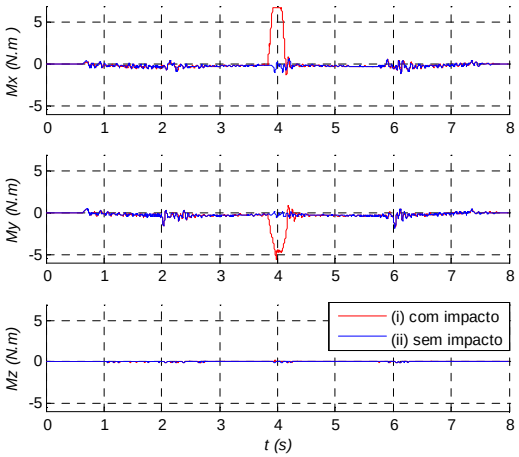


Figura 4.8 Momentos no *gripper*.

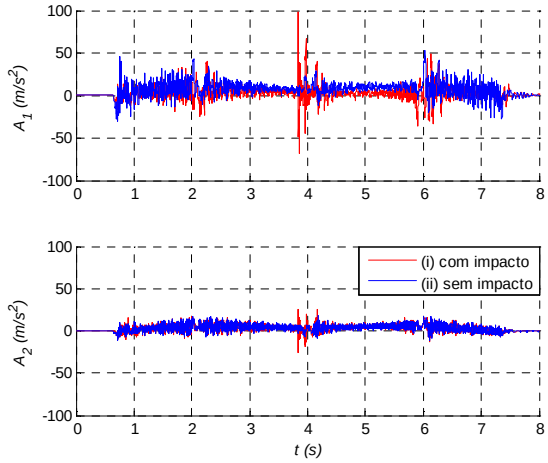


Figura 4.9 Acelerações da vareta.

4.3.4 Transformada de Fourier

De forma a estudar o comportamento da TF dos sinais, pode sobrepor-se uma linha de tendência (LT) sobre o espectro (Lima, *et al.*, 2006b). A LT baseia-se numa aproximação por uma função potência (Lima, *et al.*, 2007f):

$$\left|F\{x(t)\}\right| \approx c\, f^{\,m} \tag{4.5}$$

onde F representa a TF, $c \in \Re^{+}$ é uma constante que depende da amplitude, f é a frequência e $m \in \Re$ é o declive. Assim, vai-se supor que no domínio das frequências, *i.e.* $\left|F\{x(t)\}\right|$ *versus* f pode ser representado por uma aproximação à derivada D^m, $m \in \Re$.

A figura 4.10 mostra a amplitude da FFT do sinal de posição da junta 1. A LT (4.5) apresenta um declive $m = -0{,}99$ revelando, claramente, um comportamento de ordem inteira. Os sinais de posição das outras juntas foram estudados, mostrando também um comportamento de ordem inteira, nas condições quer (*i*) de impacto quer (*ii*) sem impacto. A figura 4.11 mostra a amplitude da FFT para a corrente eléctrica do motor da junta 3. O espectro foi também aproximado por uma LT numa gama de frequências superior a uma década. As LTs apresentam um declive $m = -1{,}52$ e $m = -1{,}51$ nas condições, respectivamente, de impacto (*i*) e sem impacto (*ii*). As LTs apresentam um comportamento de ordem fraccionária em ambos

os casos. A figura 4.12 mostra a amplitude da FFT para a corrente eléctrica do motor da junta 4. Aqui as LTs apresentam declives que variam ligeiramente (m = –1,58 com impacto e m = –1,64 sem impacto), mas em ambos os casos continuam a mostrar um comportamento de ordem fraccionária. As correntes dos motores das outras juntas foram também analisadas. Algumas delas, para uma gama limitada de frequências, apresentam também um comportamento de ordem fraccionária, enquanto outras apresentam um espectro complicado de difícil aproximação por uma LT. De acordo com as especificações do fabricante (Robotec, 1998), a malha de controlo do robô tem um tempo de ciclo t_c = 10 ms. Este facto observa-se aproximadamente nos harmónicos fundamental (f_c = 100 Hz) e múltiplos em todos os espectros das correntes dos motores (figura 4.11 e figura 4.12).

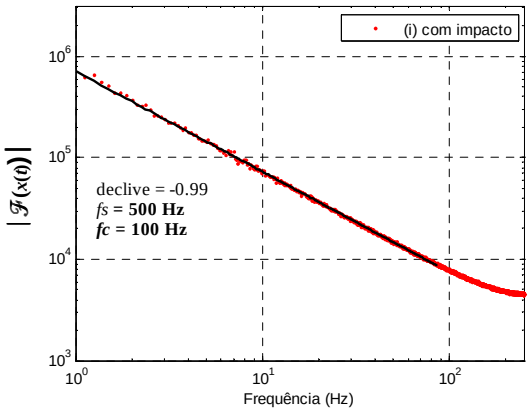


Figura 4.10 Espectro da posição da junta 1.

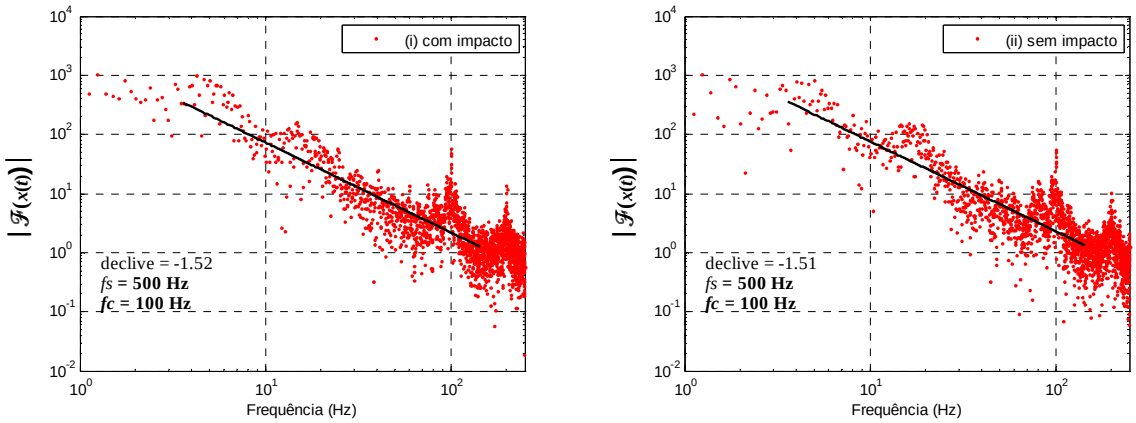


Figura 4.11 Espectros das correntes do motor da junta 3.

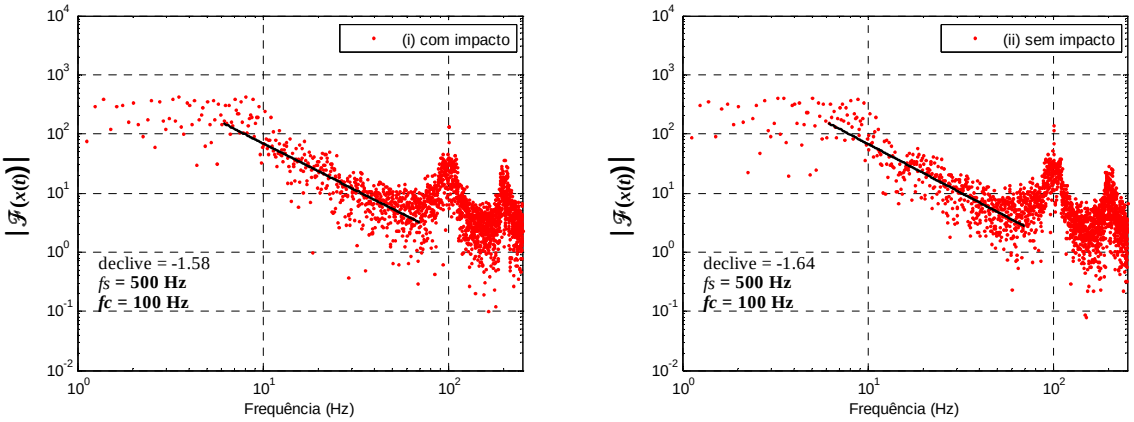
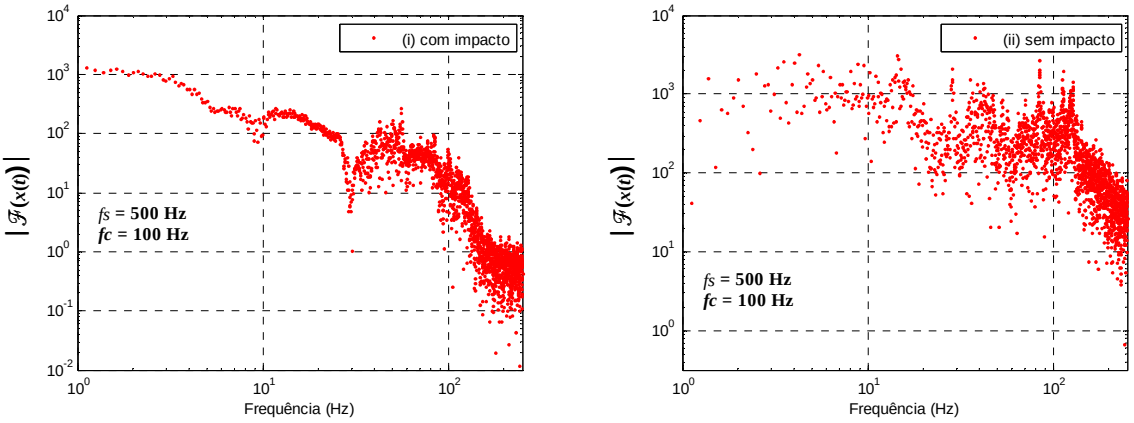


Figura 4.12 Espectros das correntes do motor da junta 4.



a) b)

Figura 4.13 Espectros dos sinais: a) componente F_z da força; b) aceleração do extremo livre da vareta.

A figura 4.13a) mostra o espectro da força F_z. Este espectro apresenta dispersão numa gama ampla de frequências. Todos os espectros das forças e momentos apresentam um comportamento idêntico em termos de dispersão e, portanto, é difícil definir com rigor o comportamento dos sinais na perspectiva do modelo (4.5).

Por último, a figura 4.13b) mostra o espectro do sinal captado pelo acelerómetro 1 colocado no extremo livre da vareta. Tal como no caso do outro acelerómetro, este espectro apresenta dispersão e é complicado. Portanto, é difícil definir com rigor o declive da LT do sinal e,

consequentemente, o seu comportamento em termos de um sistema de ordem inteira ou fraccionária.

4.3.5 Transformada de Fourier com janela

Nas figuras 4.10–4.13 mostraram-se diversos espectros dos sinais captados durante um período de aproximadamente 8 s. Os espectros da maioria dos sinais apresentam dispersão e, portanto, de forma a obter-se um espectro com menor dispersão, vai-se utilizar um algoritmo com múltiplas janelas, como é o caso da TFJ (2.14).

Nesta ordem de ideias desenvolveram-se diversas experiências com a TFJ onde se utilizaram várias janelas distintas, incluindo as janelas Hanning, Hamming, Gaussiana, Blackman e rectangular. Seguidamente descrevem-se os aspectos mais relevantes do estudo realizado.

Na figura 4.14 mostram-se os espectros *versus* tempo da corrente do motor da junta 4 para o caso de impacto, utilizando a TFJ com as janelas rectangular, Hamming, Gaussiana e Hanning, respectivamente. A TFJ com a janela rectangular apresenta claramente os efeitos do fenómeno de Gibbs. Os testes realizados mostram que a TFJ com a janela Hamming revela também os efeitos deste fenómeno, mas de forma mais atenuada. A TFJ com as janelas Hanning, Blackman e Gaussiana apresentam o melhor comportamento, com ligeiras diferenças. Na descrição das experiências adoptaram-se as janelas rectangular, Hamming, Gaussiana e Hanning. Os parâmetros temporais adequados das janelas, nomeadamente a largura da janela t_w e a distância entre o centro de duas janelas consecutivas δ para a TFJ, obtiveram-se pelo método de tentativa e erro. A figura 4.15 mostra a amplitude da FFT da corrente do motor da junta 4 na condição de impacto utilizando a janela Gaussiana para $\tau = 2$ s. Neste exemplo a LT apresenta um declive de aproximadamente $m = -1{,}89$. De acordo com a posição no tempo da janela deslizante, o declive da LT varia, o que revela as diferentes componentes espectrais ao longo do tempo de aquisição.

Este facto pode observar-se nos gráficos representados na figura 4.16. Estes gráficos exibem o declive das LTs para o espectro obtido com as janelas rectangular, Hamming, Gaussiana e Hanning com diferentes larguras t_w. A distância adoptada entre o centro de duas janelas consecutivas é $\delta = 1$ s.

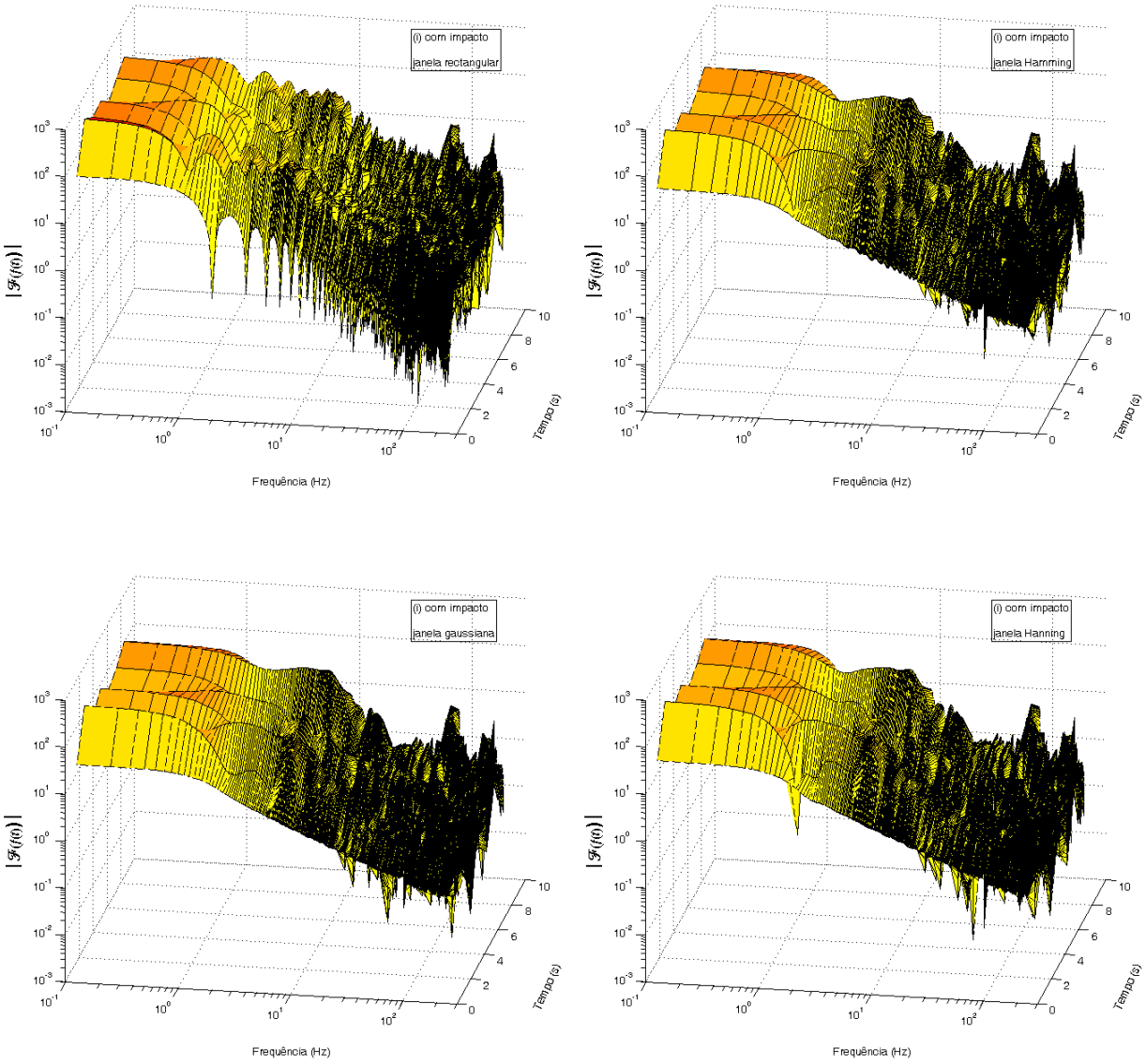


Figura 4.14 TFJ da corrente eléctrica do motor da junta 4 utilizando a janela {rectangular, Hamming, Gaussiana, Hanning } com t_w = 1 s e δ = 1 s.

Como seria de esperar, quanto mais larga é a janela, mais próximo é o valor do declive de cada janela relativamente ao valor do declive calculado pela TF clássica. Da figura 4.16 pode observar-se ainda que a TFJ com uma largura de janela $t_w = 0{,}25$ s apresenta um comportamento instável, correspondendo a uma janela com parametrização inadequada.

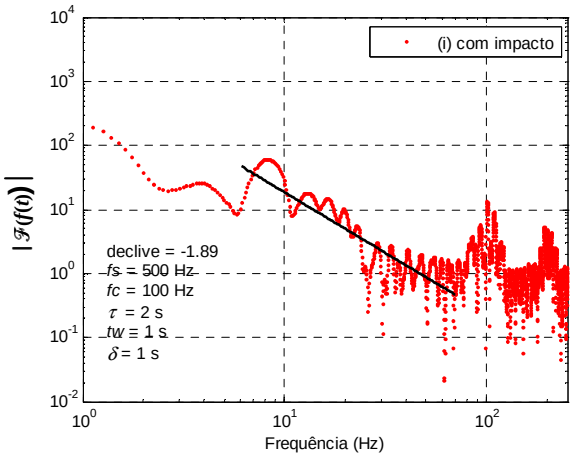


Figura 4.15 Espectro da corrente do motor da junta 4 utilizando a janela Gaussiana.

Adicionalmente, na figura 4.16 pode observar-se o comportamento diferente dos declives obtidos com a janela rectangular comparativamente com os obtidos com as demais janelas. De facto, como já se referiu anteriormente, a utilização da janela rectangular conduz ao aparecimento do fenómeno de Gibbs, o que motiva que os diversos declives apresentem um comportamento irregular. Por outro lado, os declives obtidos pelas janelas Gaussiana e Hanning, com os parâmetros adequados, nomeadamente, t_w = {0,5; 1; 2; 4} s, são similares, o que evidencia o melhor comportamento destas janelas.

Realizaram-se outras aquisições com condições idênticas e analisou-se o mesmo sinal, *i.e.*, a corrente eléctrica do motor da junta 4. As conclusões foram semelhantes, o que mostra a consistência dos resultados.

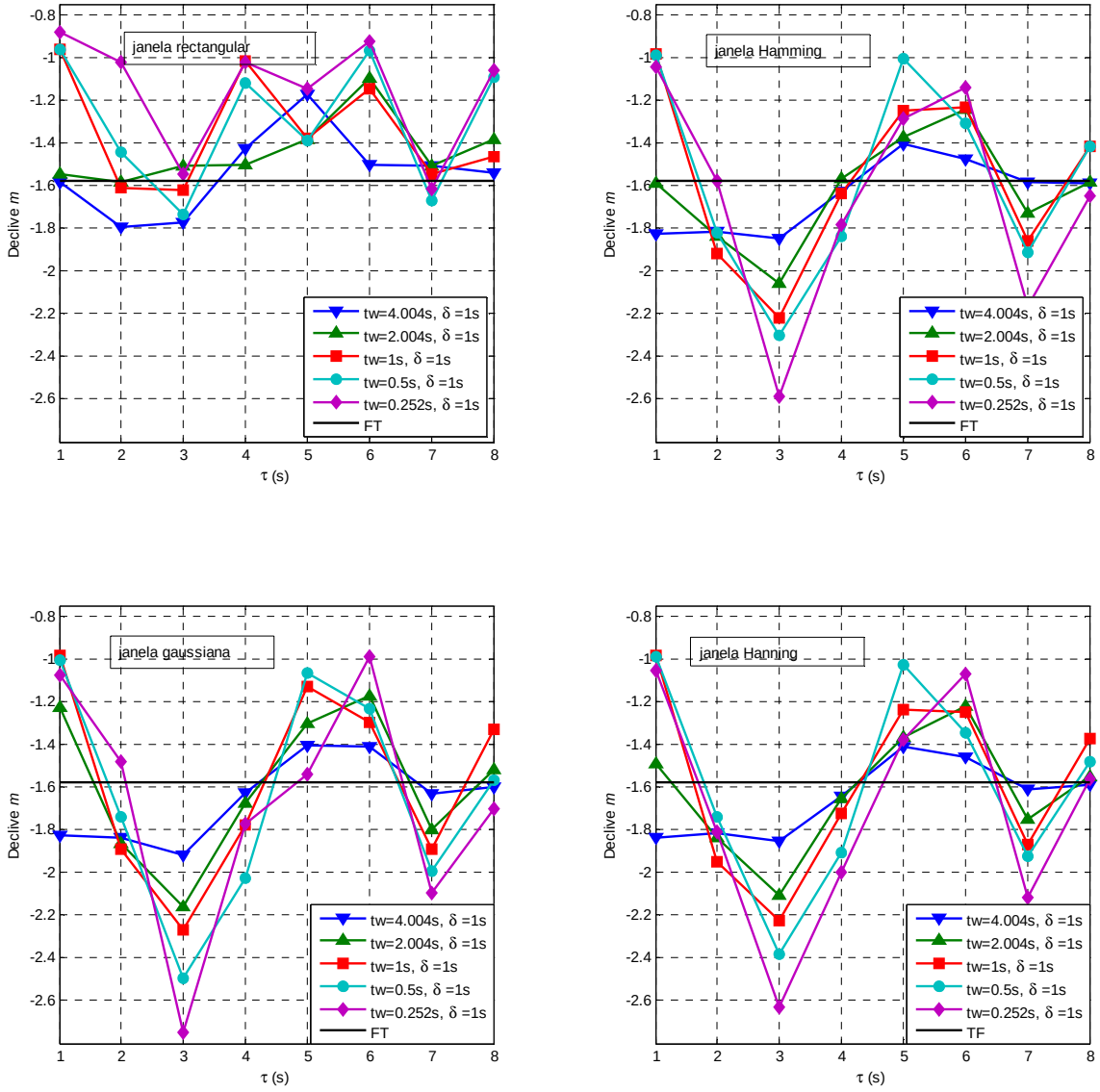


Figura 4.16 Declives do espectro das correntes eléctricas do motor da junta 4 na condição de impacto utilizando as janelas {rectangular, Hamming, Gaussiana, Hanning } com t_w = {0,25; 0,5; 1; 2; 4} s e δ = 1 s.

4.3.6 Conclusões

Nesta experiência relativa aos impactos analisaram-se diversos sinais robóticos experimentais. Com base no espectro dos sinais fez-se um estudo numa perspectiva do CF. A TFJ permite determinar o espectro dos sinais ao longo do tempo de aquisição e confirma a natureza

fraccionária dos sinais, cujo comportamento foi analisado através da TF clássica. Este estudo fornece informação útil que pode ajudar na concepção de um sistema de controlo para reduzir ou eliminar o efeito das vibrações.

4.4 Estudo de manipulação de líquidos

4.4.1 Introdução

Como anteriormente se referiu, na prática os manipuladores robóticos apresentam vibrações indesejadas. Em (Singer, *et al.*, 1988) indicam-se várias técnicas para reduzir as vibrações e a sua implementação nos robôs, quer na fase de fabrico, quer na fase de exploração. Como também já se referiu, vários autores estudaram o problema das vibrações. Motivado por este problema, nesta experiência analisam-se os sinais robóticos captados durante o movimento de um recipiente esférico montado no punho do robô numa perspectiva do CF. O recipiente transporta um líquido e a sua aceleração induz movimento no conteúdo causando, consequentemente, a vibração do líquido. O movimento do manipulador produz vibrações, devidas aos modos estruturais e à vibração do líquido. Deste modo, uma das aplicações onde ocorrem vibrações é na manipulação de líquidos.

Neste domínio há dois aspectos principais: a modelação e o controlo da dinâmica dos líquidos. Diversos autores estudaram o problema da dinâmica induzida pelo movimento de cargas líquidas. Existem diversas ferramentas matemáticas para descrever os fluidos. Por exemplo, as equações de Navier-Stokes (Grundelius, 2001) (Rumold, 2001) podem-se adoptar para modelar a dinâmica dos líquidos. No respeitante ao problema de controlo das vibrações dos líquidos, foi primeiramente considerada na indústria aeroespacial no controlo dos mísseis guiados. Nesta aplicação verificou-se que a oscilação do combustível nos tanques podia resultar em instabilidades. Mais tarde, o movimento de recipientes abertos com líquidos foi também investigado, pois é um aspecto que tem de ser considerado em diversas indústrias, como é o caso, por exemplo, das indústrias de fundição e de bebidas. O principal objectivo inerente ao transporte de líquidos é o movimento rápido do recipiente com o mínimo de oscilação do seu conteúdo (Grundelius, 2001) (Feddema, *et al.*, 1997).

4.4.2 Descrição da experiência

Nesta experiência de estudo da dinâmica do líquido utilizou-se um recipiente esférico. As suas características mostram-se na tabela 4.3. O recipiente é montado no punho do robô através de um dispositivo de acoplamento mecânico construído para o efeito. A figura 4.17 mostra o recipiente montado no punho do robô. Para estudar o comportamento das variáveis em diferentes situações, o recipiente pode permanecer vazio ou, alternativamente, o seu conteúdo pode ser um líquido ou um sólido. O movimento do robô é programado de forma que o recipiente se move de um ponto inicial até um ponto final distanciado de 0,6 m, segundo uma trajectória linear.

Figura 4.17 Recipiente esférico com líquido.

Tabela 4.3 Características do recipiente esférico.

Característica	**Recipiente esférico**
Massa em vazio (kg)	215×10^{-3}
Diâmetro (m)	203×10^{-3}

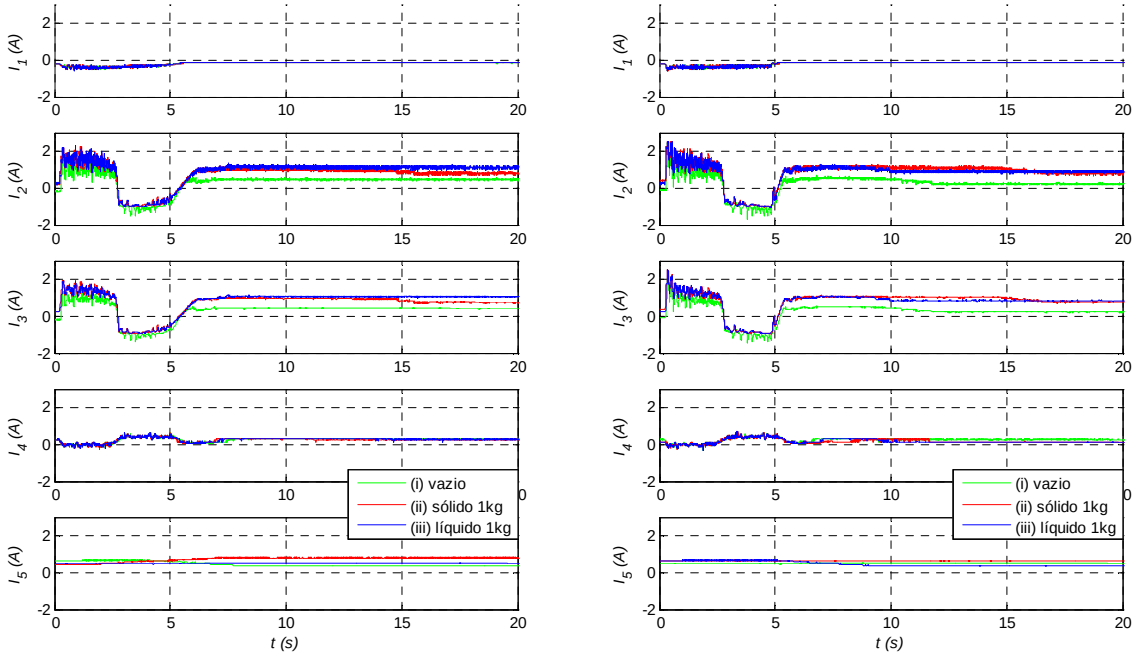
Durante o movimento do recipiente adquirem-se diversos sinais a uma frequência de amostragem f_s = 500 Hz que são armazenados no computador. Os sinais são captados para três situações diferentes: (*i*) recipiente vazio, (*ii*) recipiente com conteúdo sólido e (*iii*) recipiente com líquido. A massa do recipiente com o sólido ou líquido é de 1 kg. O líquido utilizado é água. A aceleração do recipiente induz oscilações do líquido. O grau de oscilação depende do modo como o recipiente é acelerado, da sua geometria e das características do líquido. De forma a testar diferentes formas de aceleração utilizam-se dois tipos de velocidade das trajectórias, nomeadamente os perfis trapezoidal e parabolóide.

4.4.3 Domínio dos tempos

Tal como na experiência de estudo dos impactos, os sinais provêm de diversos sensores tais como codificadores de posição, sensores de corrente eléctrica, sensor de forças e momentos e acelerómetros montados no acessório (recipiente). Para analisar os efeitos da vibração dos líquidos causados pela aceleração do recipiente, os sinais são captados durante um intervalo de tempo de 20 s, apesar do movimento do recipiente durar apenas 5 s. As figuras 4.18a) – 4.22a) mostram os sinais nos tempos utilizando o perfil de velocidades parabolóide, enquanto que as figuras 4.18b) – 4.22b) mostram os sinais nos tempos utilizando o perfil de velocidades trapezoidal. Os sinais representados em cada figura correspondem a três casos: *i*) recipiente vazio, *ii*) recipiente com conteúdo sólido e *iii*) recipiente com conteúdo líquido.

A figura 4.18 mostra as correntes eléctricas dos motores. Como consequência, as juntas do robô rodam de acordo com a figura 4.19. Os sinais de posição das juntas 1–4 apresentam uma variação de aproximadamente 5 s, que é o tempo de duração da trajectória. De acordo com a trajectória adoptada, a junta 5 não roda.

As figuras 4.20 e 4.21 mostram, respectivamente, as forças e os momentos em consequência do movimento do recipiente. O efeito da vibração do líquido pode observar-se na componente M_y do momento (figura 4.21), quer para o perfil parabolóide, quer para o perfil trapezoidal.



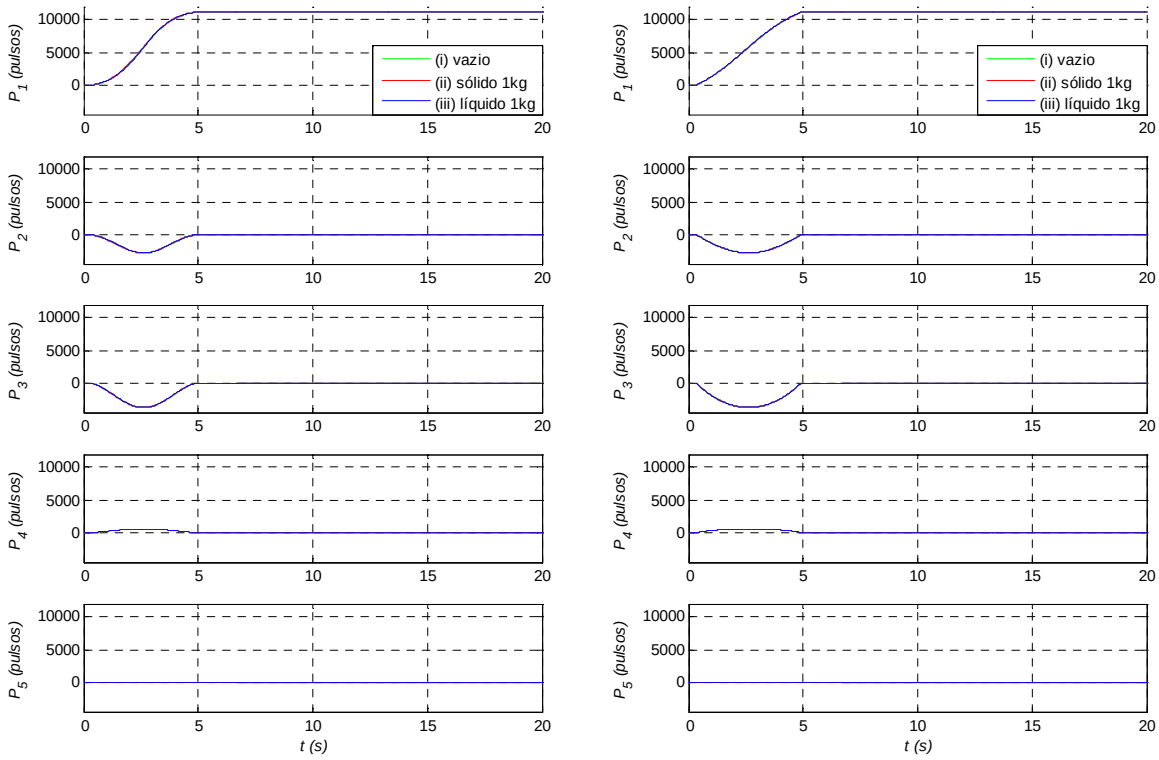
a) b)

Figura 4.18 Correntes eléctricas dos motores do robô: a) perfil parabolóide; b) perfil trapezoidal.

A figura 4.22 mostra as acelerações no extremo de fixação do recipiente (A_1) e no punho do robô (A_2). As amplitudes dos sinais dos acelerómetros para o perfil de velocidade trapezoidal são maiores no fim da trajectória que ocorre aproximadamente para t = 5 s.

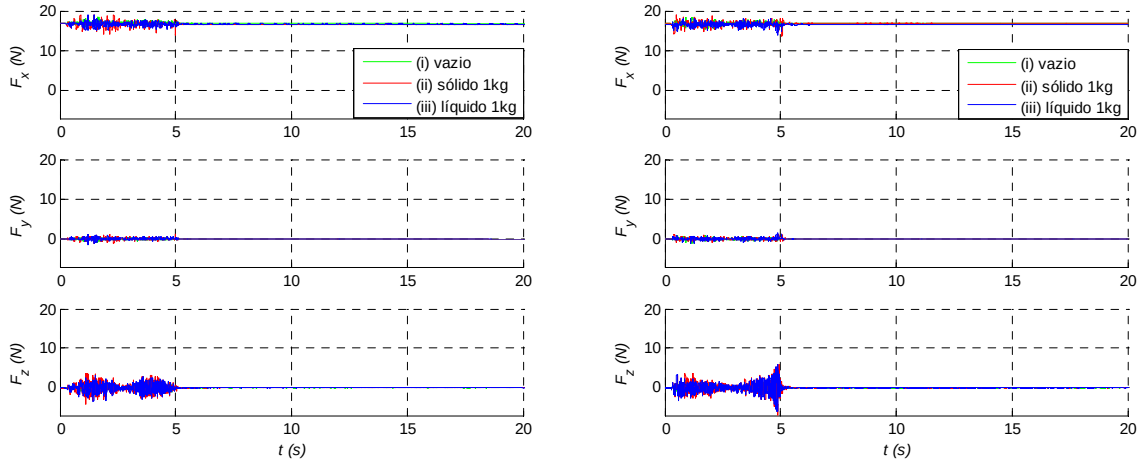
Comparando os sinais de posição das juntas para os dois perfis (figura 4.19) observa-se que a dinâmica dos sinais de posição, no início e no fim do movimento, são mais suaves para o caso do perfil parabolóide. Este facto é também reflectido nas correntes eléctricas dos motores das juntas (figura 4.18).

As dinâmicas mais suaves do perfil parabolóide têm como consequência menores forças induzidas no recipiente. Consequentemente, a amplitude de vibração do líquido, causada pelo movimento do recipiente, é menor do que as acelerações ocorridas com o perfil trapezoidal (figura 4.22). Este facto reflecte-se na medição dos momentos do sensor localizado no *gripper*, como se pode observar na ampliação parcial do sinal M_y mostrado na figura 4.21.



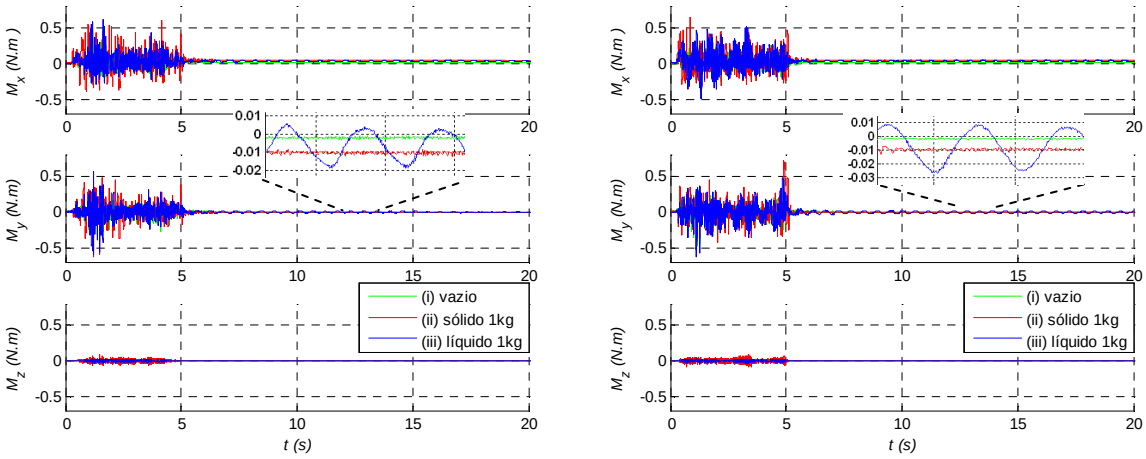
a) b)

Figura 4.19 Posições dos eixos do robô: a) perfil parabolóide; b) perfil trapezoidal.



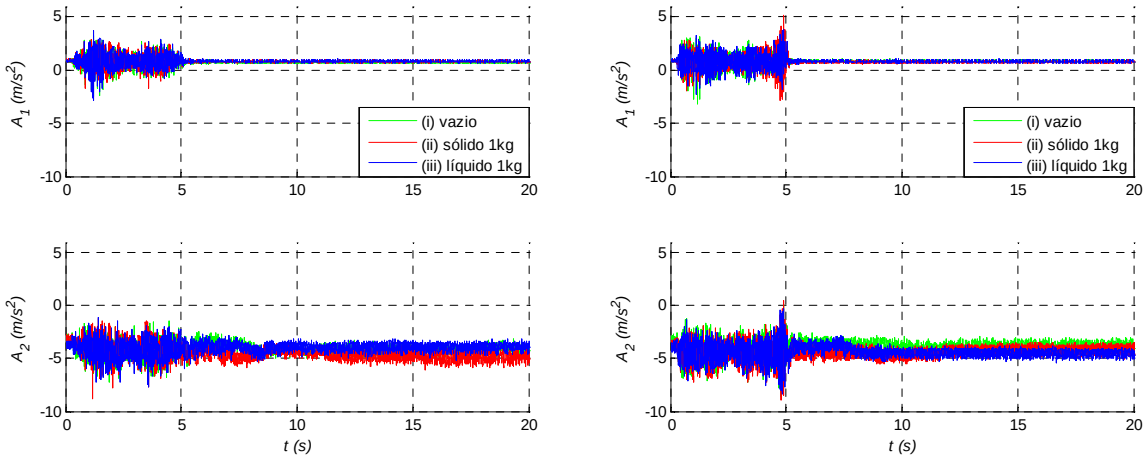
a) b)

Figura 4.20 Forças no *gripper* do robô: a) perfil parabolóide; b) perfil trapezoidal.



a) b)

Figura 4.21 Momentos no *gripper* do robô: a) perfil parabolóide; b) perfil trapezoidal.



a) b)

Figura 4.22 Acelerações do recipiente: a) perfil parabolóide; b) perfil trapezoidal.

4.4.4 Transformada de Fourier

De forma a estudar-se o comportamento da TF dos sinais, vai sobrepor-se uma LT baseada numa aproximação através da função potência (4.5), tal como se fez para o caso do estudo dos impactos. Desta forma, analisaram-se todos os sinais temporais das figuras 4.18–4.22 e seguidamente mostram-se os resultados mais relevantes.

A figura 4.23 mostra a amplitude da FFT do sinal de posição da junta 1 (caso *i*) para o perfil trapezoidal. Calculou-se uma LT e sobrepôs-se no sinal, com um declive $m = -0{,}99$, que revela claramente o comportamento de ordem inteira. Os sinais de posição apresentam um comportamento idêntico, em termos do seu espectro, para os outros casos do (*ii*) recipiente com sólido e do (*iii*) recipiente com líquido. De facto, como mostrado na figura 4.19a), os sinais de posição mantêm a mesma forma para os três casos.

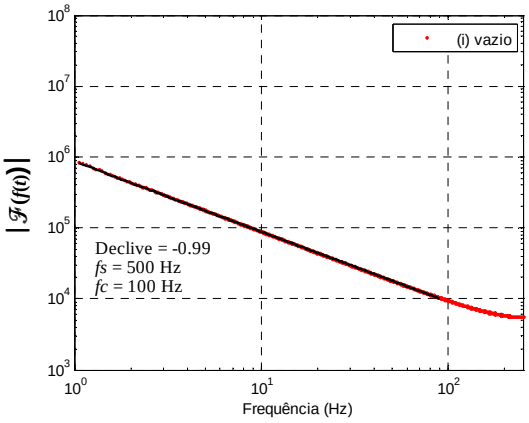


Figura 4.23 Espectro da posição da junta 1 para o perfil trapezoidal.

A figura 4.24 mostra a amplitude da FFT do sinal da posição da junta 3 (caso *i* e caso *iii*) para o perfil trapezoidal. O espectro foi aproximado por LTs numa gama de frequências maior que uma década. As LTs apresentam declives que variam ligeiramente (declive $m = -2{,}54$ para o caso *i* e declive $m = -2{,}50$ para o caso *iii*). O estudo do caso *ii*) apresenta uma LT com declive $m = -2{,}62$. Portanto, as linhas apresentam claramente um comportamento de ordem fraccionária para todos os casos.

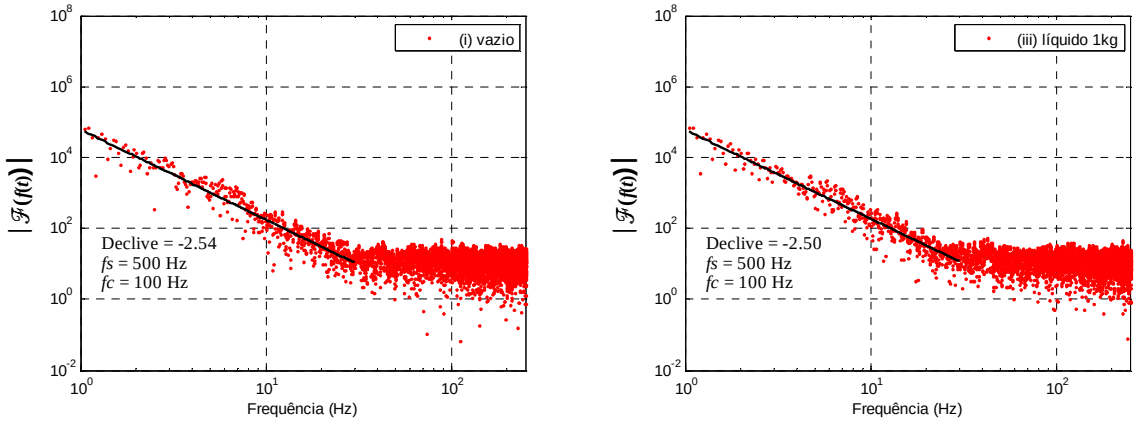


Figura 4.24 Espectro da posição da junta 3 para o perfil trapezoidal.

Os outros sinais de posição (juntas 2 e 4) foram estudados e apresentam também um espectro bem definido. As respectivas LTs apresentam declives com valores intermédios o que dificulta a sua classificação em termos de ordem inteira ou fraccionária. No que respeita ao sinal de posição da junta 5, como mantém o mesmo valor durante todo o tempo de aquisição, apresenta apenas uma componente de corrente contínua.

A figura 4.25 mostra, a título de exemplo, a amplitude da FFT da corrente eléctrica do motor da junta 3 quando o recipiente transporta líquido (caso *iii*) e se aplica o perfil de velocidade trapezoidal. Calculou-se uma LT com declive $m = -1{,}19$ para uma gama de frequências maior que uma década e sobrepôs-se ao sinal. Estudaram-se também os sinais das outras correntes e revelaram um comportamento idêntico, em termos da dispersão do seu espectro, para as condições testadas (casos *i*, *ii* e *iii*). Como já foi referido anteriormente para o estudo dos impactos, de acordo com as especificações do fabricante, a malha de controlo do robô tem um tempo de ciclo $t_c = 10$ ms. Este facto observa-se aproximadamente nos harmónicos fundamental ($f_c = 100$ Hz) e múltiplos em todos os espectros das correntes dos motores.

A figura 4.26 mostra a amplitude da FFT da componente F_x da força (caso *i*) para o perfil trapezoidal. Calculou-se uma LT com um declive $m = -2{,}52$ numa gama de frequências maior que uma década e sobrepôs-se ao sinal. A figura 4.27 mostra a amplitude da FFT da componente F_y da força (casos *i* e *iii*) para o perfil trapezoidal. Calcularam-se duas LTs com declives $m = -2{,}49$ e $m = -2{,}53$ para os casos *i*) e *iii*) numa gama de frequências maior que

uma década e sobrepuseram-se aos sinais. Os valores dos declives das componentes de força mostrados (figuras 4.26 e 4.27) mostram um comportamento de ordem fraccionária. Em geral, as forças para os outros casos não mostrados apresentam um espectro que pode ser aproximado por uma LT numa gama de frequências maior que uma década. Os declives das respectivas LTs apresentam valores intermédios o que dificulta a sua classificação em termos de ordem inteira ou fraccionária.

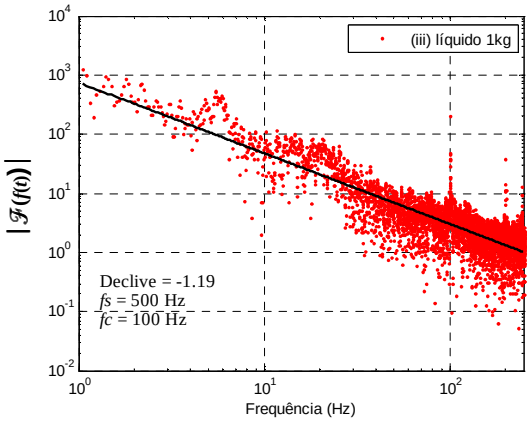


Figura 4.25 Espectro da corrente do motor da junta 3 para o perfil trapezoidal.

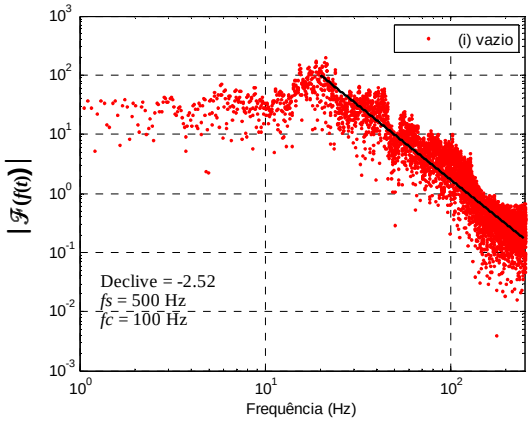
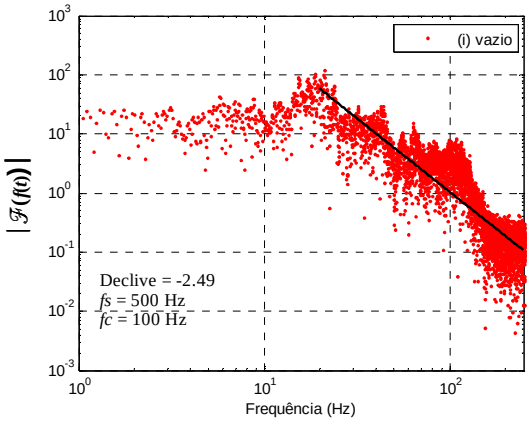


Figura 4.26 Espectro da componente F_x da força para o perfil trapezoidal.



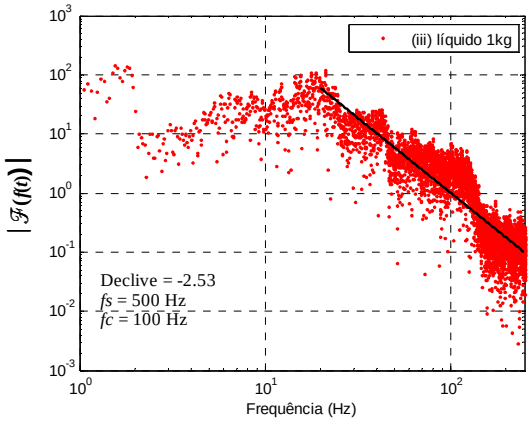


Figura 4.27 Espectro da componente F_y da força para o perfil trapezoidal.

A figura 4.28 mostra a amplitude da FFT da componente M_z do momento (caso *ii*) para o perfil trapezoidal. Este espectro não apresenta uma forma bem definida numa gama de frequências razoável (maior que uma década), o que também acontece para todos os espectros dos outros sinais de momento. Portanto, é difícil definir com precisão (na perspectiva de 4.5) o comportamento dos sinais em termos de dinâmica inteira ou fraccionária.

Por último, a figura 4.29 mostra o espectro do sinal captado do acelerómetro 1 montado no recipiente. Tal como o espectro do outro acelerómetro, este espectro apresenta dispersão e uma forma complexa. Consequentemente, é difícil definir o declive da LT do sinal.

Estudaram-se os espectros dos sinais para o perfil trapezoidal em termos do respectivo comportamento inteiro *versus* fraccionário. Os espectros para o perfil parabolóide foram também analisados. Os sinais nos tempos para o perfil parabolóide apresentam dinâmica mais suave que os correspondentes para o perfil trapezoidal. No entanto, ambos os casos revelam comportamento idêntico em termos das características inteira *versus* fraccionária.

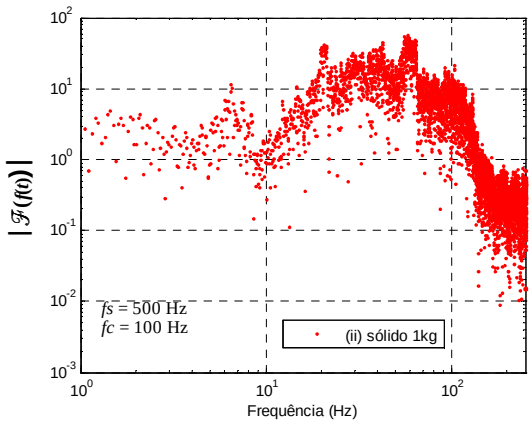


Figura 4.28 Espectro da componente M_z do momento para o perfil trapezoidal.

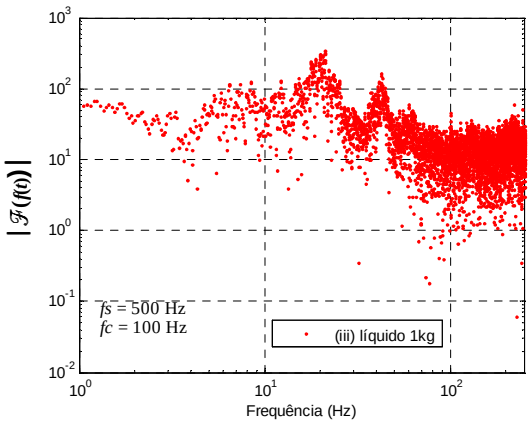


Figura 4.29 Espectro da aceleração A_1 do recipiente para o perfil trapezoidal.

4.4.5 Transformada de Fourier com janela

Nas figuras 4.23–4.29 apresentaram-se diversos espectros de sinais captados durante aproximadamente 20 s. Os espectros para a maioria dos sinais apresentam dispersão. Tal como se fez no estudo dos impactos, de forma a obter-se um espectro com menor dispersão, vai-se utilizar um algoritmo com múltiplas janelas, como é o caso da TFJ. Assim, ao calcular a TF de "fatias" temporais dos sinais, o espectro resultante apresenta uma curva mais suave quando comparada com o espectro de todo o sinal temporal. De modo a estudar o comportamento de cada TF $X_{jan}(\omega,\tau)$ (2.14) correspondente a cada "fatia" temporal, e tal como foi feito para o estudo dos impactos, sobrepôs-se ao espectro uma LT com declive m_i durante, pelo menos, uma década. Com esta ideia em mente, é possível relacionar o declive m da LT da TF clássica, com o conjunto de declives m_i das LTs da TFJ. De facto, o declive m da LT sobreposta à TF pode ser visto, de forma heurística, como a média pesada dos declives m_i das LTs da TFJ obtidas para as n janelas (Lima, *et al.*, 2008a):

$$m_{medio} \sim \sum_{i=1}^{n} a_i m_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} a_i \tag{4.6}$$

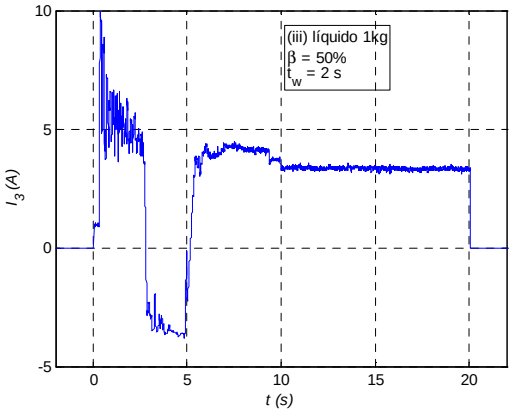
onde o peso a_i é a energia do sinal para cada janela i da TFJ (i = 1,..., n).

A prática demonstra que esta fórmula heurística é apropriada quando a LT se adapta bem aos dados numéricos.

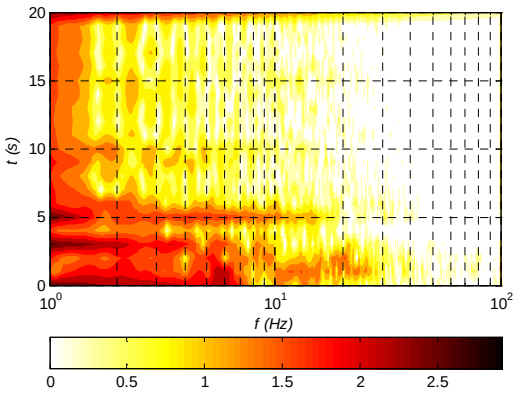
Nesta linha de pensamento, o espectro dos sinais aproximados por LTs vão ser analisados com a TFJ. No estudo vai-se utilizar a janela Gaussiana (ver apêndice A) com α = 2,5. Os parâmetros temporais adequados da janela para a TFJ, nomeadamente a largura da janela t_w = 2 s e a sobreposição β = 50% obtiveram-se pelo método de tentativa e erro (Lima, *et al.*, 2007e) (Lima, *et al.*, 2008a).

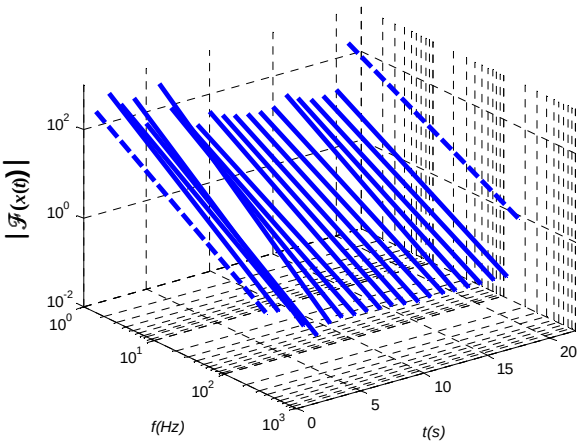
A figura 4.30a) mostra a corrente do motor da junta 3 para o perfil trapezoidal (caso *iii*). A figura 4.30b) mostra o espectro ao longo do tempo obtido pela TFJ. De acordo com a abordagem utilizada anteriormente, calculou-se uma LT entre as frequências $1 < f < 250$ Hz para o espectro obtido para cada uma das janelas deslizantes. O conjunto das LTs resultantes mostra-se na figura 4.30c). As LTs para as janelas centradas aproximadamente nos instantes τ = 0 s e τ = 20 s (linhas a tracejado) apresentam um comportamento distinto resultante do

sinal apresentar uma truncatura abrupta nos extremos temporais. Este facto pode também observar-se parcialmente na figura 4.30b). Aqui o espectro apresenta uma energia considerável para as frequências $1 < f < 100$ Hz em $\tau = 20$ s devido às descontinuidades do sinal no tempo. Consequentemente não se consideram estas LTs no estudo. O valor dos declives das LTs restantes mostradas na figura 4.30c) variam entre $-1{,}49 < m < -0{,}97$. Utilizando a equação (4.6), obtém-se o valor do declive equivalente $m_{medio} = -1{,}16$, que é próximo do valor do declive $m = -1{,}19$ da LT da TF calculada para a mesma gama de frequências $1 < f < 250$ Hz (figura 4.25).



a)

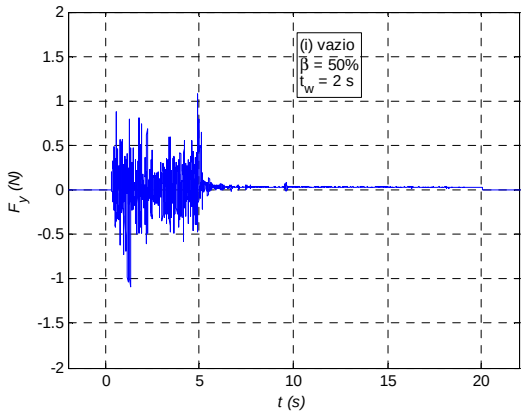




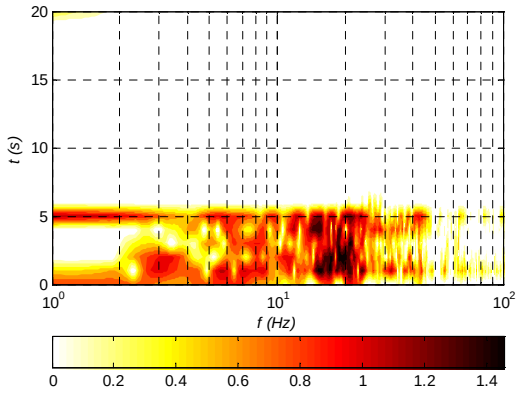
b) c)

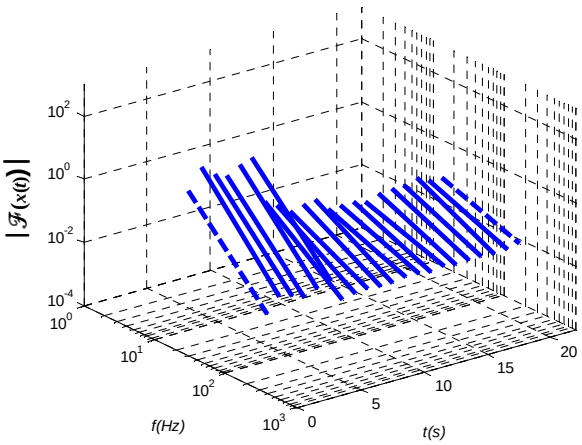
Figura 4.30 Corrente do motor da junta 3 para caso *iii*) utilizando o perfil trapezoidal: a) sinal nos tempos; b) espectro da TFJ; c) declives da TFJ.

A figura 4.31 mostra um conjunto de sinais relativos à TFJ da componente F_y da força para o caso *i*) utilizando o perfil trapezoidal. Os valores dos declives da LTs (desprezando as LTs a tracejado) mostradas na figura 4.31c) variam no intervalo $-2{,}68 < m < -0{,}80$. Utilizando a expressão heurística (4.6), o declive equivalente obtido é $m_{medio} = -2{,}47$, que é de novo próximo do valor do declive $m = -2{,}49$ da LT da TF sobreposta na mesma gama de frequências $20 < f < 250$ Hz (figura 4.27, caso *i*).



a)

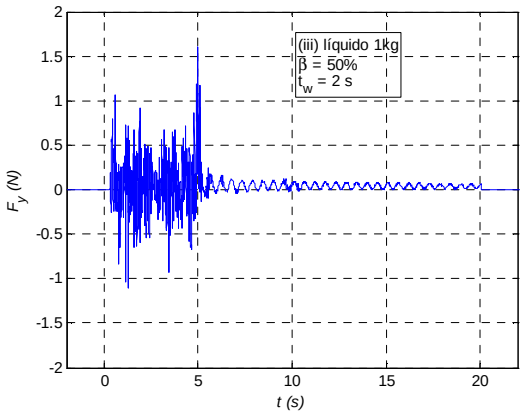




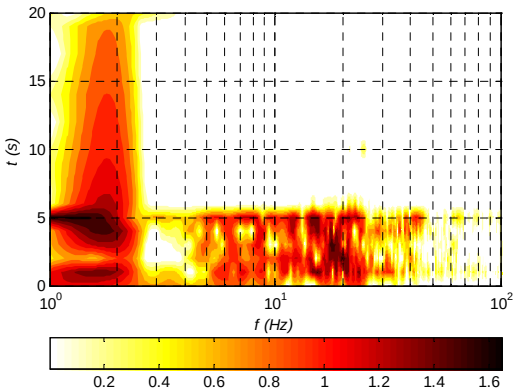
b) c)

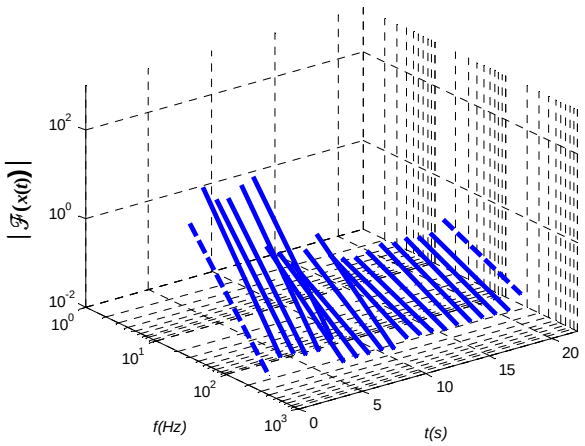
Figura 4.31 Componente *Fy* da força para o caso *i*) utilizando o perfil trapezoidal: a) sinal nos tempos; b) espectro da TFJ; c) declives da TFJ.

Por último, a figura 4.32 mostra o conjunto de sinais relativos à TFJ da componente F_y da força para o caso *iii*) utilizando o perfil trapezoidal. A oscilação do sinal no domínio dos tempos (figura 4.32a) revela o efeito da oscilação do líquido durante o tempo de aquisição de 20 s. Este facto observa-se na figura 4.32b) onde a energia do espectro para aproximadamente $1 < f < 2{,}5$ Hz apresenta um valor significativo. Os valores dos declives da LTs (desprezando as LTs a tracejado) variam no intervalo $-2{,}74 < m < -0{,}80$. Utilizando a equação (4.6) obtém-se o valor do declive equivalente $m_{medio} = -2{,}45$. Novamente, este valor é próximo de $m = -2{,}53$, ou seja, do declive da LT da TF sobreposta na mesma gama de frequências (figura 4.27, caso *iii*).



a)





b) c)

Figura 4.32 Componente *Fy* da força para o caso *iii*) utilizando o perfil trapezoidal: a) sinal nos tempos; b) espectro da TFJ; c) declives da TFJ.

4.4.6 Conclusões

Nesta experiência relativa ao estudo da dinâmica induzida pelo recipiente com líquido analisaram-se diversos sinais experimentais. A dimensão da oscilação depende, entre outros aspectos, do modo como o recipiente é acelerado e desacelerado. De modo a testar diferentes formas de aceleração, utilizaram-se dois tipos de velocidade de trajectória: o perfil trapezoidal e o perfil parabolóide. Apesar dos sinais nos tempos exibirem dinâmica diferente, os seus espectros apresentam comportamento idêntico em termos da característica inteira *versus* fraccionária. O estudo realizado fez-se numa perspectiva do CF e a utilização da TFJ confirma a natureza fraccionária dos sinais cujo comportamento foi analisado através da TF clássica. Os resultados deste estudo podem ser utilizados na concepção de um sistema de controlo para reduzir ou eliminar o efeito indesejado das vibrações provocadas pela oscilação dos líquidos.

4.5 Classificação dos sinais

4.5.1 Introdução

Como se viu nas experiências anteriores o sistema robótico capta sinais de diversos sensores, nomeadamente dos codificadores de posição, dos sensores de corrente, dos sensores de forças e momentos e dos acelerómetros montados no acessório. Devido à multiplicidade de sensores, os dados obtidos podem ser redundantes porque o mesmo tipo de informação pode ser captado por dois ou mais sensores. Devido ao preço dos sensores, este aspecto pode ser considerado de forma a reduzir o custo do sistema. Por outro lado, a colocação dos sensores é um aspecto importante de forma a obter os sinais apropriados relativos ao fenómeno das vibrações. Nesta linha de pensamento vai-se realizar um estudo para a classificação dos sensores.

Diversos autores estudaram o assunto da classificação dos sensores. Em (White, 1987) apresenta-se um método de categorização flexível e fácil de adoptar que é útil para a descrição e comparação dos sensores. O autor organiza os sensores de acordo com diversos aspectos: grandeza física a medir, aspecto tecnológico, meio de detecção, fenómeno de conversão, material do sensor e campos de aplicação. Em (Michahelles, *et al.*, 2003) propõe-se uma

sistematização no uso da tecnologia dos sensores. Identificam-se seis dimensões dos sensores que representam os objectivos dos sensores na sua interacção física.

Actualmente a tecnologia oferece uma gama variada de sensores. De modo a usar toda a informação proveniente de uma diversidade de sensores é necessária uma arquitectura de integração. Existem diversas técnicas utilizadas para a fusão dos sinais dos sensores quando se lida com o problema da combinação da informação proveniente de sensores de natureza diversa, de modo a obter-se uma melhor "imagem" de uma dada situação. Como exemplos de métodos de fusão incluem-se os métodos de decisão ponderada (técnicas por votação), de inferência clássica, de inferência de Bayes, o método de Dempster-Shafer, a lógica difusa e as redes neuronais. O estudo da fusão dos dados tem sido alvo de grande interesse por parte da comunidade científica (Luo, *et al.*, 1990) (Esteban, *et al.*, 2005). Em (Hackett, *et al.*, 1990) apresenta-se uma revisão dos métodos de fusão. Henderson e Shilcrat (Henderson, *et al.*, 1984) introduziram o conceito de sensor lógico, que consiste na especificação de uma definição abstracta de um sensor com uma estrutura uniforme para a integração num sistema de sensores múltiplos.

Os últimos desenvolvimentos nos sensores electromecânicos miniatura (micro electro mechanical sensors – MEMS) com capacidades de comunicação sem fios tornam as redes de sensores possíveis com capacidades bastante promissoras. Esta tecnologia tem sido proposta para diferentes aplicações (Arampatzis, *et al.*, 2005), incluindo a robótica. Em (Cheekiralla, *et al.*, 2005) propõe-se uma classificação das redes de sensores sem fios de acordo com as suas funcionalidades e atributos.

Nesta ordem de ideias apresenta-se um estudo com vista a classificar os sensores do sistema robótico utilizando o comportamento espectral dos sinais.

4.5.2 Descrição da experiência

Neste estudo utiliza-se de novo o sistema robótico apresentado no capítulo 3. Adopta-se um conjunto de experiências em que uma vareta de aço, montada no órgão terminal do robô, provoca um impacto numa superfície (ver figura 4.4). A vareta pode ter diferentes características geométricas conforme se indicam na tabela 4.4. Por outro lado, a superfície de impacto apresenta diferentes graus de rigidez conforme a espessura da tela é fina ou grossa.

Adicionalmente, é também testada a situação de ausência de impacto. Programa-se o movimento do robô para que a vareta se mova contra uma superfície de impacto. O movimento produz vibrações no manipulador devidas aos modos estruturais e à interacção com o meio ambiente. Durante o movimento adquirem-se diversos sinais a uma frequência de amostragem f_s = 500 Hz que são gravados no computador.

Tabela 4.4 Características das varetas de aço.

Característica	**Vareta fina**	**Vareta grossa**
Massa (kg)	0,107	0,195
Comprimento (m)	0,475	0,475
Diâmetro (m)	$5{,}75 \times 10^{-3}$	$7{,}9 \times 10^{-3}$

De forma a ter-se um conjunto alargado de sinais captados durante o impacto da vareta na tela vertical definiram-se treze trajectórias. Estas trajectórias baseiam-se em diversos pontos escolhidos de forma sistemática no espaço de trabalho do robô, localizados num sistema de coordenadas cartesianas virtuais (figura 4.33). Este sistema de coordenadas é completamente independente do utilizado pelo sistema de aquisição de dados. Para cada trajectória o movimento do robô começa num destes pontos, move-se contra a superfície de impacto e volta à posição inicial, utilizando um perfil de velocidade parabolóide.

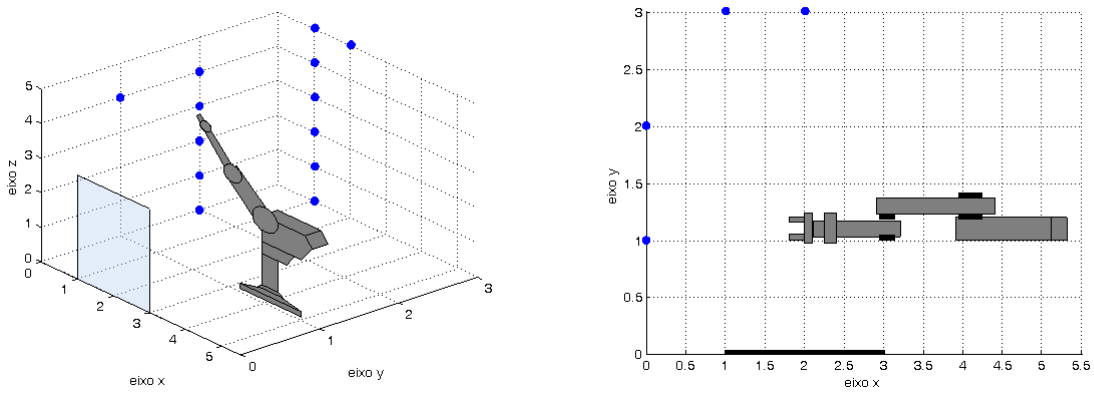
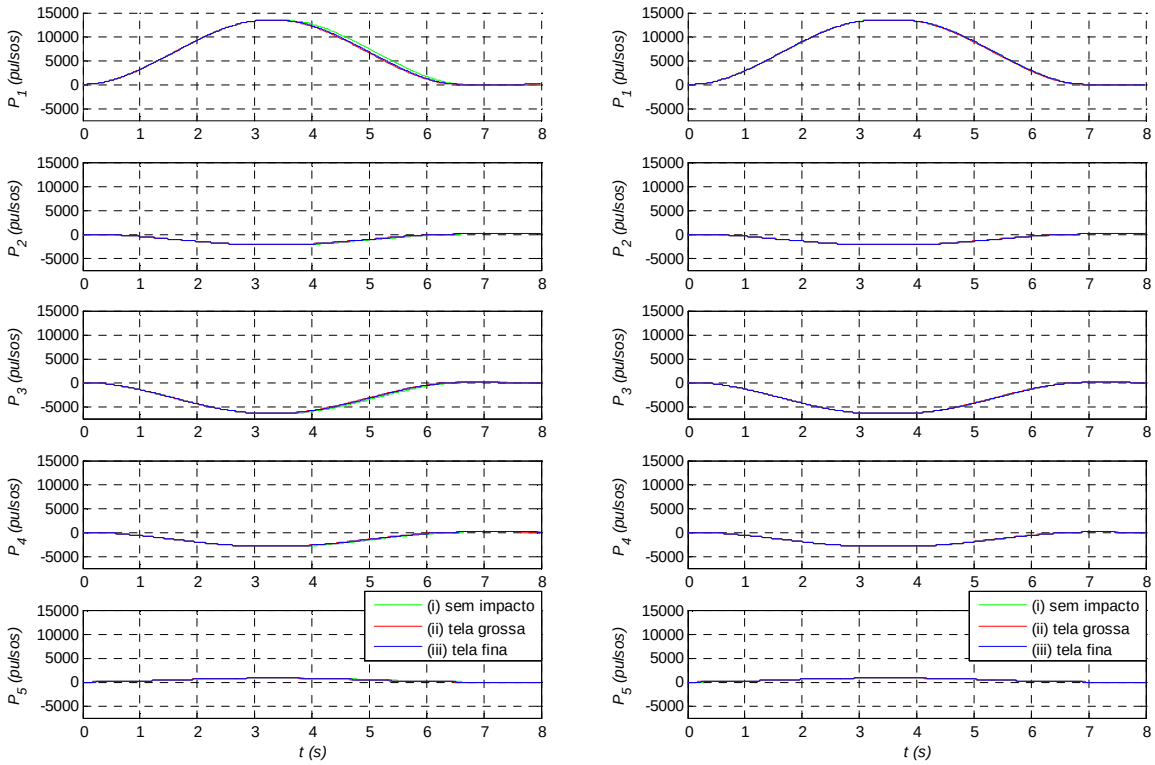


Figura 4.33 Representação esquemática {3D, 2D} do robô e da superfície de impacto no sistema de coordenadas cartesianas virtuais.

4.5.3 Domínio dos tempos

Como se referiu no capítulo 3 o sistema robótico permite captar diversos sinais, nomeadamente: a posição e a corrente eléctrica dos motores dos cinco eixos de rotação, as forças e momentos gerados no punho do manipulador e as acelerações do acessório montado no robô. As figuras 4.34a) – 4.38a) mostram os sinais nos tempos gerados pelo impacto da vareta fina, enquanto que as figuras 4.34b) – 4.38b) mostram os sinais nos tempos gerados pelo impacto da vareta grossa.

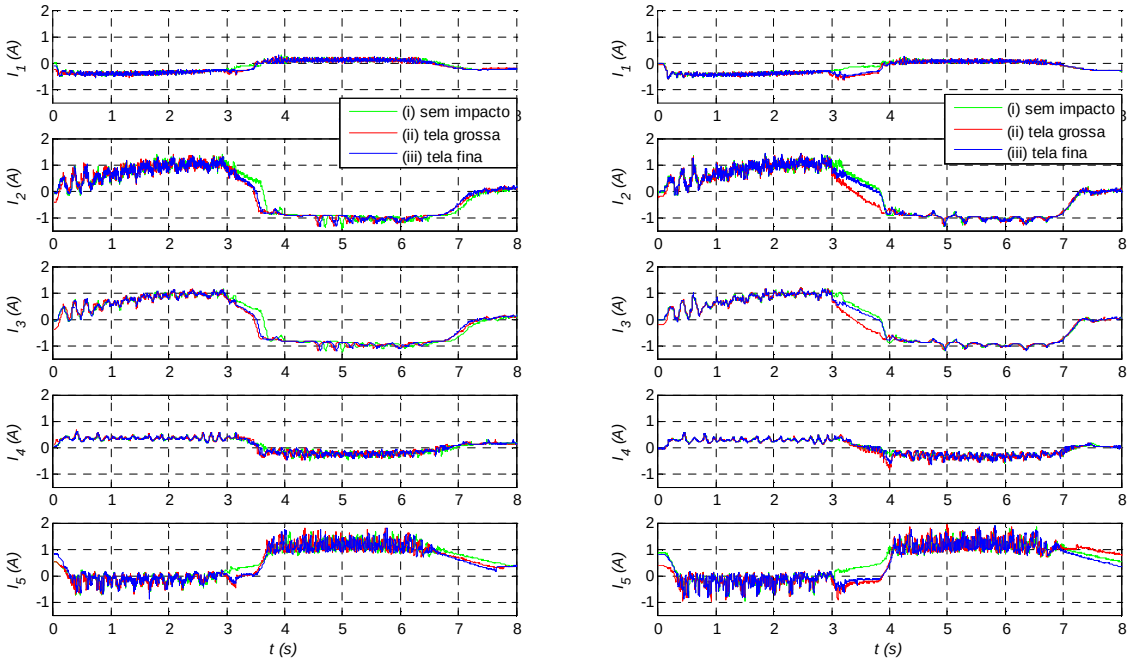


a) b)

Figura 4.34 Posições dos eixos do robô: a) vareta fina; b) vareta grossa.

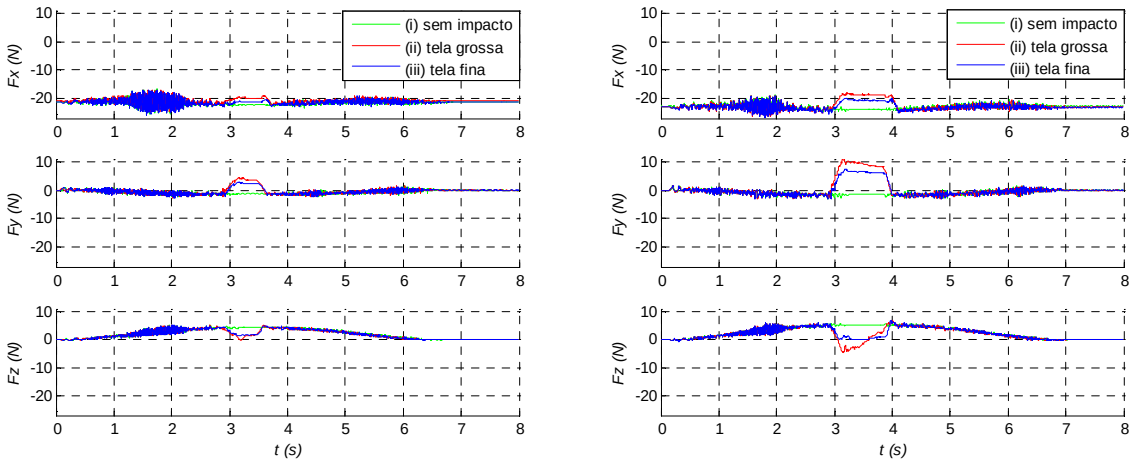
Os sinais representados em cada figura correspondem a três casos: *i*) sem impacto, *ii*) impacto na tela grossa e *iii*) impacto na tela fina. Observa-se que existe uma variação acentuada dos sinais no instante de impacto que ocorre, aproximadamente, para t = 3 s. Consequentemente, o

efeito das forças (figura 4.36) e momentos (figura 4.37) de impacto reflecte-se nas correntes requeridas pelos motores do robô (figura 4.35). Além disso, como seria de esperar, as amplitudes das forças geradas com a tela grossa (caso *ii*) são maiores do que as geradas com a tela fina (caso *iii*). Por outro lado, as forças com a vareta grossa (figura 4.36b) são maiores do que as que ocorrem com a vareta fina (figura 4.36a). Os momentos apresentam também um comportamento idêntico em termos de variação de amplitude para as condições testadas (figura 4.37). A figura 4.38 mostra as acelerações no extremo livre da vareta (A_1 – sinal do acelerómetro 1), onde ocorrem os impactos, e no extremo fixo da vareta (A_2 – sinal do acelerómetro 2). As amplitudes dos sinais dos acelerómetros são maiores do lado da vareta onde ocorre o impacto. Além disso, os valores das acelerações obtidos para a vareta fina (figura 4.38a) são maiores do que aquelas para a vareta grossa (figura 4.38b), pois a vareta fina é mais flexível.



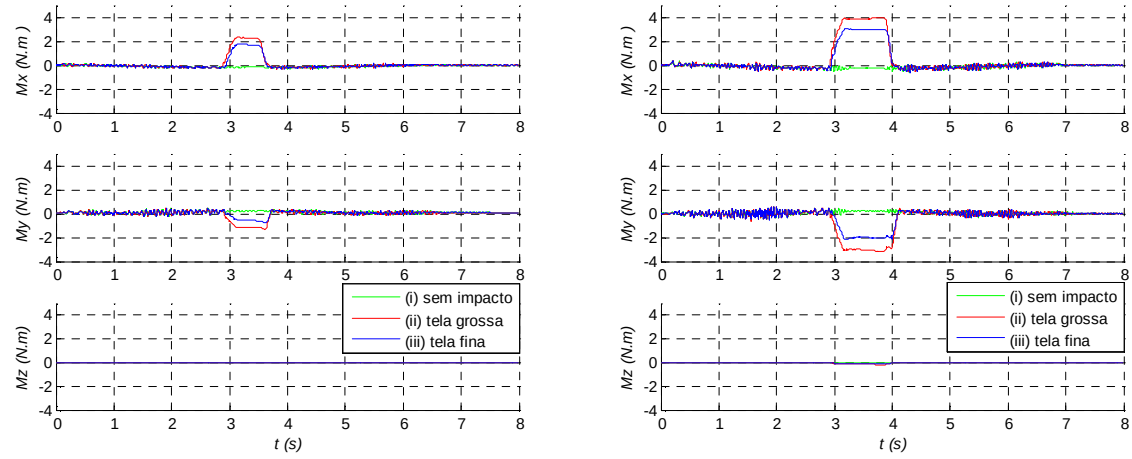
a) b)

Figura 4.35 Correntes eléctricas dos motores do robô: a) vareta fina; b) vareta grossa.



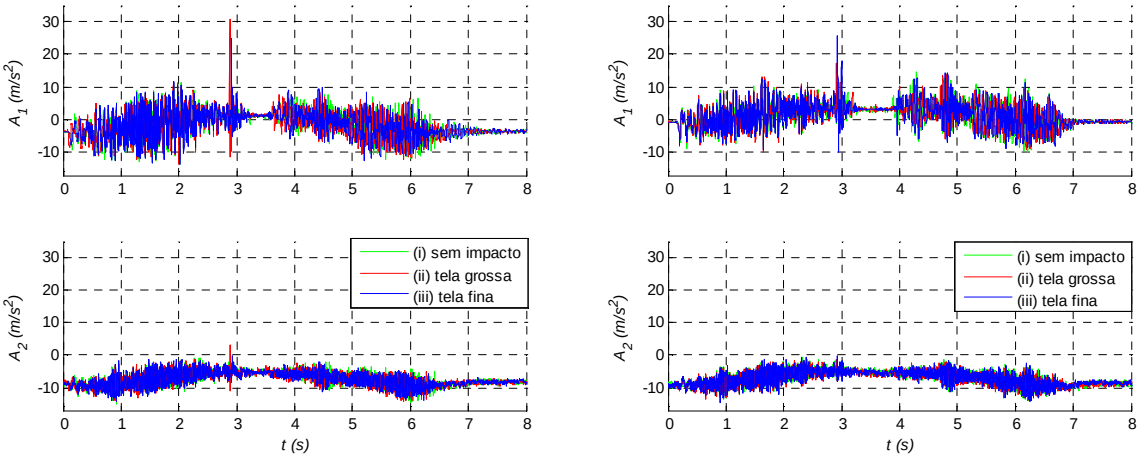
a) b)

Figura 4.36 Forças no *gripper* do robô: a) vareta fina; b) vareta grossa.



a) b)

Figura 4.37 Momentos no *gripper* do robô: a) vareta fina; b) vareta grossa.



a) b)

Figura 4.38 Acelerações da vareta: a) vareta fina; b) vareta grossa.

4.5.4 Domínio das frequências

As figuras 4.39–4.44 mostram, a título de exemplo, o espectro de alguns sinais captados durante o movimento do robô. Estas figuras ilustram o comportamento diferente do espectro em função do sinal em análise. Estudaram-se todos os sinais do conjunto de trajectórias referidas na subsecção 4.5.2, mas em seguida referem-se apenas os aspectos mais relevantes de alguns deles. De forma a examinar o espectro dos sinais de forma sistemática, sobrepôs-se uma LT sobre o espectro de cada tipo de sinal, numa gama de frequências igual ou superior a uma década e aproximadamente no meio da gama de frequências do conteúdo espectral. Tal como anteriormente, a LT baseia-se na equação (4.5). O valor *m* do declive das LTs indica-se nas figuras.

A figura 4.39 mostra a amplitude da FFT do sinal de posição da junta 3. Calculou-se uma LT e sobrepôs-se ao sinal (caso *iii*). Estudaram-se também os outros sinais de posição, mostrando um comportamento idêntico em termos da dispersão do espectro, com a utilização da vareta fina ou grossa e para os casos de impacto ou não.

A figura 4.40 mostra a amplitude da FFT para a corrente eléctrica do motor da junta 3 (caso *ii*) com a LT que aproxima o respectivo espectro. Nos espectros das correntes dos motores

verifica-se, mais uma vez, o aparecimento do harmónico fundamental (f_c = 100 Hz) e múltiplos originados pelo tempo de ciclo t_c = 10 ms da malha de controlo do robô.

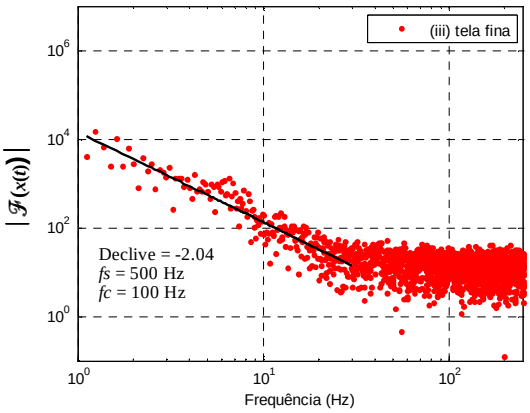


Figura 4.39 Espectro do sinal de posição da junta 3.

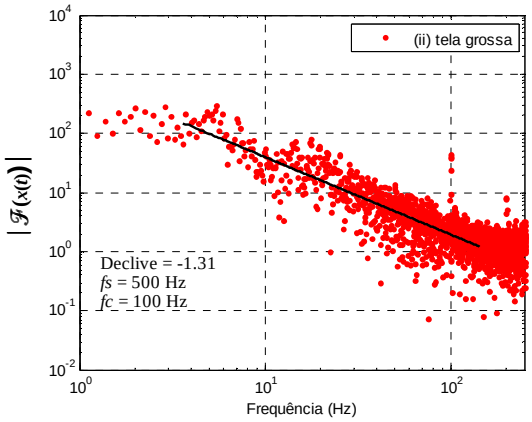


Figura 4.40 Espectro do sinal de corrente do motor da junta 3.

A figura 4.41 mostra a amplitude da componente de força F_z (caso *i*). Este espectro não apresenta uma forma bem definida numa gama de frequências razoável (maior que uma década). No entanto, o espectro foi aproximado por uma LT numa gama de frequências de aproximadamente uma década, de forma a obter-se um método sistemático de comparação. A título de exemplo, para a mesma componente da força F_z (caso *i*), a figura 4.42 mostra a amplitude *versus* fase do espectro. Verifica-se que existe uma dispersão acentuada relativamente à fase. Analisou-se esta representação para os diversos sinais e verificou-se igualmente uma dispersão acentuada, pelo que esta representação revela-se inapropriada para a comparação do comportamento do espectro.

A figura 4.43 mostra a amplitude da FFT da componente M_z do momento (caso *i*). Tal como a força F_z mostrada anteriormente, este espectro não apresenta uma forma bem definida numa gama de frequências razoável; no entanto, pela razão atrás referida, este espectro foi também aproximado por uma LT numa gama de frequências de aproximadamente uma década.

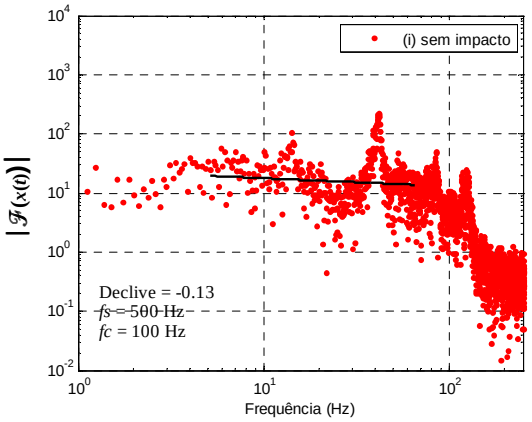


Figura 4.41 Espectro do sinal da componente F_z da força.

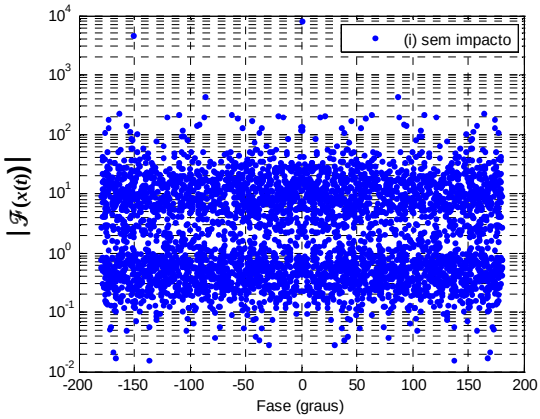


Figura 4.42 Amplitude *versus* fase do espectro da componente F_z da força.

Por último, a figura 4.44 mostra o espectro do sinal captado do acelerómetro 2 (caso *i*) montado no extremo fixo da vareta. De novo, aproximou-se o espectro por uma LT numa gama de frequências de aproximadamente uma década.

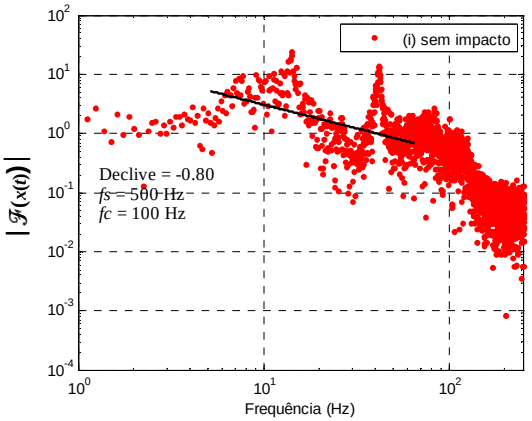


Figura 4.43 Espectro do sinal da componente M_z do momento.

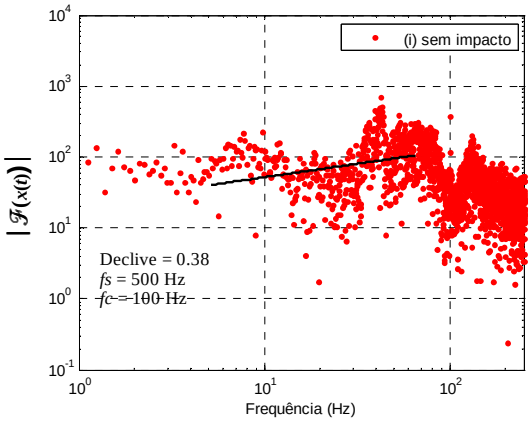


Figura 4.44 Espectro do sinal de aceleração no extremo fixo da vareta (A_2).

Enquanto as LTs utilizadas para os espectros dos sinais de posição e correntes eléctricas parecem apropriados, a mesma técnica utilizada para as forças/momentos e acelerações é

discutível. Contudo, utilizaram-se as LTs para os espectros de todos os sinais de forma a obterem-se resultados comparáveis. Na verdade, vai-se tentar estabelecer uma relação entre os sinais do mesmo sistema com base no comportamento do espectro. Existem outras abordagens, como por exemplo, a correlação entre os sinais que serão alvo de estudo em desenvolvimentos futuros.

4.5.5 Análise do declive das linhas de tendência aproximadoras do espectro

Utilizando os diversos valores dos declives das LTs do espectro vai-se proceder à sua análise estatística. De acordo com a descrição feita anteriormente, durante cada trajectória do robô captaram-se dezoito sinais. Para cada trajectória existem três casos: *i*) sem impacto, *ii)* impacto da vareta na tela grossa, *iii*) impacto da vareta na tela fina. Como referido anteriormente, definiram-se treze trajectórias. Adicionalmente, as mesmas trajectórias foram executadas com a vareta fina e com a vareta grossa. Estas variantes conduzem a uma população de 1404 valores de declives.

O diagrama de caixas[12] fornece um resumo visual de diversos aspectos da distribuição dos dados. Indica a média, o quartil inferior (primeiro quartil) e o quartil superior (terceiro quartil), os valores extremos superior e inferior (bigodes) e os valores atípicos (*outliers*). A interpretação do diagrama de caixas (ver figura 4.45) é a seguinte. A linha dentro do rectângulo (caixa) mostra o valor médio dos dados. A caixa é desenhada de modo a que 50% dos dados estão contidos no interior da caixa. De referir ainda que 75% dos dados apresentam valores inferiores ao topo da caixa e 25% dos dados apresentam valores inferiores ao fundo da caixa. As linhas superior e inferior são os "bigodes" que correspondem a duas linhas que vão do rectângulo aos valores mais afastados, que não sejam valores atípicos, mostrando a gama de valores dos dados. Os valores atípicos são assinalados individualmente pelo símbolo (+) e situam-se para além dos "bigodes". De referir que a largura dos rectângulos não tem qualquer significado. A amplitude interquartil (IQR *interquartile range*) obtém-se pela subtracção do primeiro quartil ao terceiro quartil e é uma forma robusta para descrever a dispersão dos dados.

[12] Também conhecido como diagrama de caixa de bigodes, ou simplesmente caixa de bigodes (do inglês *box plot* ou *box-and-whisker diagram*) e ainda, e porventura mais conhecida, diagrama de extremos e quartis.

A figura 4.45 mostra o diagrama de caixas dos declives das LTs para os três casos utilizando a vareta fina, nomeadamente: *i*) sem impacto, *ii*) impacto da vareta na tela grossa, e *iii*) impacto da vareta na tela fina. A figura 4.46 mostra os IQRs *versus* as medianas respectivas. Desta figura é possível definirem-se três grupos de sinais assinalados pelas três elipses. Os sinais das forças $\{F_x, F_y, F_z\}$ e das acelerações $\{A_1, A_2\}$ localizam-se próximos uns dos outros. Os sinais de posição $\{P_1, P_2, P_3, P_4, P_5\}$, dos momentos $\{M_x, M_y\}$ e da corrente eléctrica I_3 situam-se no lado esquerdo da figura. Por último, os sinais das correntes eléctricas $\{I_1, I_2, I_4, I_5\}$ situam-se no meio da figura e próximos entre si. Resta o sinal de momento M_z que aparentemente fica isolado.

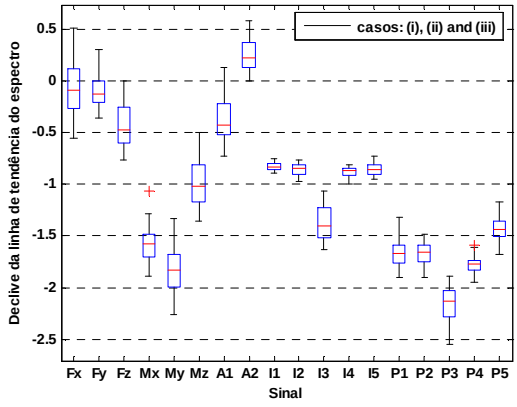


Figura 4.45 Diagrama de caixas para os declives das LTs do espectro de todos os sinais para os casos (*i*, *ii*, *iii*) utilizando a vareta fina.

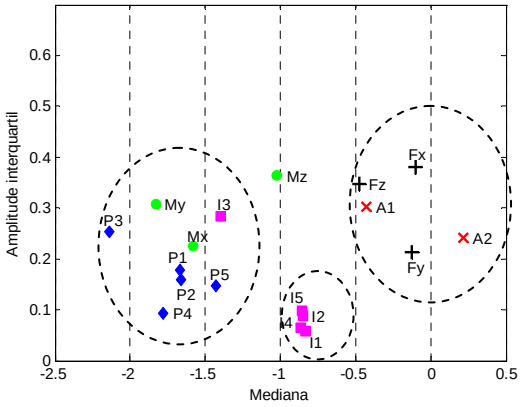


Figura 4.46 Amplitude interquartil *versus* mediana para todos os casos (*i*, *ii*, *iii*) utilizando a vareta fina.

As figuras 4.47 e 4.48 mostram a mesma análise estatística descrita anteriormente, mas agora para a situação da vareta grossa. Na figura 4.48 podem-se de novo definir três grupos de sinais. Um grupo é formado pelos sinais $\{F_x, F_y, F_z, A_1, A_2\}$ e o segundo grupo é formado pelos sinais $\{I_1, I_2, I_4, I_5\}$. O terceiro grupo é constituído pelos sinais $\{P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, M_x, M_y, M_z, I_3\}$. Comparando com o caso estudado anteriormente referente à vareta fina, verifica-se que agora o sinal M_z se juntou ao grupo dos "momentos e posições".

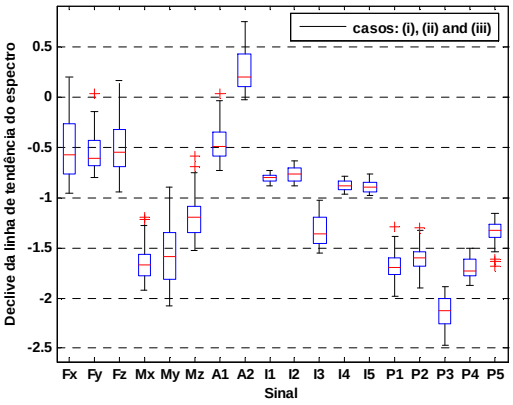


Figura 4.47 Diagrama de caixas para os declives das LTs do espectro de todos os sinais para os casos (*i*, *ii*, *iii*) utilizando a vareta grossa.

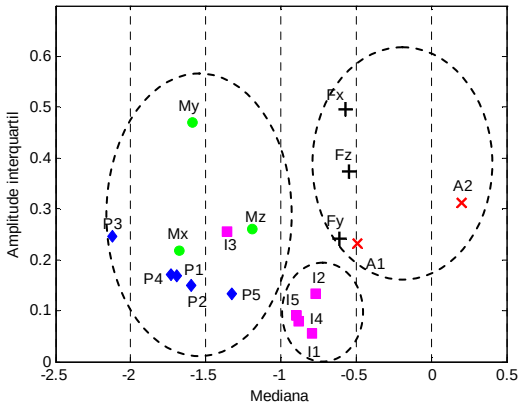


Figura 4.48 Amplitude interquartil *versus* mediana para todos os casos (*i*, *ii*, *iii*) utilizando a vareta grossa.

Finalmente, as figuras 4.49 e 4.50 mostram a estatística para a globalidade dos declives das LTs dos espectros, considerando os dados da vareta fina e vareta grossa. Observam-se novamente três grupos de sinais: o grupo das "posições e momentos", o grupo das "correntes" e o grupo das "forças e acelerações". Como se pode observar o sinal de corrente I_3 continua a pertencer ao mesmo grupo das "posições e momentos".

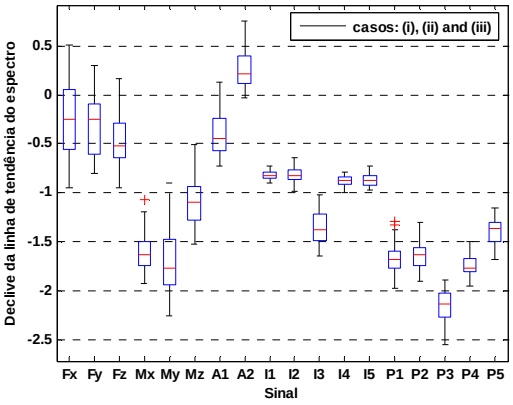


Figura 4.49 Diagrama de caixas para os declives das LTs do espectro de todos os sinais para os casos (*i*, *ii*, *iii*) utilizando as varetas fina e grossa.

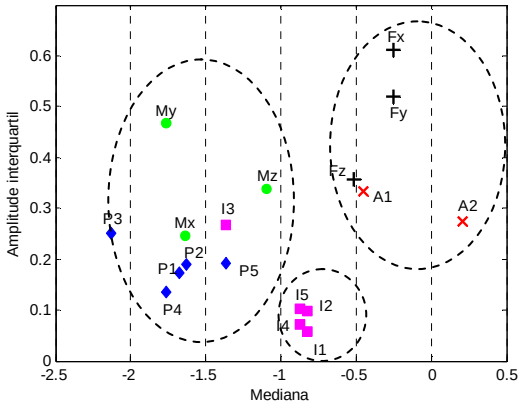


Figura 4.50 Amplitude interquartil *versus* mediana para todos os casos (*i*, *ii*, *iii*) utilizando as varetas fina e grossa.

4.5.6 Conclusões

Nesta experiência relativa à classificação dos sinais analisaram-se diversos sinais robóticos experimentais nas condições de impacto ou ausência de impacto. Os testes demonstraram que o espectro é basicamente o mesmo para o caso do impacto na tela grossa e para os outros casos. Apresentou-se um método de classificação dos sinais baseado no comportamento do espectro dos sinais e que conduziu à obtenção de três grupos de sinais. Os resultados obtidos abrem caminho à comparação com outros métodos, como, por exemplo, a correlação dos sinais, de forma a clarificar os aspectos que conduzem à classificação proposta.

4.6 Resumo

Neste capítulo analisaram-se os sinais robóticos captados em diversas situações e para diferentes acessórios montados no punho do robô. Adoptaram-se diversas experiências em que o acessório utilizado foi uma lâmina de alumínio, uma vareta de aço ou um recipiente que pode conter líquidos. Na experiência com a lâmina são geradas vibrações em face do movimento do robô, permitindo assim mostrar as potencialidades do sistema robótico desenvolvido. Na experiência com a vareta de aço montada no punho do robô, este foi programado de modo efectuar uma trajectória em que a vareta embate numa tela. Os espectros dos sinais captados foram analisados e verificou-se que alguns sinais evidenciaram comportamentos de ordem fraccionária. Na experiência com o recipiente, estudou-se o comportamento dos sinais robóticos em face da movimentação de líquidos. Novamente, os espectros dos sinais captados foram analisados e verificou-se que alguns evidenciaram comportamentos de ordem fraccionária. A TFJ utilizada nos estudos referidos anteriormente revelou-se uma ferramenta adequada para a análise dos sinais não estacionários, como é o caso dos sinais originados por impactos e vibrações e movimentação de líquidos. Por último, fez-se um estudo estatístico do comportamento do espectro dos sinais e apresentou-se um método de classificação dos sinais.

Os estudos efectuados quanto ao comportamento dos sinais podem fornecer informação útil para a concepção de um sistema de controlo para reduzir ou eliminar o efeito negativo das vibrações. Adicionalmente, a classificação dos sinais contribui para uma melhor clarificação

do papel dos diversos sensores e pode assim fornecer informação útil para a optimização da instrumentação utilizada nos sistemas robóticos.

Capítulo 5

Estudo dos Sinais Através da Informação Mútua e da Reconstrução do Espaço de Estados

5.1 Introdução

Neste capítulo desenvolvem-se algumas aplicações onde se utiliza a teoria da informação e a reconstrução do espaço de estados. Assim, analisam-se diversos sinais captados pelo sistema robótico utilizando a informação mútua média para obter o EER. Na secção 5.2 analisa-se a relação do EER com as dinâmicas fraccionárias, utilizando os espectros dos sinais robóticos aproximáveis por LTs. Na secção 5.3 estuda-se o problema das folgas. Neste âmbito, determinam-se as componentes espectrais responsáveis pelas folgas e apresentam-se dois índices que permitem avaliar o nível das folgas existentes ao nível das juntas do robô. Também é analisada a relação da folga com a frequência e a amplitude dos movimentos do braço robótico. Por último, na secção 5.4 desenvolve-se uma técnica que utiliza a informação mútua média na sintonia da TFJ. Como resultado dessa sintonia obtêm-se diversos parâmetros que são utilizados na aplicação da TFJ a um dado sinal.

5.2 Estudo da relação do espaço de estados reconstruído com uma dinâmica fraccionária

5.2.1 Introdução

Seguidamente vai-se analisar a relação do EER com uma dinâmica fraccionária. Para isso utilizam-se os espectros dos sinais robóticos aproximáveis por uma LT, calculam-se os respectivos declives e determina-se o comportamento que pode ser de ordem inteira ou fraccionária. Para a reconstrução do EE de cada sinal, calcula-se o tempo de atraso T_d através da dimensão fractal, como alternativa à informação mútua que é bastante utilizada. Vai-se mostrar que os declives das LTs dos espectros apresentam uma relação com a dimensão fractal do EER e o correspondente T_d.

5.2.2 Enquadramento

Como já foi referido no capítulo 4, o estudo do CF tem sido alvo de interesse considerável (Machado, 2003) devido ao facto de muitos sistemas físicos serem bem caracterizados por modelos de ordem fraccionária (Podlubny, 2002). Com o sucesso na síntese de diferenciadores não inteiros, o aparecimento do componente dos circuitos eléctricos chamado *fractância* (Bohannan, 2002) e o projecto de controladores de ordem fraccionária (Sabatier, *et al.*, 1998) (Melchior, *et al.*, 2000) (Machado, 1997) (Barbosa, *et al.*, 2004), o CF tem sido aplicado numa variedade de processos dinâmicos (Oustaloup, *et al.*, 1997) (Vinagre, *et al.*, 2002). A importância dos modelos matemáticos de ordem fraccionária resulta do facto de descrever de forma mais precisa e de se relacionar mais profundamente com os processos físicos que apresentam um comportamento de memória longa. No capítulo 4 demonstrou-se que alguns sinais robóticos apresentam um comportamento de ordem fraccionária e constituem um banco de ensaios adequado para o estudo destes fenómenos.

As equações diferenciais com atrasos (Driver, 1977) (Faybishenko, 2004) (Deng, *et al.*, 2007) descrevem a evolução de um sistema num determinado instante de tempo t que depende do estado do sistema num instante anterior $t' = t–T$. Por outro lado, o CF incorpora propriedades de memória no tempo porque capta os fenómenos dinâmicos envolvidos durante toda a história temporal de um sistema (Méhauté, *et al.*, 1991) (Nigmatullin, 2006) (Tarasov, *et al.*,

2006)(Korabel, *et al.*, 2007) (Tarasov, *et al.*, 2007). Consequentemente, parece razoável pensar na existência de algum tipo de relação entre o CF e os modelos de ordem inteira com atraso, pois ambos se baseiam em aspectos relativos a memória. O trabalho que se apresenta seguidamente é o primeiro passo no sentido de analisar a relação hipotética entre as equações diferenciais com atraso e o CF.

O EER usa-se para analisar sinais com comportamento não linear. Como se viu nas subsecções 2.8.6 e 2.8.7, para reconstruir o EE é necessário encontrar o atraso temporal T_d adequado entre o sinal e uma réplica atrasada do mesmo. Para se determinar o atraso utiliza-se frequentemente o conceito da informação mútua. No entanto, nalguns casos a informação mútua apresenta um comportamento que torna difícil a determinação do tempo de atraso adequado. Alternativamente, propõe-se um método baseado na dimensão fractal para a determinação do atraso adequado. Os testes desenvolvidos neste trabalho mostram que a dimensão fractal do EER dim_{EER} *versus* o tempo de atraso T_d apresenta um máximo correspondente a um valor adequado para o EER. De referir que não se apresenta uma prova teórica deste facto, pois a relação entre a dimensão fractal e o tempo de atraso é obtido apenas através de resultados experimentais (Lima, *et al.*, 2008b). A mesma perspectiva motivou a relação entre a dimensão fractal e a ordem fraccionária e entre a dinâmica fraccionária e o comportamento de memória longa. Algumas investigações recentes abordam a relação entre a dimensão fractal e os modelos de ordem fraccionária (Novikov, *et al.*, 2000) (Koga, *et al.*, 2004), mas ainda são necessários maiores desenvolvimentos para clarificar esta matéria.

5.2.3 Descrição da experiência

Para analisar a relação entre o atraso dos sinais e a dinâmica fraccionária vão-se utilizar os sinais obtidos com uma experiência idêntica à adoptada para o transporte de líquidos, que foi descrita anteriormente na subsecção 4.4.2. Os sinais robóticos captados dos diferentes sensores são gravados no computador com um período de amostragem $t_s = 2 \times 10^{-3}$ s durante um tempo total de aquisição de $t_T = 20$ s. As figuras 4.18b) – 4.22b) mostram os sinais nos tempos para o perfil de velocidades trapezoidal e que se vão utilizar seguidamente.

5.2.4 Resultados

Utilizando os sinais captados vai-se analisar o comportamento fraccionário dos sinais *versus* o EER.

A figura 5.1a) mostra a amplitude da FFT da corrente eléctrica da junta 5 do robô quando o recipiente contém líquido. Calculou-se uma LT e sobrepôs-se no sinal para uma gama de frequências superior a uma década ($3 < f < 90$ Hz). O respectivo declive é $m = -0{,}96$, mostrando claramente um comportamento aproximadamente de ordem inteira. A figura 5.1b) mostra a amplitude da FFT da corrente eléctrica da junta 3 do robô quando o recipiente se encontra vazio. De novo calculou-se uma LT e sobrepôs-se no sinal para a mesma gama de frequências. O respectivo declive é $m = -1{,}53$, que é típico de um comportamento de ordem fraccionária. Tal como se referiu no capítulo anterior, de acordo com as especificações do fabricante, a malha de controlo do robô tem um tempo de ciclo $t_c = 10$ ms. Este facto observa-se aproximadamente nos harmónicos fundamental ($f_c = 100$ Hz) e múltiplos em todos os espectros das correntes dos motores.

A figura 5.1c) mostra a amplitude da FFT do sinal de posição da junta 1 (recipiente vazio). Calculou-se uma LT e sobrepôs-se ao espectro, obtendo-se um declive de $m = -0{,}99$, revelando um comportamento inteiro. A figura 5.1d) mostra a amplitude da FFT do sinal de aceleração do recipiente com líquido. Tal como se referiu no capítulo 4, este espectro apresenta dispersão numa gama elevada de frequências. Os sinais de aceleração, força e momento apresentam, a maioria das vezes, um comportamento idêntico em termos de dispersão do espectro. Portanto, em geral, é difícil definir com rigor o declive da LT destes sinais e, consequentemente, caracterizar facilmente o seu comportamento em termos de um sistema com ordem inteira ou fraccionária.

Em resumo, as correntes eléctricas dos motores das juntas e os sinais de posição das mesmas juntas apresentam um espectro bem definido e são bons candidatos à respectiva aproximação por LTs.

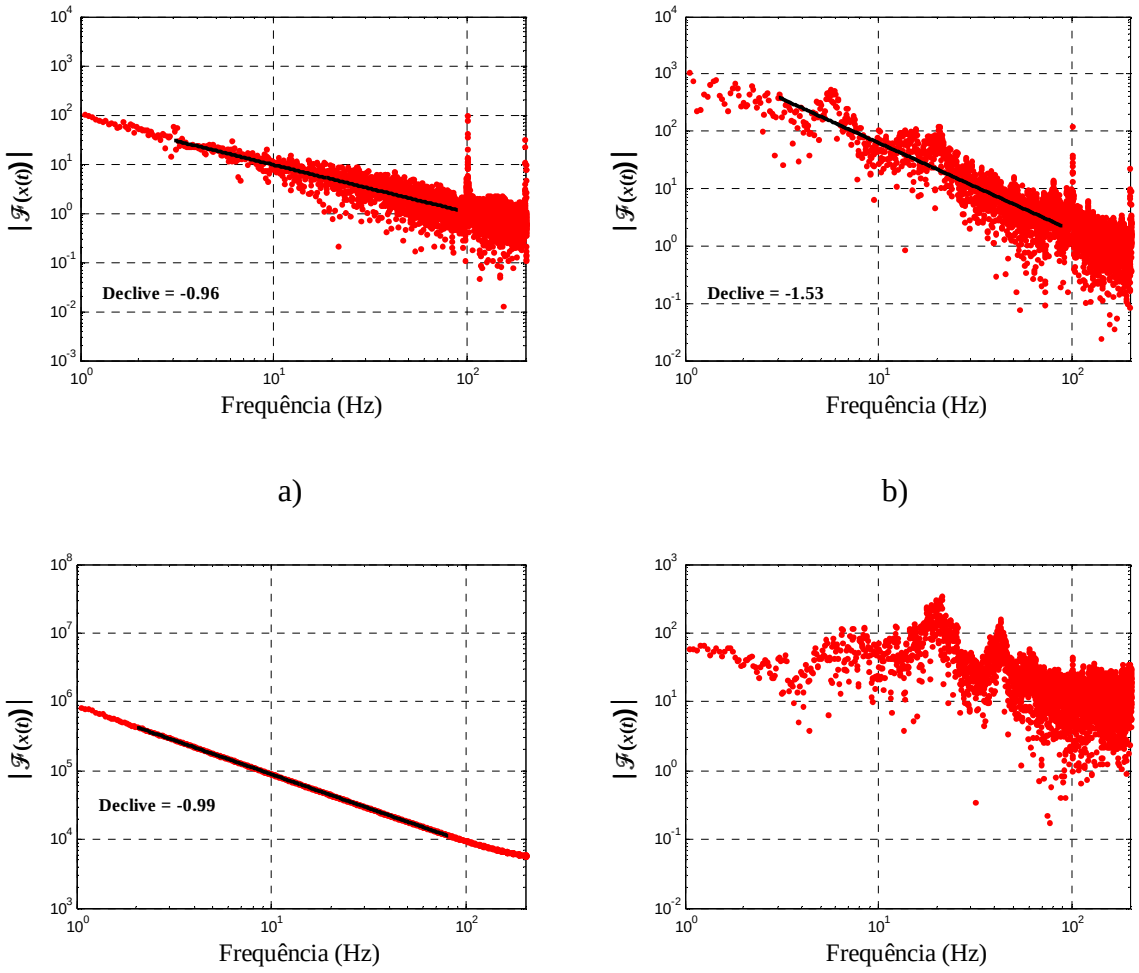
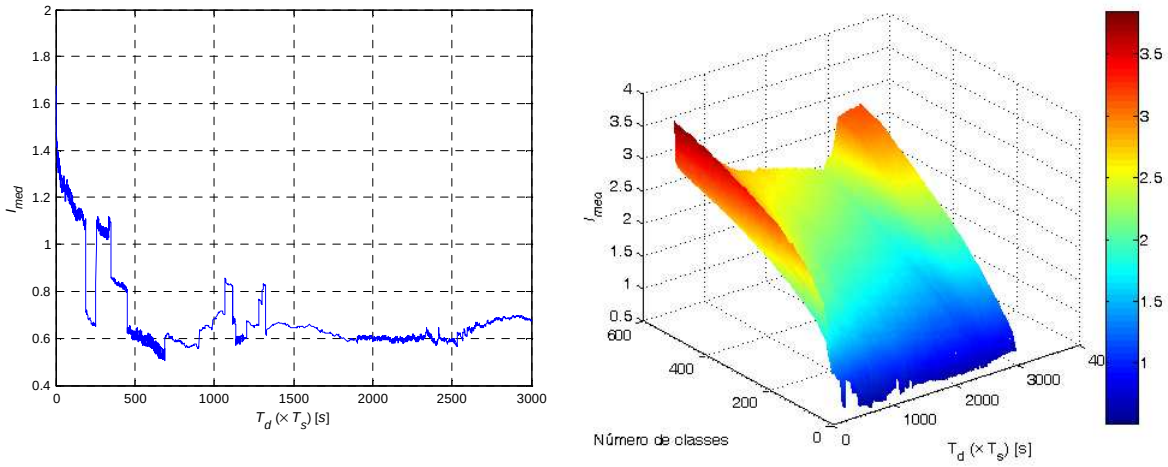


Figura 5.1 Amplitude da FFT para os sinais da experiência de transporte dos líquidos: a) corrente eléctrica da junta 5 (recipiente com líquido); b) corrente eléctrica da junta 3 (recipiente vazio); c) posição da junta 1 (recipiente vazio); aceleração do recipiente (recipiente com líquido).

A figura 5.2a) mostra a informação mútua média I_{med} (2.41) da corrente eléctrica do motor da junta 2 do robô quando se adopta um número de classes $C = 10$. Para este número de classes verifica-se a existência de um número considerável de descontinuidades. De facto, a informação mútua depende do número de classes C adoptadas no cálculo da função densidade de probabilidade $F_1\{s(t), s(t + T_d)\}$ (ver equação (2.41)). Este facto pode observar-se na figura 5.2b). O tempo de atraso T_d (o período de amostragem corresponde a $T_s = 2 \times 10^{-3}$ s) e

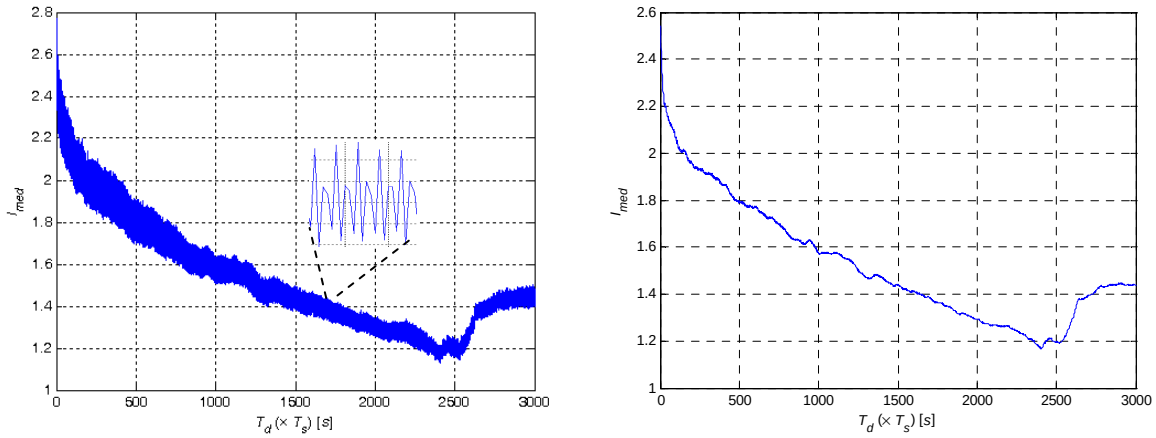
o número de classes C variam respectivamente na gama $0 < T_d < 3000$ e $10 < C < 500$. Se C é demasiado pequeno então I_{med} apresenta algumas descontinuidades, pelo que se conclui ser de adoptar um valor de C elevado. No entanto, quanto maior for C maior é o tempo de processamento. Para um dado tempo de atraso T_d, I_{med} apresenta uma curva monótona quando C varia. Nesta ordem de ideias, adoptou-se o valor de $C = 100$, porque apresenta um bom compromisso em termos de tempo de processamento.



a) b)

Figura 5.2 Índice I_{med} da corrente eléctrica da junta 2 para o caso do recipiente vazio: a) I_{med} *versus* tempo de atraso para $C = 10$; b) I_{med} *versus* tempo de atraso e número de classes C.

A figura 5.3 mostra a informação mútua média I_{med} da corrente eléctrica da junta 2 do robô para o caso do recipiente vazio e $C = 100$, observando-se um comportamento oscilatório (ver ampliação na figura 5.3a). Dos testes realizados, verifica-se que I_{med} apresenta sempre um certo grau de ruído/oscilação e a sua amplitude, em geral, é menor quando comparada com a mostrada na figura 5.2a). Consequentemente tem que se considerar um algoritmo para suavizar a curva. A figura 5.3b) mostra uma versão suavizada de I_{med} utilizando um algoritmo baseado no método dos mínimos quadrados. No entanto, não é óbvia a escolha do mínimo de I_{med} adequado, pois existem, mesmo assim, diversos mínimos locais. Devido a estes aspectos propõe-se um método alternativo para o cálculo do tempo de atraso T_d baseado na dimensão fractal do EER dim_{EER}.



a) b)

Figura 5.3 Índice I_{med} *versus* tempo de atraso da corrente eléctrica da junta 2 com o recipiente vazio para C = 100: a) original; b) versão suavizada.

A figura 5.4a) mostra I_{med} (versão suavizada) da corrente eléctrica do motor da junta 3 para o caso do recipiente vazio quando C = 100. O primeiro mínimo local ocorre para o tempo de atraso T_d = 150 amostras (0,3 s). Entre parêntesis indica-se o atraso temporal em segundos correspondente às 150 posições consecutivas da série temporal captada a uma frequência de amostragem de f_s = 500 Hz. O segundo mínimo local evidente ocorre para o tempo de atraso T_d = 525 amostras (1,05 s). Como referido anteriormente, nalguns casos, não é óbvia a escolha do mínimo adequado. A figura 5.4b) mostra a dim_{EER} *versus* o tempo de atraso para o mesmo sinal robótico. O passo adoptado para o tempo de atraso foi de 25 amostras (0,05 s) porque representa um bom compromisso entre o tempo de processamento e a resolução. O índice dim_{EER} apresenta um máximo local para T_d = 150 amostras (0,3 s) e o máximo global para T_d = 525 amostras (1,05 s). As figuras 5.4 mostram o EER para os dois tempos de atraso diferentes da corrente eléctrica do motor da junta 3 do robô para o caso do recipiente vazio. Diversas experiências demonstraram que o EER adequado é aquele que corresponde à figura 5.4d) porque é o mais "aberto" (desdobrado) possível. As figuras 5.4 e–f) mostram os EERs correspondentes, numa representação a 3D, onde é visível que a parte desdobrada do EER a 2D mantém-se desdobrada. As partes "dobradas" têm um comportamento idêntico, ou seja, permanecem, dobradas nas duas representações. Assim, é razoável utilizar a dimensão fractal do EER a 2D para se obterem as propriedades do EER. Por outro lado, o cálculo da dimensão

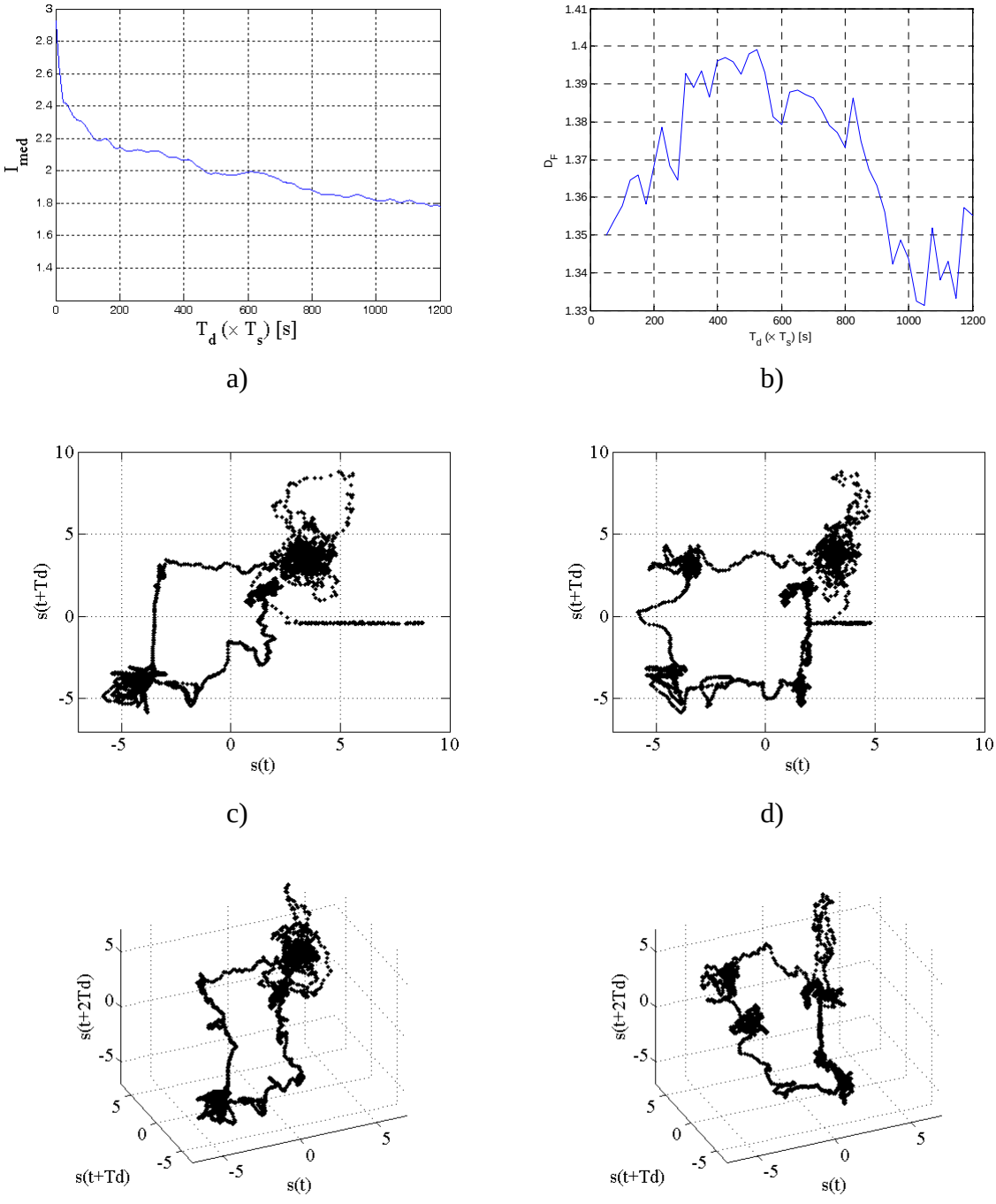


Figura 5.4 Índices da corrente eléctrica da junta 3 (recipiente vazio); a) versão suavizada de I_{med} *versus* tempo de atraso; b) dim_{EER} *versus* o tempo de atraso; c) EER para T_d = 150 amostras (0,3 s); d) EER para T_d = 525 amostras (1,05 s); e) EER a 3D para T_d = 150 amostras; f) EER a 3D para T_d = 525 amostras.

de imersão (apresentado mais à frente) confirma como apropriada a dimensão 3 para a obtenção do EER.

A figura 5.5 mostra a amplitude da FFT da corrente eléctrica do motor da junta 3 do robô para o caso do recipiente com líquido. É evidente que o modelo (4.5) conduz a uma aproximação simples mas adequada. Portanto, calculou-se a LT e sobrepôs-se ao sinal numa gama de frequências superior a uma década ($3 < f < 90$ Hz). O seu declive é $m = -1{,}48$ que reflecte um comportamento de ordem fraccionária.

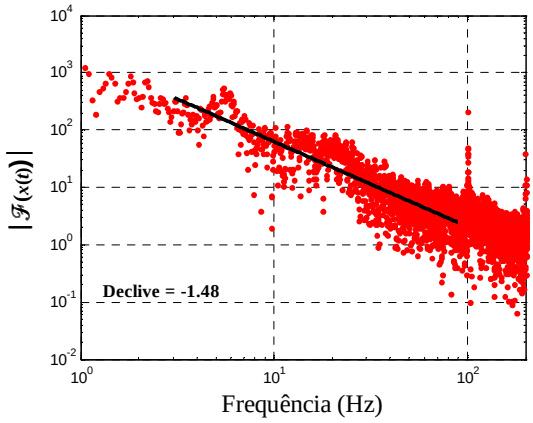
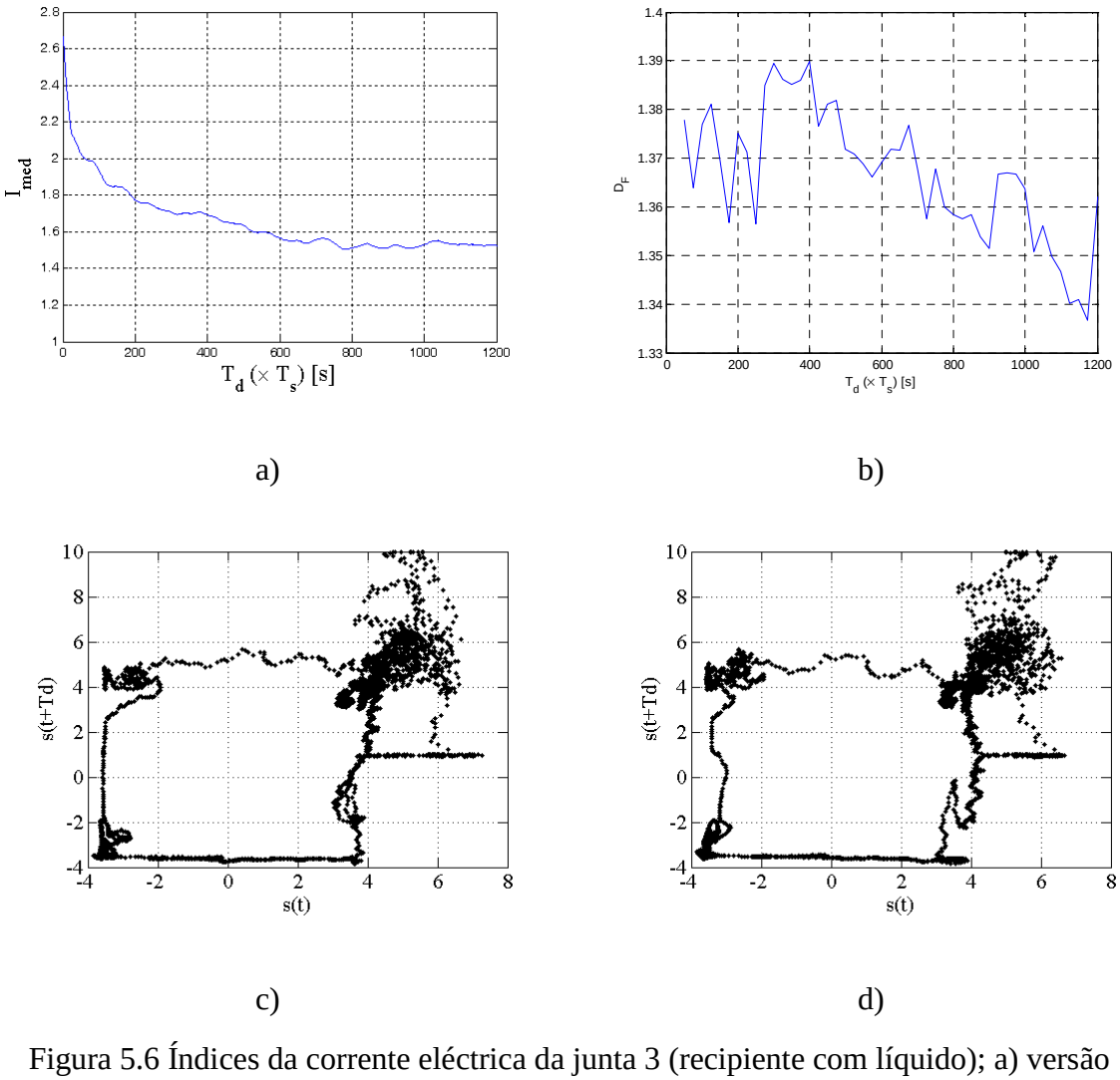


Figura 5.5 Amplitude da FFT para a corrente eléctrica da junta 3 para o caso do recipiente com líquido.

A figura 5.6a) mostra a versão suavizada de I_{med} da corrente eléctrica do motor da junta 3, para o recipiente com líquido, quando $C = 100$. O primeiro mínimo local ocorre aproximadamente para um tempo de atraso T_d = 300 amostras (0,6 s). O índice correspondente dim_{EER} (figura 5.6b) apresenta um máximo global para (T_d; dim_{EER}) = (400; 1,39) [amostras; s], apesar de para (T_d; dim_{EER}) = (300; 1,389) [amostras; s] o valor dim_{EER} ser idêntico. As figuras 5.6c–d) mostram os EER para os dois tempos de atraso diferentes. Os resultados práticos mostram que o EER mais adequado é aquele correspondente à figura 5.6d) porque conduz ao gráfico mais desdobrado. Pode-se observar este aspecto em $\{s(t); s(t+T_d)\} = \{4; -1\}$.

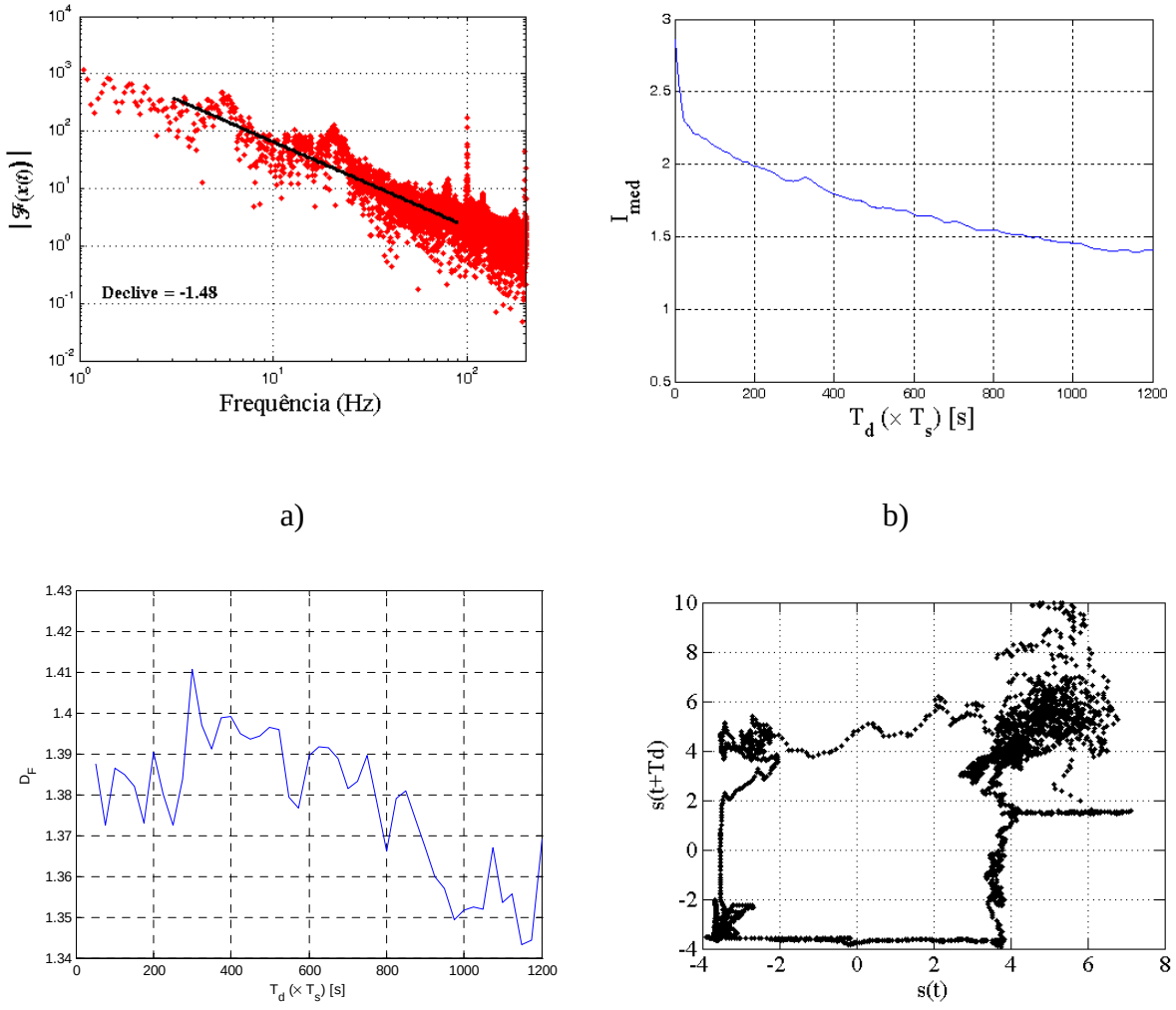


a) b)

c) d)

Figura 5.6 Índices da corrente eléctrica da junta 3 (recipiente com líquido); a) versão suavizada de I_{med} *versus* tempo de atraso; b) dim_{EER} *versus* o tempo de atraso; c) EER para T_d = 300 amostras (0,6 s); d) EER para T_d = 400 amostras (0,8 s).

A figura 5.7a) mostra a amplitude da FFT da corrente eléctrica do motor da junta 3 do robô no caso do recipiente com sólido. Calculou-se uma LT e sobrepôs-se no sinal numa gama de frequências maior que uma década ($3 < f < 90$ Hz). O respectivo declive é $m = -1{,}48$. A figura 5.7b) mostra I_{med} (versão suavizada). O primeiro mínimo local ocorre aproximadamente para o tempo de atraso T_d = 300 amostras (0,6 s). O dim_{EER} (figura 5.7c) apresenta um máximo global para T_d = 300 amostras. A figura 5.7d) mostra o respectivo EER.



a) b)

c) d)

Figura 5.7 Índices da corrente eléctrica da junta 3 (recipiente com sólido); a) FFT com uma LT; b) versão suavizada de I_{med} *versus* tempo de atraso; c) dim_{EER} *versus* o tempo de atraso; d) EER para T_d = 300 amostras (0,6 s).

Os testes realizados para outros sinais provam que o índice dim_{EER} é mais sensível que I_{med}. Adicionalmente, o gráfico de dim_{EER} *versus* o tempo de atraso T_d apresenta um máximo correspondente ao atraso adequado T_d. Em resumo, o índice dim_{EER} revela-se mais assertivo que I_{med} e é um índice apropriado para a determinação do tempo de atraso.

Os gráficos do EER mostrados nas figuras anteriores apresentam uma espécie de nuvem, particularmente nos cantos. Estas nuvens podem esconder a curvas sobrepostas devido à

escolha inapropriada da dimensão de imersão d_E. Para confirmar a dimensão de imersão d_E adequada vai-se utilizar o método da decomposição em valores singulares apresentado na subsecção 2.8.8. A figura 5.8 mostra os valores próprios *versus* dimensão de imersão para os sinais analisados, respectivamente, nas figuras 5.4 , 5.6 e 5.7. De acordo com a figura, observa-se uma inflexão dos valores para a dimensão de imersão $d_E = 3$, consequentemente será este valor a dimensão de imersão adequada. No entanto, apesar do EER a 3D ainda apresentar a referida nuvem, o aparecimento desta pode eventualmente ser explicado pela existência de ruído.

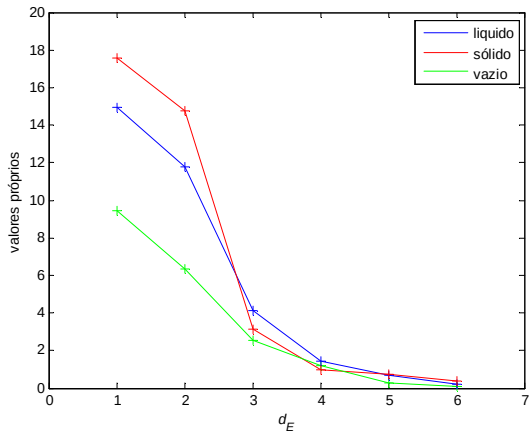


Figura 5.8 Determinação da dimensão de imersão d_E pelo método da decomposição em valores singulares para a corrente I_3 para os três casos.

Após se ter analisado individualmente o comportamento de algumas correntes eléctricas, vai-se agora explorar algumas relações entre as variáveis. A figura 5.9 mostra os declives das LTs *versus* dim_{EER} *e* T_d para as correntes eléctricas dos motores de todas as juntas do robô para os três casos do recipiente: vazio, com líquido e com sólido. Estes quinze pontos formam um lugar geométrico representado na figura 5.9 e que mostra a relação entre as três variáveis. Assim, verifica-se a existência de uma curva suave que interliga os declives das LTs *versus* dim_{EER} *e* T_d. Contudo, o estabelecimento explícito de uma relação de correlação analítica tem que ser investigada e deixa em aberto um ponto de desenvolvimento futuro.

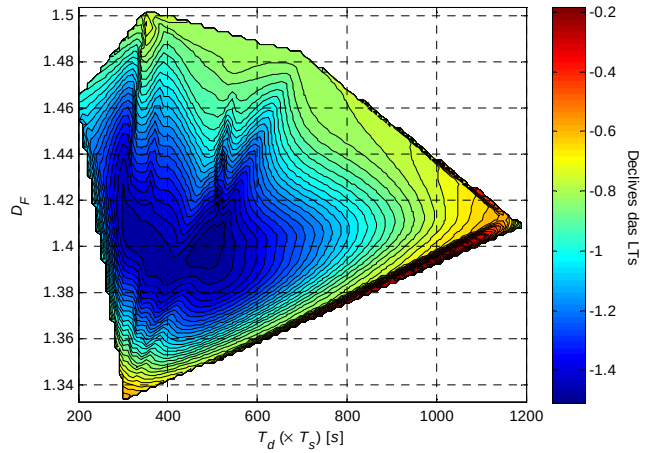


Figura 5.9 Declives *m* das LTs da corrente eléctrica dos motores das juntas *versus* dim_{EER} e tempo de atraso T_d para os três casos do recipiente: vazio, com líquido e com sólido.

5.2.5 Conclusões

O espectro de diversos sinais robóticos foi aproximado por LTs. Com base no declive das LTs determinou-se o comportamento de ordem inteira ou fraccionária dos sinais. Por outro lado, para a reconstrução do EE de cada sinal é necessário conhecer o respectivo tempo de atraso. Para a sua determinação propôs-se uma nova abordagem baseada na dimensão fractal. De acordo com os testes realizados, a dimensão fractal mostrou ser um índice apropriado, pois obtiveram-se bons resultados. Após a análise individual do comportamento das correntes eléctricas dos motores do sistema robótico, construiu-se um gráfico das LTs *versus* a dimensão fractal e os tempos de atraso, para os três casos, designadamente para o recipiente vazio, ou quando o seu conteúdo é um líquido ou um sólido. O gráfico mostra que os diversos pontos formam uma superfície que demonstra a relação entre as variáveis.

5.3 Estudo das folgas

5.3.1 Introdução

O problema da existência de folgas encontra-se em muitos sistemas mecânicos. Este problema é particularmente importante na robótica de manipulação onde é necessária uma precisão elevada. Os sistemas robóticos possuem não linearidades nos actuadores onde se incluem as zonas mortas, saturação e folgas. As folgas são uma das não linearidades mais importantes que limitam fortemente o desempenho dos manipuladores mecânicos. Este fenómeno dinâmico não linear tem sido alvo de um interesse permanente por parte da comunidade científica, mas devido à sua complexidade ainda estão por determinar metodologias bem estruturadas.

O estudo das folgas nos sistemas mecânicos apresenta dois aspectos principais: a identificação e o controlo. O problema da identificação foi analisado por diversos autores (Sarkar, *et al.*, 1997). Dagalakis e Myers (Dagalakis, *et al.*, 1985b) (Dagalakis, *et al.*, 1985a) (Dagalakis, *et al.*, 1985c) propuseram uma técnica baseada na função coerência para detectar as folgas nos sistemas robóticos. A função coerência foi calculada entre a tensão eléctrica do motor e a velocidade ou a aceleração do braço, para uma excitação da junta com sinais aleatórios de banda limitada. Os autores mostraram que a função coerência apresenta um máximo na ausência de folgas e diminui a sua amplitude com o aumento da amplitude das folgas. Outra técnica, proposta por Stein e Wang, baseia-se na análise da transferência do momento para detectar as folgas nos sistemas mecânicos (Stein, *et al.*, 1995). A alteração da velocidade da roda dentada motriz, devido ao impacto com a roda dentada accionada, está relacionada com a amplitude da folga. No estudo das folgas utilizam-se também outras técnicas, onde se incluem algoritmos baseados na inteligência artificial e os observadores de espaço de estados (Hovland, *et al.*, 2002) (Merzouki, *et al.*, 2006). Trendafilova e Brussel (Trendafilova, *et al.*, 2001) apresentaram também um conjunto de ferramentas para análise e monitorização da dinâmica não linear das juntas dos robôs.

Para mitigar os efeitos das folgas, vários autores estudaram o problema do controlo dos sistemas mecânicos com este tipo de não linearidade (Azenha, *et al.*, 1996) (Ma, *et al.*, 2004) (Nordin, *et al.*, 2002). Nordin e Gutman apresentam um apanhado das técnicas utilizadas no

controlo dos sistemas mecânicos com folgas. As técnicas incluem a utilização de controladores lineares, tais como, o PID e algoritmos baseados na realimentação e observadores do espaço de estados. Também foi utilizado o controlo baseado na função descritiva, que é um método relativamente simples para a análise e síntese dos sistemas não lineares (Azenha, *et al.*, 1996). Adicionalmente, foram propostos outros controladores baseados em técnicas não lineares (Nordin, *et al.*, 2000), redes neuronais (Seidl, *et al.*, 1995) e lógica difusa[13] (Su, *et al.*, 2003). Mais recentemente os controladores de ordem fraccionária foram também aplicados na supressão das folgas nos sistemas mecânicos (Ma, *et al.*, 2004). O problema da redução dos efeitos das folgas foi também estudado noutras aplicações robóticas, incluindo os sistemas com juntas (Shi, *et al.*, 2006) e membros (Xu, *et al.*, 2006) flexíveis, em *grippers* (Park, *et al.*, 2005) e mãos antropomórficas (Mouri, *et al.*, 2005).

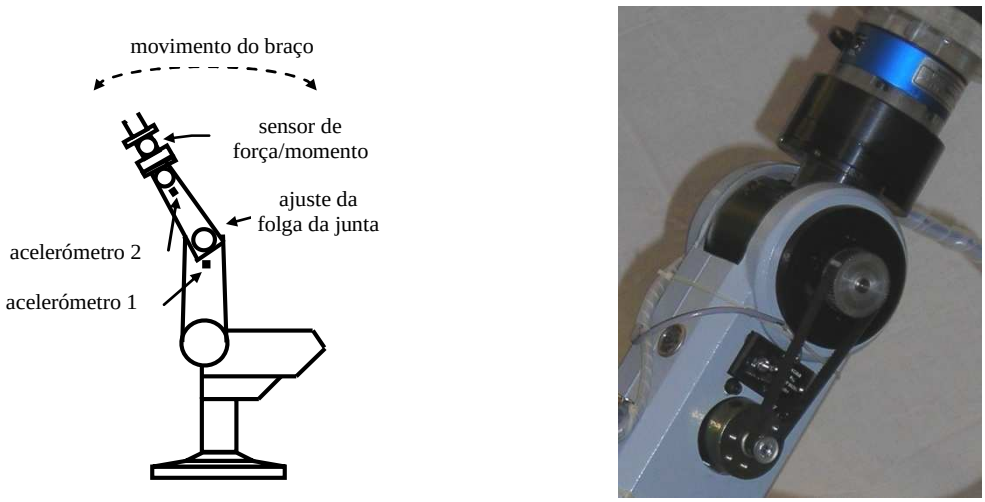
Os robôs modernos utilizam engrenagens de precisão para reduzir as folgas, mas a sua eliminação pode ser muito difícil porque existem diversas fontes que originam as folgas, que aparentemente são impossíveis de eliminar completamente (Dagalakis, *et al.*, 1985a). Portanto, de forma a reduzir as folgas e os seus efeitos é necessário um conhecimento adequado deste fenómeno. Nesta perspectiva, vai-se analisar o comportamento de um manipulador mecânico com folgas nas juntas.

5.3.2 Descrição da experiência

Como se descreveu anteriormente o manipulador robótico utilizado é um robô vertical articulado com cinco juntas de rotação. A terceira junta constitui o cotovelo que liga o antebraço ao braço do robô. Esta junta é motorizada através de um servomotor acoplado por uma correia dentada à transmissão harmónica (*harmonic drive*). Ajustando a tensão da correia da transmissão da junta três, introduziram-se três níveis distintos de folgas classificados como: *i*) folgas pequenas, *ii*) folgas médias e *iii*) folgas grandes. A resposta da vibração é medida por dois acelerómetros. Os acelerómetros 1 e 2 estão montados, respectivamente, no extremo do antebraço junto ao cotovelo e no braço do robô junto ao punho (ver figura 5.10). O movimento do robô é programado de modo que apenas a junta 3 é actuada e, consequentemente, esta junta oscila numa determinada gama pré-definida de movimento, a

[13] Traduzido do termo Inglês fuzzy logic

partir de uma posição vertical. Os eixos das juntas de rotação 2, 3 e 4 são paralelos; portanto, os efeitos da rotação do eixo 3 afectam directamente as juntas adjacentes. Durante o movimento captaram-se e gravaram-se diversos sinais com uma frequência de amostragem f_s = 750 Hz. Os sinais são provenientes dos diversos sensores, tais como, os codificadores de posição e os sensores de corrente eléctrica dos actuadores das juntas, o sensor de força/momento montado no punho e os acelerómetros. A figura 5.10b) mostra o acelerómetro 2 montado no braço do robô.



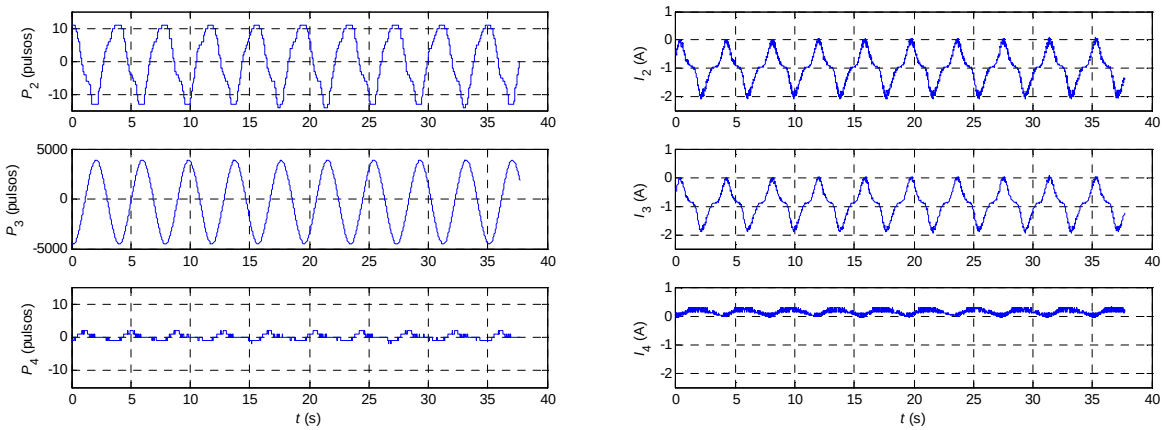
a) b)

Figura 5.10 Colocação dos acelerómetros no manipulador para análise das folgas: a) ilustração da montagem; b) montagem do acelerómetro 2.

5.3.3 Resultados

Para análise dos sinais vai-se recorrer a algumas das ferramentas matemáticas descritas no capítulo 2. De forma a lidar com os sinais com ruído captados pelos acelerómetros utilizaram-se as capacidades de filtragem das TWs (Mallat, 1999). Adicionalmente, o comportamento do sistema com folgas analisa-se através do pseudo plano de fase (Trendafilova, *et al.*, 2001). As figuras 5.11 e 5.12 mostram a evolução temporal típica de algumas variáveis. Estudaram-se todos os sinais captados do robô, mas, por questões de espaço, seguidamente apresentam-se apenas os mais relevantes.

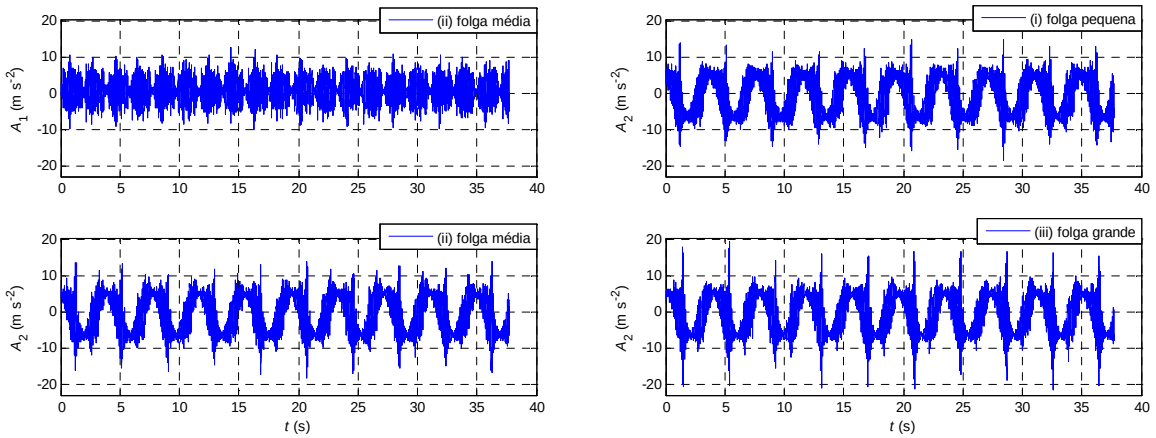
A figura 5.11a) mostra as posições dos eixos das juntas 2-4 para o caso *iii*) folgas grandes. Foi actuada apenas a junta 3, mas devido ao acoplamento dinâmico, as juntas adjacentes 2 e 4 sofrem também alguma influência. A figura 5.11b) mostra as correntes eléctricas dos motores das juntas 2–4 do robô para o caso *i*) folgas pequenas. As correntes dos motores revelam a acção do sistema de controlo que assegura o controlo de posição.



a) b)

Figura 5.11 Sinais relativos às juntas 2-4: a) posições das juntas para o caso *iii*); b) correntes eléctricas dos motores para o caso *i*).

A figura 5.12a) mostra as acelerações do robô para o caso *ii*) folgas médias. Como foi referido anteriormente (ver figura 5.10a), os acelerómetros 1 e 2 estão montados, respectivamente, no extremo do antebraço, junto ao cotovelo, e no braço do robô, junto ao punho. Os sinais dos acelerómetros apresentam um ruído considerável, sendo difícil extrair informação adequada acerca do efeito das folgas. Diversos testes demonstraram que os efeitos dos ajustes das folgas são captados apenas pelo acelerómetro 2. Apesar dos sinais dos outros sensores apresentarem um ruído menor, quando comparados com o dos acelerómetros, o efeito das folgas não é observado por aqueles. É ainda de referir que, devido à quantidade de ruído, o acelerómetro 1 não capta de forma adequada o efeito das folgas.



a) b)

Figura 5.12 Acelerações do robô: a) caso *ii*); b) casos *i*) e *iii*).

A figura 5.12b) mostra o sinal do acelerómetro 2 para os casos *i*) e *iii*). O sinal correspondente ao caso *iii*) apresenta picos mais elevados quando comparado com o caso *i*). A propósito deste detalhe, o efeito das folgas torna-se difícil de analisar devido ao ruído excessivo dos sinais dos acelerómetros. A figura 5.13 mostra o espectro do sinal do acelerómetro 2 para os casos *i*) e *iii*). Os dois espectros são idênticos, o que confirma o resultado indesejado do ruído que esconde o efeito das folgas. Para estudar as folgas, os sinais têm que ser filtrados de forma a reduzir o nível de ruído. Inicialmente tentou-se utilizar um filtro passa baixo tipo Butterworth com diversas frequências de corte. O sinal resultante da filtragem apresentava uma redução do nível de ruído, mas o efeito dinâmico das folgas era também reduzido. Como alternativa utilizaram-se as TWs. Inicialmente realizaram-se vários testes preliminares com diversas famílias de *wavelets* para verificar as respectivas capacidades. A *wavelet* Haar apresentou bons resultados e foi adoptada devido à sua simplicidade e tempo computacional reduzido.

A figura 5.14 mostra a árvore de decomposição com as bandas de frequência resultantes das componentes de aproximação (A_n) e detalhes (D_n) correspondentes a cada nível. Visto que a frequência de amostragem dos sinais captados é $f_s = 750$ Hz, as gamas de frequência são aproximadamente os valores indicados no diagrama.

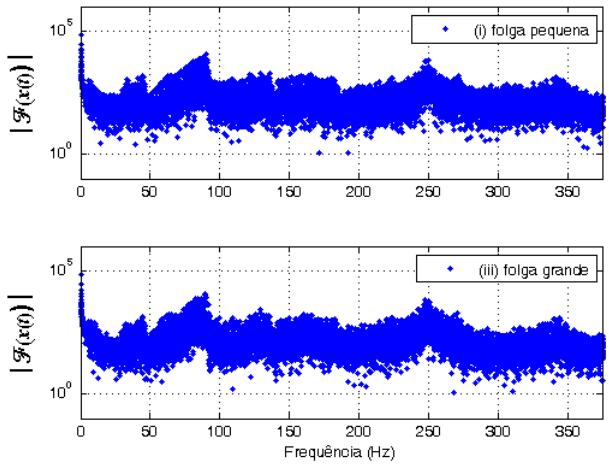


Figura 5.13 Espectros do sinal do acelerómetro 2.

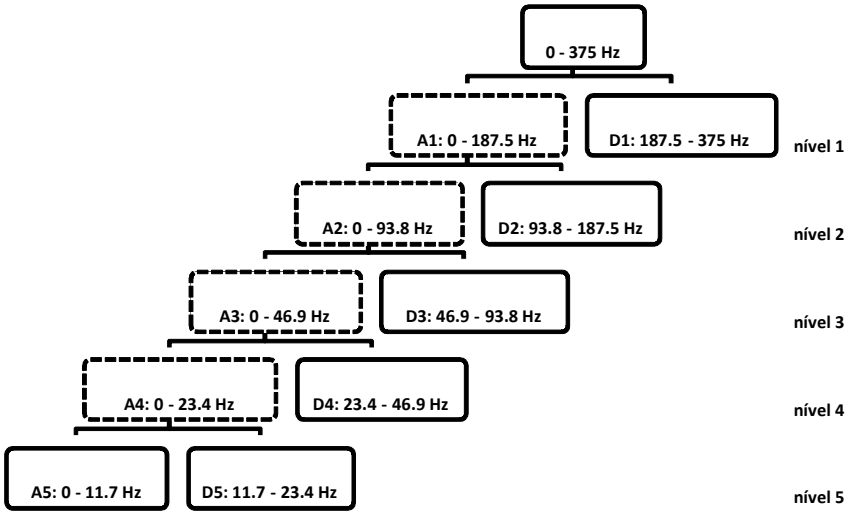


Figura 5.14 Decomposição por *wavelets* e as bandas de frequência resultantes.

A figura 5.15a) mostra as componentes dos cinco níveis obtidos pelo método de decomposição do sinal do acelerómetro 2 para o caso *i*). O sinal original captado do acelerómetro 2 representa-se na parte superior da figura. As componentes de aproximação mostram a parte das frequências baixas do sinal de aceleração. As cinco componentes de detalhe mostram a parte das frequências elevadas para as diferentes bandas de frequência. Utilizou-se um método de filtragem baseado no nível do limiar para cada componente. Para as

diversas componentes das *wavelets* [A_5; D_1; D_2; D_3; D_4; D_5] os níveis de limiar adoptados foram, respectivamente, [3,74; 4,42; 4,26; 4,09; 3,92; 3,74] ms^{-2}. Na parte superior da figura 5.15b) mostra-se o sinal filtrado resultante, sendo agora evidente o efeito das folgas. A figura 5.15b) mostra também as seis componentes do sinal filtrado correspondentes às mesmas bandas de frequência mostradas na figura 5.15a). Comparando as cinco componentes de detalhe do sinal filtrado com as do sinal com ruído torna-se evidente o efeito da filtragem.

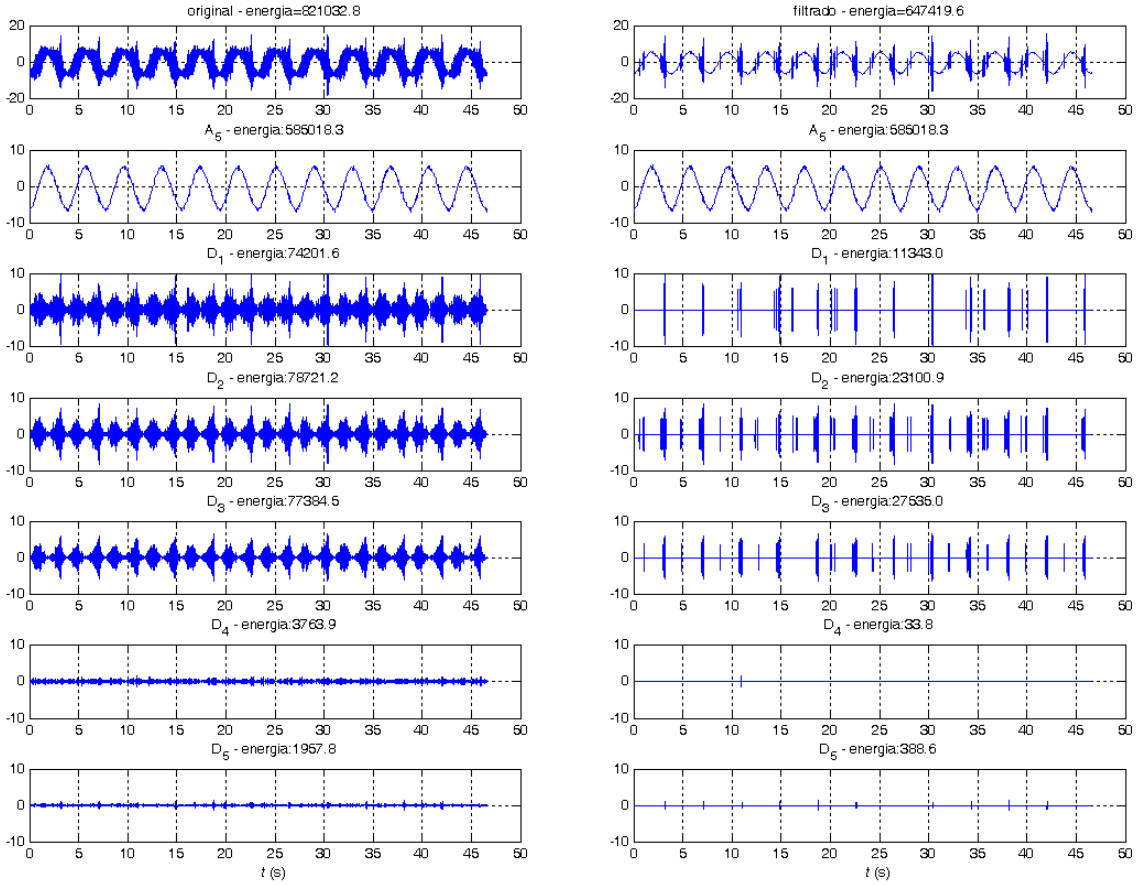
5.3.3.1 Estudo das energias

Os valores da energia para cada componente são indicados na figura 5.15. Comparando os sinais filtrados com os originais observa-se que o processo de filtragem remove cerca de 21% da energia do sinal.

Para comparar as energias em cada nível das TWs, adoptaram-se valores normalizados. Assim, considera-se a energia total resultante da soma de todas as componentes como unitária. Na figura 5.16 apresentam-se os valores normalizados das energias para as seis componentes resultantes do processo de decomposição. A distribuição de energia no domínio da frequência não é uniforme. O sinal tem a energia concentrada nas baixas frequências, nomeadamente na componente A_5. No entanto, o sinal apresenta também energia considerável nas componentes de detalhe D_1 a D_3.

Em termos da energia, a componente de aproximação A_5 é a mais importante, quer para o sinal com ruído quer para o sinal filtrado. Contudo a componente A_5 não é sensível ao efeito das folgas. Adicionalmente, a componente de detalhe D_1 para o sinal com ruído para os casos *i*), *ii*) e *iii*) possuem aproximadamente a mesma energia, enquanto que para os sinais filtrados a energia da componente varia significativamente para os três casos. As componentes de detalhe D_2 e D_3 apresentam um comportamento similar àquele descrito para a componente D_1. Portanto, comparando os detalhes {D_1, D_2, D_3} pode-se observar que estas componentes do sinal com ruído não são sensíveis às folgas, enquanto que as versões filtradas alteram-se em face das folgas. Para o sinal com ruído, as componentes de detalhe {D_4, D_5} apresentam uma energia idêntica, ao passo que para os sinais filtrados as correspondentes energias das componentes para os três casos são residuais.

Em conclusão, pode-se afirmar que a componente de aproximação A_5 é o sinal responsável pela excitação do sistema, enquanto as componentes de detalhe $\{D_1, D_2, D_3\}$ para os sinais filtrados são as componentes sensíveis às folgas (Lima, *et al.*, 2008c). Finalmente, as componentes de detalhe $\{D_4, D_5\}$ são essencialmente constituídas por informação não relevante.



a) b)

Figura 5.15 Decomposição por *wavelets* do sinal do acelerómetro 2 para o caso *i*): a) com ruído; b) filtrado.

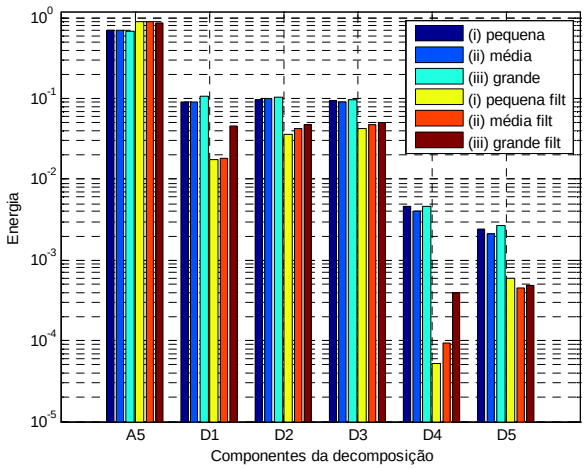


Figura 5.16 Energia das componentes da decomposição por *wavelets* dos sinais do acelerómetro 2 original e filtrado para os três casos.

5.3.3.2 Índices propostos para detecção das folgas

Utilizando a representação em série de Fourier trigonométrica dada por (2.5) pode-se expandir o sinal periódico filtrado de acordo com a seguinte expressão.

$$x_{SF}(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \left[a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t) \right] \tag{5.1}$$

onde a_0, a_k, $b_k \in \Re$, $k \in \aleph$ e ω é a frequência angular fundamental do sinal.

É necessário um número infinito de termos (ou seja, o termo fundamental e os harmónicos de ordem superior) para adaptar o sinal filtrado $x(t)$ através de $x_{SF}(t)$. Contudo, pode-se assumir que o sinal filtrado $x(t)$ (ver parte superior da figura 5.15b) é composto pelo harmónico fundamental perturbado pelo efeito das folgas. Assim, para o caso *i*) correspondente à folga pequena, com $k = 1$, obtém-se $(a_0; a_1; b_1) = (–0{,}59; –5{,}44; 0{,}64)$. A figura 5.17 mostra o sinal filtrado do acelerómetro 2 para o caso *i*) e o seu harmónico fundamental.

A figura 5.18 mostra o EER dos sinais com ruído e filtrados do acelerómetro 2, para os casos de folgas pequena e grande, e os respectivos harmónicos fundamentais. Como referido na subsecção 2.8.7, normalmente o tempo de atraso T_d adoptado para o EER baseia-se na correlação ou na informação mútua da série temporal. Neste trabalho, a prática demonstrou

que o tempo de atraso adequado corresponde a um quarto do período do harmónico fundamental, que foi o valor utilizado para os EERs mostrados na figura 5.18. Esta relação foi posteriormente confirmada pela consulta da bibliografia (Provenzale, *et al.*, 1998). De novo, observam-se as vantagens do sinal filtrado. Comparando o EERs do sinal com ruído para os casos *i*) (figura 5.18a) e *iii*) (figura 5.18b) verifica-se o efeito das folgas. Contudo, é difícil medir o efeito das folgas devido ao ruído. Esta tarefa simplifica-se utilizando os correspondentes EERs para os sinais filtrados (figura 5.18c e figura 5.18d). Nesta linha de pensamento, para analisar a influência dos diferentes níveis das folgas no sistema robótico desenvolveu-se uma métrica baseada no erro entre o sinal filtrado e o seu harmónico fundamental. Para as duas componentes $x(t)$ e $x(t-\tau)$ do EER, o índice baseia-se na raiz quadrada do erro médio no tempo discreto, dado por:

$$RMSE^2 = RMSE_t^2 + RMSE_{t-\tau}^2 \tag{5.2}$$

onde $RMSE_t\{x(t)\} = \dfrac{\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N}\left[x(kT) - x_1(kT)\right]^2}{\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N} x^2(kT)}$, $x_1(t)$ é o harmónico fundamental e T é o período de amostragem.

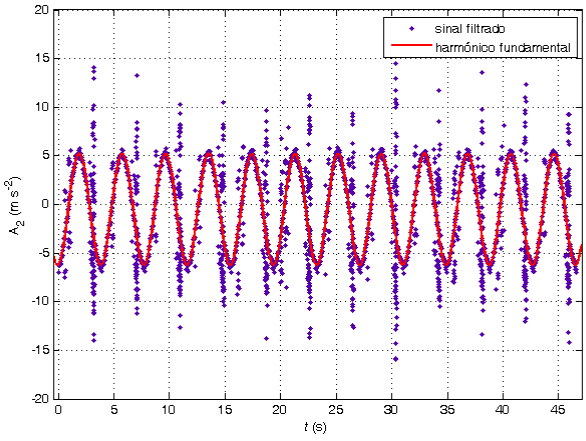


Figura 5.17 Sinal filtrado do acelerómetro 2 e o seu harmónico fundamental para o caso *i*).

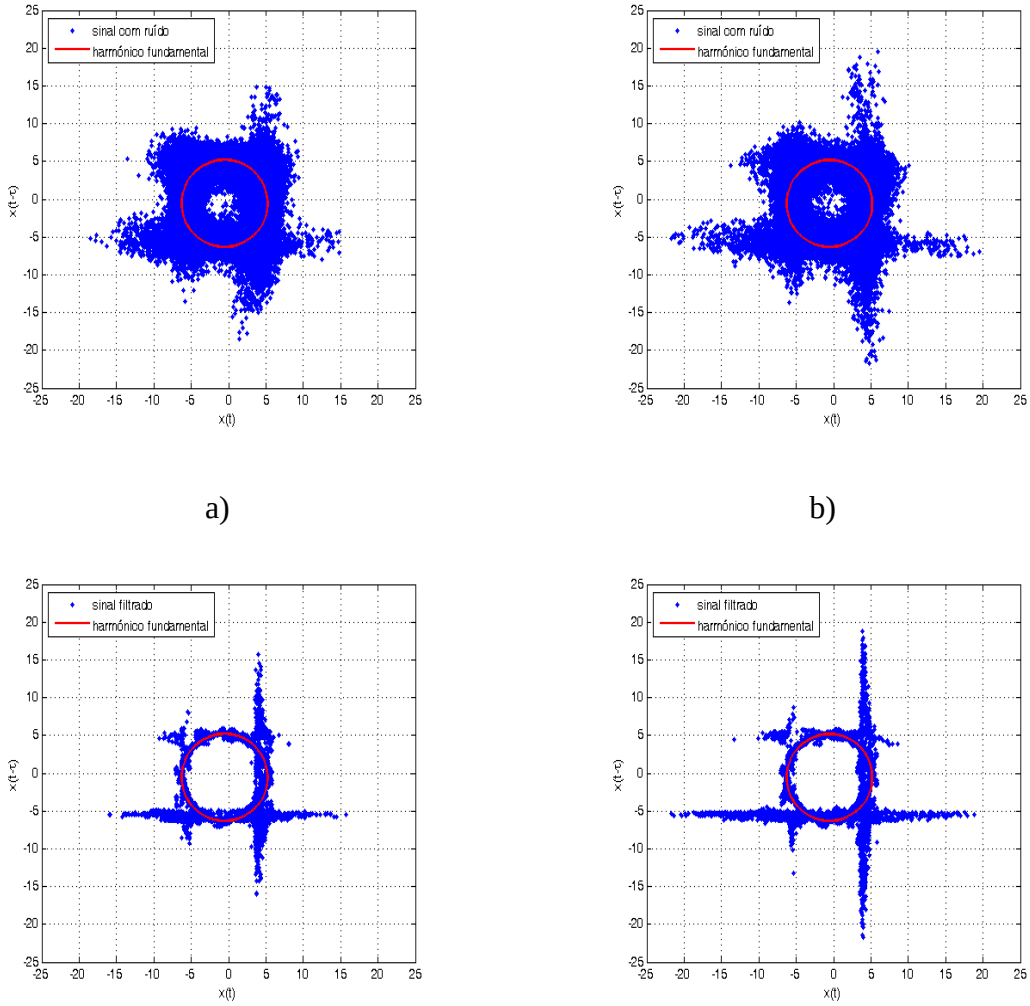


Figura 5.18 EER do sinal do acelerómetro 2 e o seu harmónico fundamental: *a*) sinal com ruído para o caso *i*); *b*) sinal com ruído para o caso *iii*); *c*) sinal filtrado para o caso *i*); *d*) sinal filtrado para o caso *iii*).

Os valores calculados para os três casos das folgas utilizando os sinais filtrados ($RMSE^{i}$; $RMSE^{ii}$; $RMSE^{iii}$) = (2,24; 2,44; 3,14) × 10^{-7} mostram que a amplitude do índice aumenta com o nível da folga (ver figura 5.19). Por outro lado, os valores correspondentes para os sinais com ruído são ($RMSE^{i}$; $RMSE^{ii}$; $RMSE^{iii}$) = (5,13; 5,09; 5,43) × 10^{-7} que mostram um comportamento diferente devido ao efeito do ruído.

Adicionalmente, desenvolveu-se um conjunto de experiências para avaliar a influência da amplitude e da frequência do movimento da junta 3 na dinâmica das folgas. A figura 5.20 mostra o valor do *RMSE* do sinal do acelerómetro 2 para as nove experiências. Os resultados confirmam, em geral, o comportamento do *RMSE* que aumenta com o nível das folgas. Contudo, para algumas experiências, o índice não está completamente de acordo com os resultados esperados. Uma causa possível para este facto pode ser devida ao ruído do sinal que não foi completamente filtrado, provavelmente devido ao método adoptado para a selecção do nível de limiar. A utilização de outro método (por exemplo, um método heurístico) ou a utilização de outro tipo de *wavelet* pode mitigar o problema do ruído.

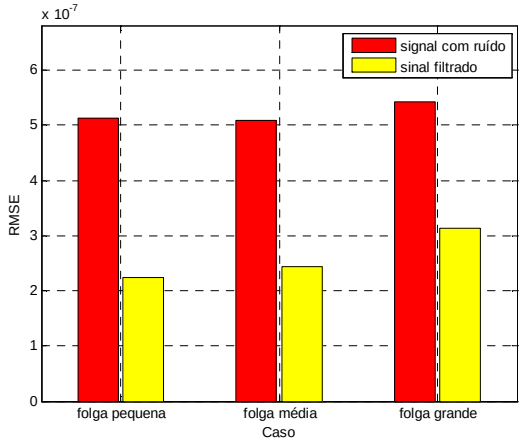


Figura 5.19 *RMSE* do sinal do acelerómetro 2 com ruído e filtrado para os três casos das folgas.

Adicionalmente, a figura 5.21a) mostra os valores *RMSE* para o sinal do acelerómetro 2 *versus* a amplitude e frequência dos movimentos da junta 3 para o caso das folgas pequenas. Os nove pontos, mostrados na figura 5.20 para cada caso individual, agora formam uma superfície que relaciona as três variáveis demonstrando-se assim a existência de uma curva suave que as interliga. Existe um máximo de *RMSE* = $1{,}06\times10^{-6}$ que ocorre aproximadamente para (frequência; amplitude) = (0,6; 6,5). A figura 5.21b) mostra as mesmas variáveis mostradas na figura 5.21a), mas para o caso das folgas grandes. Existe um máximo de *RMSE* = $1{,}35\times10^{-6}$ que ocorre aproximadamente para os mesmos valores de (frequência; amplitude) = (0,6; 6,5).

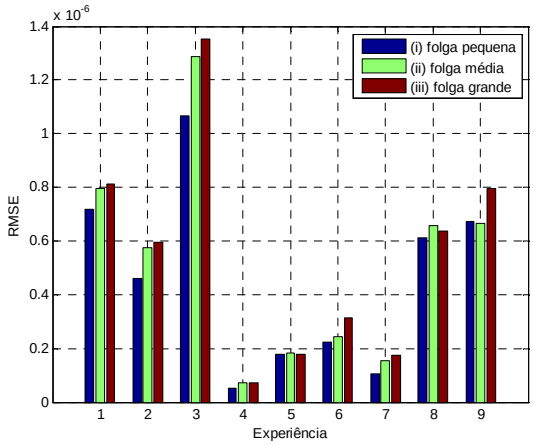
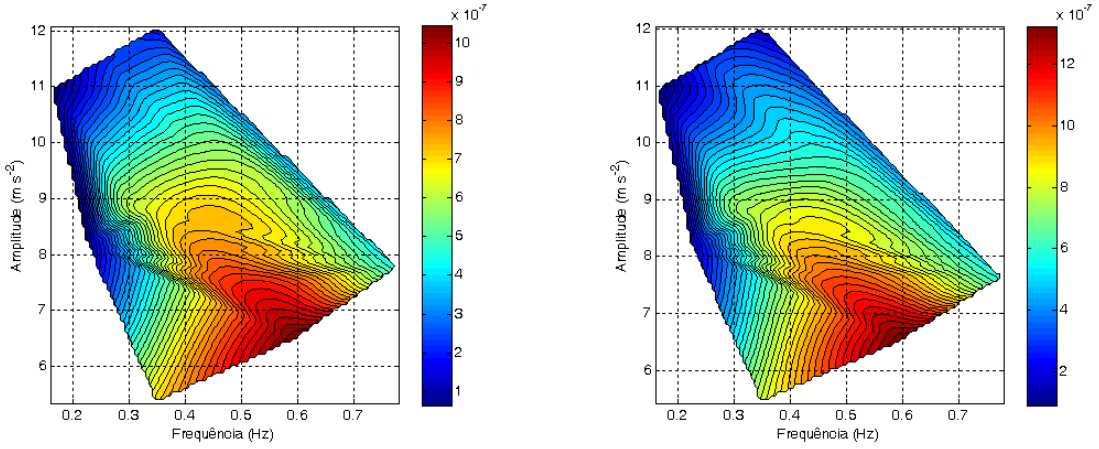


Figura 5.20 *RMSE* do sinal filtrado do acelerómetro 2 para um conjunto de experiências: casos *i*), *ii*) e *iii*).



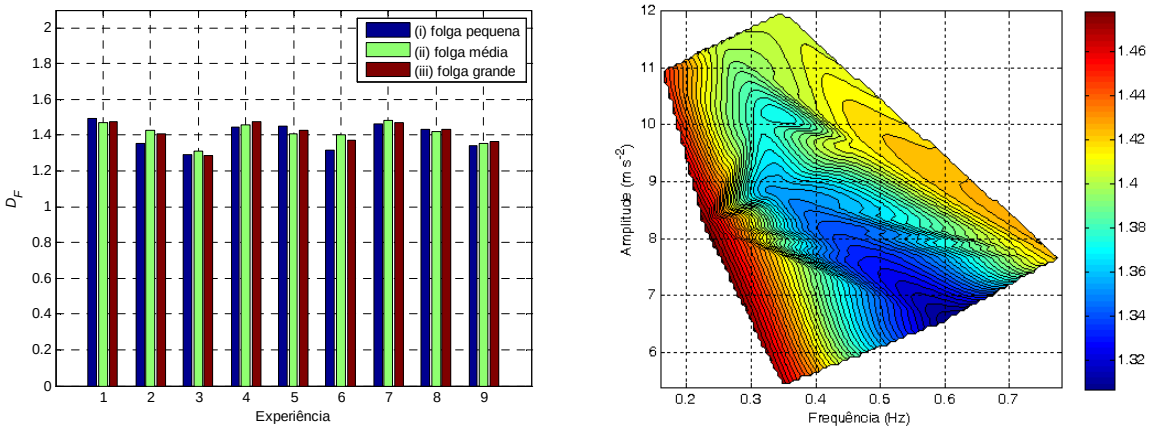
a) b)

Figura 5.21 *RMSE* do sinal do acelerómetro 2 *versus* amplitude e frequência dos movimentos da junta 3 para os casos: a) folgas pequenas; b) folgas grandes.

O EER tem a característica de concentrar os dados no espaço, o que facilita a aplicação de métricas baseadas nas propriedades geométricas. Nesta perspectiva, estudou-se também a dimensão fractal D_F (2.35). A figura 5.22a) mostra os valores de D_F para os três casos. O índice D_F fornece valores quase idênticos para a mesma experiência e, portanto, este índice não distingue claramente os casos, de acordo com o nível das folgas. A figura 5.22b) mostra,

como exemplo, o índice D_F *versus* a amplitude e a frequência do movimento da junta 3 para o caso da folga média. Existe um mínimo de $D_F = 1{,}3$ que ocorre para (frequência; amplitude) = (0,6; 6,5). Comparando as figuras 5.21) e 5.22b), verifica-se que o índice D_F detecta o comportamento geral do efeito das folgas. No entanto, D_F apresenta uma resolução baixa para a detecção dos três casos.

Em resumo, os testes desenvolvidos mostram que o índice *RMSE* é mais sensível, quando comparado com o índice D_F, e, portanto, o índice *RMSE* apresenta-se como um índice adequado para a análise das folgas (Lima, et al., 2008d).



a) b)

Figura 5.22 D_F do sinal do acelerómetro 2: a) para os três casos de folgas; b) *versus* amplitude e frequência do movimento da junta 3 para o caso *ii*).

Do estudo das energias efectuado na subsecção 5.3.3.1 concluiu-se que a componente de aproximação A_5 é o sinal responsável pela excitação do sistema, enquanto as componentes de detalhe $\{D_1, D_2, D_3\}$ para os sinais filtrados são as componentes sensíveis às folgas. Assim, para a detecção do efeito das folgas poderia também utilizar-se um índice baseado nestas componentes, como, por exemplo:

$$Indice_1 = \frac{D_1^2 + D_2^2 + D_3^2}{D_1^2 + D_2^2 + D_3^2 + A_5^2} \tag{5.3}$$

$$Indice_2 = \frac{D_1^2 + D_2^2 + D_3^2}{A_5^2} \tag{5.4}$$

Adicionalmente, podem também desenvolver-se diversos índices a partir da representação gráfica do EER, utilizando a estatística e as características da sua forma.

5.3.4 Conclusões

As experiências realizadas demonstraram a utilidade e a eficácia das TWs na filtragem dos sinais experimentais, reduzindo o ruído e mantendo, simultaneamente, as características importantes acerca das folgas. A análise da energia dos sinais mostra as componentes responsáveis pela excitação do sistema e pelas folgas. Para a detecção do efeito das folgas no manipulador robótico propuseram-se dois índices, designadamente o *RMSE* e a D_F. Enquanto o RMSE se revela como um índice apropriado para a análise das folgas, a D_F apresenta uma resolução baixa que limita a sua aplicabilidade.

É de referir ainda que o EER, à semelhança das TWs, revelou-se como uma ferramenta útil na análise das folgas. Neste sentido, podem desenvolver-se diversas ferramentas de estudo das folgas baseadas nas propriedades das TWs e do EER.

5.4 Sintonia da transformada de Fourier com janela

5.4.1 Introdução

Em muitas aplicações é importante conhecer o conteúdo espectral num dado período de tempo. De facto, existem fenómenos localizados no tempo (*e. g.*, picos e impactos) que não são facilmente detectados pela TF clássica. Assim, a análise no tempo-frequência usa-se em muitos campos, no estudo dos sinais com conteúdo espectral variável.

Existem muitas abordagens para a análise no tempo frequência dos sinais não estacionários. Entre outras, as mais utilizadas são a distribuição de Wigner, a transformada de Gabor, a TFJ e a TW (Allen, *et al.*, 2004). Existem diversos livros que abordam a representação no tempo-frequência, onde se incluem (Cohen, 1995), (Flandrin, 1999) e (Mallat, 1999). A comparação entre as diferentes abordagens foi alvo de interesse por parte de diversos autores (Jones, *et al.*, 1989) (Jones, *et al.*, 1992a) (Cohen, 1989) e verifica-se que a escolha da melhor representação depende da aplicação (Jones, *et al.*, 1989).

A TFJ é uma das representações no tempo-frequência mais utilizadas. Assim, esta técnica é adoptada em muitos campos da engenharia como, por exemplo, no processamento de sinais de áudio (voz e música), processamento de sinais de vibrações (Scheffer, *et al.*, 2004), processamento de sinais sísmicos, radiação electromagnética (Ozdemir, *et al.*, 1997) e robótica (Lima, et al., 2008e). A TFJ é uma extensão da TF, onde a transformada é calculada repetidamente para uma versão do sinal temporal, visto através de uma janela deslizante. Cada TF fornece uma "fatia" do espectro associado ao instante de tempo do centro da janela.

Existem diversos estudos para a implementação de algoritmos recursivos da TFJ (Chen, *et al.*, 1993), (Chen, *et al.*, 1994), (Tomazic, *et al.*, 1996), (Czerwinski, *et al.*, 1997). Um aspecto importante da TFJ é a largura da janela que está relacionada com a resolução tempo-frequência. A resolução na frequência da TFJ é proporcional à largura de banda efectiva da janela. Consequentemente, para a TFJ existe um compromisso entre as resoluções nos tempos e nas frequências. Por um lado, uma boa resolução temporal requer uma janela estreita e, por outro lado, uma boa resolução nas frequências requer uma janela larga. Diversos autores abordaram este aspecto (Jones, *et al.*, 1989), (Jones, *et al.*, 1992b), (Zielinski, 2001). De forma a escolher a resolução desejada, a largura da janela pode ser ajustada de forma adaptativa (Jones, *et al.*, 1992b), (Jones, *et al.*, 1997), (Djurovic, *et al.*, 2003), (Stankovic, 2001) baseada numa medida instantânea da qualidade da resposta no tempo-frequência.

Um outro aspecto da TFJ a considerar é o tipo de janela adoptada. Os diversos tipos de janela foram anteriormente referidos na subsecção 2.6.2. Diversos autores estudaram o efeito das janelas na TFJ (Allen, *et al.*, 2004), (Oppenheim, *et al.*, 1989), (Ha, *et al.*, 1989) e verifica-se que a melhor escolha depende do tipo de sinal (Czerwinski, *et al.*, 1997).

Resumidamente, existem parâmetros distintos que devem ser definidos na TFJ. Nesta linha de pensamento a necessidade de índices de sintonia adequados para a TFJ motivaram o estudo que se vai apresentar seguidamente. Desenvolveram-se diversas experiências e estudaram-se diversos índices para a sintonia da TFJ. No estudo utilizaram-se diferentes abordagens onde se incluem a estatística, a entropia e a informação mútua. Neste campo diversos autores investigaram as ligações entre a teoria da informação (entropia e informação mútua) e a representação no tempo-frequência (Aviyente, 2005b) (Aviyente, *et al.*, 2005a) (Baraniuk, *et al.*, 2001) (Loughlin, *et al.*, 2004). Neste trabalho apresenta-se um método baseado na teoria da informação que se revela como uma estratégia promissora.

Do exposto anteriormente nesta subsecção e nas subsecções 2.6.1 e 2.6.2, para a aplicação da TFJ existem diversos parâmetros que têm que ser definidos, nomeadamente o tipo, a largura t_w e a sobreposição β da janela. Algumas janelas possuem também um parâmetro α que afecta a sua forma. Muitos autores estudaram as janelas aplicadas à TFJ na perspectiva das suas próprias características. Como já referido anteriormente, a escolha de uma janela para um sinal particular depende do próprio sinal. Portanto, a sintonia automática dos parâmetros das janelas também depende do sinal. Neste contexto, os resultados que se apresentam seguidamente consideram a janela juntamente com o sinal.

5.4.2 Aplicação da informação mútua na transformada de Fourier com janela

A TFJ, $X_{jan}(\omega,\tau)$ (conforme a expressão 2.14), pode ser interpretada como uma função densidade de probabilidade bidimensional com duas variáveis ω e τ, desde que se normalize de acordo com a expressão seguinte:

$$F_1(\omega,\tau)=\frac{\int_{t\min}^{t\max} x(t)g(t-\tau)e^{-j\omega t}dt}{\int_{\tau}\int_{\omega}\left|\int_{t\min}^{t\max} x(t)g(t-\tau)e^{-j\omega t}dt\right|d\omega\, d\tau} \tag{5.5}$$

As funções distribuição de probabilidade marginal das variáveis ω e τ são, respectivamente, $F_2(\omega)$ e $F_3(\tau)$, de acordo com as expressões:

$$F_2(\omega) = \int_{\tau} X_{jan}(\omega, \tau) d\tau \tag{5.6}$$

$$F_3(\tau) = \int_{\omega} X_{jan}(\omega, \tau) d\omega \tag{5.7}$$

A informação mútua é um índice que mede a dependência das duas variáveis do ponto de vista da teoria da informação. A informação mútua para as duas variáveis ω e τ é dada por:

$$I(\omega, \tau) = \log_2 \frac{F_1(\omega, \tau)}{F_2(\omega) F_3(\tau)} \tag{5.8}$$

A informação mútua média $I_{med} \in \Re$ entre as duas variáveis é dada por:

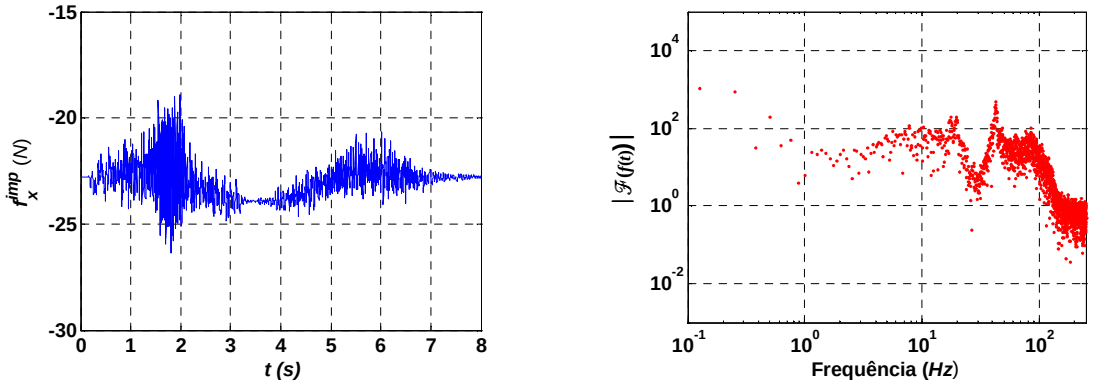
$$I_{med}(\omega, \tau) = \int_{\tau} \int_{\omega} F_1(\omega, \tau) \log_2 \frac{F_1(\omega, \tau)}{F_2(\omega) F_3(\tau)} d\omega \, d\tau \tag{5.9}$$

Como se viu na subsecção 2.8.7.2, uma das aplicações do índice I_{med} é na obtenção do tempo de atraso para a reconstrução do EER. O índice I_{med} relaciona dois conjuntos de medidas e estabelece um critério para a sua dependência mútua na perspectiva da teoria da informação. Adicionalmente, I_{med} reconhece as propriedades não lineares das variáveis (Trendafilova, *et al.*, 2001). Por outras palavras, a informação mútua apresenta bons resultados, seja para relações lineares, seja para relações não lineares entre as variáveis. Nesta linha de pensamento vai-se aplicar a informação mútua na sintonia da TFJ.

5.4.3 Resultados

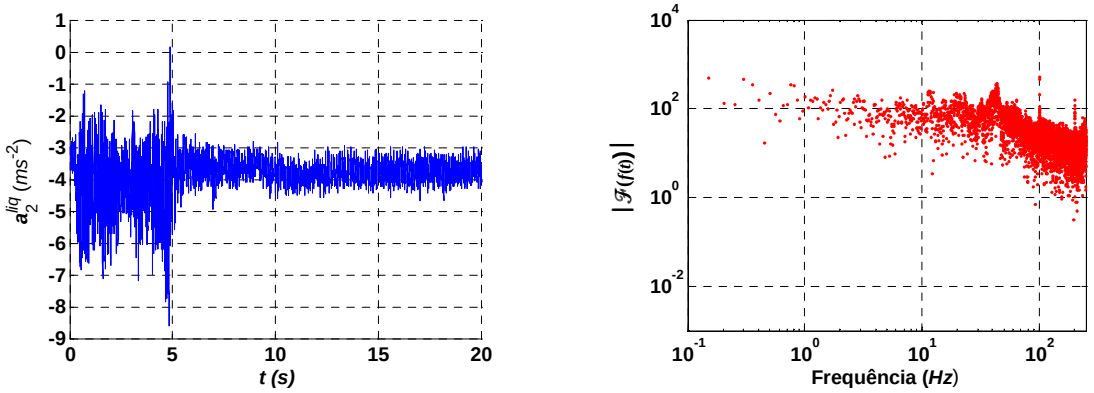
Para avaliar a informação mútua média $I_{med}(\omega,\tau)$ para a sintonia da TFJ, vai-se utilizar um conjunto de sinais captados pelo sistema robótico obtidos nas experiências descritas nas secções 4.3 e 4.4, referentes, respectivamente, aos estudos dos impactos e à manipulação de líquidos. A figura 5.23a) mostra o sinal nos tempos F_x^{imp} (componente *x* da força no punho do robô para a experiência em que ocorre o impacto) e a figura 5.23b) mostra o correspondente módulo da TF. Adicionalmente, a figura 5.24a) mostra o sinal nos tempos A_2^{liq} (acelerómetro

2 montado no punho quando o robô transporta o recipiente com líquido) e a figura 5.24b) mostra o correspondente módulo da TF. Por questões de espaço vão-se mostrar apenas os resultados mais relevantes.



a) b)

Figura 5.23 Sinal F_x^{imp}: a) amplitude nos tempos; b) módulo da transformada de Fourier.



a) b)

Figura 5.24 Sinal A_2^{liq}: a) amplitude nos tempos; b) módulo da transformada de Fourier.

5.4.3.1 Sintonia da largura e sobreposição das janelas

A figura 5.25 mostra a informação mútua média $I_{med}(\omega,\tau)$ do sinal F_x^{imp} para a janela Gaussiana captado durante um tempo total de t_T = 8 s. A largura t_w e a sobreposição temporal β variam, respectivamente, nas gamas 0,25 < t_w < 6 s e 5 < β < 90 % e adopta-se o parâmetro α = 2,5 para a janela Gaussiana (ver apêndice A). Existem três zonas de picos e as diversas experiências demonstraram que a melhor sintonia encontra-se na primeira curva que ocorre na direcção crescente de t_w. Assim, os melhores parâmetros de sintonia correspondem ao pico mais elevado que ocorre para (β; t_w) = (36,7; 2,6). A figura 5.26 mostra a TFJ calculada com estes parâmetros de sintonia.

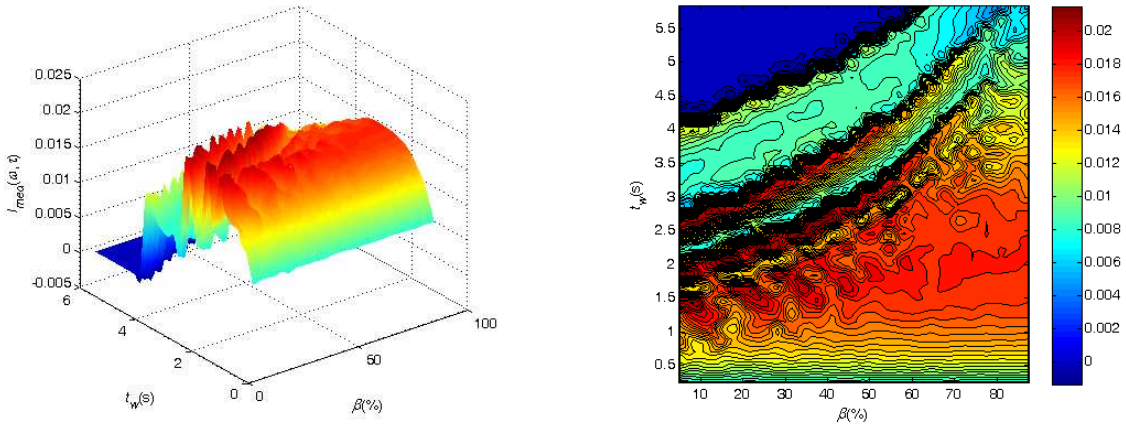


Figura 5.25 Índice $I_{med}(\omega,\tau)$ *versus* (β, t_w) do sinal F_x^{imp} para a janela Gaussiana com α = 2,5, t_T = 8 s.

A figura 5.27 mostra a informação mútua média $I_{med}(\omega,\tau)$ do sinal A_2^{liq} utilizando a janela Gaussiana e o sinal é adquirido durante um tempo total de t_T = 20 s. As gamas de valores de t_w, β e α são idênticas àquelas adoptadas no exemplo anterior. De novo, escolhe-se o pico mais elevado, localizado na primeira curva na direcção crescente de t_w. Neste caso, o pico mais elevado ocorre para (β; t_w) = (20,83; 2,29) que é o pico absoluto de $I_{med}(\omega,\tau)$. A figura 5.28 mostra a TFJ calculada com estes parâmetros de sintonia.

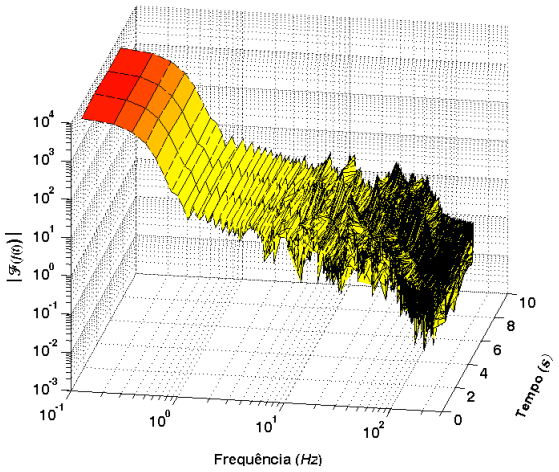


Figura 5.26 TFJ do sinal F_x^{imp} para a janela Gaussiana com (β; t_w) = (36,7; 2,6).

Nos exemplos anteriores adoptou-se a janela Gaussiana e agora vai-se testar a janela Hanning. A figura 5.29 mostra $I_{med}(\omega,\tau)$ para o sinal analisado na figura 5.27 (A_2^{liq}). O pico mais elevado ocorre para (β; t_w) = (20,83; 2,29) correspondendo à melhor sintonia da TFJ que, de facto, é a mesma obtida para a janela Gaussiana. Os testes provam que os resultados para a janela Hanning são bastante idênticos aos obtidos com a janela Gaussiana para α = 2,5. Por exemplo, analisando o mesmo sinal, para a janela Gaussiana com α = 2,0, o pico maior ocorre em (β; t_w) = (21,67; 2,29) que é diferente do obtido para a janela Hanning.

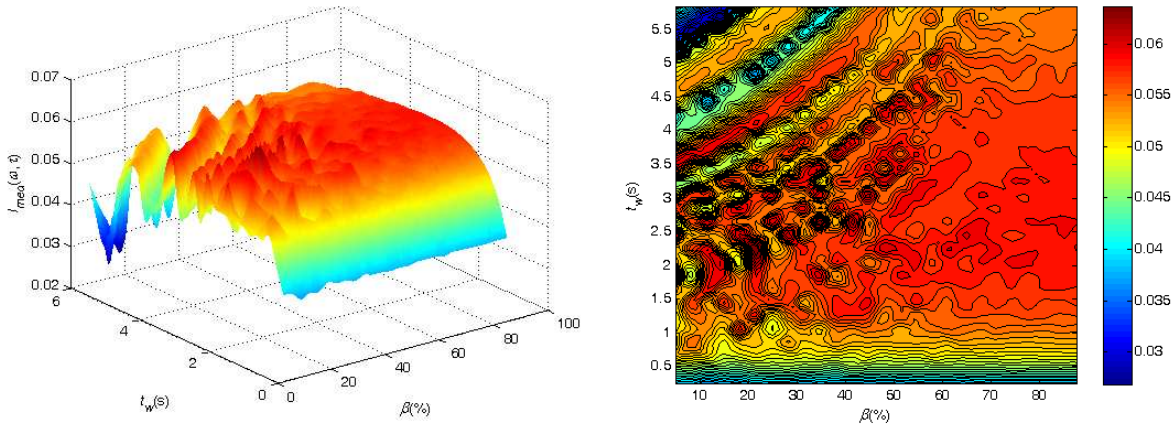


Figura 5.27 Índice $I_{med}(\omega,\tau)$ *versus* (β, t_w) do sinal A_2^{liq} para a janela Gaussiana com α = 2,5, t_T = 20 s.

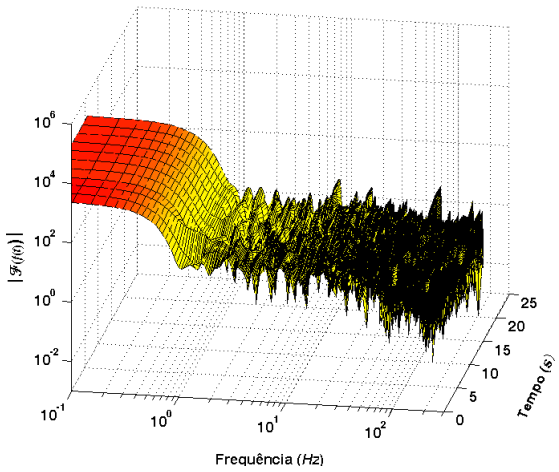


Figura 5.28 TFJ do sinal A_2^{liq} para a janela Gaussiana com (β; t_w) = (20,83; 2,29).

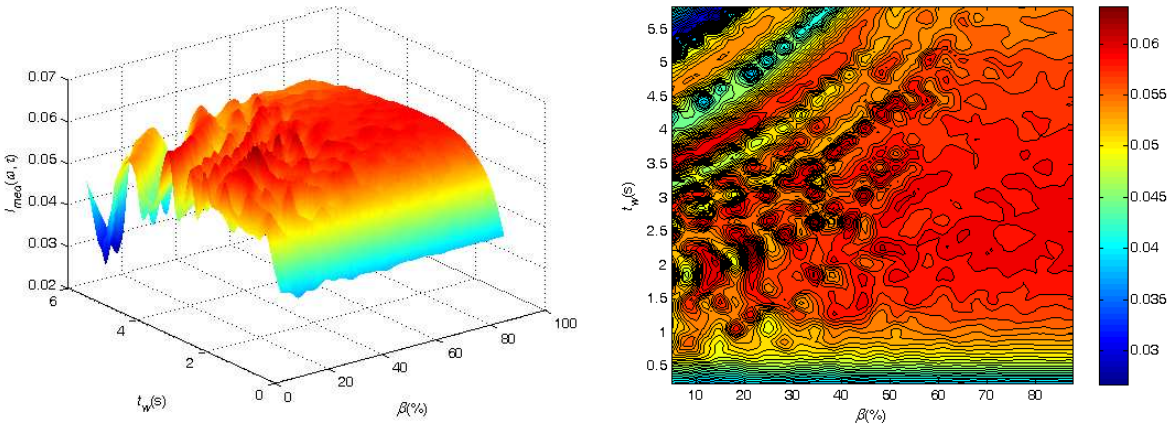


Figura 5.29 Índice $I_{med}(\omega,\tau)$ *versus* (β, t_w) do sinal A_2^{liq} para a janela Hanning com t_T = 20 s.

Pode-se também testar a janela fraccionária (ver apêndice A). A figura 5.30 mostra a informação mútua média $I_{med}(\omega,\tau)$ do sinal F_x^{imp} para a janela fraccionária, adquirido durante t_T = 8 s. A gama de valores de t_w e β são os usados nos exemplos anteriores. Se se escolher o pico maior, localizado na primeira curva na direcção crescente de t_w, obtêm-se os valores de

sintonia (β; t_w) = (31,7; 2,3). A figura 5.31 mostra a TFJ calculada com estes parâmetros de sintonia e observam-se os efeitos do fenómeno de Gibbs introduzidos pela janela fraccionária.

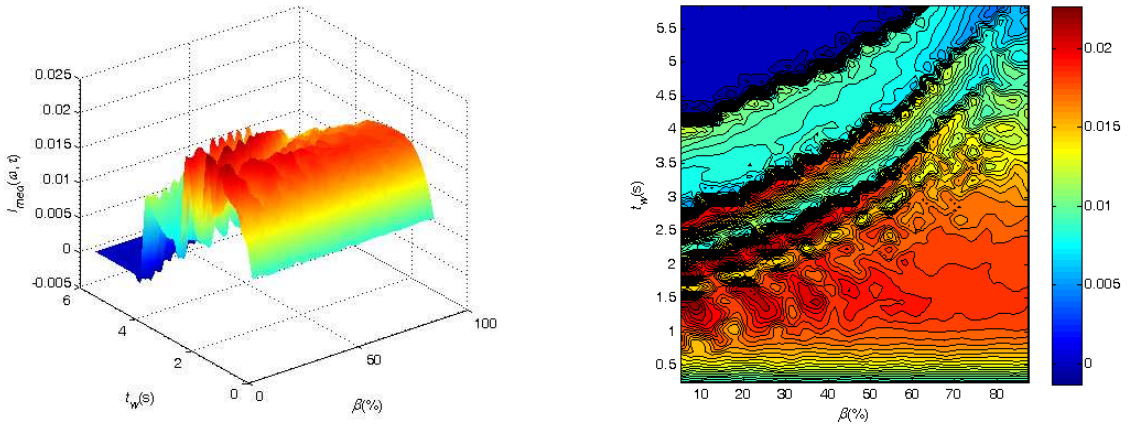


Figura 5.30 Índice $I_{med}(\omega,\tau)$ *versus* (β, t_w) do sinal F_x^{imp} para a janela fraccionária com α = 1, t_T = 8 s.

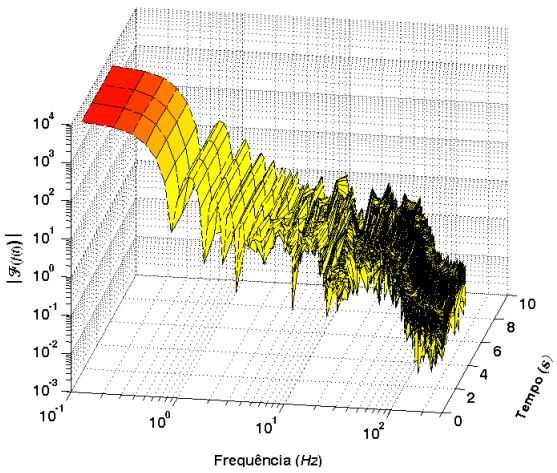


Figura 5.31 TFJ do sinal F_x^{imp} para a janela fraccionária com (β; t_w) = (31,7; 2,3).

Os exemplos anteriores mostram a aplicabilidade do método proposto. No entanto, a prática demonstra que, para alguns sinais, é difícil escolher os parâmetros de sintonia adequados (β, t_w). A figura 5.32 mostra $I_{med}(\omega,\tau)$ *versus* (β, t_w) do sinal I_2^{liq}. Existem diversas curvas de

picos com valores idênticos e, consequentemente, é difícil seleccionar a mais apropriada. Assim, são necessários maiores desenvolvimentos para clarificar o comportamento de $I_{med}(\omega,\tau)$.

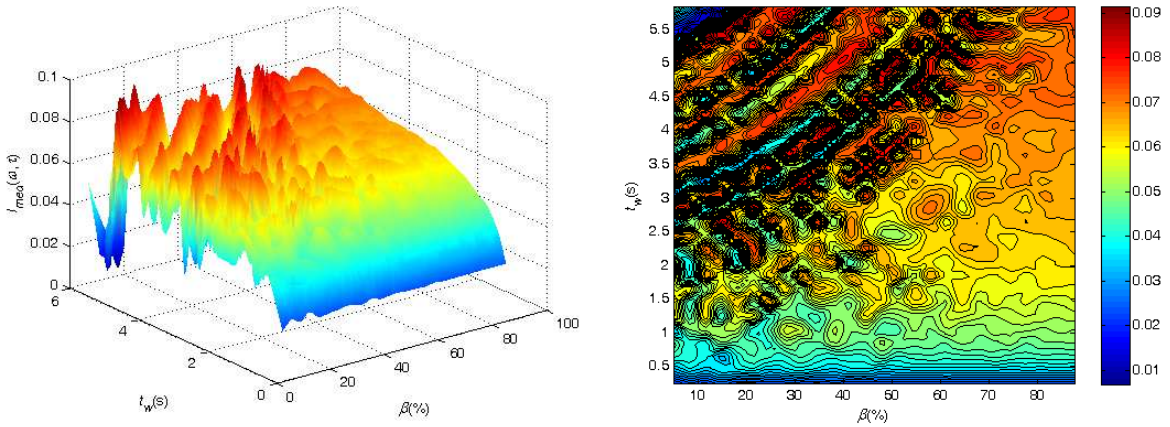


Figura 5.32 Índice $I_{med}(\omega,\tau)$ *versus* (β, t_w) do sinal I_2^{liq} para a janela Gaussiana com α = 2,5, t_T = 20 s.

5.4.3.2 Sintonia do parâmetro α da janela

Com foi referido anteriormente, as janelas Gaussiana e fraccionária (as respectivas expressões e formas encontram-se no apêndice A) incluem o parâmetro α que afecta a sua forma. Assim, α apresenta-se também como um parâmetro que deve ser sintonizado adequadamente. As figuras 5.33 e 5.34 ilustram a informação mútua média $I_{med}(\omega,\tau)$ para o sinal F_x^{imp}, respectivamente, para as janelas Gaussiana e fraccionária. O sensor situa-se no punho e o sinal é adquirido durante t_T = 8 s. Os valores de α e β, para ambas as janelas, variam, respectivamente, nas gamas $0{,}5 < \alpha < 6$ e $5 < \beta < 90$ %. Em ambos os casos a largura da janela é t_w = 2,5 s. O índice $I_{med}(\omega,\tau)$ apresenta um pico em (β; α) = (35; 3,9) para o caso da janela Gaussiana. Adicionalmente, existe um conjunto de valores elevados aproximadamente em β = 35%. O conjunto de valores começa próximo de α = 2,5, que é o valor normalmente adoptado por defeito para a janela Gaussiana (figura 5.33). No caso da janela fraccionária o pico ocorre para (β; α) = (34; 1), conforme se observa na figura 5.34.

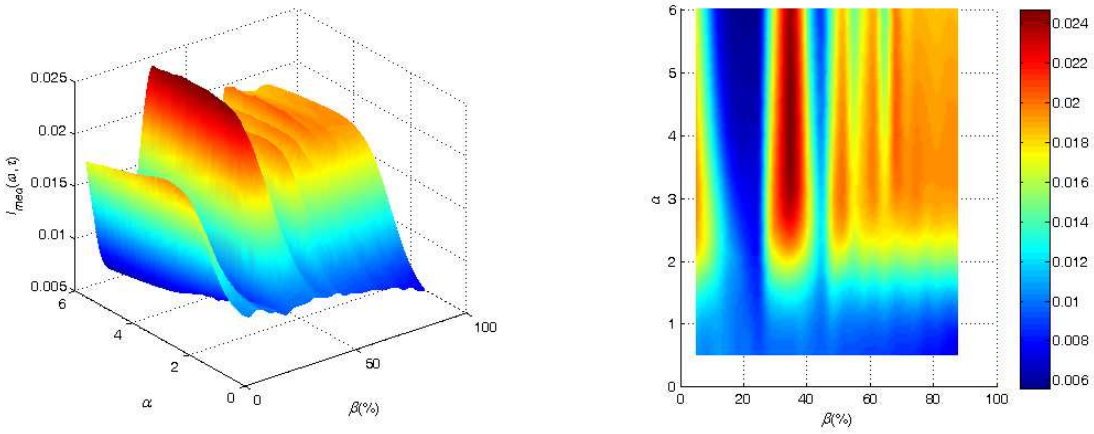


Figura 5.33 Índice $I_{med}(\omega,\tau)$ *versus* (α, β) do sinal F_x^{imp} para a janela Gaussiana.

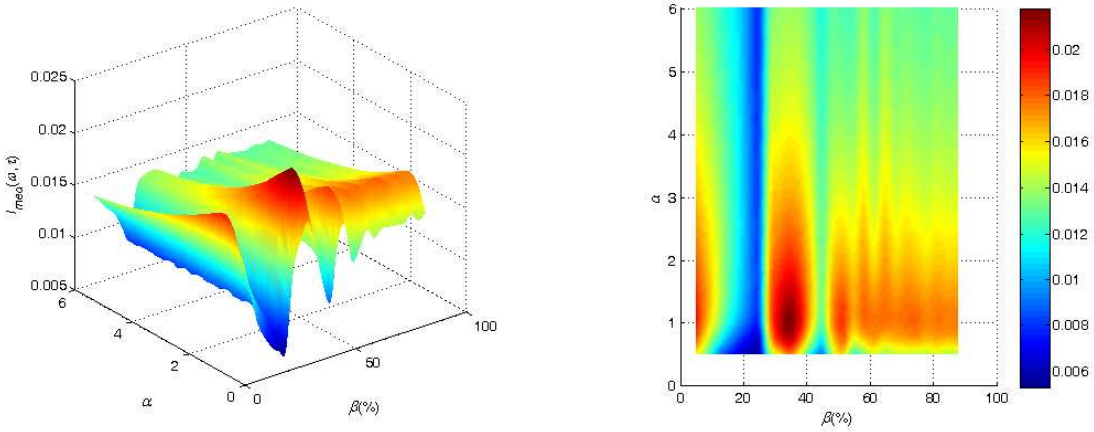


Figura 5.34 Índice $I_{med}(\omega,\tau)$ *versus* (α, β) do sinal F_x^{imp} para a janela fraccionária.

5.4.4 Conclusões

A TFJ é uma das representações tempo-frequência mais utilizadas sendo adoptada em muitas áreas da engenharia. De forma a utilizar esta técnica têm que se definir diversos parâmetros de acordo com o sinal a analisar.

Neste trabalho mostra-se a informação mútua média como um índice que pode utilizar-se para a sintonia da TFJ. As definições da janela obtidas com o índice proposto revelaram-se como um bom compromisso entre as resoluções no tempo e na frequência para os sinais analisados.

Os resultados baseados em sinais experimentais são promissores e demonstram a aplicabilidade e a eficácia da nova abordagem. No entanto, a prática mostra que para alguns sinais é difícil a escolha dos parâmetros adequados de sintonia baseada no método proposto. Assim, são necessários maiores desenvolvimentos para clarificar esta limitação.

5.5 Resumo

Neste capítulo mostraram-se alguns conjuntos de experiências em que se utilizou a teoria da informação e a reconstrução do espaço de estados. Assim, na maioria das experiências adoptadas analisaram-se diversos sinais robóticos recorrendo à informação mútua média.

Numa experiência analisou-se a relação do EER com uma dinâmica fraccionária, utilizando os espectros dos sinais robóticos aproximáveis por LTs. Para a reconstrução do EE de cada sinal é necessário conhecer o respectivo tempo de atraso. Para a sua determinação propôs-se uma nova abordagem baseada na dimensão fractal.

Num outro conjunto de experiências estudou-se o problema das folgas. Determinaram-se as componentes espectrais responsáveis pelas folgas e apresentaram-se dois índices que permitem avaliar o nível das folgas existentes ao nível das juntas do robô. Também foi analisada a relação da folga com a frequência e amplitude dos movimentos do braço robótico.

Por último, estudou-se a sintonia da TFJ. Neste âmbito, desenvolveu-se uma técnica que utiliza a informação mútua média na sintonia da TFJ. Como resultado dessa sintonia obtiveram-se diversos parâmetros que são utilizados na aplicação da TFJ a um sinal.

Capítulo 6

Conclusões

6.1 Introdução

Neste capítulo estabelecem-se as principais conclusões e contribuições que decorrem do trabalho desenvolvido ao longo da tese. São também realçados alguns aspectos que poderão merecer uma investigação futura. Nesta ordem de ideias, na secção 6.2 discutem-se os resultados obtidos e indicam-se as principais conclusões do trabalho realizado. De seguida, na secção 6.3, apontam-se as principais contribuições da tese. Por último, na secção 6.4 referem-se várias perspectivas de investigação futura.

6.2 Principais conclusões e discussão dos resultados

Qualquer decisão que o ser humano tenha que tomar face a uma questão é tão melhor fundamentada quanto melhor se conhecer o problema em causa. Neste sentido, o estudo dos sinais robóticos apresentados nesta tese pode contribuir para uma melhor compreensão dos fenómenos envolvidos em diversas áreas da robótica, como a interacção dos manipuladores com o meio envolvente, a manipulação de contentores com líquidos e o estudo de não linearidades, como é o caso das folgas.

Nos estudos efectuados utilizaram-se diversas ferramentas matemáticas. A aplicação dessas ferramentas levou a que, adicionalmente, se aprofundassem vários aspectos, como é o caso da transformada de Fourier com janela, da reconstrução do espaço de estados, utilizando a

dimensão fractal, e do estudo das folgas, recorrendo a índices baseados na reconstrução do espaço de estados.

Os capítulos desta tese apresentam na parte final uma secção correspondente a um resumo, onde se faz uma síntese dos aspectos mais relevantes. Ao longo dos mesmos, no fim de cada matéria, apresentam-se também algumas conclusões parcelares. Nesta ordem de ideias, apresenta-se em seguida uma síntese das principais conclusões do trabalho:

- O sistema desenvolvido permitiu captar diversos sinais robóticos. Estes sinais revelaram-se um banco de ensaios adequado para o estudo dos fenómenos envolvidos nos impactos e nas vibrações. Os sinais captados pelo sistema serviram para analisar o problema das folgas em robótica e estudar a relação do espaço de estados reconstruído com as dinâmicas fraccionárias;
- Através do estudo espectral dos diversos sinais robóticos, verificou-se o seu comportamento em termos de ordem inteira ou fraccionária. No entanto, para alguns sinais essa verificação foi inconclusiva, pois apresentam um espectro complexo, de difícil aproximação por uma simples linha de tendência;
- A transformada de Fourier com janela revelou-se uma ferramenta adequada para a análise dos sinais não estacionários, como é o caso dos sinais originados por impactos e vibrações;
- Apresentou-se um método de classificação dos sinais baseado no comportamento dos respectivos espectros e que conduziu à obtenção de três grupos de sinais: o grupo das "posições e momentos", o grupo das "correntes" e o grupo das "forças e acelerações";
- A transformada *wavelet* revelou-se um método de filtragem adequado para sinais com bastante ruído onde outros métodos de filtragem clássicos se mostraram ineficientes;
- O espaço de estados reconstruído constitui uma ferramenta adequada e promissora para análise de sinais que apresentem algum grau de periodicidade;
- A aplicação da transformada de Fourier com janela necessita de uma parametrização de acordo com o sinal a analisar. Neste trabalho propôs-se a informação mútua média como um índice a utilizar na escolha dessa parametrização. Os resultados baseados em sinais experimentais são promissores e demonstraram a aplicabilidade e a eficácia da nova abordagem.

6.3 Contribuições científicas

A investigação desenvolvida e apresentada nesta tese teve como finalidade atingir os objectivos propostos. As principais contribuições inovadoras realizadas descrevem-se seguidamente:

1. Verificação da existência de sinais robóticos com comportamentos inteiro e fraccionário ocorridos durante impactos e vibrações (Lima, *et al.*, 2006a) (Lima, *et al.*, 2006b) (Lima, *et al.*, 2007d) (Lima, *et al.*, 2007f) (Lima, et al., 2008e), utilizando o sistema desenvolvimento (Lima, *et al.*, 2005a) (Lima, *et al.*, 2005b);
2. Verificação da existência de sinais robóticos com comportamentos inteiro e fraccionário na manipulação de líquidos (Lima, *et al.*, 2007e);
3. Estabelecimento de uma expressão heurística, aplicável aos espectros aproximáveis por linhas de tendência, que relaciona o declive da linha de tendência da transformada de Fourier clássica com o conjunto correspondente de declives das linhas de tendência das transformadas de Fourier com janela (Lima, *et al.*, 2008a);
4. Concepção de um método novo para classificação dos sinais baseado nas respectivas respostas espectrais (Lima, *et al.*, 2007a) (Lima, *et al.*, 2007b) (Lima, *et al.*, 2007c);
5. Verificação experimental de uma relação entre os declives das linhas de tendência dos espectros com a dimensão fractal do espaço de estados reconstruído e o correspondente tempo de atraso. Neste âmbito propôs-se um método novo para determinação do tempo de atraso na reconstrução do espaço de estados baseado na dimensão fractal (Lima, *et al.*, 2008b);
6. Concepção de dois índices novos para determinação do grau das folgas em sistemas mecânicos sujeitos a oscilações periódicas (Lima, *et al.*, 2008c) (Lima, et al., 2008d);
7. Concepção de um método novo baseado na informação mútua para sintonia da transformada de Fourier com janela.

6.4 Perspectivas para desenvolvimentos futuros

Após a realização desta tese, constata-se que se abriram novas perspectivas e que existem aspectos que podem ser melhorados ou explorados. Alguns desses pontos já foram referidos ao longo do texto. Neste contexto, apresenta-se em seguida uma síntese dos aspectos que podem ser alvo de desenvolvimento futuro:

- Concepção de um sistema de controlo para reduzir ou eliminar os efeitos indesejados dos impactos e vibrações;
- Comparação do método apresentado de classificação dos sinais, baseado no comportamento dos respectivos espectros, com outros métodos;
- Investigação com vista ao estabelecimento explícito de uma relação de correlação analítica, verificada experimentalmente, entre os declives das linhas de tendência dos espectros com a dimensão fractal do espaço de estados reconstruído e o correspondente tempo de atraso das variáveis;
- Modificação do algoritmo de cálculo da dimensão fractal, baseado no método de contagem de caixas aplicado a imagens a 2D, de forma a generalizar-se a sua aplicação a diferentes dimensões topológicas, podendo, assim, aplicar-se ao espaço de estados reconstruído para dimensões superiores a dois;
- Utilização de outras técnicas complementares na análise dos sinais robóticos que podem fornecer informação útil sobre as variáveis, onde se incluem, os expoentes de Lyapunov, *surrogate data* e a *previsão de valores futuros*;
- Análise mais aprofundada na aplicação da transformada *wavelet* na filtragem dos sinais de forma a melhorar os resultados do índice proposto para o estudo das folgas baseado na raiz quadrada do erro médio;
- Análise mais aprofundada do método apresentado para sintonia da transformada de Fourier com janela, baseado na informação mútua média, de forma a clarificar o seu comportamento para alguns sinais em que é difícil a escolha dos parâmetros de sintonia adequados.

Apêndice A

Janelas temporais

Neste anexo apresentam-se na tabela A–1 as expressões das principais janelas temporais utilizadas em processamento digital de sinal (Nuttall, 1981), (Harris, 1978), (Ha, *et al.*, 1989), (Oppenheim, *et al.*, 1989) e, em seguida, nas figuras A–1 a A–5 mostram-se as respectivas representações gráficas nos tempos. Em cada figura representa-se apenas um determinado conjunto de janelas de modo a facilitar a visualização.

Tabela A–1 Expressões de algumas janelas.

Nome da janela	**Expressão**	
Bartlett	Para L impar $w(n)=\begin{cases}\dfrac{2n}{N} & 0\le n\le \dfrac{N}{2}\\ 2-\dfrac{2n}{N} & \dfrac{N}{2}\le n\le N\end{cases}$ Para L par $w(n)=\begin{cases}\dfrac{2n}{N} & 0\le n\le \dfrac{L}{2}-1\\ 2-\dfrac{2(N-n)}{N} & \dfrac{L}{2}\le n\le N\end{cases}$	L é o número de pontos da janela
Bartlett-Hanning modificada	$w(n)=0{,}62-0{,}48\left\lvert\dfrac{n}{N}-0{,}5\right\rvert+0.38\cos\left[2\pi\left(\dfrac{n}{N}-0{,}5\right)\right]$	$0<n\le N$
Blackman	$w(n)=a_0-a_1\cos\left(\dfrac{2\pi}{N}n\right)+a_2\cos\left(\dfrac{2\pi}{N}2n\right)$ a_0 = 0,42; a_1 = 0,5; a_2 = 0,08	$0\le n\le N$
Blackman-Harris	$w(n)=a_0-a_1\cos\left(\dfrac{2\pi}{N}n\right)+a_2\cos\left(\dfrac{2\pi}{N}2n\right)-a_3\cos\left(\dfrac{2\pi}{N}3n\right)$ a_0 = 0,35875; a_1 = 0,48829; a_2 = 0,14128; a_3 = 0,01168	$-\dfrac{N}{2}<n\le\dfrac{N}{2}$

Nome da janela	**Expressão**	
Bohman	$w(n) = 1{,}0 - \frac{\lvert n\rvert}{N/2}\cos\left(\pi\frac{\lvert n\rvert}{N/2}\right) + \frac{1}{n}\sin\left(\pi\frac{\lvert n\rvert}{N/2}\right)$	$0 < \lvert n\rvert \le \frac{N}{2}$
Chebyshev	$w(n) = (-1)^n \frac{\cos\left\{N\cos^{-1}\left[\beta\cos\left(\pi\frac{k}{N}\right)\right]\right\}}{\cosh\left[N\cosh^{-1}(\beta)\right]}$ onde $\beta = \cosh\left[\frac{1}{N}\cosh^{-1}\left(10^{\alpha}\right)\right]$ $\cos^{-1}(X) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\left[X/\sqrt{1{,}0 - X^2}\right] & \lvert X\rvert \le 1{,}0 \\ \ln\left[X + \sqrt{X^2 - 1{,}0}\right] & \lvert X\rvert \ge 1{,}0 \end{cases}$	
Flattop	$w(n) = a_0 - a_1\cos\left(\frac{2\pi}{N}n\right) + a_2\cos\left(\frac{2\pi}{N}2n\right) - a_3\cos\left(\frac{2\pi}{N}3n\right) + a_4\cos\left(\frac{2\pi}{N}4n\right)$ a_0 = 0,21557895; a_1 = 0,41663158; a_2 = 0,277263158; a_3 = 0,083578947; a_4 = 0,006947368	
Gaussiana	$w(n) = e^{-\frac{1}{2}\left(\alpha\frac{n}{N/2}\right)^2}$	$-\frac{N}{2} \le n \le \frac{N}{2}$
Hamming	$w(n) = 0{,}54 - 0{,}46\cos\left(\frac{2\pi}{N}n\right)$	$0 \le n \le N$
Hann(ing)	$w(n) = 0.5\left[1 - \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right)\right]$	$0 \le n \le N$
Kaiser	$w(n) = \frac{I_0\left\{\beta\left[1 - \left[(n-\alpha)/\alpha\right]^2\right]^{1/2}\right\}}{I_0(\beta)}$ onde I_0 é a função de Bessel modificada de ordem zero e β é um parâmetro que afecta a atenuação dos lobos laterais da resposta em frequência.	$0 \le n \le N$
Nuttal	$w(n) = a_0 - a_1\cos\left(\frac{2\pi}{N}n\right) + a_2\cos\left(\frac{2\pi}{N}2n\right) - a_3\cos\left(\frac{2\pi}{N}3n\right)$ a_0 = 0,3635819; a_1 = 0,4891775; a_2 = 0,1365995; a_3 = 0,106411 Nota: Esta janela é muito semelhante à Blackman-Harris	$-\frac{N}{2} < n \le \frac{N}{2}$
Parzen (de la Valle-Poussin)	$w(n) = \begin{cases} 1{,}0 - 6\left(\frac{n}{N/2}\right)^2\left(1{,}0 - \frac{\lvert n\rvert}{N/2}\right) & 0 \le \lvert n\rvert \le \frac{N}{4} \\ 2\left(1{,}0 - \frac{\lvert n\rvert}{N/2}\right)^3 & \frac{N}{4} < \lvert n\rvert \le \frac{N}{2} \end{cases}$	
Rectangular	$w(n) = \begin{cases} 1{,}0 & 0 \le n \le N \\ 0 & \textit{outros valores} \end{cases}$	

Nome da janela	**Expressão**
Tukey	$w(n)=\begin{cases} 1{,}0 & 0\le\lvert n\rvert\le\alpha\dfrac{N}{2} \\ \dfrac{1}{2}\left[1+\cos\left(\pi\dfrac{n-\alpha\frac{N}{2}}{2(1-\alpha)\frac{N}{2}}\right)\right] & \alpha\dfrac{N}{2}<\lvert n\rvert\le\dfrac{N}{2}\end{cases}$
Triangular	Para L impar $w(n)=\begin{cases}\dfrac{2n}{L+1} & 1\le n\le\dfrac{L+1}{2} \\ \dfrac{2(L-n+1)}{L+1} & \dfrac{L+1}{2}<n\le L\end{cases}$ Para L par $w(n)=\begin{cases}\dfrac{2n}{L} & 1\le n\le\dfrac{L+1}{2} \\ \dfrac{2(L-n+1)}{L} & \dfrac{L}{2}+1\le n\le L\end{cases}$ Nota: A janela triangular é semelhante à janela Bartlett. No entanto, a janela Bartlett é zero nos extremos, ao contrário da janela triangular.
Fraccionária	$w(n)=1-\left\lvert\dfrac{n-\tau}{N}\right\rvert^{\alpha}$ $0\le n\le N$ onde τ representa o centro da janela e α afecta a forma da janela.

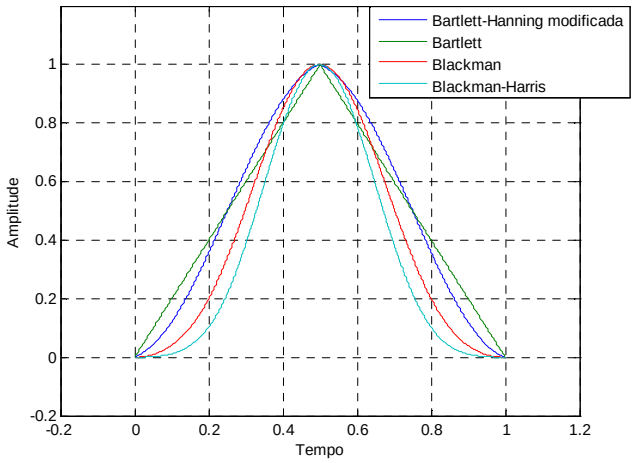


Figura A–1 – Janelas: Bartlett–Hanning modificada, Bartlett, Blackman, Blackman-Harris.

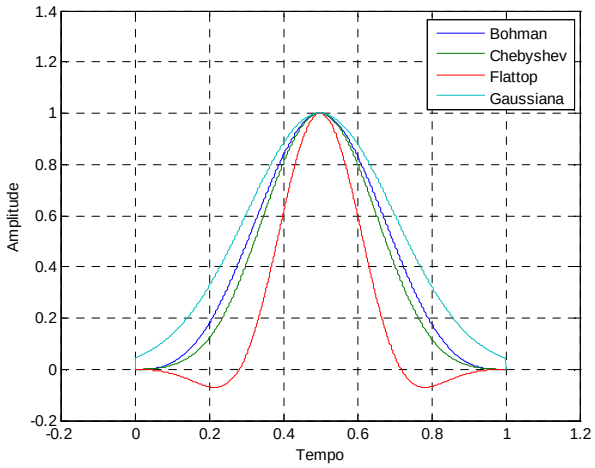


Figura A–2 – Janelas: Bohman, Chebyshev, Flattop, Gaussiana.

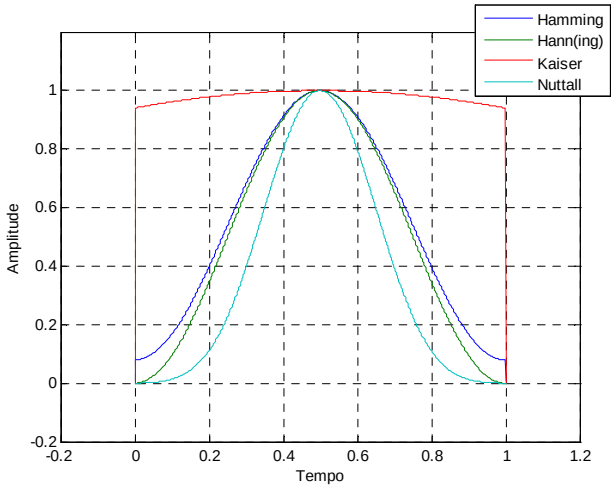


Figura A–3 – Janelas: Hamming, Hann(ing), Kaiser, Nuttall.

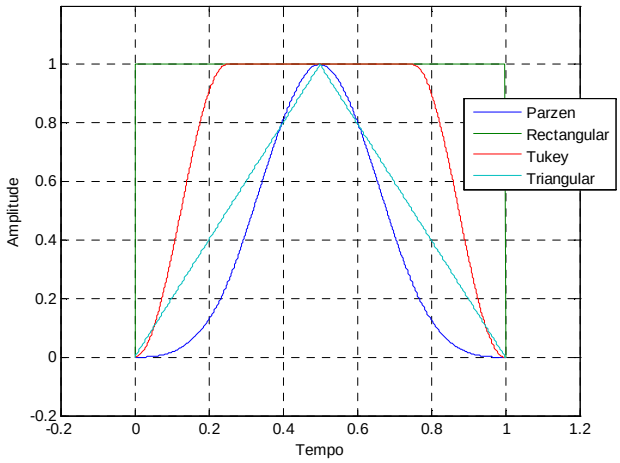


Figura A–4 – Janelas: Parzen, rectangular, Tukey, triangular.

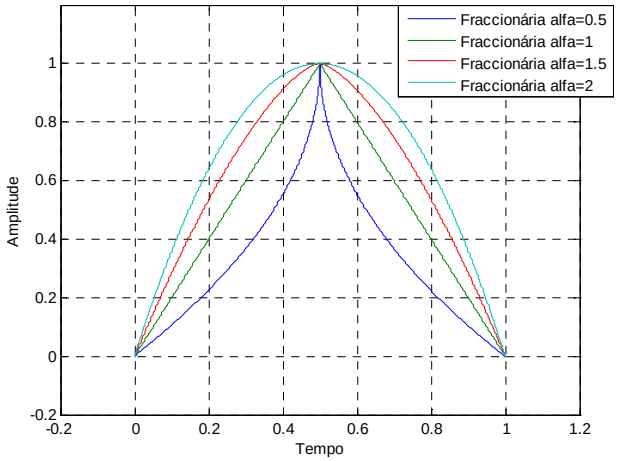


Figura A–5 – Janela fraccionária com $\alpha = \{0{,}5;\ 1;\ 1{,}5;\ 2\}$.

Apêndice B

Definições e derivadas/integrais fraccionários

Neste anexo apresentam-se na tabela B–1 algumas das principais definições de derivadas e integrais de ordem fraccionária (Miller, *et al.*, 1993) e (Oldham, *et al.*, 1974) e na tabela B–2 apresentam-se as derivadas e integrais fraccionários de algumas funções elementares. O símbolo Γ representa a função Gama de Euler. Esta função é utilizada no cálculo fraccionário e generaliza o factorial $n!$ permitindo que n tome valores reais e complexos.

Tabela B–1 Definições de algumas derivadas e integrais fraccionários.

Nome da definição	**Expressão**	
Grünwald-Letnikov	$\left(I_{a+}^{\alpha}\varphi\right)(x)=\frac{1}{\Gamma(\alpha)}\lim_{h\to+0}\left[h^{\alpha}\sum_{j=0}^{(x-a)/h}\frac{\Gamma(\alpha+j)}{\Gamma(j+1)}\varphi(x-jh)\right]$ $\left(D_{a+}^{\alpha}f\right)(x)=\lim_{h\to 0}\left[\frac{1}{h^{\alpha}}\sum_{k=0}^{+\infty}(-1)^{k}\frac{\Gamma(\alpha+1)}{\Gamma(k+1)(\alpha-k+1)}x(t-kh)\right]$	
Liouville	$\left(I_{c}^{\alpha}\varphi\right)(x)=\frac{1}{\Gamma(\alpha)}\int_{-\infty}^{x}\frac{\varphi(t)}{(x-t)^{1-\alpha}}dt$ $\left(D_{c}^{\alpha}f\right)(x)=\frac{1}{\Gamma(1-\alpha)}\frac{d}{dx}\int_{-\infty}^{x}\frac{f(t)}{(x-t)^{\alpha}}dt$	$-\infty < x < +\infty$
Riemann-Liouville	$\left(I_{a+}^{\alpha}\varphi\right)(x)=\frac{1}{\Gamma(\alpha)}\int_{a}^{x}\frac{\varphi(t)}{(x-t)^{1-\alpha}}dt$ $\left(D_{a+}^{\alpha}f\right)(x)=\frac{1}{\Gamma(1-\alpha)}\frac{d}{dx}\int_{a}^{x}\frac{f(t)}{(x-t)^{\alpha}}dt$	$a < x$
Hadamard	$\left(I_{+}^{\alpha}\varphi\right)(x)=\frac{1}{\Gamma(\alpha)}\int_{0}^{x}\frac{\varphi(t)}{t[\ln(t/x)]^{1-\alpha}}dt$ $\left(D_{a+}^{\alpha}f\right)(x)=\frac{\alpha}{\Gamma(1-\alpha)}\int_{a}^{x}\frac{f(x)-f(t)}{t[\ln(x/t)]^{1+\alpha}}dt$	$x > 0$, $a > 0$
Marchaud	$\left(D_{+}^{\alpha}f\right)(x)=\frac{\alpha}{\Gamma(1-\alpha)}\int_{-\infty}^{x}\frac{f(x)-f(t)}{(x-t)^{1+\alpha}}dt$	
Fourier	$F\left\{I_{\pm}^{\alpha}\varphi\right\}=\frac{F\{\varphi\}}{(\pm j\omega)^{\alpha}}$	$0 < \mathrm{Re}(\alpha) < 1$
	$F\left\{D_{\pm}^{\alpha}\varphi\right\}=(\pm j\omega)^{\alpha}F\{\varphi\}$	$\mathrm{Re}(\alpha) \geq 0$
Laplace	$L\left\{I_{0+}^{\alpha}\varphi\right\}=\frac{L\{\varphi\}}{s^{\alpha}}$	$\mathrm{Re}(\alpha) > 0$
	$L\left\{D_{0+}^{\alpha}\varphi\right\}=s^{\alpha}L\{\varphi\}$	$\mathrm{Re}(\alpha) \geq 0$

Tabela B–2 Derivadas e integrais fraccionários de algumas funções elementares $\varphi(x)$.

$\varphi(x),\ x\in\Re$	$\left(I_{+}^{\alpha}\varphi\right)(x),\ x\in\Re,\ \alpha\in C$	
$(x-a)^{\beta-1}$	$\dfrac{\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta)}(x-a)^{\alpha+\beta-1}$	$\mathrm{Re}(\beta)>0$
$e^{\lambda x}$	$\lambda^{-\alpha}e^{\lambda x}$	$\mathrm{Re}(\lambda)>0$
$\begin{cases}\sin(\lambda x)\\ \cos(\lambda x)\end{cases}$	$\lambda^{-\alpha}\begin{cases}\sin(\lambda x-\alpha\pi/2)\\ \cos(\lambda x-\alpha\pi/2)\end{cases}$	$\lambda>0,\mathrm{Re}(\alpha)>1$
$e^{\lambda x}\begin{cases}\sin(\gamma x)\\ \cos(\gamma x)\end{cases}$	$\dfrac{e^{\lambda x}}{(\lambda^2+\gamma^2)^{\alpha/2}}\begin{cases}\sin(\gamma x-\alpha\phi)\\ \cos(\gamma x-\alpha\phi)\end{cases}$	$\phi=\arctan(\gamma/\lambda)$ $\gamma>0,\mathrm{Re}(\lambda)>1$

Apêndice C

Especificações do equipamento

Manipulador robótico

Tabela C-1 Características técnicas principais do manipulador robótico.

Tipo	Antropomórfico
Fabricante	Eshed Robotec
Referência	Scorbot ER VII
Número de eixos	5
Movimento dos eixos Eixo 1: rotação da base Eixo 2: rotação do ombro Eixo 3: rotação do cotovelo Eixo 4: inclinação (*pitch*) do punho Eixo 5: torção (*roll*) do punho	 250º, 310º programado pelo utilizador 170º 225º 180º 360º
Raio máximo de operação	690mm
Realimentação de posição	Codificadores ópticos incrementais em cada eixo: disco com 96 ranhuras
Actuadores	Servo motores eléctricos 12 V_{DC}
Transmissão	Transmissões harmónicas (*Harmonic drives*), correias e poleias
Repetibilidade	±0.2mm
Velocidade máxima	1000 mm/s
Carga máxima	2 Kg
Peso	30Kg

Tabela C-2 Características técnicas principais do controlador do manipulador robótico.

Número de eixos	Standard / Máximo: 8 / 11
Controlo por grupos	Os 11 eixos com controlo independente estão divididos em 3 grupos: Grupo A: eixos1, 2, 3, 4, 5 e 6 Grupo B: eixos 7 e 8 Grupo C: eixos 9, 10 e 11

CPU	Motorola 68020
EPROM	384 KB
RAM	Sistema/ Utilizável: 64 KB / 128 KB
Comunicação	8 Portas série RS232
Entradas/Saídas	16 / 16
Linguagens de programação	ACL: *Advanced Control Language* Permite a programação via porta série
Fontes de alimentação internas	Motores: +24 V_{DC}, 18 A Utilizável: +12V_{DC}, 2 A
Massa	19 kg

Sensor de corrente eléctrica

Tabela C-3 Características técnicas principais do sensor de corrente eléctrica por efeito de Hall.

Tipo	Efeito de Hall
Fabricante	LEM, Suiça
Referência	LA–25N
Escalas de medida de corrente nominal	5, 6, 8, 12, 25 A
Precisão	±0.5 %
Alimentação	±15 V_{DC}

Sistema de medida de força/momento

O sistema de medida força/momento é constituído por duas unidades funcionais:

- Sensor de força/momento de seis componentes;
- Carta de processamento digital de sinal

Tabela C-4 Características técnicas principais do sensor de força/momento.

Tipo	Extensómetros metálicos montados numa variante da Cruz de Malta com três braços
Fabricante	JR3, EUA
Referência	67M25A-I40, 63N4
Gama de medida [f_x f_y f_z m_x m_y m_z]	[63N 63N 126N 4Nm 4Nm 4Nm]
Massa	0.180 Kg

Tabela C-5 Características técnicas principais da carta de processamento de força/momento.

Fabricante	JR3, EUA
Referência	Force sensor receiver card for PCI bus 2053
Barramento	PCI
Taxa máxima de amostragem de força/momento	8 kHz

Acelerómetros

Tabela C-6 Características técnicas principais dos acelerómetros.

Tipo	Piezoresistivo
Fabricante	FGP, França
Referência	FA-208-15
Gama de medida	±5 g
Resposta em frequência (–3dB)	0 – 1000 Hz
Sensibilidade	1 V/ 1 g
Linearidade	±2%
Alimentação	±15 V_{DC}

Computador

Tabela C-7 Características técnicas principais do computador.

Fabricante	Dell
Sistema operativo	Microsoft Windows 2000
Processador	Pentium 4
Velocidade de processamento	3.0 GHz
Memória RAM	1 Mb
Disco Duro	100 Gb
Barramento	PCI
Porta de comunicações	Série RS232

Carta electrónica de conversão A/D

Tabela C-8 Características técnicas principais carta de conversão A/D.

Fabricante	National Instruments, EUA
Referência	DAQ 6024E
Resolução	12 bits
Número de canais analógicos de entrada	16
Tensões de entrada	±50 mV, ±500 mV, ±5 V, ±10 V
FIFO	512 posições
Taxa de amostragem	200 kHz
Número de canais analógicos de saída	2
Número de entradas e saídas digitais	8
Contadores	2
Barramento	PCI

Carta electrónica de contagem de impulsos

Tabela C-9 Características técnicas principais da carta de contagem de impulsos.

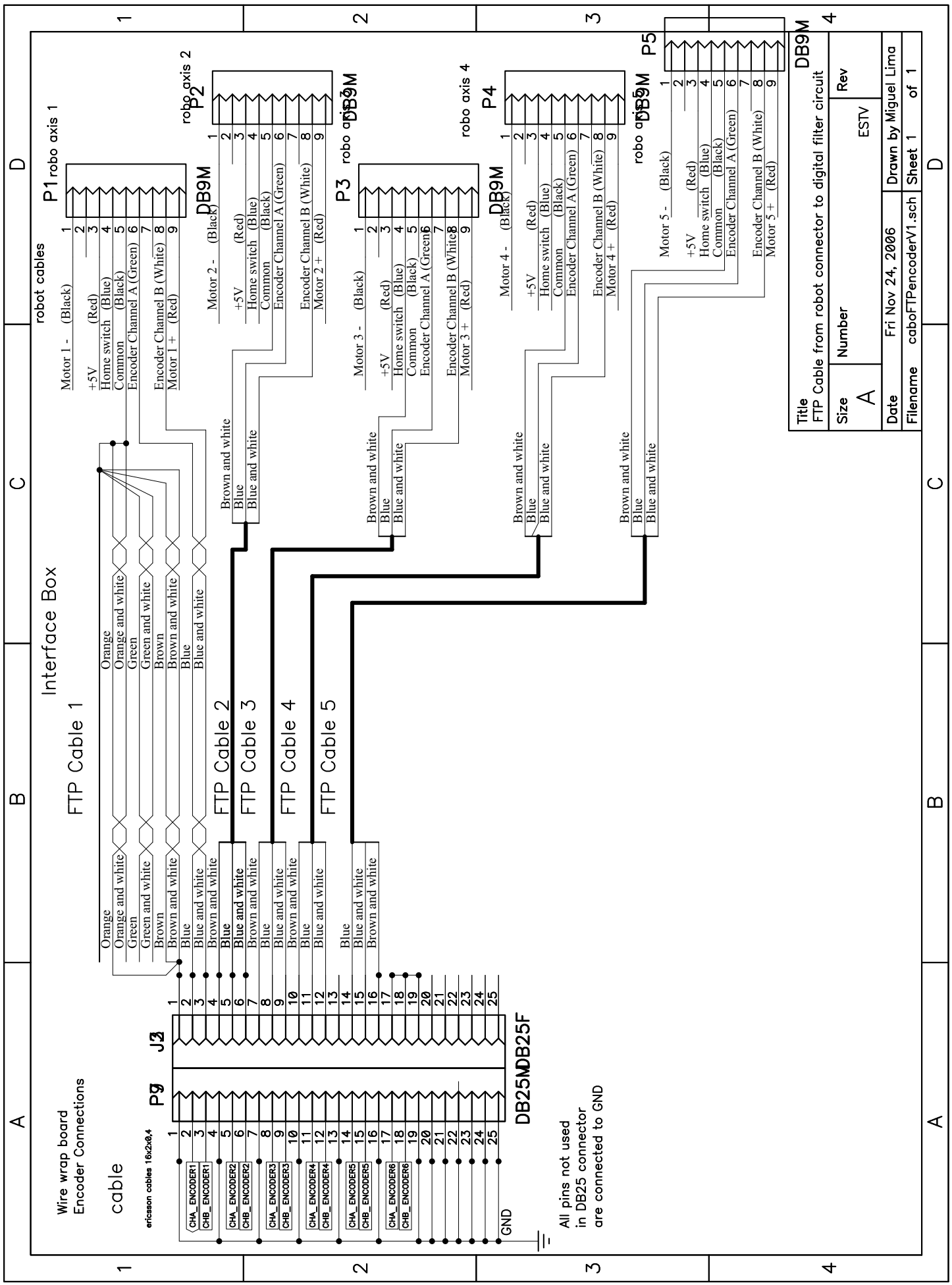
Fabricante	National Instruments, EUA
Referência	DAQ 6602
Número de contadores	8
Resolução	32 bits
FIFO	512 posições
Máxima frequência do sinal	80 MHz
Número de entradas e saídas digitais	32
Barramento	PCI

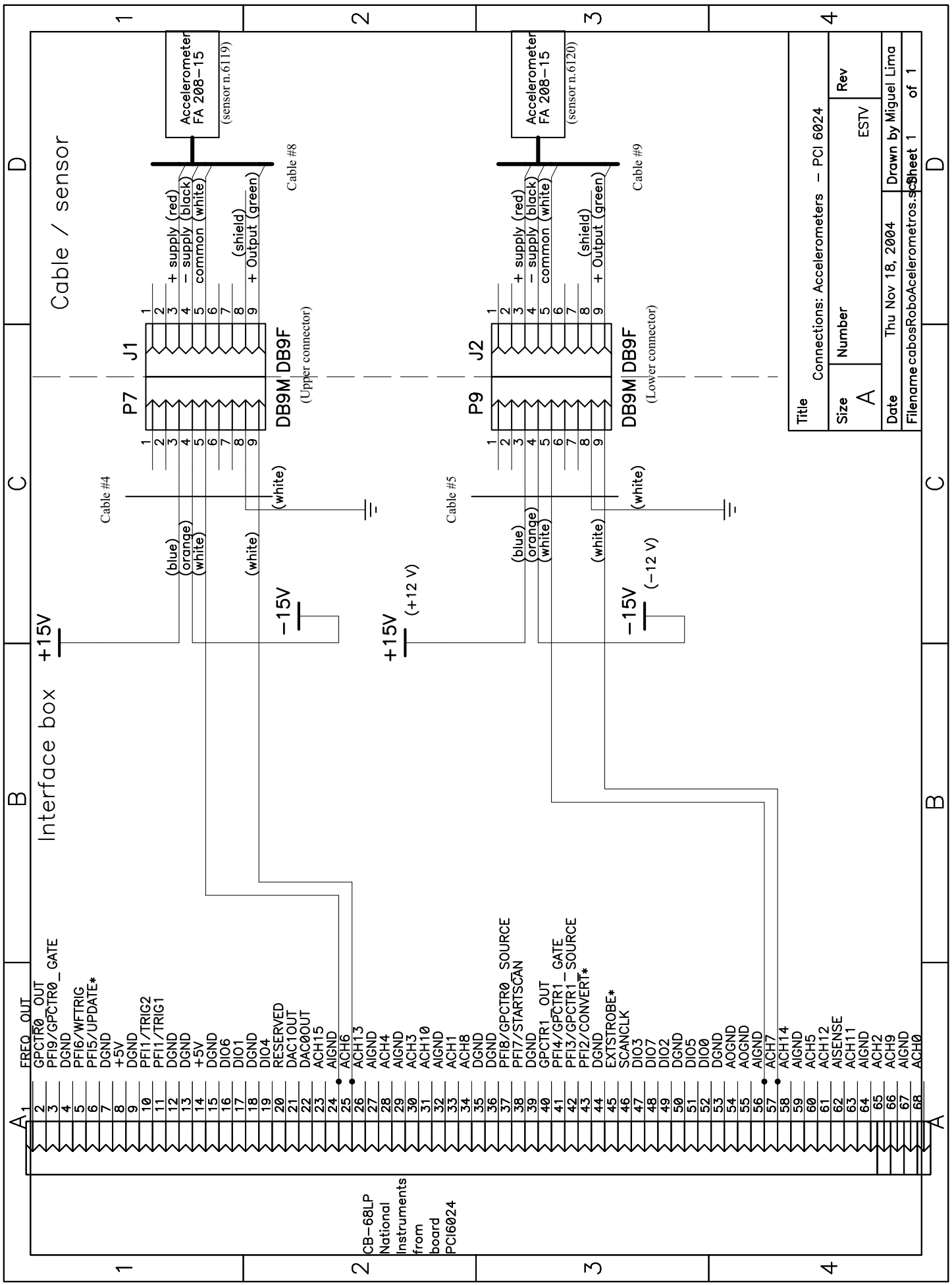
Apêndice D

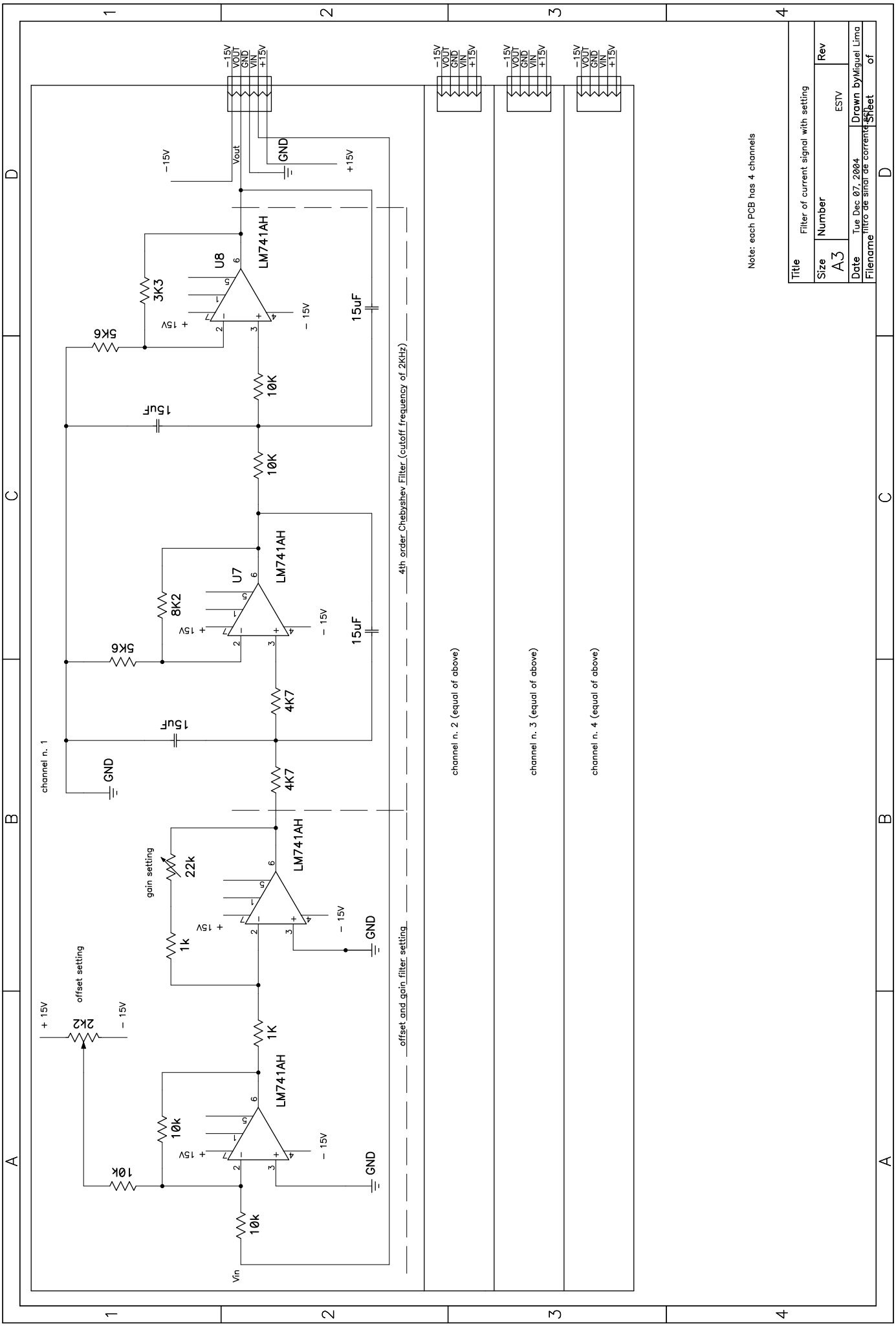
Esquema eléctrico/electrónico do equipamento

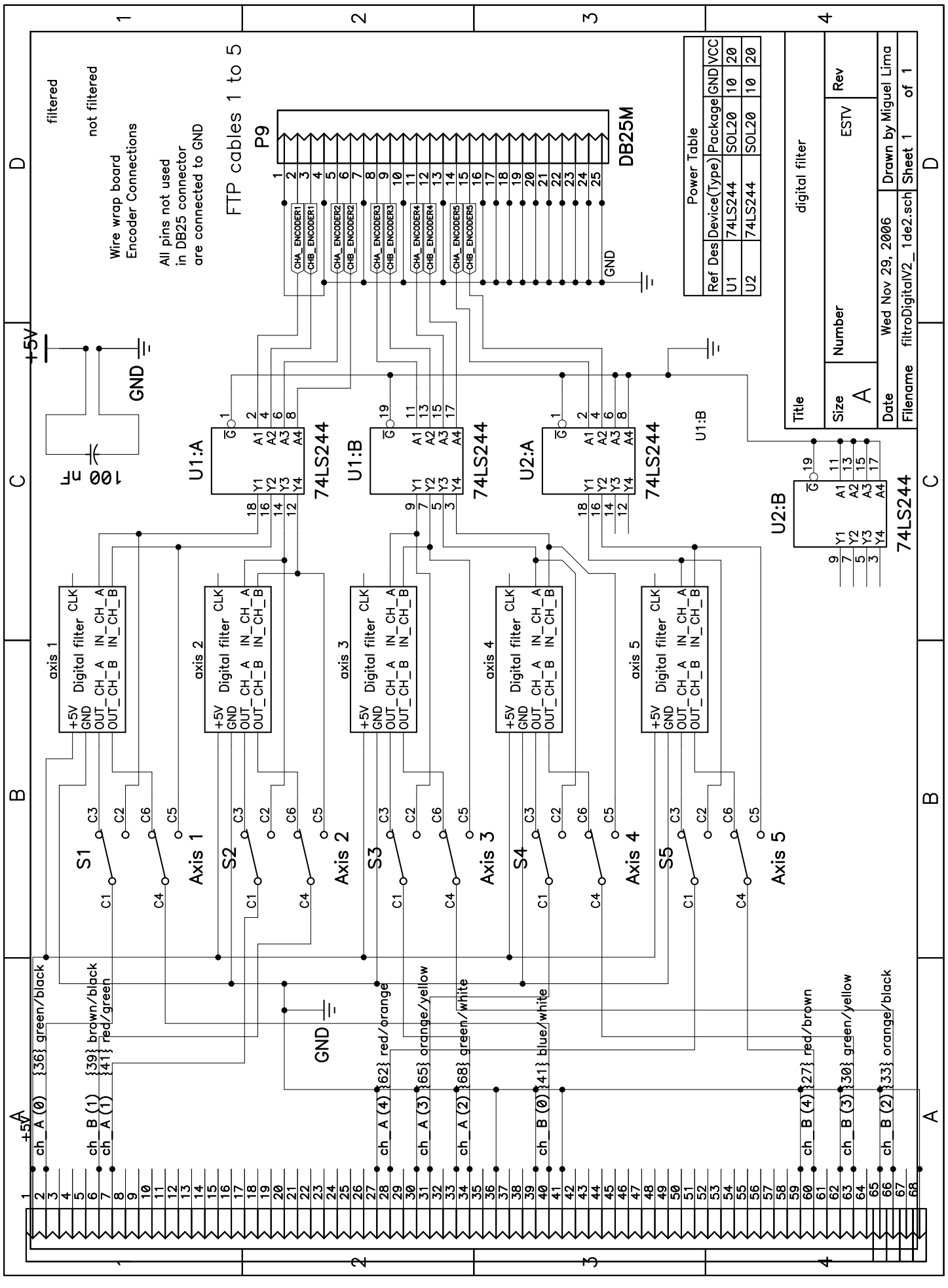
Neste apêndice apresentam-se os seguintes circuitos eléctricos/electrónicos desenvolvidos para a construção do sistema robótico:

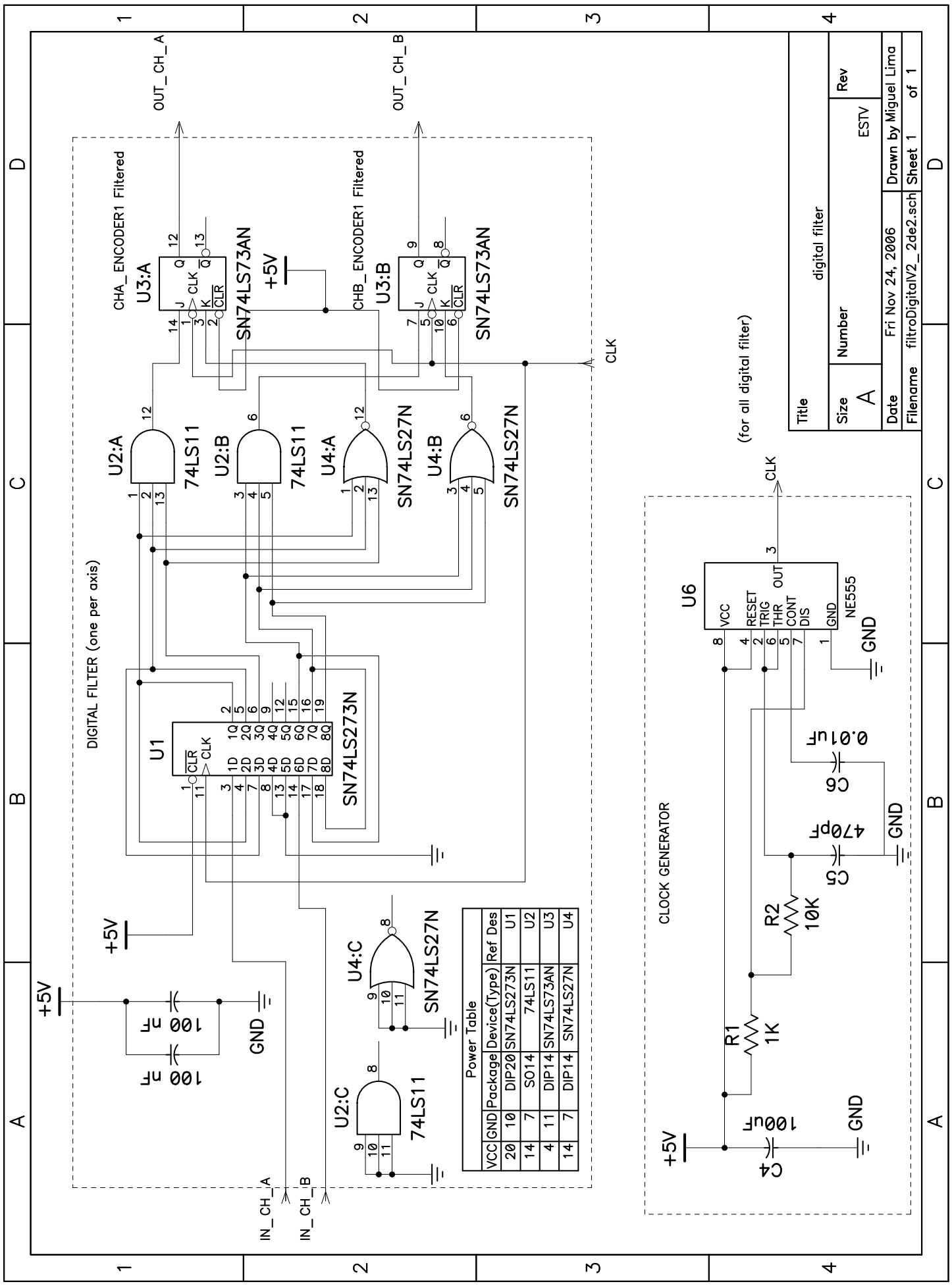
- Cabo de ligações dos sinais dos codificadores das juntas do robô ao filtro digital;
- Cabo de ligações da placa de aquisição de dados aos acelerómetros;
- Circuito electrónico do filtro de corrente eléctrica dos motores das juntas do robô;
- Parte do circuito electrónico e ligações do filtro digital dos sinais dos codificadores;
- Filtro digital do sinal dos codificadores das juntas do robô;
- Esquema dos cabos de ligação dos módulos dos sensores de corrente eléctrica dos motores das juntas do robô;
- Esquema do circuito electrónico de isolamento (buffer) dos sinais dos codificadores;
- Esquema de ligações ao sensores de corrente eléctrica dos motores das juntas do robô.

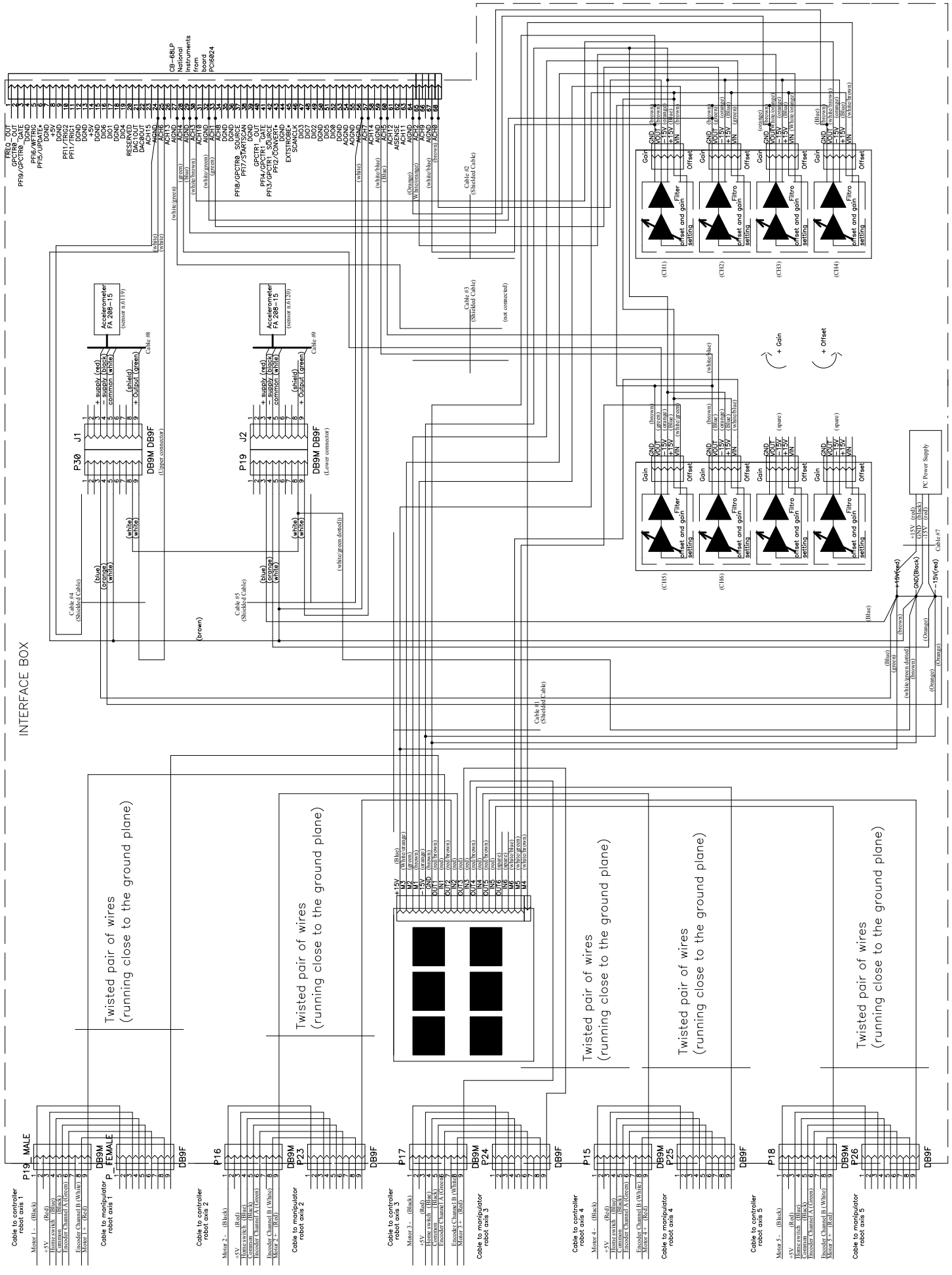

Interface Box
Wire wrap board
Encoder Connections
cable
ericsson cables 16x2x0,4
P9
J3
DB25M
DB25F
CHA_ENCODER1
CHB_ENCODER1
CHA_ENCODER2
CHB_ENCODER2
CHA_ENCODER3
CHB_ENCODER3
CHA_ENCODER4
CHB_ENCODER4
CHA_ENCODER5
CHB_ENCODER5
CHA_ENCODER6
CHB_ENCODER6
GND
All pins not used
in DB25 connector
are connected to GND
FTP Cable 1
FTP Cable 2
FTP Cable 3
FTP Cable 4
FTP Cable 5
Orange
Orange and white
Green
Green and white
Brown
Brown and white
Blue
Blue and white
robot cables
Motor 1 - (Black)
+5V (Red)
Home switch (Blue)
Common (Black)
Encoder Channel A (Green)
Encoder Channel B (White)
Motor 1 + (Red)
P1
robo axis 1
DB9M
Motor 2 - (Black)
+5V (Red)
Home switch (Blue)
Common (Black)
Encoder Channel A (Green)
Encoder Channel B (White)
Motor 2 + (Red)
P2
robo axis 2
Motor 3 - (Black)
+5V (Red)
Home switch (Blue)
Common (Black)
Encoder Channel A (Green)
Encoder Channel B (White)
Motor 3 + (Red)
P3
robo axis 3
Motor 4 - (Black)
+5V (Red)
Home switch (Blue)
Common (Black)
Encoder Channel A (Green)
Encoder Channel B (White)
Motor 4 + (Red)
P4
robo axis 4
Motor 5 - (Black)
+5V (Red)
Home switch (Blue)
Common (Black)
Encoder Channel A (Green)
Encoder Channel B (White)
Motor 5 + (Red)
P5
robo axis 5
Title
FTP Cable from robot connector to digital filter circuit
Size
A
Number
Rev
ESTV
Date
Fri Nov 24, 2006
Drawn by Miguel Lima
Filename
caboFTPencoderV1.sch
Sheet 1 of 1

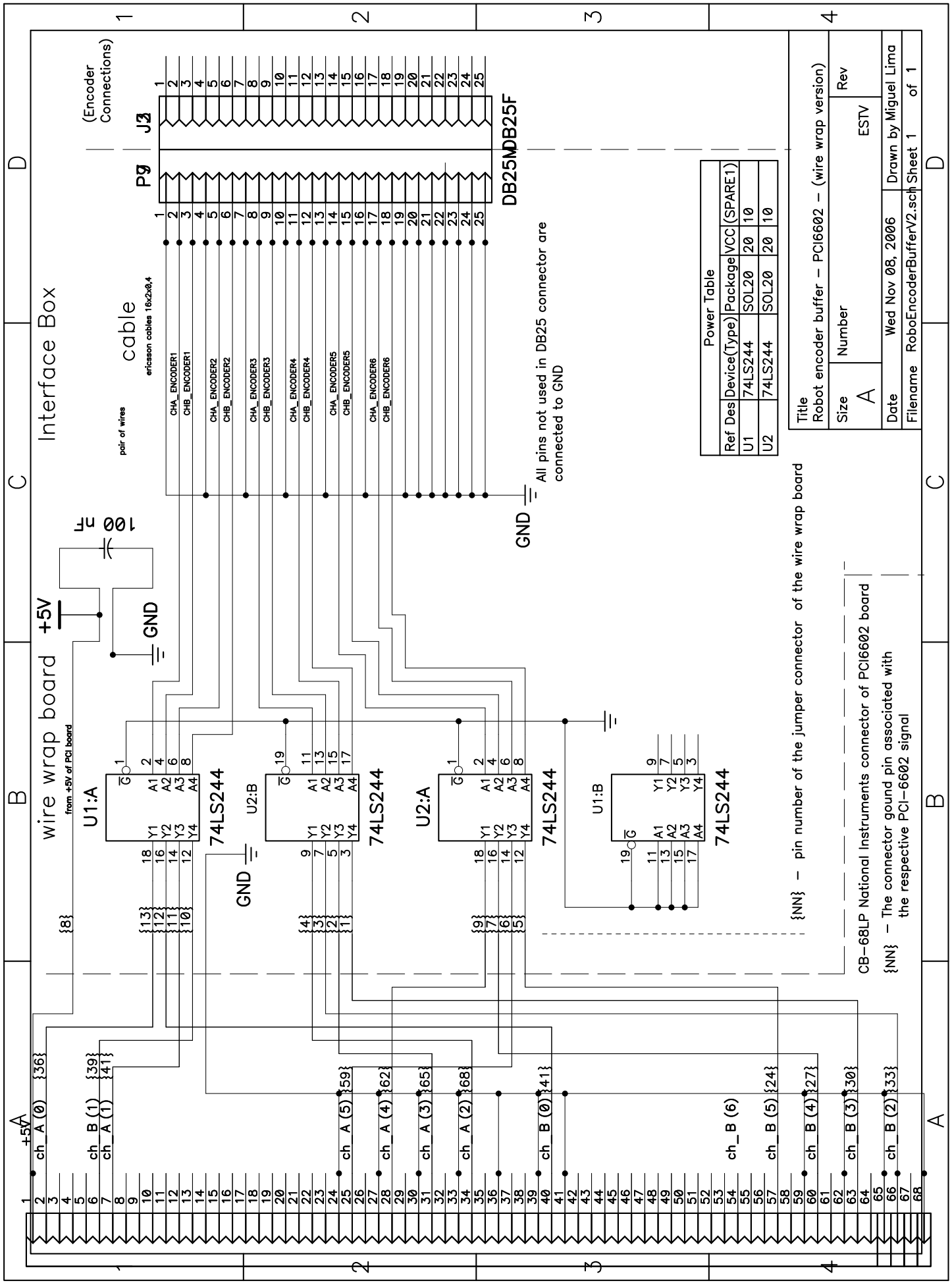

Cable / sensor
Interface box
Accelerometer FA 208-15
(sensor n.6119)
Accelerometer FA 208-15
(sensor n.6120)
Cable #8
Cable #9
Cable #4
Cable #5
P7
J1
P9
J2
DB9M
DB9F
(Upper connector)
(Lower connector)
+ supply (red)
− supply (black)
common (white)
(shield)
+ Output (green)
+15V
−15V
(+12 V)
(−12 V)
(blue)
(orange)
(white)
Title
Connections: Accelerometers − PCI 6024
Size
A
Number
Rev
ESTV
Date
Thu Nov 18, 2004
Drawn by Miguel Lima
Filename cabosRoboAcelerometros.sch
Sheet 1 of 1
CB-68LP
National
Instruments
from
board
PCI6024
FREQ_OUT
GPCTR0_OUT
PFI9/GPCTR0_GATE
DGND
PFI6/WFTRIG
PFI5/UPDATE*
+5V
PFI1/TRIG2
PFI1/TRIG1
PFI8/GPCTR0_SOURCE
PFI7/STARTSCAN
GPCTR1_OUT
PFI4/GPCTR1_GATE
PFI3/GPCTR1_SOURCE
PFI2/CONVERT*
EXTSTROBE*
SCANCLK
DIO3
DIO7
DIO2
DIO5
DIO0
AOGND
ACH7
ACH14
ACH5
ACH12
AISENSE
ACH11
ACH2
ACH9
ACH0
DIO6
DIO1
DIO4
RESERVED
DAC1OUT
DAC0OUT
ACH15
ACH6
ACH13
ACH4
ACH3
ACH10
ACH1
ACH8

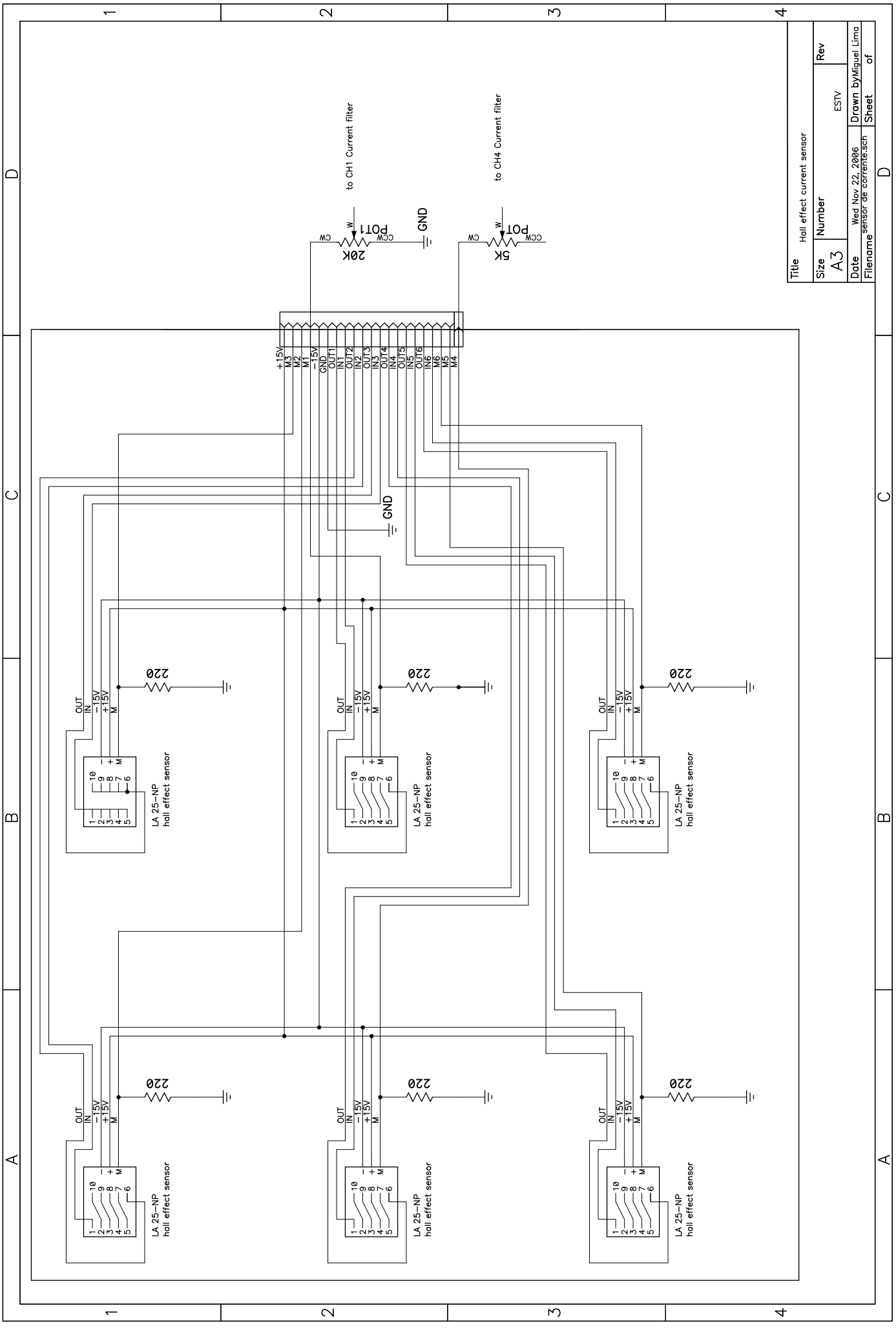

Note: each PCB has 4 channels
Title
Filter of current signal with setting
Size
A3
Number
ESTV
Rev
Date
Tue Dec 07, 2004
Drawn by
Miguel Lima
Filename
filtro de sinal de corrente.SCH
Sheet
of
4th order Chebyshev Filter (cutoff frequency of 2KHz)
offset and gain filter setting
channel n. 1
channel n. 2 (equal of above)
channel n. 3 (equal of above)
channel n. 4 (equal of above)
LM741AH
U8
U7
3K3
5K6
10K
15uF
8K2
4K7
22k
gain setting
1k
2k2
offset setting
1K
10k
+ 15V
- 15V
GND
Vout
Vin
-15V
VOUT
GND
VIN
+15V


filtered
not filtered
Wire wrap board
Encoder Connections
All pins not used
in DB25 connector
are connected to GND
FTP cables 1 to 5
P9
DB25M
+5V
GND
100 nF
U1:A
U1:B
U2:A
U2:B
74LS244
Power Table
Ref Des | Device(Type) | Package | GND | VCC
U1 | 74LS244 | SOL20 | 10 | 20
U2 | 74LS244 | SOL20 | 10 | 20
Title
digital filter
Size
A
Number
ESTV
Rev
Date
Wed Nov 29, 2006
Drawn by Miguel Lima
Filename
filtroDigitalV2_ 1de2.sch
Sheet 1 of 1
axis 1
axis 2
axis 3
axis 4
axis 5
Digital filter
+5V
GND
OUT_CH_A
OUT_CH_B
IN_CH_A
IN_CH_B
CLK
S1
S2
S3
S4
S5
Axis 1
Axis 2
Axis 3
Axis 4
Axis 5
ch_A (0) {36} green/black
ch_B (1) {39} brown/black
ch_A (1) {41} red/green
ch_A (4) {62} red/orange
ch_A (3) {65} orange/yellow
ch_A (2) {68} green/white
ch_B (0) {41} blue/white
ch_B (4) {27} red/brown
ch_B (3) {30} green/yellow
ch_B (2) {33} orange/black


DIGITAL FILTER (one per axis)
CHA_ENCODER1 Filtered
CHB_ENCODER1 Filtered
OUT_CH_A
OUT_CH_B
IN_CH_A
IN_CH_B
CLK
U1
SN74LS273N
U2:A
U2:B
U2:C
74LS11
U3:A
U3:B
SN74LS73AN
U4:A
U4:B
U4:C
SN74LS27N
+5V
GND
100 nF
100 nF
Power Table
VCC GND Package Device(Type) Ref Des
20 10 DIP20 SN74LS273N U1
14 7 SO14 74LS11 U2
14 7 DIP14 SN74LS73AN U3
4 11 DIP14 SN74LS27N U4
(for all digital filter)
CLOCK GENERATOR
U6
NE555
VCC
RESET
TRIG
THR
CONT
DIS
OUT
R1
1K
R2
10K
C4
100uF
C5
470pF
C6
0.01uF
Title
digital filter
Size
A
Number
Rev
ESTV
Date
Fri Nov 24, 2006
Drawn by Miguel Lima
Filename
filtroDigitalV2_2de2.sch
Sheet 1 of 1


INTERFACE BOX
CB-68LP National Instruments from board PCI6024
P30 J1
P19 J2
DB9M DB9F
(Upper connector)
(Lower connector)
Accelerometer PA 208-15
(sensor n.6119)
(sensor n.6120)
Cable #1 (Shielded Cable)
Cable #2 (Shielded Cable)
Cable #3 (Shielded Cable)
(not connected)
Cable #4 (Shielded Cable)
Cable #5 (Shielded Cable)
Cable #7
Cable #8
Cable #9
Gain
Offset
Filtro
offset and gain setting
PC Power Supply
+15V(red)
GND(Black)
-15V(red)
+ Gain
+ Offset
Twisted pair of wires (running close to the ground plane)
Cable to controller robot axis 1
Cable to manipulator robot axis 1
Cable to controller robot axis 2
Cable to manipulator robot axis 2
Cable to controller robot axis 3
Cable to manipulator robot axis 3
Cable to controller robot axis 4
Cable to manipulator robot axis 4
Cable to controller robot axis 5
Cable to manipulator robot axis 5
P19 MALE
P FEMALE
P16
P23
P17
P24
P15
P25
P18
P26
DB9M
DB9F


Interface Box
wire wrap board
from +5V of PCI board
+5V
GND
100 nF
(Encoder Connections)
J3
P3
DB25MDB25F
pair of wires
cable
ericsson cables 16x2x0,4
CHA_ENCODER1
CHB_ENCODER1
CHA_ENCODER2
CHB_ENCODER2
CHA_ENCODER3
CHB_ENCODER3
CHA_ENCODER4
CHB_ENCODER4
CHA_ENCODER5
CHB_ENCODER5
CHA_ENCODER6
CHB_ENCODER6
All pins not used in DB25 connector are connected to GND
Power Table
Ref Des | Device(Type) | Package | VCC | (SPARE1)
U1 | 74LS244 | SOL20 | 20 | 10
U2 | 74LS244 | SOL20 | 20 | 10
U1:A
U2:B
U2:A
U1:B
74LS244
{NN} - pin number of the jumper connector of the wire wrap board
CB-68LP National Instruments connector of PCI6602 board
{NN} - The connector gound pin associated with the respective PCI-6602 signal
ch_A(0)
ch_B(1)
ch_A(1)
ch_A(5)
ch_A(4)
ch_A(3)
ch_A(2)
ch_B(6)
ch_B(5)
ch_B(4)
ch_B(3)
ch_B(2)
Title
Robot encoder buffer - PCI6602 - (wire wrap version)
Size
A
Number
Rev
ESTV
Date
Wed Nov 08, 2006
Drawn by Miguel Lima
Filename
RoboEncoderBufferV2.sch
Sheet 1 of 1


Title
Hall effect current sensor
Size
A3
Number
ESTV
Rev
Date
Wed Nov 22, 2006
Drawn by
Miguel Lima
Filename
sensor de corrente.sch
Sheet
of
to CH1 Current filter
to CH4 Current filter
20K
POT1
5K
POT
GND
+15V
M3
M2
M1
-15V
GND
OUT1
IN1
OUT2
IN2
OUT3
IN3
OUT4
IN4
OUT5
IN5
OUT6
IN6
M6
M5
M4
220
OUT
IN
-15V
+15V
M
LA 25-NP
hall effect sensor

Bibliografia

[Online]. - 10 de Abril de 2008. - http://www.windriver.com/.

[Online]. - 10 de Abril de 2008. - http://www.tenasys.com/.

[Online]. - 10 de Abril de 2008. - http://www.qnx.com/.

[Online]. - 10 de Abril de 2008. - http://www.lynuxworks.com/.

[Online]. - 10 de Abril de 2008. - http://www.nematron.com/products/hmi/hyperkernel.html.

[Online]. - 10 de Abril de 2008. - http://www.ardence.com.

Abarbanel H. D. I. Analysis of Observed Chaotic Data [Livro]. - New York : Spinger, 1996.

Abarbanel H. D. I. Obtaining Order in a World of Chaos - Time-Domain Analysis of Nonlinear and Chaotic Signals [Artigo] // IEEE Signal Processing Magazine. - May de 1998. - pp. 49-65.

Abarbanel H. D. I., Brown R. e Sidorowich J. J.. Tsimring, L. Sh. The analysis of observed chaotic data in physical systems [Artigo] // Reviews of Modern Physics. - 1993. - 4. - Vol. 65. - pp. 1331-1392.

Abry Patrice Ondelettes et Turbulence - Multirésolutions, algorithmes de decompositions, invariance d'echélle et signaux de pression [Livro]. - Paris : Diderot, Editeurs des sciences et des arts, 1997.

Allen Ronald L. e Mills Duncan W. Signal Analysis [Livro]. - New York : IEEE Press, Wiley-Interscience, 2004.

Almeida Luís B. An introduction to the angular Fourier transform [Conferência] // Int. Conf. Acoust., Speech. Signal Processing. - Mineapolis : [s.n.], 1993. - pp. III 257–260.

Almeida Luís B. The fractional Fourier transform and time-frequency representation [Artigo] // IEEE Trans. Signal Processing. - November de 1994. - 11. - Vol. 42. - pp. 3084–3091.

Anastasio Thomas J. The Fractional-Order Dynamics of Brainstem Vestibulo-oculomotor Neurons [Artigo] // Biological Cybernetics. - 1994. - Vol. 72. - pp. 69-79.

Arampatzis Th Lygeros e Manesis S. J. A Survey of Applications of Wireless Sensors and Wireless Sensor Networks [Conferência] // Proc. IEEE Int. Symp. on Intelligent Control. - 2005. - pp. 719-724.

Aviyente Selin A measure of mutual information on the time-frequency plane [Conferência] // IEEE Int. Conf. on Acoustic Speech and Signal Processing ICASSP2005. - Philadelphia : [s.n.], 2005b. - Vol. 4. - pp. iv/481–iv/484.

Aviyente Selin e Williams William J. Minimum entropy time-frequency distributions [Artigo] // IEEE Signal Process. Lett.. - 2005a. - 1. - Vol. 12. - pp. 37–40.

Azenha Abílio e Machado J. A. Tenreiro Variable Structure Control of Robots with Nonlinear Friction and Backlash at the Joints [Conferência] // Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation. - 1996. - pp. 366–371.

Baraniuk Richard G., Flandrin Patrick e Janssen Augustus J.E.M.. Michel, Olivier J.J. Measuring time-frequency information content using the Rényi entropies [Artigo] // IEEE Trans. Inf. Theory. - 2001. - 4. - Vol. 47. - pp. 1391–1409.

Barbosa Ramiro S., Machado J.A. Tenreiro e Ferreira Isabel M. Tuning of PID Controllers Based on Bode's Ideal Transfer Function [Artigo] // Nonlinear Dynamics. - [s.l.] : Kluwer Academic Publishers, 2004. - Vol. 38. - pp. 305-321.

Benaroya Haym Mechanical Vibration, Analysis, Uncertainties, and Control [Livro]. - [s.l.] : CRC, 2004.

Bohannan Gary W. Analog Realization of a Fractional Control Element -Revisited [Online]. - 2002. - 10 de Abril de 2008. - http://mechatronics.ece.usu.edu/foc/cdc02tw/cdrom/aditional/FOC_Proposal_Bohannan.pdf.

Bohannan Gary W. Interpretation of Complex Permittivity in Pure and Mixed Crystals [Online]. - 2000. - 10 de Abril de 2008. - http://www.gl.ciw.edu/~cohen/meetings/ferro2000/proceedings/bohannan.pdf.

Broomhead D. S. e King Gregory P. Extracting qualitative dynamics from experimental data [Artigo] // PhysicaD: Nonlinear Phenomena. - June-July de 1986. - 2-3. - Vol. 20. - pp. 217-236.

Brüel & Kjaer Measuring Vibrations [Online]. - 10 de Abril de 2008. - http://www.bksv.com.

Bultheel A. e Martínez-Sulbaran H. Recent developments in the theory of the fractional Fourier and linear canonical transforms [Artigo] // Bulletin of the Belgian mathematical Society- Simon Stevin. - 2007. - 5. - Vol. 13. - pp. 971–1005.

Cannon David W., Magee David P. e Book Wayne J.. Lew, Jae Y. Experimental Study on Micro/Macro Manipulator Vibration Control [Conferência] // Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation. - Minneapolis, Minnesota, USA : [s.n.], 1996. - April.

Cao Liangyue Practical method for determining the minimum embedding dimension of a scalar time series [Artigo] // Physica D. - [s.l.] : Elsevier, 1997. - Vol. 110. - pp. 43-50.

Casdagli Martin, Eubank Stephen e Farmer J. Doyne. Gibson, John State space reconstruction in the presence of noise [Artigo] // Physica D. - 1991. - Vol. 51. - pp. 52-98.

Cheekiralla S. e D. Engels W. A functional taxonomy of wireless sensor network devices [Conferência] // 2nd International Conference on Broadband Networks IEEE. - 2005. - Vol. 2. - pp. 949- 956 . - doi:10.1109/ICBN.2005.1589707.

Chen W., Kehtarnavaz N. e Spencer T. W. An Efficient Recursive Algorithm for Time-Varying Fourier Transform [Artigo] // IEEE Trans. On Signal Processing. - July de 1993. - 7. - Vol. 41. - pp. 2488–2490.

Chen Weizhong e Griswold N. C. An Efficient Recursive Time-Varying Fourier Transform by Using a Half-Sine Wave Window [Conferência] // Proc. of the IEEE-SP International Symposium on Time-Frequency and Time-Scale Analysis. - 1994. - pp. 284–286.

Choi Jae-Gyun, Park Jong-Keun e Kim Kwang-Ho. Kim, Jae-Cheol A daily peak load forecasting system using a chaotic time series [Conferência] // Proc. Int. Conf. on Intelligent Systems Applications to Power Systems, IEEE. - 1996. - pp. 283-287. - 28Jan-2 Feb. - doi:10.1109/ISAP.1996.501083.

Cohen L. Time-Frequency Analysis:Theory and Applications [Livro]. - [s.l.] : Prentice Hall, 1995.

Cohen L. Time-frequency distribution: a review [Conferência] // Proc. IEEE. - 1989. - Vol. 77. - pp. 941–981. - Jul.

Cover Thomas M. e Thomas Joy A. Elements of Information Theory [Livro]. - [s.l.] : John Wiley & Sons, 2006. - 2. - ISBN-10 0-471-24195-4.

Craig John J. Introduction to Robotics, Mechanics and Control [Livro]. - [s.l.] : Addison-Wesley, 1989.

Czerwinski Richard N. e Jones Douglas L. Adaptive Short-Time Fourier Analysis [Artigo] // IEEE Signal Processing Letters. - February de 1997. - Vol. 4. - pp. 42–45.

Dagalakis Nicholas G. e Myers Donald R . Adjustment of Robot Joint Gears Using Encoder Velocity and Position Information [Artigo] // Journal of Robotic Systems. - 1985b. - 2. - Vol. 2. - pp. 229-234.

Dagalakis Nicholas G. e Myers Donald R. Adjustment of Robot Joint Gear Backlash Using the Robot Joint Test Excitation Technique [Artigo] // The Int. Journal of Robotics Research. - 1985a. - 2. - Vol. 4. - pp. 65-79. - DOI: 10.1177/027836498500400206.

Dagalakis Nicholas G. e Myers Donald R. Use of Coherence Analysis for the Evaluation and Adjustment of Robot Gear Performance [Artigo] // Robotics & Computer-Integrated Manufacturing. - 1985c. - 3;4. - Vol. 2. - pp. 237-245.

Deng W. H., Li C. P. e Lü J. Stability analysis of linear fractional differential system with multiple time-delays [Artigo] // Nonlinear Dynamics. - 2007. - 4. - Vol. 48. - pp. 409-416.

Djurovic Igor e Stankovic LJubisa Adaptive windowed Fourier transform [Artigo] // Signal Process.. - [s.l.] : Elsevier, 2003. - Vol. 83. - pp. 91–100.

Driver Rodney. D. Ordinary and Delay Differential Equations [Artigo] // Applied Mathematical Sciences 20. - [s.l.] : Springer-Verlag NY, 1977. - ISBN 0-387-90231-7.

Esteban Jaime, Starr Andrew e Willetts Robert. Hannah, Paul. Bryanston-Cross, Peter A Review of data fusion models and architectures: towards engineering guidelines [Artigo] // Neural Computing & Applications. - London : Springer, 2005. - 4. - Vol. 14. - pp. 273-281.

Falconer Kenneth Fractal Geometry [Livro]. - New York : John Wiley, 1990.

Faybishenko B. Nonlinear dynamics in flow through unsaturated fractured porous media: Status and perspectives [Artigo] // Rev. Geophys.. - 2004. - Vol. 42. - doi:10.1029/2003RG000125.

Feddema J.T., Dohrmann C.R. e Parker G.G.. Robinett, R.D.. Romero, V.J.. Schmitt, D.J. Control for slosh-free motion of an open container [Artigo] // IEEE Control Systems Mag.. - 1997. - 1. - Vol. 17. - pp. 29-36.

Feeny B. F. e Lin G. Fractional derivatives applied to phase-space reconstructions, special issue on fractional calculus [Artigo] // Nonlinear Dynamics. - 2004. - 1-4. - Vol. 38. - pp. 85-99.

Flandrin P. Time-frequency/Time-scale analysis, Wavelet analysis and its applications [Livro]. - [s.l.] : Academic Press, 1999. - Vol. 10.

Fraser Andrew M. e Swinney H. L. Independent coordinates for strange attractors from mutual information [Artigo] // Physical Review A. - Fevereiro de 1986. - 2. - Vol. 33. - pp. 1134-1140.

Fraser Andrew M. Reconstructing Attractors from Scalar Time Series: A Comparison of Singular System and Redundancy Criteria [Artigo] // Physica D. - [s.l.] : Elsevier, 1989. - Vol. 34. - pp. 391-404.

Gabor Dennis Theory of Communication [Artigo] // J. IEE. - London : [s.n.], 1946. - 26. - Vol. 93. - pp. 429-457.

Galhano Alexandra Maria Soares Ferreira Tese de Doutoramento: "Uma Abordagem Estatística à Modelização de Manipuladores Robóticos" [Livro]. - [s.l.] : Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1992.

Gershenfeld N. A. e Weigend A. S. The Future of Time Series [Secção do Livro] // Time Series Prediction: Forecasting the Future and Understanding the Past. - [s.l.] : Addison-Wesley, 1993.

Grundelius M. Methods for Control of Liquid Slosh, PHD thesis [Livro]. - Sweden : Lund Institute of Technology, 2001.

Ha Yeong Ho e Pearce John A. A New Window and Comparison to Standard Windows [Artigo] // IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing. - Feb. de 1989. - 2. - Vol. 37. - pp. 298–301.

Hackett J. K. e Snah M. Multi-sensor fusion: a perspective [Conferência] // Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation. - 1990. - pp. 1324-1330.

Harris Fredric J. On the Use of Windows for Harmonic Analysis with the Discrete Fourier Transform [Artigo] // Proc. IEEE. - Jan. de 1978. - 1. - Vol. 66. - pp. 51–83.

Henderson T. C. e Shilcrat E. Logical sensor systems [Artigo] // J. of Robotic Systems. - 1984. - 2. - Vol. 1. - pp. 169-193.

Henry Bruce, Lovell Nigel e Camacho Fernando Nonlinear dynamics time series analysis [Secção do Livro] // Nono linear biomedical signal processing. - New York : IEEE Press Series on Biomedical Engineering, 2001. - Vol. II.

Hilborn Robert C. Chaos and Nonlinear Dynamics [Livro]. - [s.l.] : Oxford University Press, 2000. - 2.

Hovland G., Hanssen S. e Gallestey E.. Moberg, S.. Brogårdh, T.. Gunnarsson, S.. Isaksson, M. Nonlinear Identification of Backlash in Robot Transmissions [Conferência] // Proc. of the 33rd Int. Symposium on Robotics (ISR 2002). - Stockholm, Sweden : [s.n.], 2002. - Oct. 7-11.

Jones Douglas L. e Baraniuk Richard G. A simple scheme for adapting time-frequency representations [Conferência] // Proceedings of the IEEE-SP International Symposium. - 1992b. - pp. 83–86. - Oct..

Jones Douglas L. e Parks Thomas W. A resolution comparison of several time-frequency representation [Artigo] // IEEE Trans. on Sig. Proc.. - Fev. de 1992a. - 2. - Vol. 40. - pp. 413–420.

Jones Douglas L. e Parks Thomas W. A Resolution Comparison of Several Time-Frequency Representations [Conferência] // Proc. IEEE 1989 International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. - Glasgow, Scotland, U.K. : [s.n.], 1989. - pp. 2222–2225. - May 23–26.

Jones Graeme e Boashash B Generalized instantaneous parameters and window matching in the time-frequency plane [Artigo] // IEEE Trans. on signal processing. - May de 1997. - 5. - Vol. 45. - pp. 1264–1275.

Kantz Holger e Schreiber Thomas Nonlinear Time Series Analysis [Livro]. - [s.l.] : Cambridge University Press, 2004. - 2. - ISBN 0521821509.

Kennel Matthew B., Brown Reggie e Abarbanel Henry D.I. Determining embedding dimension for phase-space reconstruction using a geometrical construction [Artigo] // Physical Review A. - 1992. - 6. - Vol. 45. - pp. 3403-3411.

Kermani Mehrdad R., Patel Rajnikant V. e Moallem Mehrdad Flexure Control Using Piezostack Actuators: Design and Implementation [Artigo] // IEEE/ASME Transactions on Mechatronics. - 2005. - 2. - Vol. 10. - pp. 181–188.

Kermani Mehrdad R., Patel Rajnikant V. e Moallem Mehrdad Multimode Control of a Large-Scale Robotic Manipulator [Artigo] // IEEE Transactions on Robotics. - 2007. - 6. - Vol. 23. - pp. 1264–1270.

Koga Hiroyuki e Nakagawa Masahiro Method of evaluation of fractal dimensions in terms of fractional integro-differential equations [Artigo] // Electronics and Communications in Japan (Part III: Fundamental Electronic Science). - 2004. - 4. - Vol. 87. - pp. 30-39.

Korabel Nickolay, Zaslavsky George M. e Tarasov Vasily E. Coupled oscillators with power-law interaction and their fractional dynamics analogues [Artigo] // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. - 2007. - 8. - Vol. 12. - pp. 1405-1417.

Lee C. J. e Mavroidis C. PC-Based Control of Robotic and Mechatronic Systems Under MS-Windows NT Workstation [Artigo] // IEEE/ASME Trans. on Mechatronics. - September de 2001. - 3. - Vol. 6.

Lew J.Y., Trudnowski D. J. e Evans M. S.. Bennett, D. W. Micro-Manipulator Motion Control to Suppress Macro-Manipulator Structural Vibrations [Conferência] // Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation. - Nagoya, Japan : [s.n.], 1995. - Vol. 3. - pp. 3116-3120. - May 24-26.

Lima Miguel F. M., Machado J.A. Tenreiro e Crisóstomo Manuel Robotic manipulators with vibrations: Short time Fourier transform of fractional spectra [Secção do Livro] // Intelligent Engineering Systems and Computational Cybernetics / autor do livro J. Tenreiro Machado Bela Patkai, Imre J. Rudas. - [s.l.] : Springer, 2008e. - A publicar durante o ano de 2008.

Lima Miguel F. M., Machado J.A. Tenreiro e Crisóstomo Manuel Windowed Fourier transform of experimental robotic signals with fractional behavior [Conferência] // Proc. IEEE Int. Conf. on Computational Cybernetics. - Tallin, Estonia : [s.n.], 2006a. - pp. 21–26. - August. - ISBN:1-4244-0071-6.

Lima Miguel F.M., Machado J. A. Tenreiro e Crisóstomo Manuel Experimental Set-Up for Vibration and Impact Analysis in Robotics [Artigo] // WSEAS Trans. on Systems. - Maio de 2005b. - 5. - Vol. 4. - pp. 569-576. - ISSN: 1109-2777.

Lima Miguel F.M., Machado J.A. Tenreiro e Crisóstomo Manuel Experimental Apparatus for Vibration Analysis in Robotics [Conferência] // Proc. of 9th WSEAS Int. Conf. on Systems. - Athens, Greece : [s.n.], 2005a. - p. CD. - ISBN: 960-8457-29-7.

Lima Miguel F.M., Machado J.A. Tenreiro e Crisóstomo Manuel Experimental Backlash Study in Mechanical Manipulators [Artigo] // Robotica. - [s.l.] : Cambridge University Press, 2008c. - Aceite para publicação.

Lima Miguel F.M., Machado J.A. Tenreiro e Crisóstomo Manuel Experimental Signal Analysis of Robot impacts in a fractional Calculus Perspective [Artigo] // Journal of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics. - Japan : Fuji Technology Press, Novembro de 2007f. - 9. - Vol. 11. - pp. 1079-1085. - ISSN: 1343-0130.

Lima Miguel F.M., Machado J.A. Tenreiro e Crisóstomo Manuel Filtering Method in Backlash Phenomena Analysis [Artigo] // Mathematical and Computer Modelling. - [s.l.] : Elsevier, 2008d. - Aceite para publicação.

Lima Miguel F.M., Machado J.A. Tenreiro e Crisóstomo Manuel Fractional Dynamics in Mechanical Manipulation [Conferência] // Proc. of the ASME 2007 Int. Design Engineering Technical Conf. & Computers and Information in Engineering Conf., IDETC/CIE, 6th Int. Conf. on Multibody Systems, Nonlinear Dynamics and Control (MSNDC). - Las Vegas, USA : [s.n.], 2007e. - September 4-7. - ISBN 0-7918-3806-4.

Lima Miguel F.M., Machado J.A. Tenreiro e Crisóstomo Manuel Fractional Dynamics in Mechanical Manipulation [Artigo] // Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, Transactions of the ASME. - Abril de 2008a. - 2. - Vol. 3. - doi: 10.1115/1.2833488.

Lima Miguel F.M., Machado J.A. Tenreiro e Crisóstomo Manuel Fractional Order Fourier Spectra In Robotic Manipulators With Vibrations [Conferência] // FDA'2006 - Second IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications. - Porto, Portugal : [s.n.], 2006b. - pp. 386-391. - Julho. - ISBN:972-8688-42-3/978-972-8688-42-4.

Lima Miguel F.M., Machado J.A. Tenreiro e Crisóstomo Manuel Pseudo phase plane, delay and fractional dynamics [Artigo] // Journal Européen des Systémes Automatisés. - [s.l.] : Hermès Sciences, Setembro de 2008b. - 6-7-8. - Vol. 42.

Lima Miguel F.M., Machado J.A. Tenreiro e Crisóstomo Manuel Study of Experimental Signals During Impacts and Vibrations of a Robotic Manipulator [Conferência] // EUROMECH Colloquium 483, Geometrically Non-linear Vibrations of Structures. - Porto, Portugal : [s.n.], 2007d. - pp. 161-164. - July 9-11. - ISBN 978-989-95208-2-0.

Lima Miguel F.M., Machado J.A. Tenreiro e Crisóstomo Manuel Towards a Sensor Classification Scheme for Robotic Manipulators [Conferência] // CIRA, 7th IEEE

International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation. - Jacksonville, Florida, USA : [s.n.], 2007c. - June 20-23. - ISBN 1-4244-0790-7.

Lima Miguel F.M., Machado J.A. Tenreiro e Crisóstomo Manuel. Ferrolho, António On the Sensor Classification Scheme of Robotic Manipulators [Artigo] // Int. Journal of Factory Automation, Robotics and Soft Computing. - [s.l.] : International Society for Advanced Research, 2007a. - 3. - pp. 26-31. - ISSN: 1828-6984.

Lima Miguel F.M., Machado J.A. Tenreiro e Crisóstomo Manuel. Ferrolho, António On the Sensor Classification Scheme of Robotic Manipulators [Secção do Livro] // Emerging Technologies, Robotics and Control Systems. - [s.l.] : International Society for Advanced Research, 2007b. - Vol. 1. - ISBN: 978-88-901928-1-4.

Lorenz Edward N. Deterministic Nonperiodic Flow [Artigo] // Journal of the Atmospheric Sciences. - Março de 1963. - 2. - Vol. 20. - pp. 130-141.

Lorenz Edward N. Does the Flap of a Butterfly's Wings in Brazil Set off a Tornado in Texas? [Conferência] // 139th meeting of the American Association for the Advancement of Science. - Washington D.C. : [s.n.], 1972.

Loughlin Patrick J. e Cohen Leon The uncertainty principle: Global local or both? [Artigo] // IEEE Trans. Signal Process.. - 2004. - 5. - Vol. 52. - pp. 1218–1227.

Luo R. C. e Kay M. G. A tutorial on multisensor integration and fusion [Conferência] // IEEE 16th Annual Conf. on Industrial Electronics Society. - 1990. - pp. 707-722.

Ma Chengbin e Hori Yoichi The Application of Fractional Order Control to Backlash Vibration suppression [Conferência] // Proc. of American Control Conference. - Boston, Massachusetts, USA : [s.n.], 2004. - pp. 2901-2906.

Machado J. A. Tenreiro A Probabilistic Interpretation of the Fractional-Order Differentiation [Artigo] // Journal of Fractional calculus & Applied Analysis. - 2003. - pp. 73-80.

Machado J. A. Tenreiro Analysis and Design of Fractional-Order Digital Control Systems [Artigo] // Int. Journal Systems Analysis-Modelling-Simulation. - 1997. - pp. 107-122.

Magee David P. e Book Wayne J. Filtering Micro-Manipulator Wrist Commands to Prevent Flexible Base Motion [Conferência] // Proc. American Control Conf.. - Seatle, Washington : [s.n.], 1995. - Vol. 1. - pp. 924 - 928. - 21-23 Jun .

Mallat S. A theory for multiresolution signal decomposition: The wavelet representation [Artigo] // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. - 1989. - 7. - Vol. 11. - pp. 674-693.

Mallat S. A Wavelet Tour of Signal Processing [Livro]. - [s.l.] : Academic Press, 1999. - 2.

Mandelbrot Benoit B. The Fractal Geometry of Nature [Livro]. - New York : Freeman and Company, 1983.

Marcos Maria da Graça, Duarte Fernando B.M. e Machado J.A. Tenreiro Fractional dynamics in the trajectory control of redundant manipulators [Artigo] // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. - 2008. - 9. - Vol. 13. - pp. 1836-1844.

Méhauté Alain Le e Howlett Jack Fractal geometries: theory and applications [Livro]. - Boca Raton, Florida : CRC Press, Inc., 1991.

Melchior P. e Orsoni B.. Badie, Th.. Robin, G.. Oustaloup, A. Non-Integer Motion Control: Application to an XY Cutting Table [Conferência] // 1st IFAC Conference on Mechatronic Systems. - Darmstadt, Germany : [s.n.], 2000. - September.

Merzouki R., Davila J.A. e Cadiou J.C.. Fridman, L. Backlash Phenomenon Observation and Identification [Conferência] // Proc. of American Control Conference. - Minneapolis, Minnesota, USA : [s.n.], 2006. - pp. 3322-3327.

Michahelles F. e Schiele B. Sensing Opportunities for Physical Interaction [Conferência] // Workshop on Physical Interation (PI03) at Mobile. - Udine, Italy : [s.n.], 2003.

Miller Kenneth S. e Ross Bertram An Introduction to the Fractional Calculus and Fractional Differential Equations [Livro]. - [s.l.] : John Wiley and Sons, 1993.

Mouri Tetsuya, Kawasaki Haruhisa e Umebayashi Katsuya Developments of New Anthropomorphic Robot Hand and its Master Slave System [Artigo] // IEEE IROS. - 2005. - pp. 3225–3230.

Nigmatullin R. R. 'Fractional' kinetic equations and 'universal' decoupling of a memory function in mesoscale region [Artigo] // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. - Maio de 2006. - 2. - Vol. 363. - pp. 282-298. - doi:10.1016/j.physa.2005.08.033.

Nordin Mattias e Gutman Per-Olof Controlling Mechanical Systems with Backlash - a Survey [Artigo] // Automatica. - 2002. - 38. - pp. 1633-1649.

Nordin Mattias e Gutman Per-Olof Non-linear Speed Control of Elastic Systems with Backlash [Conferência] // Proc. 39th IEEE Conf. on Decision and Control. - Sydney, Australia : [s.n.], 2000. - pp. 4060-4065. - December.

Novikov V. V. e Voitsekhovskii K. V. Viscoelastic properties of fractal media [Artigo] // Journal of applied mechanics and technical. - 2000. - 1. - Vol. 41. - pp. 149-158.

Nuttall Albert H. Some Windows with Very Good Sidelobe Behavior [Artigo] // IEEE Trans. On Acoustics, Speech, and Signal Processing. - Feb. de 1981. - 1. - Vols. ASSP-29. - pp. 84–91.

Oldham Keith B. e Spanier Jerome The Fractional Calculus: Theory and Application of Differentiation and Integration to Arbitrary Order [Livro]. - [s.l.] : Academic Press, 1974.

Oppenheim Alan V., Schafer Ronald W. e JBuck John R. Discrete-Time Signal Processing [Livro]. - Upper Saddle River, NJ, USA : Prentice Hall, 1989. - 2.

Oustaloup Alain, Moreau Xavier e Nouillant Michel From fractal robustness to non integer approach in vibration insulation: the CRONE suspension [Conferência] // Proc. of the 36th Conf. on Decision & Control. - San Diego, California, USA : [s.n.], 1997.

Ozaktas Haldun M., Zalevsky Zeev e Kutay M. Alper The fractional Fourier transform [Livro]. - Chichester : Wiley, 2001.

Ozdemir Caner e Ling Hao Joint Time-Frequency Interpretation of Scattering Phenomenology in Dielectric-Coated Wires [Artigo] // IEEE trans. On Antennas and Propagation. - August de 1997. - 8. - Vol. 45. - pp. 1259–1264.

Packard N. H., Crutchfield J. P. e Farmer J. D.. Shaw, R. S. Geometry from a time series [Artigo] // Physical Review Letters. - Setembro de 1980. - 9. - Vol. 45. - pp. 712-716.

Park Edward J. e Mills James K. Static Shape and Vibration Control of Flexible Payloads With Applications to Robotic Assembly [Artigo] // IEEE/ASME Transactions on Mechatronics. - 2005. - 6. - Vol. 10. - pp. 675–687.

Parlitz Ulrich Nonlinear Time-Series Analysis [Secção do Livro] // Nonlinear Modeling - Advanced Black-Box Techniques / autor do livro Suykens J. A.K. e Vandewalle J.. - [s.l.] : Kluwer Academic Publishers, 1998.

Peitgen Heinz-Otto, Jürgens Hartmut e Saupe Dietmar Chaos and Fractals - New Frontiers of Science [Livro]. - New York : Springer-Verlag, 2004. - 2.

Podlubny I. Geometrical and physical interpretation of fractional integration and fractional differentiation [Artigo] // Journal of Fractional Calculus & Applied Analysis. - 2002. - 4. - Vol. 5. - pp. 357-366.

Praturu S. P. e Anderson J. N. Position signal interface for the robotic arm control system [Conferência] // Twenty-Third Southeastern Symposium on System Theory - IEEE. - Columbia, SC, USA : [s.n.], 1991. - pp. 168-172.

Provenzale Antonello e Balmforth Neil J. Chaos and Structures in Geophysics and Astrophysics [Conferência] // Lecture Notes, Geophysical Fluid Dynamics, 1998 Summer School / ed. J. L. Thiffeault W.H.O.I.. - 1998. - pp. 1–130.

Robotec Eshed ACLoff-line, User's Manual [Livro]. - [s.l.] : Eshed Robotec, 1995. - 2.

Robotec Eshed Advanced Control Language, Reference Guide [Livro]. - [s.l.] : Eshed Robotec, 1999b. - 4.

Robotec Eshed Advanced Terminal Software, Reference Guide [Livro]. - [s.l.] : Eshed Robotec, 1999a. - 1.

Robotec Eshed Scorbot ER VII, User's Manual, Eshed Robotec [Livro]. - 1998. - 2.

Ross Bertrand Fractional calculus [Artigo] // Mathematics Magazine. - 1977. - 3. - Vol. 50. - pp. 15-122.

Rumold W. Modeling and Simulation of Vehicles Carrying Liquid Cargo [Artigo] // Multibody Systems Dynamics. - [s.l.] : Kluwer Academic Publishers, 2001. - Vol. 5. - pp. 351–374.

Sabatier J., Iturricha A. Garcia e Oustaloup A.. Levron, F. Third generation CRONE control of continuous linear time periodic systems [Conferência] // Proc. of the IFAC Conference on System Structure and Control. - Nantes, France : [s.n.], 1998. - July.

Samko Stefan G., Kilbas Anatoly A. e Marichev Oleg I. Fractional Integrals and Derivatives: Theory and Applications [Livro]. - [s.l.] : Gorden and Breach Science Publishers, 1993.

Santosh Devasia, Eleftheriou Evangelos e Moheimani S. O. Reza A Survey of Control Issues in Nanopositioning [Artigo] // IEEE Transactions on Control Systems Technology. - 2007. - 5. - Vol. 15. - pp. 802–823.

Sarkar N., Ellis R.E. e Moore T. N. Backlash Detection in Geared Mechanisms: Modeling, Simulation, and Experimentation [Artigo] // Mechanical Systems and Signal Processing. - 1997. - 3. - Vol. 11. - pp. 391-408.

Sauer Tim, Yorke James A. e Casdagli Martin Embedology [Artigo] // Journal of Statistical Physics. - [s.l.] : Springer, November de 1991. - 3-4. - Vol. 65. - pp. 579-616.

Scheffer Cornelius e Girdhar Paresh Practical Machinery Vibration Analysis and Predictive Maintenance [Livro]. - [s.l.] : Elsevier, 2004. - ISBN 0750662751.

Schreiber Thomas Interdisciplinary application of nonlinear time series methods [Artigo] // Physics Reports. - [s.l.] : Elsevier, 1999. - Vol. 308. - pp. 1-64.

Seidl David R., Lam Sui-Lun e Putman Jerry A.. Lorenz, Robert D. Neural Network Compensation of Gear Backlash Hysteresis in Position-Controlled Mechanisms [Artigo] // IEEE Trans. on Industry Applications. - November/December de 1995. - 6. - Vol. 31. - pp. 1475-1483.

Shannon Claude E. A Mathematical Theory of Communication [Artigo] // The Bell System Technical Journal. - July; October de 1948. - Vol. 27. - pp. 379-423; 623-656.

Shi Zongying, Zhong Yisheng e Xu Wenli. Zhao, Mingguo Decentralized Robust Control of Uncertain Robots with Backlash and Flexibility at Joints [Conferência] // IEEE/International Conference on Intelligent Robots and Systems. - Beijing, China : [s.n.], 2006. - pp. 4521–4526.

Shigley Joseph Edward e Mischke Charles R. Mechanical Engineering Design [Livro]. - [s.l.] : McGraw-Hill, 1989. - 5.

Singer N. C. e Seering W. P. Using Acausal Shaping Techniques to Reduce Robot Vibration [Conferência] // Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation. - Philadelphia PA, USA : [s.n.], 1988. - April 25-29.

Small Michael Applied Nonlinear Time Series Analysis [Livro]. - [s.l.] : World Scientific, 2005.

Spataru Al. Theorie de la Transmission de l'Information – Signaux et Bruits [Livro]. - Bucarest, Roumanie : Editura technica, 1970.

Stankovic Ljubisa A measure of some time-frequency distributions concentration [Artigo] // Signal Process.. - [s.l.] : Elsevier, 2001. - Vol. 81. - pp. 621–631.

Stankovic Ljubiša, Alieva Tatiana e Bastiaans Martin J. Time-Frequency Signal Analysis Based on the Windowed Fractional Fourier Transform [Artigo] // Signal Processing . - [s.l.] : Elsevier North-Holland, 2003. - 11. - Vol. 83. - pp. 2459–2468.

Stein J.L. e Wang Churn-Hway Automatic Detection of Clearance in Mechanical Systems: Theory and Simulation [Conferência] // Proc. American Control Conference. - 1995. - Vol. 3. - pp. 1737-1745.

Su Chun-Yi, Oya Masahiro e Hong Henry Stable Adaptive Fuzzy Control of Nonlinear Systems Preceede by Unknown Backlash-Like Hysteresis [Artigo] // IEEE Trans. on Fuzzy Systems. - February de 2003. - 1. - Vol. 11. - pp. 1-8.

Szabó L., Dobai J.B. e K.Á. Biró Discrete Wavelet Transform Based Rotor Faults Detection Method for Induction Machines [Secção do Livro] // Intelligent Systems at the Service of Mankind. - [s.l.] : Ubooks, 2005. - Vol. 2. - ISBN: 3-86608-052-2.

Takens Floris Detecting strange attractors in turbulence [Secção do Livro] // Dynamical Systems and Turbulence, Lecture Notes in Mathematics book series. - [s.l.] : Springer Berlin / Heidelberg, 1981. - Vol. 898/1981. - ISBN 978-3-540-11171-9.

Tarasov Vasily E. e Zaslavsky George M. Conservation laws and Hamilton's equations for systems with long-range interaction and memory [Artigo] // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. - 2007. - p. in press. - doi:10.1016/j.cnsns.2007.03.027.

Tarasov Vasily E. e Zaslavsky George M. Fractional dynamics of systems with long-range interaction [Artigo] // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. - 2006. - 8. - Vol. 11. - pp. 885-898.

Tomazic Saso e Znidar Simon A Fast Recursive STFT Algorithm [Conferência] // Electrotechnical Conference, MELECON '96, 8th Mediterranean. - 1996. - Vol. 2. - pp. 1025–1028.

Torrence C. e G. P. Compo A Practical Guide to Wavelet Analysis [Artigo] // Bulletin of the American Meteorological Society. - 1998. - 1. - Vol. 79. - pp. 61-78.

Trendafilova I. e Brussel H. Van Non-linear dynamics tools for the motion analysis and condition monitoring of robot joints [Artigo] // Mech. Sys. and Signal Proc.. - Nov de 2001. - 6. - Vol. 15. - pp. 1141-1164. - available online 2 Oct 2007, doi:10.1006/ mssp.2000.1394.

Vinagre B. M. e Chen Y. Q. Fractional calculus applications in automatic control and robotics [Conferência] // 41st IEEE conference on decision and control; tutorial workshop #2. - Las Vegas, USA : [s.n.], 2002.

Walker James S. A Primer on Wavelets and their Scientific Applications [Livro]. - [s.l.] : Chapman & Hall/CRC, 1999.

White R. M. A Sensor Classification Scheme [Artigo] // IEEE Trans. on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control. - 1987. - 2. - Vol. 34. - pp. 124-126.

Wolf Alan, Swift Jack B. e Swinney Harry L.. Vastano, John A. Determining Lyapunov exponents from a time series [Artigo] // Physica D. - [s.l.] : Elsevier, 1985. - Vol. 16. - pp. 285–317.

Xu Kai e Simaan Nabil Actuation Compensation for Flexible Surgical Snake-like Robots with Redundant Remote Actuation [Conferência] // IEEE Conf. on Robotics and Automation. - Orlando, Florida, USA : [s.n.], 2006. - pp. 4148–4154.

Yoshikawa T., Hosoda K. e Doi T.. Murakami, H. Quasi-static Trajectory Tracking Control of Flexible Manipulator by Macro-micro Manipulator System [Conferência] // Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation. - Atlanta, GA, USA : [s.n.], 1993. - Vol. 3. - pp. 210-215.

Zielinski Tomasz P. Joint Time-Frequency Resolution of Signals Analysis Using Gabor Transform [Artigo] // IEEE trans. On Instrumentation and Measurement. - October de 2001. - 5. - Vol. 50. - pp. 1436–1444.

Índice remissivo

ACL, 80, 81, 82, 192

atractor, 36

  estranho, 35

  periódico, 38

  pontual, 38

  toroidal, 39

cálculo fraccionário. *ver* CF

caos determinístico, 32

CF, 24, 25, 26

  dinâmica fraccionária, 138, 139, 175

  ordem fraccionária, 24, 25, 28, 30, 51, 97, 98, 101, 102, 114, 116, 134, 138, 140, 145, 187

  ordem não inteira, 24, 25

classificação dos sinais, 134

correlação, 55

decomposição em valores singulares, 51, 52, 57, 148

dependência sensível das condições iniciais, 34

diagrama de caixas, 131, 132, 133

dimensão fractal. ver *fractais*

EE, 51, 52, 56, 57, 60, 61, 63, 85, 138, 139, 175

EER, 47, 49, 51, 61, 63, 138, 139, 140, 142, 143, 145, 146, 147, 148, 158, 162, 164, 167, 175

efeito borboleta, 34

energia, 12, 31, 96, 118, 119, 121, 156, 158, 164

entropia, 60, 61, 166

equações diferenciais com atrasos, 138

espaço de estados, 46, ver *EE*

espaço de estados reconstruído. ver *EER*

espaço de fase, 50

expansão em séries de Fourier. Ver *Fourier*

expoentes de Lyapunov, 31, 61, 62

  globais, 51

  locais, 51

falsos vizinhos, 57, 58, 59

FFT. ver *Fourier*

filtro

  FIR, 31

  IIR, 31

  passa alto, 47

  passa baixo, 70, 154

folgas, 150, 151, 152, 153, 158, 160, 162, 163, 164

Fourier

expansão em séries, 10

FFT, 37, 95, 101, 104, 114, 117, 128, 140, 145, 146

TF, 8, 12, 15, 17, 26, 101

transformada, 8

transformada com janela, 9, 15, 16, 17, 18, 19, 104, 105, 118, 120, 121, 165, 166, 167, 169, 170, 172

transformada fraccionária, 13, 15

transformada inversa, 12

fractais, 40, 42

auto-semelhança, 40

conjunto de Cantor ternário, 43

curva de Von Koch, 43, 44

dimensão fractal, 41, 42, 43, 44, 138, 139, 142, 143

dimensão Hausdorff, 42

dimensão por contagem de caixas, 42

dimensão topológica, 41

fractal aleatório, 40

fractal geométrico, 40

fractal natural, 40

geometria fractal, 40

superfície fractal, 41

fractância, 30

frequência fundamental, 10

harmónicos, 12, 19, 102, 115, 140, 158

Hyperkernel, 75, 77, 78, 79

impactos, 86, 91, 96, 98, 99, 110, 114, 118, 126, 167

índices, 144, 146, 147, 158, 166, 175

informação mútua, 55, 139, 142, 158, 166, 167

média, 56, 141, 167, 169, 171, 173, 174

invariantes, 51, 53, 60, 61

irrelevância, 53

janela

Blackman, 104

fraccionária, 171, 172, 173, 174

Gaussiana, 17, 20, 104, 106, 118, 169, 173

Hamming, 104

Hanning, 104, 106, 170

rectangular, 18, 19, 104, 106

linha de tendência. ver *LT*

líquidos, 108, 110, 134, 167

LT, 101, 102, 103, 114, 115, 116, 118, 119, 121, 129, 130, 140, 146

memória longa, 138, 139

método das derivadas, 51

ordem fraccionária. ver *CF*

período fundamental, 10

pseudo espaço de fase, 50

pseudo frequência, 21

pseudo plano de fase, 50

PTD, 84, 85, 86, 89

quartil, 131

redundância, 53

RMSE, 161, 163

robótica, 3, 25, 123, 150, 151, 165, 177

SAD, 83, 84, 85, 89

série temporal, 37, 47, 50, 51, 52, 53, 55, 59, 61, 62, 143, 158

série temporal não linear. ver *STNL*

sinal estacionário, 9

sinal não estacionário, 9

sintonia da TFJ, 137, 164, 166, 167, 169, 172, 173, 175

sistema de aquisição de dados, 4, 65, 70, 74, 76, 79, 83, 124, ver *SAD*

STNL, 32, 33

T_d. ver *tempo de atraso*

tempo de atraso, 47, 48, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 138, 139, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 158

tempo real, 2, 4, 65, 79, 83

teorema de imersão, 49, 56

Takens, 49, 60

teoria da informação, 55

TF. ver *Fourier*

TFJ. ver *Fourier*

transformada de Fourier. ver *TF*

transformada de Fourier fraccionária. ver *Fourier*

transinformação, 55

vibrações, 3, 92, 96, 97, 98, 108, 122, 124

wavelet, 15, 16, 20, 21, 22, 23, 24, 63, 85, 154, 156, 161

componente de aproximação, 156, 157, 163

componente de detalhe, 156

decomposição por, 155, 157, 158

mãe, 20, 21